UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

VALUACIÓN DE ACTIVOS BURSÁTILES BAJO SUPUESTOS DE ALEATORIEDAD E INFORMACIÓN ENCUBIERTA O PRIVILEGIADA, POR MEDIO DE PROCESOS ESTOCÁSTICOS, EN LA BOLSA DE VALORES DE GUATEMALA

ING. CARLOS GABRIEL GÓMEZ VILLAGRÁN

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2015.

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

VALUACIÓN DE ACTIVOS BURSÁTILES BAJO SUPUESTOS DE ALEATORIEDAD E INFORMACIÓN ENCUBIERTA O PRIVILEGIADA, POR MEDIO DE PROCESOS ESTOCÁSTICOS, EN LA BOLSA DE VALORES DE GUATEMALA

Informe final de tesis para la obtención del Grado de Maestro en Ciencias, con base en el Normativo de Tesis, aprobado por la Junta Directiva de la Facultad de Ciencias Económicas, en el punto séptimo inciso 7.2 del acta 5-2005 de la sesión celebrada el veintidós de febrero de 2005, actualizado y aprobado por Junta Directiva en el numeral 6.1 punto SEXTO del acta 15-2009 de la sesión celebrada 14 de julio de 2009.

<u>Asesor</u>
MSc. JUAN DE DIOS ALVARADO LÓPEZ

<u>Autor</u>:
ING. CARLOS GABRIEL GÓMEZ VILLAGRÁN

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2015.

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
HONORABLE JUNTA DIRECTIVA

Decano:	Lic. Luis Antonio Suárez Roldán
Secretario:	Lic. Carlos Roberto Cabrera Morales
Vocal II:	Lic. Carlos Alberto Hernández Gálvez
Vocal III:	Lic. Juan Antonio Gómez Monterroso
Vocal IV:	P.C. Oliver Augusto Carrera Leal
Vocal V:	P.C: Walter Obdulio Chiguichón Boror

JURADO EXAMINADOR QUE PRACTICÓ
EL EXAMEN GENERAL DE TESIS SEGÚN
EL ACTA CORRESPONDIENTE

Presidente:	Dr.	José Alberto Ramírez Crespin
Secretario:	MSc.	Hugo Armando Mérida Pineda
Vocal I:	MSc.	Guillermo Díaz Castellanos

Nº 09594

ACTA No. 15-2015

En la Sala de Reuniones del Edificio S-11, Escuela de Estudios de Postgrado, Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de San Carlos de Guatemala, nos reunimos los infrascritos miembros del Jurado Examinador, el **19 de junio** de 2015, a las **18:00** horas para practicar el **EXAMEN GENERAL DE TESIS** del Ingeniero **Carlos Gabriel Gómez Villagrán,** carné No. **100017051**, estudiante de la Maestría en Administración Financiera de la Escuela de Estudios de Postgrado, como requisito para optar al grado de Maestro en Administración Financiera. El examen se realizó de acuerdo con el normativo de Tesis, aprobado por la Junta Directiva de la Facultad de Ciencias Económicas en el numeral 6.1, Punto SEXTO del Acta 15-2009 de la sesión celebrada el 14 de julio de 2009.--

Cada examinador evaluó de manera oral los elementos técnico-formales y de contenido científico profesional del informe final presentado por el sustentante, denominado **"VALUACIÓN DE ACTIVOS BURSÁTILES BAJO SUPUESTOS DE ALEATORIEDAD E INFORMACIÓN ENCUBIERTA O PRIVILEGIADA, POR MEDIO DE PROCESOS ESTOCÁSTICOS, EN LA BOLSA DE VALORES DE GUATEMALA"**, dejando constancia de lo actuado en las hojas de factores de evaluación proporcionadas por la Escuela. El examen fue **APROBADO** con una nota promedio de **76** puntos, obtenida de las calificaciones asignadas por cada integrante del jurado examinador. El Tribunal hace las siguientes recomendaciones: Que el sustentante incorpore las enmiendas señaladas dentro de los 30 días hábiles siguientes.

En fe de lo cual firmamos la presente acta en la Ciudad de Guatemala, a los diecinueve días del mes de junio del año dos mil quince.

Dr. José Alberto Ramírez Crespin
Presidente

MSc. Hugo Armando Mérida Pineda
Secretario

MSc. Guillermo Díaz Castellanos
Vocal I

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA - ESCUELA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO - FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Ing. Carlos Gabriel Gómez Villagrán
Postulante

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

ADENDUM

El infrascrito Presidente del Jurado Examinador CERTIFICA que el estudiante Carlos Gabriel Gómez Villagrán, incorporó los cambios y enmiendas sugeridas por cada miembro examinador del Jurado.

Guatemala, 05 de agosto de 2015.

(f)________________________

Dr. José Alberto Ramírez Crespin
Presidente

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA - ESCUELA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO - FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

VERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

Edificio "S-8"

Ciudad Universitaria, Zona 12
GUATEMALA, CENTROAMERICA

DECANATO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS. GUATEMALA, VEINTITRÉS DE OCTUBRE DE DOS MIL QUINCE.

Con base en el Punto QUINTO, inciso 5.1, subinciso 5.1.2 del Acta 26-2015 de la sesión celebrada por la Junta Directiva de la Facultad el 15 de octubre de 2015, se conoció el Acta Escuela de Estudios de Postgrado No. 15-2015 de aprobación del Examen Privado de Tesis, de fecha 19 de junio de 2015 y el trabajo de Tesis de Maestría en Administración Financiera, denominado: "VALUACIÓN DE ACTIVOS BURSÁTILES BAJO SUPUESTOS DE ALEATORIEDAD E INFORMACIÓN ENCUBIERTA O PRIVILEGIADA, POR MEDIO DE PROCESOS ESTOCÁSTICOS, EN LA BOLSA DE VALORES DE GUATEMALA", que para su graduación profesional presentó el Ingeniero **CARLOS GABRIEL GÓMEZ VILLAGRÁN**, autorizándose su impresión.

Atentamente,

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"

LIC. CARLOS ROBERTO CABRERA MORALES
SECRETARIO

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
EL SECRETARIO
GUATEMALA, C. A.

LIC. LUIS ANTONIO SUÁREZ ROLDÁN
DECANO

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
EL DECANO
GUATEMALA, C. A.

Smp.

AGRADECIMIENTOS

Al final en la vida el ser humano se convierte en un ser integral, por la capacidad de sí mismo y por la colaboración de personas que conoce, que marcan el crecimiento dejando ese detalle de grandeza que todos poseen, en mi caso lo he hecho proficuo en lo personal y profesional. En estos detalles siempre se peca de no ser diáfano, con toda sinceridad voy a ir a mis orígenes y a esas personas simplemente especiales.

Por donde iniciar, por el final, el principio, no, mejor por el medio, difícil a veces se piensa. Pero en esta ocasión me la he puesto fácil, porque las cosas más bellas radican en la simpleza. Belleza, simpleza, términos indescriptibles que cuando se conjugan forman ese ser extraordinario; y eso eres tú para mí Madre. Gracias, de todas formas, de todos los modos, en todos los idiomas; porque cada día me enseñas que un ser se curte de humanidad, bondad, generosidad e imaginación, tan fácil decirlo, ja, ja, ja, ja, que fácil lo demuestras, mis respetos.

Una influencia en mi vida eres tu abuela, describirte es hacer magia alcahuete, cariñosa, positiva, inteligente; por esos poemas que reflejan esa dulzura, delicadeza, sensatez de ver la vida de otra forma; y compartirme esa frase célebre “Suerte te de Dios hijo, que el saber poco te importe”, cada día compruebo que el saber poco importa. Infinitas Gracias.

Pero si hay que señalar a alguien, ese eres tú Papa, la última conversación fue simple, concisa, sincera, pero de hombres que pueden despedirse con mucho desparpajo. Eres esa razón, que me llevo a ser fiel a mis principios y convicciones, esa que me enseñó que no hay que temerle a nada ni a nadie toda vez sea uno determinante en sus decisiones, la misma que me aleccionó que el mejor complemento para la inteligencia es el esfuerzo, la honradez y dignidad, aquella que en su bagajes como un proceso lento pero firme llegó a nutrirme con sus alas de

nobleza, esencia misma que hace que lo sencillo se convierta en grande y también en insignificante. Esa razón que llegado su momento, detuvo el tiempo para terminarme de enseñar que aunque uno siga sujeto a las mismas pautas, a los mismos deseos atávicos, el decir gracias a todo y a cada una de las personas del entorno es la expresión más aflorante que convierte al humano en un ser sencillamente espectacular.

CONTENIDO

RESUMEN

Para realizar una valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad por medio de procesos estocásticos, se utilizan varios elementos básicos, propiedades y conceptos esenciales de probabilidad, movimiento browniano e información privilegiada, con base en los cuales se desarrollan modelos que se utilizan para mostrar cuando el mercado financiero puede ser alterado por información encubierta.

El propósito de la investigación fue el de brindar una presentación que sea agradable y fácil de entender acerca de cómo las herramientas de la teoría de la probabilidad pueden ser aplicables a mercados financieros y enfocado en activos bursátiles, dado su ambiente de incertidumbre. En general, se sabe que el problema de la optimización consiste en obtener los elementos de un conjunto factible que minimicen y maximicen una determinada función. La optimización de un activo bursátil depende de varios factores: la especulación, los eventos recientes, dividendos y otros precios de activos. Así también, los precios están determinados por la oferta y la demanda, como se puede, observar, no solo es un elemento el que determina el precio; de hecho, el inversionista compra o vende según un presentimiento, el cual está de acuerdo con la información que el mercado proporciona. Estas son las razones por la que el precio de un activo bursátil es completamente aleatorio y su dimensión temporal y evolución puede ser expresado por un proceso estocástico.

De acuerdo con la naturaleza del mercado financiero y el fenómeno de información privilegiada, se puede plantear el problema siguiente, en forma interrogativa: ¿Qué sucede si se altera el mercado utilizando información privilegiada en la valuación de activos bursátiles? Al escoger una estrategia de inversión (cartera) con información disponible en el mercado financiero, el inversionista está siendo honesto y no se está anticipando a la evolución del mercado. Pero cuando un inversionista tiene

información privilegiada se adelanta al comportamiento del mercado financiero y es común que incremente la ganancia esperada de ese activo bursátil con el uso de la misma. Este comportamiento puede ser modelado y analizado por medio de procesos estocásticos.

La metodología de investigación utilizada sobre el hacer y actuar de los procesos estocásticos en los activos bursátiles se fundamentan en el método científico a través de sus diferentes fases, planteando el problema de investigación, formulando objetivos, construyendo el fundamento del marco teórico y la hipótesis de investigación, la cual pueden ser aceptada o rechazada según la comprobación de estos modelos, realizada bajo supuestos aleatorios.

Los resultados de la investigación realizada permitieron comprobar que los fenómenos probabilísticos, modelos estocásticos e información privilegiada se desarrollan a lo largo del tiempo, hasta ser útiles en sucesos aleatorios y riesgos financieros que ayuden a estimar tendencias futuras.

El desarrollo de modelos estocásticos para la información privilegiada, proporcionan condiciones suficientes para la dominancia estocástica, obteniéndose resultados novedosos e interesantes.

La conclusión más importante se basa en procesos estocásticos bajo supuestos de aleatoriedad expresa que los inversionistas que utilizan información encubierta o privilegiada en el mercado bursátil, aumentan sus beneficios, en virtud de que la estrategia del portafolio cambia, desequilibrando el mercado con la obtención de desigualdad de condiciones entre inversionistas; asimismo, los precios de los activos y su desarrollo se ven influenciados con el uso de información privilegiada.

Resumiendo todo esto de una forma matemática se tiene que el movimiento Browniano deja de ser una martingala y la esperanza difiere de cero.

INTRODUCCIÓN

En la vida cotidiana siempre se presentan fenómenos o simplemente cosas extrañas, a los que no se les da la importancia que realmente tienen. La opción es que se puede recurrir a teorías matemáticas, que se ven complejas, pero que pueden explicar procesos desarrollados a lo largo del tiempo; y que predicen comportamientos de fenómenos físicos, económicos, atmosféricos, que dan a conocer su evolución y aumentar el conocimiento de los mismos.

El estudio de la teoría de la probabilidad ha tomado gran interés y abarca los procesos estocásticos, que estudian el comportamiento de variables aleatorias a lo largo del tiempo. Se trabaja con procesos en el conocimiento científico cuando se intenta ajustar un modelo teórico que permita hacer estimaciones sobre el proceso de una variable y este es el caso de la valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad, cuando se utiliza información privilegiada en un mercado financiero.

La utilización de información privilegiada implica situaciones de riesgo que pueden alterar el equilibrio de un mercado financiero, el cual tiene un comportamiento aleatorio a través del tiempo. Esto implica la necesidad de evaluar la evolución de los activos bursátiles cuando se presenta este aspecto incluyente en el mercado y su influencia en los precios y la riqueza de los inversionistas.

Desarrollar un modelo de mercados de valuación de activos en la bolsa de valores al presentarse un aspecto incluyente como es el uso de información encubierta o privilegiada.

Así, en general, se planteó como objetivo de la presente investigación: Desarrollar un modelo de mercados de valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad por medio de procesos estocásticos, al presentarse el uso de información encubierta o privilegiada, aplicable al mercado bursátil de Guatemala.

Este modelo debe presentar los cálculos necesarios de la maximización de la esperanza en la utilidad de un inversionista que utiliza información privilegiada para obtener más beneficios, así como demostrar que en un mercado eficiente, al alterarse, puede reflejar cambios en los precios, dando síntomas de no equidad en los inversionistas y pérdida para sistema bursátil.

Para cumplir con los objetivos, se plantea utilizar los procesos estocásticos los cuales tienen en cuenta una dimensión temporal en el análisis de estos fenómenos aleatorios. Con ayuda de estos procesos se plantea la hipótesis siguiente: La valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad, aplicable al mercado bursátil de Guatemala, permite detectar por medio de procesos estocásticos la alteración del mismo, al conocer información encubierta o privilegiada por parte de un inversionista que trate de anticiparse al futuro, logrando un beneficio mucho mayor al esperado.

Dentro de la estructura del informe, en el capítulo uno se recopilan antecedentes históricos de la teoría de la probabilidad y procesos estocásticos; así mismo, el avance sobre la información privilegiada en transacciones bursátiles en Guatemala.

Debido a la característica del tema, en el capítulo dos se presenta el marco teórico, basado en definiciones presentadas con gran rigor sobre probabilidad y procesos estocásticos, movimientos Browniano, martingalas, fórmula de Itó, el comportamiento de la información privilegiada en la legislación guatemalteca y el contexto ético. Básicamente, esta es la base para entender el aparato técnico matemático de los modelos a presentar.

El capítulo tres lo constituyen los aspectos metodológicos y técnicos, llevados a cabo para la realización y presentación de la presente investigación.

En el capítulo cuatro se presentan los modelos estocásticos de la información privilegiada, aplicando los supuestos fundamentales del modelo clásico, con información privilegiada y el análisis de la influencia de la misma con base en los modelos Browniano y precio final. En el mismo capítulo, el desarrollo de los modelos mencionados y un ejemplo de su aplicación en base a la teoría propuesta, permite cumplir los objetivos de investigación y la comprobación de la hipótesis.

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones de la presente investigación.

1. ANTECEDENTES

Este apartado constituye el origen del trabajo realizado. Expone el marco referencial teórico y empírico de la investigación relacionada con la valuación de activos bursátiles por medio de procesos estocásticos en la bolsa de valores de Guatemala.

La aplicación y/o uso de las matemáticas en los negocios creados por el humano ha aportado mucho en la evolución y exactitud de los mismos. Es por ello que el campo financiero siempre ha volteado a ver a estas ciencias, llamadas exactas y ha incorporado en sus diversas variables el análisis también de una forma matemática, utilizando por ejemplo, teoría de juegos, teoría de la probabilidad, ecuaciones diferenciales, entre otras.

Para este caso en particular, donde la valuación de activos se realiza por medio de procesos estocásticos y en vista que los activos financieros llevan implícitos situaciones de riesgo a lo largo del tiempo, el análisis por medio de dichos procesos resulta ser el más adecuado; además tomando en cuenta que su origen se encuentra en la teoría de la probabilidad es importante conocer sus antecedentes históricos de aplicabilidad. Así también, describir el avance de la información privilegiada en el mercado bursátil guatemalteco.

En tiempos donde Roma gobernaba el mundo, aproximadamente entre el año -63 al 14 estando al frente el primer emperador romano, Augusto, los juegos de azar y las tablas de mortandad eran comunes, dando lugar así a los conceptos básicos de medida y cuantificación (Gorostiza, 2001).

En América la civilización maya desarrolló modelos bases para astronomía, construcciones arquitectónicas y calendario solar entre otros, con el objeto de simplificar su método de producción alimenticia, habitacional y costumbres.

En Europa con el libro Liber Abaci, escrito en 1202, Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci en el mundo de las matemáticas, introduce los números arábigos. Durante el renacimiento italiano (siglo XVI) donde se difundieron varias discusiones filosóficas sobre probabilidad destaca, Geralamo Cardano con su libro sobre juegos de azar Liber de ludo aleae, que constituye el primer tratado de probabilidad.

En el siglo XVII, surge el concepto de probabilidad como medida aleatoria de un suceso incierto, descrita por Gombaud, quien contribuyó notablemente por medio del interés en un problema que data de la Edad Media sobre juegos de azar.

Es de considerar que la comunicación entre Blaise Pascal, Pierre de Fermat y Christiaan Huygens dieron un tratamiento científico a la probabilidad, pero es Jakob Bernoulli, quien introduce el concepto de probabilidad, basado en la frecuencia relativa dando origen a lo que hoy se conoce cómo ley débil de los grandes números, por medio de un experimento dicotómico, que denomino éxito y fracaso logrando la primera distribución de probabilidad conocida como ley de Bernoulli (Valderrama Bonnet, 2009).

Posteriormente en base a los resultados de Bernoulli, Abraham de Moivre trato el tema como una rama de las matemáticas ampliando el modelo dicotómico a experiencias repetidas en iguales condiciones dando paso a la distribución binomial.

Durante los siglos XVIII y XIX, se introducen los conceptos de independencia de eventos y probabilidad condicional así también surge el teorema de límite central, nombrado así por George Polya (Gorostiza, 2001). Debido a la falacia de la probabilidad condicional en su origen, Thomas Bayes se ve en la necesidad de abordar este concepto e introduce el concepto de probabilidad subjetiva e incorpora una nueva información a través de la verosimilitud que se conoce como Teorema de Bayes.

Cabe destacar que el matemático francés Pierre Simon de Laplace, en su obra Théorie Analitique des Probabilites, sentó las bases científicas de la teoría matemática de probabilidades y formuló de manera firme e influyente la imagen de un mundo completamente determinista.

Al analizar los errores de observación en astronomía y geodesia, los científicos Adrien Marie Legendre y el alemán Karl Friedrich Gauss desarrollaron la distribución normal o gaussiana y el conocido método de mínimos cuadrados (Valderrama Bonnet, 2009).

En los siguientes años se puede destacar a Francis Galton con la Ley de Regresión, a Karl Pearson con el análisis estadístico descriptivo denominado coeficiente de correlación y la ley de chi-cuadrado (Valderrama Bonnet, 2009).

Durante el siglo XX, Egon Pearson y Jerzy Neyman fundamentan un contraste de hipótesis basados en los errores de decisión.

Otro destacado en el desarrollo de la estadística, es William Sealy Gosset, químico y matemático, trabajaba para la cervecería irlandesa Arthur Guiness en Dublín. Dado que la distribución normal no le era fiable para sus muestras de calidad, introdujo una variante que asignaba mayor peso a las colas de la distribución, es decir, era más platicúrtica y la denomino t y por su pseudónimo de Student, ahora se conoce como t-student (Valderrama Bonnet, 2009).

A finales del siglo XIX y principios del XX hubo contribuciones importantes de A.A. Markov, A.M. Liapunov, P.L. Chebyshev, H. Poincaré y otros (Gorostiza, 2001). Se puede mencionar la aportación de los matemáticos rusos la cual constituyó la base de la probabilidad moderna. El primero es Andrei Andreyevich Markov (1856-1922), discípulo de Pafnuty TChebycheff (1821-1894), completó la prueba que permitía generalizar el teorema central del límite, siendo su aportación más conocida el estudio completo de un tipo de procesos estocásticos denominados en su honor cadenas de Markov, que son sucesiones de valores de una variable aleatoria en las que el valor de la variable en el futuro depende del valor de la variable en el presente, pero es independiente de la historia de dicha variable. El segundo es Andrei Nikolaevich Kolmogoroff que estableció la axiomática en que se sustenta la probabilidad moderna y demostró además la ley fuerte de los grandes números (Valderrama Bonnet, 2009).

La parte dinámica de la teoría de la probabilidad está constituida por los procesos estocásticos, debido a que evolucionan situaciones aleatorias en movimiento.

Se considera en estos instantes un proceso estocástico como una familia uniparamétrica de variables aleatorias $\{X(t, W), t \in T\}$ definidas todas ellas sobre un mismo espacio probabilístico (Ω, A, P) (Valderrama Bonnet, 2009).

En 1827 el botánico Robert Brown observa que los granos de polen en suspensión acuosa mostraban un movimiento continuo y caótico en todas las direcciones. Dicho desplazamiento errático se le denominó movimiento Browniano, siendo el punto de partida de los procesos estocásticos.

En 1900, Louis Jean-Baptiste Alphonse Bacheller, elabora desde un punto de vista matemático el primer estudio del fenómeno Browniano, relacionó las fluctuaciones de los precios de las acciones (en la Bolsa de París), dando lugar a la aplicación de la probabilidad en los mercados financieros.

En 1904, Henri Poincaré explicó que el movimiento caótico se debe al bombardeo continuo al que están sometidas las partículas en suspensión por parte de las moléculas del medio que las rodea, ya sea líquido o gaseoso (Valderrama Bonnet, 2009).

En 1923 Norbert Wiener formula un análisis cuantitativo del movimiento Browniano con fundamentación matemática y lo define como un proceso estocástico Gaussiano y centrado con incrementos independientes estacionarios.

Posteriormente Paul Lévy completa el estudio matemático, conocido como proceso Wiener-Lévy.

Así, sobre fundamentos de la teoría de procesos (mediabilidad, separabilidad, continuidad, muestral, descomponibilidad infinita, entre otros) cabe citar entre otros, los trabajos pioneros de Kolmogorox (1930), Bochner (1933), Doob (1937) y Slutsky (1928, 1937). Las primeras aportaciones sobre ergodicidad de procesos se deben principalmente a Birkhoff (1931), Von Neumann (1932) y Hopf (1937); y sobre estacionalidad se puede reseñar los trabajos de Wiener (1930), Khintchine (1934) y Cramer (1940) (Valderrama Bonnet, 2009).

Cabe mencionar a Kyosi Itó por su legado sobre cálculo estocástico o cálculo de Itó, ecuaciones diferenciales estocásticas, integrales múltiples de Wiener, procesos estocásticos generalizados (Gorostiza, 2001).

No todos los sucesos son modelables en la misma medida, así como los de índole financiera resulta complicado realizar predicciones y su falta de exactitud no se debe a un mal planteamiento del modelo sino a la imposibilidad de capturar su aleatoriedad.

En Guatemala respecto al conocimiento de la información privilegiada en el mercado financiero, no se ha abordado el tema desde un punto de vista legal, es por ello que la información privilegiada es tipificada en la Ley de Mercado de Valores y Mercancías vista solamente desde el ámbito mercantil, en el Decreto número 34-96 del Congreso de la República de Guatemala (Congreso, 2008).

Existe la necesidad de tipificar en el código penal guatemalteco el mal uso de la información privilegiada con el fin de proteger el mercado de valores y evitar el enriquecimiento indebido.

2. MARCO TEÓRICO

Para fundamentar la investigación relacionada con la valuación de activos bursátiles por medio de procesos estocásticos en la bolsa de valores de Guatemala, es necesario recurrir a la exposición, análisis, enfoques teóricos y conceptuales de temas relacionados al sistema bursátil, probabilidad, procesos estocásticos, marco legal y contexto ético.

2.1. Mercado financiero

Una forma eficiente de operar de la economía es a través de un sistema financiero o mercado financiero por el cual se canalizan los fondos de ahorro a unidades de inversión. Todo este mecanismo es atraído por la influencia de la tasa de rendimiento o costo de capital que las empresas deben pagar para obtener recursos de los ahorradores; haciendo de este fenómeno un ciclo de ahorro e inversión el cual debe facilitar la transferencia de fondos, en resumen se puede definir como el medio por el cual se compran, venden o negocian los activos financieros. Por lo general, por lo general se clasifican en:

- Mercado de dinero: maneja títulos de corto plazo cuyo vencimiento es de un año o menos.

- Mercado de capital: maneja títulos de largo plazo que tienen vencimientos superiores a un año.

- Mercado primario es aquel donde participa un inversionista adquiere títulos nuevos, los ingresos netos que provienen de la venta de títulos nuevos van directamente a la empresa emisora.

- mercado secundario es aquel donde participa un inversionista que revende títulos existentes y está bien establecido donde las acciones pueden negociarse en el piso de remates de una bolsa de valores, (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008).

Es importante definir activo financiero, el cual es un instrumento financiero (activo tangible: Dinero, bono, acción, etc.) emitido por una empresa materializado en un título (de deuda o de participación), dicho instrumento representa derechos contra los activos y futuras ganancias de una corporación (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008).

Dentro de los activos tangibles se pueden definir:

- Un bono se puede define como una obligación o documento de crédito, emitido por un gobierno o una entidad particular, a un plazo perfectamente determinado, que devenga intereses pagaderos en periodos regulares (Porturs Govinden, 1997).

- Básicamente una acción es un título emitido por una sociedad que representa el valor de una de las fracciones iguales en que se divide su capital social. Generalmente, son valores de renta fija, las acciones comunes son un valor de renta variable, en vista que no tiene un retorno fijo establecido por contrato, sino que depende del crecimiento y operación de la empresa (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008).

Para llegar a materializar un activo financiero, cualquier persona con una riqueza inicial busca la forma de obtener rendimientos convirtiéndose en un inversionista. Es decir, se requiere inversión para generar utilidades de una forma formal, con condiciones relativamente seguras. Se puede definir la inversión en un sentido amplio la cual consiste en la asignación de recursos presentes en alguna actividad productiva, a cambio de cierta rentabilidad futura según el tipo de riesgo en el que se incurre. Por un lado, existen las llamadas inversiones reales porque implican activos tangibles y perceptibles en forma física. Por el otro, las inversiones financieras que son respaldadas por contratos o garantizadas en forma documental, son las que mayor crecimiento han tenido en los mercados económicos internacionales (Urrutia Nájera, Pablo F.; González Arévalo, Carlos, 2010).

El proceso de inversión por el cual un individuo quiere que sus recursos obtengan mayor utilidad, puede ser llevado a cabo en un mercado financiero, también conocido como mercado de valores, el cual opera de acuerdo a la política de un mercado eficiente. Una de las razones por las cuales existen es la liquidez, dado que ésta da la facilidad con que los activos financieros se transfieren sin pérdida de valor y por lo tanto se facilita el intercambio entre activos sin llegar a incurrir en altos costes financieros y temporales para realizar una transacción. Esta característica hace que el mercado de valores sea eficiente, por lo cual se puede definir un mercado eficiente cuando la competencia entre los distintos participantes que intervienen en el mismo, guiados por el principio del máximo beneficio, conduce a una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de cualquier título constituye una buena estimación de su precio teórico o intrínseco (Aragonés, José R.; Mascareñas Juan, 1994).

Se ha mencionado precio de mercado y precio teórico, es importante definir cada uno de ellos y la relación estrecha que los une. Para ello se sabe qué precio (teórico) es el pago por la obtención de algún bien o servicio. Pero relacionando este concepto al mercado de valores, se puede decir que precio de mercado es el precio al que un bien o servicio (activo financiero) puede comprarse o venderse en este mercado en concreto y se establece de acuerdo a la interacción de oferta y de la demanda. Es importante conocer el precio de mercado también llamado valor de mercado, porque determina la riqueza de los accionistas. Tres factores determinantes para el valor de mercado o precio de mercado de un activo financiero son: los flujos de efectivo esperados, el tiempo y el riesgo de estos flujos (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008).

Si el mercado es eficiente, las múltiples estimaciones del valor de un activo financiero deberán oscilar de forma aleatoria alrededor de su verdadero valor intrínseco. Por lo tanto, todos los inversores tienen las mismas probabilidades de ganar o perder (Aragonés, José R.; Mascareñas Juan, 1994).

Se hace notar que la información no se puede predecir, por lo tanto no se tiene ventaja con los demás competidores. Si así fuese la predicción formaría parte de la información actual y por lo tanto las alteraciones en los precios reflejarán lo impredecible, esto hace que la serie de cambios en los precios sea de tipo aleatorio o precisamente un recorrido aleatorio.

La razón de que los cambios en los precios sean aleatorios se debe a que los participantes en el mercado financiero son racionales y se mueven en un ambiente de competencia. Así que si los precios se determinan racionalmente, sólo la nueva información producirá alteraciones en los mismos y el recorrido aleatorio será el resultado natural de los precios que reflejen siempre todo el conocimiento disponible actualmente por el mercado financiero en su totalidad (Aragonés, José R.; Mascareñas Juan, 1994).

En concreto en un mercado eficiente la información se materializa automáticamente en los precios.

La confianza del mercado está ligada a la compra de un activo de una empresa y el mismo suele llamarse stock que básicamente, es un valor, título, acciones representado en capital de una compañía (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008) y por el cual, el inversionista puede reclamar una utilidad esperada en el proceso de negocio. La obtención del stock por parte del inversionista es en base al presentimiento, al comprar dicho stock este tendrá un aumento en su precio, en este sentido la compañía es importante sobre la demanda de los inversionista. Dentro del entorno del mercado, muchos factores son importantes para la confianza y equilibrio del mismo, se puede mencionar la especulación, sucesos recientes, dividendos, personajes mediáticos de las compañías, que de una u otra forma se ven reflejados en el precio de los activos, esto demuestra que el mercado se mueve determinado por varios factores dando paso al instinto de competencia dentro de los inversionistas y haciendo que el precio de un stock sea aleatorio. Esta evolución del mercado hace que el inversionista espere una utilidad que no es más que: la ganancia que logra a partir de una inversión de un stock en un tiempo fijado.

La estrategia de inversión en activos financieros describe el efecto significativo de los riesgos que un inversionista asuma. Ejercen un impacto importante en el riesgo y los flujos de efectivo esperados para maximizar su riqueza (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008). Básicamente, se desarrolla en las etapas siguientes:

1. Conocimiento de las políticas del mercado
2. Análisis del mercado
3. Construcción de una cartera o portafolio
4. Revisión de la cartera o portafolio
5. Evaluación de la cartera o portafolio

Cuando se habla de cartera, esta es una cartera o portafolios de activos financieros (valores) o activos fijos y es un conjunto de dos o más activos (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008). El riesgo del portafolio depende de la incertidumbre de cada uno de los activos en la cartera.

La estrategia de construcción del portafolio para lograr una mayor riqueza es una óptima selección de activos, el inversionista conoce que la tasa de rendimiento es aleatoria, por lo tanto, debe estimar el valor esperado de la riqueza que conseguirá. Así también, dado que posiblemente sea adverso al riesgo debe diversificar la cartera, porqué, mientras mayor sea la diversificación del portafolio el riesgo del mismo se reducirá.

La tasa de rendimiento: considera los rendimientos disponibles en oportunidades alternas de inversión durante un lapso específico. Dicho de otra forma, porcentaje que, aplicado al monto de inversión, muestra la ganancia de la misma (Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J., 2008).

2.2. Probabilidad y procesos estocásticos

Los aspectos básicos de la teoría de probabilidades y de los procesos estocásticos, son básicos para definir las integrales estocásticas.

2.2.1. Probabilidad

Dentro de varias definiciones importantes se puede iniciar por la variable aleatoria la cual no es más que la función que define los resultados de eventos o juegos. Una definición matemática es:

Una función X de w, de valores numéricos, cuyo dominio es Ω (Chung, 1983):

$$w \in \Omega: w \rightarrow X(w) \qquad [2.1]$$

En este caso es importante porque el precio unitario en un determinado mercado es aleatorio.

La información que proporciona la variable aleatoria lleva a un proceso de abstracción de la realidad y en el cual se define un espacio de probabilidad para la variable X, si se tiene "un espacio de probabilidad (Ω, F, P) y una función X: Ω → S, donde S es un espacio topológico" (Gorostiza, 2001).

Lo anteriormente escrito se puede definir de la forma siguiente:

- Ω son los subconjuntos adecuados o eventos elementales numerables en el espacio abstracto.
- F es una colección de subconjuntos de Ω (sucesos) denominada σ-algebra.
- P es una medida de probabilidad sobre (Ω, F)

Lo anterior se puede explicar de esta forma, "La hipótesis de ser Ω numerable permitirá ahora una simplificación fundamental. Como el dominio de definición de X es Ω, es evidente que el recorrido de X habrá de ser finito cuando Ω sea finito, y a lo sumo numerablemente infinito cuando Ω lo sea" (Chung, 1983). Por lo tanto X es medible respecto a F.

Aprovechando que se ha definido un espacio de probabilidad, en base a esto se puede ir definiendo la función de distribución. Si se sabe que la probabilidad mide la certeza del acontecimiento de un evento o sucesos, se puede partir de ella para definir dicha función.

Se explica que "una medida de probabilidad sobre la clase F de los sucesos es tal que: para cada suceso A ε F asigna un número P(A) ε [0,1]. Este número es la fracción esperada del acontecimiento del suceso A" (Martinez Barbeto, 2003).

Si se sabe que se tiene que la función X: Ω → S es medible respecto a F en un espacio topológico S que son los conjuntos de Borel (S= B(S)). Con esto se puede decir que para cualquier A ε S, la imagen inversa $X^{-1}(A)$ ε F.

Si se tienen todos los valores aleatorios en un espacio topológico, se puede calcular la probabilidad de que cualquier suceso (w) asociado con X.

$$P(X \in A) \qquad [2.2]$$

Esta probabilidad representa que si se ha escogido un suceso w la certeza del evento pertenezca en A, X (w) ε A. Esto quiere decir que la medida $m_x(A) = P(X\ \varepsilon\ A)$, donde A ε S.

Con lo anterior se puede decir que si w es un número real cualquiera y si se toma A en un intervalo infinito (∞, x], se puede definir una distribución de X general.

$$F_X(x) = P(X \leq x) \qquad [2.3]$$

2.2.2. Procesos estocásticos

Dejando a un lado la probabilidad, se pueden ir definiendo los procesos estocásticos, básicamente estos son una secuencia de experimentos aleatorios. Pero teniendo una definición estricta "se denomina proceso estocástico al fenómeno aleatorio que surge a través de un proceso (por ejemplo, el movimiento de una partícula según el movimiento Browniano) que se desarrolla a lo largo del tiempo de forma controlada mediante leyes probabilísticas" (Martinez Barbeto, 2003).

Visualizando el concepto de otra forma, se dan ciertas propiedades que los procesos estocásticos cumplen:

- X (t, w) constituye una familia de funciones, un proceso estocástico, donde t es un instante de realización y w es el parámetro de la señal.
- X (t, w_8) es una función de t.
- X (t_0, w) es una variable aleatoria.

- X (t_0, w_8) es un resultado experimental, un número real.

2.2.3. Esperanza, varianza

Dos constantes que describen a la variable aleatoria X son el valor medio o esperanza E(X) y la varianza Var(X).

Al valor esperado o esperanza se refiere al valor promedio que se espera suceda, al repetir el fenómeno en forma independiente varias veces. Se interpreta como el centro de masa de la distribución de probabilidad.

Una definición formal es: "La esperanza matemática o valor medio de variable aleatoria X con función de densidad f_X viene dada por" (Martinez Barbeto, 2003).

$$\mu_X = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx \qquad [2.4]$$

La varianza evalúa la dispersión de la distribución de probabilidad con respecto a su valor medio.

Y se puede expresar de la siguiente manera: "La varianza de la variable aleatoria X viene definida por" (Martinez Barbeto, 2003).

$$\sigma_X^2 = var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x)dx \qquad [2.5]$$

2.2.4. Teorema límite central

El teorema de límite central indica que la función de distribución se aproxima a una distribución normal (conocida como distribución gaussiana) al incrementarse el tamaño de la muestra.

Se supone X1, X2,......., variables aleatorias con la misma distribución e independientes, con μ y σ^2 comunes de las X_n. Se tiene

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i \qquad [2.6]$$

Dado que las variables aleatorias tienen la misma distribución significa que las medidas de probabilidad son iguales para toda n, $m_{X_n}(A)=P[X_n \in A]$, $A \in B(R)$, y a la vez si son independientes significa que la probabilidad $P[(X_1, X_2, \ldots, X_k) \epsilon A1 \times A2 \times \ldots \times Ak] = \prod_{i=1}^{k} P[X_i \in A_i]$, para cada k y A1,......, Ak ε B (?).

Bajo esta hipótesis el teorema de límite central se cumple para cualquier conjunto A ε B (?).

$$\lim_{n \to \infty} P\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \epsilon A\right] = \int_A \frac{e^{\frac{-x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dx \qquad [2.7]$$

2.3. Movimiento Browniano

En 1900, Louis Bachelier introdujo un modelo del movimiento Browniano (observado en la naturaleza por Brown en 1826) para modelar las fluctuaciones de la bolsa parisina.

El movimiento Browniano o proceso de Wiener en (Ω, F, P) es un proceso aleatorio, $W=(W_t)_{t \geq 0}$ tal que:

- $W_0 = 0$, es decir, parte del origen.
- Sus trayectorias son continuas.
- Sus incrementos son independientes. Si $0 \leq t_1 \leq \ldots \leq t_n$, entonces:

$$W_{t_1}, W_{t_2} - W_{t_1}, \ldots\ldots\ldots, W_{t_n} - W_{t_{n-1}} \qquad [2.8]$$

Son variables aleatorias independientes.

- $W_t - W_s$ es una variable gaussiana, con media cero y varianza t-s, es decir

$$W_t - W_s \sim ⍰\ (0, t\text{-}s) \qquad [2.9]$$

Se recuerda que X es gaussiana o normal $(X \sim ⍰\ (\mu, \sigma^2))$ cuando su distribución de probabilidad es

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du \qquad [2.10]$$

La densidad es la campana de Gauss

$$\Phi(x|\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad [2.11]$$

La variable W_t es normal, centrada, y tiene varianza t.

$$W_t \sim ⍰\ (0, t) \qquad [2.12]$$

El incremento ΔW del proceso, es $⍰\ (0, \Delta t)$. Se considera la variable $(\Delta W)^2$. Se tiene

$$E(\Delta W^2) = \Delta t, \qquad \mathrm{Var}\ ((\Delta W)^2) = 2(\Delta t)^2 \qquad [2\text{-}13]$$

Luego, si $\Delta t \to 0$, la varianza es menor que la esperanza, luego la variable se “aproxima” a su valor esperado, lo que se nota (Mordecki, 2010)

$$(\Delta W)^2 \sim \Delta t, \text{ o sugestivamente } (dW)^2 = dt \qquad [2.14]$$

2.4. Martingalas

Siendo S un espacio topológico, se llama martingala con respecto a la medida de probabilidad P y la filtración F_i, esta es una colección de subconjuntos de Ω con estructura de σ-algebra. Si la esperanza condicional de S_j en un tiempo t (futuro) dada por F_i es precisamente la esperanza condicional de S_i que se tiene en tiempo presente. Por lo anterior se considera martingala si se cumple la siguiente igualdad:

$$E((S_j|F_i) = S_i \qquad [2.15]$$

2.5. Formula de Itó

El lema Itó, también llamado Teorema Fundamental del Cálculo Estocástico, es el resultado más utilizado en los modelos financieros en tiempo continuo; permite calcular la diferencial estocástica de un proceso estocástico Y (t) a partir de un proceso X (t) donde X (t) e Y (t) están ligados por una relación funcional del tipo (Martinez Barbeto, 2003)

$$Y(t) = F[X(t), t] \qquad [2.16]$$

La fórmula de Itó es una generalización de la regla de la cadena del cálculo usual de funciones.

El objetivo es dar un sentido y generalizar la igualdad

$$(dW)^2 = dt \qquad [2.17]$$

Sea f: ⍰ → ⍰ una función con derivadas continuas (regular). El desarrollo de Taylor de f es

$$f(x) - f(x_0) = f'(x_0)\Delta x + f''(x_0)(\Delta x)^2 + \ldots \qquad [2.18]$$

Habitualmente, el segundo sumando se desprecia frente al primero. Pero si x=Wt y $x_0 = W_{t_0}$, se tiene

$$(\Delta x)^2 = (\Delta W)^2 \sim \Delta t \qquad [2.19]$$

Y el aporte no se desprecia frente al primer sumando. Los otros términos son efectivamente de mayor orden.

Sea ahora f = f(x, t) una función regular de dos variables. Con argumentos similares a los esbozados, se demuestra que

$$f(W_t, t) - f(W_0, 0) = \int_0^t f_x(W_s,s)dW_s + \frac{1}{2}\int_0^t f_{xx}(W_s,s)ds + \int_0^t f_l(W_s,s)ds \qquad [2.20]$$

La cual es la fórmula de Itó.

Colocándola de una forma sintéticamente

$$df(W_t,t) = f_x(W_t,t)dW_t + \frac{1}{2}f_{xx}(W_t,t) + f_t(W_t,t)dt \qquad [2.21]$$

La primera integral es la llamada integral estocástica

$$\int_0^t f_x(W_s,s)dW_s \qquad [2.22]$$

La cual se explica como un límite de sumas del tipo

$$\sum_{i=0}^{n-1} f_x\left(W_{t_i}\right)(W_{t_{i+1}}-W_{t_i}) \qquad [2.23]$$

La segunda integral especifica el cálculo estocástico y hace que las reglas de integración sean diferentes a las clásicas.

$$\frac{1}{2}\int_0^t f_{xx}(W_s,s)ds \qquad [2.24]$$

Entonces sea $f(x) = x^2$, se tiene

$$f_t = 0, \quad f_x = f' = 2x, \quad f_{xx} = f'' = 2 \qquad [2.25]$$

Resultando

$$f(W_t) - f(w_0) = W_t^2 = \int_0^t (2W_s)dW_s + \frac{1}{2}\int_0^t 2ds = \int_0^t (2W_s)dW_s + t \qquad [2.26]$$

Que difiere mucho de la fórmula

$$y^2 = \int_0^y (2x)dx \qquad [2.27]$$

Donde ahora aparece un término más (Mordecki, 2010).

2.6. Información privilegiada o encubierta ámbito legal en Guatemala

De acuerdo al artículo 95 del decreto 34-96 de la Ley de mercado de valores y mercancías del Congreso de la República de Guatemala, se define la información privilegiada como: toda información de carácter concreto referente a valores, mercancía y contratos que no haya sido dada a conocer al público y que de haberse hecho pública, hubiere podido influir de modo relevante en su cotización (Congreso, 2008).

Dicha información se encuentra tipificada en el derecho mercantil, no así, desde la perspectiva del derecho penal, esta diferenciación radica en que desde el punto de vista mercantil se regula o protege las relaciones comerciales legalmente calificadas; pero desde la panorámica penal no hay sanción a quienes trasgredan las regulaciones establecidas en el comercio referente a la información privilegiada.

El análisis de la tipificación del delito de transacciones bursátiles en la legislación penal de Guatemala es primordial, en su estudio deben considerarse las distintas categorizaciones desarrolladas doctrinariamente para una debida comprensión de la política criminal empresarial en nuestro país (Aifán Pérez, 2010).

En el artículo 95 de la Ley del Mercado de Valores y Mercancías, anteriormente mencionado regula el actuar de toda persona involucrada en las empresas donde manejen información privilegiada.

Artículo 95. Información privilegiada (párrafos dos). Tanto los administradores como los gerentes y representantes legales de las bolsas de comercio, de los agentes, de los emisores, así como cualquier persona que por su posición tenga acceso a información privilegiada, debe abstenerse de efectuar, por sí o por interpósita persona, operaciones con cualquier tipo de valores, mercancía o contratos, en beneficio propio o de terceros, mientras la citada información no sea divulgada entre el público inversionista (Congreso, 2008).

Artículo 95. Información privilegiada (párrafos tres). La información deja de ser privilegiada desde el momento en que se ponga por escrito en conocimiento del registro o de la bolsa de comercio correspondiente (Congreso, 2008).

Artículo 95. Información privilegiada (párrafos cuatro). Las personas que contravengan lo dispuesto en el segundo párrafo del presente artículo, serán sancionadas con multas de cinco mil (5,000) a cincuenta mil (50,000) unidades (Congreso, 2008).

A la información privilegiada solo tienen acceso determinadas personas dentro de una empresa u organización, elegidos a discreción por las mismas, por ser de información importante puede aportar ventajas a sus conocedores y está sujeta a reserva evitando que sea utilizada para obtener provecho o beneficio para sí o para un tercero.

2.6.1. La bolsa de valores frente a los riesgos en el manejo de la información privilegiada o encubierta

Para comprender los riesgos, es necesario describir que el mercado bursátil se caracteriza por su organización y evolución constante para adaptarse a las necesidades de los corredores, inversores y emisores de valores.

Por bolsa de valores se define como un acuerdo con un criterio funcional que supone una infraestructura técnica para el comercio, donde la protección de los inversionistas está orientada a establecer medidas contra los riesgos que podrían ser causados por corredores, emisores de títulos u otros inversores, los perjuicios pueden provenir de la explotación de conocimiento de hechos confidenciales o de la manipulación del curso de los títulos (Aifán Pérez, 2010).

La protección al inversionista va dirigida a asegurar la confianza en el mercado, protegiendo intereses difusos, ya que va encaminada tanto a quienes ya invirtieron como a quienes van invertir.

Por lo anterior es necesario además de las condiciones técnicas y personales de gestión y organización, la transparencia del curso de los títulos objeto de negociación, así como del comportamiento de los inversionistas, logrando la eficacia de la formación de los precios, la seguridad y confianza en la bolsa, mejorando directamente la liquidez (Aifán Pérez, 2010).

Una casa de corredores de bolsa o empresa permite las transacciones entre los sujetos que desean comprar acciones y aquellos quienes las ofrecen. Un corredor de bolsa puede ser una persona natural o jurídica que se encuentre legalmente autorizada para llevar a cabo actividades de compra-venta de valores en la bolsa en beneficio de terceros, debe cumplir con llevar a cabo la práctica de las transacciones y además puede prestar labores relacionadas con asesoría a sus clientes que se lanzarán posteriormente al mercado y actuar a su vez como depositarios de las acciones u otros instrumentos de sus clientes, donde obtienen información relevante para el mercado bursátil (Aifán Pérez, 2010).

Puede la explotación abusiva de conocimiento de hechos confidenciales influenciar notablemente el curso de los títulos valores, se ha destacado que la bolsa de valores no sólo es un mercado de títulos valores, sino también una bolsa de rumores, donde las relaciones sociales y políticas permiten informar sobre los diferentes aspectos de la vida de las empresas y de la economía del mercado, percibiéndose así plenamente el carácter reprensible de la explotación del conocimiento de hechos confidenciales.

En la legislación guatemalteca, las actividades de las bolsas de comercio se encuentran reguladas en el Artículo número 18 de la Ley de Mercado de Valores y Mercancías, Decreto número 34-96.

2.6.2. Los sujetos del delito de transacciones bursátiles con información privilegiada o encubierta

El delito estudiado en este trabajo debe su nomen iuris al sujeto activo del mismo, que es el iniciado o insider, cuya trascendental importancia ha sido destacada por Terradillos al afirmar que "constituye el elemento clave de la incriminación, ya que se discute poco acerca de la necesidad del castigo de estas conductas, y mucho sobre los sujetos que deben caer bajo el manto de la prohibición y sanción" (Aifán Pérez, 2010).

Su estudio debe abordarse desde las diversas categorizaciones que la doctrina y legislación comparada han desarrollado, a fin de entender la opción político criminal que existe.

En el Derecho Norteamericano la distinción entre insider y outsider se ensayó a partir de tres teorías:

a) Teoría del acceso igualitario o the equal access theory.
b) La teoría del deber de confianza o the fiduciary duty theory.
c) Teoría de la apropiación indebida o the misappropriation theory.

Por su parte el derecho europeo identifica tres clases de infractores a saber:

a) Los miembros de los órganos de administración, de dirección o de control del emisor;
b) Los accionistas;

c) Aquellos que por su trabajo, profesión o función tengan acceso a información privilegiada.

2.7. Contexto ético

El diccionario de la Real Academia define ética como "Recto, conforme a lo moral y a la ética profesional la define como "conjunto de normas morales que rigen la conducta humana" (Real Academia, 2012). Pero ¿Qué unión hay entre ellas? ¿Cuándo el hombre deja de ser humano y se convierte en profesional (definiendo profesional, como el arte de hacer un oficio bien hecho)?, ¿Dónde deja su ética personal y empieza aplicar su ética profesional? Pero sobre todo, ¿Puede el hombre dejar su naturaleza para luego confeccionar, estructurar y aplicar su ética profesional sobre su ética personal?, ¿Llegaría a tener una perfección de sus acciones profesionales?, en cambio redundaría en frio y correcto; tan incomprensible como la misma sociedad que forma los valores éticos y que pide a gritos aplicarlos y que a la vez los rechaza con ferviente anhelo cuando sus intereses se ven amenazados.

Por ética la persona entiende y se guía por lo que está bien o mal moralmente. Aun así, la controversia todavía persiste y persistirá en una sociedad que la define en términos de comportamiento, por ejemplo, se tiene ética cuando se procede de acuerdo a principios basados en valores sociales, religiosos, morales, económicos, intelectuales que gobiernan la conducta tanto personal como a niveles organizacionales. Lo que puede ser éticamente bueno para una persona, puede ser malo para otra. Ética se deriva de los términos del latín *ethĭcus,* y este del griego ἠθικός (Real Academia, 2012), según Aristóteles el termino incluye la idea de carácter y disposición, es así como la ética refleja el carácter del individuo y en grupo de individuos, el carácter de la firma comercial.

Independientemente de todo, los valores éticos en consecuencia pueden cambiar o al menos estar influenciados por los cambios sociales y de gobierno, cuando esto sucede entonces se abre la interrogante, ¿por qué la sociedad, los individuos y las organizaciones operan con ética?

Pero, ¿Por qué es tan importante en todos estos niveles? Desde tiempos remotos uno de los afanes del hombre es la libertad y esta libertad rige valores éticos para actuar con sentido común en la vida. En el momento mismo en que valores propuestos de ética no se cumplen a cabalidad, se inicia el cercenamiento de la libertad individual que se ve reflejada en la sociedad. De este modo se puede observar que la ética constituye el fundamento de la clase de persona que se es y de la clase de sociedad u organización que se representa.

El tomar decisiones incorrectas, lleva a perder la reputación de cada ser en cada acto y se convierte en un factor importante en las relaciones con los demás, tan formales como informales. En las actuales economías globales, las prácticas y la transgresión de los valores de los ejecutivos a cargo, afectan la imagen en los negocios de compañías y organizaciones, he aquí lo importante que es hacer lo correcto basándose en valores, aunque los intereses de por medio se pierdan. En esencia, buena ética es buen negocio, ya que a nivel cultural, social y empresarial, es el resultado de actuar bien y correctamente.

El proceso de una ética financiera, inicia con el compromiso de que los beneficios no se excluyan mutuamente ni en los principios ni en la práctica de una organización. Es conflicto de la ética individual y profesional que muchas veces llega a ser un absurdo, se complementan y se necesita que cada individuo fomente y proporcione valores para construir culturas corporativas que unan estándares éticos a la hora de actuar en la forma y toma de decisiones profesionales.

Esta institucionalización de principios éticos comienza con la aceptación y entendimiento de filosofías individuales y se sustentan en mecanismos tales como una estructura financiera o profesional con credo y normas donde el bien mayor es para el mayor o total número de personas.

La persecución de un comportamiento ético en conjunto, aplicado a nivel profesional, es un desafío complejo, multifacético con dimensiones situacionales significativas. Sin embargo, el rol de los profesionales es crítico para crear, implementar y sustentar el comportamiento ético en una sociedad y organización. Los profesionales deben regirse con ética y valores éticos para influir en sus subordinados el deseo de actuar de una igual o mejor manera

3. METODOLOGÍA

En las siguientes líneas se presenta el resumen del procedimiento usado en el desarrollo de la investigación, explicando en detalle de qué y cómo se formuló la investigación relacionada con la valuación de activos bursátiles por medio de procesos estocásticos en la bolsa de valores de Guatemala. La metodología comprende: definición del problema; justificación; objetivo general y objetivos específicos; hipótesis y especificación de las variables; a través del método científico; instrumentos de medición aplicados y las técnicas de investigación documental y de campo, utilizadas.

El análisis financiero por medio de procesos estocásticos, permite encontrar modelos que demuestren el desarrollo de los mercados financieros cuando los mismos se consideran óptimos y a la vez se pueden alterar por alguna información encubierta. Estos modelos proporcionan un punto de partida para establecer estrategias que manifiesten un equilibrio entre riesgo y rendimientos para no alterar el mercado financiero. A partir de la teoría de probabilidad, procesos estocásticos como el movimiento browniano, martingalas, formula de Itó, se recopila la información que permite construir varios modelos mediante supuestos que demuestran el comportamiento esperado de un activo bursátil cuando es alterado por medio del uso de información privilegiada.

3.1. Definición del problema

El mercado financiero funciona a base de un equilibrio y en el cual participan inversores que en la mayoría de los casos se comportan racionalmente y que tienen aversión al riesgo, pero el hecho de obtener ganancias con lleva a correr ese riesgo que se minimiza con la diversificación de los instrumentos disponibles en dicho mercado. Ahora bien, **¿Qué pasa si, se altera el mercado utilizando información privilegiada en la valuación de activos bursátiles?**, modelando el desarrollo del mercado financiero utilizando proceso estocásticos se pueden conocer aspectos de la valuación de activos bursátiles. Esta herramienta mediante supuestos aleatorios puede dar a conocer el uso de información privilegiada como estrategia al invertir que altera el mercado de valores.

Al escoger una estrategia de inversión (cartera) con información disponible en el mercado financiero, el inversionista está siendo honesto y no se está anticipando a la evolución del mercado. Pero cuando un inversionista tiene información privilegiada se adelanta al comportamiento del mercado financiero y es común que incremente la ganancia esperada de ese activo bursátil. Por lo tanto, una forma de detectar el uso de información privilegiada es modelar y maximizar la esperanza de la utilidad del inversionista con ella y sin ella mediante el uso de los procesos estocásticos; se comparan los resultados dados y así se determina si se ha incurrido en un acto ilícito.

Dado que los activos bursátiles son instrumentos financieros en el que se desea invertir, se tomará como unidad de análisis la información disponible en el mercado financiero de Guatemala, básicamente, los precios de los valores accionarios históricos, en base a estos datos partir a una predicción de valores futuros y obtener información simulada. Estos datos históricos se pueden obtener en periodos históricos, definidos de una semana, un mes, un bimestre, hasta un año. La fuente de información podrá ser tomada de la Bolsa de Nueva York debido a la interface que existe con la página de Internet Yahoo! Finance, por su facilidad en obtenerlos y de su similitud de aplicación en los modelos del ámbito geográfico, Guatemala. Los modelos estocásticos encontrados no involucran factores externos socio-políticos- económicos que influyen al mercado de valores.

3.2. Justificación

Los procesos estocásticos definen problemas azarosos comunes en la actualidad donde se percibe el efecto del tiempo, los problemas económicos y sociales, entre otros.

La presente investigación plantea utilizar dichos procesos en el comportamiento de los rendimientos y otros aspectos financieros, modelando las características que nos interesan, como precios, utilidad, estrategias para diversificar carteras, teniendo como base la información disponible en las instituciones financieras y entonces el inversionista puede escoger una estrategia de inversión que se considera un proceso aleatorio.

En el proceso financiero, conocer el ambiente es necesario para reflejarlo en el precio de los activos, ya sea con las condiciones de la empresa o por las del ambiente en el que se desarrolla. La importancia de la información disponible en los mercados se corrobora con la Teoría de los Mercados Eficientes, que reconoce que el mercado se mueve a partir del uso de la información que tienen los participantes.

Pero cuando se tiene información privilegiada se altera el mercado y para invertir es necesario confiar en el sistema; por lo tanto lo que se requiere es modelar la utilidad esperada por un inversionista honesto, quien no usa información privilegiada. Así también, conocer la cantidad esperada que gana un inversionista que emplea información privilegiada en su beneficio, tratando de tomar una posición ventajosa ante el mercado que se desea evaluar.

3.3. Objetivos

Abordar el problema de la utilización de la información privilegiada como estrategia en una valuación de activos bursátiles como problemática central para desequilibrar el mercado financiero y se considera para su solución el uso de modelos mediante procesos estocásticos para realizar un análisis financiero que bajo supuestos de aleatoriedad puedan mostrar en un momento dado un aumento desmesurado de la riqueza del inversionista.

3.3.1. Objetivo general

Elaborar un modelo de mercados de valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad por medio de procesos estocásticos, al presentarse el uso de información encubierta o privilegiada, aplicable al mercado bursátil de Guatemala.

3.3.2. Objetivos específicos

- Definir el término de información privilegiada y su tipificación en Guatemala.
- Modelar el proceso estocástico para un inversionista sin información privilegiada.
- Modelar y maximizar la esperanza de la utilidad del inversionista con información privilegiada.
- Mostrar el cálculo de la diferenciación de inversiones con uso de la información privilegiada y sin ella.

3.4. Hipótesis

3.4.1. Hipótesis de investigación

La valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad, aplicable al mercado bursátil de Guatemala, permite detectar por medio de procesos estocásticos la alteración del mismo, al conocer información encubierta o privilegiada por parte de un inversionista que trate de anticiparse al futuro, logrando un beneficio mucho mayor al esperado.

3.4.2. Hipótesis nula

La valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad, aplicable al mercado bursátil de Guatemala, no permite detectar por medio de procesos estocásticos la alteración del mismo, al conocer información encubierta o privilegiada por parte de un inversionista que trate de anticiparse al futuro, logrando un beneficio mucho mayor al esperado.

3.4.3. Variable dependiente

Valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad: Esta caracterizado como el proceso que relaciona el riesgo y el rendimiento de los activos bursátiles para determinar su valor estimado bajo una evaluación aleatoria continúa en el tiempo. Esta valuación requiere de los precios históricos de los activos para desarrollar una caminata aleatoria con los mismos para una predicción de sus valores.

3.4.4. Variables independientes

- Proceso estocástico: predicción por medio de una relación al azar en el tiempo del valor de una variable financiera, en este caso los precios históricos de los activos.
- Información privilegiada o encubierta: conocimiento y uso de la información privilegiada por parte de un inversionista que quiere anticiparse al sistema bursátil aventajándolo para alterar su equilibrio.
- Beneficio mayor: utilidad mayor a la esperada por un inversionista que utiliza información privilegiada.

3.5. Método

Se aplicaron las tres fases del método científico, la fase indagatoria donde se hizo la recopilación de la información documental necesaria en la investigación. Se continuó con la fase demostrativa donde se comprobó la hipótesis, realizando un ejemplo de aplicación del modelo obtenido, para terminar se pasó a la fase expositiva donde se demostraron los resultados obtenidos de la investigación.

3.8. Técnicas

Se aplicó el uso de técnicas documentales y de investigación de campo.

3.8.1. Técnicas de investigación documental

Para el desarrollo de este estudio se utilizaron varias técnicas de investigación documental. Primeramente, se recopilo información de libros, textos, documentos relacionados al estudio en cuestión, así como visitas a sitios de internet relacionados con el mercado financiero. Seguidamente, se procedió a tener una lectura crítica de la información obtenida, clasificando lo más importante que se adaptará al tema para luego procesar resúmenes, así depurar y complementar la información a utilizar.

3.8.2. Técnicas de investigación de campo

Formación del modelo en base a los procesos estocásticos, logrando deducciones de las variables involucradas en la valuación de activos bursátiles.

4. MODELOS ESTOCÁSTICOS DE LA INFORMACIÓN PRIVILEGIADA

En esta época, donde se desarrollan grandes avances tecnológicos que obligan a buscar mecanismos que permitan predecir los resultados que faciliten la toma de decisiones y que por su variabilidad es el caso del área financiera. Aquí se hace la presentación de un modelo de valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad e información encubierta o privilegiada, por medio de procesos estocásticos, el cual puede servir para toma de decisiones importantes en el mercado financiero.

En primer lugar se puede partir mencionando que valuación es un proceso que relaciona el riesgo y el rendimiento de un activo para determinar su valor, esto es necesario para una mejor compresión del modelo; seguidamente se presenta el comportamiento para un precio de un activo, fundamental para formular el modelo en cuestión, se presenta los supuestos y las soluciones para encontrar una cartera óptima que maximice la esperanza de la utilidad de la riqueza, primero de un inversionista honesto y posteriormente de un inversionista con información privilegiada. Seguidamente se encuentran otros modelos en donde influye la información privilegiada y se observa cómo esta se comporta respecto, primeramente, sobre el Movimiento Browniano, luego sobre el precio final y por último sobre todos los modelos encontrados. Para terminar se hace una breve ejemplo de cómo aplicar todos estos modelos a un mercado financiero, específicamente bursátil.

4.1. Modelo clásico

Si se tiene un mercado financiero, bajo el supuesto que trabaja en un mercado eficiente, por lo tanto, para el precio de un activo el mismo se considera como un proceso estocástico, necesario para formular el modelo.

Para este caso de un mercado financiero se contempla que se tienen dos posibilidades de inversión para definir la cartera: un activo sin riesgo llamado bono, se aclara que esto en la práctica no es del todo errado, dado que si se analizan activos en periodos cortos de tiempo (trimestres), por ejemplo un bono del Estado a veinticinco años resulta una inversión segura y hasta se puede suponer que la tasa es constante en el corto plazo. La otra posibilidad es un stock un activo con riesgo

Para el modelo clásico o precio de un activo, el cambio absoluto en el precio no es significativo, pero, si lo es la rentabilidad y no es más que el cambio sobre el precio original, mostrado de la forma siguiente:

$$R = \frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{P_t} \cong \frac{\Delta t}{P_t} \cong (b + ruido)\Delta t \qquad [4.1]$$

La ecuación anterior se descompone en dos partes, una parte la determinista que es similar al retorno libre de riesgo en este caso el bono y se plante como b y la otra la modela la aleatoriedad en el cambio del precio de la acción y es el ruido, es la respuesta de las especulaciones y cambios externos inesperados.

$$P_{t+\Delta t} - P_t = [bP_t + \text{ruido}P_t] \qquad [4.2]$$

Lo anterior es el modelo para describir los precios de stocks, es un modelo lognormal que brinda facilidad para visualizar la evolución de los precios de los activos en el tiempo. Las ecuaciones anteriores se pueden escribir de la forma estocástica.

$$P_t = P_o + \int_0^t b_u P_u du + \int_0^t \sigma_u P_u dW \qquad [4.3]$$

La ecuación anterior se puede visualizar de una forma análoga:

$$dP_t = b_t P_t dt + \sigma_t P_t dW_t \qquad [4.4]$$

Donde el precio P^o del bono está dado por la ecuación diferencial:

$$dP_t^0 = r_t P_t^0 dt \qquad t \in (0, T) \qquad [4.5]$$

$$P_0^0 = 1 \qquad [4.6]$$

Y el precio P^1 del stock obedece a la dinámica de la ecuación siguiente:

$$dP_t^1 = P_t^1 [b_t dt + \sigma_t dW_t], \qquad t \in (0, T), \qquad [4.7]$$

$$P_0^1 = p > 0 \qquad [4.8]$$

W es un valor real definido por el movimiento Browniano sobre el espacio de probabilidad (Ω, F, P) generado por la filtración $\{F_t, t \in [0, T)\}$. W modela las fuentes del riesgo sistemático. Todo esto se le llama movimiento Browniano Geométrico y esto representa que el inversionista puede escoger invertir en cualquier momento (Martinez Barbeto, 2003).

Teniendo lo anterior, se pueden definir los supuestos para el modelo:

- Los precios de los activos siguen un proceso Wiener log-normal.
- La tasa de interés libre de riesgo r y la volatilidad del σ del activo se suponen constantes en el tiempo.
- Los costos de transacción asociados a la cobertura del portafolio son cero.

- El inversionista al conocer la información privilegiada hace uso de ella para influenciar su cartera o portafolio.

La cartera anteriormente definida puede ser un proceso $\pi : \Omega \times [0, T] \rightarrow$ ▯ medible y F_t adaptado si satisface:

$$E\left[\int_0^T |\sigma(t)\pi(t)|^2 dt\right]^{\frac{1}{2}} < \infty \qquad [4.9]$$

Donde π_t representa la proporción de la riqueza del inversionista sin información privilegiada en el activo con riesgo (stock) y la proporción restante $(1 - \pi_t)$ es una inversión en un bono en el tiempo $t \in (0, T]$. Básicamente, es la estrategia de inversión, que se representa por medio de un movimiento Browniano (Mordecki, 2010) para formar un proceso de Itó si cumple la forma siguiente:

$$X_t = X_o + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dW_s \qquad [4.10]$$

Por lo tanto, para este modelo clásico se tienen estas propiedades:

a. r y b están sobre $\Omega \times [0, T]$,
b. $\sigma \in L^2 (\Omega \times [0, T])$,
c. $\sigma \neq 0$ sobre $\Omega \times [0, T]$,
d. $\sigma^{-1}(b-r) \in L^2 (\Omega \times [0, T])$.

Para una riqueza inicial constante $X_0 > 0$ sea X^π el proceso de riqueza correspondiente a la cartera π definida por $X_0^\pi = x_0$ en el tiempo t:

$$dX_t^\pi = \frac{\pi_t X_t^\pi}{P_t^1} dP_t^1 + \frac{(1-\pi_t) X_t^\pi}{P_t^0} dP_t^0 \qquad [4.11]$$

$$=(1-\pi_t)X_t^{\pi} r_t dt + \pi_t X_t^{\pi}[b_t dt + \sigma_t dW_t] \quad [4.12]$$

$$= (r_t + (b_t - r_t)\,\pi_t)\, X_t^{\pi} dt + \sigma_t \pi_t X_t^{\pi}\, dW_t, \quad t \in (0, T) \quad [4.13]$$

Esto significa que X^{π} se representa por una ecuación diferencial estocástica de Itó. La función de utilidad para la riqueza de un inversionista es estrictamente creciente, cóncava, continua y diferenciable en todos sus puntos U: $(0,\infty) \rightarrow$ ▯ y se expresa tal que:

$$U'(0) := \lim_{x \to 0} U'(x) = \infty, \quad U'(\infty) := \lim_{x \to \infty} U'(x) = 0 \quad [4.14]$$

El objetivo es encontrar una cartera óptima que maximice la esperanza de la utilidad de la riqueza logarítmica $E(\log X_T^{\pi}\ (U(x)) = \log x)$ si se sabe que el inversionista tiene información privilegiada. Primero, la riqueza de un inversionista honesto asociado con la cartera π se expresa:

$$X_t^{\pi} = x_0 \exp\left\{\int_0^t \left[r_s + (b_s - r_s) - \frac{1}{2}\sigma_s^2 \pi_s^2\right] ds + \int_0^t \sigma_s \pi_s dW_s\right\} \quad [4.15]$$

X_0 es la riqueza inicial, r_s, expresan la tasa de interés del bono, bs la tasa de interés de apreciación del stock con riesgo y σ_s su volatilidad que no es más que la desviación estándar de la variación de crecimiento del precio (Mordecki, 2010).

Por medio de operaciones algebraicas se completan cuadrados

$$X_t^{\pi} = X_0 \exp\left\{\int_0^t \left(r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2\right) ds + \int_0^t \sigma_s \pi_s dW_s\right\} \quad [4.16]$$

Entonces:

$$\log X_t^{\pi} = \log x_0 + \int_0^t \left(r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2 \right) ds + \int_0^t \sigma_s \pi_s dW_s \qquad [4.17]$$

La esperanza es:

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log x_0 + E\left\{ \int_0^t \left(r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2 \right) ds + \int_0^t \sigma_s \pi_s dW_s \right\} \qquad [4.18]$$

$$E \log X_T^{\pi} = \log x_0 + E\left\{ \int_0^t \left(r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2 \right) ds \right\} + E\left\{ \int_0^t \sigma_s \pi_s dW_s \right\} \qquad [4.19]$$

Y como $E\left\{ \int_0^t \sigma_s \pi_s dW_s \right\} = 0$, esta condición no sucede cuando se tiene información privilegiada, entonces:

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log x_0 + E\left\{ \int_0^t \left(r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2 \right) ds \right\} \qquad [4.20]$$

De acuerdo a esto para maximizar la esperanza de la utilidad de la riqueza logarítmica se tiene que extender la esperanza anterior y por lo mismo a los miembros de la integral. Con lo que el problema se reduce a:

$$\max \left[\left(r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2 \right) \right] \qquad [4.21]$$

De hecho, se puede observar que al maximizar la expresión, la parte negativa queda a cero:

$$\max \left[\left(\frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2 \right) \right] \qquad [4.22]$$

$$\sigma_s \pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s} = 0 \qquad [4.23]$$

Entonces:

$$\pi_t^* = \frac{b_t - r_t}{\sigma_t^2} \qquad [4.24]$$

La esperanza de la utilidad de la riqueza logarítmica es máxima, es decir la mejor estrategia para el inversionista.

4.2. Modelo con información privilegiada

Se determina la diferencia de la riqueza cuando un inversionista hace uso de la información privilegiada que no es más que cualquier información secreta acerca del futuro, influye en el precio del stock y en su mercado, por lo que la σ-álgebra generada, cambia. La cartera y decisiones del inversor dependen de una nueva estrategia que es la unión de la σ-álgebra del mercado y L que es la información privilegiada, una variable aleatoria F_1 medible que contiene información adicional.

La nueva cartera debe considerar toda esta información y supone que el inversionista desde el principio tiene la información encubierta. Si la misma se compone de dos activos, uno sin riesgo P^0 (bono) y otro con riesgo P, así también dependerá de la variable L siendo esta la información privilegiada, con lo que la ecuación diferencial estocástica del proceso de la riqueza es:

$$X_t^\pi = x_0 \exp\left\{\int_0^t \left[r_s + (b_s - r_s)\pi_s(L) - \frac{1}{2}\sigma_s^2\pi_s^2(L)\right] ds + \int_0^t \sigma_s \pi_s(L) dW_s^*\right\} \qquad [4.25]$$

Dónde: r_s, es la tasa de interés del bono, bs la tasa de interés del stock con riesgo, σ_s su volatilidad y $\pi_s(L)$ es la cartera con información privilegiada.

Se escribe la esperanza $\int_0^t \sigma_s \pi_s(L) dW_s^*$ para recordar que el espacio donde se encuentra es la σ-álgebra $F_t \vee L$, como:

$$E\left[\int_0^t \sigma_s \pi_s(L) dW_s^*\right] = E\left[\int_0^t \sigma_s \pi_s(L) h_s^*(L) ds\right] \quad [4.26]$$

Donde $h_s^*(L) = E[W_s | F_s V L]$, variable que agrega la información privilegiada a esperanza.

Se recuerda que la esperanza condicional se integra y se comporta igual al proceso original sobre conjuntos de la σ-álgebra F_s original (Martinez Barbeto, 2003). Así $h_s^*(L)$ se calcula de acuerdo a L y se supone que h es cierta y existe.
Entonces:

$$E[\log X_t(L)] = \log x_0 + E\left[\int_0^t \left[r_s + (b_s - r_s)\pi_s(L) - \frac{1}{2}\sigma_s^2 \pi_s^2(L)\right] ds\right] + E\left[\int_0^t \sigma_s \pi_s(L) h_s^*(L) ds\right] \quad [4.27]$$

Completando cuadrados

$$E[LOG\ X_t(L)] = \log x_0 + E\left[\int_0^t \left[r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s} + h_s(L)\right)^2\right]\right] ds - \frac{1}{2} E\left[\int_0^t \left[\sigma_s \pi_s(L) - \left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s} + h_s(L)\right)\right]^2 ds\right] \quad [4.28$$

La cartera óptima es:

$$\pi_t^*(L) = \frac{b_t - r_t}{\sigma_t^2} + \frac{1}{\sigma_t} h_t(L) \quad [4.29]$$

Esto demuestra que h determina la riqueza final o esperanza de la riqueza final y depende de L.

$$h_s^*(L) = E[W_s | F_s V L] \quad [4.30]$$

Tal que

$$E\int_0^t \sigma_s \pi_s(L)dW_s^* = E\int_0^t \sigma_s \pi_s(L)E[W_s|F_s \ \ V\ L]ds \qquad [4.31]$$

Las ecuaciones anteriores nos dicen que aun cuando se conozca poca información privilegiada, ésta influye en la riqueza final, dado que dicha información es exacta sin distorsiones, ni especulaciones y el inversionista hace uso de ella.

4.2.1. **Información privilegiada sobre el Movimiento Browniano**

Si se sabe que L es la información privilegiada, entonces se puede observar como esta actúa sobre el Movimiento Browniano; por lo tanto cuando L = W_1, se tomó en cuenta que:

$$W_t^* = W_t - \int_0^t \frac{W_1 - W_s}{1-s}ds, \quad \text{Tal que } 0 \leq t \leq 1 \text{ (Mordecki, 2010).} \qquad [4.32]$$

Entonces, se define

$$H_s^*(L) = \frac{W_1 - W_t}{1-t} \qquad [4.33]$$

Al considerar la σ-álgebra generada con la información privilegiada, (F_t V L) pasa a ser un movimiento Browniano con todas sus propiedades (Mordecki, 2010).

$$E\left[\frac{W_1 - W_s}{1-s}|F_s\ V\ L\right] = \frac{1}{1-s}E[W_1 - W_s|F_s\ V\ L] \qquad [4.34]$$

$$\log X^{\pi}(T) = \log x + \int_0^t \left\{ r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s \pi_s(L) - \left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)\right]^2 \right\} ds + \int_0^t \sigma_s \pi_s(L)dW_s^*$$

[4.35]

Dónde: r_s, es la tasa de interés del bono, bs la tasa de interés del stock con riesgo, σ_s su volatilidad y $\pi_s(L)$ es la cartera con información privilegiada.

Se coloca la ecuación con propiedades de la esperanza condicional (Mordecki, 2010):

$$\log X^{\pi}(T)=\log x+\int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)^2-\frac{1}{2}[\sigma_s\pi_s(L)]^2-\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)^2\right\}ds+\int_0^t\sigma_s\pi_s(L)E[W_s|F_s \vee L]\,ds \quad [4.36]$$

Sé obtiene

$$\log X^{\pi}(T)=\log x+\int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)^2-\frac{1}{2}\left[\sigma_s\pi_s(L)-\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)\right]^2\right\}ds+\int_0^t\sigma_s\pi_s(L)h_s^*(L)ds \quad [4.37]$$

Y se tiene el resultado siguiente:

$$\pi_t^*(L)=\frac{b_t-r_t}{\sigma_t^2}+\frac{1}{\sigma_t}h_t(L) \quad [4.38]$$

Como

$$h_i^*(L)=\frac{L-W_t}{1-t} \quad [4.39]$$

Las anteriores ecuaciones describen un modelo de información privilegiada sobre el movimiento Browniano y se puede observar que la esperanza no es cero, que deja de ser una martingala. La nueva esperanza es ht(L) que se adapta a la información privilegiada que hace que el crecimiento de los precios sea abrupto.

4.2.2. Influencia de la información privilegiada sobre el precio final

Ahora se puede observar como la información privilegiada llamada L actúa sobre el precio final, sea L = P1, donde P1 es el precio final de stock que se conoce en un periodo determinado, el cual puede ser un año, un día, una semana; o como considere el inversionista.

Si se conoce que:

$$P_1 = p_1 \exp\left\{\int_0^1 \left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du + \int_0^1 \sigma_u dW_u\right\} \text{ (Martinez Barbeto, 2003)} \qquad [4.40]$$

Cuando σ_t es constante se tiene el caso anterior es decir que $L = P_1$ que es equivalente a la información acertada de W_1.

se define:

$$H(s,u) = \frac{\sigma_s \sigma_u}{\int_s^1 \sigma_v^2} \qquad \text{Tal que} \qquad s < 1;\ 0 \leq s, u \leq 1 \qquad [4.41]$$

Por lo tanto como en el apartado anterior:

$W_t^* = w_t - \int_0^t \int_s^1 H(s,u) dw_u ds,\ \ 0 \leq s, u \leq 1$ que es un movimiento Browniano de {Fs V L}

$$\text{Sea } h_s^*(L) = E[W_s | F_s \vee L] = E[H(s,u) | F_s \vee L] = E\left[\frac{\int_s^1 \sigma_s \sigma_u dW_u}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv} | F_s \vee L\right] =$$

$$= E\left[\frac{\sigma_s}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv} \int_s^1 \sigma_u | F_s \vee L\right] = \frac{\sigma_s}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv} E\left[\int_0^1 \sigma_u dW_u - \int_0^s \sigma_u dW_u | F_s \vee L\right] \qquad [4.42]$$

Como

$$L = P_1 = p_1 \exp\left\{\int_0^1 \left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du + \int_0^1 \sigma_u dW_u\right\} \quad [4.43]$$

$$P_1 = p_1 \exp \int_0^1 \left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du + \int_0^s \sigma_u dW_u + \int_s^1 \sigma_u dW_u \quad [4.44]$$

$$h_s^*(L) = \frac{\sigma_s}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv} E\left[\int_0^1 \sigma_u dW_u - \int_0^s \sigma_u dW_u | F_s \vee L\right] \quad [4.45]$$

$$= \frac{\sigma_s}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv} \left[\left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du + \int_0^1 \sigma_u dW_u - \int_0^s \sigma_u dW_u - \int_0^1 \left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du\right] \quad [4.46]$$

$$\therefore h_s(L) = \frac{\sigma_s}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv} [\log L - \log P_1] - \int_0^1 \left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du - \int_0^s \sigma_u dW_u \quad [4.47]$$

Y cuando L = P1 la cartera óptima es:

$$\pi_s^*(L) = \frac{b_s - r_s}{\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_s} h_s^*(L) \quad [4.48]$$

$$\pi_s^*(L) = \frac{b_s - r_s}{\sigma_s^2} + \frac{\sigma_s}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv}\left[\log\left(\frac{L}{P_1}\right) - \int_0^1 \left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du - \int_0^s \sigma_u dW_u\right] \quad [4.49]$$

4.3. Influencia de la información privilegiada en los modelos Browniano y precio final

Como se sabe para tener un portafolio óptimo se debe de tener

$$\pi_s^*(L) = \frac{b_s - r_s}{\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_s} h_s^*(L) \quad [4.50]$$

Este portafolio se debe de sustituir en la ecuación que representa la riqueza logarítmica esperada para poder encontrar la utilidad del inversionista, para este cálculo se toman las opciones: $L = W_1$ y $L = P_1$.

Si se toma la primera opción de que el inversionista posee información privilegiada L, el portafolio $\pi^* = (L)$ depende de esta información. Entonces el portafolio se conforma según la función h* definida en los apartados anteriores.

$$E(\log X_T^{\pi})=E\left[\log x+ \int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)^2\frac{1}{2}\left[\sigma_s\pi_s(L)-\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)\right]^2\right\}ds+ \int_0^t\sigma_s\pi_s(L)\,dW_s^*\right] \quad [4.51]$$

$$E(\log X_T^{\pi}) = E[\log x]+ E\left[\int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)^2-\frac{1}{2}\left[\sigma_s\pi_s(L)-\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)\right]^2\right\}ds+E\left[\int_0^t\sigma_s\pi_s(L)\,dW_s^*\right]\right], \quad [4.52]$$

Dónde: r_s, es la tasa de interés del bono, bs la tasa de interés del stock con riesgo, σ_s su volatilidad y $\pi_s(L)$ es la cartera con información privilegiada.

Como la riqueza final es:

$$h_s^*(L) = E[W_s^*] = E[W_s|F_s V L] \quad [4.53]$$

Se tiene lo siguiente:

$$E(\log X_T^{\pi})= \log x+E\left[\int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\left[\sigma_s\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s^2}\right)+\frac{h^*}{\sigma}\right]^2\right\}ds\right]+E\left[\int_0^t\left\{\sigma_s\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s^2}+\frac{h^*}{\sigma}\right)h^*\right\}ds\right] \quad [4.54]$$

$$E(\log X_T^{\pi})= \log x+E\left[\int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)^2-\frac{1}{2}\left(h^*\right)^2+h^*\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)+h^{*2}\right\}ds\right] \quad [4.55]$$

$$E(\log X_T^{\pi})= \log x+E\left[\int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)^2+h^*\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}\right)+\frac{1}{2}h^{*2}\right\}ds\right] \quad [4.56]$$

$$E(\log X_T^{\pi})= \log x+ \int_0^t\left\{r_s+\frac{1}{2}\left(\frac{b_s-r_s}{\sigma_s}+h^*\right)^2\right\}ds \quad [4.57]$$

Lo único que no se conoce es h^{*2} se calcula de la forma siguiente:

Del modelo Browniano con información privilegiada se tiene (Mordecki, 2010):

$$\pi_t^*(L) = \frac{b_t - r_t}{\sigma_t^2} + \frac{1}{\sigma_t}\frac{L - W_t}{1-t} \qquad [4.58]$$

Entonces:

$$E\left[\int_0^1 h^{*2} dt\right] = E\left[\int_0^T \left(\frac{W_1 - W_t}{1-t}\right)^2 dt\right] \qquad [4.59]$$

Donde $E[W(t)-W(s)]^2 = t-s$ si $0 \leq s \leq t$ y $E[W_t^2] = t$

$$E\left[\int_0^T \left(\frac{W_1 - W_t}{1-t}\right)^2 dt\right] = \int_0^T \frac{E(W_1 - W_t)^2}{(1-t)^2} dt \qquad [4.60]$$

$$= \int_0^T \frac{1}{1-t} dt = -\log \frac{1}{1-t}\Big|_0^T = \log \frac{1}{1-T} < \infty \qquad [4.61]$$

$$\therefore E \int_0^1 h^{*2} dt = \log \frac{1}{1-T} \qquad [4.62]$$

Entonces cuando $T \rightarrow 1$, $E\int_0^1 h^{*2}\, ds \rightarrow \infty$. Lo cual significa que la utilidad es infinita.

Y si se tiene la opción $L=P_1$, se calcula de la forma siguiente:

$$\pi_t^*(L) = \frac{b_t - r_t}{\sigma_t^2} + \frac{\int_t^1 \sigma_s dW_s}{\int_t^1 \sigma_s^2 ds} \qquad [4.63]$$

$$E\left[\int_0^1 h^{*2} dt\right] = E\left[\int_0^t \frac{\sigma_s^2}{\int_s^1 \sigma_u^2 du} dt\right] < \infty \qquad [4.64]$$

Si se sustituye $\int_t^1 \sigma_u^2 du = V_t$, queda de la siguiente forma:

$$\int_0^t \frac{\sigma_s^2}{\int_s^1 \sigma_u^2 du} ds = - \int_0^t \frac{\dot{V}_s}{V_s} ds = \log\left(\frac{V_0}{V_t}\right) \qquad [4.65]$$

Y haciendo T→1, $E \int_0^1 \square^{*2}\, ds \to \infty$.

Esto comprueba que cuando se tiene información privilegiada la riqueza puede aumentar, en este caso da como resultado una utilidad infinita, en la práctica se dice se obtiene una ganancia mayor a la esperada.

4.4. Ejemplo de aplicación de uso de la información privilegiada.

Para tener un punto de vista diferente del uso de las ecuaciones de los modelos anteriormente escritos, se tendrá una representación de un fenómeno real con lo cual se pretende facilitar la comprensión y utilización de estas herramientas de análisis y así se tenga a disposición un soporte de valuación de activos bursátiles cuando se presente el uso de información privilegiada o encubierta, facilitando toma de decisiones racionales.

A modo de ejemplo se sintetizara un caso del uso de la información privilegiada realizando un procedimiento para lograr observar con datos la aplicación de los modelos de valuación de activos bursátiles. Esta motivación, en este análisis es tal, porque en el modo operandi de un inversionista con información privilegiada la dialéctica que posee es simple de comprender pero difícil de detectar a simple vista. Ahora bien, es posible que las operaciones que el inversionista realice en el mercado financiero no las haga en nombre propio, sino que suele realizarlas a través de un tercero a fin de no levantar sospechas.

A modo de demostración se usa el caso de Martha Stewart, empresaria estadounidense, que formó un imperio con su negocio de estilo de vida y cocina. Su fortuna se estima en 628 millones de dólares, poseía acciones de la empresa ImClone Systems dedicada a la investigación farmacéutica.

Stewart utilizo información privilegiada con lo cual tomo la decisión de vender las acciones que poseía de ImClone, antes que el precio de las mismas se desplomara. Esta acusación se debió a su amistad con Sam Waksal que fue consejero delegado de Imclone; esta conducta le valió ser sentenciada a cinco meses de prisión, cinco meses de arresto domiciliario y dos años de libertad condicional.

Como supuestos de este ejemplo se tendrá.

- La accionista vendió 3,928 acciones de ImClone el 27 de diciembre de 2001.
- La tasa de descuento del bono sin riesgo será la tasa de descuento del Bco. de reserva federal de NY: 1.25% semanal, con fecha 26 de diciembre de 2001.
- La riqueza inicial se estimara en $.240,000

4.4.1. Procedimiento de aplicación modelos estocásticos de la información privilegiada

1. Modelo de riqueza: como base se toma la ecuación [4.16], definida en este mismo apartado.

$$X_t^{\pi} = X_0 \exp\left\{\int_0^t \left(r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 - \frac{1}{2}\left[\sigma_s\pi_s - \frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right]^2\right) ds + \int_0^t \sigma_s\pi_s dW_s\right\} \quad [4.66]$$

Dónde: r_s, es la tasa de interés del bono, bs la tasa de interés del stock con riesgo, σ_s su volatilidad y π_s es la cartera sin información privilegiada.

2. Se deben conocer las variables siguientes:

   2.2. b que es la tasa de interés del stock (activo con riesgo) y se representa por la media aritmética y

   2.3. σ es la volatilidad y no es más que la desviación estándar

3. Para conocer las variables anteriores se necesita realizar una simulación de Montecarlo o llamado de otra forma una caminata aleatoria. Se hace la salvedad que no se extienden dos temas: el primero, que hace mención al método de Montecarlo, el cual el lector puede abordar en textos referentes a inversiones bajo incertidumbre y el segundo, la simulación por software debido a que esto implica un reporte aproximado de 100 a 125 hojas dependiendo de cuantos escenarios se definan, por lo tanto, siendo este un informe concluyente se presentaran los resultados de la simulación. El método MonteCarlo lo que hizo fue aproximar el comportamiento de los precios de las acciones mediante simulaciones generando caminadas aleatorias, esto en base a los precios históricos que se presentan en el periodo comprendido entre 1 de octubre al 31 de diciembre de 2001.

4. Se determinaron los rendimientos de las acciones en base a la formula siguiente:

$$\Delta_i = \log\left(\frac{P_i}{P_i - 1}\right) \qquad [4.67]$$

   Donde: Δi = rendimiento diario y Pi = precio al cierre del día.

5. La simulación aporto los resultados siguientes:

   r = 0.0001212; b= 0.0029; σ = 0.04161184; σs = 0.040582488

6. Con los datos anteriores se procede a verificar los modelos, en este caso para un inversionista honesto se calcula cartera óptima:

$$\pi_t = \frac{b_t - r_t}{\sigma_t^2} \qquad [4.68]$$

$$\pi_t = \frac{b_t - r_t}{\sigma_t^2} = \frac{0.002914406 - 0.00012212}{(0.041618422)^2} = 1.612087757 \qquad [4.69]$$

Si se sabe que $\pi t = 1$, entonces la cartera será compuesta en su totalidad por el activo P1, que es el bono.

7. Se procede a calcular la riqueza logarítmica esperada en el inversionista honesto

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log x_0 + \int_0^t \left[r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 \right] ds \qquad [4.70]$$

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log[240{,}000] + \int_0^t \left[r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s}\right)^2 \right] ds \qquad [4.71]$$

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log[240{,}000] + \left[0.00012212 + \frac{1}{2}\left(\frac{0.002914406 - 0.00012212}{0.041618422}\right)^2 \right]$$

$$E(\log X_T^{\pi}) = 12.39076703 \qquad [4.72]$$

Por lo tanto la riqueza es:

$$E[X_T] = \exp\{12.39076703\} = 240{,}570.1542 \qquad [4.73]$$

Si se tiene una inversión inicial de \$.240,000, entonces la ganancia es de apenas \$.570.2

8. Ahora se va a calcula para un inversionista con información privilegiada, se inicia con la cartera óptima, para esto se utilizan las ecuaciones [4.48] y [4.49]

Se tiene para esto que L = P1 y P1 se conoce como el precio final.
El precio actual es dado en la fecha 26/12/2001 = \$.63.62
Y el precio final es el de la fecha 31/12/2001 = \$.46.46

$$\pi_s^*(L) = \frac{b_s - r_s}{\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_s} h_s^*(L) \qquad [4.74]$$

$$\pi_s^*(L) = \frac{b_s - r_s}{\sigma_s^2} + \frac{\sigma_s}{\int_s^1 \sigma_v^2 dv}\left[\log\left(\frac{L}{P_1}\right) - \int_0^1 \left[b_u - \frac{1}{2}\sigma_u^2\right] du - \int_0^s \sigma_u dW_u \right] \qquad [4.75]$$

$$\pi_s^*(L) = \frac{0.00376493 - 0.00012212}{(0.040582488)^2} +$$
$$\frac{1}{0.040582488}\left[\log\frac{63.62}{46.46} - \left(0.00376493 - \frac{(0.040582488)^2}{2}\right)\right] \qquad [4.76]$$

$$\pi_s^*(L) = 2.211867882 + 7.673129803 = 9.884997684 \qquad [4.77]$$

Por lo tanto, se tiene que la cartera óptima está conformada por el activo con riesgo.

9. Cálculo de la utilidad logarítmica esperada para un inversionista con información privilegiada se obtiene de la ecuación [4.57]

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log x + \int_0^t \left\{ r_s + \frac{1}{2}\left(\frac{b_s - r_s}{\sigma_s} + h^*\right)^2 \right\} ds \qquad [4.78]$$

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log[240{,}000] + 0.0012212+$$

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{0.00376493 - 0.00012212}{0.040582488} + (0.040582488)(9.884997684)\right\}^2 \qquad [4.79]$$

$$E(\log X_T^{\pi}) = \log[240{,}000] + 0.120623786 = 12.50901799 \qquad [4.80]$$

Donde la riqueza esperada es:

$$E[X_T] = \exp\{12.50901799\} = 270{,}768.093 \qquad [4.81]$$

Si la inversión inicial es de $.240,000, entonces la utilidad es de $.30,768.093

Al hacer la comparación de la utilidad del inversionista honesto que fue de $.570.2 y la del inversionista con información privilegiada que es igual a $.30,768.093, se puede deducir que la utilidad del inversionista deshonesto aumento en 54% más. Con lo que queda comprobado que se adelantó al mercado financiero, obteniendo más riqueza de lo esperado.

CONCLUSIONES

1. Dentro del ámbito del este estudio se ha definido información privilegiada y de acuerdo al Decreto 34-96 Ley de Mercado de Valores y Mercancías dicha información en el Estado guatemalteco se aborda con carácter mercantil.

2. Maximizar la esperanza de la utilidad de riqueza de un inversionista sin información privilegiada, mediante el supuesto de un modelo de portafolio con un activo sin riesgo (bono) y un stock (activo con riesgo), resulta conocer su riqueza.

3. El modelo con información privilegiada determina que la riqueza del inversionista que tiene y utiliza información encubierta es mucho mayor a la de un inversionista honesto. El resultado es una utilidad mayor a la esperada, porque el conocimiento de dicha información es exacta, lo que influye en la estrategia del portafolio y el equilibrio del mercado financiero.

4. El análisis de la diferenciación de inversiones con información privilegiada y sin ella, permitió comprobar desigualdades en las condiciones de los inversionistas, ya que cuando poseen información encubierta aumentan abruptamente su riqueza.

5. La utilización de información privilegiada sobre un portafolio en un mercado financiero, permitió la construcción de escenarios estocásticos que determinan el comportamiento de un inversionista (con y sin información privilegiada), la influencia sobre el precio final del stock, el desarrollo atípico del mercado financiero, comprobando desde un punto matemático un fenómeno real dado por una acción humana.

RECOMENDACIONES

1. En vista de los resultados de la investigación realizada, se determina que es útil el uso de modelos de mercados de valuación de activos bursátiles bajo supuestos de aleatoriedad por medio de procesos estocásticos, para analizar el efecto del uso de información encubierta o privilegiada, aplicable al mercado bursátil de Guatemala.

2. Las empresas deben involucrarse en llevar a cabo políticas de confidencialidad, para que la información privilegiada no sea fácil de obtener ni divulgada por personas que manejan los movimientos de la empresa que tengan que ver con los activos.

3. Es importante el fortalecimiento del contexto ético legal, no solo en las personas sino que también en empresas y autoridades del mercado para que en conjunto transparenten el uso de la información; así como llevar a cabo acusaciones oportunamente a los organismos competentes.

4. El riesgo de la práctica común de utilizar información privilegiada, afecta la confianza del mercado, por lo que se deben tomar todas las medidas que permitan ajustar un modelo de auditoría analítico.

BIBLIOGRAFIA

Libros:

1. Aguilera, A. M., Ocaña F. A. y Valderrama M. J. (1997). *An Approximated Principal Component Prediction Model for Continuous time Stochastic Processes.* Granada, España: Universidad Granada.
2. Aragonés, José R.; Mascareñas Juan. (1994). *La eficiencia y equilibrio en los mercados de capital.* Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
3. Bojdecki, T. (1995). *Teoría General de Procesos e Integración Estocástica, Serie Textos, Vol. 6, Aportaciones Matemáticas.* Mexico: Soc. Mat. Mexicana.
4. Chaleyat-Maurel M., Jeulin T. (1985). *Grossissenment Gaussien de la filtration Brownienne.* Francia: Seminaire de Calcul Stochastique.
5. Chung, K. L. (1983). *Teoría Elemental de la Probabilidad y de los Procesos Estocásticos* (1ra. Edición ed.). (D. L. García, Trad.) Barcelona, España: Reverté, S.A.
6. Congreso, d. l. (2008). *Decreto 34-96 Ley del Mercado de Valores y Mercancias.* Guatemala: Diario de Centroamerica.
7. Córdova Bueno, M. (1996). *Análisis Financiero de los Mercados Monetarios y de Valores.* Madrid, España: S.A. Alfa Centauro.
8. Embrechts, P. & Maejima, M. (2002). *Self Similar Stochastic Processes.* New Jersey: Princenton University Press.
9. Gorostiza, L. G. (2001). *La probabilidad en el siglo XX.* Distrito Federal, Mexico: Departamento de Matemáticas.
10. Ksendal O, B. (2000). *Stochastic Differential Equations.* Springer-Verlag.
11. Maistrov, L. E. (1974). *Probability Theory, A Historical Sketch.* New York: Academic Press.
12. Martinez Barbeito, J. (2003). *La valoración de los Activos Financieros: Procesos Estocásticos Martingalas.* Coruña, España: Universidade Da Coruña.

13. Martinez Barbeto, J. /. (2003). *Introducción al Cálculo Estocástico aplicado a la modelación Económica-Financiero-Actuarial* (1ra. Edición ed.). Coruña, España: Netbiblo, S.I.,A.
14. Mauleón, I. (1991). *Inversiones y Riesgos Financieros.* España: Espasa-Calpe.
15. Mendenhall, W., Wackerly, D. Dennis y Scheaffer, L. Richard. (1986). *Estadistica Matemática con Aplicaciones.*
16. Merton, R. C. (1990). *Continuous Time Finance.* Cambridge : Blackwell.
17. Mordecki, E. (2010). *Modelos estocásticos en finanzas.* Lima, Peru: Universidad de la República, Montevideo, Uruguay.
18. Moyer, R. Charles; McGuigan, James R.; Kretlow, William J. (2008). *Administración financiera contemporánea.* México: Cengage Learning Editores, S.A.
19. Nualart, D. (2003). *Stochastic integration with respect to fractional Brownian motion an applications.* Preprint.
20. Porturs Govinden, L. (1997). *Matemáticas Financieras.* Madrid: McGRAW-HILL.
21. Postgrado, E. d. (2009). *Normativo de Tesis para Optar al Grado de Maestro en Ciencias.* Guatemala: Facultad de Ciencias Económicas, USAC.
22. Roberto Hernández Sampieri, C. F. (2004). *Metodología de la Investigación.* Mexico: ddd.
23. Ross, S. M. (2007). *Introduction to probability models.* Elsevier.
24. Ross, S. M. (2010). *An elementary introduction to mathematical finance: options and other topics.* New York, USA: Cambridge University Press.
25. Ross, Stephen A., Westerfield, Randolph W., and Jaffe, Jeffrey F. (200). *Finanzas Corporativas.* Mexico: McGraw-Hill.
26. Rubistein, R. Y. (1981). *Simulation and the Monte Carlo Method.* USA: John Wiley & Sons.
27. Schreve, S. E. (2004). *Stochastic Calculus for finance II Continuous Time Models.* Springer.
28. Steele, J. M. (2001). *Stochastic Calculus and Financial Applications .* Springer.

29. Todhunter, I. (1962). *A History of the Mathematical Theory of Probability.* New York.
30. Urrutia Nájera, Pablo F.; González Arévalo, Carlos. (2010). *Fundamentos del mercado bursátil guatemalteco.* Guatemala: ASIES.
31. Valderrama Bonnet, M. J. (2009). Modelos Estocásticos Dinámicos. Granada, España.

Tesis:

1. Aifán Pérez, J. R. (2010). *Estudio Jurídico de la Importancia de Tipificar el Delito de Transacciones Bursátiles con Información Privilegiada en el Código Penal Vigente en Guatemala.* Tesis, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala.

Sitios de internet:

1. Real Academia, E. (2012). *Real Academia Española.* Obtenido de http://lema.rae.es/drae/?val=etica. Consultado marzo 2015.
2. Yahoo! Finance. http://finance.yahoo.com. Consultado marzo, 2015.