

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS**

**“EL CONTADOR PÚBLICO Y AUDITOR Y LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL Y  
SU APLICACIÓN AL MUESTREO SERIES CRONOLÓGICAS Y  
NÚMEROS ÍNDICES”**

**TESIS**

**PRESENTADA A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS**

**POR**

**SONIA ELIZABETH CRUZ RODRIGUEZ**

**PREVIO A CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE**

**CONTADORA PÚBLICA Y AUDITORA**

**EN EL GRADO ACADEMICO DE**

**LICENCIADA**

**GUATEMALA, JULIO DE 2007**

**HONORABLE JUNTA DIRECTIVA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS**

DECANO	LIC. JOSÉ ROLANDO SECAIDA MORALES
SECRETARIO	LIC. CARLOS ROBERTO CABRERA MORALES
VOCAL I	LIC. CANTON LEE VILLELA
VOCAL II	LIC. MARIO LEONEL PERDOMO SALGUERO
VOCAL III	LIC. JUAN ANTONIO GÓMEZ MONTERROSO
VOCAL IV	P.C. EFRÉN ARTURO ROSALES ALVAREZ
VOCAL V	P.C. DEIBY BOANERGES RAMÍREZ VALENZUELA

**EXONERADO DEL EXAMEN DE ÁREAS PRÁCTICAS**

De conformidad con los requisitos establecidos en el capítulo III, artículo 15 y 16 del Reglamento para la Evaluación Final de Exámenes de Áreas Prácticas Básicas y Examen Privado de Tesis y al inciso 4.2 del punto CUARTO, del Acta 47-2002 de la sesión celebrada por Junta Directiva el 14 de noviembre de 2002.

**PROFESIONALES QUE RALIZARON EL EXAMEN  
PRIVADO DE TESIS**

PRESIDENTE:	MARIO DANILO ESPINOZA AQUINO
EXAMINADOR:	OSCAR NOÉ LÓPEZ CORDÓN
EXAMINADOR:	FELIPE HERNÁNDEZ SINCAL

## **ACTO QUE DEDICO**

### **A DIOS Y A LA VIRGEN MARIA:**

Por todas las bendiciones que le han dado a mi vida, por estar guiando cada uno de mis pasos tanto en mi vida profesional como personal, por haberme permitido la culminación de este trabajo.

### **A MIS PADRES:**

Gracias por todo su sacrificio y por su apoyo para que yo culminara mi carrera, por todo el amor y la comprensión que me han brindado, le doy infinitas gracias a Dios porque me dio unos padres maravillosos, espero que en este trabajo vean reflejados todos sus sacrificios.

### **A MIS HERMANOS:**

Gracias por estar conmigo en todo momento, que Dios los bendiga y les ayude a realizar todas sus metas personales y profesionales.

### **A MI ESPOSO:**

Por todo el apoyo que me ha brindado, por estar siempre conmigo, por el gran amor que nos une, gracias por toda la felicidad que le has dado a mi vida y por impulsarme a seguir adelante.

### **A MI HIJA:**

Por ser mi impulso para seguir adelante y por darle un nuevo sentido a mi vida, te amo mucho hijita.

# ÍNDICE

## INTRODUCCIÓN

## CAPÍTULO I

### CONCEPTOS BÁSICOS DE LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL RELACIONADOS CON LA CONTADURÍA PÚBLICA Y AUDITORIA

1.1	Definiciones de Estadística	1
1.2	Breve Reseña Histórica de la Estadística	3
1.3	División de la Estadística	5
1.4	Definición de Estadística Inferencial	6
1.5	Uso de la Estadística Inferencial	7
1.6	Definición de Estadística Descriptiva	8
1.7	Diferencia entre la Estadística Descriptiva e Inferencial	9
1.8	Definiciones Básicas	10
1.8.1	Población	10
1.8.2	Muestra	11
1.8.3	Clases de Datos	12
1.8.4	Variables	13
1.8.5	Parámetros Estadísticos	14
1.9	Representación Gráfica	15
1.9.1	Recomendaciones para la Elaboración de las Gráficas	16
1.9.2	Histograma y Polígono de Frecuencias	17
1.10	El C.P.A. y la aplicación de la Estadística Inferencial	21

## **CAPÍTULO II**

### **MUESTREO ESTADÍSTICO**

2.1	Definición de Muestreo	24
2.2	Definiciones Básicas Relacionadas con el Muestreo	25
2.3	Ventajas y Desventajas del Muestreo	28
2.4	Relación del Muestreo con la Auditoría	29
2.5	Objetivos del Muestreo	32
2.6	Formas Aleatorias de Seleccionar una Muestra	33
2.6.1	Muestreo Aleatorio Simple	35
2.6.2	Muestreo Estratificado	45
2.6.3	Muestreo Sistemático	56
2.7	Aplicación del Muestreo en la Auditoría	60

## **CAPÍTULO III**

### **SERIES CRONOLÓGICAS**

3.1	Definición	71
3.2	Componentes Básicos de las Series Cronológicas	72
3.2.1	Movimiento Cíclico	73
3.2.2	Variaciones Estacionales	73
3.2.3	Tendencia Secular	73
3.2.4	Movimientos Irregulares	74
3.3	Características de las Series Cronológicas	74
3.4	Ilustración Gráfica	75
3.5	Método de Ecuación Normal	76
3.6	Método de Mínimos Cuadrados	83
3.7	Aplicación de las Series Cronológicas por parte del C.P.A.	91

## **CAPÍTULO IV**

### **NÚMEROS ÍNDICES**

4.1	Definición	94
4.2	Significado y uso de los Números Índices	95
4.3	Procedimientos para Determinar los Números Índices	96
4.4	Números Índices Simples	96
4.5	Números Índices Compuestos	107
4.6	Desvalorización monetaria aplicando los índices en los Estados Financieros fundamentales	120
4.7	Aplicación de los Números Índices por parte del C.P.A.	127

## **CAPÍTULO V**

### **CASO PRÁCTICO EL CONTADOR PÚBLICO Y AUDITOR Y LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL Y SU APLICACIÓN AL MUESTREO, SERIES CRONOLÓGICAS Y NÚMEROS ÍNDICES**

<b>Enunciado</b>		129
5.1	El Muestreo	135
5.1.1	Muestreo Simple	135
5.1.2	Muestreo Estratificado	140
5.1.3	Muestreo Sistemático	144
5.2	Series Cronológicas	147
5.2.1	Por medio de la ecuación	147
5.2.2	Por mínimos cuadrados	151
5.3	Números Índices	155
5.3.1	Números Índices Simples	155
5.3.2	Números Índices Compuestos	160
5.4	Informe	163

<b>CONCLUSIONES</b>	166
<b>RECOMENDACIONES</b>	168
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	170
<b>ANEXOS</b>	173

## INTRODUCCION

La necesidad del hombre moderno en el campo de la Estadística es cada día más amplia y más profunda hasta hace algunos años, el estudio de la Estadística figuraba sólo en algunos programas de nivel universitario; hoy su estudio se considera como una disciplina necesaria en todos los campos de la investigación, por lo que la Estadística figura hoy como asignatura en todos los programas de estudio.

Las aplicaciones estadísticas son necesarias en cualquier actividad que pueda desarrollar una persona. Desde su infancia, sin advertirlo, usted aplicaba en sus juegos pensamientos estadísticos.

Y el Contador Público y Auditor no se queda atrás debido a que la Estadística le proporciona herramientas fundamentales para desarrollar un trabajo de auditoría utilizando muestras, de asesoría utilizando los números índices y las series cronológicas.

Con el presente trabajo de tesis se pretende crear una guía de fácil comprensión, que permita al estudiante de la carrera de Contaduría Pública y Auditoría conocer la aplicación de algunas herramientas que proporciona la Estadística y que pueden ser aplicadas tanto en el campo de estudio como en el laboral.



En el primer capítulo se dan algunas definiciones de Estadística y Estadística Inferencial, una breve reseña sobre la historia de la Estadística, diferencia que existen entre la Estadística Descriptiva e Inferencial, algunas definiciones básicas utilizadas en Estadística, la representación gráfica y la aplicación por parte del Contador Público y Auditor de la Estadística Inferencial.

El capítulo segundo describe la importancia de la aplicación del muestreo estadístico por parte del Contador Público y Auditor, así mismo los diferentes tipos de muestreo que puede utilizar en la realización de su trabajo.

En el tercer capítulo se trata un punto de mucha utilidad para elaborar predicciones sobre el comportamiento de algunos fenómenos en el futuro tomando como base hechos presentes, estas son las Series Cronológicas, se da una breve definición de las mismas y se estudian los dos métodos a utilizar en el cálculo de las mismas.

Otro tema de mucha importancia dentro de la Estadística son los números índices los cuales se desarrollan en el cuarto capítulo, se da una definición de los mismos, los procedimientos utilizados para determinar los números índices, así como la forma en que se aplican los números índices simples y compuestos y como son utilizados por el Contador Público y Auditor para conocer la estabilidad de una empresa tomando en cuenta la desvalorización monetaria en los principales Estados Financieros.

Por último un caso práctico de una empresa que engloba la aplicación de todos los procedimientos descritos en los capítulos anteriores, para que el estudiante de la carrera de Contaduría Pública y Auditoría establezca la importancia de su aplicación de una forma sencilla y comprensible.

La metodología utilizada en la elaboración de la presente tesis se basó en la recopilación y posterior análisis de la información así como la utilización de fórmulas matemática – estadísticas que fueron la base para la resolución de los problemas planteados en el presente trabajo.

En consecuencia, se pudo constatar que es de suma importancia que el profesional de la Contaduría Pública y Auditoría cuente con los conocimientos teóricos y prácticos necesarios que le permitan aprovechar al máximo las ventajas que le ofrece la Estadística Inferencial aplicada al muestreo, series cronológicas y números índices, para efectuar en forma eficiente y eficaz cualquier trabajo que se le presente durante el desarrollo de su ejercicio profesional.

## CAPÍTULO I

### CONCEPTOS BÁSICOS DE LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL RELACIONADOS CON LA CONTADURÍA PÚBLICA Y AUDITORÍA

#### 1.1 DEFINICIONES DE ESTADÍSTICA

En la actualidad, la Estadística se ha convertido en un método efectivo para describir con exactitud los valores de datos económicos, políticos, sociales, psicológicos, biológicos o físicos, y sirve como herramienta para relacionar y analizar dichos datos. A continuación se presentan algunas definiciones de Estadística:

- ✚ Estadística: rama de las matemáticas que se ocupa de reunir, organizar y analizar datos numéricos y que ayuda a resolver problemas como el diseño de experimentos y la toma de decisiones. (1)
- ✚ La estadística se refiere a la técnica mediante la cual se recopilan, organizan, presentan y analizan los datos cuantitativos. El punto central del análisis estadístico moderno es la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre. (6:1)
- ✚ Es una agrupación de datos ordenados en forma sistemática en cuadros y/o gráficos. (1)
- ✚ Es una ciencia que estudia la interpretación de datos numéricos. (3:17)
- ✚ La estadística es la ciencia que estudia el Estado desde el punto de vista numérico. Este concepto tiene relación con el origen de la palabra de

estadística, porque al inicio la estadística estudiaba las cuestiones cuantitativas del Estado. (13:7)

🚩 Estadística es el sistema que estudia los métodos científicos para recopilar datos, analizarlos, agruparlos y presentarlos en cuadros o gráficos para su interpretación. (9:3)

Los elementos básicos de la definición de Estadística son la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos.

- a) “Recopilar: Por medio de una encuesta, teléfono, entrevista personal, correo, envío de cuestionario, registros existentes, etc.
  - b) Organización: Revisión, control de calidad, clasificación de datos, tabulación por medio de tablas generales.
  - c) Presentación: Por medio de texto, cuadros estadísticos o gráficos.
  - d) Análisis: Medidas estadísticas de tendencia central, dispersión, correlación, etc.
  - e) Interpretación: Comentarios, interpretación de los datos, pronósticos, etc.”
- (7)

## **1.2 BREVE RESEÑA HISTÓRICA DE LA ESTADÍSTICA**

Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadísticas, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas, animales o ciertas cosas. (1)

Hacia el año 3,000 A.C. los babilonios usaban ya pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos en tablas sobre la producción agrícola y de los géneros vendidos o cambiados mediante trueque. Los egipcios analizaban los datos de la población y la renta del país mucho antes de construir las pirámides en el siglo XXXI A.C. (1)

Los Libros Bíblicos de Números y Crónicas incluyen, en algunas partes, trabajos de estadística. El primero contiene dos censos de la población de Israel y el segundo describe el bienestar material de las diversas tribus judías. (1)

En China existían registros numéricos similares con anterioridad al año 2,000 A.C. Los griegos clásicos realizaban censos cuya información se utilizaba hacia el año 594 A.C. para cobrar impuestos. (1)

El Imperio Romano fue el primer gobierno que recopiló una gran cantidad de datos sobre la población, superficie y renta de todos los territorios bajo su control.

Durante la Edad Media sólo se realizaron algunos censos exhaustivos en Europa. Los Reyes Carolingios Pipino el Breve y Carlomagno ordenaron hacer estudios

minuciosos de las propiedades de la Iglesia en los años 758 y 762 respectivamente. (1)

Después de la Conquista Normanda de Inglaterra en 1,066, el Rey Guillermo I de Inglaterra encargó un censo. La información obtenida con este censo, llevado a cabo en 1,086, se recoge en el Domesday Book. El registro de nacimientos y defunciones comenzó en Inglaterra a principios del siglo XVI, y en 1662 apareció el primer estudio estadístico notable de población, titulado *Observations on the London Bills of Mortality* (Comentarios sobre las partidas de defunción en Londres). (1)

Un estudio similar sobre la tasa de mortalidad en la ciudad de Breslau, en Alemania, realizado en 1,691, fue utilizado por el astrónomo inglés Edmund Halley como base para la primera tabla de mortalidad. (20)

Sin embargo, se considera fundador de la estadística a Godofredo Achenwall, profesor y economista alemán (1719 – 1772) quien, siendo profesor de la Universidad de Leipzig, escribió sobre el descubrimiento de una nueva ciencia que llamó Estadística (palabra derivada de Staat que significa gobierno) y que definió como “el conocimiento profundo de la situación respectiva y comparativa de cada estado”. Achenwall y sus seguidores estructuraron los métodos estadísticos que se orientaron a investigar, medir y comparar las riquezas de las naciones. Desde su creación la Estadística se ha enriquecido continuamente con los aportes de

matemáticos, filósofos y científicos; en la actualidad se define como un método científico de operar con los datos y de interpretarlos. (8:4)

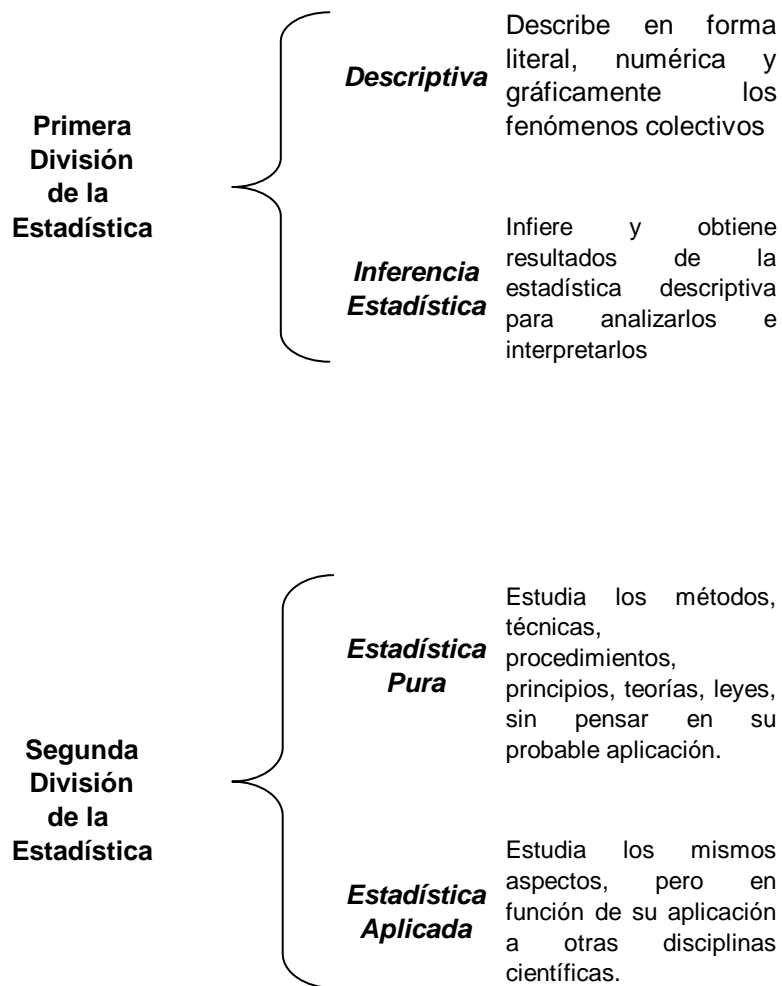
### **1.3 DIVISIÓN DE LA ESTADÍSTICA**

A la Estadística se le suele dividir en Descriptiva e Inferencial. La primera, como su nombre lo indica, describe en forma literal, numérica y gráfica los fenómenos colectivos. Se basa en la Matemática Elemental, trabaja generalmente con el universo. La segunda trata de obtener conclusiones o inferencias de los datos que le proporciona la Estadística Descriptiva. Se basa en la Matemática Superior. Trabaja generalmente con las muestras, porque al conocer las características de los elementos de éstas, puede inferir qué características poseen los elementos del universo.

Al igual que las otras ciencias, a la Estadística se le divide también en pura y aplicada. La primera es cuando se estudian los principios, teorías, leyes, procedimientos, técnicas y todo lo relacionado con la Estadística sin pensar en su posible aplicación, como en el caso de la Física y de la Química puras. En cambio, la segunda es cuando se estudian esos mismos aspectos, pero en función de su aplicación a otras disciplinas científicas.

El esquema siguiente ayudará a visualizar un poco mejor las clases de estadística:

## DIVISIONES DE LA ESTADÍSTICA (8:7)



### 1.4 DEFINICIÓN DE ESTADÍSTICA INFERENCIAL

- ✚ “La Estadística Inferencial comprende las técnicas con las que, con base únicamente en una muestra sometida a observación, se toman decisiones sobre una población o proceso estadístico.” (6:1)
- ✚ La Estadística Inferencial comprende el establecer ciertos juicios o conclusiones con respecto a algo, después de haber examinado solo una parte



de ello. Así, se ofrece una muestra gratis de un nuevo producto alimenticio en un supermercado; se prueba un pedazo de pastel para saber si ya está frío; un cocinero prueba la sopa para ver si necesita un poco más de sazón; y se ve un programa de televisión durante unos minutos antes de decidirse a cambiar de canal, en realidad está muestreando. (12:185)

Es decir que con la Estadística Inferencial se infieren o inducen conclusiones acerca de una población, con base a la muestra. Sus herramientas son el muestreo y la teoría de probabilidad. Ejemplo: con base a una muestra seleccionada de 2,500 bombillos producidos por una fábrica, pudo determinarse que el porcentaje de bombillos defectuosos de toda la producción de la fábrica es del 7%.

### **1.5 USO DE LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL**

¿Cuál es el papel del estadístico dada la descripción de los problemas estadísticos? Se han estado efectuando observaciones y recopilando datos durante siglos, y además se han utilizado los datos como base para la predicción y la toma de decisiones sin la ayuda de la Estadística. ¿Qué es, entonces, lo que pueden ofrecer los estadísticos y la Estadística?

La Estadística es un área de la ciencia que se ocupa de la extracción de información a partir de datos numéricos y su uso en las inferencias acerca de una población de la cual se obtienen los datos. En algunos aspectos el estadístico

cuantifica la información y estudia varios diseños y procedimientos de muestreo, buscando el procedimiento que produzca una cantidad especificada de información en un caso dado a un costo mínimo. Por lo tanto, una gran contribución de la Estadística reside en el diseño de experimentos y encuestas, reduciendo así el costo y su tamaño. La segunda gran contribución es la realización de las propias inferencias. El estadístico estudia varios procedimientos inferenciales, buscando el mejor proceso estimado o para la toma de decisiones en un caso dado. Más importante aún, el estadístico proporciona información acerca de la bondad del procedimiento inferencial. Cuando se predice, convendría saber algo respecto al error de la predicción. Al tomar una decisión, se desea conocer la posibilidad de que tal decisión sea correcta. Los sistemas humanos internos de predicción y toma de decisiones no proporcionan respuestas inmediatas a estas preguntas tan importantes. Se puede evaluarlas solamente mediante observación sobre un intervalo largo de tiempo. Por lo contrario, los procedimientos estadísticos sí dan respuestas a estas preguntas. De esta manera, la Estadística permite obtener inferencias a partir de los datos muestrales y evaluar la exactitud de dichas inferencias; esta información será muy útil al tomar decisiones en el campo de los negocios.

## **1.6 DEFINICIÓN DE ESTADISTICA DESCRIPTIVA**

✚ La Estadística Descriptiva analiza, estudia y describe a la totalidad de individuos de una población. Su finalidad es obtener información, analizarla, elaborarla y simplificarla lo necesario para que pueda ser interpretada cómoda

y rápidamente y, por tanto, pueda utilizarse eficazmente para el fin que se desee.

El proceso que sigue la Estadística Descriptiva para el estudio de una cierta población consta de los siguientes pasos:

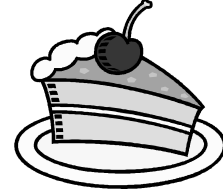
- a) Selección de caracteres dignos de ser estudiados.
- b) Mediante encuesta o medición, obtención del valor de cada individuo en los caracteres seleccionados.
- c) Elaboración de tablas de frecuencias, mediante la adecuada clasificación de los individuos dentro de cada carácter.
- d) Representación gráfica de los resultados (elaboración de gráficas estadísticas).  
Obtención de parámetros estadísticos, números que sintetizan los aspectos más relevantes de una distribución estadística. (1)

## **1.7 DIFERENCIA ENTRE LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL**

La diferencia que existe entre la Estadística Descriptiva y la Estadística Inferencial es que la primera trabaja con todos los individuos de la población y la segunda trabaja con muestras, subconjuntos formados por algunos individuos de la población. A partir del estudio de la muestra se pretende inferir aspectos relevantes de toda la población. Cómo se selecciona la muestra, cómo se realiza la inferencia, y qué grado de confianza se puede tener en ella son aspectos fundamentales de la Estadística Inferencial, para cuyo estudio se requiere un alto nivel de conocimientos de estadística, probabilidad y matemáticas. (1)



**Estadística Descriptiva**



**Estadística Inferencial**

Los dibujos anteriores ilustran gráficamente los conceptos de estadística descriptiva y estadística inferencial.

Las ilustraciones anteriores muestran que para la Estadística Descriptiva es necesario tomar el universo para obtener una conclusión acerca de ella y la Inferencial únicamente toma una muestra de ella. Es decir que para la Estadística Descriptiva es necesario probar todo el pastel para saber si este tiene buen sabor y la Estadística Inferencial saca una conclusión únicamente probando una rebanada del mismo.

## **1.8 DEFINICIONES BÁSICAS**

### **1.8.1 Población**

🚩 “Es el conjunto de todos los individuos cuyo conocimiento es objeto de interés desde un punto de vista estadístico. Por ejemplo, si se está interesado en las ventas de los comercios de una cierta ciudad, cada comercio es un individuo, y la población —también llamada universo— es el conjunto de todos los comercios de la ciudad.

El estudio estadístico de una población se puede realizar mediante un análisis exhaustivo de todos sus individuos (Estadística Descriptiva) o bien mediante una inferencia realizada a partir de una muestra extraída de la población (Estadística Inferencial).” (7)

- ✚ “Población o universo colectivo es el conjunto de todos los elementos, medidas, individuos u objetos que tienen una característica común.” (8:4)
- ✚ En estadística a población o universo se les considera como términos sinónimos, porque sirven para referirse a la totalidad de los elementos que deben formar parte de una investigación. Por ejemplo, el universo de un censo de vivienda de Guatemala, estaría constituido por todas las unidades habitacionales que hubieran en el momento del levantamiento censal en toda la República.

El término población en estadística tiene un significado más amplio que en el uso corriente, porque sirve tanto para referirse a la población humana como a la población de animales, de vegetales, de fenómenos y de cosas.

### 1.8.2 Muestra

- ✚ “Muestra, en estadística, conjunto de individuos extraídos de una población con el fin de inferir, mediante su estudio, características de toda la población.

Se dice que una muestra es representativa cuando, por la forma en que ha sido seleccionada, aporta garantías suficientes para realizar inferencias fiables a partir de ella.” (7)

✚ “La muestra es una parte representativa del universo o de la población, para que sea estadísticamente válida, no debe ser menor del 5%, porque este porcentaje permite que todas las características que poseen los elementos se representen en la muestra.” (7)

El dibujo siguiente ilustra gráficamente los conceptos de población y muestra:



**Población o Universo**



**Muestra**

Como se observa la población comprende todos los elementos objeto de estudio y la muestra solo una parte de ella que es representativa para efectuar el estudio.

### 1.8.3 Clases de Datos

✚ “Los datos son medidas, valores o características susceptibles de ser observados y contados.” (8:4)

Los datos estadísticos se obtienen mediante un proceso que comprende la observación o medición de conceptos, como ingresos anuales de una comunidad, calificaciones de exámenes, cantidad de café por taza despachada por una

máquina vendedora, resistencia a la rotura de fibras de plástico, porcentaje de azúcar en cereales, etc.

“Casi siempre, seleccionar el procedimiento que se habrá de utilizar para analizar o describir datos estadísticos depende de qué tipo sean. Se debe aprender a identificar y manejar dos tipos de datos:

- a) Cuantitativos: Se refiere a cantidades, ejemplo: número de facturas, número de depósitos monetarios, número de lavadoras, número de computadoras, y otros.
- b) Datos Cualitativos o Atributos: Se refiere a cualidades, las cuales no pueden expresarse cuantitativamente, por ejemplo: color, sexo, estado civil, etc. No es posible cuantificar el color de la piel de una persona, pero es posible cuantificar cuantos son de determinado color.”

(12:15)

#### 1.8.4 Variables

✚ “Son datos numéricos que pueden tomar diferentes calores en su dominio, o en un intervalo, generalmente son representadas por las letras **X** e **Y**. se distinguen dos tipos de variables:

- a) Discreta: Se refiere a datos que no permiten fraccionamiento se representan con números enteros, ejemplo: número de personas, número de pupitres, número de mesas, etc. Sí un grupo de empresas suma 50 empleados, no es correcto expresarlo con fracción 40.50 empleados.

- b) Continua: Se refiere a datos que si pueden ser fraccionados, o pueden tomar diferente valor en un intervalo, ejemplo: ventas, costos, impuestos, etc.” (17)

### 1.8.5 Parámetros Estadísticos

Parámetro estadístico, número que se obtiene a partir de los datos de una distribución estadística y que sirve para sintetizar alguna característica relevante de la misma. Conociendo los valores de algunos parámetros, aunque se desconozcan los datos de la distribución, se adquiere una idea suficientemente clara de ella. (1)

Los parámetros estadísticos correspondientes a distribuciones con una variable se pueden clasificar del siguiente modo: medidas de centralización, medidas de dispersión y medidas de posición.

- a) Medidas de centralización: son parámetros estadísticos alrededor de los cuales se distribuyen los datos de la distribución y se toman como el centro de la misma. Las más importantes son la media, la mediana y la moda.
- b) Medidas de dispersión: son parámetros estadísticos que indican cuánto se alejan del centro los valores de la distribución. Las más importantes son la desviación típica y la varianza.
- c) Medidas de posición: son las que sirven para indicar la proporción de individuos de la distribución que hay antes y después de un determinado



valor. Las más importantes son los cuarteles, deciles y los percentiles o centiles.

Ciertos parámetros estadísticos indican si la distribución es más o menos asimétrica (coeficiente de asimetría) y más o menos picuda o aplastada (coeficiente de aplastamiento).

Existen también parámetros estadísticos correspondientes a distribuciones bidimensionales (con dos variables), que sirven para indicar la relación entre las variables: la covarianza, el coeficiente de correlación y el coeficiente de regresión.

(1)

## **1.9 REPRESENTACIÓN GRAFICA**

Las gráficas complementan el proceso estadístico, que generalmente se inicia con la planificación de la investigación, continúa con la recopilación de la información, el procesamiento estadístico, el análisis matemático hasta llegar a la presentación, donde en este último paso las gráficas ocupan un lugar muy importante.

Las gráficas facilitan la presentación estética de los datos y contribuyen a la presentación agradable de los fenómenos colectivos analizados estadísticamente, asimismo permiten la apreciación rápida de grandes masas de datos, que de otra forma sería imposible captarlos con esa misma rapidez y fidelidad. Por medio de las gráficas es más fácil poder prever la tendencia o el probable comportamiento de los fenómenos colectivos analizados estadísticamente.

### 1.9.1 Recomendaciones para la Elaboración de las Gráficas

A continuación se enumera una serie de recomendaciones, cuyo orden no corresponde a ningún criterio:

- Las gráficas deben diseñarse en forma proporcional al espacio disponible.
- Las informaciones literales y numéricas que contengan gráficas estadísticas deben ser únicamente las necesarias para leerlas e interpretarlas.
- Las gráficas lineales deben tener mayor dimensión horizontal que vertical.
- Las líneas de las gráficas deben ser rectas y bien definidas en todos los casos.
- Cuando se seleccione más de un color para el diseño de las gráficas, éstos deben hacer contraste estético entre el color de las líneas y de la información literal y numérica.
- Si las gráficas forman parte de un documento que contiene información literal, es conveniente intercalarlos dentro de esa información, especialmente la que se relaciona con las gráficas mismas para motivar y hasta cierto grado obligar a leerlas e interpretarlas, porque si se colocan al final, el lector no hace el esfuerzo de observarlas.
- La limpieza, la presentación estética y el orden deben ser características fundamentales de las gráficas estadísticas.

Dentro de la representación gráfica existen varias gráficas para representar los datos entre las que están:

- a) La Ojiva: es la representación de una serie de frecuencias acumuladas de una determinada serie.

b) Diagrama Circular o de Sectores este se utiliza para mostrar el tamaño relativo de los componentes de un total. Este diagrama es muy utilizado con fines de presentaciones populares, toda vez que su interpretación es sencilla, en este se pueden presentar cifras absolutas o porcentajes. Como el círculo tiene 360 grados la manera más fácil de construcción es expresar los datos como porcentajes, ya que cada 1% corresponde a 3.6 grados del círculo.

Para el presente trabajo solo se estudiarán con mayor detalle el Histograma y el Polígono de Frecuencias.

#### 1.9.2 Histograma y Polígono de Frecuencias:

##### Histograma:

Es una forma de representación gráfica de las frecuencias de clase. Consiste en representar las frecuencias por medio de las áreas de los rectángulos (barras). Estos son diferentes a los diagramas de barras, porque en un diagrama de barras las alturas de éstas miden el tamaño de la variable y normalmente se dibujan separadas, o sea que se dejan espacios entre ellas. En un histograma las frecuencias quedan representadas por el área de los rectángulos, no por sus alturas y las barras se dibujan sin dejar espacios entre ellas.

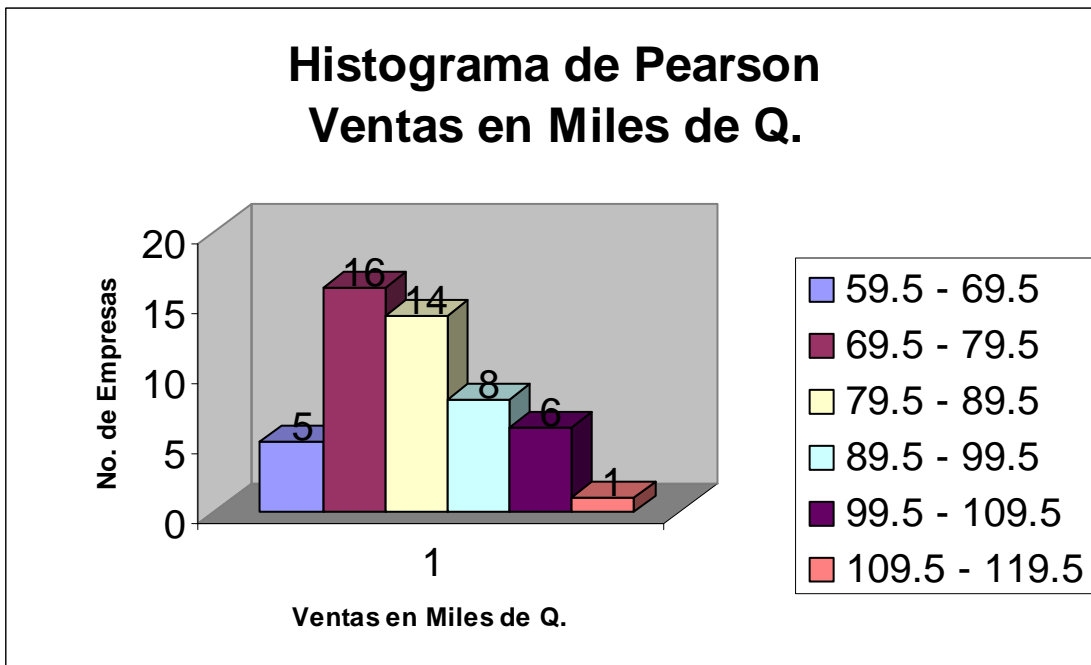
En su elaboración los intervalos de clase están marcados sobre el eje horizontal, utilizando para el efecto los límites reales y las frecuencias en el eje vertical. Se construye por medio de rectángulos unidos cuyos anchos son los de los intervalos

de clase que ellos representan y cuyas alturas equivalen a las frecuencias.

Ejemplo: Se tiene la siguiente tabla de frecuencias elaborar el Histograma.

<u>Ventas Q.</u>	<u>f</u>
60 - 69	5
70 - 79	16
80 - 89	14
90 - 99	8
100 - 109	6
110 - 119	1
Total	<u>50</u>

Los intervalos de frecuencias se utilizan para conformar el eje de la “x” y la frecuencia relativa simple para el eje de las “y”, como se observa a continuación:



#### 📊 Polígono de Frecuencias:

Un polígono de frecuencias es un gráfico de líneas trazado sobre las marcas de clase o punto medio. Para construirlo, se marca cada clase de frecuencias

correspondiente en el punto medio de su clase. Los puntos marcados se unen después por una serie de segmentos rectilíneos.

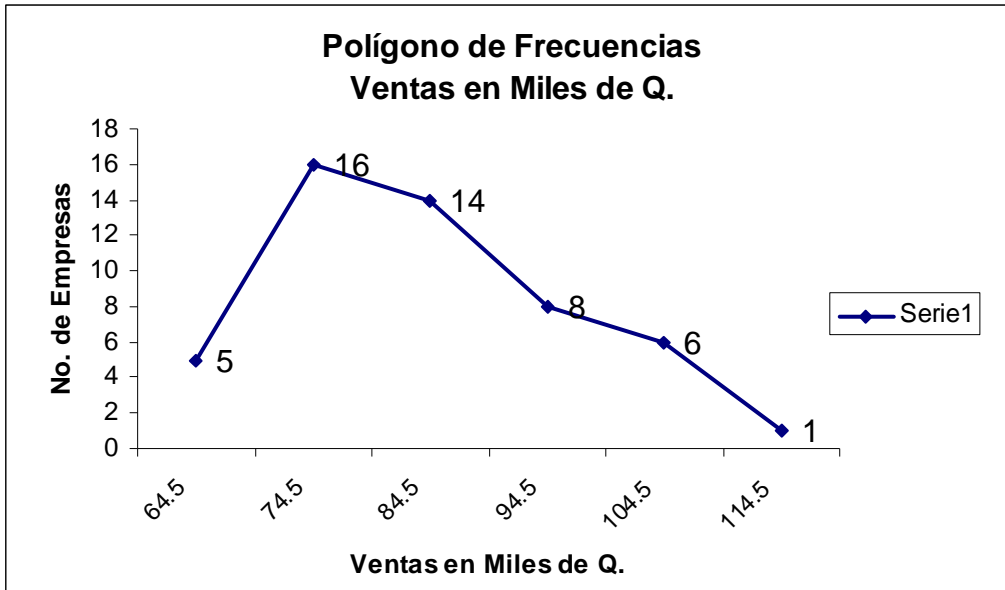
Las marcas de clase se obtiene sumando para cada clase los límites del intervalo dividido entre dos (Semisuma). Cuando el intervalo es constante, bastará encontrar el punto medio para la primera clase y para las demás clases sumarle el intervalo, ejemplo: para la primera clase del ejemplo anterior del histograma sería:  $60 + 69 = 129$ , luego  $129 / 2 = 64.5$ . (7)

Para hacer la grafica:

- a) Se localiza en el eje horizontal del sistema de coordenadas los puntos medios de cada clase.
- b) Luego se localizan los puntos que quedan arriba de los puntos medios a una altura igual que la frecuencia de clase que contiene el punto medio.
- c) Se unen los puntos del paso anterior por medio de segmentos de recta.

Ejemplo: Se trabajará con los mismos datos del ejemplo del Histograma.

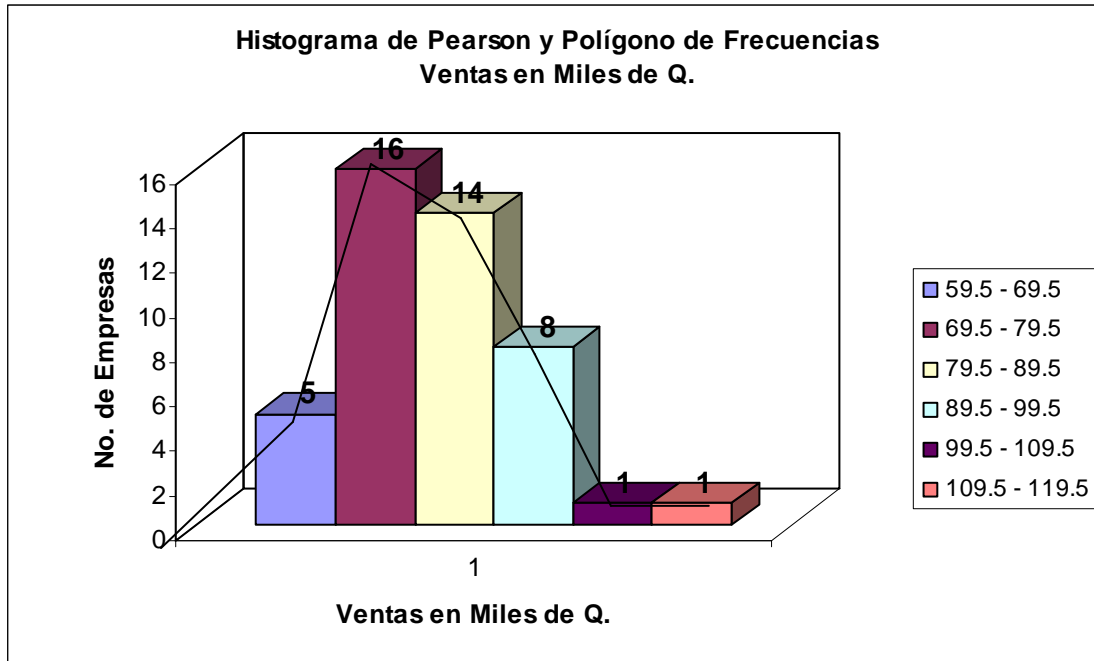
<u>Ventas Q.</u>	<u>f</u>	<u>P.M.</u>
59.5 - 69.5	5	64.5
69.5 - 79.5	16	74.5
79.5 - 89.5	14	84.5
89.5 - 99.5	8	94.5
99.5 - 109.5	6	104.5
109.5 - 119.5	1	114.5
Total	<u>50</u>	



En la gráfica anterior se puede observar que:

- Con la misma información utilizada para la elaboración del histograma se puede dibujar el polígono de frecuencias.
- Cada vértice del polígono tiene como abscisa el punto medio de una clase y como ordenada la frecuencia de esa clase.
- El polígono empieza y termina en el eje horizontal.

En la siguiente gráfica se puede observar otra forma de presentar el polígono y el histograma en una misma gráfica.



### 1.10 EL C.P.A. Y LA APLICACIÓN DE LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL

El propósito de un estudio estadístico es, extraer conclusiones acerca de la naturaleza de una población. Al ser la población grande y no poder ser estudiada en su integridad en la mayoría de los casos, las conclusiones obtenidas deben basarse en el examen de solamente una parte de ésta, lo que nos lleva, en primer lugar a la justificación, necesidad y definición de las diferentes técnicas de muestreo.

Puesto que la Estadística Inferencial trabaja con muestras, subconjuntos formados por algunos individuos de la población. A partir del estudio de la muestra se pretende inferir aspectos relevantes de toda la población. ¿Cómo se selecciona la muestra?, ¿Cómo se realiza la inferencia? (proceso por el cual se deducen propiedades o características de una población a partir de una muestra

significativa), y ¿qué grado de confianza se puede tener en ella? son aspectos fundamentales de la Estadística Inferencial.

El muestreo implica la aplicación de procedimientos de auditoría a menos del 100% de las partidas que integran el saldo de una cuenta o clase de transacciones de tal manera que todas las unidades del muestreo tengan una oportunidad de selección. Esto permitirá al auditor obtener y evaluar la evidencia de auditoría sobre alguna característica de las partidas seleccionadas para formar o ayudar en la formación de una conclusión concerniente al universo de la que se extrae la muestra.

Si se considera que el muestreo en auditoría significa evaluar cifras, partidas o procedimientos a menos del 100% del total existente, una correcta aplicación de esta herramienta significaría un mejor aprovechamiento de recursos, sobre todo humanos tomando en cuenta el número de transacciones o procedimientos de que consta en conjunto la empresa que se evalúa. El muestreo estadístico es un instrumento que ayuda al auditor a examinar con eficiencia y eficacia los estados financieros.

La utilización del mismo requiere ciertos conocimientos especiales. El conocimiento de los conceptos de muestreo estadístico ayuda al auditor a planificar y llevar a cabo una auditoría de forma eficaz y eficiente. El muestreo estadístico proporciona a los auditores el instrumento necesario para diseñar muestras eficaces para alcanzar un objetivo de auditoría completa. Además el



conocimiento de dichos conceptos ayuda al auditor a hacer evaluaciones globales de la suficiencia de sus procedimientos y expresar una opinión adecuada sobre los Estados Financieros.

## CAPÍTULO II

### MUESTREO ESTADÍSTICO

#### 2.1 DEFINICIÓN DE MUESTREO

El muestreo es una herramienta de la investigación científica. Su función básica es determinar que parte de una realidad en estudio (población o universo) debe examinarse con la finalidad de hacer inferencias sobre dicha población. El error que se comete debido al hecho de que se obtienen conclusiones sobre cierta realidad a partir de la observación de sólo una parte de ella, se denomina error de muestreo. Obtener una muestra adecuada significa lograr una versión simplificada de la población, que reproduzca de algún modo sus rasgos básicos. (17)

A continuación se presentan algunas definiciones de muestreo

- ✚ Se refiere al procedimiento de seleccionar una muestra de una colección completa de individuos, objetos o medidas que tienen características comunes, llamado universo, población o conjunto total.
- ✚ Es la aplicación de un procedimiento de auditoría a menos del 100% de las partidas que integran el saldo de una cuenta o un tipo de transacción, con el propósito de evaluar alguna característica de la cuenta o transacción.
- ✚ Se define como el proceso de inferir conclusiones acerca de un conjunto de elementos, generalmente llamado universo o población en base al estudio de una fracción de esos elementos denominada muestra.
- ✚ La Norma Internacional de Auditoría número 530 define al muestreo como aquel que implica la aplicación de procedimientos de auditoría a menos de

100% de las partidas que integran el saldo de una cuenta o clase de transacciones de tal manera que todas las unidades del muestreo tengan una oportunidad de selección. Esto permitirá al auditor obtener y evaluar la evidencia de auditoría sobre alguna característica de las partidas seleccionadas para formar o ayudar en la formación de una conclusión concerniente al universo de la que se extrae la muestra.

## 2.2 DEFINICIONES BÁSICAS RELACIONADOS CON EL MUESTREO

✚ **Universo o Población:** Se llama así al conjunto de elementos bajo estudio. Se lo suele simbolizar con la letra “N” mayúscula. Como ejemplo de poblaciones es posible citar: el número total de alumnos inscritos en un curso Auditoría o el conjunto de saldos deudores de clientes al 31 de marzo de 2004. (7)

✚ **Individuo:** Es cada uno de los elementos que integran el universo. Se lo suele simbolizar con la letra “i” minúscula. Como ejemplo se puede citar a cada uno de los alumnos inscritos en un curso de Auditoría o a cada uno de los saldos deudores de clientes al 31 de marzo de 2004. (7)

✚ **Muestra:** Se llama así al conjunto de individuos que se examina para inferir conclusiones acerca del universo. Se le suele simbolizar con la letra “n” minúscula. (7)

- ✚ **Precisión:** Es el margen o tolerancia que se está dispuesto a admitir cuando se realiza una estimación. Puede venir indicado como una cantidad o como un porcentaje. Se dirá por ejemplo, que desea hacerse una estimación del número medio de días de antigüedad de un conjunto de cuentas, con una precisión de 10 días. (7)
  
- ✚ **Intervalo de Confianza:** Es aquel que indica entre qué valores se encuentra el verdadero promedio de la población (dado cierto grado de seguridad). Se le suele definir diciendo que es el intervalo que se obtiene sumando y restando la precisión al promedio obtenido en la muestra (así, si en la estimación anterior el promedio hubiese resultado ser de 200 días y la precisión obtenida de 10 días, se diría que el intervalo de confianza se hallaría comprendido entre 190 y 210 días). (7)
  
- ✚ **Grado de Seguridad o Nivel de Confianza:** Se llama así a un porcentaje que indica la probabilidad de que los resultados obtenidos mediante el examen de la muestra sean representativos de la realidad. Un grado de seguridad de 0.95 (95%) indica que 95 de cada 100 veces, las características reales del universo se encontrarán dentro de lo que señale el intervalo de confianza obtenido. (7)
  
- ✚ **Coficiente de Riesgo:** Es el porcentaje complementario del grado de seguridad. Un nivel de confianza de 0.95 implica un coeficiente de riesgo de 0.05; es decir que 5 veces de cada 100, las características reales del universo se encontrarán fuera de lo que señale el intervalo de confianza obtenido. (7)

- ✚ **Estadístico:** Un estadístico es una medida usada para describir alguna característica de una muestra , tal como una media aritmética, una mediana o una desviación estándar de una muestra. (7)
  
- ✚ **Afijación:** es el reparto o distribución del tamaño de una muestra entre los diferentes estratos. Los estratos pueden ser regionales, por volumen, por tamaño, por área, por grupo étnico, por sexo, por edad, etc. (7)
  
- ✚ **Media Aritmética:** Es una de las medidas más utilizadas, conocida también como promedio aritmético, o simplemente media. La media aritmética será igual a la suma de todos los valores dividida entre el número de casos.
  
- ✚ **Varianza:** Representa el promedio de las desviaciones al cuadrado.
  
- ✚ **Desviación Estándar:** Cuantifica el grado de dispersión en términos absolutos de la variable y se define como la raíz cuadrada de la varianza, la desviación estándar también es llamada desviación típica, es una de las medidas estadísticas de dispersión más utilizadas.
  
- ✚ **Error Estándar de la Media:** Esta medida estadística mide el grado de dispersión de las medias muestrales de tamaño  $n$ , alrededor de la media poblacional; y se representa por  $S_x$ . En otras palabras el error estándar de la media es una desviación estándar de la distribución muestral de las medias.

### 2.3 VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL MUESTREO

El uso del muestreo ofrece diversas ventajas, las principales son:

- a) Reducción del tiempo empleado, dado que, como resulta obvio, analizar una parte de cierto conjunto demanda un menor esfuerzo, que analizar el conjunto completo. En el caso de los auditores externos, ello puede implicar menores honorarios profesionales.
- b) Posibilidad de efectuar la revisión con mayor minuciosidad y cuidado. Esta ventaja se deriva del hecho de que revisar un número menor de elementos (saldos, transacciones, etc.) permite dedicar a los mismos una mayor atención, evitando, o por lo menos disminuyendo, los efectos de la fatiga que provocan los trabajos repetitivos cuando su desarrollo es muy extenso.
- c) Presentación de informes más oportunos, consecuencia lógica del menor tiempo total demandado por el trabajo de auditoría. Ello facilita una rápida corrección de las deficiencias o debilidades observadas, lo que, a todas luces, resulta beneficioso para la empresa.
- d) Los resultados se obtienen con mayor rapidez
- e) Sus costos son bajos
- f) Permite medir los resultados de una población muy grande que no es posible medir en su totalidad
- g) Hay eficiencia en el trabajo porque da información rápida y precisa, ya que el estudio se limita a una parte de la población no al total.

Por supuesto, en la utilización del muestreo, no todas son ventajas. La principal (y quizás la única) desventaja de su uso emerge de su propia naturaleza.

Establecer conclusiones acerca de un universo mediante el análisis de sólo una parte del mismo, implica los siguientes riesgos:

- a) Cuando el muestreo se emplea como base para aceptar o rechazar un conjunto, puede ocurrir que:
  - Se acepte como satisfactorio un universo que no lo es, o
  - Se rechace como insatisfactorio un universo que en realidad es aceptable.
- b) Cuando el muestreo es utilizado para estimar ciertos valores o ciertas frecuencias con que determinados acontecimientos se presentan, puede ocurrir que la estimación no sea reflejo fiel de la realidad.

#### 2.4 RELACIÓN DEL MUESTREO CON LA AUDITORÍA

La expresión muestreo, define el proceso de inferir conclusiones acerca de un conjunto de elementos llamado universo, mediante el estudio del comportamiento de un cierto número de elementos denominado muestra, empleando o no técnicas estadísticas.

El empleo de técnicas de muestreo estadístico constituye una herramienta de innegable utilidad para el auditor externo e interno, en cuanto le permite aumentar su objetividad, cuantificar los riesgos del muestreo, desarrollar su criterio profesional, supervisar con mayor facilidad las tareas encomendadas a sus colaboradores y, si fuese necesario, defender fundamentalmente ante terceros la extensión brindada a las pruebas realizadas y el tiempo empleado en las mismas.

Para ello consideraremos los puntos de vista del auditor externo y del auditor interno.

En el primer caso, referencias a procedimientos de auditoría en los cuales sería factible su utilización, pueden ser halladas, entre otros pronunciamientos de miembros de la profesión, en las “Normas Internacionales de Auditoría”, emitidas por el Comité Internacional de Prácticas de Auditoría (IAPC). Las mismas señalan que al realizar su trabajo profesional destinado a la emisión de una opinión sobre determinados estados contables, el auditor deberá reunir evidencia comprobatoria válida y suficiente, así como evaluar los controles internos vigentes, tarea en la cual se verá obligado a la obtención de elementos que le permitan comprobar el funcionamiento de tales controles. Por su parte, el auditor interno, en su función de apoyo a la Gerencia, debe llevar a cabo tareas que implican una constante revisión acerca de la efectividad del control interno (en su sentido más amplio).

En su examen de estados financieros, el auditor normalmente muestrea o lleva a cabo pruebas selectivas de transacciones financieras. Sólo en casos extraordinarios deberá examinar todas, o substancialmente todas las partidas que integran un grupo de transacciones. Generalmente puede obtener información respecto a las características de un grupo de partidas examinando una pequeña muestra. Siempre que el auditor utiliza una técnica de muestreo, cómo determinar la amplitud de la muestra, y cómo evaluar los resultados de la muestra. Al resolver estos problemas, considera la calidad de los controles internos en vigor, el tipo de auditoría que está siendo llevada a cabo, las condiciones



descubiertas, a medida que la auditoría avanza, la naturaleza de las transacciones que se examinarán, el volumen de las mismas y la calidad del personal responsable del registro de las transacciones.

Existen dos distintas actitudes respecto a cómo llevar a cabo un muestreo: ¿Cuál debe ser la amplitud de la muestra? y ¿Cómo evaluar los resultados de la muestra? Según la Norma Internacional de Auditoría número 530, el auditor puede llevar a cabo la muestra con base en el juicio personal o utilizar técnicas de muestreo estadístico. El muestreo sobre la base de juicio personal es la técnica tradicional; para aplicarlo, el auditor determina el método de selección de la muestra y la amplitud de la misma sobre una base subjetiva y, en ocasiones, arbitraria. Completa el procedimiento evaluando subjetivamente los resultados de la muestra. Sólo raras veces calcula la confiabilidad de la misma o el riesgo que asume él al aceptar los resultados.

El muestreo estadístico constituye el mismo proceso general que el método de muestreo a base de juicio tradicionalmente utilizado por el auditor, pero incluye ciertos refinamientos. El muestreo estadístico es una herramienta que permite al auditor determinar la confiabilidad de la muestra y el riesgo de aceptarla. El método requiere que el auditor defina claramente los estándares utilizados para determinar la amplitud de la muestra dando lugar a una muestra que sea representativa de todo el grupo. Los métodos de muestreo estadísticos no son nuevos, han sido utilizados extensamente, durante muchos años, en varias áreas, incluyendo control de calidad industrial, encuestas de opinión pública, estudios de

mercado, análisis de información de censos, ciencias físicas y biológicas, medicina y psicología.

Las técnicas de muestreo estadístico no constituyen un sustituto para el juicio del auditor, no deberá suponerse que ellas son siempre superiores que el tradicional muestreo a base de juicio. La adopción del muestreo estadístico por un auditor no constituye admisión de su parte de que sus técnicas tradicionales fueron inadecuadas. En la historia de la Contaduría Pública existen relativamente pocos casos en los que la aplicación del muestreo a base de juicio no hubiese dado por resultado una muestra aceptable. Más aún, la utilización de técnicas de muestreo estadístico no requieren que el auditor pierda su derecho al ejercicio del juicio profesional.

## **2.5 OBJETIVOS DEL MUESTREO**

### **🚩 General**

Llegar a formarse una opinión sobre los Estados Financieros, sin tener que extender las pruebas a todas las partidas que integran los saldos de las cuentas o tipo de transacciones.

El muestreo y las pruebas son una de las bases de la auditoría moderna. Examinando una muestra de todas las operaciones contables, documentos y asientos dentro de cada sector, pueden formularse conclusiones acerca de la exactitud de todas las operaciones, documentos y asientos.

### **Específicos**

- a) Acelerar la práctica de la Auditoría.
- b) Reducir el costo de la Auditoría.
- c) Alcanzar conclusiones acerca de la calidad y aceptabilidad de un todo.
- d) Asegurar la exactitud de las conclusiones relacionadas con cualquier sector de las cuentas y de la contabilidad.
- e) Orientar y respaldar al Auditor para que formule un dictamen acerca de la imparcialidad de presentación de los estados financieros.
- f) El Auditor comprende mejor la naturaleza del muestreo, por ejemplo aprende que la precisión de la predicción a partir de reemplazar la intuición, los presentimientos, las conjeturas, etc.; por estimaciones numéricas precisas, entonces deberá hacerlo, a menos que existan argumentos muy fuertes en contra.
- g) El muestreo estadístico es el enfoque científico para efectuar una Auditoría, utilizando este método el Auditor puede mejorar tanto la precisión e interés de su trabajo como la imagen de su profesión.

## 2.6 FORMAS ALEATORIAS DE SELECCIONAR UNA MUESTRA

La teoría del muestreo tiene por objetivo, el estudio de las relaciones existentes entre la distribución de un carácter en dicha población y las distribuciones de dicho carácter en todas sus muestras.

Una muestra se dice que es extraída al azar cuando la manera de selección es tal, que cada elemento de la población tiene igual oportunidad de ser seleccionado.

Una muestra aleatoria es también llamada una muestra probabilística, son generalmente preferidas por los estadísticos porque la selección de las muestras es objetiva.

Los tipos comunes de muestreo aleatorio son el muestreo aleatorio simple, muestreo sistemático, muestreo estratificado. (16)

### ***Simbología Principal***

<u>Medida</u>	<u>Muestra</u>	<u>Población</u>
Media Aritmética	$\bar{X}$	$\mu$
Desviación estándar	$S$	$\sigma$
Número de elementos	$n$	$N$
Varianza	$S^2$	$\sigma^2$
Error absoluto de muestreo	$Ea$	$Ea$
Error estándar de las medias	$S \bar{x}$	$S \bar{x}$
Número de unidades estándar obtenidas en la tabla de áreas bajo la curva normal de acuerdo al coeficiente de confianza que se desee	$Z$	$Z$

(7)

**NOTA:** Todas las fórmulas utilizadas en la resolución de las diversas clases de muestreo fueron tomadas del curso de Estadística I que se imparte en la Escuela de Auditoría, Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

### 2.6.1 MUESTREO ALEATORIO SIMPLE

El procedimiento de muestreo menos complicado se conoce como muestreo aleatorio simple. En el muestreo aleatorio simple cada muestra diferente de la población tiene la misma probabilidad de ser escogido. Por ejemplo, si se quiere seleccionar una muestra de 2 facturas de un total de 4 elementos (se escoge un valor pequeño de la población para simplificar el estudio). Si los símbolos  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  y  $X_4$  representan a los cuatro elementos, entonces habrá seis diferentes muestras que se pueden seleccionar de la población.

Si se selecciona la muestra de manera que las seis muestras tuvieran la misma posibilidad de ser escogidas, se llamaría muestra aleatoria simple. El número de maneras de seleccionar  $n$  (muestra) elementos de un conjunto de  $N$  (población), es:

$${}^N C_n = \frac{N!}{n! (N - n)!}$$

Se puede probar que el número de maneras de seleccionar  $n = 2$  elementos de un conjunto de  $N = 4$ , denotado por el símbolo  ${}^4 C_2$  así:

$${}^4 C_2 = \frac{4!}{2! (4 - 2)!}$$

$${}^4 C_2 = 6$$

Las diferentes muestras quedarán de la siguiente forma:

<b><i>Muestra</i></b>	<b><i>Observaciones en la muestra</i></b>
1	X1, X2
2	X1, X3
3	X1, X4
4	X2, X3
5	X2, X4
6	X3, X4

Por ejemplo si se quiere realizar una auditoría de cuentas por cobrar de 5,000 clientes, basándose en una muestra de  $n = 100$ , hay  $5000C100$  diferentes combinaciones de personas que se podrían incluir en la muestra. Si se realiza el muestreo de manera que cada una de estas combinaciones tenga la misma probabilidad de ser escogida, se tendrá una muestra aleatoria simple sin reemplazo.

El muestreo aleatorio simple sin reemplazo es aquel en el que no se regresa el elemento al marco poblacional una vez seleccionado y por consiguiente no se puede elegir otra vez; contrario al muestreo con reemplazo en el cual al seleccionar un elemento este se puede regresar al marco poblacional, donde tiene la probabilidad de ser elegido de nuevo.

Otra forma de obtener una muestra aleatoria es utilizar la Tabla de Números Aleatorios. Entre éstas se puede mencionar la Tables of 105000 Random Decimal Digits de la Interstate Commerce Comisión o A million random digits with 100,000 normal deviates de la Rand Corporation, las cuales son el resultado de un sin número de combinaciones hechas por medios computarizados. (4:193)

La tabla de números aleatorios es la forma más sencilla y más segura para obtener una muestra aleatoria de  $n$  unidades muestrales de una población grande, de manera que los números enteros aparecen al azar y con la misma frecuencia.

Las tablas de números aleatorios contienen los 10 dígitos 0, 1, 2, ..., 7, 8, 9. Tales dígitos se pueden leer individualmente o en grupos y en cualquier orden, en columnas hacia abajo, columnas hacia arriba, en fila, diagonalmente, etc., y es posible considerarlos como aleatorios. Las tablas se caracterizan por dos cosas que las hacen particularmente útiles para el muestreo al azar. Una característica es que los dígitos están ordenados de tal manera que la probabilidad de que aparezca cualquiera en un punto dado de una secuencia es igual a la probabilidad de que ocurra cualquier otro. La otra es que las combinaciones de dígitos tienen la misma probabilidad de ocurrir que las otras combinaciones de un número igual de dígitos. La primera condición significa que en una secuencia de números, la probabilidad de que aparezca cualquier dígito en cualquier punto de la secuencia es  $1/10$ . La segunda condición significa que todas las combinaciones de dos dígitos son igualmente probables, del mismo modo que todas las combinaciones de tres dígitos, y así sucesivamente.

El procedimiento para utilizar una tabla de números aleatorios es el siguiente:

- a) Hacer una lista de los elementos de la población
- b) Numerar consecutivamente los elementos de la lista.
- c) Tomar los números de una tabla de números aleatorios, de manera que la cantidad de dígitos de cada uno sea igual a la del último elemento numerado de su lista. De ese modo si el último dígito fue 19, 35 ó 86, se deberá tomar un número de dos dígitos.
- d) Omitir cualquier dígito que no corresponda con los números de la lista o que repita cifras seleccionadas anteriormente de la tabla. Continuar hasta obtener el número de observaciones deseado.
- e) Utilizar dichos números aleatorios para identificar los elementos de la lista que se habrán de incluir en la muestra.

A continuación se ilustra una parte de la tabla III de números aleatorios, que es la que se utiliza para seleccionar los números que se tomaran en muestra:

**TABLA III**  
**NÚMEROS ALEATORIOS (página 1)**

Columnas														
Fila	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
<b>1</b>	10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	14194	62590	36207	20969	99570	91291	90700
<b>2</b>	22368	46573	25595	85393	30995	89198	27982	53402	93965	34095	52666	19174	39615	99505
<b>3</b>	24130	48360	22527	97265	76393	64809	15179	24830	49340	32081	30680	19655	63348	58629
<b>4</b>	42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53537	71341	57004	00849	74917	97758	16379
<b>5</b>	37570	39975	81837	16656	06121	91782	60468	81305	49684	60672	14110	06927	01263	54613
<b>6</b>	77921	06907	11008	42751	27756	53498	18602	70659	90655	15053	21916	81825	44394	42880
<b>7</b>	99562	72905	56420	69994	98872	31016	71194	18738	44013	48840	63213	21069	10634	12952
<b>8</b>	96301	91977	05463	07972	18876	20922	94595	56869	69014	60045	18425	84903	42508	32307
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
<b>50</b>	15664	10493	20492	52391	91132	21999	59516	81652	27195	48223	46721	22923	32261	85653



Como se indicó anteriormente se puede utilizar cualquier columna o fila y leer los números hacia arriba, hacia abajo, hacia la izquierda, hacia la derecha o en diagonal, como se ilustra a continuación:

Columnas				
Fila	(1)	(2)	(3)	(4)
1	10480	15011	01536	02011
2	22368	46573	25595	85393
3	24130	48360	22527	97265
4	42167	93093	06243	61680
5	37570	39975	81837	16656
6	77921	06907	11008	42751
7	99562	72905	56420	69994
8	96301	91977	05463	07972
.	.	.	.	.
50	15664	10493	20492	52391

A continuación se presenta un ejemplo del uso de la tabla de números aleatorios en el muestreo aleatorio simple:

**Problema No. 1**

Un comprador del Supermercado XYZ decide tomar una muestra aleatoria de 6 enlatados de melocotón en almíbar de un total de 14. Los pesos en onzas de cada lata son los siguientes:

15.3, 15.4, 15.5, 15.6, 15.7, 15.8, 15.9, 16.0, 16.1, 16.2, 16.3, 16.4, 16.5, 16.7.

Se pide:

- a) Seleccionar los elementos de la muestra con base en la tabla de números aleatorios, iniciando en la primera hoja, fila 2 columna 1 de izquierda a

derecha, hacia abajo, últimos dígitos, al terminar una fila puede pasar a la siguiente hasta completar la muestra.

- b) Estimar puntualmente el peso medio poblacional de los enlatados.
- c) La desviación estándar de la muestra
- d) Estimar por intervalos el peso medio por enlatado de melocotones en almíbar, con una probabilidad del 95%.

1º. Ordenarlos

15.3, 15.4, 15.5, 15.6, 15.7, 15.8, 15.9, 16.0, 16.1, 16.2., 16.3, 16.4, 16.5, 16.7

2º. Numerarlos.

- 01)15.3
- 02)15.4
- 03)15.5
- 04)15.6
- 05)15.7
- 06)15.8
- 07)15.9
- 08)16.0
- 09)16.1
- 10)16.2
- 11)16.3
- 12)16.4
- 13)16.5
- 14)16.7

3º. Seleccionar los números en la tabla

4º. Omitir cualquier número que no corresponda con la muestra, en este caso se seleccionarán los últimos dos dígitos, ya que el último número es el 14.

**TABLA III**  
**NÚMEROS ALEATORIOS (página 1)**

Columnas														
Fila	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	14194	62590	36207	20969	99570	91291	90700
2	22368	46573	25595	85393	30995	89198	27982	53402	93965	34095	52666	19174	39615	99505
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809	15179	24830	49340	32081	30680	19655	63348	58629
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53537	71341	57004	00849	74917	97758	16379
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782	60468	81305	49684	60672	14110	06927	01263	54613
6	77921	06907	11008	42751	27756	53498	18602	70659	90655	15053	21916	81825	44394	42880
7	99562	72905	56420	69994	98872	31016	71194	18738	44013	48840	63213	21069	10634	12952
8	96301	91977	05463	07972	18876	20922	94595	56869	69014	60045	18425	84903	42508	32307
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
50	15664	10493	20492	52391	91132	21999	59516	81652	27195	48223	46721	22923	32261	85653

5°. Identificar dichos números aleatorios en la lista para identificar la muestra. Los números seleccionados son el 02, 05, 09, 04, 10 y 13. Como se pudo observar no se tomó en cuenta el 80 ni 36 ya que no corresponden con el listado y no se volvió a tomar en cuenta el 05 debido a que había sido seleccionado con anterioridad. La muestra queda así:

02)	15.4
05)	15.6
04)	15.7
09)	16.1
10)	16.2
13)	16.7

El siguiente paso es listar la muestra y encontrar los datos de las fórmulas que no tenemos para poder despejarlas de la siguiente manera:

Orden con base en No. Aleatorios	X Onzas de Enlatados	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
02	15.4	-0.55	0.3025
04	15.6	-0.35	0.1225
05	15.7	-0.25	0.0625
09	16.1	0.15	0.0225
10	16.2	0.25	0.0625
13	16.7	0.75	0.5625
	<u>95.7</u>	<u>0.00</u>	<u>1.1350</u>

b) 
$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{95.7}{6} = 15.95$$

El peso medio poblacional de los enlatados es 15.95.

c)

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{1.1350}{6}}$$

$$S = \sqrt{0.1892}$$

$$S = 0.434933$$

La desviación estándar de la muestra es de 0.434933.



En este caso el valor que más se aproxima corresponde a 1.96 que es el valor que le corresponde a Z.

$$Z = \frac{95}{2} = 0.475 \rightarrow 1.96$$

Para encontrar el peso medio de los enlatados con una probabilidad del 95% se utilizará la siguiente fórmula:

$$\mathcal{M} = \bar{X} \pm Z \cdot S_x$$

Como se puede observar se tienen todos los datos para despejar la fórmula como lo es la media aritmética (15.95), el valor tipificado Z (1.96) y el error estándar de estimación de la muestra (0.13929):

$$\mathcal{M} = 15.95 \pm 1.96 \cdot 0.13929$$

$$\mathcal{M} = 15.95 \pm 0.273008$$

$$X_1 = 15.95 + 0.273008 = 16.22$$

$$X_2 = 15.95 - 0.273008 = 15.68$$

El peso medio de los enlatados de melocotones en almíbar, con una probabilidad del 95% se encuentra entre los pesos de 16.22 y 15.68.

## 2.6.2 MUESTREO ESTRATIFICADO

El muestreo estratificado es una técnica conforme a la cual los elementos del universo se separan en dos o más clases llamadas estratos; cada uno de dichos estratos se muestrea o se prueba en forma independiente. Los resultados correspondientes a varios estratos pueden o no ser considerados en conjunto a fin de formar una opinión completa sobre el universo; esto dependerá del objetivo del auditor.

Las técnicas de estratificación han sido diseñadas para trabajar con poblaciones que contienen elementos con características sustancialmente diferentes o con amplitudes extremas de valores. Con otras técnicas de selección de muestreo, las muestras de tales poblaciones no proporcionarían la confiabilidad, además adecuada a los resultados de la muestra a menos que el tamaño de la muestra fuese aumentado considerablemente. La estratificación permite obtener muestras más pequeñas mediante la división de la población total en grupos que son razonablemente similares entre sí por lo que se refiere a las características o valores que van a ser examinados.

La estratificación puede efectuarse de varias maneras. Por ejemplo, las áreas de auditoría pueden dividirse en distintos segmentos a fin de aislar los elementos de alto valor para examinarlos totalmente, o de separar los elementos en grupos apropiados de los cuales se pueden extraer muestras proporcionales. Nuevamente pueden separarse en grupos de artículos que serán examinados con distintos grados de intensidad, dependiendo ya sea de los diferentes tipos de

control aplicado o del alcance del riesgo implícito. Finalmente, pueden dividirse en grupos a fin de separar los elementos que no van a ser examinados.

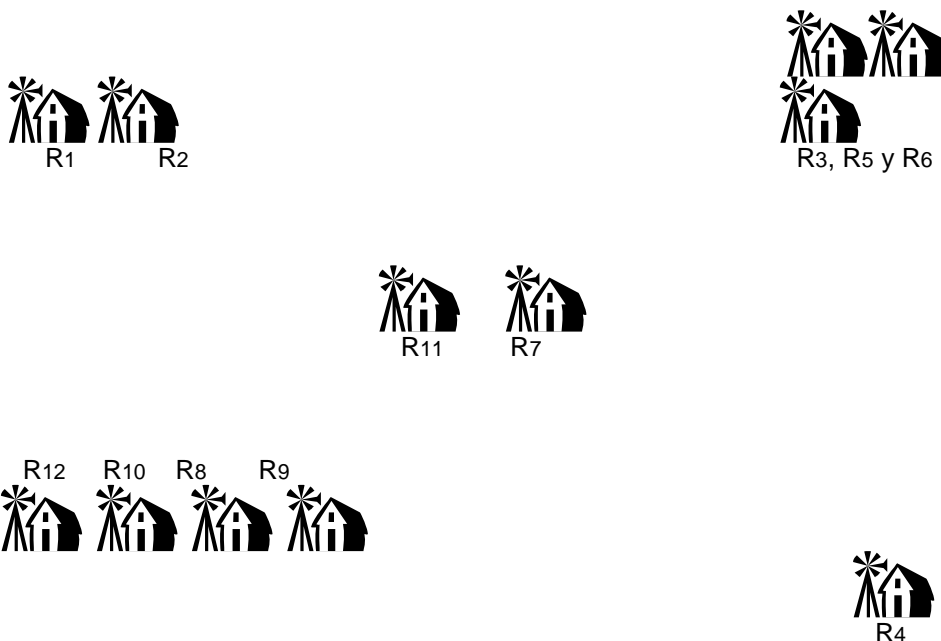
En múltiples ocasiones resulta posible y conveniente partir o fraccionar a la población original en subdivisiones de tal naturaleza que ellas formen una partición. En estas condiciones cada unidad pertenece a una sola y sólo una subdivisión y la unión de todas ellas conforman la población original. En cuanto al método de selección y en parte al de la estimación, a cada una de las subdivisiones se les trata de manera independiente, aunque el método de estimación las unirá en forma global. A un esquema de este tipo se le conoce como "*muestreo estratificado*" y a cada subdivisión trabajada de manera independiente se le denomina "*estrato*". Todos los estratos son disjuntos y su unión es igual a la población original. La población original de tamaño  $N$  es fragmentada en varios estratos. Cada unidad de la población aparece en uno y sólo en un estrato.

Ejemplo: Para desarrollar una encuesta sobre granjas que se dedican a la crianza de ganado bovino, se tienen 15 listados pertenecientes a 12 regiones diferentes que cuentan con este tipo de granjas. En una de las regiones su listado correspondiente fraccionado en 4 partes por lo que el total de ellos es de 15.

De entre las zonas geográficas diferentes en estudio, 5 de ellas están separadas entre sí por más de 100 kilómetros, mientras que el resto de las regiones se localizan alrededor de cuatro de las cinco antes referidas y la quinta esta particularmente lejana. Se desea estimar el total de cabezas existentes, en el



estudio, el tipo de ganado con que cuenta la región lejana, resulta conveniente contar además con estimaciones de ella por separado.



Según los listados existentes los números totales de granjas por región son como sigue:

Región	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
No. Total de Granjas	221	75	30	400	50	90	60	50	63	77	42	25	1183

Agrupando a las regiones que se encuentran relativamente cerca se obtiene la tabla siguiente:

Estrato	Regiones
I	1 y 2
II	3, 5 y 6
III	4 muy lejana
IV	7 y 11
V	8, 9, 10 y 12

De manera que desde el punto de vista geográfico una estratificación posible estaría definida por los grupos anteriores, los diferentes estratos y sus tamaños en términos del número de granjas son los siguientes:

Estrato	I	II	III	IV	V	Total
Regiones	1 y 2	3, 5, y 6	4	7 y 11	8, 9, 10 y 12	
Tamaño N	296	170	400	102	215	1,183

El número total de granjas en estudio es:

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_L$$

$$N = 296 + 170 + 400 + 102 + 215$$

$$N = 1,183$$

La estratificación anterior se ha hecho según un criterio geográfico, el cual no necesariamente toma en cuenta los diferentes tamaños de las granjas, es decir, el número de cabezas por granja, sin embargo, si no se tiene más información y en el supuesto de que no existen problemas de vías de comunicación entre ellas, ésta puede ser adecuada.

El muestreo estratificado es más eficiente que el muestreo simple, los diferentes tipos de muestreo estratificado son los siguientes:

### 2.6.2.1 AFIJACIÓN PROPORCIONAL

Cuando la asignación es proporcional el tamaño de la muestra de cada estrato es proporcional al tamaño del estrato correspondiente con respecto a la población total. Ejemplo:

De 1,000 micro-empresas, se tomó una muestra de 200, formando 3 estratos. Para cada estrato se calculó la utilidad promedio mensual en quetzales y la desviación estándar, quedando la información así:

<u>Estrato</u>	<u>No. de empresas</u>	<u>Utilidad Q. Promedio</u>	<u>Desviación Estandar</u>
I	400	50.00	1800
II	350	400.00	732
III	250	650.00	1230
	<u>1000</u>		

Se pide:

- Distribuir la muestra con afijación proporcional.
- Estimar puntualmente la utilidad promedio para los 1,000 establecimientos.
- Estimación por intervalo de la media con 92% de confianza.
- Estimar en forma puntual el total de utilidades obtenido por las 1,000 microempresas.
- Calcular el error relativo de muestreo.

a) *Distribuir la muestra con afijación proporcional.*

El primer paso es establecer el tamaño de la muestra, para ello se puede utilizar dos procedimientos:

El primero consiste en dividir el tamaño de la muestra dentro del total poblacional, obteniéndose de ello un coeficiente que se multiplica por la población de cada estrato, así se obtiene la muestra para cada estrato, como se verá a continuación:

$$\begin{aligned} \text{a) } n / N &= 120 / 2,800 = 0.200 \\ 0.20 \times 400 &= 80 \\ 0.20 \times 350 &= 70 \\ 0.20 \times 250 &= 50 \end{aligned}$$

El segundo consiste en sacar un porcentaje  $W$ , que es la ponderación del número de casos de cada estrato con relación al total poblacional. “ $W$ ” se obtiene dividiendo la población de cada estrato dentro del total poblacional, luego cada coeficiente obtenido se multiplica por el tamaño de la muestra y se obtiene la muestra para cada estrato, así:

a)

<u>N</u>	<u>N / <math>\sum N</math> =</u>	<u>W</u>	<u>n x W =</u>	<u>n</u>
400	400 / 1000	0.40	200 x 0.40	80
350	350 / 1000	0.35	200 x 0.35	70
<u>250</u>	250 / 1000	<u>0.25</u>	200 x 0.25	<u>50</u>
<u>1000</u>		<u>1.00</u>		<u>200.00</u>

Como se puede observar con ambos procedimientos se obtiene el mismo resultado para el tamaño de la muestra de cada estrato, aunque siempre se debe calcular W independientemente del método que se aplique, ya que se utiliza para el cálculo de otras fórmulas.

*b) Estimar puntualmente la utilidad promedio para los 1,000 establecimientos.*

Para ello, se multiplica la "W" de cada estrato por la media aritmética de cada estrato, así:

$$\begin{aligned} \text{b) } \bar{X} &= W_1 \bar{X}_1 + W_2 \bar{X}_2 + \dots\dots\dots W_n \bar{X}_n \\ \bar{X} &= (0.40) (50) + (0.35) (400) + (0.25) (650) \\ \bar{X} &= 20 + 140 + 162.50 \\ \bar{X} &= 322.50 \end{aligned}$$

R/ La utilidad promedio para los 1,000 establecimientos es de Q322.50.

*c) Estimación por intervalo de la media con 92% de confianza*

En este caso se debe calcular el error estándar de estimación de la muestra y encontrar el valor tipificado de Z en la tabla II de áreas bajo la curva normal de probabilidades como se efectuó en el caso del muestreo aleatorio.

c)  $Z = 0.92 / 2 = 0.46 = 1.75$  según la tabla II de áreas bajo la curva

$$\mathcal{M} = \bar{X} \pm Z \cdot S\bar{X}$$

$$S\bar{X} = \sqrt{\frac{W_1^2 S_1^2}{n_1} + \frac{W_2^2 S_2^2}{n_2} + \dots + \frac{W_n^2 S_n^2}{n_n}}$$

$$S\bar{X} = \sqrt{\frac{W_1^2 S_1^2}{n_1} + \frac{W_2^2 S_2^2}{n_2} + \dots + \frac{W_n^2 S_n^2}{n_n}}$$

$$S\bar{X} = \sqrt{\frac{(0.40)^2 (10)^2}{80} + \frac{(0.35)^2 (25)^2}{70} + \frac{(0.25)^2 (50)^2}{50}}$$

$$S\bar{X} = \sqrt{\frac{(0.16) (100)}{80} + \frac{(0.1225) (625)}{70} + \frac{(0.0625) (2500)}{50}}$$

$$S\bar{X} = \sqrt{\frac{16}{80} + \frac{76.5625}{70} + \frac{156.25}{50}}$$

$$S\bar{X} = \sqrt{0.20 + 1.09375 + 3.125}$$

$$S\bar{X} = \sqrt{4.41875}$$

$$S\bar{X} = 2.10208$$

El error estándar de estimación de la media es igual a 2.10208.

$$\mathcal{L} = \bar{X} \pm Z \cdot S\bar{x}$$

$$\mathcal{L} = 322.5 \pm (1.75) (2.10208)$$

$$\mathcal{L} = 322.5 \pm 3.67864$$

$$\mathcal{L} = 322.5 + 3.67864 = \quad \quad \quad \mathbf{326.18}$$

$$\mathcal{L} = 322.5 - 3.67864 = \quad \quad \quad \mathbf{318.82}$$

$$S\bar{x} = N \cdot S\bar{x} \quad (\text{Error estándar de estratificación total})$$

$$S\bar{x} = 1000 \times 2.10208$$

$$\mathbf{S\bar{x} = 2102.08}$$

R/ Los valores que se encuentran en el intervalo de la media con un 92% de confianza están comprendidos entre los valores de Q318.82 y Q326.18

*d) Estimar en forma puntual el total de utilidades obtenido por las 1,000 microempresas.*

En este caso únicamente se multiplica el total poblacional por la media aritmética de la población total.

$$N \cdot \bar{X} = 1000 \times 322.50 = Q. 322,500.00$$

R/ El total de utilidades que obtuvieron las 1,000 microempresas es de Q322,500.00.

e) Calcular el error relativo de muestreo.

$$e) E(r) = \frac{Z \cdot S\bar{x}}{\bar{x}}$$

$$E(r) = \frac{1.75 (2.10208)}{322.50} \times 100$$

$$E(r) = 1.1407 \%$$

R/ El error relativo de muestreo aceptable es de 1.1407%

### 2.6.2.2 IGUAL TAMAÑO

En este caso el tamaño de la muestra es igual en cada estrato. Ejemplo:

De 1,000 micro-empresas, se tomó una muestra de 201, formando 3 estratos.

Para cada estrato se calculó la utilidad promedio mensual en quetzales y la desviación estándar, quedando la información así:

<u>Estrato</u>	<u>No. de empresas</u>	<u>Utilidad Q. Promedio</u>	<u>Desviación Estandar</u>
I	400	50.00	1800
II	350	400.00	732
III	250	650.00	1230
	<u>1000</u>		

a) *Distribuir la muestra de igual tamaño*

En este caso para calcular la muestra se divide el tamaño de la muestra dentro del número de estratos que se tenga, en este caso son 3 para una muestra de 201.



$n / \text{el No. De estratos} =$

$$201 / 3 = 67$$

La muestra para cada estrato seria de 67 microempresas, quedando de la siguiente manera:

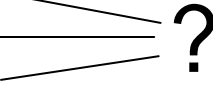
<u>Estrato</u>	<u>n</u>
I	67
II	67
III	67
	<hr/>
	201
	<hr/> <hr/>

Luego se procede de la misma forma que en el muestreo por afijación proporcional para el resto de cálculos, utilizando las mismas fórmulas.

### 2.6.2.3 NO PROPORCIONAL

Para este caso lo que se hace es dejar a criterio del encuestador el tamaño de la muestra para cada estrato, basado en su experiencia y su juicio profesional.

<u>Estrato</u>	<u>empresas</u>	<u>n</u>
I	400	85
II	350	54
III	250	61
	<hr/>	<hr/>
	1000	200
	<hr/>	<hr/>



Para el resto de cálculos se trabaja de la misma forma que con el muestreo con afijación proporcional y aplicando las mismas formulas.

### 2.6.3 MUESTREO SISTEMÁTICO

El método de selección por intervalos, frecuentemente conocido como muestreo sistemático, permite seleccionar los elementos de la población que formarán parte de la muestra de tal manera que haya un intervalo uniforme entre cada elemento muestreado. Dicho de otra manera, de acuerdo con este método se selecciona cada “enésimo” elemento, empezando con un punto de partida aleatorio.

A primera vista, este método de muestreo es muy diferente al muestreo aleatorio simple. Supongamos que las  $N$  unidades de la población se numeran de 1 a  $N$  en cierto orden. Para elegir una muestra de  $n$  unidades, tomamos una unidad al azar entre las primeras y luego tomamos las subsecuentes a un intervalo determinado. Así, por ejemplo, si el intervalo es 15 y la primera unidad que se extrae es la número 13, entonces las subsecuentes se numeran 28, 43, 58, etc. La selección de la primera unidad determina toda la muestra, que se denomina muestra de todas las  $k$ -enésimas unidades.

Este método es similar al muestreo aleatorio simple, si se desea una muestra del tamaño “ $n$ ” se determina un intervalo:

$$i = \frac{N}{n}$$

Se elige al azar un número igual o menor a “ $i$ ” y se incluye en la muestra cuyo origen corresponde al número elegido, luego se incluye cada intervalo asignado a partir del primero considerándolo como seleccionado Este punto de partida se puede obtener usando una tabla de números al azar o con un método objetivo,

como la lectura de un número de un billete, una partida de la muestra se selecciona en el punto inicial y de ahí en adelante en cada intervalo uniforme a lo largo de todo el universo. Ejemplo:

Las ventas en miles de quetzales de 15 tiendas son las siguientes:

<u>tienda</u>	<u>Q</u>	<u>tienda</u>	<u>Q</u>	<u>tienda</u>	<u>Q</u>
1	17	6	26	11	29
2	21	7	27	12	30
3	24	8	27	13	30
4	26	9	27	14	31
5	26	10	28	15	31

Se pide:

- a) Seleccionar una muestra de tres elementos de manera subjetiva
  - b) Establecer puntualmente la media
  - c) Estimar el error estándar de estimación
- a) Seleccionar una muestra de 3 elementos de manera subjetiva: como se indicó anteriormente lo primero que procede es determinar el intervalo.

$$\begin{aligned}n &= 3 \\N &= 15 \\i &= N/n = 15/3 = 5\end{aligned}$$

El intervalo resultante es igual a 5, eso quiere decir que las tiendas seleccionadas serán la 5, 10 y 15 con sus respectivas ventas, de la siguiente forma:

<u># muestral</u>	<u>Q</u>
1	17
2	21
3	24
4	26
5	26
6	26
7	27
8	27
9	27
10	28
11	29
12	30
13	30
14	31
15	31
	<u>400</u>

La muestra queda de la siguiente forma:

<u>n</u>
26
28
31
<u>85</u>

b) Establecer puntualmente la media.

$$\bar{x} = 85 / 3 = 28.33$$

R/ La media es de 28.33

c) Estimar el error estándar de estimación.

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N - n}{N - 1}}$$

Como se observa se tiene N, n, pero falta calcular S que es la desviación estándar, para ello se debe restar X de la media aritmética, donde X es el valor de las ventas que tiene cada tienda seleccionada en la muestra.

<u>n</u>	<u>X - 28.33</u> <u>x - <math>\bar{x}</math></u>	<u>( x - <math>\bar{x}</math> )<sup>2</sup></u>
26	-2.33	5.4289
28	-0.33	0.1089
31	2.67	7.1289
<u>85</u>		<u>12.6667</u>

Luego se procede a aplicar la siguiente fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{12.666}{3}}$$

$$S = 2.05$$

Ya calculada la desviación estándar se procede a aplicar la fórmula anterior de el error estándar de estimación.

$$S\bar{x} = \frac{2.05}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{(15 - 3)}{(15 - 1)}} =$$

$$S\bar{x} = 1.09577$$

R/ El error estándar de estimación de la muestra es de 1.09577.

#### 2.6.4 APLICACIÓN DEL MUESTREO EN LA AUDITORIA

Lo que el auditor va a determinar en un muestreo es la suficiencia de la evidencia, al determinar el alcance de una prueba de auditoría y el método de seleccionar las partidas que deben examinarse.

Los métodos de muestreo que se aplican en Auditoría son:

- a) No Estadístico, que se basa en el criterio personal y profesional de cada auditor.
- b) El Estadístico, que puede ser de atributos y de variables.
  - b.1 Muestreo de Atributos: es el que se aplica en las pruebas de cumplimiento y su finalidad es estimar la cantidad de desviaciones de control establecidos en un universo.
  - b.2 Muestreo de Variables: es el que se aplica en las pruebas sustantivas y su finalidad es estimar el valor total monetario de un universo.

Al realizar las pruebas de auditoría de acuerdo a las Normas Internacionales de Auditoría, el auditor puede utilizar el muestreo estadístico o el no estadístico, o ambos. Los dos tipos de muestreo requieren del ejercicio de un buen juicio en la planeación y ejecución del plan de muestreo y en la evaluación de los resultados.

La decisión de utilizar uno u otro tipo de muestreo se basa primordialmente en consideraciones de costo – beneficio.

El muestreo no estadístico será menos costoso que el estadístico, pero los beneficios del muestreo estadístico pueden resultar superiores a los obtenidos con el no estadístico. Lo anterior se deriva de que en el muestreo no estadístico, el auditor determina el tamaño de la muestra y evalúa los resultados sobre la base de su criterio subjetivo y de su propia experiencia profesional.

Por lo tanto erróneamente podría utilizar una muestra muy grande en un área pequeña y una muestra muy pequeña en un área muy grande. Sin embargo en el muestreo estadístico se incurre en costos elevados al tener que entrenar al personal de auditoría en el uso de la Estadística y en el diseño e implementación del plan de muestreo.

Los pasos que un Auditor sigue en el uso del muestreo son los siguientes:

- a) Determina el objetivo de la prueba
- b) Determinar los procedimientos para satisfacer el objetivo
- c) ¿Qué tantas partidas se van a examinar?
- d) Tipo de muestreo a utilizar:
  - d.1 Si se utilizara el muestreo estadístico se efectúa lo siguiente:
    - Determinar el tamaño de la muestra reconociendo factores relevantes
    - Seleccionar al azar la muestra representativa
    - Aplicar los procedimientos de auditoría
    - Evaluar los resultados de la prueba estadística
    - Documentar conclusiones determinando el efecto sobre las pruebas de auditoría.

d.2 Si se utilizara el muestreo no estadístico se efectúa lo siguiente:

- Aplicar el juicio o buen criterio para determinar el tamaño de la muestra, reconociendo factores relevantes
- Aplicando el criterio seleccionar una muestra representativa
- Aplicar los procedimientos de auditoría
- Evaluar los resultados aplicando el buen juicio
- Documentar conclusiones determinando el efecto sobre las pruebas de auditoría

✚ Condiciones par uso del Muestreo Estadístico:

- Masividad o numerosidad del universo
- Homogeneidad o uniformidad del universo
- Selección de la muestra al azar

✚ Muestreo de Atributos en las Pruebas de Cumplimiento:

Generalmente se utiliza solo si existe una pista de evidencia documentaria de que se llevan a cabo los procedimientos de control. Los pasos dentro del muestreo de atributos son los siguientes:

- Determinar los objetivos del plan: El objetivo general de las pruebas de cumplimiento consiste en determinar si los procedimientos de control establecidos se están aplicando y operando como lo planificado.
- Especificar los atributos de interés: Basándose en su conocimiento sobre el sistema de control interno, el auditor debe se capaz de identificar atributos que indican que se está cumpliendo con el procedimiento de control.
- Definir el universo: En las pruebas de cumplimiento el universo esta constituido por la clase de transacciones que se están sometiendo a prueba.



- Determinar el tamaño de la muestra: El objetivo en determinar el tamaño de la muestra, es obtener una que satisfaga los objetivos estadísticos deseados para cada procedimiento de control. Los factores que afectan la determinación del tamaño de la muestra son:
  - Determinar el tamaño del universo
  - Decidir el grado de precisión deseado
  - Estimar la tasa de error esperada
  - Decidir el nivel de confianza
  
- Determinar el método de selección de la muestra: Una vez que se haya determinado el tamaño de la muestra, deberá escogerse un método para seleccionar las partidas a muestrear, los principales métodos utilizados son:
  - Muestreo de Números Aleatorios
  - Muestreo de Números Sistemático
  
- Ejecutar el plan de muestreo: Después de que el plan de muestreo haya sido diseñado, las partidas muestreadas son seleccionadas y examinadas para determinar la naturaleza y frecuencia de sucesos de desviaciones de los procedimientos de control establecidos.
  
- Evaluar los resultados de la muestra: Las desviaciones descubiertas en la muestra deberán ser tabuladas, resumidas y evaluadas, requiriendo del criterio profesional que conduzca a una conclusión general.

Ejemplo de descripción de los atributos:

Prueba: Compras

- a) Existen cotizaciones previas
- b) Se emite orden de compra
- c) Se autoriza la orden de compra
- d) Se emite nota de recepción
- e) Existe concordancia entre la orden de compra, la nota de recepción y la factura del proveedor
- f) Distribución y registro contable adecuado
- g) Autorización de pago
- h) Cancelación de documentos

Prueba: Ventas

- a) Verificación de que el cliente existe
- b) Autorización límites de crédito
- c) Autorización precio de venta
- d) Emisión lista de despacho
- e) Emisión guías de transporte
- f) Concordancia entre pedido, factura, lista de despacho y guía de transporte
- g) Distribución y registro contable adecuado
- h) Conciliación entre facturas originales pendientes de pago y el registro auxiliar de cuentas por cobrar

🚩 Nivel de Confianza: Es el porcentaje de probabilidad que las partidas extraídas de una muestra son representativas del universo, así un nivel de confianza del 90% significa que hay 90 oportunidades sobre 100 de que la muestra sea representativa del universo y 10 que no lo sea.

- ✚ Porcentaje de Error Esperado o Tasa de Ocurrencia: Es el porcentaje de error que el auditor cree que se encontrará como resultado de una prueba, para estimar la tasa de error esperada el auditor podrá guiarse por los resultados de una auditoría previa, por un estudio preliminar o por una pequeña prueba piloto de transacciones, la cual puede incorporarse después a la prueba completa.
- ✚ Precisión: Es la amplitud (expresada generalmente como más o menos un porcentaje dado) dentro de la cual debe estar comprendida la respuesta verdadera sobre las características de la población en estudio (por ejemplo los errores) con un nivel de confianza específico, de esta manera, si el auditor afirma que la tasa de error proyectada es del 5% más o menos una precisión del 2% esto significa que la tasa de error en la población debe estar en un intervalo de confianza del 3% a 7%, lo que significa que el error en la población puede ser tan bajo como el 3% o tan alto como el 7%.

5%	error	5%
(-) 2%	precisión	(+)2%

- ✚ Ejemplo de cómo se desarrolla el Muestreo en Auditoría:

La Empresa Ciencias Contables, S.A. le ha nombrado a usted para que haga el examen del rubro de clientes al 31 de diciembre de 2004. La empresa se dedica a preparar a los jóvenes para obtener el título de Contadores Públicos y Auditores y prestar sus servicios tanto a la empresa privada como a la pública y en los últimos 10 años ha crecido mucho, por lo que para evaluar el control interno en el área de inscripciones (cuentas por cobrar) que es el área de la auditoría que usted debe examinar, usted ha decidido utilizar el muestreo estadístico.

De acuerdo con la información recabada, las inscripciones aproximadas en el año son de 5,000 estudiantes por mes y durante el ejercicio que terminó el 31 de

diciembre de 2004 se emitieron los carnés del 2004-36051 al 2004-91050 (para fines del examen no tome en cuenta el año del carné)

Los parámetros que se utilizarán en el muestreo estadístico son:

Nivel de confianza	95%
Tasa de error	5%
Precisión	+/- 1

Los atributos que se ha decidido buscar mediante la inspección de documentos son los siguientes:

- a) Que los estudiantes inscritos se encuentren trabajando
- b) Que ganen por lo menos Q2,000.00 mensuales, para poder darles el crédito
- c) Que presenten carta de la empresa donde laboran donde se responsabilicen por el pago mensual a la empresa
- d) Que todos los estudiantes hayan obtenido su carné de identificación.

Se decidió establecer como ruta para la localización de los carnés a examinar: línea 5 de la columna 8, según tabla No.1 de Random Digits.

Después de haber tabulado la información, se encontraron las siguientes excepciones:

En 56 casos el estudiante no se encuentra trabajando

En 25 ganan menos de Q2,000.00

En 80 casos la empresa no se responsabiliza del pago a la Escuela

En 70 casos no tenían carné de identificación

Se le pide: Efectuar el examen y determinar los primeros 10 carné a examinar.

✚ Resolución:

Empresa Ciencias Contables, S.A.  
Cuentas por Cobrar  
Prueba de Inscripciones y Cobros  
Planeación

1) Objetivo de la prueba:

Evaluar el Control Interno del área de inscripciones y cobros de la empresa

2) Determinación del método de muestreo:

Se utilizará el muestreo estadístico de atributos, utilizando las tablas de Random Digest.

3) Calcular Amplitud de la muestra:

Nivel de confianza 95%

Tasa de error 5%

Precisión +/- 1

4) Calculó del universo:

Real =  $91050 - 36051 = 54,999$

Estimado 5000 estudiante x 12 meses = 60,000

Usado según tabla Random Digest 2c = 50,000

Se utilizó la tabla 2c porque es la que cumple con el 95% de confianza y un 5% de error, se toma el 50,000 debido a que es el valor que más se aproxima a nuestro universo real.

5) Intervalo de confianza en línea 50,000

Tasa de error +/- precisión

$5 \pm 1 = 4 - 6$  los intervalos se encuentran en un mínimo de 4 y un máximo de 6.

6) Determinación del tamaño de la muestra

(Tabla 2c) para un universo de 50,000 con una precisión de +/- 1% es de 1760 números de carnés.

7) Localización de las Partidas a Examinar

Método de números aleatorios tabla 1 de Random Digest, partir de la línea 5, columna 8 hacia abajo al terminar la columna seguir con la siguiente hacia la derecha:

Los carnés seleccionados son

70,659	81,056
56,869	61,280
84,738	81,536
62,300	61,362
72,695	63,904

**CIENCIAS CONTABLES, S.A.**  
**HOJA DE EVALUACIÓN PRIMER MUESTREO ESTADISTICO**  
**PRUEBA DE COMPRAS**

Atributos	No. Oport De la muestra	Esti. Tamaño del universo real	Número de excepciones	Tasa de error real	Tasa de error sobre el nivel de confianza	Aceptable o no Aceptable
Que los estudiantes trabajen	1800	50,000	56	$3.18 = 3$	2.4 – 3.8	No
Que no ganen menos de Q2,000.00	1800	50,000	25	$1.42 = 1$	0.6 – 1.5	No
Que presenten carta de responsabilidad	1800	50,000	80	$4.54 = 5$	4.1 – 6	Si
Que todos tengan carné	1800	50,000	70	$3.97 = 4$	3.2 – 4.9	No

Conclusión:

Atributos 1,2 y 4 no alcanzaron la estimación o intervalo calculado al inicio.

Recomendación:

Ampliar la prueba.

Como se puede observar es diferente el procedimiento que se utiliza en la auditoría debido a que conlleva más procedimientos para analizar determinado rubro de los estados financieros, para obtener la muestra en Auditoría se utiliza la tabla No. 1 y en Estadística la tabla número 3 de Random Digest, adicionalmente a ello se utiliza la tabla número 2 para determinar el tamaño de la muestra y la tabla número 6 para determinar el porcentaje de error actual.



## CAPÍTULO III

### SERIES CRONOLÓGICAS

#### 3.1 DEFINICIÓN

Llamadas también series de tiempo y es un conjunto de observaciones obtenidas de una misma variable durante un período de tiempo. La importancia de su análisis radica, porque contando con datos pasados permite realizar un pronóstico confiable de la actividad futura, y tomar decisiones anticipadas. Las series pueden ser negativas o positivas en su comportamiento. A continuación se enumeran algunas definiciones:

- ✚ “Se define una serie temporal (también denominada histórica, cronológica o de tiempo) como un conjunto de datos, correspondientes a un fenómeno económico, ordenados en el tiempo.” (10:62)
- ✚ “Denominada también *Serie de Tiempo*, es la formada por un conjunto de observaciones hechas en momentos determinados, con arreglo a alguna unidad de tiempo. Para construir una serie de tiempo basta con expresar los resultados de las observaciones efectuadas y las fechas correspondientes.” (2:352)
- ✚ “Son conjuntos de observaciones obtenidas durante un período de tiempo. Hay razones para afirmar que las series dependen del tiempo, por ello es necesario evaluar la naturaleza de esa dependencia.” (7)
- ✚ “Las series cronológicas o series de tiempo son distribuciones de pares (X,Y) en los cuales X corresponde a la variable tiempo que se expresa en períodos

que pueden ser años, meses, semanas, días y otra unidad adecuada al problema que se esté trabajando, pero regularmente se trabaja con años.”

(14:13)

✚ “Una serie temporal es un conjunto de observaciones ordenadas en el tiempo o también, la evolución de un fenómeno o variable a lo largo de él. Esta variable puede ser económica (ventas de una empresa, consumo de cierto producto, evolución de los tipos de interés,...), física (evolución del caudal de un río, de la temperatura de una región, etc.) o social (número de habitantes de un país, número de alumnos matriculados en ciertos estudios, votos a un partido,...) física (evolución del caudal de un río, de la temperatura de una región, etc.) o social (número de habitantes de un país, número de alumnos matriculados en ciertos estudios, votos a un partido,..)” (23)

### 3.2 COMPONENTES BÁSICOS DE LAS SERIES CRONOLÓGICAS

Estos elementos se han puesto de manifiesto en la observación de muchos ejemplos de series de tiempo, que han revelado ciertos movimientos o variaciones características. La experiencia ha revelado que todas o algunas de estas variaciones se presentan siempre en las series de tiempo, en mayor o menor grado.

Reciben estas variaciones el nombre de componentes de la serie, y pueden clasificarse en las cuatro siguientes:

- a) Movimiento Cíclico
- b) Variación Estacional

- c) Tendencia Secular; y
- d) Movimientos Irregulares.

### 3.2.1 MOVIMIENTO CÍCLICO

También llamado fluctuaciones cíclicas o variaciones cíclicas. Representan movimientos de tipo periódico más largo que las estacionales y representan como oscilaciones de larga duración alrededor de la línea de tendencia. Estos ciclos pueden ser o no periódicos, pero siempre con intervalos superiores al año, superpuestos a la tendencia.

### 3.2.2 VARIACIONES ESTACIONALES

También llamado fluctuaciones estacionales, son los movimientos de tipo periódico, más o menos regular, cuyas oscilaciones de ascenso y descenso aparecen con periodicidad, generalmente anual.

### 3.2.3 TENDENCIA SECULAR

Es la dirección general del movimiento de la serie, apreciable en un período suficientemente largo. También se le llama tendencia general o tendencia secular. Son movimientos seculares o variaciones que se observan en largos períodos de tiempo; la gráfica de la tendencia suele ser una curva suave y aun una línea recta que muestra la tendencia de las variaciones.

### 3.2.4 MOVIMIENTOS IRREGULARES

Son movimientos esporádicos que proceden de acontecimientos inesperados de carácter excepcional, como huelgas, terremotos, incendios, etc. Estas circunstancias pueden influir sobre el movimiento de la variable, y hacen que se aparte del valor que alcanzaría si sólo actuarán sobre ella las fuerzas regulares.

### 3.3 CARACTERÍSTICAS DE LAS SERIES CRONOLÓGICAS

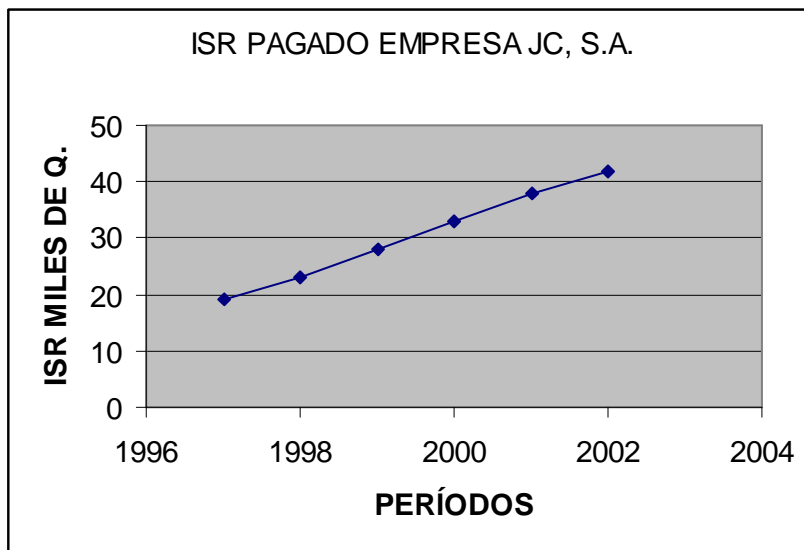
- ✚ Permite hacer proyecciones sobre algún fenómeno económico o industrial tomando como base hechos históricos o pasados.
- ✚ Están conformadas por cuatro componentes básicos que son: Movimiento Cíclico, Variación Estacional, Tendencia Secular; y Movimientos Irregulares.
- ✚ Los datos reales son sustituidos mediante el ajuste de una función lineal.
- ✚ Las series cronológicas nos ayudan a explicar una variable a partir de su pasado histórico.
- ✚ Se analiza una serie temporal, de la que se dispone de datos en períodos regulares de tiempo, para conocer su patrón de comportamiento, para prever la evolución futura, siempre bajo el supuesto de que las condiciones no cambiarán respecto a las actuales y pasadas.

### 3.4 ILUSTRACIÓN GRÁFICA

Para el análisis de una serie de tiempo es necesario, conocer si los datos se han dado en condiciones normales en cada período, porque puede ser que en un período alguna situación haya variado, e este caso debe omitirse para medir cuantitativamente el crecimiento y poder pronosticar en mejor forma. A continuación se muestra un ejemplo de cómo se gráfica una serie de tiempo.

El impuesto sobre la renta pagado por la Empresa JC, S. A., en los últimos años fue el siguiente:

AÑOS	1997	1998	1999	2000	2001	2002
ISR (Miles de Q.)	19	23	28	33	38	42



Como se observa en la gráfica la tendencia lineal demuestra una tendencia positiva ya que la línea recta tiende a ser creciente.

### 3.5 MÉTODO DE ECUACIÓN NORMAL

También llamado método largo, aquí el origen estará siempre en el primer año no importando si la serie es par o impar. Para ello se tiene que despejar la ecuación calculada o ecuación lineal que es:

$$Y_c = a + bx$$

Donde:

$Y_c$  = Valores calculados

$a$  = Ordenada en el origen

$b$  = (Pendiente) Variación de los valores de  $y$  por cada unidad que varia "x"

$x$  = Años

**NOTA:** Las fórmulas utilizadas en las resoluciones de los problemas son las utilizadas en el curso de Estadística I de la Escuela de Auditoría de la Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de San Carlos de Guatemala.

Dicha ecuación se despeja por medio de las ecuaciones normales siguientes:

$$\begin{aligned}\sum y &= n \cdot a + \sum x \cdot b \\ \sum xy &= \sum X \cdot a + \sum x^2 \cdot b\end{aligned}$$

Ejemplo:

Al efectuar una auditoría se quiere saber, que impuesto estimado debe pagar La Empresa Traveler, S. A. para los años 2003 y 2004, además trasladar el origen de la ecuación para el año 2000 y calcular las ventas para el año 2005 utilizando el método de ecuaciones normales o método largo o con origen el primer año, para lo cual le proporciona la siguiente información en miles de quetzales:

<b>Años</b>	<b>ISR pagado</b>
1998	102.20
1999	90.80
2000	110.40
2001	112.60
2002	115.00

Se deben obtener los datos para despejar las ecuaciones normales que se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}\sum y &= n.a + \sum x .b \\ \sum xy &= \sum X .a + \sum x.b\end{aligned}$$

Para ello se colocan en columna los datos de los años y del ISR pagado que constituye la letra “y”, la “x” es el valor que se le da al año que según este método empieza en 0 y se le va adicionando una unidad ya que el tiempo se calcula en años para el presente ejemplo. A continuación se muestran los cálculos que se deben efectuar para despejar las ecuaciones normales:

Años	X	$\bar{Y}$ ISR pagado	XY	$X^2$
1998	0	102.20	-	0
1999	1	90.80	90.80	1
2000	2	110.40	220.80	4
2001	3	112.60	337.80	9
2002	4	115.00	460.00	16
	10	531.00	1,109.40	30

Como se había mencionado anteriormente en este método el origen esta en el primer año por ello al año 1998 se le coloca el número 0 y luego se adiciona 1 para el siguiente año y así sucesivamente. La letra Y como se observa en la tabla donde se efectuaron los cálculos, lo constituye la información que proporcionó la empresa, para este caso el ISR, también se necesita la sumatoria de la multiplicación de XY y de X al cuadrado.

Después de tener todos los datos calculados, se procede a sustituirlos en las ecuaciones normales y únicamente deben quedar por despejar las incógnitas “a” y “b”, “n” es el número de años que nos es proporcionado para este ejemplo es 5.

Quedando de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} 531.0 &= 5(a) + 10(b) \\ 1109.4 &= 10(a) + 30(b) \end{aligned}$$

Como se tiene aún dos incógnitas por despejar y solamente debemos dejar una ya sea la “a” o la “b”, en este caso se procederá a eliminar la incógnita “a” y se despejará la “b” para averiguar cual es su valor. Para ello dividimos el valor de la



sumatoria de X dentro de n ó sea 10 dividido 5 que es igual a 2 y se le coloca un signo negativo para poder anular el valor de “a”, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 531.0 &= 5(a) + 10(b) && (-2) \\ 1109.4 &= 10(a) + 30(b) \end{aligned}$$

Los nuevos valores de la primera y segunda ecuación serán:

$$\begin{aligned} -1062 &= -10a - 20b \\ 1109.4 &= 10a + 30b \end{aligned}$$

El siguiente paso es despejar la incógnita “b”:

$$\begin{array}{r} -1062 = -10a - 20b \\ 1109.4 = 10a + 30b \\ \hline 47.4 = 10b \\ \\ \frac{47.4}{10} = b \\ \\ \frac{47.4}{10} = 4.74 \end{array}$$

Al despejar las ecuaciones el valor de “b” es igual a 4.74. Ya conociendo el valor de la incógnita “b” con cualquiera de las dos ecuaciones originales se procede a despejar la incógnita “a”. En el presente ejemplo se despejará la primera.

$$531 = 5(a) + 10(b)$$

$$531 = 5a + 10(4.74)$$

$$531 = 5a + 47.4$$

$$531 - 47.4 = 5a$$

$$\frac{483.6}{5} = a$$

$$96.72 = a$$

Lo que procede ahora es calcular el impuesto sobre la renta para los años 2003 y 2004 para ello se utiliza la ecuación de la Y calculada que se indicó al inicio y se sustituyen las incógnitas de la ecuación con los datos encontrados de a y b, la única incógnita que quedará en la fórmula será la x que se sustituye con el número que le corresponda a los años 2003 y 2004 según el método que para este caso es de 5 y 6.

<b>Años</b>	<b>X</b>
1998	0
1999	1
2000	2
2001	3
2002	4
2003	5
2004	6

$$Y_c = a + b x$$

$$2003 \quad Y_c = 96.72 + 4.74 (5) = 120.42$$

$$2004 \quad Y_c = 96.72 + 4.74 (6) = 125.16$$

Al efectuar el análisis de la ecuación:  $Y_c = 96.72 + 4.74 (x)$

$a = 96.72$  es el origen y  $b = 4.74$  es el parámetro creciente anual porque es positivo, lo anterior significa que el impuesto para los siguientes años ira en aumento. El impuesto para el año 2003 es de Q120.42 y para el 2004 de Q125.16.

Ahora se procederá a trasladar el origen de la ecuación al año 2000, esto es modificar el valor del coeficiente de regresión "a", el valor de "b" continua igual, y se obtiene una nueva ecuación. Se identifica el valor de "x" que le corresponde al origen requerido en el cuadro de cálculo para el año 2000 es 2 y posteriormente calcular el impuesto para el año 2005.

<b>Años</b>	<b>X</b>	
1998	0	
1999	1	
2000	2	0
2001	3	1
2002	4	2

Al trasladar el origen al año 2000 en este se coloca el número 0 y a partir de el se empieza a contar de 1 en 1 en forma anual. El siguiente paso es determinar la ecuación lineal, cambiando el origen de la ecuación como se explicó en el párrafo anterior.

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_{2000} = 96.72 + 4.74 (2)$$

$$Y_{2000} = 106.20$$

Lo que se solicitó fue la ecuación no el ISR, entonces primero se despeja la ecuación y al obtener el resultado de Y2000 este valor sustituye al factor “a” en la nueva ecuación y el valor de “b” únicamente se copia ya que es el mismo. La nueva ecuación queda así:

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_c = 106.20 + 4.74 (x)$$

El siguiente paso es buscar el impuesto para el año 2005, con la nueva ecuación lineal obtenida.

<b>Años</b>	<b>X</b>	<b>Nueva X</b>	
1998	0		→ origen año 2000
1999	1		
2000	2	0	
2001	3	1	
2002	4	2	
2003		3	
2004		4	
2005		5	

El valor que le corresponde a “x” 2005 es el 5.

$$Y_c = a + b x$$

$$2005 \quad Y_c = 106.20 + 4.74 (5)$$

$$2005 \quad Y_c = 129.90$$

R/ El valor del impuesto para el año 2005 es de Q129.90.

*En este método se aplica el mismo procedimiento cuando la serie es par.*

### 3.6 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

También llamado método corto, aquí el origen estará siempre en el centro de la serie de tiempo. Para ello se tiene que despejar al igual que en el método anterior la ecuación calculada o ecuación lineal que es:  $Y_c = a + bx$ .

**NOTA:** Todas las fórmulas utilizadas en las resoluciones de los problemas son las utilizadas en el curso de Estadística I de la Escuela de Auditoría de la Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de San Carlos de Guatemala.

En este método el valor de “a” y “b” se hallan inmediatamente con las expresiones, utilizando las siguientes fórmulas.

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum X^2}$$

Se utilizarán los mismos datos que en el Método Largo, esto con el fin de que se observe que aunque se utilice diferente método el resultado que se obtiene en los dos casos para el ISR de los años 2003 y 2004 es el mismo.

Ejemplo:

Al efectuar una auditoría se quiere saber, que impuesto estimado debe pagar La Empresa Traveler, S. A. para los años 2003 y 2004, utilizando el método de mínimos cuadrados o con origen en el año central, para lo cual le proporciona la siguiente información en miles de quetzales:

<b>Años</b>	<b>ISR pagado</b>
1998	102.20
1999	90.80
2000	110.40
2001	112.60
2002	115.00

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum X^2}$$

El primer paso es obtener los datos para despejar las fórmulas que se indicaron anteriormente, efectuando los cálculos que se muestran a continuación de la siguiente forma:

En este caso para definir el valor de "x" se toma el año central, que en este caso es el año 2000, debido a que el número de años es impar, y de allí se empieza a contar hacia el primer año de 1 en 1 colocándole un signo negativo y del origen para el último año también de 1 en 1 con signo positivo.

Años	X	$\bar{Y}$ ISR pagado	XY	$X^2$
1998	-2	102.20	(204.40)	4
1999	-1	90.80	(90.80)	1
2000	0	110.40	-	0
2001	1	112.60	112.60	1
2002	2	115.00	230.00	4
		<u>531.00</u>	<u>47.40</u>	<u>10</u>

Teniendo ahora los datos necesarios para despejar los valores de las incógnitas

“a” y “b” se procede a despejar las fórmulas:

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$a = \frac{531}{5}$$

$$a = 106.20$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum X^2}$$

$$b = \frac{47.4}{10}$$

$$b = 4.74$$

Teniendo ahora los valores de a y b se procede a calcular el impuesto para los años 2003 y 2004, con la formula de la ecuación lineal.

$$Y_c = a + b x$$

Ahora se debe averiguar el valor que le corresponde a "x" para los años 2003 y 2004 en la serie de tiempo:

<b>Años</b>	<b>X</b>
1998	-2
1999	-1
2000	0
2001	1
2002	2
2003	3
2004	4

Como se puede observar le corresponde a "x" un valor de 3 y 4 para los años 2003 y 2004 respectivamente. Ahora se procede a sustituir los valores en la fórmula de la ecuación lineal:

$$Y_c = a + b x$$

$$2003 \quad Y_c = 106.20 + 4.74 (3) = 120.42$$

$$2004 \quad Y_c = 106.20 + 4.74 (4) = 125.16$$

R/ El impuesto para los años 2003 y 2004 es de Q120.42 y Q125.16 respectivamente.

Se puede observar que es el mismo resultado que se obtuvo con el Método Largo o de Ecuaciones Normales, aunque el valor de "a" no sea el mismo.



Al efectuar el análisis de la ecuación:  $Y_c = 106.20 + 4.74 (x)$

$a = 106.20$  es el origen y  $b = 4.74$  es el parámetro creciente anual porque es positivo.

**NOTA:** Ahora se tiene un caso en el que la serie de datos es par ya que en este método si cambia la forma de asignarle valores a “x” como se verá a continuación.

Ejemplo 2.

La empresa Gold, S.A. que pertenece al grupo de medianas empresas existentes en nuestro país, le contrata a usted como asesor económico para que le haga un análisis de sus ventas y estime las ventas que podría obtener la empresa para los años 2003 y 2004, adicionalmente traslade el origen de la ecuación para el año 1999 y estime las ventas para el año 2004, para ello le da la siguiente información:

<u>Años</u>	<u>Ventas</u>
1997	93.66
1998	102.20
1999	90.80
2000	110.40
2001	112.60
2002	115.66

Ahora se procede a calcular los datos para la resolución del problema.

Años	X	<u>Y</u> Ventas	XY	X <sup>2</sup>
1997	-5	93.66	(468.30)	25
1998	-3	102.20	(306.60)	9
1999	-1	90.80	(90.80)	1
	0			
2000	1	110.40	110.40	1
2001	3	112.60	337.80	9
2002	5	115.66	578.30	25
		<u>625.32</u>	<u>160.80</u>	<u>70</u>

Aquí se trabaja con semestres para calcular el valor de “x” punto de partida (origen): 31 de Diciembre de 1999 ó 1 de Enero de 2000. Las cuentas se hacen así:

Del 31/12/99 al 30/06/00 → 1 semestre  
Del 01/07/00 al 30/06/01 → 2 semestres  
total → 3 semestres  
Del 01/07/01 al 30/06/02 → 2 semestres  
total → 5 semestres

Y así sucesivamente, ahora se procede a determinar la ecuación lineal de tendencia.

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$a = \frac{625.32}{6}$$

$$a = 104.22$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum X^2}$$

$$b = \frac{160.80}{70}$$

$$b = 2.29714$$

<b>Años</b>	<b>X</b>
1997	-5
1998	-3
1999	-1
	0
2000	1
2001	3
2002	5
2003	7
2004	9

Como se puede observar el valor de “x” para el año 2003 es de 7 y para el 2004 de 9.

$$Y_c = a + b x$$

$$2003 \quad Y_c = 104.22 + 2.2971 (7) = 120.30$$

$$2004 \quad Y_c = 104.22 + 2.2971 (9) = 124.89$$

R/ El impuesto para el año 2003 es de Q120.30 y para el 2004 de Q124.89.

Luego de haber obtenido las ventas para los años 2003 y 2004 se procede a trasladar el origen de la ecuación al año 1999 y estimar las ventas para el año 2004. Lo primero es trasladar el origen de la ecuación al año 1999

<b>Años</b>	<b>X</b>	
1997	-5	
1998	-3	
1999	-1	0
2000	1	2
2001	3	4
2002	5	6

Ahora se procede a calcular la nueva ecuación lineal

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_{1999} = 104.22 + 2.2971 (-1)$$

$$Y_{1999} = 101.92$$

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_c = 101.92 + 2.2971 (x)$$

Ya teniendo la nueva ecuación se calculan las ventas para el año 2004 con la nueva ecuación.

<u>Años</u>	<u>X</u>	<u>Nueva</u> <u>X</u>	→ origen año 1999
1997	-5		
1998	-3		
1999	-1	0	
2000	1	2	
2001	3	4	
2002	5	6	
2003		8	
2004		10	

$$Y_c = a + b x$$

$$2004 \quad Y_c = 101.92 + 2.2971 (10)$$

$$2004 \quad Y_c = 124.89$$

Como se observa da el mismo resultado que calcularlo con origen en el centro de la serie temporal.

### 3.7 APLICACIÓN DE LAS SERIES CRONOLÓGICAS POR PARTE DEL C.P.A.

Se ha dicho de muchas maneras diferentes que el futuro es de quienes mejor se preparan para el mismo. Por ello el Contador Público y Auditor utiliza estos métodos para hacer predicciones en los negocios y en la economía. Naturalmente, la planificación empresarial no es un fin es sí mismo, pero la planificación organizada, que utiliza diversas técnicas estadísticas (concebidas para justipreciar la actuación del pasado y estimar los éxitos o fracasos de las estrategias propuestas) parece tener todo a su favor.

Además del atractivo que tiene para la intuición directa, están las constancias de las realizaciones de muchas empresas con éxito que tratan la planificación como actividad organizada y analizan exhaustivamente los muchos factores que intervienen en decisiones de planificación. La estrategia del mercado se planea a menudo con gran detalle con varios años de anticipación, pero con suficiente flexibilidad prevista para seguir cualesquiera modificaciones que puedan exigir las condiciones del mercado. La estrategia financiera también se planea cuidadosamente, de tal modo que los planes de operación se puedan realizar manteniendo un equilibrio adecuado entre los beneficios que se distribuyen y los beneficios que se retienen para las necesidades de crecimiento en el futuro. Muchas compañías industriales tratan de hacer más eficaces sus planes a largo plazo (a más de un año, por ejemplo) eligiendo proyectos de 10 o más años sobre ventas, beneficios, necesidades financieras, etc. Para todos sus grupos de producción principales. Ninguna planificación inteligente de necesidades futuras de materias primas y de facilidad de producción, por ejemplo, puede hacerse sin predicciones de variables tan fundamentales como la demanda de producción o de servicios, costos de producción y restricciones de capacidad.

Las predicciones del tipo en que interviene la explicación de sucesos que ocurrirán en un tiempo futuro se llaman previsiones y el proceso de llegar a tales explicaciones es la previsión. Hay diversas maneras de prever los valores futuros de variables económicas, incluso los llamados métodos intrínsecos en los que los valores futuros de las variables se predicen por sus valores pasados. Una técnica

estadística importante dentro de estos métodos es el análisis de las series cronológicas.

El análisis de las series cronológicas es de gran importancia para el buen manejo de los negocios. A nivel gerencial, con base en la información estadística se hacen proyecciones sobre la actividad futura del negocio, suponiendo estables las condiciones y variaciones mercantiles registradas hasta la fecha. Después, con base en esa situación ideal, suponen ciertas modificaciones y se investiga el comportamiento de los negocios bajo la influencia de ellas; por ejemplo, en la proyección de ventas se calculan los posibles precios, la reacción del comprador ante los nuevos modelos, la influencia de las posibles variaciones introducidas por la competencia, etc.

Una rama en la que el Contador Público y Auditor utiliza mucho las series cronológicas es en las Finanzas en el área de presupuestos para efectuar proyecciones de ventas a través del sistema de la Y calculada.

## CAPÍTULO IV

### NÚMEROS ÍNDICES

#### 4.1 DEFINICIÓN

En distintas actividades económicas o sociales se pueden realizar mediciones a muchos conceptos algunos se pueden medir fácilmente como, el porcentaje de personas que posee vehículo, el porcentaje de clientes que visitan determinado comercio, porque son susceptibles de medición directa.

Sin embargo hay otros conceptos que no son susceptibles de medición directa, siendo necesario aplicar métodos estadísticos que lleven a resultados confiables para la toma de decisiones a estos indicadores estadísticos se les conoce como números índices, a continuación se enumeran algunas definiciones:

- ✚ “Los números índices son series de números que miden los cambios relativos de las variables o grupos de variables en el tiempo o en el espacio. Con respecto a una base en el tiempo se establece generalmente un año, pero puede ser un mes, una semana o un día. En el caso de una base espacial, puede ser una región, un país o una ciudad.” (13:123)
- ✚ Los números índices son medidas que indican algo, por lo general en cuanto han variado ciertas cosas o bien cómo se comparan entre sí.
- ✚ Un número índice es una medida estadística diseñada para poner de relieve cambios en una variable o en un grupo de variables relacionadas con respecto al tiempo, situación Geográfica, ingresos o cualquier otra característica.



- ✚ Un número índice es una medida estadística que tiene por fin indicar los movimientos relativos de los datos, con respecto generalmente al tiempo u otra característica.
- ✚ Un número índice puede definirse como una medida estadística que nos proporciona la variación relativa de una magnitud (simple o compleja) a lo largo del tiempo o el espacio.

#### 4.2 SIGNIFICADO Y USO DE LOS NÚMEROS ÍNDICES

Un número índice es una medida estadística diseñada para poner de relieve cambios en una variable o en un grupo de variables relacionadas con respecto al tiempo, situación geográfica, ingresos o cualquier otra característica.

Una colección de números índices para diferentes años, lugares, etc., se le llama a veces una serie de índices.

Los números índices se utilizan para hacer comparaciones, por ejemplo, con números índices podemos comparar los costos de alimentación o de otros servicios de una determinada región durante un año con los del año anterior.

La mayoría de gobiernos o agencias privadas, se ocupan de elaborar números índices con el propósito de predecir condiciones económicas tales como índices de producción, salariales y otras.

#### 4.3 PROCEDIMIENTOS PARA DETERMINAR LOS NÚMEROS ÍNDICES

- ✚ El año seleccionado como base debe ser lo más normal, es decir que no deben haber ocurrido fenómenos extraordinarios como catástrofes naturales o crisis sociales, sino el año más normal posible.
- ✚ Cercano en el tiempo. El período que se tome como base debe pertenecer a la misma serie de los otros índices, para que posea la comparabilidad deseada, porque el tiempo la distorsiona.
- ✚ Preferentemente el período que se tome como base haya servido también para otros índices.
- ✚ Los datos del período que se tomen como base deben ser los más confiables y precisos posibles.

#### 4.4 NÚMEROS ÍNDICES SIMPLES

Aunque los índices simples son más fáciles de configurar, porque no requieren de cantidades adicionales para calcularlos, como las cantidades producidas o consumidas en un período determinado, por ejemplo: los índices de precios sólo requieren los precios al por mayor o al por menor para establecerlos, son poco utilizados, se depende con mayor frecuencia de los índices ponderados, porque poseen mayor consistencia y confiabilidad que los simples.

**NOTA:** las fórmulas utilizadas se tomaron del curso de Estadística I, impartido en la Escuela de Auditoría, Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

Las fórmulas para su cálculo son las siguientes:

Índice relativo de precios

$$P_{n/o} = \frac{P_n}{P_o} \times 100$$

Índice relativo de cantidades

$$q_{n/o} = \frac{q_n}{q_o} \times 100$$

Índice relativo de valores

$$V_{n/o} = \frac{P_n \cdot q_n}{P_o \cdot q_o} \times 100$$

Índice agregativo de precios

$$P_{n/o} = \frac{\sum P_n}{\sum p_o} \times 100$$

Índice agregativo de cantidades

$$q_{n/o} = \frac{\sum q_n}{\sum q_o} \times 100$$

Índice agregativo de valores

$$V_{n/o} = \frac{\sum P_n \cdot q_n}{\sum P_o \cdot q_o} \times 100$$

Índice promedio simple de precios

$$\frac{\sum (P_n/P_o)}{n} \times 100$$

Índice promedio simple de cantidades

$$\frac{\sum (q_n/q_o)}{n} \times 100$$

### **SIMBOLOGÍA**

$P_n$  = Precio de un artículo del año que se compara

$P_o$  = Precio de un artículo del año base

$q_n$  = Cantidad de un artículo del año que se compara

$q_o$  = Cantidad de un artículo del año base

Ejemplo del Cálculo de números índices simples:

Los precios de los siguientes artículos son como sigue en los últimos 4 años:

AÑOS	ACEITES ESENCIALES		CARNES		FRUTAS	
	precio	cantidad	precio	cantidad	precio	cantidad
1	17.94	22	7.89	15	2.24	12
2	22.26	25	11.10	18	2.27	10
3	22.87	20	11.05	16	2.31	14
4	24.53	21	11.99	11	2.29	9

Con esta información calcule los siguientes índices simples:

- a) Índice relativo de precios de cada producto del año 4 en base al año 1
- b) Índice relativo de cantidades de cada producto del año 4 en base al año 1
- c) Índice relativo de valores de cada producto del año 4 en base al año 1
- d) Índice agregativo de precios del año 4 en base al año 1
- e) Índice agregativo de cantidades del año 4 en base al año 1
- f) Índice agregativo de valores del año 4 en base al año 1
- g) Índice promedio de precios simple del año 4 en base al año 1
- h) Índice promedio de cantidades simple del año 4 en base al año 1
- a) Índice relativo de precios de cada producto del año 4 en base al año 1

	<b>P<sub>n</sub></b>	<b>P<sub>o</sub></b>
	<b>Año 4</b>	<b>Año 1</b>
<b>Aceites</b>	24.53	17.94
<b>Carnes</b>	11.99	7.89
<b>Frutas</b>	2.29	2.24

$$P_{n/o} = \frac{P_n}{P_o} \times 100$$

**Aceites**

$$P_{n/o} = \frac{24.53}{17.94} \times 100$$

$$P_{n/o} = 136.73\%$$

**Carnes**

$$P_{n/o} = \frac{11.99}{7.89} \times 100$$

$$P_{n/o} = 151.96\%$$

**Frutas**

$$P_{n/o} = \frac{2.29}{2.24} \times 100$$

$$P_{n/o} = 102.23\%$$

R/ Como se puede observar los aceites han incrementado su precio en un 36.73%, las carnes en 51.96% y las frutas en un 2.23% con respecto al año base.

b) Índice relativo de cantidades de cada producto del año 4 en base al año 1

	$q_n$ Año 4	$q_o$ Año 1
<b>Aceites</b>	21	22
<b>Carnes</b>	11	15
<b>Frutas</b>	9	12

$$q_{n/o} = \frac{q_n}{q_o} \times 100$$

**Aceites**

$$q_{n/o} = \frac{21}{22} \times 100$$

$$q_{n/o} = 95.45\%$$

**Carnes**

$$q_{n/o} = \frac{11}{15} \times 100$$

$$q_{n/o} = 73.33\%$$

**Frutas**

$$q_{n/o} = \frac{9}{12} \times 100$$

$$q_{n/o} = 75\%$$

R/ El poder adquisitivo se ha reducido para los aceites en un 4.55%, para las carnes en 26.67% y las frutas en un 25%, lo que significa que se ha reducido el poder adquisitivo del año actual con respecto al año base.

c) Índice relativo de valores de cada producto del año 4 en base al año 1

	<b>P<sub>n</sub></b> <b>Año 4</b>	<b>q<sub>n</sub></b> <b>Año 4</b>	<b>P<sub>o</sub></b> <b>Año 1</b>	<b>q<sub>o</sub></b> <b>Año 1</b>
<b>Aceites</b>	24.53	21	17.94	22
<b>Carnes</b>	11.99	11	7.89	15
<b>Frutas</b>	2.29	9	2.24	12

	<b>P<sub>n</sub>q<sub>n</sub></b>	<b>P<sub>o</sub>q<sub>o</sub></b>
<b>Aceites</b>	515.13	394.68
<b>Carnes</b>	131.89	118.35
<b>Frutas</b>	20.61	26.88

$$V_{n/o} = \frac{P_n \cdot q_n}{P_o \cdot q_o} \times 100$$



**Aceites**

$$V_{n/o} = \frac{515.13}{394.68} \times 100$$

$$V_{n/o} = 130.52\%$$

**Carnes**

$$V_{n/o} = \frac{131.89}{118.35} \times 100$$

$$V_{n/o} = 111.44\%$$

**Frutas**

$$V_{n/o} = \frac{20.61}{26.88} \times 100$$

$$V_{n/o} = 76.67\%$$

R/ Efectuando una relación de precios y cantidades se puede observar que los aceites han aumentado en 30.52%, las carnes en 11.44% y las frutas han disminuido en 23.33% con respecto al año base.

d) Índice agregativo de precios del año 4 en base al año 1

	<b>P<sub>n</sub></b> <b>Año 4</b>	<b>P<sub>o</sub></b> <b>Año 1</b>
<b>Aceites</b>	24.53	17.94
<b>Carnes</b>	11.99	7.89
<b>Frutas</b>	2.29	2.24
	<u>38.81</u>	<u>28.07</u>

$$P_{n/o} = \frac{\sum P_n}{\sum p_o} \times 100$$

$$P_{n/o} = \frac{38.81}{28.07} \times 100$$

$$P_{n/o} = 138.26\%$$

R/ Los precios de los productos se han incrementado en un 38.26%

e) Índice agregativo de cantidades del año 4 en base al año 1

	<b>q<sub>n</sub></b> <b>Año 4</b>	<b>q<sub>o</sub></b> <b>Año 1</b>
<b>Aceites</b>	21	22
<b>Carnes</b>	11	15
<b>Frutas</b>	9	12
	<u>41</u>	<u>49</u>

$$q_{n/o} = \frac{\sum q_n}{\sum q_o} \times 100$$

$$q_{n/o} = \frac{41}{49} \times 100$$

$$q_{n/o} = 83.67\%$$

R/ En el año actual las cantidades de los productos que se pueden adquirir son menores en un 16.33% con respecto al año base.

f) Índice agregativo de valores del año 4 en base al año 1

	<b>P<sub>n</sub></b> <b>Año 4</b>	<b>q<sub>n</sub></b> <b>Año 4</b>	<b>P<sub>o</sub></b> <b>Año 1</b>	<b>q<sub>o</sub></b> <b>Año 1</b>
<b>Aceites</b>	24.53	21	17.94	22
<b>Carnes</b>	11.99	11	7.89	15
<b>Frutas</b>	2.29	9	2.24	12

	<b><math>\sum P_n \cdot q_n</math></b>	<b><math>\sum P_o \cdot q_o</math></b>
<b>Aceites</b>	515.13	394.68
<b>Carnes</b>	131.89	118.35
<b>Frutas</b>	20.61	26.88
	<b>667.63</b>	<b>539.91</b>

$$V_{n/o} = \frac{\sum P_n \cdot q_n}{\sum P_o \cdot q_o} \times 100$$

$$V_{n/o} = \frac{667.63}{539.91} \times 100$$

$$V_{n/o} = 123.66\%$$

R/ El índice agregativo de valores se ha incrementado en un 23.66% con respecto al año base.

g) Índice promedio de precios simple del año 4 en base al año 1

	<b>P<sub>n</sub></b> <b>Año 4</b>	<b>P<sub>o</sub></b> <b>Año 1</b>	<b>Σ(P<sub>n</sub>/P<sub>o</sub>)</b>
<b>Aceites</b>	24.53	17.94	1.36734
<b>Carnes</b>	11.99	7.89	1.51965
<b>Frutas</b>	2.29	2.24	1.02232
			<u>3.90931</u>

$$\frac{\Sigma(P_n/P_o)}{n} \times 100$$

$$\frac{3.90931}{3} \times 100$$

$$130.31\%$$

R/ El índice promedio de precios de los productos se ha incrementado con respecto al año base en un 30.31%.

h) Índice promedio de cantidades simple del año 4 en base al año 1

	$q_n$ Año 4	$q_o$ Año 1	$\Sigma(q_n/q_o)$
<b>Aceites</b>	21	22	0.95455
<b>Carnes</b>	11	15	0.73333
<b>Frutas</b>	9	12	0.75000
			<u>2.43788</u>

$$\frac{\Sigma(q_n/q_o)}{n} \times 100$$

$$\frac{2.43788}{3} \times 100$$

81.26%

R/ El índice promedio de cantidades ha disminuido un 18.74% con respecto al año base, lo que significa que en el año actual se adquiere menor cantidad de producto.

#### 4.5 NÚMEROS ÍNDICES COMPUESTOS

Los índices simples, como acabamos de ver se refieren a la variación de una sola variable a través del tiempo. Cuando nos interese la variación de más de una serie de valores, deberemos utilizar los índices compuestos.

Estudian la variación de un conjunto de  $k$  variables temporales, son indicadores que se elaboran a partir de valores de serie de datos con la finalidad de estudiar su variación conjunta.

Cada una de las variables estará expresada en unidades normalmente distintas de las demás. Nos encontramos entonces con un conjunto de cantidades heterogéneas. Sin embargo, evitaremos este inconveniente tomando índices simples para cada variable, con lo cual, al ser éstos números abstractos nos dan los valores relativos de las magnitudes sin que influya el hecho de que éstas vengan expresadas en unidades diferentes.

De esta forma un índice complejo no es más que una combinación de índices simples referidos cada uno de ellos a una variable.

A continuación se enumera cada uno de los índices compuestos:

a) **Método de Laspeyres**

Este método se fundamenta en que pondera los precios con las cantidades del año base. Por eso Toranzos lo interpreta así: “Es el cociente entre los valores del consumo del período base, tomando en el numerador con precios del período  $t$ , y en el denominador con precios del período base; es decir, el índice es el factor por el que habría que multiplicar el valor del consumo del período para obtener el valor del consumo en el período  $t$ , suponiendo que los consumos sean los del período base en ambos períodos.

En conclusión se puede afirmar que el índice de Laspeyres incrementa los consumos, al ponderar los precios con las cantidades del período.

En la configuración y cálculo de los números índices por el método de Laspeyres se tienen las ventajas siguientes:

- ✚ Sólo son necesarias las cantidades del período base, con el cual se ponderan los precios de ese período y de los otros períodos.
- ✚ Los costos para su configuración y cálculo se reducen ostensiblemente.
- ✚ Es muy probable que los datos como son de un período seleccionado como base sean más confiables.

No obstante las ventajas anteriores se pueden determinar algunas desventajas como las siguientes:

- ✚ Distorsiona los índices al ponderar los precios con las cantidades del período base y no con los que corresponderían.
- ✚ No incentiva para que se recopilen y se procesen las cantidades producidas y consumidas de los períodos índices.

Las fórmulas para su cálculo son las siguientes:

Índice de precios de Laspeyres

$$ILP = \frac{\sum P_n \cdot q_0}{\sum P_o \cdot q_0} \times 100$$

### Índice de cantidades de Laspeyres

$$I_{Lq} = \frac{\sum q_n \cdot p_o}{\sum q_o \cdot P_o} \times 100$$

#### **SIMBOLOGÍA**

$P_n$  = Precio de un artículo del año que se compara

$P_o$  = Precio de un artículo del año base

$q_n$  = Cantidad de un artículo del año que se compara

$q_o$  = Cantidad de un artículo del año base

#### **b) Método de Paasche**

Este método se diferencia del anterior en que pondera los precios no con las cantidades del año base, sino con las de cada índice. Toranzos opina al respecto lo siguiente: “El significado concreto del índice de Paasche es, pues: cociente entre los valores del consumo del período t, con los precios del período t en el numerador y con precios del período base en el denominador”. En otras palabras, P es el factor por el que habría que multiplicar el valor del consumo a precios del período base, para obtener el valor con precios del período t, suponiendo que los consumos sean los mismos e iguales a los del período t.



“De acuerdo a lo dicho cuando se trata de consumo en general, el índice de Laspeyres da un valor aumentado, mientras que el de Paasche proporciona un valor disminuido”. (Toranzos, 1962)

En la configuración y cálculo de los números índices por el método de Paasche se pueden identificar las ventajas siguientes:

- ✚ Cada precio es ponderado con las cantidades correspondientes, por lo que el índice es más real.
- ✚ Este método proporciona índices de precios de acuerdo con las variaciones que tienen los consumos y no con cantidades fijas de un año determinado.

Sin embargo se pueden enumerar las desventajas siguientes:

- ✚ Su configuración requiere grandes esfuerzos para recopilar los datos de las cantidades producidas o consumidas.
- ✚ Es necesario esperar que concluya el período para recopilar los datos de las cantidades producidas o consumidas y calcular el índice correspondiente.

Las fórmulas utilizadas para su cálculo son las siguientes:

### Índice de precios de Paasche

$$IPP = \frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum P_o \cdot q_n} \times 100$$

### Índice de cantidades de Paasche

$$IPq = \frac{\sum q_n \cdot p_n}{\sum q_o \cdot p_n} \times 100$$

### **SIMBOLOGÍA**

$P_n$  = Precio de un artículo del año que se compara

$P_o$  = Precio de un artículo del año base

$q_n$  = Cantidad de un artículo del año que se compara

$q_o$  = Cantidad de un artículo del año base

### c) **Método de Fisher**

El profesor Fisher es uno de los investigadores estadísticos que más ha sometido a rigurosas pruebas los resultados de los números índices obtenidos por los métodos anteriores y otros. La de promedios geométricos que es la que contiene el fundamento de su método propuesto. Fisher considera que las deficiencias del método de Laspeyres se corrigen con las eficiencias del de Paasche, por eso su método es la combinación de ambos.

Las fórmulas utilizadas para su cálculo son las siguientes:

Índice de precios de Fisher

$$IPF = \sqrt{\left( \frac{\sum P_n \cdot q_o}{\sum P_o \cdot q_o} \right) \left( \frac{\sum P_n \cdot q_n}{\sum P_o \cdot q_n} \right)}$$

También se puede usar para el cálculo del índice de precios la siguiente fórmula:

$$IPF = \sqrt{ILP \times IPP}$$

Índice de cantidades de Fisher

$$IqF = \sqrt{ILq \times IPq}$$

### **SIMBOLOGÍA**

$P_n$  = Precio de un artículo del año que se compara

$P_o$  = Precio de un artículo del año base

$q_n$  = Cantidad de un artículo del año que se compara

$q_o$  = Cantidad de un artículo del año base

Como se puede observar en los tres métodos los índices de cantidades son utilizados para establecer variaciones en el tiempo o en el espacio de la producción, volúmenes de negocios, mano de obra, operaciones financieras y bancarias, etc.

En conclusión los índices de cantidades son correlativos a los índices de precios. En estos últimos se utilizan las cantidades para ponderarlos y en los primeros se ponderan con los precios.

A continuación se muestra un ejemplo con la aplicación de los tres métodos.

**Ejemplo:**

El Gerente del Restaurante Las Conchas, dispone de la información relacionada con productos alimenticios comprados (Precios en Quetzales)

Años	Mantequilla (Libras)		Leche (litros)		Huevos (Docena)	
	Cant.	Precio U.	Cant.	Precio U.	Cant.	Precio U.
2001	3.65	8.00	2.00	10.50	3.00	16.00
2002	3.60	9.70	2.50	14.50	3.00	18.00
2003	3.00	12.50	2.00	16.00	3.00	20.40

Tomado como base el año 2001, obtener para 2003 los índices siguientes:

- a) De precios de Laspeyres
- b) De cantidades de Laspeyres
- c) De precios de Paasche
- d) De cantidades de Paasche

- e) De precios de Fisher
- f) De cantidades de Fisher

Lo primero es determinar cual es el año base y el año actual

	Años	Mantequilla (Libras)		Leche (litros)		Huevos (Docena)	
		Cant.	Precio U.	Cant.	Precio U.	Cant.	Precio U.
Año base	2001	3.65	8.00	2.00	10.50	3.00	16.00
Año actual	2003	3.00	12.50	2.00	16.00	3.00	20.40

Productos	Año Base		Año Comparación	
	q <sub>o</sub> Cant.	P <sub>o</sub> Precio U.	q <sub>n</sub> Cant.	P <sub>n</sub> Precio U.
Mantequilla	3.65	8.00	3.00	12.50
Leche	2.00	10.50	2.00	16.00
Huevos	3.00	16.00	3.00	20.40

El segundo paso es efectuar todos los cálculos que serán útiles para resolver las fórmulas de cada método.

Productos	P <sub>o</sub> q <sub>o</sub>	P <sub>n</sub> q <sub>n</sub>	P <sub>o</sub> q <sub>n</sub>	P <sub>n</sub> q <sub>o</sub>
Mantequilla	29.20	37.50	24.00	45.63
Leche	21.00	32.00	21.00	32.00
Huevos	48.00	61.20	48.00	61.20
	98.20	130.70	93.00	138.83

a) Índice de precios de Laspeyres

$$ILP = \frac{\sum P_n \cdot q_o}{\sum P_o \cdot q_o} \times 100$$

$$ILP = \frac{138.83}{98.20} \times 100$$

$$ILP = 141.37\%$$

R/ Los precios según el índice de precios de Laspeyres se han incrementado 41.37%.

b) Índice de cantidades de Laspeyres

$$ILq = \frac{\sum q_n \cdot p_o}{\sum q_o \cdot p_o} \times 100$$

$$ILq = \frac{93.00}{98.20} \times 100$$

$$ILq = 94.70\%$$

R/ En el año actual se adquiere un 5.30% menos de producto que en año base.

c) Índice de precios de Paasche

$$IPP = \frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum P_o \cdot q_n} \times 100$$

$$IPP = \frac{130.70}{93.00} \times 100$$

$$IPP = 140.54\%$$

R/ Los precios según el índice de precios de Paasche se han incrementado en 40.54% con respecto al año base.

d) De cantidades de Paasche

$$IPq = \frac{\sum q_n \cdot p_n}{\sum q_o \cdot p_n} \times 100$$

$$IPq = \frac{130.70}{138.83} \times 100$$

$$IPq = 94.15\%$$

R/ En el año actual se adquiere un 5.85% menos de producto que en el año base.

e) Índice de precios de Fisher

$$IPF = \sqrt{\left( \frac{\sum P_n \cdot q_0}{\sum P_0 \cdot q_0} \right) \left( \frac{\sum P_n \cdot q_n}{\sum P_0 \cdot q_n} \right)}$$

$$IPF = \sqrt{\left( \frac{138.83}{98.20} \right) \left( \frac{130.70}{93.00} \right)}$$

$$IPF = \sqrt{[ 1.413697 ] [ 1.405376 ]}$$

$$IPF = \sqrt{1.986776}$$

$$IPF = 1.4095$$

R/ Según el índice de precios de Fisher los precios de los productos se han incrementado en un 40.95% del año actual con respecto al año base.



f) De cantidades de Fisher

$$IqF = \sqrt{ILq \times IPq}$$

$$ILq = 94.70\%$$

$$IPq = 94.15\%$$

$$IqF = \sqrt{94.70 \times 94.15}$$

$$IqF = \sqrt{8916.005}$$

$$IqF = 94.42\%$$

R/ Las cantidades de producto que se pueden adquirir en el año actual con respecto al año base han disminuido en un 5.58%.

Para el índice de cantidades de Fisher la fórmula indica que es el índice de de cantidades de Laspeyres por el índice de cantidades de Paasche.

#### 4.6 DESVALORIZACIÓN MONETARIA APLICANDO LOS ÍNDICES EN LOS ESTADOS FINANCIEROS FUNDAMENTALES

La Norma Internacional de Contabilidad número 15 en sus párrafos 6 y 7 explica lo siguiente:

“Los precios, ya sean generales o específicos, cambian en el tiempo como resultado de diversas fuerzas económicas y sociales. Las fuerzas específicas que actúan en el mercado de cada producto, tales como cambios en la oferta y demanda o cambios tecnológicos, pueden causar incrementos o decrementos significativos en los precios individuales, independientemente de cómo se comporten los otros precios. Además, las causas generales pueden dar como resultado un cambio en el nivel general de precios y, por tanto, en el poder adquisitivo general de la moneda.

En la mayoría de los países, los estados financieros se preparan a partir del costo histórico contable, sin considerar ni los cambios en el nivel general de precios, ni los producidos en los niveles específicos de los precios de los activos poseídos, salvo en la medida en que los elementos componentes de las propiedades, planta y equipo puedan ser objeto de revaluación y los inventarios y otros activos corrientes reducidos a su valor neto realizable. La información exigida por esta Norma está diseñada para hacer conscientes, a los usuarios de los estados financieros de una empresa, de los efectos que producen los cambios en los precios en los resultados de sus operaciones. Sin embargo, los estados financieros, ya se preparen bajo el método del costo histórico, ya bajo otro método

que refleje el efecto de los cambios en los precios, no pretenden indicar directamente el valor de la empresa en su conjunto.”

### **🚧 Selección de un Índice Apropriado para la Reexpresión de Estados Financieros.**

La reexpresión de Estados Financieros requiere la utilización de un índice general de precios que refleje los cambios en el poder adquisitivo de la moneda, es preferible que todas las empresas que reportan en la moneda de una misma economía, utilicen el mismo índice en forma consistente.

Cuando alguna entidad utilice un índice de precios que considere más adecuado a la naturaleza de sus operaciones, deberá cumplir los siguientes principios:

- a) Debe existir un estudio técnico que demuestre que dicho índice es más apropiado para la entidad específica, que los índices generales de precios utilizados en el país.
- b) Cualquier cambio en las bases para determinar el índice de precios específico, debe tratarse como un cambio en un Principio de Contabilidad.

A continuación se efectuará un ejemplo práctico de la reexpresión de estados financieros.

**EMPRESA LAS FLORES, S.A.**  
**SALDOS AÑOS 2002 Y 2003**  
**Expresados en Quetzales**

<b>Saldos Deudores</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>
Banco de Occidente	18,375.00	45,375.00
Cuentas por Cobrar -Clientes-	80,850.00	53,250.00
Inventario Final de Mercaderías	44,100.00	39,500.00
Terrenos	96,250.00	121,250.00
Edificios	630,000.00	630,000.00
Costo de Ventas	170,625.00	173,750.00
Depreciación	31,500.00	31,500.00
Sueldos	40,425.00	40,750.00
Alquileres	22,050.00	22,500.00
Impuestos	5,512.50	6,000.00
Gastos Varios	12,862.50	15,500.00
Dividendos Pagados	15,000.00	16,500.00
	<u>1,167,550.00</u>	<u>1,195,875.00</u>

<b>Saldos Acreedores</b>		
Depreciación Acumulada	126,000.00	157,500.00
Cuentas por Pagar -Proveedores-	47,775.00	31,000.00
Gastos Acumulados	12,495.00	11,570.00
Hipoteca por Pagar	165,375.00	165,375.00
Capital	375,000.00	375,000.00
Utilidades Retenidas saldo inicial	124,855.00	142,930.00
Ventas	316,050.00	312,500.00
	<u>1,167,550.00</u>	<u>1,195,875.00</u>

<b>Año</b>	<b>Acontecimientos</b>	<b>Índice de Precios</b>
1998	Se organizó la compañía y se emitieron acciones	100
1999	Se adquirieron los terrenos	110
2000	Se construyó el edificio, se hipotecó y ocupó	120
2001	El Inventario final fue de Q.42,000.00	140
2002		147
2003	Se compraron más terrenos al contado	155

Los datos anteriores son los correspondientes a los estados comparativos ordinarios de La Empresa Las Flores, S. A.

Se le pide:

- a) Estado de Resultados Complementario Comparativo
- b) Balance General Complementario Comparativo
- c) Estado Complementario de Cambios en la Participación de los Accionistas en 2003.

Los índices de precios que se listaron anteriormente, se van calculando cada año para la empresa y se guarda un historial de los mismos, para el año de inicio de operaciones el índice siempre será igual a 100 ya que es la base y los demás dependerán de las condiciones económicas del país.

El primer paso es efectuar la reexpresión de las cuentas de los Estados Financieros, para ello se utiliza un factor de conversión el cual se calcula de la siguiente manera:

- a) A todas las cuentas de activo y pasivo que representan partidas monetarias el índice a aplicar tendrá como numerador el índice de precios del año actual y como denominador el índice de precios del año que se toma como base, entre estas cuentas tenemos: caja y bancos, cuentas por cobrar, inventarios, cuentas por pagar, gastos acumulados.
- b) Todas las cuentas de gastos y productos que son del año actual, el índice a aplicar tendrá como numerador el índice de precios del año actual y como denominador el índice de precios del año que se toma como base, entre estos tenemos sueldos, alquileres, ventas, etc.
- c) Las cuentas de propiedad planta y equipo y sus respectivas depreciaciones, el índice tendrá como numerador el índice del año en que se adquirieron dichos activos y como denominador el año que se toma como base.
- d) Para reexpresar el costo de ventas se deben aplicar índices dependiendo la fecha de adquisición de la mercadería, para el presente ejemplo el inventario inicial de mercaderías se valorará tomando como numerador el índice del año actual y como denominador el índice del año anterior, ya que pertenecen a ese período.

**Compañía Las Flores, S. A.**  
**Balance de Saldos al 31 de Diciembre años 2002 y 2003**  
**Hoja de Conversión**

Nombre de la Cuenta	Año 2002		Quetzales de 2003	Partidas Monetarias	Año 2003		Quetzales de 2003
	Saldos Contables	Factor de Conversión			Saldos Contables	Factor de Conversión	
<b>Saldos Deudores</b>							
Banco de Occidente	18,375.00	155/147	19,375.00	(1,000.00)	45,375.00		45,375.00
Cuentas por Cobrar -Clientes- Inventario Final de Mercaderías	80,850.00 44,100.00	155/147 155/147	85,250.00 46,500.00	(4,400.00)	53,250.00 39,500.00		53,250.00 39,500.00
Terrenos	96,250.00	155/110	135,625.00		121,250.00	ver anexo	160,625.00
Edificios	630,000.00	155/120	813,750.00		630,000.00	155/120	813,750.00
Costo de Ventas	170,625.00	ver anexo	182,125.00		173,750.00	ver anexo	176,150.00
Depreciación	31,500.00	155/120	40,688.00		31,500.00	155/120	40,687.00
Sueldos	40,425.00	155/147	42,625.00		40,750.00		40,750.00
Alquileres	22,050.00	155/147	23,250.00		22,500.00		22,500.00
Impuestos	5,512.50	155/147	5,812.50		6,000.00		6,000.00
Gastos Varios	12,862.50	155/147	13,562.50		15,500.00		15,500.00
Dividendos Pagados	15,000.00	no se ajusta	15,000.00		16,500.00		16,500.00
<b>Sumas</b>	<b>1,167,550.00</b>		<b>1,423,563.00</b>	<b>(5,400.00)</b>	<b>1,195,875.00</b>		<b>1,430,587.00</b>
<b>Saldos Acreedores</b>							
Depreciación Acumulada	126,000.00	155/120	162,750.00		157,500.00	155/120	203,437.00
Cuentas por Pagar -Proveedores-	47,775.00	155/147	50,375.00	2,600.00	31,000.00		31,000.00
Gastos Acumulados	12,495.00	155/147	13,175.00	680.00	11,570.00		11,570.00
Hipoteca por Pagar	165,375.00	155/147	174,375.00	9,000.00	165,375.00		165,375.00
Capital	375,000.00	155/100	581,250.00		375,000.00	155/100	581,250.00
Utilidades Retenidas saldo inicial	124,855.00	A-P+C Ajust	118,575.00		142,930.00	A-P+C Ajust	119,868.00
Ventas	316,050.00	155/147	333,250.00		312,500.00		312,500.00
<b>Sumas</b>	<b>1,167,550.00</b>		<b>1,433,750.00</b>	<b>12,280.00</b>	<b>1,195,875.00</b>		<b>1,425,000.00</b>
Ganancia Económica				6,880.00			
<b>Costo de Ventas</b>							
Inventario Inicial de Mercaderías	42,000.00	155/140	46,500.00		44,100.00	155/147	46,500.00
Compras de Mercaderías	172,725.00	155/147	182,125.00		169,150.00	155/155	169,150.00
Inventario Final de Mercaderías	44,100.00	155/147	46,500.00		39,500.00	155/155	39,500.00
<b>Total</b>	<b>170,625.00</b>		<b>182,125.00</b>		<b>173,750.00</b>		<b>176,150.00</b>
<b>Terrenos</b>							
Al 31 de Diciembre de 1999	96,250.00	155/110	135,625.00				
Al 31 de Diciembre de 2003	25,000.00	155/155	25,000.00				
<b>Total</b>	<b>121,250.00</b>		<b>160,625.00</b>				

**EMPRESA LAS FLORES, S.A.**  
**BALANCE DE SITUACIÓN GENERAL COMPARATIVO**  
**A 31 DE DICIEMBRE DE 2002 y 2003**  
(cifras en quetzales)

	2002	2003
<b>ACTIVOS</b>		
<b>ACTIVOS NO CORRIENTES</b>		
<b><u>Propiedad, Planta y Equipo</u></b>		
Terrenos	135,625.00	160,625.00
Edificios	813,750.00	813,750.00
Depreciación Acumulada	<u>(162,750.00)</u>	<u>(203,437.00)</u>
	786,625.00	770,938.00
<b>ACTIVOS CORRIENTES</b>		
Banco de Occidente	19,375.00	45,375.00
Cuentas por Cobrar -Clientes-	85,250.00	53,250.00
Inventario Final de Mercaderías	<u>46,500.00</u>	<u>39,500.00</u>
<b>Total Activo</b>	<u><u>937,750.00</u></u>	<u><u>909,063.00</u></u>
<b>PASIVO Y PATRIMONIO (NETO)</b>		
<b>Capital y Reservas</b>		
Capital	581,250.00	581,250.00
Ganancias (pérdidas) acumuladas	<u>118,575.00</u>	<u>119,868.00</u>
	699,825.00	701,118.00
<b>PASIVO NO CORRIENTE</b>		
Hipotecas por Pagar	174,375.00	165,375.00
<b>PASIVO CORRIENTE</b>		
Cuentas por Pagar	50,375.00	31,000.00
Gastos Acumulados	<u>13,175.00</u>	<u>11,570.00</u>
<b>Total Pasivo y Patrimonio Neto</b>	<u><u>937,750.00</u></u>	<u><u>909,063.00</u></u>

**EMPRESA LAS FLORES, S.A.**  
**ESTADO DE RESULTADOS COMPARATIVO**  
**A 31 DE DICIEMBRE DE 2002 y 2003**  
(cifras en quetzales)

	2002	2003
<b>Ingresos</b>	333,250.00	312,500.00
Costo de las ventas	<u>(182,125.00)</u>	<u>(176,150.00)</u>
Margen bruto	151,125.00	136,350.00
<b>Gastos de administración y ventas</b>		
Depreciación	40,688.00	40,687.00
Sueldos	42,625.00	40,750.00
Alquileres	23,250.00	22,500.00
Impuestos	5,812.50	6,000.00
Gastos Varios	<u>13,562.50</u>	<u>15,500.00</u>
	125,938.00	125,437.00
Ganancia del Ejercicio	<u><u>25,187.00</u></u>	<u><u>10,913.00</u></u>



Los estado financieros anteriores se estructuran con los saldos de la hoja de reexpresión.

**EMPRESA LAS FLORES, S.A.**  
**ESTADO DE GANANCIAS NO DISTRIBUIDAS -COMPLEMENTARIOS-**  
**A 31 DE DICIEMBRE DE 2003**  
**(cifras en quetzales)**

	<b>2002</b>	<b>2003</b>
Saldo Inicial	108,388.00	118,575.00
(+) Ganancia según Estado de Resultados	25,187.00	10,913.00
(+) Ganancia Económica en Partidas Monetarias		6,880.00
Subtotal	<u>133,575.00</u>	<u>136,368.00</u>
Pago de Dividendos	<u>(15,000.00)</u>	<u>(16,500.00)</u>
<b>Saldo final</b>	<u><u>118,575.00</u></u>	<u><u>119,868.00</u></u>

#### 4.7 APLICACIÓN DE LOS NÚMEROS ÍNDICES POR PARTE DEL C.P.A.

Los números índices se utilizan para hacer comparaciones, por ejemplo, con números índices se puede comparar los costes de alimentación o de otros servicios en una ciudad durante un año con los del año anterior, o la producción de acero en un año en una zona del país con la de otra zona. Aunque se usan principalmente en economía e industria, los números índices son aplicables en muchos otros campos.

El proceso de multiplicar (cantidades x precios respectivos) de los distintos componentes transforma cantidades físicas heterogéneas (leche, pescado, etc.) en valores económicos homogéneos (euros, dólares, etc.). Los índices de valores nos permiten estudiar la evolución a lo largo del tiempo de la cuantificación

monetaria de un conjunto de bienes. Este valor se llama nominal o de cada año cuando los precios son los del periodo de comparación.

Al Contador Público y Auditor le sirven los números índices debido a que dentro del campo de su actuación está el de ser analista financiero y el de asesorar a toda entidad para mejorar su productividad y su rentabilidad, mediante los números índices puede hacer un análisis de los estados financieros y determinar el impacto en los mismos determinando si la empresa ha obtenido una ganancia o una pérdida económica monetaria debido a la desvalorización de la moneda y a los efectos inflacionarios. También puede determinar cuánto se deben aumentar los salarios en una entidad tomando en cuenta los índices de precios.

## CAPÍTULO V

### CASO PRÁCTICO EL CONTADOR PÚBLICO Y AUDITOR Y LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL Y SU APLICACIÓN AL MUESTREO, SERIES CRONOLÓGICAS Y NÚMEROS ÍNDICES

#### Antecedentes:

La empresa Los Cafetales, S.A. es una empresa comercial que se dedica a la venta de café en tres presentaciones café oro, café tostado y café tostado y molido. En la empresa se hará una evolución aplicando diversos métodos de muestreo como el simple y estratificado, se efectuará un análisis de los precios y las cantidades vendidas y como estas han cambiado en el transcurso del tiempo utilizando los números índices, además se efectuará una proyección del impuesto que la empresa deberá pagar en los años sucesivos aplicando las series cronológicas. Para ello la compañía nos proporciono los siguientes datos:

LOS CAFETALES, S.A.  
ESTADO DE RESULTADOS CONDENSADO COMPARATIVO  
Del 1 al 31 de Diciembre de los años 1998 al 2003  
Cifras en Miles de Q.

DESCRIPCION	AÑOS					
	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Ventas	200	300	267	333	367	400.635
Costo de Producción	80	120	107	133	147	160
Ganancia Bruta en Ventas	120	180	160	200	220	241
Gastos de Administración	20	30	27	33	37	40
Gastos de Venta	27	45	40	50	55	60
Ganancia en Operación	73	105	94	116	129	141
Gastos Financieros	16	20	23	30	25	30
Productos Financieros	6	5	10	13	7	10
Utilidad del Ejercicio	63	90	81	99	111	121
ISR	19	27	24	30	33	36
Utilidad después de impuesto	44	63	56	70	77	84

### **Ventas.**

La empresa se dedica a la venta de café en tres presentaciones: Café Oro, Café Tostado, Café Tostado y Molido, cuyos precios unitarios y cantidades vendidas son los siguientes para el año 2002 (la unidad de medida utilizada es el quintal):

<b>Producto</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Precio Unitario</b>
Café Oro	1,350.00	60.00
Café Tostado	1,600.00	72.00
Café Tostado y molido	1,897.78	90.00

El total de ventas en dicho año fue de Q.367,000.00 tal como se observa en el Estado de Resultados. Para el año 2003 las cantidades permanecieron constantes, sin embargo los precios de los productos aumentaron en un 7.5%, 12.5% y 20% respectivamente, y el total de ventas obtenido fue de Q.400,635.00.

### **Cuentas por Cobrar.**

De un total de 20 clientes le han solicitado a usted como Auditor hacer un análisis de dicha cartera. Los datos son los siguientes:

<b>No. de Cliente</b>	<b>Saldo en Miles de Q.</b>
01	17
02	34
03	30
04	36
05	27
06	21
07	27
08	35
09	27
10	35
11	24
12	34
13	28
14	26
15	32
16	34
17	26
18	26
19	29
20	12
	560

Para estimar la capacidad de ventas en miles de quetzales, de un grupo de empresas que se dedican a la venta de café se tomó una muestra de 10 empresas de un total de 60, formando tres estratos, para cada uno se calculó el promedio y la varianza. La información es la siguiente:

<b>Estrato</b>	<b>No. de Empresas</b>	<b>Utilidad Q. Promedio</b>	<b>Varianza</b>
I	30	47	100
II	18	80	625
III	12	110	900

Con base a la información anterior resuelva los siguientes problemas:

**Problema No. 1**

Como consultor de créditos, tomando como base los 20 clientes que tiene la empresa obtener lo siguiente:

- a) Obtener una muestra de 6 clientes utilizando la tabla de números aleatorios comenzando en la columna 1 en forma vertical, al finalizar con esa columna continuar con la siguiente hasta obtener la muestra.
- b) La desviación estándar de la muestra
- c) Estimar puntualmente el saldo promedio poblacional de los clientes
- d) Estimar por intervalo el saldo promedio de clientes, con una probabilidad del 99%
- e) Estimar el total de las cuentas por cobrar

**Problema No. 2**

De los 20 clientes que tiene la empresa el departamento de Auditoría Interna había efectuado un análisis de la cartera dicho resultado salió favorable. Se le solicita a usted que analice dicha cartera tomando como base la muestra tomada por la Auditoría Interna para corroborar su resultado. Ellos obtuvieron una muestra de 6 clientes seleccionados al azar. La muestra es la siguiente:

<b>No. de Cliente</b>	<b>Saldo en Miles de Q.</b>
03	30
06	21
09	27
12	34
15	32
18	26

Como consultor de créditos obtenga lo siguiente:

- a) La desviación estándar de la muestra
- b) Estimar puntualmente el saldo promedio poblacional de los clientes
- c) Estimar por intervalo el saldo promedio de clientes, con una probabilidad del 99%
- d) Estimar el total de las cuentas por cobrar

### **Problema No. 3**

Con base en el muestreo estratificado por afijación proporcional efectúe lo siguiente:

- a) Distribuir la muestra con afijación proporcional
- b) Estimar puntualmente la utilidad promedio para las 60 empresas
- c) Estimar por intervalo de la media con 95% de confianza

### **Problema No. 4**

Considerando únicamente el rubro del Impuesto Sobre la Renta se pide:

- a) Determinar la ecuación de la línea recta utilizando el método abreviado
- b) Determinar la ecuación de la línea recta utilizando el método largo

- c) Explique las diferencias entre cada ecuación
- d) Estime con las ecuaciones de los incisos a) y b) el impuesto sobre la renta para el año 2004 y 2005
- e) Con base a la ecuación obtenida en el inciso a) traslade el origen de la ecuación para el año 1998 y obtenga una nueva ecuación, y con ella determine el impuestos para el año 2004
- f) Con base a la ecuación obtenida en el inciso b) traslade el origen de la ecuación al año 2000 y determine el impuesto para el año 2004.

#### **Problema No. 5**

El Gerente General de la Empresa se encuentra preocupado porque no se han incrementado las ventas en un alto porcentaje. Y se quieren adoptar las medidas necesarias para tener mayor rentabilidad. Por lo que solicitan su colaboración como consultor para que resuelva las siguientes interrogantes:

- a) Calcular el índice agregativo de precios, cantidades y valores
- b) Encontrar el índice promedio simple tanto para valores como cantidades
- c) Cual es el Índice de Precios de Fischer para el año 2003
- d) Cuales deberían haber sido las ventas para el año 2003
- e) Cual ha sido el comportamiento de las cantidades de los productos según el índice de Laspeyres
- f) Haga un análisis de las variaciones ocurridas



## 5.1 EL MUESTREO

### 5.1.1 MUESTREO SIMPLE

#### Resolución del Problema No. 1

01	17
02	34
03	30
04	36
05	27
06	21
07	27
08	35
09	27
10	35
11	24
12	34
13	28
14	26
15	32
16	34
17	26
18	26
19	29
20	12
	<hr/>
	560
	<hr/> <hr/>

Estos son los 20 clientes con que cuenta la empresa de los cuales se seleccionará una muestra de 6 elementos de la siguiente forma:

- Obtener una muestra de 6 clientes utilizando la tabla de números aleatorios comenzando en la columna 1 en forma vertical, al finalizar con esa columna continuar con la siguiente hasta obtener la muestra.

Orden con base en No. Aleatorios	Saldos en Miles de Q.
01	17
02	34
05	27
07	27
08	35
09	27
	<u>167</u>

Estos fueron los clientes seleccionados con su respectivo saldo.

b) La desviación estándar de la muestra

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

Cálculo de la media aritmética:

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{167}{6} = 28$$

Orden con base en No. Aleatorios	Saldos en Miles de Q.	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
01	17	-11	117.3611
02	34	6	38.02778
05	27	-1	0.694444
07	27	-1	0.694444
08	35	7	51.36111
09	27	-1	0.694444
	<u>167</u>		<u>208.8333</u>

Cálculo de la desviación estándar:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{208.83}{6}}$$

$$S = \sqrt{34.8056}$$

$$S = 5.899623$$

Como se observa se necesita la media aritmética de la muestra; al saldo de cada cliente se le resta la media y el resultado se eleva al cuadrado, la sumatoria de dichos resultados se divide dentro del número de elementos de la muestra, al resultado obtenido de esta operación se le saca raíz cuadrada y se obtendrá de esta forma la desviación estándar.

c) Estimar puntualmente el saldo promedio poblacional de los clientes

$$\bar{X} = \mu$$

$$28 = \mu$$

Esto consiste en igualar la media de la muestra a la media poblacional.

d) Estimar por intervalo el saldo promedio de clientes, con una probabilidad del 99%.

$$\mu = \bar{X} \pm Z \cdot S_x$$

Para obtener el resultado de la fórmula se necesita la media aritmética, el valor de Z y el error estándar de la media, estos últimos dos los calcularemos a continuación:

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{(N-n)}{(N-1)}}$$

$$S_x = \frac{5.899623}{\sqrt{6}} \times \sqrt{\frac{(20-6)}{(20-1)}}$$

$$S_x = \frac{5.899623}{2.449490} \times \sqrt{\frac{14}{19}}$$

$$S_x = 2.408511 \times 0.85839508$$

$$S_x = 2.067454$$

Se solicita calcular el saldo promedio de clientes con el 99% de confianza, para obtener el valor de Z dividimos 0.99 entre 2 el valor obtenido se busca en la tabla II de áreas bajo la curva normal de probabilidad, si no se encuentra exactamente este valor se utiliza el que más se aproxime.

$$Z = 0.99/2 = 0.4950 \rightarrow 2.57$$

En este caso el valor 0.4950 no se encuentra exactamente en la tabla los valores aproximados son 0.4949 que corresponde al valor de 2.57 y 0.4951 que corresponde al valor de 2.58, como se observa dichos valores están por arriba y por debajo de dicho valor en una unidad, en este caso se puede utilizar cualquiera de los dos valores, en el presente caso practico se utilizará el valor de 2.57.

$$\mu = \bar{X} \pm Z \cdot S_x$$

$$\mu = 28 \pm 2.57 \cdot 2.067454$$

$$\mu = 28 \pm 5.313357$$

$$X_1 = 28 + 5.313357 = 33.31$$

$$X_2 = 28 - 5.313357 = 22.69$$

El saldo promedio de clientes con una probabilidad del 99% se encuentra entre los saldos de Q22,960.00 y Q33,310.00.

e) Estimar el total de las cuentas por cobrar

$$X = \bar{X} \cdot N$$

$$X = 28 \times 20$$

$$X = Q \quad 560.00 \quad \text{miles de quetzales}$$

Como se observa esto consiste en multiplicar la media de la muestra por el número de elementos que comprende la población en este caso 20 clientes.

5.1.2 MUESTREO ESTRATIFICADO

<b>Estrato</b>	<b>No. de Empresas</b>	<b>Utilidad Q. Promedio</b>	<b>Varianza</b>
I	30	47	100
II	18	80	256
II	12	110	81
	<u>60</u>		

a) Distribuir la muestra con afijación proporcional (muestra de 10 empresas)

<b>N</b>	<b>N / <math>\sum N =</math></b>	<b>W</b>	<b><math>n \times W =</math></b>	<b>n</b>
30	30 / 60	0.50	10 x 0.50	5
18	18 / 60	0.30	10 x 0.30	3
<u>12</u>	12 / 60	<u>0.20</u>	10 x 0.20	<u>2</u>
<u>60</u>		<u>1.00</u>		<u>10</u>

Para distribuir la muestra en forma proporcional se divide el número de elementos de cada estrato dentro del el total esto nos da un coeficiente W que se multiplica por el tamaño total de la muestra que se requiere para obtener el numero de elementos de la muestra para cada estrato.

<b>Estrato</b>	<b>No. de Empresas</b>	<b>Utilidad Q. Promedio</b>	<b>Varianza</b>	<b>W</b>	<b>n</b>
I	30	47	100	0.50	5
II	18	80	256	0.30	3
II	12	110	81	0.20	2
	<u>60</u>			<u>1.00</u>	<u>10</u>

b) Estimar puntualmente la utilidad promedio para las 60 empresas

$$\bar{X} = W_1 \bar{X}_1 + W_2 \bar{X}_2 + \dots + W_n \bar{X}_n$$

$$\bar{X} = (0.50) (47) + (0.30) (80) + (0.20) (110)$$

$$\bar{X} = 23.50 + 24 + 22$$

$$\bar{X} = 69.50$$

c) Estimar por intervalo de la media con 95% de confianza

$$\Delta \mu = \bar{X} \pm Z \cdot S_{\bar{x}}$$

Los únicos datos pendientes de obtener son la desviación estándar, el valor de Z y el error estándar de la media.

Para obtener la desviación estándar se saca raíz cuadrada a la varianza

Estrato	No. de Empresas	Utilidad Q. Promedio	Varianza	S	W	n
I	30	47	100	10	0.50	5
II	18	80	256	16	0.30	3
II	12	110	81	9	0.20	2
	<u>60</u>				<u>1.00</u>	<u>10</u>

Para calcular el valor Z para un 95% de confianza, se divide este valor entre dos y el resultado se busca en la tabla II de áreas bajo la curva normal de probabilidad.

$$Z = 0.95 / 2 = 0.475 = 1.96 \quad \text{según la tabla II de áreas bajo la curva}$$

Para calcular el error estándar de la media se utiliza la siguiente fórmula:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{W_1^2 S_1^2}{n_1} + \frac{W_2^2 S_2^2}{n_2} + \dots + \frac{W_n^2 S_n^2}{n_n}}$$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{(0.50)^2 (10)^2}{5} + \frac{(0.30)^2 (16)^2}{3} + \frac{(0.20)^2 (9)^2}{2}}$$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{(0.25) (100)}{5} + \frac{(0.09) (256)}{3} + \frac{(0.04) (81)}{2}}$$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{25}{5} + \frac{23.04}{3} + \frac{3.24}{2}}$$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{5 + 7.68 + 1.62}$$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{14.30}$$

$$S_{\bar{x}} = 3.78$$

El último paso es despejar la fórmula para calcular la media con un 95% de confianza.

$$\mathcal{M} = \bar{X} \pm Z \cdot S_{\bar{x}}$$

$$\mathcal{M} = 69.50 \pm (1.96) (3.78)$$

$$\mathcal{M} = 69.50 \pm 7.4088$$



$$\mathcal{M} = 69.50 + 7.4088 = \mathbf{76.91}$$

$$\mathcal{M} = 69.50 - 7.4088 = \mathbf{62.09}$$

La media por intervalo de confianza del 95% se encuentra entre los valores de 62.09 y 76.91 miles de quetzales

### 5.1.3 MUESTREO SISTEMÁTICO

a) La desviación estándar de la muestra

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

En este caso se procederá de la misma forma que en el muestreo simple o aleatorio.

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{170}{6} = 28$$

No. de Cliente	Saldos en Miles de Q.	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
03	30	2.00	4
06	21	(7.00)	49
09	27	(1.00)	1
12	34	6.00	36
15	32	4.00	16
18	26	(2.00)	4
	<u>170</u>	<u>2</u>	<u>110</u>

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{110}{6}}$$

$$S = \sqrt{18.3333}$$

$$S = 4.28$$

b) Estimar puntualmente el saldo promedio poblacional de los clientes

$$\bar{X} = \mu$$

$$28 = \mu$$

c) Estimar por intervalo el saldo promedio de clientes, con una probabilidad del 99%

$$\mu = \bar{X} \pm Z \cdot S_x$$

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{(N-n)}{(N-1)}}$$

$$S_x = \frac{4.281744}{\sqrt{6}} \times \sqrt{\frac{(20-6)}{(20-1)}}$$

$$S_x = \frac{4.281744}{2.44949} \times \sqrt{\frac{14}{19}}$$

$$S_x = 1.748015 \times 0.85839508$$

$$S_x = 1.500487$$

$$Z = \frac{99/2}{\sqrt{20}} = 0.4950 \longrightarrow 2.57$$

$$\mu = \bar{X} \pm Z \cdot S_x$$

$$\mu = 28 \pm 2.57 \cdot 1.500487$$

$$\mu = 28 \pm 3.856252$$

$$X_1 = 28 + 3.856252 = 31.86$$

$$X_2 = 28 - 3.856252 = 24.14$$

d) Estimar el total de las cuentas por cobrar

$$X = \bar{X} \cdot N$$

$$X = 28 \times 20$$

$$X = Q \quad 560.00 \text{ miles de quetzales}$$

## 5.2 SERIES CRONOLÓGICAS

Considerando únicamente el rubro del Impuesto Sobre la Renta se pide:

- a) Determinar la ecuación de la línea recta utilizando el método abreviado
- b) Determinar la ecuación de la línea recta utilizando el método largo
- c) Explique las diferencias entre cada método
- d) Estime con las ecuaciones de los incisos a) y b) el impuesto sobre la renta para el año 2004 y 2005
- e) Con base a la ecuación obtenida en el inciso a) traslade el origen de la ecuación para el año 1998 y obtenga una nueva ecuación, y con ella determine el impuestos para el año 2004
- f) Con base a la ecuación obtenida en el inciso b) traslade el origen de la ecuación al año 2000 y determine el impuesto para el año 2004.

### 5.2.2 POR MEDIO DE LA ECUACIÓN

También conocido como método largo.

- b) Determine la ecuación de la línea recta utilizando el método largo

<b>Años</b>	<b>X</b>	<b><u>Y</u> ISR pagado</b>	<b>XY</b>	<b>X<sup>2</sup></b>
1998	0	19	0	0
1999	1	27	27	1
2000	2	24	48	4
2001	3	30	90	9
2002	4	33	132	16
2003	5	36	180	25
	15	169	477	55

$$\begin{aligned}\Sigma y &= n.a + \Sigma x .b \\ \Sigma xy &= \Sigma X .a + \Sigma x.b^2\end{aligned}$$

$$169 = 6(a) + 15(b) \quad -2.50$$

$$477 = 15(a) + 55(b)$$

$$\begin{array}{r} -422.5 = \cancel{15a} - 37.5b \\ 477.0 = 15a + 55.0b \\ \hline 54.5 = \phantom{15a} + 17.5b \end{array}$$

$$\frac{54.5}{17.5} = b$$

$$3.11 = b$$

$$169 = 6(a) + 15(b)$$

$$169 = 6a + 15(3.11)$$

$$169 = 6a + 46.65$$

$$169 - 46.65 = 6a$$

$$\frac{122.35}{6} = a$$

$$20.39 = a$$

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_c = 20.39 + 3.11(x)$$

d) Estime con la ecuación el impuesto sobre la renta para los años 2004 y 2005.

<b>Años</b>	<b>X</b>
1998	0
1999	1
2000	2
2001	3
2002	4
2003	5
2004	6
2005	7

$$2004 \quad Y_c = 20.39 + 3.11 (6) = 39.05$$

$$2005 \quad Y_c = 20.39 + 3.11 (7) = 42.16$$

El impuesto para los años 2004 y 2005 son de 39.05 y 42.16 miles de quetzales respectivamente.

f) Con base a la ecuación obtenida en el inciso b) traslade el origen de la ecuación al año 2000 y determine el impuesto para el año 2004.

<b>Años</b>	<b>X</b>		
1998	0		
1999	1		
2000	2	0	traslado origen año 200
2001	3	1	
2002	4	2	
2003	36	3	

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_{2000} = 20.39 + 3.11 (2)$$

$$Y_{2000} = 26.61$$

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_c = 26.61 + 3.11 (x)$$

<b>Años</b>	<b>X</b>	<b>Nueva X</b>	→ origen año 2000
1998	0		
1999	1		
2000	2	0	
2001	3	1	
2002	4	2	
2003	5	3	
2004		4	

$$Y_c = 26.61 + 3.11 (x)$$

$$2004 \quad Y_c = 26.61 + 3.11 (4)$$

$$2004 \quad Y_c = 39.05$$



### 5.2.3 POR MÍNIMOS CUADRADOS

a) Determinar la ecuación de la línea recta utilizando el método abreviado

Años	X	<u>Y</u> ISR	XY	X <sup>2</sup>
1998	-5	19	(95.00)	25
1999	-3	27	(81.00)	9
2000	-1	24	(24.00)	1
	0			
2001	1	30	30.00	1
2002	3	33	99.00	9
2003	5	36	180.00	25
		169	109.00	70

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$a = \frac{169.00}{6}$$

$$a = 28.1667$$

$$b = \frac{\sum xy}{\sum X^2}$$

$$b = \frac{109.00}{70}$$

$$b = 1.55714$$

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_c = 28.1667 + 1.5571 (x)$$

d) Estime con las ecuaciones de los incisos a) el impuesto sobre la renta para el año 2004 y 2005

<u>Años</u>	<u>X</u>
1998	-5
1999	-3
2000	-1
	0
2001	1
2002	3
2003	5
2004	7
2005	9

$$2004 \quad Y_c = 28.1667 + 1.5571 (7) = 39.06$$

$$2005 \quad Y_c = 28.1667 + 1.5571 (9) = 42.18$$

e) Con base a la ecuación obtenida en el inciso a) traslade el origen de la ecuación para el año 1998 y obtenga una nueva ecuación, y con ella determine el impuestos para el año 2004

<b>Años</b>	<b>X</b>	<b>Nueva X</b>	→ origen año 1998
1998	-5	0	
1999	-3	2	
2000	-1	4	
2001	1	6	
2002	3	8	
2003	5	10	

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_{1998} = 28.1667 + 1.5571 (-5)$$

$$Y_{1998} = 20.38$$

$$Y_c = a + b x$$

$$Y_c = 20.38 + 1.5571 (x)$$

<b>Años</b>	<b>X</b>	<b>Nueva X</b>	→ origen año 1998
1998	-5	0	
1999	-3	2	
2000	-1	4	
2001	1	6	
2002	3	8	
2003	5	10	
2004		12	

$$Y_c = a + b x$$

$$2004 \quad Y_c = 20.38 + 1.5571 (12)$$

$$2004 \quad Y_c = 39.06$$

c) Diferencia entre los dos métodos.

La diferencia que tienen estos dos métodos es que el método largo tiene origen siempre en el año inicial y el método corto en el año central, en el primero se cuentan el tiempo en años en tanto que en el segundo por semestres.

### 5.3 NÚMEROS ÍNDICES

- a) Calcular el índice agregativo de precios, cantidades y valores
- b) Encontrar el índice promedio simple tanto para valores como cantidades
- c) Cual es el Índice de Precios de Fischer para el año 2003
- d) Cuales deberían haber sido las ventas para el año 2003
- e) Cual ha sido el comportamiento de las cantidades de los productos según el índice de Laspeyres
- f) Haga un análisis de las variaciones ocurridas

#### 5.3.2 NÚMEROS ÍNDICES SIMPLES

AÑOS	Café Oro		Café Tostado		Café Tostado y Molido	
	precio	cantidad	precio	cantidad	precio	cantidad
2002	60.00	1350	72.00	1600	90.00	1,897.78
2003	64.50	1350	81.00	1600	108.00	1,897.78

- a) Calcular el índice agregativo de precios, cantidades y valores

*Índice Agregativo de precios*

	P <sub>o</sub>	P <sub>n</sub>
	Año 2002	Año 2003
oro	60	64.50
Molido	72	81.00
Molido y tostado	90	108.00
	222	253.50

$$P_{n/o} = \frac{\sum P_n}{\sum p_o} \times 100$$

$$P_{n/o} = \frac{253.50}{222.00} \times 100$$

$$P_{n/o} = 114.19\%$$

Índice agregativo de cantidades

	<b>q<sub>n</sub></b> <b>Año 2003</b>	<b>q<sub>o</sub></b> <b>Año 2002</b>
<b>oro</b>	1350	1350
<b>Molido</b>	1600	1600
<b>Molido y tostado</b>	1,897.78	1,897.78
	<u>4,847.78</u>	<u>4,847.78</u>

$$q_{n/o} = \frac{\sum q_n}{\sum q_o} \times 100$$

$$q_{n/o} = \frac{4847.78}{4847.78} \times 100$$

$$q_{n/o} = 100.00\%$$

Índice agregativo de valores

	<b>P<sub>n</sub></b> <b>Año 2003</b>	<b>q<sub>n</sub></b> <b>Año 2003</b>	<b>P<sub>o</sub></b> <b>Año 2002</b>	<b>q<sub>o</sub></b> <b>Año 2002</b>
<b>oro</b>	64.50	1350	60.00	1350
<b>Molido</b>	81.00	1600	72.00	1600
<b>Molido y tostado</b>	108.00	1897.78	90.00	1897.78

	<b>ΣP<sub>n</sub>.q<sub>n</sub></b>	<b>ΣP<sub>o</sub>.q<sub>o</sub></b>
<b>oro</b>	87,075.00	81,000.00
<b>Molido</b>	129,600.00	115,200.00
<b>Molido y tostado</b>	204,960.24	170,800.20
	<u>421,635.24</u>	<u>367,000.20</u>

$$V_{n/o} = \frac{\Sigma P_n \cdot q_n}{\Sigma P_o \cdot q_o} \times 100$$

$$V_{n/o} = \frac{421,635.24}{367,000.20} \times 100$$

$$V_{n/o} = 114.89\%$$

b) Encontrar el índice promedio simple tanto para valores como cantidades

Índice promedio de precios simple de precios

	$P_n$ Año 2003	$P_o$ Año 2002	$\Sigma(P_n/P_o)$
<b>oro</b>	64.50	60.00	1.07500
<b>Molido</b>	81.00	72.00	1.12500
<b>Molido y tostado</b>	108.00	90.00	1.20000
			<u>3.40001</u>

$$\frac{\Sigma(P_n/P_o)}{n} \times 100$$

$$\frac{3.40001}{3} \times 100$$

113.33%

Índice promedio de precios simple de cantidades

	$q_n$ Año 2003	$q_o$ Año 2002	$\Sigma(q_n/q_o)$
<b>Aceites</b>	1350	1350	1.00000
<b>Carnes</b>	1600	1600	1.00000
<b>Frutas</b>	1897.78	1897.78	1.00000
			<u>3.00000</u>



$$\frac{\sum(q_n/q_o)}{n} \times 100$$

$$\frac{3.00000}{3} \times 100$$

100.00%

5.3.3 NÚMEROS ÍNDICES COMPUESTOS

Productos	Año Base		Año Comparación	
	q <sub>o</sub> Cant.	P <sub>o</sub> Precio U.	q <sub>n</sub> Cant.	P <sub>n</sub> Precio U.
oro	1350	60.00	1350	64.50
Molido	1600	72.00	1600	81.00
<b>Molido y tostado</b>	<b>1,897.78</b>	<b>90.00</b>	<b>1,897.78</b>	<b>108.00</b>

Productos	P <sub>o</sub> q <sub>o</sub>	P <sub>n</sub> q <sub>n</sub>	P <sub>o</sub> q <sub>n</sub>	P <sub>n</sub> q <sub>o</sub>
oro	81000.00	87075.00	81000.00	87075.00
Molido	115200.00	129600.00	115200.00	129600.00
<b>Molido y tostado</b>	<b>170800.20</b>	<b>204960.24</b>	<b>170800.20</b>	<b>204960.24</b>
	<b>367000.20</b>	<b>421635.24</b>	<b>367000.20</b>	<b>421635.24</b>

c) Cual es el Índice de Precios de Fischer para el año 2003

$$IPF = \sqrt{\left( \frac{\sum P_n \cdot q_o}{\sum P_o \cdot q_o} \right) \left( \frac{\sum P_n \cdot q_n}{\sum P_o \cdot q_n} \right)}$$

$$IPF = \sqrt{\left( \frac{421635.24}{367000.20} \right) \left( \frac{421635.24}{367000.20} \right)}$$

$$IPF = \sqrt{[ 1.1488692 ] [ 1.1488692 ]}$$

$$IPF = \sqrt{1.3199005}$$

$$\text{IPF} = 1.1489$$

$$\text{IPF} = 114.89\%$$

El índice de precios de Fischer indica que los precios han aumentado un 14.89% con respecto al año 2002.

d) Cuales deberían haber sido las ventas para el año 2003

$$X = \text{ventas año 2003} \times \text{índice de precios de Fischer}$$

$$X = 400635 \times 1.1489$$

$$X = 460,289.55$$

Las ventas para el año 2003 deberían haber sido de Q460,289.55

e) Cual ha sido el comportamiento de las cantidades de los productos según el índice de Laspeyres.

$$\text{ILq} = \frac{\sum q_n \cdot p_o}{\sum q_o \cdot P_o} \times 100$$

$$\text{ILq} = \frac{367000.20}{367000.20} \times 100$$

$$\text{ILq} = 100.00\%$$

f) Haga un análisis de las variaciones ocurridas

Los precios de los productos se han incrementado un 14.89% en el año 2003 con respecto al año 2002, sin embargo la cantidad de productos vendidos no ha incrementado lo que indica que el poder adquisitivo ha disminuido.

Guatemala, Diciembre de 2003

Lic. Leonel Darwin Giffin  
Administrador Único  
Los Cafetales, S.A.

Licenciado Giffin:

Hemos realizado una evaluación y un estudio a ciertos rubros de la Empresa Los Cafetales, S.A., específicamente las áreas de:

1. Cuentas por Cobrar a través del muestreo estadístico
2. Estimación de la capacidad de vetas de un grupo de empresas que se dedican a la venta de café.
3. Estimación del Impuesto Sobre la Renta a pagar para los años 2004 y 2005
4. Evaluación de la relación precio – cantidad vendida del café e identificar el motivo por el que las ventas no han subido.

Por el período comprendido al 31 de Diciembre del 2,003.

Nuestro estudio y evaluación fue realizado de conformidad con las Normas Internacionales de Auditoría que obligan a una adecuada planificación y evaluación selectiva de conformidad con los procedimientos de Auditoría que le son aplicables.

La administración de la Sociedad Los Cafetales, S.A., es responsable de establecer y mantener un adecuado sistema de control interno administrativo. Al cumplir con esta responsabilidad, estimaciones y juicios son requeridos de parte

de la administración para evaluar los beneficios esperados y costos relacionados de tales procedimientos de control. Los objetivos de un sistema son proporcionar a la administración seguridad razonable aunque no absoluta, que los activos están salvaguardados contra pérdidas o ventas no autorizadas; que las transacciones se ejecuten de conformidad con la autorización de la administración, se registren adecuadamente, así como el buen uso y eficiencia de los recursos de la empresa.

Nuestra planificación respondió a los objetivos de nuestro examen y permitió la aplicación de los procedimientos de Auditoría que consideramos adecuados y que nos permitieran evaluar y obtener seguridad razonable sobre el grado de control interno existente, el cumplimiento de las políticas y procedimientos establecidos convenientemente para lograr la eficiencia y eficacia de registros y procedimientos y el aprovechamiento de los recursos de la empresa.

Creemos que las evaluaciones permitieron efectuar una correcta evaluación y análisis del estudio solicitado.

El informe anexo señala los resultados que se obtuvieron del estudio realizado las cuales se presentan a continuación.

Atentamente,

f. \_\_\_\_\_

Sonia Cruz de Urbina

Contador Público y Auditor

### **Cuentas por Cobrar**

Se analizó una cartera de 20 clientes de los cuales se seleccionó una muestra de 6 clientes, siendo esta representativa del universo, al efectuar el estudio estadístico se determinó que el grado de dispersión en términos absolutos de la variable es de 5.899623, que se tiene un promedio de clientes de 28, el verdadero saldo promedio de clientes con un 99% de confianza se encuentra entre los valores de Q22,690.00 y Q33,310.00 y el total del saldo poblacional es de Q560,000.00.

### **Ventas:**

Según el resultado de la evaluación las empresas que se encuentran en mejor posición en la venta del café son las que pertenecen al estrato III ya que obtienen una mayor rentabilidad anual según la media aritmética que para este estrato es de Q110,000.00.

### **Impuesto Sobre la Renta:**

El Impuesto sobre la renta para los años 2004 y 2005 es de Q39,050.00 y Q42,160.00 respectivamente.

### **Variación en Precio de Productos:**

Los precios de los productos se han incrementado un 14.89% en el año 2003 con respecto al año 2002, sin embargo la cantidad de productos vendidos no ha incrementado lo que indica que el poder adquisitivo ha disminuido. Por lo anterior se tendrán que buscar estrategias de venta como aumentar la publicidad del producto, buscar otros productos que se puedan introducir en el mercado.

## CONCLUSIONES

La culminación del presente trabajo de tesis permitió llegar a las siguientes conclusiones:

1. Es importante que el Contador Público y Auditor cuente con los conocimientos teóricos y prácticos necesarios que le permitan aprovechar al máximo las ventajas que le ofrece la Estadística Inferencial aplicada al muestreo, series cronológicas y números índices, para efectuar en forma eficiente y eficaz cualquier trabajo de auditoría o de otra índole que este dentro de su campo de actuación.
2. El conocimiento del muestreo estadístico por parte del Contador Público y Auditor le ayudará a planificar anticipadamente y llevar a cabo una auditoria de forma eficaz y eficiente, así como un mejor aprovechamiento de los recursos, sobre todo el humano tomando en cuenta el número de transacciones o procedimientos de que consta en conjunto la empresa que se evalúa.
3. La Estadística, específicamente el objetivo del análisis de las series cronológicas son el conocimiento de su patrón de comportamiento para prever la evolución futura, es decir, que nos permite efectuar predicciones sobre el comportamiento de alguna variable como por ejemplo: las ventas, impuestos, etc., que permitirán tomar decisiones adecuadas para el mejor



aprovechamiento de los recursos, así como para tomar las medidas necesarias que permitan elevar la rentabilidad de la empresa.

4. Los números índices, permiten medir las variaciones relativas entre las variables económicas: Variaciones en los precios, en los salarios, en los ingresos, etc. Al paso de los años los números índices han llegado a ser cada vez más importantes para la administración como indicadores de la cambiante actividad económica o de negocios. Por lo que se han convertido en medios de apoyo a la dirección para poder aplicar estrategias que sean de beneficio para el futuro alcance de las metas trazadas.

## RECOMENDACIONES

1. Que tanto el estudiante como el profesional de la Contaduría Pública y Auditoría adquieran los conocimientos teóricos y prácticos por medio de seminarios y/o cursos relacionados con la Estadística Inferencial para aprovechar de manera eficaz y eficiente en el desarrollo de cualquier trabajo que competa a su campo de actuación las herramientas que le ofrece la misma.
2. Que el Contador Público y Auditor conozca por medio del presente trabajo de tesis los diferentes tipos de muestreo estadístico y las ventajas y desventajas que cada uno de ellos ofrece para saber en un momento determinado el que más le conviene utilizar al momento de efectuar un examen de Auditoría y que le permita tomar una adecuada decisión o emitir una adecuada opinión.
3. Que todo profesional de la Contaduría Pública y Auditoría conozca la correcta aplicación de las Series Cronológicas por medio de este trabajo de tesis, que son de mucha utilidad para comparar el comportamiento de dos variables a través del tiempo, y que permiten de esta forma efectuar proyecciones y elaborar presupuestos de ventas, impuestos y otros, que son de mucha utilidad en la toma de decisiones.

4. Debido a que los números índices, constituyen un sencillo artificio para comparar los términos de una o varias series cronológicas y siendo estos una especie de barómetros de cambios en los negocios además de pronosticar la actividad económica futura es importante que el profesional de la carrera de Auditoría conozca la aplicación tanto de los índices simples y compuestos por medio del presente trabajo de tesis, ya que ésta le puede servir para proponer estrategias en beneficio de la empresa.

## BIBLIOGRAFIA

1. **Biblioteca de Consulta Microsoft® Encarta® 2003. © 1993-2002 Microsoft Corporation.**
2. Cao García, Ramon. **Métodos Estadísticos / Teoría y Práctica.** South – Western Publishing Co., Impreso en EE.UU. 1985.
3. Doms, Fernand P. **La Estadística, que Sencilla.** Editorial Paraninfo, Meléndez Valdés, Madrid.
4. Fowler Newton, Enrique. **El Muestreo Estadístico Aplicado a La Auditoría.** Ediciones Macchi Cordoba, Buenos Aires 1972.
5. Freeman, Harold Adolph. **Introducción a la Inferencia Estadística.** Trillar México.
6. Kazmier, Leonard J, Ph. D. Traducción Catalina Esguerra, Catalina de Barella. **Estadística Aplicada a la Administración y la Economía.** Editorial McGraw – Hill, Mexico, S.A. de C.V.
7. Matemáticas V. **Copias del Curso de Matemáticas V (Estadística I).** 6º. Semestre de la Escuela de Auditoria, Facultad de Ciencias Económicas, USAC del año 1999.
8. Portus Govinden, Lyncoyan. **Curso Práctico de Estadística.** Editorial McGraw Hill Interamericana, S. A., Colombia Bogotá.

9. Portus Govinden, Lincoyan. **Introducción a la Estadística**. 2ª Edición 1985, Editorial McGraw Hill Interamericana, S. A., Colombia Bogotá.
10. Ruiz Muñoz, David. **Manual de Estadística**. Editado por eumed-net 2004 ISBN: 84-688-6153-7
11. Springer Clifford, H. **Inferencia Estadística**. McGraw Hill 1988. 211 Pag.
12. Stevenson, William J. **Estadística para Administración y Economía: Conceptos y Aplicaciones**. Harper & Row Latinoamericana, 1981.
13. Way Medrana, Francisco Javier. **Estadística Descriptiva e Inferencia Estadística**. Editora Educativa, Guatemala.
14. Tablas Estadísticas de Áreas Bajo la Curva Normal de Probabilidades y tabla 3 de Números Aleatorios.
15. Yamane, Taro. **Estadística**. Editorial Harla, 3ª Edición, México 1974.
16. <http://www.unfpa.org/monitoring/toolkit/spanish/tool1-spanish.doc>
17. <http://www.monografias.com/trabajos11/tebas/tebas.shtml#intro>
18. <http://www.mrbit.es/hsa/uai/muestreo/>
19. <http://ftp.medprev.uma.es/libro/node87.htm>
20. <http://www.monografias.com/trabajos11/tebas/tebas.shtml#intro>
21. <http://www.ur.mx/ur/fachycs/maestros/claudiap/1.htm>

**22.** <http://tarwi.lamolina.edu.pe/~leojeri/numeros-indices.doc>

**23.** <http://server2.southlink.com.ar/vap/numeros%20indice.htm>

**24.** <http://www.edicionsupc.es/ftppublic/pdfmostra/ME02701M.pdf>

TABLE 1 Table of Random Digits

Line	Col.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
1		10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	11194	62590	36207	20962	99570	91291	90700
2		23358	46573	25593	85393	30995	89190	27982	53402	93963	34093	26666	19174	32613	99508
3		24130	48360	22527	76365	64809	15179	24830	74320	93140	32021	30680	19655	67348	58629
4		42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53557	71341	57004	00849	74917	97758	16379
5		37570	39973	81837	16656	06121	91782	60460	81305	49604	60672	14110	06927	01263	54613
6		77921	06907	11008	42751	37756	33498	18602	70659	90653	15053	21916	81825	44394	42080
7		92562	72905	56420	69994	96672	31016	71194	18738	44013	68840	63213	21069	10634	12952
8		86501	91977	05763	07972	18876	20923	56869	69014	60045	40015	10425	84903	42508	32307
9		82376	14342	63651	10261	17453	10103	57740	84378	25331	12566	58070	44947	05505	56941
10		85473	36857	53342	53908	53060	59535	30867	62300	00150	17983	16439	11450	18593	64952
11		28938	69578	68231	33276	70997	79936	56865	05859	90106	31595	15447	82590	91610	78188
12		63535	40961	48235	03427	47626	69445	18663	72695	52120	20247	12234	92511	33703	90322
13		09429	93969	52636	92737	88974	33488	36320	17617	30015	08272	84115	27156	10613	74952
14		10365	61129	87529	85609	48237	52267	67689	53394	01511	26358	85104	20285	29273	89868
15		07119	97336	71048	08178	77233	15916	47564	81056	97735	85977	29372	74461	20551	90707
16		51005	12765	51821	51259	77452	16300	60756	92144	49442	53900	70960	63990	75601	40719
17		02368	21382	52484	60280	09368	19005	55322	44019	01188	65255	64835	44919	05944	55157
18		03011	54092	33362	94904	31273	04146	18594	28652	71585	05030	51132	17515	92747	44951
19		52162	33916	46389	58506	23216	14513	83149	98736	23495	64350	94738	01952	35356	35749
20		07056	97628	33787	09998	42698	02691	76988	13602	51851	46104	88916	193509	25625	58104
21		48663	91245	85828	14346	09172	30168	90229	04734	59193	22178	30421	61666	99904	32812
22		54164	59492	22421	74103	47070	25300	76460	26384	58351	06640	21524	15227	96909	41582
23		22639	27003	05597	24200	33363	38075	94342	20720	35506	06912	17012	64161	10296	22851
24		29534	21001	87837	67308	50731	00256	45834	15398	46557	41135	10367	07604	36188	16310
25		02488	33082	28834	07351	18731	92420	60952	61280	50091	67658	32568	06679	50720	94953
26		81523	72293	04679	96423	24878	82651	66566	14778	74797	14780	13300	67074	79566	93725
27		29676	20591	68086	26432	46901	20049	89768	81576	80645	12659	92259	57102	80428	25280
28		00742	57392	39054	68422	64673	40027	32832	61362	98947	36067	64760	64584	96096	98253
29		05366	04213	25669	28422	44407	44048	37937	63904	45766	66134	75470	66320	34625	90449
30		91921	25418	64117	94305	26766	23940	39972	22209	71500	64568	91402	42418	07884	69618
31		00582	04711	87917	77341	42206	35126	74047	99547	81617	42607	43808	76655	62028	76630
32		00723	69884	62797	56170	66324	68072	76222	36086	64637	93161	76038	65855	77919	86006
33		69011	65793	95876	55293	16908	27354	26575	08525	40801	59920	29041	80150	12777	48501
34		25976	57948	29888	88604	67917	48706	18912	02271	65424	69174	33611	54262	65963	03547
35		09763	83473	73577	12908	50883	18317	28290	35797	03998	41608	34952	37888	38917	88050
36		91567	42595	37958	30334	04024	66385	29680	99730	55536	84855	29080	09230	79656	73211
37		17955	56349	90999	49127	20044	59931	06113	20542	10059	02008	73708	83517	36103	42791
38		46503	18584	17893	19688	02304	51036	20453	58227	28148	33475	56942	33383	20382	87228
39		92157	85634	34824	78173	84610	82034	09922	25417	42137	42413	25592	32246	35509	20460
40		14517	62745	35605	61263	39667	47358	56873	56307	61407	45318	89656	20103	77490	18062
41		98427	07523	33362	64270	01638	92477	66968	98420	04880	45885	46565	04102	46880	45709
42		34914	63976	88720	72765	14476	17032	87589	40836	32423	70002	70663	88663	77775	69348
43		70060	20277	39475	46473	32319	53416	94970	25032	69975	94884	19661	72828	00102	66794
44		33976	34914	06990	67245	68350	82948	11398	42878	80267	88267	47363	46634	06541	97809
45		76072	29515	40980	07391	58745	25774	23987	80059	39911	98189	41151	14222	60697	55583
46		80725	32210	83974	39992	65831	36631	50490	83765	55657	13361	31720	51735	56226	41546
47		64364	67412	33339	31926	14883	24413	59744	02351	97473	89266	33971	04110	23726	51900
48		08962	00358	11662	23388	61052	04572	81249	35648	65891	69352	40373	45378	78547	81788
49		93012	68379	93526	70765	10592	04462	76463	54320	02349	17247	28665	14777	62730	92277
50		15664	10493	20492	38391	91132	21999	59516	61652	27195	48223	46751	25923	32261	25633

From Table of 105,000 Random Decimal Digits,  
Interstate Commerce Commission Bureau of Transport Economics and Statistics.

AMPLE SIZES FOR SAMPLING ATTRIBUTES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

TABLE 2a

Expected Rate of Occurrence not over 10% tasa de ocurrencia  
Confidence Level 95% nivel de confianza  
indice de precisión

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:				
	± 1%	± 2%	± 3%	± 4%	± 5%
200				104	82
300				126	95
400			196	140	103
500			217	151	108
1,000		464	277	178	121
1,500		548	306	189	127
2,000		603	322	195	129
2,500		642	333	199	131
3,000		671	340	201	132
3,500	1739	693	346	203	133
4,000	1854	711	350	205	134
4,500	1955	725	354	206	134
5,000	2044	737	357	207	135
6,000	2193	755	361	208	135
7,000	2314	769	364	210	136
8,000	2413	780	366	210	136
9,000	2497	788	368	211	136
10,000	2569	795	370	211	136
15,000	2809	817	374	213	137
20,000	2947	828	377	214	137
25,000	3036	835	378	214	137
50,000	3233	849	381	215	138
100,000	3341	857	383	216	138

TABLE 2b

Expected Rate of Occurrence not over 10% ocurrencia  
Confidence Level 99% nivel de confianza  
precision

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:					
	± 1%	± 2%	± 3%	± 4%	± 5%	± 10%
200						46
300					133	50
400				193	150	52
500				214	162	53
1,000			399	272	193	56
1,500			460	299	206	57
2,000		855	498	315	213	58
2,500		935	525	325	218	59
3,000		997	544	332	221	59
3,500		1047	558	337	224	59
4,000		1087	569	341	225	59
4,500		1121	578	345	227	59
5,000		1150	586	347	228	59
6,000	2993	1196	598	351	230	59
7,000	3223	1231	606	354	231	59
8,000	3420	1258	613	357	232	59
9,000	3590	1281	618	358	233	59
10,000	3739	1299	622	360	233	59
15,000	4272	1358	635	364	235	59
20,000	4599	1389	642	366	236	60
25,000	4821	1409	646	368	237	60
50,000	5332	1450	655	371	238	60
100,000	5636	1471	659	372	238	60



TABLE 2c

SAMPLE SIZES FOR SAMPLING ATTRIBUTES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY  
Expected Rate of Occurrence not over 5%  
Confidence Level 95%

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:			
	± 1%	± 2%	± 3%	± 4%
200			101	73
300			121	83
400			135	89
500		238	144	93
1,000		313	169	102
1,500		350	179	106
2,000	954	371	184	108
2,500	1055	386	187	109
3,000	1134	396	190	110
3,500	1199	403	192	110
4,000	1253	409	193	111
4,500	1298	414	194	111
5,000	1336	418	195	111
6,000	1399	424	196	112
7,000	1447	428	197	112
8,000	1485	431	198	112
9,000	1517	434	198	113
10,000	1543	436	199	113
15,000	1626	443	200	113
20,000	1672	446	201	113
25,000	1700	448	201	113
50,000	1760	452	202	114
100,000	1791	454	202	114

TABLE 2d

Expected Rate of Occurrence not over 5%  
Confidence Level 99%

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:				
	± 1%	± 2%	± 3%	± 4%	± 5%
200				99	78
300				119	89
400			107	132	96
500			206	142	101
1,000		441	260	165	112
1,500		517	284	174	117
2,000		565	298	179	119
2,500		599	307	183	120
3,000		624	314	185	121
3,500	1659	643	318	187	122
4,000	1763	658	322	188	122
4,500	1858	673	326	189	123
5,000	1934	681	327	190	123
6,000	2067	697	331	191	124
7,000	2174	708	334	192	124
8,000	2261	717	336	192	124
9,000	2335	725	337	193	124
10,000	2397	731	337	193	125
15,000	2605	749	341	194	125
20,000	2721	758	341	195	125
25,000	2799	764	341	195	126
50,000	2963	776	348	196	126
100,000	3056	782	347	197	126

TABLE 2c

SAMPLE SIZES FOR SAMPLING ATTRIBUTES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY  
Expected Rate of Occurrence not over 2%  
Confidence Level 95%

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:			
	± .5%	± 1%	± 2%	± 5%
200			97	59
300			116	66
400			128	70
500			137	72
1,000		430	158	78
1,500		501	167	80
2,000		547	172	81
2,500		579	175	81
3,000	1503	602	177	82
3,500	1619	620	179	82
4,000	1718	634	180	82
4,500	1804	645	181	83
5,000	1880	654	182	83
6,000	2005	669	183	83
7,000	2106	680	183	83
8,000	2183	688	184	83
9,000	2257	695	184	83
10,000	2315	700	185	83
15,000	2508	717	186	84
20,000	2664	726	186	84
25,000	2688	731	187	84
50,000	2840	742	188	84
100,000	2924	747	188	84

TABLE 2f

Expected Rate of Occurrence not over 2%  
Confidence Level 99%

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:			
	± .5%	± 1%	± 2%	± 5%
200				84
300				98
400			180	107
500			197	113
1,000			246	127
1,500		697	268	132
2,000		788	280	135
2,500		856	289	137
3,000		907	294	138
3,500		948	298	139
4,000		981	301	140
4,500		1009	304	140
5,000		1032	306	141
6,000	2786	1069	309	142
7,000	2984	1097	311	142
8,000	3151	1118	313	142
9,000	3296	1136	314	143
10,000	3421	1151	315	143
15,000	3861	1197	319	144
20,000	4126	1221	320	144
25,000	4304	1236	321	144
50,000	4709	1267	323	144
100,000	4942	1283	324	145

TABLE 2g SAMPLE SIZES FOR SAMPLING ATTRIBUTES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY  
Expected Rate of Occurrence Unknown (50%)  
Confidence Level 95%

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:			
	± 2%	± 3%	± 4%	± 5%
200				
300				
400				196
500				217
1,000			375	278
1,500		624	429	306
2,000		696	462	322
2,500	1225	748	484	333
3,000	1334	787	500	341
3,500	1424	818	512	346
4,000	1500	842	522	350
4,500	1566	863	530	354
5,000	1622	879	538	357
6,000	1715	906	546	361
7,000	1788	926	553	364
8,000	1847	942	558	367
9,000	1895	954	563	368
10,000	1936	964	568	370
15,000	2070	996	577	375
20,000	2144	1013	583	377
25,000	2191	1023	588	378
50,000	2291	1045	593	381
100,000	2345	1056	597	383

TABLE 2h Expected Rate of Occurrence Unknown (50%)  
Confidence Level 99%

Number of Items in Field	Sample Size for Reliability of:				
	± 2%	± 3%	± 4%	± 5%	± 10%
200					91
300					107
400					118
500					125
1,000					143
1,500				400	150
2,000		959	613	460	154
2,500		1061	683	498	156
3,000		1142	733	525	158
3,500		1210	771	544	159
4,000		1262	802	559	160
4,500	2158	1262	824	569	160
5,000	2267	1308	843	578	161
6,000	2452	1347	859	586	162
7,000	2605	1410	884	598	162
8,000	2732	1459	903	606	163
9,000	2839	1498	918	613	163
10,000	2932	1530	930	618	163
15,000	3249	1556	939	622	164
20,000	3435	1642	970	635	164
25,000	3557	1688	986	642	165
50,000	3830	1717	996	646	165
100,000	3982	1778	1016	655	166
		1810	1026	659	166

NOTE: This table should be used only when the auditor is unable or unwilling to fix a maximum occurrence rate to be expected. This conservative approach will result in a much larger sample size than will be found in the other tables (table 2a thru 2f) where an expected maximum rate is estimated. The tables are based on an assumption of an occurrence rate of 50%.

SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

Rate of Occurrence in Sample 1%  
Confidence Level 95%

And Field Size is:	For Sample Size of:											
	100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	0.3%	4.2%										
300	0.2	4.6										
400	0.2	4.9	0.4%	2.8%								
500	0.1	5.0	0.3	3.0								
1,000	0.1	5.2	0.2	3.3	0.3%	2.6%	0.5%	1.9%				
1,500	0.1	5.3	0.2	3.4	0.3	2.7	0.5	2.1				
2,000	0.1	5.3	0.2	3.4	0.3	2.8	0.4	2.1	0.6%	1.6%		
2,500	0.0*	5.4	0.2	3.5	0.3	2.8	0.4	2.2	0.6	1.7		
3,000	0.0*	5.4	0.2	3.5	0.3	2.8	0.4	2.2	0.6	1.7		
3,500	0.0*	5.4	0.2	3.5	0.2	2.8	0.4	2.2	0.6	1.7		
4,000	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.8	0.4	2.2	0.5	1.7		
4,500	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.8	0.4	2.2	0.5	1.7		
5,000	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.8	0.4	2.3	0.5	1.7		
6,000	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.9	0.4	2.3	0.5	1.8		
7,000	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.9	0.4	2.3	0.5	1.8		
8,000	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.9	0.4	2.3	0.5	1.8	0.7%	1.4%
9,000	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.9	0.3	2.3	0.5	1.8	0.7	1.5
10,000	0.0*	5.4	0.1	3.5	0.2	2.9	0.3	2.3	0.5	1.8	0.7	1.5
15,000	0.0*	5.4	0.1	3.6	0.2	2.9	0.3	2.3	0.5	1.8	0.6	1.5
20,000	0.0*	5.4	0.1	3.6	0.2	2.9	0.3	2.3	0.5	1.8	0.6	1.5
25,000	0.0*	5.4	0.1	3.6	0.2	2.9	0.3	2.3	0.5	1.8	0.6	1.5
50,000	0.0*	5.5	0.1	3.6	0.2	2.9	0.3	2.3	0.5	1.8	0.6	1.5
100,000	0.0*	5.5	0.1	3.6	0.2	2.9	0.3	2.3	0.5	1.8	0.6	1.5

TABLE 6

\* Less than 0.05%



**SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY**

**Rate of Occurrence in Sample 3%  
Confidence Level 95%**

For Sample Size of:

And Field Size is:	100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	1.3%	6.9%										
300	1.1	7.5										
400	0.9	7.8	1.7%	5.4%								
500	0.9	8.0	1.5	5.7								
1,000	0.7	8.3	1.3	6.1	1.8%	5.1%	2.1%	4.3%				
1,500	0.7	8.3	1.2	6.2	1.7	5.2	2.0	4.5				
2,000	0.7	8.4	1.2	6.2	1.6	5.3	2.0	4.6	2.4%	3.8%		
2,500	0.7	8.4	1.2	6.3	1.6	5.4	1.9	4.6	2.3	3.9		
3,000	0.7	8.4	1.2	6.3	1.6	5.4	1.9	4.7	2.3	4.0		
3,500	0.7	8.5	1.2	6.3	1.6	5.4	1.9	4.7	2.3	4.0		
4,000	0.7	8.5	1.2	6.3	1.6	5.4	1.9	4.7	2.2	4.1		
4,500	0.7	8.5	1.2	6.3	1.6	5.4	1.9	4.7	2.2	4.1		
5,000	0.6	8.5	1.2	6.4	1.6	5.4	1.9	4.7	2.2	4.1	25%	36%
6,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.6	5.4	1.8	4.7	2.2	4.1	2.5	3.6
7,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.6	5.5	1.8	4.7	2.2	4.1	2.5	3.7
8,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.6	5.5	1.8	4.8	2.2	4.1	2.5	3.7
9,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.5	5.5	1.8	4.8	2.2	4.1	2.4	3.7
10,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.5	5.5	1.8	4.8	2.2	4.1	2.4	3.7
15,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.5	5.5	1.8	4.8	2.1	4.2	2.4	3.7
20,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.5	5.5	1.8	4.8	2.1	4.2	2.4	3.8
25,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.5	5.5	1.8	4.8	2.1	4.2	2.4	3.8
30,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.5	5.5	1.8	4.8	2.1	4.2	2.4	3.8
100,000	0.6	8.5	1.1	6.4	1.5	5.5	1.8	4.8	2.1	4.2	2.4	3.8

TABLE 6 (Continued)

**SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY**

**Rate of Occurrence in Sample 5%  
Confidence Level 95%**

And Field Size is:	For Sample Size of:													
	60		100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	1.7%	12.5%	2.6%	9.5%										
300	1.5	13.0	2.3	10.1										
405	1.4	13.2	2.1	10.5	3.2%	7.8%								
500	1.3	13.4	2.0	10.6	3.0	8.1								
1,000	1.2	13.7	1.8	11.0	2.7	8.6	3.2%	7.6%	3.8%	6.6%				
1,500	1.1	13.8	1.6	11.1	2.6	8.7	3.1	7.8	3.6	6.9				
2,000	1.1	13.8	1.7	11.1	2.6	8.8	3.0	7.9	3.5	7.0	4.1%	6.1%		
2,500	1.1	13.8	1.7	11.2	2.5	8.8	3.0	7.9	3.5	7.1	4.0	6.2		
3,000	1.1	13.9	1.7	11.2	2.5	8.9	2.9	8.0	3.4	7.1	4.0	6.3		
3,500	1.1	13.9	1.7	11.2	2.5	8.9	2.9	8.0	3.4	7.1	3.9	6.3		
4,000	1.1	13.9	1.7	11.2	2.5	8.9	2.9	8.0	3.4	7.1	3.9	6.3	4.4%	5.7%
4,500	1.1	13.9	1.7	11.2	2.5	8.9	2.9	8.0	3.4	7.2	3.9	6.4	4.3	5.8
5,000	1.1	13.9	1.7	11.2	2.5	8.9	2.9	8.0	3.4	7.2	3.9	6.4	4.3	5.8
6,000	1.1	13.9	1.7	11.2	2.5	8.9	2.9	8.0	3.3	7.2	3.8	6.4	4.3	5.9
7,000	1.1	13.9	1.7	11.2	2.5	8.9	2.9	8.0	3.3	7.2	3.8	6.4	4.2	5.9
8,000	1.1	13.9	1.7	11.3	2.5	9.0	2.9	8.1	3.3	7.2	3.8	6.5	4.2	5.9
9,000	1.1	13.9	1.7	11.3	2.5	9.0	2.9	8.1	3.3	7.2	3.8	6.5	4.2	5.9
10,000	1.1	13.9	1.7	11.3	2.5	9.0	2.9	8.1	3.3	7.2	3.8	6.5	4.2	6.0
15,000	1.1	13.9	1.7	11.3	2.4	9.0	2.9	8.1	3.3	7.3	3.8	6.5	4.1	6.0
20,000	1.1	13.9	1.7	11.3	2.4	9.0	2.8	8.1	3.3	7.3	3.8	6.5	4.1	6.0
25,000	1.0	13.9	1.7	11.3	2.4	9.0	2.8	8.1	3.3	7.3	3.8	6.5	4.1	6.0
50,000	1.0	13.9	1.6	11.3	2.4	9.0	2.8	8.1	3.3	7.3	3.8	6.5	4.1	6.0
100,000	1.0	13.9	1.6	11.3	2.4	9.0	2.8	8.1	3.3	7.3	3.7	6.5	4.1	6.0

TABLE 6 (Continued)

**SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY**

**Rate of Occurrence in Sample 6%  
Confidence Level 95%**

And Field Size Is:	For Sample Size of:													
	50		100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	1.9%	15.2%	3.3%	10.7%										
300	1.7	15.7	2.9	11.4										
400	1.6	15.9	2.7	11.7	4.0%	9.0%								
500	1.5	16.0	2.6	11.9	3.8	9.3								
1,000	1.4	16.3	2.4	12.3	3.5	9.8	4.0%	8.7%	4.7%	7.7%				
1,500	1.3	16.4	2.4	12.4	3.4	9.9	3.9	8.9	4.5	8.0				
2,000	1.3	16.4	2.3	12.4	3.3	10.0	3.8	9.0	4.4	8.1	5.0%	7.2%		
2,500	1.3	16.5	2.3	12.5	3.3	10.0	3.8	9.1	4.3	8.2	4.9	7.3		
3,000	1.3	16.5	2.3	12.5	3.3	10.1	3.8	9.1	4.3	8.2	4.9	7.3		
3,500	1.3	16.5	2.3	12.5	3.3	10.1	3.7	9.1	4.3	8.3	4.8	7.4		
4,000	1.3	16.5	2.3	12.5	3.3	10.1	3.7	9.2	4.2	8.3	4.8	7.4		
4,500	1.3	16.5	2.3	12.5	3.2	10.1	3.7	9.2	4.2	8.3	4.8	7.5		
5,000	1.3	16.5	2.3	12.5	3.2	10.1	3.7	9.2	4.2	8.3	4.8	7.5		
6,000	1.3	16.5	2.3	12.5	3.2	10.1	3.7	9.2	4.2	8.3	4.8	7.5		
7,000	1.3	16.5	2.3	12.6	3.2	10.2	3.7	9.2	4.2	8.3	4.7	7.5		
8,000	1.3	16.5	2.3	12.6	3.2	10.2	3.7	9.2	4.2	8.4	4.7	7.5		
9,000	1.3	16.5	2.3	12.6	3.2	10.2	3.7	9.2	4.2	8.4	4.7	7.5		
10,000	1.3	16.5	2.3	12.6	3.2	10.2	3.7	9.2	4.2	8.4	4.7	7.6		
15,000	1.3	16.6	2.3	12.6	3.2	10.2	3.7	9.3	4.1	8.4	4.7	7.6		
20,000	1.3	16.6	2.3	12.6	3.2	10.2	3.7	9.3	4.1	8.4	4.6	7.6		
25,000	1.3	16.6	2.3	12.6	3.2	10.2	3.6	9.3	4.1	8.4	4.6	7.6		
50,000	1.3	16.6	2.2	12.6	3.2	10.2	3.6	9.3	4.1	8.4	4.6	7.6		
100,000	1.3	16.6	2.2	12.6	3.2	10.2	3.6	9.3	4.1	8.4	4.6	7.6		
													5.3%	6.8%
													5.2	6.9
													5.2	7.0
													5.1	7.0
													5.1	7.0
													5.1	7.1
													5.1	7.1
													5.0	7.1
													5.0	7.1

TABLE 6 (Continued)



**SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY**

Rate of Occurrence in Sample 7%  
Confidence Level 95%

And Field Size is:	For Sample Size of:											
	100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	4.1%	11.9%										
300	3.6	12.6										
400	3.4	13.0	4.8%	10.1%								
500	3.3	13.2	4.6	10.4								
1,000	3.1	13.6	4.3	10.9								
1,500	3.0	13.7	4.2	11.1	4.9%	9.9%	5.6%	8.8%				
2,000	3.0	13.7	4.1	11.2	4.7	10.1	5.3	9.1				
2,500	2.9	13.8	4.1	11.2	4.6	10.2	5.2	9.3	6.0%	8.2%		
3,000	2.9	13.8	4.0	11.3	4.6	10.3	5.1	9.3	5.8	8.4		
3,500	2.9	13.8	4.0	11.3	4.6	10.3	5.1	9.4	5.8	8.5	7.8%	
4,000	2.9	13.8	4.0	11.3	4.5	10.3	5.1	9.4	5.7	8.5	6.3%	
4,500	2.9	13.8	4.0	11.3	4.5	10.3	5.1	9.4	5.7	8.5	6.2	
5,000	2.9	13.8	4.0	11.3	4.5	10.3	5.1	9.4	5.7	8.6	6.2	
6,000	2.9	13.8	4.0	11.3	4.5	10.4	5.1	9.5	5.7	8.6	6.1	
7,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.5	5.6	8.6	6.1	
8,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.5	5.6	8.6	6.1	
9,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.5	5.6	8.6	6.1	
10,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.5	5.6	8.6	6.1	
15,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.5	5.6	8.7	6.0	
20,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.5	5.6	8.7	6.0	
25,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.5	5.6	8.7	6.0	
50,000	2.9	13.9	4.0	11.4	4.5	10.4	5.0	9.6	5.5	8.7	6.0	
100,000	2.9	13.9	3.9	11.4	4.4	10.4	5.0	9.6	5.5	8.7	6.0	

TABLE 6 (Continued)

**SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY**

**Rate of Occurrence in Sample 8%  
Confidence Level 95%**

And Field Size Is:	For Sample Size of:													
	50		100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	3.0%	17.7%	4.8%	13.1%										
300	2.7	18.3	4.3	13.9										
400	2.6	18.5	4.1	14.4										
500	2.5	18.7	4.0	14.4										
1,000	2.4	19.0	3.7	14.8	5.7%	11.3%								
1,500	2.3	19.1	3.7	14.9	5.1	12.1								
2,000	2.3	19.1	3.6	15.0	4.9	12.3								
2,500	2.3	19.1	3.6	15.0	4.9	12.4								
3,000	2.3	19.2	3.6	15.0	4.8	12.4	5.4	11.4	6.5%	9.9%				
3,500	2.3	19.2	3.6	15.1	4.8	12.5	5.4	11.4	6.0	10.4	6.9%	9.3%		
4,000	2.3	19.2	3.6	15.1	4.8	12.5	5.4	11.3	6.0	10.5	6.8	9.4		
4,500	2.3	19.2	3.6	15.1	4.8	12.5	5.4	11.5	6.0	10.5	6.7	9.5		
5,000	2.3	19.2	3.6	15.1	4.8	12.5	5.3	11.5	6.0	10.5	6.6	9.6		
6,000	2.3	19.2	3.6	15.1	4.8	12.5	5.3	11.5	5.9	10.6	6.6	9.6		
7,000	2.3	19.2	3.6	15.1	4.8	12.5	5.3	11.5	5.9	10.6	6.6	9.6	7.2%	8.9%
8,000	2.3	19.2	3.5	15.1	4.8	12.5	5.3	11.5	5.9	10.6	6.6	9.6	7.1	9.9
9,000	2.3	19.2	3.5	15.1	4.7	12.6	5.3	11.5	5.9	10.6	6.6	9.7	7.1	9.0
10,000	2.3	19.2	3.5	15.1	4.7	12.6	5.3	11.6	5.9	10.6	6.5	9.7	7.0	9.1
15,000	2.2	19.2	3.5	15.1	4.7	12.6	5.3	11.6	5.9	10.6	6.5	9.7	7.0	9.1
20,000	2.2	19.2	3.5	15.1	4.7	12.6	5.3	11.6	5.9	10.6	6.5	9.7	7.0	9.1
25,000	2.2	19.2	3.5	15.1	4.7	12.6	5.2	11.6	5.9	10.7	6.5	9.8	7.0	9.2
50,000	2.2	19.2	3.5	15.2	4.7	12.6	5.3	11.6	5.8	10.7	6.5	9.8	6.9	9.2
100,000	2.2	19.3	3.5	15.2	4.7	12.6	5.2	11.6	5.8	10.7	6.4	9.8	6.9	9.2
					4.7	12.6	5.2	11.6	5.8	10.7	6.4	9.8	6.9	9.3

TABLE 6 (Continued)

SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

Rate of Occurrence in Sample 9%  
Confidence Level 95%

And Field Size is:	For Sample Size of:												
	100		300		500		1000		2000				
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	
200	5.6%	14.2%											
300	5.1	15.0											
400	4.8	15.4											
500	4.7	15.6	6.5%	12.4%									
1,000	4.5	16.0	5.8	13.3									
1,500	4.4	16.2	5.7	13.5	6.5%	12.2%	7.4%	11.0%					
2,000	4.3	16.2	5.6	13.6	6.4	12.4	7.1	11.3					
2,500	4.3	16.3	5.6	13.6	6.3	12.5	7.0	11.5					
3,000	4.3	16.3	5.6	13.7	6.2	12.6	6.9	11.5	7.8%				
3,500	4.3	16.3	5.6	13.7	6.2	12.6	6.9	11.6	7.7	10.5			
4,000	4.3	16.3	5.6	13.7	6.2	12.6	6.8	11.6	7.6	10.6			
4,500	4.3	16.3	5.5	13.7	6.2	12.7	6.8	11.7	7.6	10.6			
5,000	4.3	16.3	5.5	13.7	6.2	12.7	6.8	11.7	7.5	10.7			
6,000	4.2	16.3	5.5	13.7	6.1	12.7	6.8	11.7	7.5	10.7			
7,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.7	6.8	11.7	7.5	10.7			
8,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.7	6.8	11.7	7.5	10.8			
9,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.7	6.7	11.7	7.4	10.8			
10,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.7	6.7	11.8	7.4	10.8			
15,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.8	6.7	11.8	7.4	10.8			
20,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.8	6.7	11.8	7.4	10.9			
25,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.8	6.7	11.8	7.4	10.9			
30,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.8	6.7	11.8	7.4	10.9			
100,000	4.2	16.4	5.5	13.8	6.1	12.8	6.7	11.8	7.3	10.9	8.1%	9.9%	
											8.1	10.0	10.0
											8.1	10.0	10.1
											8.0	10.1	10.1
											8.0	10.1	10.1
											8.0	10.2	10.2
											7.9	10.2	10.2
											7.9	10.2	10.2
											7.9	10.2	10.2
											7.9	10.3	10.3
											7.8	10.3	10.3
											7.8	10.3	10.3
											7.8	10.5	10.5

TABLE 6 (Continued)

SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

Rate of Occurrence in Sample 10%  
Confidence Level 95%

And Field Size is:	For Sample Size of:															
	50		100		200		300		500		1000		2000			
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit		
200	4.2%	20.2%	6.4%	15.4%												
200	3.9	20.8	5.8	16.2												
400	3.8	21.1	5.6	16.6	7.3%	13.6%										
500	3.7	21.2	5.4	16.8	7.1	13.9										
1,000	3.5	21.5	5.2	17.3	6.6	14.5	7.4%	13.3%	8.2%	12.1%						
1,500	3.4	21.6	5.1	17.4	6.5	14.7	7.2	13.6	8.0	12.4	8.7%	11.4%				
2,000	3.4	21.7	5.0	17.5	6.4	14.8	7.1	13.7	7.9	12.6	8.6	11.6				
2,500	3.4	21.7	5.0	17.5	6.4	14.8	7.0	13.7	7.8	12.7	8.6	11.6				
3,000	3.4	21.7	5.0	17.5	6.4	14.9	7.0	13.8	7.7	12.7	8.5	11.7				
3,500	3.4	21.7	5.0	17.5	6.3	14.9	7.0	13.8	7.7	12.8	8.5	11.8				
4,000	3.4	21.8	5.0	17.5	6.3	14.9	7.0	13.8	7.7	12.8	8.4	11.8	9.1%	11.0%		
4,500	3.4	21.8	5.0	17.5	6.3	14.9	7.0	13.8	7.7	12.8	8.4	11.8	9.1	11.0		
5,000	3.4	21.8	5.0	17.5	6.3	14.9	7.0	13.9	7.6	12.8	8.4	11.8	9.0	11.1		
6,000	3.4	21.8	5.0	17.6	6.3	14.9	6.9	13.9	7.6	12.8	8.4	11.9	9.0	11.1		
7,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.3	15.0	6.9	13.9	7.6	12.9	8.3	11.9	8.9	11.2		
8,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.3	15.0	6.9	13.9	7.6	12.9	8.3	11.9	8.9	11.2		
9,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.3	15.0	6.9	13.9	7.6	12.9	8.3	11.9	8.9	11.2		
10,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.3	15.0	6.9	13.9	7.6	12.9	8.3	11.9	8.9	11.3		
15,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.2	15.0	6.9	13.9	7.6	12.9	8.3	12.0	8.8	11.3		
20,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.2	15.0	6.9	13.9	7.6	12.9	8.3	12.0	8.8	11.3		
25,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.2	15.0	6.9	14.0	7.5	12.9	8.3	12.0	8.8	11.3		
50,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.2	15.0	6.9	14.0	7.5	13.0	8.2	12.0	8.7	11.4		
100,000	3.3	21.8	4.9	17.6	6.2	15.0	6.9	14.0	7.5	13.0	8.2	12.0	8.7	11.4		

TABLE 6 (Continued)



**SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY**

*Rate of Occurrence in Sample 12%  
Confidence Level 95%*

And Field Size Is:	For Sample Size of:													
	50		100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	5.5%	22.7%	8.0%	17.6%										
300	5.2	23.2	7.4	18.5										
400	5.0	23.5	7.2	18.9										
500	4.9	23.7	7.0	19.1	9.1%	15.8%								
1,000	4.7	24.0	6.7	19.6	8.6	16.1								
1,500	4.7	24.1	6.6	19.7	8.3	16.7	9.1%	15.5%	10.1%	14.2%				
2,000	4.6	24.2	6.5	19.8	8.2	16.9	8.9	15.8	9.8	14.6				
2,500	4.6	24.2	6.5	19.8	8.1	17.0	8.8	15.9	9.7	14.7	10.6%	13.5%		
3,000	4.6	24.2	6.5	19.8	8.0	17.1	8.8	15.9	9.6	14.8	10.5	13.7		
3,500	4.6	24.2	6.5	19.9	8.0	17.1	8.8	16.0	9.5	14.9	10.4	13.8		
4,000	4.6	24.2	6.5	19.9	8.0	17.2	8.7	16.0	9.5	14.9	10.4	13.8	11.0%	13.1%
4,500	4.6	24.2	6.5	19.9	8.0	17.2	8.7	16.0	9.5	15.0	10.3	13.9	11.0	13.1
5,000	4.6	24.3	6.5	19.9	8.0	17.2	8.7	16.1	9.5	15.0	10.3	13.9	10.9	13.2
6,000	4.6	24.3	6.5	19.9	8.0	17.2	8.7	16.1	9.4	15.0	10.2	14.0	10.9	13.2
7,000	4.6	24.3	6.4	19.9	7.9	17.2	8.6	16.1	9.4	15.0	10.2	14.0	10.8	13.3
8,000	4.6	24.3	6.4	19.9	7.9	17.2	8.6	16.1	9.4	15.1	10.2	14.0	10.8	13.3
9,000	4.6	24.3	6.4	19.9	7.9	17.2	8.6	16.1	9.4	15.1	10.2	14.0	10.8	13.3
10,000	4.6	24.3	6.4	19.9	7.9	17.3	8.6	16.1	9.4	15.1	10.2	14.1	10.8	13.3
15,000	4.6	24.3	6.4	20.0	7.9	17.3	8.6	16.2	9.4	15.1	10.1	14.1	10.7	13.4
20,000	4.6	24.3	6.4	20.0	7.9	17.3	8.6	16.2	9.3	15.1	10.1	14.1	10.7	13.4
25,000	4.6	24.3	6.4	20.0	7.9	17.3	8.6	16.2	9.3	15.1	10.1	14.1	10.7	13.4
50,000	4.5	24.3	6.4	20.0	7.9	17.3	8.6	16.2	9.3	15.1	10.1	14.1	10.7	13.5
100,000	4.5	24.3	6.4	20.0	7.9	17.3	8.6	16.2	9.3	15.2	10.1	14.2	10.6	13.5

TABLE 6 (Continued)

SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

Rate of Occurrence in Sample 13%  
Confidence Level 95%

For Sample Size of:

And Field Size is:	100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	8.9%	18.8%										
300	8.2	19.7										
400	7.9	20.1	10.0%	16.9%								
500	7.8	20.3	9.7	17.2								
1,000	7.5	20.8	9.2	17.9	10.0%	16.6%	11.0%	15.3%				
1,500	7.4	20.9	9.0	18.1	9.8	16.9	10.7	15.7				
2,000	7.3	21.0	8.9	18.2	9.7	17.0	10.6	15.8				
2,500	7.3	21.0	8.9	18.2	9.7	17.1	10.5	15.9	11.6%	14.6%		
3,000	7.3	21.0	8.9	18.3	9.6	17.1	10.4	16.0	11.4	14.7		
3,500	7.2	21.1	8.8	18.3	9.6	17.1	10.4	16.0	11.3	14.8		
4,000	7.2	21.1	8.8	18.3	9.6	17.2	10.4	16.0	11.3	14.9	12.0%	14.1%
4,500	7.2	21.1	8.8	18.3	9.6	17.2	10.4	16.1	11.2	15.0	11.9	14.2
5,000	7.2	21.1	8.8	18.3	9.5	17.2	10.3	16.1	11.2	15.0	11.9	14.2
6,000	7.2	21.1	8.8	18.4	9.5	17.2	10.3	16.1	11.2	15.0	11.8	14.3
7,000	7.2	21.1	8.8	18.4	9.5	17.2	10.3	16.1	11.1	15.1	11.8	14.3
8,000	7.2	21.1	8.8	18.4	9.5	17.2	10.3	16.2	11.1	15.1	11.8	14.3
9,000	7.2	21.1	8.8	18.4	9.5	17.3	10.3	16.2	11.1	15.1	11.7	14.4
10,000	7.2	21.1	8.7	18.4	9.5	17.3	10.3	16.2	11.1	15.1	11.7	14.4
15,000	7.2	21.1	8.7	18.4	9.5	17.3	10.3	16.2	11.1	15.2	11.7	14.4
20,000	7.2	21.2	8.7	18.4	9.5	17.3	10.2	16.2	11.0	15.2	11.6	14.5
25,000	7.2	21.2	8.7	18.4	9.5	17.3	10.2	16.2	11.0	15.2	11.6	14.5
30,000	7.2	21.2	8.7	18.4	9.4	17.3	10.2	16.2	11.0	15.2	11.6	14.5
100,000	7.2	21.2	8.7	18.4	9.4	17.3	10.2	16.2	11.0	15.2	11.6	14.5

TABLE 6 (Continued)

SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

Rate of Occurrence in Sample 14%  
Confidence Level 95%

TABLE 6 (Continued)

And Field Size is:	For Sample Size of:													
	60		100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	6.0%	25.0%	9.7%	19.9%										
300	6.5	25.6	9.0	20.8										
400	6.4	25.9	8.7	21.2	10.8%	18.0%								
500	6.1	26.1	8.5	21.5	10.5	18.3								
1,000	6.0	26.1	8.2	21.9	10.0	19.0	10.9%	17.7%	11.9%	16.4%				
1,500	6.0	26.5	8.1	22.1	9.8	19.2	10.7	18.0	11.6	16.7				
2,000	5.9	26.6	8.1	22.1	9.8	19.3	10.6	18.1	11.5	16.9	12.5%	15.6%		
2,500	5.9	26.6	8.0	22.2	9.7	19.4	10.5	18.2	11.4	17.0	12.4	15.8		
3,000	5.9	26.6	8.0	22.2	9.7	19.4	10.5	18.2	11.3	17.1	12.3	15.9		
3,500	5.9	26.7	8.0	22.2	9.7	19.4	10.5	18.2	11.3	17.1	12.2	15.9		
4,000	5.9	26.7	8.0	22.2	9.6	19.4	10.4	18.3	11.3	17.1	12.2	16.0	13.0%	15.1%
4,500	5.9	26.7	8.0	22.3	9.6	19.5	10.4	18.3	11.3	17.2	12.2	16.0	12.9	15.2
5,000	5.9	26.7	8.0	22.3	9.6	19.5	10.4	18.3	11.2	17.2	12.1	16.1	12.9	15.2
6,000	5.9	26.7	8.0	22.3	9.6	19.5	10.4	18.3	11.2	17.2	12.1	16.1	12.8	15.3
7,000	5.9	26.7	7.9	22.3	9.6	19.5	10.4	18.3	11.2	17.2	12.1	16.1	12.7	15.3
8,000	5.9	26.7	7.9	22.3	9.6	19.5	10.4	18.4	11.2	17.2	12.1	16.2	12.7	15.4
9,000	5.8	26.7	7.9	22.3	9.6	19.5	10.4	18.4	11.2	17.3	12.0	16.2	12.7	15.4
10,000	5.8	26.7	7.9	22.3	9.6	19.5	10.4	18.4	11.2	17.3	12.0	16.2	12.7	15.4
15,000	5.8	26.7	7.9	22.3	9.6	19.5	10.3	18.4	11.1	17.3	12.0	16.2	12.6	15.5
20,000	5.8	26.7	7.9	22.3	9.6	19.6	10.3	18.4	11.1	17.3	12.0	16.2	12.6	15.5
25,000	5.8	26.7	7.9	22.3	9.6	19.6	10.3	18.4	11.1	17.3	12.0	16.3	12.6	15.5
50,000	5.8	26.7	7.9	22.3	9.5	19.6	10.3	18.4	11.1	17.3	11.9	16.3	12.5	15.6
100,000	5.8	26.8	7.9	22.4	9.5	19.6	10.3	18.4	11.1	17.3	11.9	16.3	12.5	15.6



**SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY**

**Rate of Occurrence in Sample 15%  
Confidence Level 95%**

TABLE 6 (Continued)

And Field Size Is:	For Sample Size of:													
	60		100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	8.4%	24.7%	10.5%	21.0%										
300	7.9	25.4	9.8	22.0										
400	7.7	25.7	9.5	22.4	11.7%	19.0%								
500	7.6	25.9	9.3	22.6	11.4	19.4								
1,000	7.3	26.2	9.0	23.1	10.9	20.1	11.8%	18.6%	12.9%	17.4%				
1,500	7.3	26.4	8.9	23.2	10.7	20.3	11.6	19.1	12.5	17.8				
2,000	7.2	26.4	8.8	23.3	10.6	20.4	11.5	19.2	12.4	18.0	13.5%	16.7%		
2,500	7.2	26.4	8.8	23.4	10.6	20.5	11.4	19.3	12.3	18.1	13.3	16.8		
3,000	7.2	26.5	8.6	23.4	10.5	20.5	11.4	19.3	12.2	18.1	13.2	16.9		
3,500	7.2	26.5	8.7	23.4	10.5	20.6	11.3	19.4	12.2	18.2	13.2	17.0		
4,000	7.2	26.5	8.7	23.4	10.5	20.6	11.3	19.4	12.2	18.2	13.1	17.1		
4,500	7.2	26.5	8.7	23.4	10.5	20.6	11.3	19.4	12.2	18.2	13.1	17.1		
5,000	7.2	26.5	8.7	23.4	10.5	20.6	11.3	19.4	12.1	18.3	13.1	17.1		
6,000	7.1	26.5	8.7	23.5	10.4	20.6	11.3	19.4	12.1	18.3	13.0	17.2		
7,000	7.1	26.5	8.7	23.5	10.4	20.6	11.2	19.5	12.1	18.3	13.0	17.2		
8,000	7.1	26.5	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.1	18.3	13.0	17.2		
9,000	7.1	26.5	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.1	18.3	13.0	17.2		
10,000	7.1	26.5	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.1	18.4	13.0	17.3		
15,000	7.1	26.6	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.0	18.4	12.9	17.3		
20,000	7.1	26.6	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.0	18.4	12.9	17.3		
25,000	7.1	26.6	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.0	18.4	12.9	17.3		
50,000	7.1	26.6	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.0	18.4	12.9	17.4		
100,000	7.1	26.6	8.7	23.5	10.4	20.7	11.2	19.5	12.0	18.4	12.9	17.4		
													13.9%	16.2%
													13.9	16.2
													13.8	16.3
													13.7	16.3
													13.7	16.4
													13.7	16.4
													13.6	16.5
													13.6	16.5
													13.6	16.5
													13.5	16.5
													13.5	16.6
													13.5	16.6

TABLE 6b

SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

Rate of Occurrence in Sample 0.0%  
Confidence Level 95%

And Field Size is:	For Sample Size of:							
	30	50	100	200	300	500	1000	2000
200	8.8%	5.0%	2.1%					
300	9.0	5.3	2.4					
400	9.1	5.4	2.6	1.1%				
500	9.2	5.5	2.6	1.2				
1,000	9.4	5.7	2.8	1.3	0.8%	0.4%		
1,500	9.4	5.7	2.9	1.4	0.9	0.5		
2,000	9.4	5.7	2.9	1.4	0.9	0.5	0.2%	
2,500	9.5	5.8	2.9	1.4	0.9	0.5	0.2	
3,000	9.5	5.8	2.9	1.4	0.9	0.6	0.2	
3,500	9.5	5.8	2.9	1.4	1.0	0.6	0.3	
4,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1%
4,500	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
5,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
6,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
7,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
8,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
9,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
10,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
15,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
20,000	9.5	5.8	2.9	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
25,000	9.5	5.8	3.0	1.5	1.0	0.6	0.3	0.1
50,000	9.5	5.8	3.0	1.5	1.0	0.6	0.3	0.2
100,000	9.5	5.8	3.0	1.5	1.0	0.6	0.3	0.2

Rate of Occurrence in Sample 0.0%  
Confidence Level 99%

TABLE 6c

And Field Size is:	For Sample Size of:							
	30	50	100	200	300	500	1000	2000
200	13.1%	7.6%	3.2%					
300	13.5	8.0	3.7					
400	13.7	8.2	3.9	1.6%				
500	13.8	8.4	4.0	1.8				
1,000	14.0	8.6	4.3	2.0	1.3%	0.6%		
1,500	14.1	8.7	4.4	2.1	1.4	0.8		
2,000	14.1	8.7	4.4	2.2	1.4	0.8	0.3%	
2,500	14.2	8.7	4.4	2.2	1.4	0.8	0.4	
3,000	14.2	8.7	4.4	2.2	1.5	0.8	0.4	
3,500	14.2	8.7	4.4	2.2	1.5	0.8	0.4	
4,000	14.2	8.7	4.4	2.2	1.5	0.9	0.4	0.2%
4,500	14.2	8.8	4.5	2.2	1.5	0.9	0.4	0.2
5,000	14.2	8.8	4.5	2.2	1.5	0.9	0.4	0.2
6,000	14.2	8.8	4.5	2.2	1.5	0.9	0.4	0.2
7,000	14.2	8.8	4.5	2.2	1.5	0.9	0.4	0.2
8,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.4	0.2
9,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.4	0.2
10,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.4	0.2
15,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.4	0.2
20,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.5	0.2
25,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.5	0.2
50,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.5	0.2
100,000	14.2	8.8	4.5	2.3	1.5	0.9	0.5	0.2

SAMPLE RELIABILITY FOR RELATIVE FREQUENCIES  
FOR RANDOM SAMPLES ONLY

Rate of Occurrence in Sample 4%  
Confidence Level 95%

For Sample Size of:

And Field Size is:	50		100		200		300		500		1000		2000	
	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit	Lower Limit	Upper Limit
200	1.0%	12.4%	2.0%	8.2%										
300	0.8	12.9	1.6	8.8										
400	0.7	13.1	1.5	9.1	2.4%									
500	0.7	13.2	1.4	9.3	2.3	6.6%								
1,000	0.6	13.5	1.3	9.6	2.0	7.3	2.5%	6.4%	3.0%	5.5%				
1,500	0.6	13.6	1.2	9.7	1.9	7.5	2.4	6.5	2.8	5.7				
2,000	0.5	13.6	1.2	9.8	1.9	7.5	2.3	6.6	2.7	5.8	3.2%	5.0%		
2,500	0.5	13.6	1.2	9.8	1.8	7.6	2.3	6.6	2.7	5.8	3.2	5.1		
3,000	0.5	13.6	1.2	9.8	1.8	7.6	2.3	6.7	2.7	5.9	2.1	5.1		
3,500	0.5	13.7	1.1	9.8	1.8	7.6	2.3	6.7	2.6	5.9	3.1	5.2		
4,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.6	2.2	6.7	2.6	5.9	3.1	5.2		
4,500	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.7	2.6	5.9	3.1	5.2	3.5%	4.7%
5,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.7	2.6	5.9	3.0	5.2	3.4	4.7
6,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.7	2.6	6.0	3.0	5.2	3.4	4.7
7,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.8	2.6	6.0	3.0	5.2	3.4	4.8
8,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.8	2.6	6.0	3.0	5.3	3.3	4.8
9,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.8	2.6	6.0	3.0	5.3	3.3	4.8
10,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.8	2.6	6.0	3.0	5.3	3.3	4.8
15,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.8	2.6	6.0	3.0	5.3	3.3	4.9
20,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.8	2.6	6.0	3.0	5.3	3.3	4.9
25,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.8	7.7	2.2	6.8	2.5	6.0	2.9	5.3	3.3	4.9
50,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.7	7.7	2.2	6.8	2.5	6.0	2.9	5.4	3.2	4.9
100,000	0.5	13.7	1.1	9.9	1.7	7.7	2.2	6.8	2.5	6.0	2.9	5.4	3.2	4.9

TABLE 6 (Continued)





TABLA 3. NÚMEROS ALEATORIOS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	14194	62590	36207	20960	99570	91291	90700
2	22368	46573	25595	85393	30995	89193	27982	53402	93965	34095	52666	19174	59615	99505
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809	15179	24830	49340	32081	30680	19655	63348	58629
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53537	71341	57004	00849	74917	97758	16379
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782	60468	81305	49684	60672	14110	06927	01263	54613
6	77921	06907	11008	42751	27756	53498	18602	70659	90655	15053	21916	81825	44394	42880
7	99562	72905	56420	69994	98872	31016	71194	18738	44013	48840	65213	21069	10634	12952
8	96301	91977	05463	07972	18876	20922	94595	56869	69014	60045	18425	84903	42508	32307
9	89579	14342	63661	10281	17453	18103	57740	84378	25331	12566	58678	44947	05505	56941
10	85475	36857	53342	53988	53060	59533	38867	62300	08158	17983	16439	11458	18593	64952
11	28918	69573	88231	33276	70997	79936	56865	05859	90106	31595	01547	85590	91610	78188
12	63553	40961	48235	03427	49626	69449	18663	72695	52180	20847	12234	90511	33703	90322
13	09429	93969	52636	92737	88974	33488	36320	17617	30015	08272	84115	27156	30613	74952
14	10365	61129	87529	85689	48237	52267	67689	93394	01511	26358	85104	20285	29975	89868
15	07119	97336	71048	08178	77233	13916	47564	81056	97735	85977	29372	74461	28551	90707
16	51085	12765	51821	51259	77452	16308	60756	92144	49442	53900	70960	63990	75601	40719
17	02368	21382	52404	60268	88368	19885	55322	44819	01188	65255	64835	44919	44919	55157
18	01011	54092	33362	94904	31273	04146	18594	29852	71585	85030	51132	01915	01915	64951
19	52162	53916	46369	58586	23216	14513	83149	98736	23495	64350	94738	17752	17752	35740
20	07056	97628	33787	09998	42698	06691	76988	13602	51851	46104	88916	19509	19509	58104
21	48663	91245	85828	14346	09172	30168	90229	04734	59193	22178	30421	61666	09904	52812
22	54164	58492	22421	74103	47070	25306	76468	26384	58151	06646	21524	15227	98989	44592
23	32639	32363	05597	24200	13363	38005	94342	28728	35806	06912	17012	64161	18226	22851
24	29334	27001	87637	87308	58731	00256	45834	15398	46557	41135	10367	07684	36180	18510
25	02488	33062	28834	07551	19731	92420	60952	61280	50001	67658	32586	85679	50780	94953
26	81525	72295	04839	96423	24878	82651	66966	14778	76797	14780	13300	07074	79066	95725
27	29676	20591	68086	26432	46901	20849	89768	81536	86645	12659	92250	57102	80428	25280
28	00742	57392	39064	66432	84673	40027	32832	61362	98947	96067	64760	64581	96096	98258
29	05366	04213	25669	26422	44407	44048	37937	63904	45766	66134	75470	66520	34693	90440
30	91921	26418	64117	94305	26766	25940	39972	22209	71500	64568	91402	42416	07844	68618
31	00582	04711	87917	77341	42206	35126	74087	99547	81817	42607	43808	76655	62028	76530
32	00725	69884	62797	56170	86324	88072	76222	36086	84637	93161	76038	65855	77919	89006
33	69011	65795	95876	55293	10988	27354	26575	08625	40801	59920	29341	80150	12777	48501
34	25976	57948	29888	88604	67917	48708	18912	82271	65424	69774	33611	54262	85963	03547
35	09763	83473	73577	12908	30883	18317	28290	35797	05998	41688	34952	37888	58917	88050
36	91567	42595	27958	30134	04024	86385	29880	99730	55536	84355	29080	09250	79656	73211
37	17955	56349	90999	49127	20044	59931	06115	20542	18059	20080	75708	83517	36103	42791
38	46503	18584	18845	49618	02304	51038	20655	58727	28168	15475	56942	53389	20562	87338
39	92157	89634	94824	78171	84610	82834	09922	25417	44137	48413	25555	21246	35509	20468
40	14577	62765	35605	81263	39667	47358	56873	56307	61607	49518	88680	20103	77490	18062
41	98427	07523	33362	64270	01638	92477	66969	98420	04880	45585	46565	04102	46380	45709
42	34914	63976	88720	82765	34476	17032	87589	40836	32427	70002	70868	08063	77775	69348
43	70060	28277	39475	46473	23219	53416	94970	25832	69975	94884	19061	72828	00102	66794
44	53976	54914	06990	67245	68350	82948	11398	42878	80287	88267	47368	46634	06541	97809
45	76072	29515	40980	07391	58745	25774	22987	80059	39911	96189	41151	14822	60897	59583
46	90725	52210	83974	29992	65831	38857	50490	83765	55657	14361	31720	57375	56228	51546
47	64364	67412	33339	31926	14883	24413	59744	92351	97473	89286	55931	04110	23726	51900
48	08962	00358	31662	25388	61642	34072	81249	35648	56891	69352	48873	45578	78547	81788
49	95012	68379	93526	70765	10592	04542	76463	54328	02349	17247	28035	14799	82780	92277
50	15664	10493	20492	38391	91132	21999	59516	81652	27195	48225	46751	22923	52261	65655

**TABLA 3. NÚMEROS ALEATORIOS (CONTINUACIÓN)**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
51	16408	81899	04153	53381	79401	21438	83035	92350	36693	31238	59649	91754	72772	02338
52	18629	81953	05520	91962	04739	13092	97662	24822	94730	06496	35090	04822	86774	98289
53	73115	35101	47498	87637	99016	71060	88824	71013	18735	20286	23153	72924	35165	43040
54	57491	19703	23167	49323	45021	33132	12544	41035	80780	45393	44812	12515	98931	91202
55	30405	83946	23792	14422	15059	45799	22716	19792	09983	74353	68668	30429	70735	25499
56	16631	35006	85900	98275	32388	52390	16815	69298	82732	38480	73817	32523	41961	44437
57	96773	20206	42559	78985	05300	22164	24369	54224	35083	19687	11052	91491	60383	19746
58	38935	64202	14349	82674	66523	44133	00697	35552	35970	19124	63318	29686	03387	59846
59	31624	76384	17403	53363	44167	64486	64758	75366	76554	31601	12614	33072	60332	92325
60	78919	19474	23632	27889	47914	02584	37680	20801	72152	39339	34806	08930	85001	87820
61	03931	33309	57047	74211	63445	17361	62825	39908	05607	91284	68833	25570	38818	46920
62	74426	33278	43972	10119	89917	15665	52872	73823	73144	88662	88970	74496	51805	99378
63	09066	00903	20795	95452	92648	45454	09552	88815	16553	51125	79375	97596	16296	66092
64	42238	12426	87025	14267	20979	04508	64535	31355	86064	29472	47689	05974	52468	16834
65	16153	08002	26504	41744	81959	65642	74240	56302	00033	67107	77510	70625	28725	34191
66	21457	40742	29820	96783	29400	21840	15035	34537	33310	06116	95240	15957	16572	06004
67	21581	57802	02050	89728	17937	37621	47075	42080	97403	48626	68995	43805	33386	21597
68	55612	78095	83197	33732	05810	24813	86902	60397	16489	03264	88525	42786	05269	92532
69	44657	66999	99324	51281	84463	60563	79312	93454	68876	25471	93911	25650	12682	73572
70	91340	84979	46949	81973	37949	61023	43997	15263	80644	43942	89203	71795	99533	50501
71	91227	21199	31935	27022	84067	05462	35216	14486	29891	68607	41867	14951	91696	85065
72	50001	38140	66321	19924	72163	09538	12151	06878	91903	18749	34405	56087	82790	70925
73	65390	05224	72958	28609	81406	39147	25549	48542	42627	45233	57202	94617	23772	07896
74	27504	96131	83944	41575	10573	08619	64482	73923	36152	05184	94142	25299	84387	34925
75	37169	94851	37117	89632	00959	16487	65536	49071	39782	17095	02330	74301	00275	48280
76	11508	70225	51111	38351	19444	66499	71945	05422	13442	78675	84081	66938	93654	59894
77	37449	30362	06694	54690	04052	53115	62757	95348	78662	11163	81651	50245	34971	52924
78	46515	70331	85922	38329	57015	15765	97161	17869	45349	61796	66345	81073	49106	79860
79	30986	81223	42416	58353	21532	30502	32305	86482	05174	07901	54339	58861	74818	46942
80	63798	64995	46583	09785	44160	78128	83991	42865	92520	83531	80377	35909	81250	54238
81	82486	84846	99254	67632	43218	50076	21361	64816	51202	88124	41870	52689	51275	83556
82	21885	32906	92431	09060	64297	51674	64126	62570	26123	05155	59194	52799	28225	85762
83	60336	98782	07408	53458	13564	59089	26445	29789	85205	41001	12535	12133	14645	23541
84	43937	46891	24010	25560	86355	33941	25786	54990	71899	15475	95434	98227	21824	19585
85	97656	63175	89303	16275	07100	92063	21942	18611	47348	20203	18534	03862	78095	50136
86	03299	01221	05418	38982	55758	92237	26759	86367	21216	98442	08303	56613	91511	75928
87	79626	06486	03574	17668	07785	76020	79924	25651	83325	88428	85076	72811	22717	50585
88	85636	68335	47539	03129	65651	11977	02510	26113	99447	68645	34327	15152	55230	93448
89	18039	14367	61337	06177	12143	46609	32989	74014	64708	00533	35398	58408	13261	47908
90	08362	15656	60627	36478	65648	16764	53412	09013	07832	41574	17639	82163	60859	75567
91	79556	29068	04142	16288	15387	12856	66227	38358	22478	73373	88732	09443	82558	05250
92	92608	82674	27072	32534	17075	27698	98204	63663	11951	34648	88022	56148	34925	57031
93	23982	25835	40055	67006	12293	02753	14872	23235	35071	99704	37543	11601	35503	85171
94	09915	96306	05908	97901	28395	14186	00821	80703	70426	75647	76310	88717	57389	40129
95	59037	33300	26695	62247	59927	76123	50842	43854	86654	70959	79725	95872	28117	12283
96	42488	78077	69882	61657	34136	79180	97526	43092	04098	73571	80793	70533	71255	64239
97	46754	86273	63003	93017	31204	36692	40202	35275	57306	55543	53203	18088	67625	88884
98	03237	45480	55417	63282	90816	17349	88298	90183	36600	78406	06216	95787	62579	89730
99	86591	81482	52667	61582	14972	90053	89534	76036	49199	43716	07549	64379	46370	28672
100	38534	01715	94964	87288	65680	43772	39560	12918	86537	62738	19336	51132	25739	56947

**TABLA 3. NÚMEROS ALEATORIOS (CONTINUACIÓN)**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
101	13284	16834	74151	92027	24670	36665	00770	22878	02179	51602	07270	76517	97275	45960
102	21224	00370	30420	03883	24648	89428	41583	17564	27395	63904	41548	49197	82277	24120
103	99052	47837	81085	64933	66279	80432	65793	83287	34142	13241	30590	97760	35848	91983
104	00199	50993	98603	38452	87890	94624	69721	57484	67501	77638	44331	11257	71131	11059
105	60578	06483	28733	37867	07936	98710	98533	27186	31237	80612	44488	97819	70401	95419
106	91240	18312	17441	01929	18163	69201	31211	54288	39296	37318	65724	00401	79017	62077
107	97458	14229	12063	59611	32249	90466	33216	19358	02591	54263	88448	01912	07436	50813
108	35249	38646	34475	72417	60514	69257	12489	51924	86871	92446	36607	11458	30440	52639
109	38980	46600	11759	11500	46743	27860	77940	39298	97838	95145	32378	68038	59551	37005
110	10750	52745	38749	87365	58959	53731	89295	59062	39404	13198	59960	70408	29812	83126
111	36247	27850	75958	20673	37800	63835	71051	84724	52492	22342	78071	17456	96104	18327
112	70994	66986	99744	72438	01174	42159	11392	20724	54322	36923	70009	23233	65438	59685
113	99638	94702	11463	18148	81386	80431	90628	52506	20160	85151	88598	47821	00265	82525
114	72055	15774	43857	99805	10419	76939	25993	03544	21560	83471	43989	90770	22965	44247
115	24038	65541	85788	55835	38835	59399	13790	35112	01324	39520	76210	22467	83275	32286
116	74976	14631	35908	28221	59470	91548	12854	30166	09073	75887	36782	00269	97121	57676
117	35553	71628	70189	26436	63407	91178	90348	55359	80392	41012	36270	77783	39578	21059
118	35676	12797	51434	82976	42010	26344	92920	92155	58807	54644	58581	95351	78629	73344
119	74815	67523	72985	23183	02446	63594	98924	20633	58842	85961	07649	70164	34994	67662
120	45246	88048	65173	50989	91060	89894	36036	32819	68559	99221	49475	50558	34698	71800
121	76509	47069	86378	41797	11910	49672	88575	97966	32466	10083	54728	81972	58975	30761
122	19689	90332	04315	21356	97248	11188	39062	65312	52496	07349	79178	33692	57552	72862
123	42751	35318	97513	61537	54955	08159	00337	80778	27507	95478	21258	12746	67554	97775
124	11946	22681	45045	13964	57517	59419	58045	44067	58716	58840	45557	96345	33271	53464
125	96518	48688	20996	11090	48396	57177	83867	86464	14342	21454	46717	72364	86954	55580
126	35726	58643	76869	84622	39098	36098	72505	92265	23107	60278	05822	46700	44294	07672
127	39737	42750	48968	70536	84864	64952	38404	94317	65402	13589	01055	79044	19308	83623
128	97025	66492	56177	04049	80312	48028	26408	43591	75528	65341	49044	95495	81256	53214
129	62814	08075	09788	56350	76787	51591	54509	49295	85830	59860	30883	89660	96142	18354
130	25578	22950	15227	83291	41737	79599	96191	71845	86899	70694	24290	01551	80092	82118
131	68763	69576	88991	49662	46704	63362	56625	00481	73323	91427	15264	06969	57048	54149
132	17900	00813	04361	60725	88974	61005	99709	30666	26451	11528	44323	34778	60342	60388
133	71944	60227	63551	71109	05624	43836	58254	26160	32116	63403	35404	57146	10909	07346
134	54684	93691	85132	64399	29182	44324	14491	55226	78793	34107	30374	48429	51376	09559
135	25946	27623	11258	65204	52832	50880	22273	05554	99521	73791	85744	29276	70626	60251
136	01353	39318	44961	44972	91766	90262	56073	06606	51826	18893	83448	31915	97764	45091
137	99083	88191	27662	99113	57174	35571	99884	13951	71057	53961	61448	74909	07322	80960
138	52021	45406	37945	75234	24327	36978	22644	87779	23753	99926	63898	54886	18051	96314
139	78755	47744	43776	83098	03225	14281	83677	55984	13300	52212	58781	14905	46502	04472
140	25282	69106	59180	16257	22810	43609	12224	25643	89884	31149	85423	32581	34374	70873
141	11959	94202	02743	86847	79725	51811	12996	76844	05320	54236	53891	70226	38632	84776
142	11634	13792	98190	01424	30078	28197	55583	05197	47714	68440	22016	79204	06862	94451
143	06307	97912	68110	59812	95448	43244	31262	88880	13040	16558	43813	89416	42492	33939
144	76285	75714	89585	99296	52640	46518	55486	90754	88932	19937	57119	23251	55619	23679
145	55322	07598	39600	60866	63007	20007	66819	84164	61131	81429	60676	42807	78286	29015
146	78017	90928	90220	92503	83375	26986	74399	30885	88567	29169	72816	53357	15420	83932
147	44768	43342	20696	26331	43140	69744	92928	24988	94237	46138	77426	39039	55596	12655
148	25100	19336	14605	86603	51680	97678	24261	02464	86563	74812	60069	71674	15478	47642
149	83612	46623	62876	85197	07824	91392	58317	37726	84628	42221	10268	20692	15699	29167
150	41347	81666	82961	60415	71020	83658	02415	33322	66036	98712	46795	16308	28413	54170



**TABLA 3. NÚMEROS ALEATORIOS (CONTINUACIÓN)**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
151	38123	51178	75096	13609	16110	73533	42564	59870	29399	67834	91055	89917	51096	89011
152	60950	00455	73254	96067	50717	13878	03216	78274	65863	37011	91283	33914	91303	49326
153	90524	17320	29832	96118	75792	25326	22940	24904	80523	38928	91374	55597	97567	38914
154	49697	18278	67160	39408	97056	43517	84426	59650	02024	19293	02019	14790	02852	05819
155	18494	99209	81060	19488	65596	59787	47939	91225	98768	43688	0438	05548	09443	82897
156	65373	72984	30171	37741	70203	94094	67261	30056	58124	70133	18936	02138	59372	09075
157	40653	12843	04213	70925	95360	55774	76439	61768	52817	81151	52188	05194	54273	49032
158	51638	22238	56344	44587	83231	50317	74541	07719	25472	41602	77318	15145	57515	07633
159	69742	99303	62578	83575	30337	87488	51941	84316	42067	49692	28616	29101	03013	73449
160	58012	74072	67488	74580	47992	69482	58624	17106	47538	13452	22620	24260	45155	74716
161	18348	19855	42887	08279	45206	47077	42637	45606	00011	20662	14642	49984	94509	56880
162	59614	09193	58064	29086	44385	75740	70752	05663	49081	26960	57454	99264	24142	74648
163	75688	28630	39210	52879	62748	72658	98059	67202	72789	01869	13496	14663	87645	89715
164	13941	77802	69101	70081	35460	34576	15412	81304	58757	35498	94830	75521	00603	97701
165	96656	86420	96475	86458	54463	96419	55417	41375	76886	19008	66877	35934	59801	00497
166	03363	82042	15942	14549	38324	87094	19039	67590	11087	68570	22591	65232	85915	91499
167	70366	08390	69155	25496	13240	57407	91407	49160	07379	34444	94567	63035	38918	65708
168	47870	36605	12927	16043	53257	93796	52721	73120	48025	76074	95605	67422	41646	14557
169	79504	77605	22761	30518	28373	73898	30550	76684	77366	32276	04690	61667	64798	66276
170	46967	74841	50923	15339	37755	98995	40162	89561	69199	42257	11647	47603	48779	97907
171	14558	50769	35444	59030	87516	48193	02945	00922	48189	04724	21263	20892	92935	90251
172	12440	25057	01152	38611	28135	68089	10954	10097	54243	06460	50856	65435	79377	53890
173	32293	29938	68653	10497	98919	46587	77701	99119	93165	67788	17638	23097	21468	36992
174	10840	21875	72462	77981	56550	55999	87310	69643	45124	00349	25748	00844	96831	30651
175	47615	23169	39571	56972	20628	21788	51736	33133	72696	32605	41569	76148	91544	21121
176	16948	11128	71624	72754	49084	96303	27330	45817	67867	18062	87453	17226	72904	71474
177	21258	61092	66634	70335	92446	17354	83432	49608	68520	06442	59664	20420	39201	69549
178	15072	48853	15178	30730	47481	48490	41436	25015	49932	20474	53821	21015	79841	32405
179	99154	57412	09858	65671	70655	71479	63520	31357	56968	06729	34465	70685	04184	25250
180	08759	61089	23708	32994	35426	36666	63988	98844	37533	08269	27021	45886	22835	78451
181	67323	57859	61114	62192	47547	58023	64630	34886	98777	75442	95592	06141	04596	73117
182	09255	13986	84834	20764	72206	89399	34548	93438	88730	61805	78955	16352	46436	58740
183	56304	74712	00374	10107	85061	69228	81969	92216	03568	39630	81869	52824	50937	27950
184	15834	67429	86612	47367	10242	44880	12060	44309	46629	55105	66793	93175	00480	15311
185	18745	32031	35303	08154	33925	03004	59929	95418	04917	57598	24678	61733	92834	64454
186	72934	40086	88292	65728	38300	42323	64068	98373	48971	09049	59943	36538	05978	62118
187	17626	02944	20910	57662	80181	38579	24580	90529	52303	50436	29401	57824	86039	81082
188	27117	61399	50967	41599	81636	16663	15654	79717	94696	59240	25543	97989	63305	90946
189	93995	18678	90012	63645	85701	85269	62263	68331	00369	72571	15210	20769	44686	96176
190	67392	89421	09523	80725	62620	84162	87368	29560	00519	84545	08004	24526	41252	14521
191	04910	12261	37558	80016	21245	69377	50420	85658	55263	68667	78770	04533	14513	18059
192	81453	20283	79929	59839	23975	13245	46808	74124	74703	35769	95588	21014	37078	59170
193	19480	75790	48539	25703	15587	46835	02861	86587	74559	65227	90799	58789	96257	92708
194	21456	13162	74608	81011	55512	07481	93551	72189	76261	91206	89941	15132	37738	59284
195	89406	20912	46189	76376	25538	87212	20748	12831	57166	35026	16817	79121	18929	40628
196	09868	07414	55977	16419	01101	69343	13305	94302	80703	57910	36933	57771	02548	03098
197	86541	24681	23421	13521	28000	94917	07425	57523	97234	63951	42876	46829	09781	05816
198	10414	96941	06208	72222	57167	83902	07460	69507	10600	00858	07685	44472	64220	27040
199	49942	06683	41479	58982	56288	42853	92196	20632	62045	78812	35895	51851	83534	10689
200	23995	68882	42291	23374	24299	27024	67460	94783	40937	16961	26053	78749	46704	21983