# GEOMETRIA EN ARQUITECTURA

CARLOS NOÉ DÍAZ ROMERO

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**
**FACULTAD DE ARQUITECTURA**

# Geometría en Arquitectura

**Tesis Presentada a la Junta Directiva por**

## Carlos Noé Díaz Romero

**Al conferirle el Título de:**

## Arquitecto

**Guatemala, Abril de 2005**

## JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE ARQUITECTURA

| | |
|---|---|
| ARQ. CARLOS ENRIQUE VALLADARES CEREZO | DECANO |
| ARQ. JORGE ARTURO GONZÁLEZ PÉÑATE | VOCAL I |
| ARQ. RAÚL ESTUARDO MONTERROSO JUÁREZ | VOCAL II |
| ARQ. JORGE ESCOBAR ORTIZ | VOCAL III |
| BR. HELLEN DENISSE CAMAS CASTILLO | VOCAL IV |
| BR. JUAN PABLO SAMAYOA GARCÍA | VOCAL V |
| ARQ. ALEJANDRO MUÑOZ CALDERÓN | SECRETARIO |

## JURADO EXAMINADOR

| | |
|---|---|
| ARQ. CARLOS ENRIQUE VALLADARES CEREZO | DECANO |
| ARQ. ALEJANDRO MUÑOZ CALDERÓN | SECRETARIO |
| ARQ. EVERTO N. SANDOVAL | EXAMINADOR |
| ARQ. JUAN GARCÍA G. | EXAMINADOR |
| ARQ. EDWIN VALDEZ | ASESOR- EXAMINADOR |

# ACTO QUE DEDICO

A MIS PADRES: **CARLOS SAMUEL DÍAZ MONTERROSO**
**OCTAVILA ROMERO REYES DE DÍAZ**

MIS HERMANOS: **MARGARITA Y MANUEL** (PADRINOS DE TESIS)
**SILVIA Y WALTER**
**ANGÉLICA Y EDWIN**
**JUAN PABLO Y BLANCA ESTELA** (PADRINOS DE TRAJE)
**ELGIN.**
POR SU PACIENCIA Y AYUDA MUCHAS GRACIAS

A MIS SOBRINOS: **PEDRO, FRANCISCO, MÓNICA, WALTER, REBECA, JOSUÉ, SARA, SERGIO, JIMENA Y ANDREA,** PATOJOS POR SU APOYO, GRACIAS.

A MIS AMIGOS: **ALBERTO, NETSER, LUIS, PANCHO, ISAÍAS, RONEL, DANIEL, EDIN, ANA MERCEDES, HEIDI, TEO, HELLEN, MARLON, MELISSA, MÓNICA, ROSYBEL, ENA, YUBITZA, EVELIN, ALEJANDRO, PATTY, KARLA, CINDY, JESSICA, MAJO, BRENDA, CLAUDIA, LIGIA, SORAYA, MARIO, MIGUEL, RODOLFO, DAYSI, JORGE, MARIA, CARMEN, SANATE, SILVIA, PACO, SOFÍA, ÁNGEL BERNA, JAIME RIVERA, DOÑA CARMEN, DON JOSÉ LUIS, DOÑA THELMA, DON PABLO, A TODOS LOS DE UNIDAD ESTUDIANTIL Y A LOS QUE COMPARTIERON CONMIGO,** (ESTUDIANTES, DOCENTES Y ADMINISTRATIVOS Y COMITÉ DE HUELGA DE LA FACULTAD DE ARQUITECTURA, USAC). QUE DE ALGUNA U OTRAS FORMA COLABORARON CON ESTE DOCUMENTO, ÉXITOS EN SU VIDA.

A MIS PADRINOS: **ARQ. OSCAR HENRY**
**ARQ. INGRID SANTACRUZ**
**ARQ. EDGAR LÓPEZ.**
MI AGRADECIMIENTO ETERNO POR TODA SU AYUDA

A USTED: POR SU PRESENCIA E INTERÉS EN ESTE DOCUMENTO

A LAS MUJERES: ESPECIALMENTE A LAS MORENAS QUE ME INSPIRARON. (M. A. y A. M.)

# Índice General

## Unidad 3



## Unidad 4



## Unidad 5



## Unidad 6



## Unidad 7

# ***Geometría del Espacio***

## Unidad 8



## Unidad 9



## Unidad 10

## Unidad 11



## CAPITULO III.- Marco Operativo

# INTRODUCCION:

La elaboración de un documento de apoyo, es un proceso de enseñanza-aprendizaje que depende en gran medida de que se clarifiquen previamente los objetivos y de que se consensúe de forma armonizada y sistemática el plan de enseñanza para la etapa en sus diversos aspectos: qué debe aprender el alumno o alumna (contenidos), en qué orden (secuencia), para qué (capacidades finales de los alumnos), cómo (metodología) y con qué medios (otros materiales). Todos estos elementos, junto con el planteamiento de la atención a la diversidad del alumnado, la orientación a la autoformación, el tratamiento de los temas transversales y criterios de autoevaluación, configuran este proyecto.

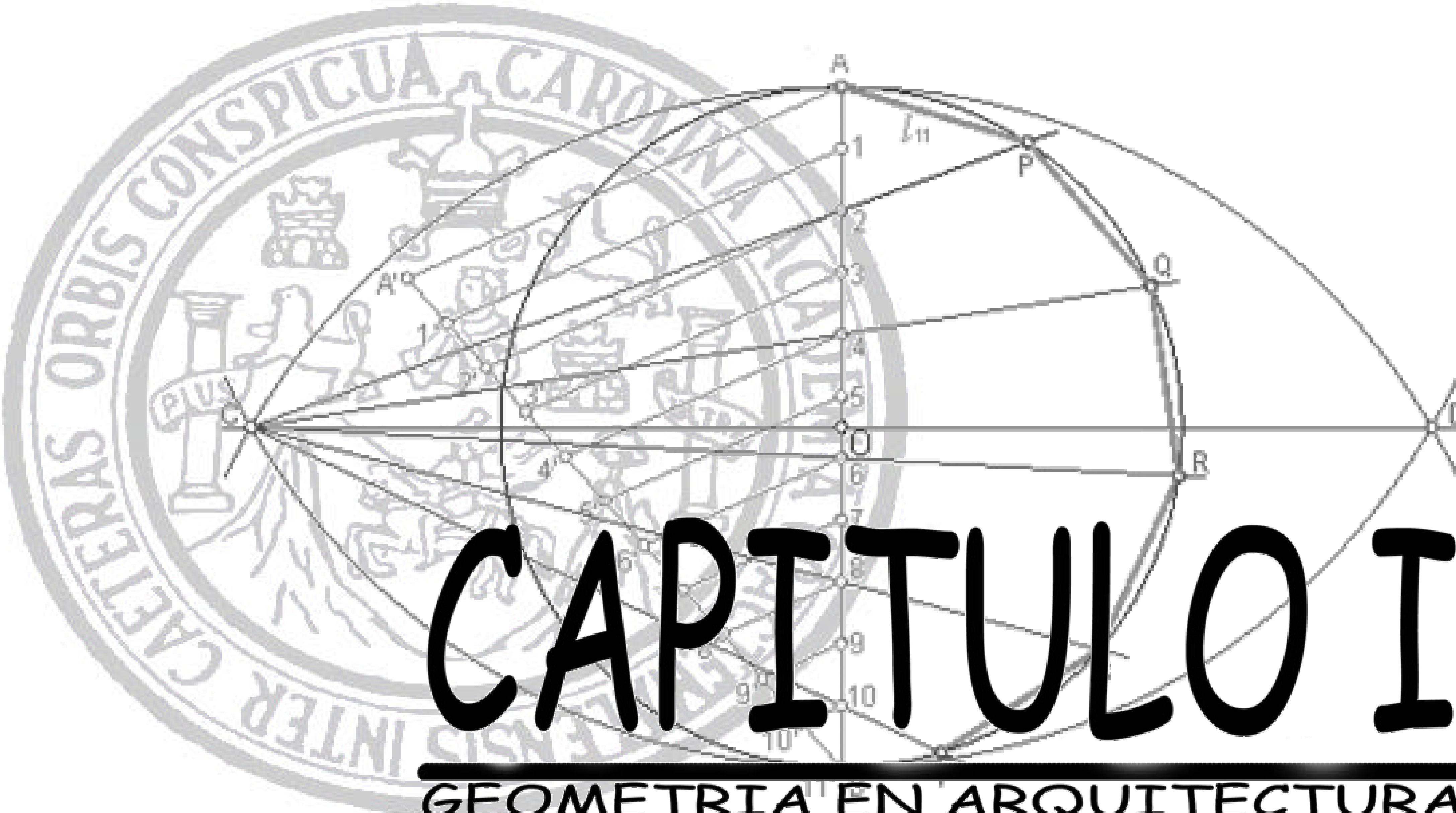
Se ha elaborado esta propuesta de proyecto, a partir de la reflexión teórico-práctica sobre las directrices educativas y la realidad empírica en las aulas, contando con la experiencia de catedráticos. Al ofrecer este material de apoyo, no pretendemos sustituir al docente en sus funciones, sino proporcionarle una plantilla o modelo de referencia útil para que cada uno estandarice criterios; teniendo como antecedente lo anterior, en este trabajo de tesis se elaboro como un documento teórico-practico en el cual se desarrolla un método didáctico que facilita el aprendizaje de conceptos y el desarrollo habilidades en la Geometría; a través de la enseñanza de esta materia.

Para la Facultad de Arquitectura de la Universidad de San Carlos de Guatemala es de vital importancia aumentar el rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso, buscando así formar profesional creativos y preparados para enfrentar la problemática actual y futura de la Arquitectura, así como aumentar efectividad de la enseñanza aprendizaje a través de la interpretación efectiva de la practica y teoría, estimulando en el estudiante la autoformación, autoaprendizaje y el desarrollo de juicios y valores.

De esta manera este trabajo, se ha concebido como un medio auxiliar para mejorar el aprendizaje de la Geometría, tratando de extraer de otros textos, lo esencialmente aplicable en la arquitectura, para el estudiante de arquitectura, y pueda comprender sin tener que rebuscar en diferentes textos.

Se desarrollan uno a uno los conceptos mas utilizados en arquitectura, como los de **GEOMETRIA PLANA Y GEOMETRIA DEL ESPACIO,** además se incorporan con lógica, sencillez, claridad y de una forma grafica, para que se tenga una fácil compresión por parte de los estudiantes.

Las definiciones se van dando en un orden lógico para que los estudiantes, comprendan y apliquen de una manera sencilla además asimile, pues la idea es acostumbrar a que el lector utilice las mismas, y que las vaya incorporando a su lenguaje.




# CAPITULO I

## GEOMETRIA EN ARQUITECTURA

# MARCO CONCEPTUAL

## 1.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

Los estudiantes que culminan sus estudios de diversificado, se ven afectados por diversos factores y en algunos casos de deficiencias que se pueden notar en los primeros semestres, de las diferentes carreras universitarias sin excepción, pues en Arquitectura, se da el caso que los estudiantes, no tienen las nociones básicas de la **GEOMETRIA,** causando en ellos algunos inconvenientes o frustraciones. Pues no encuentran ninguna relación o aplicación con la **ARQUITECTURA.**

En la preparación profesional del estudiante establecido, se le presentan diversos factores que perjudican en el rendimiento académico requerido por cada Facultad y que impiden que cumpla con el perfil de salida requerido por las mismas, a la vez que no culmine sus conocimientos. Entre estos factores se pueden mencionar:

| Debilidades | Elementos a fortalecer: | Apoyo | Rendimiento |
|---|---|---|---|
| o. Factores sociales y económicos, | Autoformación por medio | Manual Técnico | -Menos Repitencia |
| o. Factores Académicos | de este manual técnico. | | –Menos Deserción |
| o. Equivocación del estudiante en cuanto a su vocación. | | | –Mayor Conocimiento |
| o. Inadecuada preparación que trae el estudiante | Mejorar la Enseñanza y | | -Alto nivel cognoscitivo |
| o Diversidad de profesiones del nivel medio que el estudiante tiene. | Aprendizaje | | |
| o Poca asesoría personalizada. | | | |

Muchos de estos aspectos, están fuera de alcance de las Facultades y es casi imposible darle una solución práctica y funcional. En cambio, los factores Académicos si se pueden reducir y contribuir a elevar el **nivel académico del estudiante de Arquitectura.**

Al encontrar una opción al problema de enseñanza - aprendizaje de **GEOMETRIA,** que utilizamos en la arquitectura**,** se pretende aumentar el rendimiento académico de los estudiantes con ejemplos y problemas, así como desarrollar habilidades y destrezas en la expresión, interpretación y definición de las formas, figuras u objetos geométricos y los espacios arquitectónicos.

Además, este proyecto tiene como propósito fundamental contribuir a la autoformación del estudiante, con respecto a incrementar el lenguaje arquitectónico y la habilidad en el manejo interpretación y representación del espacio, en dos y tres dimensiones.

## 1.2 IMPORTANCIA DEL PROBLEMA

El trabajo se enmarca en las políticas de la Universidad de San Carlos de Guatemala y de la Facultad de Arquitectura, en las cuales esta la de mejorar los sistemas de enseñanza-aprendizaje, que faciliten la labor del docente y del estudiante. Siendo la Geometría la base de la Arquitectura, pues en ella se da la generación de formas y figuras Bi y Tridimensionales, que se requieren para crear los espacios arquitectónicos, además se encontraron dos grandes razones para el presente estudio:

Primero: el desconocimiento de los conceptos básicos de la Geometría, crea la necesidad de contar con los conocimientos y dominio de esta, esto va dirigido al estudiante y docente de Arquitectura. Logrando con ello un rendimiento académico satisfactorio, en cuanto exista un material de apoyo.

Segundo: Tomando como base la deserción y el alto grado de reprobados se identifica la necesidad de desarrollar un documento específico al curso de Geometría, que satisfaga los propósitos de conocimiento y objetivos planteados en la readecuación curricular. Hay variedad de documentos de Geometría, sin embargo específicamente para el curso de Geometría de la Facultad de Arquitectura, no lo hay. Afectando tanto al catedrático como al estudiante que no cuenta con un medio auxiliar en donde referirse. Por ello no se logra la unificación de criterios metodológicos de enseñanza.

## 1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desconocimiento de conceptos fundamentales de la Geometría, es y puede ser la causa para que el estudiante no concluya su formación básica de Arquitectura, un 56 % de estos presentan un bajo conocimiento académico de los conceptos básicos de **GEOMETRIA,** ya que realmente no existe un documento que este orientado específicamente a la arquitectura, como se puede ver en los diferentes textos que existen todos aplican la **GEOMETRIA,** en forma muy general, es por ello que la persona que se interese en saber los términos y su aplicación, necesita un texto donde estén unificados todos estos.

## 1.4 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿SERÁ LA APLICACION DE UN MANUAL TECNICO, EL QUE DESARROLLE ACTIVIDADES, DESTREZAS Y NIVEL COGNOSCITIVO INTEGRANDO UN LENGUAJE ARQUITECTONICO Y EL QUE ELEVE EL NIVEL COGNOSCITIVO?

## 1.5 ALCANCES Y LIMITES

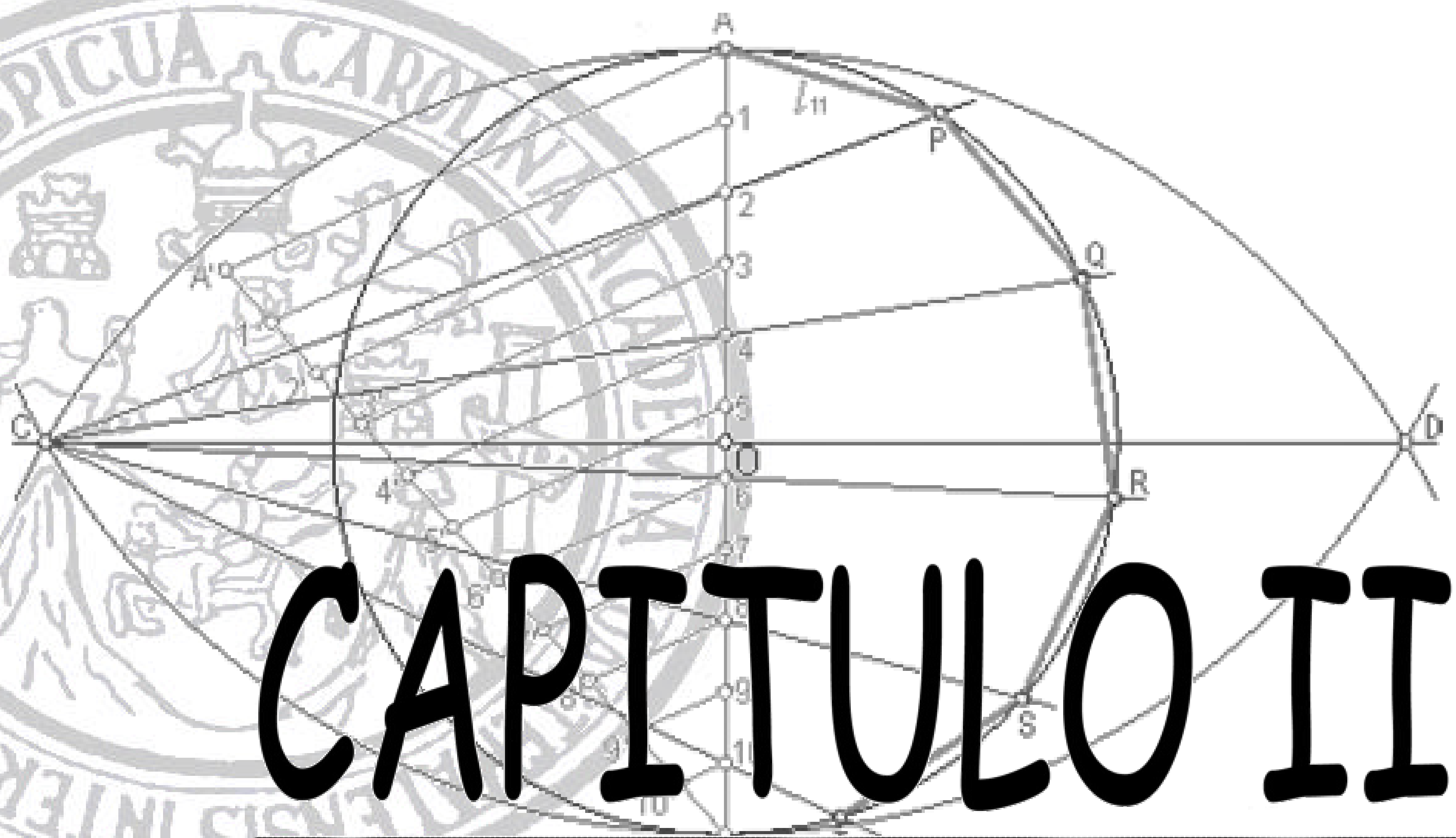
### Alcances

- Elaborar un documento didáctico para que los estudiantes de **GEOMÉTRIA,** lo utilicen como consulta y apoyo para su autoformación.
- Este documento elevara el conocimiento académico. Permitirá superar los bajos niveles de conocimiento cognoscitivo que se presentan en el cuadro No. 2. Esto se logro siguiendo el programa del Curso.

### Limites

- Este documento es para aplicarlo en la Facultad de Arquitectura y se realizó para que los estudiantes adquieran los conocimientos básicos de la **GEOMÉTRIA** y que sea además de apoyo.
- El curso se imparte en el Primer Semestre de cada año y en las Escuelas de Vacaciones de Medio y Final de año.

[1] El Método pedagógico que estamos utilizando en este manual es el de Edward Lee Thorndike .




# CAPITULO II

## GEOMETRIA EN ARQUITECTURA

# MARCO METODOLÓGICO

## 2.1 OBJETIVOS DE LA TESIS

### Generales:

• Elaborar un Manual Técnico como un apoyo didáctico para que facilite el aprendizaje de conceptos.

• Motivar a desarrollar habilidades y destrezas en el lenguaje arquitectónico, utilizando las bases de la **GEOMETRIA.**

• Con el uso de esta tesis, los estudiantes puedan conocer los términos básicos de Geometría.

### Específicos

• La presente tesis sirva de base como documento de consulta y apoyo, para el estudiante y docente del curso de **GEOMETRIA,** en la Facultad de Arquitectura.

• Dar a conocer los términos básicos, que en la geometría plana y la geometría del espacio, se utilizan.

• Orientar y guiar por medio de este manual técnico, aplicando los métodos básicos de construcción de figuras y formas geométricas.

• Desarrollar cuidadosamente todos los contenidos y ejemplos del curso de **GEOMETRIA,** para ser utilizados en la Arquitectura, por medio de la ejemplificación y la aplicación de los conocimientos en clase y en casa.

• Estandarizar criterios del Lenguaje Arquitectónico en Geometría.

## 2.2 V A R I A B L E S

**Independiente**

•Desarrollar habilidades conceptuales, manuales y espaciales.

•Aumentar o reafirmar el conocimiento Académico.

•Estandarizar los criterios de los estudiantes.

**Dependiente**

El desarrollo y uso de un documento didáctico teórico - práctico correctamente mediado.

## 2.3 El Manual Técnico

Es un instrumento fácil de utilizar que contiene un conjunto de procedimientos para la construcción y ejecución de cada tema.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, la formación debe ser de una forma equilibrada, proporcionada e integral, que realmente propicie el conocer los elementos para fortalecer el proceso del aprendizaje y que el estudiante, se interese realmente en aprender; y no solo las instituciones educativas sean las que tengan este fin y a su vez las que orienten sus recursos en la capacitación, si existe una buena base se considera que el interés en aprender se dará también en el autoaprendizaje, tomando en cuenta lo que vive fuera, en donde la realidad, no solo nos exige los conocimientos sino que también las habilidades, actitudes y destrezas, para una plena integración de los sujetos a la sociedad.

Por esta razón es necesario considerar que cuando se realice una actividad, esta sea motivada para que el estudiante, se interese en ella, inculcando siempre el deseo de descubrir, enriquecer y que le encuentre significado, por lo que se propone que las actividades que se lleven a cabo, el estudiante pueda describir sus experiencias, expectativas y logros, en la realización de las mismas y una integración del lenguaje orientado a la carrera.

## 2.4 LA EDUCACIÓN

Este es un proceso en el que el estudiante va formando inteligentemente sus sentidos para crear o recrear situaciones o conocimientos que en el mencionado proceso va adquiriendo, y con ello incrementando. En un sentido general podemos decir que "La educación es una actividad que tiene por fin formar, dirigir o desarrollar la vida humana para que esta llegue a su plenitud" pero también la educación es un elemento que tiene 3 diversas reacciones sobre el ser humano:

- "Es una forma externa que configura al individuo (heteroeducación)' que quiere decir que el estudiante recibe un estimulo externo.
- "Es un desarrollo interior que hace que el individuo se configure así mismo (auto-educación que podemos decir que el estudiante tiene la inquietud de auto formarse).
- "Es un proceso que proporciona al estudiante los medios para su propia configuración," que le proporciona al estudiante el criterio necesario para aplicar lo aprendido.

Aplicando este término a nuestro objeto de estudio, podemos decir que cuando el estudiante se encuentra en el salón de clases esta recibiendo una heteroeducación, que el catedrático le esta enviando estímulos que contribuyen a su aprendizaje. Después cuando el estudiante sale del salón y no comprende algún tema o tiene curiosidad en uno en particular y lo investiga, podemos decir que sé esta autoeducando.

Y por último cuando este estudiante aplica sus conocimientos en algún tema determinado y tiene los medios necesarios en su formación, podemos decir que tiene los medio pare su propia configuración.

## 2.5 EL PROCESO DIDÁCTICO

La enseñanza se define como la orientación del aprendizaje, aunque conviene comprender que esta orientación abarca dos procesos: El de comunicación, en el cual hay transmisión y recepción de mensajes entre el educador y el educando. Y el de reacción, en el cual predominan las actividades de los discípulos, aun cuando las mismas reciban en mayor o menor escala, estímulos y direcciones docentes, utilizando un proceso de unificación de Lenguaje.

La enseñanza, que comprende como mínimo alguien que enseñe y alguien que aprenda, se realiza siempre en situación social, ya sea que se trate de sistemas individualizados, socializados o socio individualizados. Y toda situación social presupone una interacción mental y social, que pre-exige comunicación. Según la definición corriente, la comunicación es un proceso de transmisión de ideas.

Sin embargo, es preciso considerar que muchas veces la comunicación toca la sensibilidad, procurando formar actitudes y opiniones.

| FUENTE → | CODIFICADOR → | MENSAJE → | CANAL → | DESCIFRADOR → | RECEPTOR |
|---|---|---|---|---|---|
| (Catedrático) | (Lenguaje Técnico) | (Objetivo) | (Medio) | (Si se comprende) | (El estudiante) |

En la comunicación un mensaje es transmitido mediante un canal, de una fuente emisora y un receptor (es preciso que alguien emita un mensaje y que alguien reciba ese mensaje, para que haya comunicación). La fuente tiene un objetivo.

Este es traducido en un lenguaje o código por un codificador, transformándose en mensaje. A la vez, es necesario que haya en el otro polo un descifrador pera que el mensaje sea captado en forma adecuada por el receptor y al final del mismo una retroalimentación entre la Fuente y el Receptor, con esto se logra un proceso didáctico integrado.

## 2.6 LA ENSEÑANZA

Se puede decir que «la enseñanza equivale a transmitir conocimientos o a instruir acciones que requieren intencionalidad y relación de comunicación, enseñar es un acto comunicativo, un acto por el cual el docente pone de manifiesto los o de conocimiento a través de la aportación de nueves significaciones. La interrelación catedrático-estudiante, el primero intenta establecer el control de la comunicación poniendo en juego los contenidos académicos y estableciendo las actividades académicas y las formas de participación. Los estudiantes se implican en el intercambio a partir de sus propios intereses y de sus propias expectativas.

II "MELLO CARET" El Proceso Didáctico. Editorial Kapeluz, Buenos Aires, Argentina 1974. pp. 280

## 2.7 EL APRENDIZAJE

Podemos definir que el aprendizaje es una modificación de la conducta que incluye la conciencia de ello; es el proceso de adquirir o desarrollar una nueva conciencia y conocimiento; en otras palabras es la adquisición de nuevos significados» "Existen tres clases de aprendizaje: la adquisición de conocimientos, de destreza y de actitudes; el conocimiento es un dato, la destreza es una habilidad y la actitud es una postura ante la vida, un punto de vista. Tomando en cuenta esto podemos decir que el aprendizaje es la adquisición de conocimientos y cambio de ideas, además de un cambio de actitud.

Entonces, el aprendizaje de **Geometría,** es cuando el estudiante adquiere conceptos, desarrolla destrezas y habilidades manuales y espaciales, y tiene un cambio de actitud hacia la adquisición de nuevos conocimientos y técnicas.

Regularmente para que un aprendizaje sea efectivo se necesita únicamente que el estudiante comprenda el contenido de la actividad a realizar y que tenga voluntad para llevarla a cabo.

Thorndike considera tres leyes principales o condiciones del aprendizaje: El apresamiento: entendemos que el alumno debe ser colocado en una situación favorable para aprender. El Ejercicio: para aprender es necesaria la practica, pero el ejercicio por si solo contribuye poco al aprendizaje. La repetición sola no asegura el aprendizaje, sino la repetición de las condiciones del aprendizaje. Cuando el resultado de un acto consciente es favorable, hay aprendizaje. El Afecto: cuando algo sale bien, de acuerdo con los propósitos o deseos previstos, gusta, y como consecuencia se aprende. Siendo iguales los actos que conducen a consecuencias que satisfacen una condición motivada, se las selecciona para ser aprendidas; por lo contrario, aquellas que conducen a consecuencias que no satisface una condición motivada, tienden a ser eliminadas."

En conclusión podemos decir, que para el aprendizaje es necesaria la práctica, pero con ciertas condiciones: motivación y el afecto son necesarios; la distribución adecuada de la práctica es una condición estrictamente necesaria. Otra condición relacionada con la motivación es la variabilidad o la novedad. Si un ejercicio se repite en las mismas condiciones el estudiante pierde el interés.

## 2.8 EL RENDIMIENTO ACADÉMICO

Este se mide por lo general con pruebas o trabajos y actividades, para determinar que grado de aprovechamiento y que capacidad de retención tiene el estudiante, aunque se considera que las notas no siempre son las mejores medidas, del rendimiento académico, se puede decir que en general acepta o reflejan el nivel de aprendizaje del sujeto.

---

[III] "MELLO CARET" El Proceso Didáctico. Editorial Kapeluz, Buenos Aires, Argentina 1974. pp. 283

## 2.9 PROPÓSITOS DE LA AUTO-EVALUACIÓN

Uno de los principales propósitos de la auto-evaluación es la motivación del aprendizaje. La motivación ocupa un papel importante en todos los asuntos humanos y, como consecuencia, en la educación; resulta ser el factor central en el proceso de la enseñanza, pues sin ella no podría haber conocimiento del todo.

“La auto-evaluación está relacionada por lo menos con dos aspectos de la motivación; 1, la evaluación de la motivación en sí, y 2, la evaluación de la relación de la motivación con la enseñanza y el aprendizaje. Es importante conocer la diferencia de los individuos en cuanto a la disposición para la motivación y la fuerza de los incentivos bajo diferentes condiciones.”

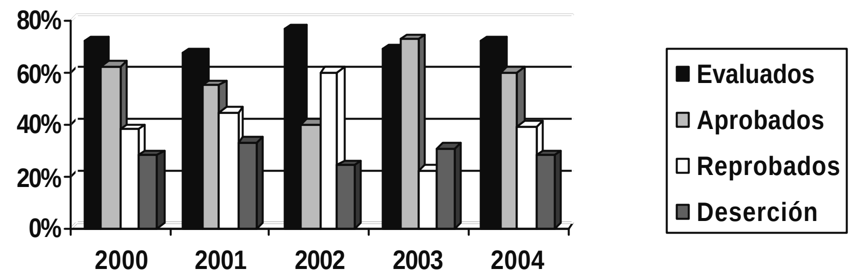
## 2.10 ANÁLISIS ESTADÍSTICO

En la Facultad de Arquitectura de la Universidad de San Carlos de Guatemala, se puede ver que las situaciones antes mencionadas, se reflejan marcadamente en el primer año de la formación del estudiante de arquitectura, se pueden observar problemas en el nivel académico, que se reflejan principalmente en los cursos prácticos, por ejemplo el curso de GEOMÉTRIA, el cual tiene como fin primordial nivelar al estudiante de primer ingreso, y que a pesar de esto el promedio de estudiantes aprobados es del 46% (Promedio de los cursos impartidos de 2000 a 2004) Fuente: Cuadros de notas Coordinación Unidad 1.1.2.

A pesar de estos fines, el estudiante no logra tener el nivel académico adecuado para culminar estos cursos satisfactoriamente o bien culminan sus estudios sin la preparación necesaria para enfrentar las exigencias de la carrera. Esto se refleja en el siguiente cuadro de comportamiento del rendimiento académico comprendido en los años de 2000 a 2004:

**CUADRO No. 1 y GRAFICA 1, Total de Alumnos del Curso de Geometría (USAC), por Año.**

| **Cuadro Rendimiento Académico del Curso de Geometría, por año de la Farusac** | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Año | 2000 | % | 2001 | % | 2002 | % | 2003 | % | 2004 | % |
| No. Inscritos | 799 | 100 % | 947 | 100 % | 1310 | 100 % | 965 | 100 % | 458 | 100 % |
| No. Evaluados | 576 | 72 % | 635 | 67 % | 996 | 76 % | 635 | 66 % | 344 | 75 % |
| No. Aprobados | 358 | 45% | 426 | 45 % | 528 | 40 % | 486 | 50 % | 234 | 51 % |
| No. Reprobados | 218 | **27 %** | 209 | **22 %** | 468 | **36 %** | 179 | **19 %** | 110 | **24 %** |
| No. Deserción | 223 | **28 %** | 312 | **33 %** | 314 | **24 %** | 330 | **34 %** | 114 | **25 %** |
| Total | 799 | 100 % | 947 | 100 % | 1310 | 100 % | 965 | 100 % | 458 | 100 % |




Fuente: Listados IBM, del Curso de Geometría 2000-2004.

| **PROYECCION** | |
|---|---|
| Alumnos | Porcentaje |
| De Cada 10 | 100 % |
| 4 Aprueban | 40 % |
| 3 Reprueban | 30% |
| 3 Desertan | 30 % |

Fuente: Elaboración propia en Base Cuadros de Notas

Además del rendimiento académico, que hemos desglosado, también se realizo una Prueba Cognoscitiva a 73 estudiantes del curso de Dibujo Proyectual, que tiene como prerrequisito a Geometría y que esta ligado a este, la intención de la Prueba fue la de conocer el grado cognoscitivo de de Geometría que los estudiantes poseen.

| No. Pregunta | Correcta | Incorrecta | No Contesto |
|---|---|---|---|
| Número 1 | 68 | 4 | 1 |
| Número 2 | 60 | 13 | 0 |
| Número 3 | 45 | 26 | 2 |
| Número 4 | 46 | 26 | 0 |
| Número 5 | 30 | 34 | 9 |
| Número 6 | 30 | 40 | 3 |
| Número 7 | 57 | 14 | 2 |
| Número 8 | 43 | 21 | 8 |
| Número 9 | 52 | 13 | 8 |
| Número 10 | 54 | 19 | 0 |

Fuente: Elaboración propia en Base a Prueba realizada el 30/08/2004
Para conocer cada una de las preguntas se deja la ficha de las mismas al final de la Tesis

| **Resultado Muestra Cognoscitiva de 73 Alumnos** | | | |
|---|---|---|---|
| Preguntas Acertadas | Clasificación | Alumnos | % |
| 10 y 9 | Excelente | 13 | 18 % |
| 8 y 7 | Bueno | 23 | 32 % |
| 6 | Aceptable | 16 | 22 % |
| 5 a Cero | Malo | 21 | 28 % |
| Total | | 73 | 100 % |

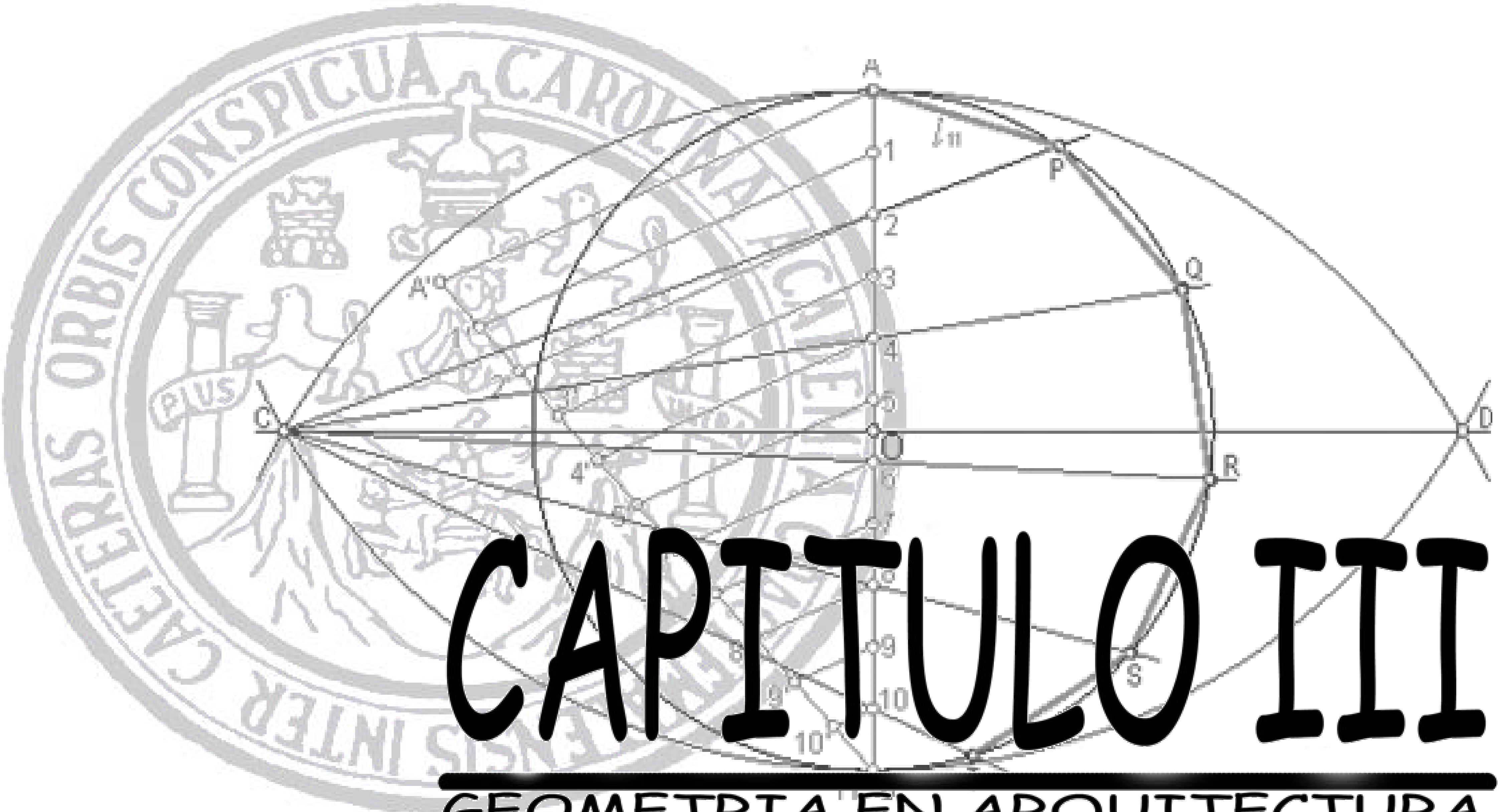
Fuente: Elaboración propia en Base a Prueba realizada el 30/08/2004

Para que se tenga una mayor claridad de por de la necesidad de un Manual Técnico, se hace la siguiente Proyección de Alumnos para el siguiente ciclo lectivo, tomando como base la cantidad de estudiantes que ingresaron en año 2004, que fueron de 458.

| **POBLACION CICLO 2004** | | |
|---|---|---|
| Situación | Alumnos | Porcentaje |
| Inscritos | 458 | 100 % |
| Aprobados | 182 | 40 % |
| Reprobados | 138 | 30% |
| Deserción | 138 | 30 % |

| **PROYECCION PARA CICLO 2005** | | |
|---|---|---|
| Alumnos 2004 Repitentes | Proyección 2005 | Total de Alumnos |
| 276 | 458 | 734 |

Como se puede observar con la Proyección la saturación de Alumnos será de un 38% más la cantidad de nuevo estudiantes, por todo lo anterior, se concluye que es necesario la utilización de un Manual Técnico, para el curso de Geometría de la Facultad de Arquitectura de la Universidad de San Carlos de Guatemala, elevando el rendimiento académico de este curso, para reducir la Repitencia y con ello la aglomeración del mismo.




# CAPITULO III

## GEOMETRIA EN ARQUITECTURA

# MARCO TEÓRICO

**El Manual Técnico,** como mencionamos anteriormente es un instrumento fácil de utilizar que contiene un conjunto de procedimientos para la construcción y ejecución de cada tema,, es por ello que realizamos este cuadro sinóptico. Los objetivos, contenidos y ejercicios, se encuentran en cada unidad, para su fácil comprensión y entendimiento.

| PROGRAMA DEL CURSO | |
|---|---|
| | |
| 1 | CONTENIDO GENERAL |
| | |
| 2 | CALENDARIZACION |
| | |

| OBJETIVOS GENERALES | |
|---|---|
| | ADQUISICION DE: |
| 1 | CONOCIMIENTO |
| 2 | DESTREZAS |
| 3 | ACTITUDES |
| 4 | UNIFICACION DEL LENGUAJE |

| METODOLO GIA | |
|---|---|
| 1 | APLICACIÓN |
| 2 | EJEMPLOS |
| 3 | REPETICION |
| 4 | AUTOEVALUACION |

| OBJETIVOS ESPECIFICOS | |
|---|---|
| 1 | DESARROLLO: |
| | CONTENIDO POR UNIDAD |
| 2 | MANEJO O DURACION: |
| | DE TIEMPOS POR UNIDAD EN CLASE Y EN CASA |
| 3 | ACTIVIDAD O APLICACIÓN |
| | EJERCICIOS Y TAREAS |
| 4 | AUTOEVALUACION Y VERIFICACION: |
| | NIVEL COGNOSCITIVO FINAL UNIDAD |
| | RETROALIMENTACION |

El contenido del Programa del Curso de Geometría se encuentra en las páginas No. 18 y 19, el de las unidades se describen al inicio de cada una de ellas, así como los objetivos y la duración que se recomienda por cada unidad, además de las actividades que se sugieren que se realicen en estas. Además de los objetivos y ejercicios se encuentran establecidos en cada unidad de forma clara y efectiva.

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**

# FACULTAD DE ARQUITECTURA

## PROGRAMA DE GEOMETRÍA 1.01.2

**PRIMER SEMESTRE 2,005**

### 1. INFORMACIÓN GENERAL

Asignatura: **GEOMETRÍA.**
Código: **1.01.2**
Unidad: **1.2 COMUNICACIÓN Y EXPRESIÓN GRÁFICA.**
Área: **1 Diseño y Comunicación.**
Nivel: **Formación Básica.**
Ubicación: **Primer, Ciclo.**
Carácter: **Fundamental.**
Prerrequisitos: **Ninguno.**
Fecha: **2do. Semestre de 2004.**

### 2. OBJETIVO GENERAL

Reconocer el espacio y la forma geométrica como base del espacio y la forma arquitectónica, con el propósito de aplicar este conocimiento en la resolución de problemas de diseño.

### 3. CONTENIDO DEL CURSO:

**3.1 Introducción:** Conceptos fundamentales, entes geométricos, generación del espacio geométrico, relaciones de incidencia espacial.

**3.2 Geometría Bidimensional:** Figuras planas (clasificación, elementos y propiedades de las figuras planas), Concepto de modulo, grillas modulares, Teselaciones (saturación del espacio bidimensional), simetrías y proporciones.

**3.3 Geometría Tridimensional:** Representación e interpretación del espacio tridimensional, superficies geométricas, cuerpos o volúmenes (clasificación, elementos de los volúmenes, propiedades, modificaciones) planos y volúmenes seriados (teselació n tridimensional y saturación del espacio).

**Conceptos:** Elementos del espacio bidimensional, como se conforma y representa el espacio tridimensional y como estos conocimientos se aplican al espacio arquitectónico. **Habilidades a desarrollar:** Reconocer y discriminar formas, sus características principales así como la posibilidad de transformarlas, comprender y representar el espacio tridimensional en vistas planas así como los elementos del mismo, sus propiedades y posibilidades de transformación, aplicar este conocimiento en los procesos de diseño. **Destrezas:** Trazar con exactitud la forma geométrica, generar nuevas formas a través de la combinación y/ó modificaciones de las originales.

### 4. METODOLOGÍA

El método de la geometría es el inductivo, es decir, que va de lo simple a lo complejo de esa manera se desarrolla el curso. Por medio de clase magistral, ejercicios supervisados en clase y trabajos de investigación se aprende el conocimiento. Por medio de tareas extra -aula se ejercitan habilidades y destrezas.

### 5. NORMAS DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO

La asistencia mínima al curso es del 80%.
Entregar como mínimo el 80% de las tareas asignadas para tener derecho a evaluación.
Nota de promoción: **60 puntos.**

### 6. CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

| | |
|---|---|
| Ejercicios en Aula: | 40 Puntos. |
| Ejercicios extra-aula: | 40 Puntos |
| Evaluación Final: | 20 Puntos |
| **Total:** | **100 Puntos** |

| | TEMA DE ESTUDIO Y CONTENIDOS | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | ACTIVIDADES Y MATERIALES PARA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE | CRITERIOS DE EVALUACIÓN | BIBLIOGRAFÍA |
|---|---|---|---|---|---|
| Geometría Plana | Introducción | Que el estudiante:<br>Conozca la importancia de la geometría y motivarlo para su estudio y complementación en forma independiente. | Exposición oral y gráfica por parte del docente. Revisión del material bibliográfico por parte del alumno. Desarrollo de ejercicios por parte del alumno bajo la supervisión del docente. Elaboración de Tareas extra-aula en casa Elaboración de modelos. Lectura e investigación. | El docente propondrá ejercicios en clase bajos su supervisión. 40 puntos.<br>Asignarán tareas extra-aula para cada uno de los temas desarrollados. 40 Puntos.<br>Evaluación Final: 20 Puntos. | **Estudio de las Geometrías. Eves.**<br>**Fundamentos de Geometría. Coexeter**<br>**Geometría Elemental. Hemmerling.**<br>**La Geometría en Arte. Pedoe.**<br>**Forma y Simetría Wolfling.**<br>**El Número de Oro Ghycka.**<br>**Fundamentos del Diseño Bi Tridimensional Wong.**<br>**Simetría. Weyl Hermann.**<br>**La Teoría de la Proporción en Arquitectura. Scholfield.** |
| | Figuras planas | Conozca y pueda trazar las figuras tanto rectas como curvas y utilice el vocabulario técnico con propiedad. • | | | |
| | Simetrías y proporciones | Que utilice estos conceptos en el manejo del orden para la definición de la forma arquitectónica. | | | |
| Geometría del Espacio | Sistemas de Representación | Que comprenda que el espacio tridimensional se trabaja y comunica a partir de imágenes bidimensionales. | | | |
| | Superficies Geométricas. | Que conozca las diferentes formas de superficies, su generación y propiedades. | | | |
| | Cuerpos Geométricos | Que Visualice las diferentes formas que pueden adquirir el continente del espacio tridimensional, su orden propiedades y posibilidades de modificación y transformación: | | | |
| | Escaleras | Que conozca las diferentes formas de escaleras, su trazo y calculo | | | |

# UNIDAD 1

## RESEÑA HISTORICA, EUCLIDES

### Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad, tenga adquirido el siguiente conocimiento:

- Breve reseña historia de la Geometría y su significado.
- Los Postulados de Euclides.
- Que conozcan al creador de la Geometría y su obra más importante

**Contenido:** Introducción y Euclides

**Duración:** 1/2 Clase

**Actividad:** Prueba Evaluativa

# Generalidades:

La palabra geometría (del griego **GEO,** "**tierra**"; **METREIN**, "**medir**") alude a "medir la tierra". Una antigua opinión, transmitida por Herodoto, atribuía el origen de la geometría a la necesidad de medir las tierras de labranza después de cada crecida del río Nilo, que podía modificar su extensión; con el objeto de fijar equitativamente el impuesto a pagar al rey. Del mismo modo, la necesidad de comparar las áreas y volúmenes de figuras simples, la construcción de canales y edificios, las figuras decorativas, los movimientos de los astros, contribuyeron también al nacimiento de esas reglas y propiedades geométricas que se encuentran en los documentos de las antiguas civilizaciones egipcia y mesopotámica.

En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del perímetro, área y diámetro de figuras planas, de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. En la actualidad ya no cabe hablar de geometría en el antiguo sentido de una rama autónoma de la matemática, sino más bien de un "**lenguaje geométrico**", aplicado a un grupo de propiedades integrantes de una matemática unificada y unificadora. Según la naturaleza de esas propiedades se tienen distintas geometrías, pero las que mas nos interesan en la arquitectura son: La Geometría Euclidiana y sus derivaciones, como la Geometría Analítica y la Geometría Descriptiva, y en ellas es válida la propiedad de que por un punto puede trazarse una sola paralela a una recta.

Geometría Plana y del Espacio
Jorge Wentworth y David E. Smith

# ***Euclides***

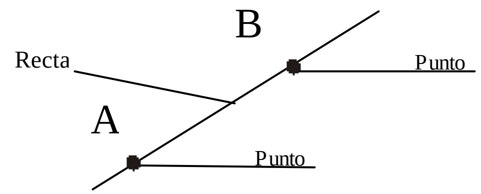
Euclides es, sin lugar a dudas, el Matemático más famoso de la antigüedad y quizás el más nombrado y conocido de la historia de las Matemáticas. Se conoce poco de la vida de Euclides, sin embargo, su obra sí es ampliamente conocida. Todo lo que sabemos de su vida nos ha llegado a través de los comentarios de un historiador griego llamado Proclo. Sabemos que vivió en Alejandría (Egipto), al parecer en torno al año 300 A.C. Allí fundó una escuela de estudios matemáticos. Por otra parte también se dice que estudió en la escuela fundada por Platón. Su obra más importante es un tratado de geometría que recibe el título de "Los Elementos", cuyo contenido se ha estado y se sigue enseñando hasta el siglo XVIII, cuando aparecen las Geometrías No Euclidianas.

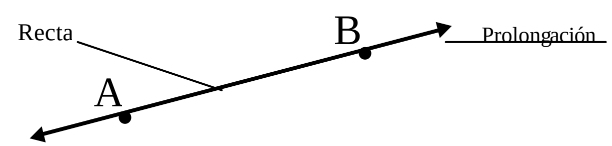
**"LOS ELEMENTOS":**

Ha tenido más de 1.000 ediciones desde su primera publicación en imprenta en 1482. Se puede afirmar, por tanto, que Euclides es el matemático más leído de la historia. Esta obra es importante, no tanto por la originalidad de sus contenidos, sino por la sistematización, el orden y la argumentación con la que está constituida. Euclides recopila, ordena y argumenta los conocimientos geométrico-matemáticos de su época, que ya eran muchos.

Euclides construye su argumentación basándose en un conjunto de axiomas (principios o proposiciones que se admiten como ciertas por ser evidentes y a partir de los cuales se deduce todo lo demás) que Euclides llamó postulados y los axiomas. Los famosos cinco postulados de Euclides, quese considera que resumen toda su teoria son:

I.- Dados dos puntos se pueden trazar una recta que los une y solo una.

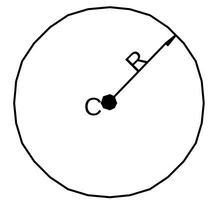


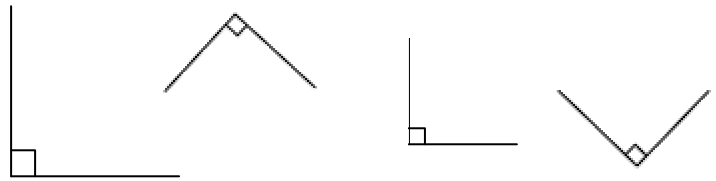

II.- Cualquier segmento puede ser prolongado de forma continua en una recta ilimitada en la misma dirección.

[1] Axioma: Proposición tan clara y evidente que se admite sin necesidad de demostración.
Postulado: Proposición cuya verdad se admite sin pruebas y que es necesaria para servir de base en ulteriores razonamientos.

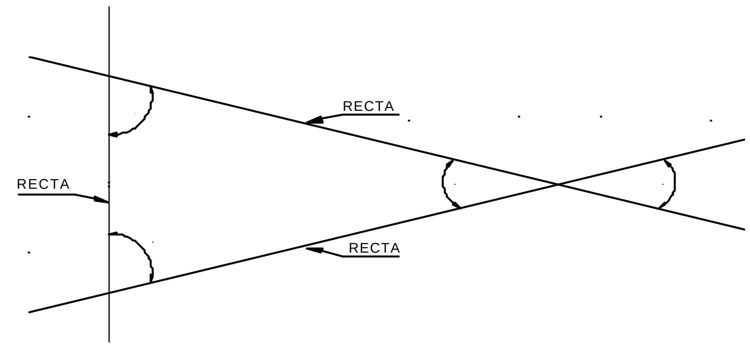
III.- Se puede trazar una circunferencia con cualquier centro y cualquier radio.



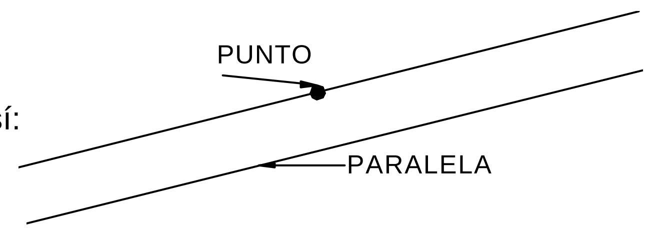

IV.- Todos los ángulos rectos son iguales.



V.- Si una recta, al cortar a otras dos, forma los ángulos internos de un mismo lado menores que dos rectos, esas dos rectas prolongadas indefinidamente se cortan del lado en el que están los ángulos menores que dos rectos.




Este Postulado es conocido con el nombre de axioma de las paralelas y también se enunció más tarde así:
Por un punto exterior a una recta se puede trazar una única paralela.




Este Postulado, que al parecer no satisfacía al propio Euclides, ha sido el más controvertido y dio pie en los siglos XVIII y XIX al nacimiento de las geometría no Euclídeas.

"Los Elementos" consta de trece libros sobre geometría y aritmética.

LIBROS del I al VI: Geometría plana.

El libro I trata de triángulos, paralelas, incluye postulados, etc.

El libro II trata del álgebra geométrica.

El libro III trata de la geometría del círculo.

El libro IV de los polígonos regulares.

El libro V incluye una nueva teoría de las proporciones, aplicable tanto a las cantidades conmensurables (racionales) como a las inconmensurables (irracionales).

El libro VI es una aplicación de la teoría a la geometría plana.

LIBROS del VII al X:

Del VII al IX: Tratan de la teoría de los números (aritmética), se discuten relaciones como números primos, (Euclides prueba ya en un teorema que no hay una cantidad finita de números primos), mínimo común múltiplo, progresiones geométricas, etc.

El libro X trata de los segmentos irracionales, es decir, de aquellos que pueden representarse por raíz cuadrada.

LIBROS del XI al XIII: Geometría del Espacio.

Geometría Plana y del Espacio,
Jorge Wentworth y David E. Smith

# ACTIVIDADES (I)

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACION: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACION, CONSIDERAMOS QUE AL RESPONDER 3 DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MINIMA PONDERACION.**

**1**. Quien fue Euclides y a que se dedicaba.

**2**. Cuantos axiomas dejo Euclides y menciona por lo menos 3 de ellos.

**3**. La obra más importante que Euclides dejo para la posteridad se llama.

**4**. En cuantos libros se divide la obra de Euclides

**5**. Los libros once al trece de la obra de Euclides de que trata.

# UNIDAD 2

## Conceptos Fundamentales

## Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Comprenda los conceptos básicos de la Geometría y que lo integre a su lenguaje arquitectónico.
- Pueda realizar los ejemplos de esta unidad.
- Observe que los ejemplos que aquí utilizamos son solo algunos de los tantos que existen.

**Contenido:** Paralelismo, Perpendicularidad, Inclinación, Unión, Contención e Intersección, Entes Geométricos

**Duración:** ½ Clase

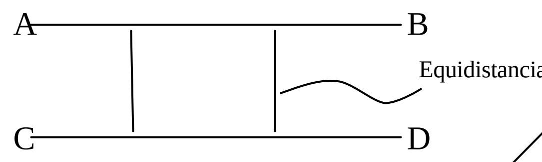
**Actividad:** Prueba Cognoscitiva y Ejercicios

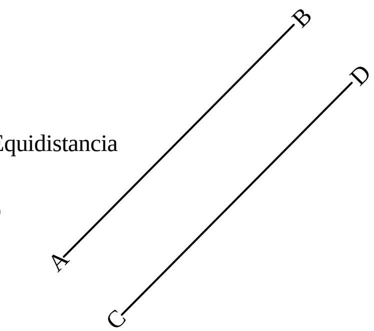
# Conceptos Fundamentales:

Estos conceptos se entenderán que su relación será de dos, o sea dos puntos, dos líneas dos planos, dos volúmenes o la combinación de cualquiera de estos.

## Paralelismo:

Es la continua igualdad de distancia entre líneas o planos, que se encuentran **equidistantes** entre sí. En otras palabras el paralelismo se da en rectas o cualquier forma o figura que se pueda generar, siempre y cuando estén separadas y mantengan la misma distancia, por más que se prolonguen no se unen. El paralelismo se representa mediante el símbolo ||; para representar la paralela se escribe así; la recta AB || a la recta CD lo leeremos así: "la recta AB es paralela a la recta CD".

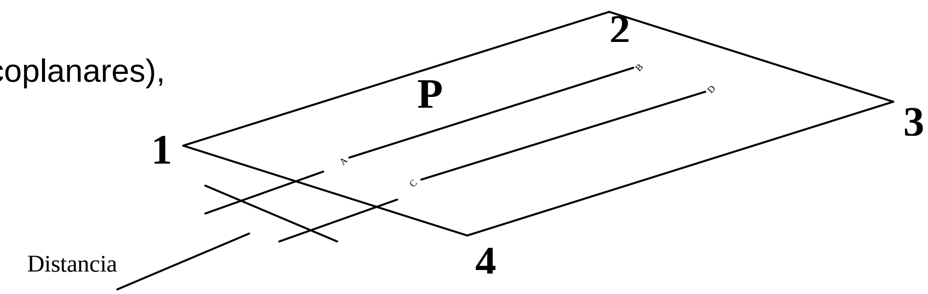



Para encontrar paralelas existen varios métodos, pero en este documento solo trabajaremos el método de un punto dado y el método de distancia dada.

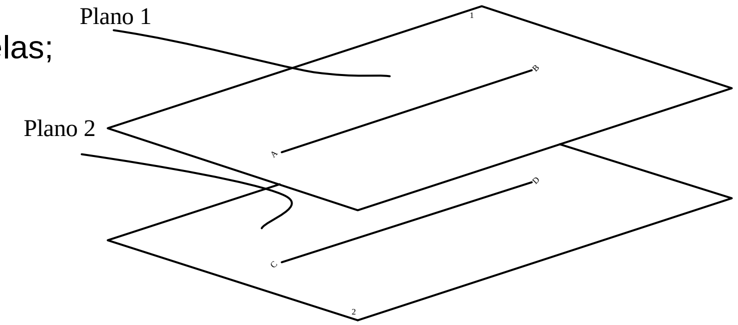
**Postulados de las paralelas:**

Se dice que dos rectas son paralelas sí estando contenidas en un mismo plano, (coplanares), no tienen ningún punto en común y la distancia entre las mismas no varia.



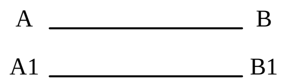

1 Geometría, de Meter b. Geltner, Editorial Internacional Thompson Editores, tercera Edición 1978

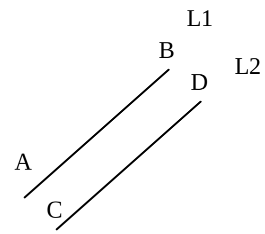
Entre planos paralelos, este concepto de paralelismo es el mismo que el de las rectas paralelas; que siempre mantengan una distancia sin variar y no tengan ningún punto común.




El paralelismo tiene los siguientes caracteres:

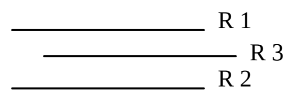
**Idéntico**: Toda recta es paralela a sí misma.




**Reciproco**: Si una recta es paralela a otra, está es paralela a la primera.
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, entonces $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$

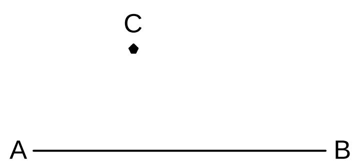
**Transitivo**: Dos rectas paralelas a una tercera, son paralelas entre sí. [1]



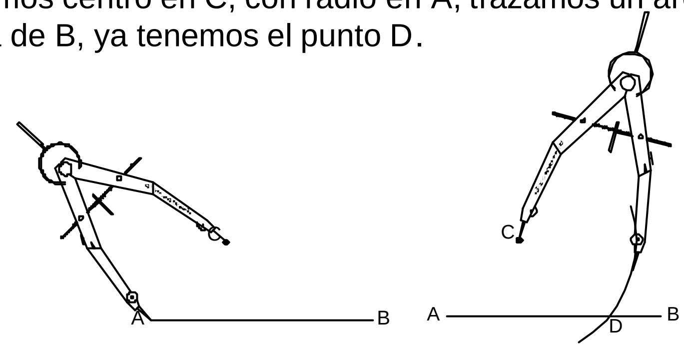

[1] 1 Geometría, de Meter b. Geltner, Editorial Internacional Thompson Editores, tercera Edición 1978

## Método por un punto dado;

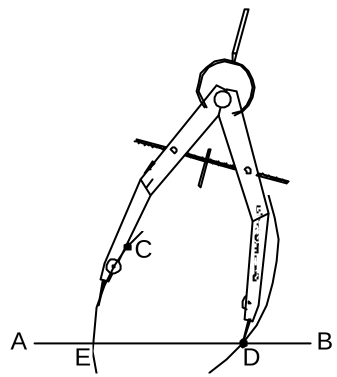
**PASO 1.-** Tenemos una recta AB y un punto C fuera de la recta.



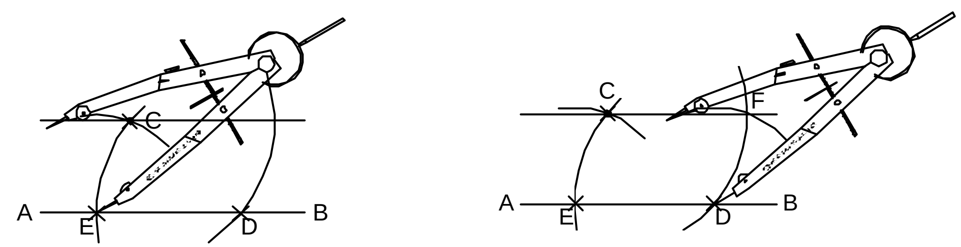

**PASO 2.-** Hacemos centro en C, con radio en A, trazamos un arco que toque la recta cerca de B, ya tenemos el punto D.




**PASO 3.-** Tenemos el punto D, ahora hacemos centro en D, con el mismo radio de AC, trazamos otro arco que toque la recta cerca de A, ya tenemos el punto E.




**PASO 4.-** Luego hacemos centro en E con radio en el punto C, en donde se intercepte el arco con el punto C, tendremos el primer punto, de igual forma hacemos el radio D, y obtendremos el punto F y luego solo tendremos que unir los puntos C y F, y como resultado nos dará la paralela que buscamos.

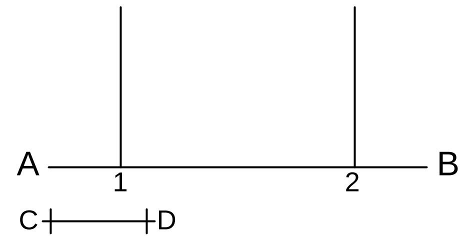



1 . Método Elaboración Propia.

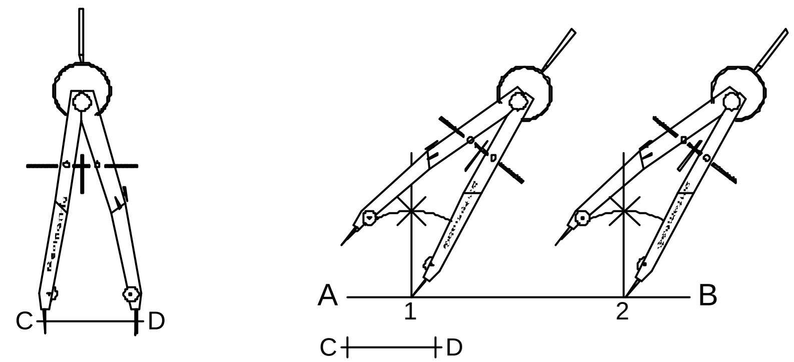
## Método de una distancia dada;

**PASO 1.-** Tenemos una recta AB, y una distancia dada CD

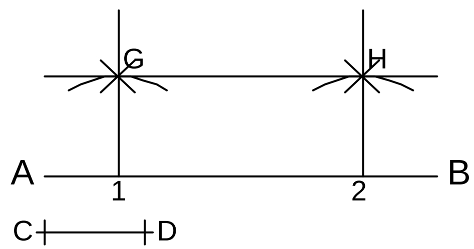

**PASO 2.-**Trazamos dos perpendiculares sin distancias establecidas.




**PASO 3.-**Con la distancia dada, hacemos centro en la intersección, trazamos un arco que corte a la perpendicular 1, tenemos el punto G de intersección, hacemos lo mismo en la perpendicular 2 y hemos encontrado H.

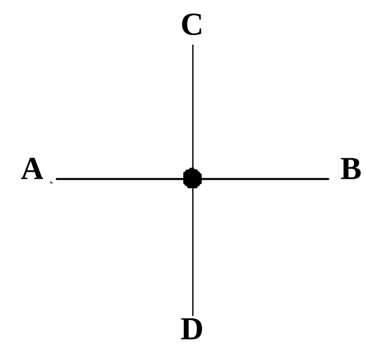



**PASO 4.-**Ahora lo tenemos que hacer es unir los puntos y tendremos la paralela que buscábamos.



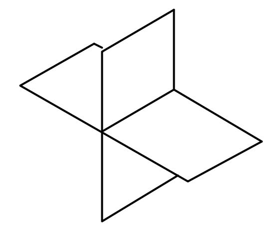

[1] . Método Elaboración Propia.

# Perpendicularidad

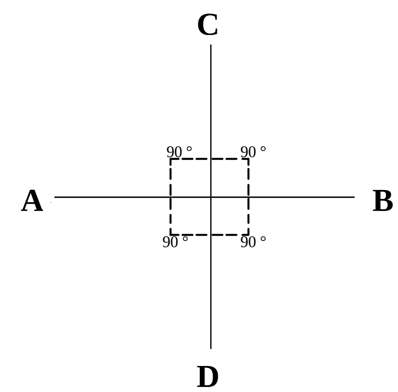



Se da cuando una línea forma un ángulo recto (90º) con otra línea que no necesariamente se intercepten.
La perpendicularidad se representa mediante el símbolo **?** de esta suerte,
AB **?** CD, se lee: "AB es perpendicular a CD".

La perpendicularidad también se da o se puede aplicar en los planos cuando se interceptan con otros planos.



En otros textos se utilizan otros signos como estos; **?** , **?** , para representar la perpendicularidad.



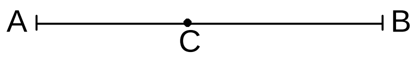

Para construir una Perpendicular existen varios métodos pero aquí solo te presentaremos dos que son los de un punto dentro de la recta y la de un punto exterior a la recta:

---

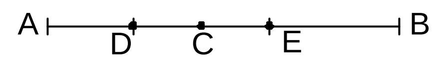
1 Geometría Analítica, de Joseph H. Kindle, Editorial Schuam+McGraw-Hill, México 1978

## Método de un Punto dentro de la Recta:

**PASO 1.-** Tenemos una recta AB, y un punto C, no importa la ubicación de este dentro de la recta.

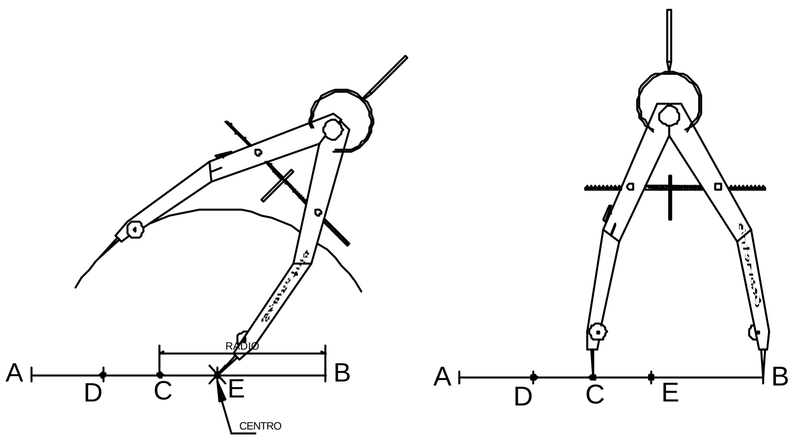


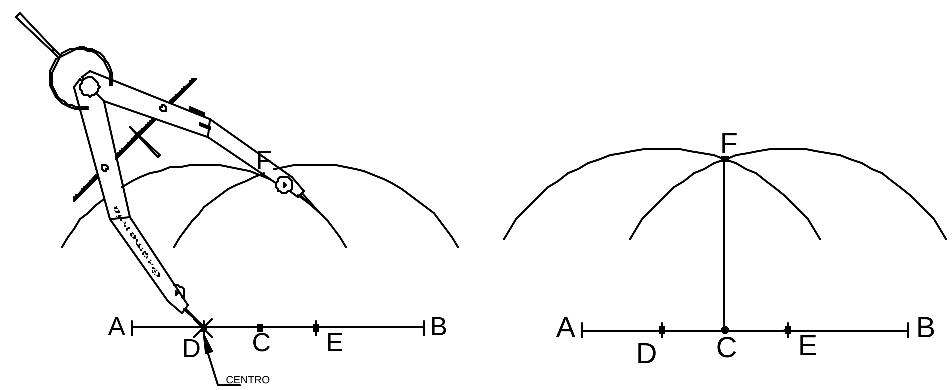

**PASO 2.-**Del punto C, trazamos dos puntos que se encuentren a la misma distancia de este, puntos D y E.




**PASO 3.-**Ya tenemos los puntos D y E, ahora abrimos el compás con centro en C y radio en B, con este radio y haciendo centro en E, trazaremos un arco.

**PASO 4.-**Con el mismo radio de C y B, hacemos centro en D, trazamos otro arco y donde se intercepte con el anterior encontraremos el punto F, luego unimos los puntos F y C y tenemos la perpendicular que buscamos.

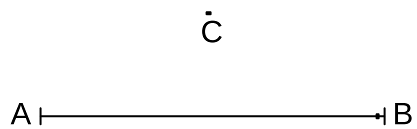


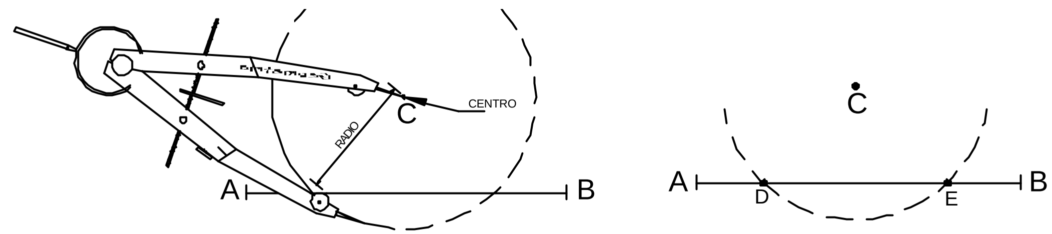

[1] . Método Elaboración Propia.

**Método de un Punto Exterior a la Recta:**

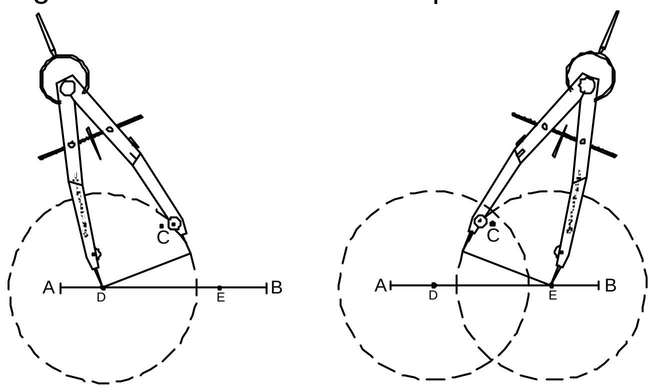
**PASO 1.-**Tenemos una recta AB, y un punto C, no importa la ubicación de este fuera de la recta.



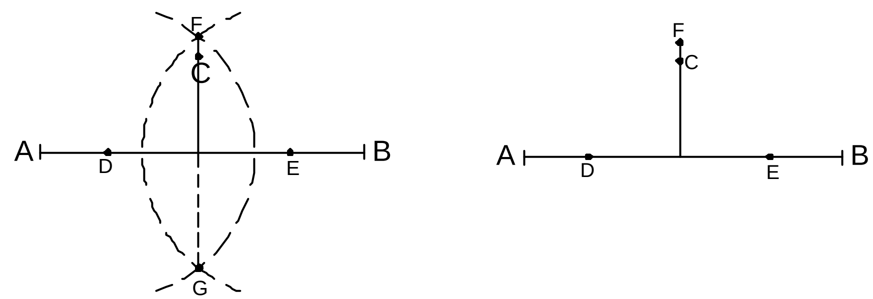

**PASO 2.-**En el punto C hacemos centro, con un radio cualquiera, siempre y cuando que la circunferencia toque a la recta AB, en donde intercepte esta, tendremos los puntos D y E.



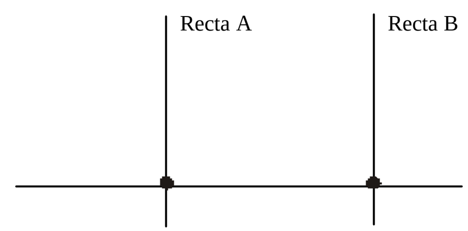

**PASO 3.-**Trazamos otra circunferencia con el radio anterior, solo que ahora hacemos centro en el punto D, luego hacemos lo mismo en el punto E.




**PASO 4.-**Encontramos dos nuevos puntos el F y el G, ahora solo los unimos hasta que toque la recta AB, y ya tenemos la perpendicular que buscamos.

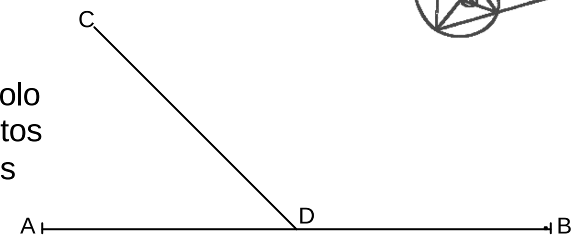



**La perpendicularidad**, tiene el carácter Reciproco, es decir; Si una recta es perpendicular a otra, ésta es perpendicular a la primera. El otro carácter que tiene la perpendicularidad es la de la ortogonalidad o sea que se trabaja en ángulo de 90º, como se ve en la grafica inicial del tema.



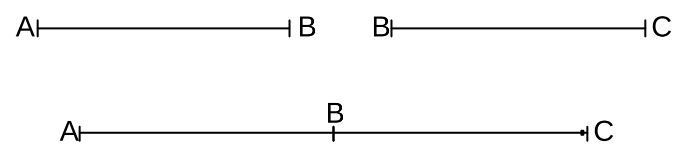
## Inclinación

Esta se da cuando las rectas no están ni perpendiculares, ni paralelos a otra recta. La inclinación no solo se da en las rectas, sino que también se puede dar también en los planos y volúmenes. En algunos textos representan a la inclinación por medio de la letra minúscula (i), de esta manera, CD i AB, se lee; “CD es una recta inclinada a AB”. Se indica



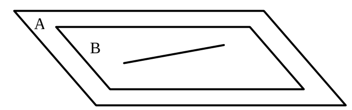

## Unión

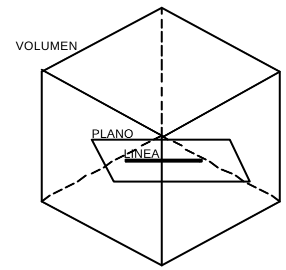
Es la correspondencia, conformidad o composición que resulta de la unión de algunas cosas que se incorporan entre sí. Decimos que cuando en geometría se unen líneas, planos, que den como resultado una figura mayor, estamos hablando de la unión y para representarla nos basamos en el signo ( **U** ), entonces lo siguiente A **U** B **U** C, se leerá de la siguiente manera "A es la unión de B, y B es unión de C", esto a su vez da como resultado una recta mayor.




## Contención o inclusión

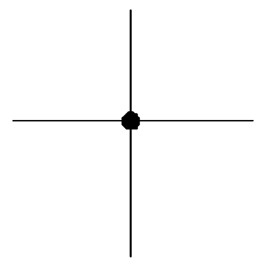
Es la acción de incluir algo dentro de otra cosa o dentro de sus límites, en Geometría diremos que la inclusión se dará cuando una recta va en un plano. El signo de la contención es de la siguiente manera ( **?** ), de esta forma todo lo que representemos de esta manera A **?** B se leerá así; “A esta contenida en B”.

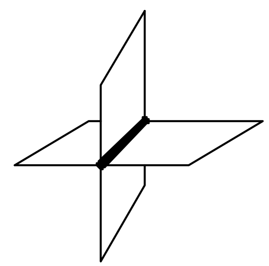


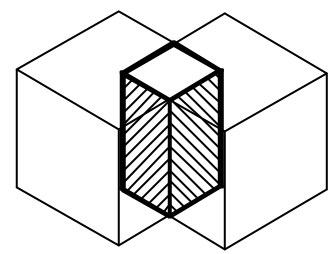




## Intersección

Se da cuando dos líneas, dos planos o dos volúmenes que recíprocamente se cortan y que respectivamente tienen en común, en el caso de las dos líneas un punto, dos planos una línea y dos volúmenes un volumen menor. Para representarla nos basamos en el signo ( n ), entonces lo siguiente A n B = Z, se leerá de la siguiente manera “A” es la intersección de B, y nos da como resultado Z".







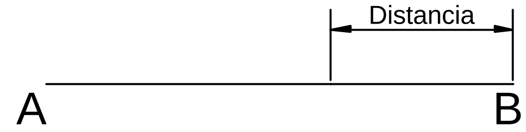
Todos los conceptos anteriores cono se dijo al principio son de relación de dos.

[1] Matemáticas 4, de Editorial Coveñas S. A. C., Manuel Coveñas Naquiche, Perú 1982.

# Generación del espacio

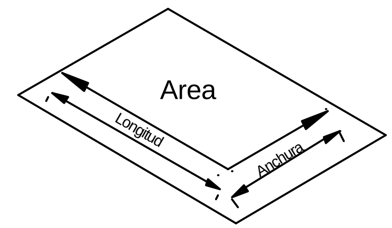
## Espacio unidimensional.

Se da cuando un punto, desde su posición de arranque avanza en una dirección inmutable o sea que no cambia y va dejando a su paso un rastro que nosotros veremos o describiremos como una **Recta,** (determinando con ello la dimensión uno), en la cual podremos determinar distancias, hacia la derecha o izquierda, sobre esta la **Recta** a la que denominaremos "AB".
En el espacio unidimensional solo podremos medir las longitudes.



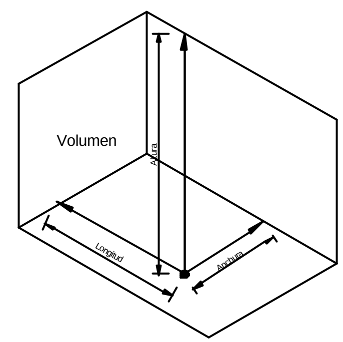

## Espacio bidimensional.

Se dará cuando nosotros teniendo una **Recta** la movemos en una dirección perpendicular a la de su origen, y al rastro que este movimiento vaya formando lo llamaremos **Plano**, (dando lugar a la segunda dimensión), en este espacio lo que mediremos será las longitudes y las anchuras y con ello veremos que ya tenemos dos movimientos, con los cuales determinaremos un espacio al que llamaremos **Área.**

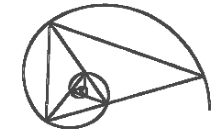



## Espacio tridimensional.

Este espacio se crea a partir de que un plano se mueve en una dirección distinta a las anteriores y al rastro que forme nuestro plano lo llamaremos **Volumen,** (creando con ello, la tercera dimensión), aquí podremos medir longitudes, anchuras y además alturas, que es el nuevo elemento de medida que obtenemos y con el cual calcularemos el tamaño de nuestro **Volumen.**

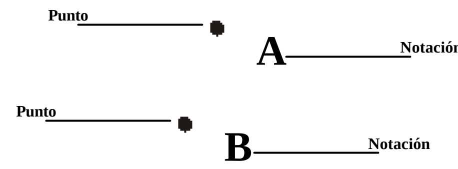



[1] [1] Matemática Constructiva 9, Enciclopedia Temática LAROUSSE, España 1985



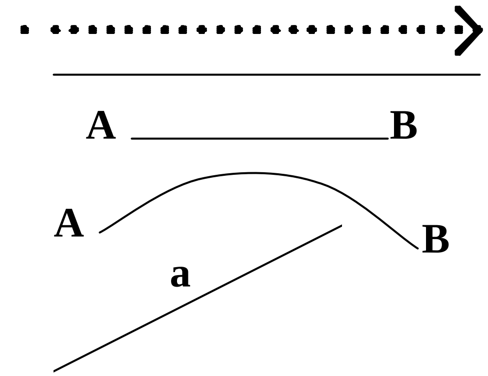
## Entes Geométricos

### Punto




Decimos que el punto sólo tiene posición, no posee ni longitud, ni anchura, ni espesor y es representado por medio de un signo que equivale al siguiente (•). No obstante, es necesario tener presente que el punto gráfico representa el punto geométrico pero no es el punto geométrico, pues el punto solamente es una referencia. El punto se designa por medio de una **notación** que puede ser una letra mayúscula colocada en las proximidades del punto. Así: P •

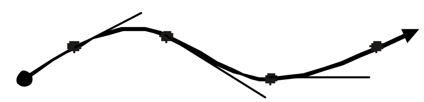
### La Línea




La Línea tiene en su inicio un punto y la sucesión de puntos da como resultado una línea. Entonces decimos que la línea posee longitud, pero carece de anchura, de espesor y se puede representar por medio del trazo que puede prolongarse infinitamente en ambas direcciones y sentidos. Una línea se designa con las letras mayúsculas de dos cualesquiera de sus extremos o por medio de una letra minúscula al centro de la línea.

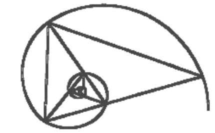
Existen dos tipos de líneas: líneas rectas y las líneas curvas.

La Línea recta, se considera engendrada por un punto que se mueve siempre en la misma dirección y sentido, ya sea izquierda o derecha. También decimos que son los mínimos conjuntos de puntos entre dos que se limitan en una distancia dada. La línea recta es de extensión ilimitada: se la puede prolongar indefinidamente, en cualquiera de los dos sentidos, en lo sucesivo cuando se diga recta sobreentenderemos la línea recta.

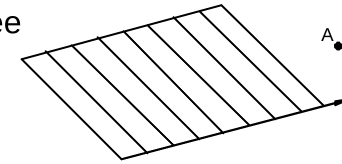


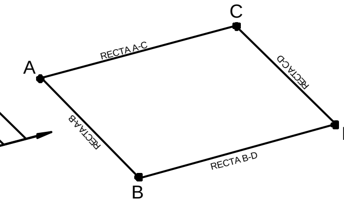
Las Líneas Curvas; se origina por el desplazamiento de un punto que cambia permanentemente de dirección. Pueden ser Planas y Espaciales.

[11] Matemática Constructiva 9, Enciclopedia Temática LAROUSSE, España 1985



## P l a n o:

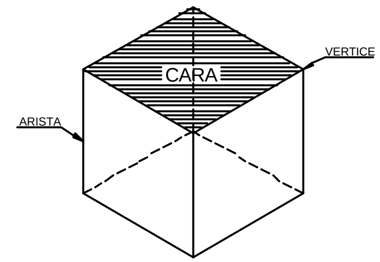





Es el desplazamiento de una línea sobre otra que esta perpendicular a esta, también es ilimitado, posee longitud y anchura, pero carece de espesor. Otra definición del plano es que tres puntos no alineados determinan un plano. El símbolo de plano es P y para nombrarlo debe estar acompañado de por lo menos, tres puntos o más. Estas son unas de las tantas definiciones del plano.

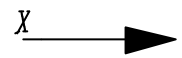
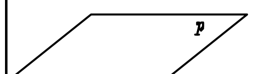
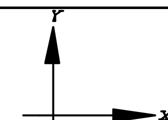
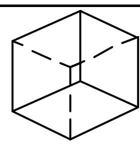
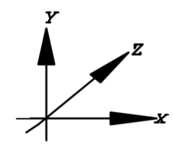
Es importante saber que en un plano podemos encontrar contenidos en ellos, puntos, rectas y obtener figuras geométricas.

## El Volumen:




Se origina por el desplazamiento de un plano en una dirección perpendicular al plano original. Todos los objetos son tridimensionales, pues tienen longitud, anchura y altura, por mínima que esta sea o se vea.

En la siguiente tabla que a continuación detallamos veremos como se comportan los diferentes entes geométricos:

| ENTE | MOVIMIENTO | ESPACIO | COORDENADAS | DIMENSIONAL | DIRECCION | MEDICION |
|---|---|---|---|---|---|---|
|  PUNTO | CERO | CERO | ________ | ________ | ________ | ________ |
|  LINEA | 1 | UNIDIMENSIONAL | SOLO EN **"X"** | METRO LINEAL |   | LONGITUD |
|   PLANO | 2 | BIDIMENSIONAL | EN **"X"** y **"Y"** | METRO CUADRADO |   | AREA O SUPERFICIE |
|  VOLUMEN | 3 | TRIDIMENSIONAL | EN **"X", "Y"** y **"Z"** | METRO CUBICO |   | VOLUMEN O MASA |

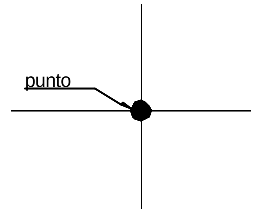
Para simplificar solo hacemos los cuadros de cada uno de los espacios dimensionales y sus diferentes sentidos ya que fueron explicados anteriormente.

# Relaciones de Incidencia espacial

## Ley de Dualidad del Espacio

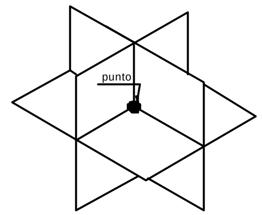
No es más que las propiedades que tienen los entes geométricos de generarse unos a partir de otros y estos a través de los primeros.

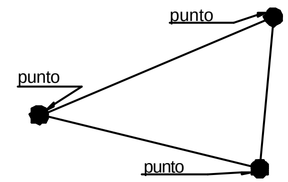
Un punto se genera por la intersección de dos rectas; en tanto que una recta se genera por la unión de dos puntos.



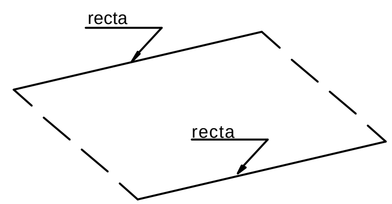


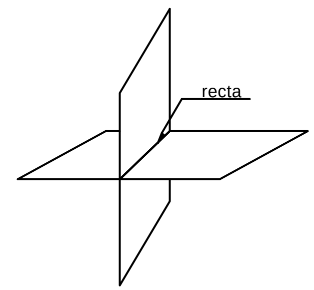
Un punto se genera por la intersección de tres planos; en tanto que un plano se genera por la unión de tres puntos.




Un plano se genera por la unión de dos rectas no colineales; en tanto que una recta se genera por la intersección de dos planos.




Se tiene que asegurar que el intercambio de ideas sea completo, pues con ello se obtiene la dualidad, si es incompleto entonces no existe la dualidad.

[1] Geometría Analítica, de Joseph H. Kindle, Editorial Schuam+McGraw-Hill, México 1978

# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACION: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACION, CONSIDERAMOS QUE TENDRAN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MINIMA PONDERACION.**

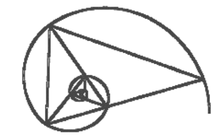
**1**. Como se da la Unión y de un ejemplo de ella

**2**. Cómo se da la Perpendicularidad y ejemplifíquela

**3**. Como se genera el espacio tridimensional

**4**. Cuales son los Entes Geométricos

**5**. Dar un ejemplo de la Ley de Dualidad



# UNIDAD 3

## EL INICIO DE GEOMETRIA PLANA

## Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Conozca el concepto del Espacio Bidimensional
- Que pueda distinguir los diferentes sistemas de coordenadas
- Comprenda como se posiciona el punto en el espacio
- Que pueda realizar conversiones entre los diferentes sistemas de coordenadas

**Contenido:** La Recta y sus características, Sistemas de Coordenadas, Posicionamiento del Punto y Conversiones.

**Duración:** Clase

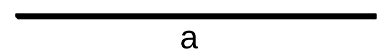
**Actividad:** Ejercicios y Tareas

**Concepto de Geometría Plana:** Rama de la Geometría Euclidiana que estudia a los entes bidimensionales y sus propiedades.

**Notación:** Sistema de signos convencionales (letras), que se usan en Geometría, de varias formas y son los siguientes:

En los Puntos colocaremos una letra.

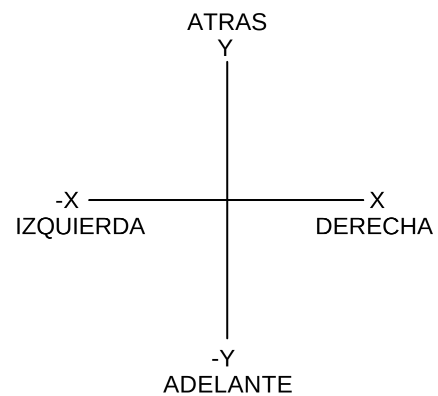

En las Rectas colocaremos una letra minúscula al centro de esta.




Otra forma de nombrar una Recta por medio de puntos extremos
Esta recta la llamaremos $AB$

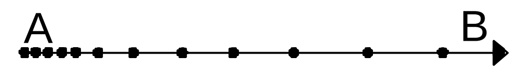

## El Espacio Bidimensional Horizontal (X, Y)

Es aquel espacio que esta paralelo al horizonte. Lo delimitaremos por medio de dos ejes de referencia que se intersecan, a los cuales llamaremos eje “X” y eje “Y”, con estos podremos medir profundidades y anchuras.



# La Recta y sus características

La Recta, se considera engendrada por un punto que se mueve siempre en la misma dirección y sentido. Y en ella también podemos encontrar varias características de esta, las cuales son:

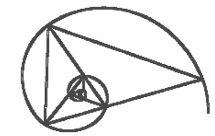



**La Longitud:** será la medida que utilizaremos para conocer la distancia y tamaño de la recta.

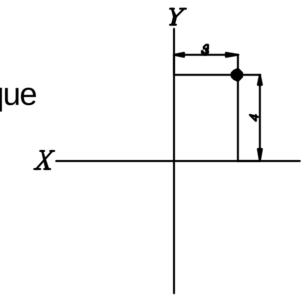

**Dirección:** es la que nos indica hacia donde se dirige nuestra recta, lo podemos orientar de una mejor forma tomando en cuenta los puntos cardinales, como lo son; Norte, Sur, Este Oeste y combinaciones de estos.


**Sentido:** Es el que nos indicará donde comienza la recta, por ejemplo si la recta inicia en el punto A esta será $\overline{AB}$, pero si inicia en B, la recta será $\overline{BA}$, como se ve en las graficas.


[1] Matemática Interactiva, Enciclopedia Virtual, Versión 2.



# Sistemas de Coordenadas




La idea básica de las Coordenadas, es representar la posición de un punto en el plano o en el espacio. Fue Descartes el primero que utilizó el método de las coordenadas para indicar la posición de un punto (en el plano o en el espacio). La posición del punto se lograba midiendo sobre los ejes las distancias al punto. Esta idea, la de representar la posición de un punto mediante coordenadas, es tan simple, solo que hay que seguir los datos que se indican, de la manera que se puede ver en el dibujo.

## Coordenadas Cartesianas (o Rectangulares)

El sistema de coordenadas cartesianas se le acredita a un reconocido filósofo francés del siglo 17, llamado Rene Descartes. Historiadores cuentan que a Descartes se le ocurrió el sistema de coordenadas mientras trataba de describir la posición de una mosca que había quedado atrapada en una tela de araña. Otros historiadores, sin embargo, reconocen la idea del sistema de coordenadas a un griego llamado Apollonius que vivió alrededor de 200 A.C.

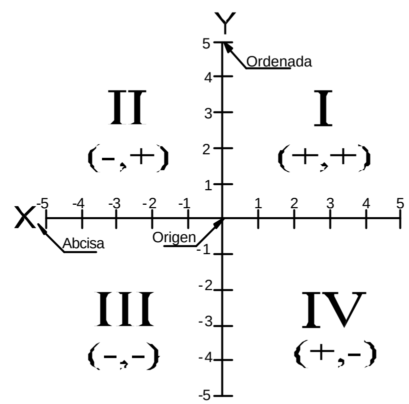
**¿Qué es el sistema de coordenadas cartesianas?**

El sistema de coordenadas cartesianas es una manera de identificar la posición de un punto sobre un plano en relación a dos rectas perpendiculares llamados ejes. El eje horizontal también se llama eje de **X** o abscisa, y el eje vertical se llama eje de **Y** u ordenada. El punto de intersección de los ejes se llama punto origen, se representa con la letra O. Sobre cada recta se establece una recta numérica de manera que el valor 0 (cero), corresponde al punto origen, los valores positivos corresponden a los puntos a la derecha del eje de x o hacia arriba del eje de y. Y, los valores negativos corresponden a los puntos a la izquierda del eje de x o hacia abajo del eje de y.

Si observamos cuidadosamente el sistema de coordenadas cartesianas divide el plano en cuadro regiones llamados **Cuadrantes**.

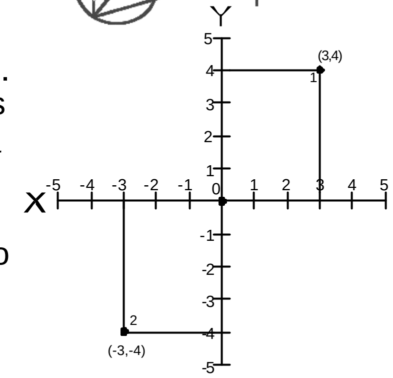
Los **Cuadrantes** nos ayudan a identificar rápidamente la posición de un punto, si recordamos cómo cambian los signos de las coordenadas en cada uno:

- En el cuadrante I las coordenadas son ( +, +)
- En el cuadrante II las coordenadas son ( -, +)
- En el cuadrante III las coordenadas son ( -, -)
- En el cuadrante IV las coordenadas son ( +, -)




[1] Geometría Analítica, Joseph H. Kindle, Schaum+McHil, 1978

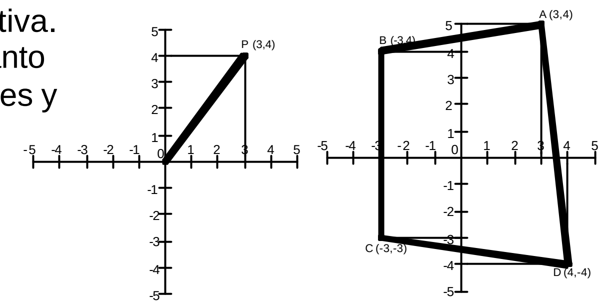
### ¿Cómo se establecen las coordenadas de un punto?



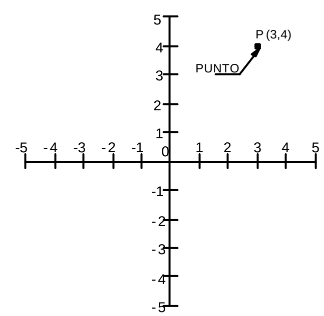

Las coordenadas de un punto es un par ordenado (x, y) que identifica la posición que este se encuentra con respecto a los ejes. La primera coordenada (x) o abscisa es la posición del punto con respecto al eje horizontal o eje de **X.** Es decir, cuantas unidades positivas o negativas se encuentra del punto de origen en el eje horizontal. La segunda coordenada u ordenada, es la posición del punto con respecto al eje vertical o eje de **Y.** Es decir cuantas unidades positivas o negativas se encuentra del punto origen en el eje vertical. Por ejemplo tenemos unas coordenadas (3,4), contamos 3 unidades en el eje **"X"** y 4 unidades en "Y", ya encontramos nuestro punto, veamos el otro ejemplo; tenemos las coordenadas (-3,-4), no es lo mismo pues el conteo lo haremos en los cuadrantes negativos.

### ¿Cómo se grafica un punto dado sus coordenadas?

Para graficar un punto dado sus coordenadas, empiece en el origen y proceda a lo largo del eje de X, el número de unidades que indique la abscisa. Proceda a la derecha cuando es positiva y a la izquierda cuando es negativa. Luego, cuente las unidades positivas o negativas que indica la ordenada. Cuando ésta es positiva suba y cuanto es negativa baje. Por ejemplo, para graficar el punto P, con coordenadas (3,4), contamos a la derecha 3 unidades y luego hacia arriba 4 unidades. Tengamos en cuenta que con el sistema de coordenadas también podemos ubicar una recta siguiendo los puntos que se nos indiquen y como por lo consiguiente también podemos ubicar un plano utilizando este mismo método.




## Posicionamiento del Punto

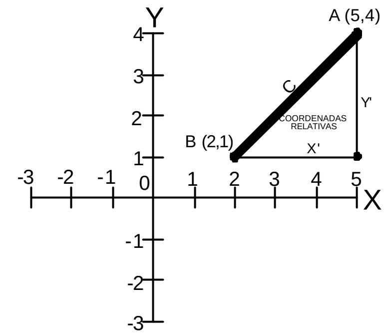



El punto puede estar posicionado en cualquier parte del espacio, pero para determinar la posición nosotros le colocaremos valores, basándonos en el sistema de referencia, que indicamos anteriormente, en esta nos darán cada uno de los valores para poder ubicarlo, esto nos ayudara como partida para saber como vamos trabajar con los Sistemas de Coordenadas.

---

[1] Geometría Analítica, Joseph H. Kindle, Schaum+Mc-Hil, 1978

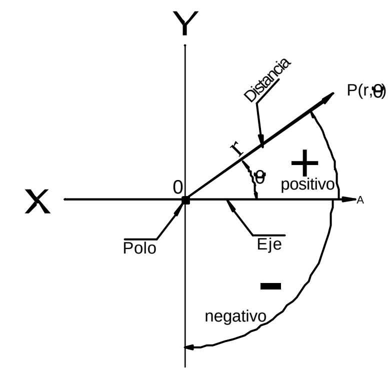
## Coordenadas Relativas o Parciales




Es una manera de identificar la posición de un punto, con relación al último punto dado sobre las coordenadas en el plano, por lo tanto se puede decir que estas también son coordenadas rectangulares. La diferencia de las Relativas con las Totales, es que estas se comienzan a trazar a partir del último punto dado en las totales, o bien podemos decir que las Coordenadas Relativas, son aquellas que medimos a partir de un punto extremo de la recta teniendo siempre como referencia los ejes "X" y "Y". En la grafica vemos los valores de nuestra coordenada relativa que es en nuestro punto A (5,4) y en nuestro punto B (2,1), aquí unimos los puntos y ya tenemos nuestra recta **"C"**.

## Coordenadas Polares

El sistema más utilizado para localizar un punto suele ser el de las coordenadas cartesianas, pero hay otro muy utilizado también: el de coordenadas polares. En lugar de fijar la posición de un punto del plano en función de sus distancias a dos rectas perpendiculares este se hace en función de la distancia de un punto fijo y de la dirección con respecto a una recta fija que pase por este punto. Las coordenadas de un punto, en esta referencia se llaman Coordenadas Polares. En este método se utiliza la distancia del punto al origen, medido sobre el segmento que los une y el ángulo que forma dicho segmento con uno de los ejes. El punto fijo 0 (cero), se denomina Polo y la recta fija 0 a A (de cero al Punto A), se llama Eje Polar.

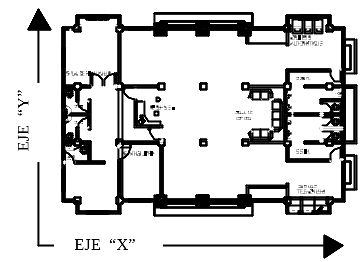


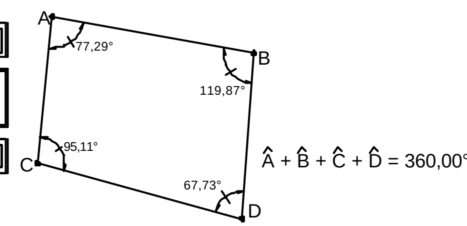

Las Coordenadas polares de un punto P se representa por (r; θ**),** siendo r la distancia 0P y θ el ángulo A, 0, P. La distancia r medida desde 0 (cero) hasta P es positiva. Igual el ángulo θ es positivo cuando se mide en sentido contrario al de las agujas del reloj; r es positiva cuando se mide desde el polo al punto y negativo en caso inverso. Para entenderlo mejor ver grafica anterior.

[1] [1] Geometría Analítica, Joseph H. Kindle, Schaum+McHil, 1978

## Coordenadas Horizontales

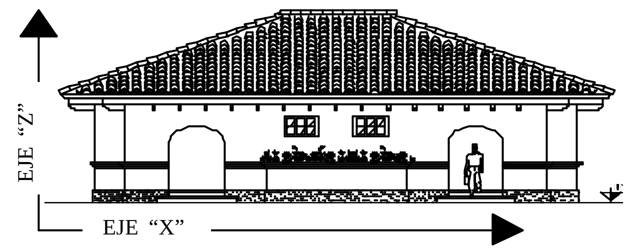
Son las que se forman cuando líneas horizontales o paralelas son ubicadas en una superficie Estas líneas pueden expresarse en rumbos y azimut, además de indicar distancias entre puntos. Con este tipo de coordenadas podemos representar en arquitectura una planta la topografía de un terreno. Esta se manejan en los ejes X y Y, en este sistema utilizaremos los grados º, minutos ‘ y segundos “.



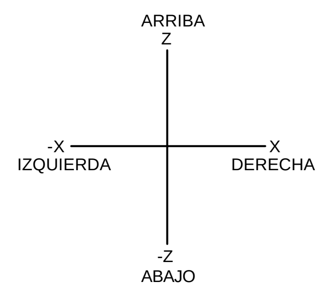

## Coordenadas Verticales

Son las que se forman en un plano vertical determinado por una línea vertical o que apunta hacia el centro de la tierra, nosotros en arquitectura las utilizaremos en la construcción de fachadas, puesto que los ejes donde se mueven son los X y Z.

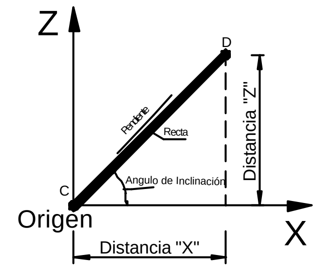



## Espacio Bidimensional Vertical (X, Z)

Este se da cuando el plano es perpendicular al horizonte. Su delimitación la haremos con los ejes de referencia que se intersecan, a estos ejes los denominaremos “X” el que es paralelo al horizonte y el “Z” perpendicular al horizonte. Aquí podremos medir longitud y altura.




Geometría Analítica, Joseph H. Kindle, Schaum+McHil, 1978




**Pendiente o Grado de Inclinación:** Es la medida de la inclinación de una recta, la podemos encontrar dividiendo la coordenada del eje "Z" entre la del eje "X",

**Pendiente** = distancia "Z" dividido distancia "X" y multiplicada por 100

**Pendiente Unitaria** = distancia "Z" dividido distancia "X"

**Ángulo de Inclinación:** Es medido tomando como referencia el eje horizontal de las coordenadas, o sea el eje **"X".**
Con un transportador mediremos el ángulo, también lo podemos calcular por medio de las funciones trigonometricas:

$\mathbf{Tg^{-1}}$ = Op/Ad esto equivale o lo siguiente: $\mathbf{Tg^{-1}}$ = distancia "Z"/ distancia "X" y

Ejemplos de cómo utilizamos las pendientes:

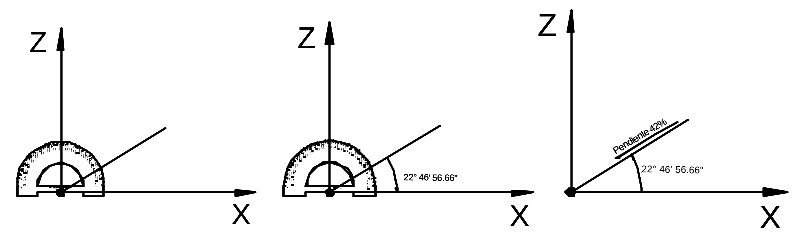
**Ejemplo 1.** Encontrar una recta, dada la pendiente de 42%;

Primero dividimos la pendiente entre 100, esto nos dará 0.42 que es la pendiente unitaria, la que nos servirá para calcular el ángulo de inclinación, de la siguiente manera; dándole a la pendiente unitaria la tangente inversa nos dará 22.782406, que es la medida del ángulo, pero para darlo de una manera mas correcta, con la calculadora lo convertimos en 22º 46' 56.66"

Pendiente de 42%

$\frac{42\%}{100}$ = 0.42

0.42, Pendiente Unitaria
$T^{1}$ 0.42= 22.782406
22.782406 tecla calculadora
° ' " nos dá 22° 46' 56.66"

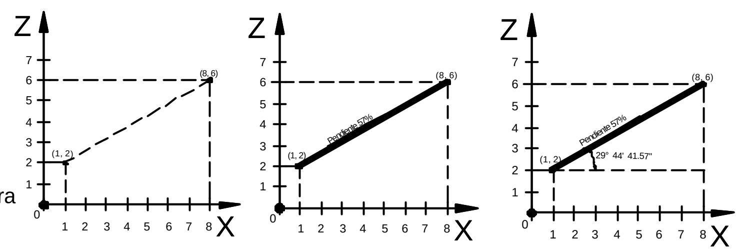



**Ejemplo 2.** Encontrar la pendiente, dada la Recta (1, 2) y (8, 6);

Primero dividimos la distancia vertical entre la distancia horizontal, esto nos dará 0.57, que es la pendiente unitaria, luego la multiplicamos por 100, dándonos 57% que es la pendiente que buscamos, para complementar el ejemplo calcularemos el ángulo de inclinación, de la siguiente manera; dándole a la pendiente unitaria la tangente inversa nos dará 29.744880, que es la medida del ángulo, pero para darlo de una manera mas correcta, con la calculadora lo convertimos en 29º 44' 41.57"

Recta (1, 2) y (8, 6)

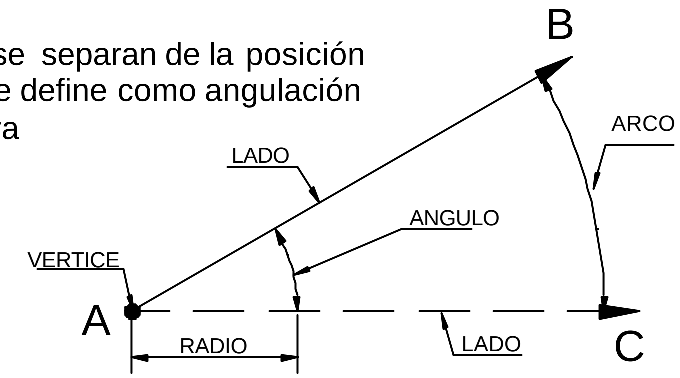
$\frac{dv}{dh} = \frac{4}{7}$= 0.57
0.57 x 100 = 57%
0.57, Pendiente Unitaria
$T^{1}$ 0.57= 29.744880
29.744880 tecla calculadora
° ' " nos dá 29° 44' 41.57"




Recordemos que la **Pendiente** y la **Pendiente Unitaria** son diferentes. Y que la pendiente siempre tendrá su sentido hacia abajo.

[1] Geometría Analítica, Joseph H. Kindle, Schaum+Mc-Hil, 1978

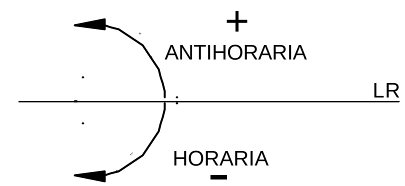
# Ángulos




Si una recta gira en torno a uno de sus puntos (centro) a medida que se desplazan, todos los puntos se separan de la posición original mientras más alejados estén los puntos del centro, mayor será la separación; esta situación se define como angulación o formación de ángulos. También podemos decir que el ángulo es la expresión que indica la abertura entre dos rectas con un mismo origen llamado "Vértice". El ángulo se designa por medio de una letra mayúscula situada en el vértice (B). A veces se usa una letra griega dentro del ángulo. También podemos usar tres letras mayúsculas de manera que quede en el medio la letra que esta situada en el vértice del ángulo.

El ángulo se simboliza así de la siguiente manera: ,, pero en algunos textos se pueden encontrar otra forma; θ u otra letra griega, por lo que no significa que no sea valido.

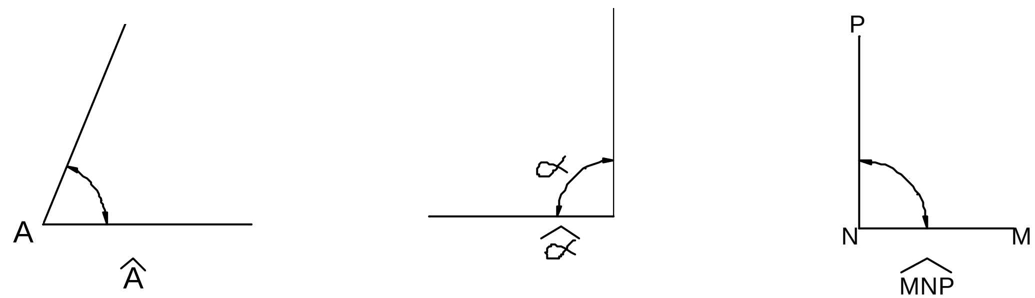
## Direccionalidad




Es el sentido que la recta toma, esta puede ser; Horaria y Antihoraria.
La horaria se da cuando su valor es negativo y se siguen las agujas del reloj.
La Antihoraria es la que va en contra de las agujas del reloj y su valor es positivo.

## Notación de los Ángulos:

Sistema de signos convencionales que se adopta para expresar el lugar o nombre de cada uno de los ángulos que se este trabajando.

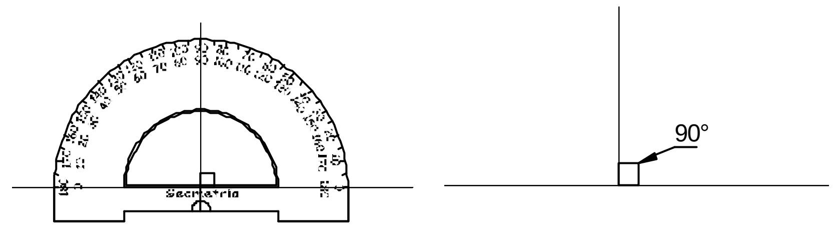



[1] Geometría Analítica, Joseph H. Kindle, Schaum+Mc-Hil, 1978

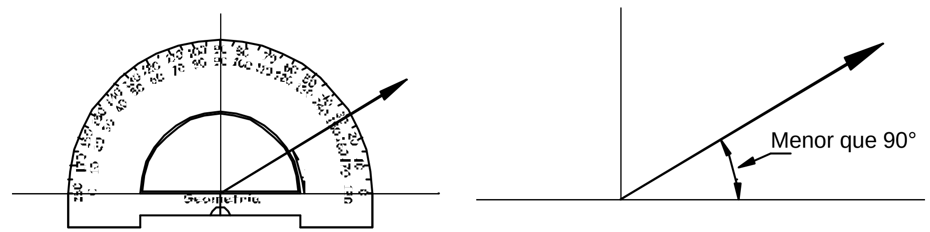
**Los ángulos pueden ser clasificados por:**
**Proporción, Relación y Posición:**

**Por Proporción:**

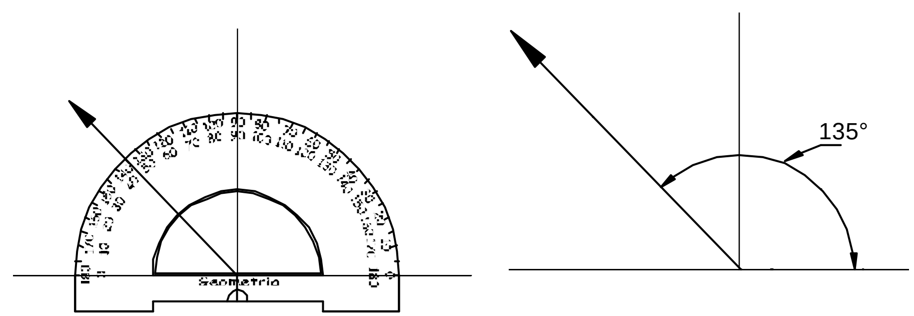
**Rectos:** Es el que mide 90°




**Agudos:** Es el que mide menos que un ángulo recto.

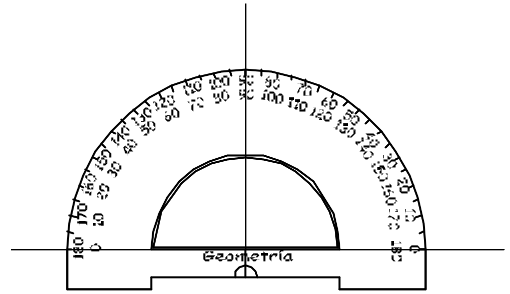


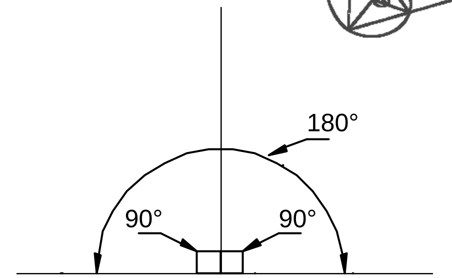

**Obtusos:** Es el que es mayor que un ángulo recto, pero es menor que dos de ellos.




[1] Geometría Analítica, Joseph H. Kindle, Schaum+Mc-Hil, 1978

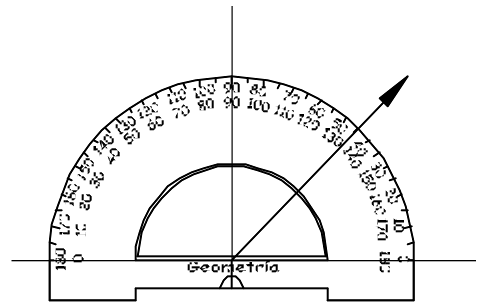
**Llanos:** Es aquel en el cual un lado es la prolongación del otro. Mide 180°

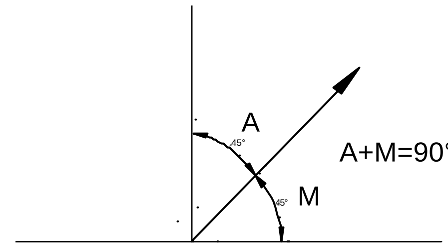


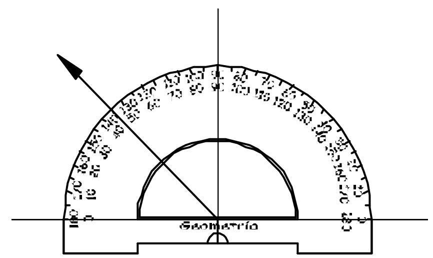

**Por Relación:**

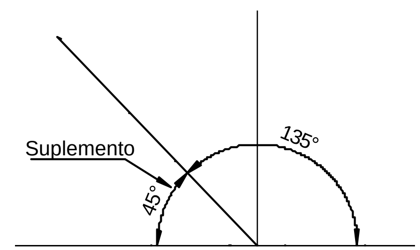
**Complementarios:** Son dos ángulos que sumados valen un ángulo recto, es decir 90°, en este ejemplo tendremos 45º + 45º = 90º

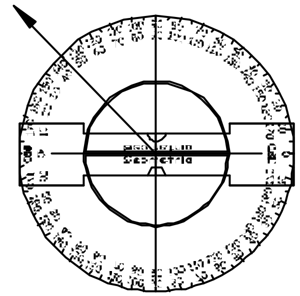


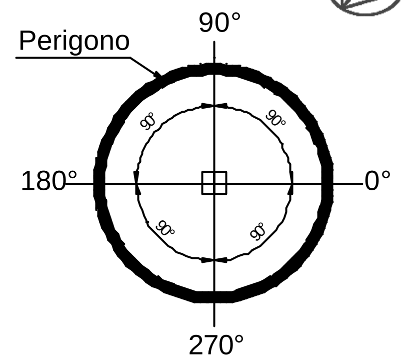




**Suplementarios:** Se llama suplemento de un ángulo a lo que le falta a éste para valer un ángulo llano, en este ejemplo tenemos 135º más el suplemento que es de 45º







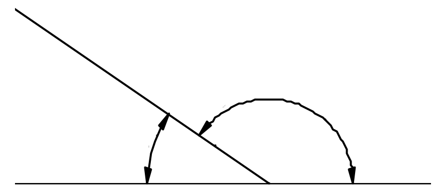



**Perigono:** Se llama así a dos ángulos que al complementarse formen una circunferencia completa; es decir que si tenemos un ángulo de 135º, para que se forme el Perigono, necesitaremos otro ángulo que tendrá que ser de 225º. También se puede decir que el Perigono es cuando una recta realiza una rotación completa alrededor de un punto dado, es decir, hacer girar la recta hasta traerla a su posición inicial, formando con ello una circunferencia.

**Por su Posición:**

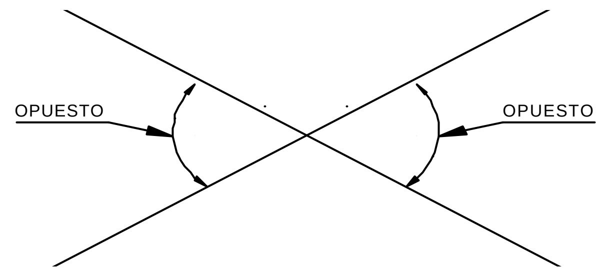
**Adyacentes:**

Son los que se formas cuando una recta corta a otra, quedando los ángulos del mismo lado de la recta que fue cortada.



**Opuestos:**

Son dos ángulos con el mismo vértice y los lados de cada uno en la prolongación de los del otro. Cada ángulo tiene exactamente exactamente dos ángulos adyacentes y un ángulo opuesto por el vértice.

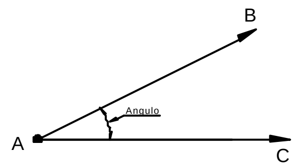



[1] Geometría Analítica , **Joseph H. Kindle,** Schaum + McGraw-Hill, México 1978

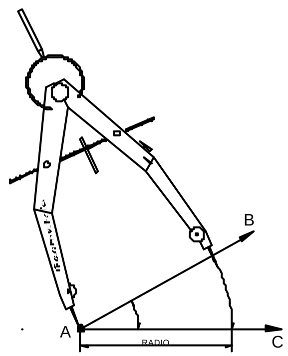
**Bisectriz:** Se llaman así a las semirrectas que dividen en dos partes iguales a los ángulos.

Para poder trazar una bisectriz, realizaremos los siguientes pasos;

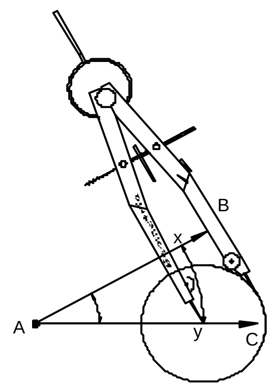
1.- Tenemos un ángulo conocido,



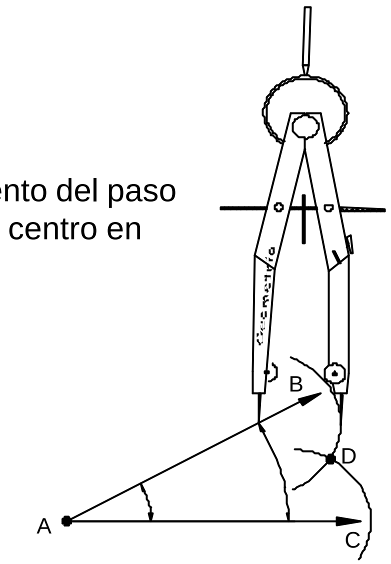

2.- Con un compás y cualquier radio, hacemos centro en “A”, trazando un arco que toque a “B” y “C”



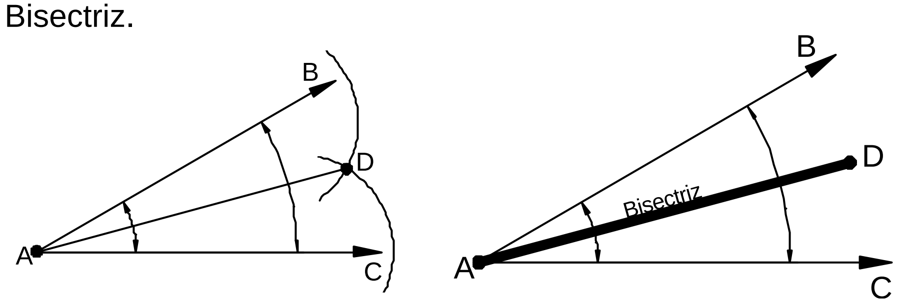

3.- Ahora tenemos nuestros puntos X y Y, hacemos centro en “X”, para trazar un arco.




4.- Realizamos el mismo procedimiento del paso anterior solo que ahora hacemos centro en “Y” tocando el arco “X”




5.- En donde se interceptan los arcos “X” y “Y” encontraremos el punto “D”, uniendo este punto con el punto “A” localizaremos a nuestra Bisectriz.




[111] **Arco**; es la porción continua de una circunferencia o curva.
Geometría Analítica , **Joseph H. Kindle,** Schaum + McGraw-Hill, México 1978

**LOS ANGULOS EN ARQUITECTURA:** Se utilizan otros tipos de medidas de ángulos, los cuales sirven para medir polígonos y en topografía nos sirven para medir terrenos, considerando la orientación de la tierra. Este tipo de ángulos se superponen en las coordenadas cartesianas sobre los puntos cardinales de la tierra. Estos ángulos son; **El Rumbo y El Azimut.**

**Rumbo:** Son aquellos que se miden a partir de un eje de referencia y para estos es el eje Norte-Sur, para lo cual pueden ser horarios y antihorarios. Además no pueden ser mayores de 90º.

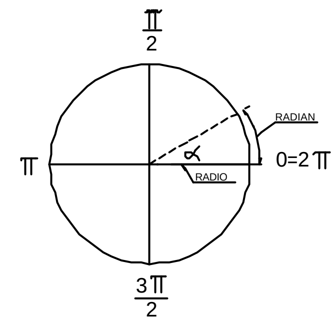
**Azimut:** Son aquellos ángulos horarios que se miden a partir del Norte y siempre en el sentido de las agujas del reloj, por lo que su valor puede ser desde cero hasta 360º.

## SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS

## SISTEMA CIRCULAR

**Arquímedes,** uno de los grandes científicos griegos, hizo un considerable número de aportaciones a la geometría, entre ellos inventó formas de medir el área de ciertas figuras curvas así como la superficie y el volumen de sólidos limitados por superficies curvas, como paraboloides y cilindros. También elaboró un método para calcular una aproximación del valor de pi (p), la proporción entre el diámetro y la circunferencia de un círculo y estableció que este número estaba entre 3 10/70 y 3 10/71, esto contribuyo a desarrollar este sistema de medición.

Entonces decimos que la circunferencia puede dividirse en un número cualquiera de partes, por ejemplo: en 8 partes, en 12 partes, en 24 partes, etc. que nos servirán como medidas de los ángulos. En el Sistema Circular usaremos como medida el Radian.




El Radián, en matemáticas, es la unidad de ángulo plano igual al ángulo central formado por un arco de longitud igual al radio del círculo. La medida en radianes de un ángulo se expresa como la razón del arco formado por el ángulo, con su vértice en el centro de un círculo, y el radio de dicho círculo. Esta razón es constante para un ángulo fijo para cualquier círculo. La medida en radianes de un ángulo no es la razón de la longitud de la cuerda y el radio, sino la razón de la longitud del arco y el radio.

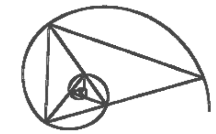
Como ya veremos el perímetro de una circunferencia es $2 \times \pi \times R = 2 \times 3.14 \times R = 6.28 \times R$ es decir el Perímetro de una circunferencia es aproximadamente 6 veces el radio de la circunferencia que nosotros dibujemos. Por lo tanto en un giro completo hay 6'28 radianes, es decir: 1 revolución = 360º = $2\cdot\pi$ radianes

Circunferencia = $2\Pi$Rad.
Circunferencia = 6,28... Rad.
4 ángulos rectos = $2\Pi$Rad.

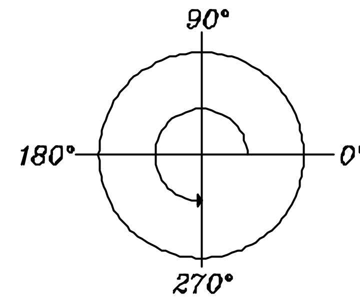
Nota: $2 \times \pi \times R$, esta formula es para circunferencia de radio unitario.

.

[1] **Guzmán Herrera, Abelardo,** Geometría y trigonometría, México: Publicaciones cultural 1996.

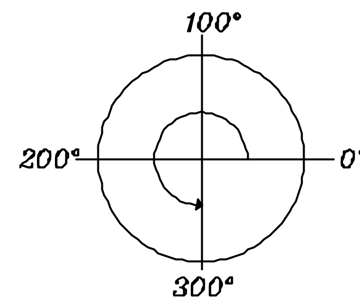


## SISTEMA SEXAGESIMAL




Este Sistema de Medición también se utiliza en la medición de tiempo por que tiene de base la rotación que la Tierra hace alrededor del sol. Pero en Geometría la utilizaremos como medida de ángulos. Otra situación que se da con este sistema es que la circunferencia se divide en cuatro cuadrantes de noventa partes cada uno, que se denominan "Grados Sexagesimales", el grado en sesenta partes que se denominan minutos y el minuto en sesenta partes que se denominan segundos. También las fracciones de grado se suelen expresar como decimales, particularmente cuando la precisión requerida va más allá del segundo, como por ejemplo
35º 17' 25", esto se lee así; 35 grados, 17 minutos, 25 segundos, grado.

## SISTEMA CENTESIMAL




En este Sistema se considera que la circunferencia tiene 400 partes iguales, o sea que al igual que el sistema sexagesimal lo dividimos en cuatro cuadrantes, con la diferencia que aquí en vez de tener 90º cada cuadrante, estos serán de 100º centesimales o también llamados "Gones" o "Neogrados". Y sus fracciones serán las centésimas de gon.

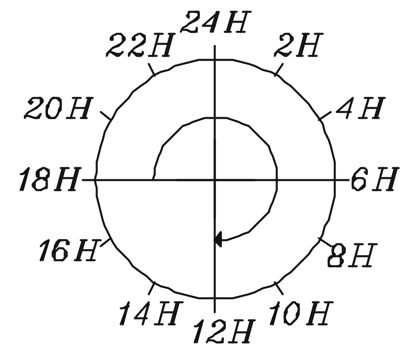
Geometría Analítica , **Joseph H. Kindle,** Schaum + McGraw-Hill, México 1978

# SISTEMA HORARIO

Este sistema se emplea para medir el tiempo debido a que se origina en la rotación que la tierra realiza sobre su eje, dando con ello con su medida total que es de 24 horas, también lo utilizamos en la medición de ángulos que los astros describen en el espacio para los observadores de la tierra con marcos de referencia en ella divide a la circunferencia en veinticuatro horas de sesenta minutos y sesenta segundos por minuto.

Cuando un reloj marca la "h" horas y "m" minutos o abreviadamente "h: m" el ángulo formado por las manecillas del reloj (el horario y el minutero) se obtiene directamente con la siguiente fórmula:

$$\angle = \pm\frac{11}{2}(m) \mp 30(h)$$




? = es la medida del ángulo formado por las manecillas del reloj, ésta medida es POSITIVA y expresada en grados sexagesimales.
h = es la hora de referencia (12 horas meridiano: h =0)
m = son los minutos transcurridos a partir de la hora de referencia.

El ángulo "? " se refiere al menor ángulo que forman las manecillas, notemos que éstas forman un ángulo menor (convexo) y un ángulo mayor (cóncavo). Nótese que no importa saber si la hora que marca el reloj es "A.M." o" P.M."

De la fórmula 1, la elección de los signos (+,– ) o ( – , +) se hace teniendo en cuenta que "? " es positivo. Además de acuerdo a (1) el signo negativo acompaña a la manecilla que se encuentran rezagadas. De este hecho se pueden desprender dos casos:

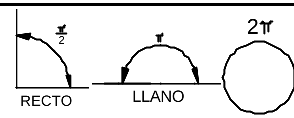
Caso I (cuando el minutero adelanta al horario): $\angle = +\frac{11}{2}(m) - 30(h)$ $\angle = -\frac{11}{2}(m) + 30(h)$

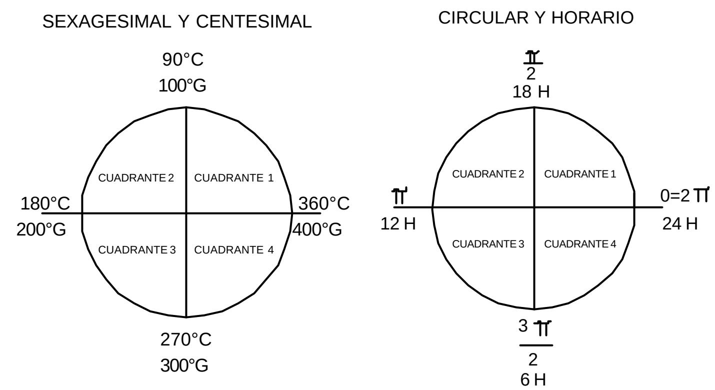
Caso II (cuando el horario adelanta al minutero): De aquí en adelante usaremos estas dos fórmulas.

[1] Geometría Analítica , **Joseph H. Kindle,** Schaum + McGraw-Hill, México 1978

# Conversiones:

Para poder realizar las conversiones de los diferentes sistemas de medición de ángulos, debemos de conocer lo siguiente:

| SISTEMA | MEDICION | UNIDAD DE MEDIDA | ANGULO NOTABLE |
|---|---|---|---|
| CIRCULAR | 6.28 R | 1 RADIAN |  |
| SEXAGESIMAL | 360º | 1º GRADO | 90º |
| CENTESIMAL | 400g | $1^g$ NEOGRADO FRACCION DE GRADO | 100g |
| HORARIO | 24 H | 1 HORA | 6 H |




Luego de conocer los como trabajan los diferentes sistemas lo que tendremos que realizar para poder hacer una conversión será hacer una regla de tres simple; como en este ejemplo queremos convertir grados sexagesimales a radianes y representarlo en grados y minutos, lo hacemos y escribimos así:

$360º \rightarrow 2 \cdot \pi$ radianes
$x\,º \rightarrow 1$ radián

$$\frac{360°}{2xp} = 57°17'48''$$

1 **Guzmán Herrera, Abelardo,** Geometría y trigonometría, México: Publicaciones cultural 1996.

# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACIÓN: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACIÓN, CONSIDERAMOS QUE TENDRÁN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MÍNIMA PONDERACIÓN.**

**1**. Cuales son las características de la Recta

**2**. Que es un Sistema de Coordenadas

**3.** Que es un Ángulo y como se clasifican

**4.** Cual es la diferencia entre el Sistema Sexagesimal y el Centesimal

**5.** El Sistema Horario mide el tiempo, pero además también mide que

# UNIDAD 4

## GEOMETRIA PLANA

## *Planos o Figuras Planas*

### Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Conozca el concepto de las Figuras Planas
- Que pueda distinguir las diferentes Figuras Planas entre ellos los polígonos
- Que pueda trazar las diferentes Figuras Planas Rectas
- Que pueda comprender las diferentes Figuras Planas

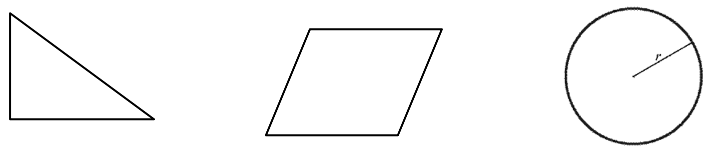
**Contenido:** Figuras Planas Rectas; Triángulos, Cuadriláteros, Polígonos Regulares, Semirregulares, Modificados, Estrellados e Irregulares

**Duración:** Clases

**Actividad:** Ejercicio y Tarea

# Planos o Figuras Planas

Las figuras planas son aquellas que están limitadas por segmentos de líneas rectas o curvas, cuyas partes se encuentran en un mismo plano; por los dos tipos de líneas, las figuras planas se dividen en dos, que son; Figuras Planas Rectas y Figuras Planas Curvas.




## Figuras Planas Rectas:

Son todas aquellas que están compuestas por líneas rectas inscritas en un plano, y que forman un contorno a la que llamaremos Perímetro. Entre estas figuras podemos mencionar el Triangulo y el Cuadrilátero y estas a su vez forman a los que llamamos Polígonos de los que trataremos mas adelante.

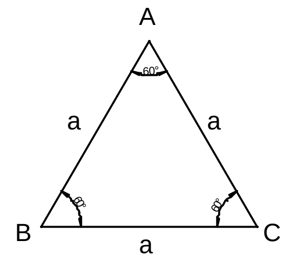
### El Triángulo, Figura Plana Indeformable:

Es llamado también Figura Plana Menor, y además son polígonos que tienen elementos fundamentales:
3 lados, 3 vértices, 3 ángulos interiores y 3 ángulos exteriores; por todo esto se hace necesario clasificar los triángulos en dos, que puede ser por sus lados y la otra clasificación por sus ángulos:

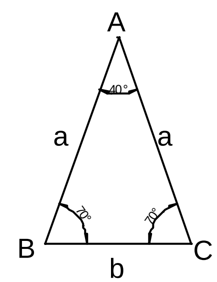
[1] Geometría, **Peter B. Geltner,** Internacional Thompson Editores, 3era. Edición 1978

La primera clasificación se hace según la medida de sus lados y existen 3 tipos de triángulos, estos son:

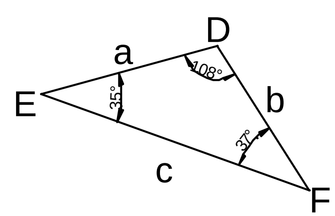
Equilátero:
Es aquél que tiene los tres lados iguales y por lo tanto sus ángulos, siendo cada uno de 60 grados.




Isósceles
Es aquel que dos de sus lados son iguales y el desigual es la base.

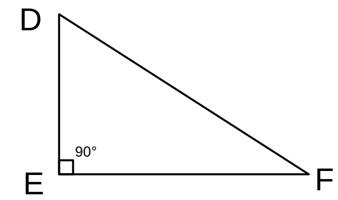



Escaleno;
Se llama así al que tiene los tres lados diferentes.

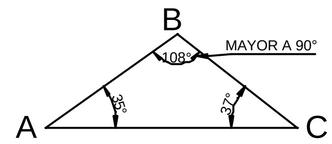



[1] Geometría, **Peter B. Geltner,** Internacional Thompson Editores, 3era. Edición 1978

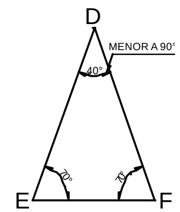
La suma de las medidas de los ángulos del triangulo es igual a 180°, es por ello que también encontramos 4 tipos de triángulos según sus ángulos, ellos son:



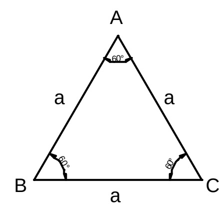

Rectángulo
Es aquel que tiene un ángulo recto los dos lados rectos se llaman catetos y el opuesto a estos, se llama Hipotenusa,




Obtusángulo
Es aquel que tiene un ángulo obtuso




Acutángulo
Sus 3 ángulos interiores son agudos.

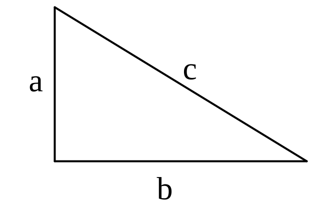



Equiángulo
Todos sus ángulos son iguales.

[1] Geometría, **Peter B. Geltner,** Internacional Thompson Editores, 3era. Edición 1978

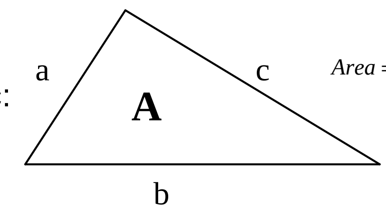
Para medir el perímetro y área de un triangulo, tenemos varias formulas, pero nosotros utilizaremos las siguientes:

**El teorema de Pitágoras;**
es un teorema que se aplica exclusivamente a triángulos rectángulos, y nos sirve para obtener un lado o la hipotenusa de un triángulo, si es que se conocen los otros dos. El teorema se enuncia así: $c^2 = a^2 + b^2$
Hipotenusa = cateto a al cuadrado + cateto b al cuadrado donde a y b son los lados del triángulo rectángulo, y c siempre es la hipotenusa (el lado más grande del triángulo).




## Formula De Heron

Esta fórmula también nos sirve para calcular el Área, de un triángulo en función de sus lados, a, b, c:
siendo P el Semiperimetro: p = (a + b + c) divido 2.
Por ejemplo, si los lados de un triángulo miden a = 7 cm., b = 11 cm., c = 8 cm., entonces el Semiperimetro es p = (7 + 11 + 8)/2 = 13 cm. y su área es:

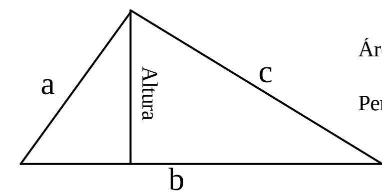



$$Area = \sqrt{semiperimetro\,(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

En la formula del Área, tomaremos las letras a, b, c, como los lados del triángulo.

**La Formula General** del triángulo es la siguiente: base por altura divido dos y el perímetro es la sumatoria de los lados del triángulo.



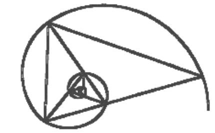

$$\text{Área} = \frac{\text{base x altura}}{2}$$

Perímetro = Sumatoria de lados

En el cuadro siguiente, indicamos que significan algunas de las notaciones que se indican en las formulas:

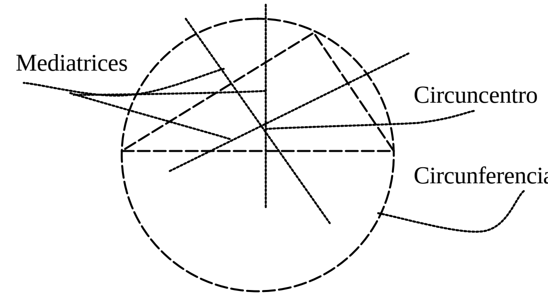
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A ó a | Area | P = | Perimetro | c = | cateto o notación |
| b = | base | S = | Semiperimetro | B = | Base, cuando hay 2 |
| h = | altura | m = | Diagonal mayor | l = | lado |
| x = | multiplicado por | n = | Diagonal menor | ? = | Sumatoria |

1 Geometría, **Peter B. Geltner,** Internacional Thompson Editores, 3era. Edición 1978



# Rectas y Puntos Notables del Triángulo

Elementos secundarios del triángulo, como en todo polígono podemos obtener elementos secundarios como:
**Las Mediatrices, Bisectrices, Alturas y las Medianas.**

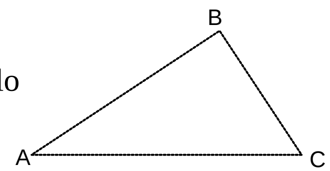



**Mediatrices**: son las rectas perpendiculares trazadas en los puntos medios de los lados, también pueden ser exteriores al triángulo.

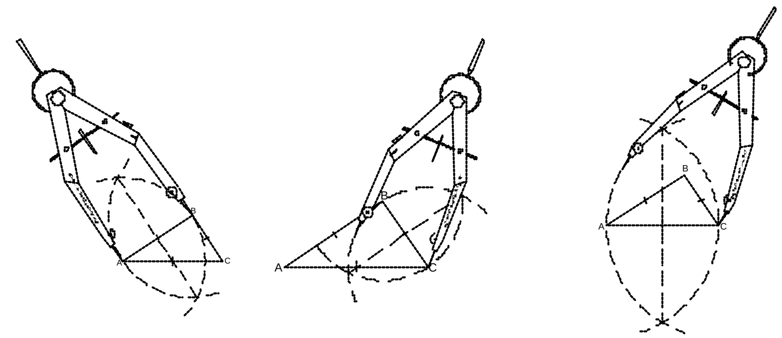
Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto que se llama **Circuncentro,** que equidista de los vértices del triángulo y por lo tanto es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

Para poder trazar las mediatrices hay seguir los pasos siguientes:

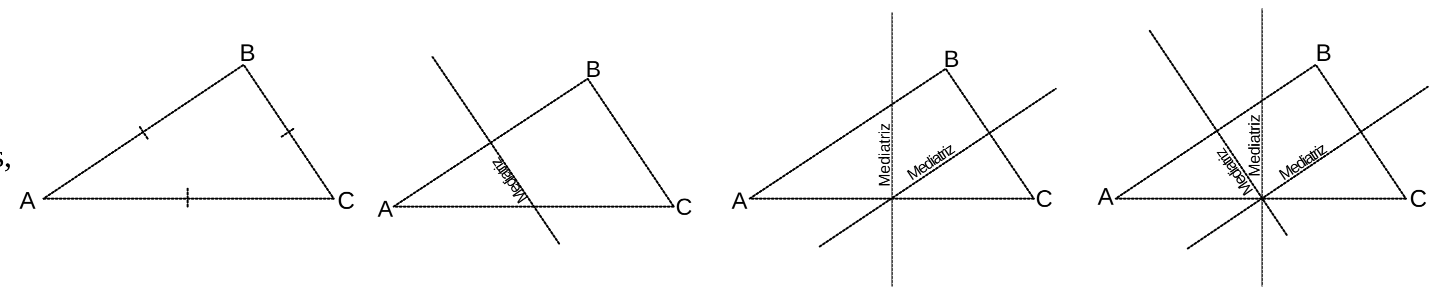
1. Tenemos nuestro triángulo




2. Ahora marcamos los puntos medios de los lados del triángulo, con un compás, haciendo centro en cada vértice del triángulo.

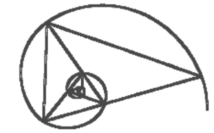


3. En cada punto medio encontrado trazamos líneas perpendiculares a la base, como se ve en las graficas, y ya tenemos las mediatrices.

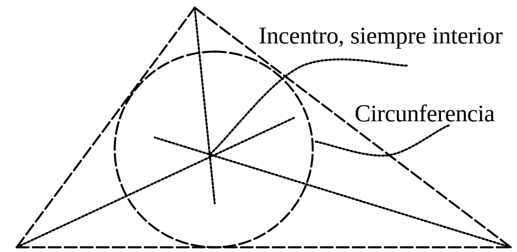



[1] Geometría, Peter B. Geltner, Internacional Thompson Editores, 3era. Edición 1978

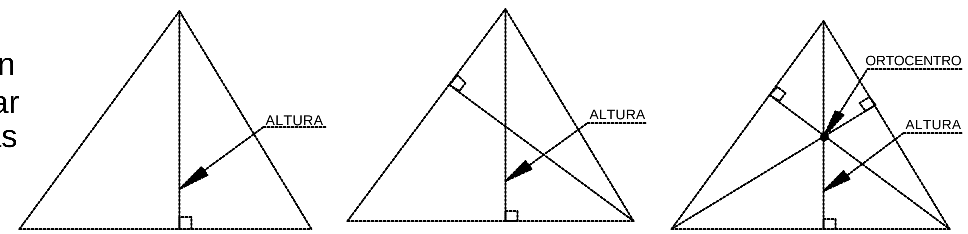
2 Elaboración Propia.



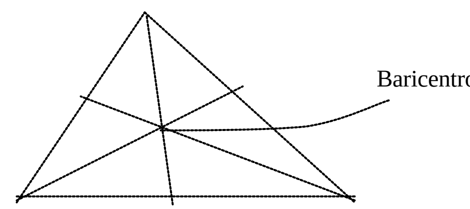
**Bisectrices**, son segmentos de recta que dividen en dos partes iguales los ángulos interiores al triángulo. Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto llamado **Incentro** que equidista de los lados del triángulo y por lo tanto es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.




**Alturas,** Se llaman así a los segmentos trazados en forma perpendicular desde un punto de la base hasta el vértice del triángulo. En todo triángulo se puede trazar tres alturas que concurren en un punto común llamado **Ortocentro.** Las alturas suelen anotarse con una letra "h" con el subíndice del vértice en que nace. En la figura se puede apreciar el caso en que el punto de intersección de las alturas **"Ortocentro"** queda en el interior del triángulo.




**Medianas**, son los segmentos que unen un vértice con el punto medio del lado opuesto.
Las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto llamado **baricentro** o centro de gravedad.

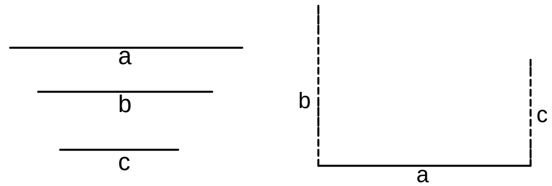


## Construcción de Triángulos:

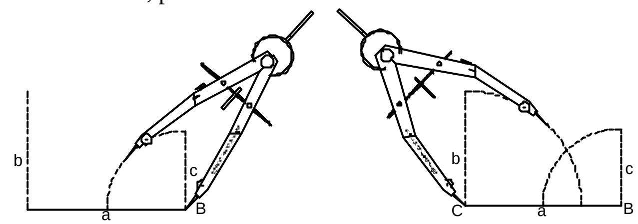
Existen varias formas de construir un triángulo pero nosotros trabajaremos con las siguientes: **Conociendo los 3 lados, Conociendo 1 ángulo y dos lados y Conociendo 2 ángulos y un lado.**

## Método de los 3 lados:

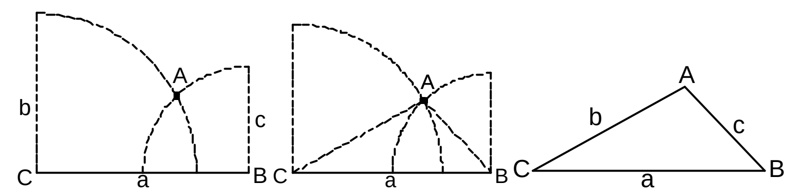
**Paso 1.-**Conocemos los tres lados y tomamos cualquiera de estos y en cada extremo trazamos líneas guías, que midan lo mismo que que los otros dos lados.




**Paso 2.-**Ahora con un compás hacemos centro en la intersección con radio del tamaño del lado que hagamos centro, trazamos un arco que toque el lado base, posteriormente hacemos lo mismo con el otro lado.

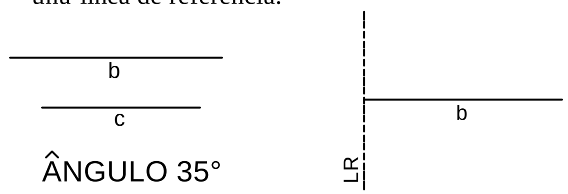



**Paso 3.-** Con los trazos de los arcos se formo una intersección y en ese punto al que llamaremos A, luego unimos este punto con los extremos del lado base y se forma el triángulo que buscamos.

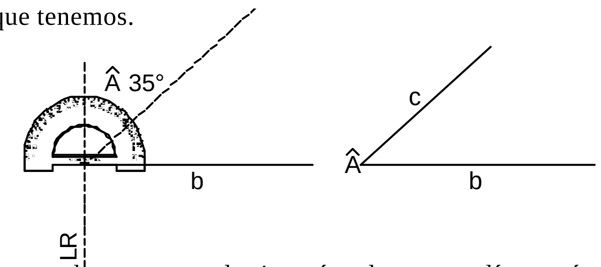



## Método de 1 Ángulo y dos lados:

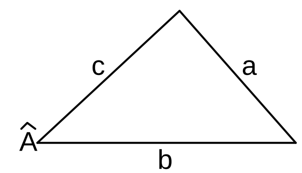
**Paso 1.-**Conocemos dos lados y un ángulo, tomamos cualquiera de los lados como base y en uno de los extremos trazamos una línea de referencia.




**Paso 2.-**Ahora con un transportador hacemos centro en la intersección del lado base con la línea de referencia y marcamos el ángulo que tenemos con una línea guía, que nos servirá para colocar el otro lado que tenemos.

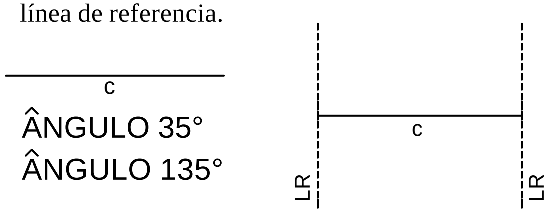



**Paso 3.-**Como ya tenemos los dos lados colocados lo que nos queda ahora no es más que unir los extremos para poder cerrar el triángulo y ya encontramos el lado que nos faltaba.

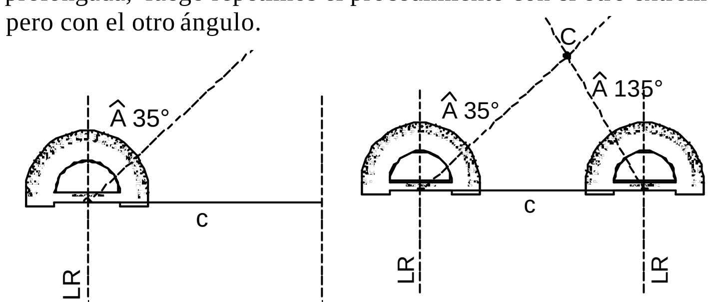



## Método de 2 Ángulos y 1 lado:

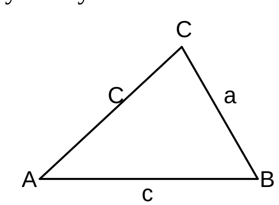
**Paso 1.-**Conocemos dos ángulos y un lado, tomamos el lado como base y en cada extremo trazamos una línea de referencia.




**Paso 2.-**Con un transportador trazamos el primer ángulo con una línea guía prolongada, luego repetimos el procedimiento con el otro extremo pero con el otro ángulo.



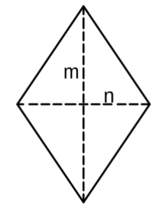

**Paso 3.-**Cuando ya tenemos trazados los dos ángulos, las líneas se interceptan, y en ese punto solo cortamos las líneas y marcamos bien y listo ya tenemos nuestro triángulo.




[1] Elaboración Propia

# Cuadriláteros:

Se le llama así a cualquier polígono de cuatro lados. Los cuadriláteros se clasifican por su relación de sus lados en; **paralelogramos y no paralelogramos**, según tengan dos pares de lados paralelos, uno o ninguno. A su vez, los paralelogramos pueden ser cuadrados, rectángulos, rombos y romboides, en función de que sus ángulos sean rectos (cuadrados o rectángulos) o no (rombos y romboides). Dentro de los cuadriláteros encontraremos unas rectas a las que llamaremos Diagonales.



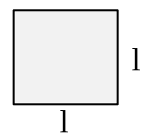

**Diagonal:** Se llama diagonal de un polígono a cualquier segmento de recta que una dos vértices que no sean consecutivos. A la Diagonal mayor la indicaremos con la letra **m,** y a la menor con la letra **n**.

**Clasificación Cuadriláteros.**

## Paralelogramos:

son aquellos cuadriláteros que tienen los lados paralelos dos a dos y por lo tanto los ángulos opuestos (no adyacentes), son iguales y los lados opuestos son iguales. Los paralelogramos se pueden clasificar en:

**Cuadrado**

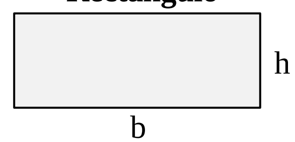



Área = l x l

Perímetro = l + l + l + l

**- Cuadrado,** es el que tiene los 4 lados y 4 ángulos iguales.

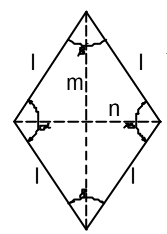
**Rectángulo**




Área = base x altura (h)     Perímetro = 2 x base + 2 x altura (h)

**- Rectángulo,** es el paralelogramo que tiene los 4 ángulos iguales (rectos), pero los lados adyacentes no son iguales.

**Rombo**



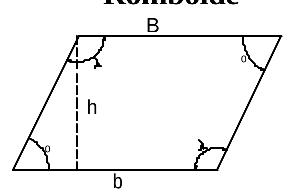

Área = $\frac{\text{Diagonal}^m \times \text{diagonal}^n}{2}$     Perímetro = l + l + l + l

$\alpha=\alpha$

$\beta=\beta$

**- Rombo,** es el que tiene los 4 lados iguales y los ángulos opuestos iguales.

**Romboide**




Área = base x altura (h)     P = Base + base + 2 x lado

$\sigma=\sigma$

$\lambda=\lambda$

**- Romboide:** es un paralelogramo cuyos lados adyacentes y ángulos consecutivos son de distinta medida.

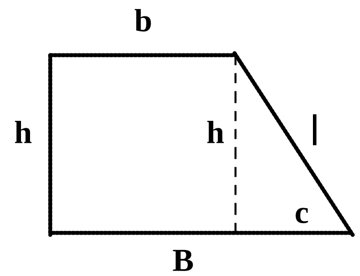
---

[1] Geometría, Peter B. Geltner, Internacional Thompson Editores, 3era. Edición 1978

**No Paralelogramos**: son aquellos cuadriláteros que tienen dos y solo dos lados paralelos, o también se puede se dice que no tienen ningún lado paralelo. Los No paralelogramos se pueden clasificar en: **Trapecios, Trapezoides y Deltoide.**

**El trapecio** es un cuadrilátero que tiene dos, y sólo dos, lados opuestos paralelos. Se llama bases del trapecio a los lados paralelos. A los lados no paralelos se les denomina piernas del trapecio. Al segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos se le denomina paralela media del trapecio.
Tiene dos lados paralelos que se denominan base mayor y base menor, respectivamente.

Los **Trapecios** se subdividen en:

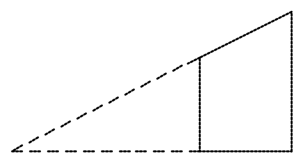


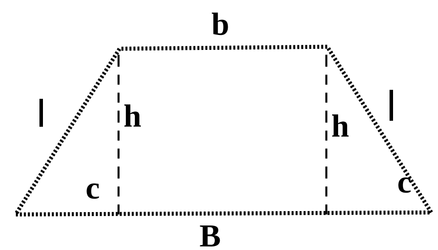

$$\text{cateto} = \text{Base - base}$$

$$\text{Semiperimetro} = \left(\frac{\text{Base} + \text{base}}{2}\right) \times Altura(\text{h})$$

Perímetro = suma de lados externos. P = B + b + h + l

- **Trapecio rectángulo,** es el que tiene dos ángulos rectos





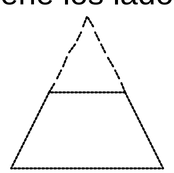

P = suma de lados externos.

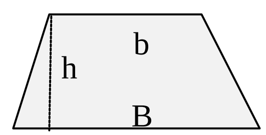
P = B + b + l ó P = B + b + 2 l

$$\text{Semiperimetro} = \left(\frac{\text{Base} + \text{base}}{2}\right) \times Altura(\text{h})$$

$$\text{cateto} = \frac{\text{Base - base}}{2}$$

- **Trapecio isósceles**, es el que tiene los lados no paralelos iguales

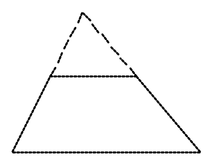





$$A = \frac{Base + base}{2} \times Altura(h)$$

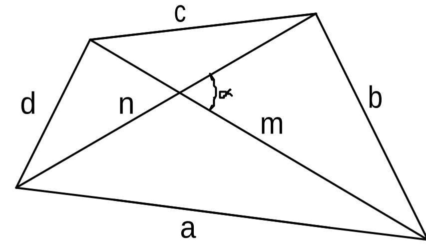
Perímetro = Sumatoria de lados

- **Trapecio escaleno,** se crea cuando se corta un triángulo escaleno



1 Geometría, Peter B. Geltner, Internacional Thompson Editores, 3era. Edición 1978

**Trapezoides:** son cuadriláteros cuyos lados no son paralelos. Se clasifican en Simétricos y Asimétricos. Los asimétricos tienen dos lados consecutivos iguales pero el primer par de lados iguales es diferente al segundo. Los asimétricos son los que no son simétricos.

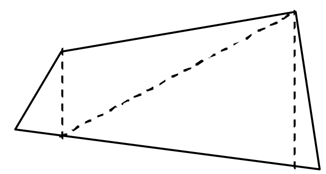



**Perímetro = Sumatoria de lados**

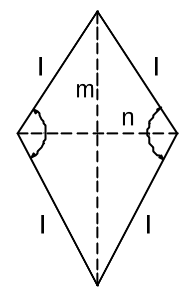
$$\textbf{Área} = \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{n} \times \textbf{sen } a}{\mathbf{2}}$$

En los trapezoides simétricos las diagonales son perpendiculares y la que une los vértices donde concurren los lados iguales es bisectriz de los ángulos y eje de simetría de la figura.

Para poder encontrar el área de este, tenemos que dividirlo en triángulos, después sumar las áreas de estos y tendremos el área del Trapezoide.



**El Deltoide:** es un cuadrilátero cuyos lados no son paralelos, pero por tener un eje de simetría y sus lados de igual tamaño se considera un trapezoide simétrico.




$$A = \frac{\text{Diagonal}^m \times \text{diagonal}^n}{2}$$

P = Sumatoria de lados

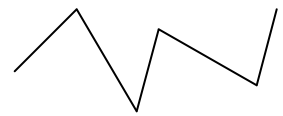
1 Matemática 4, Editorial Coveñas S. A. C., Manuel Coveñas Naquiche, 1988.

# Polígonos:

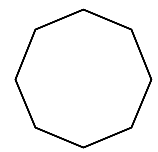
La palabra Polígono proviene del griego “Polis” que significa **Mucho** y “Gonos” que significa **Ángulos. Polígono,** decimos entonces que es la figura geométrica formada por segmentos de rectas unidas entre sí formando ángulos. Los elementos fundamentales de un polígono son los lados, los vértices, los ángulos.

Los polígonos pueden ser: **Abiertos y Cerrados.**

**Polígono Abierto:** Son aquellos donde su punto de inicio y el final no llegan a tocarse, por lo tanto no encierran ninguna porción del plano.

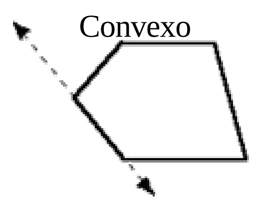


**Polígono Cerrado:** Son aquellos donde su punto de inicio si coinciden y con ello logran encerrar una parte del plano dentro de él.

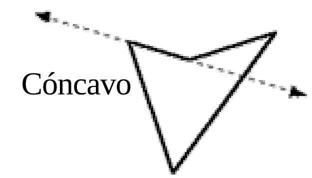


Los polígonos cerrados también pueden ser **Convexos y Cóncavos.**

**Polígono convexo:** Son aquellos que tienen todos sus ángulos convexos o sea menores de 180º.




**Polígono cóncavo**. Se reconocen fácilmente, porque tienen alguno de sus ángulos interiores, que miden más de 180°, o sea ángulos cóncavos.




Los Polígonos Cerrados, también se pueden clasificar en:

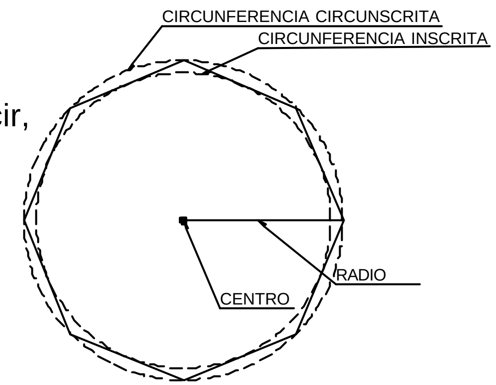
**Regulares, Semirregulares, Irregulares, Modificados y Estrellados.**

---

1 Matemática 4, Editorial Coveñas S. A. C., Manuel Coveñas Naquiche, 1988.

# Polígonos Regulares:

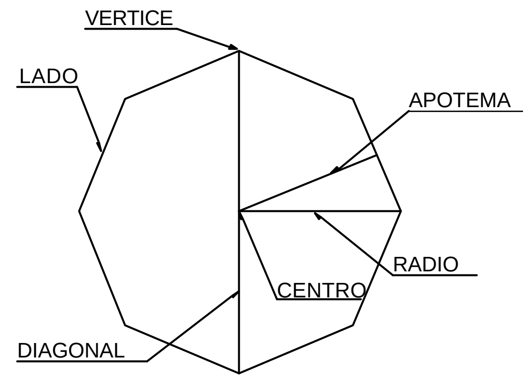
Se llaman polígonos regulares aquellos que tienen todos sus lados y ángulos iguales, es decir, tienen la misma medida. Todo polígono regular puede estar inscrito o circunscrito en una circunferencia.




Los Elementos del Polígono son:

**El centro:** de un polígono regular es el punto que está a igual distancia de sus vértices. El centro del polígono coincide con el centro de la circunferencia.

**El radio:** es el segmento de recta que une el centro del polígono con cada vértice, coincide con el radio de la circunferencia circunscrita.



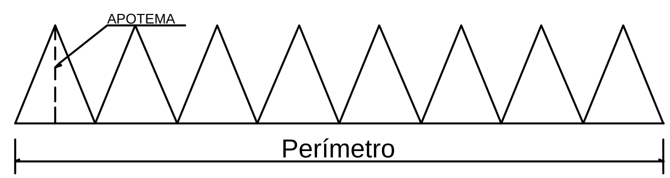

**Lado:** se llama así a cada uno de los segmentos de recta del polígono.

**Vértices:** son los puntos donde se unen dos lados del polígono.

**Apotema:** segmento que une el centro del polígono con el punto medio de uno de sus lados y es el radio de la circunferencia inscrita. También se puede decir que es un elemento importante para calcular el área.

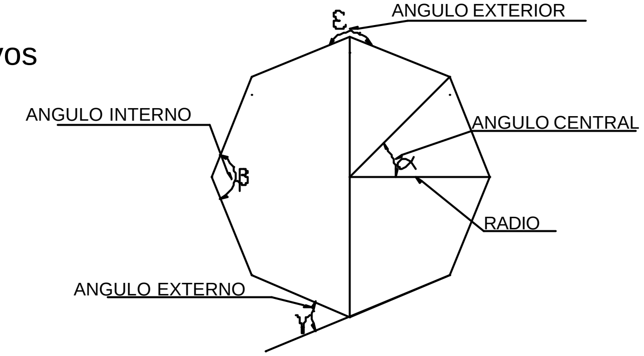
**Diagonal:** Se llama diagonal de un polígono a cualquier segmento de recta que una dos vértices que no sean consecutivos.

El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto de la longitud de su perímetro por el apotema. El área del polígono también se puede calcular por medio de triángulos.




[1] Matemática 4, Editorial Coveñas S. A. C., Manuel Coveñas Naquiche, 1988.

Los Ángulos de los Polígonos son:




**El ángulo central ( alfa ),** de un polígono regular es el formado por dos radios consecutivos y para conocer su valor dividimos 360º entre el número de lados del polígono.

**Ángulo interior (beta ),** al formado por los dos lados consecutivos. Su valor es igual a 180º, menos el valor del ángulo central correspondiente.

**Ángulo Exterior (epsilon ),** es el que se forma por los dos lados consecutivos medidos por afuera.

**Ángulo Externo (gamma ),** es el que se forma al tomar un lado y la prolongación de otro lado consecutivo del polígono.

Hay polígonos regulares que reciben nombres especiales de acuerdo a su numero de lados. Los que no tienen un nombre especial, se designan por el número de lados, por ejemplo polígono de 27 lados.

Estos polígonos con nombres especiales son los siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| Triángulo: 3 lados. | Cuadrilátero: 4 lados. | Pentágono: 5 lados. |
| Hexágono o exágono: 6 lados. | Heptágono o eptágono: 7 lados. | Octágono u octógono: 8 lados. |
| Eneágono o nonágono: 9 lados. | Decágono: 10 lados. | Endecágono o Undecágono: 11 lados. |
| Dodecágono: 12 lados. | Pentadecágono: 15 lados. | Icosagono: 20 lados. |

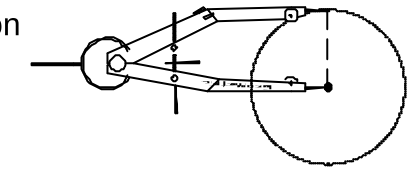
Para trazar polígonos existen varios métodos, pero los que nos interesan son el método general y el método por longitud de lados.

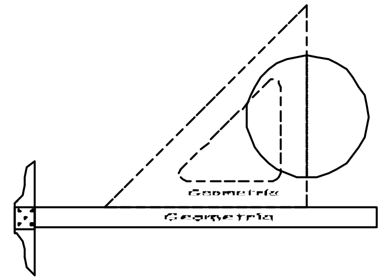
[1] Matemática 4, Editorial Coveñas S. A. C., Manuel Coveñas Naquiche, 1988.

**Método General:**

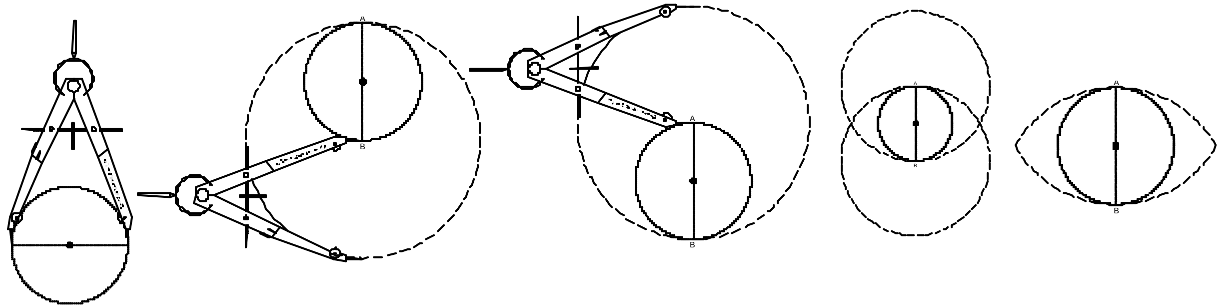
Para trabajar con este método tenemos que conocer el número de lados y el radio del polígono:

**PASO 1.-** Como ya tenemos el radio hacemos una circunferencia con este y a ella le trazamos una recta de diámetro.

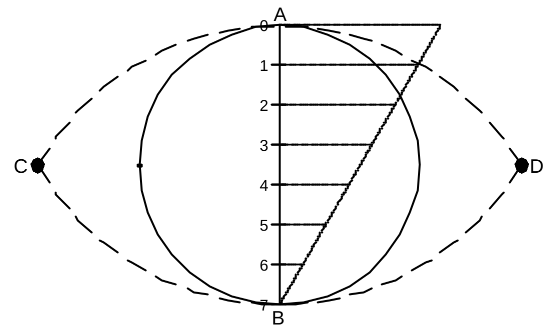




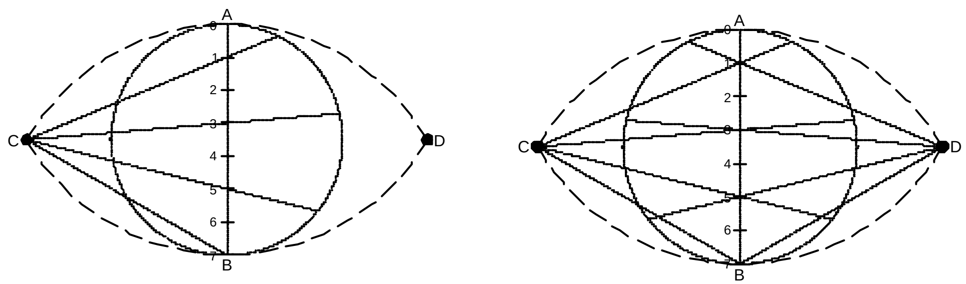

**PASO 2.-** Hacemos centro en cada extremo de la recta, con la abertura del diámetro, para trazar dos arcos de circunferencia



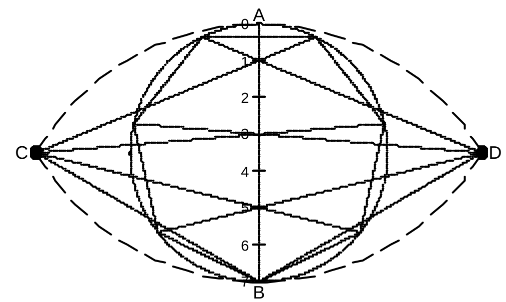
**PASO 3.-** Dividimos la recta de diámetro en el número de lados que tendrá, nuestro polígono en nuestro caso 7 partes.

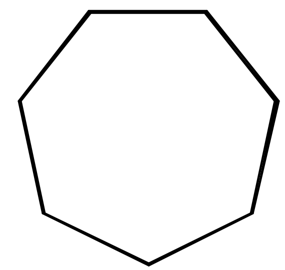



**PASO 4.-** En las intersecciones de los arcos vamos a trazar rectas que pasen por los Números pares o impares da lo mismo, prolongándolos hasta que toque la circunferencia, la diferencia de pares o impares será la posición del polígono.

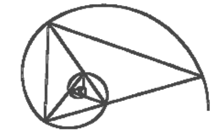



**PASO 5.-** Ahora solo unimos los puntos de las prolongaciones y tenemos nuestro polígono.



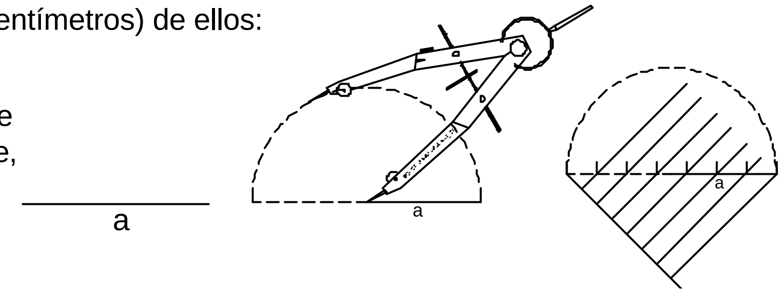
[1] Elaboración Propia



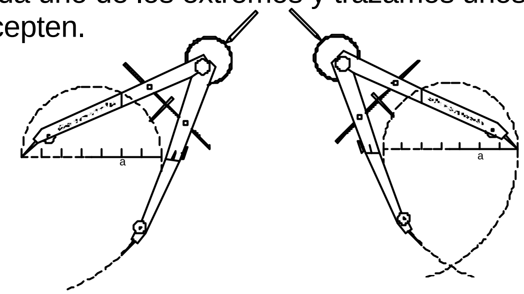
## Método por Longitud de Lados:

Para trabajar con este método tenemos que conocer el número de lados (6 lados) y la longitud (3 centímetros) de ellos:

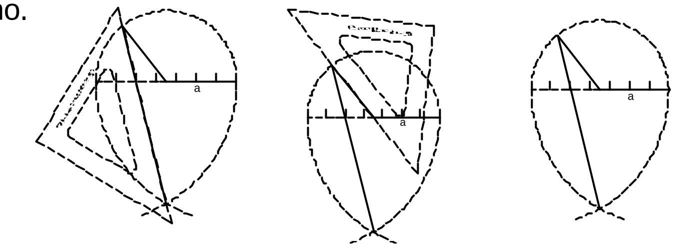
**PASO 1.-** Como ya tenemos la longitud del lado, trazamos una recta con esta longitud, con ella de radio, hacemos una semicircunferencia, después prolongamos la recta hasta que la toque, luego la dividimos en el número de partes de nuestro polígono (6 partes).



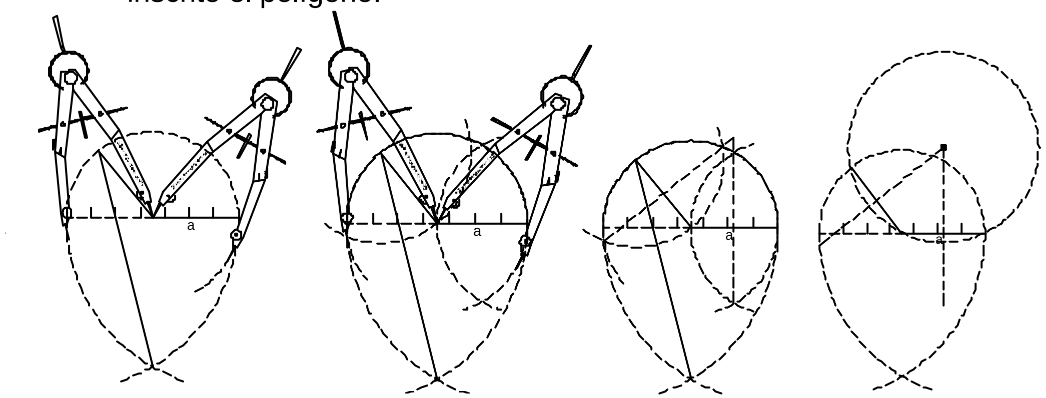

**PASO 2.-** Ahora con el radio de toda la semicircunferencia hacemos centro en cada uno de los extremos y trazamos unos arcos que se intercepten.



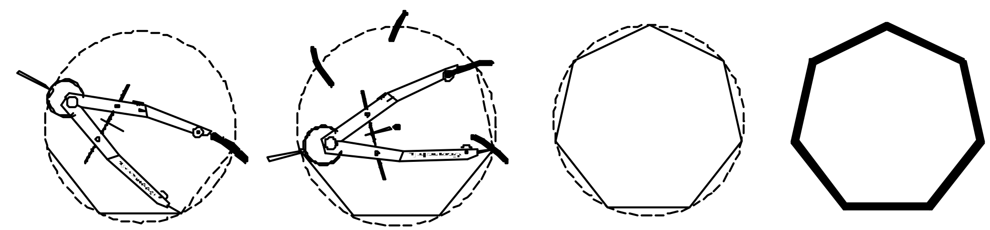

**PASO 3.-** Ya tenemos los arcos y de la intersección trazamos una línea que pase hasta la segunda división que le hicimos a la recta y la prolongamos hasta que toque la semicircunferencia, de este punto bajamos una línea hasta el extremo del lado base y ya tenemos el segundo lado del polígono.




**PASO 4.-** A estos dos lados les sacaremos las mediatrices, después las prolongamos y donde se intercepten estas, será el centro de la circunferencia donde esta inscrito el polígono.




**PASO 5.-** Como ya tenemos nuestra circunferencia donde esta inscrito el polígono, tomamos el compás, usando como radio el tamaño del lado conocido comenzamos a trazar arcos en la circunferencia y estos nos darán los lados exactos de nuestro polígono



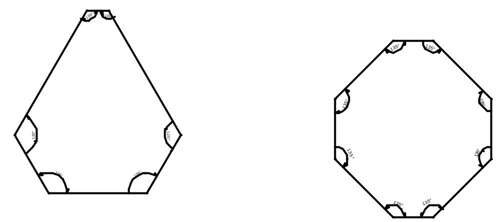
[1] Elaboración Propia

# Polígonos Semirregulares:

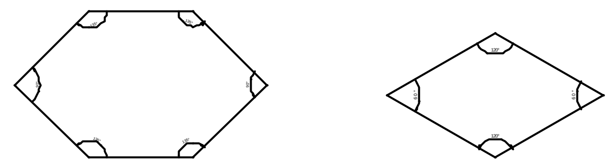
Se llaman así a aquellos que al realizar una composición de dos o más polígonos regulares forman una figura nueva, sin tener este todas las directrices que dominan a los regulares; pues al ser una composición nos dará que estos tendrán al menos un lado con distinta medida o un ángulo diferente. Entonces decimos que Polígonos Semirregulares son aquellos que cumplen con por lo menos una de las condiciones de los Regulares.

Existen tres tipos de Polígonos Semirregulares, que son los siguientes:
**Por Ángulos, Por Lados y Por Orden.**

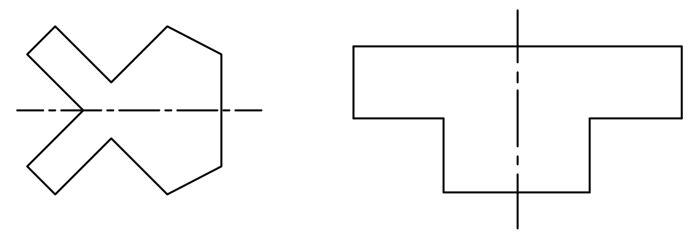
**Semirregulares Por Ángulos**; son todos aquellos que tienen ángulos iguales, pero sus lados no lo son.



**Semirregulares Por Lados;** son todos aquellos que tienen sus lados iguales, pero sus ángulos no son iguales.



**Semirregulares Por Orden;** son susceptibles de tener al menos un eje de simetría, sin que estos cumplan con las condiciones anteriores.

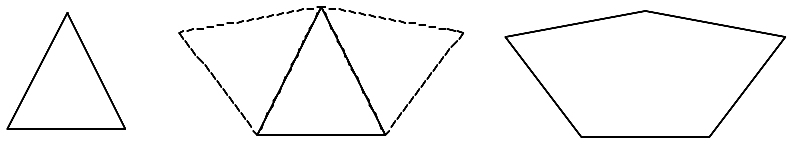


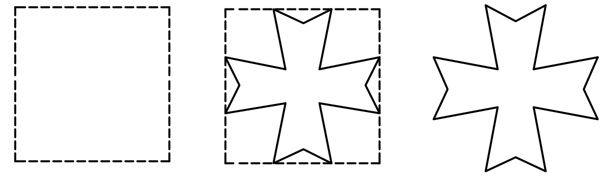
Para poder calcular el área de un polígono semirregular, tenemos que dividirlo en los polígonos regulares que lo componen, sacarles el área y posteriormente sumarlo y ahí tendremos el área de nuestro polígono semirregular. Para que se tenga una idea mejor de los polígonos Semirregulares se presentan los siguientes ejemplos:

[1] Geometría plana y del espacio UNI: 1965 - 1982 Colección Pampa de Nazca

## Polígonos Modificados:

Estos polígonos los podemos tomar también como Polígonos Semirregulares, pues estos se generan a partir de adicionar a un Polígono Regular otro, también se logran al sustraer partes de un Polígono Regular.

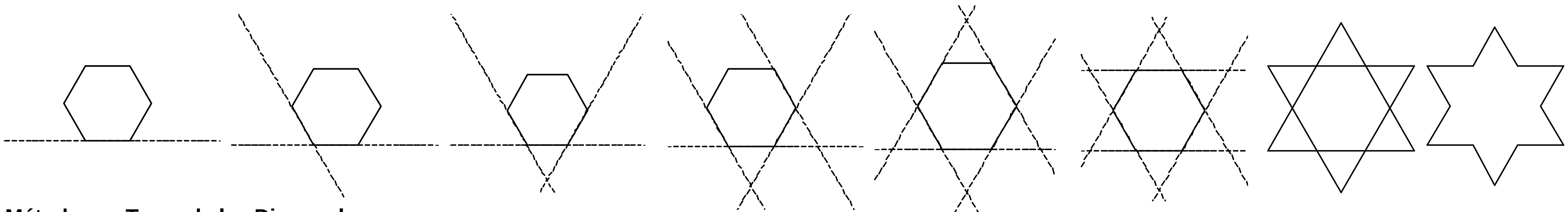




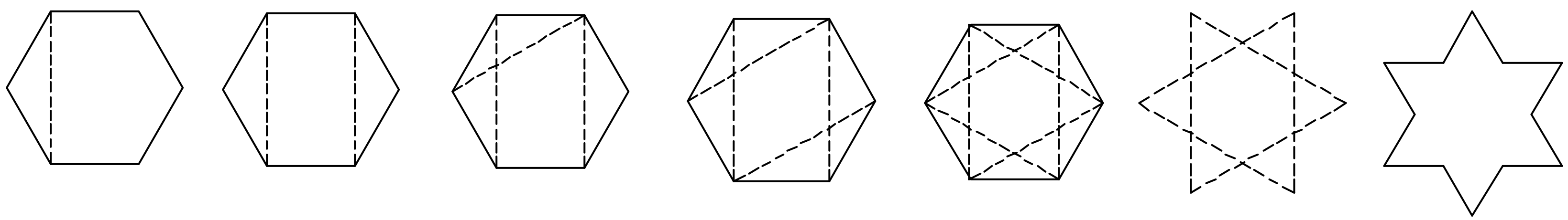
## Estrellados:

Estos se pueden crear de dos formas, una de las formas es el tomar un Polígono Regular y prolongar sus lados hasta que estos se intercepten sus prolongaciones. La otra forma es la de trazar todas las diagonales del Polígono.

**Método por Lados**:
Para poder trazar un Polígono Estrellado por este método solo hay que seguir los siguientes pasos de las graficas;



**Método por Trazo de las Diagonales**:
Para poder trazar un Polígono Estrellado por este método solo hay que seguir los siguientes pasos de las graficas;

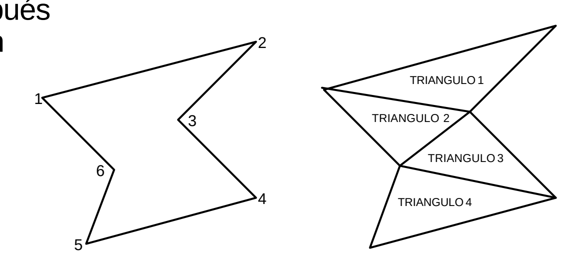


[1] [1] Geometría plana y del espacio UNI: 1965 - 1982 Colección Pampa de Nazca

# Polígonos Irregulares:

Son todos aquellos que no tienen lados iguales, ángulos iguales, ni un orden definido.

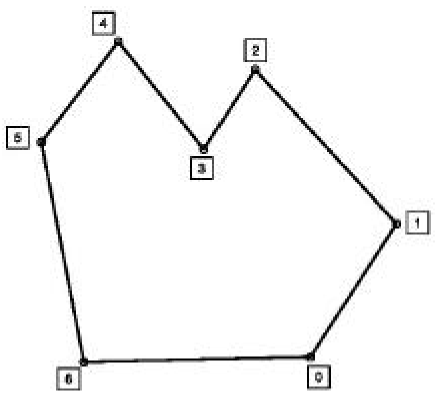
Para sacar el área de las figuras irregulares, no hay fórmulas, ya que todas las figuras son muy diferentes, por lo que cada figura irregular tiene que dividirse en regulares para sacar el área de las figuras regulares y después sumarlas para después obtener el área total de la figura irregular, entre estos polígonos tenemos los terrenos que utilizamos para construir algún espacio arquitectónico.




Para conseguir el perímetro de una figura irregular tampoco se necesitan fórmulas, sólo se necesita sumar cada uno de los lados de la figura.

Lo más frecuente es descomponer el polígono en triángulos, trazando todas las diagonales posibles desde uno de sus vértices. Luego sumar las áreas de los Triángulos como ya se explicó con anterioridad y tendremos el área de nuestro polígono irregular.

Para trazar los polígonos irregulares, lo haremos por medio de las Coordenadas, Rectangulares (por vértices) y las Polares (por lados).




| PUNTO | COORDENADA X | COORDENADA Y |
|---|---|---|
| 0 | 0.00 | 0.00 |
| 1 | 3.82 | 5.91 |
| 2 | -2.45 | 12.73 |
| 3 | -4.68 | 9.20 |
| 4 | -8.47 | 13.98 |
| 5 | -11.89 | 9.51 |
| 6 | -9.99 | -0.22 |

AREA = 148.01 m² = 211.83 vrs²

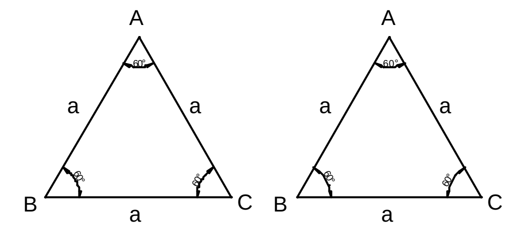
| LINEA | RUMBOS | DISTANCIA |
|---|---|---|
| 0 - 1 | N 32°51'36" E | 7.04 |
| 1 - 2 | N 42°34'58" W | 9.27 |
| 2 - 3 | S 32°17'55" W | 4.18 |
| 3 - 4 | N 38°24'41" W | 6.09 |
| 4 - 5 | S 37°24'1" W | 5.62 |
| 5 - 6 | S 10°58'46" E | 9.92 |
| 6 - 0 | N 88°42'50" E | 10 |

AREA = 148.01 m² = 211.83 vrs²

[1] [1] Geometría plana y del espacio UNI: 1965 - 1982 Colección Pampa de Nazca

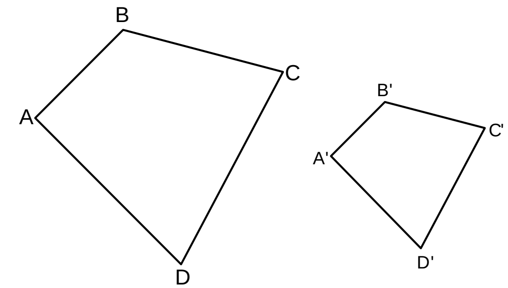
## Polígonos Congruentes:

Son aquellos que tienen la misma forma y el mismo tamaño; se puede decir que uno es la copia exacta del otro, pueden hacerse coincidir en todas sus partes; esto es cuando son iguales.



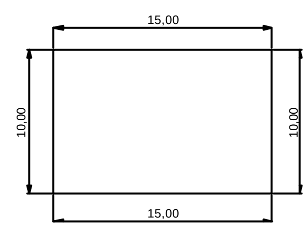

## Polígonos Semejantes:

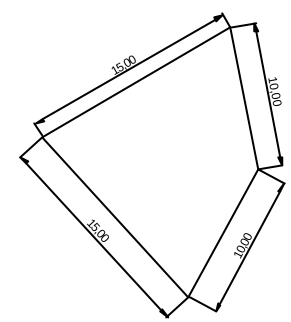
Se dice que dos polígonos son semejantes si tienen sus ángulos iguales y consecuentemente sus lados proporcionales. Este concepto es aplicable a cualquier polígono empezando por el más elemental como es el triángulo. Dicho de otra manera, dos polígonos son semejantes cuando tienen la misma forma y distinto tamaño.




## Polígonos Equivalentes:

Son aquellos que tienen igual tamaño, o una misma área.




[1] [1] Geometría plana y del espacio UNI: 1965 - 1982 Colección Pampa de Nazca

# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACIÓN: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACIÓN, CONSIDERAMOS QUE TENDRÁN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MÍNIMA PONDERACIÓN.**

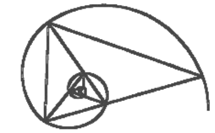
**1.** Que es una Figura Plana y como se dividen

**2.** Que es un Triángulo y como se clasifican

**3.** Que es un Cuadrilátero y como se clasifican

**4.** Que es un Polígono y estos a su vez pueden ser

**5.** Los Polígonos Cerrados se clasifican en



# UNIDAD 5

## GEOMETRIA PLANA

## *Figuras Planas Curvas:*

### Objetivos:

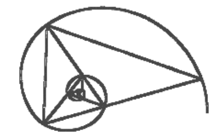
Que el estudiante al término de esta unidad:

- Comprenda el significado de cada una de las Figuras Planas Curvas
- Que conozca los diferentes elementos y propiedades de las Figuras Curvas
- Pueda trazar las diferentes Figuras Curvas, con propiedad

**Contenido:** Círculo, Elipse, Parábola, Hipérbola, Curvas Particulares, Espirales y Curvas de Rodadura

**Duración:** Clases

**Actividad:** Prueba Evaluativa

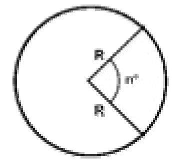


# Figuras Planas Curvas

**Línea Curva:** es aquella que se origina por un punto que cambia permanentemente de dirección durante su movimiento.

**Figuras Curvas:** Son aquellas que están compuestas de por lo menos una línea curva.

Estas figuras se clasifican en 3 grupos que son: **Circulares, Focales y Particulares.**




## Figuras Circulares,

Estas figuras tienen como base el círculo, o dicho de otra manera son generadas a partir de un círculo, de allí su nombre.

***CÍRCULO***: Es la región del plano limitado por una circunferencia.

No se debe confundir con el círculo (superficie), aunque ambos conceptos están estrechamente relacionados, ya que está claro que el circulo es la superficie dentro de la circunferencia. El círculo es la figura formada por la circunferencia y la superficie interna que limita. La circunferencia es una línea curva cerrada cuyos puntos se encuentran todos a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.

La circunferencia y el círculo contienen los siguientes elementos:

***Centro:*** es el punto que está a la misma distancia de todos los puntos de una circunferencia.

***Radio:*** es el segmento de recta que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma. Los radios de una circunferencia son congruentes entre si.

***Cuerda:*** es el segmento de recta que une a dos puntos de la circunferencia, sin pasar por el centro.

***Diámetro:*** es la cuerda mayor de un círculo y pasa por el centro. Su longitud equivale a dos radios.

***Arco:*** es la parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos cuales quiera (Mayor y Menor).

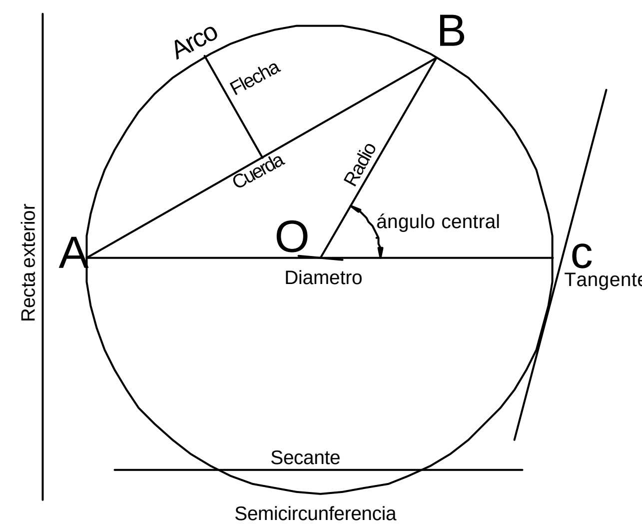
***Tangente:*** es la recta exterior que toca la circunferencia en solo un punto llamado punto de tangencia. Es perpendicular al radio que va al punto de tangencia.

***Secante:*** es la recta exterior que corta la circunferencia en dos puntos.

***Recta exterior:*** es la que no toca ningún punto de la circunferencia.

***Semicircunferencia,*** es el arco que corresponde a media circunferencia, tiene 180°. Todo diámetro divide la circunferencia en dos semicircunferencias.

***Flecha,*** segmento de recta que queda limitada entre la cuerda y el arco.




---

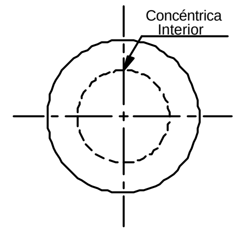
[1] Matemática 4, Editorial Coveñas S. A. C., Manuel Coveñas Naquiche, 1988.

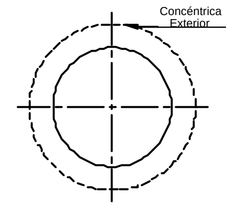
***Ángulo Central,*** es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia, los lados de este cortan la circunferencia en dos puntos.

## ***RELACIONES ENTRE CIRCUNFERENCIAS***

La circunferencia si se relaciona con otra puede tener diversas situaciones las cuales son: **Circunferencias Concéntricas, Circunferencias Excéntricas.**

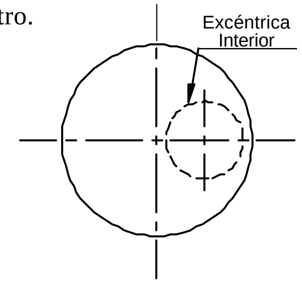
**Circunferencias Concéntricas;** estas son las que tienen un mismo centro.
Estas pueden ser; **Interiores y Exteriores.**



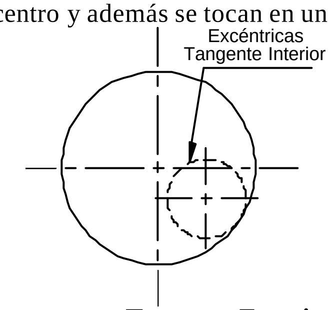




**Circunferencias Excéntricas;** estas son aquellas que tienen centros diferentes.
Estas a su vez pueden ser; **Exteriores, Interiores, Secantes y Tangentes.**

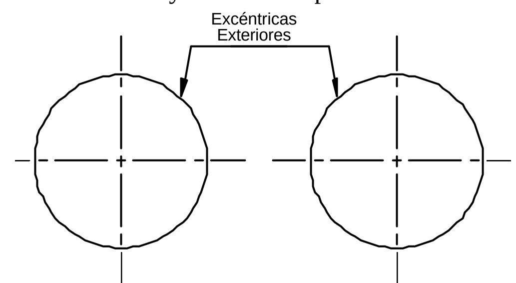
**Interior:** Cuando la circunferencia esta dentro de la original y no comparten el centro.



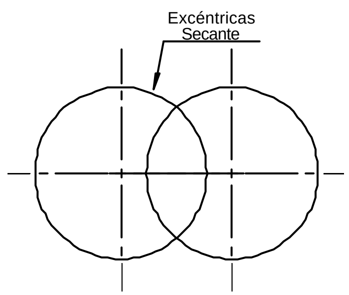

**Tangente Interior:** Cuando la circunferencia esta dentro de la original y no comparten el centro y además se tocan en un solo punto.



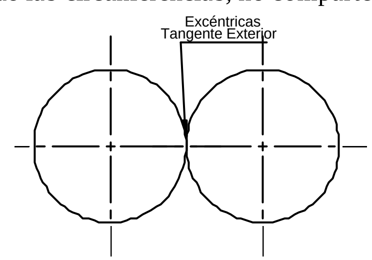

**Exteriores:** Cuando las circunferencias no comparten el centro, que esta exterior y no se tocan para nada.




**Secante:** Cuando las circunferencias, no comparten centro y se tocan en dos puntos.



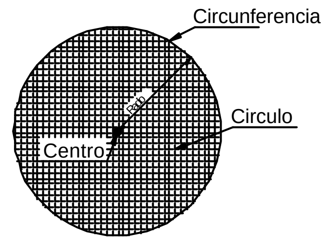

**Tangente Exterior:** Cuando las circunferencias, no comparten centro y se tocan en un solo punto.



# Figuras Derivadas del Círculo:

Clasificaremos a las figuras derivadas del círculo de la siguiente manera:

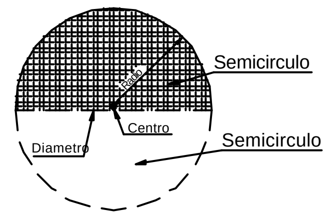
***CÍRCULO***: Es la región del plano limitado por una circunferencia. Otra de las definiciones sería; Área o superficie plana contenida dentro de una circunferencia.




$$\text{Área} = \underline{p \cdot radio^2}$$

$$\text{Perímetro} = \underline{2 \bullet p \cdot radio}$$

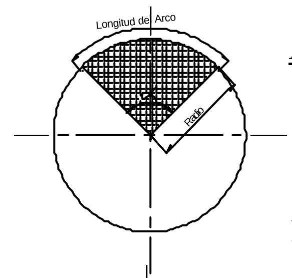
***Semicírculo;*** Cada una de las dos mitades del círculo separadas por un diámetro.




$$\text{Área} = \frac{p \cdot radio^2}{2}$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2 \bullet p \cdot radio}{2}$$

***Sector circular***, es la porción de círculo comprendido entre dos radios.

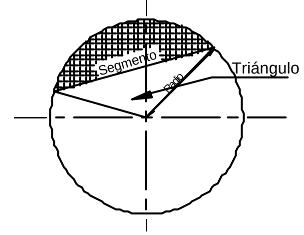



$$\text{Área} = \frac{\text{Longitud del Arco x Radio}}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{p \cdot radio^2 \cdot ángulo}{360}$$

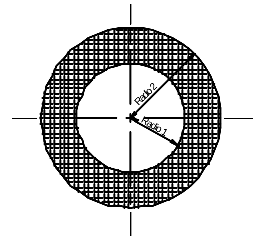
$$\text{Perímetro} = \frac{2 \bullet p \cdot radio \cdot ángulo}{360}$$

***Segmento circular***, es el área comprendida entre dos radios y el arco de circunferencia correspondiente.



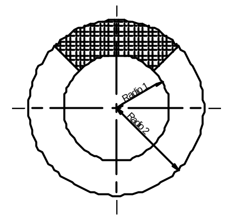

Área = Área del Sector – Área del Triángulo

***Corona o anillo circular***, es la porción de área comprendida entre dos circunferencias concéntricas.



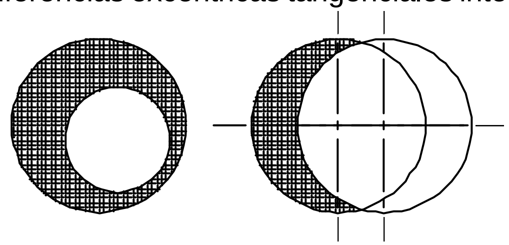

Área = ?  (Radio mayor$^2$ – radio menor$^2$)

***Trapecio circular***, es la porción de área comprendida entre una corona circular y dos radios.



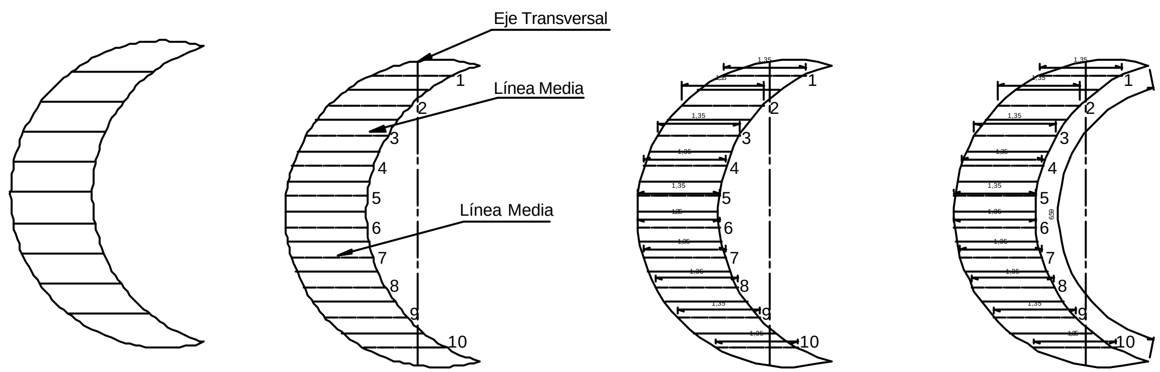

Área = (Arco mayor + Arco menor) – $\dfrac{\text{Radio mayor – radio menor}}{2}$

***Lúnulas***, es el espacio comprendido entre dos arcos de circunferencias excéntricas tangenciales interiores (A) o excéntricas que no contienen el centro de ninguna de las circunferencias (B).



Este método de Simpson, sirve para poder calcular las áreas irregulares de las Figuras Curvas consiste en; dividir estas áreas con líneas paralelas, para luego colocar líneas medias entre las paralelas y a estas medirlas sumarlas y multiplicarlo por la longitud del eje transversal o en nuestro caso la longitud del arco interior y luego se promedia por las Líneas medias.

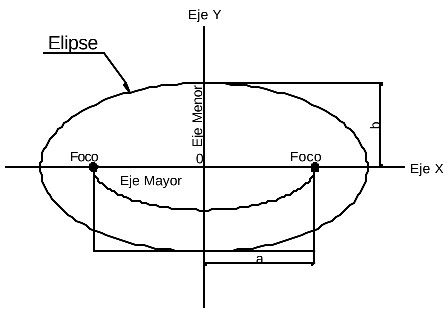
Método de Simpson;
Sumatoria de las Líneas medias por la longitud del eje transversal M$^2$ esto divido por el promedio de las Líneas Medias



# FIGURAS CURVAS FOCALES

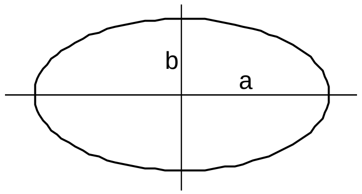
Para explicar que son la Curvas Focales, decimos que son todas aquellas figuras generadas a partir de la intersección de un plano con un cono recto. Estas figuras son las siguientes:

**Elipses, Parábolas y las Hipérbolas.**




**Elipse:** Es una línea cerrada que tiene la propiedad de que la suma de las distancias a dos puntos dados (focos) es constante.

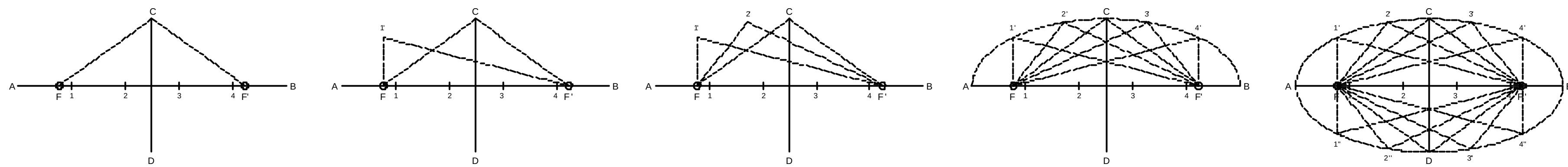
Para calcular el área de una Elipse **trabajamos** la siguiente ecuación: Área = ? (a x b)




Para construir Elipses existen varios métodos, pero los que nos interesan son los siguientes:
**Método de Jardinero, Método de Circunferencias Concéntricas y Método General.**

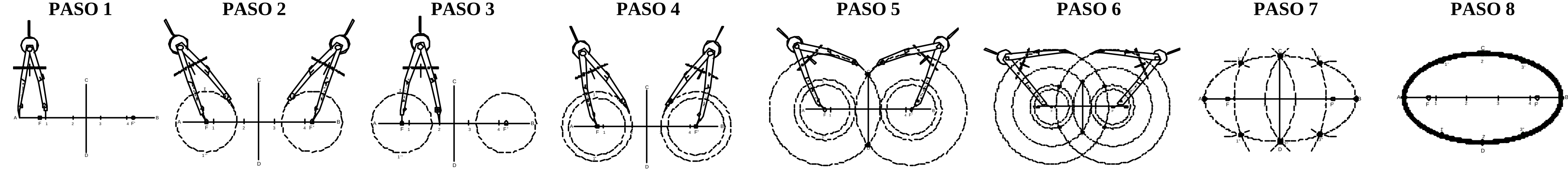
**Construcción por Método de Jardinero:** siguiendo los pasos de cada una de las graficas se puede trabajar una elipse con este método. Tomando en cuenta que este método se trabaja con una cuerda o cordel, que tenga la longitud del eje mayor, que luego colocamos, sus extremos en cada uno de los focos y de allí comenzamos a trazar los distintos puntos, tensando la cuerda como se ve en las graficas.

PASO 1 PASO 2 PASO 3 PASO 4 PASO 5



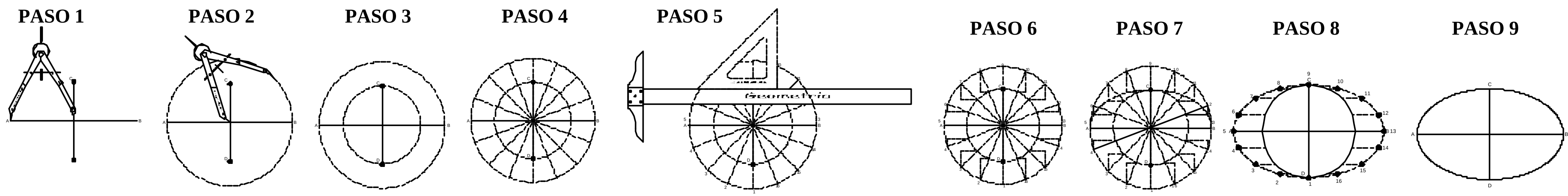
**Construcción por Método de Circunferencia Concéntricas(Conociendo los focos):** Con este método comenzamos haciendo una circunferencia pequeña en cada foco, que tendrá como radio el punto A hacia el punto 1, luego colocamos el compás en el foco y hacemos la circunferencia, después con el foco como centro hacemos radio en el punto 2, seguimos en punto 3 y de último en el 4, como nos dimos cuenta la única circunferencia que no tiene el foco como centro es la 1, por estar esta muy cerca de este. En el otro foco hacemos siguiendo los mismos pasos . Si seguimos los pasos de las graficas obtendremos una elipse.

PASO 1 PASO 2 PASO 3 PASO 4 PASO 5 PASO 6 PASO 7 PASO 8



**Construcción por Método de Circunferencia Concéntricas:** Con este método comenzamos haciendo una circunferencia del centro del eje mayor hacia su extremo, después hacemos lo mismo con el eje menor, ahora trazamos rayos que intercepten ambos lados de la circunferencia mayor, en cada intersección bajamos líneas verticales y en la intersección de la circunferencia menor trazamos líneas horizontales y donde se toquen estas dos será el punto de trazo de la elipse. Si seguimos los pasos de las graficas obtendremos una elipse.

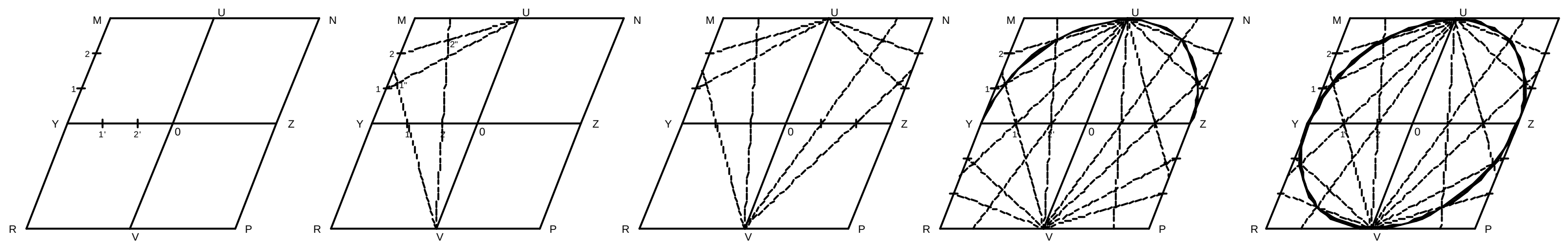
PASO 1 PASO 2 PASO 3 PASO 4 PASO 5 PASO 6 PASO 7 PASO 8 PASO 9



[1] Elaboración Propia

**Construcción por Método del Paralelogramo (de los ejes conjugados):** siguiendo los pasos de cada una de las graficas se puede trabajar una elipse con este método.

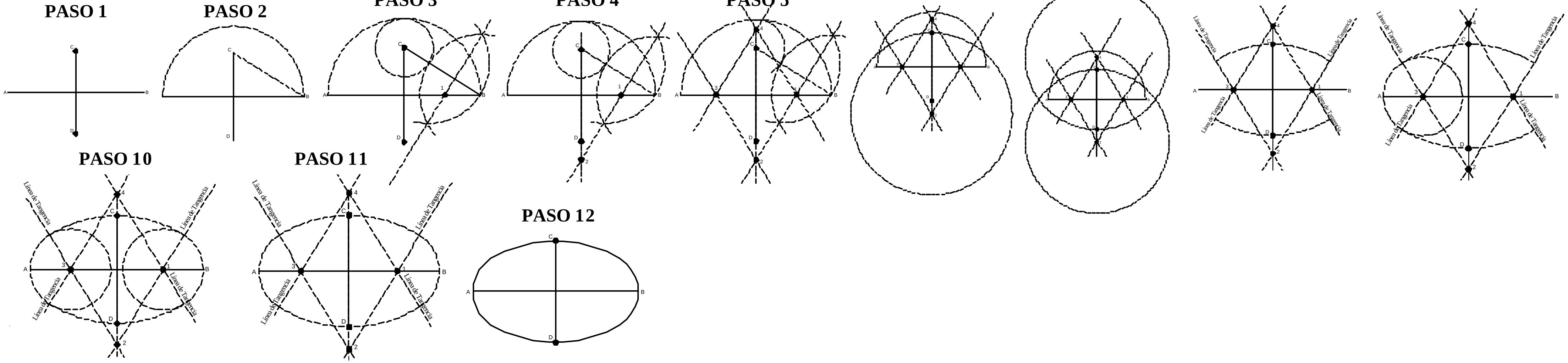
PASO 1 PASO 2 PASO 3 PASO 4 PASO 5




Con estos métodos construimos elipses verdaderas, pero también se pueden construir elipses aproximadas por medio de arcos de circunferencia

**Construcción por Método General (cuatro centros):** siguiendo los pasos de cada una de las graficas se puede trabajar una elipse con este Método.

PASO 1 PASO 2 PASO 3 PASO 4 PASO 5 PASO 6 PASO 7 PASO 8 PASO 9 PASO 10 PASO 11 PASO 12

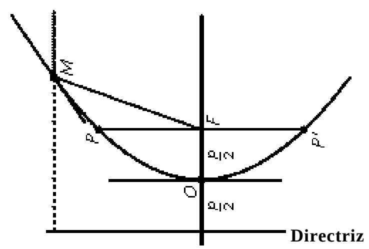


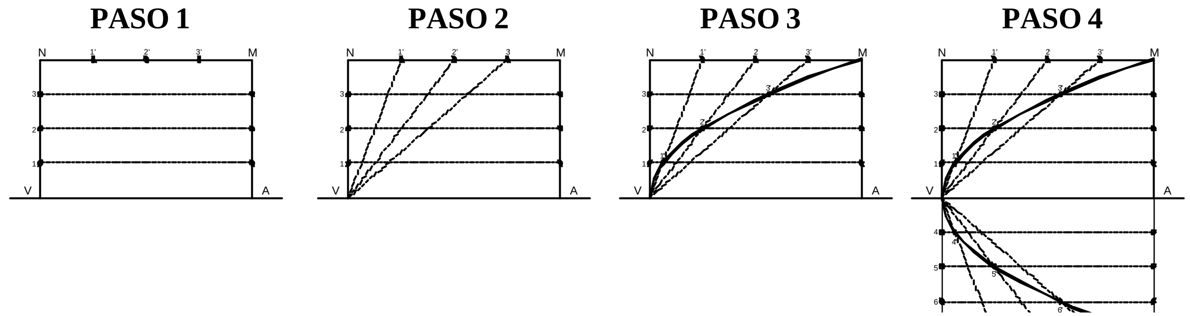

---

[1] Elaboración Propia

# Parábolas

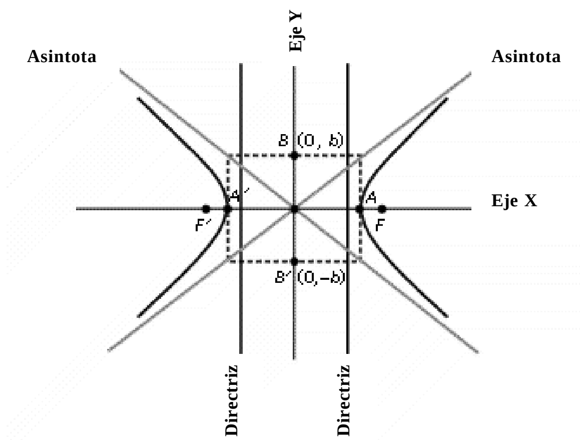
La parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz .

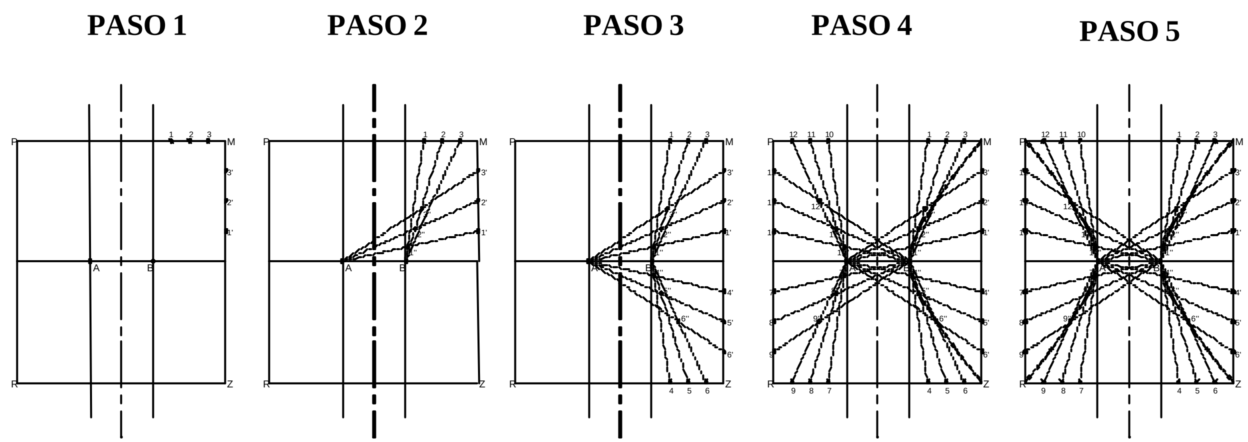


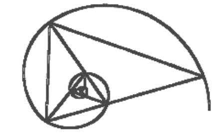




# Hipérbola

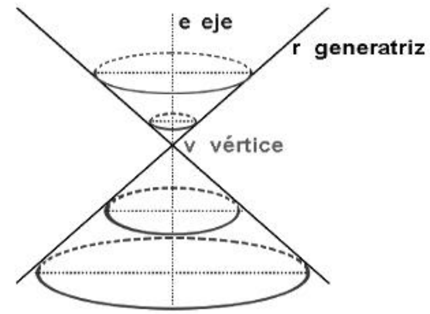
Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias entre dos puntos fijos es constante. Estos dos puntos fijos se llaman focos de la hipérbola.

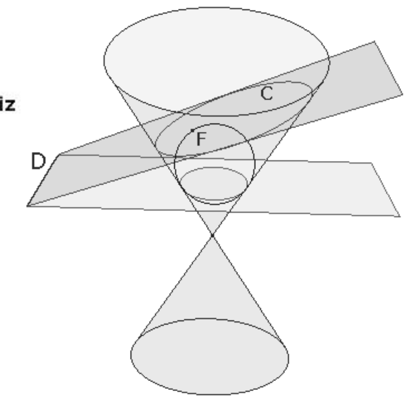




Al incluirle a las **Curvas Focales** el **Círculo**; estas son llamadas **Curvas Cónicas,** de las cuales el griego Apolonio, estudio y elaboro un documento.



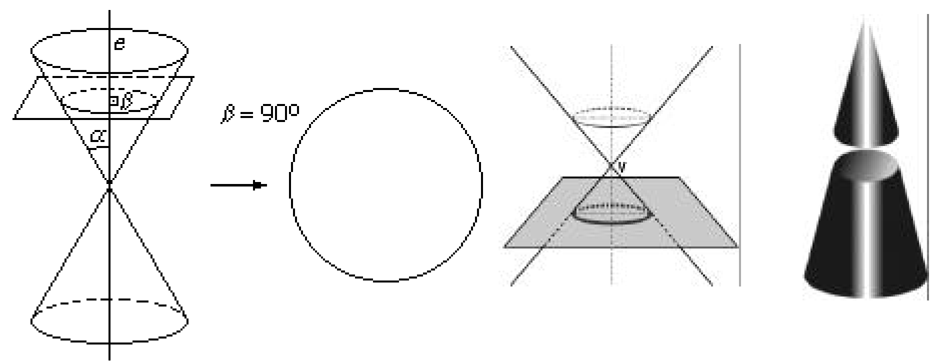




**Apolonio de Perga** era contemporáneo de Arquímedes (286 a. de J.C. - 212 a. de J.C.), aunque algo más joven que él. Vivió la mayor parte de su vida en Alejandría y se le recuerda como "el gran geómetra".

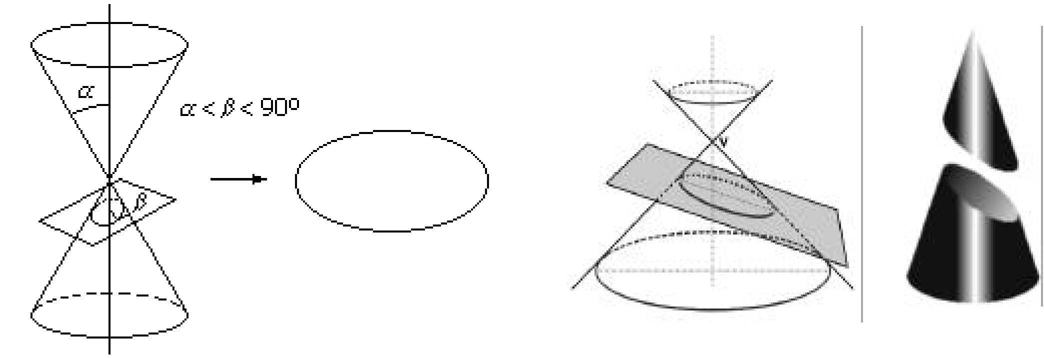
Se preocupó de llevar a una perfección definitiva las matemáticas helénicas, especialmente la **Geometría**. Su obra fundamental son ocho famosos libros sobre las secciones cónicas que elevaron el estudio de las curvas de segundo grado a una perfección no superada durante siglos.

Al comenzar su libro, Apolonio demuestra que tanto el Circulo como la elipse, la parábola o la hipérbola pueden determinarse al cortar un cono con planos de distinta inclinación (por ello estas curvas son llamadas **Cónicas**). Los elementos para poder generar las cónicas son; un eje, la generatriz, foco, directriz y un vértice.

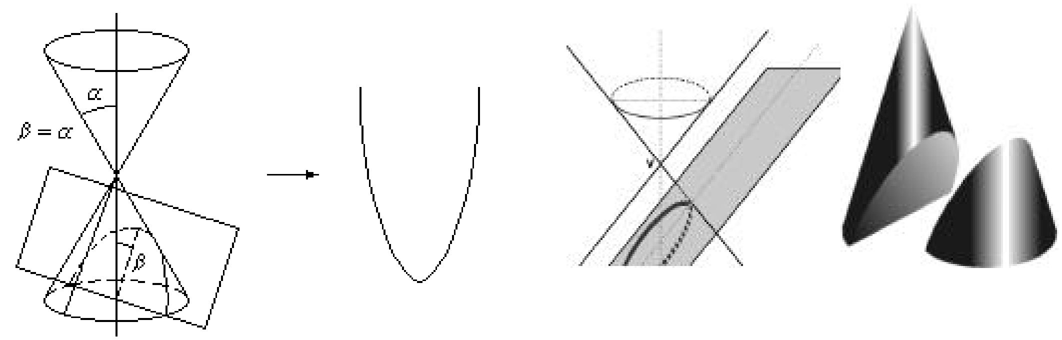
**El Círculo** se da si *b* = 90º la intersección del plano con el cono es una circunferencia.



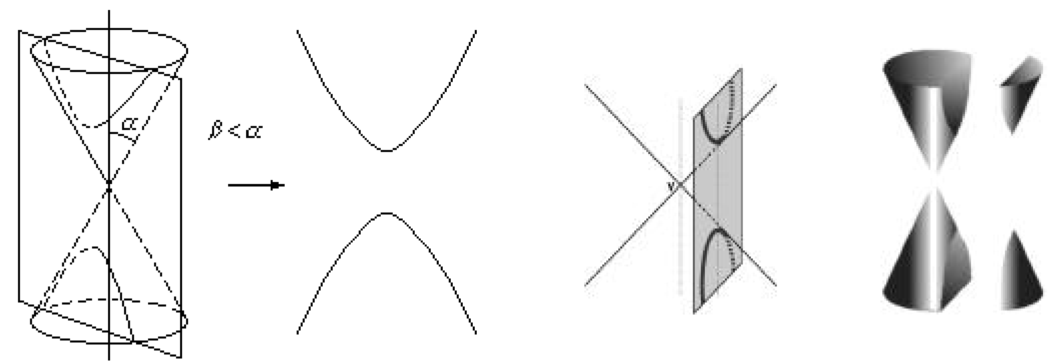
**La Elipse** se da si b > a y b < 90º, tanto más alargada cuanto menor (más próximo a a) sea el ángulo b.




**La Parábola** se da si *b* = *a* el plano es paralelo a una de la generatrices y se obtiene una curva abierta llamada parábola.



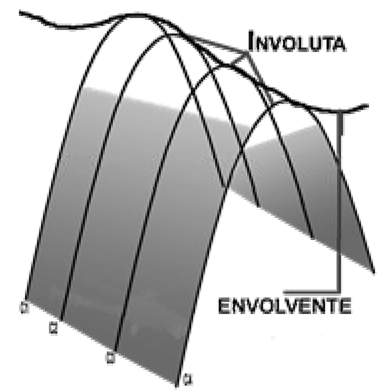

**La Hipérbola** se da si *b* < *a* entonces, tanto en los casos en que el plano corta al eje (0 < *b* < *a*) como cuando es paralelo a él (*b* = 0), se obtiene una curva con dos ramas abiertas llamada hipérbola**.**



# Curvas Particulares

Son un grupo difícil de clasificar pues debido a su infinidad y que estas no tienen una directriz o ley que estas puedan seguir no podemos encajonarlas en un grupo determinado, por esta razón no todas las personas pueden reconocerlas y sin embargo las vemos en nuestra vida cotidiana como lo veremos más adelante, lo que si podemos es designarlas como Familias de Curvas y subdividirlas en; **Espirales y Curvas de Rodadura.**

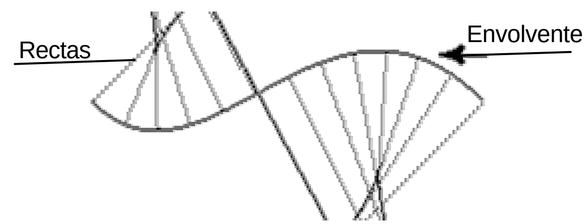
Como veremos si una curva se mueve a intervalos siguiendo cualquier ley, crearan un grupo de curvas que en su conjunto llamaremos Familia.
Cuando se crea una Familia de curvas estas generan otros elementos que son; La Envolvente y la Involuta.



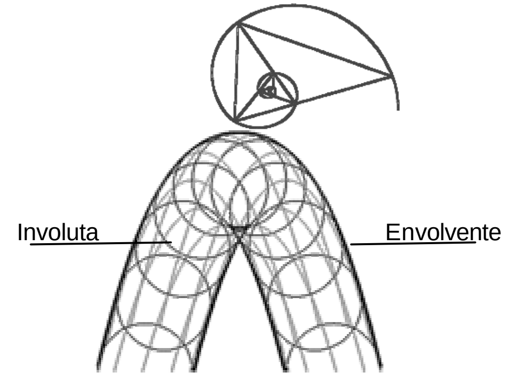

## ENVOLVENTE:

La Envolvente de una familia de curvas es una curva tangente de cada uno de los puntos donde esta intercepta en cada curva, toda la curva que se forma es tangente en al menos un punto a la familia;
los casos contenidos son siguientes:
- en un intervalo, de la familia de curvas el paso por uno o varios puntos estacionarios a estas, este punto se dice que pertenece al desarrollo.
- la familia de las curvas no tienen una intersección entre ellas (por ejemplo de los círculos concéntricos, o de curvas de las que los puntos de intersección son imaginarios).

Caso particular: el desarrollo de una familia de rectas, es una curva donde esta familia es la familia de la tangente o sea la Envolvente.
Uno logra desarrollos de rectas físicamente, con la ayuda de cuadros de archivos.
Ejemplos:
- Toda la curva es el desarrollo de tangente de esta.
- Desarrolló de una curva es el desarrollo de la normal a la curva.
- El cáustico es el desarrollo del radio reflexivo por un sistema óptico.
- Las curvas paralelas a una curva son los desarrollos de círculos del radio constantes centrados en esta curva.



# INVOLUTA:




La involuta son todas aquellas curvas paralelas entre ellas, que se desplazan en un mismo sentido y con intervalos definidos, por consiguiente son trayectorias ortogonales de la familia de las curvas.

En la figura 3 se describe la Envolvente y la Involuta, mientras que se representan estos dos elementos en la traslación de un circulo, sabiendo que la envolvente es aquella curva que es tangente a la rotación del circulo, y la Involuta son las curvas que va dejando el circulo en su desplazamiento.

En la vida diaria vemos los elementos anteriormente descritos, pero como no sabemos como son y como funcionan, los ignoramos, sin embargo con estos ejemplos queremos dar una pequeña explicación de cómo son; en la figura 1, vemos como un engranaje funciona, sin saber que en el estamos viendo una envolvente y una involuta. En la figura 2 se agranda el detalle pero sin embargo seguimos si reconocerlo. En la figura 3 se explica en forma detallada, como una envolvente trabaja solo siguiendo los 3 puntos que en cada grafica se muestran, los dientes de este engranaje son las Involutas de esta familia de curvas.

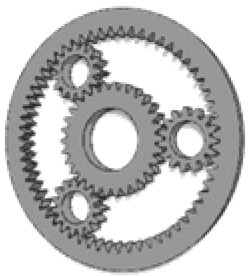


Figura 1

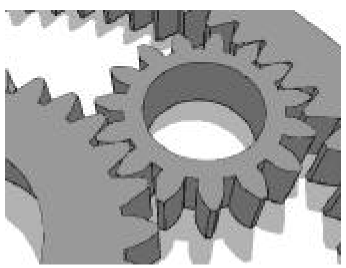


Figura 2

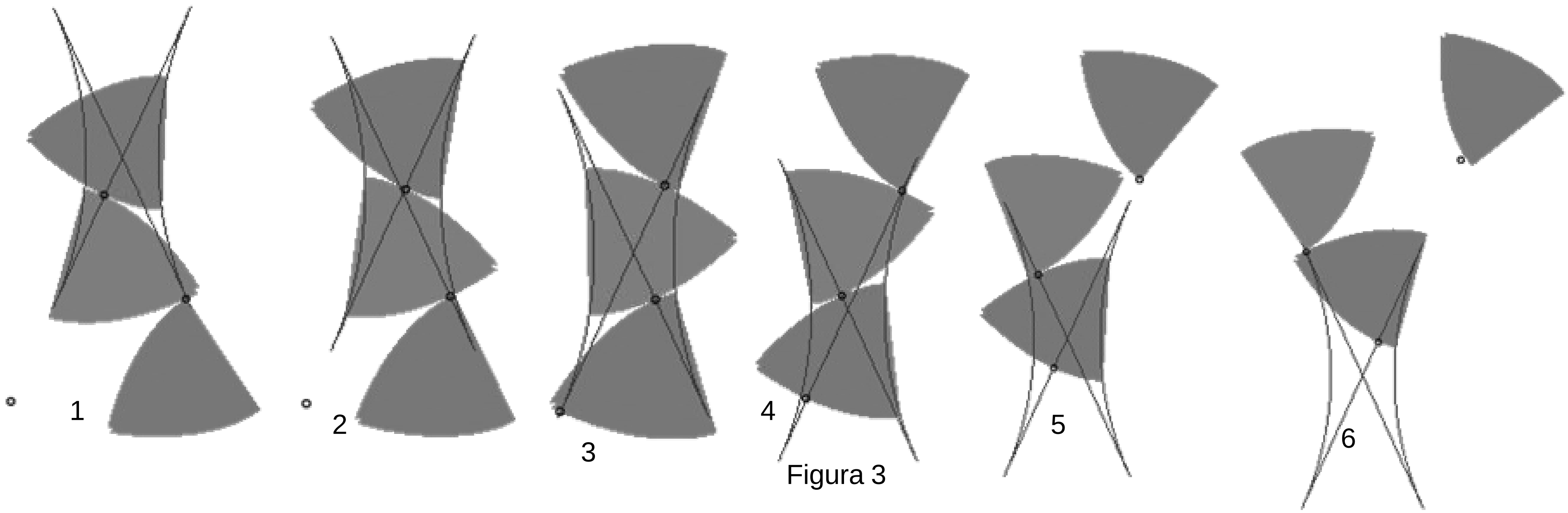
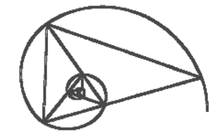


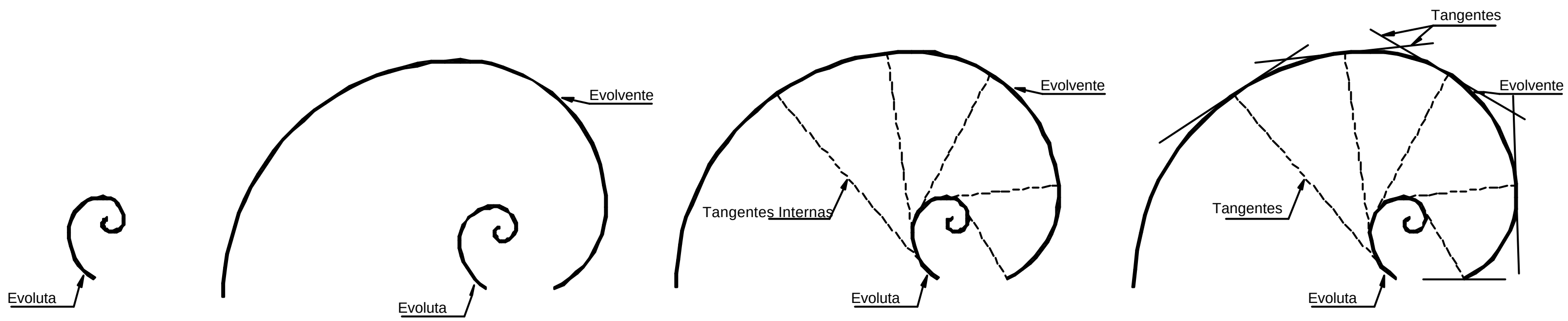

Figura 3



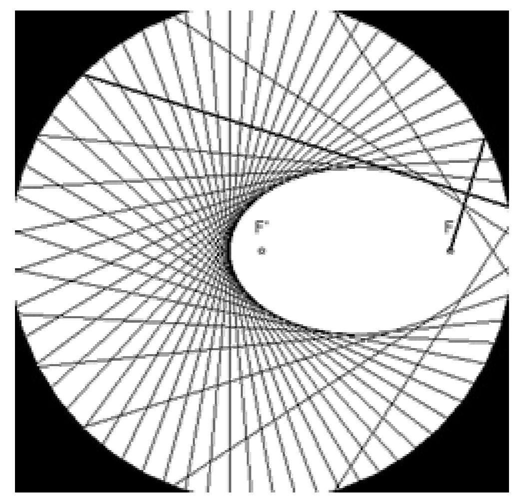
## EVOLVENTE Y EVOLUTA:

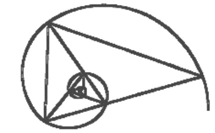
La Evoluta de una curva es el lugar de los centros de su curvatura, o de la envolvente de sus rectas normales. Los puntos singulares de la Evoluta corresponden a las cimas de la curva que es al extremo del radio de la curvatura, noción que se generaliza en uno de los puntos situados en un eje de simetría con tangente perpendicular a este eje. De lo contrario, uno notará mínimo dos puntos inútiles y un máximo infinito del radio de la curvatura; en este último caso, el punto singular es al infinito el normal a la Asintota de la Evoluta.

Las Evolutas de 2 curvas similares es similar (con la misma semejanza); la Evoluta de una curva algebraica es una curva algebraica.




Interpretación física: la curva (X) siendo una fuente luminosa, el desarrolló, representa el lugar donde se concentra los radios luminosos repartidos por la curva; el desarrollado que se llama por consiguiente más bien cáustico en ópticas: la definición del cáustico es; superficie tangente a los rayos reflejados o refractados por un sistema óptico.
Este ejemplo muestra una elipse como Evoluta y una circunferencia como evolvente.





# ESPIRALES:

Mucho antes de que Galileo Galilei expresara de manera tan rotunda una de las funciones de las matemáticas, muchos sabios se habían puesto a la tarea de explicar los fenómenos naturales bajo la luz de la razón, con la poderosa herramienta de las matemáticas.

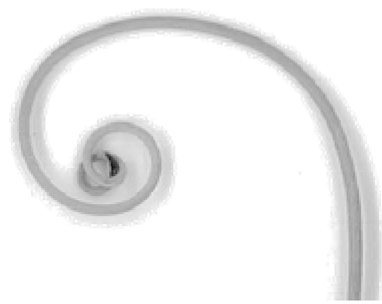
Y ante las innumerables manifestaciones naturales de las espirales, tanto de carácter orgánico como mecánico, estas curvas no podía dejar de llamar la atención de los matemáticos y ser objeto de su investigación. Sin embargo, como su propia forma sugiere son curvas esquivas. No son curvas geométricas estáticas como la circunferencia, las cónicas o las lúnulas. Para construirlas se necesitan recursos mecánicos, algo que crece o que se mueve.

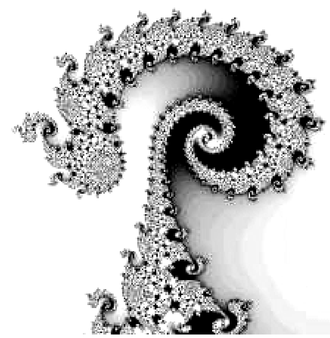
Pero, ¿qué es una espiral? La definición "matemática" sería esta: "son curvas planas que comienzan en un punto y cuya curvatura va disminuyendo progresivamente a medida que aumenta su radio de curvatura."

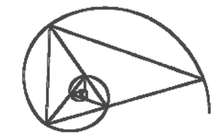
Si esta definición la ampliamos al espacio obtendremos unas curvas espaciales parientes de las espirales, las hélices cónicas.

La forma en se produzca ese cambio de curvatura y ese incremento del radio de curvatura nos colocará ante diferentes tipos de espirales. En el fondo dos son los parámetros que van a definir una espiral su radio en cada punto, la distancia al origen, y el ángulo girado hasta llegar a ese punto.

La historia de las espirales dentro del mundo matemático ha sido, paradójicamente una historia a saltos.

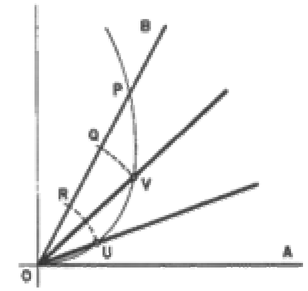


# ESPIRAL DE ARQUIMIDES:

El primer paso de su estudio se remonta al siglo III a. de C. y su protagonista es el genial Arquímedes. Con métodos que se adelantan en varios milenios a sus contemporáneos realiza el primer estudio intensivo sobre la espiral más simple: la espiral uniforme.

Arquímedes se interesó por esta espiral al intentar resolver un problema clásico: la trisección de un ángulo, utilizando solamente regla y compás. . Aunque hoy sabemos que es un problema irresoluble utilizando sólo una regla y un compás, Arquímedes encontró una forma de dividir un ángulo en tres partes iguales utilizando la espiral uniforme. Basta hacer coincidir el vértice del ángulo con el origen de la espiral, dividir el segmento que va desde el origen al punto de corte de la espiral con el segundo lado del ángulo en tres partes iguales y trazar por esos puntos arcos de circunferencia hasta que corten a la espiral.




Si unimos el origen con esos puntos de corte tendremos los tres ángulos que dividen al original en tres partes iguales.
Por desgracia para las matemáticas la espiral uniforme no se puede dibujar con regla y compás.

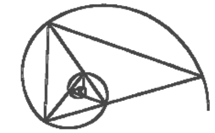
Menos conocidos, pero más sorprendentes para los matemáticos, son sus resultados sobre la espiral uniforme, recogidos en su libro "Sobre las espirales", en el que entre sus 28 proposiciones varias se refieren a las áreas de las espirales. Resultados tan complejos como estos:

***"El área barrida por el radio de la espiral en su primera revolución es la tercera parte del área del círculo cuyo radio es el radio final de esta revolución..."***
***"El área barrida por el radio en la segunda vuelta es 6 veces el área de la primera vuelta".***
***"El área barrida en la segunda revolución está en razón 7/12 con el círculo cuyo radio es la posición final del radio vector"***
Arquímedes va mucho más allá y demuestra que las áreas de los sucesivos anillos vienen dadas por esta fórmula donde Rn es el área barrida en la vuelta n.

$$R_{n+1} = \frac{n}{n-1} R_n$$

La dificultad de construirla de manera exacta, junto al hecho de no poder construirse con regla y compás hizo que los sabios griegos no le dedicasen toda la atención que se merecen. Aunque como en todo hay sus excepciones. Estas excepciones las constituyen Conón de Samos y sobre todo Arquímedes de Siracusa (287-212 a. C.)

La espiral más simple la podemos encontrar al mirar una cuerda enrollada sobre sí misma. Es muy fácil reconocerla: la anchura de sus espiras es siempre la misma. Por eso se la conoce con el nombre de espiral uniforme.

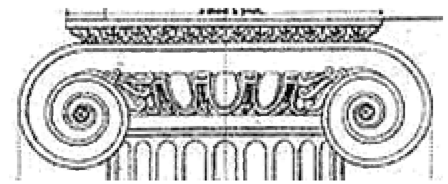


El hecho de que sea la espiral más sencilla de construir hace que aparezca como motivo ornamental desde las épocas más remotas. La encontramos ya en túmulos mortuorios de la edad del bronce y en vasijas griegas y etruscas....

La encontramos, en la cerámica popular, como motivo decorativo de muchos platos. Esto no es tan extraño si pensamos la extrema facilidad con la que se puede dibujar sobre el torno del alfarero. Basta con ir desplazando el pincel en una dirección determinada, desde el centro hacia el borde, con una velocidad constante.

Se la conoce entre los matemáticos como Espiral de Arquímedes, ya que fue este notable físico y matemático griego el primero que, fascinado por su belleza, realizó un estudio profundo sobre las propiedades matemáticas de esta curva...en el siglo III antes de Cristo en un escrito titulado Sobre las espirales.

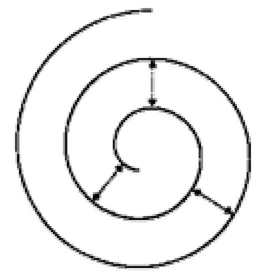
Matemáticamente la espiral de Arquímedes se define como el lugar geométrico de un punto del plano que partiendo del extremo de una semirrecta se mueve uniformemente sobre ella, mientras que la semirrecta gira también uniformemente sobre uno de sus extremos.

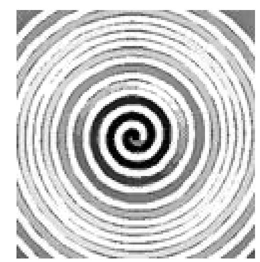


En palabras del propio Arquímedes:
" Imaginemos una línea que gira con velocidad constante alrededor de un extremo, manteniéndose siempre en un mismo plano, y un punto que se mueve a lo largo de la línea con velocidad lineal constante: ese punto describirá una espiral"

Es decir, es una curva mecánica. Para definirla necesitamos recurrir al movimiento. Es de hecho la primera curva mecánica de la historia. Su ecuación en coordenadas polares es $r = a\theta$ donde r es la distancia al origen, a una constante y theta es el ángulo girado.

Sin duda, al menos desde un punto de vista matemático, la más simple es aquella en que el radio varía de forma proporcional al ángulo girado. Y a esta es a la que dedicó su atención Arquímedes, a la espiral uniforme, que desde entonces lleva su nombre. La espiral arquimediana.



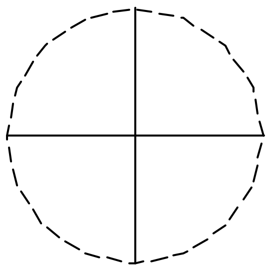


Como hemos visto las espirales las encontramos hechas por la mano del hombre como por la naturaleza, además se ve como una espiral de Arquímedes se va desarrollando o generando a partir de un punto.

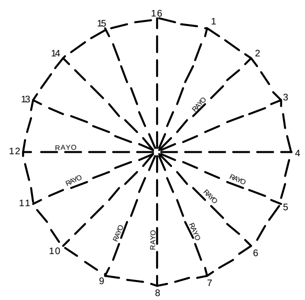
En él demuestra las propiedades de las áreas de las diferentes espirales, utiliza la espiral para calcular la longitud de un arco de circunferencia, para cuadrar el círculo y para dividir un ángulo en tres partes iguales. Una curva que le permitió atacar dos de los tres problemas clásicos: la cuadratura del círculo y la trisección del ángulo. Por desgracia para Arquímedes, los griegos exigían la resolución utilizando sólo regla y compás... y su curva, la espiral uniforme no se puede construir sólo con esos instrumentos como lo veremos en el procedimiento. Para que nuestra espiral quede lo m ás exacta será necesario dividir la línea que aquí se indica en la mayor cantidad, en nuestro caso 12 partes después se trazan arcos, por ejemplo el arco 1 tocará el rayo 1 y así sucesivamente, como se ve en las graficas.

**<u>Construcción de Espiral de Arquímedes:</u>** siguiendo los pasos de cada una de las graficas se puede trabajar una elipse con este Método.

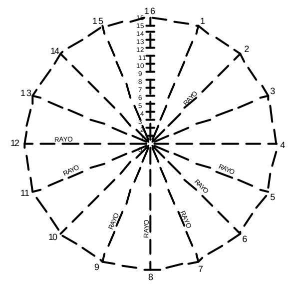
**PASO 1**



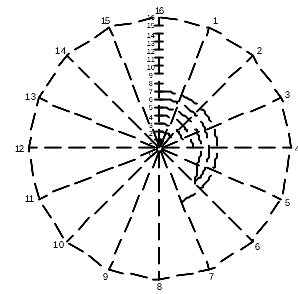
**PASO 2**



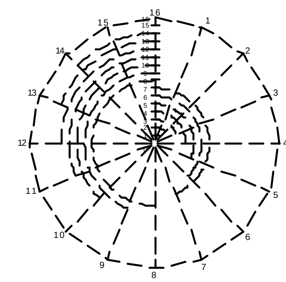
**PASO 3**



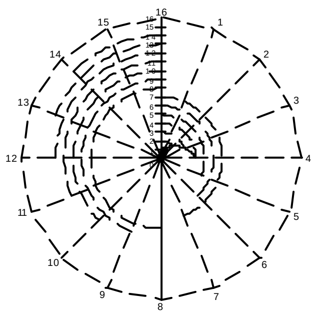
**PASO 4**



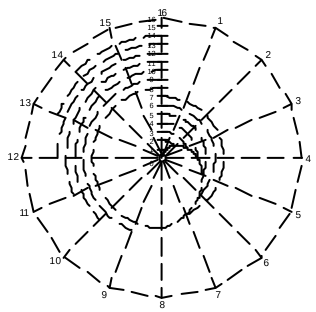
**PASO 5**



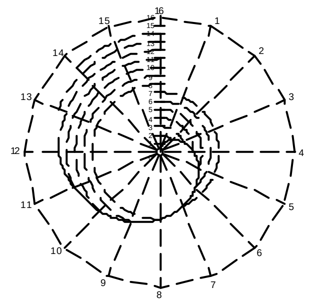
**PASO 6**



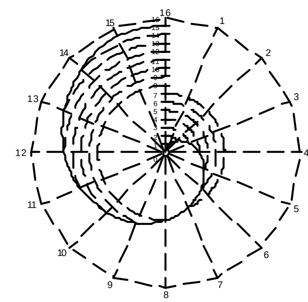
**PASO 7**



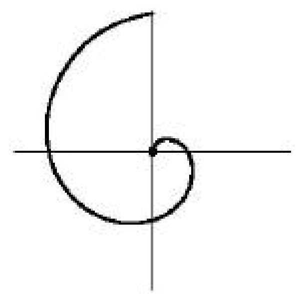
**PASO 8**



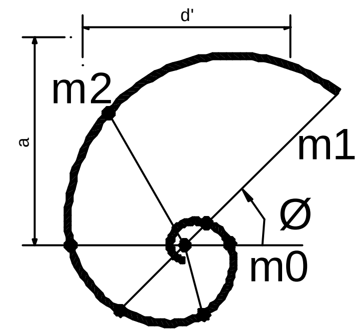
**PASO 9**



**PASO 10**



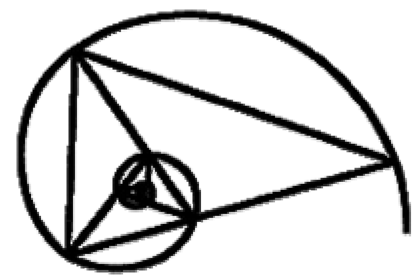
## ESPIRAL HIPERBÓLICA o de DURERO:




Hay que esperar más de 18 siglos para que, esta vez un artista con grandes dotes matemáticas, Alberto Durero, en 1525, nos proporcione los métodos para dibujar otro tipo más complejo de espirales, las espirales basadas en el crecimiento gnómico, es decir, las que se obtienen la encajar de forma recurrente, figuras geométricas semejantes y unir sus vértices, especial atención le van a merecer las espirales relacionadas con la sucesión de Fibonacci y con el número áureo.

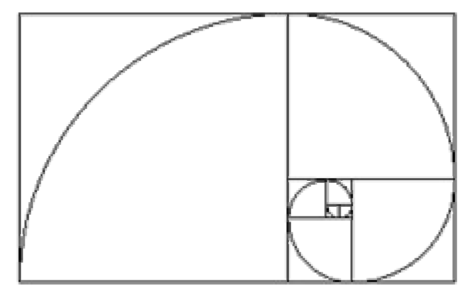
A pesar de su gran amor por las matemáticas, como muestra en su cuadro Melancolía, plagado de metáforas matemáticas, Durero es fundamentalmente un pintor.

La influencia del mudo helénico, de la que Durero está impregnado, le impone una nueva restricción: la utilización exclusiva de la regla y el compás. Por ello, se va a limitar a investigar la representación aproximada de la espiral no uniforme mediante arcos de circunferencias.



Tres años antes de morir, el genial pintor renacentista y gran enamorado de las Matemáticas, Alberto Durero (1471-1528) publica una obra titulada Instrucción sobre la medida con regla y compás de figuras planas y sólidas. Es un precioso libro en el que pretende enseñar a los artistas, pintores y matemáticos de la época diversos métodos para trazar diversas figuras geométricas.

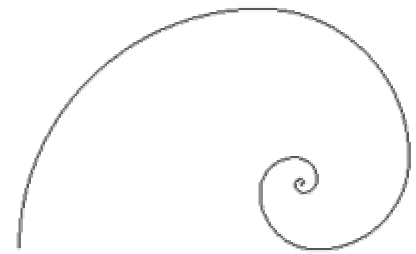
En esta obra Durero muestra cómo trazar con regla y compás algunas espirales y entre ellas una que pasará a la historia con su nombre: la Espiral de Durero.



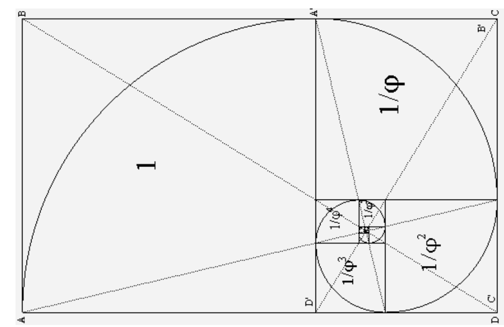
No se trata de una espiral de Arquímedes ni de una espiral logarítmica pues ninguna de las dos puede construirse con regla y compás. Sin embargo se aproxima bastante a esta última. Es una de las espirales gnómicas basadas en el famoso número de oro, o mejor dicho, en los rectángulos áureos.

Los rectángulos áureos son aquellos cuyos lados están en proporción áurea, es decir, el cociente entre su lado mayor y su lado menor es precisamente el número de oro.

Son los únicos que tienen esta curiosa propiedad: si cortamos un cuadrado cuyo lado sea el lado corto del rectángulo obtenemos un rectángulo semejante al original, es decir tiene las mismas proporciones.

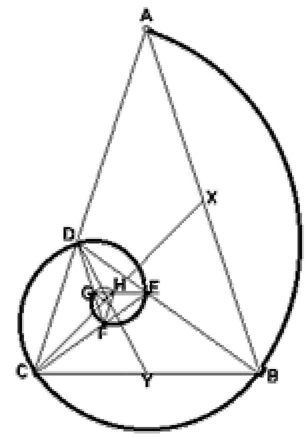


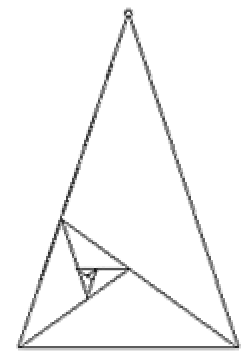
O expresado al revés, si a un rectángulo áureo le añadimos sobre su lado mayor, un cuadrado obtenemos otro rectángulo áureo. Una buena aproximación a esta sucesión de rectángulos áureos es la obtenida a través de los rectángulos cuyos lados son los términos de la sucesión de Fibonacci.




Una vez construida esta sucesión de rectángulos áureos encajados si unimos mediante un arco de circunferencia dos vértices opuestos de cada uno de los cuadrados obtenidos, utilizando como centro de la misma otro de los vértices del mismo cuadrado, obtenemos una curva muy similar a una espiral logarítmica, es la famosa **Espiral de Durero.**

Esta espiral es casi una espiral logarítmica de salto angular 90 grados y razón geométrica el número de oro. La única diferencia, inapreciable a pequeña escala es que los centros de esos arcos van saltando a su vez de un vértice a otro de los rectángulos.



Otra espiral gnómica basada en el número áureo es la que se construye tomando como base un triángulo isósceles cuyo ángulo menor mide 36°. A partir de cada triángulo se construye otro triángulo isósceles cuyo lado menor coincide con el mayor del triángulo anterior.

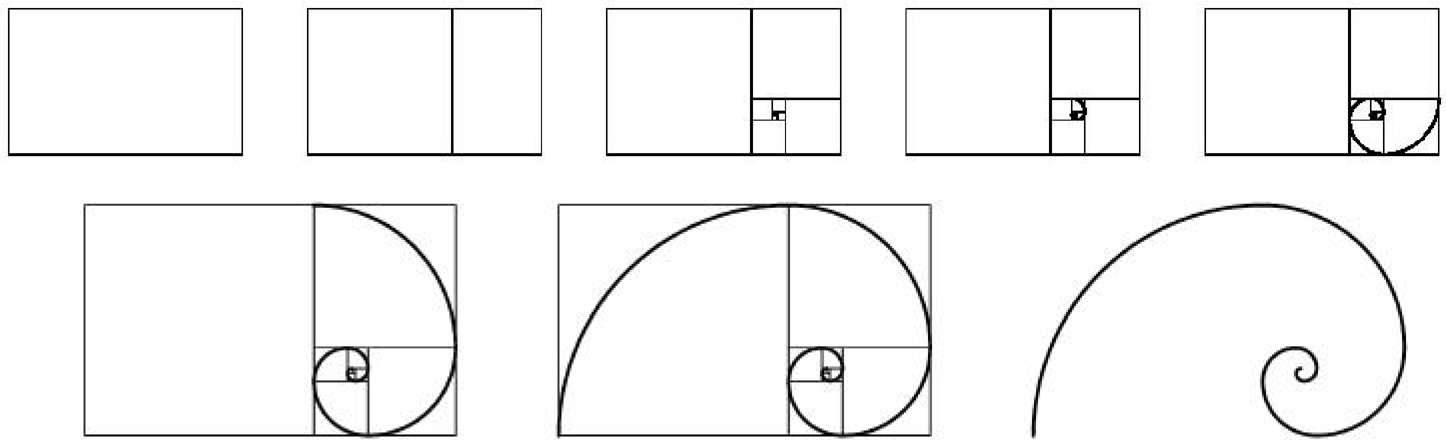
Los cocientes entre el lado mayor y el lado menor de cada triángulo tienden hacia el número de oro.

La espiral se construye uniendo mediante arcos de circunferencia los vértices consecutivos de estos triángulos.

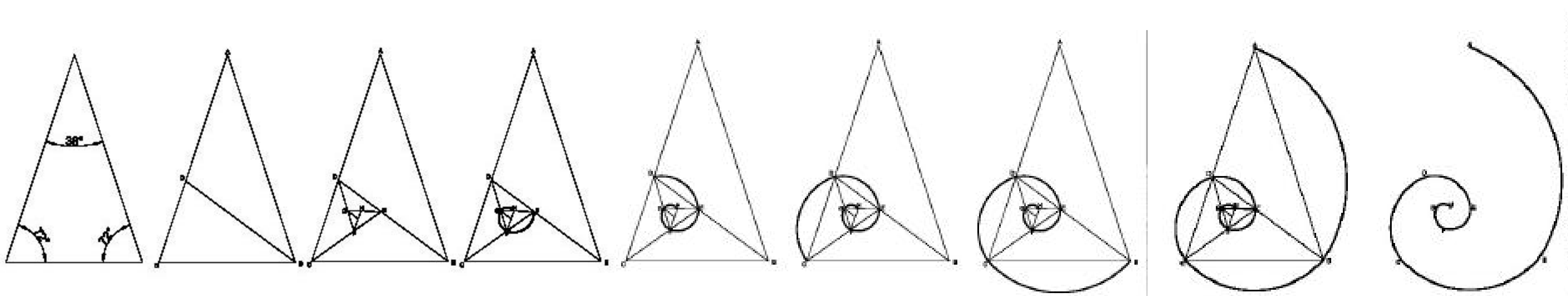
El resultado es otra similar cuya pulsación, el factor de crecimiento es el número áureo.

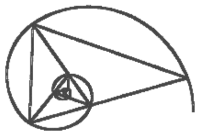
## Construcción de Espirales de Durero o Gnómicas:

Como se ve en las graficas, lo que necesitamos para poder hacer una espiral con este método es un rectángulo, el cual dividiremos de la forma que se indica y posteriormente de un vértice de cada uno de los cuadros iniciaremos una curvas que al desarrollarlas nos dará una Espiral.



Al igual que el anterior dividiremos una figura, solo que en este caso será un triangulo Isósceles que tenga un ángulo de 36º,  y posteriormente de un vértice de cada uno de los triángulos iniciaremos una curvas que al desarrollarlas nos dará una Espiral.





## ESPIRAL LOGARÍTMICA o de BERNOUILLI:

El origen del estudio de esta espiral tiene que ver con la navegación. A lo largo de los siglos XVI y XVII miles de barcos surcan los océanos. Los navegantes sabían que sobre la superficie terrestre la distancia más corta entre dos puntos es un arco de círculo máximo. Pero para seguir un rumbo que encaje con este arco es necesario realizar continuos cambios de rumbo. Por ello sustituían este rumbo óptimo por otro en el ángulo que formaba la trayectoria del barco con todos los meridianos que atravesaba se mantenía constante. El rumbo se mantenía constante.

Los rumbos de este tipo dibujan en la esfera terrestre una curva llamada loxodrómica. Pero los navegantes no trabajaban sobre una esfera, sus mapas eran planos, proyecciones de la esfera. Pues bien la proyección de la esfera sobre un plano convierte a la loxodrómica en una... **espiral equiangular.**

Matemáticamente, incluyéndola en la categoría de curvas mecánicas, es decir aquellas cuya ecuación no es un polinomio, fue descrita por primera vez por Descartes, que en 1638 comunicó a Mersenne sus investigaciones sobre esta curva.

Estaba buscando una curva creciente con una propiedad similar a la de la circunferencia, que la tangente en cada punto corte la radio vector siempre con el mismo ángulo. De ahí el nombre de equiangular.

Descartes también demostró que esta condición es equivalente al hecho de que los ángulos alrededor del polo son proporcionales al logaritmo del radio vector.

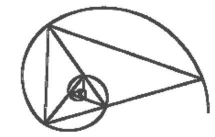
De ahí su segundo nombre: espiral logarítmica.

Aunque este nombre se lo debemos a Jacob Bernouilli, que la estudio en profundidad quedando cautivado por esta espiral hasta el punto de dejar escrito en su testamento que en su lápida debería figurar una espiral logarítmica con la inscripción *"Eadem mutata resurgo"* - Resurjo cambiada pero igual.

La separación de las espirales aumenta al crecer el ángulo, es decir, el radio vector crece de forma exponencial respecto del ángulo de giro. Por eso recibe un tercer nombre, espiral geométrica.

Su ecuación es de la forma: $r = Ce^{kq}$ donde r es el radio de posición, C una constante, k otra constante y theta el ángulo de giro.

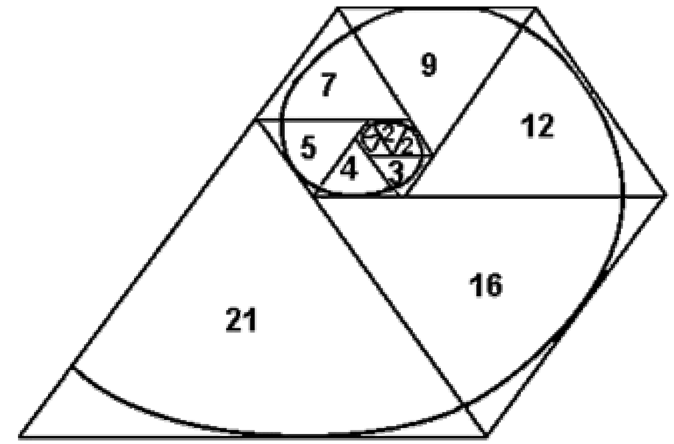
Si expresamos esta ecuación en forma logarítmica obtendríamos: $q = \frac{1}{k}\log\frac{y}{c}$



El ángulo es proporcional al logaritmo del radio.

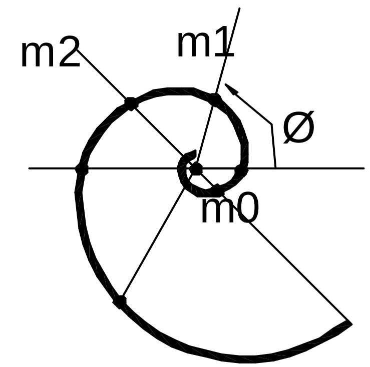
Decididamente cuesta trabajo a la hora de decidirse por uno de los tres nombres de la espiral. Cada uno de ellos la define matemáticamente de forma precisa, mediante una de sus propiedades.

Se construye trazando sucesivos triángulos rectángulos semejantes, de tal forma que la hipotenusa de uno es un cateto del siguiente; y uniendo los vértices consecutivos. Esta construcción se basa en una propiedad ya descubierta por Bernuilli: mientras el ángulo de giro crece en progresión aritmética sumando siempre la misma cantidad - , el radio correspondiente crece en progresión geométrica multiplicando siempre el radio anterior por un mismo número.




Jacob Bernouilli descubrió varias propiedades de esta curva que les pasaron desapercibidas a Descartes y Torricelli, entre ellas el hecho de que la espiral logarítmica es la única curva que verifica que su Evoluta, su involuta, su cáustica y su podaría son, a su vez, una espiral logarítmica

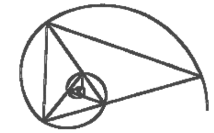
Jacob Bernouilli había descubierto además otra extraña propiedad, la autosemejanza, que relaciona directamente esta espiral con los objetos fractales.




Profundizando en el conjunto de Mandelbrot, uno de los objetos fractales más populares. Investigar el sin fin de formas y estructuras que contiene sería un trabajo complejo.

Si en este conjunto se realizan sucesivas ampliaciones sobre una de sus partes no es difícil encontrar sugerentes estructuras de espirales logarítmicas.

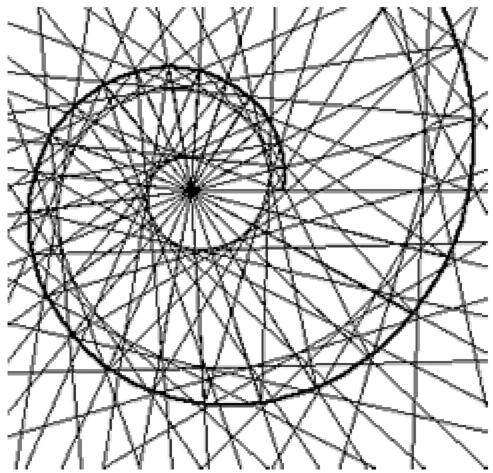
Se puede seguir ampliando y en todos los niveles nos volverán a sorprender.
No es tan extraño, la autosemejanza controla las formas fractales,
lo mismo que la espiral logarítmica

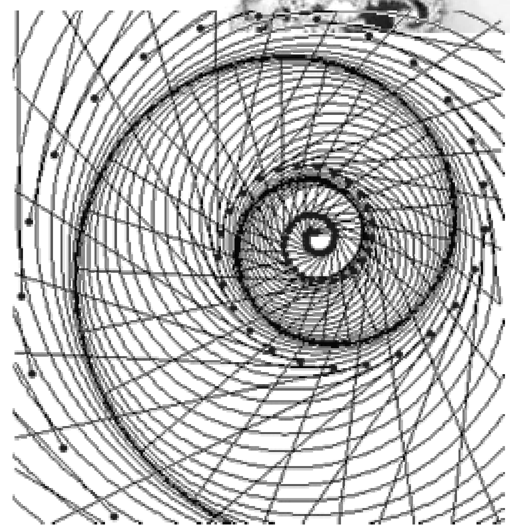


La propia construcción de esta espiral nos sugiere el motivo de su abundante presencia como forma que rige el crecimiento de numerosos organismos vivos. Las dos ideas que inspiran este crecimiento son las de rotación más dilatación. Crecimiento aditivo auto semejante con enrollamiento.

Nos explicamos ahora por qué las conchas de muchos caracoles vistas frontalmente forman espirales logarítmicas: al fin y al cabo no les queda más remedio que crecer siendo siempre iguales a sí mismos.

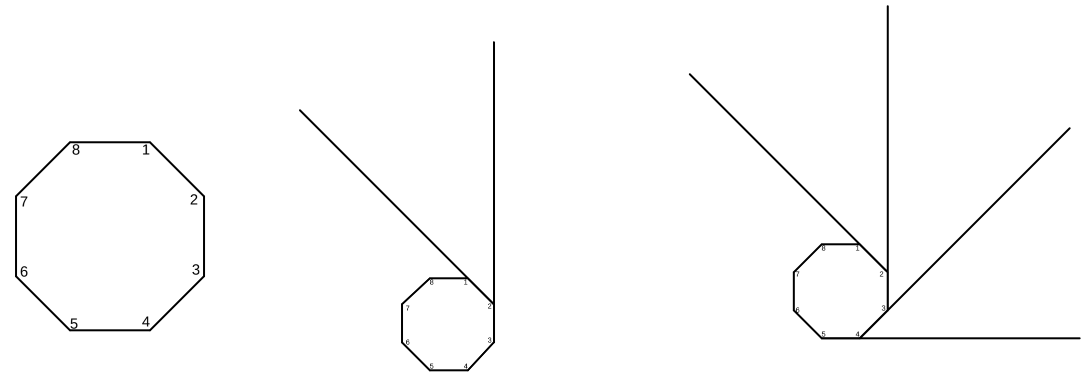
Pero es el reino vegetal el que nos muestra los ejemplos más generosos de este tipo de espirales. Las espirales que hemos visto en los girasoles, las margaritas y muchas otras flores, las piñas... son espirales equiángulares o logarítmicas.

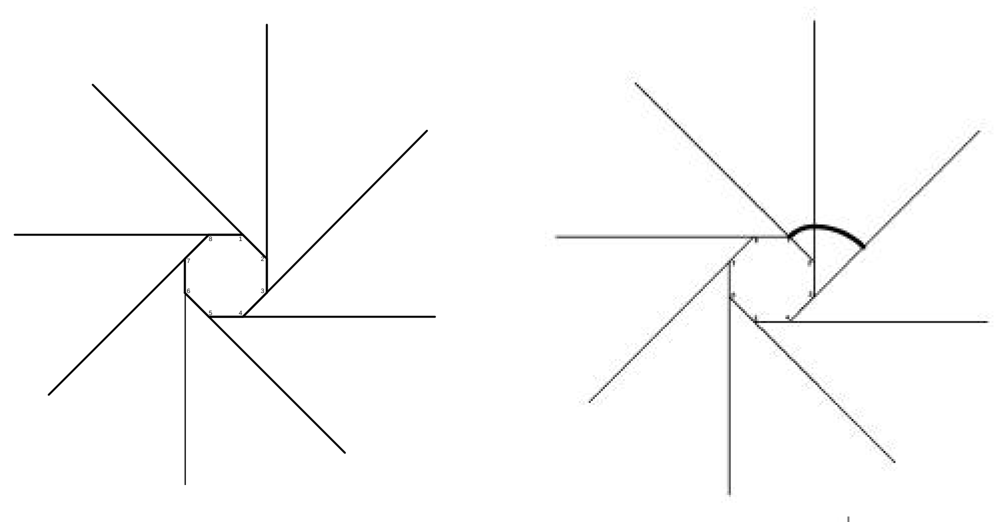


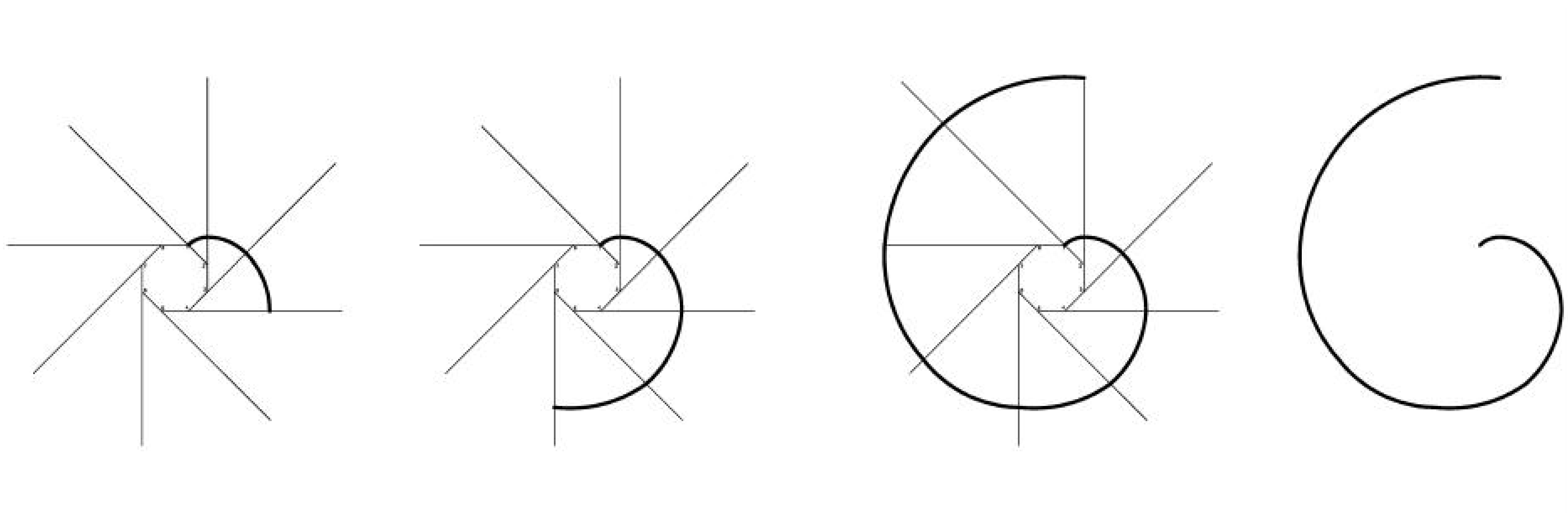


## Otro método para construir una Espiral es Por Arcos de Curvas (Espiral por Aproximación)

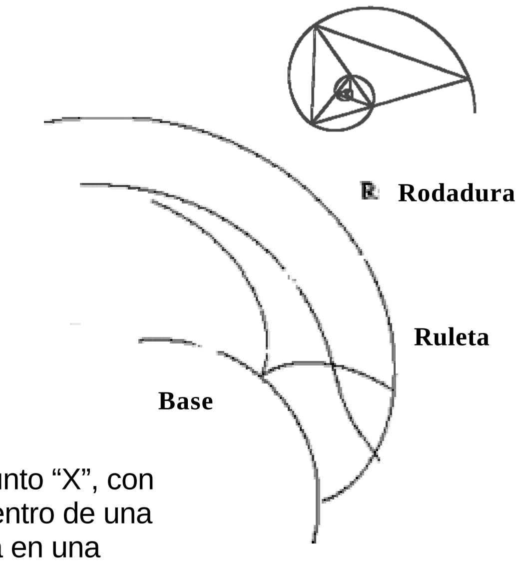
Al igual que el anterior dividiremos una figura cualquiera, nosotros utilizaremos un octágono,





# Curvas de Rodadura




La base de un movimiento plano sobre plano es la curva engendrada por las posiciones sucesivas en el plano fijo del centro instantáneo de rotación del movimiento del plano móvil.

La rodadura es la curva engendrada por estas posiciones sucesivas, en el plano móvil.
Durante el movimiento, al rodadura rueda sin resbalarse en la base, que es la envolvente.

Las ruletas son las curvas trazadas en el plano fijo por los puntos del plano móvil. La Recta que une el punto de contacto entre la base de la rodadura al punto trazado es la recta normal a la ruleta (teorema de Descartes).

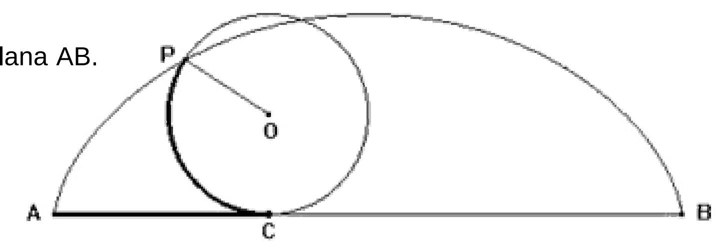
Cuando la rodadura es simétrica a la base con respecto a una tangente y que el punto trazado es la simetría de un punto “X”, con respecto a esta tangente, la ruleta es la curva ortometrica de (X) con respecto a un punto X; por ejemplo, las ruletas del centro de una elipse que ruedan en una elipse es simétrica con los óvalos simétricos y las ruletas del centro de una hipérbola que rueda en una hipérbola simétrica.

## PRINCIPALES CURVAS DE RODADURA

Entre las principales curvadas de rodadura encontraremos a las Curvas cíclicas. Estas curvas son las que la circunferencia es una ruleta y su base es recta con radio infinito, entre las principales encontraremos a las siguientes: **EL CICLOIDE, EPICICLOIDE Y EL HIPOCICLOIDE o HIPOTROCOIDE**

## CICLOIDE

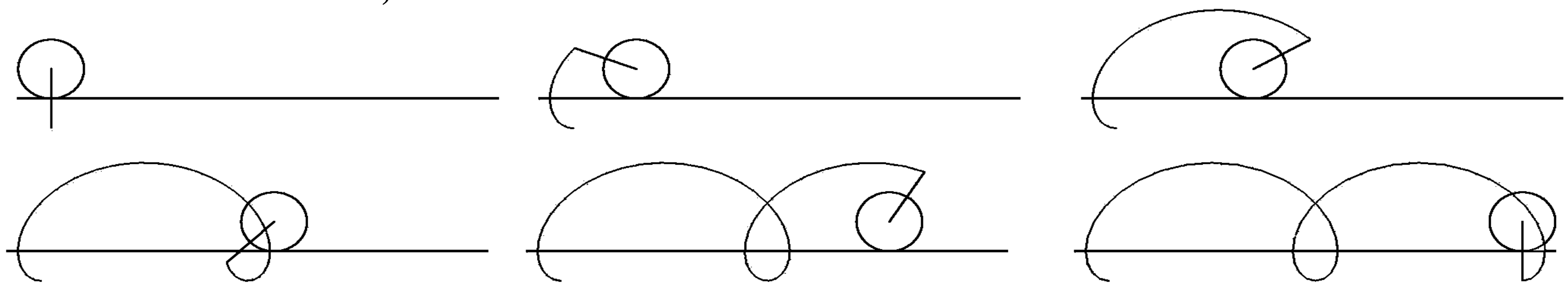
Lugar geométrico de los puntos del plano que son recorridos por un punto P de una rueda que gira sin deslizar por una pista plana AB.
Condición de rodadura: arco [CP] = AC.



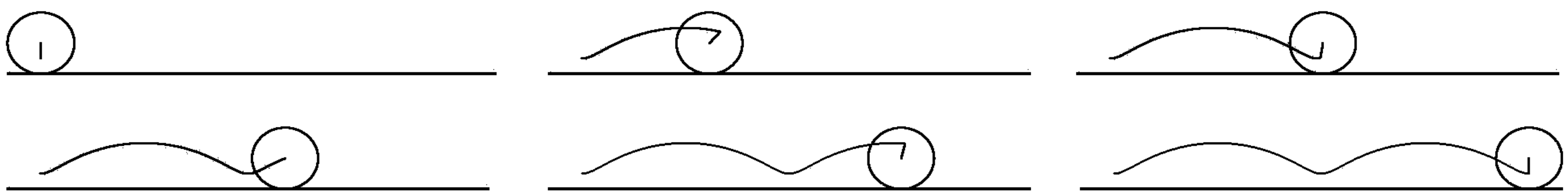

Uno también puede definir el cicloide como la trayectoria de un movimiento compuesto de un movimiento recto uniforme y un movimiento redondo uniforme en la misma velocidad.
El cicloide puede ser trazado siguiendo una recta horizontal, como lo veremos en las graficas

Si la ruleta es una circunferencia, siendo las principales: a. 1) Cicloide:
Ruleta = Circunferencia
Base = recta (circunferencia de radio infinito)

**b) Cicloide Alargada:**
Ruleta = circunferencia
Base = recta (radio de rodadura < radio de ruleta)

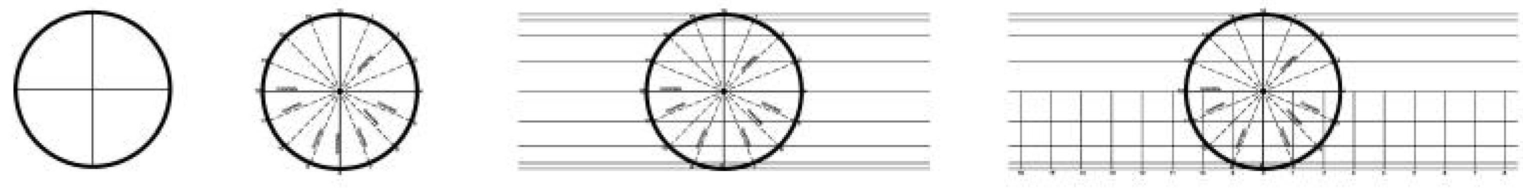


**b) Cicloide Acortada:**
Ruleta = circunferencia
Base = Recta
Radio de rodadura > Radio de ruleta

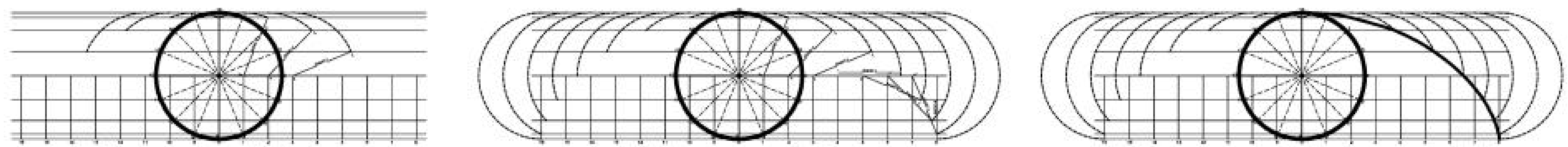


## Construcción del Cicloide :

Este se traza con una circunferencia de cualquier radio, un eje y una base, posteriormente le una división a la circunferencia con rayos, después se trazan líneas paralelas a la base y que estas toquen a cada uno de los puntos extremos de los rayos. Ahora nos toca dividir la base en el número de partes en que la circunferencia se dividió, esto se logra dividiendo el diámetro de la entre el número de parte en nuestro caso 16. Con las divisiones levantamos perpendiculares a la base que lleguen hasta la línea que pasa por el centro. Teniendo esto con el radio de la circunferencia hacemos centro en cada una de las divisiones, tomando en cuenta que los arcos que haremos los haremos llegar a cada número que corresponda, por ejemplo el uno tocará la paralela 1, la 2 la 2 y así sucesivamente. Estos puntos que se formen con la intersección de las paralelas con los arcos serán los deslizamientos de la circunferencia y con ello logramos construir el Cicloide. Debe de tomarse en cuenta que entre mayor sea la división d e la circunferencia menor será el Cicloide.

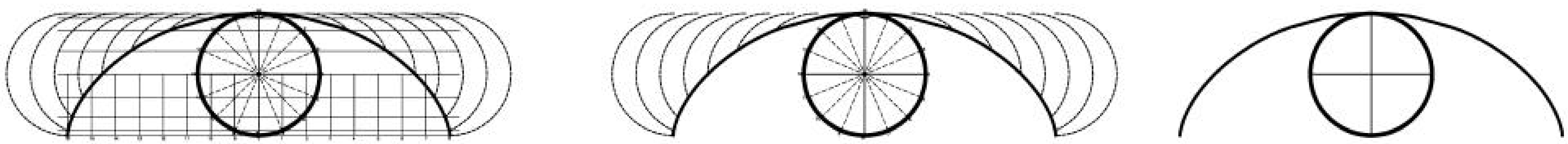


PASO 1 PASO 2 PASO 3 PASO 4



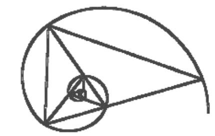
PASO 5 PASO 6 PASO 7

.

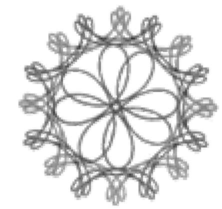


PASO 8 PASO 9 PASO 10

[1] ELABORACION PROPIA

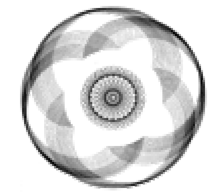


## Epicicloide: (también llamada Pericicloide o peritrocloide)



Epicicloides son curvas descritas por un punto de un círculo (C) rodando sin resbalarse en un círculo de base (C0), los discos abiertos de fronteras (C) y (C0) desmontándose; es por consiguiente los casos particulares.

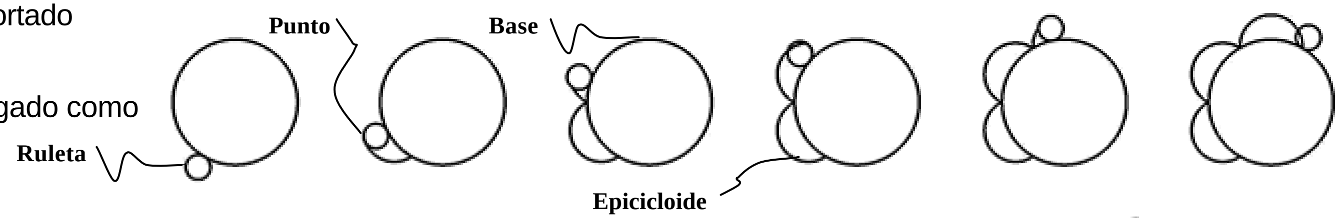
Pericicloides son las curvas descritas por un punto de un círculo rodante sin resbalarse en un círculo de base (C0), conteniendo este círculo.



Uno también puede definir al epicicloide como la trayectoria de dos movimientos circulares tangentes exteriores donde la circunferencia pequeña esta en el exterior y es la que rota y en este movimiento va formando al Epicicloide, puede ser trazado colocando dos monedas una pequeña y una grande, colocamos a la grande como fija y la pequeña la que será la móvil. Trabajaremos con dos tipos de Epicicloides, que son el Epicicloide Alargado y el Epicicloide Acortado

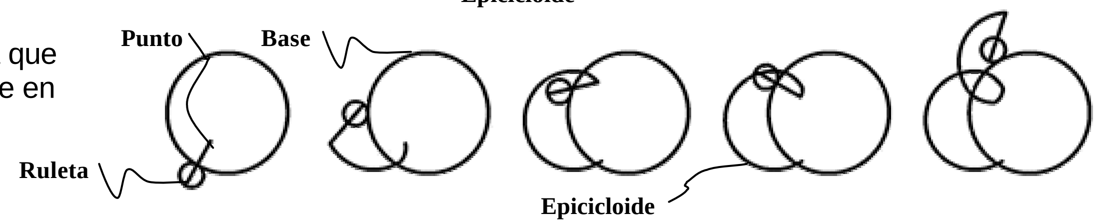
### Epicicloide Alargada:

El ejemplo de las monedas son simplemente un epicicloide alargado como lo veremos en las graficas siguientes:



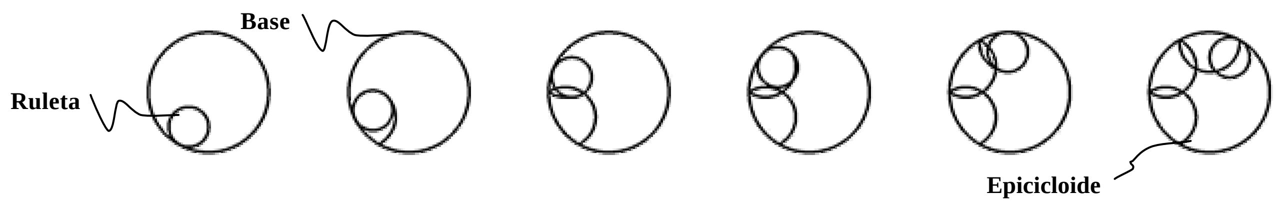

### Epicicloide Acortada:

Al ejemplo de las monedas le tendremos que agregar un eje o una varilla que sea mas grande que el radio de la moneda pequeña, dejando que esta rote en tangencia a la moneda grande y esto será el epicicloide alargado como lo veremos en las graficas siguientes:




### Hipocicloide (ó Hipotrocoide)

El hipocicloide es la envolvente de un diámetro de un círculo de radio doble del mismo que rueda en círculo mayor sin resbalarse al exterior. Los Hipocicloide también podemos decir que son curvas descritas por un punto de un círculo que ruedan sin resbalarse hacia adelante e internamente a un círculo mayor de base. En las graficas siguientes vemos paso por paso como es que se va formando nuestra figura.



# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACIÓN: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACIÓN, CONSIDERAMOS QUE TENDRÁN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MÍNIMA PONDERACIÓN.**

**1**. Que es una Figura Curva y como se clasifican

**2**. Cuales son las Figuras que se derivan del Círculo

**3.** Que es una Curva Focal y cuales son estas

**4.** Que es una Curva Particular y como se dividen

**5.** Que es una Curva de Rodadura y como se clasifican

# UNIDAD 6

## GEOMETRIA PLANA

## *Proporciones:*

### Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Conozca los conceptos de Proporción y Razón y su uso en Arquitectura
- Pueda distinguir y utilizar los diferentes tipos de Proporciones y sus aplicaciones
- Que entienda como funciona la Proporción Áurea; Proporción Standard

**Contenido:** Proporciones, Razón

**Duración:** Clases

**Actividad:** Ejercicios y Tarea

# CAPITULO III

## Proporciones

**Proporción:** Es la igualdad de dos razones.

### 1.- Concepto Matemático

La proporción presupone medibilidad, comparación, trazados regulares, propiedades de coordinabilidad generación de mallas fundamentales. Etc.

Las propiedades de la proporción son:

1- La proporción es mayor o igual que uno. El único rectángulo de proporción es el cuadrado.

2- La proporción no depende del orden de los lados

3- La proporción es invariante por homotecias y semejanzas.

4- La proporción es condicionalmente aditiva

5- La proporción es una función continua

6- La proporción de un rectángulo coincide con la de sus rectángulos recíprocos

7- La proporción entre las áreas de los cuadrados sobre los lados de un rectángulo, es el cuadrado de la proporción de dicho rectángulo

8- La proporción entre los volúmenes de los dos cilindros generables por un rectángulo al unir respectivamente los dos pares de lados paralelos es igual a la proporción del rectángulo

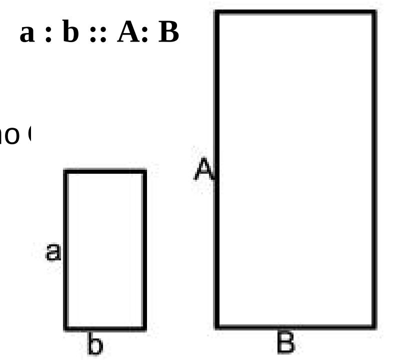
## Razón

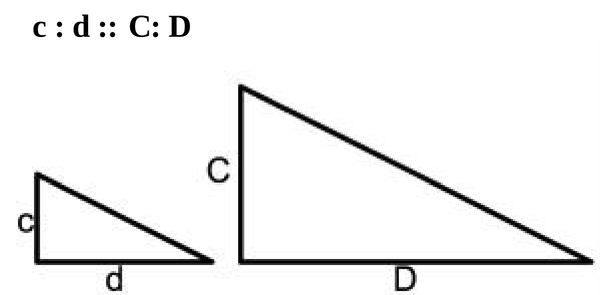
Es una comparación de una cantidad respecto a otra cantidad semejante, el resultado es un número abstracto, es decir no tiene unidades.

Una razón es una fracción, por lo tanto, todas las propiedades que tiene una fracción se aplica a las razones.

Representación
Si las razones a/b y c/d son iguales, la proporción puede representarse como:
a/b = c/d.

Denominación
Se lee “**a** es proporcional a **b,** como **A** es proporcional a **B**” y también “**c** es a **d**, como




Términos De Una Proporción
Son elementos que forman la proporción: Si a/b = c/d

Extremos a y d, Medios b y c, Antecedentes a y c, Consecuentes b y d.

## 2.- Igualdad de Razones

Una proporción es una afirmación de que dos razones son iguales. Así a/b = c/d y 4/6 = 2/3, son proporciones. Cada razón continua es igual a cada una de las otras razones.

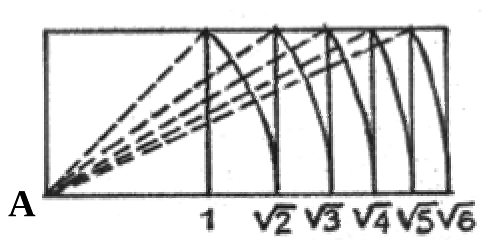
En la proporción a/b = c/d, a y d son los extremos, b y c son los medios y d también es la cuarta proporcional de a, b, c. Otra definición sería que una recta esta dividida en Media y Extrema Razón, o en Medio o Extremo, cuando esta dividida en dos segmentos tales que el uno es el medio proporcional entre la recta entera y el otro segmento.

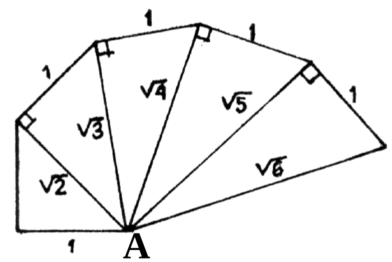
## 3.- Proporción de Raíz $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{n}$ o Inconmensurable, Irracional o Dinámica

Esta proporción se da en un rectángulo, cuando sus lados (A y B) dan un número irracional positivo. Geométricamente el hecho indica que el rectángulo de proporción (A y B), no será una repetición de un cuadrado o equivalentemente, que los dos del rectángulo, no se podrán medir simultáneamente por repetición de una misma unidad.

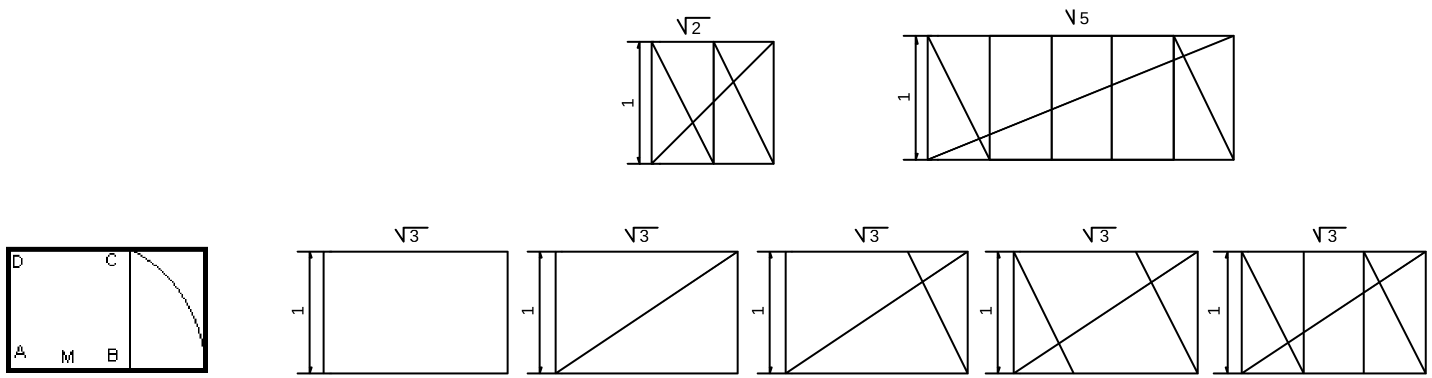
Por razones históricas solo se han considerado de interés geométrico y arquitectónico aquellas proporciones entre números construibles con regla y compás. Estas proporciones generan ciertas propiedades, las cuales son;

a) Los rectángulos de proporción $\sqrt{n}$, forman una serie autogenerable en la siguiente forma; se parte el cuadrado cuya diagonal vale $\sqrt{2}$, abatiendo la misma se obtienen las proporciones del rectángulo $\sqrt{n}$. También pueden ordenarse sus segmentos en forma espiral. En los dos ejemplos se usa como centro de compás el punto A, su radio será la raíz que indique en cada segmento. Por ejemplo si la raíz de 3 es 1.7320, esto quiere decir que el radio será este resultado.

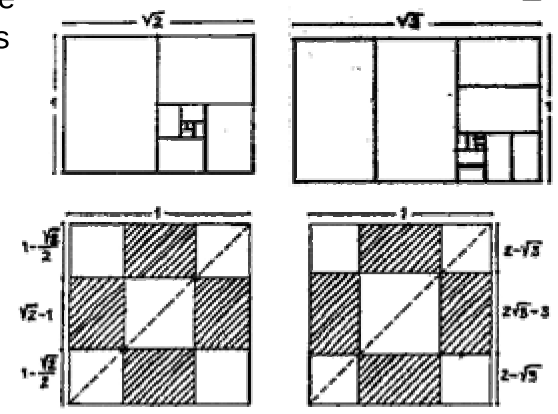


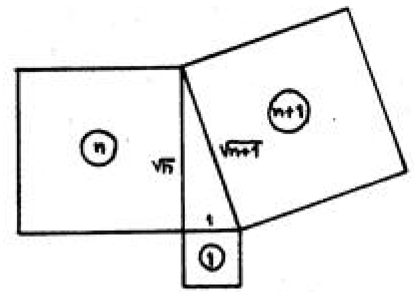




b) Los rectángulos de proporción $\sqrt{n}$, son los únicos que se pueden obtener como reunión de n veces el rectángulo reciproco, es decir dividiendo estos rectángulos en n partes (por el lado mayor), se obtienen n rectángulos de idéntica proporción al dado e iguales al reciproco. Por ser cada uno de estos n rectángulos idénticos a su reciproco se denominan “rectángulos recíprocos internos”. Para su construcción, en lugar de dividir el lado mayor del rectángulo dado en n partes, se puede trazar una diagonal del mismo y desde cualquier vértice no contenido en dicha diagonal la perpendicular a la misma. Dicha perpendicular resulta ser la diagonal del rectángulo reciproco interno. Por su interés vamos a destacar los rectángulos recíprocos internos de proporción $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.

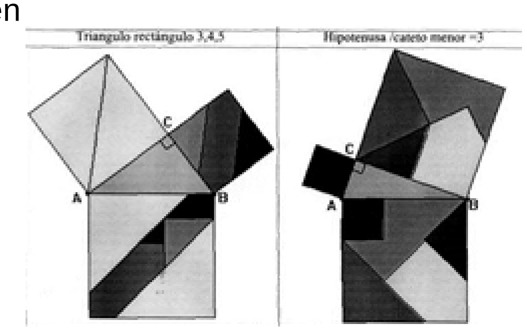


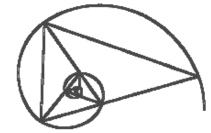
c) Todo rectángulo de proporción $\sqrt{n}$ , puede subdividirse independientemente en una serie de subrectangulos de idéntica proporción con cuyos vértices se determina una espiral de lados rectos. Dichas subdivisiones interiores se pueden realizar en todas las partes de los rectángulos, dando lugar a unas mallas con rectángulos equiproporcionados.






d) En todo rectángulo de proporción $\sqrt{n}$ /1, el área del cuadrado sobre la diagonal valen n+1 y es igual a la suma de las áreas de los cuadrados sobre los lados del rectángulo. Si bien esta propiedad es un caso particular del Teorema de Pitágoras, la enunciamos para resaltar el hecho de que si bien la diagonal $\sqrt{n}$ +1, no es conmensurable, como longitud con los lados del rectángulo, a nivel de áreas, si que el área del cuadrado sobre la diagonal es conmensurable con las áreas de los cuadrados sobre los lados.





# 4.- Proporción Áurea

Mucho se ha escrito sobre la presencia del número de oro en el arte, en la naturaleza, en las proporciones del cuerpo humano, así como en tarjetas de crédito,...aquí no vamos a entrar en estos aspectos, en las referencias que se indican a continuación puedes profundizar en este apasionante número, que suele designarse con la letra ? ?

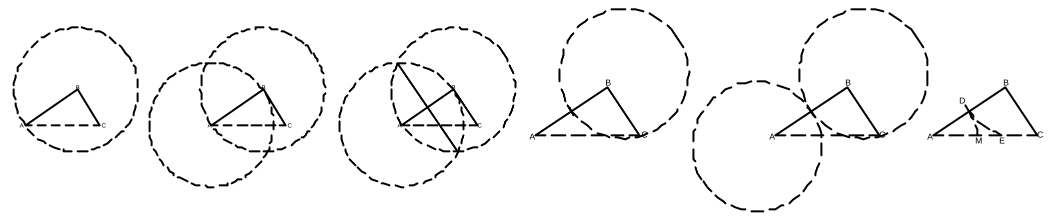
Desde la época de los griegos se pensaba que las dimensiones más artísticas para un rectángulo eran las implicadas en la sección Áurea o proporción divina.

El largo y el ancho de tal rectángulo satisfacen la proporción divina o Áurea si (ancho y largo), = $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ = 1.618…… A tal número $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, se le dice número de oro y se le simboliza por una letra griega ?, que era la inicial de Fidias, escultor griego que utilizo dicho número. Como en la proporción inconmensurable o dinámica, el número de oro tiene propiedades que satisfacer, las cuales son:

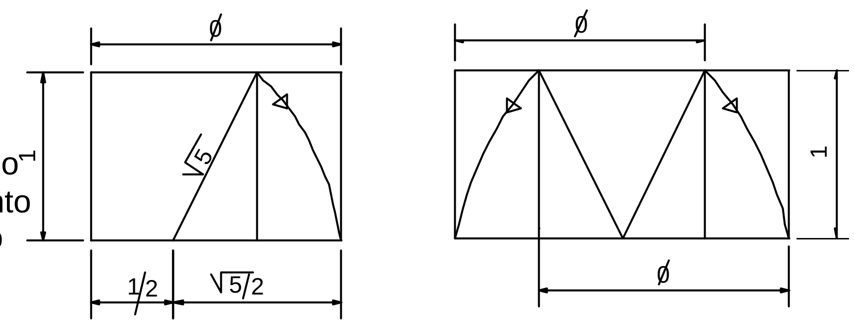
a) División de una recta en segmento de media y extrema razón.
   Dado una recta AB, dividirle en dos partes AE y EB de forma que AB/AE = AE/EB.
   El valor del cociente AB/AE se le denomina **número de oro**, normalmente representado por **? ?**

   Dado una recta AB, se dice que está dividida en media y extrema razón, cuando:
   "si hay de la parte pequeña a la parte grande la misma relación que de la grande al todo" (Vitrubio)

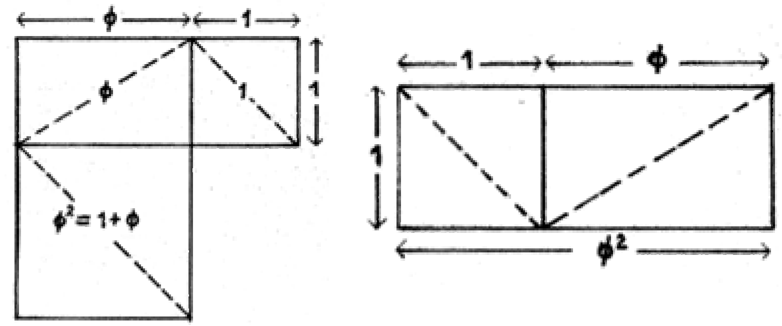
   Posteriormente, en el Renacimiento, a esta proporción se la denominó, Divina Proporción o Proporción Áurea.



b) El rectángulo de proporción ?, se construye a partir de un cuadrado, abatiendo sobre un lado, desde el punto medio de este, el segmento que une dicho punto medio con un vértice cualquiera del cuadrado que no este alineado con dicho punto. Al realizar dos veces la construcción se obtienen dos rectángulos áureos superpuestos que poseen en común el cuadrado inicial.

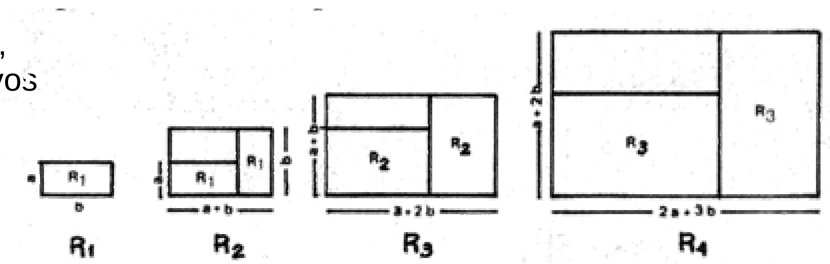


c) El número de oro, es le único numero positivo que satisface ?$^{2}$= 1+ ?. Así el área del rectángulo de proporción Áurea mas el área del cuadrado sobre el lado menor es igual al área del cuadrado sobre el lado mayor.

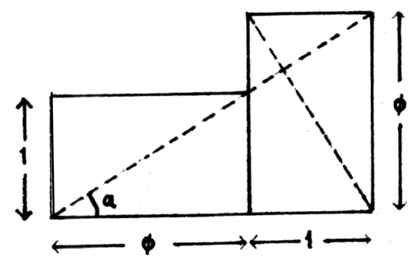



d) Dada la sucesión de Fibonacci: a, b, a + b, a + 2b, 2a, + 3b, 3a + 5b,……… Esta propiedad se ha demostrado con anterioridad y permite obtener buenas aproximaciones del ?. Cada número a partir del tercero, se obtiene sumando los dos que le preceden. Por ejemplo, 21 = 13 + 8; el siguiente a 34 será 34 + 21 = 55.

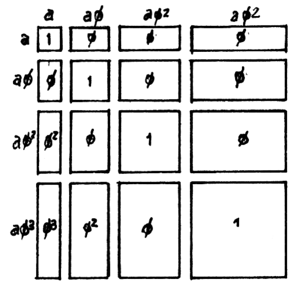
e) Dado un rectángulo $R_1$ de lados A y B, se forma el rectángulo $R_2$ de lados a, a + b, y así sucesivamente los rectángulos $R_n$, cuyos lados son dos términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci; entonces la sucesión de rectángulos $R_n$, tiende a un rectángulo de proporciona urea.

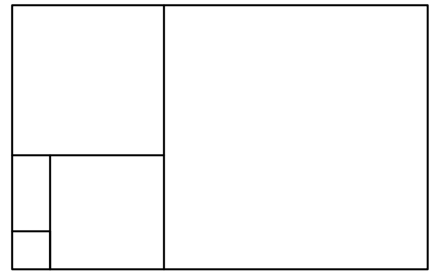



f) El rectángulo áureo es el único en el cual la prolongación de una diagonal contiene al vértice del rectángulo adyacente colocado verticalmente al lado. Esta propiedad también puede interpretarse en términos de propiedad "limite" de la sucesión de las diagonales de los rectángulos $R_n$.

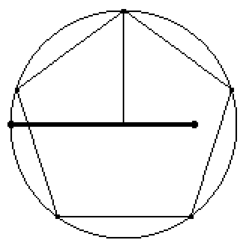


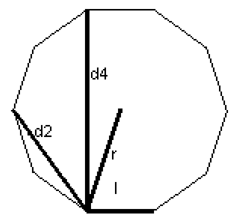
g) La sucesión de Fibonacci, de términos iniciales a y a ?, coincide con la progresión geométrica del primer termino a y razón ?. Dicha progresión geométrica da lugar a la tabla de rectángulos áureos.

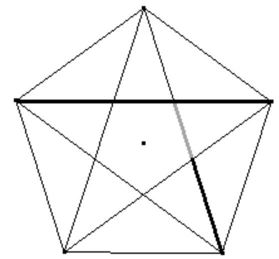


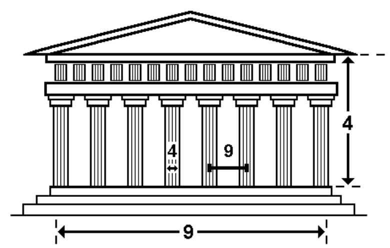


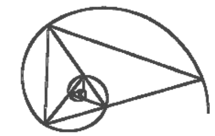
h) ? = 2 x cos $\frac{p}{5}$; esta igualdad geométrica implica la presencia del numero de oro en multitud de proporciones entre elementos de polígonos regulares pues el ángulo 36º o $\frac{p}{5}$, subyace en el pentágono, decágono, estrellas pentagonales y decagonales.









# UNIDAD 7

## GEOMETRIA PLANA

## *Simetría:*

### Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Comprenda que significa Simetría y como se aplica
- Conozca los diferentes tipos de Simetrías
- Pueda realizar combinaciones con las diferentes operaciones de Simetrías

**Contenido:** Simetrías

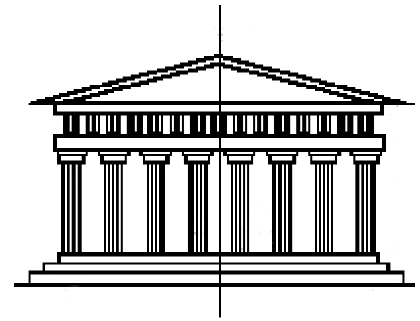
**Duración:** Clases

**Actividad:** Ejercicios y Tarea

# Simetría

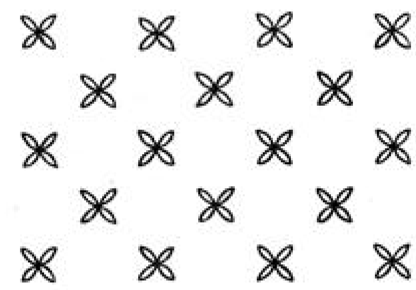
La palabra simetría proviene del griego sy'mmetros —que significa mensurado, adecuado, proporcionado, de proporción apropiada, de medida conveniente o también en el momento oportuno, e indica la posición que ocupan las partes de un todo entre si.
La simetría está dada por la relación (bella) de una parte con otra y de las partes con el todo.
Su expresión manifiesta se encuentra en la repetición regular de motivos y circunstancias similares o iguales, parecidas o afines. La simetría provee la base natural para un ordenamiento sistemático de la variedad de todas las formas (espaciales, temporales u otras).

## Simetrías

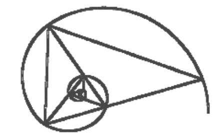


Los cuerpos simétricos se clasifican según los órganos de simetría, que pueden ser puntiformes, rectos y planos (orto-simétricos), o curvos. (Kyrtosimetricos).
La subdivisión sistemática se basa en el grado de parentesco que existe entre las muestras elementales y por ello la simetría se subdivide también en Isometría, Homeometría, Catametría.

## Isometría

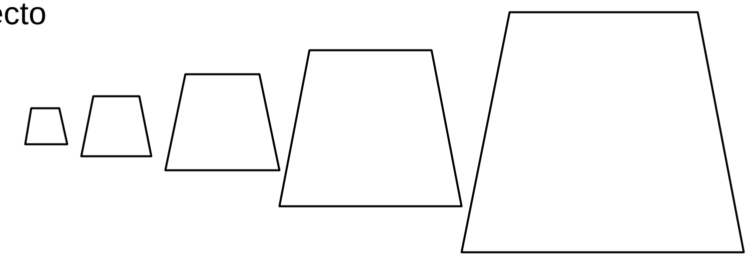


Es aquella en la cual los motivos no son distinguibles entre si, su disposición es una repetición uniforme, por ejemplo una red plana. El conjunto está determinado por el carácter de los motivos y la posición relativa que ocupan entre sí. Esta clase de simetría se llama isometría debido a la igualdad de los motivos y su repetición regular.



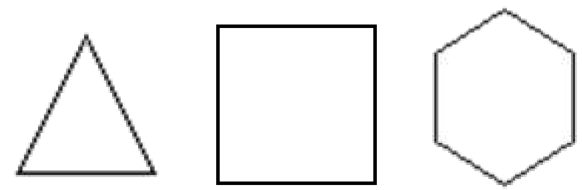
## Homeometría

Es cuando los motivos son semejantes entre sí (por ejemplo de igual forma, pero tamaño diferente), y aumentan o se repiten en sucesión monótona, de manera tal que un motivo se modifica con respecto al siguiente en tamaño, posición o situación, según una ley cualquiera. El conjunto está definido por la variación del motivo y la variación de su repetición. Llamamos Homeometría a esta clase de simetría; pero también de simetría diferencial, porque hay una repetición variaciones iguales.



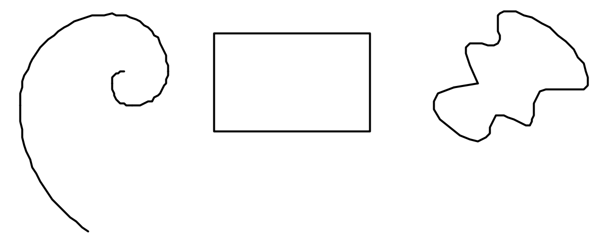
## Catametría

Es cuando los motivos no tienen (con respecto a su configuración en el espacio y el tiempo), igual forma y tamaño; pero están vinculados entre sí por una relación común, o sus formas continúan siendo análogas, y su sucesión está vinculada por una ley (por ejemplo, la sucesión de polígonos regulares referidos a la circunferencia, y ordenados según el número de vértices). Según la clase y grado de analogía, existe una gradación que va desde la isometría hasta la Homeometría y de ésta, a simetrías cada vez más generales (o de grado, inferior).



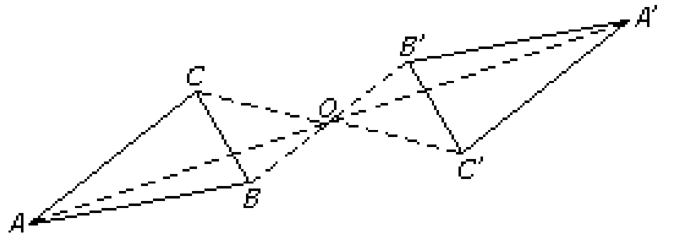
## Ametría

Se dice que hay ametría cuando los motivos no son de ningún modo iguales, parecidos o afines, ni están relacionados entre sí; es decir, que no hay simetría de ninguna especie.



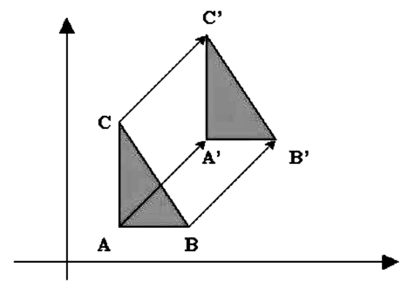
# Operaciones de simetría

## 1.- Identidad



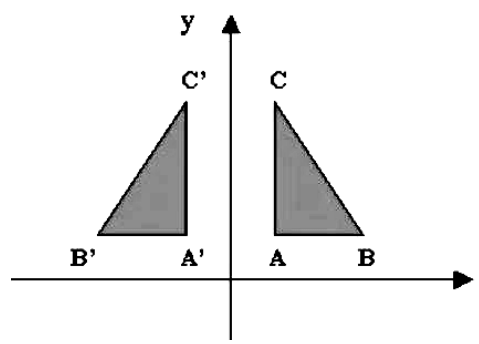

Es la representación invariada del objeto sobre sí mismo. Toda figura de forma constante posee esta clase de simetría. La operación de superposición se puede describir como una rotación de 0° ó 360° alrededor de un punto de identidad (I).

## 2.- Traslación



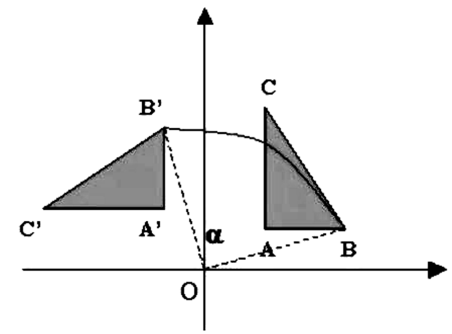

La traslación es un corrimiento simple y en línea recta. Como ejemplo, la traslación de un tramo de vía de ferrocarril en uno o más durmientes a lo largo de un eje longitudinal denominado eje de traslación o de deslizamiento (T). La longitud mínima con que hay que trasladar dicho tramo de vía para llegar a la superposición (la distancia entre dos durmientes sucesivos) se llama longitud de identidad, longitud de traslación o período. Como operación de superposición, la traslación sólo tiene interés para aquellas figuras simétricas que presentan una repetición infinita, por lo menos en una dirección.

## 3.- Reflexión




La reflexión no es un movimiento propiamente dicho, como las dos operaciones anteriores, sino un retrato bilateral en el que se invierten los lados. Puede efectuarse según ejes o planos (S) del cuerpo considerado. Para la percepción humana parece ser más notable la reflexión especular con el espejo en posición vertical, que aquella en que está en posición horizontal.

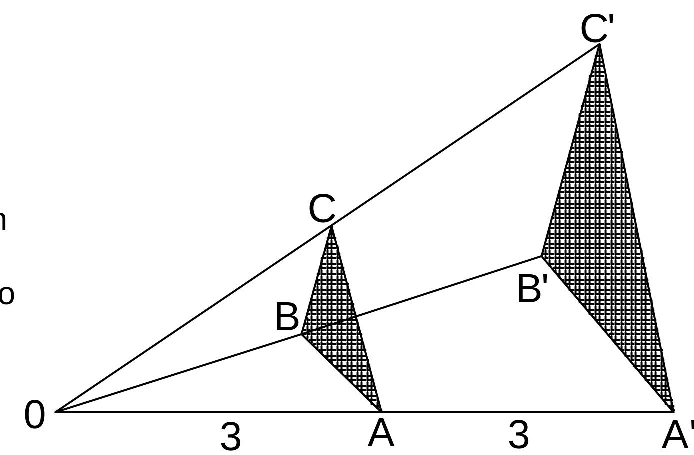
## 4.- Rotación




La rotación es el giro del cuerpo alrededor de un eje, el eje de rotación (R).
La cantidad de posiciones de superposición que recorre el cuerpo antes de volver a su posición inicial (identidad), da el orden de la rotación. Por ejemplo, un cuadrado tiene, además de otros órganos de simetría, un eje de rotación de orden 4, R4, que pasa por el centro y es perpendicular a su plano. La rotación también es una operación de superposición de "rapport" infinito, con tal que se pueda repetir el giro correspondiente tanto como se quiera y se llegue siempre de nuevo a la superposición. A diferencia de la traslación existe una limitación, a pesar del "rapport" infinito.

## 5.- Extensión

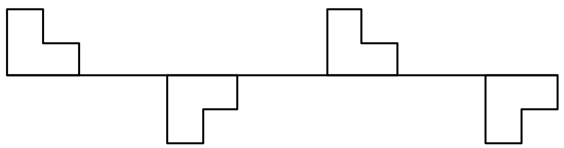
La extensión es una variación o multiplicación monótona del motivo, desde un punto singular o punto de extensión (E), y en la cual el motivo permanece semejante a sí mismo. Así, un conjunto de circunferencias concéntricas cuyos radios crecen con regularidad.



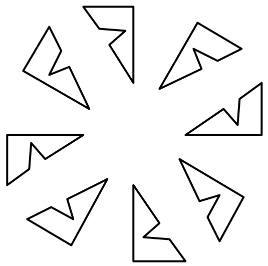

Todas las operaciones de superposición iso y homeométricas simples existentes son:
identidad, traslación, rotación, reflexión y extensión.

No es necesario que sobre un cuerpo exista una sola operación de superposición, sino que pueden aparecer varias (una mesa cuadrada tiene, por ejemplo, rotaciones y reflexiones). Están entonces, como en el ejemplo recién dado, combinadas de tal modo entre sí que cada una, considerada como operación aislada, conduce a la superposición y, por consiguiente, permanece independiente (combinación de operaciones de superposición), o si no están acopladas de tal manera individualmente latentes que solamente juntas llevan a cabo la superposición (acoplamiento de operaciones de superposición).

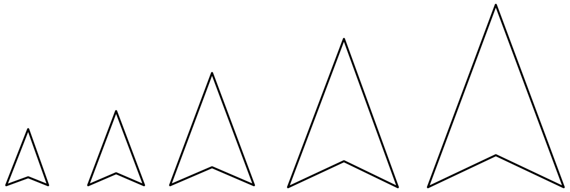
Las operaciones de Simetría tienen una combinación de movimientos de los cuales solo la imaginación es el límite, para que se pueda dar una idea de lo anterior se muestran una serie de movimientos combinados en los siguientes ejemplos, debe de tomarse en cuenta que el movimiento dominante será el que se indique primero, por ejemplo si se dice que nuestro movimiento será una Rotación Traslación, ya sabemos que la rotación será el dominante.



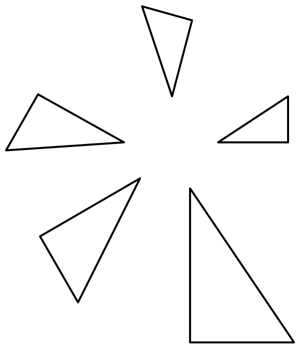
Reflexión
Traslatoria



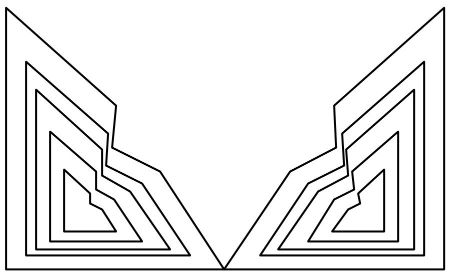
Reflexión
Rotatoria



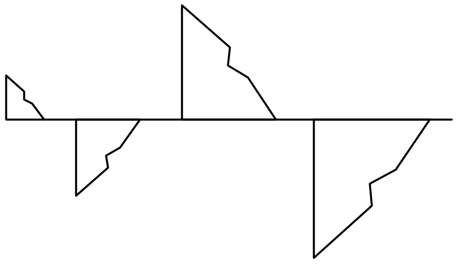
Extensión Traslatoria



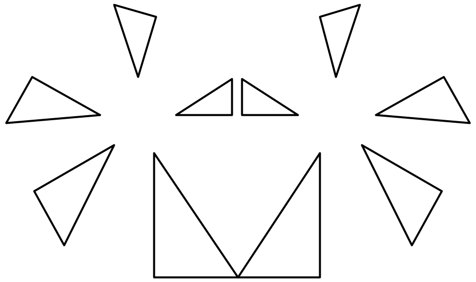
Extensión
Rotatoria



Extensión Refleja



Extensión
Reflejo-Traslatoria



Extensión
Reflejo-Rotatoria

En los ejemplos anteriores se utilizaron diversas figuras, pero como se indico anteriormente el límite es la imaginación y el buen dominio de los movimientos.

# UNIDAD 8

## GEOMETRIA DEL ESPACIO

## Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Conozca el significado del Espacio Tridimensional, los diferentes Sistema de Representación
- Que conozca la diferencia de Recta y Plano, en el espacio
- Que visualice como funciona el Espacio Tridimensional

**Contenido:** Introducción, Conceptos del Espacio Tridimensional, Sistemas de Representación, Recta y Plano en el Espacio

**Duración:** Clase

**Actividad:** Ejercicios y Tarea

# Generalidades:

**EL ESPACIO GEOMETRICO,** la palabra espacio nos sugiere normalmente el universo, las galaxias o el lugar por donde circulan los satélites artificiales. Sin embargo, nosotros somos también espacio y todo lo que nos rodea lo es.

En esta parte de la geometría nos vamos a ocupar del espacio donde están contenidos todos los entes tridimensionales. Estos entes se consideran elementalmente constituidos por puntos. El punto no tiene dimensión, pero el conjunto de todos los puntos constituye el espacio.

**La Geometría del Espacio** es la rama de la Geometría Euclidiana, que se ocupa de las propiedades y medidas de los Entes Tridimensionales.

La Geometría del espacio: A diferencia de la geometría plana, o de dos dimensiones, que estudia las figuras cuyas partes están todas en mismo plano, la geometría del espacio o de tres dimensiones tratan las propiedades de las figuras cuyas partes no están todas en un mismo plano.

La geometría del espacio amplía y refuerza las proposiciones de la geometría plana, y es la base fundamental de la trigonometría esférica, la geometría analítica del espacio, la geometría descriptiva y otras ramas de las matemáticas. Se usa ampliamente en matemáticas, en ingeniería y en ciencias naturales.

---
1

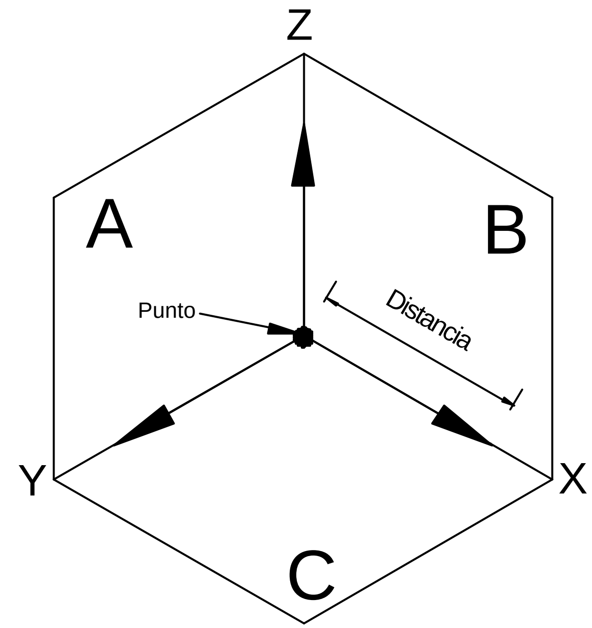
## Ente tridimensional

Es aquel que transciende en el plano.

Esto quiere decir que los entes geométricos (Geometría Plana), que están contenidos en el espacio Bidimensional al conjuntarse con los objetos llegan a conformar un espacio nuevo al que llamaremos **Tridimensional,** entonces decimos que habrán puntos, rectas y curvas espaciales, así como planos y superficies.

## Descripción del Espacio Tridimensional

Este espacio se crea a partir de que un plano se mueve en una dirección distinta a las anteriores y al rastro que forme nuestro plano lo llamaremos **Volumen,** (creando con ello, la tercera dimensión), aquí podremos medir longitudes, anchuras y además alturas, que es el nuevo elemento de medida que obtenemos y con el cual calcularemos el tamaño de nuestro **Volumen.**




Imaginemos ahora tres ejes: Si se quiere ubicar puntos en un espacio tridimensional, es necesario trazar tres puntos de referencia. Estas están representadas por tres ejes perpendiculares (X, Y, Z).

En la vida real podemos decir que los puntos de referencia X y Y, las podemos relacionar con el Largo y ancho de alguna figura, mientras que el punto Z, la ligaremos a la altura de cualquier figura que representemos.

Al conocer que es el Espacio Tridimensional, nació el deseo y la necesidad de representar los objetos en forma Bi o Tridimensional, con exactitud y precisión. Esto se logro **proyectando** las imágenes sobre distintos planos, en nuestro caso sobre el plano de dibujo (dos dimensiones) lo que nos permitió una representación exacta, a una escala prefijada o requerida y la acotación de las distintas partes del objeto de acuerdo a las normas establecidas. Para que el dibujo pueda ser entendido por todos es de fundamental importancia que se establecezcan normas para su elaboración y ejecución, para que sean correctamente interpretadas. Las dimensiones de los elementos representados se las denominan cotas y las aclaraciones y el tipo de plano que se realiza están especificados en la leyenda, las cuales son necesarias para interpretar el plano.

2

# Proyección

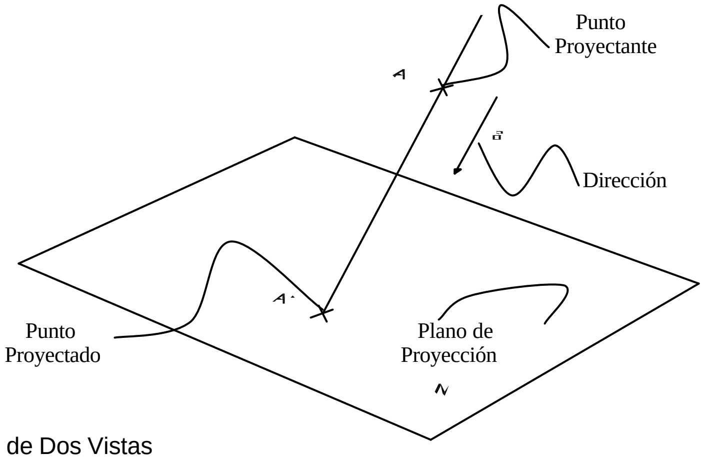



Figura que resulta, en una superficie, de proyectar en ella todos los puntos de un sólido u otra figura. Dependiendo de la dirección de cada línea, así se originan los diferentes Sistemas de representación de un objeto.

Para Proyectar existen dos grandes formas; **Proyección Paralela y las Proyecciones Radiales.**

**Proyección Paralela;** son las que nos representan los objetos en su verdadera forma y dimensión.

**Proyección Radiales;** son las que nos representan los objetos como los percibe el ojo humano.

Y estas proyecciones se subdividen y clasifican de la siguiente manera:

## CUADRO DE LAS CALIFICACIONES DE LAS PROYECCIONES

- **Proyección Paralela**
  - **Planos Acotados**
  - **Proyección Ortográfica u Ortogonal** **(proyecciones perpendiculares)**
    - **Diédrica**
      - Dibujo de Dos Vistas
      - Dibujo de Tres Vistas
      - Dibujo de Vistas Auxiliares
    - **Axonométrica**
      - Proyección Isométrica
      - Dibujo Isométrico
      - Proyección Dimétrica
      - Dibujo Dimétrico
      - Proyección Trimétrica
  - **Proyección Oblicua o Clinogonal** **(proyectantes oblicuas a los planos de proyección)**
    - **Un Plano**
      - Perspectiva Caballera
      - Proyección de Gabinete
      - Proyección Clinográfica
      - Sombras y Matices
- **Proyección Radial**
  - **Proyección Perspectiva Central o Cónica** **(proyectantes convergentes en un punto fijo)**
    - **Un Plano**
      - Perspectiva Paralela
      - Perspectiva Angular
      - Perspectiva Oblicua
  - **Proyección Aérea**

3

# Sistemas de Representación

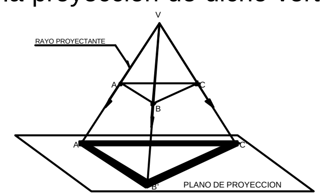
Todos los sistemas de representación, tienen como objetivo representar sobre una superficie bidimensional, como es una hoja de papel, los objetos que son tridimensionales en el espacio.

Con este objetivo, se han ideado a lo largo de la historia diferentes sistemas de representación. Pero todos ellos cumplen una condición fundamental, la reversibilidad, es decir, que si bien a partir de un objeto tridimensional, los diferentes sistemas permiten una representación bidimensional de dicho objeto, de igual forma, dada la representación bidimensional, el sistema debe permitir obtener la posición en el espacio de cada uno de los elementos de dicho objeto.

Todos los sistemas, se basan en la proyección de los objetos sobre un plano, que se denomina plano del cuadro o de proyección, mediante los denominados rayos proyectantes. El número de planos de proyección utilizados, la situación relativa de estos respecto al objeto, así como la dirección de los rayos proyectantes, son las características que diferencian a los distintos sistemas de representación.

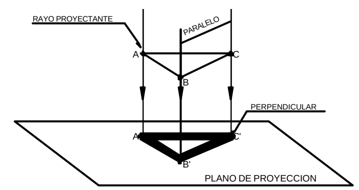
En todos los sistemas de representación, la proyección de los objetos sobre el plano del cuadro o de proyección, se realiza mediante los rayos proyectantes, estos son líneas imaginarias, que pasando por los vértices o puntos del objeto, proporcionan en su intersección con el plano del cuadro, la proyección de dicho vértice o punto.

Si el origen de los rayos proyectantes es un punto del infinito, lo que se denomina punto impropio, todos los rayos serán paralelos entre sí, dando lugar a la que se denomina,
**Proyección Central o Cónica.**



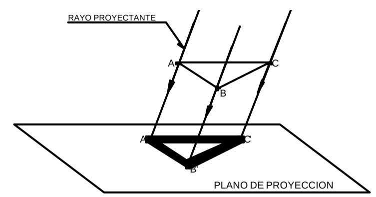

PROYECCION CENTRAL O CONICA

Si dichos rayos resultan perpendiculares al plano de proyección estaremos ante la
**Proyección Paralela Ortogonal.**




PROYECCION ORTOGONAL

En el caso de resultar oblicuos respecto a dicho plano, estaremos ante la
**Proyección Paralela Oblicua.**



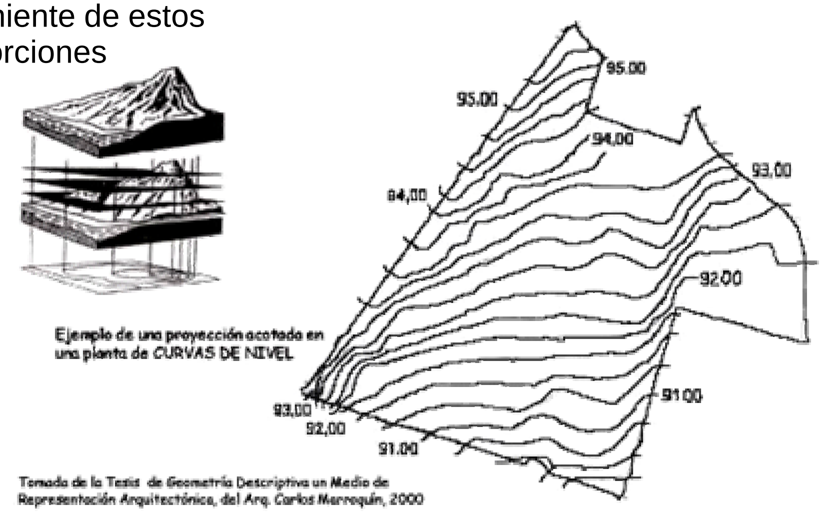

PROYECCION OBLICUA

4

# Clasificación de los Sistemas de Representación

Los diferentes sistemas de representación, podemos dividirlos en dos grandes grupos: los sistemas de medida y los sistemas representativos.

Los sistemas de medida, son el sistema Diedrico y el sistema de planos acotados. Se caracterizan por la posibilidad de poder realizar mediciones directamente sobre el dibujo, para obtener de forma sencilla y rápida, las dimensiones y posición de los objetos del dibujo. El inconveniente de estos sistemas es, que no se puede apreciar de un solo golpe de vista, la forma y proporciones de los objetos representados.




**El sistema de Planos acotados**;

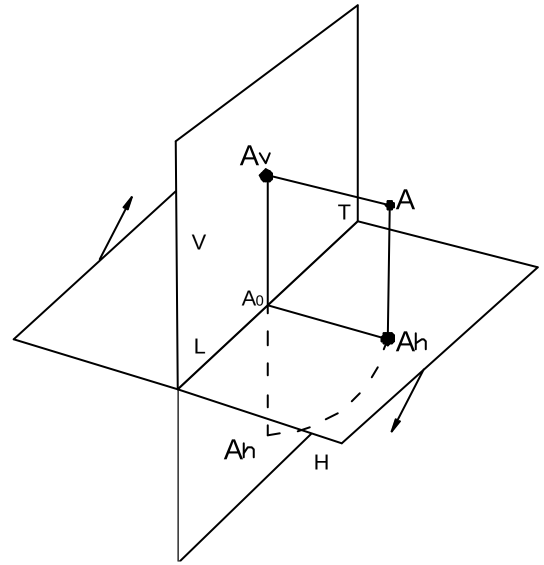
Es el que trata de representar todas las características del objeto en cuestión, en un solo plano de proyección, representando en dos dimensiones una figura tridimensional y dando la tercera dimensión numéricamente.
Su uso más frecuente es en la Topografía Cartografía.

**El sistema Diedrico o Método de Monge:**

Este método consiste en proyectar ortogonalmente sobre dos planos perpendiculares entre si, y luego realizar con uno de ellos una operación convencional llamada abatimiento, que consiste en hacer girar uno de los planos alrededor de la línea de intersección de ambos, llamada línea de tierra (LT) hasta llevarlo a coincidir con el otro, para así poder obtener dos vistas del objeto en un plano.

5

Supongamos que hacemos girar el plano horizontal, moviéndolo de tal forma que la parte anterior de este coincida con la inferior del vertical y la parte posterior con la superior de aquel.




Los planos de proyección dividen el espacio en cuatro regiones denominada cuadrantes y ellos son: 1º cuadrante, 2º, 3º y 4º cuadrante (I, II, III y IV). Luego de efectuado el rebatimiento del plano horizontal sobre el vertical, podemos hacer coincidir éste con el plano de dibujo (la hoja de papel), con lo cual se logra la representación o figura descriptiva del punto A.

En la siguiente representación podemos ver que la distancia AO .Av corresponde a la altura del punto A sobre el plano horizontal. Esta distancia se denomina cota del punto A. De la misma manera, la distancia AO-Ah es la distancia que media entre el plano vertical y el punto A del espacio, la que recibe el nombre de alejamiento de A.

Los sistemas representativos, son el sistema de perspectiva axonométrica, el sistema de perspectiva caballera, el sistema de perspectiva militar y de rana, variantes de la perspectiva caballera, y el sistema de perspectiva cónica o central.

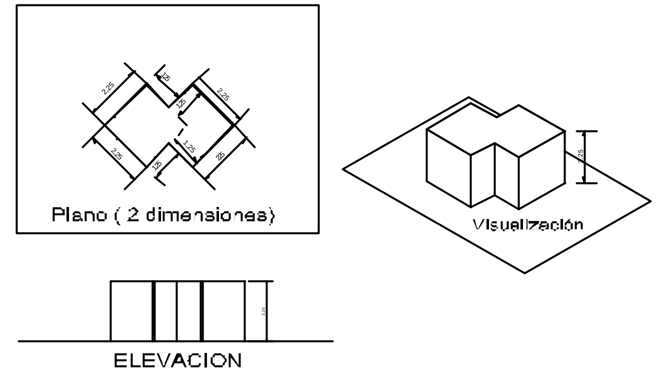
Se caracterizan por representar los objetos mediante una única proyección, pudiéndose apreciar en ella, de un solo golpe de vista, la forma y proporciones de los mismos.

Tienen el inconveniente de ser más difíciles de realizar que los sistemas de medida, sobre todo si comportan el trazado de gran cantidad de curvas, y que en ocasiones es imposible tomar medidas directas sobre el dibujo.

Aunque el objetivo de estos sistemas es representar los objetos como los vería un observador situado en una posición particular respecto al objeto, esto no se consigue totalmente, dado que la visión humana es binocular, por lo que a lo máximo que se ha llegado, concretamente, mediante la perspectiva cónica, es a representar los objetos como los vería un observador con un solo ojo.

# Visualización

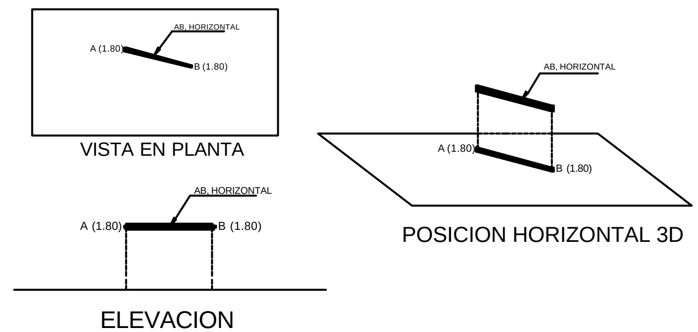
Es la capacidad que se tiene de imaginar y formar en la mente una imagen tridimensional de un objeto o figura representado en dos dimensiones (un plano). Para nosotros es importante la visualización, pues nos ayuda a resolver problemas sobre la posición, el espacio, la percepción y representación de los objetos o figuras, porque tendremos en nuestra mente una imagen clara de los mismos.



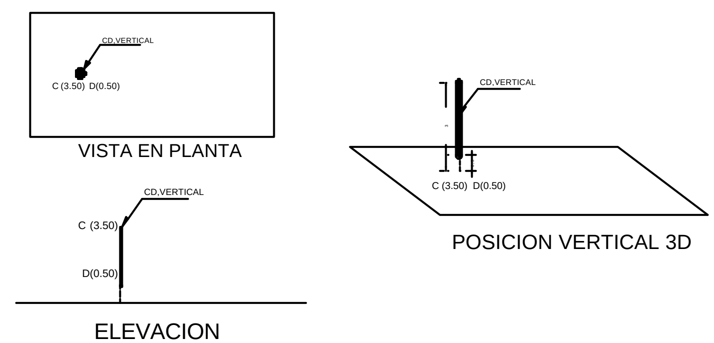

## La Recta en el Espacio:

Las Rectas en el espacio tridimensional pueden tener tres posiciones:

**Horizontales,** cuando es paralela al Plano horizontal de referencia y presenta su verdadera longitud en la vista plana, se reconoce una recta horizontal por que sus extremos tendrán la misma cota, es decir que tendrá los mismos valores numéricos.

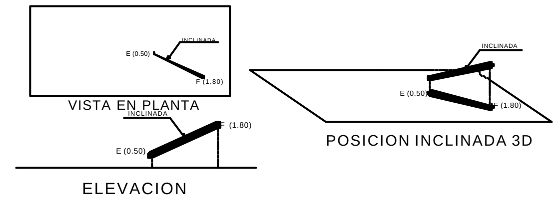



**Verticales,** cuando son perpendiculares al plano, su imagen aparecerá como un punto con dos cotas.[6]

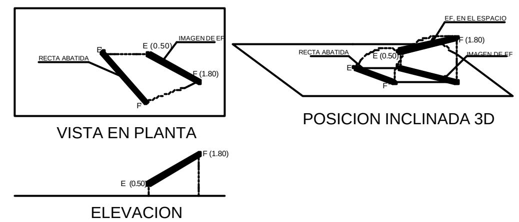



6

**Inclinadas,** cuando no son ni paralelas, ni perpendiculares al plano de referencia y su imagen es como una línea pero sus puntos extremos tienen diferente cota, será siempre más corta que su longitud real, determinaremos su pendiente y ángulo de inclinación de la misma forma que hicimos en la Geometría Plana.

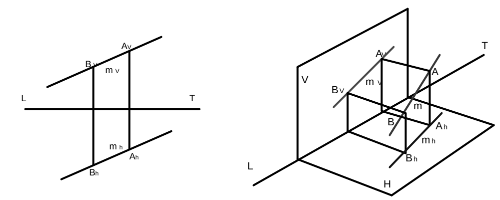



**Verdadera Forma;** Para obtener la recta verdadera, lo podemos hacer por medio de cálculos matemáticos utilizando el teorema de Pitágoras y las formulas de la pendiente y el ángulo de inclinación, Pero también se puede obtener por medio del abatimiento, como se ve en la grafica de Posición Inclinada 3D.



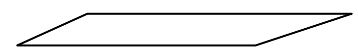

Luego de determinar la forma de representar puntos, estamos ya en condiciones de representar las rectas. Dos puntos definen una recta, por lo tanto las proyecciones de dos puntos definen la proyección de una recta.

La proyección vertical de una recta es la recta que pasa por la proyección vertical de dos de sus puntos y la proyección horizontal de una recta es la recta que pasa por la proyección horizontal de dos de sus puntos.

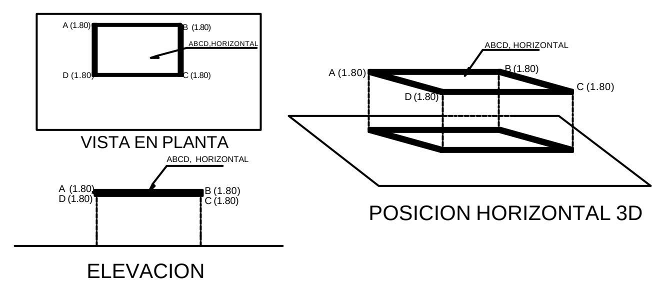


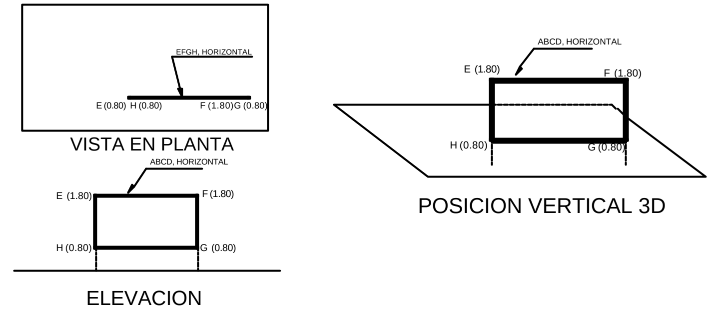

## El Plano en el Espacio:

Todo plano se supone de extensión ilimitada, más es costumbre representar un plano por un rectángulo en perspectiva. Los planos en el espacio tienen tres posiciones de la misma manera que la Recta; **Horizontal, Vertical e Inclinado.**



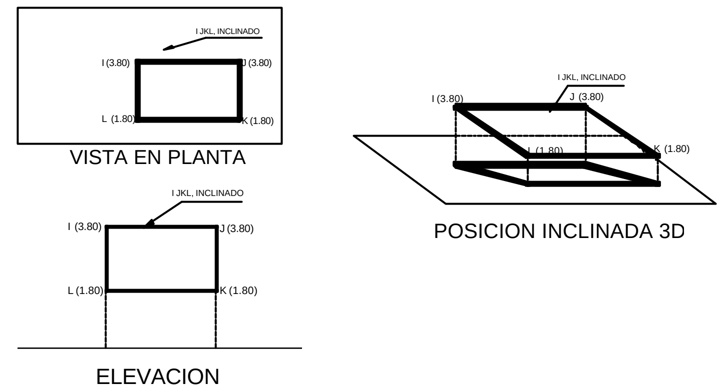
**Horizontales,** cuando todas las cotas de todos sus vértices son iguales, es decir que tendrá los mismos valores numéricos, y presenta su verdadera forma.





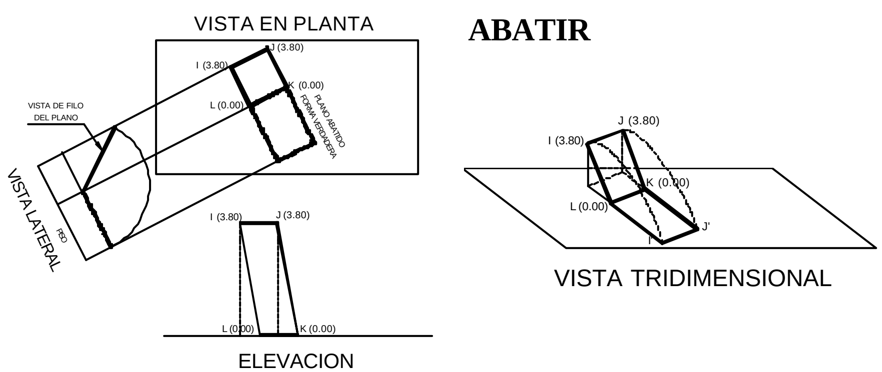

**Verticales,** cuando su imagen aparecerá solamente una línea recta con tres o más cotas.

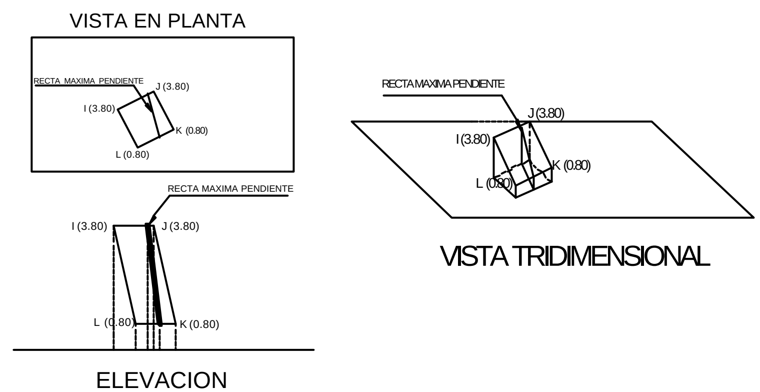
**Inclinadas,** cuando su imagen es una figura plana, las cotas de sus vértices no sean iguales y por lógica no representa su verdadera forma y para obtenerla será necesario **abatir** el plano, de la siguiente manera; para calcular la Pendiente será necesario trazar en el plano inclinado una recta auxiliar llamada "**Recta de Máxima Pendiente**", esta será perpendicular a una horizontal del Plano Inclinado y se calcula de la misma forma que la pendiente de la recta inclinada. Y el ángulo lo podemos conocer con la formula de la pendiente o simplemente se mide en el plano inclinado, donde se muestra como una línea.




## MAXIMA PENDIENTE

## ABATIR




7

# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACIÓN: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACIÓN, CONSIDERAMOS QUE TENDRÁN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MÍNIMA PONDERACIÓN.**

**1**. Que es el Espacio Tridimensional

**2**. Que es una Proyección y como se clasifican

**3.** Para que sirve un Sistema de Representación y como se clasifican

**4.** Cuales son las características de la Recta en el Espacio

**5.** Cuales son las características del Plano en el Espacio

# UNIDAD 9

## GEOMETRIA DEL ESPACIO

## Superficies Geométricas

### Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Comprenda que es una Superficie Geométrica
- Comprenda como se generan y clasifican las Superficies Geométricas
- Sea capaz de distinguir, trazar y modelar una Superficie Geométrica

**Contenido:** Superficies Geométricas, Generación, Clasificación de las Superficies,

**Duración:** Clase

**Actividad:** Ejercicios y Tarea

# Superficies Geométricas

En si misma supone exclusivamente dos dimensiones; solo tiene extensión sin espesor ninguno. Sin embargo este concepto complejo en su origen, debe considerarse referido a elementos diferenciales de la superficie.

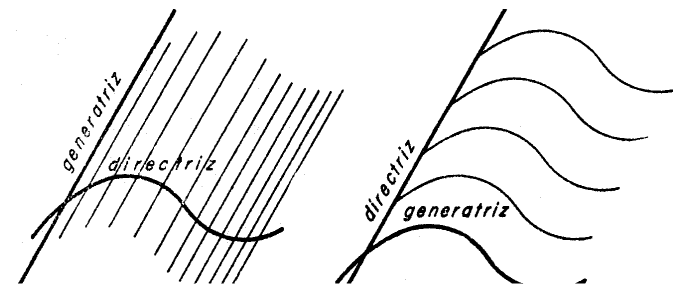
Dentro de un concepto morfológico mas preciso, la superficie se define como la envolvente de los espacios así limitados a uno y otro lado de ella, es decir con las tres dimensiones del espacio.

Además es frecuente designar con el mismo nombre la superficie y el volumen o espacio por ella limitado, así por ejemplo, llamamos esfera tanto al volumen o sólido de forma esférica como a la superficie envolvente; haciéndose entonces necesario en algunos casos, distinguir a cual de los dos objetos geométricos nos referimos.

Por otra parte la noción de sólido o volumen, como algo lleno e impenetrable, no siempre conviene a nuestro estudio, razón por la cual lo substituimos por la idea de espacio, como algo que limitado por una superficie es capaz de contenerlo.

# Generación de Superficies

Una superficie en geometría, se supone generada por el movimiento de una línea cualquiera, sujeta a determinadas leyes. La línea (**RECTA O CURVA**), que con su movimiento genera la superficie se llama por ello GENERATRIZ; en tanto las leyes que la rigen se llaman DIRECTRICES, de esa superficie.




No obstante, no es la única forma de generar materialmente una superficie, pero desde luego, es la que presenta mayor claridad para su análisis matemático y la que da una idea mas precisa de su construcción.

# Clasificación de Superficies

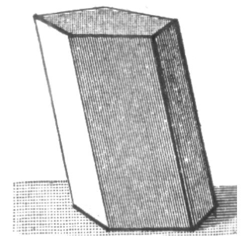
Por la forma de sus generatrices y las condiciones a que estas deben sujetarse, clasificaremos a estas en los siguientes grupos: **REGLADAS Y CURVADAS.**

## *SUPERFICIES REGLADAS*:

Están generadas por una recta que esta apoyada constantemente en tres líneas de la superficie. Las generatrices rectas deben apoyarse sobre las dos directrices y ser paralelas al plano director, estas a su vez se subdividen en: **Superficies Poliédricas, de Revolución y Alabeadas o Doble Curvatura.**

### *Poliédricas:*

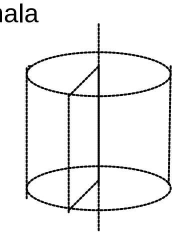
Son aquellas superficies planas llamadas también caras, que limitan un cuerpo.



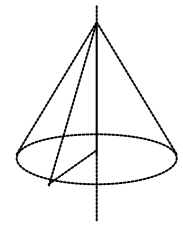
### *De Revolución:*

Es aquella que es generada por una línea cualquiera, al girar alrededor de un eje recto, llamado eje de la la superficie. Para entender mejor este concepto supongamos que desarrollamos una línea cualquiera representada por sus proyecciones, que gira alrededor de un eje vertical, generando así una superficie de revolución. La línea cualquiera será una consecuencia generatriz de la superficie.
Al girar esta línea, todos sus puntos describen círculos contenidos en planos horizontales, cuyos radios serán respectivamente, las distancias de cada uno de ellos al eje; por definición, las perpendiculares de estos al eje.
Estas superficies las subdividiremos en dos grupos; CILINDRICAS y CONICAS.

**LAS CILINDRICAS;** generadas por el movimiento de una recta que se desplaza paralela a sí misma, apoyada en una línea cualquiera plana.



**LAS CONICAS;** generadas por el movimiento de una recta que se apoya constantemente en un punto llamado Vértice y se desliza sobre una línea cualquiera plana.



## ***Alabeadas, Doble Curvatura***

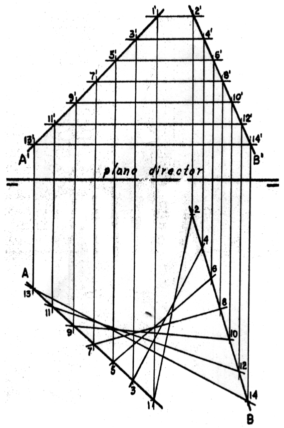
Son aquellas cuyas generatrices, aunque sean infinitamente próximas, no determinan un plano.

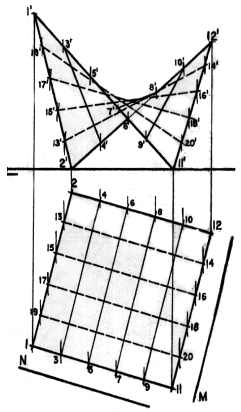
Constituyen además el concepto más general de las regladas. Sin embargo por sus características muy generales nosotros solo estudiaremos las siguientes:

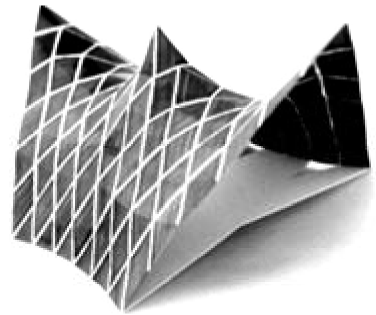
1. **PARABOLOIDE HIPERBOLICO**
2. **HIPERBOLOIDE DE REVOLUCIÓN**
3. **CONOIDE**
4. **HELICOIDE**
5. **CONVOLUTA**

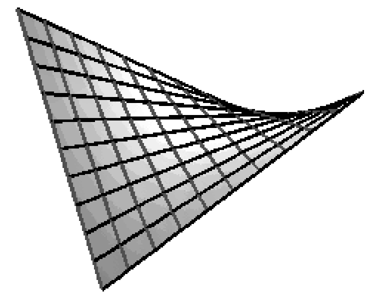
# PARABOLOIDE HIPERBOLICO;

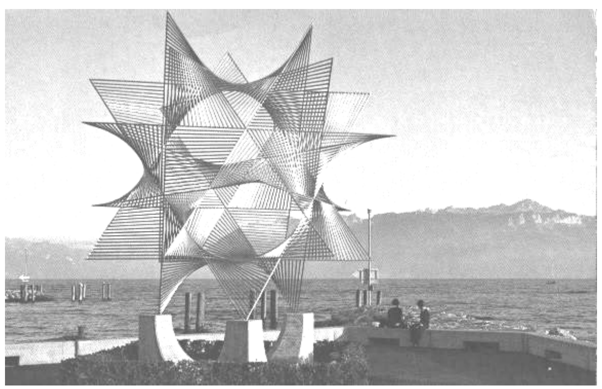
Superficie generada por una recta que se desplaza, apoyada en otras dos rectas cualesquiera no coplanares y se conserva paralela a un plano.

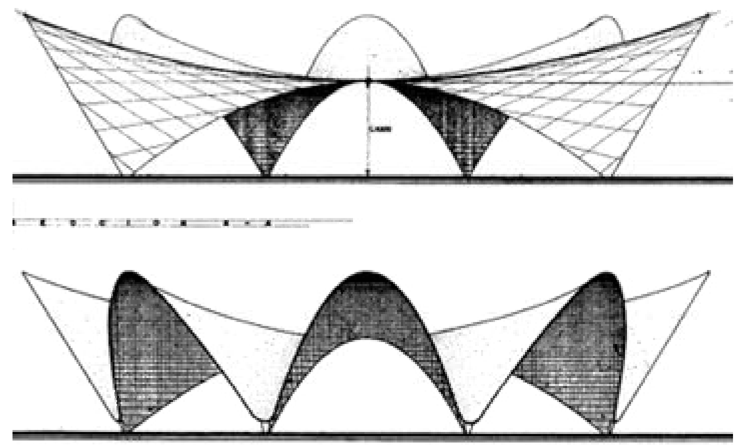




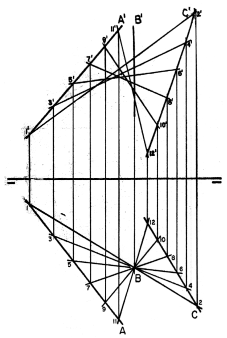


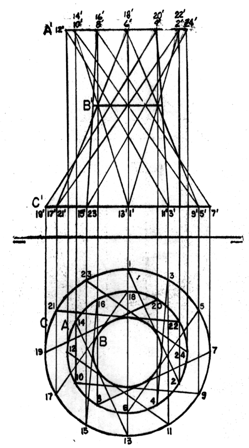


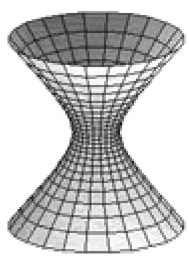


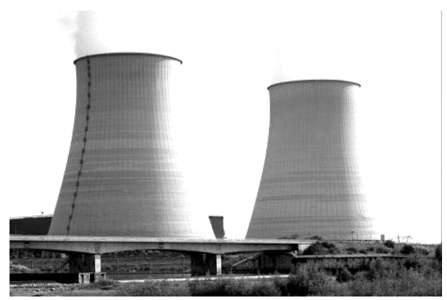
# **HIPERBOLOIDE DE REVOLUCION;**

Es una superficie de revolución engendrada al girar una hipérbola alrededor del eje de la cuádrica. Una cuádrica es el lugar geométrico de los puntos del espacio (x, y, z). Además el hiperboloide, es una superficie doblemente reglada puesto que contiene a las dos familias de rectas.



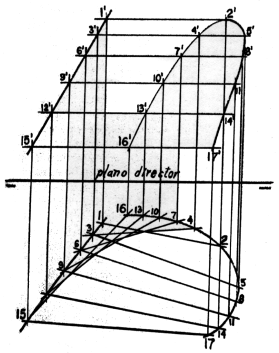


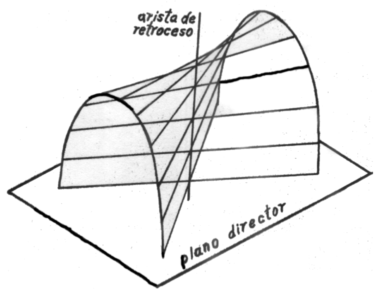


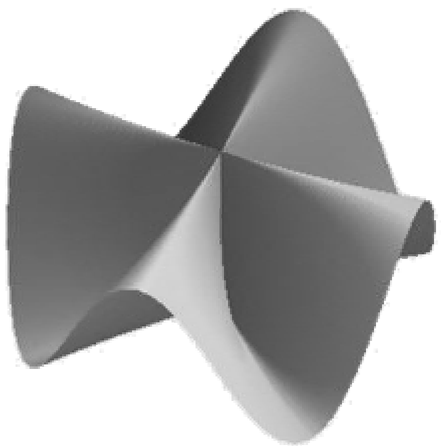


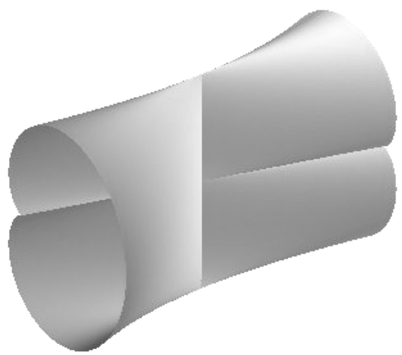
**CONOIDE;**

Superficie generada por una recta que se desplaza apoyada en otra recta y en una curva cualquiera plana o de doble curvatura, conservándose siempre paralela a un plano director.



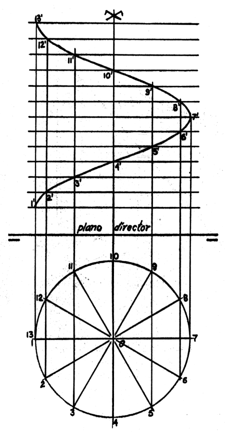



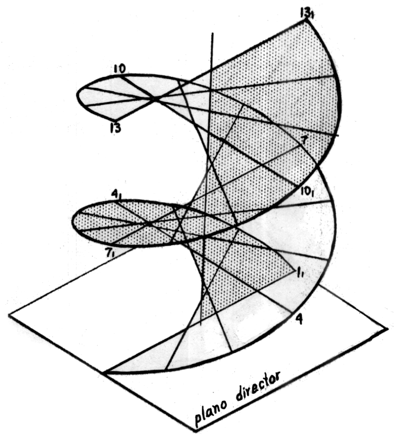



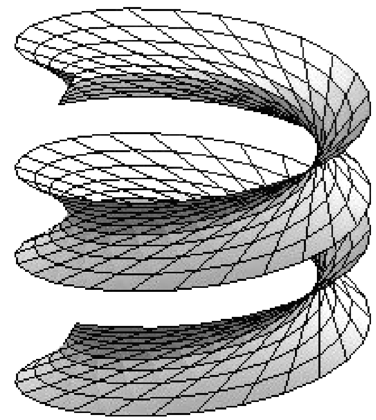


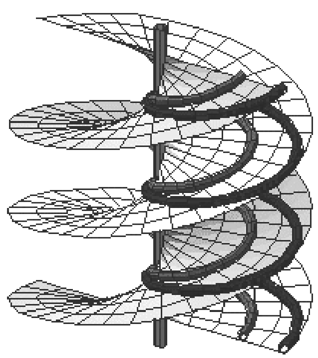
# HELICOIDE

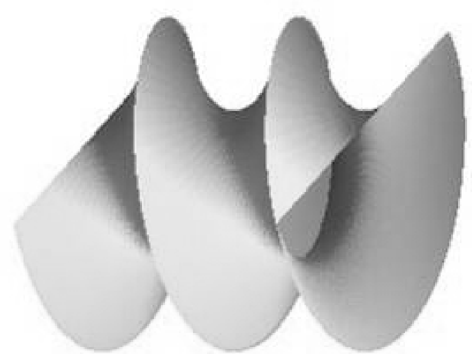
Superficie generada por el movimiento de una recta, que tiene como directrices una hélice y su eje se conserva paralelo a un plano director. Se le considera caso particular del conoide y como este tiene dos mantos, aunque en sus aplicaciones mecánicas y arquitectónicas solo se emplea uno de ellos.



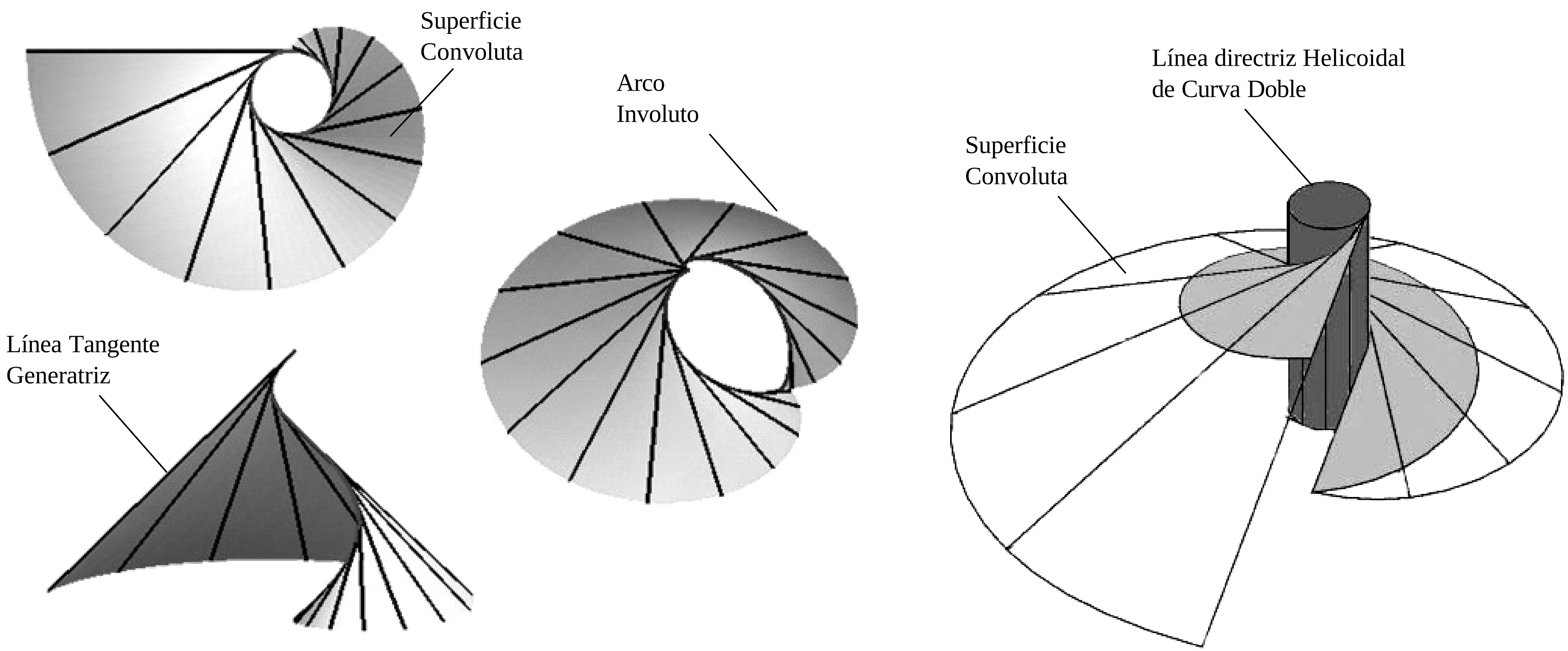





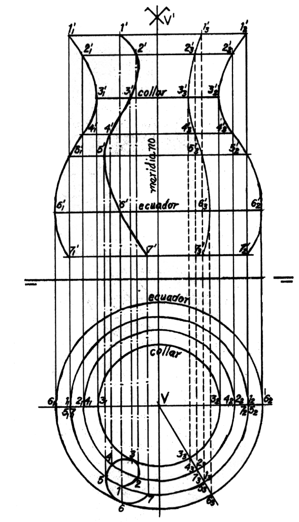


# CONVOLUTA

Es una superficie reglada engendrada por una línea recta tangente a una hélice.



## ***SUPERFICIES CURVADAS:***




Están generadas por una línea curva (generatriz), al girar alrededor de un eje recto, al que puede cortar, interceptar o no. Estas a vez se subdividen en dos grupos: **Sinclásticas y Anticlasticas.**

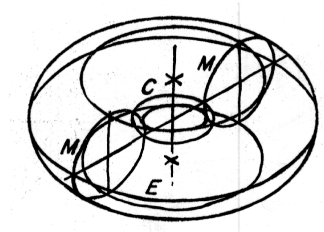
Estas tendrán componentes los cuales son:
El Ecuador de la Superficie; determinado por las proyectantes de las tangentes exteriores.

Collar de la Superficie; determinado por las proyectantes de las tangentes interiores.

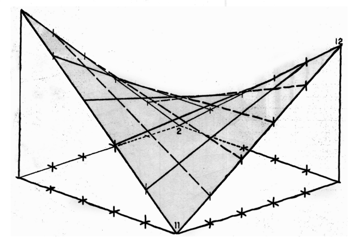
Plano Meridiano; es todo aquel que corta la superficie pasando por su eje.

La intersección del plano meridiano se denomina LINEA MERIDIANA.

Otra de las características de las superficies curvadas es que estas pueden ser;


Toro

**Sinclásticas;** Superficies generadas con curvas dobles en el mismo sentido.


Paraboloide Hiperbólico

**Anticlasticas;** Superficies generadas con curvas dobles con sentidos opuestos.

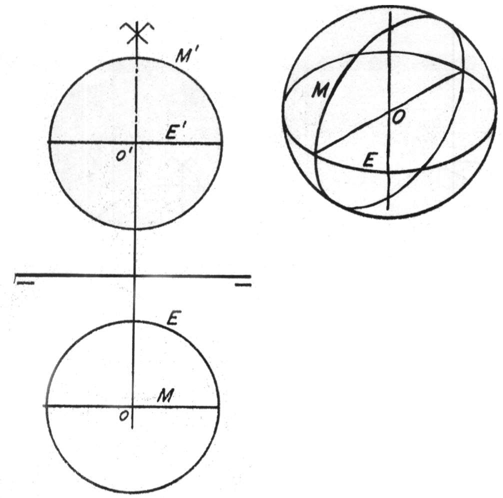
Los ejemplos de las superficies curvadas son:

**Superficie Esférica** | **Superficie Toral** | **Superficie Elíptica** | **Superficie Parabólica**

## ***Superficie Esférica:***

Generada por un círculo que gira alrededor de uno cualquiera de sus diámetros, es la superficie curvada por excelencia, pues su entorno es siempre el mismo en cualquier proyección. Se ha llamado superficie perfecta, por sus propiedades universales de simetría. Para determinar una superficie esférica es necesario conocer su centro en el espacio y su radio.

Las partes de la superficie esférica son:



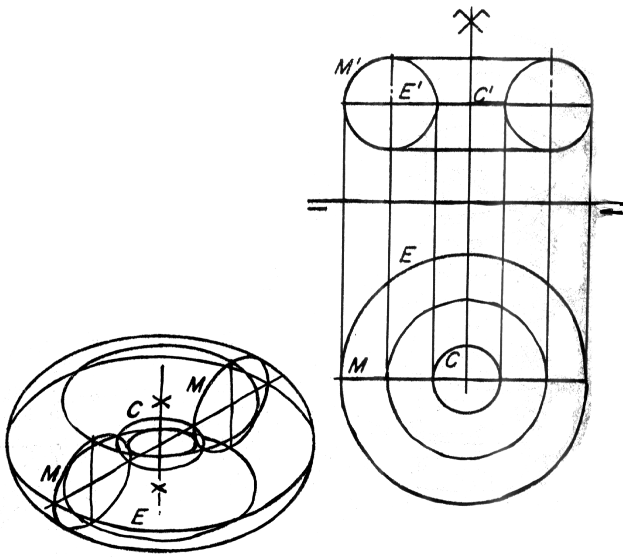

**Centro:** es el punto que se encuentra a la misma distancia de cada punto de la superficie esférica.

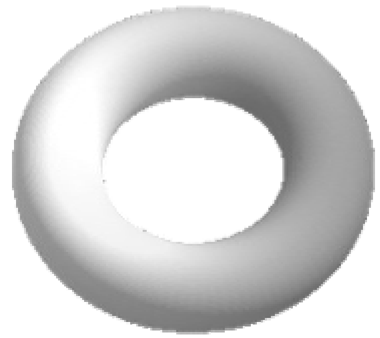
**Diámetro de la superficie esférica:** es todo segmento que contenga el centro y cuyos extremos sean dos puntos de ella.

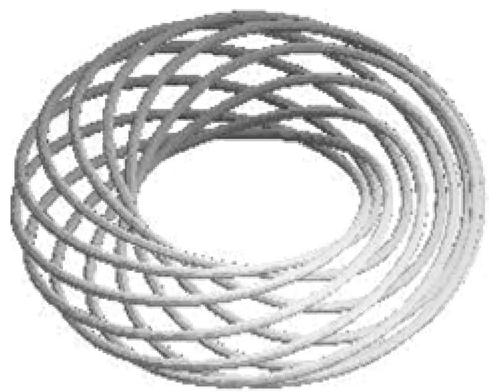
**Radio de la superficie esférica:** es todo segmento que parte del centro a un punto cualquiera de la superficie esférica.

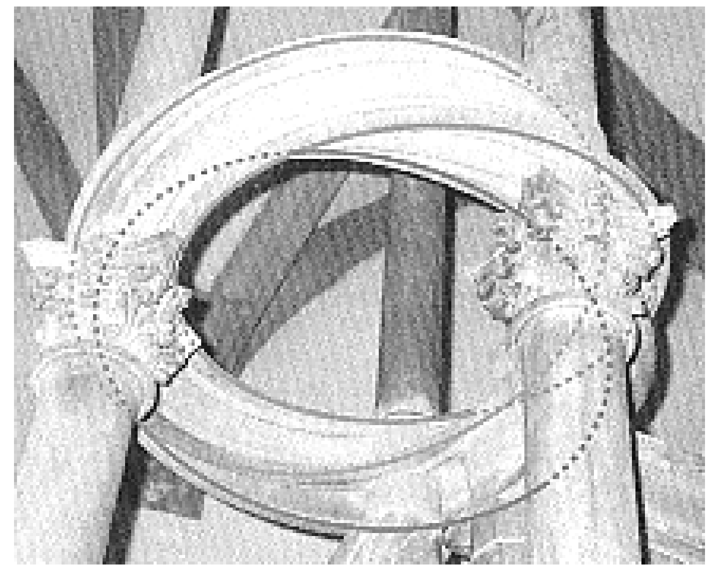
## ***Superficie Toral:***

Generada por un círculo que gira sobre un eje exterior a él, pero en el mismo plano. Esta superficie tiene ecuador y collar, ambos en el mismo plano horizontal.



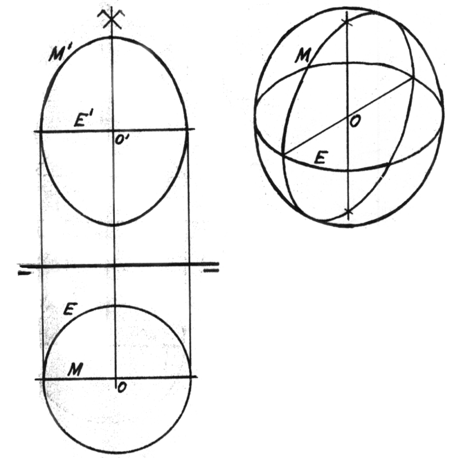





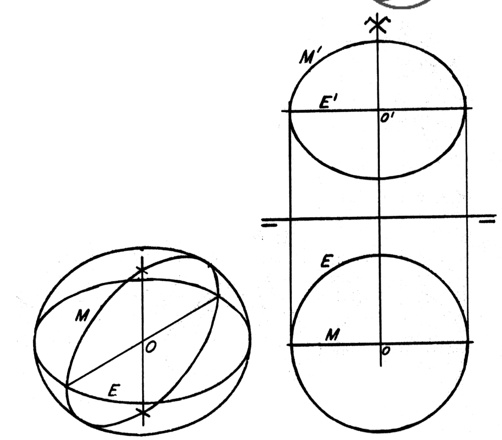


## ***Superficie Elíptica:***

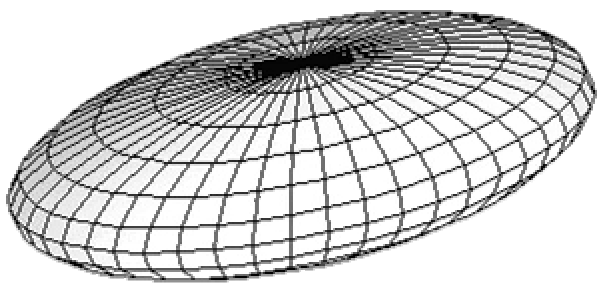
Generada por una elipse que gira sobre uno de sus ejes principales; se presentan dos casos según se tome uno u otro de estos ejes para la rotación.
Cuando la elipse gira sobre su eje mayor tenemos la Elíptica Peraltada, en cuyo caso la meridiana principal, es una elipse que se proyecta en forma verdadera y magnitud en proyección vertical. La Elíptica Rebajada, se da si la elipse gira sobre el eje menor, se genera, la meridiana principal será una proyección vertical, una elipse, en tanto que el ecuador será también una proyección vertical.

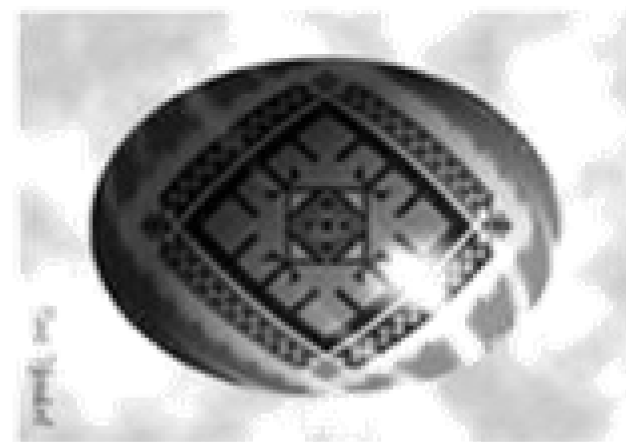



ELIPTICA PERALTADA




ELIPTICA REBAJADA

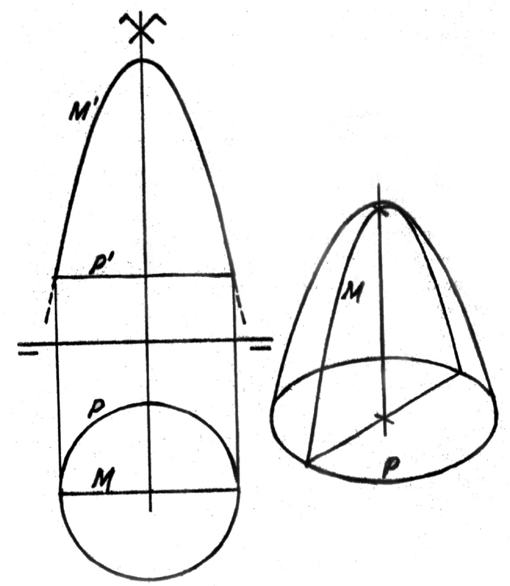




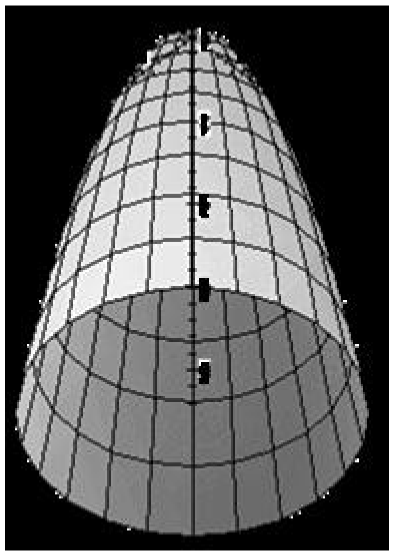


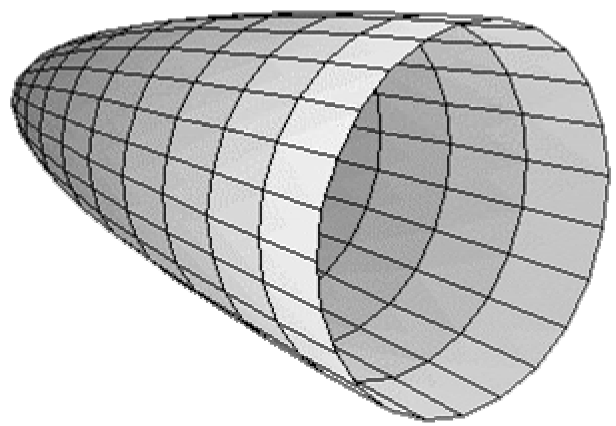
CARLOS DIAZ R.

## ***Superficie Parabólica:***




Generada por una parábola que gira sobre su eje, la meridiana principal es una parábola, pero dado que dicha curva se extiende infinitamente, la superficie generada no tendrá jamás un ecuador, sino una serie de círculos paralelos hasta el infinito.





# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACIÓN: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACIÓN, CONSIDERAMOS QUE TENDRÁN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MÍNIMA PONDERACIÓN.**

**1**. Que es una Superficie Geométrica

**2**. Como se genera una Superficie

**3**. Las Superficies Regladas se clasifican en

**4**. Cuales son las Superficies de Doble Curvatura

**5**. Que es una Superficie Curvada, como se clasifican y cuales son

# UNIDAD10

## GEOMETRIA DEL ESPACIO

# Cuerpos Geométricos

## Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad:

- Comprenda que es un Cuerpo Geométrico
- Conozca como sus Elementos y como se Clasifican
- Pueda desarrollarlos y modelarlos

**Contenido:** Cuerpos Geométricos, Poliedros Rectos (regulares, semirregulares e irregulares), Cuerpos Redondos

**Duración:** Clase

**Actividad:** Ejercicios y Tarea

# Cuerpos Geométricos

Son una porción de espacio tridimensional delimitada totalmente por superficies, ya sea que este espacio esté totalmente vacío o totalmente lleno. Tiene tres dimensiones bien definidas las cuales son; la longitud, la anchura y la profundidad.

Estos cuerpos son llamados por lo general como; **Sólidos o Volúmenes.**

Los cuerpos geométricos se dividen en; **Poliedros Rectos y Cuerpos redondos.**

## Poliédricos Rectos:

Se llaman Poliedros Rectos a todo cuerpo que este limitado exclusivamente por superficies planas. Las superficies que limitan un poliedro se llaman "Caras" del mismo; las intersecciones de las caras se llaman "Aristas" y los puntos donde estas se cortan se llaman "Vértices", se denomina "Diagonal" del poliedro al segmento que une dos vértices que no pertenezcan a la misma cara.

Por su diversidad clasificaremos a los poliedros en tres grupos; Regulares, Semirregulares e Irregulares.

### *Poliedros Regulares:*

Cuando todas sus caras son polígonos regulares entre sí y todos sus ángulos diedros y poliedros son también iguales. Como se verá más tarde, existen únicamente cinco poliedros regulares.

Los Poliedros Regulares son 5, llamados también Cuerpos Platónicos; tetraedro (4), hexaedro (6), octaedro (8), dodecaedro (12), icosaedro (20).

Tetraedro. Tiene tres caras concurrentes en un mismo vértice. En efecto, 3 x 60º = 180º < 360º.

Octaedro. Tiene cuatro caras concurrentes en un mismo vértice. En efecto, 4 x 60º = 240º < 360º.

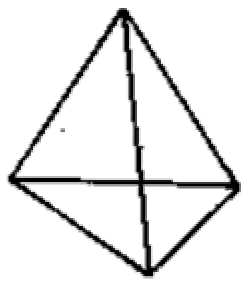
Icosaedro. Tiene cinco caras concurrentes en un mismo vértice. En efecto, 5 x 60º = 300º < 360º.

Tomando como caras, cuadrados, se puede construir otro poliedro regular, el hexaedro o cubo, que tiene tres caras concurrentes en un mismo vértice. En efecto, 3 x 90º = 270º < 360º.

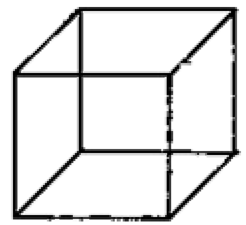
Tomando como caras, pentágonos regulares, se puede constituir otro poliedro regular, el dodecaedro regular, que tiene tres caras concurrentes en un mismo vértice. 3 x 108º = 324º < 360º.

Así pues solo existen cinco poliedros regulares, que reciben sus nombres de acuerdo con el número de caras:

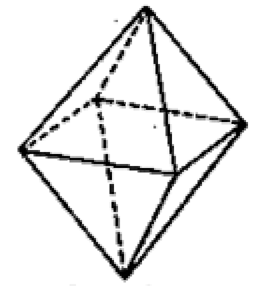
Tetraedro 4 caras
4 vértices
6 aristas



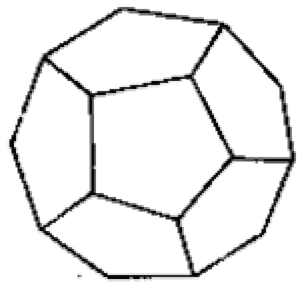
Hexaedro 6 caras
8 vértices
12 aristas



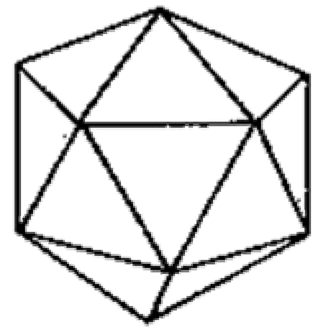
Octaedro 8 caras
6 vértices
12 aristas



Dodecaedro 12 caras
20 vértices
30 aristas

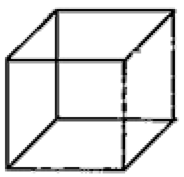


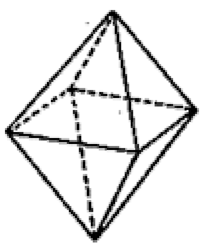
Icosaedro 20 caras
12 vértices
30 aristas



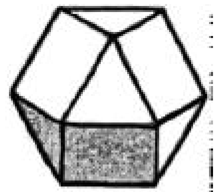
## *Semirregulares:*

No son más que la intersección de dos poliedros regulares. En esta clasificación existen 13 cuerpos a los cuales se les llama Cuerpos de Arquímedes y son los siguientes.



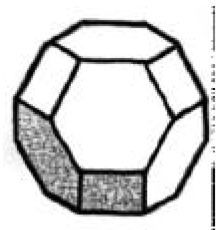


**FORMADO POR LA UNION DEL CUBO Y EL OCTAEDRO**



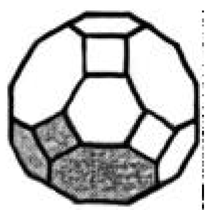
| ARISTAS | CARAS | VERTICES |
|---|---|---|
| 24 | 14 | 12 |

**CUBOCTAEDRO**



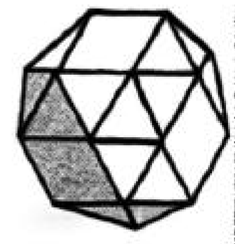
| ARISTAS | CARAS | VERTICES |
|---|---|---|
| 36 | 14 | 24 |

**OCTAEDRO TRUNCADO**



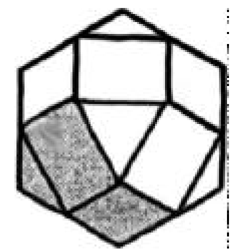
| ARISTAS | CARAS | VERTICES |
|---|---|---|
| 72 | 26 | 48 |

**CUBOCTAEDRO TRUNCADO**



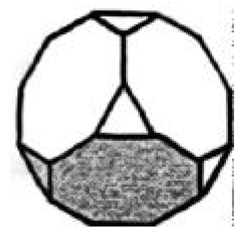
| ARISTAS | CARAS | VERTICES |
|---|---|---|
| 60 | 38 | 24 |

**CUBO ACHATADO**



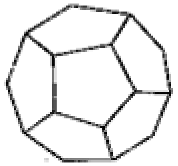
| ARISTAS | CARAS | VERTICES |
|---|---|---|
| 48 | 26 | 24 |

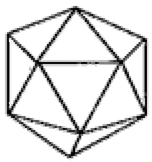
**ROMBICUBOCTAEDRO**



| ARISTAS | CARAS | VERTICES |
|---|---|---|
| 36 | 14 | 24 |

**CUBO TRUNCADO**

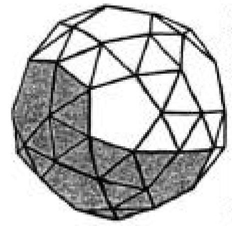




FORMADO POR EL DODECAEDRO
Y EL ICOSAEDRO

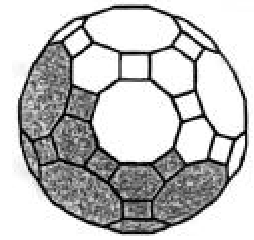
ARISTAS 90
CARAS 32
VERTICES 60

ICOSAEDRO
TRUNCADO



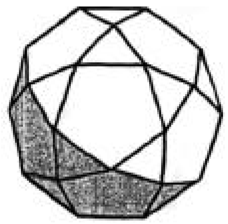
ARISTAS 150
CARAS 92
VERTICES 60

DODECAEDRO
ACHATADO



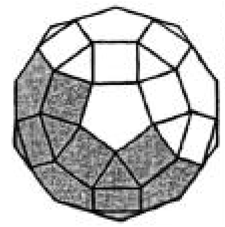
ARISTAS 180
CARAS 62
VERTICES 120

ICOSIDODECAEDRO
TRUNCADO



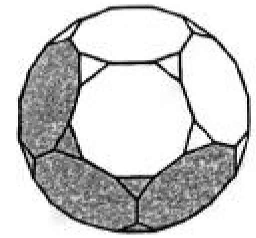
ARISTAS 60
CARAS 32
VERTICES 30

ICOSIDODECAEDRO



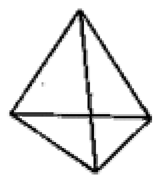
ARISTAS 120
CARAS 62
VERTICES 60

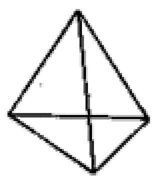
ROMBICOSIDODECAEDRO



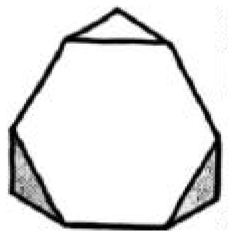
ARISTAS 90
CARAS 32
VERTICES 60

DODECAEDRO
TRUNCADO





FORMADO POR DOS
TETRAEDROS QUE SE
INTERSEPTAN



| ARISTAS | CARAS | VERTICES |
|---|---|---|
| 18 | 4 | 12 |

CON 12 VERTICES RECORTADOS

TETRAEDRO
TRUNCADO



CARLOS DIAZ R.

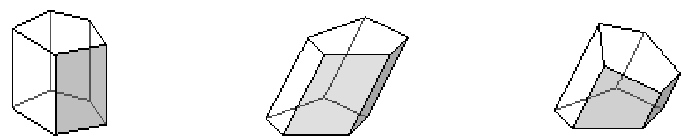
## ***Irregulares:***

Un poliedro irregular está limitado por caras poliédricas, que pueden presentar diferentes formas. En este tipo de poliedros, el número de caras no presenta límites como ocurre con los poliedros regulares.

Los poliedros irregulares más comunes son los prismas, las pirámides, y todas sus variedades.

***Prisma***: Poliedro limitado por 2 polígonos iguales y paralelos (llamados bases) y varios paralelogramos (llamados caras laterales).
Además los Prismas pueden ser:

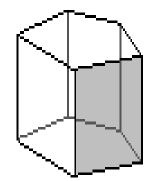
**Rectos, Oblicuos y Truncados**



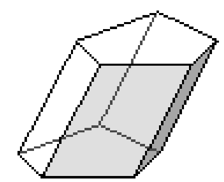
Características

La altura de un prisma es la distancia entre las bases.

Si todas las caras laterales son rectángulos, serán perpendiculares a las bases y entonces se llama prisma recto.



Si las caras laterales no son perpendiculares a las bases, se llama prisma oblicuo.



Las aristas laterales de un prisma son segmentos iguales y paralelos entre si. En los prismas rectos son perpendiculares a las bases.

## Clasificación

Dependiendo de que las bases sean triángulos, cuadriláteros, pentágonos, etc.; el prisma será triangular, cuadrangular, pentagonal, etc.

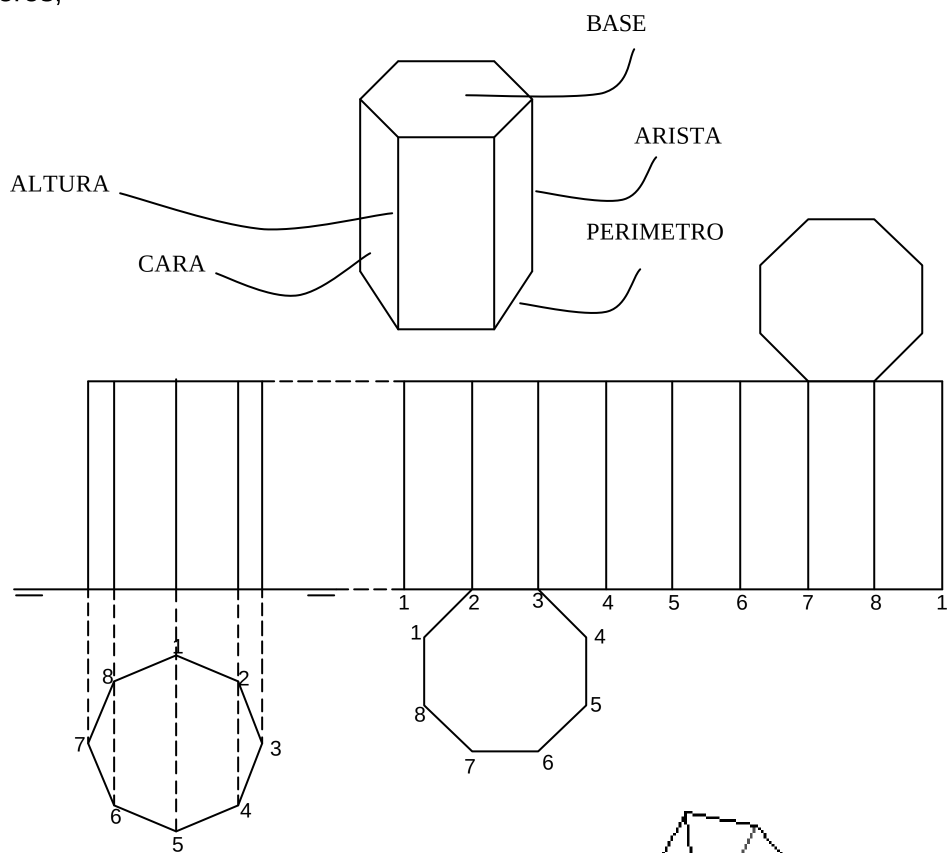
Para poder encontrar las áreas y el volumen solo tenemos que seguir las siguientes formulas:

**Área Lateral:** Perímetro de la base x altura

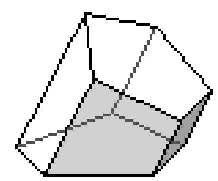
**Área total:** Área Lateral + 2 x área de la base

**Volumen:** Área de la base x Altura

Forma de desarrollo de un prisma



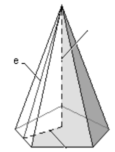
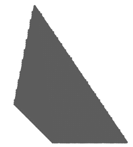
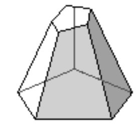

Cada uno de los dos cuerpos geométricos que se obtienen al cortar un prisma por un plano, que corta a todas sus aristas laterales se llama prisma truncado.



***Pirámide***: Es un poliedro que tiene por base un polígono cualquiera y por caras laterales triángulos con un vértice común, llamado Cúspide de la pirámide.

Además las Pirámides así como los Prismas también pueden ser:

**Rectas, Oblicuas y Truncadas.**

**Vértice:** Es el punto donde convergen todos los triángulos que componen las caras de la pirámide.
**Apotema:** Es la altura de cada uno de los triángulos que componen las caras de la pirámide.
**Altura:** Es la perpendicular que baja desde la cúspide de la pirámide.

## Características

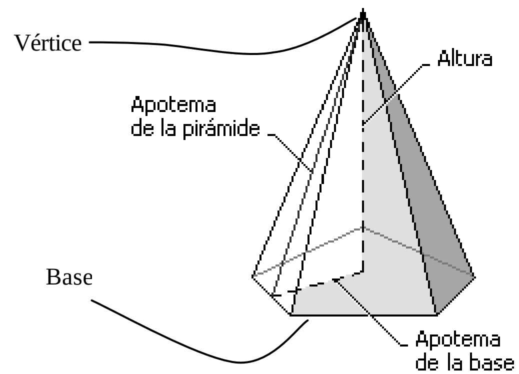
La altura de la pirámide es la distancia del vértice al plano de la base.

Una pirámide es regular cuando la base es un polígono regular y el vértice se proyecta sobre el centro de este polígono.

En una pirámide regular todas las aristas laterales son iguales y las caras laterales son triángulos isósceles iguales. Las alturas de los triángulos se llaman apotemas de la pirámide.

## Clasificación

Las pirámides se llaman triangulares, cuadrangulares, pentagonales,... según si su base es un triangulo, un cuadrilátero, un pentágono.
Para poder encontrar las áreas y el volumen solo tenemos que seguir las siguientes formulas:



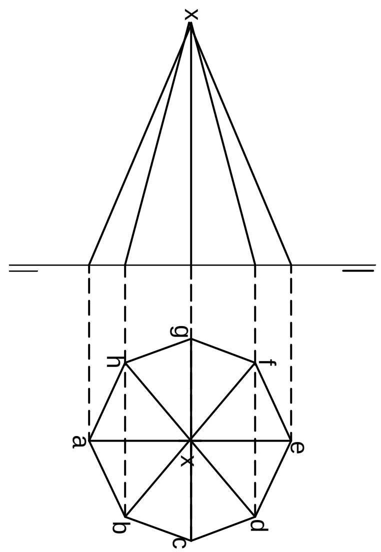

Área Lateral: $\frac{\text{Perímetro de la base x apotema de la pirámide}}{2}$

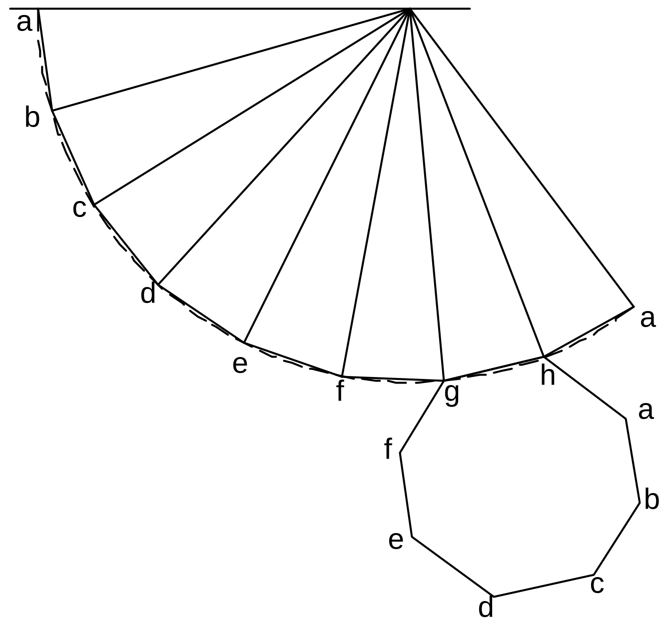
Área de la Base: $\frac{\text{Perímetro x apotema de la base}}{2}$

Área total: Sumatoria de Área Lateral + Área de la Base

Volumen: $\frac{\text{área de la base x altura}}{3}$

Forma de desarrollo de una pirámide

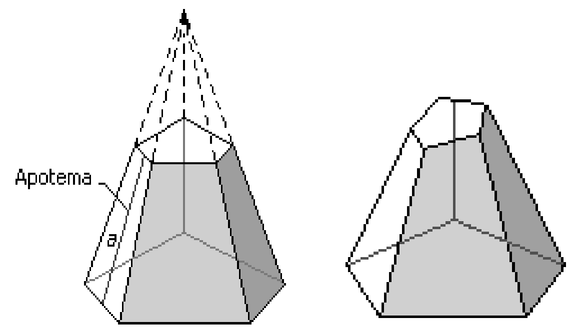



***Pirámide Truncada:*** es el poliedro comprendido entre la base de la pirámide y un plano que corta a todas las aristas laterales.

Si el plano es paralelo al plano de la base se dice que este de bases paralelas.

La distancia entre las bases es la altura del tronco. Una pirámide regular truncada de bases paralelas está formada por dos bases, polígonos regulares semejantes, y varias caras laterales que son trapecios isósceles. Las alturas de estos trapecios se llaman apotemas de estos troncos.

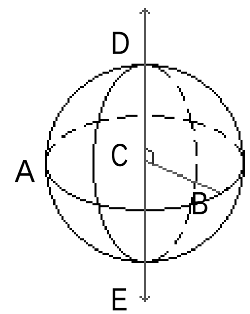


# Cuerpos Redondos:

Son todos aquellos cuerpos o sólidos geométricos formados por regiones curvas o regiones planas y curvas. Un cuerpo redondo se puede definir también como aquel volumen generado por la revolución de una determinada figura geométrica en torno a un eje imaginaria. De ahí que a esta figura imaginaria del espacio también se le denomina cuerpo de revolución.

Los principales cuerpos redondos son: la esfera, el cilindro y el cono.

***Esfera***: es aquel cuerpo o sólido geométrico generado por la revolución de un semicírculo en torno a su diámetro.




Elementos de la Esfera:

CB: radio
DE: altura

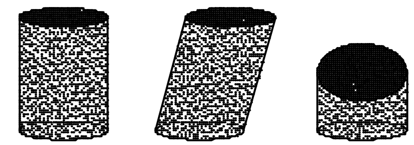
AB: generatriz
DE: eje

VOLUMEN Y ÁREA DE LA ESFERA
El área y el volumen de una esfera se calculan con la siguiente fórmula:

A= 4pr2

V= 4/3 pr3

***Cilindro***: Un cilindro circular recto es aquel cuerpo o sólido geométrico generado por la revolución de una región rectangular en torno a uno de sus lados o también en torno a uno de sus ejes de simetría.



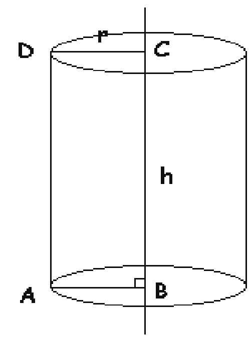
Los Cilindros pueden ser:

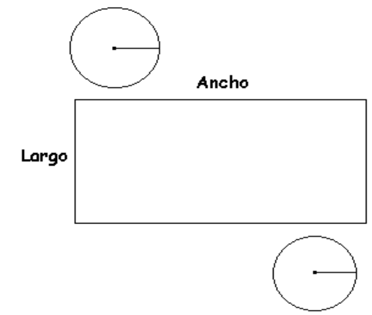
**Rectos,** **Oblicuos** **y** **Truncados**

Elementos del Cilindro:

CD: radio AD: generatriz

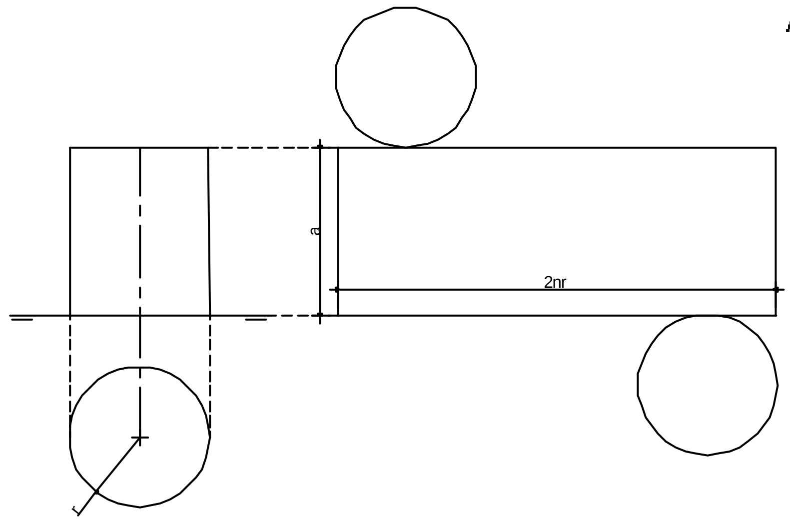
BC: altura BC: eje



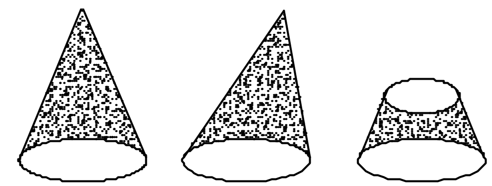




Área la Base: 2 x p x r, dicho de otra forma; 2 veces 3.1416 (pi) por el radio
Área lateral: 2 x p x r x altura, dicho de otra forma; 2 veces la base por el radio por la altura
Área total: 2 x p x r x (h + r), dicho de otra forma; 2 veces pi por el radio por la altura mas el radio
Volumen de un cilindro: p x r2 x h , dicho de otra forma; pi por el radio al cuadrado por altura

Forma de desarrollo de un cilindro



***Cono***: Un cono circular recto es aquel cuerpo o sólido geométrico generado por la revolución de una región triangular en torno a uno de sus catetos o en torno a su eje de simetría.



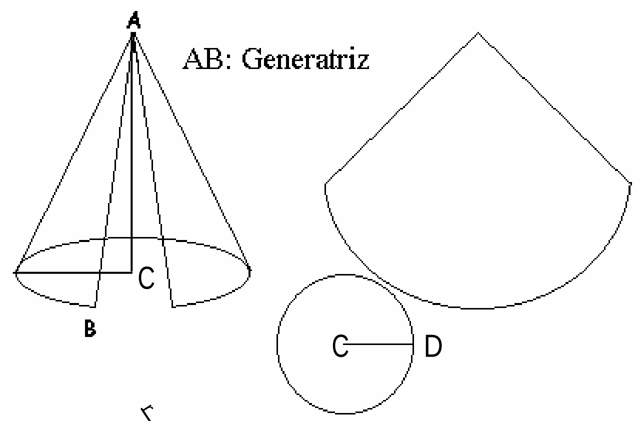
Los Conos pueden ser:

**Rectos, Oblicuos y Truncados**

Elementos del Cono:

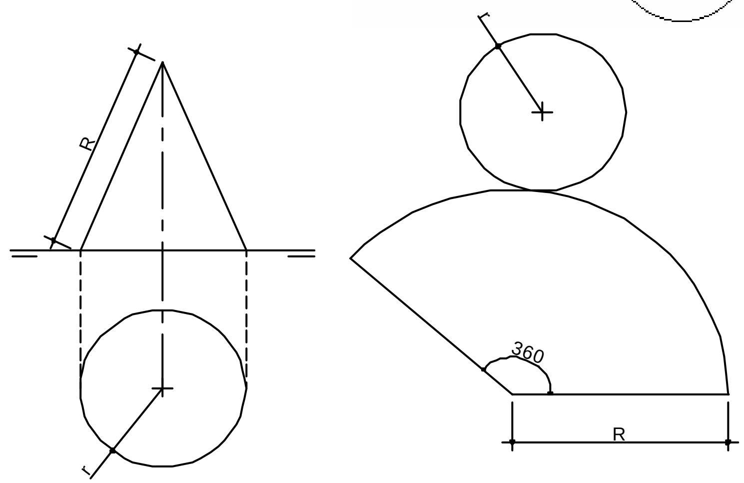
CD: radio
AC: altura

AB: generatriz
AC: eje




Generatriz: $\sqrt{r^2 + h^2}$
Área de la Base: p x r2
Area lateral: p x r x g
Area total: p x r2 x (h + r)
Volumen: p x r2 x h / 3
Generatriz verdadera: 2 x p x g

Forma de desarrollo de un cono



# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACIÓN: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACIÓN, CONSIDERAMOS QUE TENDRÁN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MÍNIMA PONDERACIÓN.**

**1**. Que entendemos por Cuerpos Geométricos y como se clasifican

**2**. Los Poliedros Rectos se clasifican en tres grupos que son

**3.** Los poliedros Semirregulares son

**4.** Los Poliedros Irregulares se clasifican en

**5.** Que son los Cuerpos Redondos y como se clasifican

# UNIDAD 11

## GEOMETRIA DEL ESPACIO

# Escaleras

## Objetivos:

Que el estudiante al término de esta unidad tenga comprendido lo siguiente:

- Conozca los Elementos de una Escalera
- Conozca como obtener las dimensiones de una Escalera
- Pueda dibujar exactamente las Escaleras
- Pueda compensar una Escalera

**Contenido:** Escalera, elementos, formulas, Trazos de la Escalera y compensación de una Escalera

**Duración:** Clase

**Actividad:** Ejercicios y Tarea

**Escaleras;** Estructuras con una serie de escalones o Peldaños, que sirven para subir o bajar de espacios más elevados.

Los elementos que constituyen una Escalera son:

**Arranque:** Plano donde se apoya la escalera en su comienzo o inicio.

**El peldaño:** Pequeño plano pisable cuya sucesión permite ascender o descender de un lugar a otro. Consta también de dos elementos, La Huella y La Contrahuella.

**Huella:** Superficie plana horizontal que permite transitar, de un lado hacia otro. La Huella ideal es de 30 centímetros. Dos contrahuellas más 1 huella es igual al tamaño de la Huella ideal.

**Contrahuella:** Superficie vertical a escuadra con la Huella que determina la altura del Peldaño. La Contrahuella ideal es de 17 centímetros.

**Tramo:** Serie de Peldaños que colocados equidistantes unos de los otros, a una cierta altura forman el Tramo de la Escalera. (de 13 a 15 peldaños máximo).

**Meseta Media:** También llamada Descanso, es el plano horizontal de mayor tamaño que el Peldaño, donde desemboca el Tramo. (60 a 75 cm. Mínimo).

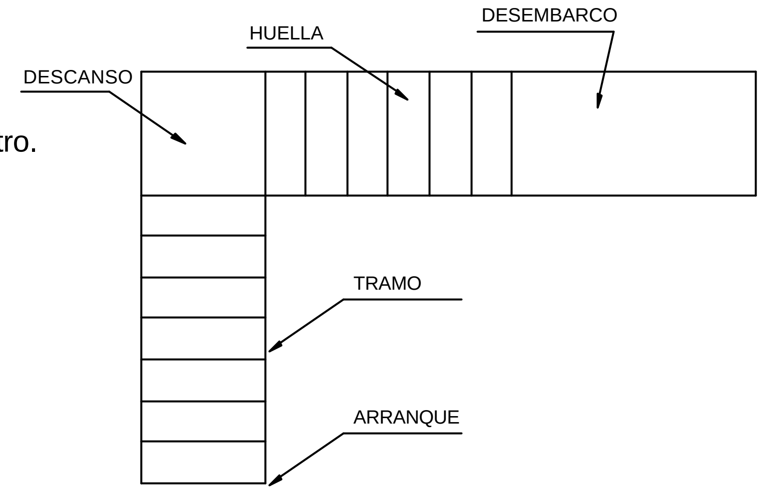
**Meseta Final:** También llamada Desembarco, es la parte final, donde termina la Escalera. Se recomienda que estas tengan de 60 a 75 centímetros mínimo.

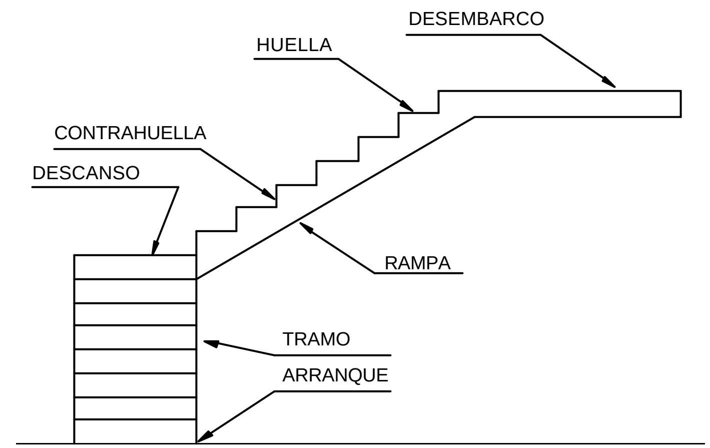
**Caja de la Escalera:** Espacio vacío que ocupa la Escalera dentro del conjunto del edificio, del cual puede disponerse de diferentes formas.

**Ojo de la Escalera:** Espacio libre entre tramos paralelos, que permiten el paso de la luz.

**Rampa:** Superficie con suave pendiente, donde se apoyan los Peldaños en toda su longitud.

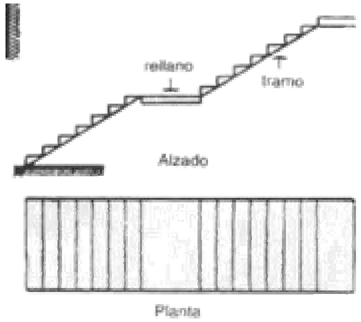
**Zanca:** Viga que actúa como elemento resistente, en donde se apoyan los peldaños únicamente por uno de sus extremos, formando así una Escalera Abierta



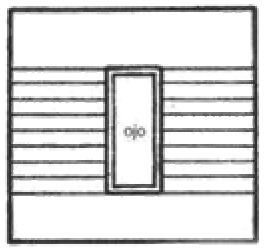



## Tipos de Escaleras:

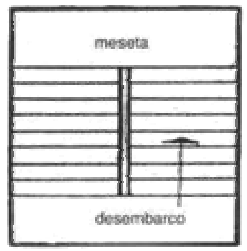
Dependiendo de los espacios que se tengan y del estilo que le queremos dar a nuestra escalera existen varios tipos entre los cuales están los siguientes:



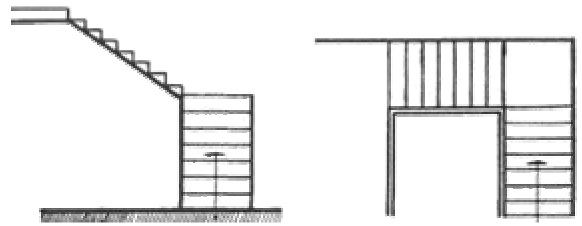

**De un Tramo**



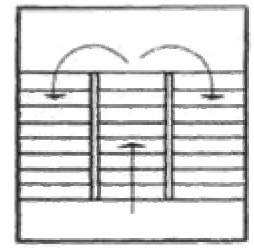

**De Dos Tramos con Ojo**



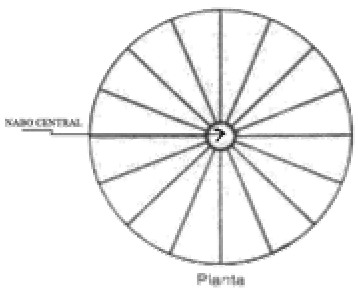

**De Dos Tramo Ciega**



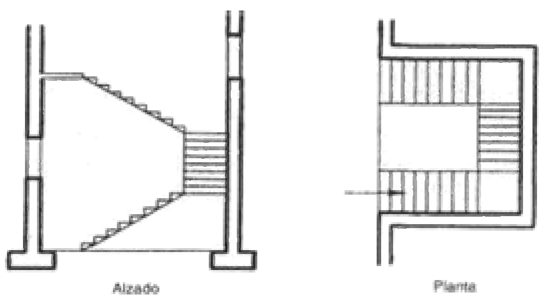
**De un Cuarto de Giro**



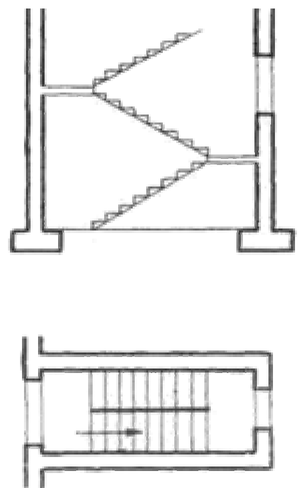
**Imperial**



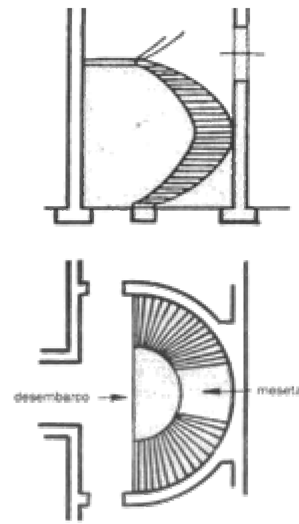

**Escalera de Caracol**



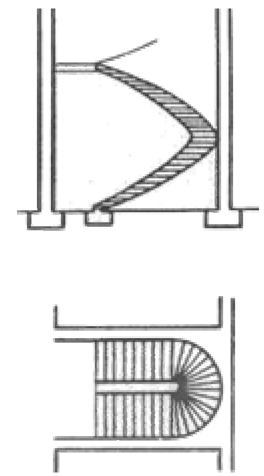

**Tres Tramos a Escuadra**



**De Vuelta Entera**




**Escalera Curva**



**Escalera Mixta**

## Calculo de las Escaleras:

Para calcular las escaleras necesitamos saber la contrahuella ideal que ya la mencionamos con anterioridad,

La huella ideal que también la citamos y además las siguientes formulas:

1.- Número de contra huella = altura de piso a piso dividido por el contrario huella ideal.

2.- Altura contra huella = altura piso a piso dividido resultado de número contra huella.

3.- Numero de huellas = Número contra huella menos uno.

La Huella Ideal se puede encontrar de la siguiente manera:

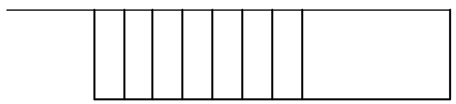
a- 2 contra huellas mas 1 huella = 64 centímetros, la otra forma sería

b- 1 contra huella mas 1 huella = 45 o 48 centímetros.

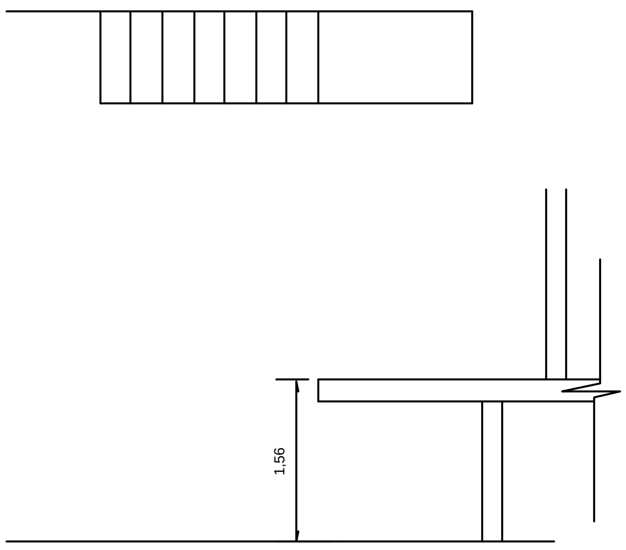
# 1.- TRAZO DE LA ESCALERA

**Por medio de una Contrahuella y una Diagonal:** para nuestro ejercicio trabajaremos con alturas, las cuales simplemente pueden ser cambiadas para cada ejercicio o trabajo. En este ejercicio la altura que tendremos que cubrir será de 1.56 metros, ahora lo que hacemos es realizar el calculo de la escalera.

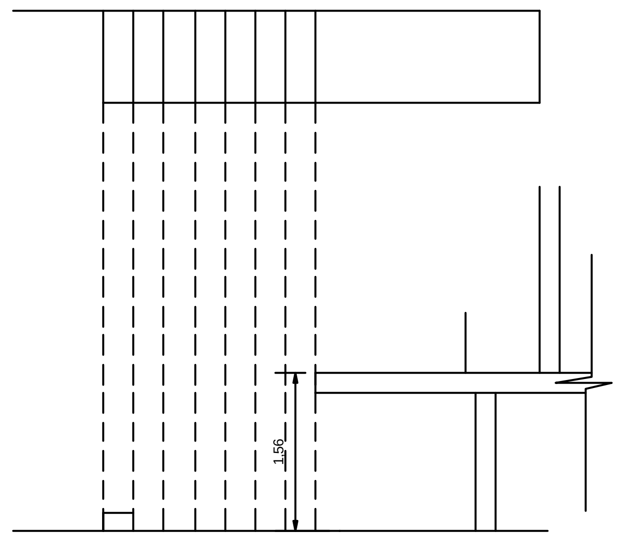
**PASO 1.-** Como ya tenemos el calculo, procedemos a realizar el diseño de la escalera y le colocamos el número de huellas que calcula mos.



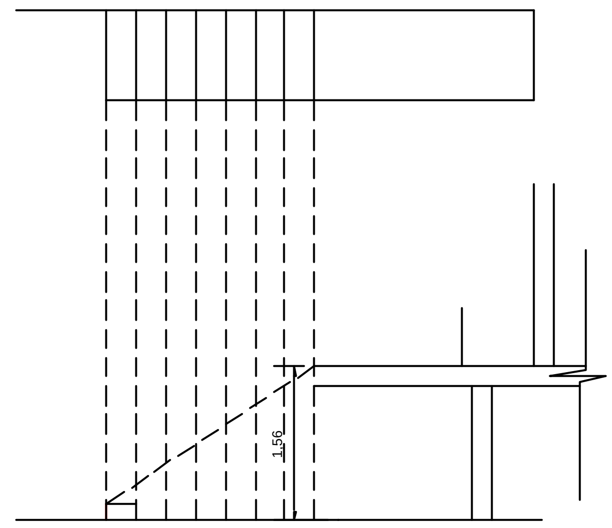
**PASO 2.-** Tenemos el diseño, ahora hacemos la elevación con la altura que necesitamos.



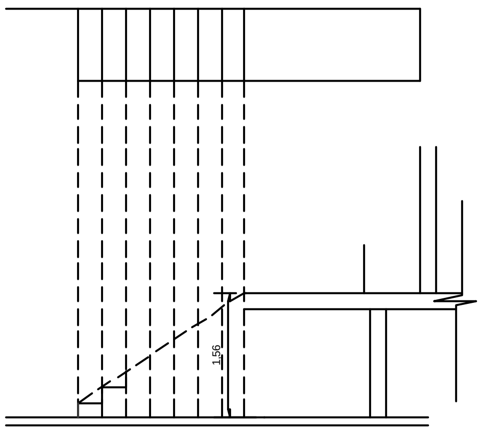

**PASO 3.-** Teniendo la Planta y Elevación, bajamos las líneas de las huellas hasta la línea de tierra, medimos y marcamos una contrahuella y una huella.



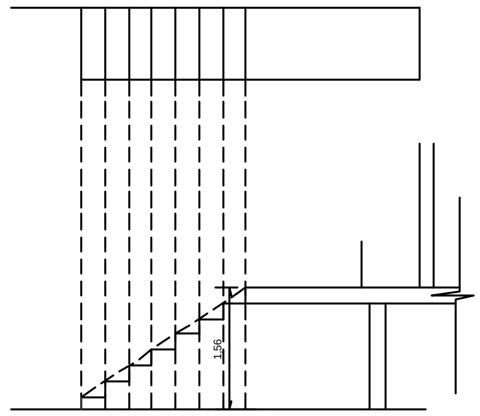

**PASO 4.-** Tenemos las líneas de huella, la contrahuella y la huella ahora trazamos una diagonal hasta la altura que tendremos que cubrir.



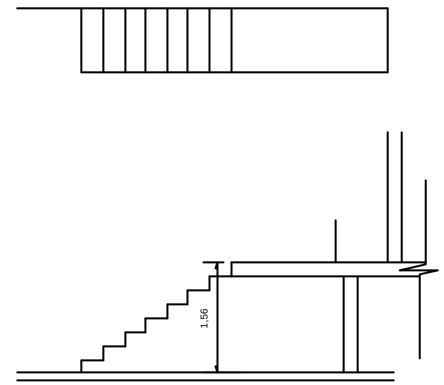
**PASO 5**.- En cada intersección de la diagonal con las líneas de huella, trazaremos una huella y contrahuella




**PASO 6**.- Cuando tengamos trazadas todas las huellas y contrahuellas, ya tendremos cubierto el espacio que queríamos



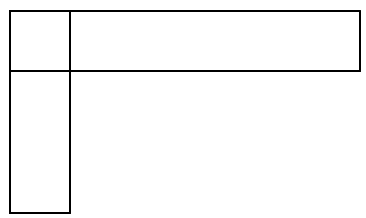

**PASO 7**.- Ahora ya tenemos la escalera que diseñamos y calculamos.



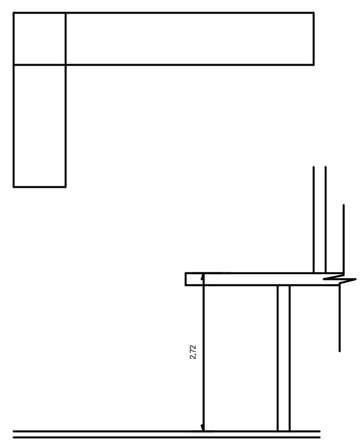
# 2.- TRAZO DE LA ESCALERA

**Por medio del Trazo de las Contrahuellas en Elevación:** Para nuestro ejercicio trabajaremos con alturas, las cuales simplemente pueden ser cambiadas para cada ejercicio o trabajo. En este ejercicio la altura que tendremos que cubrir será de 2.72 metros, ahora lo que hacemos es realizar el calculo de la escalera.

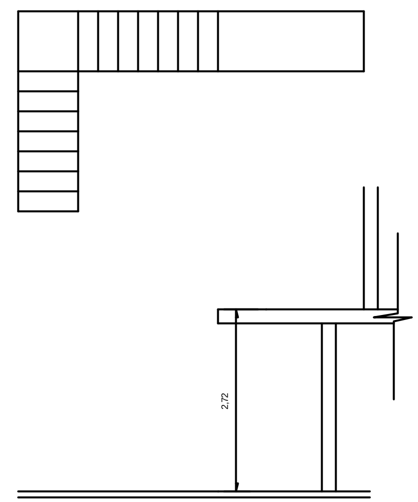
**PASO 1.-** Ya calculamos la escalera ahora nos toca diseñarla.



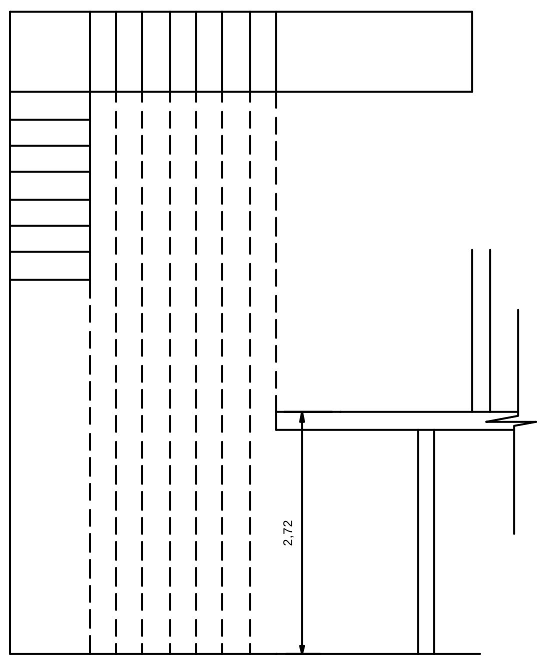
**PASO 2.-** Con el diseño realizamos el trazo de la elevación del espacio que vamos a cubrir



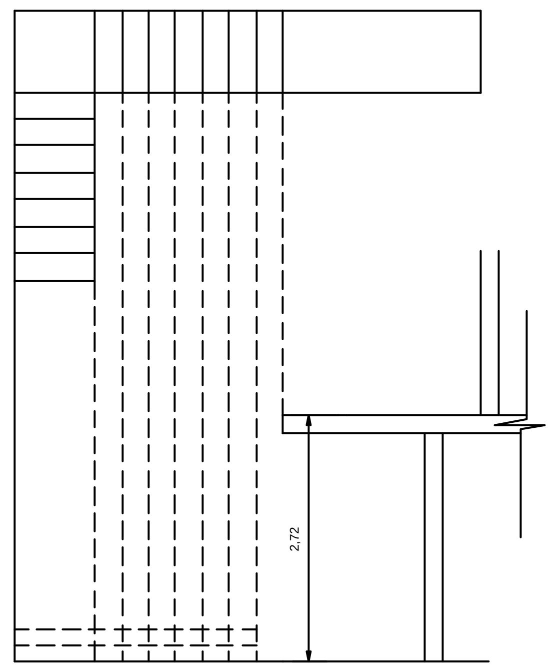

**PASO 3.-** Teniendo todo lo anterior marcamos y trazamos las huellas que calculamos



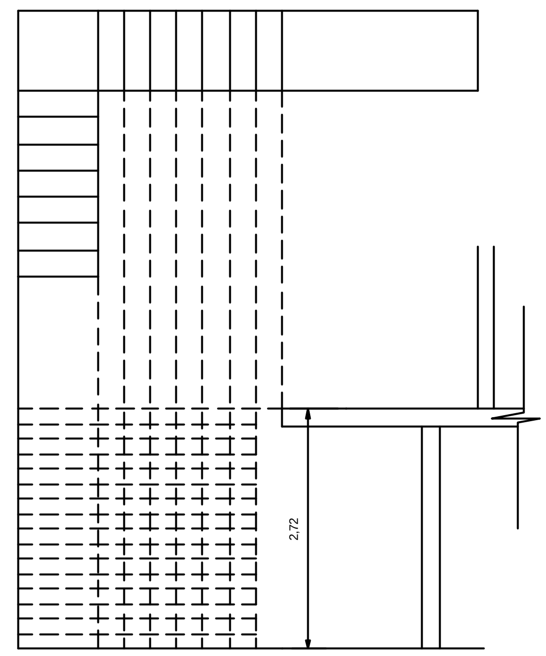
**PASO 4.-** Con las huellas colocadas bajaremos líneas de estas hasta la línea de tierra.



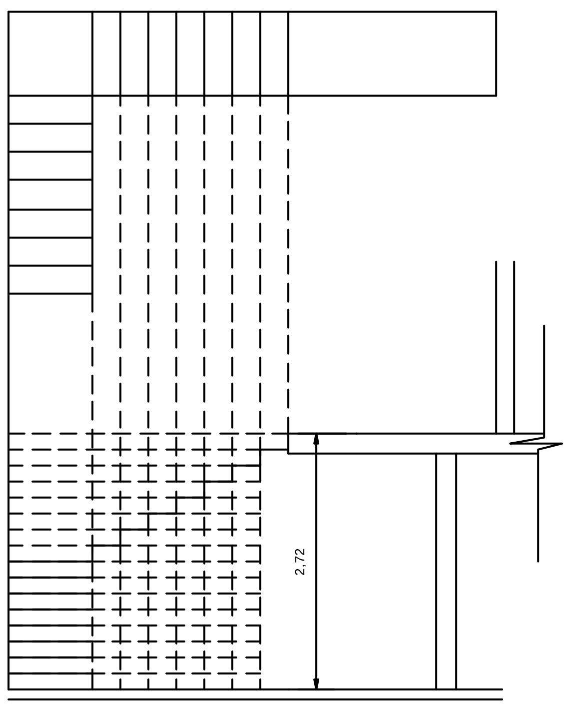

**PASO 5.-** Con las líneas de huellas trazadas comenzamos a levantar líneas con la altura de las contrahuellas.



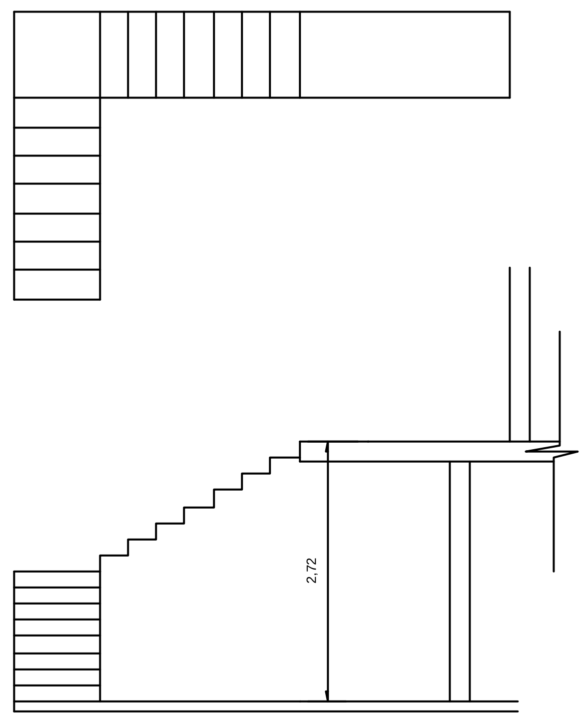

**PASO 6.-** Las líneas de contrahuellas, serán las que hemos calculado, en los dos tramos.



**PASO 7.-** En el primer tramo levantamos el primer tramo y el segundo saldrá de la intersección de las líneas que trazamos.




**PASO 8.-** Ahora ya tenemos la Escalera que diseñamos y calculamos.



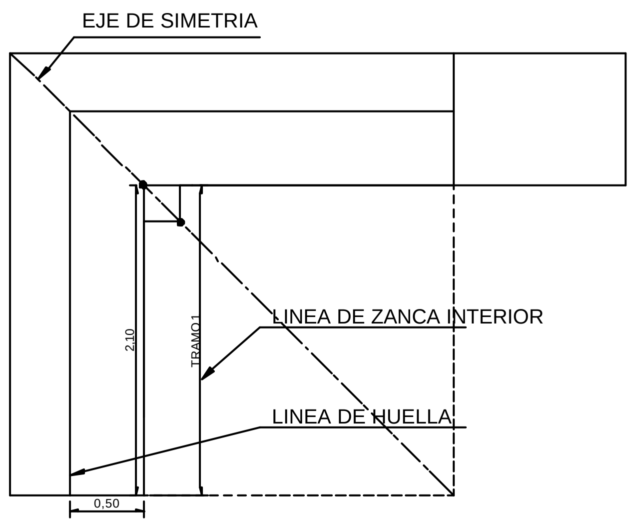
# COMPENSACION DE LA ESCALERA

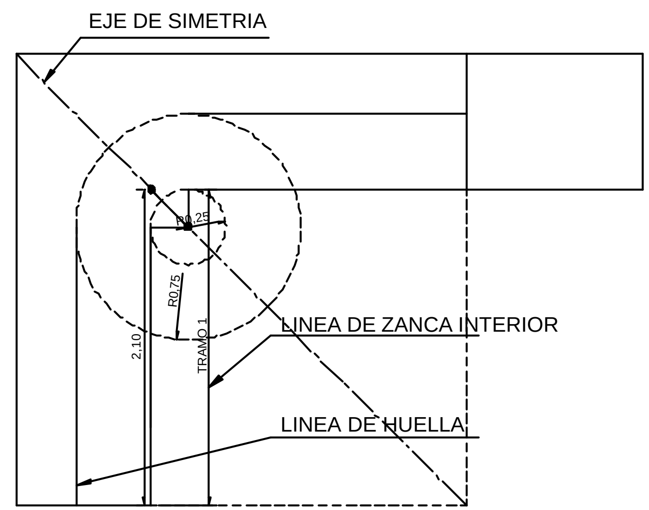
Para poder compensar una escalera solo tendremos que seguir los siguientes pasos:

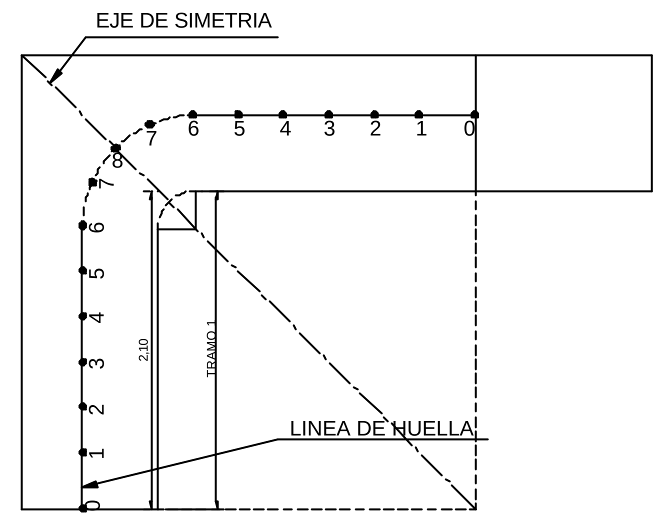
**PASO 1.-** Tenemos la caja de la escalera a esta le trazamos una línea de huella a 50 cm. de la línea de zanca interior, además le trazamos el límite y el eje de simetría.

**PASO 2.-** Ahora trazamos dos circunferencias concéntricas de radio 25 cm. y la otra de radio 75 cm. estas nos darán las curvatura de la línea de huella.

**PASO 3.-** Ya con la línea de huella con su curvatura, marcaremos las huellas calculadas.



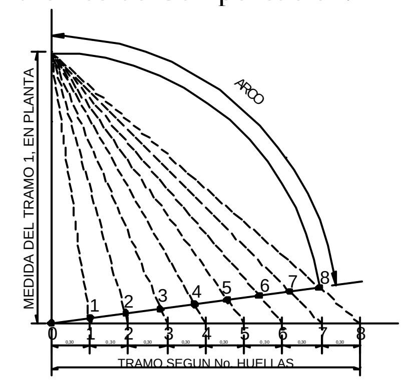



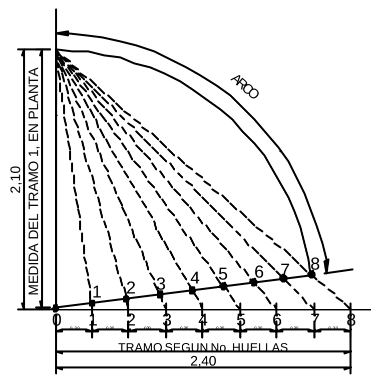





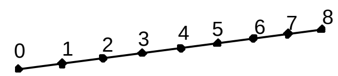

CARLOS DIAZ R.

**PASO 4.-** Sabemos el número de huellas y la distancia de los tramos, ahora en una línea horizontal marcaremos la mitad del número de huellas calculados, también tomamos uno de los tramos, pero este lo colocaremos perpendicular, en uno de los extremos de la horizontal, luego con centro en la intersección con radio en el extremo de la línea del tramo, trazamos un arco y donde toque a la primera de las líneas de huella será el punto que uniremos con el centro y en ella quedará una línea a la que llamaremos de Compensación.

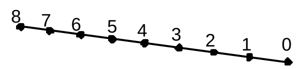


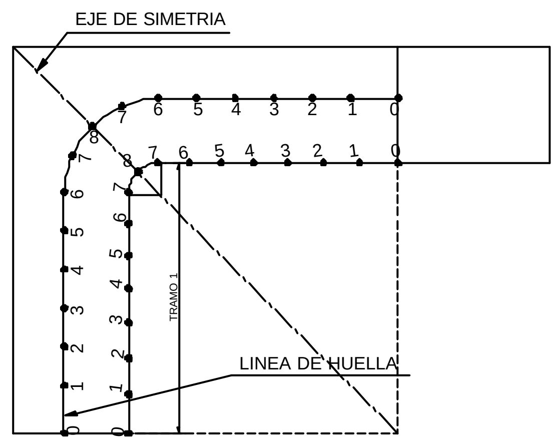




**PASO 5.-** Teniendo la línea de compensación la colocaremos en los tramos haciendo coincidir los números de huella con los de la línea de compensación

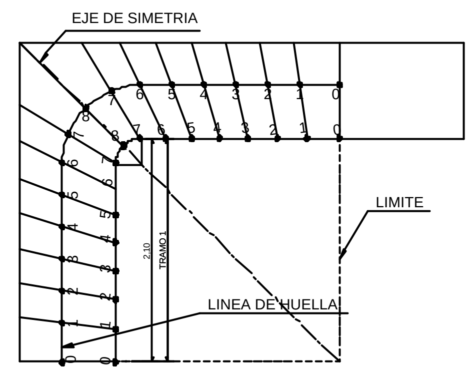


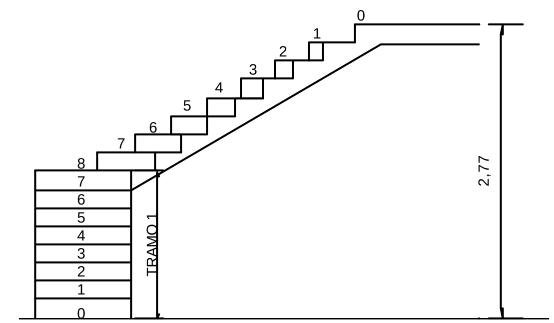

Línea de Compensación




**PASO 6.-** Ahora uniremos y prolongaremos cada uno de los puntos con su respectivo número y tendremos nuestra escalera compensada.



# ACTIVIDAD:

## PRUEBA COGNOSCITIVA

**MODO DE EVALUACIÓN: LA PRUEBA CONSTA DE CINCO PREGUNTAS, QUE TIENEN QUE CONTESTAR CORRECTAMENTE, PERO PARA TENER UNA PONDERACIÓN, CONSIDERAMOS QUE TENDRÁN QUE RESPONDER TRES DE LAS CINCO, LA AUTOEVALUCION SE CONSIDERARA APROBADA, PERO CON LA MÍNIMA PONDERACIÓN.**

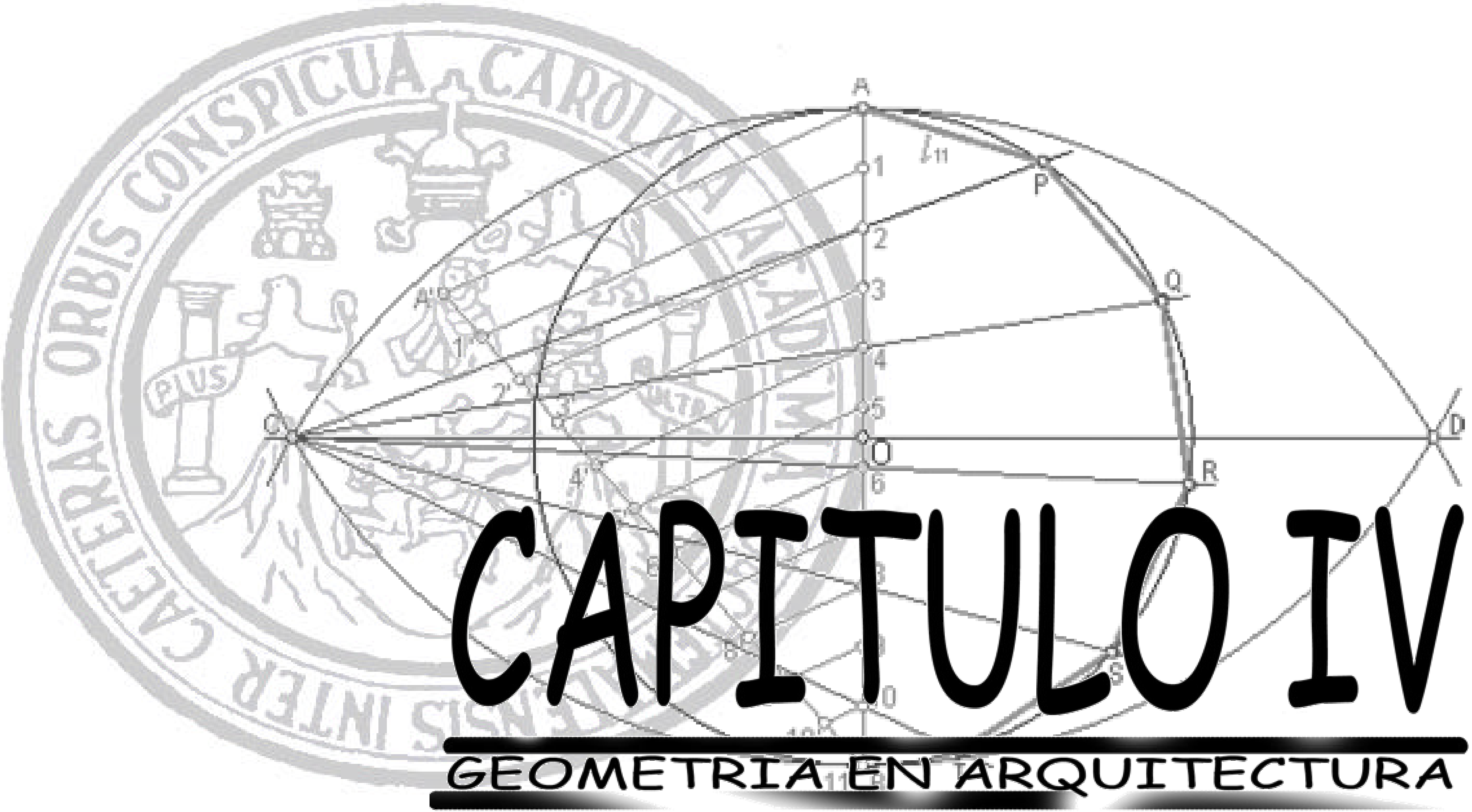
**1**. Que es una Escalera y mencione sus partes

**2**. Mencione por lo menos cuatro tipos de Escaleras

**3**. Como se calcula una Escalera

**4**. Realice el trazo de una Escalera que cubra un espacio de tres metros

**5**. Compense una Escalera de dos tramos, que tenga que cubrir un espacio de 2.80 metros



# CAPITULO IV

## GEOMETRIA EN ARQUITECTURA

# MARCO OPERATIVO

## 4.1.- ANÁLISIS, INTERPRETACIÓN Y RESULTADOS ESTADÍSTICOS DE LA PRUEBA

La selección de la muestra se realizó en base a los criterios de:

1.- Conocer el grado de conocimientos de los estudiantes que ya cursaron Geometría. 2.- Analizar los puntos débiles que tienen los que hay que fortalecer. 3.- Realizar la Prueba en el Curso siguiente, que es Dibujo Proyectual.

Otros criterios que permitieron uniformizar la Prueba, para obtener los resultados:

a.- Las 73 personas están cursando Dibujo Proyectual.
.- El Curso es impartido por el mismo catedrático de Geometría.
.- La clasificación por sexo para ambas secciones es similar

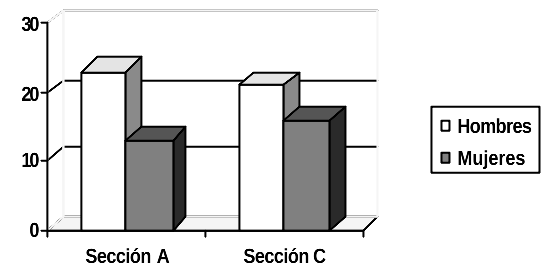
.- Se eligió la sección A y C, por ser impartidas estas por los mismos docentes que impartieron el Curso de Geometría a los cuales se le ha dado seguimiento, en el semestre anterior. Esta prueba fue realizada el día lunes 30 de agosto de 2004.

Clasificación por sexo de los estudiantes del curso de Dibujo Proyectual, Segundo Semestre 2004.

| "Sección | Hombres | Mujeres | Total |
|---|---|---|---|
| A | 23 | 13 | 36 |
| *C* | 21 | 16 | 37 |

Fuente elaboración propia en base a conteo propio.

Grafica No, 2; Clasificación por sexo de los estudiantes del curso de Dibujo Proyectual, Segundo Semestre 2004.




Fuente elaboración propia

La sección A tiene un 64% de población masculina, y la sección C un 57%, la sección A tiene un 36% de población femenina, mientras que la sección C tiene un 43% de la población total, lo que nos indica que son muy similares entre sí.

## 4.2.- F I C H A

Tema; El nivel académico de estudiantes que aprobaron el curso de Geometría, Primer Semestre 2004.

Objetivo; Establecer el nivel académico de los estudiantes

Fecha; 30 de Agosto de 2004

Número de la muestra; Setenta y tres (73) estudiantes.

Procedimiento; A las muestras antes mencionadas se le evaluó aplicándoles una prueba diagnostica sobre el tema de Conceptos Fundamentales, que deben conocer los estudiante al ingresar a este curso debido a que es tema del Curso de Geometría; el que consistió en, evaluar por medio de las siguientes interrogantes;

1.- El Punto tiene longitud, anchura y espesor:

2.- Se dice que dos rectas son paralelas si están contenidas en un mismo plano, no tienen ningún punto en común su distancia no varía:

3.- Las Coordenadas Cartesianas, son llamadas también Coordenadas Rectangulares:

4.- Los Polígonos Regulares tienen ángulos iguales y lados diferentes:

5.- El Deltoide es un cuadrilátero No Paralelogramo:

6.- Indique cuales son los tres tipos de Simetrías, que utilizamos en Geometría, en Arquitectura:

7.- Las Superficies Cilíndricas y Cónicas, son superficies de Revolución:

8.- El Paraboloide Hiperbólico, es una Superficie Reglada Alabeada:

9.- Los Cinco Cuerpos Platónicos, son Poliedros Regulares:

10.- Para poder calcular una escalera, se necesita saber las dimensiones de:

## 4.3.- DIAGNOSTICO

Cuadro No. 4: Resultados de prueba de conocimientos, realizadas por el total de alumnos del Curso de Dibujo Proyectual, de las secciones "A" y "C", en el Segundo Semestre de 2004, con los que no se utilizó la presente guía.

| No. Pregunta | Correcta | Incorrecta | No Contesto |
|---|---|---|---|
| Número 1 | 68 | 4 | 1 |
| Número 2 | 60 | 13 | 0 |
| Número 3 | 45 | 26 | 2 |
| Número 4 | 46 | 26 | 0 |
| Número 5 | 30 | 34 | 9 |
| Número 6 | 30 | 40 | 3 |
| Número 7 | 57 | 14 | 2 |
| Número 8 | 43 | 21 | 8 |
| Número 9 | 52 | 13 | 8 |
| Número 10 | 54 | 19 | 0 |

Fuente elaboración propia en base a Prueba de Conocimientos

Se toma como aceptable el estudiante que presente un promedio de 6 preguntas correctas en la evaluación.

Cuadro No. 5, mostrara el resultado de la muestra de la sección "A" que consta de 36 Alumnos.

| No. Pregunta | Correcta | Incorrecta | No Contesto |
|---|---|---|---|
| Número 1 | 31 | 4 | 1 |
| Número 2 | 25 | 11 | 0 |
| Número 3 | 24 | 12 | 0 |
| Número 4 | 25 | 10 | 0 |
| Número 5 | 19 | 15 | 2 |
| Número 6 | 19 | 15 | 2 |
| Número 7 | 29 | 6 | 1 |
| Número 8 | 21 | 11 | 3 |
| Número 9 | 27 | 6 | 3 |
| Número 10 | 28 | 8 | 0 |

Cuadro 6, muestra el desglose de los resultados, por alumno

| **Desglose de Alumnos según conocimientos** | | | |
|---|---|---|---|
| Excelente | Bueno | Aceptable | Malo |
| 2 | 14 | 11 | 9 |

Como se ve en los cuadros 5 y 6, existe la deficiencia de los conocimientos básicos de Geometría, dándose las marcadas diferencias.

Cuadro No. 7, mostrara el resultado de la muestra de la sección "C" que consta de 37 alumnos.

| No. Pregunta | Correcta | Incorrecta | No Contesto |
|---|---|---|---|
| Número 1 | 37 | 0 | 0 |
| Número 2 | 35 | 2 | 0 |
| Número 3 | 21 | 14 | 2 |
| Número 4 | 21 | 16 | 0 |
| Número 5 | 11 | 19 | 7 |
| Número 6 | 11 | 25 | 1 |
| Número 7 | 28 | 8 | 1 |
| Número 8 | 22 | 10 | 1 |
| Número 9 | 25 | 7 | 5 |
| Número 10 | 26 | 11 | 0 |

Cuadro 8, muestra el desglose de los resultados, por alumno

| **Desglose de Alumnos según conocimientos** | | | |
|---|---|---|---|
| Excelente | Bueno | Aceptable | Malo |
| 11 | 9 | 5 | 12 |

Como se ve en los cuadros 7 y 8, se da la deficiencia de los conocimientos básicos de Geometría en una marcada diferencia de los polos opuestos.

En los cuadro de ambas secciones se ve que no existe una homogeneidad de conocimientos, dándose en una sección un resultado de excelencia de muy bajo, mientras que en la otra se ve que la excelencia es muy elevada, pero también el resultado de Malo también es muy alto.

Lo que nos toca ahora es buscar por medio de la prueba los puntos que se necesitan reforzar, para ello hemos detectado que la media en donde los conocimientos de los alumnos se encuentre bajos en la parte de Polígonos Regulares, en la parte de los Paralelo gramos, como lo indica la pregunta número 5, y el otro tema es el de las simetrías en donde si realmente se encuentran muy pobres sus conceptos pues no saben discernir entre los movimientos de las simetrías, con las propios tipos de simetrías que utilizamos en Arquitectura.

Para tener una visón de lo que anteriormente se dijo se procedió a realizar el análisis de todas las pruebas y con el se realizo el cuadro No. 9

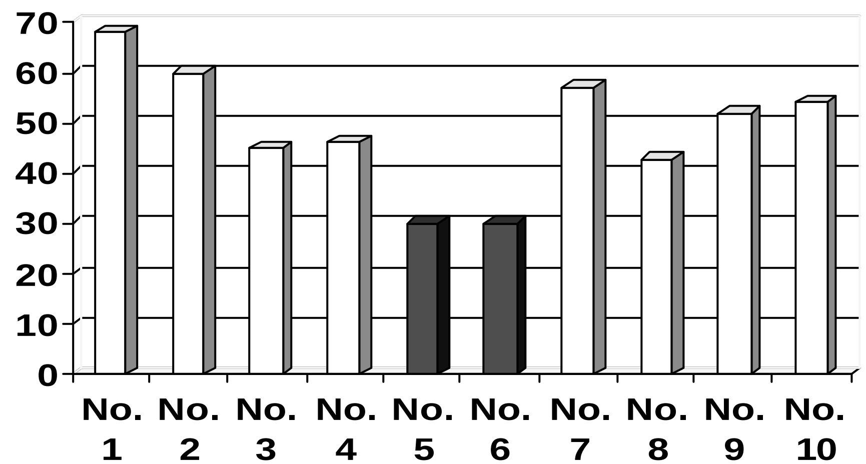
Cuadro No. 9: Resultados de prueba de conocimiento realizada por alumnos del Curso de Dibujo Proyectual, muestra los puntos débiles que se necesitan reforzar, estas son las preguntas 5 y 6, las que cuentan con un número alto de desaciertos.

| No. Pregunta | Correcta | Incorrecta | No Contesto |
|---|---|---|---|
| Número 5 | 30 | 34 | 9 |
| Número 6 | 30 | 40 | 3 |

Fuente elaboración propia en base a Prueba de Conocimientos.

Gráfica No. 3: Los resultados de la prueba de conocimiento realizada por alumnos del Curso de Dibujo Proyectual, se ve mejor y muestra los puntos débiles que se necesitan reforzar, estas son las preguntas 5 y 6, las que cuentan con un número alto de desaciertos.

.




Fuente elaboración propia en base a Prueba de Conocimientos

# CONCLUSIONES

- Se concluyo que realmente se necesitaba un material de apoyo para los estudiantes de Geometría, de la Facultad de Arquitectura (U.S.A.C.).

- Con este manual de Apoyo, se esta dando paso a una mejora en el nivel de aprendizaje de los estudiantes de Geometría de la Facultad de Arquitectura.

- Para que fuera fácil de utilizar y de poder aplicar cada uno de los ejemplos, se trabajo de una manera muy conciente tomando en cuenta que en algunos casos las explicaciones no son lo bastante claras como por ejemplo una buena graficación.

- El contenido fue realizado en base a el programa del curso y la asesoría fue directamente con los docentes que imparten el curso por lo que se realizó pensando en las carencias que estos docentes han visto que se dan en sus cursos

- Con este Manual no solo aprende el estudiante, sino que el docente refuerza sus contenidos.

# RECOMENDACIONES

Después obtener los resultados y análisis de la problemática que se da en Geometría, con la demostración de los resultados recomendamos:

- Dividir el curso de Geometría en dos cursos, debido al excesivo contenido que no se puede desarrollar en un solo semestre

- Darle la importancia que la Geometría tiene en la Arquitectura y no es de relleno de pensum.

- Motivar a los estudiantes a que tomen en cuenta que la Geometría es la Base de una Buena Arquitectura

- Integrar la Geometría en Diseño Arquitectónico, con el apoyo de los docentes, asesorarlos mediante las bases de la Arquitectura (Geometría).

- Que los docentes realmente conozcan mucho mas de la Geometría

# BIBLIOGRAFÍA

Baldor Geometría plana y del Espacio con una introducción a la Trigonometría
Cultural Peruana S.A.
**Prof. J. A. Baldor**

**Encarta 2004**

Matemática 4
Editorial Coveñas S. A. C
**Manuel Coveñas Naquiche**

Geometría plana y del espacio UNI: ‘65 - ‘82
Colección Pampa de Nazca
**Héctor Lama M.**

Matemática constructiva 9.
Enciclopedia temática LAROUSSE.

Enciclopedia temática PLANETA

Geometría plana y del espacio
**Jorge Wentworth y David E. Smith**
Ginn y Compañía Chicago 1965

Geometría
**Peter B. Geltner**
Internacional Thompson Editores
3era. Edición 1978

Teoría y Problemas de Geometría Plana
**Barnett Rich, Ph. D.**
Libros McGraw-Hill
2a. Edición México 1972

Geometría Analítica
**Joseph H. Kindle**
Schaum + McGraw-Hill
México 1978

**Castelnuovo, Guido**.
“Lecciones de Geometría Analítica”
Editorial Técnica SRL,
Montevideo 1976

**Eves, Howard.**
“Estudio de las geometrías”
Tomo I. UTHEA,
México 1969

**Calderón Barquín, Francisco José**
Curso de dibujo técnico industrial. 31 ED.,
México: Porrúa 1987.

**Fernández Calvo, Silvestre**
La geometría descriptiva aplicada al dibujo técnico arquitectónico.
México: Trillas 1992.

**Guzmán Herrera, Abelardo**
Geometría y trigonometría.
México: Publicaciones cultural 1996.

**Magnus, Günter Hugo**
Manual para dibujantes e ilustradores. 2 ed.,
Barcelona: Gustavo Gili 1999.

**Pedoe, Dan**
La geometría en el arte.
Barcelona, 1979:
Gustavo Gili.

**Sánchez Sordo, Manuel**
Cómo dominar la geometría.
Madrid, 1988
Editorial Playor.
Raúl Aguilera Liborio, Matemática de Segundo Año de Bachillerato. UCA. Diciembre 2003.
Matemática de 7º Grado. Lara Velásquez.

**En Internet:**

WWW.YAHOO.COM

WWW.GOOGLE.COM

WWW.ALTAVISTA.COM

http://linux1.tlc.north.denver.k12.co.us/~gmoreno/MESA/alex_r_rectas.html

http://www.angelfire.com/ar/geom/circ.html

http://www.cnice.mecd.es/Descartes/1y2_eso/Los_cuadrilateros/Cuadrilateros.htm

http://www.math.nmsu.edu/breakingaway/Lecciones/kites/kites.html

http://sipan.inictel.gob.pe/internet/av/geometri/cuadri.htm Aula Virtual de Geometría.

http://www.uaq.mx/matematicas/origami/ejerc.html

http://docentes.uacj.mx/flopez/Cursos/Geometria/Unidades/default.htm

http://www.escolar.com/geometr/06cuadrila.htm

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/matemat/triangulo/trian13.html

http://www.sapiens.ya.com/geolay/pagehtm/geometria.htm

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/matemat/poligonos/poli4.html

www.uaq.mx/matemáticas/origami/ejerc.html

www.escolar.com/geometr/08angulos.htm-22k

www.personals.iddeo.es/2tt/for/f7triangulo.htm-14k

www.mate.com/longituddearco/htm

www.cnice.mecd.es/descartes/1y2.eso/medicion _de _ ángulos/angulos2.htm

www.tip.cdu.mx/publica/boletines/anteriores/6247/demostraciones11.htm

http://www.uaq.mx/matematicas/origami/ejerc.html

http://www.terra.es/personal/rogero/trazado/poligon.htm

http://www.newsartesvisuales.com/funda/compo4.htm

http://www.geocities.com/ResearchTriangle/Thinktank/4492/noticias/la_proporcion_aurea.htm

http://www.cnice.mecd.es/recursos/bachillerato/arte/arte/pintura/fibonaci.htm

http://www.maths.gla.ac.uk/~wws/cabripages/classic.html

http://usuarios.tripod.es/ijic0000/conicas.htm

http://personal.telefonica.terra.es/web/jmora7/Archiv/95recunog

http://teleline.terra.es/personal/joseantm/

http://icarito.tercera.cl/enc_virtual/matemat/poligonos/poli4.html

http://www.uaq.mx/matematicas/origami/ejerc.html

http://linux1.tlc.north.denver.k12.co.us/~gmoreno/MESA/alex_r_rectas.html

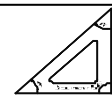
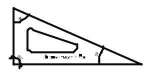
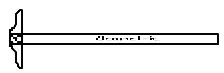
http://www.angelfire.com/ar/geom/circ.html

http://www.uaq.mx/matematicas/origami/ejerc.html

http://www.terra.es/personal/rogero/trazado/poligon.htm

# A N E X O

## INSTRUMENTOS QUE SE RECOMINEDAN PARA TRABAJAR CON ESTE MANUAL

| Instrumentos | | |
|---|---|---|
|  | ☐ | Esta Escuadra tiene dos angulos de 45° y uno de 90°. |
|  | ☐ | Esta Escuadra tiene un ángulo de 30° otro de 60° y el otro de 90°. |
|  | ☐ | El transportador se sugiere que sea de 180° legibles para poder realizar los trazos de la ángulación. |
|  | ☐ | El Compás se sugiere que este sea de precisión, mejor si se evitan usar los escolares. |
|  | ☐ | Para realizar los trazos se debe de utilizar un lápiz de mina B o portaminas de 2 mm. |
|  | ☐ | Escalimetro, revisar que estos sean del sistema metrico decimal. No utilizar el de pulgadas. |
|  | ☐ | La Regla T, que sea de por lo menos 60 centimetros y de preferencia de madera. |