

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE AGRONOMIA
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES AGRONOMICAS

CURVAS DE CONICIDAD Y TABLA DE VOLUMEN DE RODAL
PARA *Pinus peucedanifolia* Lindl. EN LOS DEPARTAMENTOS
DE CHIMALTENANGO Y SOLOLA

PRESENTADA A LA HONORABLE JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE
AGRONOMIA DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

POR

JOSE MIGUEL BARRIOS GONZALEZ

En el acto de investidura como

INGENIERO AGRONOMO

EN RECURSOS NATURALES RENOVABLES

EN EL GRADO ACADÉMICO DE

LICENCIADO

Guatemala, mayo de 1996

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

RECTOR

Dr. JAFETH ERNESTO CABRERA FRANCO

JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE AGRONOMIA

DECANO	ING.AGR.	JOSE ROLANDO LARA ALECIO
VOCAL 1o.	ING.AGR.	JUAN JOSE CASTILLO MONT
VOCAL 2o.	ING.AGR.	WILLIAM R. ESCOBAR LOPEZ
VOCAL 3o.	ING.AGR.	CARLOS ROBERTO MOTTA
VOCAL 4o.	P.A.	HENRY ESTUARDO ESPAÑA
VOCAL 5o.	Br.	MYNOR JOAQUIN BARRIOS OCHAETA
SECRETARIO	ING.AGR.	GUILLERMO EDILBERTO MENDEZ BETETA

Guatemala, mayo de 1996

Honorable Junta Directiva
Honorable Tribunal Examinador
Facultad de Agronomía
Universidad de San Carlos de Guatemala

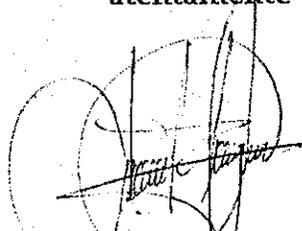
Señores representantes:

De conformidad con las normas establecidas en la ley orgánica de la Universidad de San Carlos de Guatemala, tengo el honor de someter a su consideración el trabajo de tesis titulado:

"CURVAS DE CONICIDAD Y TABLA DE VOLUMEN DE RODAL
PARA *Pinus pseudostrobus* Lindl. EN LOS DEPARTAMENTOS DE
CHIMALTENANGO Y SOLOLA".

Presentándolo como requisito previo para optar el título de Ingeniero Agrónomo en Recursos Naturales Renovables, en el grado académico de Licenciado. Esperando merezca su aprobación, me suscribo de ustedes,

atentamente



José Miguel Barrios González

TESIS QUE DEDICO A:

Guatemala, y en especial a los departamentos de Chimaltenango y Sololá

Universidad de San Carlos de Guatemala

Facultad de Agronomía

Estudiantes, profesionales y técnicos que trabajan por el desarrollo forestal del país.

SINCEROS AGRADECIMIENTOS A:

Toda mi familia, por su incondicional apoyo. Muy especialmente a mis padres Miguel Angel Barrios Escobar e Ileana González y González.

Todas las personas que de alguna forma brindaron su apoyo para la realización de este trabajo. En forma especial a quien lo asesoró: Ing. Agr. M.Sc. Edwin E. Cano Morales de la Facultad de Agronomía.

Los proyectos 1 y 7 de PROCAFOR y al proyecto MADELEÑA 3; especialmente al Ing. Agr. Luis F. Pereira; e, Ing. Agr. Rudy Herrera.

Los propietarios, administradores y personal de campo de las fincas en donde fue desarrollada la etapa de campo de este trabajo.

Mis amigos.

CONTENIDO

	Página
INDICE DE FIGURAS	iii
INDICE DE CUADROS	iv
INDICE DE APENDICES	v
RESUMEN	vi
1. INTRODUCCION	1
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
3. MARCO TEORICO	4
3.1. Marco Conceptual	4
3.1.1. Descripción general del <i>Pinus pseudostrobus</i> Lindl.	4
3.1.2. La forma de los árboles	6
3.1.3. Crecimiento diamétrico a diferentes niveles del fuste	7
3.1.4. Curvas de conicidad o curvas de fuste	7
3.1.5. Modelación matemática de las curvas de conicidad	8
3.1.6. El relascopio en la medición forestal	12
3.1.7. Las Tablas de Volumen de Rodal	15
3.2. Marco Referencial	18
3.2.1. Ubicación geográfica del área	18
3.2.2. Zona de vida	18
3.2.3. Climatología	18
3.2.4. Geología	18
3.2.5. Suelos	21
3.2.6. Hidrología	22
3.2.7. Región fisiográfica	23
4. OBJETIVOS	25
5. METODOLOGIA	26
5.1. Curvas de conicidad	28
5.1.1. Selección de árboles	28
5.1.2. Tamaño de la muestra	28
5.1.3. Definición de variables	29
5.2. Tablas de Volumen de Rodal	29

5.2.1. Tamaño de la muestra	30
5.2.2. Selección de puntos de muestreo	30
5.2.3. Tamaño y forma de las parcelas	30
5.2.4. Definición de variables	31
5.3. Procesamiento y Análisis de datos	32
5.3.1. Curvas de conicidad	32
5.3.2. Tablas de Volumen de Rodal	34
6. RESULTADOS Y DISCUSION	36
6.1. Curvas de conicidad	36
6.1.1. Diagrama de dispersión	36
6.1.2. Análisis de Regresión	37
6.1.3. Selección de modelos	38
6.1.4. Obtención de las Curvas de Conicidad	44
6.2. Tablas de Volumen de Rodal	47
7. CONCLUSIONES	51
8. RECOMENDACIONES	53
9. BIBLIOGRAFIA	54
10. APENDICE	57

INDICE DE FIGURAS

		Página
Figura 1.	Ubicación geográfica del área de estudio (Departamentos de Chimaltenango y Sololá)	19
Figura 2.	Zonas de vida del área de estudio. Departamentos de Chimaltenango y Sololá	20
Figura 3.	Hidrografía y regiones fisiográficas de los departamentos de Chimaltenango y Sololá	24
Figura 4.	Ubicación geográfica de puntos de muestreo (fincas forestales). Chimaltenango y Sololá	27
Figura 5.	Diagrama de dispersión de los datos de altura relativa y diametro relativo, considerando el grosor de la corteza para <u>Pinus pseudostrobus</u> , en los departamentos de Chimaltenango y Sololá	36
Figura 6.	Diagrama de dispersión de los datos de altura relativa y diametro relativo, sin considerar el grosor de la corteza para <u>Pinus pseudostrobus</u> , en los departamentos de Chimaltenango y Sololá	37
Figura 7.	Diagrama de dispersión de residuales estandarizados para el modelo seleccionado para el trazo de la curva de conicidad con corteza para <u>Pinus pseudostrobus</u> en Chimaltenango y Sololá	43
Figura 8.	Diagrama de dispersión de residuales estandarizados para el modelo seleccionado para el trazo de la curva de conicidad sin corteza para <u>Pinus pseudostrobus</u> en Chimaltenango y Sololá	43
Figura 9.	Curva de conicidad para <u>P.pseudostrobus</u> (con corteza)	45
Figura 10.	Curva de conicidad para <u>P.pseudostrobus</u> (sin corteza)	45

INDICE DE CUADROS

	Página
Cuadro 1. Nombre, ubicación geográfica y propietario de las fincas en donde fue realizada la etapa de campo para la obtención de Curvas de Conicidad y Tablas de Volumen de Rodal para <u>P.pseudostrobus</u> en los departamentos de Chimaltenango y Sololá	26
Cuadro 2. Resultados del análisis estadístico efectuado para la obtención de la curva de conicidad con corteza para <u>P. pseudostrobus</u> en los departamentos de Chimaltenango y Sololá	39
Cuadro 3. Resultados del análisis estadístico efectuado para la obtención de la curva de conicidad sin corteza para <u>P. pseudostrobus</u> en los departamentos de Chimaltenango y Sololá	40
Cuadro 4. Modelos matemáticos básicos para el trazo de las curvas de conicidad para <u>P.pseudostrobus</u> en Chimaltenango y Sololá	44
Cuadro 5. Resultados del análisis estadístico efectuado para la obtención de la tabla de volumen de rodal para <u>P. pseudostrobus</u> en los departamentos de Chimaltenango y Sololá	47
Cuadro 6. Modelo matemático básico para la elaboración de la tabla de volumen de rodal para <u>P.pseudostrobus</u> en Chimaltenango y Sololá	48
Cuadro 7. Tabla de Volumen de Rodal para <u>P.pseudostrobus</u> en Chimaltenango y Sololá (Volumen con corteza en m ³ /ha)	49

INDICE DE APENDICES

	Página
Apéndice 1. Principio teórico del relascopio	58
Apéndice 2. Ejemplificación de los principales usos de la curva de conicidad	59
Apéndice 3. Coeficientes de los modelos evaluados para Curvas de Conicidad y para Tabla de Volumen de Rodal	61

**"CURVAS DE CONICIDAD Y TABLA DE VOLUMEN DE RODAL PARA
Pinus pseudostrobus Lindl. EN LOS DEPARTAMENTOS DE
CHIMALTENANGO Y SOLOLA"**

**"TAPER CURVES AND STAND VOLUME TABLE FOR
Pinus pseudostrobus Lindl. IN THE DEPARTMENTS OF
CHIMALTENANGO AND SOLOLA"**

RESUMEN

En función de la necesidad de generar herramientas de estimación dasométrica, que coadyuven a agilizar y simplificar la planificación del manejo forestal, los objetivos del trabajo fueron, el trazo de curvas de conicidad y la construcción de un tabla de volumen de rodal para Pinus pseudostrobus.

El estudio fue realizado en bosques naturales de Pinus pseudostrobus ubicados en 8 fincas forestales, en los departamentos de Chimaltenango y Sololá.

La fase de campo para la elaboración de las curvas de conicidad se puede resumir en el apéo de árboles y la ubicación, sobre ellos, de 14 puntos de medición de diámetro, con y sin corteza. Los puntos de medición sobre cada árbol se ubicaron en función de la longitud total del fuste, como porcentaje de la misma. Los árboles muestra representan 10 clases diamétricas con intervalo de 5 cm., que parten desde un valor mínimo de d.a.p. de 10 cm. Finalmente se obtuvo un tamaño de muestra de 40 árboles. La tabulación de datos dió como resultado 544 registros de cada caso: con y sin corteza; de parejas de altura relativa-diámetro relativo.

Para la elaboración de la tabla de volumen de rodal, fueron levantadas en el campo 40 parcelas temporales de medición ubicadas en rodales que representaban diferentes condiciones de desarrollo. Las parcelas fueron de forma circular con un radio de 15 m. En cada parcela fue medido el d.a.p. y la altura de todos los árboles de Pinus pseudostrobus presentes. Con estos datos se realizó una estimación del área basal por hectárea y la altura media del rodal, las cuales son variables independientes dentro del modelo matemático que sirvió para la elaboración de la tabla, y cuya variable dependiente es el volumen por hectárea. Esta variable se obtuvo utilizando una ecuación de volumen con corteza para árboles individuales de Pinus pseudostrobus, obtenida a partir de las mediciones hechas sobre árboles individuales para la elaboración de curvas de conicidad.

De los datos tabulados provenientes de las mediciones de campo, tanto para la elaboración de curvas de conicidad como para la tabla de volumen de rodal, se obtuvo una representación matemática de las variables consideradas en cada caso ajustando los datos a algunos modelos matemáticos a través del método de los mínimos cuadrados. Los modelos evaluados para cada caso, fueron seleccionados por tener antecedentes de presentar un buen ajuste en estudios anteriores, o por ser modelos que usualmente son utilizados para representar matemáticamente el comportamiento entre variables biológicas. Además, para el caso de las curvas de conicidad, se utilizó el procedimiento estadístico STEPWISE para ajustar el modelo polinomial más adecuado. Los criterios para seleccionar los modelos fueron algunos estimadores estadísticos tales como cuadrado medio del error, coeficiente de determinación, coeficiente de correlación, coeficiente de variación, valor de F, etc.; así como por su representación gráfica.

El resultado de los análisis de regresión fue que para representar las curvas de conicidad de *Pinus pseudostrobus* en Chimaltenango y Sololá, fueron seleccionados los siguientes modelos polinomiales

Con Corteza

$$D=1.4823505094-5.33355028H+21.84252162H^2-45.62804704H^3+43.06147415H^4-5.42410322H^5$$

Sin Corteza

$$D=1.303051-3.289618H+12.070602H^2-21.299932H^3+12.609466H^4-1.396353H^5$$

y; para el caso de la Tabla de Volumen de Rodal, se seleccionó el modelo logarítmico

$$\ln V = 0.351989 + 1.028027 \ln AB + 0.556724 \ln H$$

Este trabajo fue desarrollado entre los meses de mayo a noviembre de 1995, con apoyo de los proyectos 1 y 7 de PROCAFOR, el Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza (CATIE) y la Facultad de Agronomía de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

1. INTRODUCCION

La planificación del manejo forestal en el país, es insuficiente y en muchas ocasiones empírica, por lo cual muchas de las extracciones forestales realizadas hasta el momento, se basan únicamente en el interés por una alta acumulación de capital en el más corto plazo posible; esto aunado al problema del avance de la frontera agrícola, generado por la insuficiencia de las tierras agrícolas para proveer de una seguridad alimentaria a la mayoría de la población rural; amenaza seriamente la permanencia de los recursos forestales en Guatemala, al punto que se ha estimado que para el año 1992, aproximadamente el 40% del territorio con vocación forestal en el país había perdido sus bosques (2). Esta problemática, paulatinamente está creando la necesidad de cubrir los recursos naturales, incluyendo los recursos forestales, bajo programas de planificación científica y racional que se fundamenten en investigaciones generadas en el país.

Dentro de esta urgencia de enmarcar las actividades de manejo y aprovechamiento forestales dentro de una planificación sistemática y racional, surge también la necesidad de simplificar los planes de manejo forestales a fin de agilizar su elaboración y facilitar su comprensión y ejecución por propietarios de bosques u otras personas poco familiarizadas con la terminología y técnica forestal; sin perder alta calidad técnica.

Bajo el Programa Regional Forestal para Centro América (PROCAFOR), existe el Centro de Manejo, Aprovechamiento y Pequeña Industria Forestal (CEMAPIF), ubicado en ESNACIFOR (Escuela Nacional de Ciencias Forestales), Siguatepeque, Honduras. CEMAPIF ha diseñado un modelo simplificado para planes de manejo, el cual está siendo implementado y validado en Guatemala. El uso de este modelo requiere de resultados provenientes de investigaciones aplicadas, por ejemplo, tablas de volumen de rodal, tablas de crecimiento y rendimiento, clasificación de sitios, etc.

En este sentido tiene importancia la construcción de curvas de conicidad y tablas de volumen de rodal para *Pinus pseudostrobus*, pues constituyen herramientas de estimación e interpretación de aspectos importantes del manejo forestal, en función de variables de fácil medición en el campo.

Es así que, contar con curvas de conicidad, para la medición volumétrica total o a diferentes índices de utilización en árboles individuales, presenta algunas ventajas sobre las tablas de volumen convencionales de doble entrada. Una de ellas es que una misma función de conicidad permite la estimación volumétrica de varios productos forestales, cuando ellos están definidos en función de diámetros mínimos de utilización, tales como postes, madera para aserrío, pulpa, etc. También presenta la ventaja de incluir en su elaboración a los principales aspectos que condicionan el volumen de un árbol individual que son: el DAP (Diámetro a 1.3 m. de altura), la altura, la forma del árbol y espesor de corteza.

Por otro lado, la tabla volumétrica de rodal es una herramienta importante de estimación forestal que puede ser utilizada en la planificación forestal. Tiene la particularidad, a diferencia de las tablas de volumen para árboles individuales, que para Guatemala fueron elaboradas por Peters (19); de estimar el volumen total de madera por unidad de superficie, en metros cúbicos por hectárea; en función del área basal por hectárea y la altura media del rodal, las cuales son variables de fácil medición en el campo mediante la utilización de un relascopio y algún aparato de medición indirecta de altura, respectivamente. Es decir, se pretende proporcionar un método rápido pero confiable que permita estimar el volumen de los árboles, por unidad de superficie.

En resumen, la elaboración de curvas de conicidad y tablas de volumen de rodal son, en materia forestal, estudios básicos necesarios para la planificación del manejo forestal, así como importantes elementos de la investigación silvicultural.

Se estableció como objeto físico de trabajo, rodales puros de *Pinus pseudostrobus* en sus zonas de distribución natural en los departamentos de Chimaltenango y Sololá, pretendiendo que la investigación en esta zona del país aporte datos que sean sujeto de comparación con otros tomados en otras zonas del país, e incluso en otras especies del género *Pinus*; y así las ecuaciones matemáticas generadas en este trabajo puedan ser sometidas a un proceso de validación y ajuste.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Guatemala, a pesar de tener un alto porcentaje de tierras aptas para la producción forestal, padece de un acelerado deterioro y disminución de sus zonas boscosas. Esto es tan solo un reflejo de profundas crisis ligadas a la problemática agraria, educativa y económica que, en conjunto, constituyen la raíz de los grandes problemas sociales.

Es importante mencionar también, como un factor causal del deterioro del recurso forestal, el aprovechamiento de muchas superficies boscosas del país sin directrices técnicas que orienten a propietarios de fincas forestales, hacia un manejo sustentable del recurso, es decir, en muchos bosques del país no se satisface la necesidad legal y técnica de elaboración y ejecución de planes de manejo forestal.

Lo anterior se debe, en parte a que se cuenta con insuficiente información proveniente de programas de investigación aplicada, que permita tener bases para la planificación y ejecución de actividades de manejo forestal. En tal sentido, es de importancia generar información que sirva de base a la planificación forestal, con orientación a un manejo que busque la sustentabilidad del recurso; especialmente para especies que, como el *Pinus pseudostrobus*, se distribuyen naturalmente en Guatemala y constituyen un recurso económicamente importante; pues son fuente de leña, material de construcción y postes, principalmente; tanto para uso doméstico de la población, como para las actividades de comercialización e industrialización de tales productos forestales, que se llevan a cabo en sus regiones de ocurrencia natural.

En este sentido, en el presente documento se presentan curvas de conicidad y una tabla de volumen de rodal para este pino en una de sus zonas de crecimiento más representativas, constituida por los departamentos de Chimaltenango y Sololá; en función de la importancia que tienen como medios eficaces y rápidos de estimación de variables indispensables en la medición forestal. Esto, en atención a la necesidad de la mensuración forestal, como paso previo a la planificación del manejo forestal.

3. MARCO TEORICO

3.1. MARCO CONCEPTUAL

3.1.1. Descripción general del *Pinus pseudostrobus* Lindl.

“Los pinos tropicales juegan un rol muy importante en la arboricultura forestal moderna. Muchas de estas especies se cultivan actualmente en toda la zona tropical y subtropical. En los arboricultivos se prefieren las especies de *Pinus* por las siguientes razones:

- a. Entre las numerosas especies de este género casi siempre se puede encontrar una con aptitud ambiental para cada sitio.
- b. Muchas especies poseen un amplio rango de adaptabilidad medioambiental.
- c. Muchas de ellas medran en suelos que por naturaleza son pobres y secos, y también en sitios baldíos degradados.
- d. Los incrementos en volumen de algunas especies a menudo son de altos a muy altos, inclusive bajo condiciones medio ambientales desfavorables.
- e. Como especies pioneras resistentes, son muy apropiadas para forestaciones y para plantaciones con un manejo esquemático simple. (monocultivo/tala rasa)
- f. La madera de las coníferas es por naturaleza una materia prima escasa en los trópicos, y los pinos tienen la capacidad de producirla en grandes cantidades y con una calidad uniforme, lo cual es necesario para la elaboración de pulpa, de chapas, etc.”(13).

El *Pinus pseudostrobus* es utilizado ampliamente dentro de su área de ocurrencia natural, como fuente de energía en forma de leña y para la extracción de tablas, vigas,

reglas, etc. Según Peters (19), este pino se distribuye naturalmente en Guatemala en los departamentos de Huehuetenango, Totonicapán, Quezaltenango, San Marcos, Quiché, Sololá, Chimaltenango, Sacatepéquez, Guatemala, Baja Verapaz y Jalapa.

4.1.1.1. Descripción Taxonómica

La especie *Pinus pseudostrobus* presenta las siguientes características taxonómicas:

“Árbol hasta de 45 m de altura, con ramas extendidas y verticiladas, formando copas densas y redondeadas. En árboles jóvenes los crecimientos anuales (las partes entrenodales) son largas, de corteza lisa y de color café rojizo claro. La corteza en la vejez es áspera y agrietada. Es característico para la especie que las ramas tiernas tengan un color blanco azulado. las bases de las brácteas son esparcidas y frecuentemente adheridas dejando huellas sumergidas en las ramas. Esta característica, sirve para diferenciarla de la especie *P. montezumae*, porque esta última tiene retoños gruesos, con una apariencia más o menos rojiza y las partes adherentes a las brácteas son densas, fuertes y persistentes.”(19)

“Hojas en grupos de 5 por fascículo, de 17 a 29 cm de largo, muy delgadas, colgantes, flexibles de color verde intenso, a veces con un tono glauco a amarillento en el final de la época seca.” (19)

“Los cortes transversales de las hojas demuestran 2 a 4 canales resiníferos medidos, rara vez con externo o interno. El hipodermo es casi uniforme, comprende de 2 a 3 hileras de células con ligeras entradas en el clorénquima.”(19)

“El endodermo tiene sus paredes externas engrosadas. Dos haces fibrovasculares muy aproximados o poco distinguibles.”(19)

“Las vainas son perennes, anilladas de 12 a 28 mm de largo, de color 5YR 4/2 (castaño ceniciento) algo brillante. Yemas oblongo-cónicas, de color anaranjado. Conillos subterminales, oblongos, largamente pedunculados, solitarios o por grupos hasta tres, oscuros, con escamas provistas de puntos, la cual posteriormente es caediza.”(19)

“Conos ovoides o largamente ovoides de 7.5 a 12 cm de largo, de color café claro, amarillento o moreno extendidos, levemente encovados, no prontamente caedizos, sobre pedúnculos de 10 a 18 mm, a veces casi sésiles. Frecuentemente queda el pedúnculo

con las escamas basales, formando una roseta sobre las ramas, al caer el cono. La maduración es de enero a febrero.”(19)

3.1.2. La forma de los árboles

La forma de los árboles es debida principalmente al ahusamiento, es decir a una disminución de su diámetro al aumentar su altura. Conocer la forma de los árboles coadyuva a la estimación de su volumen geométrico, lo cual puede hacerse relacionando el volumen del árbol -o de ciertas secciones de su fuste- con el volumen de algún sólido geométrico, o bien; mediante la relación existente entre dos diámetros del mismo árbol.

La forma del fuste es muy compleja y es determinada por varios factores, siendo los más importantes la especie y las características de la copa. La complejidad de la forma de los fustes es causada por la desigual capa de madera anual que es depositada a lo largo del fuste en cada periodo de crecimiento, es decir que el crecimiento en espesor no es uniforme a lo largo del fuste. En las coníferas “existe por lo general una porción del tronco cercano a la base de la copa viva en la cual el espesor de los anillos alcanza su punto máximo; lo anterior significa que los árboles que crecen dentro de los rodales, en los cuales la proporción de copa viva es relativamente pequeña, tendrán al final troncos más cilindricos que aquellos que se desarrollan al descubierto, cuyas copas de mayor longitud hacen que el tronco sea más ahusado. Este fenómeno se debe, en gran parte, a la disponibilidad de carbohidratos, ya que es más probable que la cantidad de éstos sea mayor en la parte inferior de la copa viva, donde se encuentra la mayor cantidad de follaje. Incluso en aquellos casos en que la cantidad de carbohidratos es adecuada, los espesores de los anillos generalmente disminuyen hacia la base del tronco, debido a que ahí el diámetro de éste es mayor; sin embargo, el área o el volumen del anillo pueden aumentar hacia la base de la copa viva. La consecuencia es que las condiciones del rodal o los tratamientos silvícolas que modifican la proporción de la copa viva influyen en la forma del tronco.”(6)

Las intervenciones silvícolas, tales como raleos y podas, tienen incidencia en la forma de los fustes de la siguiente manera: “los raleos provocan que los árboles que quedan en pie tiendan a ser más ahusados debido a que el tratamiento eleva la

proporción de la copa viva; no obstante, la poda hace que los troncos sean menos ahusados, debido a que este tratamiento disminuye la proporción de la copa viva. El raleo y la poda, tienen efectos que se compensan, pero el grado de cambio potencial en la forma del tronco depende de la intensidad del tratamiento y de la magnitud del aumento o disminución que el mismo produce sobre la tasa de crecimiento; por ejemplo, una poda severa puede eliminar una proporción tan alta de la copa funcional que el crecimiento en altura puede disminuir y suspenderse la formación de anillos en la base del tronco; un raleo excesivo puede producir lo que se denomina un "shock" de raleo, o sea una disminución de la tasa de crecimiento."(6)

3.1.3. Crecimiento diamétrico a diferentes niveles del fuste

"El crecimiento diamétrico no es igual en todas las partes del tronco de un árbol. Normalmente hay dos puntos de máximo crecimiento, uno cerca de la base del árbol que es considerado como el ensanchamiento del tocón y otro en la base de la copa viva. Este último, porque se eleva con el crecimiento del árbol en altura y, como las ramas bajas van muriendo una a una, nunca sucede abultamiento del tallo en algun lugar pero sirve para cambiar la forma del tronco de un cono en la etapa juvenil, a un paraboloides a medida que el árbol va madurando."(1)

3.1.4. Curvas de conicidad o curvas de fuste

Una curva de conicidad se define como la representación gráfica del ahusamiento que ocurre en un árbol; y la ventaja de su uso se basa en su versatilidad y flexibilidad para la obtención, por ejemplo, de una estimación de volúmenes de diferentes secciones del fuste, ya que con ellas "es fácil estimar varias características del fuste, como volumen total, volumen de materia prima y celulósicos, etc. a cualquier diámetro o altura del fuste." (24) El fomento de la utilización de curvas de conicidad podría disminuir la necesidad de contar con tablas rígidas de productos forestales, que permitan únicamente estimar la proporción, respecto al volumen total, que presentan los productos para los que fue elaborada; sin permitir la posterior inclusión de productos forestales de otra dimensión que, al momento de elaborar la tabla, no sean aún requeridos por el mercado.

Esto también muestra la ventaja de contar con una expresión matemática de la forma del fuste en relación a los coeficientes mórfoicos, para las estimaciones de volumetría fustal.

“Existen ecuaciones que utilizan varias ecuaciones en varias partes del fuste, a las cuales se les llama, curvas de fuste parcial. Una ecuación polinomial ofrece un uso simple y flexible en la descripción de la curva de fuste. Se puede calcular por regresión lineal o no lineal.”(24)

3.1.5. Modelación matemática de las curvas de conicidad

Muchos intentos se han hecho para explicar la forma de las curvas de conicidad por varios factores biológicos y físicos. En la práctica no es posible incluir todos estos factores en los modelos de curva de conicidad porque ellos son difíciles o imposibles de medir. Por esta razón, han sido presentados modelos relativamente simples para curvas de conicidad. El modelo clásico para curvas de conicidad es la fórmula de Höjer:

$$\frac{d_1}{D} = C \cdot \log \frac{c+1}{c}$$

donde: D = Diámetro de referencia en la base del árbol
 l = Distancia desde la punta (% de la altura del árbol)
 d₁ = Diámetro a la distancia de l desde la punta; y,
 C y c son constantes

Esta fórmula y diferentes modificaciones de esta han sido el punto de partida en muchos estudios de curva de conicidad. El uso de variables relativas elimina efectivamente la variación absoluta causada por diferencias en tamaño de los árboles. El siguiente tipo de parábola ha dado buenos resultados en modelos donde el diámetro a la altura del pecho es usado como el diámetro de referencia.

$$\frac{d_1^2}{d^2} = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{h} + \beta_2 \frac{1^2}{h^2}$$

donde d₁ es el diámetro del fuste a la altura 1.

Peters (1971) utilizó el diámetro al 10% de la altura como el diámetro base y un polinomio de quinto grado. Fries y Matern (1965) han probado funciones polinomiales de grado elevado.

Se han usado diferentes tipos de soluciones matemáticas en casos donde ecuaciones de volumen han sido ya construidas, y son requeridas curvas de conicidad compatibles con ellas. En este sentido, compatible significa que la integral de la función de la curva de conicidad da el mismo volumen que la función para árboles de diferentes tamaños. Demaerschalk (1972) ha estudiado curvas de conicidad obtenidas con diferentes modelos de funciones de volumen y la exactitud de estos modelos. El método está basado en la utilización de análisis de regresión no lineal.

Pöytäniemi (1981) ha usado además, el volumen dado por una función de volumen como la restricción en una curva de conicidad. Después de probar polinomios de diferentes grados, el siguiente resultó ser el mejor.

$$\left(\frac{d_1^2}{d}\right) = \sum_{k=1}^4 \beta_k \left(\frac{h-1}{h-1,3}\right)^k + \beta_5 \left(\frac{h-1}{h-1,3}\right)^7$$

Describir la curva de conicidad a través de las medias de una ecuación no ha dado resultados satisfactorios en las aplicaciones prácticas. El ajuste de los modelos de curva de conicidad ha sido elevado mediante el cálculo de funciones individuales para diferentes intervalos a lo largo del fuste. Estas subfunciones tienen que cumplir ciertas condiciones de continuidad en los puntos comunes de enlace. La condición más natural en este método es que las subfunciones adyacentes tomen los mismos valores en su primera derivada en los puntos de unión de los segmentos.

Kuusela (1965) presentó un método, basado en el uso de coeficientes de forma calculados para el 10% de la altura y diámetros a alturas relativas, para estimación de volumen fustal y curva de conicidad y para construcción de funciones de volumen. Kilkki et al. (1978), Kilkki y Varmola (1979 y 1981) y Kilkki (1979) han estudiado la predicción de diámetros a alturas relativas usando modelos de ecuaciones simultáneas. La curva de conicidad continua es calculada por este método usando alguna fórmula de interpolación.

Según lo anterior, un modelo de curva de conicidad puede ser construido de muchas formas. Cuando el cuadrado del diámetro es usado como una variable dependiente, el error respecto a las áreas transversales es minimizado y es posible obtener, de la integral de la curva de conicidad, un estimado no sesgado del volumen fustal. Otra forma es emplear el error de varianza de la curva de conicidad estimada via expansión de Taylor.

Usar el diámetro relativo como una variable dependiente es ventajoso pues cada árbol tiene igual peso en el análisis. El uso del cuadrado de los diámetros hace fácil el cálculo del volumen fustal. El uso de alturas relativas como variable independiente ha sido justificado debido a la similitud en la forma de fustes de diferente tamaño.

3.1.4.2. Uso de los modelos de Curva de Conicidad

Una curva de conicidad ofrece un punto de partida para casi todos los cálculos concernientes al fuste del árbol. Las curvas de conicidad son usadas cuando el diámetro a una altura específica es necesario o cuando se busca la altura a lo largo del fuste donde el diámetro tiene un valor determinado. El volumen de una cierta porción del fuste, o el de todo el fuste, es obtenido a través de la integración numérica de una función de curva de conicidad.

A partir de la función de curva de conicidad $f(l)$ la cual da el diámetro a la altura l , el volumen del intervalo $l_1 - l_2$ es obtenido de la integral:

$$v = \frac{\pi}{4} \int_{l_1}^{l_2} \{f(l)\}^2 dl$$

En la función de curva de conicidad, la variable $x = \frac{l}{h} \Rightarrow l = h.x$. Considerando este intercambio de variables, en la integración se obtiene:

$$v = \frac{\pi}{4} \int_{l_1}^{l_2} \{f(l)\}^2 dl = \frac{\pi}{4} \int_{\frac{l_1}{h}}^{\frac{l_2}{h}} \{f(x)\}^2 .h .dx$$

De esta manera, el volumen del fuste desde el tocón (l_s) a la punta es obtenido usando la función de curva de conicidad, por ejemplo, la función de conicidad $f(x)$ con la integral:

$$v = \frac{\pi}{4} \cdot d_{0.2h}^2 \cdot h \cdot \int_{\frac{l_s}{h}}^1 \{f_b(x)\}^2 dx$$

donde v = volumen del fuste

$d_{0.2h}$ = diámetro al 20% de la altura total

h = altura total

l_s = longitud del tocón

$f_b(x)$ = función de conicidad

La función de curva de conicidad puede ser usada en la predicción de varios tipos de madera y el valor del fuste.

En estudios que requieren minuciosas mediciones del fuste, tales como la investigación en fertilización, en la cual incrementos o mediciones son usadas para dar seguimiento al crecimiento del árbol, la magnitud del crecimiento y su distribución entre diferentes partes del fuste puede ser determinado efectivamente usando funciones de curva de conicidad. De igual forma, trazando curvas de conicidad para diferentes períodos de tiempo en la misma gráfica, se revelan claramente posibles errores de medición. Las funciones de curvas de conicidad además consideran el área del tronco del fuste a ser calculado. Esto puede ser usado en estudios de crecimiento.

Las funciones de curvas de conicidad pueden además ser usadas como una ayuda en la formulación de tablas de peso para fustes. La gravedad específica de la madera cambia al moverse desde la médula hasta la corteza como una función del radio r .

Considere la ecuación describiendo la densidad de la madera como una función del radio r , así:

$$\epsilon = f(r)$$

Denote la función de curva de conicidad como $d_l = f(l)$. Entonces, el peso del fuste es obtenido con los métodos frecuentemente aplicados en física para determinar la masa de una partícula no homogénea con la integral

$$M = \int_l^h \left(\int_0^{\frac{d_l}{2}} \varepsilon \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \, dr \right) dl = 2 \cdot \pi \int_l^h \left(\int_0^{\frac{d_l}{2}} \varepsilon \cdot r \, dr \right) dl$$

La solución de la integral en forma analítica, depende de la función de densidad y de la función de curva de conicidad. En todo caso, las integrales en cuestión pueden ser resueltas numéricamente.

Las funciones de curva de conicidad constituyen un medio efectivo para estudiar cambios en la forma del fuste como una función de la edad o, para estudiar las formas del fuste de diferentes variedades de una misma especie de árbol. Los factores de forma (f y f_{1b}) que describen la forma del fuste son fáciles de calcular con una función de curva de conicidad. Además, mediante la utilización de la curva de conicidad sin corteza puede hacerse una estimación volumétrica, longitudinal o diametral de productos forestales provenientes del fuste del árbol, excluyendo la corteza; así como el cálculo de coeficientes de corteza para árboles de distintos tamaños.

La densidad del rodal, tipo de sitio u otros factores ambientales pueden desde luego ser incluidos en las funciones de corrección de una curva de conicidad en la misma forma que Kilkki y Varmola (1981) probaron la inclusión de la longitud de la copa como una variable exógena en un modelo simultáneo. Las curvas de conicidad pueden, de esta forma, ser usadas para determinar los factores que afectan el desarrollo de los rodales.

3.1.6. El relascopio en la medición forestal

En 1948 el ingeniero forestal Dr. W. Bitterlich publicó un procedimiento nuevo para la medición de poblaciones forestales, basado en parcelas de prueba circulares de dimensiones variables. Elaborado a partir de una ingeniosa fórmula matemática, el procedimiento, completamente distinto de todos los aplicados hasta entonces, se divulgó de inmediato por la facilidad de su aplicación, por su rapidez y por la exactitud de los resultados. (23)

La determinación del área basimétrica de una población, primordial en toda medición forestal, se reduce, por el método de Bitterlich, a una serie de recuentos sencillos. No hay más necesidad de medir diámetros ni distancias, ni consultar tablas o hacer largos cálculos. Lo único que debe hacer el observador es contar los árboles cuyo diámetro aparente, visto desde un punto del bosque, abarca un ángulo de visión superior a un ángulo límite dado. El promedio de varios de esos recuentos le da el área basimétrica de la población. (23)

El postulado de Bitterlich se puede enunciar como sigue:

"Si desde un punto cualquiera en medio de un bosque observamos todos los árboles que tenemos alrededor nuestro, y contamos aquellos cuyo diámetro a altura del pecho abarca un ángulo de visión mayor de un ángulo dado, el número de árboles contados está en relación directa con el área basimétrica por hectárea". (23)

Para hacer el recuento se utilizó al principio un instrumento sencillo formado por una vara con una chapa pequeña transversal en la punta, que intercepta el ángulo requerido. Luego, los forestadores norteamericanos utilizaron prismas con poder de refracción del mismo valor angular.

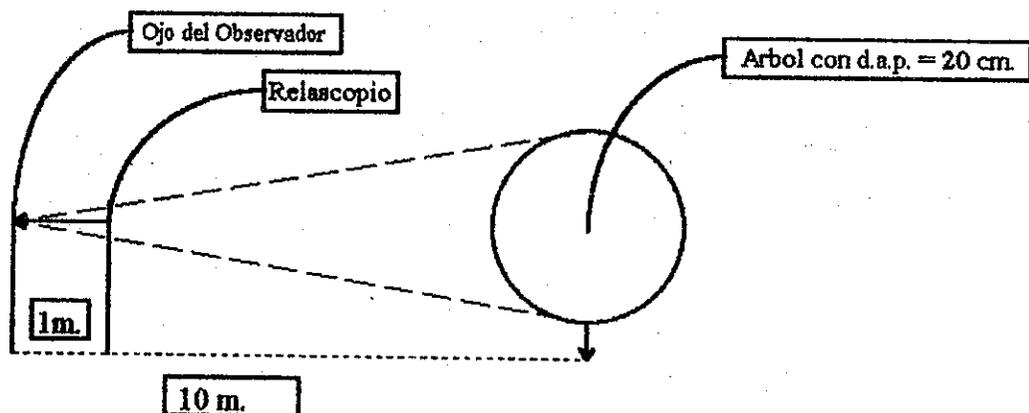
Posteriormente Bitterlich desarrolló un aparato óptico especial para ese efecto, el *relascopio*. Mejorado en 1958, el nuevo relascopio no solo facilita el recuento angular y corrige automáticamente la distorsión debida a la inclinación de la visual y de la pendiente del terreno, sino que tiene además una serie de escalas hipsométricas y varias marcaciones destinadas a medir distancias, diámetros e indirectamente, el volumen de árboles y de la masa total.

En la medición de bosques naturales es donde el relascopio tiene sus mayores ventajas porque acorta y simplifica el duro trabajo de inventariar masas muy irregulares, con visibilidad reducida y difícilmente penetrables. (23)

En la práctica, las mediciones se pueden realizar con un relascopio simple, que puede ser una "plaquita" de un ancho determinado. Esta es ubicada a una distancia fija del ojo del observador, el cual, parado en un punto fijo dentro del rodal, observa todos los árboles alrededor suyo y cuenta aquellos cuyo diámetro, a 1.3 m. del suelo, aparenta ser

mayor que el ancho del relascopio. Esta *prueba de numeración angular* se repite en otros puntos o centros de numeración. El ángulo que resulta de combinar el valor de la distancia entre el ojo del observador y el relascopio; con el ancho mismo del relascopio se llama *ángulo de barrido*. El promedio aritmético del número de árboles contados en las pruebas, multiplicado por un factor que está en función del ángulo de barrido, representa el área basimétrica del bosque en m^2 por hectárea.

Para mostrar el fundamento teórico del postulado de Bitterlich, se ejemplificará asumiendo que se cuenta con algunos datos provenientes de mediciones en el campo. Considerese un árbol con un d.a.p. de 20 cm. Es evidente que si este árbol está a 10 m. del observador, su diámetro aparente coincidirá con el ancho de un relascopio de 20 cm. colocado a 1 metro del ojo del observador.



Si este árbol está a más de 10 m., su diámetro aparente será menor que el ancho del relascopio y el árbol no tendrá que ser contado. En cambio, si estuviera a menos de 10 m. del observador, su diámetro parecerá ser superior al ancho del relascopio y el árbol se contará. De esto resulta que un árbol de 20 cm. de d.a.p. tiene que estar adentro de una parcela de 10 m. de radio, o sea de 20 m. de diámetro para que pueda ser contado.

La superficie de esta parcela circular de 20 m. de diámetro es de $314.16 m^2$ y la sección transversal o área basimétrica del árbol de 20 cm. es de $0.031416 m^2$. Si en una

parcela de 314.16 m², hay 0.031416 m² de área basimétrica, en 10,000 m² (1 ha.), habrá 1 m² de área basimétrica.

De la misma manera, un árbol de 30 cm. de diámetro, para que sea contado, debe encontrarse a no más de 15 m. del observador; un árbol de 60 cm. de diámetro, a no más de 30 m., etc. A esos árboles corresponden parcelas de 30 y 60 m. de diámetro, respectivamente, y cada uno de esos árboles contados representa 1 m² de área basimétrica por hectárea.

"Para cada árbol contado se ha delimitado una parcela específica, para árboles de menor diámetro la parcela es menor, para los de mayor diámetro la parcela es mayor, puesto que el diámetro de las parcelas es función directa del diámetro del árbol considerado. Por eso, el procedimiento Bitterlich se conoce como *prueba de parcelas circulares de dimensiones variables*" (23).

En la explicación presentada anteriormente, se consideró únicamente el caso en el cual cada árbol contado equivalía a un 1 m² de área basimétrica por hectárea. Esto significa que su *factor de numeración*, o sea el factor por el cual ha de multiplicarse el número de árboles incluidos en la observación, para obtener el área basimétrica por hectárea; era igual a 1. Sin embargo este valor puede cambiar, en función del ángulo de barrido. Por ejemplo, en lugar de establecer parcelas circulares cuyo diámetro sea 100 veces el diámetro del árbol, se puede establecerlas de 50 veces el diámetro, utilizando un relascopio de 4 cm. a una distancia de 1 m. del ojo del observador. En este caso, el factor de numeración sería igual a 4. El principio teórico del relascopio se explica más ampliamente en el apéndice 1.

3.1.7. Las Tablas de Volumen de Rodal

Estas tablas adquieren su nombre en virtud de que tiene utilidad para la estimación del volumen de madera existente en un bosque, expresado con dimensionales cúbicas por una unidad de superficie. Las mediciones que se han de llevar a cabo en los rodales, para poder utilizar la tabla de volumen de rodal son, usualmente, el área basal por hectárea del rodal, y la altura promedio de los árboles presentes en el sitio.

Como antecedente del uso de este tipo de tablas, Soza y Caballero (21) indican que "usualmente las existencias volumétricas de una masa forestal, se obtienen efectuando

mediciones de los árboles a través de un muestreo, determinando posteriormente el volumen de esos árboles con "tablas de volumen por árbol". Este procedimiento dificulta el cálculo del volumen de la masa directamente en el campo. Una alternativa para calcular el volumen directamente en el terreno, a partir de variables de rápida obtención, como el área basal del arbolado por unidad de área y la altura promedio del mismo, los constituyen las "Tablas de Volumen para rodales", que se definen como: "El volumen por unidad de área de una masa, dada la altura y el área basal de la misma".

Al mencionar la importancia de estas tablas Sosa y Caballero (21), mencionan que "reduce en primer término los trabajos de campo, al sustituir la medición que se hace de cada árbol de una unidad de muestreo, por mediciones de variables generales en ésta; como es el caso del área basal por unidad de superficie, que se puede obtener rápidamente con el uso del relascopio o cuñas ópticas y la medición de la altura promedio del arbolado. Al obtener estas variables, se entra a la "Tabla de volumen para rodales", y se obtiene el volumen por unidad de superficie directamente en el campo, sin necesidad de efectuar cálculos de gabinete. Por lo anterior, el uso de este tipo de tablas disminuye los costos en trabajos de inventarios forestales, al reducir los trabajos de campo y eliminar la mayor parte de los cálculos de gabinete".

Históricamente, este tipo de tablas es usado en Europa para estimar el volumen de masas forestales desde mediados del siglo pasado. "A mediados del siglo XIX se utilizó la fórmula alemana ($V=B.H.F$) para expresar el volumen por unidad de área, en función del área basal normal, la altura media de la masa y un factor de forma de la misma"(21).

"En este siglo, la estimación directa del volumen de una masa constituye ya una parte establecida en el campo de la medición forestal. En los años de 1946 y 1948, Spurr publicó en Estados Unidos tablas de volumen para rodales en *Pinus strobus* y *Pinus taeda*, basadas únicamente en la altura del arbolado".(21)

"El mismo Spurr en 1952 publicó una serie de trabajos, relativos a estimación directa del volumen de una masa, en función de la altura y el área basal de ésta. Estos trabajos se hicieron para masas con diferentes características, probando dos modelos matemáticos (la fórmula australiana y la variable combinada), obteniendo en todas las pruebas efectuadas errores menores del 10%".(21)

"En el año de 1954, Nyssonen, A. publicó en Helsinki, un trabajo enfocado a la estimación directa del volumen de una masa, haciendo uso del relascopio de Bitterlich.

Presenta una tabla de volumen por rodal, la cual está en función del área basal y la altura media de la masa, obteniendo el volumen por unidad de área, con un error inferior al 10%".(21)

"Un trabajo presentado por Kirby en el año de 1966 en Estados Unidos, analiza la relación lineal del volumen por unidad de área basal y altura promedio, en masas de *Picea*."(21)

"Mas recientemente, Alemdag publicó en Canadá tablas de volumen por rodal para *Picea glauca* y *Pinus contorta* en 1973. Este estudio presenta tres funciones de regresión y las tablas de doble entrada correspondientes a estas dos especies. En este trabajo se menciona que las tablas elaboradas, tienen un gran número de aplicaciones en el cálculo de volúmenes, especialmente cuando se hacen estimaciones de área basal por medio de relascopio".(21)

3.2. MARCO REFERENCIAL

3.2.1. Ubicación geográfica del área de estudio

El estudio se llevó a cabo en las áreas de distribución natural del *P.pseudostrobus* de los departamentos de Chimaltenango y Sololá. Estos departamentos se localizan en el altiplano central del país. Su ubicación geográfica en el país, se presenta en la Figura 1.

3.2.2. Zona de Vida

El área de estudio se encuentra dentro de las zonas de vida Bosque Muy Húmedo Montano Bajo Sub-Tropical predominantemente y en segunda instancia en el Bosque Húmedo Montano Bajo Sub-Tropical (4). Ver Figura 2.

Altitudinalmente se ubica entre los 1,800 a 3,000 msnm, con precipitación pluvial entre 2,065 a 3,900 mm anuales.; y En el Bosque húmedo Montano bajo sub tropical a una altitud de 1,500 a 2,400 msnm con precipitación entre 1,057 a 1,588 mm anuales.(4)

4.2.3. Climatología

De acuerdo al mapa climatológico de Guatemala (17), según Thornthwaite el área se encuentra en un clima Templado con invierno benigno dentro de un bosque húmedo con invierno seco (B'2b'Bi).

La precipitación media anual oscila entre 1,000 y 2,000 mm distribuidos aproximadamente en 120 a 140 días anuales. (10)

La Evapotranspiración según Thornthwaite oscila entre 700 a 800 mm. (10)

4.2.4. Geología

Los materiales geológicos del área de estudio son básicamente:

Tv. Terciarios. Rocas volcánicas sin dividir, predominando el mioplioceno. Incluye tobas coladas de lava, material lahárico y sedimentos volcánicos.

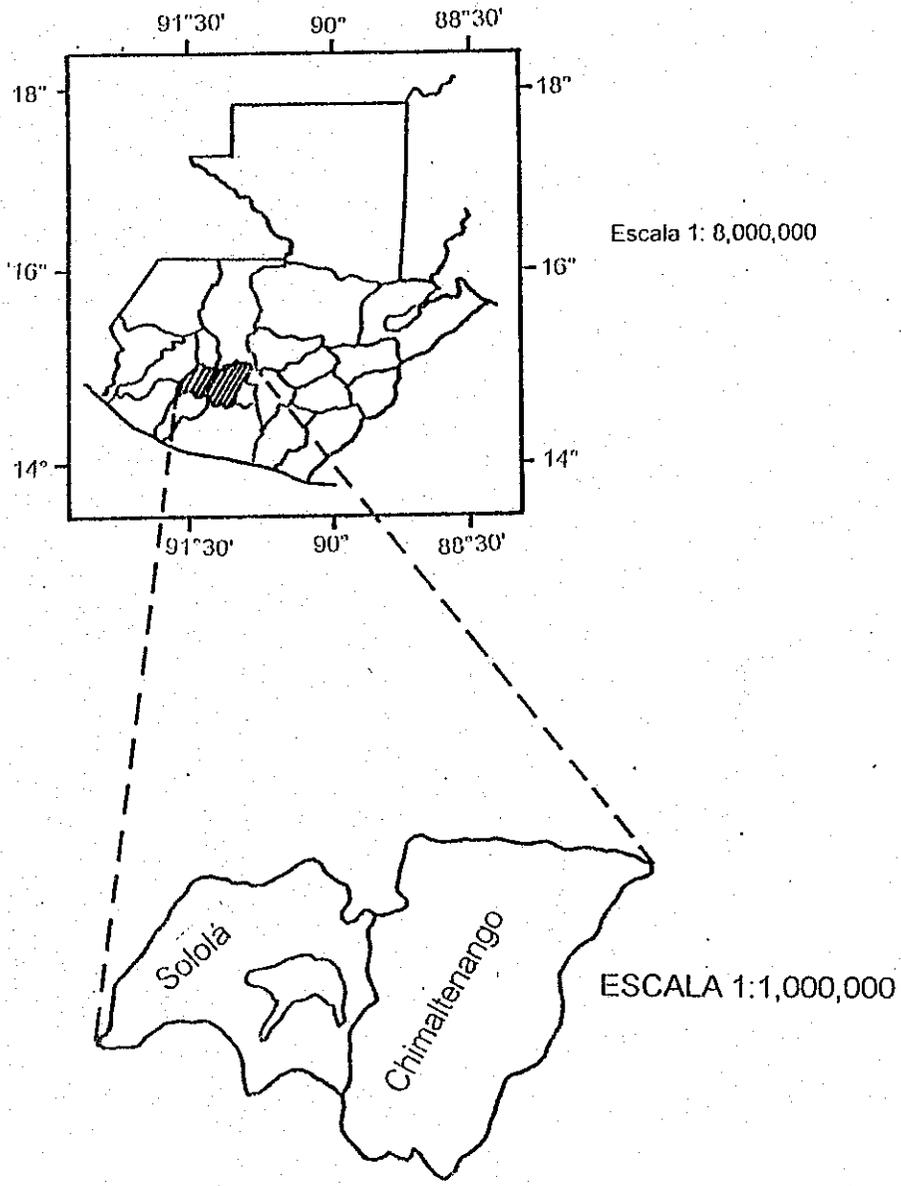
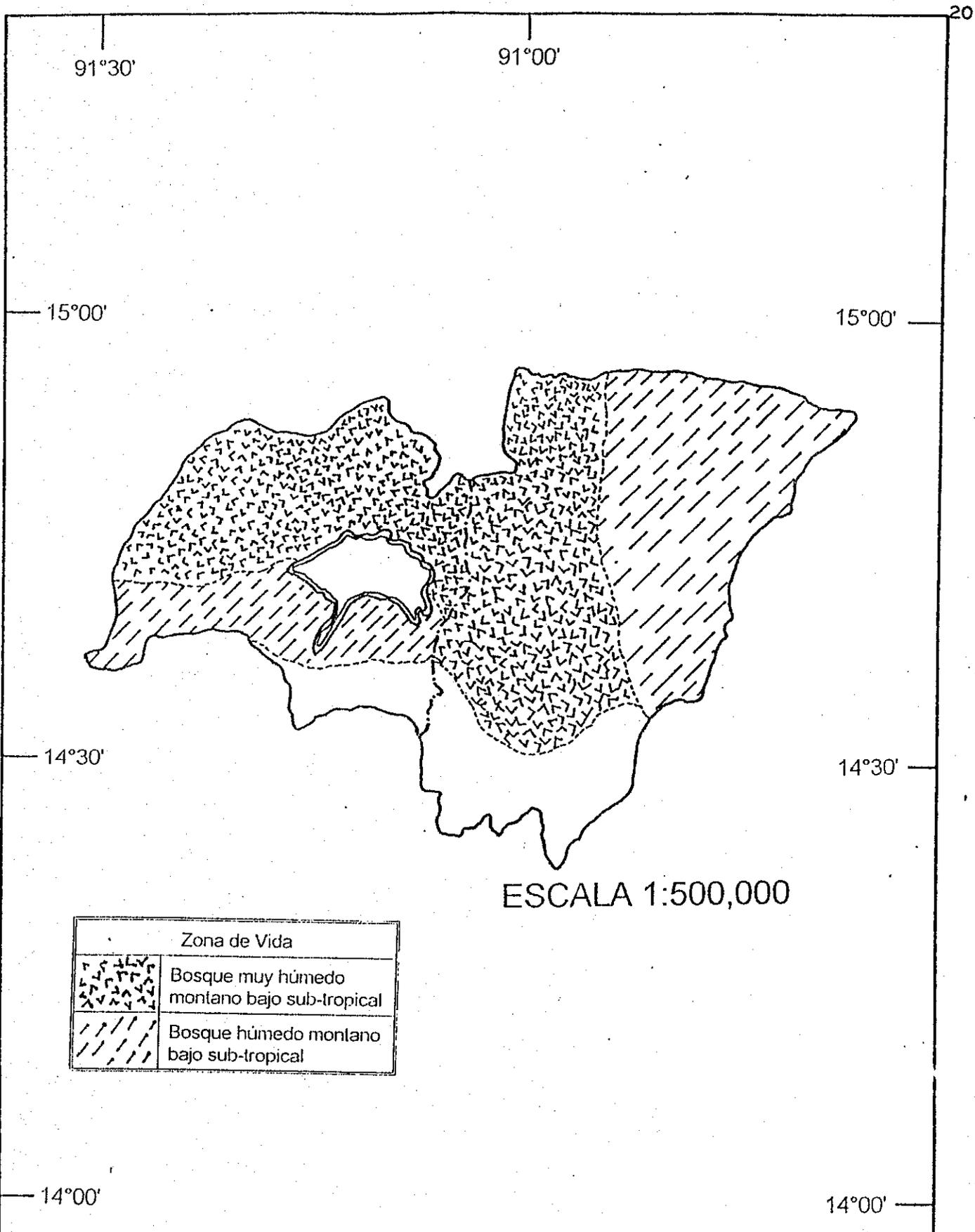


Figura 1: Ubicación geográfica del área de estudio (Departamentos de Chimaltenango y Sololá)



Zona de Vida	
	Bosque muy húmedo montano bajo sub-tropical
	Bosque húmedo montano bajo sub-tropical

Figura 2. Zonas de vida del área de estudio (Departamentos de Chimaltenango y Sololá).

Op. Cuaternario. Rellenos y cubieras gruesas de ceniza pómez de origen diverso. (7)

4.2.5. Suelos

Los suelos presentes en el área de estudio son principalmente, suelos desarrollados sobre ceniza volcánica a elevaciones altas, según el mapa de génesis de suelos (9). Estos suelos son de relieve muy variable, presentando planicies ondulantes, valles rellenos, barrancos profundos con paredes casi verticales y montañas muy quebradas. En forma general, estos suelos presentan texturas franco arenosas, franco arcillosas y francas. Es un área que tiene una susceptibilidad a la erosión que, según el mapa de susceptibilidad a la erosión (9), se califica como de grande o alta a muy grande o muy alta.

Según la clasificación a nivel de reconocimiento hecha por Simmons et al (20), en el área se encuentran las siguientes series de suelos:

1. Quiché
2. Tecpán
3. Tolimán
4. Patzité
5. Totonicapán.

Serie de suelos Tecpán

Los suelos Tecpán, son profundos, bien drenados, desarrollados sobre ceniza volcánica blanca, porosa y de grano relativamente fino, en un clima frío húmedo seco. Ocupan llanuras de casi planas a onduladas a elevaciones medianas en la parte sur central de Guatemala. Están asociados con los suelos Cauqué, Tolimán y Patzicia, pero son más arenosos, tienen suelos superficiales más profundos y ocupan terrenos menos inclinados que éstos y están desarrollados sobre ceniza volcánica blanca o pomácea, mientras que los Patzicia han sido influenciados por materiales de color oscuro. La vegetación natural consiste de Pino y Encino, pero casi todo se ha limpiado y está intensamente cultivado.(20)

Se encuentran localizados en los departamentos de Chimaltenango y Sacatepéquez. Ocupan la planicie que se extiende desde Chimaltenango hasta Tecpán.(20)

Serie de suelos Tolimán

Son suelos profundos, bien drenados, desarrollados sobre ceniza volcánica de color claro, en un clima frío y húmedo-seco. Ocupan relieves de ondulados a inclinados a relativamente gran altitud en la parte sur-central de Guatemala. Están asociados con los suelos Camanchá, Patzité y Atitlán, pero se encuentran a elevaciones más bajas que los dos primeros, son menos arcillosos que los Cauqué y menos pedregosos que los Atitlán. Ocupan posiciones similares a las de los suelos Sinaché, pero no están tan bien desarrollados ni tan arcillosos como éstos. La vegetación natural consiste principalmente de Encino y Pino.(20)

Se encuentran en la vecindad del Lago de Atitlán en el departamento de Sololá y en los departamentos de Chimaltenango y Suchitepéquez.(20)

Serie de suelos Totonicapán

Los suelos Totonicapán son profundos, bien drenados desarrollados sobre ceniza volcánica o roca de color claro en un clima frío; húmedo. Ocupan relieves de inclinados a suavemente ondulados a gran altitud en el sur-oeste de Guatemala. Están asociados con los suelos Camanchá y Patzité, pero se encuentran a mayor altura y tienen suelos superficiales más profundos que éstos. La vegetación natural consiste de Pino, Pinabete, Ciprés, Encino y pastos.(20)

Se encuentran en el sur-oeste de Guatemala, al oeste de Tecpán en los departamentos de Totonicapán, Chimaltenango, Sacatepéquez, Suchitepéquez y Sololá.(20)

4.2.6. Hidrología

El área de estudio se encuentra en la parte alta de las cuencas siguientes:

En la vertiente del Mar de las Antillas.

CUENCA DEL RIO GRANDE O RIO MOTAGUA.

En la vertiente del Pacífico.

CUENCA DEL LAGO DE ATITLAN

CUENCA DEL RIO MADRE VIEJA

CUENCA DEL RIO COYOLATE. (8)

Ver figura 3.

4.2.7. Región fisiográfica

El área de estudio se encuentra entre las regiones fisiográficas de:

Tierras altas volcánicas

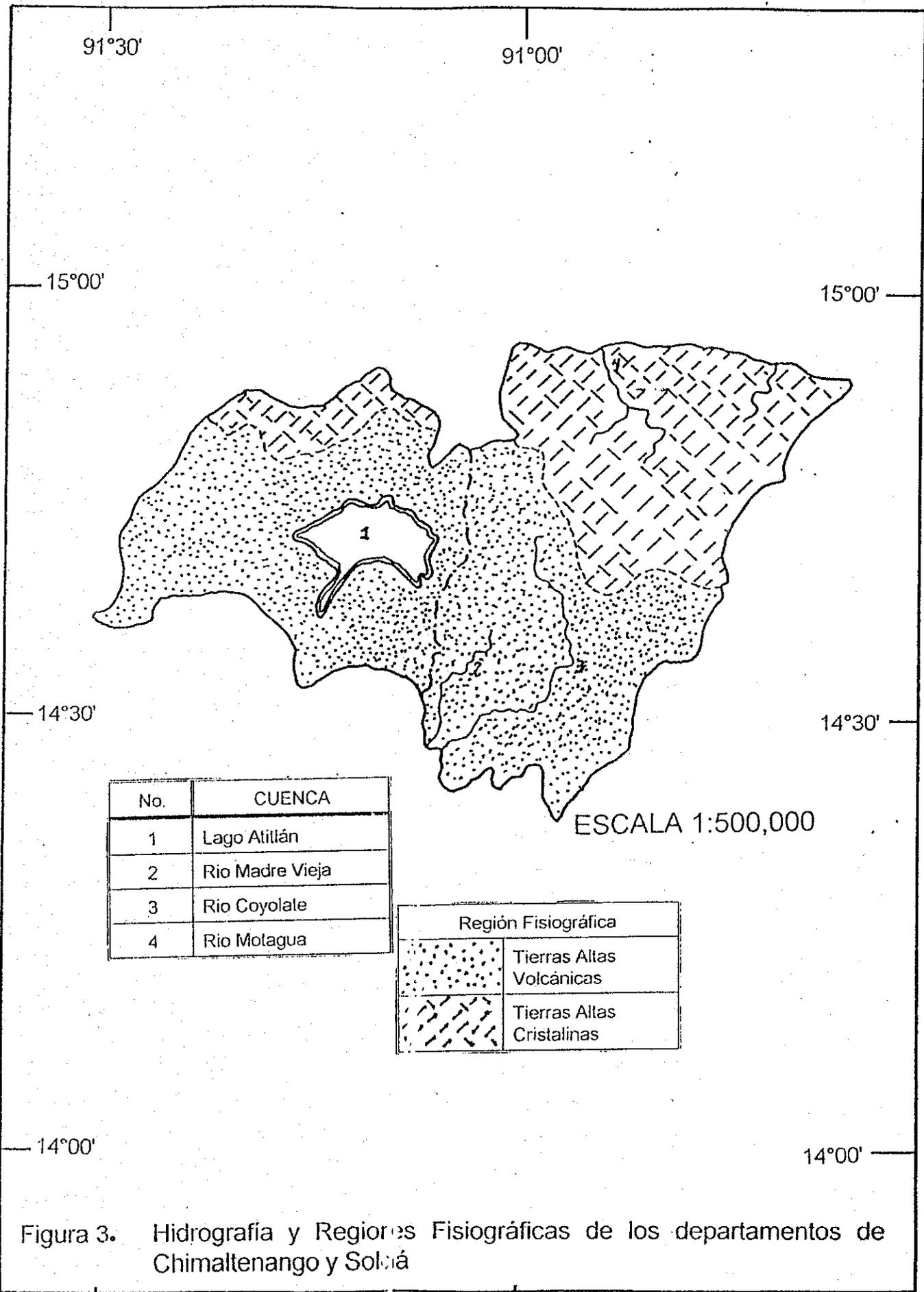
En Guatemala ha existido actividad volcánica desde el paleozóico, intensificada durante el terciario. En esta región, las erupciones de tipo de grieta lanzaron cantidades de material -principalmente basalto y riocacita- que cubrieron las formaciones de tierra preexistentes, desarrolladas sobre el basamento cristalino y sedimentario que se encuentra hacia el norte.(9) La formación de esta región volcánica fue seguida por fallas causadas por tensión local, la cual, quebró y movió el material de la superficie como, por ejemplo, el valle hendido (graben) en que está localizada la ciudad de Guatemala. (9)

Varias cuencas de esta región han sido parcialmente llenadas con pómez cuaternario, lo que proporciona un paisaje muy contrastado con las áreas volcánicas escabrosas que las rodean. Los valles en los que se localizan las ciudades de San Marcos, Sololá, Chimaltenango y la ciudad de Guatemala, son ejemplos característicos.(9)

Tierras altas cristalinas

Serpentinas, gneisses y esquistos dominan esta región, apareciendo algunas áreas de material plutónico, principalmente granito, que forman una región distinta tanto de los estados sedimentarios del norte, como de las regiones volcánicas del sur.(9)

Esta área se ubica entre dos sistemas de fallas que han estado en evolución desde el paleozóico. El patrón de drenaje a través de esta región es muy ilustrativo, ya que los cursos de los ríos Cuilco, Chixoy y Motagua están controlados por las diversas fallas existentes(9). Ver figura 3.



No.	CUENCA
1	Lago Atitlán
2	Rio Madre Vieja
3	Rio Coyolate
4	Rio Motagua

Región Fisiográfica	
	Tierras Altas Volcánicas
	Tierras Altas Cristalinas

ESCALA 1:500,000

Figura 3. Hidrografía y Regiones Fisiográficas de los departamentos de Chimaltenango y Solalá

4. OBJETIVOS

- Elaborar curvas de conicidad para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en los departamentos de Chimaltenango y Sololá
- Construir una tabla de Volumen de Rodal para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en los departamentos de Chimaltenango y Sololá

5. METODOLOGIA

La fase de campo de la investigación se realizó en fincas forestales que contaban con la presencia, en forma natural, de la especie *Pinus pseudostrobus* como especie dominante, particularmente, en rodales sin intervenciones severas recientes. Estas fincas se encuentran en la zona de vida Bosque Muy Húmedo Montano bajo y Bosque Húmedo Montano bajo. En los rodales estudiados se encontraron además otras especies arbóreas siendo las más importantes, algunas del género *Quercus*, así como *Alnus*, *Arbutus*, *Cupressus*, entre otras de menor ocurrencia.

Los bosques de los cuales fueron obtenidos los datos de esta investigación, presentan diversos valores altitudinales que van desde 1800 hasta 2600 msnm, aproximadamente, con valores de pendiente del 0% hasta terrenos con valores alrededor del 100%.

El listado de las fincas en las cuales el trabajo fue realizado, así como su ubicación geográfica y nombre de propietario, se presentan a continuación en el Cuadro 1. Su ubicación geográfica también puede visualizarse en el mapa presentado en la Figura 4.

Cuadro 1. Nombre, ubicación geográfica y propietario de las fincas en donde fue realizada la etapa de campo para la obtención de Curvas de Conicidad y Tabla de Volumen de rodal para *Pinus pseudostrobus* en los departamentos de Chimaltenango y Sololá.

NOMBRE DE LA FINCA	COORDENADAS GEOGRAFICAS	PROPIETARIO
CHIMALTENANGO		
Finca Pachalí-Miramar	Lat. 14°45'30" N. Long. 91°03'20" O.	CONDESA
Finca Panicanachú	Lat. 14°44'55" N. Long. 91°02'30" O.	Alejandro Jarquín
Finca Chirijuyú	Lat. 14°42'20" N. Long. 90°58'20" O.	Mirtha E. Carboni de Glinz
Finca Patzicap	Lat. 14°44'55" N. Long. 91°00'30" O.	Alejandro Jarquín
Finca La Visión	Lat. 14°44'50" N. Long. 90°57'40" O.	PROTECSA, S.A.
Finca Las Carretas	Lat. 14°49'55" N. Long. 90°47'10" O.	Eliseo de la Roca
SOLOLA		
Finca Santa Victoria	Lat. 14°15'50" N. Long. 91°05'10" O.	Empresas Agrícolas San Sebastian, S.A.
Santa Lucía Uatlán	Lat. 14°16'15" N. Long. 91°16'05" O.	Bosque comunal

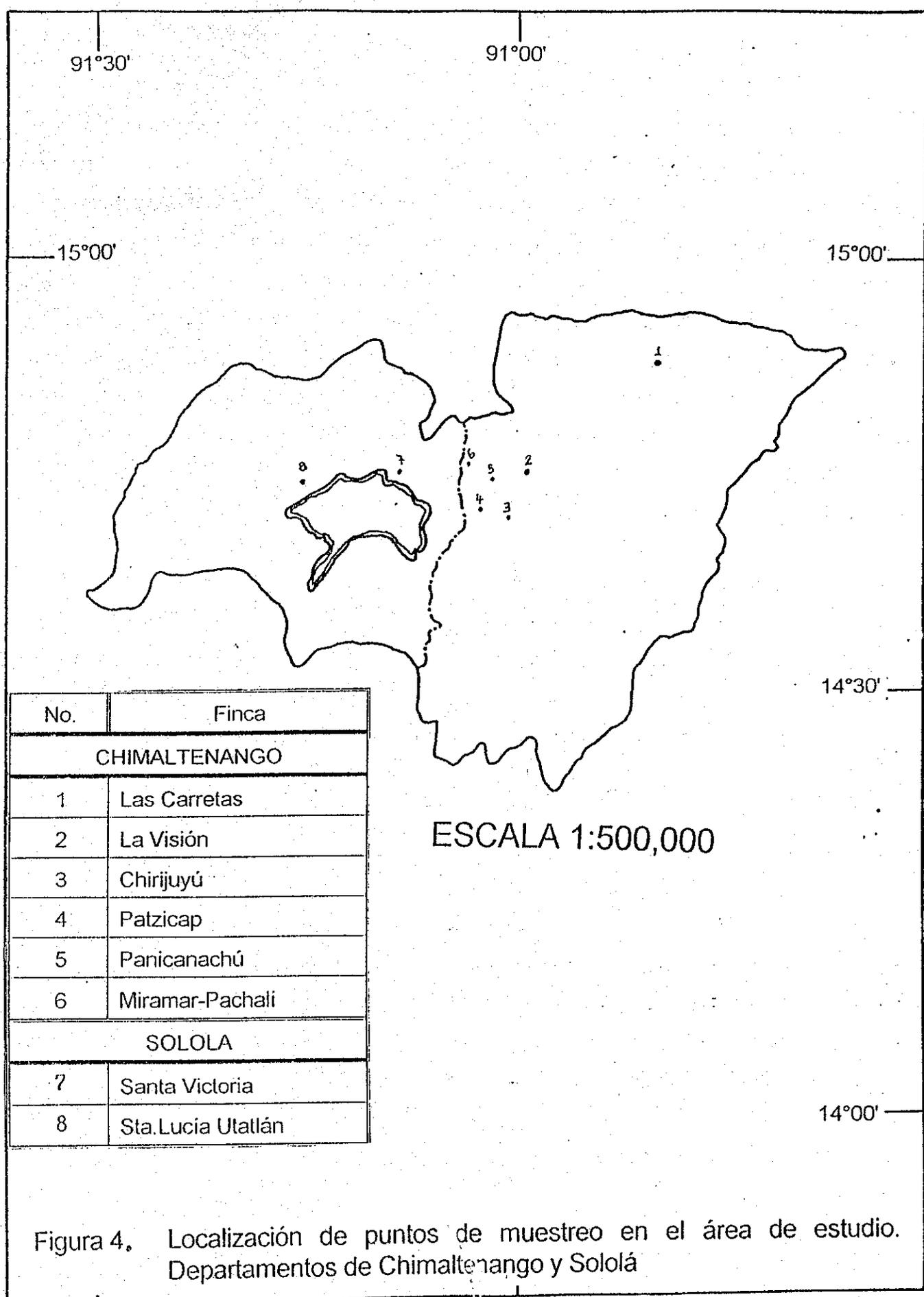


Figura 4. Localización de puntos de muestreo en el área de estudio. Departamentos de Chimaltenango y Sololá

El primer paso para la realización de la etapa de campo de esta investigación fue obtener, a través de DIGEBOS (Dirección General de Bosques y Vida Silvestre), información al respecto de las fincas forestales que, en los departamentos de Chimaltenango y Sololá, contaran con rodales que tuvieran las características que la realización del trabajo exigía, y que además contaran con una licencia de aprovechamiento. Luego, les fue planteado a los propietarios de las fincas el proyecto de investigación, a la vez que se les solicitaba su colaboración en el sentido de autorizar que las mediciones pudieran ser realizadas en los rodales y árboles que fueran seleccionados. Dentro de estas fincas, como primer paso, se realizó un reconocimiento general del área a través de caminamientos, con el fin de constatar la presencia y condición de los rodales, y ubicar, dentro de cada finca, los puntos exactos de muestreo.

5.1. CURVAS DE CONICIDAD

Las curvas de conicidad, son producto del análisis de los datos obtenidos a partir de la medición directa sobre árboles apeados. Es decir, estas curvas son la representación gráfica de ecuaciones matemáticas que reflejan la relación entre el diámetro fustal y la altura del árbol.

5.1.1. Selección de árboles

Para la selección de los árboles muestra se consideró un valor mínimo de DAP de 10 cm. Los árboles tumbados debían ser representativos de la clase diamétrica a que pertenecían. Fueron seleccionados individuos con fustes rectos para facilitar las mediciones, sin signos de haber sido ocoteados, descortezados o resinados; y con un estado fitosanitario adecuado.

5.1.2. Tamaño de la muestra:

Considerando que la forma de tener una representación muestral adecuada de la población o universo, era distribuir las unidades de muestreo en todas las clases

diamétricas existentes en los rodales; se tomaron 4 árboles por clase diamétrica. El rango utilizado para definir las clases diamétricas fué de 5 cm. El valor mínimo de d.a.p. considerado fue de 10 cm. y el valor máximo encontrado fué de 58 cm. De esto resultó una muestra total de 40 árboles distribuidos en 10 clases diamétricas.

5.1.3. Definición de variables

La descripción de la conicidad de un árbol, requiere la medición de diámetros fustales a diferentes alturas. Por lo tanto, las variables medidas en cada árbol, fueron las siguientes:

- altura total (m.): Esta se midió con cinta métrica desde la superficie del suelo hasta la punta del árbol. El dato de altura total, fue la base para definir los demás puntos de medición, es decir, las alturas relativas.
- DAP (cm.): Fue medido con cinta diamétrica, y fue medido también el grosor de la corteza (cm.) con un medidor de corteza. El DAP fue medido siempre antes de tumbar el árbol. La ubicación y medición de este punto (1.3m. del suelo) es importante porque era el lugar de referencia para realizar las demás mediciones de diámetro a lo largo del fuste.
- Mediciones de diámetro a lo largo del fuste (cm.): Las mediciones de diámetro fueron realizadas en cada árbol con y sin corteza, utilizando cinta diamétrica y medidor de corteza. Se consideró la medición a varias alturas relativas. Los puntos proporcionales de medición fueron 1%, 2.5%, 5%, 7.5%, 10%, 15%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% de la altura total del árbol.

5.2. TABLA DE VOLUMEN DE RODAL

A diferencia de las curvas de conicidad, la tabla volumétrica de rodal es producto de mediciones en parcelas como unidad de muestreo y no sobre árboles individuales. En estas parcelas fue recabada información acerca de su área basal, la altura media de los árboles presentes y el volumen total de los mismos. Por lo tanto, el producto de estas mediciones es una representación tabular de la relación de las variables del rodal área

basal por hectárea, altura media y volumen por hectárea, para la especie *Pinus pseudostrobus*.

5.2.1. Tamaño de la muestra

Al no existir criterios establecidos respecto a un tamaño de muestra mínimo, fue establecido un tamaño de muestra de 40 parcelas distribuidas en los diferentes sitios de muestreo. Para el levantamiento de las parcelas de medición se consideró la inclusión de muestras de rodales del más amplio rango de variación posible en cuanto a valores de densidad, tamaño de árboles, pendiente de los terrenos, altitud, etc.

5.2.2. Selección de puntos de muestreo

Los puntos de levantamiento de las parcelas de muestreo fueron ubicados en rodales puros de *Pinus pseudostrobus* que no presentaban evidencias de intervenciones considerables; y con una densidad que podía considerarse completa. Es decir, al seleccionar los puntos de muestreo, se buscaron lugares que presentaran las condiciones naturales de crecimiento de la especie en la región. Al seleccionar los puntos exactos de levantamiento de parcelas de muestreo se trató de incluir muestras de diferentes tipos de rodales en cuanto a su densidad, tamaño de los árboles, apariencia general, etc.

5.2.3. Tamaño y forma de las parcelas

Se consideró el levantamiento de parcelas de medición de forma circular por la facilidad que presenta en el campo para la inclusión de todos los árboles y para la medición de cada uno de ellos, en relación a las parcelas de forma cuadrada o rectangular.

En esas parcelas circulares, fueron incluidos para su medición todos los árboles que se encontraban dentro de un radio de 15 metros. Es decir, la parcela tuvo un área aproximada de 706.9 m².

5.2.4. Definición de variables

En las parcelas de medición, para la generación de tablas de volumen de rodal, las variables consideradas fueron las siguientes:

- DAP (cm.): A cada uno de los árboles de las parcelas se les midió el DAP, el cual fue tomado como base para el cálculo de área basal por parcela y por hectárea. El DAP se midió con cinta diamétrica.
- ALTURA TOTAL (m.): La altura total de todos los árboles presentes en la parcela se midió indirectamente, a través de la medición de ángulos de inclinación y de depresión con clinómetro a una distancia horizontal establecida.
- VOLUMEN TOTAL (m³): El DAP y la altura total de los dos árboles, se tomarón como variables independientes para la estimación del volumen total de cada árbol, el cual sirvió de base para el cálculo de volumen por parcela y volumen por hectárea. Para ello fue utilizada la siguiente ecuación de volumen total con corteza para *P.pseudostrobus*.

$$V = 0.000054738134 * D^{1.916564301335} * H^{0.933607299271}$$

donde V = volumen total con corteza en m³ para árbol individual

D = diámetro 1.3 m. de altura, en cm.

H = altura total del árbol en m.

Esta ecuación de volumen se obtuvo a partir de las mediciones sobre árboles individuales hechas en la fase de campo de este trabajo, y descritas en el inciso 5.1. El ajuste de este modelo se llevó a cabo mediante la utilización de los programas VOLCALC y VOLTAB del sistema PSP (Palmer's Statistical Packages) (18); el cual ajusta los datos de

campo a varios modelos matemáticos mediante un análisis de regresión múltiple, y selecciona el más adecuado.

Para llevar a cabo las mediciones en las parcelas de muestreo se desarrollaron los siguientes pasos:

- a. **Establecimiento de la parcela de muestreo:** Se definió en primera instancia, la ubicación del centro de la parcela circular, pues los árboles a medir dentro de la parcela estarán en función de su posición respecto a este punto. El centro de la parcela se marcó tan visiblemente como fue posible en el campo. Los 15 metros de radio de la parcela circular, se trazaron en el campo en el plano horizontal, es decir que aunque el terreno presentara cualquier grado de inclinación respecto a la horizontal, las parcelas eran trazadas siempre en forma horizontal.
- b. **Orden de medición de los árboles:** El orden de medición en la parcela fue definido por su posición respecto a la línea de orientación al norte trazada con brújula desde el centro de la parcela. Después de establecer la orientación norte, los árboles fueron tomados dentro de un radio de 15 m. cerrando la circunferencia en el sentido de las agujas del reloj. Esto con el fin de evitar errores de omisión o de repetición en las parcelas.

5.4. PROCESAMIENTO Y ANALISIS DE DATOS

5.4.1. Curvas de conicidad

Una vez tabulados los diámetros con y sin corteza medidos a diferentes alturas relativas, se transforman a diámetros relativos tomando como referencia el diámetro medido a $0.2 h$, o al 20% de la altura total, según la fórmula de ponderación siguiente:

$$d_i = \frac{d_{ih}}{d_{0.2h}}$$

donde: d_i = diámetro ponderado

$d_{0.2h}$ = diámetro básico, 20%

d_{ih} = diámetro a la altura proporcional

La razón de lo anterior se debe a que, solo expresando ambas variables en términos relativos, la altura y el diámetro, la ecuación y/o curva de conicidad puede ser usada para la estimación de volúmenes fustales.

La ponderación originó una nueva tabulación de datos en donde tanto las alturas como los diámetros con y sin corteza, fueron expresados en términos relativos. A partir de esta tabulación, fueron ajustados los datos a distintos modelos matemáticos a través de un análisis de regresión por el método de mínimos cuadrados para poder, finalmente, seleccionar el más adecuado para representar el comportamiento real de los datos. Además, con estos datos se realizaron diagramas de dispersión, con el fin de visualizar su tendencia, y contar así con una herramienta gráfica para la selección preliminar de un modelo matemático.

Los modelos matemáticos evaluados para la representación de la función de conicidad, fueron los siguientes:

1. $D = a + bH$

2. $D = a + bH + cH^2$

3. $D = a + bH + cH^2 + dH^3$

4. $D = a + b(1/H)$

5. $D = a + b(1/H) + cH$

6. $H^2D = a + bH + cH^2$

7. $1/D = a + bH$

8. $\ln D = a + bH$

9. $\ln D = a + b \ln H$

10. $\ln D = a + b \ln H + cH$

11. $D = a + b \ln H$

12. $\ln D = a + b (1/H)$

13. $\ln D = a + b (1/H) + cH$

14. $D = a + bH + c \operatorname{sen} 2\pi H + d \cot \pi/2 H$

15. $D = aH + bH^2 + cH^3 + dH^5 + eH^{13} + fH^{21} + gH^{34}$

16. $D = \sum_{i=0}^{40} a_i H^i$

Donde D = Diámetro relativo

H = Altura relativa

\ln = logaritmo natural

a_i, b, c, d, e, f, g = coeficientes de regresión

Según Palmer (18), los modelos del 1 al 13, son modelos que representan frecuentemente la relación entre distintas variables encontradas en la naturaleza, es decir tienen una significación biológica. El modelo número 14 es el modelo matemático que presentó mejor ajuste para la representación de curvas de fuste en un estudio realizado por Cancino(3) en el CATIE en 1993. El modelo número 15 es el modelo básico que sirvió para obtener curvas de conicidad en Honduras para *Pinus oocarpa* (11). El modelo número 16, presenta una función polinomial de grado 40. Esto no significa que se haya tratado de ajustar un polinomio de 40 elementos o de grado 40; sino que, fue tomado de base este polinomio para hacer una selección de variables, (considerando a cada elemento del polinomio, como una variable), con el fin de construir, a partir de este, un modelo más sencillo utilizando únicamente las variables o elementos del polinomio que inciden realmente en mejorar el ajuste de los datos reales a un modelo matemático. Para la selección de estas variables, fue utilizado el procedimiento STEPWISE del paquete estadístico de computación SAS.

Finalmente, para optar por uno de los modelos considerados para representar la curva de fuste, se tomó como criterios de selección algunos estimadores resultantes del análisis de regresión; tales como: el valor calculado de F, el coeficiente de determinación (R^2), el Cuadrado Medio del Error y el coeficiente de variación. También, se comparó visualmente el comportamiento gráfico de los modelos respecto a la distribución de los datos reales presentada en los diagramas de dispersión; además se realizó un análisis gráfico de residuales estandarizados. Se consideró también escoger el modelo que, además de presentar adecuados indicadores estadísticos de ajuste, fuera lo más sencillo posible.

5.4.2. Tablas de Volumen de Rodal

Los datos tabulados de las mediciones de campo, fueron sometidos a análisis de regresión múltiple, teniendo como variables independientes, el área basal/ha. y la altura media del rodal; y como variable dependiente el volumen/ ha. Los modelos evaluados para la elaboración de la tabla de volumen de rodal son los siguientes:

1. $V = a + b AB$
2. $V = a + b AB + c AB^2$
3. $V = a + b AB^2$
4. $V = a + b AB^2.H$
5. $V = a + b AB^2 + c H + d AB^2.H$
6. $V = a + b AB^2 + c AB.H + d AB^2H$
7. $\ln V = a + b \ln AB$
8. $\ln V = a + b \ln AB + c \ln H$

donde: $V =$ Volumen (m^3/ha)
 $AB =$ Area Basal (m^2/ha)
 $H =$ Altura media de rodal (m)
 $\ln =$ Logaritmo natural
 $a, b, c, d =$ Coeficientes de regresión

De todos estos modelos también se tiene referencia de su utilidad en la representación matemática de fenómenos naturales. El criterio de selección del modelo más adecuado fue, en términos generales, el mismo planteado anteriormente para el caso de las curvas de conicidad.

6. RESULTADOS Y DISCUSION

6.1. CURVAS DE CONICIDAD

6.1.1. Diagrama de dispersión

La tabulación de datos provenientes del desarrollo de la fase de campo del trabajo, dió como resultado la obtención de 544 registros de altura relativa-diámetro relativo, tanto para mediciones hechas con corteza como para aquellas en donde fue excluido el valor del grosor de corteza. Estos resultados son presentados a continuación en las Figuras 5 y 6 a través del diagrama de dispersión de los datos, en el cual puede observarse en forma gráfica, el comportamiento de los valores observados en las mediciones de campo.

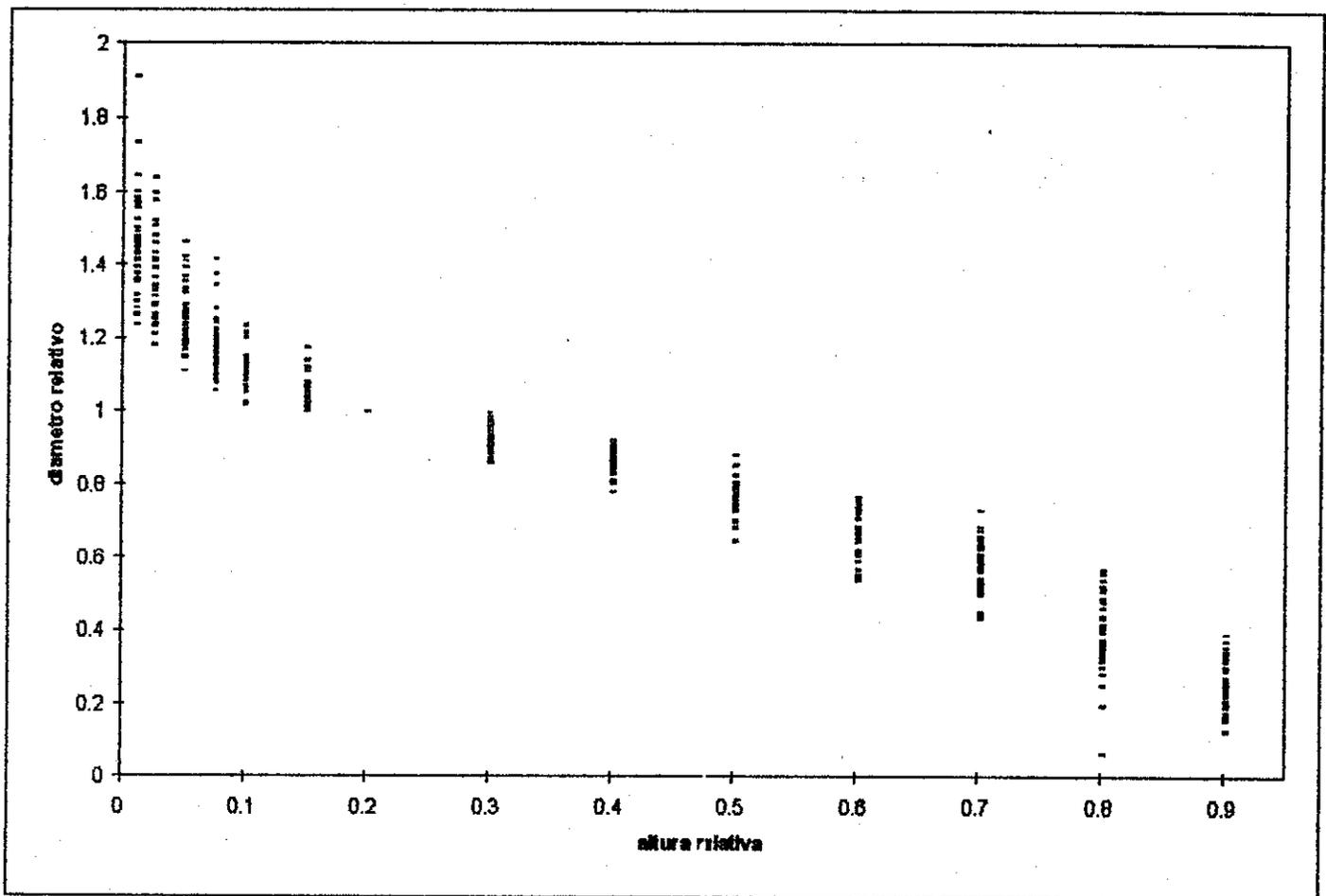


Figura 5. Diagrama de dispersión de los datos de altura relativa y diámetro relativo, considerando el grosor de la corteza para *Pinus pseudostrobus* en los departamentos de Chimaltenango y Sololá

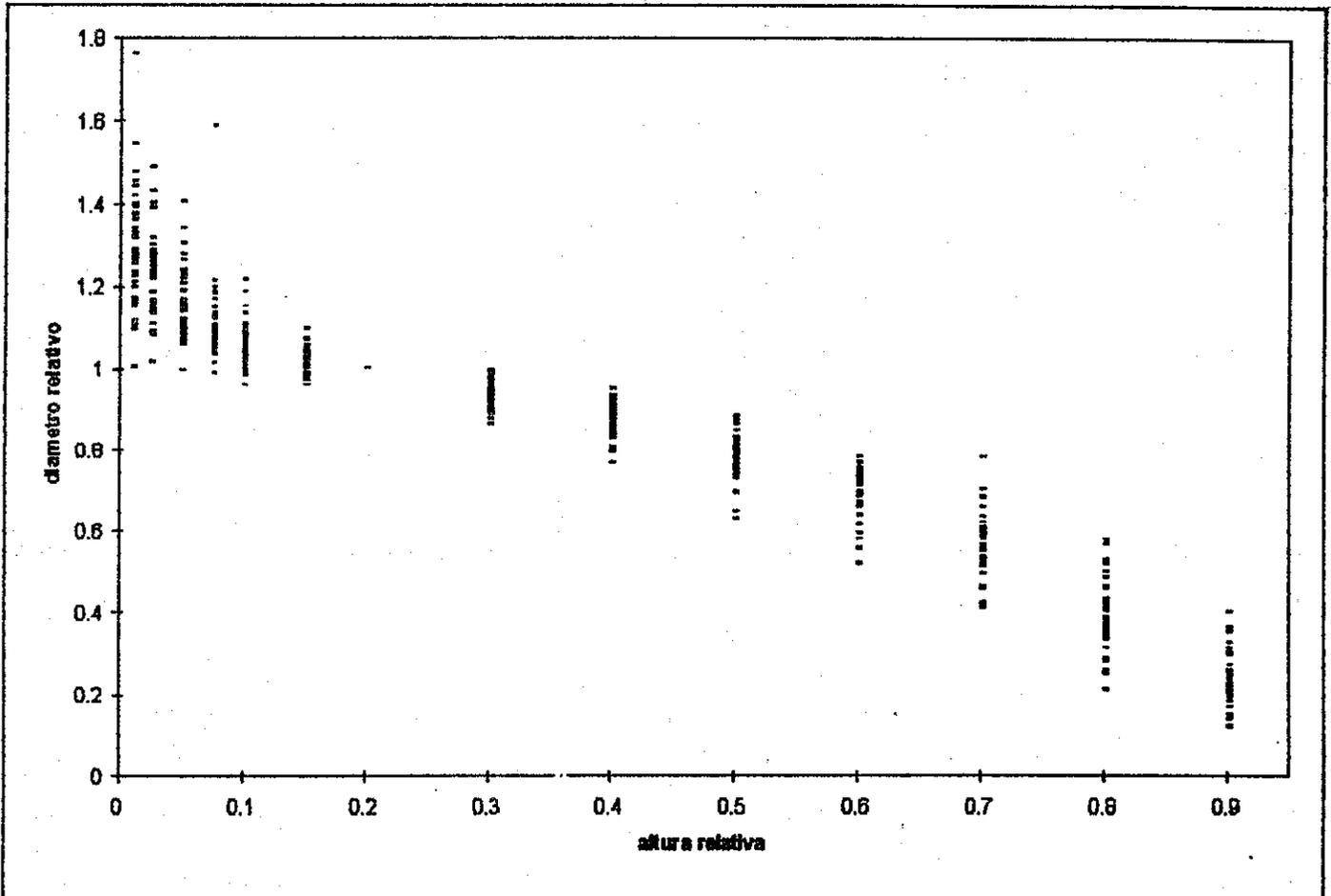


Figura 6. Diagrama de dispersión de los datos de altura relativa y diámetro relativo, sin considerar el grosor de la corteza para Finus pseudostrobus en los departamentos de Chimaltenango y Sololá

Estos diagramas de dispersión indican que para ambos casos (con corteza y sin corteza), aún con valores diferentes, los datos se distribuyen de una forma muy similar. También sugieren la posibilidad del ajuste de un modelo polinomial a tales datos.

6.1.2. Análisis de Regresión

Los datos obtenidos en la fase de campo fueron sometidos a un análisis de regresión por el método de los mínimos cuadrados, mediante el cual se ajustaron los

datos a cada uno de los modelos sujetos de evaluación, practicándoles un análisis de varianza para la posterior selección del modelo.

Puede observarse que tanto en el Cuadro 2 como en el Cuadro 3, es decir tanto para los datos provenientes de las mediciones hechas con corteza como para aquellas hechas sin corteza, y considerando como indicador de buena correlación un valor de R^2 mayor de 0.8; la mayoría de modelos evaluados se ajustan adecuadamente. Sobresalen entre ellos, los que son de tipo polinomial que presentan valores, en sus indicadores estadísticos, que indican una más alta correlación o ajuste.

Esto es debido indudablemente a que, a excepción de las funciones polinomiales de primer y segundo grado, cuyas representaciones gráficas son invariablemente una línea recta y una parábola, respectivamente; las funciones polinomiales pueden tomar gráficamente una amplia variedad de formas y comportamientos. Ello explica como es que los modelos polinomiales brindan la oportunidad de ajustar un modelo que pueda representar las diferentes intensidades de ahusamiento que, en forma natural, existen a lo largo del fuste en las coníferas.

6.1.3. Selección de modelos

Para el caso del presente trabajo, ha sido seleccionado, tanto para los datos con corteza como para los datos sin corteza, un modelo polinomial de grado 5 y grado 8 respectivamente (ver modelo 16 en los Cuadros 2 y 3). El análisis de varianza practicado a estos modelos, presentó la combinación más adecuada de valores de cuadrado medio del error, coeficiente de determinación y coeficiente de variación; en relación con los otros modelos evaluados

El valor de F , calculado para todos los modelos, descarta la posibilidad de la no existencia de correlación entre las variables consideradas, e indica que estas pueden ser ajustadas a esos modelos con una probabilidad altamente significativa. Para los modelos seleccionados, se obtuvieron valores de F de 3508.85 y 2039.784 para los datos con corteza y sin corteza respectivamente. Estos valores son altos al compararlos con el valor tabular de F al 0.01 de significancia, y con algunos de los obtenidos para otros de los modelos evaluados, lo que indica la probabilidad de obtener alta correlación entre las variables.

Cuadro 2. Resultados del análisis estadístico efectuado para la obtención de la curva de concididad con corteza para *Pinus pseudostrabus* en los departamentos de Chimaltenango y Sololá

No.	Modelo	Cuadrado Medio del Error	F	R ²	R ² Ajustado	C.V.
1	$D = a + bH$	0.01178	5488.339***	0.9035	0.9034	11.78492
2	$D = a + bH + cH^2$	0.01159	2794.783***	0.9053	0.9049	11.68888
3	$D = a + bH + cH^2 + dH^3$	0.00872	2540.165***	0.9288	0.9285	10.14029
4	$D = a + b(1/H)$	0.07231	406.421***	0.4092	0.4085	29.15603
5	$D = a + b(1/H) + cH$	0.00900	3683.729***	0.9264	0.9262	10.29973
6	$H^2D = a + bH + cH^2$	0.27096	908.155***	0.7564	0.7556	98.92740
7	$1/D = a + bH$	0.68112	590.361***	0.5019	0.5010	58.17431
8	$\ln D = a + bH$	0.04124	3062.411**	0.8394	0.8319	-110.35402
9	$\ln D = a + b \ln H$	0.09910	932.040***	0.6140	0.6133	-171.07969
10	$\ln D = a + b \ln H + cH$	0.04036	1571.146***	0.8430	0.8425	-109.18007
11	$D = a + b \ln H$	0.02149	2744.76***	0.8241	0.8238	15.91493
12	$\ln D = a + b(1/H)$	0.19468	186.779***	0.2417	0.2404	-239.77968
13	$\ln D = a + b(1/H) + cH$	0.04130	1528.678***	0.8394	0.8388	-110.44471
14	$D = a + bH + c \text{ Sen} 2\pi H + d \text{ Cot } \pi/2 H$	0.01031	1622.497***	0.9077	0.9071	10.61191
15	$D = a + bH + cH^2 + dH^3 + eH^4 + fH^5 + gH^6 + hH^7$	0.00546	2508.606***	0.9662	0.9658	8.50901
16	$D = a + bH + cH^2 + dH^3 + eH^4 + fH^5$	0.00546	3508.85***	0.9661	0.9658	8.51229

** = altamente significativo ($\alpha=0.01$)

Cuadro 3. Resultados del análisis estadístico efectuado para la obtención de la curva de conicidad sin corteza para *Pinus pseudostrobus* en los departamentos de Chimaltenango y Sololá

No.	Modelo	Cuadrado Medio del Error	F	R ²	R ² Ajustado	C.V.
1	$D = a + bH$	0.01014	4943.831**	0.8940	0.8938	11.39095
2	$D = a + bH + cH^2$	0.00982	2562.574**	0.8976	0.8972	11.20965
3	$D = a + bH + cH^2 + dH^3$	0.00855	1992.238**	0.9110	0.9105	10.45780
4	$D = a + b(1/H)$	0.06383	292.445**	0.3229	0.3318	28.57976
5	$D = a + b(1/H) + cH$	0.00955	2644.241**	0.9004	0.9001	11.05269
6	$H^2D = a + bH + cH^2$	0.71040	395.474**	0.5748	0.5734	151.86520
7	$1/D = a + bH$	1.78026	249.704**	0.2988	0.2976	89.95818
8	$\ln D = a + bH$	0.05506	2045.746**	0.7773	0.7770	-108.13137
9	$\ln D = a + b \ln H$	0.11757	646.553**	0.5246	0.5238	-158.00505
10	$\ln D = a + b \ln H + cH$	0.05144	1116.027**	0.7923	0.7916	-104.51439
11	$D = a + b \ln H$	0.02529	1630.812**	0.7357	0.7352	17.99084
12	$\ln D = a + b(1/H)$	0.20017	137.972**	0.1906	0.1892	-206.16393
13	$\ln D = a + b(1/H) + cH$	0.05463	1033.756**	0.7795	0.7787	-107.70729
14	$D = a + bH + c \operatorname{Sen} 2\pi H + d \operatorname{Cot} \pi / 2 H$	0.01039	1053.148**	0.8657	0.8649	10.98167
15	$D = a + bH + cH^2 + dH^3 + eH^4 + fH^5 + gH^6 + hH^7$	0.00756	1459.556**	0.9432	0.9426	10.42098
16	$D = a + bH + cH^2 + dH^3 + eH^4 + fH^5$	0.00757	2039.784**	0.9430	0.9425	10.42868

**= altamente significativo ($\alpha=0.01$)

Los modelos seleccionados presentaron valores de Cuadrado Medio del Error (CME) de 0.00546 para las mediciones con corteza, y 0.00757 para los datos sin corteza; siendo estos los valores mínimos encontrados en todos los modelos evaluados. La selección de los valores mínimos de CME obedece a que es, dentro del análisis de varianza, un indicador importante pues es originado del cálculo de la desviación existente entre los datos reales y los datos estimados por el modelo; también es un estimador directo de la varianza (σ^2) en la variable dependiente (diámetro relativo).

Los coeficientes de variación obtenidos fueron de 8.51% y 10.43%, indica en términos relativos, la desviación existente entre los datos reales observados y los que el modelo pueda estimar. Se evidencia, según los Cuadros 2 y 3, que los modelos seleccionados presentan valores bajos de coeficiente de variación en relación con otros modelos considerados.

Los valores de coeficiente de determinación (R^2) para los modelos seleccionados se encuentran entre los mayores obtenidos, en relación con los modelos restantes. Estos valores fueron de 0.9661 y 0.9430, para los datos con corteza y los datos sin corteza respectivamente. Este coeficiente es un estimador del grado de interacción entre la variable dependiente y la variable independiente. Esto significa que para el modelo seleccionado para el trazo de la curva de conicidad con corteza, la inclusión de la variable independiente reduce en un 96.61% la variación total del modelo, o bien, que el modelo explica en un 96.61% el comportamiento real de las variables en cuestión (altura relativa-diametro relativo). Igual interpretación puede darse para el modelo seleccionado para los datos que no consideran el grosor de la corteza.

En los Cuadros 2 y 3 se puede observar como, a nivel general, el modelo polinomial número 15, presenta valores de Cuadrado Medio del error, R^2 y Coeficiente de variación muy similares a los de los modelos seleccionados, lo cual sugiere que también este modelo pudo ajustarse adecuadamente a los valores reales. Sin embargo, no fue seleccionado para el trazo de las curvas de conicidad porque, al visualizar su representación gráfica, se pudo observar una sección que difería completamente de la tendencia que muestra el diagrama de dispersión de los datos medidos. También se consideró que los modelos seleccionados son más sencillos o más pequeños, y con un ajuste adecuado.

Adicionalmente, se hizo un análisis gráfico de residuales a los modelos evaluados. En las Figuras 7 y 8, se presentan los diagramas de dispersión de residuales estandarizados de los modelos seleccionados. Para los efectos de este análisis gráfico, se considera residual (e_i) a la diferencia entre el valor observado (Y_i) y el valor obtenido con el modelo (\bar{Y}_i), así: $e = Y_i - \bar{Y}_i$. Por conveniencia, en el análisis gráfico, los residuales se estandarizan dividiendolos entre la desviación estandar, que; al poder ser estimada por la raíz cuadrada del cuadrado medio del error (CME), la obtención de los residuales estandarizados es así: $r.a. = \frac{e_i}{\sqrt{C.M.E.}}$. A través de este análisis gráfico, se puede confirmar el ajuste de los datos a los modelos seleccionados, ya que los valores de los residuales estandarizados no se salen del límite de ± 2 unidades. También puede ser observado que existe un balance entre los residuales estandarizados negativos y los positivos, lo cual, en caso de haberse presentado lo contrario (más valores positivos que negativos o viceversa), indicaría que el modelo matemático utilizado para ajustar los datos no es el más adecuado. Tampoco se presentan valores de residuales estandarizados extremos, que son los que salen del límite ± 4 , lo cual indicaría, al tener muchos valores extremos, que el ajuste del modelo fue influido por estos valores que podrían ser considerados excepcionales.

Los resultados obtenidos en este estudio, en lo que concierne a los modelos matemáticos utilizados para el trazo de curvas de conicidad, son comparables con otros, ya que la selección de modelos polinomiales para la modelación matemática de fustes, se ha presentado en estudios hechos en otras especies y en otros lugares del mundo. En Finlandia, fueron ajustados modelos polinomiales para el trazo de curvas de conicidad en *Pinus* sp, *Abies* sp. y *Betula* sp (12). También es un modelo polinomial el utilizado para las curva de conicidad de *Pinus oocarpa* en Honduras (11). Kozak y Lowell, citados por Cancino (3) también recomiendan utilizar los modelos polinomiales para la construcción de curvas de fuste de varias especies forestales. El hecho de que no siempre se coincide en el modelo polinomial seleccionado, indica que en cuanto a conicidad, existe variación regional e interespecífica en las coníferas.

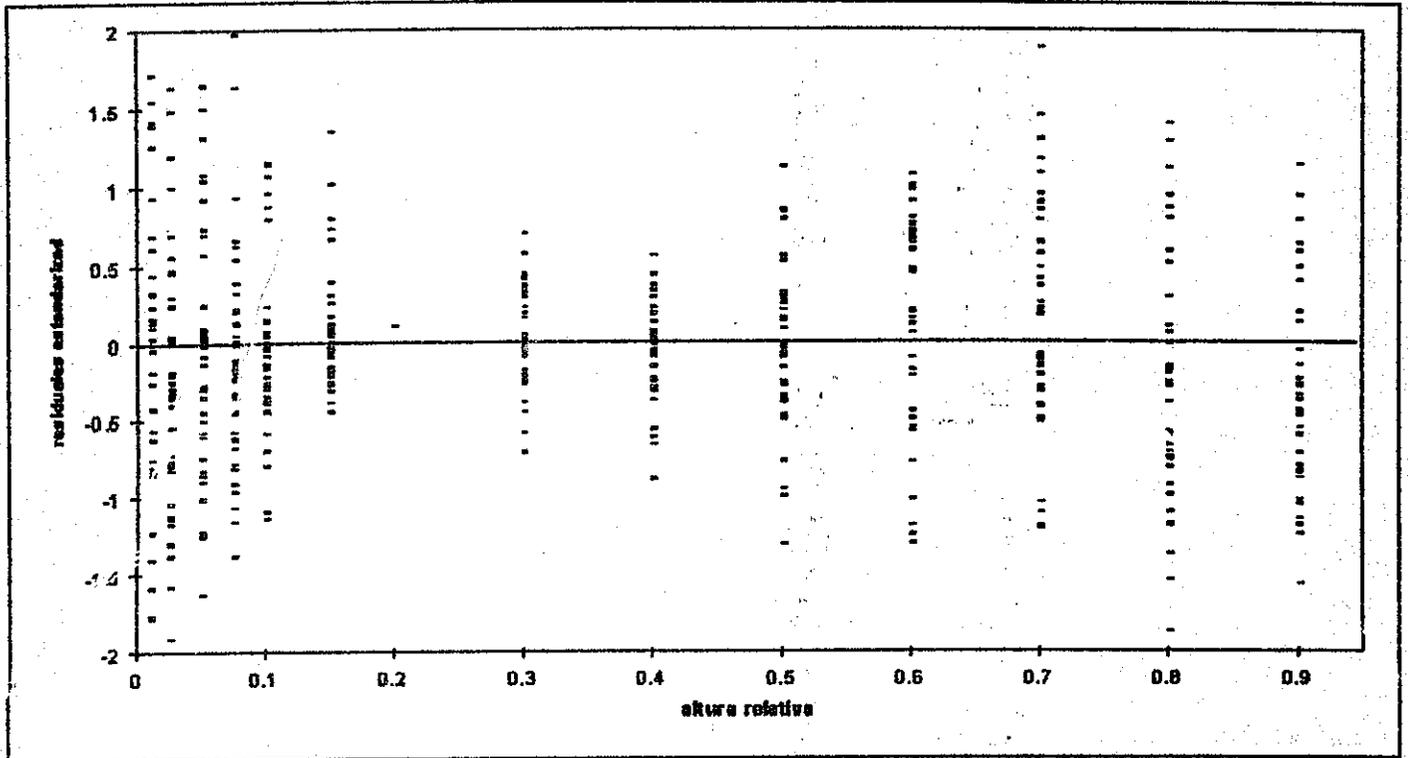


Figura 7. Diagrama de dispersión de residuales estandarizados para el modelo seleccionado para el trazo de la curva de conicidad con corteza para Pinus pseudostrobus en Chimaltenango y Sololá

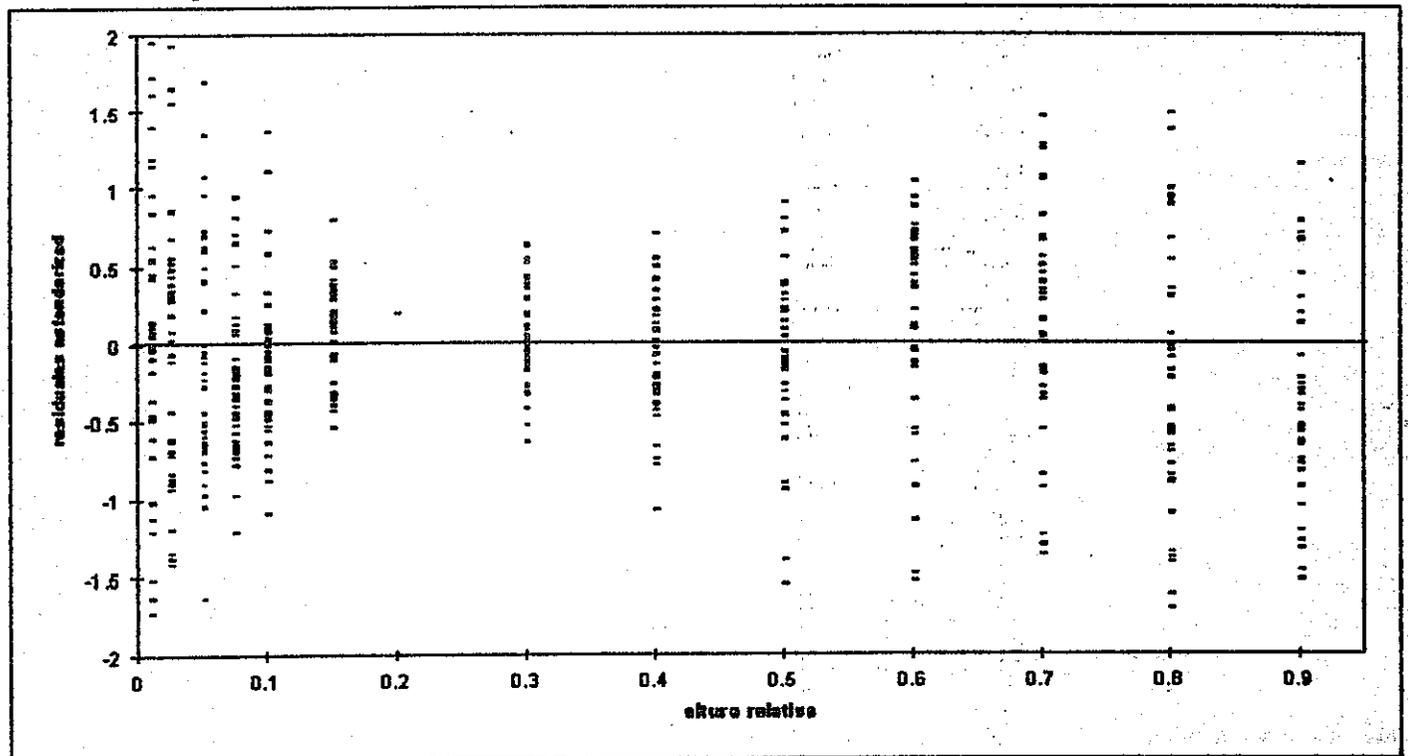


Figura 8. Diagrama de dispersión de residuales estandarizados para el modelo seleccionado para el trazo de la curva de conicidad sin corteza para Pinus pseudostrobus en Chimaltenango y Sololá

6.1.4. Obtención de las Curvas de Conicidad

La curva de conicidad, resulta de la representación gráfica de los modelos seleccionados. Los coeficientes de tales modelos se presentan a continuación en el Cuadro 4.

Cuadro 4. Modelos matemáticos básicos para el trazo de las curvas de conicidad para *P.pseudostrobilus* en Chimaltenango y Sololá.

CON CORTEZA	
$D = a + bH + cH^2 + dH^3 + eH^4 + fH^5$	a = 1.48235094 b = -5.33355028 c = 21.84252162 d = -45.62804704 e = 43.06147415 f = -15.42410322
SIN CORTEZA	
$D = a + bH + cH^2 + dH^3 + eH^4 + fH^5$	a = 1.303051 b = -3.289618 c = 12.070602 d = -21.299932 e = 12.609466 f = -1.396353

La representación gráfica de estos modelos, es decir las curvas de conicidad, se presentan a continuación en las Figuras 9 y 10.

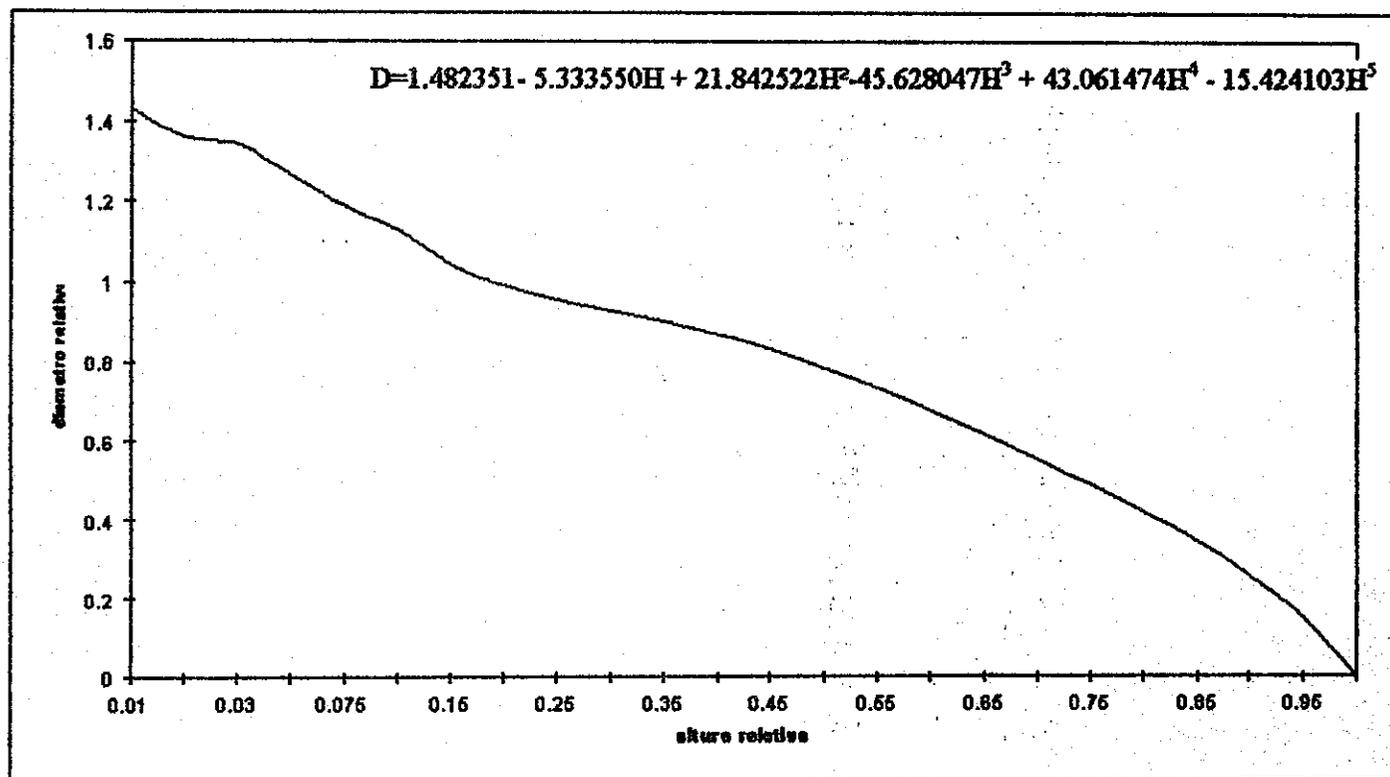


Figura 9. Curva de Conicidad para *P.pseudostrobus* (con corteza)

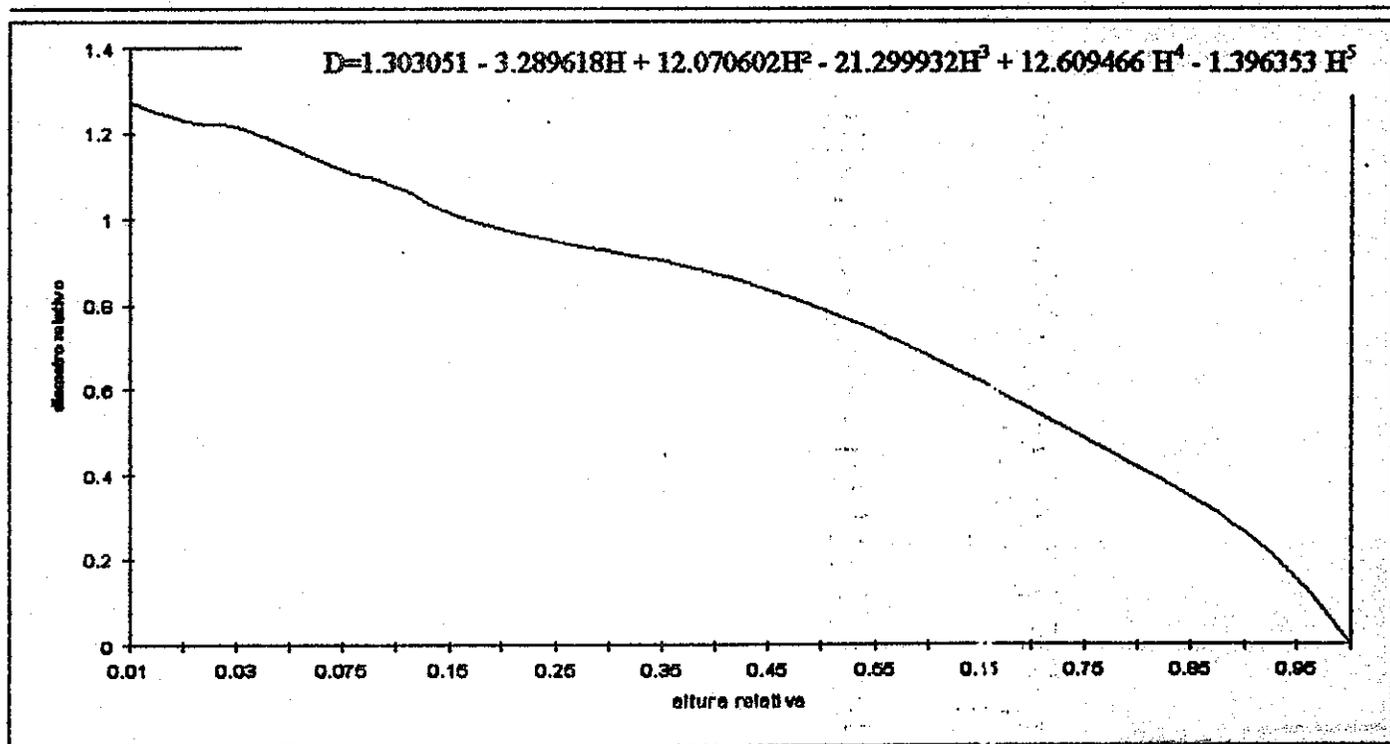


Figura 10. Curva de Conicidad para *P.pseudostrobus* (sin corteza)

Se puede observar en las curvas presentadas en las Figuras 9 y 10, que a medida que aumenta el valor de la altura a lo largo del fuste, la intensidad de ahusamiento, o la intensidad de disminución diametral es variable. Esto evidencia que los fustes de las coníferas en general, y del *Pinus pseudostrobus* en particular, no presentan una forma cónica perfecta. Esto hace sobresalir la ventaja que, sobre los coeficientes o factores mórficos tiene, una representación matemática del comportamiento de la relación diámetro-altura a lo largo del fuste, como lo es una curva de conicidad o curva de fuste.

Al comparar visualmente las gráficas de las Figuras 9 y 10, se puede observar como, a nivel general, coincide el comportamiento de la gráfica que representa las mediciones con corteza y la correspondiente a las mediciones sin corteza; pero, también es notable como el espesor de la corteza de los árboles hace que en la Figura 9 se observe un comportamiento menos uniforme, sobre todo en las secciones bajas del fuste.

Debido a que en Guatemala, el uso de modelos de conicidad para estimaciones de algunos datos concernientes al fuste, todavía no está muy popularizado, se incluye en el Apéndice 2 una ejemplificación de algunos de sus usos más importantes.

6.2. TABLA DE VOLUMEN DE RODAL

Las mediciones de campo para la elaboración de la tabla de volumen de rodal, dió como resultado la tabulación de los datos tomados en 40 parcelas de medición que constituyeron 40 registros de Area Basal (m²/ha)-Altura Media(m.)-Volumen(m³/ha). Estos datos fueron sometidos a un análisis de regresión por el método de los mínimos cuadrados. El resumen de los análisis de varianza practicados a cada uno de los modelos, se presenta a continuación en el Cuadro 5. Para la selección del modelo, fueron tomados los mismos criterios utilizados para el caso de las curvas de conicidad.

Cuadro 5. Resultados del análisis estadístico efectuado para la obtención de la tabla de volumen de rodal para *Pinus pseudostrobus* en los departamentos de Chimaltenango y Sololá

No.	Modelo	Cuadrado Medio del error	F	R ²	R ² Ajust.	C.V.
1	$V = a + b AB$	2790.678	316.965**	0.8929	0.8901	11.3308
2	$V = a + b AB + c AB^2$	2836.514	156.114**	0.8941	0.8883	11.4235
3	$V = a + b AB^2$	3660.493	232.617**	0.8596	0.8359	12.9771
4	$V = a + b AB^2H$	1914.448	479.43**	0.9266	0.9249	9.3849
5	$V = a + b AB^2 + cH + d AB^2H$	1538.565	202.614**	0.9441	0.9394	8.4132
6	$V = a + b AB^2 + c AB.H + d AB^2H$	1054.570	301.111**	0.9617	0.9585	6.9653
7	$\ln V = a + b \ln AB$	0.01066	574.284**	0.9379	0.9363	1.6998
8	$\ln V = a + b \ln AB + \ln F$	0.00340	941.006**	0.9807	0.9797	0.9602

** altamente significativo ($\alpha=0.01$)

Este Cuadro muestra como, en forma general todos los modelos presentaron valores de F y de coeficiente de determinación altos ($R^2 > 0.80$); también se puede observar que los coeficientes de variación son bajos. Es notable también ver como el valor de cuadrado medio del error, se reduce notablemente en aquellos modelos que cuentan con elementos logarítmicos en sus estructura en relación con los demás.

Para elaborar la tabla de volumen de rodal, fue seleccionado el modelo logarítmico (número 8), el cual presentaba los mejores estimadores provenientes del análisis de regresión practicado a todos los modelos. Este modelo fue utilizado también para la elaboración de una tabla similar en Honduras para *P. oocarpa* (22). También Sosa (21), encontró que este modelo se adecuaba para la elaboración de tablas de volumen de rodal para algunas especies de coníferas. Esto reafirma el ajuste de este modelo a los datos

obtenidos en el campo. Los coeficientes de este modelo se presentan a continuación en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Modelo matemático básico para la elaboración de la Tabla de Volumen de rodal para *P.pseudostrobus* en Chimaltenango y Sololá.

MODELO	COEFICIENTES
$\ln \text{VOL} = a + b \ln \text{AB} + c \ln \text{H}$	$a = 0.774952$ $b = 1.015010$ $c = 0.475647$

La representación tabular del modelo, o sea la tabla de volumen de rodal es presentada a continuación en el Cuadro 7.

Cuadro 7. Tabla de Volumen de rodal para *Pinus pseudostrobus* en Chimaltenango y Sololá (volumen con corteza en m³/ha)

A. Basal (m ² /ha)	Altura media (m.)												
	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
7	42	47	51	55	59	62	65	68	71	74	76	79	81
8	48	54	58	63	67	71	74	78	81	84	87	90	93
9	54	60	66	71	75	80	84	88	92	95	99	102	105
10	60	67	73	79	84	89	93	98	102	106	110	113	117
11	67	74	81	87	93	98	103	108	112	117	121	125	129
12	73	81	88	95	101	107	112	118	123	127	132	136	141
13	79	88	96	103	110	116	122	128	133	138	143	148	152
14	85	95	103	111	118	125	131	138	143	148	154	159	164
15	91	101	111	119	127	134	141	148	154	160	165	171	176
16	97	108	118	127	135	143	151	157	164	171	177	183	189
17	104	115	126	135	144	152	160	167	175	181	189	194	200
18	110	122	133	143	153	161	170	177	185	192	199	206	212
19	116	129	141	151	161	170	179	188	195	203	210	217	224
20	122	136	148	159	170	180	189	198	206	214	222	229	236
21	129	143	156	167	178	189	198	208	216	225	233	241	248
22	134	150	163	176	187	198	208	218	227	236	244	252	260
23	141	158	171	184	196	207	218	228	237	246	255	264	272
24	147	165	178	192	204	216	227	238	248	257	267	275	284
25	153	170	185	200	213	225	237	248	258	269	278	287	296
26			193	208	222	234	246	258	269	279	289	299	308
27			201	216	230	243	256	268	279	289	300	310	320
28			208	224	239	253	266	278	289	301	312	322	332
29				232	248	262	275	288	300	312	323	334	344
30				240	258	271	285	298	311	323	334	345	356
31					265	280	295	308	321	334	346	357	368
32					274	289	304	318	332	345	357	369	380
33					282	298	314	328	342	356	368	381	392
34					291	308	323	338	353	366	380	392	405
35					300	317	333	349	363	377	391	404	417
36					308	326	343	359	374	388	402	416	429
37					317	335	352	369	384	399	414	427	441
38					326	344	362	379	395	410	425	439	453
39					334	354	372	389	406	421	436	451	465
40					343	363	382	399	418	432	448	463	477

$$\ln \text{Vol} = 0.774952 + 1.015010 \ln \text{AB} + 0.475647 \ln H$$

Esta tabla tiene su máxima utilidad al servir como herramienta de estimación volumétrica directamente en el campo, pues al ser estimada la altura media de un rodal a través de cualquier aparato de medición indirecta, y su área basal por relascopio; constituye una forma mucho más rápida para estimar el volumen total de un rodal por unidad de superficie, en comparación con una tabla de volumen para árboles individuales. Por ello, la tabla presentada en el Cuadro 7, está planteada para rangos de altura media y área basal por hectárea, que son frecuentemente encontrados en bosques naturales de *Pinus pseudostrobus* en Chimaltenango y Sololá.

Se puede observar también en el Cuadro 7, que existe un área en blanco en la cual no aparecen datos de volumen por hectárea. Ello obedece a que es el área que corresponde a la combinación de valores de altura media y área basal por hectárea, que en la realidad no ocurren. Es decir, en un rodal con un valor de altura media bajo, por ejemplo de 10 m., no se podrá encontrar un área basal por hectárea muy alta, por ejemplo 39 m²/ha.

Los coeficientes de todos los modelos evaluados a través de análisis de regresión en este estudio, tanto para la elaboración de curvas de conicidad como para la construcción de la tabla de volumen de rodal, se presentan en el Apéndice 3.

7. CONCLUSIONES

- ♦ La conicidad del fuste de *Pinus pseudostrobus* puede ser modelada matemáticamente, de forma más ajustada, por expresiones polinomiales de distinto grado. Esto obedece a que estos modelos, al ser graficados, pueden tomar formas que permitan visualizar las diferentes intensidades de ahusamiento (o la reducción no uniforme del diámetro a medida que aumenta la altura) que, en distintos segmentos del fuste, presentan las coníferas en general.
- ♦ Para *Pinus pseudostrobus* en los departamentos de Chimaltenango y Sololá, los modelos más adecuados para representar las curvas de conicidad, para las mediciones con corteza y sin corteza, fueron las expresiones polinomiales de grado 5 y 8, respectivamente, que se presentan a continuación.

Con Corteza

$$D=1.4823505094-5.33355028H+21.84252162H^2-45.62804704H^3+43.06147415H^4-5.42410322H^5$$

Sin Corteza

$$D=1.303051-3.289618H+12.070602H^2-21.299932H^3+12.609466H^4-1.396353H^5$$

- ♦ Para rodales naturales de *Pinus pseudostrobus* en los departamentos de Chimaltenango y Sololá, la relación matemática entre las variables volumen (m^3) por hectárea, en función de área basal (m^2) por hectárea y altura media (m.) de los rodales; es representada adecuadamente por el siguiente modelo logarítmico el cual, en virtud de lo anterior, es el más indicado para ser la base de la elaboración de una tabla de estimación volumétrica por unidad de superficie o tabla de volumen de rodal.

$$\ln V = 0.351989 + 1.028027 \ln AB + 0.556724 \ln H$$

- ♦ Las curvas de conicidad constituyen herramientas importantes, que muestran ventajas en cuanto a su versatilidad, sobre otras herramientas más rígidas de estimación de muchas características cuantitativas fustales en las coníferas, tales

como las tablas de volumen convencionales. Al mismo tiempo, una tabla de volumen de rodal para una estimación volumétrica directamente en el campo, a partir de mediciones de área basal por hectárea y altura media en el rodal, es también una herramienta que puede agilizar el conocimiento de la situación de un rodal en particular, lo que viene a hacer más rápido y sencillo el planteamiento de estrategias de manejo para dicha masa forestal.

8. RECOMENDACIONES

- ◆ Someter los datos obtenidos en el presente estudio a procesos de comparación estadística con otros provenientes de estudios similares realizados en otras regiones del país, en donde también la especie *Pinus pseudostrobus* ocurra en forma natural; y/o con estudios realizados en otras especies del género *Pinus* a fin de que, al momento de ser consideradas estadísticamente iguales, se pueda contar con herramientas de estimación forestal generalizadas para regiones más grandes del país o para diferentes especies del género *Pinus*.
- ◆ Fomentar, a través de las instituciones vinculadas a la capacitación de técnicos y profesionales forestales, tales como DIGEBOS, PROCAFOR, Centros educativos (FAUSAC, ENCA, CUNOR, CUNOROC, etc.), ONGs, empresas privadas, etc.; el uso de las curvas de conicidad, como un alternativa flexible de estimación de parámetros fustales; y de la tabla de volumen de rodal, como una herramienta de estimación volumétrica rápida y directa en el campo mediante la utilización de un relascopio.

9. BIBLIOGRAFIA

1. **BAKER, F.** 1950. Principles of silviculture. EE.UU., Mc.Graw-Hill. 414 p.
2. **CABRERA GAILLARD, C.** 1996. La deforestación en Guatemala. Editores David Pinto Díaz, Dennis Escobar Galicia. Guatemala, Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Agronomía. Cuadernos Chac. 26 p.
3. **CANCINO CANCINO, J.** 1993. Modelo optimizador de trozado de árboles basado en funciones de ahusamiento y programación dinámica. Tesis Mag.Sc. Turrialba, C. R., Centro Agronómico de Investigación y Enseñanza. 55 p.
4. **CRUZ, J.R. DE LA.** 1982. Clasificación de zonas de vida en Guatemala a nivel de reconocimiento. Guatemala, Instituto Nacional Forestal. 42 p.
5. **CHAPMAN, H.; MEYER, W.** 1949. Forest mensuration. EE.UU., Mc.Graw-Hill 522 p.
6. **DANIEL, T.; HELMS, J.; BAKER, F.** 1982. Principios de silvicultura. 2 ed. México, Mc.Graw.Hill. 492 p.
7. **GUATEMALA. INSTITUTO GEOGRAFICO NACIONAL.** 1972. Mapa geológico de la República de Guatemala. Guatemala. Esc. 1:500,000. Color
8. _____ . 1973. Mapa de cuencas de la República de Guatemala. Guatemala. Esc. 1:500,000. Color.
9. _____ . 1977. Atlas nacional de la República de Guatemala. Guatemala Esc. 1:1,000,000. Color.
10. **GUATEMALA. INSTITUTO NACIONAL DE SISMOLOGIA, VULCANOLOGIA, METEOROLOGIA E HIDROLOGIA.** 1988. Atlas climatológico de la República de Guatemala. Guatemala. 21 p.
11. **KARTTUNEN, H.** 1995. Curvas polinómicas de conicidad para Pinus oocarpa. Siguatepeque, Honduras. Centro de Manejo, Aprovechamiento y Pequeña Industria Forestal. 16 p.

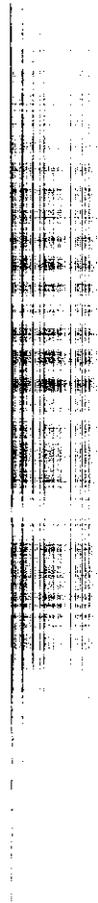
12. **LAASASENAHO, J.** 1982. Taper curve and volumen function for pine, spruce and birch. Helsinki, Finlandia, The Finnish Forest Institute. 74 p.
13. **LAMPRECHT, H.** 1990. Silvicultura en los trópicos. Trad. por Antonio Carrillo. Alemania, GTZ. R.F. de Alemania. 335 p.
14. **LOJAN, L.** 1966. Apuntes del curso de dasometría. Turrialba, C. R., Instituto Interamericano de Ciencias de la OEA. 106 p.
15. **MARTINEZ GARZA, A.; CASTILLO MORALES, A.** 1987. Teoría de la regresión con aplicaciones agronómicas. Chapingo, México, Colegio de Post-graduados de Chapingo. 490 p.
16. **NETER, J.; WASSERMAN, W.; KUTNER, M.** 1983. Applied linear regression models. EE.UU., Irwin. 546 p.
17. **OBIOLS DEL CID, R.** 1975. Mapa climatológico preliminar de Guatemala; según el sistema Thorthwaite. Guatemala, Instituto Geográfico Nacional. Esc.1:1,000,000. Color.
18. **PALMER, H.** 1988. Palmer's statistical packages, tree volume data analysis system. Oxford, G.B., Tropical Forestry & Computing. 35 p.
19. **PETTERS, R.** 1977. Tablas de volumen para las especies de coníferas de Guatemala. Guatemala, Instituto Nacional Forestal. 162 p.
20. **SIMMONS, CH.; TARANO, J.M.; PINTO, J.H.** 1959. Clasificación de reconocimiento de los suelos de la República de Guatemala. Trad. Pedro Tirado Sulsona. Guatemala, ed. José de Pineda Ibarra. 1000 p.
21. **SOSA CEDILLO, V; CABALLERO DELOYA, M.** 1976. Tablas de volumen para rodales; para la estimación del volumen directamente en el campo. Chapingo (Mex.) no.2: 3-11

- 22. **TURTLAINEN, M.** 1995. Guías, tablas y curvas para la realización de inventarios forestales en: planes de manejo y planes operativos. Honduras, Centro de Manejo, Aprovechamiento y Pequeña Industria Forestal. 128 p.
- 23. **VAN HOUTE, J.** 1964. Empleo del relascopio de Bitterlich. Buenos Aires, Argentina, Casa Otto Hess. 118 p.
- 24. **YLIJOKI, K.** 1994. Integración de curvas de fuste al SICODESI: Acuerdo de cooperación en materia forestal entre México y Finlandia. Helsinki, Finlandia. Informe Técnico no.4. 19 p.

Retuelle



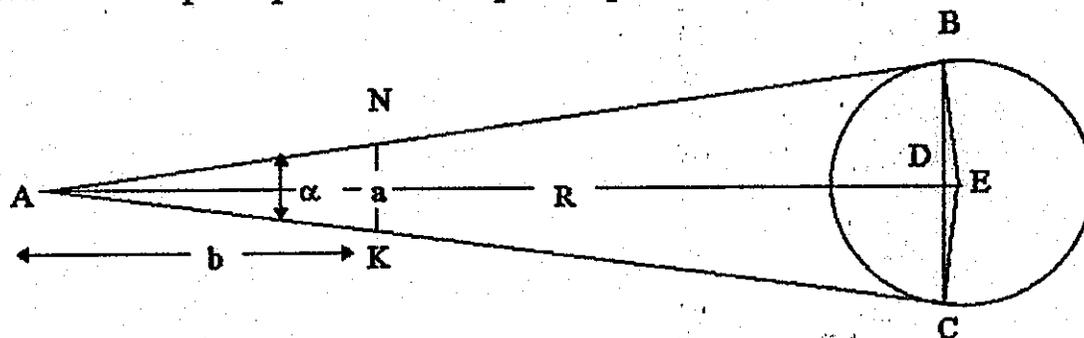
10. APENDICE



APENDICE 1: PRINCIPIO TEORICO DEL RELASCOPIO

El muestreo con relascopeo, o con cualquier otro aparato de medición basado en los principios de relascopea; es conocido también como muestreo con parcelas de tamaño variable. Se caracteriza porque cada árbol tiene su propia parcela, y el área de la parcela es directamente proporcional al área basal del árbol.

Considerese la siguiente figura, como un diagrama para representar matemáticamente el principio del relascopeo simple.



donde: R = Radio de la parcela
 α = Angulo del relascopeo
 D = Diámetro del árbol

En el triángulo ABE, $\text{Sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{D/2}{R} \therefore 2\text{Sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{D}{R}$; a la razón entre D y R , se le

llamará K , es decir que $K = \frac{D}{R}$.

Cuando se utiliza la parcela de tamaño variable, el área basal por hectárea que representa cada árbol, es llamado también *Factor de Area Basal* (F.A.B.); y se obtiene a través de la siguiente operación:

F.A.B. = área basal del árbol * 10000 / área de la parcela; o,

$$F.A.B. = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{10000}{\pi \cdot R^2} \rightarrow F.A.B. = 2500 \frac{D^2}{R^2} \rightarrow F.A.B. = 2500K^2$$

El valor de la constante K , puede también obtenerse a partir del ancho de la mira a y del largo de la cuerda b de un relascopeo simple. Esto es por semejanza de triángulos, pues el triángulo ANK , es semejante al triángulo ABC , con lo que se cumple la relación siguiente: $a/b = D/R$; o sea que $F.A.B. = 2500 a^2/b^2$.

El Factor de Area Basal indica el área basal por hectárea que representa cada árbol, y es una característica del relascopeo que depende de su abertura (a) y su largo (b), y es independiente del tamaño del árbol.

Ejemplificando, si un relascopeo tiene una abertura de 1 cm. y un largo de cuerda de 50 cm., su F.A.B. será igual a $F.A.B. = 2500 (1^2/50^2) = 2500/2500 = 1$. Esto significa que el Factor de Area Basal es igual a 1, o sea que cada árbol que sea incluido en el conteo representa 1 m²/ha de área basal.

APENDICE 2. EJEMPLIFICACION DE LOS PRINCIPALES USOS DE LA CURVA DE CONICIDAD

Como fué mencionado anteriormente, con la curva de conicidad se pueden realizar muchos de los cálculos más importantes relacionados con el fuste del árbol, por ejemplo si se desea conocer el diámetro con corteza que un árbol tiene a una altura de 20 m., teniendo este árbol las siguientes dimensiones:

$$\text{altura total} = 23.5 \text{ m.}$$

$$\text{d.a.p.} = 22.3 \text{ cm.}$$

se tiene que si la ecuación de conicidad está dada por:

$$\frac{d_t}{d_{0.2h}} = -1.48235094 - 5.33355028x + 21.842522x^2 - 45.628047x^3 + 43.061474x^4 - 15.4241032x^5$$

se debe calcular el valor de "x" para sustituir en la ecuación, es decir el valor relativo de los 20 m. respecto a la altura total del árbol:

$$x = \frac{20}{23.5} = 0.8511$$

al sustituir este valor en la ecuación, se obtiene que

$$\frac{d_t}{d_{0.2h}} = 0.3416$$

Es importante mencionar que este valor pudo haber sido estimado utilizando la curva de conicidad.

Teniendo esto, falta entonces conocer el valor absoluto de $d_{0.2h}$. Para ello se puede utilizar el valor de D.A.P. y la ecuación de conicidad nuevamente. Sustituyendo primero el valor de "x" en la ecuación cuando este representa la relación de la altura del pecho (1.3 m.) y la altura total del árbol:

$$x = \frac{1.3}{23.5} = 0.05532$$

al sustituir este valor en la ecuación de conicidad tenemos que:

$$\frac{d_{1.3}}{d_{0.2h}} = 1.2468 = \frac{22.3}{d_{0.2h}}$$

A partir de este dato, se puede saber fácilmente que $d_{0.2h} = 17.88 \text{ cm.}$ Este es el último dato necesario para saber que el diámetro con corteza del árbol a una altura de 20 m. es $d_{20\text{cm}} = 17.88 * 0.3416 = 6.108 \text{ cm}$

A través del mismo procedimiento, se puede llegar a un resultado igualmente importante en algunos casos, sobre todo cuando se trata de la cuantificación de ciertos productos forestales relacionados con los diámetros fustales. Por ejemplo, si se desea conocer la altura a la cual el mismo árbol del ejemplo anterior, presenta un diámetro de 10 cm.

Para ello, se conoce ya que el $d_{0.2h} = 17.88$ cm. Esto permite establecer la siguiente relación:

$$\frac{d}{d_{0.2h}} = \frac{10\text{cm.}}{17.88\text{cm.}} = 0.5593$$

Con este valor, se consulta la curva de conicidad para averiguar a qué valor de altura relativa corresponde. El valor de diámetro relativo 0.5593 corresponde aproximadamente a un valor de 0.725 de altura relativa; lo cual significa que el diámetro buscado (10 cm.) se encuentra ubicado al 72.5 % aproximadamente de la altura total. Esto es: $23.5 \text{ m.} * 0.725 = 17.04 \text{ m.}$

Uno de los usos más importantes de las curvas de conicidad, es la estimación de volúmenes de árboles a través de un proceso de integración numérica. Para ejemplificarlo, se supondrá que al mismo árbol se le necesita averiguar su volumen hasta un diámetro mínimo de 10 cm.

Ya fué determinado que este árbol presenta un valor de diámetro de 10 cm. al 72.5% de su altura total. Esto es un dato indispensable para definir los límites de integración. La fórmula general para el cálculo de cualquier volumen a partir de la curva de conicidad es la siguiente:

$$v = \frac{\pi}{4} \cdot d_{0.2h}^2 \cdot h \cdot \int_{x_1}^{x_2} \{f(x)\}^2 dx$$

donde: $(d_{0.2h})^2$ = cuadrado del valor de diámetro al 20% de la altura
 h = altura total del árbol
 x_1, x_2 = límites de integración. Rango del fuste cuyo volumen interesa conocer expresado en términos relativos.
 $f(x)$ = función de conicidad

Si la integral del cuadrado de la función de conicidad no puede resolverse de una forma elemental o mediante técnicas de integración, debe usarse algún método de integración aproximada como la Regla de Simpson. De cualquier forma, actualmente cualquier integral puede resolverse utilizando una calculadora de bolsillo.

Para el caso del ejemplo planteado, se tienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned} (d_{0.2h})^2 &= 0.03197 \\ h &= 23.5 \text{ m.} \\ x_1 &= 0 \\ x_2 &= 0.725 \end{aligned}$$

Al realizar la integración de la función de conicidad antes presentada, con los límites de integración indicados, se obtiene el siguiente valor:

$$\int_0^{0.725} \{f(x)\}^2 dx = 0.61226$$

Para completar la fórmula de volumen, se debe de multiplicar este valor por los demás, para tener por último el valor de volumen requerido:

$$v = \frac{\pi}{4} * 0.03197 * 23.5 * 0.61226 = 0.3613 \text{ m}^3$$

APENDICE 3: COEFICIENTES DE LOS MODELOS EVALUADOS PARA CURVAS DE CONICIDAD Y PARA TABLA DE RELASCOPIO

Coefficientes de los modelos matemáticos evaluados para curvas de conicidad con corteza:

MODELO	COEFICIENTE
$D = a + b H$	$a = 1.305776$ $b = -1.119486$
$D = a + b H + c H^2$	$a = 1.324189$ $b = -1.303305$ $c = -0.217396$
$D = a + b H + c H^2 + d H^3$	$a = 1.406958$ $b = -2.844141$ $c = 4.807253$ $d = -3.436443$
$D = a + b(1/H)$	$a = 0.792104$ $b = 0.008674$
$D = a + b(1/H) + c H$	$a = 1.230332$ $b = 0.002436$ $c = -1.005378$
$H.D. = a + b H$	$a = -0.342296$ $b = 3.128038$
$H^2 D = a + b H + c H^2$	$a = 0.223609$ $b = -3.389630$ $c = 7.128646$
$1/D = a + b H$	$a = 0.459649$ $b = 2.791332$
$\ln D = a + b H$	$a = 0.353420$ $b = -1.564252$
$\ln D = a + b \ln H$	$a = -0.685147$ $b = -0.296046$
$\ln D = a + b \ln H + c H$	$a = 0.504768$ $b = 0.049328$ $c = -1.761733$
$D = a + b \ln H$	$a = 0.520673$ $b = -0.236584$
$\ln D = a + b(1/H)$	$a = -0.327736$ $b = 0.009660$
$\ln D = a + b(1/H) + c H$	$a = 0.355402$ $b = 0.000063990$ $c = -1.567249$
$D = a + b H + c \text{Sen } 2\pi H + d \text{Cot } \frac{1}{2}\pi H$	$a = 1.280674$ $b = -1.108721$ $c = -0.049719$ $d = 0.002972$
$D = a + b H + c H^2 + d H^3 + e H^5 + f H^{13} + g H^{21} + h H^{34}$	$a = 1.475920$ $b = -4.980420$ $c = 7.339336$ $d = 24.049461$

	$e = 14.826226$ $f = -17.701180$ $g = 26.195028$ $h = -13.105451$
$D = a + bH + cH^2 + dH^3$ $eH^4 + fH^5$	$a = 1.48235094$ $b = -5.33355028$ $c = 21.8425216$ $d = -45.6280470$ $e = 43.0614741$ $f = -15.4241032$

Coefficientes de los modelos evaluados para curvas de conicidad sin corteza

MODELO	COEFICIENTE
$D = a + bH$	$a = 1.22260$ $b = -0.98555$
$D = a + bH + cH^2$	$a = 1.199337$ $b = -0.75330$ $c = -0.27467$
$D = a + bH + cH^2 + dH^3$	$a = 1.254649$ $b = -.783000$ $c = 2.792594$ $d = -2.29647$
$D = a + b(1/H)$	$a = 0.781017$ $b = 0.006921$
$D = a + b(1/H) + cH$	$a = 1.187391$ $b = 0.001137$ $c = -0.932299$
$H.D. = a + bH$	$a = -0.373564$ $b = 3.320256$
$H^2D = a + bH + cH^2$	$a = 0.244999$ $b = -3.720828$ $c = 7.717623$
$1/D = a + bH$	$a = 0.474854$ $b = 2.934906$
$\ln D = a + bH$	$a = 0.290585$ $b = -1.477415$
$\ln D = a + b \ln H$	$a = -0.671634$ $b = -0.268568$
$\ln D = a + b \ln H + cH$	$a = 0.591016$ $b = 0.097917$ $c = -1.869420$
$D = a + b \ln H$	$a = 0.549109$ $b = -0.197833$
$\ln D = a + b(1/H)$	$a = -0.342269$ $b = 0.008419$
$\ln D = a + b(1/H) + cH$	$a = 0.323240$ $b = -0.001054$ $c = -1.526805$
$D = a + bH + c \text{Sen } 2\pi H$ $+ d \text{Cot } \frac{1}{2}\pi H$	$a = 1.188315$ $b = -0.929732$

	$c = -0.001736$ $d = 0.001791$
$D = a + bH + cH^2$ $+ dH^3 + eH^5 + fH^{13}$ $+ gH^{21} + hH^{34}$	$a = 1.308095$ $b = -3.459790$ $c = 12.773993$ $d = -18.926532$ $e = 12.183603$ $f = -14.085325$ $g = 19.791754$ $h = -9.585802$
$D = a + bH + cH^2 + dH^3$ $eH^4 + fH^6$	$a = 1.303051$ $b = -3.289618$ $c = 12.070602$ $d = -21.299932$ $e = 12.609466$ $f = -1.396353$

Coefficientes de los modelos matemáticos evaluados para elaborar Tabla de Volumen de Rodal:

MODELO	COEFICIENTES
$VOL = a + b AB$	$a = -21.587167$ $b = 10.974755$
$VOL = a + b AB +$ $c AB^2$	$a = -65.223475$ $b = 13.330067$ $c = -0.028275$
$VOL = a + b AB^2$	$a = 190.781443$ $b = 0.127563$
$VOL = a + b AB^2 . ALT$	$a = 205.407498$ $b = 0.004901$
$VOL = a + b AB^2 +$ $c ALT + d AB^2 . ALT$	$a = -12.370113$ $b = 0.101078$ $c = 9.220716$ $d = 0.000718$
$VOL = a + b AB^2 +$ $c AB . ALT. +$ $d AB^2 . ALT.$	$a = 26.289043$ $b = 0.091141$ $c = 0.385821$ $d = -0.003310$
$\ln VOL = a + b \ln AB$	$a = 2.028670$ $b = 1.082447$
$\ln VOL = a + b \ln AB$ $+ c \ln ALT$	$a = 0.774952$ $b = 1.015010$ $c = 0.475647$



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
 FACULTAD DE AGRONOMIA
 INSTITUTO DE INVESTIGACIONES
 AGRONOMICAS

Ref. Sem.019-96

LA TESIS TITULADA: "CURVAS DE CONICIDAD Y TABLA DE VOLUMEN DE RODAL PARA
Pinus pseudostrobus Lindl. EN LOS DEPARTAMENTOS DE
 CHIMALTENANGO Y SOLOLA".

DESARROLLADA POR EL ESTUDIANTE: JOSE MIGUEL BARRIOS GONZALEZ

CARNET No: 8913546

HA SIDO EVALUADA POR LOS PROFESIONALES: Ing. Agr. Eugenio Orozco
 Ing. Agr. Luis Ortíz
 Ing. Agr. Boris Méndez

El Asesor y las Autoridades de la Facultad de Agronomía, hacen constar que ha
 cumplido con las normas universitarias y reglamentos de la Facultad de Agronomía
 de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

Ing. M.Sc. Edwin E. Cano Morales
 ASESOR

Ing. Agr. Fernando Rodríguez
 DIRECTOR DEL IIA.



I M P R I M A S E

Ing. Agr. Rolando Lara Alejo
 DECANO

APARTADO POSTAL 1545 • 01091 GUATEMALA, C. A.



cc:Control Académico
 Archivo
 FR/prr.

TELÉFONO: 769794 • FAX: (5022) 769711

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

