UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

# APLICACION DE LAS MATEMATICAS FINANCIERAS EN LA PROFESION DEL CONTADOR PUBLICO Y AUDITOR

Tesis

Presentada

a la

Junta Directiva

de la

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

Por

**FELIPE HERNANDEZ SINCAL**

previo a conferírsele el título de

**CONTADOR PUBLICO Y AUDITOR**

en el grado académico de

**LICENCIADO**

Guatemala, Julio de 1996

## JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

| | |
|---|---|
| Decano | Lic. Donato Santiago Monzón Villatoro |
| Secretario | Licda. Dora Elizabeth Lemus Quevedo |
| Vocal Primero | Lic. Jorge Eduardo Soto |
| Vocal Segundo | Lic. Josué Efraín Aguilar Torres |
| Vocal Tercero | Lic. Víctor Hugo Recinos Salas |
| Vocal Cuarto | Br. Carlos Luna Rivara |
| Vocal Quinto | P.C. Carla Macnoit Ramos |

## TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

| | |
|---|---|
| Presidente | Lic. Carlos A. Carrera López |
| Secretario | Lic. Jorge Alberto Trujillo Corzo |
| Examinador | Lic. Mibzar A. Castañon Orozco |
| Examinador | Lic. Amilcar Castillo |
| Examinador | Lic. Enrique Cifuentes |

[redacted]

Guatemala,
9 de mayo de 1996

Señor Decano de la
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de San Carlos de Guatemala
Lic. Donato Monzón Villatoro
Su Despacho

Señor Decano:

En atención a la designación de esa decanatura, he procedido a asesorar al estudiante FELIPE HERNANDEZ SINCAL, en su trabajo de tesis titulado "APLICACION DE LAS MATEMATICAS FINANCIERAS EN LA PROFESION DEL CONTADOR PUBLICO Y AUDITOR".

El citado trabajo de investigación constituye un valioso aporte que enriquece el material de consulta para los profesionales de la Contaduría Pública, estudiantes y demás profesionales relacionados, ya que en él se ilustran con mucha claridad los principales temas de la Matemática Financiera que deben ser utilizados como valiosa herramienta para el análisis de las transacciones que se realizan en el campo financiero.

En mi opinión dicho trabajo de tesis, puede ser aceptado para su discusión en el examen general público al que debe someterse el ponente, previo a optar al título de Contador Público y Auditor en el grado de Licenciado.

Sin otro particular, me suscribo de usted, atentamente,

Lic. Carlos Humberto Hernández Prado
Contador Público y Auditor
Colegiado No. 1418

RSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA

FACULTAD DE
ICIAS ECONOMICAS
Edificio "S-8"
lad Universitaria, zona 12
uatemala, Centroamérica

DECANATO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS: GUATEMALA, TREINTA DE JULIO DE MIL NOVECIENTOS NOVENTA Y SEIS.

Con base en el dictamen emitido por el Lic. Carlos Humberto Hernàndez Prado, quien fuera designado Asesor y la opiniòn favorable del Director de la Escuela de Auditoria, se acepta el trabajo de Tesis denominado: "APLICACION DE LAS MATEMATICAS FINANCIERAS EN LA PROFESION DEL CONTADOR PUBLICO Y AUDITOR", que para su graduaciòn profesional presentó el estudiante FELIPE HERNANDEZ SINCAL, autorizàndose su impresiòn.----------

Atentamente,

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"

Lic. DORA ELIZABETH LEMUS QUEVEDO
SECRETARIO

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
El Secretario
Universidad de San Carlos

LIC. DONATO MONZON VILLATORO
DECANO

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
El DECANO
GUATEMALA, C. A.

# DEDICATORIA

A DIOS: Por darme vida y ayuda para alcanzar este triunfo.

A MI ESPOSA: María De La Asunción del Cid de Hernández
Por su comprensión y ayuda.

A MIS HIJOS: Claudia Verónica, Ericka Maribel, Wendy Lissette,
Mónica Elizabeth y Luis Felipe (+), con mucho Amor.

A MIS PADRES: Victoriana Sincal de Hernández (+)
Catarino Hernández Hí
Agradecimientos por sus esfuerzos

A MIS HERMANOS: Basilio (+), Juan (+), Agustina y María Cristina

A MIS FAMILIARES EN GENERAL

A MI ASESOR: Lic. Carlos Humberto Hernández Prado
Por su colaboración en la realización del presente trabajo.

A TODAS LAS PERSONAS QUE COLABORARON PARA LA REALIZACION DE ESTA TESIS.

A LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS.

A LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

# INDICE

**CAPITULO IV**
**FORMULACION Y EVALUACION FINANCIERA DE PROYECTOS DE INVERSION**

**PITULO V**

**PRECIACION Y AGOTAMIENTO**

## INTRODUCCION

Las matemáticas en todas sus manifestaciones ha servido de base en gran parte para el avance científico, ya que se ha considerado el hecho de que si se puede expresar cuantitativamente un fenómeno, entonces los resultados pueden ser confiables. Se debe considerar que desde la persona menos instruida hasta el profesional de más alto grado académico tendrá más confianza cuando se le presenten números que respalden su hipótesis de trabajo; por lo tanto es apreciable el hecho de que los números son parte imprescindibles de cualquier actividad del ser humano.

Bajo estas consideraciones, es necesario reconocer que los planes de formación profesional que se presentan en cualquier especialidad deben estar acompañados de una base matemática que haya conformado al profesional de tal manera que no solo conozca matemáticas, sino que sepa como usarlas; y en lo que respecta al profesional de las Ciencias Económicas, específicamente el Contador Público y Auditor debe tener una formación sólida en las matemáticas y principalmente en las Matemáticas Financieras.

Lo anterior podrá lograrse si los planes de estudio desde el inicio de cada carrera contemplen las matemáticas, no solo en los aspectos teóricos, sino también dando a conocer ampliamente su aplicación en el medio en el que deberá desenvolverse el profesional, y debe hacerse de tal forma que el estudiante entienda que las matemáticas constituyen una herramienta para el ejercicio profesional.

El presente trabajo de investigación que deseo sustentar está basado en la idea de que las Matemáticas Financieras constituyen una herramienta importante para el profesional de la Contaduría Pública y Auditoría porque se desenvuelve dentro del mundo de las finanzas y que constantemente deberá fundamentar sus decisiones en los resultados de las operaciones matemáticas.

La presente investigación no pretende presentar un trabajo extenso con todos sus aspectos teóricos, sino los puntos de mayor aplicación en nuestro medio y que en alguna forma son más utilizados por los profesionales de las Ciencias Económicas.

CAPITULO I

# INTERES Y DESCUENTO SIMPLE

## 1 INTERES SIMPLE

### 1.1 Concepto de Interés

"Interés es el alquiler o rédito que se conviene pagar, por un dinero tomado en préstamo, es necesario pagar un precio que se expresa por una suma a pagar por cada unidad de dinero prestada, en una unidad de tiempo convencionalmente estipulada."[1]

Comúnmente se manejan dos clases de intereses: **Interés Simple** e **Interés Compuesto**, pero son muy diferentes uno del otro; en el interés simple sólo el capital gana intereses y se calcula sobre el importe original, y se utiliza principalmente en deudas a corto plazo, de un año o menos; mientras que en el interés compuesto, a intervalos de tiempo preestablecidos, el interés vencido es agregado al capital por lo que también gana intereses.

### 1.2 Formas de cobrar el Interés

"El interés se puede cobrar de dos formas:

a. Añadiendo el interés al importe prestado y entregando el total como liquidación al final del período, se denomina **Interés añadido;**

b. Deduciendo el interés del importe a liquidar y entregándole al prestatario la diferencia, se denomina **interés descontado por anticipado.**"[2]

---

[1] Lincoyán Portus, Govinden, Matemáticas Financieras, (México, McGraw Hill, 1985) p. 17.

[2] Esther H. Highland y Roberta S. Rosenbaum, Matemáticas Financieras (México: Prentice Hall, 1991), p. 224.

.3 Factores que intervienen

1.3.1 **Principal o Capital:** Es la cantidad de dinero tomada en préstamo, pero dependiendo de las circunstancias, el capital también se le conoce como **valor presente, o valor actual.**

1.3.2 "**Tasa de Interés:** Es la razón entre el Interés y el Capital por una unidad de tiempo, es decir: $i = I/P$, y si la cantidad encontrada se multiplica por 100, entonces se expresa en porcentaje y se le denomina **tipo de interés.**"[3]

En Matemáticas Financieras la tasa de interés es el factor que hace posible diferenciar el valor del dinero de un día a otro. Cualquier cantidad de dinero valuada hoy, en el futuro será igual a esta misma cantidad más los intereses (Monto). En el pasado será igual a esta cantidad menos los intereses (Valor Actual).

1.3.3 **Tiempo:** Es el periodo por el cual se toma prestado el dinero, pueden ser años, meses o días, o sea el tiempo que transcurre entre las fechas inicial y final de operación

**Métodos de Cálculo del Interés Simple**

Para la determinación del Interés Simple, considerando que es aplicable a periodos cortos de tiempo, regularmente menores de un año, se conocen cuatro métodos de cálculo del Interés Simple, para dichas fracciones de año, a saber:

**1.4.1 Interés Simple Ordinario**

El Interés Simple Ordinario (Io.), se calcula en base a un año de 360 días (30 días por cada mes), y el tiempo será representado de la siguiente forma **$n = t/360$**, contándose para

---

lobos, José Luis, <u>**Matemáticas Financieras.**</u> Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1993,
3

el numerador "t" de la fracción, los días exactos de vigencia de la obligación, utilizando los días calendarios de cada mes, y como denominador 360; el uso del año de 360 días simplifica algunos cálculos, sin embargo aumenta el interés cobrado por el acreedor. Es considerado un método ilógico al combinar meses calendario con un año de 360 días.

### 1.4.2 Interés Simple Exacto

El Interés Simple Exacto (Ie), se calcula en base a un año de 365 días (366 en años bisiestos), contándose para el numerador de la fracción los días exactos de vigencia de la obligación, y como denominador 365; o 366 cuando se trate de año bisiesto; pero para que sea válida la aplicación del año bisiesto, el período de tiempo, o sea la fracción de año deberá abarcar el mes de febrero con su fecha veintinueve, en los años de un siglo, los años bisiestos se presentan cada cuatro años, y se puede determinar si un año es bisiesto dividiendo el año que se trate entre 4, si da un número entero es bisiesto, y si da una cantidad con fracciones no se trata de un año bisiesto, y se utilizará como denominador 365, el tiempo será representado con la fracción **$n = t/365$ o $t/366$.** Es considerado como un método lógico y justo por la utilización de días exactos, tanto para el cómputo de días de vigencia de la obligación como el uso del año calendario.

### 1.4.3 Interés Simple de las Obligaciones

El Interés Simple de las Obligaciones (Iob) es un método poco utilizado en nuestro medio, considerándose como un método lógico, al combinar todos los meses de 30 días con el año de 360 días. Es utilizado para la valuación de bonos u obligaciones, y es representado el tiempo así **n = h/360**, siendo **"h"** el número de días de la obligación, considerando todos los meses de 30 días.

### l.4.4 Interés Simple Mixto

El método de Interés Simple Mixto es considerado como un método ilógico por combinar meses de 30 días con años de 365 o 366 días, y de poco uso en nuestro medio, el tiempo es representado así **n = h/360 o h/366,** siendo el numerador "h" el número de días de la obligación, considerando todos los meses de 30 días.

### mbología

En Matemáticas financieras es muy importante conocer los símbolos que identifican las les que intervienen en su cálculo. Esta simbología difiere de un autor a otro, y de un país a otro, o alquier centro de estudios a otro, lo más importante es conocer su significado o el dato que enta, además se debe considerar que los símbolos son importantes porque facilitan la elaboración ecuaciones o fórmulas para la resolución de problemas. En la resolución de problemas de este o de investigación, se utilizará la simbología que es conocida en nuestro medio, en los cursos de náticas Financieras.

P = Capital Original

n = Tiempo

t = Tiempo exacto entre dos fechas, utilizando meses calendario

h = Tiempo entre dos fechas, utilizando meses de 30 días cada uno.

i = Tasa de interés

S = Monto

Es necesario hacer la observación de que la variable **"i"**, representa la expresión del tanto por o sea la cantidad pagada por cada unidad de dinero prestado; se obtiene de la siguiente manera, el porcentaje a aplicar se divide entre 100, para lograr la expresión del tanto por uno (Ej. 8% será 8/100 =0.08).

### 1.6 Determinación del tiempo exacto entre dos fechas.

El tiempo durante el cual un préstamo se encuentra pendiente de pago, o sea el período entre el momento en que se toma el préstamo y su liquidación, se puede señalar mediante fechas, por ejemplo, "se tomó un préstamo el 5 de enero y se liquidó el 3 de marzo". Para calcular el interés es necesario entonces determinar el número exacto de días entre las dos fechas. En esta información no se señaló el año, por lo tanto se debe suponer que no se trata de un año bisiesto.

El número exacto de días, se puede determinar contando la fecha inicial o la final, nunca ambas; en el caso que hemos señalado del 5 de enero al 3 de marzo procede de la siguiente forma: del 5 al 31 de enero hay 27 días, por lo tanto,

| | | |
|---|---|---|
| En enero | | 27 días |
| En febrero | | 28 días |
| En marzo | | 2 días |
| | Tiempo | 57 días |

En el caso que hemos indicado, se incluyó el primer día, no así el último de acuerdo a la Resolución No. 9994 de la Junta Monetaria.

### 1.7 Aplicaciones

Cualquier problema de Matemáticas Financieras está planteado según el criterio del autor, y para su resolución es necesario el análisis y ordenamiento de los datos, por lo que se debe identificar cada una de las variables que intervienen en su cálculo, si es un problema planteado en la práctica de la profesión, es más sencillo el procedimiento de resolución porque se cuenta con datos reales y no se debe asumir el criterio de ningún autor para su análisis, pero para el presente trabajo de investigación se izar cuidadosamente los problemas planteados por tratarse de casos supuestos o elaborados es diversos.

**.7.1 Determinación del Interés**

Para determinar el Interés, se puede utilizar la fórmula siguiente:

$I = P * n * i$[4]

**ROBLEMA No. 1**

)eterminar el interés generado por un capital otorgado en préstamo el 4 de abril por la de Q.3,500.00, con vencimiento el 19 de mayo, considerando una tasa de interés simple del

**'rocedimiento**

is y ordenamiento de datos

ninar el tiempo correctamente, el mes de abril tiene 30 días, menos 4, nos quedan 26 días, 9 días del mes de mayo, suman 45 días.

indicarse el método, se procede a utilizar el método de Interés Simple Ordinario.

r la fórmula correspondiente $I = P\,i\,n$

ciones Matemáticas

| )atos | $I = P\,i\,n$ |
|---|---|
| $' = 3{,}500.00$ | $I = 3{,}500 \times 0.08 \times 45/360$ |
| $= 0.08$ | |
| $= 45$ | $I = 35.00$ |
| $= t/360$ | |

**Resp. El interés generado fue de Q.35.00**

---

**ario de Fórmulas de Matemáticas Financieras I y II**, Facultad de Ciencias Económicas, lad de San Carlos de Guatemala.

[redacted]



### 1.7.2 Determinación del Monto

Monto es el valor acumulado del capital agregados los intereses devengados durante determinado tiempo; en otras palabras, el Monto es igual al Capital más los intereses.

Fórmula $S = P\,(1 + n\,i)$

**PROBLEMA No. 2**

Una persona desea saber ¿Qué cantidad acumulará al final del plazo por un depósito de Q.10,000.00 que efectuó el 10 de abril y que vence el 15 de julio del mismo año en una institución que le reconoce el 5% anual de interés simple exacto?.

**Datos**
$P = 10{,}000$
$i = 0.05$
$n = t/365$
$t = 96$ dias

FORMULA
$S = P\,(1 + n\,i)$

$S = 10{,}000\,(1 + 96/365 \times 0.05)$

$S = 10{,}000 \times 1.01315068493$

$S = 10{,}131.51$

**Resp. Tendrá acumulada la cantidad de Q.10,131.51**

De la fórmula del monto se pueden derivar otras fórmulas que sirven para encontrar las otras variables que conforman la misma, por transposición de términos, por lo tanto es posible enfocar los problemas de la siguiente manera.

### 1.7.3 Determinación del Principal

**PROBLEMA No. 3**

Una persona necesita saber ¿Qué cantidad de dinero debe invertir a un plazo de 90 días para lograr acumular la cantidad de Q.25,000.00, en una institución donde le reconocen el 14% anual de interés simple ordinario?.

| **Datos** | **Fórmula** |
|---|---|
| S = 25,000 | $P = \dfrac{S}{1 + n\,i}$ |
| i = 0.14 | |
| n = t/360 | |
| t = 90 | $P = \dfrac{25{,}000}{1 + 90/360 \times 0.14} = 24{,}154.59$ |
| P = ? | |

**Resp. Necesitará invertir la cantidad de Q.24,154.59**

**4 Determinación del tiempo**

**PROBLEMA No. 4**

Un estudiante desea adquirir un vehículo con valor de Q.35,000.00. ¿Durante cuánto tiempo necesario mantener invertido la cantidad de Q.25,000.00 para comprar dicho vehículo ierando que le reconocen una tasa del 12% anual de interés simple exacto?

| s | **Fórmula** |
|---|---|
| 5,000 | $n = \dfrac{S/P - 1}{i}$ |
| 5,000 | |
| 12 | $n = \dfrac{35000/25000 - 1}{0.12}$ |
| 365 | |

$$\begin{array}{r l} 3.333333333 & \\ -\,3 & \text{años} \\ \hline 0.3333333333 & \times 365 = 121.666666 \text{ dias} \end{array}$$

**Resp. Necesitará invertirlo por 3 años y 122 días.**

## 1.8 Valor Actual

### 1.8.1 Concepto

Es el valor de cualquier suma de dinero en cualquier fecha anterior a la que debe hacerse efectiva. Si se trata de obligaciones, el valor actual de una obligación es el valor que tiene antes de su vencimiento. Si se trata de derecho futuro, su valor actual es la cantidad determinada antes de la fecha en que podamos disponer de él.

Para formalizar una deuda generalmente se emite un título de crédito que garantice al prestamista el pago de la misma, dichos documentos pueden indicar que devengan o no devengan interés, dependiendo de cómo fue contratada una deuda; esta puede ser cancelada al vencimiento a su Valor Nominal, que incluye el capital inicial más los intereses o bien se cancelará calculando el interés al capital original para cancelarlo al final del plazo. Es en esta forma como surgen los criterios de documentos que indican que devengan interés y otros que no lo indican.

Por lo tanto, el valor al vencimiento en algunos casos es el mismo Valor Nominal del documento, donde se reconoce que una deuda a pagar en el futuro por cierta cantidad sin que se le calculen intereses; pero en otros casos, el **Valor al Vencimiento** será el Valor Nominal del documento, más los intereses correspondientes, si en el mismo se indica que devenga interés. En los dos casos se debe comprender que las obligaciones siempre devengan un interés, ya que en toda operación financiera se debe considerar la aplicación de una tasa de interés, las expresiones de que devengan o no interés es únicamente para la determinación correcta del Valor Actual de dichas obligaciones.

## 8.2 Procedimiento de cálculo del Valor Actual

### 1.8.2.1 Documentos que no indican que devengan interés

En este caso únicamente se determina el Valor Actual de la obligación, o sea al Valor Nominal de la deuda, que es el mismo valor al vencimiento.

**'ROBLEMA No. 5**

Jn título de crédito vence dentro de 48 días con valor nominal de Q.10,000.00, determinar ı Valor Actual si se considera en la transacción el 18% anual de interés simple exacto.

**Eje del Tiempo**

S = 10,000

|------------------------------------------|

n = 48/365

P = ?<------------------------------------------|

)atos

; = 10,000 $\qquad P = \dfrac{10{,}000}{1 + 48/365 \times 0.18}$

ı = 48/365

= 0.18

› = ? **Resp. El Valor Actual es de Q.9,768.76**

### 1.8.2.2. Documentos que sí indican que devengan interés

**Cuando el Valor Nominal sea el Principal o el Capital**

**1er. Paso: Determinar el Monto**

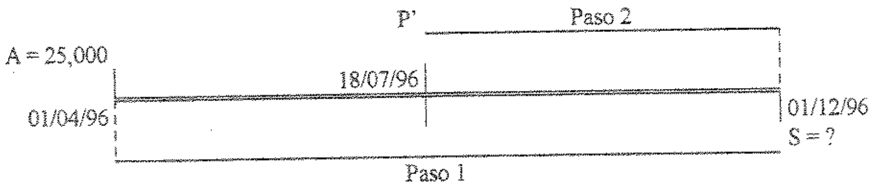
$$S = P(1 + n\,i)$$

**2o. Paso: Determinar el Valor Actual por la Fórmula**

$$P = \frac{S}{1 + n\,i}$$

**PROBLEMA No. 6**

El día 18 de julio se negoció un pagaré con valor nominal de Q.25,000.00, emitido el 1 de abril cha de vencimiento el día 1 de diciembre del año 1996, se indicó que devengaba el 8% anual de interés simple; para efectos de la negociación se consideró una tasa del 9% anual de interés simple exacto. ¿Cuánto se pagó por el documento?




| Datos Paso 1 | Fórmula |
|---|---|
| $P = 25000$ | $S = P\,(1 + n\,i)$ |
| $t = 244$ | |
| $n = 244/360$ | $S = 25{,}000\,(1 + 244/360 \times 0.08)$ |
| $i = 0.08$ | |
| $S = ?$ | $S = 26{,}355.56$ |

| Datos Paso 2 | |
|---|---|
| $S = 26{,}355.56$ | $P' = \dfrac{S}{1 + n\,i}$ |
| $t = 136$ días | |
| $n = 136/365$ | |
| $i = 0.09$ | $P' = \dfrac{26{,}355.56}{1 + 136/365 \times 0.09}$ |
| $P' = ?$ | |

$P' = 25{,}500.42$

**Resp. Se pagó por el documento Q.25,500.42**

## :SCUENTO SIMPLE

**onceptos**

### .1.1 Descuento Simple

Se denomina descuento simple a la operación de hallar el valor actual de una cantidad a pagar en el futuro, aplicándole una tasa de interés simple, por el tiempo que falta para su vencimiento.

### :.1.2 Descontar un Documento

Es la acción de recibir o pagar hoy una cantidad de dinero, a cambio de una suma mayor comprometida para pagarse en una fecha futura, bajo las condiciones convenidas en el título de crédito. Un título de crédito tiene la calidad de un bien mueble, puede ser vendido, en este caso se denomina ser descontado, una o varias veces antes de la fecha de su vencimiento y cada comprador descuenta el documento por el tiempo que falta para su vencimiento.

### :.1.3 Valor Liquido o Valor Efectivo

Es el Valor Nominal menos el descuento, o sea el valor en dinero que se recibe en el momento de descontar la obligación.

### :.1.4 Tasa de Descuento

La **Tasa de descuento**, se define como la razón del descuento dado en la unidad de tiempo, al capital sobre el cual está dado el descuento; la tasa de descuento anual se expresa como un porcentaje, o sea el porcentaje del valor nominal que deduce el prestamista al descontar el pagaré.

En la práctica comercial cuando se adquiere un préstamo por una cantidad determinada, regularmente se formaliza dicha transacción con un documento o pagaré que ampara una cantidad mayor que la que se recibió por el préstamo, porque en ella se incluyen los intereses, y a dicho valor se le conoce como **Valor Nominal** del documento que no es más que la acumulación de los intereses al capital originalmente prestado.

También es común en la práctica comercial que el poseedor del documento o sea el prestatario necesite contar con efectivo inmediato, y para ello tenga que acudir a un tercero que regularmente es una institución bancaria, para descontar dicho documento a un precio menor al valor nominal, es decir con **descuento**.

## 2.2 Clases de Descuentos

Se conocen varios tipos de descuentos, entre los más comunes se encuentran:

### 2.2.1 Descuento Bancario

Es la cantidad de dinero que se rebaja del valor nominal de un Titulo de Crédito negociado antes de su vencimiento en una institución bancaria, aplicándole una tasa de descuento anual, que se expresa en un porcentaje.

#### 2.2.1.1 Simbología

Db = Descuento Bancario

S = Valor al Vencimiento

d = Tasa de Descuento

n = Tiempo t/365

t = Días que faltan para el vencimiento

VL = Valor Líquido

### 2.2.1.2 Fórmulas

$$Db = S\,n\,i$$

$$d = \frac{Db}{S\,n}$$

$$n = \frac{Db}{S\,d}$$

$$S = \frac{Db}{n\,d}$$

$$S = \frac{VL}{1 - nd}$$

$$VL = S\,(1 - nd)$$

### 2.2.1.3 Procedimientos

Cuando se descuentan documentos que indican que devengan interés, se debe hallar primero el Valor al Vencimiento o Monto Nominal que no es más que el Capital original más los intereses, y luego aplicar el descuento bancario respectivo por el tiempo que falta para su vencimiento. Cuando se descuentan documentos que no indican que devengan interés, se asume que el valor nominal es igual al valor al vencimiento, por lo tanto únicamente se aplica el descuento al valor nominal por el tiempo que falta para el vencimiento.

### 2.2.1.4 Ejemplos

**?ROBLEMA No. 7**

.a señora Lutecia Morales descontó un documento el día 10 de Marzo, con valor nominal de
)0 que devenga el 5% anual de interés simple, fue emitido el mismo día de descuento y con
ento el día 10 de mayo, el descuento aplicado por el banco fue el 8% anual. ¿Cuánto recibió
ı Morales por el documento descontado?.

**a) Determinar el valor al vencimiento a Interés Simple**

Datos

| | |
|---|---|
| $P = 6{,}000$ | $S = P\,(1 + n\,i)$ |
| $n = t/360$ | |
| $t = 61$ | $S = 6{,}000\,(1 + 61/360 \times 0.05)$ |
| $i = 0.05$ | |
| $S = ?$ | $S = 6{,}050.83$ |

**b) Determinar el Valor Líquido**

Datos

| | |
|---|---|
| $S = 6{,}050.83$ | $VL = S\,(1 - n\,d)$ |
| $d = 0.08$ | |
| $n = 61/365$ | $VL = 6{,}050.83\,(1 - 61/365 \times 0.08)$ |
| $t = 61$ | |
| $VL = ?$ | $VL = 6{,}050.83 \times 0.986630137$ |
| | $VL = 5{,}969.93$ |

**Resp. La señora Morales recibió Q.5,969.93**

**PROBLEMA No. 8**

Un título de crédito con valor nominal de Q.7,500.00, vence dentro de 4 meses, fue descontado en el Banco del Sur, recibiendo el propietario del documento la cantidad de Q. 7,387.50. ¿Cuál fue la tasa de descuento anual aplicado por el banco?.

Datos

| | |
|---|---|
| $VL = 7{,}387.50$ | $d = \dfrac{Db}{S\,n}$ |
| $S = 7{,}500.00$ | |
| $n = 4/12$ | |
| $Db = 112.50$ | $d = \dfrac{112.50}{7{,}500 \times 4/12}$ |
| $d = ?$ | |
| | $d = 0.045 \times 100 = 4.5\,\%$ |

**Resp. La tasa de descuento fue 4.5% anual.**

**PROBLEMA No. 9**

El señor Ismar Estuardo Herrera, posee un título de crédito con valor nominal de Q.12,500.00, e el 14 de octubre de 1996, el Banco de Bananera le ofrece pagar la cantidad de Q,12,000.00, ontándole a una tasa del 7% anual. ¿En qué fecha debe descontar el documento si desea obtener la dad ofrecida?.

s
= 12,500
= 12,000
= 0.07
= t/365
= ?.

$$n = \frac{Db}{S\,d} = \frac{S - VL}{S * d}$$

$$n = \frac{500}{12{,}500 \times 0.07}$$

$n = 0.571428571$

$n = 0.571428571 \times 365$

$n = 209$ días

| | |
|---|---|
| octubre | 14 días |
| septiembre | 30 |
| agosto | 31 |
| julio | 31 |
| junio | 30 |
| mayo | 31 |
| abril | 30 |
| marzo (31-19) | 12 |
| | 209 |

**El documento debe descontarlo el 19 de Marzo de 1996.**

**2.2 Descuento Racional o Matemático,**

El Descuento Racional o Matemático es igual a los intereses simples del capital, que en fecha futura dará el Monto de la deuda, o sea la diferencia entre el Valor al Vencimiento (Monto) y el Valor Actual (Principal).

La **Tasa de descuento**, se define como la razón del descuento dado en la unidad de tiempo, al capital sobre el cual está dado el descuento; la tasa de descuento anual se expresa como un porcentaje.

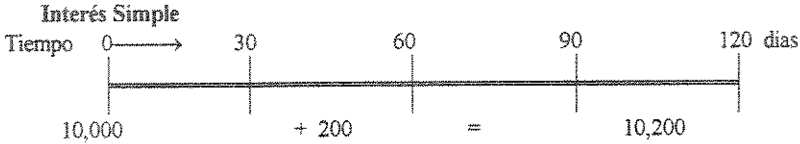
De las definiciones presentadas se puede determinar que el concepto de Interés Simple, es aplicable para el descuento racional, con las diferencias conceptuales siguientes;

**a)** Para el interés simple se toma como base el tiempo que debe transcurrir para que genere dichos intereses y se acumule a la deuda original para convertirse en Monto; mientras que en el descuento racional, se debe considerar el tiempo que falta para el vencimiento.

**b)** En el interés simple, los intereses se pagarán al final del plazo, o sea el capital más los intereses al vencimiento; mientras que el descuento racional, los intereses se deben pagar anticipadamente, o sea al inicio del plazo.

Gráficamente se puede distinguir el concepto del Interés simple y el Descuento Racional de la siguiente forma: Se tienen los siguientes datos: Capital = 10,000.00, Tiempo 120 días, y Tasa de Interés de 6 % anual.

**Interés Simple**



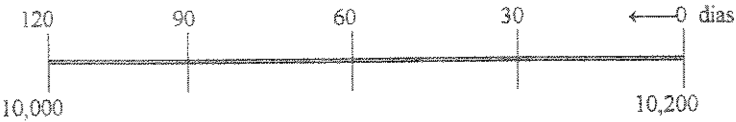

En el interés simple, el Principal más los intereses es igual al Monto.

$$S = P + I$$

$$S = 10{,}000 + 200$$

$$S = 10{,}200$$

**)escuento Racional**




:n el Descuento Racional o Matemático, el Monto menos el Descuento es igual al Principal.

$$S - D = P$$

$$P = S - D$$

$$P = 10{,}200 - 200$$

$$P = 10{,}000$$

**2.2.2.1 Fórmulas**

$$Dr = S \left[ 1 - \frac{1}{1 + ni} \right]$$

$$n = \frac{Dr}{P\, i}$$

$$i = \frac{Dr}{P\, n}$$

**2.2.2.2 Aplicaciones**

**?ROBLEMA No. 10**

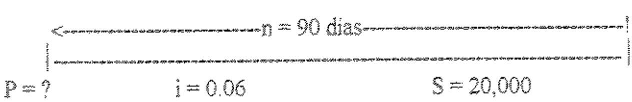
Jna persona firma un pagaré el día de hoy 15 de mayo por la cantidad de Q.20,000.00, con

:nto el 13 de agosto. ¿Cuánto recibirá hoy, si se aplica una tasa del 6% anual de descuento

o matemático?

00

)




$$Dr = S \left[ 1 - \frac{1}{1 + ni} \right]$$

$$Dr = 20{,}000\ \left[1 - \frac{1}{1 + 90/360 \times 0.06}\right]$$

$Dr = 295.57$

Capital = S - Dr

$P = 20{,}000 - 295.57$

$P = 19{,}704.43$

**Resp. Recibirá el día de hoy Q.19,704.43**

**PROBLEMA No. 11**

Un título de crédito fue negociado 3 meses antes de su vencimiento, con valor nominal de Q.1,750.00, y vendido en Q.1,540.00. ¿Qué tasa de descuento se consideró en la transacción?.

Datos

$S = 1{,}750$
$P = 1{,}540$
$n = t/360$
$t = 90$
$Dr = 210$
$i = ?$

$Dr = S - P$

$Dr = 1750 - 1540$

$Dr = 210$

$$i = \frac{Dr}{P\,n}$$

$$i = \frac{210}{1540 \times 3/12}$$

$i = 0.54545454$

**Resp. La tasa de descuento aplicado es el 54.54 %**

**PROBLEMA No. 12**

¿Cuántos dias antes de su vencimiento se negocia un pagaré en Q.784.00, si su valor nominal es de Q.850.00, aplicándole una tasa de descuento racional de 22 % anual?

Datos

$S = 850$
$P = 784$
Dr 66
$i = 0.22$
$n = ?$

$$n = \frac{Dr}{P * i}$$

$$n = \frac{66}{784 \times 0.22} = 0.382653061$$

**Nota:** La fracción encontrada es una porción de año, por lo que se deberá multiplicar por 360, que son los días del año base que se utiliza en el descuento Racional o Matemático.

$$0.382653061 \times 360 = 137.755102$$

**Resp. El documento fue negociado 138 días antes de su vencimiento**

### 2.2.3 Descuento por Pronto Pago

El descuento por pronto pago es una rebaja concedida sobre el precio de una mercancía como un incentivo para que sea pagada inmediatamente o dentro de un plazo determinado. Tiene como finalidad agilizar la cobranza de documentos por cobrar para reducir los riesgos por cuentas incobrables, como también para satisfacer las necesidades de efectivo que surjan en la empresa.

#### 2.2.3.1 Expresión del descuento

Los descuentos se expresan en forma de quebrado, representando el numerador de la expresión el % de descuento y el denominador los días o meses para pagar la factura, así:

a) **4/30** significa 4 % de descuento y 30 días plazo para pagarlo.

b) Cuando no se concede ningún descuento la expresión anterior queda de la siguiente forma: **b) n/120** significa precio neto en 120 días, es decir: si el pago se realiza a los 120 días se debe pagar el valor neto de la factura.

#### 2.2.3.2 Cálculo del descuento

El cálculo del descuento se obtiene mediante la multiplicación del valor de la Factura por el % de descuento.

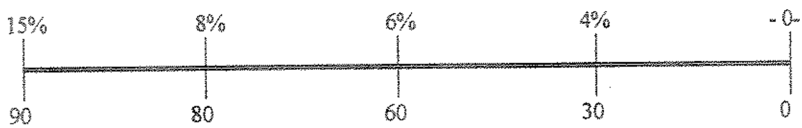
### 2.2.3.3 Procedimientos

**PROBLEMA No. 13**

Un Almacén de Electrodomésticos compra el 2 de marzo, mercaderías por valor de Q.5,000.00, con las siguientes condiciones de pago: Contado 15%, 8/10, 6/30, 4/60 y 3 meses neto.

| Alternativa | Condición de Pago | % de Desc. | Valor de Factura | Desc. | Valor Neto |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Contado | 15 % | 5,000.00 | 750.00 | 4,250.00 |
| 2 | 10 días | 8 % | 5,000.00 | 400.00 | 4,600.00 |
| 3 | 30 días | 6 % | 5,000.00 | 300.00 | 4,700.00 |
| 4 | 60 días | 4 % | 5,000.00 | 200.00 | 4,800.00 |
| 5 | 3 meses | | 5,000.00 | --- | 5,000.00 |

### 2.2.3.4 Análisis Gráfico




### 2.2.3.5 Relación con el Interés Simple

Lo más importante desde el punto de vista financiero es determinar que alternativa resulta más ventajosa para el comprador, y en que momento debe aprovechar un descuento ofrecido por el vendedor, en el cual puede obtener un rendimiento mayor por dicho pago anticipado, lo que representa como un préstamo al vendedor por parte del comprador, ya que el comprador tiene un plazo mayor para hacer efectivo dicho pago; el resultado que se obtiene de relacionarlo con el Interés Simple, se debe considerar la mejor alternativa que es la mayor tasa de interés, que no será siempre la alternativa de contado. Por lo tanto al considerar las variables del interés simple para cada uno de los descuentos, se tiene que:

$$i = \frac{I}{P\,n} = \frac{750}{4{,}250 \times 90/360} = 0.705882352 \qquad \mathbf{i = 0.71}$$

$$i = \frac{400}{4{,}600 \times 80/360} = 0.391304347 \qquad \mathbf{i = 0.39}$$

$$i = \frac{300}{4{,}700 \times 60/360} = 0.382978723 \qquad \mathbf{i = 0.38}$$

$$i = \frac{200}{4{,}800 \times 30/360} = 0.50 \qquad \mathbf{i = 0.50}$$

**Resp. La alternativa más ventajosa es el pago al contado.**

### 2.2.4 Descuentos Sucesivos o en Cadena.

Son descuentos sobre el valor de una factura, y son ofrecidos por el vendedor por varias razones independientes entre si. Estos descuentos sucesivos reciben el nombre de **descuentos en cadena o en serie;** pero por ser descuentos independientes, cada uno de ellos se efectúa sobre el valor neto de la factura, después de deducir el descuento anterior.

#### 2.2.4.1 Aplicaciones

**PROBLEMA No. 14**

Sobre una factura con valor de Q.10,000.00 se conceden los siguientes descuentos:

| | |
|---|---|
| a) Por compras al por mayor | 8 % |
| b) Por Promoción especial de verano | 5 % |
| c) Por despacho sin empaque | 6 % |

**Estos descuentos se aplican de la siguiente forma:**

| Valor Neto de Factura | % de Descuento | Cantidad de Descuento | Valor Neto de Factura |
|---|---|---|---|
| 10,000.00 | 8 % | 800.00 | 9,200.00 |
| 9,200.00 | 5 % | 460.00 | 8,740.00 |
| 8,740.00 | 6 % | 524.40 | 8,215.60 |

**Valor Neto a Pagar Q. 8,215.60**

### 2.2.4.2 Descuento comercial único equivalente a varios descuentos en cadena

Para calcular el descuento único equivalente a una cadena de descuentos, se debe establecer la ecuación de equivalencia entre los valores netos de una factura con su valor, con descuentos en cadena.

**Fórmulas**

$$Du = 1 - [(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)....(1 - d_n)]$$

$$VN = S[(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)....(1 - d_n)]$$

**PROBLEMA No. 15**

Utilizando los datos del ejercicio anterior, se pide establecer el Descuento y el Valor Neto de la Factura.

**Establecer el descuento único**

Datos

$S = 10{,}000$ $\qquad Du = 1 - [(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)]$

$d_1 = 0.08$

$d_2 = 0.05$ $\qquad Du = 1 - [(1 - 0.08)(1 - 0.05)(1 - 0.06)]$

$d_3 = 0.06$

$$Du = 1 - 0.82156$$

$$Du = 0.17844$$

Descuento de la Factura Q.10,000 x 0.17844

**Resp. El descuento aplicable a la factura es de Q.1,784.40**

**Establecer el valor neto de la factura.**

$VN = S\,[(1 - d_1)\,(1 - d_2)\,(1 - d_3)....(1 - d_n)]$

$VN = 10{,}000\,[(1 - 0.08)\,(1 - 0.05)\,(1 - 0.06)]$

$VN = 8{,}215.60$

## CUACION DE VALOR

### 1 Concepto de Ecuación de Valor

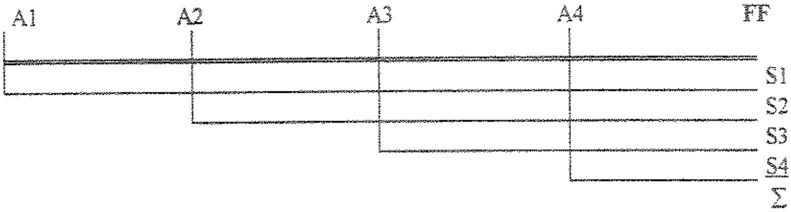
Cualquier problema de Matemáticas Financieras se resuelve mediante una ecuación de valor, y no es más que una igualdad entre salidas y entradas de dinero. En cuanto a la ecuación de valor se puede conceptualizar como dos series de obligaciones vinculadas por un signo de igualdad y toda vez que los vencimientos de cada operación han sido trasladados a la misma fecha llamada **Fecha Focal o Fecha de Valuación** se podrá resolver el problema planteado.

En las operaciones comerciales es frecuente y necesario cambiar un paquete de obligaciones por otro conjunto de diferentes capitales disponibles en diferentes tiempos. Para lograr esto es necesario trasladar todas las obligaciones a una fecha común y obtendremos entonces una ecuación de valor que permita igualar el conjunto de obligaciones iniciales referidas al momento de referencia o fecha focal.

### .2 Casos que se presentan

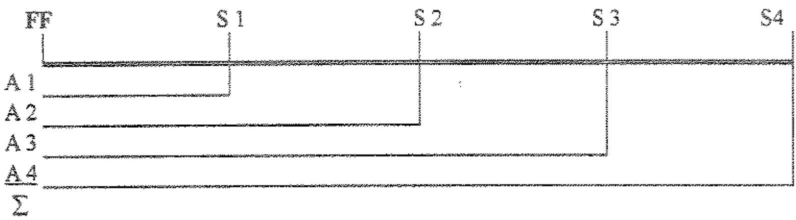
#### 3.2.1 Sumatoria de Montos

Este caso se presenta cuando varias obligaciones son sustituidas por otra obligación pagadera en una fecha posterior al de la última obligación. Se puede ilustrar de la siguiente forma:



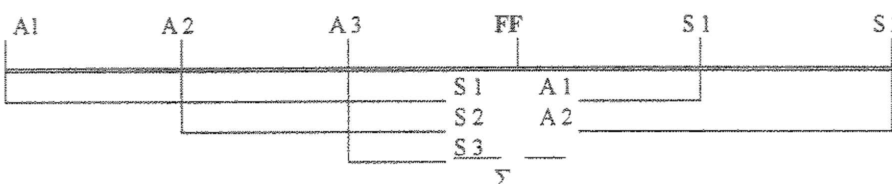

### 3.2.2 Sumatoria de Valores Actuales

Este caso se da cuando una serie de obligaciones es sustituida por otra obligación en una fecha anterior a la fecha de la próxima obligación a cumplir. Se puede ilustrar de la siguiente forma:




### 3.2.3 Sumatoria de Montos y Valores Actuales

Se da este caso como una combinación de los dos casos anteriores en el que se sustituye una obligación por otra en una fecha intermedia del conjunto de obligaciones. Se puede ilustrar de la siguiente forma:

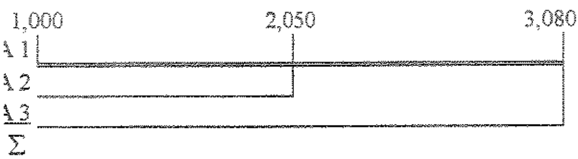


**:aciones**

Las fórmulas a utilizar en cada caso serán las mismas que se han visto en los puntos nteriores del Interés Simple, únicamente igualando la sumatoria de las mismas a "X", así:

**'ROBLEMA No. 16**

;e quieren negociar 3 documentos con vencimientos así: Un documento vence el día de hoy r nominal de Q.1,000.00, el segundo documento con valor nominal de Q.2,050.00, y venci- :n 6 meses; y un tercer documento que vence dentro de 1 año con valor nominal de 00. ¿Qué valor tendrán el día de hoy y por qué valor se debe suscribir un nuevo documento si lera en la negociación una tasa de interés del 4% anual de interés simple?.




$$X = 1{,}000 + \frac{2{,}050}{1 + 6/12 \times 0.04} + \frac{3{,}080}{1 + 1 \times 0.04}$$

)0
;0
30

$$X = 1{,}000 + 2{,}009.80 + 2{,}961.54$$

2

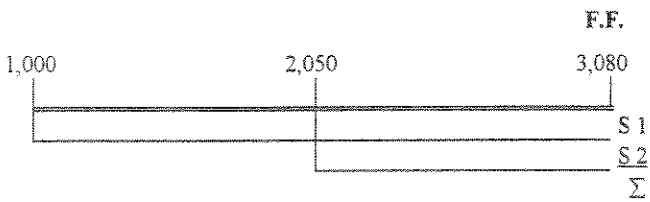
$$X = 5{,}971.34$$

4

**Resp. El Valor del nuevo documento será de Q.5,971.34**

**'ROBLEMA No. 17**

:onsiderando los datos del problema anterior, pero trasladando la fecha focal al final del plazo, ar el valor de dichas obligaciones.



Datos

$P_1 = 1{,}000$
$P_2 = 2{,}050$
$P_3 = 3{,}080$
$n_1 = 1$
$n_2 = 6/12$
$i = 0.04$

$X = P_1\,(1+n_1 \times i) + P_2\,(1 + n_2 \times i) + P_3$

$X = 1{,}000(1 + 1\text{x}0.04) + 2{,}050(1 + 6/12\text{x}0.04) + 3{,}080$

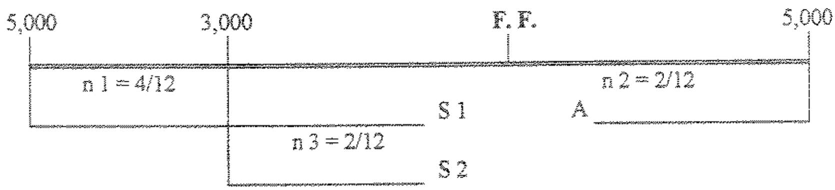
$X = 1{,}040 + 2{,}091.00 + 3{,}080$

$X = 6{,}211.00$

**Resp. El valor de las obligaciones al final del plazo es de Q. 6,211.00**

**PROBLEMA No. 18**

El Señor Juan Pérez tiene dos obligaciones pendientes de cancelar, una venció hace 4 meses con valor nominal de Q.5,000.00, otra venció hace 2 meses con valor nominal de Q.3,000.00, y además tiene un documento que vence dentro de 2 meses con valor nominal de Q.5,000.00. El día de hoy llegó a un acuerdo con su acreedor para suscribir un nuevo documento que sustituye los tres documentos, considerando para la negociación una tasa de interés del 5% anual de interés simple. ¿Por qué valor se debe suscribir el día de hoy el nuevo documento?.




Datos

$P_1 = 5{,}000$
$P_2 = 3{,}000$
$S = 5{,}000$
$n_1 = 4/12$
$n_2 = 2/12$
$n_3 = 2/12$
$i = 0.05$

$$X = P_1\,(1 + n_1 * i) + P_2\,(1 + n_2 * i) + \frac{S}{1 + n_3 * i}$$

$$X = 5{,}000\,(1+4/12\text{x}0.05) + 3{,}000(1+2/12\text{x}0.05) + \frac{5{,}000}{1 + 2/12\text{x}0.05}$$

$X = 5{,}083.33 + 3{,}025 + 4{,}958.68$

$X = 13{,}067.01$

**Resp. El nuevo documento será por Q.13,067.01**

**Pagos Parciales**

Las obligaciones financieras en ocasiones son cumplidas mediante una serie de pagos parciales, dentro del periodo de la obligación en lugar de un solo pago al vencimiento. En estos casos es importante conocer el uso de la Ecuación de Valor para determinar del pago final cuando se han hecho pagos parciales durante el periodo de la obligación.

### 3.4.1 Procedimientos:

Uno de los procedimientos utilizados es el de calcular el valor al vencimiento de la deuda original y los pagos parciales a la fecha de vencimiento. La cantidad por liquidar en la fecha de vencimiento es la diferencia entre el monto de la deuda y el monto de los pagos parciales efectuados, considerando para la valuación la fecha focal al final del plazo o la fecha de vencimiento.

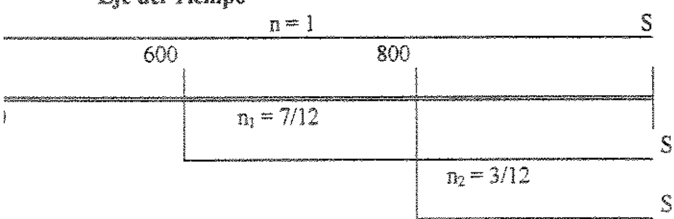
**PROBLEMA No. 19**

Hace un año se contrajo una deuda de Q.2,000.00 que devenga una tasa de interés del 5% de interés simple, el deudor efectuó pagos parciales de Q.600.00 cuando habían transcurrido 5 s y Q.800.00 cuando habían transcurrido 9 meses. Hallar el saldo de la deuda al día de hoy.

**Procedimiento No. 1**

Se determina el Monto de la deuda original de Q.2,000.00 por 1 año, y los montos de los s parciales por 7 y 3 meses respectivamente.

**Eje del Tiempo**



Datos

$P = 2{,}000$
$P_1 = 600$
$P_2 = 800$
$n = 1$
$n_1 = 7/12$
$n_2 = 3/12$
$i = 0.05$

**Valor de la deuda al vencimiento**

$S = P\,(1 + n * i)$

$S = 2{,}000\,(1 + 1 \times 0.05)$

$S = 2{,}100$

**Valor al Vencimiento de los pagos parciales**

$S = P\,(1 + n * i)$

$S = 600(1 + 7/12 \times 0.05) + 800(1 + 3/12 \times 0.05)$

$S = 617.50 + 810.00$

$S = 1{,}427.50$

**Valor al Vencimiento**

| | |
|---|---|
| Monto de la deuda original | Q. 2,100.00 |
| (-)Valor de los Pagos parciales | Q. 1,427.50 |
| Saldo de la Deuda | **Q. 672.50** |

**Procedimiento No. 2**

**Uso de la Ecuación de Valor**

Utilizando los mismos datos de la gráfica del tiempo, se puede formar la ecuación de valor de la siguiente forma:

$$X + P_1\,(1 + n_1 * i) + P_2\,(1 + n_2 * i) = P\,(1 + n * i)$$

$$X + 600(1 + 7/12 \text{x} 0.05) + 800(1 + 3/12 \text{x} 0.05) = 2{,}000(1 + 1 \text{x} 0.05)$$

$$X + 617.50 + 810.00 = 2{,}100.00$$

$$X + 1427.50 = 2{,}100.00$$

$$X = 2{,}100 - 1{,}427.50$$

$$X = 672.50$$

**Resp. El último pago deberá ser de Q. 672.50**

CAPITULO II

# INTERES COMPUESTO

## 1. Conceptos

**1.1 Interés Compuesto:** Un Capital está colocado a interés compuesto cuando los intereses generados en cada período de capitalización no son pagados; sino son agregados al capital original para ser pagados ambos al final del plazo del préstamo.

**1.2 Capitalización:** Es una operación financiera propia del interés compuesto, que consiste en agregar al capital inicial los intereses generados en cada período de capitalización.

**1.3 Período de capitalización:** Es el intervalo de tiempo convenido en la obligación, para capitalizar los intereses.

**1.4 Frecuencia de capitalizaciones:** Es el número de veces por año en que los intereses se capitalizan.

**1.5 Tasa de interés efectiva:** Es la tasa de interés que se capitaliza una vez al año, o sea que el período de capitalización es de un año, y la frecuencia o número de capitalizaciones en el año es de 1.

**1.6 Tasa nominal de interés:** Es la tasa de interés que se capitaliza varias veces en el año, pudiendo ser el período de capitalización semestral, trimestral, mensual, quincenal, y diaria; y en la actualidad en algunos países se utiliza el término de capitalización continua, en la cual no existe período establecido de capitalización, sino es una capitalización discreta constante.

**1.7 Tasas equivalentes:** Se dice que dos tasas son equivalentes si con diferentes períodos de capitalización, producen iguales intereses en el mismo plazo, tiene mucha importancia en la actualidad, ya que se puede contar con varias alternativas de inversión de capital, en las cuales se debe determinar la alternativa más conveniente para el inversionista.

**Relación entre interés simple y compuesto**

La relación que existe entre el interés simple y compuesto se puede observar en el siguiente cuadro, donde se presentan las similitudes y diferencias:

| INTERES SIMPLE | INTERES COMPUESTO |
|---|---|
| Capital permanece invariable durante todo el mpo de la inversión. | El Capital crece constantemente en cada periodo de capitalización |
| Interés generado es igual en cada periodo del ızo de la obligación. | El Interés generado es mayor en cada periodo del plazo. |
| crecimiento del interés simple se efectúa en ɔgresión aritmética. | El crecimiento del Interés Compuesto se realiza en progresión geométrica. |
| ɜneralmente aplicable en obligaciones a corto ızo. | Aplicable en obligaciones a mediano y largo plazo. |

**Características del interés compuesto**

3.1 Generalmente es aplicable a obligaciones a mediano y largo plazo.

3.2 Los intereses generados en cada periodo no son pagados, sino agregados al capital inicial.

3.3 El capital crece en cada periodo de capitalización.

3.4 El interés producido por el capital siempre será mayor en cada periodo.

3.5 El Crecimiento del Capital a interés compuesto, crece en progresión geométrica.

**Factores que intervienen en el interés compuesto**

4.1 **El Capital,** es la cantidad de dinero originalmente prestado.

4.2 **El Tiempo,** es el periodo durante el cual se prestará el capital.

4.3 **La Tasa de interés,** puede ser Efectiva o Nominal.

### 5. Simbología

En Matemáticas Financieras, como se ha indicado en el capítulo anterior es muy importante conocer los símbolos que identifican las variables que intervienen en su cálculo, y aún es más importante conocer su significado. Los símbolos son importantes porque facilitan la elaboración de las fórmulas. Para la resolución de problemas de interés compuesto, nos podemos valer de ciertas fórmulas que existen al respecto, pudiendo hacer uso de una calculadora o una computadora para simplificar los procedimientos, para el efecto utilizaremos las variables siguientes:

$S$ = Monto

$P$ = Principal

$i$ = Tasa efectiva de interés

$j$ = Tasa nominal de interés

$m$ = Número de capitalizaciones en el año

$n$ = Tiempo

$I$ = Interés

### 6. Fórmulas[1]

**Tasa Efectiva**

$$I = P\,[\,(1+i)^n - 1\,]$$

$$P = \frac{I}{(1+i)^n - 1}$$

$$i = (I/P + 1)^{1/n} - 1$$

**Tasa Nominal**

$$I = P\,[\,(1+j/m)^{mn} - 1\,]$$

$$P = \frac{I}{(1+j/m)^{mn} - 1}$$

$$j = m\,[\,(I/P + 1)^{1/mn} - 1\,]$$

---

[1]**Prontuario de Fórmulas de Matemáticas Financieras I y II.** Departamento de Publicaciones, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de San Carlos de Guatemala, 1991.

$$\text{ɿ} = \frac{\text{Log}\,(I/P + 1)}{\text{Log}\,(1 + i)} \qquad n = \frac{\text{Log}\,(I/P + 1)}{m\,\text{Log}\,(1 + j/m)}$$

Fórmulas derivadas del monto

$S = P\,(1 + i)^n$ $\qquad$ $S = P\,(1 + j/m)^{mn}$

$P = S\,(1 + i)^{-n}$ $\qquad$ $P = S\,(1 + j/m)^{-mn}$

$i = (S/P)^{1/n} - 1$ $\qquad$ $j = m\,[(S/P)^{1/mn} - 1]$

$$n = \frac{\text{Log}\,(S/P)}{\text{Log}\,(1 + i)} \qquad n = \frac{\text{Log}\,(S/P)}{m\;\text{Log}\,(1 + j/m)}$$

lución de problemas

eterminación de interés

PROBLEMA No. 1

El señor Juan Hernández hace 6 años depositó en una institución financiera la cantidad ,000.00, y le ofrecieron pagar una tasa de interés del 18% anual, capitalizable semes- ıte. ¿Cuánto devengó por concepto de intereses, durante el tiempo depositado?

.000.00 $\qquad$ $I = P\,[(1 + j/m)^{mn} - 1]$
8

$I = 15{,}000[(1 + 0.18/2)^{2x6} - 1]$

$I = 27{,}189.97$

Resp. Por concepto de intereses devengó Q.27,189.97

eterminación del monto

PROBLEMA No. 2

En el problema anterior, se determinó el interés devengado durante los 6 años, y considerando Monto (S) no es más que el Principal más los intereses ($S = P + I$), o sea Q.15,000.00 +

Q.27,189.89 = Q.42,189.98; para comprobar el planteamiento anterior, utilizaremos la fórmula directa para determinar el Monto en el mismo problema. ¿Cuánto logró acumular el señor Hernández durante el mismo tiempo?.

Datos
$P = 15{,}000.00$
$j = 0.18$
$m = 2$
$n = 6$

$$S = P\,(1 + j/m)^{mn}$$

$$S = 15{,}000(1 + 0.18/2)^{2 \times 6}$$

$$S = 42{,}189.97$$

**Resp. Logró acumular Q.42,189.97**

**7.3 Determinación del principal**

**PROBLEMA No. 3**

El día de hoy se está cobrando a una empresa la cantidad de Q.73,205.00, cantidad acumulada por un préstamo concedido hace exactamente 2 años, se conoce que dicho préstamo devengó una tasa de interés del 20% anual, capitalizable semestralmente. ¿Cuál fue la cantidad prestada?.

Datos
$S = 73{,}205.00$
$j = 0.20$
$m = 2$
$n = 2$
$P = ?$

$$P = S\,(1 + j/m)^{-mn}$$

$$P = 73{,}205\,(1 + 0.20/2)^{-2 \times 2}$$

$$P = 50{,}000.00$$

**Resp. El préstamo fue por Q.50,000.00**

**7.4 Determinación del tiempo**

**PROBLEMA No. 4**

Un estudiante posee la cantidad de Q.12,000.00 y desea saber, ¿En cuánto tiempo se convertirá en Q.20,000.00, para comprar un vehículo a ese costo, considerando que el capital que posee lo invertirá en una institución que le reditúa el 16% anual de interés capitalizable cada 6 meses?.

0,000.00
2,000.00
16

$$n = \frac{\text{Log}(S/P)}{m\ \text{Log}(1 + j/m)}$$

$$n = \frac{\text{Log}(20,000 / 12,000)}{2 \times \text{Log}(1 + 0.16/2)}$$

$$n = \frac{1.66666667}{2 \times \text{Log. } 1.08}$$

$$n = \frac{0.221848750}{0.06684751}$$

$$n = 3.318728646$$

**Nota:** Para obtener la respuesta final del problema, se debe convertir la cantidad resultante de la fórmula a valores en años, ya que el valor obtenido es equivalente a 3 años completos con fracción de año, por lo tanto se debe proceder de la siguiente forma:

$$\begin{array}{rl} 3.318728646 & \\ -\underline{3\phantom{.318728646}} & \text{años} \\ 0.318728646 & \times\ 365 = 116.3359560 \end{array}$$

116 días

**Resp. Podrá acumular la cantidad deseada en 3 años 116 días.**

**Determinación de la tasa de interés**

**PROBLEMA No. 5**

La señora Leticia Marroquín desea saber ¿Qué tasa de interés capitalizable trimestralmente, ngó un depósito de Q.6,000.00 en el Banco de Morales, durante 4 años 6 meses, logrando ular al día de hoy la cantidad de Q.18,500.00?.

8,500
,000
4.5
4

$$j = m\,[(S/P)^{1/nm} - 1]$$

$$j = 4\,[(18{,}500/6{,}000)^{1/4.5 \times 4} - 1]$$

$$j = 0.258217061$$

**Resp. Devengó un interés del 25.82% anual.**

### 7.6 Capitalización diaria

Actualmente en el mercado bursátil existe gran demanda de fondos para préstamos, y por tal razón las instituciones de crédito intentan atraer clientes que les provean de fondos aumentando la frecuencia de las capitalizaciones de la tasa de interés, pues considerando que a una mayor cantidad de capitalizaciones aumenta el rédito para el inversionista.

**PROBLEMA No. 6**

Determinar la cantidad que se acumulará por un depósito de Q.10,000.00, durante 45 días, considerando una tasa del 5% anual de interés capitalizable diariamente.

| Datos | |
|---|---|
| $P = 10{,}000$ | $S = P(1+j/m)^{nm}$ |
| $n = t/365$ | |
| $t = 45$ | $S = 10{,}000(1 + 0.05/365)^{365x45/365}$ |
| $j = 0.05$ | |
| $m = 365$ | $S = 10{,}000 \ x \ 1.006182998$ |
| | $S = 10{,}061.83$ |

**Resp. Se acumulará la cantidad de Q.10,061.83**

### 7.7 Capitalización Continua

"Considerando la capitalización diaria como una forma de incentivar y aumentar el rendimiento de las inversiones, en algunos países se está considerando apurar aún más los resultados de la capitalización, por lo que ofrecen una capitalización instantánea o continua, esto quiere decir que el capital aumenta de manera continua en lugar de hacerlo por saltos, es decir con carácter discreto."[2]

---

[2]Cissell, Robert y Cissell Hellen, Matemáticas Financieras, Editorial Continental, México, 1978, p. 110.

Por lo expuesto anteriormente, se puede determinar que una mayor cantidad de capitalizaciones redunda en una cantidad mayor de interés, y esta es la tendencia de la capitalización continua de proyectarse al infinito número de capitalizaciones, con el único fin de ofrecer mayores beneficios para el inversionista; pero para inversiones de cantidades pequeñas de quetzales, la diferencia no es tan grande como se supone, como se podrá observar en los ejemplos siguientes, la diferencia entre una capitalización diaria y continua son mínimos en inversiones de periodos cortos.

Para la determinación de la fórmula del monto de una cantidad, a una tasa de interés con ización continua, es un proceso complejo de análisis matemático y financiero, pero para efectos xposición, se tomará la fórmula utilizada para el cálculo del monto.

Fórmula $S = P\ (e)^{j*n}$ en donde:

$P$ = Principal

$e^x$ = Logaritmo natural e

$j$ = tasa de interés

$n$ = tiempo

**PROBLEMA No. 7**

Determinar la cantidad de dinero que se acumulará por una inversión de Q.10,000.00 al 8% capitalizable semestralmente, trimestralmente y continuamente, durante 15 meses.

**Capitalización Semestral**

:0,000

).08 $S = P\ (1 + j/m)^{mn}$

15/12 = 1.25

2 $S = 10{,}000\ (1 + 0.08/2)^{2x1.25}$

4

Continua $S = 10{,}000 \times 1.103019901$

$S = 11{,}030.20$

**Capitalización Trimestral**

$S = 10{,}000\,(1 + 0.08/4)^{4x1.25}$

$S = 10{,}000 \times 1.104080803$

$S = 11{,}040.81$

**Capitalización Continua**

$S = P\,(e)^{j*n}$

$S = 10{,}000\,(e)^{0.08x1.25}$

$S = 10{,}000 \times 1.105170918$

$S = 11{,}051.71$

Análisis de Rendimiento

| Frecuencia de Capitalización | Monto |
|---|---|
| Semestralmente | Q. 11,030.20 |
| Trimestralmente | Q. 11,040.81 |
| Continua | Q. 11,051.71 |

Con lo expuesto en el cuadro anterior, se puede observar el efecto mínimo de las capitalizaciones aceleradas en los intereses, al compararse la diferencia se puede determinar que en periodos cortos y cantidades pequeñas de inversión, se minimiza la diferencia, como se podrá observar con mayor claridad en la ilustración siguiente de una inversión de Q.1,000.00 al 5% anual capitalizable trimestralmente, diariamente y continua en 6 meses.

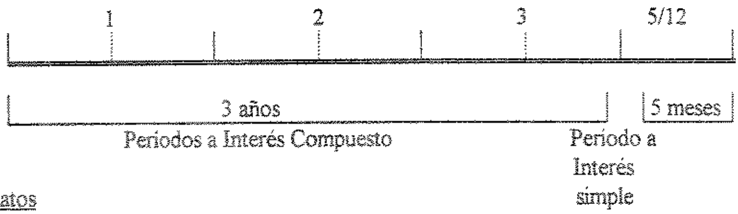
| Frecuencia de Capitalización | Monto | Intereses |
|---|---|---|
| Trimestralmente | Q. 1,025.16 | Q. 25.16 |
| Diariamente | Q. 1,025.31 | Q. 25.31 |
| Continua | Q. 1,025.32 | Q. 25.32 |

### 7.8 Interés para fracciones de período

Lo expuesto hasta este momento, se ha tomado el tiempo en un número entero de capitalizaciones, pero en realidad puede no ser así, la práctica usual es emplear interés simple para la fracción de periodo de capitalización, en el ejemplo siguiente se puede ilustrar el procedimiento a realizar.

**PROBLEMA No. 8**

Determinar el monto de Q.4,000.00 al final de 3 años 5 meses al 4% de interés capitalizable mestralmente.




Datos
P = 4,000
j = 0.04
m = 2
$n_1$ = 3
$n_2$ = 5/12

$$S = P\,(1 + j/m)^{mn} \;*\; (1 + n\,i)$$

$$S = 4{,}000\,(1 + 0.04/2)^{2x3} \quad (1 + 5/12 \times 0.04)$$

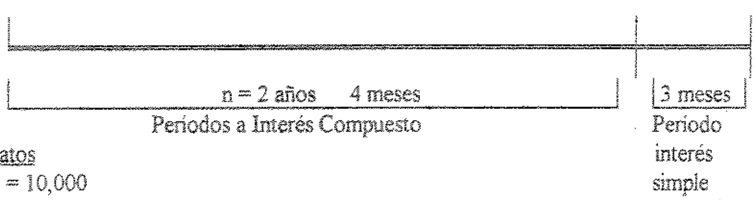
$$S = 4{,}504.649677 \times 1.016666667$$

$$S = 4{,}579.73$$

**Resp. El monto acumulado al final del plazo es de Q.4,579.73**

**PROBLEMA No. 9**

Cuánto se logrará acumular al final de 2 años 7 meses por una inversión de Q.10,000.00 a una sa de interés del 18% anual capitalizable cada cuatro meses.




Datos
P = 10,000
j = 0.18
m = 3
$n_1$ = 2 4/12
$n_2$ = 3/12

$$S = P\,(1 + j/m)^{mn} \;*\; (1 + n\,i)$$

$$S = 10{,}000\,(1 + 0.18/3)^{3x28/12} \quad (1 + 3/12 \times 0.18)$$

$$S = 15{,}036.30 \;\times\; 1.045$$

$S = 15{,}712.94$

**Resp. El monto acumulado al final del plazo es de Q.15,712.94**

**7.9 Tasa de interés Variable**

En la actualidad por los cambios constantes de los fenómenos financieros, es común que durante el plazo de una obligación, se efectúen cambios en la tasa de interés, por lo tanto el analista financiero debe estar en la capacidad de determinar si dichos cambios son aplicados correctamente para garantizar el rendimiento de las inversiones. El monto final se puede calcular obteniendo el monto parcial cada vez que hay un cambio, y someter este valor a la nueva tasa de interés hasta que se produzcan otros cambios, y así sucesivamente; es decir que se resuelve una serie de problemas de interés compuesto, en el cual el monto al finalizar una etapa pasa a ser el capital inicial al comienzo de la siguiente, los problemas de este tipo se hace de la siguiente manera:

**PROBLEMA No. 10**

El señor José Rodríguez, efectuó un depósito en una cuenta bancaria por Q.15,000.00, y durante los primeros 6 meses devengó una tasa de interés del 12% anual capitalizable semestralmente, y luego por 2 años más devengó una tasa de interés del 14% anual capitalizable trimestralmente.

¿Cuánto logró acumular por el depósito efectuado?.

<u>Datos</u>

| | |
|---|---|
| $P = 15{,}000$ | $S = P(1 + j_1/m_1)^{m_1 * n_1} \quad (1 + j_2/m_2)^{m_2 * n_2}$ |
| $n_1 = 6/12$ | |
| $n_2 = 2$ | $S = 15{,}000(1+0.12/2)^{2x6/12} \quad (1+0.14/4)^{4x2}$ |
| $j_1 = 0.12$ | |
| $j_2 = 0.14$ | $S = 15{,}000 \times 1.06 \times 1.316809037$ |
| $m_1 = 2$ | |
| $m_2 = 4$ | $S = 20{,}937.26$ |

**Resp. Logró acumular Q.20,937.26**

**Determinación del Valor Actual**

En las transacciones comerciales, se presenta con mucha frecuencia la necesidad de determinar el Valor Actual de ciertos capitales con vencimiento en el futuro. La diferencia entre el monto y el valor actual es el **descuento compuesto**. La fórmula del valor actual se obtiene de despejar la variable en la fórmula del monto.

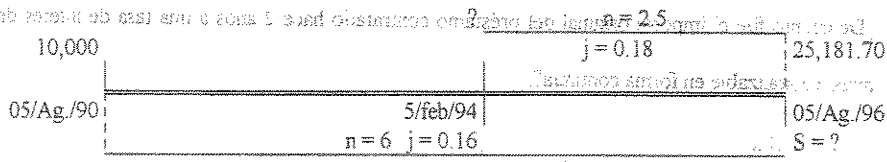
También para determinar el valor actual de una obligación a Interés compuesto, se procede al igual que en el interés simple, en los casos de documentos que indican que devengan o no interés, y en su oportunidad se indicó que cuando los documentos no indican que devenga interés se asume que el valor nominal es el mismo valor al vencimiento, y en estos casos para determinar el valor actual únicamente se aplica la fórmula del Valor Actual al valor nominal para obtener el resultado; pero por el contrario si se indica que el documento devenga determinada tasa de interés, se debe ubicar el valor nominal al inicio del plazo de la obligación, por lo tanto para obtener el valor actual en cualquier fecha intermedia del plazo, se debe determinar primero el valor al vencimiento a la tasa de interés devengada, para luego aplicar la fórmula del valor actual a la tasa de descuento para encontrar su valor actual. La fórmula del Valor Actual es la que se muestra a continuación:

$$P = S\,(1 + j/m)^{-mn}$$

**PROBLEMA No. 11**

El 5 de Agosto del año 1990, la señora Maria del Cid le otorgó un préstamo al señor Rubén les, por la cantidad de Q.10,000.00 a un plazo de 6 años devengando una tasa de interés del 16% capitalizable semestralmente; el 5 de Febrero de 1994 la señora del Cid descontó el documento firmado por el préstamo en una institución que le efectuó un descuento del 18% anual de interés capitalizable semestralmente. ¿Qué cantidad de dinero recibió por el descuento del documento?.

**Gráfica del eje del tiempo**




**Primer Paso**

Determinar el Valor al Vencimiento de la deuda

Datos

$P = 10{,}000$ $\quad S = P(1 + j_1/m)^{mn1}$

$n_1 = 6$

$n_2 = 2\ 6/12$ $\quad S = 10{,}000\,(1+0.16/2)^{2x6}$

$j_1 = 0.16$

$j_2 = 0.18$ $\quad S = 10{,}000 \times 2.518170117$

$m = 2$

$S = 25{,}181.70$

**Segundo paso**

$P = S\,(1 + j_2/m)^{-mn2}$

$P = 25{,}181.70\,(1 + 0.18/2)^{-2x2.5}$

$P = 25{,}181.70 \times 0.649931386 = 16{,}366.37719$

**Resp. Recibió por el descuento Q.16,366.38**

### .11 Valor Actual a interés compuesto capitalizable continuamente

**PROBLEMA No. 12**

El día de hoy se tiene que pagar la cantidad de Q.12,000.00, que incluye capital e intereses. ıe cuánto fue el importe original del préstamo contratado hace 2 años a una tasa de interés del 8% ual capitalizable en forma continua?.

<u>Datos</u>
$S = 12{,}000$ $\qquad$ $A = S\,(e)^{-j*n}$
$n = 2$
$j = 0.08$ $\qquad$ $A = 12{,}000\,(e)^{-0.08x2}$
$m =$ continua
$A = ?$ $\qquad$ $A = 12{,}000 \times 0.852143789$

$A = 10{,}225.73$

**Resp. El préstamo original fue de Q.10,225.73**

### 3. Uso de Computadora

Para simplificar los procedimientos de utilización de fórmulas, se puede utilizar una ɔmputadora con un programa de hoja electrónica que ofrece las ventajas de realizar operaciones nancieras, pero dichos programas no contemplan el uso de todas las variables que se han presentado n este tema, por lo tanto, se debe crear un formato de hoja de trabajo con las fórmulas del interés ompuesto. A continuación se presenta una sugerencia de hoja de trabajo que puede obtenerse ícilmente tecleando los datos en las columnas y celdas indicadas, y para la misma no se requiere de onocimientos de programación.

```
A1:  [W9]  'FORMULAS DEL INTERES COMPUESTO
A2:  [W9]  \=
B2:  [W9]  \=
A3:  [W9]  'VARIABLES
B3:  [W9]  ^VALORES
A4:  [W9]  \-
B4:  [W9]  \-
A5:  [W9]  'PRINCIPAL
A6:  [W9]  'TASA DE INTERES
B6:  [W9]  '
A7:  [W9]  'CAPITALIZACIONESS
B7:  [W9]  '
A8:  [W9]  'TIEMPO
B8:  [W9]  '
A9:  [W9]  'MONTO
B9:  [W9]  '
A10:  [W9]  'INTERES
A11:  [W9]  \-
B11:  [W9]  \-
A12:  [W9]  'INTERES
B12:  [W9]  +B5*((1+B6/B7)^(B7*B8)-1)
A13:  [W9]  'PRINCIPAL
B13:  [W9]  +B10/((1+B6/B7)^(B7*B8)-1)
A14:  [W9]  'MONTO
B14:  [W9]  +B5*(1+B6/B7)^(B7*B8)
A15:  [W9]  'TASA DE INTERES
B15:  [W9]  +B7*((B10/B5+1)^(1/(B7*B8))-1)
A16:  [W9]  'TIEMPO
B16:  [W9]  @LOG(B10/B5+1)/(B7*@LOG(1+B6/B7))
A17:  [W9]  \-
B17:  [W9]  \-
A18:  [W9]  'FORMULAS DERIVADAS DEL MONTO
A19:  [W9]  'PRINCIPAL
B19:  [W9]  +B9*(1+B6/B7)^(-(B7*B8))
A20:  [W9]  'TASA DE INTERES
B20:  [W9]  ((B9/B5)^(1/(B7*B8))-1)*B7
A21:  [W9]  'TIEMPO
B21:  [W9]  @LOG(B9/B5)/(B7*
```

**Explicación y uso de la hoja de trabajo**

En el rango formado por las casillas B5 a B10, se deja como espacio para ingresar los datos que se obtengan de los problemas que se pretendan resolver; al ingresar los datos en las casillas mencionadas, automáticamente aparecerá el resultado en las casillas en donde se han ingresado las fórmulas correspondientes. Un aspecto muy importante que se debe tomar en cuenta, es el análisis del problema planteado y el razonamiento adecuado del mismo para obtener e ingresar los datos correctos a la hoja de trabajo, y de esta forma obtener los resultados esperados.

**Procedimiento y uso de la Hoja de Trabajo**

**8.2.1** Análisis del Problema

**8.2.2** Obtención de Datos

**8.2.3** Identificación del problema

**8.2.4** Ingreso de los datos a la hoja de trabajo

**8.2.5** Localizar la respuesta en la celda correspondiente de acuerdo a la identificación del problema.

PROBLEMA No. 13

¿Qué cantidad de dinero se necesita depositar en una institución bancaria para acumular la iad de Q.25,000.00 al final de 8 años, a una tasa de interés del 16% anual capitalizable trimes- ente?

<u>Datos</u>

$S = 25{,}000$ $\quad n = 8$
$j = 0.16$ $\quad P = ?$
$m = 4$

Los datos anteriores se ingresarán en las casillas correspondientes en el formato de hoja de jo, los cuales generarán la respuesta y se visualizará así:

| FORMULAS DEL INTERES COMPUESTO | | | |
|---|---|---|---|
| VARIABLES | | VALORES | |
| Principal | P | | |
| Tasa de Interés | j | 0.16 | |
| Capitalizaciones | m | 4 | |
| Tiempo | n | 8 | |
| Monto | S | 25,000 | |
| Interés | I | | |
| RESPUESTAS | | | |
| Interés | I | 0.00 | |
| Principal | P | 0.00 | |
| Monto | M | 0.00 | |
| Tasa de Interés | j | ERR | |
| Tiempo | n | ERR | |
| FORMULAS DERIVADAS DEL MONTO | | | |
| Principal | P | 7,126.45 | Respuesta |
| Tasa de Interés | j | ERR | |
| Tiempo | m | ERR | |

La respuesta del problema se genera automáticamente en la columna correspondiente a la variable P = Principal, y las demás variables no se toman en cuenta, pero si el problema requiere determinar cualquiera de las otras variables, se deberán ingresar los datos siempre en las casillas correspondientes y automáticamente aparecerán los resultados requeridos.

## Tasas de Interés Equivalentes

### 9.1 Concepto

Se dice que dos tasas de interés son **equivalentes** cuando con diferentes períodos de capitalización, producen iguales intereses en el mismo plazo, en relación a otra tasa de interés dada.

En la actualidad este concepto tiene mucha importancia, ya que se puede contar con varias alternativas de inversión en las cuales se debe determinar qué alternativa resulta más conveniente para el inversionista.

### 9.2 Fórmulas

#### 9.2.1 Tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal dada

$$i = (1 + j/m)^m - 1$$

#### **9.2.2 Tasa nominal de interés equivalente a una tasa efectiva dada**

$$j = m\,[(1 + i)^{1/m} - 1]$$

### 9.3 Aplicaciones

PROBLEMA No. 14

La empresa América S.A. tiene las siguientes ofertas para invertir Q.200,000.00 y necesita determinar, ¿Cuál de las dos alternativas le ofrece mejor rentabilidad?.

a) Una tasa de interés del 24% anual capitalizable semestralmente,

b) Una tasa de interés del 22% anual capitalizable trimestralmente

Datos

$j = 0.24$

$m = 2$

$$i = (1 + j/m)^m - 1$$

$$i = (1 + 0.24/2)^2 - 1$$

$$i = 0.2544 \qquad = 25.44\%$$

Datos
$j = 0.22$ $\quad$ $i = (1 + 0.22/4)^4 - 1$
$m = 4$

$i = 0.23882465 \quad = 23.88\%$

**Resp: Produce más rentabilidad la tasa de 24% anual.**

PROBLEMA No. 15

¿Qué tasa nominal capitalizable semestralmente producirá el mismo rendimiento que una tasa del 20% capitalizable trimestralmente?.

**Primer paso: Determinar a que tasa efectiva es equivalente la tasa nominal dada**

Datos
$j = 0.20$ $\quad$ $i = (1 + 0.20/4)^4 - 1$
$m = 4$

$i = (1.05)^4 - 1$

$i = 0.21550625$

**Segundo paso: Determinar a que tasa nominal es equivalente la tasa efectiva encontrada en el primer paso**

Datos
$i = 0.21550625$ $\quad$ $j_{(m)} = m\,[(1 + i)^{1/m} - 1]$

$j_{(2)} = 2\,[\,(1 + 0.21550625)^{1/2} - 1\,]$

$j = 2 \times 0.1025$

**Resp: La tasa nominal capitalizable semestralmente equivalente a una tasa del 20% anual capitalizable trimestralmente es 20.5%**

# CAPITULO III

# ANUALIDADES

## 1. Concepto de Anualidades

Una anualidad es una serie de pagos periódicos, de sumas generalmente iguales o variables en razón de una ley matemática, que se efectúan por un tiempo definido, indefinido o contingente, efectuados a intervalos regulares de tiempo, que pueden ser en períodos menores, iguales o mayores de un año.

## 2. Clasificación General de las Anualidades

Las anualidades pueden clasificarse en los grupos que se presentan a continuación:

### 2.1 Anualidades Ciertas o a Plazo Fijo

#### 2.1.1 Concepto de Anualidades Ciertas

> "Las anualidades ciertas consisten en una serie de pagos periódicos que deben efectuarse con certeza e independientemente de cualquier evento fortuito durante un cierto tiempo establecido."[1]

#### 2.1.2 Clasificación de las Anualidades Ciertas

**2.1.2.1 En función de la época en que se paga la renta.**

2.1.2.1.1 **Vencidas u ordinarias:** Se le denomina a la anualidad cuando la renta se paga al final de cada período de pago.

2.1.2.1.2 **Anticipadas o inmediatas:** Se le denomina a la anualidad cuando los pagos de renta se efectúan al inicio de cada período de pago.

---

[1]De la Cueva, Benjamín, Matemáticas Financieras, Editorial Porrúa, S. A. México, 1982. p. 51.

**2.1.2.1.3 Diferidas:** Se le denomina a una anualidad cuando la serie de pagos no se inicia inmediatamente con el periodo de la anualidad, sino se deja un tiempo sin que se efectúe pago alguno. A este periodo se le puede denominar, periodo de gracia, periodo de espera, o periodo de diferimiento; que a su vez este tipo de anualidades se pueden clasificar en:

**a) Diferida Vencida**: Cuando la serie de pagos no inicia inmediatamente, pero cuando se inicia, los pagos periódicos se efectúan al final de cada periodo de pago.

**b) Diferida Anticipada**: Cuando la serie de pagos no se inicia inmediatamente, pero cuando éstos pagos se empiezan a efectuar se realizan al principio de cada periodo de pago.

**2.1.2.2 En función de la periodicidad de los pagos de renta y el número de capitalizaciones de la tasa de interés.**

**2.1.2.2.1** Un pago de renta en el año tasa efectiva de interés

**2.1.2.2.2** Un pago de renta en el año, tasa nominal de interés

**2.1.2.2.3** Varios pagos de renta en el año, tasa efectiva de interés

**2.1.2.2.4** Varios pagos de renta en el año, tasa nominal de interés

**2.1.2.2.5** Pagos en periodos mayores de un año, tasa efectiva de interés, y

**2.1.2.2.6** Pagos en periodos mayores de un año, tasa nominal de interés

**2.1.2.3 Atendiendo a la variabilidad de los pagos de renta**

**2.1.2.3.1 Regulares:** En este tipo de anualidades los pagos son de igual cantidad durante el tiempo que transcurre el período de la anualidad.

**2.1.2.3.2 Variables:** En este tipo de anualidades existe variación de la cantidad de los pagos periódicos de renta en el periodo de tiempo de la anualidad. Estos a su vez pueden clasificarse en:

a) **Variables Regulares,** cuando los pagos de renta son variables atendiendo una ley matemática, pudiendo subdividirse a la vez en:

a.1) **Variables Regulares en Progresión Aritmética.** Cuando la serie de pagos aumenta o disminuye en progresión aritmética; por lo tanto pueden subclasificarse en: **Crecientes y Decrecientes.**

a.2) **Variables Regulares en Progresión Geométrica.** Cuando la serie de pagos aumenta o disminuye en progresión geométrica, y a su vez se clasifican también en **Crecientes y Decrecientes.**

b) **Variables Irregulares.** Cuando los pagos de renta en el período de la anualidad varían de un pago a otro en forma independiente o desordenada sin atender ninguna ley matemática.

[redacted]



## Anualidades a Plazo Indefinido

### 2.2.1 Concepto de Anualidades a Plazo Indefinido

Son anualidades en las cuales los pagos de renta son iguales, y a intervalos regulares de tiempo que pueden ser en periodos menores, iguales o mayores de un año, se conoce el inicio de la serie de pagos, no así el tiempo de vigencia que no puede determinarse.

### 2.2.2 Clasificación de Anualidades a Plazo Indefinido

#### 2.2.2.1 Rentas Perpetuas

#### 2.2.2.2 Costo Capitalizado

#### 2.2.2.3 Costos Equivalentes

#### 2.2.2.4 Gastos para alargar la vida útil de un activo

## Anualidades Contingentes o Eventuales

### 2.3.1 Concepto de Anualidades Contingentes

Las anualidades contingentes consisten en una serie de pagos que se efectúan sujetos a algún evento fortuito, y cuyo plazo no puede predeterminarse.

### 2.3.2 Clasificación de las anualidades contingentes

#### 2.3. 2.1 Dote Pura

Dote pura o Dotación de Supervivencia, es la cantidad de dinero que debe recibir una persona en determinado época **siempre y cuando** viva todavía en ese momento.

#### 2.3.2.2 Rentas Vitalicias

Es una serie de pagos de igual cantidad que una persona denominada rentista o beneficiario recibe, como consecuencia de determinado contrato, y los pagos se harán efectivos mientras viva dicho beneficiario.

#### 2.3.2.3 Seguros de Vida.

Es el contrato mediante el cual es asegurador se compromete mediante una prima única o periódica que recibe del contratante del seguro a pagar al beneficiario la cantidad estipulada, si ocurriera en la vigencia del contrato la eventualidad prevista en el contrato sobre la vida del asegurado.

## 3. Factores que intervienen en las Anualidades

**3.1** La Deuda Original o Valor Actual

**3.2** El Monto o Valor Final de la serie de pagos

**3.3** El pago periódico o Renta

**3.4** El Plazo

**3.5** El Período de pago

**3.6** La Tasa de Interés

**3.7** Período de Diferimiento

## 4. Anualidades a Plazo Fijo

### 4.1 Simbología

S = Monto

A = Valor Actual

**n** = Tiempo

**y** = periodo de diferimiento

**i** = tasa efectiva de interés

**j** = tasa nominal de interés

**m** = número de capitalizaciones en el año

**p** = número de pagos de renta en el año

**R** = Renta, periodos de pago menores de un año

W = Renta, periodos de pago mayores de un año

**k** = Periodos mayores de un año

## 4.2 Fórmulas

### 4.2.1 Fórmulas del Monto

**Para periodos menores e iguales a un año**

$$S = R \, \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

Factor de Anticipación

$$(1+j/m)^{m/p}$$

**Para periodos mayores de un año**

$$S = W \, \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{mk} - 1}$$

Factor de Anticipación

$$(1+j/m)^{mk}$$

El Factor de Anticipación pasará multiplicando al resultado de las fórmulas anteriores.

### 4.2.2 Fórmula del Valor Actual

**Para periodos menores e iguales a un año**

$$A = R \, \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

Factor de Anticipación

$$(1+j/m)^{m/p}$$

Factor de diferimiento

$$(1+j/m)^{-my}$$

**Para periodos mayores de un año**

$$A = W \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{mk}-1}$$

Factor de Anticipación

$$(1+j/m)^{mk}$$

Factor de diferimiento

$$(1+j/m)^{-my}$$

Los factores de anticipación, diferimiento o ambos pasarán multiplicando a la variable "W", cuando asi sea el caso.

**4.2.3 Fórmula de la Renta en función del Monto para periodos menores e iguales a un año**

$$R = \frac{S\left[(1+j/m)^{m/p}-1\right]}{(1+j/m)^{mn}-1}$$

Factor de Anticipación

$$(1+j/m)^{-m/p}$$

**Para periodos mayores de un año**

$$W = \frac{S\left[(1+j/m)^{mk}-1\right]}{(1+j/m)^{mn}-1}$$

Factor de Anticipación

$$(1+j/m)^{-mk}$$

El Factor de Anticipación pasará multiplicando al resultado de las fórmulas anteriores.

**4.2.4 Fórmula de la Renta en función del Valor Actual, Vencidas, para periodos de pago menores e iguales a un año**

$$R = \frac{A\left[(1+j/m)^{m/p}-1\right]}{1-(1+j/m)^{-mn}}$$

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{-m/p}$$

Factor de Diferimiento

$$(1 + j/m)^{my}$$

**Para períodos de pago mayores de un año**

$$W = \frac{A\,[(1 + j/m)^{mk} - 1]}{1 - (1 + j/m)^{-mn}}$$

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{-mk}$$

Factor de Diferimiento

$$(1 + j/m)^{my}$$

Los factores de anticipación, diferimiento o ambos pasarán multiplicando a la variable "W", cuando así sea el caso.

### 4.2.5 Fórmula del tiempo en función del Monto, Vencidas para períodos de pago menores e iguales a un año

$$n = \frac{\text{Log}\left[\dfrac{S\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}{R} + 1\right]}{m\ \text{Log}\,(1 + j/m)}$$

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{m/p}$$

El Factor de Anticipación pasará multiplicando la variable R de la fórmula anterior.

**Para períodos de pago mayores de un año**

$$n = \frac{\text{Log}\left[\dfrac{S\,[(1 + j/m)^{mk} - 1]}{W} + 1\right]}{m\ \text{Log}\,(1 + j/m)}$$

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{mk}$$

El factor de anticipación pasará multiplicando la variable W, en el caso de una anualidad anticipada

### 4.2.6 Fórmula del tiempo en función del Valor Actual, Vencidas, para períodos de pago menores e iguales a un año

$$n = \frac{\operatorname{Log}\left[\dfrac{1}{1 - \dfrac{A\left[(1 + j/m)^{m/p} - 1\right]}{R}}\right]}{m \operatorname{Log}(1 + j/m)}$$

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{m/p}$$

Factor de Diferimiento

$$(1 + j/m)^{-my}$$

Cuando sea una anualidad anticipada, diferida o ambos, el resultado de la fórmula se multiplicará por los factores correspondientes.

**Para períodos de pago mayores de un año**

$$n = \frac{\operatorname{Log}\left[\dfrac{1}{1 - \dfrac{A\left[(1 + j/m)^{mk} - 1\right]}{W}}\right]}{m \operatorname{Log}(1 + j/m)}$$

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{mk}$$

Factor de Diferimiento

$$(1 + j/m)^{-my}$$

Los factores de anticipación, diferimiento o ambos pasarán multiplicando a la variable "W", cuando asi sea el caso.

## 4.3 Método General para Resolver Anualidades

Para la resolución de problemas de anualidades, se ha indicado supra que se pueden utilizar las fórmulas respectivas con una calculadora que pueda desarrollar las funciones especiales que contienen las mismas o se puede utilizar una Computadora con un programa que contenga las fórmulas financieras, o diseñar un formato de trabajo en una hoja electrónica como el que se presenta más adelante.

Como una norma general para la resolución de problemas de Anualidades, se deben observar ciertas criterios para identificar correctamente cualquier problema, y para proceder se presentan a continuación los criterios que deben observarse en todo problema de anualidades y que facilitará el uso correcto de las fórmulas o introducir correctamente los datos a una computadora.

**4.4 Como Identificar una Anualidad**

1. Se parte del Monto o del Valor Actual
2. Se realiza uno o varios pagos en el año
3. Es tasa efectiva o nominal
4. Es anualidad Vencida, Anticipada.
5. Tiene período de diferimiento.
6. Las rentas son constantes o variables.
7. Las rentas son a plazo fijo o indefinido.
8. Qué es lo que se pretende determinar.

Para cualquiera de los casos se puede utilizar la fórmula más general en la que intervienen todos los factores, o sea el caso, **Varios Pagos al año con Tasa Nominal**, por ejemplo en los problemas de tasa efectiva y un pago al año, se debe sustituir el valor de "m" y "p" **en 1**; esto con el fin de no utilizar muchas fórmulas, y simplificar los procedimientos matemáticos.

## 4.5 Aplicaciones

### PROBLEMA No. 1

Una persona depositó al final de cada mes en una institución bancaria la cantidad de Q.500.00 durante 9 años, el banco reconoció por los primeros 5 años una tasa de interés del 8% anual capitalizable semestralmente, y por el resto del tiempo una tasa del 10% anual capitalizable trimestralmente. ¿Cuánto logró acumular por los depósitos realizados?.

**Nota:** Se trata de un problema para determinar el monto de una anualidad ordinaria, con cambio de tasa de interés; por lo tanto se tendrá que determinar el monto de la anualidad del primer periodo, al punto A, luego llevarlo a interés compuesto por el resto del tiempo a la nueva tasa de interés vigente hasta el punto B; luego se deberá determinar el segundo monto de la anualidad, del punto A al B como se puede ilustrar en el siguiente eje del tiempo.

| ! | 5 años | ! A | 4 años | ! B |
|---|---|---|---|---|
| | $j = 0.08 \quad m = 2$ | | $j = 0.10 \quad m = 4$ | |

**Datos a:**
R = 500
n = 5
j = 0.08
m = 2
p = 12
S = ?

$$S = R \; \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{m/p} - 1} \; (1 + j/m)^{mn}$$

$$S = 500 \; \frac{(1 + 0.08/2)^{2x5} - 1}{(1 + 0.08/2)^{2/12} - 1} \; (1 + 0.10/4)^{4x4}$$

$$S = 500 \; \frac{(1.04)^{10} - 1}{(1.04)^{0.166} - 1} \; (1 + 0.025)^{16}$$

$$S = 36{,}614.049 \times 1.4845056$$

$$S = 54{,}353.76$$

Datos
R = 500
n = 4
j = 0.10
m = 4
p = 12
S = ?

$$S = 500 \; \frac{(1 + 0.10/4)^{4x4} - 1}{(1 + 0.10/4)^{4/12} - 1}$$

$$S = 500 \times 58.622522 = 29{,}311.26$$

La respuesta será:

S1 = 54,353.76
S2 = 29,311.26
83,665.02

**Resp: Logrará acumular la cantidad de Q.83,665.02**

**PROBLEMA No. 2**

Una empresa tiene la capacidad de depositar cada 2 años la cantidad de Q.5,000.00, la ...ión bancaria le reconoce una tasa de interés del 18% anual capitalizable semestralmente. ...o logrará acumular al final de 20 años si efectúa el primer depósito el día de hoy?.

000
)
.18

$$S = 5{,}000 \quad \frac{(1 + 0.18/2)^{2x20} - 1}{(1 + 0.18/2)^{2x2} - 1} \quad (1 + 0.18/2)^{2x2}$$

$$S = 5{,}000 \times \frac{30.40942005}{0.41158161} \times 1.41158161$$

$$S = 5{,}000 \times 73.8843022 \times 1.41158161$$

$$S = 521{,}468.61$$

**Resp. Logrará acumular la cantidad de Q. 521,468.61**

**PROBLEMA No. 3**

Hace 3 años adquirimos un préstamo con el compromiso de cancelarlo en 5 años mediante ...mensuales de Q.300.00 cada uno, dicho préstamo se nos concedió con una tasa de interés del ...nual capitalizable semestralmente; el día de hoy nos notificaron que la nueva tasa de interés ... por el saldo del préstamo será el 12% anual capitalizable semestralmente. ¿Cual deberá ser la ...renta considerando que el plazo del préstamo no se modifica y cual es el valor del préstamo ...l?.

Nota: Se trata de un problema con cambio de la tasa de interés, por lo tanto se deberá obtener previamente el valor actual del saldo insoluto después de transcurridos 3 años considerando la tasa de interés original del préstamo y luego determinar el valor de la nueva renta considerando la nueva tasa de interés. Se trata de una anualidad vencida al no indicarse el momento de los pagos.

**Procedimiento No. 1**: Determinación del Valor Actual

Datos

$R = 300$

$n = 2$

$j = 0.10$

$m = 2$

$p = 12$

$A = ?$

$$A = R\ \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

$$A = 300\ \frac{1 - (1 + 0.10/2)^{-2x2}}{(1 + 0.10/2)^{2/12} - 1}$$

$$A = 300 \text{ x } \frac{0.177297525}{0.008164846}$$

$$A = 300 \text{ x } 21.7147421$$

$$A = 6{,}514.42$$

**El saldo del préstamo pendiente de cancelar es por Q.6,514.42**

**Procedimiento No. 2**: Determinar la Renta en base al saldo pendiente de cancelar

Datos:

$A = 6{,}514.42$

$n = 2$

$j = 0.12$

$m = 4$

$p = 12$

$R = ?$

$$R = \frac{A\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}{1 - (1 + j/m)^{-mn}}$$

$$R = \frac{6{,}514.42\ [(1 + 0.12/4)^{4/12} - 1}{1 - (1 + 0.12/4)^{-4x2}}$$

$$R = \frac{6514.42\ [(1.03)^{4/12} - 1]}{1 - (1.03)^{-8}}$$

$$R = \frac{64.50340289}{0.210590765}$$

$$R = 306.2973948$$

**Resp: La nueva renta a pagar será Q.306.30**

**Procedimiento No. 3:** Determinar el valor del Préstamo original

)atos:

: = 300

= 5

= 12

= 0.10

ı = 2

\ = ?

$$A = R\ \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p}-1}$$

$$A = 300\ \frac{1-(1+0.10/2)^{-2x5}}{(1+0.10/2)^{2/12}-1}$$

$$A = 300\ \frac{1-(1.05)^{-10}}{(1+0.10/2)^{0.16667}-1}$$

$$A = 300\ \frac{0.386086746}{0.008164846}$$

$$A = 300 \times 47.28647001$$

$$A = 14{,}185.94$$

**Resp: El valor original del préstamo es de Q.14,185.94**

**PROBLEMA No. 4**

Una empresa de importaciones obtuvo un préstamo que tendrá que pagarlo durante 20 años nediante pagos de Q. 42,511.63 al final de cada 2 años, la institución financiera le cobra una tasa de nterés del 18% anual capitalizable semestralmente. ¿Cuál fue el importe del Préstamo?

)atos

N = 42,511.63

ı = 20

= 0.18

n = 2

: = 2

\ = ?

$$A = W\ \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{mk}-1}$$

$$A = 42{,}511.63\ \frac{1-(1+0.18/2)^{-2x20}}{(1+0.18/2)^{2x2}-1}$$

$$A = 42{,}511.63\ \frac{0.968162417}{0.41158161}$$

$$A = 42{,}511.63 \times \frac{0.968162417}{0.41158161}$$

$$A = 42{,}511.63\ X\ 2.352297562$$

$$A = 100{,}000.003$$

**Resp: El préstamo fue por la cantidad de Q. 100,000.00**

**PROBLEMA No. 5**

Un Contador Público y Auditor al efectuar su trabajo de Auditoría en una empresa, encontró una cuenta de inversiones en la que observó un saldo de Q.136,398.39, cantidad acumulada durante 5 años mediante depósitos al inicio de cada mes en una institución bancaria que le reconoció una tasa de interés del 16% anual capitalizable semestralmente. ¿Qué cantidad depositó mensualmente esta empresa para acumular dicha cantidad?.

Datos

$S = 136{,}398.39$

$n = 5$

$j = 0.16$

$m = 2$

$p = 12$

$R = ?$

$$R = \frac{S\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}{(1 + j/m)^{mn} - 1}\ (1 + j/m)^{-m/p}$$

$$R = \frac{136{,}398.39\,[(1+0.16/2)^{2/12} - 1]}{(1 + 0.16/2)^{2x5} - 1} \times (1 + 0.16/2)^{-2/12}$$

$$R = \frac{136{,}398.39\,[(1.08)^{0.16667} - 1]}{(1.08)^{10} - 1} \times 0.987255073$$

$$R = \frac{136{,}398.39 \times 0.012909456}{1.158924997} \times 0.987255073$$

$$R = \frac{1{,}760.829138}{1.158924997} \times 0.987255073$$

$$R = 1{,}519.364189 \times 0.987255073 =$$

$$R = 1{,}500.0000003$$

**Resp: La empresa depositó mensualmente la cantidad de Q.1,500.00**

**PROBLEMA No. 6**

La empresa Quiché S.A. quiere tener acumulado dentro de 20 años la cantidad de Q.300,000.00, y para lograr dicha suma de dinero quiere iniciar hoy una serie de depósitos bienales en una institución bancaria que le ofrece pagar una tasa de interés del 18% anual capitalizable ralmente; quiere saber ¿Qué cantidad de dinero será necesario depositar periódicamente para a cantidad deseada?

)0,000

)

18

$$W = \frac{S\,[(1 + j/m)^{mk} - 1]}{(1 + j/m)^{mn} - 1}\,(1 + j/m)^{-mk}$$

$$W = \frac{300{,}000\,[(1 + 0.18/2)^{2x2} - 1]}{(1 + 0.18/2)^{2x20} - 1}\,(1 + 0.18/2)^{-2x2}$$

$$W = \frac{123{,}474.483}{30.40942005} \times 0.708425211$$

$$W = 4{,}060.402427 \times 0.708425211$$

$$W = 2{,}876.4914447$$

**Resp: Se tendrá que depositar Q.2,876.49**

**PROBLEMA No. 7**

La Liga Guatemalteca del Corazón obtuvo un préstamo por la cantidad de Q.12,000.00, que an una tasa de interés del 16% anual capitalizable semestralmente y con el compromiso de en 5 años mediante abonos mensuales de igual cantidad, el primer pago se efectuará nente dentro de un año. ¿Por qué cantidad deberán efectuarse dichos pagos para cancelar la contraída?

**Es un problema para determinar la Renta de una Anualidad Diferida-Anticipada en función del Valor Actual**

2,000

$$R = \frac{A\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}{1 - (1 + j/m)^{-mn}}\,(1 + j/m)^{-m/p}\,(1 + j/m)^{my}$$

16

$$R = \frac{12{,}000[(1+0.16/2)^{2/12} - 1]}{1 - (1 + 0.16/2)^{-2x5}}\,(1+0.16/2)^{-2/12}\,(1+0.16/2)^{2x1}$$

2

$$R = \frac{154.9134839}{0.536806511} \times 0.987255072 \times 1.1664$$

$$R = 332.3097732$$

**Resp:** Los pagos mensuales deberán ser por la cantidad de Q.332.31

**PROBLEMA No. 8**

La empresa América S.A. quiere obtener financiamiento externo mediante un crédito por la cantidad de Q.100.000.00, pero tiene la capacidad de pagarlo mediante pagos al final de cada 2 años durante 20 años, la institución financiera le aplica una tasa de interés del 18% anual capitalizable semestralmente; quiere saber ¿Por qué cantidad deberán ser los pagos periódicos para cancelar el crédito obtenido?

Datos

A = 100,000
n = 20
j = 0.18
m = 2
k = 2
W = ?

$$W = \frac{A\,[(1 + j/m)^{mk} - 1]}{1 - (1 + j/m)^{-mn}}$$

$$W = \frac{100{,}000\,[(1 + 0.18/2)^{2x2} - 1]}{1 - (1 + 0.18/2)^{-2x20}}$$

$$W = \frac{100{,}000 \times 0.41158161}{0.968162417}$$

$$W = \frac{41{,}158.161}{0.968162417}$$

$$W = 42{,}511.63$$

**Resp: Los pagos deberán ser por Q.42,511.63.**

**PROBLEMA No. 9**

El Contador de una empresa desea saber en cuánto tiempo podrá acumular la cantidad de Q.25,000.00, mediante depósitos mensuales de Q.1,500.00 en una institución bancaria que le reconoce na tasa de interés del 16% anual capitalizable semestralmente; dichos depósitos se iniciarán el día de

oy.

)atos

= 25,000

. = 1,500

= 0.16

ı = 2

= 12

= ?

$$n = \frac{\text{Log}\left[\dfrac{S\,[(1+j/m)^{m/p} - 1]}{R * (1+j/m)^{m/p}} + 1\right]}{m \text{ Log}\,(1+j/m)}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left[\dfrac{25{,}000\;[\,(1+0.16/2)^{2/12} - 1\,]}{1{,}500 \times (1+0.16/2)^{2/12}} + 1\right]}{2 \text{ Log}\,(1+0.16/2)}$$

$$n = \frac{\text{Log } 1.212415452}{2 \text{ Log } 1.08}$$

$$n = \frac{0.083651462}{0.06684751}$$

n = 1.251377581

- 1 año

0.251377581 x 12 meses = 3.01

**Resp: Se podrá acumular dicha cantidad en 1 año con 3 meses**

**l.6 Uso de Computadora**

Como se indicó en el capítulo anterior, para simplificar el uso de las fórmulas, se pueden ingresar a una computadora los datos para elaborar una hoja de trabajo en el que únicamente se tengan que ingresar los datos de cualquier problema, previo análisis, para determinar los datos correctamente; y a manera de sugerencia se presenta a continuación un formato de hoja de trabajo que se deberá teclear en una Hoja Electrónica, con las indicaciones de qué datos se deben ingresar en cada casilla:

```
A1: 'FORMULAS DE ANUALIDADES, MENORES E IGUALES A UN AÑO
A2: \=
B2: \=
A3: 'VARIABLES
A4: 'RENTA
A5: 'VALOR ACTUAL
A6: 'MONTO
A7: 'TIEMPO
A8: 'TASA DE INTERES
A9: 'No. CAPITALIZACIONES
A10: 'PAGOS EN EL AÑO
A11: 'PERIODO DE DIFERIMIENTO
A12: \-
B12: \-
A13: 'FACTORES
A14: 'No. 1
B14: (1+B8/B9)^(B9*B7)-1
A15: 'No. 2
B15: (1+B8/B9)^(B9/B10)-1
A16: 'No. 3 FACT. ANTICIPACION
B16: (1+B8/B9)^(B9/B10)
A17: 'No. 4
B17: 1-(1+B8/B9)^-(B9*B7)
A18: 'No. 5 FACT. DIFERIMIENTO
B18: (1+B8/B9)^-(B9*B11)
A19: 'No. 6 FACT. ANTICIPACION
B19: (1+B8/B9)^-(B9/B10)
A20: 'No. 7 FACT. DIFERIMIENTO
B20: (1+B8/B9)^(B9*B11)
A21: \-
B21: \-
A22: 'FORMULAS DEL MONTO
A23: 'Vencidas              S =
B23: (,2) +B4*(B14/B15)
A24: 'Anticipadas           S =
B24: (,2) +B23*B16
A25: \-
B25: \-
A26: 'FORMULAS DEL VALOR ACTUAL
A27: 'Vencidas              A =
B27: (,2) +B4*(B17/B15)
A28: 'Anticipadas           A =
B28: (,2) +B27*B16
A29: 'Diferidas-Vencidas    A =
B29: (,2) +B27*B18
A30: 'Diferidas-Anticipadas A=
```

```
: (,2) +B29*B16
.: \-
.: \-
: 'FORMULAS DE LA RENTA
: 'EN FUNCION DEL MONTO
: 'Vencidas                  R =
: (,2) (B6*B15)/B14
: 'Anticipadas               R =
: (,2) +B34*B19
: 'EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL
: 'Vencidas                  R =
: (,2) (B5*B15)/B17
: 'Anticipadas               R =
: (,2) +B37*B19
: 'Diferidas-Vencidas        R =
: (,2) +B37*B20
): 'Diferidas-Anticipadas R =
): (,2) +B39*B19
1: \-
1: \-
2: 'FORMULAS DEL TIEMPO
3: 'EN FUNCION DEL MONTO
4: 'Vencidas                 n =
4: (,2) (@LOG(((B6*B15/B4)+1))/((@LOG(1+B8/B9))*B9))
5: 'Anticipadas              n =
5: (,2) (@LOG(((B6*B15/(B4*B16))+1))/((@LOG(1+B8/B9))*B9))
6: 'EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL
7: 'Vencidas                 n =
7: (,2) (@LOG(1/(1-(B5*B15/B4))))/(@LOG(1+B8/B9)*B9)
8: 'Anticipadas              n =
8: (,2) (@LOG(1/(1-(B5*B15/(B4*B16)))))/(@LOG(1+B8/B9)*B9)
9: 'Diferidas-Vencidas       n =
9: (,2) (@LOG(1/(1-(B5*B15/(B4*B18)))))/(@LOG(1+B8/B9)*B9)
0: 'Diferidas-Anticipadas n=
0: (,2) (@LOG(1/(1-(B5*B15/(B4*B16*B18)))))/(@LOG(1+B8/B9)*B9)
1: \-
1: \-
```

```
A1: 'ANUALIDADES PAGADERAS CADA "k" AÑOS
A2: \=
B2: \=
A3: 'VARIABLES
A4: 'MONTO
A5: 'VALOR ACTUAL
A6: 'RENTA
A7: 'TASA DE INTERES
A8: 'CAPITALIZACIONES
A9: 'TIEMPO
A10: 'PERIODO DE PAGO
A11: 'DIFERIMIENTO
A12: \-
B12: \-
A13: 'FACTORES
A14: 'No. 1
B14: (1+B7/B8)^(B8*B9)-1
A15: 'No. 2
B15: (1+B7/B8)^(B8*B10)-1
A16: 'No. 3
B16: 1-(1+B7/B8)^-(B8*B9)
A17: 'No. 4 ANTICIPACION
B17: (1+B7/B8)^(B8*B10)
A18: 'No. 5 ANTICIPACION
B18: (1+B7/B8)^-(B8*B10)
A19: 'No. 6 DIFERIMIENTO
B19: (1+B7/B8)^-(B8*B11)
A20: 'No. 7 DIFERIMIENTO
B20: (1+B7/B8)^(B8*B11)
A21: \-
B21: \-
A22: 'MONTO
A23: 'Vencidas
B23: (,2) +B6*(B14/B15)
A24: 'Anticipadas
B24: (,2) +B23*B17
A25: \-
B25: \-
A26: 'VALOR ACTUAL
A27: 'Vencidas
B27: (,2) +B6*B16/B15
A28: 'Anticipadas
B28: (,2) +B27*B18
A29: 'Dif. Vencida
B29: (,2) +B27*B19
A30: 'Dif. Anticipada
```

```
B30: (,2) +B27*B18*B19
A31: \-
B31: \-
A32: 'RENTA EN FUNCION DEL MONTO
A33: 'Vencidas
B33: (,2) +B4*B15/B14
A34: 'Anticipadas
B34: (,2) +B33*B18
A35: \-
B35: \-
A36: 'RENTA EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL
A37: 'Vencidas
B37: (,2) +B5*B15/B16
A38: 'Anticipadas
B38: (,2) +B37*B17
A39: 'Dif. vencida
B39: (,2) +B37*B20
A40: 'Dif. anticipada
B40: (,2) +B37*B20*B17
A41: \-
B41: \-
A42: 'TIEMPO EN FUNCION DEL MONTO
A43: 'Vencida            n =
B43: @LOG((B4*B15/B6)+1)/(@LOG(1+B7/B8)*B8)
A44: 'Anticipada         n =
B44: @LOG((B4*B15/B6*B18)+1)/(@LOG(1+B7/B8)*B8)
A45: \-
B45: \-
A46: 'TIEMPO EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL
A47: 'Vencida            n =
B47: @LOG(1/(1-((B5*B15)/B6)))/((@LOG(1+B7/B8))*B8)
A48: 'Anticipada         n =
B48: (@LOG(1/(1-((B5*(B15*B17))/B6))))/((@LOG(1+B7/B8))*B8)
A49: 'Diferida-Vencida n =
B49: @LOG(1/(1-((B5*B15)/(B6*B19))))/((@LOG(1+B7/B8))*B8)
A50: 'Dif-Anticipada    n =
B50: (@LOG(1/(1-((B5*(B15*B17))/B6*B20))))/((@LOG(1+B7/B8))*B8)
A51: \-
B51: \-
```

# 5. Anualidades a Plazo Fijo Variables Regulares

## 5.1 Anualidades en Progresión aritmética

### 5.1.1 Concepto

Es una serie de pagos que se efectúan durante un plazo fijo y a intervalos de tiempo que pueden ser iguales o menores de un año, dichos pagos aumentan o disminuyen de su inmediato anterior en una cantidad constante denominada diferencia.

### 5.1.2 Características

**a**. Tienen Plazo fijo

**b**. Los periodos de pago son regulares, deberán ser menores o iguales a un año.

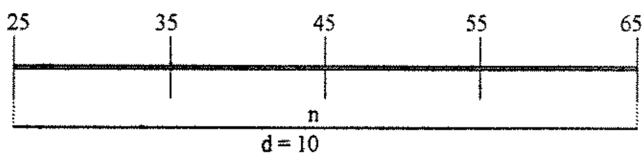
**c**. Los pagos son variables, crecen o decrecen en Progresión aritmética

### 5.1.3 Clasificación

#### 5.1.3.1 En relación a su variabilidad

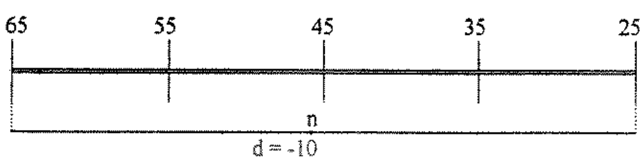
**a. Crecientes**

Es una serie de pagos en la cual cada pago de renta aumenta de su Inmediato anterior en una cantidad constante denominada diferencia.




**b. Decrecientes**

Es una serie de pagos en la que cada pago de renta disminuye de su inmediato anterior en una cantidad constante denominada diferencia;



#### 5.1.3.2 En relación a la época de cada pago.

a. Ordinarias o Vencidas

b. Anticipadas o inmediatas

c. Diferidas

- Vencidas

- Anticipadas

### .4 Determinación de la Diferencia

Para determinar la diferencia existente entre cada término de la progresión, se procede a utilizar cualquier término de la progresión (renta), excepto el primer término, y se le resta el término que le antecede; ejemplo, para determinar la diferencia en la progresión aritmética creciente ilustrada anteriormente se utiliza el segundo término 35, menos el que le antecede que es 25, se obtiene **10**, y en el caso de la anualidad decreciente, se resta 55 - 65 = **-10.**

### .5 Simbología

Para la resolución de problemas de anualidades en progresión aritmética nos valemos de las fórmulas que para el efecto son conocidas, con las siguientes variables:

**S** = Monto

**A** = Valor Actual

**B** = Primer Pago

**d** = Diferencia

**n** = tiempo

**y** = Período de diferimiento

**i** = Tasa efectiva de interés

**j** = Tasa nominal de interés

**m** = Número de capitalizaciones en el año

**p** = Número de pagos de renta en el año

### 5.1.6 Fórmulas

En el presente trabajo de investigación no se pretende explicar la obtención de las fórmulas, sino únicamente se utilizan las fórmulas ya conocidas, pero dada la complejidad de las mismas, es necesario fraccionarla de manera que su resolución se haga más fácil.

#### 5.1.6.1 Fórmula del Monto de una Anualidad en Progresión Aritmética Crecientes

$$S = B \; \frac{s_{(p)}}{n / j_{(m)}} + d \left[ \frac{\frac{s_{(p)}}{n / j_{(m)}} - n\,p}{(1 + j/m)^{mp} - 1} \right]$$

#### 5.1.6.2 Fórmula del Monto de una Anualidad en Progresión Aritmética Decreciente.

$$S = B \; \frac{s_{(p)}}{n / j_{(m)}} - d \left[ \frac{\frac{s_{(p)}}{n / j_{(m)}} - n\,p}{(1 + j/m)^{mp} - 1} \right]$$

La porción de la fórmula es equivalente a:

$$\frac{s_{(p)}}{n / j_{(m)}} = \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

Como se puede observar en las dos fórmulas del monto que anteceden, que la única diferencia entre la fórmula de una anualidad creciente y una decreciente es el signo que antecede a la variable **"d"**, siendo "+" para una creciente, y "-" para una decreciente, y el procedimiento de resolución es el mismo para ambos casos, y se procede a resolver la porción de la fórmula anterior, y luego se sustituye en la fórmula general del monto como se expone en el apartado de resolución de problemas.

### 5.1.6.3 Fórmula del Valor Actual de una Anualidad en Progresión Aritmética Creciente.

$$A = B\, a^{(p)}_{n/j(m)} + d \left[ \frac{a^{(p)}_{n/j(m)} - np\,(1+j/m)^{-nm}}{(1+j/m)^{m/p} - 1} \right]$$

La porción de la fórmula es equivalente a:

$$a^{(p)}_{n/j(m)} = \frac{1 - (1+j/m)^{-nm}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

Si la anualidad es anticipada o diferida, el resultado obtenido de la fórmula anterior, se multiplica por los factores de anticipación o diferimiento o ambos, según sea el caso, dichos factores son los que se presentan a continuación:

Factor de Anticipación

$(1 + j/m)^{m/p}$

Factor de Diferimiento

$(1 + j/m)^{-my}$

### 5.1.6.4 Fórmula del Valor Actual de una Anualidad en Progresión Aritmética decreciente

$$A = B\, a^{(p)}_{n/j(m)} - d \left[ \frac{a^{(p)}_{n/j(m)} - np\,(1+j/m)^{-nm}}{(1+j/m)^{m/p} - 1} \right]$$

Se puede observar en la fórmula anterior que la única diferencia es el signo que antecede a la variable diferencia, y el procedimiento de resolución es el mismo como se ha indicado con anterioridad.

**5.1.6.5 Fórmula del Primer Pago de una Anualidad en Progresión Aritmética Creciente, en función del monto.**

$$B = \frac{S - d\left[\dfrac{s^{(p)}_{n/j(m)} - n\,p}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}\right]}{s^{(p)}_{n/j(m)}}$$

**5.1.6.6 Fórmula del Primer Pago de una Anualidad en Progresión Aritmética Decreciente, en función del Monto.**

$$B = \frac{S + d\left[\dfrac{s^{(p)}_{n/j(m)} - n\,p}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}\right]}{s^{(p)}_{n/j(m)}}$$

Cuando se trate de una anualidad anticipada, el factor de anticipación pasará como denominador de la variable "S".

Factor de Anticipación

$(1 + j/m)^{m/p}$

**5.1.6.7 Fórmula del Primer Pago de una Anualidad en Progresión Aritmética Creciente, en función del Valor Actual.**

$$B = \frac{A - d\left[\dfrac{a^{(p)}_{n/j(m)} - np\,(1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}\right]}{a^{(p)}_{n/j(m)}}$$

**5.1.6.8 Fórmula del Primer Pago de una Anualidad en Progresión Aritmética Decreciente, en función del Valor Actual.**

$$B = \frac{A + d\left[\dfrac{a^{(p)}_{n/j(m)} - n\,p\,(1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}\right]}{a^{(p)}_{n/j(m)}}$$

Si fuera una anualidad en progresión aritmética anticipada, diferida o ambos casos, dichos factores pasarán como denominador de la variable "A".

Factor de Anticipación

$(1 + j/m)^{m/p}$

Factor de Diferimiento

$(1 + j/m)^{-my}$

### 5.1.6.9 Fórmula de la Diferencia de una anualidad en progresión aritmética creciente, vencida, en función del Monto

$$d = \frac{S - B\, s^{(p)}_{n/j(m)}}{\dfrac{s^{(p)}_{n/j(m)} - n\,p}{(1 + j/m)^{mp} - 1}}$$

Si fuera una anualidad en progresión aritmética anticipada, el factor de anticipación pasará como denominador de la variable "S".

Factor de Anticipación

$(1 + j/m)^{m/p}$

### 5.1.6.10 Fórmula de la Diferencia de una anualidad en progresión aritmética creciente, vencida, en función del Valor Actual

$$d = \frac{A - B\, a^{(p)}_{n/j(m)}}{\dfrac{a^{(p)}_{n/j(m)} - n\,p\,(1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{mp} - 1}}$$

Si fuera una anualidad en progresión aritmética anticipada, diferida o ambos casos, dichos factores pasarán como denominador de la variable "A".

Factor de Anticipación

$(1 + j/m)^{mp}$

Factor de Diferimiento

$(1 + j/m)^{-my}$

Para determinar si una anualidad es creciente o decreciente en las fórmulas de la diferencia, dependerá del resultado, si es positivo será una anualidad creciente, y si fuera negativo, será una anualidad decreciente.

### 5.1.7 Aplicaciones

**PROBLEMA No. 10**

Una empresa tiene sus proyecciones de crecimiento en sus utilidades para los siguientes 6 años así: Q. 50,000.00, Q.60,000.00, Q.70,000.00, Q.80,000.00, Q.90,000.00 y Q.100.00.00; tienen el propósito de separar el 10% de las mismas para crear un fondo en una institución financiera que les aplica una tasa de interés del 20% anual capitalizable semestralmente. ¿Qué cantidad tendrán acumulado al final de los 6 años si efectúan el primer depósito el día de hoy?

**Caso para determinar el Monto de una Anualidad en progresión aritmética creciente, anticipada**

Datos
B = 5,000
d = 1,000
j = 0.20
m = 2
p = 1
n = 6
S = ?

$$S = B\ \frac{s_{(p)}}{n\ /j_{(m)}} + d\ \left[ \frac{\dfrac{s_{(p)}}{n\ /j_{(m)}} \quad - n\ p}{(1 + j/m)^{m/p} \quad - 1} \right] (1 + j/m)^{m/p}$$

**Primer paso, resolver la porción de la fórmula siguiente:**

$$\frac{s_{(p)}}{n\ /j_{(m)}} = \frac{(1 + 0.20/2)^{2x6} \quad -1}{(1 + 0.20/2)^{2/1} \quad - 1}$$

$$= \frac{2.138428377}{0.21}$$

$$= 10.18299227$$

**Segundo Paso: sustituir el resultado anterior en la fórmula general**

$$S = [5{,}000 \times 10.18299227 + 1{,}000\ \left[ \frac{10.18299227\ - 6 \times 1}{(1 + 0.20/2)^{2/1} \quad - 1} \right] ] \quad (1 + 0.20/2)^{2}$$

$$S = (50{,}914.96135 + 1{,}000\ \frac{4.18299227}{0.21}\ )\ 1.21$$

$$S = (50{,}914.96135 + 1{,}000 \times 19.91901081) \times 1.21$$

$$S = (50{,}914.96135 + 19{,}919.01081)\ 1.21$$

$$S = 70{,}833.97216 \times 1.21$$

$$S = 85{,}709.10631$$

**Resp. Acumularán la cantidad de Q.85,709.11**

**PROBLEMA No. 11**

La empresa Los Altos S.A, necesita obtener un préstamo para adquirir equipo necesario para la roducción, pero como está iniciando operaciones, consideran que para amortizar dicho préstamo ueden hacer un primer pago de Q.10,000.00 y los restantes aumentando una cantidad de Q.5,000.00 ada uno de su inmediato anterior, durante 10 años. ¿Qué cantidad podrán solicitar prestado si la stitución bancaria les cobra una tasa de interés del 18% anual capitalizable semestralmente?.

**Caso para determinar el Valor Actual de una Progresión aritmética creciente, vencida**

atos

= 10,000

= 5,000

= 0.18

= 2

= 10

= 1

= ?

$$A = B\ \frac{a_{\overline{n}|}^{(p)}}{j_{(m)}} + d\left[\ \frac{\dfrac{a_{\overline{n}|}^{(p)}}{j_{(m)}} - np(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}\ \right]$$

**Primer paso: Resolver la porción de la fórmula siguiente:**

$$\frac{a_{\overline{n}|}^{(p)}}{j_{(m)}} = \frac{1 - (1+0.18/2)^{-2\times 10}}{(1+0.18/2)^{2/1} - 1}$$

$$= \frac{0.82156911}{0.1881} = 4.367725201$$

**Segundo Paso: Sustituir en la fórmula general el resultado anterior.**

$$A = 10{,}000 \times 4.367725201 + 5{,}000\left[\ \frac{4.367725201 - 10 \times 1\ (1+0.18/2)^{-2\times 10}}{(1+0.18/2)^{2/1} - 1}\right]$$

$$A = 43{,}677.25201 + 5{,}000 \left[ \frac{4.367725201 - 1.784308898}{0.1881} \right]$$

$$A = 43{,}677.25201 + 5{,}000 \ \frac{2.583416303}{0.1881}$$

$$A = 43{,}677.25201 + 5{,}000 \times 13.73427062$$

$$A = 43{,}677.25201 + 68{,}671.35308$$

$$A = 112348.6051$$

**Resp: Pondrán solicitar prestado la cantidad de Q.112,348.61**

**PROBLEMA No. 12**

La empresa Zaculeu S.A. tiene el propósito de acumular la cantidad de Q.150,000.00 en un periodo de 5 años, y para el efecto tiene la capacidad de depositar determinada cantidad de dinero de manera que cada uno aumente de su inmediata anterior en Q.5,000.00, la institución bancaria le reconoce una tasa de interés del 18% anual capitalizable semestralmente. Se necesita determinar ¿Qué cantidad deberá depositar el día de hoy para lograr acumular la cantidad deseada?

**Caso para determinar el primer pago de una Anualidad en Progresión Aritmética creciente, anticipada en función del Monto.**

Datos

S = 150,000
d = 5,000
j = 0.18
m = 2
n = 5
p = 1
B = ?

$$B = \frac{\dfrac{S}{(1+j/m)^{m/p}} - d \left[ \dfrac{\dfrac{s_{(p)}}{n/j(m)} - n\,p}{(1+j/m)^{m/p} - 1} \right]}{\dfrac{s_{(p)}}{n/j_{(m)}}}$$

**Primer Paso: Resolver la porción de la fórmula**

$$\frac{s_{(p)}}{n/j_{(m)}} = \frac{(1+0.18/2)^{2x5} - 1}{(1+0.18/2)^{2/1} - 1}$$

$$= \frac{1.367363675}{0.1881}$$

$$= 7.269344363$$

**Segundo Paso: Sustituir el valor anterior en la fórmula general**

$$B = \frac{\dfrac{150{,}000}{(1+0.18/2)^{2/1}} - 5{,}000 \left[ \dfrac{7.269344363 - 5 \times 1}{(1+0.18/2)^{2/1} - 1} \right]}{7.269344763}$$

$$B = \frac{126{,}251.999 - 5{,}000 \times 12.06456333}{7.269344363}$$

$$B = \frac{65{,}929.17169}{7.269344763}$$

$$B = 9{,}069.479278$$

**Resp: El primer depósito deberá ser por Q.9,069.48**

**PROBLEMA No. 13**

La empresa Los Andes S. A. obtuvo un préstamo por Q.75,000.00, considerando su capacidad podrá efectuar pagos anuales que disminuyen en Q.5,000.00 cada uno de su inmediato durante 10 años, la financiera le cobra una tasa de interés del 18% anual capitalizable ılmente. ¿Por qué cantidad deberá efectuar el primer pago?.

**Caso para determinar el Primer Pago de una Anualidad en progresión aritmética decreciente en función del Valor Actual, Vencida.**

,000
00
8

$$B = \frac{A + d \left[ \dfrac{\dfrac{a\_(p)}{n/j_{(m)}} - np\,(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1} \right]}{\dfrac{a\_(p)}{n/j_{(m)}}}$$

**Primer Paso: Resolver la porción de la fórmula**

$$\frac{a\_(p)}{n/j_{(m)}} = \frac{1 - (1+0.18/2)^{-2 \times 10}}{(1+0.18/2)^{2/1} - 1}$$

$$= \frac{0.82156911}{0.1881}$$

$$= 4.367725201$$

**Segundo Paso: Sustituir el valor anterior en la fórmula general**

$$B = \frac{75{,}000 + 5{,}000\left[\dfrac{4.367725201 - 10 \times 1\,(1+0.18/2)^{-2\times10}}{(1+0.18/2)^{2/1} - 1}\right]}{4.367725201}$$

$$B = \frac{75{,}000 + 5{,}000\left(\dfrac{2.583416303}{0.1881}\right)}{4.367725201}$$

$$B = \frac{75{,}000 + 5{,}000 \times 13.73427062}{4.367725201}$$

$$B = \frac{143{,}671.3531}{4.367725201} = 32{,}893.8627$$

**Resp: El primer pago será por Q. 32,893.86**

**PROBLEMA No. 14**

El Contador de una empresa tiene conocimiento de que se acumuló en una institución bancaria la cantidad de Q. 80,000.00 durante 4 años mediante depósitos al inicio de cada semestre que aumentaron en progresión aritmética, se conoce que el primer pago fué por Q.6,000.00 y que el banco aplicó una tasa de interés del 16% anual capitalizable semestralmente; se desea saber: ¿En qué cantidad varió cada pago?.

**Caso para determinar la diferencia de una anualidad en progresión aritmética, anticipada en función del Monto**

Datos

$S = 80{,}000$
$n = 4$
$j = 0.16$
$m = 2$
$p = 2$
$B = 6{,}000$
$d = ?$

$$d = \frac{\dfrac{S}{(1+j/m)^{mp}} - B\; s_{\overline{n}|j(m)}^{(p)}}{\dfrac{s_{\overline{n}|j(m)}^{(p)} - np}{(1+j/m)^{mp} - 1}}$$

**Primer Paso: Resolver la porción de la fórmula**

$$s_{\overline{n}|j(m)}^{(p)} = \frac{(1+0.16/2)^{2x4} - 1}{(1+0.16/2)^{2/2} - 1}$$

$$= \frac{0.85093021}{0.08} = 10.63662763$$

**Segundo Paso: Sustituir el resultado anterior en la fórmula general**

$$d = \frac{\dfrac{80{,}000}{(1.08)^{2/2}} - 6{,}000 \times 10.63662763}{\dfrac{10.63662763 - 4 \times 2}{(1+0.16/2)^{2/2} - 1}}$$

$$d = \frac{74074.07407 - 63{,}819.76577}{\dfrac{10.63662763 - 8}{0.08}}$$

$$d = \frac{10{,}254.3083}{32.95784538}$$

$$d = 311.1340618$$

**Resp: Cada pago varió en Q. 311.13**

**PROBLEMA No. 15**

La empresa Petapa S.A. terminó el día de hoy de cancelar un préstamo obtenido ıce 5 años por Q. 50,000.00, el cual fue cancelado mediante pagos al final de cada seis eses, variables en progresión aritmética, se sabe que el primer pago fue por Q.6,000.00 y ıe la financiera le aplicó una tasa de interés del 20% anual capitalizable semestralmente. : desea saber, ¿En qué cantidad variaron los pagos periódicos?.

atos
= 50,000
= 6,000
= 5
= 0.20
= 2
= 2
= ?

**Caso para determinar la diferencia de una anualidad en progresión aritmética vencida en función del Valor Actual**

$$d = \frac{A - B\, a_{\overline{n}|j(m)}^{(p)}}{\dfrac{a_{\overline{n}|j(m)}^{(p)} - np\,(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}}$$

$$a_{\overline{n}/j_{(m)}}^{(p)} = \frac{1 - (1+0.20/2)^{-2x5}}{(1+0.20/2)^{2/2} - 1}$$

$$= \frac{0.61445671}{0.10}$$

$$= 6.144567106$$

$$d = \frac{50{,}000 - 6{,}000 \times 6.144567106}{\dfrac{6.144567106 - 5 \times 2 \ (1.10)^{-2x5}}{(1+0.20/2)^{2/2} - 1}}$$

$$d = \frac{50{,}000 - 36{,}867.4020}{\dfrac{6.144567106 - 10 \ (1.10)^{-10}}{0.10}}$$

$$d = \frac{50{,}000 - 36{,}867.4020}{\dfrac{2.289134211}{0.10}}$$

$$d = \frac{50{,}000 - 36{,}867.4020}{22.89134211}$$

$$d = \frac{13{,}132.5974}{22.89134211} = 573.69277$$

**Resp: Los pagos variaron en Q. 573.69**

### 5.1.8 Uso de Computadora

A continuación se presenta un formato de hoja de trabajo para ingresar a una computadora en un programa de Hoja Electrónica, que generará una hoja con las fórmulas de Anualidades variables en progresión aritmética, por lo tanto se tendrá que teclear en las casillas correspondientes los datos que a continuación se presenta:

```
'ANUALIDADES EN PROGRESION ARITMETICA
\=
\=
'VARIABLES
'PRIMER PAGO
'MONTO
'VALOR ACTUAL
'DIFERENCIA
'TASA DE INTERES
'CAPITALIZACIONES
: 'TIEMPO
: 'PAGOS EN EL AÑO
: 'PERIODO DE DIFERIMIENTO
: \-
: \-
: 'Factores
: 'No. 1
: ((1+B8/B9)^(B9*B10)-1)/((1+B8/B9)^(B9/B11)-1)
: 'No. 2
: (1-(1+B8/B9)^-(B9*B10))/((1+B8/B9)^(B9/B11)-1)
: 'No. 3
: (1+B8/B9)^(B9/B11)
: 'No. 4
: (1+B8/B9)^-(B9*B12)
: 'No. 5
: +B17-1
: 'No. 6
: (1+B8/B9)^-(B9*B10)
: \-
: \-
: 'FORMULAS DEL MONTO
: 'ARITMETICAS CRECIENTES
: 'Vencidas              S =
: (,2) +B4*B15+B7*((B15-B10*B11)/B19)
: 'Anticipada            S =
: (,2) +B24*B17
: 'ARITMETICAS DECRECIENTES
: 'Vencidas              S =
: (,2) +B4*B15-B7*((B15-B10*B11)/B19)
: 'Anticipada            S =
: (,2) +B27*B17
: \-
: (,2) \-
: 'FORMULAS DEL VALOR ACTUAL
: 'ARITMETICAS CRECIENTES
: 'Vencidas              A =
```

```
B32: (,2) +B4*B16+B7*((B16-B10*B11*B20)/B19)
A33: 'Anticipada           A =
B33: (,2) +B32*B17
A34: 'Diferida-vencida     A =
B34: (,2) +B32*B18
A35: 'Diferida Anticipada A=
B35: (,2) +B32*B18*B17
A36: 'ARITMETICAS DECRECIENTES
A37: 'Vencidas             A =
B37: (,2) +B4*B16-B7*((B16-B10*B11*B20)/B19)
A38: 'Anticipada           A =
B38: (,2) +B37*B17
A39: 'Diferida-vencida     A =
B39: (,2) +B37*B18
A40: 'Diferida Anticipada A=
B40: (,2) +B37*B18*B17
A41: \-
B41: \-
A42: 'FORMULAS DEL PRIMER PAGO EN FUNCION DEL MONTO
A43: 'ARITMETICAS CRECIENTES
A44: 'Vencidas             B =
B44: (,2) (B5-B7*((B15-B10*B11)/B19))/B15
A45: 'Anticipada           B =
B45: (,2) (B5/B17-B7*((B15-B10*B11)/B19))/B15
A46: 'ARITMETICA DECRECIENTE
A47: 'Vencidas             B =
B47: (,2) (B5+B7*((B15-B10*B11)/B19))/B15
A48: 'Anticipada           B =
B48: (,2) (B5/B17+B7*((B15-B10*B11)/B19))/B15
A49: \-
B49: \-
A50: 'FORMULAS DEL PRIMER PAGO EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL
A51: 'ARITMETICAS CRECIENTES
A52: 'Vencidas             B =
B52: (,2) (B6-B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
A53: 'Anticipada           B =
B53: (,2) (B6/B17-B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
A54: 'Diferida-Vencida     B =
B54: (,2) (B6/B18-B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
A55: 'Diferida-Anticipada B=
B55: (,2) (B6/(B17*B18)-B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
A56: 'ARITMETICA DECRECIENTE
A57: 'Vencidas             B =
B57: (,2) (B6+B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
A58: 'Anticipada           B =
B58: (,2) (B6/B17+B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
```

```
A59: 'Diferida-Vencida    B =
B59: (,2)  (B6/B18+B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
A60: 'Diferida-Anticipada B=
B60: (,2)  (B6/(B17*B18)+B7*((B16-B10*B11*B20)/B19))/B16
A61: \-
B61: \-
A62: 'FORMULAS DE LA DIFERENCIA EN FUNCION DE "S"
A63: 'ARITMETICAS CRECIENTES (decrecientes)
A64: 'Vencidas               d=
B64: (,5)  (B5-B4*B15)/((B15-B10*B11)/B19)
A65: 'Anticipada             d =
B65: (,5)  (B5/B17-B4*B15)/((B15-B10*B11)/B19)
A66: \-
B66: \-
A67: 'FORMULAS DE LA DIFERENCIA EN FUNCION "A"
A68: 'ARITMETICAS CRECIENTES (decrecientes)
A69: 'Vencidas               d =
B69: (,5)  (B6-B4*B16)/((B16-B10*B11*B20)/B19)
A70: 'Anticipada             d =
B70: (,5)  (B6/B17-B4*B16)/((B16-B10*B11*B20)/B19)
A71: 'Diferida-Vencida    d =
B71: (,5)  (B6/B18-B4*B16)/((B16-B10*B11*B20)/B19)
A72: 'Diferida-Anticipada d=
B72: (,5)  (B6/(B17*B18)-B4*B16)/((B16-B10*B11*B20)/B19)
```

## 5.2 Anualidades en Progresión Geométrica

### 5.2.1 Concepto

Es una serie de pagos que se efectúan durante un plazo fijo y a intervalos de tiempo que pueden ser iguales o menores de un año, dichos pagos aumentan o disminuyen de su inmediato anterior en una cantidad constante denominada razón

### 5.2.2 Características

**a.** Tienen Plazo fijo

**b.** Los periodos de pago son regulares, deberán ser menores o iguales a un año.

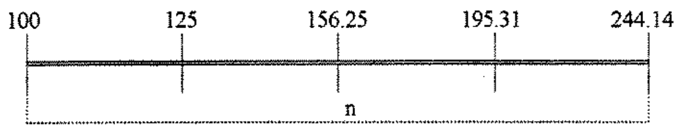
**c.** Los pagos son variables, crecen o decrecen en progresión geométrica.

### 5.2.3 Clasificación

#### 5.2.3.1 En relación a su variabilidad

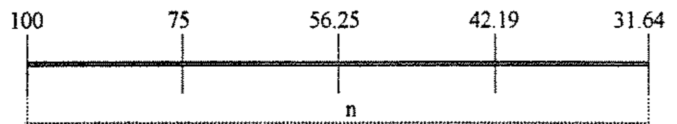
**a. Crecientes**

Es una serie de pagos en la cual cada pago de renta aumenta de su inmediata anterior en una cantidad constante denominada razón.




**b. Decrecientes**

Es una serie de pagos en la que cada pago de renta disminuye de su inmediata anterior en una cantidad constante denominada razón.




#### 5.2.3.2 En relación a la época de cada pago.

**a.** Ordinarias o Vencidas

**b.** Anticipadas o inmediatas

c. Diferidas

-Vencidas

-Anticipadas

**Determinación de la razón**

Para determinar la razón existente entre cada término de la progresión, se procede a utilizar cualquier término de la progresión(renta), excepto el primer término, y se divide entre cualquier término que le antecede; ejemplo, para determinar la razón en la progresión geométrica ilustrada anteriormente se utiliza el segundo término 125 y se divide entre el término que le antecede que es 100, se obtiene **1.25**, y en el caso de la anualidad decreciente, se divide 75 entre 100 y se obtiene **0.75**.

En las progresiones geométricas, se puede determinar si una progresión es creciente o decreciente de la siguiente forma, si la razón es > que 1, es **creciente**; y si la razón es < que 1, la progresión es decreciente.

**Simbología**

**S** = Monto

**A** = Valor Actual

**B** = Primer Pago

**r** = Razón

**n** = Numero de años

**y** = Período de Diferimiento

**i** = Tasa Efectiva de Interés

**j** = Tasa Nominal de Interés

**m** = Número de Capitalizaciones en el año

**p** = Número de Pagos de Renta en el año

### 5.2.6 Fórmulas

Para simplificar el uso de fórmulas. se presenta únicamente la fórmula general en la que se presentan todas las variables, por lo tanto se debe utilizar para las variables **"m"** y **"p"** un valor mínimo de 1; porque cuando la tasa es efectiva el valor de **"m"** que es el numero de capitalizaciones será igual a 1 y en el caso de un solo pago al año, el valor de **"p"** será igual a 1.

#### 5.2.6.1 Fórmula del Monto de una Anualidad en Progresión Geométrica, Vencida

$$S = B\,\frac{(r)^{np} - (1 + j/m)^{mn}}{r - (1 + j/m)^{m/p}}$$

La fórmula anterior será inoperante si se dan las dos condiciones siguientes; que el valor de **"m"** sea igual a **"p"** y que **"r"** sea igual a la expresión **(1 + j/m)**; por lo tanto se deberá utilizar la fórmula siguiente:

$$S = B * n * p * (1+ j/m)^{mn-1}$$

#### 5.2..6.2 Fórmula del Monto de una Progresión Geométrica Anticipada

Cuando se trata de una anualidad en progresión geométrica anticipada, el valor obtenido en las dos fórmulas anteriores, se deberá multiplicar por el siguiente factor de anticipación:

$$(1 + j/m)^{m/p}$$

#### 5.2.6.3 Fórmula del Valor Actual de una Progresión Geométrica vencida

$$A = B\,\frac{(r)^{np}\ (1 + j/m)^{-mn} - 1}{r - (1 + j/m)^{m/p}}$$

La fórmula anterior también será inoperante si se dan las dos condiciones siguientes; que el valor de **"m"** sea igual a **"p"** y que **"r"** sea igual a la expresión **(1 + j/m)**; por lo tanto se deberá utilizar la fórmula siguiente:

$$A = B\,n\,p(1 + j/m)^{-1}$$

Si el problema planteado es una anualidad en progresión geométrica anticipada, diferida o ambas a la vez, el resultado que se obtenga de las dos fórmulas que anteceden, se multiplicará por los factores correspondientes.

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{m/p}$$

Factor de Diferimiento

$$(1 + j/m)^{-my}$$

**5.2.6.4 Fórmula del Primer pago de una anualidad en progresión geométrica, vencida, en función del Monto.**

$$B = S\,\frac{r - (1 + j/m)^{m/p}}{(r)^{np} - (1 + j/m)^{mn}}$$

Cuando el valor de **"m"** sea igual a **"p"** y **"r"** sea igual a la expresión **(1 + j/m)**; se deberá utilizar la fórmula siguiente:

$$B = \frac{S}{n\,p\;(1 + j/m)^{mn-1}}$$

**5.2.6.5 Fórmula del Primer Pago de una anualidad en progresión geométrica, Vencida, en función del Valor Actual.**

$$B = A\,\frac{r - (1 + j/m)^{m/p}}{(r)^{np} - (1 + j/m)^{-mn} - 1}$$

Cuando el valor de **"m"** sea igual a **"p"** y **"r"** sea igual a la expresión **(1 + j/m)**; se deberá utilizar la fórmula siguiente:

$$B = \frac{A\,(1 + j/m)}{n\,p}$$

Cuando la anualidad sea anticipada, diferida o ambas, se deberán multiplicar los resultados anteriores por los factores de anticipación y/o diferimiento siguientes:

Factor de Anticipación

$$(1 + j/m)^{-m/p}$$

Factor de Diferimiento

$$(1 + j/m)^{my}$$

**5.2.7 Aplicaciones**

**PROBLEMA No. 16**

Una empresa obtuvo una utilidad de Q.375,000.00 y estima que en los próximos 4 años aumentarán en un 15% anualmente, los socios acordaron separar el 10% de las mismas para crear un fondo en un banco que paga el 20% anual capitalizable semestralmente. ¿Cuánto lograrán acumular si los depósitos son al principio de cada año?.

**Caso para determinar el monto de una anualidad en progresión geométrica creciente, anticipada.**

Datos

$B = 375.000 \times 0.10 = 37{,}500$
$r = 1.15$
$n = 5$
$j = 0.20$
$m = 2$
$p = 1$
$S = ?$

$$S = B\ \frac{(r)^{np} - (1 + j/m)^{mn}}{r - (1 + j/m)^{m/p}}\ (1 + j/m)^{m/p}$$

$$S = 37{,}500\ \frac{(1.15)^{5x1} - (1 + 0.20/2)^{2x5}}{1.15 - (1 + 0.20/2)^{2/1}}\ (1 + 0.20/2)^{2/1}$$

$$S = 37{,}500 \times \frac{2.011357187 - 2.59374246}{1.15 - 1.21} \times 1.21$$

$$S = 37{,}500 \times \frac{-0.582385272}{-0.06} \times 1.21$$

$$S = 37{,}500 \times 9.70642121 \times 1.21$$

$$S = 440{,}428.8624$$

**Resp: Lograrán acumular la cantidad de Q. 440,428.86**

PROBLEMA No. 17

Un Activo Fijo será cancelado en 4 años mediante pagos semestrales que aumentan cada uno ımediato anterior en 15%, el primero de éstos será por Q.15,000.00, se aplica una tasa de lel 18% anual capitalizable trimestralmente. ¿Cuál es el valor original del Activo?

**Caso para determinar el Valor Actual de una anualidad en progresión geométrica creciente, vencida.**

)00

$$A = B\ \frac{(r)^{np}\ \ (1 + j/m)^{-mn}\ - 1}{r - (1 + j/m)^{mp}}$$

3

$$A = 15{,}000\ \frac{(1.15)^{4x2}\ \ (1 + 0.18/4)^{-4x4}\ - 1}{1.15 - (1 + 0.18/4)^{4/2}}$$

5

$$A = 15{,}000 \times \frac{0.512592963}{0.057975}$$

$$A = 15{,}000 \times 8.841620754$$

$$A = 132{,}624.3113$$

**Resp: El valor original es de Q.132,624.31**

ᵓROBLEMA No. 18

Jna empresa acumuló en 5 años la cantidad de Q.173,500.00 mediante depósitos al inicio de ıestre que aumentaron en 15% cada uno de su inmediato anterior, el banco aplicó una tasa de el 16% anual capitalizable semestralmente. ¿Cuál es el valor del primer depósito efectuado?.

**Caso para determinar el Primer Pago de una anualidad en progresión geométrica creciente, anticipada en función del Monto.**

Datos
S = 173,500
n = 5
p = 4
j = 0.16
m = 2
r = 1.15
B = ?

$$B = S \frac{r - (1 + j/m)^{m/p}}{(r)^{np} - (1 + j/m)^{mn}} (1 + j/m)^{-m/p}$$

$$B = 173{,}500 \frac{1.15 - (1 + 0.16/2)^{2/4}}{(1.15)^{5x4} - (1 + 0.16/2)^{2x5}} (1 + 0.16/2)^{-2/4}$$

$$B = 173{,}500 \frac{0.110769515}{14.2076124} 0.962250448$$

$$B = 173{,}500 \times 0.00779649 \times 0.962250448$$

$$B = 1{,}301.627618$$

**Resp: El Primer depósito fue por Q. 1,301.63**

PROBLEMA No. 19

Una empresa adquirió un préstamo por Q.150.00.00, para cancelarlo en 4 años mediante pagos al final de cada semestre que aumenten cada uno de su inmediato anterior en el 10%, por el crédito aplican una tasa de interés del 20% anual capitalizable semestralmente. ¿Por qué valor deberá hacerse el primer pago?.

**Caso para determinar el Primer Pago de una anualidad en progresión geométrica creciente en función del Valor Actual, vencida.**

Datos
A = 150,000
n = 4
j = 0.20
m = 2
p = 2
r = 1.10
B = ?

**Caso Especial: m** es igual a **p** y **r** es igual **(1 + j/m)**

$$B = \frac{A (1 + j/m)}{n p}$$

$$B = \frac{150{,}000 (1 + 0.20/2)}{4 \times 2}$$

$$B = \frac{165{,}000}{8}$$

$$B = 20{,}625$$

**Resp: El primer pago deberá ser por Q.20,625.00**

### 5.2.8 Uso de Computadora

A continuación se presenta un formato de hoja de trabajo para ingresar a una computadora en un programa de Hoja Electrónica, que generará una hoja con las fórmulas de Anualidades variables en progresión geométrica, por lo tanto se tendrá que teclear en las casillas correspondientes los datos que a continuación se presentan:

```
A1: 'ANUALIDADES EN PROGRESION GEOMETRICA
A2: \=
B2: \=
A3: 'VARIABLES
A4: 'PRIMER PAGO
A5: 'VALOR ACTUAL
A6: 'MONTO
A7: 'TIEMPO
A8: 'TASA DE INTERES
A9: 'CAPITALIZACIONES
A10: 'PAGOS EN EL AÑO
A11: 'RAZON
A12: 'DIFERIMIENTO
A13: \-
B13: \-
A14: 'FACTORES
A15: 'No. 1
B15: (1+B8/B9)^(B9/B10)
A16: 'No. 2
B16: +B11^(B7*B10)
A17: 'No. 3
B17: (1+B8/B9)^(B9*B7)
A18: 'No. 4
B18: (1+B8/B9)^-(B9*(B7-1))
A19: 'No. 5
B19: (1+B8/B9)^(B9*B7-1)
A20: 'No. 6
B20: (1+B8/B9)^-(B9*B12)
A21: 'No. 7
B21: (1+B8/B9)^-(B9/B10)
A22: 'No. 8
B22: (1+B8/B9)^(B9*B12)
A23: \-
B23: \-
C23: \-
A24: 'DETERMINACION DEL MONTO
A25: 'Vencidas           S =
B25: (,2) +B4*((B16-B17)/(B11-B15))
C25: (,2) +B4*B7*B10*B19
A26: 'Anticipadas        S =
B26: (,2) +B25*B15
C26: (,2) +C25*B15
A27: \-
B27: \-
C27: \-
A28: 'DETERMINACION DEL VALOR ACTUAL
```

```
): 'Vencidas
): (,2) +B4*((B16*B18)/(B11-B15))
): (,2) +B4*B7*B10*(1+B8/B9)^-1
): 'Anticipada
): (,2) +B29*B15
): (,2) +C29*B15
l: 'Diferida vencida
l: (,2) +B29*B20
l: (,2) +C29*B20
2: 'Diferida anticipada
2: (,2) +B29*B15*B20
2: (,2) +C29*B15*B20
3: \-
3: \-
3: \-
4: 'DETERMINACION DEL PRIMER PAGO
5: 'EN FUNCION DEL MONTO
5: 'Vencidas
5: (,2) +B6*((B11-B15)/(B16-B17))
5: (,2) +B6/(B7*B10*B19)
7: 'Anticipadas
7: (,2) +B36*B21
7: (,2) +C36*B21
3: 'EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL
): 'Vencidas
): (,2) +B5*((B11-B15)/(B16*B18))
): (,2) +B5*(1+B8/B9)/(B7*B10)
): 'Anticipada
): (,2) +B39*B21
): (,2) +C39*B21
.: 'Diferida-Vendida
.: (,2) +B39*B22
.: (,2) +C39*B22
: 'Diferida-Anticipada
: (,2) +B41*B21
: (,2) +C41*B21
```

**ota:** Se utilizan los resultados de la columna C en los casos especiales, cuando
**= p y r = (1 + j/m)**

## 6. Liquidación de Adeudos

Son los procedimientos que se utilizan para extinguir una deuda, dentro de estos métodos se conocen el Método de Amortización y el Método del Fondo de Amortización.

### 6.1 Método de Amortización

#### 6.1.1 Concepto

Este método de amortización como su nombre lo indica significa extinguir una deuda mediante pagos periódicos generalmente iguales en los que se incluye tanto intereses como capital[2]

Es uno de los procedimientos más usuales para liquidar una deuda, que consiste en abonar una cantidad periódica uniforme que contenga una parte de capital e intereses, de tal manera que en el término previsto sea saldada la deuda. Estos pagos forman una anualidad, por lo tanto son aplicables los conceptos y procedimientos de las anualidades con sus correspondientes fórmulas.

El estado de amortización básicamente parte de un Valor Actual, por considerarse únicamente su aplicación para la extinción de deudas.

#### 6.1.2 Procedimiento

**Paso No.1** Determinar la renta con la cual se podrá cancelar la deuda en el tiempo previsto.

**Paso No.2** Determinar la tasa equivalente a aplicar en la tabla de amortización, y para el efecto se utiliza la fórmula general siguiente:

$$i = [(1 + j/m)^{mp} - 1]$$

---

[2]De la Cueva, op cit. p. 67

**Paso No.3** Elaborar la tabla de amortización en la cual se pueda determinar la parte de capital e intereses que contiene cada pago de renta.

### 6.1.3 Tablas de Amortización

En la actividad diaria de una empresa que maneja una cartera de cuentas por cobrar, debe contar con un adecuado registro de sus cobros que indique período por período la parte de la renta que se aplica al pago de intereses y la parte que se destina para abonar parte del capital; de esta manera se podrá establecer de inmediato con que suma de contado se podrá liquidar el adeudo, a este registro se le da el nombre de **Tabla de Amortización.**

### 6.1.4 Clasificación

El estado de amortización puede presentarse atendiendo las clasificaciones de las anualidades, es decir atendiendo el momento en que se efectúan los pagos, pueden ser los pagos así:

Vencidas

Anticipadas

Diferidas

- Diferidas Vencidas
- Diferidas Anticipadas

En teoría puede trabajarse el estado de amortización según las clasificaciones de las anualidades, pero en la práctica únicamente se pueden dar casos de amortizaciones vencidas y diferidas, por considerarse ilógico realizar un préstamo y efectuar un primer pago en el momento de recibir un préstamo, aunque en el momento de recibir un préstamo siempre se efectúan deducciones pero no deben tomarse dichos pagos como una renta propiamente, sino probablemente se trata de pagos anticipados de intereses u otros gastos ocasionados por los trámites de préstamo.

### 6.1.5 Aplicaciones

**PROBLEMA No. 20**

Un crédito de Q.10,000.00, será amortizado mediante 5 pagos al final de cada semestre, si se paga una tasa de interés del 18% anual capitalizable semestralmente. Determinar la cuantía de cada abono semestral y elaborar el cuadro de amortización que muestre como se extingue el crédito.

**Paso No. 1 Determinar la renta semestral**

Datos

$A = 10{,}000$

$j = 0.18$

$m = 2$

$p = 2$

$n = 2.5$

$R = ?$

$$R = \frac{A\left[(1 + j/m)^{m/p} - 1\right]}{1 - (1 + j/m)^{-mn}}$$

$$R = \frac{10{,}000\left[(1 + 0.18/2)^{2/2} - 1\right]}{1 - (1 + 0.18/2)^{-2x2.5}}$$

$$R = \frac{900}{0.350068613}$$

$$R = 2{,}570.92$$

**Paso No. 2 Determinar la Tasa Equivalente**

$$i = \left[(1 + j/m)^{m/p} - 1\right]$$

$$i = \left[(1+0.18/2)^{2/2} - 1\right]$$

$$i = 0.09$$

Paso No. 3 Cuadro de Amortización

| IODO AGO | RENTA | INTERE- SES 0.09 | CUOTAS DE AMOR- TIZACION | SALDO INSOLUTO |
|---|---|---|---|---|
| | DEUDA ORIGINAL | | | 10,000 |
| 1 | 2,570.92 | 900.00 | 1,670.92 | 8,329.08 |
| 2 | 2,570.92 | 749.62 | 1,821.30 | 6,507.78 |
| 3 | 2,570.92 | 585.70 | 1,985.22 | 4,522.56 |
| 4 | 2,570.92 | 407.03 | 2,163.89 | 2,358.67 |
| 5 | 2,570.92 | 212.28 | 2,358.64 | 0.03 |
| **)TALES** | **12,854.60** | **2,854.63** | **9,999.97** | **0.03** |

**PROBLEMA No. 21**

Una persona obtiene un préstamo por la cantidad de Q.50,000.00 a un plazo de 4 años, en los los primeros tres años no efectuará pago alguno, pero en el resto del plazo tendrá que efectuar le igual cantidad al final de cada mes, se conoce que la institución de crédito cobra el 16% anual rés capitalizable trimestralmente. Determinar por qué cantidad deben efectuarse los pagos iles y presentar el cuadro correspondiente en el que se muestra el proceso de amortización.

Primer Paso: Determinar la Renta

,000

5

$$R = \frac{A\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}{1 - (1 + j/m)^{-mn}} \quad (1 + j/m)^{my}$$

$$R = \frac{50{,}000[(1 + 0.16/4)^{4/12} - 1]}{1 - (1 + 0.16/4)^{-4x1}} \quad (1 + 0.16/4)^{4x3}$$

$$R = \frac{657.97}{0.145195809} \quad 1.601032219$$

$$R = 4{,}531.605941 \times 1.601032219$$

$R = 7{,}255.25$

Segundo Paso: Determinar la Tasa Equivalente

$i = [(1 + j/m)^{m/p} - 1]$

$i = [(1+0.16/2)^{4/12} - 1]$

$i = 0.013159403$

Tercer Paso: Elaborar la Tabla de Amortización

| **PERIODO DE PAGO** | **RENTA** | **INTERESES 0.0131594** | **CUOTAS DE AMORTIZA-CION** | **SALDO INSOLUTO** |
|---|---|---|---|---|
| | DEUDA ORIGINAL | | | **50,000.00** |
| DEUDA DESPUES DEL PERIODO DE DIFERIMIENTO | | | | **80,051.61** |
| 1 | 7,255.25 | 1,053.43 | 6,201.82 | 73,849.79 |
| 2 | 7,255.25 | 971.82 | 6,283.43 | 67,566.36 |
| 3 | 7,255.25 | 889.13 | 6,366.12 | 61,200.24 |
| 4 | 7,255.25 | 805.36 | 6,449.89 | 54,750.35 |
| 5 | 7,255.25 | 720.48 | 6,534.77 | 48,215.58 |
| 6 | 7,255.25 | 634.49 | 6,620.76 | 41,594.82 |
| 7 | 7,255.25 | 547.36 | 6,707.89 | 34,886.94 |
| 8 | 7,255.25 | 459.09 | 6,796.16 | 28,090.78 |
| 9 | 7,255.25 | 369.66 | 6,885.59 | 21,205.18 |
| 10 | 7,255.25 | 279.05 | 6,976.20 | 14,228.98 |
| 11 | 7,255.25 | 187.24 | 7,068.01 | 7,160.98 |
| 12 | 7,255.25 | 94.23 | 7,161.02 | (0.04) |
| TOTALES | **87,063,00** | **7,011,35** | **80,051,65** | |

Como se ha demostrado en el cuadro anterior el efecto del periodo de diferimiento es ;amente la acumulación de intereses durante el periodo durante el cual no se hace ningún abono a ital, por lo tanto la renta establecida mediante la fórmula y el factor de diferimiento extingue la da contraída en la forma estipulada en el problema.

También estos procedimientos se pueden simplificar con el uso de una Computadora en el cual pueden introducir los datos del problema y automáticamente nos presenta un cuadro como el sentado anteriormente, por lo tanto se puede determinar el valor actual de la obligación en cualquier mento del periodo de la obligación.

**.2 Método del Fondo de Amortización.**

El Fondo de Amortización es la acumulación de dinero mediante depósitos periódicos e iguales : devenga interés, y la suma de los depósitos más los intereses generados constituyen un FONDO onto), que servirá para los propósitos de su creación.

El método del fondo de Amortización es un sistema utilizado para extinguir una obligación o a liquidar una deuda, que consiste en crear un Fondo para hacer frente a futuras obligaciones para lar deudas de cualquier tipo, sustituir activos deteriorados o proporcionar dinero para la adquisición nuevos activos.

Se emplean dichos fondos para amortizar algunos tipos de préstamos, cuando el prestatario no de efectuar pagos sobre el capital hasta el vencimiento de la deuda completa. El acreedor puede ferir este procedimiento de pago para ahorrarse el problema de reinvertir una parte de su capital en rvalos de pocos meses.

Aunque las cantidades depositadas en una constitución de un fondo pueden ser de diferente cantidad y tener lugar a intervalos desiguales, pero para la presentación del presente tema no debe suponerse tal situación, ya que en este caso el problema debe resolverse considerando los depósitos individualmente y tomando el tiempo de depósito en dicho fondo. Un procedimiento mucho más empleado y sistemático consiste en depositar cantidades de igual cuantía a intervalos de igual duración. Cada depósito se invierte en la fecha prevista produciendo intereses hasta la fecha final del vencimiento.

También pueden considerarse teóricamente la creación de fondos a través de las clasificaciones de las anualidades, pero también en este caso no pueden presentarse en la realidad todas las situaciones, porque no es lógico determinar fondos que se iniciarán en el futuro, tal es el caso del monto en que no es aplicable el período de diferimiento, pues es de considerarse en la práctica que la creación de un fondo es en el tiempo presente y los depósitos deben considerarse al inicio del período; no pueden darse casos de depósitos al final de los períodos, ni mucho menos casos de diferimiento, en el cual se estaría considerando para efectos de valuación financiera la intención de crear un fondo en el futuro; por tal razón se presentarán casos de Estados de Fondo de Amortización considerando el pago de renta anticipado.

El estado del Fondo de Amortización, se determina considerando la cantidad de dinero que se pretende acumular durante el tiempo que se ha previsto para la creación del fondo, por lo tanto se parte del Monto.

**Procedimiento**

**Paso No.1** Determinar la renta con la cual se podrá acumular la cantidad deseada en el tiempo previsto.

**Paso No.2** Determinar la tasa equivalente a aplicar en la tabla del Fondo de Amortización, y para el efecto se utiliza la formula general siguiente:

$$i = [(1 + j/m)^{m/p} - 1]$$

**Paso No.3** Elaborar la tabla del Estado del Fondo de Amortización en la cual se pueda determinar el proceso de acumulación del fondo y la presentación de como se generan los intereses mediante los depósitos de renta que se efectúan.

**Aplicaciones**

Algunos autores no calculan intereses por el primer pago, pero como se ha indicado, que lo efectuar depósitos al inicio del período de la anualidad, por lo tanto si se considera que al final ıer período se han generado y devengado intereses, deberá contabilizarse dicha cantidad en el correspondiente para reflejar la realidad del proceso de acumulación.

**PROBLEMA No. 22**

El señor José Feliciano tiene el compromiso de pagar dentro de 2 años la cantidad de 0.00, y para el efecto tomó la decisión de crear un fondo que le permita cumplir con dicha ón, considerando que dichos depósitos devengarán una tasa de interés del 18% anual de interés able trimestralmente. ¿Por qué valor deben efectuarse los depósitos mensuales para acumular la requerida?. Presentar el cuadro que muestre el proceso de creación del fondo. El primer lo efectuará hoy.

**Paso No. 1 Determinar la renta**

Datos

$S = 50{,}000$
$j = 0.18$
$m = 4$
$n = 2$
$p = 12$
$R = ?$

$$R = \frac{S\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}{(1 + j/m)^{mn} - 1}\;(1 + j/m)^{-m/p}$$

$$R = \frac{50{,}000\,[(1+0.18/4)^{4/12} - 1]}{(1 + 0.18/4)^{4x2} - 1}\;(1 + 0.18/4)^{-4/12}$$

$$R = \frac{50{,}000 \times 0.014780461}{0.422100612}\;0.985434818$$

$$R = \frac{739.0230815}{0.422100612}\;0.985434818$$

$$R = 1{,}750.8221 \times 0.985434818$$

$$R = 1{,}725.32$$

**Resp. Los depósitos mensuales deberán ser de Q.1,725.32**

**Paso No. 2 Determinar la Tasa Equivalente**

$$i = [(1 + j/m)^{m/p} - 1]$$

$$i = [(1+0.18/4)^{4/12} - 1]$$

$$i = 0.014780461$$

**Paso No. 3 Elaborar la Tabla del Estado del Fondo de Amortización**

**Tabla del Estado del Fondo de Amortización**

| o. DE AGO | RENTA O DEPOSITO | INTERESES S/FONDO | TOTAL A ACUMULAR | FONDO ACUMULADO |
|---|---|---|---|---|
| | | **0.014780** | | |
| 1 | 1,725.32 | 25.50 | 1,750.82 | 1,750.82 |
| 2 | 1,725.32 | 51.38 | 1,776.70 | 3,527.52 |
| 3 | 1,725.32 | 77.64 | 1,802.96 | 5,330.48 |
| 4 | 1,725.32 | 104.29 | 1,829.61 | 7,160.09 |
| 5 | 1,725.32 | 131.33 | 1,856.65 | 9,016.74 |
| 6 | 1,725.32 | 158.77 | 1,884.09 | 10,900.83 |
| 7 | 1,725.32 | 186.62 | 1,911.94 | 12,812.77 |
| 8 | 1,725.32 | 214.88 | 1,940.20 | 14,752.97 |
| 9 | 1,725.32 | 243.56 | 1,968.88 | 16,721.85 |
| 10 | 1,725.32 | 272.66 | 1,997.98 | 18,719.82 |
| 11 | 1,725.32 | 302.19 | 2,027.51 | 20,747.33 |
| 12 | 1,725.32 | 332.16 | 2,057.48 | 22,804.81 |
| 13 | 1,725.32 | 362.57 | 2,087.89 | 24,892.70 |
| 14 | 1,725.32 | 393.43 | 2,118.75 | 27,011.44 |
| 15 | 1,725.32 | 424.74 | 2,150.06 | 29,161.51 |
| 16 | 1,725.32 | 456.52 | 2,181.84 | 31,343.35 |
| 17 | 1,725.32 | 488.77 | 2,214.09 | 33,557.44 |
| 18 | 1,725.32 | 521.50 | 2,246.82 | 35,804.25 |
| 19 | 1,725.32 | 554.70 | 2,280.02 | 38,084.28 |
| 20 | 1,725.32 | 588.40 | 2,313.72 | 40,398.00 |
| 21 | 1,725.32 | 622.60 | 2,347.92 | 42,745.92 |
| 22 | 1,725.32 | 657.31 | 2,382.63 | 45,128.55 |
| 23 | 1,725.32 | 692.52 | 2,417.84 | 47,546.39 |
| 24 | 1,725.32 | 728.26 | 2,453.58 | 49,999.97 |
| **OTALES** | **41,407.68** | **8,592.29** | | **49,999,97** |

CAPITULO IV

# FORMULACION Y EVALUACION FINANCIERA DE PROYECTOS DE INVERSION

## 1. El Proceso de la formulación y evaluación de Proyectos

El proceso para formular y evaluar un proyecto, requiere de la participación de varios profesionales de diversa especialidad académica y experiencia en una rama específica, de acuerdo al tipo de proyecto de inversión que se pretende implementar. El Contador Público y Auditor es un experto financiero que debe tener participación en todo proyecto que se pretenda implementar, al considerar que el mismo requiere siempre de inversión de capital.

## 2. Clasificación de los Proyectos de Inversión.

Existe una diversidad de proyectos de inversión, pero para los fines del presente trabajo de investigación, se pueden dividir en dos grandes grupos, los cuales se enumeran a continuación:

### 2.1 Proyectos que requieren de un estudio minucioso de mercado.

Dentro de esta clasificación de proyectos se pueden ubicar todas las empresas que persiguen un beneficio en las actividades que pretenden emprender y por lo tanto tendrán que hacer un estudio profundo de las condiciones de mercado en el cual tienen que desenvolverse, para garantizar el logro de los objetivos, y a la vez minimizar los riesgos y determinar su factibilidad o conveniencia.

### 2.2 Proyectos que no requieren de un estudio profundo y minucioso.

Este tipo de proyecto no requiere de estudios profundos y minuciosos por la naturaleza de sus objetivos, al establecer prioridades y beneficios a ciertos sectores con carácter de urgencia o que mejoran las condiciones existentes en un país o región y por lo tanto más se valoriza su efecto general y no por su mercado.

**uema de un Proyecto**

Existen diferentes esquemas para la presentación de los proyectos de inversión, a continuación enta el resumen del esquema de un proyecto de inversión en el cual si se necesita de un estudio oso de mercado, a saber:

**ganización, Administración y Aspectos Legales**

**1 Presentar la situación actual de la empresa.**

Hacer una descripción general de la empresa, presentar aspectos generales del proyecto, aspectos legales y aspectos económicos-financieros.

**2 Determinar la Capacidad de los Organizadores.**

Se debe determinar la experiencia y conocimientos de los organizadores en cuanto a los fines del proyecto.

**3 Aspectos principales de la nueva empresa.**

La organización que se le pretende dar con el planteamiento claro de objetivos, así como los sistemas de operación.

**udio de Mercado**

**.1 Determinar la demanda por cantidad.**

Establecer la demanda mundial, y por áreas especificas, tanto en la actualidad como en el futuro, efectuando proyecciones y tendencias, como también establecer el mercado que le puede corresponder al proyecto.

**2 Determinar la demanda por localización.**

Se deben localizar los países y las áreas que pueden generar demanda, así como los negocios, establecimientos y consumidores.

**3.2.3 Determinar los productos similares en el mercado.**

Determinar los mercados de los productos similares, así como los sustitutos con sus respectivos mercados.

**3.2.4 Determinar el mercado en función con el precio.**

Considerar los precios internacionales y su tendencia, precio en las áreas más probables con las estimaciones de los costos de transporte, tanto para importaciones o exportaciones. Establecer el precio máximo de venta.

**3.2.5 Presentación del Producto en el Mercado.**

Investigar la presentación física de los productos en el mercado, así como las condiciones para su venta y el tipo de motivación o promoción que se está efectuando.

**3.2.6 Quienes son los compradores.**

Características de los consumidores considerando su poder adquisitivo, establecer como satisface sus necesidades, cuales son sus gustos.

**3.2.7 En que época surge la demanda**

Determinar cuales son las épocas de abastecimiento y cuando son las épocas de consumo, así como determinar cuando es conveniente hacer promociones.

## 3.3 Ingeniería del Proyecto

**3.3.1 Tamaño de la Empresa.**

Se debe determinar cual debe ser el tamaño inicial y el tamaño futuro de acuerdo a las estimaciones de la demanda.

**3.3.2 Ubicación de la empresa**

Se debe establecer el área geográfica para la construcción de la empresa, determinar el área exacta de acuerdo a los estudios realizados en el proyecto.

[redacted]



### 3.3.3 Determinación de los recursos.

Se deben establecer los diseños de los edificios y las obras necesarias a realizar, efectuando una descripción de las instalaciones. Seleccionar la maquinaria, equipos y herramientas a utilizar, materias primas e insumos, como también el personal.

### 3.3.4 Determinar el Control de Calidad

Determinar como se asegura calidad, el precio y otros aspectos de los productos, mantenimiento y otros aspectos necesarios.

## Estudio Económico Financiero

### 3.4.1 Determinar los recursos a invertir.

Determinar el monto total del proyecto, clasificando los recursos a utilizar en los distintos rubros que son necesarios para llevar a cabo el proyecto.

### 3.4.2 Determinar el origen de los recursos.

Establecer las fuentes del capital a utilizar en la implementación del proyecto, si es capital propio o ajeno, determinar las alternativas y condiciones de financiamiento externo.

### 3.4.3 Determinar la capacidad de pago si se utiliza capital ajeno.

Determinar el flujo de efectivo, análisis de la capacidad de pago, y otros elementos necesarios para garantizar el pago de las obligaciones.

### ,4.4 Establecer un presupuesto de funcionamiento.

Determinar un presupuesto de ingresos y gastos, especificando los ingresos por la actividad principal y otros ingresos, así como la determinación de los gastos fijos y variables.

### 3.4.5 Estudio y determinación de la rentabilidad.

Realizar estudios para determinar la rentabilidad de la inversión, determinar la Tasa Interna de Retorno (TIR), Valor Actual Neto (VAN), establecer la relación Beneficio Costo (B/C), determinar el Punto de Equilibrio, y otros análisis económicos y financieros.

## 3.5 Efectos Económicos Sociales y Políticos.

### 3.5.1 Determinar los efectos directos en el país.

Determinar los efectos económicos en el país al emprender el proyecto, aumenta la ocupación sectorial, dinamiza el consumo, aumenta el Producto Interno Bruto, y otros aspectos en relación al país.

### 3.5.2 Determinar los efectos indirectos en el país.

Se debe determinar si aumenta la utilización de nuevos factores productivos y dinamiza el uso de recursos desocupados. Dinamiza otros sectores económicos, genera nuevos ingresos fiscales, o ayuda a la estabilidad económica del país.

## 4. Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión

Dentro del esquema general de un proyecto presentado anteriormente, el numeral 3.4 se refiere al Estudio Económico Financiero, que agrupa y relaciona las diferentes partes del proyecto, las cuales son analizadas detalladamente y oportunamente al elaborar cada punto específico.

Dentro de esta sección de la formulación de un proyecto se deben presentar varias herramientas para determinar la rentabilidad de la inversión, pero para efectos de la presente investigación, se enfocarán tres puntos de análisis que forman parte de las Matemáticas Financieras, y que son de mucha para la toma de decisiones y establecer la factibilidad de la implementación de un proyecto de ón.

El análisis financiero y económico de los proyectos requiere la utilización de varias técnicas, continuación se presentan tres de las mismas, las cuales se basan fundamentalmente en el análisis jo de Fondos para establecer la relación entre los ingresos y los costos que se originarán durante po de ejecución de un proyecto.

**Procedimiento para Determinar el Flujo de Fondos**

**4.1.1 Determinar la duración del Proyecto**

Consiste en determinar el período de tiempo que se debe someter a análisis, considerando la vida útil de los activos fijos que serán necesarios utilizar durante la ejecución del proyecto, así como determinar el período en el cual se lograrán los beneficios del proyecto.

**4.1.2 Identificar los ingresos y costos más importantes del proyecto.**

Establecer los diferentes ingresos y el origen de los mismos durante la ejecución del proyecto, y considerar los posibles cambios que deberán efectuarse en la realización del mismo.

**4.1.3 Establecer las cantidades monetarias.**

Se deberá estimar la totalidad de los ingresos y costos brutos del proyecto para establecer la ganancia neta de cada año.

**4.1.4 Establecer otros ingresos y costos adicionales en cada año de la inversión.**

### 4.1.5 Establecer el Flujo de Fondos

Establecer el total del flujo de fondos al final de la vida de ejecución del proyecto.

## 4.2 Actualización del Flujo de Fondos

La técnica de actualización nos proporciona una base para la comparación de ingresos y costos que ocurrirán en el futuro, convirtiéndolos en valor Actual equivalente; pero para poder realizar dicho procedimiento se necesita considerar una tasa de referencia apropiada para el proceso de actualización.

Para el análisis de la actualización se debe dar mayor importancia a los ingresos o costos más próximos que a los de realización distante, porque en el transcurso del tiempo pueden presentarse situaciones no previstas, pero debe considerarse en todo momento que estas técnicas se basan en estimaciones, pero que se deberá considerar la factibilidad especificamente para cada proyecto para no obtener resultados negativos.

Para llevar a cabo el proceso de actualización se deberá aplicar a los valores a actualizar el factor de descuento siguiente:

$$(1 + i)^{-n}$$

En donde:

**i** = Factor de Actualización

(Tasa de oportunidad del capital)

**n** = Años de ejecución del proyecto.

La técnica de actualización nos proporciona valores actualizados de ingresos y costos que ocurrirán en el futuro, por lo tanto dichos valores serán elementos importantes para la determinación de valores de referencia de la rentabilidad del proyecto; consecuentemente se pueden utilizar las siguientes técnicas de análisis:

### 4.2.1 Valor Actual Neto (VAN).

#### 4.2.1.1 Concepto

El Valor Actual Neto es una técnica que nos permite comparar ingresos y costos que ocurrirán en la ejecución de un proyecto, y nos proporciona elementos importantes para la toma de decisiones en cuanto a la implementación o rechazo de un proyecto, determinando su factibilidad financiera.

#### 4.2.1.2 Tasa de Actualización

Para determinar el Valor Actual Neto de un proyecto, se debe seleccionar una tasa de actualización que represente como mínimo el costo de oportunidad del capital, ya sea en otro tipo de inversiones o en otro proyecto.

#### 4.2.1.3 Análisis de Resultados

El análisis del resultado de la aplicación de esta técnica, se basa en el criterio de que si el mismo es **positivo,** se considera que el retorno de la inversión en el proyecto es **mayor** que el retorno que se podría obtener en otra alternativa de inversión, que puede ser en una institución bancaria u otro proyecto.

#### 4.2.1.4 Procedimiento de Cálculo

- Establecer los ingresos y costos para cada año del proyecto.
- Establecer la diferencia entre ingresos y egresos (costos) de cada año.
- Establecer el Valor Actual de las diferencias entre ingresos y egresos para cada año, aplicándoles el factor de actualización.

- El Valor Actual Neto será la sumatoria algebraica de todos los valores actuales de las diferencias entre ingresos y egresos de cada año.

En un caso hipotético para determinar el Valor Actual Neto de un proyecto de inversión, gráficamente en el eje del tiempo se procederá en base a los resultados netos obtenidos de las diferencias entre ingresos y egresos para cada año y expresado en miles de quetzales se procederá de la siguiente forma:

Factor de actualización $(1+i)^{-n}$

Tasa de actualización seleccionada 25%

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | (600.0) | 100.0 | 160.0 | 400.0 | 450.0 | 200.0 |
| (600.00) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 80.00 | $(1+0.25)^{-1}$ | | | | | |
| 102.40 | | $(1+0.25)^{-2}$ | | | | |
| 204.80 | | | $(1+0.25)^{-3}$ | | | |
| 184.32 | | | | $(1+0.25)^{-4}$ | | |
| 65.54 | | | | | $(1+0.25)^{-5}$ | |
| **37.06** | | | | | | |

**El resultado es positivo, por lo tanto se puede implementar el proyecto, de acuerdo a la aplicación de la técnica del Valor Actual Neto.**

### 4.2.2 Tasa Interna de Retorno (TIR)

#### 4.2.2.1 Concepto

La Tasa Interna de Retorno (TIR), es un índice expresado como porcentaje, del rendimiento o rentabilidad que expresa la relación del ingreso neto actual que percibe el inversionista sobre el capital que ha invertido.

"Técnicamente, la Tasa Interna de Retorno o de Rentabilidad (TIR) es aquella tasa de descuento, o interés que equipara el valor actual de una serie de egresos de caja con el valor presente que tendrían los ingresos, o beneficios esperados de una determinada inversión"[1]

En otras palabras se puede indicar que la Tasa Interna de Retorno es la rentabilidad interna o beneficio, que deseamos que tenga una inversión. Cuando la Tasa Interna de Retorno sea mayor que el retorno sobre el capital invertido, la inversión se considera aceptable.

La Tasa Interna de Retorno proporciona una medida de eficiencia que refleja cuanto paga un proyecto, en términos de ingresos sobre costos actuales y se considera como la tasa de actualización que hace que el Valor Actual Neto de su Flujo de fondos sea igual a Cero.

### .2.2.2 Análisis de Resultados

La técnica de la Tasa Interna de Retorno, nos proporciona una medida actualizada del valor de un proyecto, que representa en términos relativos el rendimiento de la inversión, comparándolo con la tasa de oportunidad que ofrecen otros proyectos de inversión.

### .2.2.3 Procedimiento de Cálculo

Para determinar la tasa interna de retorno del rendimiento de un proyecto de inversión, en forma manual no es posible obtenerlo en forma directa, ya que no existe una fórmula que nos facilite dicho procedimiento, por lo que debemos hacer uso del

---

lond, Geoffrey T. **Como usar Lotus 1-2-3,** Ediciones Alfaomega, S.A. México, 1989, p. C6-

procedimiento de tanteos para llegar a obtener la tasa de actualización que sea igual a cero. El procedimiento a seguir es el siguiente:

a) Establecer los ingresos y costos para cada año del proyecto.

b) Establecer la diferencia entre ingresos y egresos (costos) de cada año.

c) Establecer el Valor Actual de las diferencias entre ingresos y egresos para cada año, aplicándoles el factor de actualización con la tasa seleccionada tentativamente, con el objetivo de que la sumatoria de dichos valores actuales sea igual a cero; pero como se ha indicado anteriormente que es imposible obtenerlo en el primer intento, por lo que se deberá efectuar ensayos para lograr la igualdad a cero en la sumatoria de los mismos.

En un caso hipotético, gráficamente en el eje del tiempo se puede ilustrar el procedimiento a seguir para determinar la Tasa Interna de Retorno de la siguiente forma:

Los resultados netos obtenidos de las diferencias entre ingresos y egresos para cada año, expresado en miles de quetzales son los siguientes:

| | |
|---|---|
| Inversión Inicial | (600.0) |
| Año 1 | 100.0 |
| Año 2 | 160.0 |
| Año 3 | 400.0 |
| Año 4 | 450.0 |
| Año 5 | 200.0 |

Factor de Actualización $(1 + i)^{-n}$

Tasa de actualización seleccionada 25%

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | (600.0) | 100.0 | 160.0 | 400.0 | 450.0 | 200.0 |
| (600.00) | | | | | | |
| 80.00 | $(1+0.25)^{-1}$ | | | | | |
| 102.40 | $(1+0.25)^{-2}$ | | | | | |
| 204.80 | $(1+0.25)^{-3}$ | | | | | |
| 184.32 | $(1+0.25)^{-4}$ | | | | | |
| 65.54 | $(1+0.25)^{-5}$ | | | | | |
| **37.06** | | | | | | |

**Este resultado es mayor a 0, por lo que se deberá intentar con otra tasa de actualización ; alta para poder igualar a cero.**

Tasa de actualización seleccionada 30 %

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | (600.0) | 100.0 | 160.0 | 400.0 | 450.0 | 200.0 |
| (600.00) | | | | | | |
| 76.92 | $(1+0.30)^{-1}$ | | | | | |
| 94.67 | $(1+0.30)^{-2}$ | | | | | |
| 182.07 | $(1+0.30)^{-3}$ | | | | | |
| 157.56 | $(1+0.30)^{-4}$ | | | | | |
| 53.87 | $(1+0.30)^{-5}$ | | | | | |
| **(34.91)** | | | | | | |

**Este resultado es menor que 0, por lo tanto se deberá intentar con otra tasa de ıalización intermedia entre 25 y 30 %.**

Como se ha indicado anteriormente, no es posible encontrar manualmente una tasa de ıalización que coincida con la Tasa Interna de Retorno, por lo que se deben hacer varios ensayos ı determinar entre qué parámetros se encuentra y encontrar la tasa buscada; pero en la actualidad se nta con la ayuda de una computadora que nos permite encontrar con exactitud y prontitud la Tasa rna de Retorno, a continuación se presenta una hoja de trabajo en el programa lotus 1-2-3, con los os que se han presentado en el ejemplo anterior, en el cual se puede encontrar la Tasa Interna de orno con la introducción de la Fórmula correspondiente.

## DETERMINACION DE LA TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)

Expresado en Miles de Quetzales

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **AÑOS** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| 2 | Ingresos por Año | 0.00 | 300.00 | 350.00 | 600.00 | 700.00 | 500.00 |
| 3 | Egresos | 600.00 | 200.00 | 190.00 | 200.00 | 250.00 | 300.00 |
| 4 | **RESULTADO NETO** | **(600.00)** | **100.00** | **160.00** | **400.00** | **450.00** | **200.00** |
| 5 | Tasa de Oportunidad | 0.20 | | | | | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | **TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)** | | 0.27464 | | | | |

Por la utilización de una hoja electrónica, pudimos obtener con facilidad la tasa Interna de Retorno (TIR = 27.4641%) en la celda C7 se introdujo la fórmula siguiente **@TIR(B5,B4..G4)**, si es una versión en español, o **@IRR(B5,B4..G4)** si es una versión en inglés. Para efectos de funcionamiento de la fórmula, el programa requiere de una tasa de referencia, por lo que se introdujo en la celda B5 la tasa mínima de oportunidad del capital que podría obtenerse en otros proyectos de inversión.

Para demostrar que la tasa anterior es válida, la aplicamos en el ejemplo que se ha presentado según la gráfica del eje del tiempo que se presenta a continuación:

Tasa de actualización seleccionada 27.4641 %

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | (600.0) | 100.0 | 160.0 | 400.0 | 450.0 | 200.0 |
| (600.0000) | | | | | | |
| 78.45346 | $(1+0.274641)^{-1}$ | | | | | |
| 98.47913 | | $(1+0.274641)^{-2}$ | | | | |
| 193.15072 | | | $(1+0.274641)^{-3}$ | | | |
| 170.47510 | | | | $(1+0.274641)^{-4}$ | | |
| 59.44160 | | | | | | $(1+0.274641)^{-5}$ |
| **0.00001** | | | | | | |

**Este resultado con una diferencia mínima, puede considerarse igual a cero, por lo tanto la Tasa Interna de Retorno es igual a 27.4641 % .**

### 4.2.3 Relación Beneficio/Costo (B/C)

#### 4.2.3.1 Concepto

Es una técnica que nos permite determinar la eficiencia para utilizar los recursos financieros durante la ejecución del proyecto, consiste básicamente en relacionar el total de los valores actuales de los ingresos con el total de los valores actuales de los gastos a una tasa de actualización previamente determinada.

#### 4.2.3.2 Análisis de Resultados

Como resultado de la relación de valores actuales de ingresos y egresos a la tasa de actualización elegida, se pueden presentar las siguientes alternativas:

**a) Resultado < 1;** Indica que los gastos superan a los ingresos, y se puede deducir que el rendimiento del proyecto es menor que la tasa de oportunidad en otros proyectos, por lo tanto no es recomendable ejecutar el proyecto.

**b) Resultado = 1;** Indica que los gastos son iguales a los ingresos, por lo tanto se podría elegir un proyecto que ofrezca mejor rendimiento y sin mayores riesgos o aprovechar la tasa de oportunidad.

**c) Resultado > 1;** indica que los ingresos superan a los gastos, considerando que el rendimiento del proyecto es mayor que la tasa de oportunidad, por lo tanto se puede recomendar le ejecución del proyecto.

#### 4.2.3.3 Procedimiento de Cálculo

a) Determinar el valor actual de los ingresos de cada año a la tasa de oportunidad.

b) Determinar el valor actual de los egresos o costos de cada año a la tasa de oportunidad.

c) Dividir la sumatoria de valores actuales de los ingresos entre la sumatoria de valores actuales de los egresos.

[redacted]



d) Análisis del resultado.

Continuando con el caso utilizado en los puntos anteriores, para explicar el procedimiento a seguir para determinar la relación Beneficio-Costo:

| AÑOS | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| INGRESOS | 0.00 | 300.00 | 350.00 | 600.00 | 700.00 | 500.00 |
| EGRESOS | 600.00 | 200.00 | 190.00 | 200.00 | 250.00 | 300.00 |

Tasa de Actualización 20 %

**DETERMINACION DE LA RELACION BENEFICIO COSTO (B/C)**

Expresado en Miles de Quetzales

| AÑOS | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ingresos por Año | 0.00 | 300.00 | 350.00 | 600.00 | 700.00 | 500.00 | |
| Valor Actual Ingresos | | 250.00 | 243.0555 | 347.2222 | 337.5771 | 200.9387 | 1,378.79 |
| Egresos | 600.00 | 200.00 | 190.00 | 200.00 | 250.00 | 300.00 | |
| Valor Actual Egresos | 600.00 | 166.666 | 131.9444 | 115.7407 | 120.5632 | 120.5632 | 1,255.48 |
| RELACION B/C | | | | | | | 1.09822 |

**4.2.4 Caso Práctico**

El proyecto de cultivo de frambuesa "La Montaña", tiene dentro de sus alternativas de inversión, explotar una plantación de 25 hectáreas en el altiplano de la república por un tiempo de 5 años, para ejecutar el proyecto se necesita hacer una Inversión inicial de Q. 250.500.00 para adquirir la maquinaria y equipo necesario para el procesamiento del producto, y otros gastos necesarios para preparar el área de cultivo, se estima que generará ingresos y gastos por la exportación del producto en los rubros más importantes como se enumeran a continuación:

**Año 1**

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | | Q. 250.000.00 |
| Egresos | | Q. 230.000.00 |
| Insumos | Q.110,000.00 | |
| Salarios | Q.100,000.00 | |
| Otros | Q. 20,000.00 | |

**Año 2**

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | | Q. 350,000.00 |
| Egresos | | Q. 220,000.00 |
| Insumos | Q. 75,000.00 | |
| Salarios | Q.120,000.00 | |
| Otros | Q. 25,000.00 | |

**Año 3**

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | | Q. 400,000.00 |
| Egresos | | Q. 200,000.00 |
| Insumos | Q. 60,000.00 | |
| Salarios | Q.130,000.00 | |
| Otros | Q. 10,000.00 | |

**Año 4**

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | | Q. 425,000.00 |
| Egresos | | Q. 220,000.00 |
| Insumos | Q. 70,000.00 | |
| Salarios | Q.135,000.00 | |
| Otros | Q. 15,000.00 | |

**Año 5**

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | | Q. 275,000.00 |
| Egresos | | Q. 150,000.00 |
| Insumos | Q. 20,000.00 | |
| Salarios | Q.120,000.00 | |
| Otros | Q. 10,000.00 | |

Con la información anterior, se solicita determinar desde el punto de vista financiero, si es omendable o no implementar el proyecto de cultivo de frambuesa "La Montaña", utilizar las icas:

/alor Actual Neto (VAN).

'asa Interna de Retorno (TIR).

Relación Beneficio-Costo (B/C).

## PROYECTO DE CULTIVO DE FRAMBUESA "LA MONTAÑA"

(cantidades en miles de Quetzales)

| AÑOS ---> | Inicio | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | TOTALES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **INGRESOS** | | | | | | | |
| Ventas (Exportaciones) | 0.00 | 250.00 | 350.00 | 400.00 | 425.00 | 275.00 | 1,700.00 |
| **GASTOS** | | | | | | | |
| Inversión Inicial | 250.50 | | | | | | 250.50 |
| Insumos | | 110.00 | 75.00 | 60.00 | 70.00 | 20.00 | 335.00 |
| Salarios | | 100.00 | 120.00 | 130.00 | 135.00 | 120.00 | 605.00 |
| Otros Gastos | | 20.00 | 25.00 | 10.00 | 15.00 | 10.00 | 80.00 |
| Total de Gastos | 250.50 | 230.00 | 220.00 | 200.00 | 220.00 | 150.00 | 1,270.50 |
| RESULTADO NETO | (250.50) | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 125.00 | [illegible] |
| **CALCULO DEL VALOR ACTUAL NETO (VAN)** | | | | | | | |
| Factor de Actualización 20% | 1.000000 | 0.833333 | 0.694444 | 0.578704 | 0.482253 | 0.401878 | **V A N** |
| Valores Actualizados | (250.50) | 16.67 | 90.28 | 115.74 | 98.86 | 50.23 | 121.28 |
| **DETERMINACION DE LA TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)** | | | | | | | |
| Tasa de Oportunidad 20% | 0.20 | | | | | | |
| **T I R** | | | | | | | 0.361403 |
| **RELACION BENEFICIO COSTO (B/C) Tasa 20%** | | | | | | | |
| Valor Actual de los Ingresos | | 208.3333 | 243.0556 | 231.4815 | 204.9576 | 110.5163 | 998.34 |
| Valor Actual de los Egresos | 250.5 | 191.6667 | 152.7778 | 115.7407 | 106.0957 | 60.28164 | 877.06 |
| **RELACION B/C** | | | | | | | 1.138282 |

### ANALISIS DE RESULTADOS

1. El Valor Actual Neto es de 121.28, POSITIVO.
2. La Tasa Interna de Retorno (TIR) es de 36.14% anual, mayor que la tasa de oportunidad.
3. La relación Beneficio Costo (B/C) es de 1.138281 mayor que la tasa de oportunidad.

**DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LAS TRES TECNICAS**

**EL PROYECTO ES RECOMENDABLE**

**ostos Diferenciales o Incrementales**

Los costos incrementales están constituidos por la diferencia entre los costos totales de dos ivas de inversión; considerando que el proceso de toma de decisión es un proceso de selección mejor alternativa de inversión, por lo tanto es muy importante determinar cual de las vas proporciona mayor utilidad o cuyos costos sean menores para seleccionar la más ente.

Para comprender mejor este tema es conveniente presentar un caso supuesto de dos vas de inversión; la Alternativa A que consiste en continuar con un proceso manual utilizado npresa para los registros de sus operaciones, por lo que será necesario determinar los costos de rnativa. La alternativa B que puede implicar la renta del equipo de computación, el cual habría nar los procedimientos manuales y comparativamente cual de las dos alternativas es más ente para la empresa.

| o Total Anual | Alternativa A | Alternativa B | Beneficios de Rentar |
|---|---|---|---|
| de Personal | Q. 25,000.00 | 00.00 | Q. 25,000.00 |
| le Contadores | Q. 20,000.00 | Q.20,000.00 | 00.00 |
| : Equipo Computación | 0.00 | Q.12,000.00 | (Q. 12,000.00) |
| a y Suministros | Q. 4,000.00 | Q. 7,000.00 | (Q. 3,000.00) |
| TOTALES | Q.49,000.00 | Q. 39,000.00 | Q. 10,000.00 |

)e acuerdo al cuadro anterior, se puede observar que existe un ahorro de Q.10,000.00 anuales rnativa B, cantidad que representa un Costo Diferencial o Incremental, constituye la diferencia costos totales en que se habrá de incurrir bajo cada una de las alternativas

Este procedimiento es otra herramienta importante para la toma de decisiones ya que presenta las diferencias entre las utilidades y costos de dos alternativas, por lo tanto se puede utilizar para el proceso de selección de un proyecto de inversión.

CAPITULO V

DEPRECIACION Y AGOTAMIENTO

## 1.1 Depreciación

### 1.1.1 Conceptos

1.1.1.1 "Es la pérdida del valor de un activo fijo y tangible a consecuencia de su uso u obsolescencia."[1]

1.1.1.2 "Es la pérdida de valor, no recuperada con el mantenimiento, que sufren los activos y se debe a diferentes factores que causan finalmente su inutilidad, obligando por lo tanto al reemplazo del activo."[2]

### 1.1.2 Métodos de Depreciación

Existen varios métodos de depreciación, los cuales se pueden adoptar dependiendo de las actividades que realiza determinada empresa, las políticas financieras o las disposiciones fiscales existentes en determinado país, a continuación se presentan los conceptos de algunos métodos más conocidos, pero principalmente se enfocarán los métodos de Interés Compuesto que son los métodos considerados en los cursos de Matemáticas Financieras.

#### 1.1.2.1 Método de Línea recta

Este método se basa en el supuesto de que el cargo por depreciación anual es el mismo para todos los años de la vida útil del activo, es decir, que ofrece el mismo servicio durante cada uno de los períodos de operación. La depreciación

---

[1]Villalobos, José Luis <u>Matemáticas Financieras,</u> (Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1994) p. 608

[2]Portus Govinden, Lincoyán, <u>Matemáticas Financieras,</u> (McGraw-Hill, México, 1978), p. 190

anual se calcula dividiendo el costo total de adquisición del bien, entre los años de vida útil estimada, es el más simple de los métodos y es el más utilizado.

### 1.1.2.2 Método de Unidades Producidas o servicio

Estos métodos se aplican en función de las unidades que el activo produce o las horas de servicio del mismo en un período determinado, y a diferencia del método anterior es que la depreciación no es la misma para todos los años, sino es una cantidad variable, en función de las unidades que produce o las horas de servicio en el año.

### 1.1.2.3 Método de los Números Dígitos

Es un método de depreciación variable que decrece con el tiempo de vida útil que transcurre, es decir que es mayor en los primeros años y se reduce en los siguientes. Para su cálculo se multiplica la base de depreciación que es el costo del activo menos su valor de desecho si existiera, por la fracción **"a/b"** en donde **a** representa el año en el orden inverso en el que se está evaluando la depreciación y **b** es la suma de los años de vida útil del activo.

Por ejemplo, si un activo tiene un costo de Q.10,000.00 y una vida útil estimada en 5 años, con
r de desecho de Q.500.00, el denominador **b** será = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15, por lo tanto:

Q.10,000 - 500 = 9,500

La cantidad a depreciar será Q.9,500.00 que se multiplica por la fracción formada por los años
iatoria de los años de vida útil que es de 15, por lo tanto la depreciación anual será:

| | |
|---|---|
| Año 1 | 9,500 x (5/15) = 3,166.67 |
| Año 2 | 9,500 x (4/15) = 2,533.33 |
| Año 3 | 9,500 x (3/15) = 1,900.00 |
| Año 4 | 9,500 x (2/15) = 1,266.67 |
| Año 5 | 9,500 x (1/15) = 633.33 |
| | TOTAL Q. 9,500.00 |

#### 1.1.2.4 Métodos de Interés Compuesto

Estos métodos toman en cuenta los intereses que puede producir el fondo de depreciación durante la vida útil del activo a depreciar, los intereses que puede generar la inversión en la adquisición de los Activos Fijos. Dentro de estos métodos están:

a) Método del Fondo de Amortización, y

b) Método del Interés sobre la Inversión o Anualidades

### 1.1.3 Método del Fondo de Amortización

Este método requiere que las depreciaciones se coloquen en un fondo que gana intereses, de modo que el incremento anual es la suma del cargo anual por depreciación y los intereses ganados por el fondo en el mismo año.

#### 1.1.3.1 Simbología

Para la ejemplificación de estos métodos, se hace necesario utilizar cierta simbología que permita desarrollar las fórmulas para cada método, siendo las variables:

**Dt** = Depreciación.

**Vo** = Valor o Costo del Activo.

**Vn** = Valor residual o valor de desecho.

**n** = Vida útil estimada del bien.

**t** = Tiempo transcurrido en el cual se desea calcular la depreciación.

**j** = Tasa Nominal de interés,

**m** = Número de Capitalizaciones en el año.

#### 1.1.3.2 Fórmulas

Para simplificar la utilización de fórmulas, como se ha indicado en los capítulos anteriores, se presenta únicamente la fórmula general con tasa nominal, considerándose como valor mínimo para la variable "m" de 1, cuando sea capitalización anual de la tasa de interés.

$$\underbrace{D_t = (V_o - V_n)\ \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1+j/m)^{mn} - 1}}_{\text{Cálculo de depreciación del año 1, o año base.}}\qquad \underbrace{(1+j/m)^{m(t-1)}}_{\text{Tiempo en el cual se desea valuar la depreciación.}}$$

**1.1.3.3 Aplicaciones**

**PROBLEMA No. 1**

El Instituto de Contadores Públicos y Auditores adquirió cierto equipo con valor de ,000.00 y con una vida útil estimada de 4 años, si se considera obtener un valor residual del 10% costo original. Se pide determinar la depreciación anual, suponiendo una tasa de interés del 12% al capitalizable semestralmente, y preparar el cuadro que muestre la depreciación.

os
= 5,000
= 5,000x0.10= 500
= 4
= 0.12
= 2
= ?

**Año 1**

$$D_t = (V_o - V_n)\ \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1+j/m)^{mn} - 1}\qquad (1+j/m)^{m(t-1)}$$

$$Dt = (5000 - 500)\ \frac{(1+ 0.12/2)^2 - 1}{(1+ 0.12/2)^{2x4} - 1}\ (1+12/2)^{2\,(1-1)}$$

$$Dt = 4500\ \frac{0.1236}{0.5938480745}\ (1.06)^0$$

$$Dt = 4500 \times 0.208134041 \times 1$$

$$Dt = 936.6031883$$

$$\mathbf{Dt = 936.60}$$

**Año 2**

$$Dt = (5000 - 500)\ \frac{(1+ 0.12/2)^2 - 1}{(1+ 0.12/2)^{2x4} - 1}\ (1+12/2)^{2(2-1)}$$

$$Dt = 4500\ \frac{0.1236}{0.5938480745}\ (1.06)^{2(1)}$$

$$Dt = 4500 \times 0.208134041 \times (1.06)^2$$

$$Dt = 936.6031883\ \times 1.1236$$

$$Dt = 1{,}052.367342$$

**Dt = 1,052.37**

<u>**Año 3**</u>

$$Dt = (5000 - 500)\ \frac{(1+0.12/2)^2 - 1}{(1+0.12/2)^{2x4} - 1}\ (1+12/2)^{2(3-1)}$$

$$Dt = 4500\ \frac{0.1236}{0.5938480745}\ (1.06)^{2(2)}$$

$Dt = 4500 \times 0.208134041 \times (1.06)^4$

$Dt = 936.6031883 \times 1.26247696$

$Dt = 1{,}182.439946$

**Dt = 1,182.44**

<u>**Año 4**</u>

$$Dt = (5000 - 500)\ \frac{(1+0.12/2)^2 - 1}{(1+0.12/2)^{2x4} - 1}\ (1+12/2)^{2(4-1)}$$

$$Dt = 4500\ \frac{0.1236}{0.5938480745}\ (1.06)^{2(3)}$$

$Dt = 4500 \times 0.208134041 \times (1.06)^6$

$Dt = 936.6031883 \times 1.418519112$

$Dt = 1{,}328.589523$

**Dt = 1,328.59**

$$R = \frac{S\,[(1+j/m)^m - 1]}{(1+j/m)^{mn} - 1}$$

$$R = \frac{4{,}500\,[(1+0.12/2)^2 - 1]}{(1+0.12/2)^{2x4} - 1}$$

$$R = \frac{556.20}{0.593848074}$$

$R = 936.60$

**Determinación de la tasa Equivalente**

$i = (1 + j/m)^{m/p} - 1$

$i = (1 + 0.12/2)^2 - 1$

$i = 1.1236-1$

$i = 0.1236$

## Estado de Depreciación

| )S O | PAGO AL FONDO | INTERES S/FONDO 0.1236 | DEP. ANUAL | ACUMUL. AL FONDO | VALOR EN LIBROS |
|---|---|---|---|---|---|
| | 0.00 | 0.00 | | 0.00 | 5,000.00 |
| | 936.60 | 0.00 | **936.60** | 936.60 | 4,063.40 |
| | 936.60 | 115.76 | **1,052.36** | 1,988.96 | 3,011.04 |
| | 936.60 | 245.84 | **1,182.44** | 3,171.40 | 1,828.60 |
| | 936.60 | 391.99 | **1,328.59** | 4,499.99 | **500.01** |
| AL | 3,746.40 | 753.59 | 4,499.99 | | |

Como se puede observar en el cuadro anterior, el valor en libros al final de los 4 años, es igual residual del activo que es de Q.500.00.

### 1.4 Método del Interés sobre la Inversión o Anualidades.

En este método se debe considerar que la inversión en activos fijos, gana intereses, por lo tanto el cargo por depreciación debe incluir además de la cantidad acreditada a la reserva, un interés por la inversión en dichos activos. La inversión en activos fijos está integrada el Valor de Adquisición del Activo (Vo), y el Valor de Desecho (Vn) cuando se estima obtener un valor por el activo al final de su vida útil.

### .5 Fórmula

$$Dt = \left[ Vo \frac{(1 + j/m)^{m} - 1}{1 - (1 + j/m)^{-mn}} - Vn \frac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1} \right]$$

### 6 Aplicaciones

**PROBLEMA No. 2**

Por el método de las anualidades determinar el cargo anual por depreciación de un activo fijo, or de adquisición es de Q.100,000.00, estimándose que al final de su vida útil de 6 años, se puede obtener la cantidad de Q.20,000.00 por dicho activo, considerándose una tasa de interés del 16% anual capitalizable semestralmente; preparar el estado correspondiente.

Datos

$V_o = 100{,}000$

$V_n = 20{,}000$

$j = 0.16$

$m = 2$

$n = 6$

$Dt = ?$

$$Dt = \left[V_o \frac{(1+j/m)^m - 1}{1 - (1+j/m)^{-mn}} - V_n \frac{(1+j/m)^m - 1}{(1+j/m)^{mn} - 1}\right]$$

$$Dt = \left[100{,}000 \frac{(1+0.16/2)^2 - 1}{1 - (1+0.16/2)^{-2x6}} - 20{,}000 \frac{(1+0.16/2)^2 - 1}{(1+0.16/2)^{2x6} - 1}\right]$$

$$Dt = 100{,}000 \times 0.276005635 - 20{,}000 \times 0.109605635$$

$$Dt = 27{,}600.56352 - 2{,}192.112704$$

$$Dt = 25{,}408.45$$

**Determinación de la tasa Equivalente**

$$i = (1 + j/m)^{m/p} - 1$$

$$i = (1 + 0.16/2)^{2/1} - 1$$

$$i = (1 + 0.16/2)^2 - 1$$

$$i = 1.1664 - 1 \quad = 0.1664$$

## Estado de Depreciación

| AÑO | DEPRECIACION ANUAL | INTERES S/VALOR EN LIBROS | ABONO A DEPRECIACION | DEPRECIACION ACUMULADA | VALOR EN LIBROS |
|---|---|---|---|---|---|
| | TASA EQUIV. | 0.1664 | | | |
| 0 | | | | | 100,000.0 |
| 1 | 25,408.45 | 16,640.00 | 8,768.45 | 8,768.45 | 91,231.5 |
| 2 | 25,408.45 | 15,180.93 | 10,227.52 | 18,995.97 | 81,004.0 |
| 3 | 25,408.45 | 13,479.07 | 11,929.38 | 30,925.35 | 69,074.6 |
| 4 | 25,408.45 | 11,494.02 | 13,914.43 | 44,839.78 | 55,160.2 |
| 5 | 25,408.45 | 9,178.66 | 16,229.79 | 61,069.57 | 38,930.4 |
| 6 | 25,408.45 | 6,478.02 | 18,930.43 | 79,999.99 | **20,000.0** |
| **TOTAL** | **152,450.70** | **72,450.71** | **79,999.99** | | |

Agotamiento

## 1.2.1 Concepto

Se denomina agotamiento al consumo gradual de un recurso natural no renovable, debido a la merma del producto extraído o explotado, y que no puede ser reemplazado. Dentro de estos activos se pueden mencionar las minas, yacimientos de petróleo, explotaciones madereras, fuentes de gas natural y otros que por su carácter de agotable tienen un tiempo limitado de producción, agotándose al final del período de explotación.

## 1.2.2 Valuación de Activos No Renovables

La valuación de activos agotables tiene como finalidad establecer la cantidad máxima que se puede invertir en un activo, de manera que resulte ventajoso desde el punto de vista financiero; además permite establecer un precio con el cual se logren las estimaciones previstas con respecto a una adecuada rentabilidad en la inversión y la posibilidad de recuperar la inversión razonablemente al finalizar el período de explotación.

En la valuación de activos agotables se pretende establecer los aspectos siguientes:

a) La rentabilidad de la inversión a una tasa determinada.

b) El reembolso de la inversión original.

Con esto se logra estimar que con el producto que generan estos activos pueda proporcionarnos la rentabilidad adecuada y garantizar el reembolso de dicha inversión.

## .2.3 Simbología

A = Valor Actual o Costo del Bien Agotable

R = Rendimiento anual que produce el activo

D = Valor Residual

r = Tasa de rentabilidad que se desea ganar

j = Tasa anual de interés a que se acumula el fondo

m = Capitalizaciones en el año de la tasa de interés

n = Plazo de la Explotación

### 1.2.4 Fórmulas

#### 1.2.4.1 Cuando No existe Valor Residual

$$A = \frac{R}{r + \left[ \dfrac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1} \right]}$$

$$R = A \left[ r + \frac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1} \right]$$

$$r = \frac{R}{A} - \frac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}$$

#### 1.2.4.2 Cuando existe Valor Residual

$$A = \frac{R + D \dfrac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}}{r + \dfrac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}}$$

$$R = A \left[ r + \frac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1} - D \frac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1} \right]$$

$$r = \frac{R + D \dfrac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}}{A} - \frac{(1 + j/m)^{m} - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}$$

### 1.2.5 Aplicaciones

Una empresa tiene interés en comprar los derechos de explotación de una mina de niquel en el departamento de Izabal, y se estima que al final de 20 años de producción el terreno puede tener un valor de Q.40,000.00, la producción anual que se espera obtener es de Q.700,000.00, los inversionistas desean obtener el 20% sobre su inversión, el fondo se puede acumular a una tasa de 16% anual zable semestralmente. El propietario de dicha mina requiere por la venta la cantidad de 4

s de quetzales; se necesita determinar:

ta qué cantidad se puede pagar por los derechos de explotación de la mina?.

aceptara el precio demandado, ¿Qué rendimiento obtendrían los inversionistas?.

siderando el precio demandado, ¿Qué rendimiento anual sería necesario para obtener la tasa de

imiento del 20%.

000
),000
:0
6

$$A = \frac{700{,}000 + 40{,}000 \; \dfrac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}}{0.20 + \dfrac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}}$$

$$A = \frac{700{,}000 + 40{,}000 \; \dfrac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}}{0.20 + \dfrac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}}$$

$$A = \frac{700{,}000 + 40{,}000 \times 0.008029135}{0.20 + 0.008029135}$$

$$A = \frac{700{,}000 + 321.1654368}{0.208029135}$$

$$A = \frac{700{,}321.1654}{0.208029135}$$

$$A = 3{,}366{,}457.13$$

**idad máxima que se puede pagar por los derechos de la mina es de Q.3,366,457.13**

)00
,000
)

$$r = \frac{700{,}000 + 40{,}000 \; \dfrac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}}{4{,}000{,}000} - \frac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}$$

00,000

$$r = \frac{700{,}000 + 40{,}000 \; \dfrac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}}{4{,}000{,}000} - \frac{(1+0.16/2)^{2} - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}$$

$$r = \frac{700{,}000 + 40{,}000 \times 0.008029135}{4{,}000{,}000} - 0.008029135$$

$$r = \frac{700{,}321.1654}{4{,}000{,}000} - 0.008029135$$

$$r = 0.175080291 - 0.008029135$$

$$r = 0.167051156$$

**Resp: Si se aceptara el precio solicitado por el vendedor, el rendimiento de la inversión sería de 16.705%.**

Datos c:

D = 40,000
A = 4,000,000
j = 0.16
m = 2
n = 20
r = 0.20
R = ?

$$R = 4000000\left[0.20 + \frac{(1+0.16/2)^2 - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}\right] - 40{,}000\ \frac{(1+0.16/2)^2 - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}$$

$$R = 4000000\left[0.20 + \frac{(1+0.16/2)^2 - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}\right] - 40{,}000\ \frac{(1+0.16/2)^2 - 1}{(1+0.16/2)^{2x20} - 1}$$

$$R = 4{,}000{,}000\,(0.20 + 0.008029135) - 40{,}000 \times 0.008029135$$

$$R = 4{,}000{,}000 \times 0.208029135 - 321.1654368$$

$$R = 832{,}116.54 - 321.1654368$$

$$R = 831{,}795.37$$

**R/Si se aceptara el precio del vendedor y obtener la tasa de rendimiento del 20%, sería necesario una producción anual de Q.831,795.37.**

CAPITULO VI

VALUACION DE OBLIGACIONES O BONOS

1 Conceptos Generales

1.1 Obligaciones

Las obligaciones son títulos de crédito que incorporan una parte proporcional de un crédito colectivo constituido a cargo de una sociedad anónima. Serán consideradas bienes muebles.

Como regla general se denominan **bonos** a los títulos de créditos emitidos por el Estado o alguna de sus dependencias y **Obligaciones o Deventures** a los que son emitidos por alguna empresa privada; y para entrar en consideraciones sobre el tema, es necesario exponer los elementos que intervienen en la emisión y circulación de los bonos, a saber:

**1.2 Las Fechas**

**1.2.1 Fecha de Emisión**: Es aquella en la que se emite o se crean los bonos.

**1.2.2 Fecha de Redención o de Vencimiento:** Es aquella en que el emisor se compromete a reintegrar el capital a los inversionistas de dichos títulos de crédito.

**1.2.3 Fecha de Compraventa:** Es la fecha en que el documento es negociado o son transferidos los derechos que incorpora.

**1.3 Los Valores:**

**1.3.1 El Valor Nominal**: Es el valor consignado en el documento, que de acuerdo con el Código de Comercio deben ser emitidos por cantidades exactas y múltiplos de Q.100.00.

[redacted]



**1.3.2 El Valor de Redención:** Es el valor que el emisor del documento se compromete a devolver al finalizar el plazo o la fecha de redención a los tenedores de dichos títulos; este valor puede ser:

**1.3.2.1 A la Par:** Se dice que un valor al vencimiento es a la par cuando dicho valor es igual al valor nominal del documento.

**1.3.2.2 Sobre la Par:** Cuando el valor al vencimiento de los bonos es mayor que el valor nominal, se denomina también como un valor con Prima.

**1.3.2.3 Bajo la Par:** Cuando el valor al vencimiento es menor que el valor nominal, se denomina también como valor de redención con descuento.

**isitos Formales de las Obligaciones o Bonos**

De acuerdo con el Código de Comercio, los títulos de crédito deben cumplir con determinados os, siendo éstos los siguientes:

2.1 El nombre o razón social de la empresa emisora.

**2.2** El valor nominal.

2.3 La fecha de redención.

**2.4** La tasa de interés que devenga.

2.5 Las fechas de pago de intereses en cupones correspondientes.

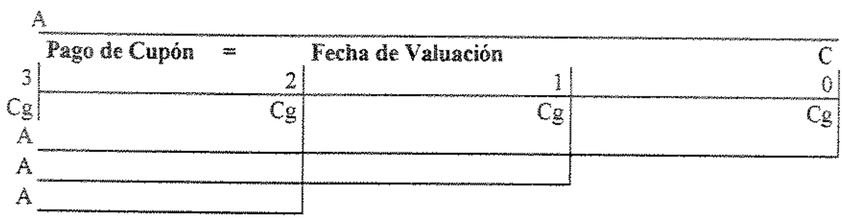
**2.6** El total de bonos emitidos.

2.7 El nombre del propietario si el documento es emitido nominal.

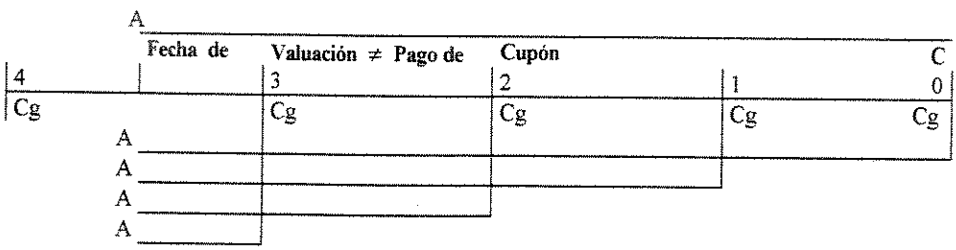
**ación y transferencia de obligaciones o bonos**

Uno de los aspectos más importantes en el tratamiento de las obligaciones o bonos es lo a su valuación para efectos de transferencia o compraventa y determinar el precio que debe n inversionista por una obligación para obtener el beneficio que desea ganar. En la valuación de bonos intervienen dos tantos de interés, a saber: El tanto de interés que la entidad emisora ofrece pagar sobre el valor nominal de la obligación, y el otro el rendimiento que obtiene el inversionista al vencimiento de la obligación, y para esto se pueden dar dos casos:

**3.1 Valuación en una fecha de pago de cupón:** Es decir el día en que la entidad emisora paga los intereses correspondientes a un cupón, y para su transferencia se asume que dichos intereses son cobrados por el vendedor de dichos títulos y por tal razón no se considera en la operación de compraventa.




**3.2 Valuación entre fechas de pago de cupón**: Es la valuación en alguna fecha intermedia de pago de cupón, son los casos que más se pueden presentar en el ambiente bursátil, por realizarse transacciones diariamente y que no permiten esperar la fecha de un pago de cupón para realizar la compraventa de dichos documentos.




**4. Clasificación**

Considerando su forma de redención, para efectos de valuación los bonos pueden clasificarse en los siguientes grupos:

**Bonos redimibles a su vencimiento**

Es este tipo de bonos se establece que el pago de su valor nominal se efectuará en un solo pago al finalizar el tiempo de vigencia de dichos títulos de crédito.

### 4.1.1 Simbología

**C** = Valor Nominal

**A** = Valor Actual o Precio de Compra del Bono

**K** = Premio

**F** = C + K (Valor Nominal + Premio)

**g** = Tasa anual de cupón

**j** = Tasa de interés

**m** = Número de Capitalizaciones en el año

**n** = Tiempo

**p** = Número de pagos de cupón en el año

### 4.1.2 Fórmulas

Para simplificar el uso de fórmulas y los procedimientos matemáticos, se presenta únicamente la fórmula general en el que intervienen todas las variables, pero se debe considerar como valores mínimos de **"p"** y **"m"** = **1**, a continuación se presentan las fórmulas cuando la valuación se efectúa en la fecha de pago de cupón:

$$A = \underbrace{C(1 + j/m)^{-mn}}_{*} + \underbrace{Cg \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{mp} - 1}}_{**}$$

* Valor Actual del Valor al Vencimiento

** Valor Actual de los pagos periódicos o de cupón

### 4.1.3 Bonos redimibles con premio

Se dice que un bono se redime con Premio cuando a su vencimiento se paga una cantidad adicional, pudiendo ser una cantidad fija determinada, o un porcentaje de su valor nominal, en el caso de bonos que se redimen en un solo pago al vencimiento con premio, su fórmula es la siguiente:

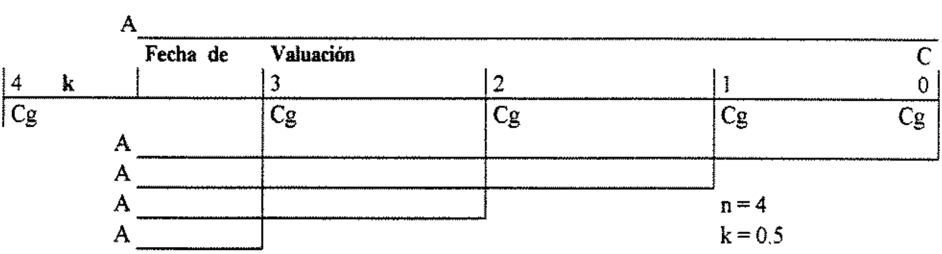
$$A = F(1 + j/m)^{-mn} + Cg \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

Cuando la valuación se efectúa en una fecha intermedia se procede de la siguiente manera:

1. Hallar el Valor Actual en la última fecha que se pagó intereses.
2. Al resultado anterior, se multiplica por el factor de corrección,

$$(1 + j/m)^{mk}$$

en donde "k" es igual a la fracción de período entre el pago inmediato anterior de cupón y la fecha de valuación, siendo "n" en la fórmula general igual al número exactos de períodos de pago de cupón, en la gráfica siguiente se ilustran las variables considerando que los pagos de cupón son anuales y que la valuación se efectúa cuando faltan 3 años y medio para su vencimiento.




Quedando la fórmula de la siguiente forma:

$$A = \left[C(1 + j/m)^{-mn} + Cg \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + i/m)^{m/p} - 1}\right](1 + j/m)^{mk}$$

### 4.1.4 Aplicaciones

**PROBLEMA No. 1**

¿Cuál será el valor de compra de un bono con valor nominal de Q.500.00 que se amortizará e mismo valor dentro de 20 años con intereses de cupón del 6% anual pagaderos por trimestre, comprador desea obtener en la negociación, un rendimiento del 8% anual capitalizable ralmente?

0

$$A = C(1+j/m)^{-mn} + Cg\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p}-1}$$

)6

$$A = 500(1+0.08/4)^{-4x20} + 500 \times 0.06/4\,\frac{1-(1+0.08/4)^{-4x20}}{(1+0.08/4)^{4/4}-1}$$

)8

$$A = 102.5548641 + 7.5 \times 39.74451359$$

$$A = 102.5548641 + 298.0838519$$

$$A = 400.638716$$

**Resp: El precio de compra es de Q. 400.64**

**PROBLEMA No. 2**

Se desea comprar un bono con valor nominal de Q.2,000.00, redimible en un solo pago a su iento, con pagos de cupón anuales del 10%, si se desea ganar en la negociación el 12% anual zable semestralmente. ¿Cuánto se podrá pagar por dicho bono considerando que faltan 3 años y para su vencimiento?.

)00

$$A = [C(1+j/m)^{-mn} + Cg\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p}-1}](1+j/m)^{mk}$$

0

12

$$A = [2,000(1+0.12/2)^{-2x4} + 2,000 \times 0.10\,\frac{1-(1+0.12/2)^{-2x4}}{(1+0.12/2)^{2/1}-1}](1+0.12/2)^{2x0.5}$$

5

$$A = [1,254.824743 + 200 \times 3.014463015]\,1.06$$

$$A = [1,254.824743 + 200 \times 3.014463015]\,1.06$$

$$A = [1,254.824743 + 602.892603]\,1.06$$

$A = 1{,}857.717346 \ \text{x} \ 1.06$

$A = 1{,}969.180387$

**Resp: Se podrá pagar por los bonos Q. 1,969.18**

### 4.1.5 Valor en libros de los bonos

Un aspecto importante para la valuación de bonos es establecer su valor en libros, ya que para efectos contables se deben registrar adecuadamente dichos valores, considerando el valor de compra de los mismos, ya que si se adquirieron con descuento o con prima, su valor será cambiante conforme transcurre el tiempo, hasta llegar a su valor de redención igual al valor nominal.

Para determinar periódicamente dicho valor, se puede elaborar un cuadro que muestre los cambios graduales que sufren dichos valores hasta llegar al valor de redención. A continuación se presenta un ejemplo de cómo se puede elaborar dicho cuadro.

**PROBLEMA No. 3**

Un lote de bonos con valor nominal de Q.10,000.00, que pagan cupones semestrales del 4%, que vencen dentro de 3 años, es comprado por un inversionista que desea ganar en la inversión el 6% anual, también capitalizable semestralmente. Determinar el precio que debe pagar por el lote de bonos, y elaborar el cuadro que muestre la variación del valor en libros.

<u>Datos</u>
C = 10,000.00
g = 0.04
j = 0.06
m = 2
n = 3
p = 2
A = ?

$$A = C(1 + j/m)^{-mn} + Cg \, \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{mp} - 1}$$

$$A = 10{,}000(1+0.06/2)^{-2x3} + 10{,}000 * 0.04 \, \frac{1 - (1 + 0.06/2)^{-2x3}}{(1+0.06/2)^{2 2} - 1}$$

$$A = 8{,}374.842567 + 10{,}000 * 0.04 \, \frac{0.162515743}{0.03}$$

$$A = 8.374.842567 + 10{,}000 * 0.04 * 5.417191444$$

$A = 8{,}374.842567 + 2{,}166.876578$

$A = 10{,}541.72$

Determinación de la tasa Equivalente

$i = (1 + j/m)^{m/p} - 1$

$i = (1 + 0.06/2)^{2/2}$

$i = 0.03$

**TABLA DEL VALOR EN LIBROS**

| [illegible] | VALOR EN LIBROS AL INICIO | INT. SOBRE LA INVER-SION 0.03 | INTERESES DEL BONO 0.04 | VARIACIO-NES | V/LIBROS AL FINAL DEL PERIODO |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | 10,541.72 |
| 1 | 10,541.72 | 316.25 | 400.00 | 83.75 | 10,457.97 |
| 2 | 10,457.97 | 313.74 | 400.00 | 86.26 | 10,371.71 |
| 3 | 10,371.71 | 311.15 | 400.00 | 88.85 | 10,282.86 |
| 4 | 10,282.86 | 308.49 | 400.00 | 91.51 | 10,191.35 |
| 5 | 10,191.35 | 305.74 | 400.00 | 94.26 | 10,097.09 |
| 6 | 10,097.09 | 302.91 | 400.00 | 97.09 | **10,000.00** |
| | | **1,858.28** | **2,400.00** | **541.72** | |

El precio de compra de las obligaciones es de Q.10,541.72, cantidad que representa la ersión inicial sobre la cual el comprador desea obtener el 4%, al final del primer semestre se hace ctivo un cupón por valor de Q.400.00, pero el 3% de Q.10,541.72 es de Q.316.25 de interés, por lo to la diferencia entre los dos intereses es de Q.83.75, que se puede considerar una amortización cial de la prima. por lo tanto se tuvo que amortizar dicha cantidad para llegar a su valor de lención al finalizar el plazo de 3 años, además el cuadro nos muestra de cómo se fue amortizando dualmente el premio, y el valor en libros de los bonos al finalizar cada período de pago de cupón.

### 4.1.6 Determinación de la prima

Se considera que cuando la tasa de interés de la obligación es mayor que la tasa de beneficio que obtiene el inversionista (**g > i**), o sea que se pagará más que el valor nominal, a esta diferencia se denomina **prima,** y esta cantidad se puede obtener mediante el uso de la fórmula general siguiente:

$$P = C\ (g - i)\ \frac{1 - (1 + j/m)^{-nm}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

Nota: El valor de "i" es la tasa equivalente.

**PROBLEMA No. 4**

Utilizando los datos del problema anterior, podemos utilizar la fórmula de la prima para determinar directamente la prima pagada al inicio de la inversión inicial.

| Datos | Determinación de la tasa Equivalente |
|---|---|
| $C = 10{,}000$ | |
| $g = 0.04$ | |
| $j = 0.06$ | $i = (1 + j/m)^{m/p} - 1$ |
| $m = 2$ | |
| $n = 3$ | $i = (1 + 0.06/2)^{2/2}$ |
| $p = 2$ | |
| $P = ?$ | $i = 0.03$ |

$$P = 10{,}000\ (0.04 - 0.03)\ \frac{1 - (1 + 0.06/2)^{-3x2}}{(1+0.06/2)^{2/2} - 1}$$

$$P = 100\ \frac{0.162515743}{0.03}$$

$$P = 100 \times 5.417191444$$

$$P = 541.72$$

**Resp: La prima pagada por la inversión es de Q.541.72**

### 4.1.7 Determinación del descuento

Al igual que el caso de la prima, el descuento se puede obtener mediante su fórmula respectiva, se considera un descuento cuando el valor pagado por los bonos es menor que el valor nominal o valor al vencimiento; la fórmula es la siguiente:

$$D = C\ (i - g)\ \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

Nota: En la fórmula anterior el valor de "i" será la tasa equivalente.

**PROBLEMA No. 5**

Una obligación con valor de Q.10,000.00, vence a la par dentro de 3 años, paga cupones rales del 3%, se tiene proyectado obtener el 14% anual de interés capitalizable semestralmente. ninar el descuento por la compra de dicha obligación y presentar un cuadro que muestre la lación del descuento.

Determinación de la tasa Equivalente

,000

)6 $\quad i = (1 + j/m)^{m/p} - 1$

4

$$i = (1 + 0.14/2)^{2/4} - 1$$

$$i = 0.034408043$$

$$D = C\ (i - g)\ \frac{1 + (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

$$D = 10{,}000\ (0.034408043 - 0.03)\ \frac{1 - (1 + 0.14/2)^{-2x3}}{(1 + 0.14/2)^{2/4} - 1}$$

$$D = 44.0804327\ \frac{0.333657776}{0.034408043}$$

$$D = 44.0804327 \times 9.697086625 \quad = 427.45$$

**Resp: El valor del descuento es de Q.427.45**

$$A = C\,(1 + j/m)^{-mn} + C\,(g)\,\frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{mp} - 1}$$

$$A = 10{,}000\,(1 + 0.14/2)^{-2x3} + 10{,}000 \text{ x } 0.3\,\frac{1 - (1 + 0.14/2)^{-2x3}}{(1 + 0.14/2)^{2/4} - 1}$$

$$A = 6{,}663.422238 + 300\,\frac{0.333657776}{0.034408043}$$

$$A = 6{,}663.422238 + 300 \text{ x } 9.697086625$$

$$A = 6{,}663.422238 + 2{,}909.125987$$

$$A = 9{,}572.55$$

**TABLA DE DESCUENTOS**

| No. | INT. SOBRE LA INVERSION 0.034408043 | INTERESES DEL BONO 0.03 | CUOTAS DE ACUMULA-CION | VALOR EN LIBROS AL FINAL DEL PERIODO |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 9,572.55 |
| 1 | 329.37 | 300.00 | 29.37 | 9,601.92 |
| 2 | 330.38 | 300.00 | 30.38 | 9,632.31 |
| 3 | 331.43 | 300.00 | 31.43 | 9,663.73 |
| 4 | 332.51 | 300.00 | 32.51 | 9,696.25 |
| 5 | 333.63 | 300.00 | 33.63 | 9,729.87 |
| 6 | 334.79 | 300.00 | 34.79 | 9,764.66 |
| 7 | 335.98 | 300.00 | 35.98 | 9,800.64 |
| 8 | 337.22 | 300.00 | 37.22 | 9,837.86 |
| 9 | 338.50 | 300.00 | 38.50 | 9,876.37 |
| 10 | 339.83 | 300.00 | 39.83 | 9,916.19 |
| 11 | 341.20 | 300.00 | 41.20 | 9,957.39 |
| 12 | 342.61 | 300.00 | 42.61 | 10,000.00 |
| | 4,027.45 | 3,600.00 | 427.45 | |

El precio de compra de las obligaciones es de Q.9,572.55, que representa la inversión inicial, re la cual el inversionista espera obtener el 14% anual de interés capitalizable semestralmente; al lizar el primer periodo de pago de cupón el inversionista obtiene la cantidad de Q.300.00, pero el **0-4408043** de la inversión es Q.329.37, por lo tanto faltan Q.29.37, cantidad que deben acumularse a que al finalizar el plazo de las obligaciones sea igual al valor al vencimiento de Q.10,000.00. El dro anterior se puede determinar como en cada periodo se acumula dicha cantidad, cambiando istantemente el valor en libros al final de cada periodo de pago de cupón.

### 4.2 Bonos redimibles por anualidades

En este tipo de obligaciones el pago del principal de la deuda se efectúa periódicamente en forma de rentas constantes o cuotas niveladas que incluyen los intereses sobre saldos pendientes más la amortización de una parte del capital.

#### 4.2.1 Simbología

C = Valor Nominal

A = Valor Actual o Precio de Compra del Bono

K = Premio

F = C + K

g = Tasa anual de cupón

p = Pagos anuales

j = Tasa de interés

m = Número de Capitalizaciones en el año

n = Tiempo que falta para el vencimiento

t = Plazo total de la emisión de Bonos

#### 4.2.2 Fórmulas

**Sin premio**

$$A = C \frac{g}{1 - (1 + g)^{-tp}} \cdot \frac{1 - (1 + j/m)^{-nm}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

Con premio

$$A = F \frac{g}{1 - (1+g)^{-tp}} \cdot \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

### 4.2.3 Aplicaciones

**PROBLEMA No. 6**

Un bono de Q.20,000.00, será redimible por anualidades a un plazo de 15 años que devenga intereses del 6% anual capitalizable semestralmente será liquidado en 30 pagos semestrales iguales, el primero con vencimiento en 6 meses. Hallar el pago periódico y el precio de compra al término del 5o. año para ganar el 5% anual capitalizable semestralmente

Datos

$C = 20{,}000$
$j = 0.06$
$m = 2$
$n = 10$
$t = 15$
$A = ?$

$$R = \frac{A\,[\,(1 + j/m)^{m/p} - 1\,]}{(1 + j/m)^{-mn} - 1}$$

$$R = \frac{20{,}000\,[(1.03)^{2/2} - 1}{1 - (1.03)^{-2x15}}$$

$$R = \frac{600}{0.5880132404841}$$

$$R = 1020.39$$

**Resp: El pago periódico será de Q. 1,020.39**

$$A = C \frac{g}{1 - (1+g)^{-tp}} \cdot \frac{1 - (1 + j/m)}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$$

$$A = 20{,}000 \frac{0.03}{1 - (1 + 0.03)^{-15x2}} \cdot \frac{1 + (1 + 0.05/2)^{-2x10}}{(1 + 0.05/2)^{2/2} - 1}$$

$$A = 20{,}000 \times 0.051019259 \times 15.58916229$$

$$A = 15{,}906.95$$

**Resp: El precio de compra es de Q. 15,906.95**

En el ejemplo anterior se está determinando el derecho de cobrar los restantes 20 pagos trales, y el precio de compra de dicho derecho es de Q.15,906.95, que generará el 5% de ; capitalizable semestralmente.

**nos redimibles por sorteo**

esta clasificación de bonos se considera que la emisión va a ser redimida periódicamente ar de todos en la misma fecha, llamándose también como una **emisión seriada.**

En este tipo de bonos al final de cada uno de los períodos, determinados por sorteos se dimiendo títulos por determinadas cantidades iguales y en períodos regulares de tiempo; onsiderarse el valor total de la emisión para poder determinar el valor de dichos pagos.

**1 Simbología**

C = Valor Nominal

A = Valor Actual o Precio de Compra del Bono

g = Tasa anual de cupón

p = Número de pagos en el año

j = tasa de interés

m = Número de Capitalizaciones en el año

n = Tiempo que falta para el vencimiento

t = Plazo total de la emisión de Bonos

**2 Fórmula**

$$A = \frac{C}{t}\left[\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{i} + \frac{g}{i}\left(n - \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{i}\right)\right]$$

Nota: En la fórmula anterior, el valor de "i" será igual a la tasa equivalente.

Problema No. 7

Una emisión de bonos seriada, por un valor de Q.50,000.00, la tasa de cupón es del 4% anual convertible semestralmente y la tasa que prevalece en el mercado es el 3% anual capitalizable semestralmente. Hallar el precio de compra de dicha emisión de bonos.

<u>Datos</u>

$C = 50{,}000$ $\qquad i = (1 + j/m)^{mp} - 1$

$g = 0.04$

$p = 2$ $\qquad i = (1.015)^{22} - 1$

$j = 0.03$

$m = 2$ $\qquad i = 0.015$

$n = 10$

$t = 5$

$A = ?$

$$A = \frac{C}{t}\left[\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{i} + \frac{g}{i}\left(n - \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{i}\right.\right]$$

$$A = \frac{50{,}000}{10}\left[\frac{1-(1.015)^{-2x5}}{0.015} + \frac{0.02}{0.015}\left(10 - \frac{1-(1.015)^{-2x5}}{0.015}\right.\right]$$

$$A = 5{,}000\,(9.222184552 + 1.037087264)$$

**A = 51,296.36**

**Resp: El precio de compra de los bonos es de Q.51,296.36**

# CAPITULO VII

# NOCIONES DE CALCULO ACTUARIAL

## 1. Aspectos Generales

En los capítulos anteriores se han considerado problemas con capitales únicos y rentas con términos previamente establecidos, que denominamos **Anualidades Ciertas**; en el presente capítulo se tratarán problemas que presentan contingencia o aleatoriedad, ya que tienen relación con la vida de una persona, por lo que denominamos **Anualidades Contingentes.**

## 2. Concepto de Anualidades Contingentes

Se denomina anualidad contingente a una serie de pagos que continúan por toda o parte de la vida de una persona en particular, llamada rentista.

## 3. Rentas Vitalicias

Las rentas vitalicias constituyen anualidades cuyo pago continúan efectuándose mientras el rentista esté vivo.

### 3.1 Clasificación

#### 3.1.1 Atendiendo el momento de efectuarse los pagos, las rentas vitalicias pueden clasificarse en:

##### 3.1.1.1 Rentas Vitalicias Ordinarias o Vencidas

Se denomina rentas vitalicias ordinarias o vencidas cuando los pagos se efectúan al final de cada año a una persona que ahora tiene x años, es decir que el primer pago se hará cuando la persona tenga $x + 1$, el segundo a la edad $x + 2$, y así sucesivamente.

**3.1.1.2 Rentas Vitalicias Anticipadas**

Si los pagos se efectúan al principio de cada año, o sea que el primer pago se efectuará a la edad **x**, el segundo a la edad **x + 1**, y así sucesivamente, se denomina renta vitalicia anticipada.

**3.2.1.3 Renta Vitalicia Diferida**

Si la serie de pagos se inicia después de transcurrido cierto tiempo denominado **m**, se le denomina Renta Vitalicia Diferida, pero a su vez puede ser:

**a) Diferida Ordinaria o Vencida**, cuando los pagos se inician después de un periodo de tiempo llamado periodo de diferimiento, pero al iniciarse los mismos se efectúan al final de cada periodo de pago.

**b) Diferida Anticipada,** cuando los pagos se inician después de un periodo de diferimiento, pero al iniciarse los mismos se efectúan al inicio de cada periodo de pago.

**3.1.2 Atendiendo el período de vigencia de los pagos de renta.**

**3.1.2.1 Rentas Vitalicias Completas**

Se denominan rentas vitalicias completas cuando el beneficiario recibe periódicamente los pagos de renta por el tiempo que tiene de vida; corresponde completamente a esta clasificación lo explicado en el numeral 3.1.1. de este capitulo.

### 3.1.2.2 Rentas Vitalicias Temporales

En este tipo de rentas a diferencia de la clasificación anterior, terminan después de un periodo determinado de pagos; al mismo tiempo pueden presentarse las subclasificaciones siguientes:

a) **Temporal Ordinaria o Vencida,** cuando los pagos se efectúan al final del primer periodo de pago, pero por un tiempo predeterminado de años.

b) **Temporal Anticipada**, cuando los pagos se efectúan al inicio del primer periodo de pago, o sea inmediatamente, pero por un tiempo predeterminado de años.

c) **Temporal diferida, pagadera por "n" años,** cuando los pagos se efectúan por un periodo determinado de años, pero el primero de los mismos se hará después de transcurrido un periodo de tiempo llamado diferimiento; que a su vez se pueden dar los casos en que los pagos se efectúan al inicio o al final de dichos periodos de pago, por lo tanto se pueden presentar, **Temporal diferida Vencida y Temporal diferida anticipada.**

## 3.2 Uso de Tablas de Mortalidad

Las tablas de mortalidad son compilaciones de los registros estadísticos del número de personas vivas y fallecidas a cada edad de la vida, constituye un instrumento básico para el actuario de seguros. Existen en la actualidad varias tablas de mortalidad, pero debido a la esperanza de vida, dichas tablas quedan anticuadas al cabo de cierto tiempo, por lo que deberán ser sustituidas por otras más recientes.

Para el presente trabajo se utilizará la tabla "**1958 Commissioners Standard Ordinary (CSO) Mortality Table**", o sea la Tabla de Mortalidad CSO 1958, al 4% y 5%, independientemente de que existen varias tabulaciones con diferente tasa de interés nos limitaremos al uso de estas dos tasas de interés para efectos de ilustración de los problemas.

## 3.3 Simbología

Para efecto de la resolución de problemas de rentas vitalicias, se hace necesario utilizar ciertas variables que faciliten la estructuración de las fórmulas, dichos simbolos son los que se presentan a continuación:

$a_x$ = Valor Actual de una Renta vitalicia

n = Periodo de pago temporal de una renta vitalicia.

m = Periodo de diferimiento

R = Renta o pago periódico a recibir

## 3.4 Fórmulas

### 3.4.1 Renta Vitalicia Completa Ordinaria

$$a_x = \frac{Nx+1}{Dx} R$$

### 3.4.2 Renta Vitalicia Completa Anticipada

$$a_x = \frac{Nx}{Dx} R$$

### 3.4.3 Renta Vitalicia Temporal Ordinaria

$$_{x}a_{n} = \frac{Nx+1 - Nx+n+1}{Dx} R$$

### 3.4.4 Renta Vitalicia Temporal Anticipada

$$_{x}a_{n} = \frac{Nx - Nx+n}{Dx} R$$

### 3.4.5 Renta Vitalicia Completa Diferida Ordinaria

$$_{m/}a_{x} = \frac{Nx+m+1}{Dx} R$$

**3.4.6 Renta Vitalicia Completa Diferida Anticipada**

$$ {}_{m}a_{x} = \frac{Nx+m}{Dx} \; R $$

**3.4.7 Renta Vitalicia Temporal Diferida Ordinaria**

$$ {}_{n/m}a_{xn} = \frac{N\,x+m+1 - Nx+n+m+1}{Dx} \; R $$

**3.4.8 Renta Vitalicia Temporal Diferida Anticipada**

$$ {}_{n/m}a_{xn} = \frac{Nx+m - Nx+n+m}{Dx} \; R $$

## 3.5 Aplicaciones

**Problema No. 1**

Determinar el Valor Actual de una Renta Vitalicia de Q. 1,000.00 anuales para una persona de 30 años, considerando la tabla de Mortalidad CSO 1958 y una tasa de interés del 4%, en los casos:

a) Recibir inmediatamente la primera renta,

b) Recibir dentro de 1 año la primera renta.

**a) Renta Vitalicia Completa Anticipada**

$$ a_x = \frac{Nx}{Dx} \; R $$

$$ a_{30} = \frac{N30}{D30} \; 1,000 $$

$$ a_{30} = \frac{588,432.8999}{29,229.8430} \; 1,000 $$

$$ a_{30} = 20,131237 \times 1,000 $$

$$ a_{30} = 20,131.24 $$

**Resp: El valor actual de una renta vitalicia de Q.1,000.00 anuales a recibir inmediatamente es de Q.20.131.24**

**b) Renta Vitalicia Completa Ordinaria**

$$a_x = \frac{Nx+1}{Dx} R$$

$$a_{30} \ \frac{N30+1}{D30} R$$

$$a_{30} = \frac{N31}{D30} R$$

$$a_{30} = \frac{559{,}203.0569}{29{,}229.8430} 1{,}000$$

$$a_{30} = 19.131239 \times 1{,}000$$

$$a_{30} = 19{,}131.24$$

**Resp: El valor actual de una renta vitalicia de Q.1,000.00 anuales a recibir dentro de 1 año es de Q.19,131.24**

**Problema No. 2**

Un hombre de 40 años quiere contratar una renta vitalicia de Q.2,000.00 anuales, debiendo la primera renta cuando cumpla 65 años de edad considerando la tabla de Mortalidad CSO 1958 asa de interés del 4%,

**Renta Vitalicia Completa Diferida Anticipada**

$$_{m/}a_x = \frac{Nx+m}{Dx} R$$

$$_{m/}a_x = \frac{N40+25}{D40} R$$

$$_{m/}a_x = \frac{N65}{D40} R$$

$$_{m/}a_x = \frac{52{,}892.4353}{19{,}248.8238} 2{,}000$$

$_{m}a_x = 5,495.65$

**Resp: El valor actual de una renta vitalicia de Q.2,000.00 anuales a recibir dentro de 25 años para una persona de 40 años es de Q.5,495.65**

**Problema No. 3**

La señorita Ana Leticia Hernández tiene actualmente 15 años y recibe una herencia de Q.30,000.00, si está previsto que esta cantidad se emplee para un contrato de renta vitalicia que empezará a disfrutar a partir del día que cumpla 21 años. ¿Qué cantidad recibirá anualmente, considerando la tabla de Mortalidad CSO 1958 y una tasa de interés del 4%,

**Renta Vitalicia Completa Diferida Anticipada**

Datos

$_{m/}a_x = 30,000$

$m = 6$

$x = 15$

$$R = \frac{_{m/}a_x}{\frac{N_{x+m}}{D_x}}$$

$$R = \frac{30,000}{\frac{N_{25+6}}{D_{25}}}$$

$$R = \frac{30,000}{\frac{N_{31}}{D_{25}}}$$

$$R = \frac{30,000}{\frac{559,203.0951}{35,920.0613}}$$

$$R = \frac{30,000}{15.56798833}$$

$$R = 1,927.031249$$

**Resp: Recibirá anualmente Q, 1,927.03**

**PROBLEMA No. 4**

El señor Luis Felipe Hernández tiene actualmente 40 años, quiere contratar una Renta Vitalicia or Q.5,000.00 anuales durante 10 años, la primera renta la recibirá dentro de un año; se debe onsiderar la tabla de mortalidad CSO 1958 y una tasa del 4%. ¿Qué cantidad tendrá que pagar para btener dicha renta?.

)atos — Renta Vitalicia Temporal Ordinaria

; = 5,000

= 40

. = 10

$${}_{x}a_{n} = \frac{Nx+1 - Nx+n+1}{Dx} R$$

$${}_{x}a_{n} = \frac{N40+1 - N40+10+1}{D40} 5{,}000$$

$${}_{x}a_{n} = \frac{N41 - N51}{D40} 5{,}000$$

$${}_{x}a_{n} = \left[\frac{324{,}998.6568 - 172{,}529.5765}{19{,}248.8251}\right] 5{,}000$$

$${}_{x}a_{n} = 7.92095515 \times 5{,}000$$

$${}_{x}a_{n} = 39{,}604.77575$$

**Resp: Tendrá que pagar la cantidad de Q. 39,604.78**

**PROBLEMA No. 5**

Una empleada del estado que tiene actualmente 45 años, quiere contratar una renta vitalicia de ).10,000.00 anuales a recibir por 15 años, las cuales empezará a recibir inmediatamente, se debe :onsiderar la tabla de mortalidad CSO 1958 y una tasa de interés del 4 %. ¿Cuánto tendrá que pagar )ara obtener dicha renta?.

<u>Datos</u> **Renta Vitalicia Temporal Anticipada**

R = 10,000

x = 45

n = 15

$$ {}_{x}a_{n} = \frac{Nx - Nx+n}{Dx} R $$

$$ {}_{x}a_{n} = \frac{N45 - N45+15}{D45} R $$

$$ {}_{x}a_{n} = \frac{N45 - N60}{D45} R $$

$$ {}_{x}a_{n} = \frac{255{,}783.4886 - 85{,}357.6093}{15{,}491.7450} \; 10{,}000 $$

$$ {}_{x}a_{n} = 11.00107698 \times 10{,}000 $$

$$ {}_{x}a_{n} = 110{,}010.7698 $$

**Resp: Tendrá que pagar Q. 110,010.77**

## 4. Dote Pura

### 4.1 Concepto

"Una dote pura es un contrato mediante el cual se contrae el compromiso de entregar al tenedor del mismo una cantidad determinada de dinero al final de un período especificado, pero con la condición de que sobreviva después de dicho período de tiempo para cobrar dicha dotación."[1]

### 4.2 Factores que intervienen

Para determinar el valor actual de una dote a entregar a un beneficiario de dicho contrato, es necesario conocer los factores que intervienen para lograr cuantificar el día de hoy

[1] Moore, Justin H. <u>Manual de Matemáticas Financieras</u>, Editorial Hispano Americana, México, 1969. p 825.

el valor de la dotación a recibir en el futuro, y para lograr esto, deben intervenir en su cálculo la probabilidad de sobrevivir y el interés compuesto.

**Simbología**

Para efectos de la estructuración de la formula es necesario utilizar cierta simbologia que facilite el desarrollo de los problemas que se puedan presentar, a continuación se presenta dichas variables:

$_nE_x$ = Valor Actual de una Dote Pura

K = Capital o Cantidad de la Dote

x = Edad actual de la persona

n = Tiempo que falta para recibir la dote

**irmulas**

**4.1 Valor Actual de una Dote Pura**

$$_nE_x = \frac{Dx+n}{Dx} K$$

**4.2 Capital o Valor de la Dote**

$$K = \frac{nEx}{\frac{Dx+n}{Dx}}$$

**plicaciones**

**PROBLEMA No. 6**

El señor Luis Pérez tiene actualmente 25 años, quiere contratar una Dote Pura de Q.25,000.00, cibirlo cuando cumpla 65 años, se debe considerar la tabla de mortalidad CSO 1958 y una tasa i. ¿Qué cantidad tendrá que pagar para recibir dicha cantidad?.

**Valor Actual de una Dote Pura**

,000

$$_nE_x = \frac{Dx+n}{Dx}$$

$$ {}_nE_x = \frac{D25+40}{D25} $$

$$ {}_nE_x = \frac{D65}{D25} $$

$$ {}_nE_x = \frac{2,852.5710}{28,277.3083} \; 25,000 $$

$$ {}_nE_x = 0.100878448 \times 25,000 $$

$$ {}_nE_x = 2521.961222 $$

**Resp: Tendrá que pagar la cantidad de Q.2,521.96**

**PROBLEMA No. 7**

El día de hoy el señor José Hernández cumple 30 años y separa de sus ahorros la cantidad de Q.5,000.00 para comprar un contrato dotal para recibirlo cuando cumpla 65 años. Considerando que sobrevivirá para tal edad y la tabla de mortalidad CSO 1958, y una tasa de interés del 5%. ¿Cuánto recibirá por dicha dote?.

Datos

${}_nE_x = 5,000$
$x = 30$
$n = 35$
$K = ?$

**Capital o Valor de la Dote**

$$ K = \frac{nEx}{\frac{Dx+n}{Dx}} $$

$$ K = \frac{5,000}{\frac{D30+35}{D30}} $$

$$ K = \frac{5,000}{\frac{D65}{D30}} $$

$$ K = \frac{5,000}{\frac{2,852.5710}{21,935.5087}} $$

$$ K = \frac{5,000}{0.13004353} $$

$$ K = 38,448.66385 $$

**Resp: Recibirá la cantidad de Q. 38,448.66**

Seguro de Vida

**5.1 Concepto General de Seguros**

"Contrato de Seguro. Por el contrato de seguro, el asegurador se obliga a resarcir un daño o a pagar una suma de dinero al realizase la eventualidad prevista en el contrato, y el asegurado o tomador del seguro, se obliga a pagar la prima correspondiente."[2]

**5.2 Concepto de Seguro de Vida**

Es el contrato mediante el cual el asegurador se compromete mediante una prima única o periódica que recibe del contratante del seguro a pagar al beneficiario la cantidad estipulada, si ocurriera en la vigencia del contrato la eventualidad prevista en el contrato sobre la vida del asegurado.

**5.3 Conceptos Varios**

**Asegurador:** Es la sociedad mercantil autorizada legalmente para operar seguros, que asume los riesgos especificados en el contrato de seguro.

**Solicitante:** Es la persona que contrata el seguro, por cuenta propia o por la de un tercero determinado o determinable y que traslada los riesgos al asegurador.

**Asegurado:** Es la persona interesada en la traslación de los riesgos.

**Beneficiario:** Es la persona que ha de percibir en caso de que acaeciera el acontecimiento determinado en el contrato de seguro.

**Prima:** Es la retribución o precio del seguro.

---

[2]Decreto 2-70 Código de Comercio, Libro IV, Capitulo X, Obligaciones y Contratos Mercantiles, Art. 874

### 5.4 Factores que intervienen

Para determinar el valor de la prima a pagar por un contrato de seguro de vida, es necesario conocer los factores que intervienen para lograr cuantificar el día de hoy el valor de los pagos que deben efectuarse para satisfacer los requerimientos de dicho contrato de seguro, y para lograr esto, deben intervenir en su cálculo **la probabilidad de sobrevivir y el interés compuesto.**

### 5.5 Clases de Seguros

#### 5.5.1 Seguro de Vida Entera.

En este tipo de seguros, la compañía aseguradora se compromete a pagar a los beneficiarios el valor nominal de la póliza a la muerte del asegurado no importando cuando ésta ocurre.

#### 5.5.2 Seguro Temporal o a Término

En este tipo de seguros la compañía se compromete a pagar el valor nominal de la póliza al beneficiario, a la muerte del asegurado, pero con la condición de que el asegurado muera dentro de los **n** años siguientes a la formalización del contrato; si el asegurado vive al final de este plazo, el contrato termina sin ninguna obligación para la aseguradora.

#### 5.5.3 Seguro Dotal o Mixto

En este tipo de seguros, la compañía aseguradora se compromete a pagar el valor nominal de la póliza al beneficiario, a la muerte del asegurado, siempre y cuando el asegurado muere dentro de los **n** años siguientes a la emisión de la póliza de seguro;

caso contrario si el asegurado sobrevive el periodo se le pagará el valor nominal de la póliza de seguro.

**Clasificación de las Primas**

**5.6.1 Prima Neta Unica**

El Seguro se paga en una sola cuota y equivale al pago del precio del seguro efectuado de una sola vez.

**5.6.2 Prima Neta Nivelada Anual**

La prima se paga regularmente en cuotas anuales de igual cantidad, pero también se pueden efectuar pagos semestrales, trimestrales o mensuales siempre de igual cantidad al principio de cada periodo de pago.

**5.6.3 Prima Comercial o de Tarifa**

Es el precio del seguro estipulado en el contrato, y es el resultado de incrementar a la prima neta nivelada anual los recargos adecuados para compensar los gastos constantes y variables que tiene la empresa aseguradora, dentro de estos se pueden mencionar los siguientes:

**a) Gastos de Adquisición:** Gastos Médicos y Comisiones de Agentes.

**b) Gastos de Administración:** Sueldos, Gastos Generales, etc.

**Simbología**

x = Edad de la persona asegurada

n = Plazo del seguro

k = Gastos Fijos

h = Gastos Variables

K = Valor del Seguro

## 5.8 Fórmulas

### 5.8.1 Prima Neta Unica

**Seguro Ordinario de Vida**

$$A_x = \frac{Mx}{Dx} K$$

**Seguro Temporal por "n" años**

$$A^{1}_{x:\overline{n|}} = \frac{Mx - Mx+n}{Dx} K$$

**Seguro Dotal por "n" años**

$$A_{x:\overline{n|}} = \frac{Mx - Mx+n + Dx+n}{Dx} K$$

### 5.8.2 Prima Neta Nivelada Anual

**Seguro Ordinario de Vida**

$$P_x = \frac{Mx}{Nx} K$$

**Seguro Temporal por "n" años**

$$P^{1}_{x:\overline{n|}} = \frac{Mx - Mx+n}{Nx - Nx+n} K$$

**Seguro Dotal por "n" años**

$$P_{x:\overline{n|}} = \frac{Mx - Mx+n + Dx+n}{Nx - Nx+n} K$$

### 5.8.3 Prima Comercial o de Tarifa

$$PT = \frac{Px + k}{1 - h}$$

## 5.9 Aplicaciones

**PROBLEMA No. 8**

Una persona de 22 años quiere saber el valor de la prima neta única de una póliza de seguro de vida entera por Q.10,000.00, considerando la tabla de mortalidad CSO 1958 y una tasa del 4%.

<u>Datos</u> **Seguro Ordinario de Vida**

x = 22
K = 10,000
Ax = ?

$$A_x = \frac{Mx}{Dx} K$$

$$A_{22} = \frac{M22}{D22}\ 10{,}000$$

$$A_{22} = \frac{M22}{D22}\ 10{,}000$$

$$A_{22} = \frac{7{,}127.9545}{40{,}634.7279}\ 10{,}000$$

$$A_{22} = 0.175415337 \ \text{x} \ 10{,}000$$

$$A_{22} = 1{,}754.15337$$

Resp: La prima neta única es por Q. 1,754.15

**PROBLEMA No. 9**

Una persona de 30 años desea determinar el valor de la prima neta única a pagar por un seguro mporal por 10 años por la cantidad de Q.10,000.00, considerando la tabla de mortalidad CSO 1958 y a tasa del 4%.

tos

= 30

= 10,000

= 10

**Seguro Temporal por "n" años**

$$A^{\,1}_{x\overline{n}|} = \frac{Mx - Mx{+}n}{Dx}\ K$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{10}|} = \frac{M30 - M30{+}10}{D30}\ 10{,}000$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{10}|} = \frac{M30 - M40}{D30}\ 10{,}000$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{10}|} = \frac{M30 - M40}{D30}\ 10{,}000$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{10}|} = \frac{6{,}597.8054 - 6{,}008.5343}{29{,}229.8450}\ 10{,}000$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{10}|} = 0.020159911 \ \text{x} \ 10{,}000$$

$$A^{\,1}_{30:\overline{10}|} = 201.59911$$

**Resp: El valor de la prima neta única es de Q. 201.60**

**PROBLEMA No. 10**

Una persona de 40 años desea contratar un seguro dotal por Q.20,000.00, pagadero a 25 años, y para el efecto desea saber , ¿Qué cantidad pagará por concepto de prima neta única considerando la tabla de mortalidad CSO 1958 y una tasa de 4%?.

<u>Datos</u>

$x = 40$

$K = 20{,}000$

$n = 25$

**Seguro Dotal por "n" años**

$$A_{\overline{xn}|} = \frac{Mx - Mx{+}n + Dx{+}n}{Dx} K$$

$$A_{\overline{xn}|} = \frac{M40 - M40{+}25 + D40{+}25}{D40} 20{,}000$$

$$A_{\overline{xn}|} = \frac{M40 - M65 + D65}{D40} 20{,}000$$

$$A_{\overline{xn}|} = \frac{M40 - M65 + D65}{D40} 20{,}000$$

$$A_{\overline{xn}|} = \left[ \frac{6{,}008.5363 - 3{,}279.0896 + 5{,}313.4163}{19{,}248.8251} \right] 20{,}000$$

$$A_{\overline{xn}|} = \left[ \frac{8{,}042.863}{19{,}248.8251} \right] 20{,}000$$

$$A_{\overline{xn}|} = 0.417836567 \times 20{,}000$$

$$A_{\overline{xn}|} = 8{,}356.731341$$

**Resp: Pagará por prima neta única Q. 8,356.73**

**PROBLEMA No. 11**

Una persona de 22 años desea contratar un seguro ordinario de vida por Q.50,000.00, y solicita se determine la prima neta anual a pagar por dicha póliza, considerando la tabla CSO 1958 y una tasa de 4%.

**Seguro Ordinario de Vida**

,000

$$P_x = \frac{M_x}{N_x} K$$

$$P_{22} = \frac{M_{22}}{N_{22}} 50{,}000$$

$$P_{22} = \frac{7{,}127.9545}{871{,}176.0233} 50{,}000$$

$$P_{22} = 409.0995568$$

**Resp: La prima a pagar es por Q.409.10**

PROBLEMA No. 12

Una persona de 30 años desea contratar un seguro temporal a 10 años por Q.25,000.00; para
:o desea determinar que cantidad deberá pagar por prima neta anual, se debe considerar la tabla
talidad CSO 1958 y una tasa del 4%.

**Seguro Temporal por "n" años**

,000

$$P^{\,1}_{x\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} K$$

$$P^{\,1}_{x\overline{n}|} = \frac{M_{30} - M_{30+10}}{N_{30} - N_{30+10}} 25{,}000$$

$$P^{\,1}_{x\overline{n}|} = \frac{M_{30} - M_{40}}{N_{30} - N_{40}} 25{,}000$$

$$P^{\,1}_{x\overline{n}|} = \frac{M_{30} - M_{40}}{N_{30} - N_{40}} 25{,}000$$

$$P^{\,1}_{x\overline{n}|} = \frac{6{,}597.8054 - 6{,}008.5363}{588{,}432.9401 - 344{,}247.4819} 25{,}000$$

$$P^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{589.2691}{244,185.4582}\ 25,000$$

$$P^{1}_{x:\overline{n}|} = 0.002413203 \times 25,000$$

$$P^{1}_{x:\overline{n}|} = 60.33007702$$

**Resp: La prima neta anual es de Q. 60.33**

**PROBLEMA No. 13**

Una persona de 40 años desea contratar un seguro dotal por Q.30,000.00 a 25 años, considerando la tabla de mortalidad CSO 1958 y la tasa del 4%, necesita determinar ¿Qué cantidad tendrá que pagar por concepto de prima neta anual y la prima de tarifa considerando que los gastos constantes son de Q. 15.00 y los gastos proporcionales a la prima de tarifa representan el 15%?.

Datos

$x = 40$

$n = 25$

$K = 30,000$

**Seguro Dotal por "n" años**

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{Mx - Mx{+}n + Dx{+}n}{Nx - Nx{+}n}\ K$$

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{M40 - M40{+}25 + D40{+}25}{N40 - N40{+}25}\ 30,000$$

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{M40 - M65 + D655}{N40 - N65}\ 30,000$$

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{6,008.5346 - 3,279.0896 + 5,313.4163}{344,247.4819 - 52,892.4382}\ 30,000$$

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{8,042.861}{291,355.0437}\ 30,000$$

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{8,042.861}{291,355.0437}\ 30,000$$

$$P_{x:\overline{n}|} = 0.027605017 \times 30,000$$

$$P_{\overline{xn}|} = 828.1505168$$

**Resp: La prima neta anual es de Q. 828.15**

$$PT = \frac{Px + k}{1 - h}$$

$$PT = \frac{828.15 + 15}{1 - 0.15}$$

$$PT = 991.9411765$$

**Resp: La prima comercial o de tarifa es de Q. 991.94**

CAPITULO VIII

APLICACIONES PRACTICAS

Las aplicaciones prácticas de cada uno de los capítulos fueron expuestos en su oportunidad, pero se agregan los siguientes comentarios sobre la utilización de los distintos temas y procedimientos en Guatemala.

**1. Aplicación del Interés Simple**

El interés simple es utilizado en Guatemala en todas las actividades económicas, ya que cualquiera que sea la actividad que se realiza, siempre se tendrá que recurrir a los cálculos financieros en determinado momento para determinar las utilidades obtenidas en determinado periodo para relacionarlos con las inversiones realizadas.

Se puede indicar además que de los métodos tratados en el Capítulo I para determinar el Interés Simple, únicamente son utilizados el Método de Interés Simple Ordinario y el Método de Interés simple Exacto, ya que de acuerdo con las consultas realizadas, se pudo determinar que los métodos de las Obligaciones y Mixto, no son utilizados.

El Descuento Simple también forma parte de las actividades financieras que se dan en Guatemala, pero su aplicación es muy eventual debido a que se han variado las actividades económicas y se tiene conocimiento que pocas veces se acude a un Banco a descontar un Documento, situación que era muy frecuente en años anteriores.

En cuanto al Descuento Racional, se pudo determinar que en Guatemala no es utilizado este tipo de Descuento.

Los Descuentos por Pronto Pago, si son utilizados en la actividad comercial, que algunos proveedores ofrecen descuentos por realizar los pagos cipadamente, y que los mismos son bien recibidos por los compradores.

**plicación del Interés Compuesto**

El Interés Compuesto si forma parte de todas las actividades económicas de atemala, ya que es utilizado en muchas operaciones financieras, tanto en ituciones Bancarias como en las empresas comerciales, pero se debe indicar que, cuanto a la frecuencia de capitalizaciones muchas instituciones bancarias tienden a tivar a los inversionistas para que efectúen sus inversiones, con el incentivo de una leración en las capitalizaciones, pero como se ha tratado en el presente trabajo, no rendimiento será mayor en grandes capitales y en periodos largos de inversión, más se analizó que la variación es mínima en pequeños capitales y en períodos ios.

Se escucha en el medio financiero, ofrecimientos de capitalizaciones diarias, o se pudo determinar que no siempre es aplicable literalmente según las ofertas que en algunas instituciones financieras, establecen un interés sobre saldos diarios, o estos son agregados al finalizar el mes, o sea que la capitalización se efectúa mente al finalizar el mes.

En cuanto a la **Capitalización Continua**, aún no es utilizado en Guatemala, o considerando el dinamismo que se ha venido observando en las actividades ncieras, muy pronto se tendrá información de su aplicación.

El Contador Público y Auditor debe utilizar las herramientas que la tecnología moderna ofrece, por tal motivo, es importante que haga uso de una computadora en su actividad profesional, y en cuanto a los aspectos financieros debe implementar una hoja de trabajo que le ofrezca las ventajas de obtener información rápida y oportuna.

Como ya se indicó en los capítulos anteriores los procedimientos a seguir para obtener un formato de hoja de trabajo, en esta sección se presentarán las aplicaciones de las mismas; por tal razón se tratarán de resolver los mismos problemas con los resultados que se obtendrán en una computadora.

**PROBLEMA No. 1**

El señor Juan Hernández hace 6 años depositó en una institución financiera la cantidad de Q.15,000.00, y le ofrecieron pagar una tasa de interés del 18% anual, capitalizable semestralmente. ¿Cuánto devengó por concepto de intereses, durante el tiempo depositado?

<u>Datos</u>
P = 15,000.00
j = 0.18
m = 2
n = 6
I = ?

| FORMULAS DEL INTERES COMPUESTO | |
|---|---|
| VARIABLES | VALORES |
| PRINCIPAL | 15,000.00 |
| TASA DE INTERES | 0.18 |
| CAPITALIZACIONES | 2.00 |
| TIEMPO | 6.00 |
| MONTO | |
| INTERES | |
| | |
| INTERES | 27,189.97 |
| PRINCIPAL | 0.00 |
| MONTO | 42,189.97 |
| TASA DE INTERES | 0.00 |
| TIEMPO | 0.00 |
| | |
| FORMULAS DERIVADAS DEL MONTO | |
| PRINCIPAL | 0.00 |
| TASA DE INTERES | -2.00 |
| TIEMPO | #¡NUM! |

[redacted]



El cuadro anterior muestra la forma como la hoja de trabajo presenta el resultado del problema, que es igual al resultado obtenido en el problema No. 1 de la pagina 33 que es de Q.27,189.97

PROBLEMA No. 2

El día de hoy se está cobrando a una empresa la cantidad de Q.73,205.00, cantidad acumulada por un préstamo concedido hace exactamente 2 años, se conoce que dicho préstamo devengó una tasa de interés del 20% anual, capitalizable semestralmente. ¿Cuál fue la cantidad prestada?.

<u>Datos</u>
S = 73,205.00
j = 0.20
m = 2
n = 2
P = ?

| FORMULAS DEL INTERES COMPUESTO | |
|---|---|
| VARIABLES | VALORES |
| PRINCIPAL | |
| TASA DE INTERES | 0.20 |
| CAPITALIZACIONES | 2.00 |
| TIEMPO | 2.00 |
| MONTO | 73,205.00 |
| INTERES | |
| | |
| INTERES | 0.00 |
| PRINCIPAL | 0.00 |
| MONTO | 0.00 |
| TASA DE INTERES | #¡DIV/0! |
| TIEMPO | #¡DIV/0! |
| | |
| FORMULAS DERIVADAS DEL MONTO | |
| PRINCIPAL | 50,000.00 |
| TASA DE INTERES | #¡DIV/0! |
| TIEMPO | #¡DIV/0! |

Resp. El préstamo fue por Q.50,000.00

El cuadro anterior muestra la forma como la hoja de trabajo presenta el resultado del problema, que es igual al resultado obtenido en el problema No. 3 de la pagina 33.

PROBLEMA No. 3

Un estudiante posee la cantidad de Q.12,000.00 y desea saber, ¿En cuánto tiempo se convertirá en Q.20,000.00, para comprar un vehículo a ese costo, considerando que el capital que posee lo invertirá en una institución que le reditúa el 16% anual de interés capitalizable cada 6 meses?.

datos

S = 20,000.00
P = 12,000.00
j = 0.16
m = 2
n = ?

| FORMULAS DEL INTERES COMPUESTO | |
|---|---|
| VARIABLES | VALORES |
| PRINCIPAL | 12,000.00 |
| TASA DE INTERES | 0.16 |
| CAPITALIZACIONES | 2.00 |
| TIEMPO | |
| MONTO | 20,000.00 |
| INTERES | |
| | |
| INTERES | 0.00 |
| PRINCIPAL | #¡DIV/0! |
| MONTO | 12,000.00 |
| TASA DE INTERES | #¡DIV/0! |
| TIEMPO | 0.00 |
| | |
| FORMULAS DERIVADAS DEL MONTO | |
| PRINCIPAL | 20,000.00 |
| TASA DE INTERES | #¡DIV/0! |
| TIEMPO | 3.318728647 |

Nota: Para obtener la respuesta final del problema, se debe convertir la cantidad correspondiente al tiempo a valores en años, ya que el valor obtenido es equivalente a 3 años completos con fracción de año, por lo tanto se debe proceder de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} \phantom{-}3.318728646 \\ \underline{-3\phantom{.318728646}} \quad \text{años} \\ \phantom{-}0.318728646 \times 365 = 116.3359560 \qquad 116 \text{ días} \end{array}$$

**Resp. Podrá acumular la cantidad deseada en 3 años 116 días.**

Aplicación de las Anualidades

La determinación de las anualidades si es utilizado frecuentemente en las vidades Financieras en Guatemala; y es utilizado para establecer cuotas niveladas a amortizar un préstamo o para determinar las cuotas para cancelar las compras al lito.

Se aplican las Anualidades a Plazo Fijo con rentas fijas, no así las Anualidades a zo Fijo Variables Regulares, tanto en Progresión Aritmética como en Progresión ›métrica, ya que es muy difícil que se den situaciones similares en la práctica, por lo to dichas clasificaciones son únicamente para conocimiento y cultura general de los fesionales de las Ciencias Económicas, o para algún planteamiento especial que se eda adaptar en el ejercicio profesional.

De la misma forma como se indicó en el apartado de Interés Compuesto, ıbién se puede determinar con el uso de una computadora los resultados de blemas de Anualidades, por tal razón se presenta a continuación un problema de : tipo:

**PROBLEMA No. 4**

Un Contador Público y Auditor al efectuar su trabajo de Auditoría en una presa, encontró una cuenta de inversiones en la que observó un saldo de 36,398.39, cantidad acumulada durante 5 años mediante depósitos al inicio de cada s en una institución bancaria que le reconoció una tasa de interés del 16% anual italizable semestralmente. ¿Qué cantidad depositó mensualmente esta empresa a acumular dicha cantidad?.

Datos
$S = 136{,}398.39$
$n = 5$
$j = 0.16$
$m = 2$
$p = 12$
$R = ?$

## FORMULAS DE ANUALIDADES

| VARIABLES | |
|---|---|
| RENTA | |
| VALOR ACTUAL | |
| MONTO | 136,398.39 |
| TIEMPO | 5 |
| TASA DE INTERES | 0.16 |
| No. CAPITALIZACIONES | 2 |
| PAGOS EN EL AÑO | 12 |
| PERIODO DE DIFERIMIENTO | |
| **FACTORES** | |
| No. 1 | 1.158924997 |
| No. 2 | 0.012909457 |
| No. 3 FACT. ANTICIPACION | 1.012909457 |
| No. 4 | 0.536806512 |
| No. 5 FACT. DIFERIMIENTO | 1 |
| No. 6 FACT. ANTICIPACION | 0.987255073 |
| No. 7 FACT. DIFERIMIENTO | 1 |
| **FORMULAS DEL MONTO** | |
| Vencidas | 0.00 |
| Anticipadas | 0.00 |
| **FORMULAS DEL VALOR ACTUAL** | |
| Vencidas | 0.00 |
| Anticipadas | 0.00 |
| Diferidas-Vencidas | 0.00 |
| Diferidas-Anticipadas | 0.00 |
| **FORMULAS DE LA RENTA EN FUNCION DEL MONTO** | |
| Vencidas | 1,519.36 |
| Anticipadas | 1,500.00 |
| **EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL** | |
| Vencidas | 0.00 |
| Anticipadas | 0.00 |
| Diferidas-Vencidas | 0.00 |
| Diferidas-Anticipadas | 0.00 |
| **FORMULAS DEL TIEMPO EN FUNCION DEL MONTO** | |
| Vencidas | #¡DIV/0! |
| Anticipadas | #¡DIV/0! |
| **EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL** | |
| Vencidas | #¡DIV/0! |
| Anticipadas | #¡DIV/0! |
| Diferidas-Vencidas | #¡DIV/0! |
| Diferidas-Anticipadas | #¡DIV/0! |

El cuadro anterior muestra la forma como la hoja de trabajo presenta el resultado
lel problema, que es igual al resultado obtenido en el problema No. 5 de la pagina 63,
omo se trata de una anualidad anticipada, se tiene que buscar el resultado en la casilla
orrespondiente a la fórmula de la Renta en Función del Monto, Anticipadas, y el
esultado es Q1,500.00

**PROBLEMA No. 5**

La empresa Quiché S.A. quiere tener acumulado dentro de 20 años la cantidad de
Q300,000.00, y para lograr dicha suma de dinero quiere iniciar hoy una serie de depósitos
oienales en una institución bancaria que le ofrece pagar una tasa de interés del 18% anual
capitalizable semestralmente; quiere saber ¿Qué cantidad de dinero será necesario
depositar periódicamente para lograr la cantidad deseada?

<u>Datos</u>
S = 300,000
n = 20
i = 0.18
m = 2
k = 2
W = ?

| ANUALIDADES PAGADERAS CADA "k" AÑOS | |
|---|---|
| VARIABLES | |
| MONTO | 300,000.00 |
| VALOR ACTUAL | |
| RENTA | |
| TASA DE INTERES | **0.18** |
| CAPITALIZACIONES | **2** |
| TIEMPO | **20** |
| PERIODO DE PAGO | **2** |
| DIFERIMIENTO | |
| **MONTO** | |
| Vencidas | 0.00 |
| Anticipadas | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL** | |
| Vencidas | 0.00 |
| Anticipadas | 0.00 |
| Dif. Vencida | 0.00 |
| Dif. Anticipada | 0.00 |
| **RENTA EN FUNCION DEL MONTO** | |
| Vencidas | 4,060.40 |
| Anticipadas | 2,876.49 |
| **RENTA EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL** | |
| Vencidas | 0.00 |

El cuadro anterior muestra la forma como la hoja de trabajo presenta el resultado de un problema de una Anualidad pagadera cada K años, y como se trata de una Anualidad con pagos anticipados de renta en función del Monto, se debe buscar en la casilla correspondiente y nos muestra el resultado Q.2,876.49; que es igual al resultado obtenido en el problema No. 7 resuelto en la pagina 64,

**PROBLEMA No. 6**

El Contador de una empresa desea saber en cuánto tiempo podrá acumular la cantidad de Q.25,000.00, mediante depósitos mensuales de Q.1,500.00 en una institución bancaria que le reconoce una tasa de interés del 16% anual capitalizable semestralmente; dichos depósitos se iniciarán el día de hoy.

Datos

S = 25,000
R = 1,500
j = 0.16
m = 2
p = 12
n = ?

**FORMULAS DE ANUALIDADES**

| VARIABLES | |
|---|---|
| RENTA | 1,500.00 |
| VALOR ACTUAL | |
| MONTO | 25,000.00 |
| TIEMPO | |
| TASA DE INTERES | 0.16 |
| No. CAPITALIZACIONES | 2 |
| PAGOS EN EL AÑO | 12 |
| PERIODO DE DIFERIMIENTO | |
| **FORMULAS DEL VALOR ACTUAL** | |
| Vencidas | 0.00 |
| Anticipadas | 0.00 |
| Diferidas-Vencidas | 0.00 |
| Diferidas-Anticipadas | 0.00 |
| **FORMULAS DE LA RENTA EN FUNCION DEL MONTO** | |
| Vencidas | #¡DIV/0! |
| Anticipadas | #¡DIV/0! |
| **EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL** | |
| Vencidas | #¡DIV/0! |
| Anticipadas | #¡DIV/0! |
| Diferidas-Vencidas | #¡DIV/0! |
| Diferidas-Anticipadas | #¡DIV/0! |
| **FORMULAS DEL TIEMPO EN FUNCION DEL MONTO** | |
| Vencidas | 1.266054816 |
| Anticipadas | 1.25137735 |

Nota: Para obtener la respuesta final del problema, se debe convertir la cantidad correspondiente al tiempo a valores en años, ya que el valor obtenido es equivalente a 1 año completo con fracción de año, por lo tanto se debe proceder de la siguiente forma:

$$n = \begin{array}{l} 1.25137735 \\ \underline{-1 \qquad\qquad} \quad \text{año} \\ 0.25137735 \times 12 \text{ meses} = 3.02 \end{array}$$

**Resp: Se podrá acumular dicha cantidad en 1 año con 3 meses**

**plicación de la Evaluación financiera de Proyectos de Inversión**

Este apartado, como se indicó en el capítulo correspondiente, si es de mucha idad para la implementación de cualquier proyecto de inversión, y el mismo debe utilizado previo a poner en marcha cualquier proyecto. Son utilizadas las técnicas Actualización de los flujos de fondos en los proyectos de inversión, tanto en vidades Agrícolas como en actividades Industriales.

**plicación de los Métodos de Depreciación y Agotamiento**

Se puede indicar que los métodos de depreciación del Interés Compuesto, no utilizados en ninguna actividad económica en Guatemala.

La valuación de activos agotables, como se ha expuesto en el presente trabajo poco son utilizados por las empresas extractivas que funcionan en Guatemala, y in se pudo comprobar, se fundamentan en la evaluación que efectúan otros cialistas, como también de la experiencia que tienen en la actividad que llevan a ).

### 6. Aplicación de la Valuación de las Obligaciones o Bonos

Las fórmulas expuestas en el capítulo VI, si son importantes para el Contador Público y Auditor para una adecuada valuación de las obligaciones y bonos, ya que regularmente se pueden encontrar inversiones en este tipo de valores en todas las empresas. Actualmente son comunes la circulación e inversión en reportos, pagarés, y otros documentos, como también la circulación de bonos emitidos por el Estado.

### 7. Aplicación del Cálculo Actuarial

Se tiene conocimiento que las empresas aseguradoras utilizan este tipo de procedimientos, pero no todas las formas expuestas en el trabajo de investigación son ofrecidas al público, ya que han perdido atractivo. En la actualidad algunas empresas ofrecen combinaciones de rentas vitalicias con seguros de vida utilizando las tablas de mortalidad CSO 1958.

En el presente capítulo se presentaron varias aplicaciones del uso de una Computadora, con lo que se pretende demostrar que el uso de la misma es de mucha importancia para los profesionales de la Contaduría Pública y Auditoría, ya que ofrece muchas ventajas a cambio de un mínimo esfuerzo para su implementación, y no está demás indicar que el uso de las mismas se ha generalizado a todos los sectores económicos en donde el Auditor juega un papel muy importante.

[redacted]

## CONCLUSIONES

Considerando que las Matemáticas Financieras constituyen una herramienta muy importante para el ejercicio profesional del Contador Público y Auditor en la asesoría que pueda ofrecer a los que contraten sus servicios; y con base en el trabajo de investigación efectuado se llega a las siguientes conclusiones:

1. Que si el Contador Público y Auditor no cuenta con los conocimientos necesarios sobre el Interés Simple y Compuesto, no podrá ofrecer la asesoría adecuada a las empresas que realizan inversiones a corto y largo plazo, lo que incidirá en determinar erróneamente los intereses que se pueda obtener en dichas transacciones, o lo inducirá a optar por alternativas menos ventajosas.
2. Las Anualidades Ciertas y Contingentes ofrecen al Contador Público y Auditor los conocimientos necesarios para solucionar cualquier caso que se pueda presentar en su ejercicio profesional relacionados con la liquidación de deudas, acumulación de fondos o puede requerirse su asesoría en la rama de Seguros.
3. El Contador Público y Auditor deberá tener conocimientos sólidos sobre la Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión, ya que como experto financiero en ocasiones sus servicios lo involucrarán en la implementación de proyectos económico-financieros.
4. El tema de Depreciación y Agotamiento considera otros procedimientos que pueden ser optados por las empresas para registrar sus depreciaciones o valuar sus activos agotables, pero actualmente en Guatemala no son aplicados, sin embargo, dichos temas forman parte de la cultura general del Contador Público y Auditor.

n términos generales, el Contador Público y Auditor debe ser un experto financiero, ue contando con los conocimientos necesarios sobre las Matemáticas Financieras pueda olventar con propiedad cualquier situación que se presente en su ejercicio profesional.

# RECOMENDACIONES

1. Se debe realizar una revisión periódica y continua del contenido de los cursos de Matemáticas Financieras, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de San Carlos, para que estén acordes a la realidad nacional y darle más importancia a los puntos que son aplicables en Guatemala.
2. Se recomienda que la Universidad de San Carlos de Guatemala promueva ante el Ministerio de Educación la revisión de los programas de matemáticas del nivel medio en el área comercial, especialmente en las carreras económico-contables, para que se actualicen convenientemente de manera que exista una correlación adecuada con los programas de matemáticas a nivel universitario.
3. Como parte de la Educación Continuada para los profesionales de la Contaduría Pública y Auditoría, se recomienda que el Colegio de Profesionales de Ciencias Económicas y el Instituto Guatemalteco de Contadores Públicos y Auditores, promueva constantemente cursos de los puntos más importantes y utilizados de las Matemáticas Financieras para los asociados.
4. Para la resolución de problemas de Matemáticas Financieras, se recomienda utilizar únicamente las fórmulas generales para simplificar los procedimientos matemáticos, y solventar con mayor facilidad dichos problemas.
5. Que los profesionales de las Ciencias Económicas utilicen los recursos tecnológicos existentes, tales como las computadoras y calculadoras financieras para agilizar y facilitar la resolución de problemas de Matemáticas Financieras.

BIBLIOGRAFIA


1. Ayres, Frank, **Matemáticas Financieras**, McGraw Hill, México, 1971.

2. Codera Martín, José María, **Diccionario de Cálculo Mercantil**, Ediciones Pirámide S.A. Madrid, 1981.

3. De la Cueva, Benjamin, **Matemáticas Financieras**, Editorial Porrúa, S.A. México. 1982.

4. Giemenez Dixon, Jorge J. **Herramientas para la evaluación de Proyectos de Inversión**, Buenos Aires, 1980.

5. Gil Peláez, Lorenzo, **Tablas Financieras y Actuariales**, Editorial Dossat, Madrid, 1958.

6. Highland, Esther H. y Rosenbaum, Roberta S. **Matemáticas Financieras**, Prentice Hall, México, 1991.

7. Lasheras Sanz, Antonio, **Matemática del Seguro**, Editorial Dossat, S.A., Madrid, 1948.

8. Lincoyán Portus, Govinden, **Matemáticas Financieras**, McGraw-Hill, México, 1982

9. Lobez Urquia, José, **Matemáticas Financieras**, Editorial Marcombo, Barcelona, 1959.

10. Loyce C. Gossage, Ed. D. **Matemática Comercial**, Editorial Scott, Foresman and Co., E.U.A. 1980

11. Moore, Justin H., **Manual de Matemáticas Financieras**, Editorial UTHEA, México, 1975.

12. Orellana G. René Arturo, **Matemáticas Financieras I**, Ediciones Superiores, Guatemala, 1976.

13. Orellana G. René Arturo, **Matemáticas Financieras II**, Ediciones Superiores, Guatemala, 1994.

14. Ramírez Alvarado, Juan Francisco, Tesis **"Las Matemáticas como instrumento básico del Contador Público y Auditor"**, Facultad de Ciencias Económicas, USAC. 1975.

15. Spiegel, Murray R. **Tablas y Fórmulas Matemáticas**, McGraw Hill, México, 1970.

16. Decreto 2-70 **Código de Comercio.**

ANEXO 1

# F O R M U L A S

## INTERES Y DESCUENTO SIMPLE

**ıulas del Interés Simple**

$$I = P * n * i \qquad S = P(1 + n i)$$

$$P = \frac{S}{1 + n i} \qquad n = \frac{S/P - 1}{i}$$

**uento Bancario**

$$Db = S\, n\, d \qquad d = \frac{Db}{S\, n}$$

$$n = \frac{Db}{S\, d} \qquad S = \frac{Db}{n\, d}$$

$$VL = S(1 - nd) \qquad S = \frac{VL}{1 - nd}$$

**uento Racional o Matemático,**

$$Dr = S\left[1 - \frac{1}{1 + n i}\right] \qquad n = \frac{Dr}{P\, i}$$

$$i = \frac{Dr}{P\, n}$$

**ıentos Sucesivos o en Cadena.**

$$= 1 - [(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)....(1 - d_n)] \qquad VN = S[(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3)....(1 - d_n)]$$

# INTERES COMPUESTO

| Tasa Efectiva | Tasa Nominal |
|---|---|
| $I = P[(1+i)^n - 1]$ | $I = P[(1+j/m)^{mn} - 1]$ |
| $P = \dfrac{I}{(1+i)^n - 1}$ | $P = \dfrac{I}{(1+j/m)^{mn} - 1}$ |
| $i = (I/P + 1)^{1/n} - 1$ | $j = m[(I/P + 1)^{1/mn} - 1]$ |
| $n = \dfrac{\text{Log}(I/P + 1)}{\text{Log}(1+i)}$ | $n = \dfrac{\text{Log}(I/P + 1)}{m\,\text{Log}(1+j/m)}$ |
| **Fórmulas derivadas del monto** | |
| $S = P(1+i)^n$ | $S = P(1+j/m)^{mn}$ |
| $P = S(1+i)^{-n}$ | $P = S(1+j/m)^{-mn}$ |
| $i = (S/P)^{1/n} - 1$ | $j = m[(S/P)^{1/mn} - 1]$ |
| $n = \dfrac{\text{Log}(S/P)}{\text{Log}(1+i)}$ | $n = \dfrac{\text{Log}(S/P)}{m\,\text{Log}(1+j/m)}$ |
| **Capitalización Continua** | |
| $S = P(e)^{jn}$ | |

Tasas Equivalentes

| Tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal dada | Tasa nominal de interés equivalente a una tasa efectiva dada |
|---|---|
| $I = (1+j/m)^m - 1$ | $j_{(m)} = m[(1+i)^{1/m} - 1]$ |

# ANUALIDADES

| FORMULAS DEL MONTO | | |
|---|---|---|
| ara periodos menores e iguales a un año | Factor de Anticipación | Factor de Diferimiento |
| $S = R \dfrac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | |

ara periodos mayores de un año

| | | |
|---|---|---|
| $S = W \dfrac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{mk} - 1}$ | $(1+j/m)^{mk}$ | |

l Factor de Anticipación pasará multiplicando al resultado de las fórmulas anteriores.

## FORMULAS DEL VALOR ACTUAL

**?ara períodos menores e iguales a un año**

| | | |
|---|---|---|
| $A = R \dfrac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{m/p} - 1}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

**'ara periodos mayores de un año**

| | | |
|---|---|---|
| $A = W \dfrac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^{mk} - 1}$ | $(1+j/m)^{mk}$ | $(1 + j/m)^{-my}$ |

os factores de anticipación, diferimiento o ambos pasarán multiplicando a la variable W cuando así sea el caso

## FORMULA DE LA RENTA EN FUNCION DEL MONTO

**'ara periodos menores e iguales a un año**

| | | |
|---|---|---|
| $R = \dfrac{S\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1\,]}{(1 + j/m)^{mn} - 1}$ | $(1 + j/m)^{-m/p}$ | |

[redacted]

**Para períodos mayores de un año**

| | | |
|---|---|---|
| $W = \dfrac{S\,[(1 + j/m)^{mk} - 1\,]}{(1 + j/m)^{mn} - 1}$ | $(1 + j/m)^{-mk}$ | |

El factor de Anticipación pasará multiplicando al resultado de las fórmulas anteriores.

## FORMULA DE LA RENTA EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL

**Para períodos menores e iguales a un año**

| | | |
|---|---|---|
| $R = \dfrac{A\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}{1 - (1 + j/m)^{-mn}}$ | $(1 + j/m)^{-m/p}$ | $(1 + j/m)^{my}$ |

**Para períodos de pago mayores de un año**

| | | |
|---|---|---|
| $W = \dfrac{A\,[(1 + j/m)^{mk} - 1}{1 - (1 + j/m)^{-mn}}$ | $(1 + j/m)^{mk}$ | $(1 + j/m)^{my}$ |

Los factores de anticipación, diferimiento o ambos pasarán multiplicando a la variable "W", cuando así sea el caso.

## FORMULA DEL TIEMPO EN FUNCION DEL MONTO

**Para períodos de pago menores e iguales a un año**

| | | |
|---|---|---|
| $n = \dfrac{\text{Log}\left[\dfrac{S\,[(1 + j/m)^{m/p} - 1\,]}{R} + 1\,\right]}{m\ \text{Log}\,(1 + j/m)}$ | $(1 + j/m)^{m/p}$ | |

El Factor de Anticipación pasará multiplicando la variable R de la fórmula

**Para períodos de pago mayores de un año**

| | | |
|---|---|---|
| $n = \dfrac{\text{Log}\left[\dfrac{S\,[(1 + j/m)^{mk} - 1\,]}{W} + 1\,\right]}{m\ \text{Log}\,(1 + j/m}$ | $(1 + j/m)^{-mk}$ | |

El factor de anticipación pasará multiplicando la variable W

## FORMULA DEL TIEMPO EN FUNCION DEL VALOR ACTUAL

**períodos menores e iguales a un año**

| | | |
|---|---|---|
| $\dfrac{\text{Log}\left[\dfrac{1}{1 - \dfrac{A[(1+j/m)^{mp}-1]}{R}}\right]}{m\,\text{Log}\,(1+j/m)}$ | $(1+j/m)^{mp}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

tor de anticipación y/o diferimiento pasarán multiplicando la variable R

**períodos de pago mayores de un año**

| | | |
|---|---|---|
| $\dfrac{\text{Log}\left[\dfrac{1}{1 - \dfrac{A[(1+j/m)^{mk}-1]}{W}}\right]}{m\,\text{Log}\,(1+j/m)}$ | $(1+j/m)^{mk}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

ctores de anticipación y/o diferimiento pasarán multiplicando a la variable "W"

## ANUALIDADES A PLAZO FIJO, VARIABLES REGULARES

## ANUALIDADES EN PROGRESION ARITMETICA

**nula del Monto de una Anualidad en Progresión Aritmética Creciente**

| | | |
|---|---|---|
| $\dfrac{s\,(p)}{n/j_{(m)}} + d\left[\dfrac{\dfrac{s\,(p)}{n/j_{(m)}} - np}{(1+j/m)^{mp}-1}\right]$ | $1+j/m)^{mp}$ | |

na anualidad en progresión aritmética decreciente se cambia el signo de la diferencia (-)

**orción de la fórmula es equivalente a:**

$$\frac{s\,(p)}{n/j_{(m)}} = \frac{(1+j/m)^{mn}-1}{(1+j/m)^{mp}-1}$$

[redacted]

**Fórmula del Valor Actual de una Anualidad en Progresión Aritmética Creciente.**

| | | |
|---|---|---|
| $A = B\, a^{(p)}_{n/j_{(m)}} - d \left[ \dfrac{a^{(p)}_{n/j_{(m)}} - np(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1} \right]$ | $1 + j/m)^{m/p}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

Si es una anualidad en progresión aritmética decreciente se cambia el signo de la diferencia (+)

**Fórmula es equivalente a:**

$$a^{(p)}_{n/j_{(m)}} = \frac{1 - (1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

**Fórmula del Primer Pago de una Anualidad en Progresión Aritmética Creciente, en función del monto.**

| | | |
|---|---|---|
| $B = \dfrac{S - d \left[ \dfrac{s^{(p)}_{n/j_{(m)}} - np}{(1+j/m)^{m/p} - 1} \right]}{s^{(p)}_{n/j_{(m)}}}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | |

Si es una anualidad en progresión aritmética decreciente se cambia el signo de la diferencia (+)

Cuando se trate de una anualidad anticipada, el factor de anticipación pasará como denominador de la variable "S".

**Fórmula del Primer Pago de una Anualidad en Progresión Aritmética, Creciente, en función del Valor Actual.**

| | | |
|---|---|---|
| $B = \dfrac{A - d \left[ \dfrac{a^{(p)}_{n/j_{(m)}} - np(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1} \right]}{a^{(p)}_{n/j_{(m)}}}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

Si es una anualidad en progresión aritmética decreciente se cambia el signo de la diferencia (+)

Si fuera una anualidad en progresión aritmética anticipada, diferida o ambos casos, dichos factores pasarán como denominador de la variable "A".

**Fórmula de la Diferencia de una anualidad en progresión aritmética creciente, vencida, en función del Monto**

| | | |
|---|---|---|
| $d = \dfrac{S - B\, s^{(p)}_{\overline{n}\|j(m)}}{\dfrac{s^{(p)}_{\overline{n}\|j(m)} - np}{(1+j/m)^{m/p} - 1}}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | |

fuera una anualidad en progresión aritmética anticipada, el factor de anticipación pasará como denominador de la riable "S".

**Fórmula de la Diferencia de una anualidad en progresión aritmética creciente, vencida, en función del Valor Actual**

| | | |
|---|---|---|
| $d = \dfrac{A - B\, a^{(p)}_{\overline{n}\|j(m)}}{\dfrac{a^{(p)}_{\overline{n}\|j(m)} - np}{(1+j/m)^{m/p} - 1}}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

uera una anualidad en progresión aritmética anticipada, diferida o ambos casos, dichos factores pasarán como denomi-or de la variable "A".

a determinar si una anualidad es creciente o decreciente en las fórmulas de la diferencia, dependerá del resultado, si es itivo será una anualidad creciente, y si fuera negativo, será una anualidad decreciente.

## ANUALIDADES EN PROGRESION GEOMETRICA

**órmula del Monto**

| | | |
|---|---|---|
| $S = B\, \dfrac{(r)^{np} - (1+j/m)^{mn}}{r - (1+j/m)^{m/p}}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | |

órmula anterior será inoperante si se dan las dos condiciones siguientes: que el valor de **"m"** sea igual a **"p"** y que **"r"** igual a la expresión **(1 + j/m)**; por lo tanto se deberá utilizar la fórmula siguiente:

| | | |
|---|---|---|
| $S = B * n * p * (1+j/m)^{m(n-1)}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | |

### Fórmula del Valor Actual de una Progresión Geométrica vencida

| | | |
|---|---|---|
| $A = B\,\dfrac{(r)^{np}\;(1+j/m)^{-mn} - 1}{r - (1+j/m)^{m/p}}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

La fórmula anterior también será inoperante si se dan las dos condiciones siguientes; que el valor de **"m"** sea igual a "p" y que **"r"** sea igual a la expresión **(1 + j/m)**; por lo tanto se deberá utilizar la fórmula siguiente:

| | | |
|---|---|---|
| $A = B\,n\,p(1+j/m)^{-1}$ | $(1+j/m)^{m/p}$ | $(1+j/m)^{-my}$ |

Si el problema planteado es una anualidad en progresión geométrica anticipada, diferida o ambos a la vez, el resultado que se obtenga de las dos fórmulas que anteceden, se multiplicará por los factores correspondientes.

### Fórmula del Primer pago de una anualidad en progresión geométrica, vencida, en función del Monto.

| | | |
|---|---|---|
| $B = S\,\dfrac{r - (1+j/m)^{m/p}}{(r)^{np} - (1+j/m)^{mn}}$ | $(1+j/m)^{-m/p}$ | $(1+j/m)^{my}$ |

Cuando el valor de **"m"** sea igual a **"p"** y **"r"** sea igual a la expresión **(1 + j/m)**; se deberá utilizar la fórmula siguiente:

| | | |
|---|---|---|
| $B = \dfrac{S}{n\,p\;\;(1+j/m)^{mn-1}}$ | $(1+j/m)^{-m/p}$ | $(1+j/m)^{my}$ |

### Fórmula del Primer Pago de una anualidad en progresión geométrica, Vencida, en función del Valor Actual.

| | | |
|---|---|---|
| $B = A\,\dfrac{r - (\,1+j/m\,)^{m/p}}{(r)^{np} - (1+j/m)^{-mn} - 1}$ | $(1+j/m)^{-m/p}$ | $(1+j/m)^{my}$ |

Cuando el valor de **"m"** sea igual a **"p"** , y **"r"** sea igual a la expresión **(1 + j/m)**; se deberá utilizar la fórmula siguiente:

| | | |
|---|---|---|
| $B = \dfrac{A\,(1+j/m)}{n\,p}$ | $(1+j/m)^{-m/p}$ | $(1+j/m)^{my}$ |

Cuando la anualidad sea anticipada, diferida o ambos, se deberán multiplicar los resultados anteriores por el factor de anticipación:

**DEPRECIACION Y AGOTAMIENTO**

## Depreciación

$$D_t = (V_o - V_n)\ \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1+j/m)^{mn} - 1}\ (1+j/m)^{m(t-1)}$$

$$D_t = \left[V_o\ \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{-mn}} - V_n\ \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}\right]$$

## Agotamiento

o **No existe Valor Residual**

$$A = \frac{R}{r + \left[\frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}\right]}$$

$$R = A\left[r + \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}\right]$$

$$r = \frac{R}{A} - \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}$$

**o existe Valor Residual**

$$A = \frac{R + D\ \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}}{r + \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}}$$

$$R = A\left[r + \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}\right] - D\ \frac{(1 + j/m)^m - 1}{(1 + j/m)^{mn} - 1}$$

$$r = \frac{\dfrac{R + D \dfrac{(1+j/m)^{m} - 1}{(1+j/m)^{mn} - 1}}{A}}{} - \frac{(1+j/m)^{m} - 1}{(1+j/m)^{mn} - 1}$$

## VALUACION DE OBLIGACIONES O BONOS

### Determinación del Valor Actual

$$A = C(1+j/m)^{-mn} + Cg\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

$$A = F(1+j/m)^{-mn} + Cg\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

$$A = \left[C(1+j/m)^{-mn} + Cg\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}\right](1+j/m)^{mk}$$

### Determinación de la Prima

$$P = C\,(g - i)\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

Nota: El valor de "i" es la tasa equivalente.

### Determinación del Descuento

$$D = C\,(i - g)\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

Nota: En la fórmula anterior el valor de "i" será la tasa equivalente.

### Sin premio

$$A = C\,\frac{g}{1-(1+g)^{-tp}} \cdot \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p} - 1}$$

**n premio**

$$A = F\,\frac{g}{1-(1+g)^{-p}} \cdot \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{(1+j/m)^{m/p}-1}$$

**nos redimibles por sorteo**

$$A = \frac{C}{t}\left[\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{i} + \frac{g}{i}\left(n - \frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{i}\right)\right]$$

ta: En la fórmula anterior, el valor de "i" será igual a la tasa equivalente.

# NOCIONES DE CALCULO ACTUARIAL

## RENTAS VITALICIAS

**nta Vitalicia Completa Ordinaria**

$$\mathbf{a}_x = \frac{Nx+1}{Dx}\,R$$

**nta Vitalicia Completa Anticipada**

$$\mathbf{a}_x = \frac{Nx}{Dx}\,R$$

**nta Vitalicia Temporal Ordinaria**

$${}_x\mathbf{a}_n = \frac{Nx+1 - Nx+n+1}{Dx}\,R$$

**nta Vitalicia Temporal Anticipada**

$${}_x\mathbf{a}_n = \frac{Nx - Nx+n}{Dx}\,R$$

[redacted]

**Renta Vitalicia Completa Diferida Ordinaria**

$$ {}_{m/}a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x} R $$

**Renta Vitalicia Completa Diferida Anticipada**

$$ {}_{m/}\ddot{a}_x = \frac{N_{x+m}}{D_x} R $$

**Renta Vitalicia Temporal Diferida Ordinaria**

$$ {}_{n/m}a_{x:n} = \frac{N_{x+m+1} - N_{x+n+m+1}}{D_x} R $$

**Renta Vitalicia Temporal Diferida Anticipada**

$$ {}_{n/m}\ddot{a}_{x:n} = \frac{N_{x+m} - N_{x+n+m}}{D_x} R $$

**DOTE PURA**

**Valor Actual de una Dote Pura**

$$ {}_{n}E_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} K $$

**Capital o Valor de la Dote**

$$ K = \frac{{}_{n}E_x}{\frac{D_{x+n}}{D_x}} $$

# SEGURO DE VIDA

## Prima Neta Unica

**Seguro Ordinario de Vida**

$$A_x = \frac{Mx}{Dx} K$$

**Seguro Temporal por "n" años**

$$A^{\;1}_{x:\overline{n}|} = \frac{Mx - Mx{+}n}{Dx} K$$

**Seguro Dotal por "n" años**

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{Mx - Mx{+}n + Dx{+}n}{Dx} K$$

## Prima Neta Nivelada Anual

**Seguro Ordinario de Vida**

$$P_x = \frac{Mx}{Nx} K$$

**Seguro Temporal por "n" años**

$$P^{\;1}_{x:\overline{n}|} = \frac{Mx - Mx{+}n}{Nx - Nx{+}n} K$$

**Seguro Dotal por "n" años**

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{Mx - Mx{+}n + Dx{+}n}{Nx - Nx{+}n} K$$

**Prima Comercial o de Tarifa**

$$PT = \frac{Px + k}{1 - h}$$