

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS**



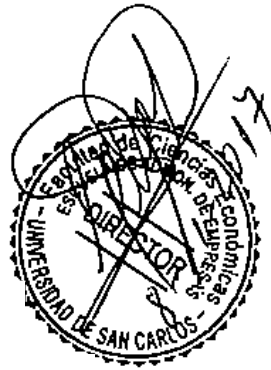
**“MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN LINEAL  
PARA DETERMINAR EL PROGRAMA ÓPTIMO DE  
DISTRIBUCIÓN, EN UNA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES,  
UBICADA EN ZARAGOZA CHIMALTENANGO”**

**DIANA MARISOL ROSALES LÓPEZ**

**ADMINISTRADORA DE EMPRESAS**

**GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2017**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS  
ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS



**“MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN LINEAL  
PARA DETERMINAR EL PROGRAMA ÓPTIMO DE  
DISTRIBUCIÓN, EN UNA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES,  
UBICADA EN ZARAGOZA CHIMALTENANGO”**

TESIS

PRESENTADA A LA JUNTA DIRECTIVA  
DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

POR

**DIANA MARISOL ROSALES LÓPEZ**

PREVIO A CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

**ADMINISTRADORA DE EMPRESAS**

EN EL GRADO ACADÉMICO DE

**LICENCIADA**

GUATEMALA, OCTUBRE DE 2017

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS**  
**MIEMBROS DE LA JUNTA DIRECTIVA**

DECANO:	Lic. Luis Antonio Suárez Roldán
SECRETARIO:	Lic. Carlos Roberto Cabrera Morales
VOCAL I:	Lic. Carlos Alberto Hernández Gálvez
VOCAL II:	Msc. Byron Giovanni Mejía Victorio
VOCAL III:	Vacante
VOCAL IV:	P.C. Marlon Geovani Aquino Abdalla
VOCAL V:	P.C. Carlos Roberto Turcios Pérez

**PROFESIONALES QUE PRACTICARON**  
**LOS EXÁMENES DE ÁREAS PRÁCTICAS BÁSICAS**

Área Matemática - Estadística	Lic. Axel Osberto Marroquín Reyes
Área Administración - Finanzas	Licda. Sonia Aracely Pacheco Morales
Área Mercadotecnia - Operaciones	Licda. Maricruz Samayoa Peláez

**PROFESIONALES QUE PRACTICARON**  
**EL EXAMEN PRIVADO DE TESIS**

<b>PRESIDENTE:</b>	Lic. Oscar Haroldo Quiñónez Porras
<b>SECRETARIA:</b>	Licda. Thelma Marina Soberanis de Monterroso
<b>EXAMINADOR:</b>	Lic. Williams Daniel Melgar García

Guatemala, 18 de septiembre de 2017.

Licenciado  
**Luis Antonio Suárez Roldán**  
Decano  
Facultad de Ciencias Económicas  
Universidad de San Carlos de Guatemala  
Su despacho

**Señor Decano:**

En atención a la designación de ese decanato, procedí a asesorar a la estudiante **Diana Marisol Rosales López**, en la elaboración del trabajo de tesis titulado: **“MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN LINEAL PARA DETERMINAR EL PROGRAMA ÓPTIMO DE DISTRIBUCIÓN, EN UNA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES, UBICADA EN ZARAGOZA CHIMALTENANGO”**.

La tesis cumple con las normas y requisitos académicos necesarios y constituye un aporte para la carrera.

Con base en lo anterior, recomiendo que se acepte el trabajo en mención, para sustentar el Examen Privado de Tesis, previo a optar el título de Administradora de Empresas, en el grado académico de Licenciada.

Sin otro particular, me suscribo de usted.

Atentamente,



**Lic. Oscar Ramiro Batres Chavarría**  
Colegiado No. 13770

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE  
GUATEMALA



FACULTAD DE CIENCIAS  
ECONOMICAS

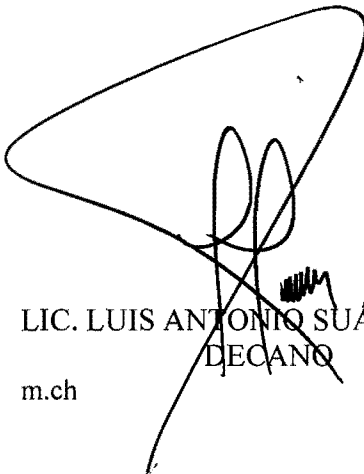
EDIFICIO "S-8"  
Ciudad Universitaria zona 12  
GUATEMALA, CENTROAMERICA

**DECANATO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, GUATEMALA  
TRES DE NOVIEMBRE DE DOS MIL DIECISIETE.**

Con base en el Punto QUINTO, inciso 5.1 subinciso 5.1.1 del Acta 19-2017 de la sesión celebrada por la Junta Directiva de la Facultad el 17 de octubre de 2017, se conoció el Acta ADMINISTRACIÓN 231-2017 de aprobación del Examen Privado de Tesis, de fecha 06 de octubre de 2017 y el trabajo de Tesis denominado: "MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN LINEAL PARA DETERMINAR EL PROGRAMA ÓPTIMO DE DISTRIBUCIÓN, EN UNA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES, UBICADA EN ZARAGOZA CHIMALTENANGO", que para su graduación profesional presentó la estudiante **DIANA MARISOL ROSALES LÓPEZ**, autorizándose su impresión.

Atentamente,

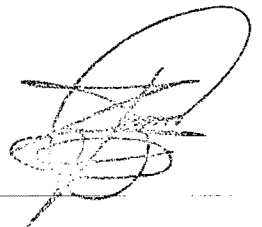
*"ID Y ENSEÑAD A TODOS"*



LIC. LUIS ANTONIO SUÁREZ ROLDÁN  
DECANO  
m.ch



LIC. CARLOS ROBERTO CABRERA MORALES  
SECRETARIO



## **ACTO QUE DEDICO**

**A DIOS:** Sobre todas las cosas, por iluminarme, resguardarme, por brindarme todo a su debido tiempo y por recibir infinitamente tu bendición, tu eres quien me trajo hasta aquí.

**A MI PAPA:** Con una especial dedicatoria a mis dos Ángeles interventores: **Cristian Gonzalo Rosales Valenzuela (†)** porque me formo y que gracias a sus enseñanzas, sus consejos sus creencias y sobre todo su amor incondicional soy la mujer que soy fuiste el mejor papá que Dios me dio.

**A MI MAMA:** **Consuelo López Aldana (†)** porque con su ausencia aprendí a confiar y creer en la voluntad de Dios y este triunfo tan importante de mi vida es para honrarlos en donde quiera que estén.

**A MIS SOBRINOS:** Porque quiero ser un ejemplo de perseverancia y que los quiero y siempre están presentes en mi corazón (Yuliana Rene, Kristen Guísele, Lesly Yulissa, Engel Adolfo, Kristoff Gonzalo, Itan, Diana Monserrat, Clariz Guadalupe, Beverly Noemi, Michelle Roxanne, Abraham y Cristian.

**A MIS HERMANOS:** Adolfo Bernardino, Kristoff Adolfo, Julia Roxana, por haberme brindado su apoyo hasta el día de hoy.

**A MIS AMIGOS:**

Con quien compartí tantas experiencias y que cada uno ha formado parte de la trayectoria de mi vida y que siempre los tengo en mi corazón por cada una de esas anécdotas vividas: Walter, Héctor, María Olga, Keyla, Jessica, Mary, Lilita, Juan, Erick, Elsa, Laura, Sandy, Nora, Luci, Velveth, Elvia, Vivian, Sofi, Karlita, Dora; y en especial por formar parte importante de mi vida y brindarme su apoyo y cariño Mariel y a mi consejera Heidy. Y TODOS LOS QUE ME HAN BRINDADO SU CARIÑO

## **AGRADECIMIENTO**

- A:** La Universidad de San Carlos de Guatemala, Gloriosa y Tricentenaria, en especial a la Escuela de Administración de Empresas, por contribuir a mi formación personal y profesional.
- A:** **Lic. Carlos Alberto Hernández**, por su alto empeño, dedicación profesional, su apoyo; por compartir desinteresadamente conmigo, por esas palabras de aliento tan oportunas y su amistad.
- A:** **Lic. Oscar Haroldo Quiñónez Porras**, por su amistad, disponibilidad y por ser el promotor de este acto tan especial, por su paciencia y gracias por cada taza de café.
- A:** Todos aquellos que me apoyaron de alguna forma para lograr tan anhelada meta.



## ÍNDICE

### INTRODUCCIÓN

i

### CAPÍTULO I MARCO TEÓRICO

Contenido	página
1.1 EMPRESA	1
1.2 Tipos de empresa de acuerdo a su actividad	1
1.2.1 Empresas del sector primario	1
1.2.2 Empresa del sector secundario	1
1.2.3 Empresas del sector terciario	2
1.3 Distribuidor	2
1.4 Bodega	2
1.5 Fertilizante	2
1.6 Odómetro	2
1.7 Plataforma	3
1.8 INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES	3
1.9 MODELO	3
1.9.1 Tipos de modelo	3
1.9.1.1. Clasificación de los modelos	4
1.9.1.1.1 Según la información de entrada	4
1.9.1.1.2 Según el tipo de representación	5
1.9.1.1.3 Según la aleatoriedad	6
1.9.1.1.4 Según su aplicación u objetivo	6
1.10 MODELOS MATEMÁTICOS	7
1.10.1 Construcción del modelo matemático	7
1.10.1.1 Pasos y técnicas de construcción de modelos matemáticos.	9
1.10.1.2 Variables de decisión	10

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
1.10.1.3 Función objetivo	11
1.10.1.4 Restricciones	11
1.11 PROGRAMACIÓN LINEAL	12
1.11.1 Supuesto de la programación lineal	14
1.11.1.1 Proporcionalidad	15
1.11.1.2 Aditividad	15
1.11.1.3 Divisibilidad	15
1.11.1.4 Certidumbre	16
1.11.2 Áreas de aplicación	16
1.11.2.1 Finanzas	16
1.11.2.2 Mercadotecnia	17
1.11.2.3 Operaciones	17
1.11.2.4 Recursos humanos	17
1.12 MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL	17
1.12.1 Métodos de solución	17
1.12.1.1 Método gráfico	18
1.12.1.2 Método simplex	18
1.13 OTROS MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL	19
1.13.1 Modelo de asignación	19
1.13.1.1 Método de maximización	20
1.13.1.2 Método de minimización	20
1.13.2 Modelo de transporte	21
1.13.2.1 Función objetivo del modelo de transporte	24
1.13.2.2 Restricciones del modelo de transporte	25
1.13.2.3 Matriz de origen y destino	27
1.13.2.3.1 Origen	28
1.13.2.3.2 Destino	28
1.13.2.3.3 Costo de transporte unitario	28
1.13.2.3.4 Oferta	28

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
1.13.2.3.5 Demanda	28
1.13.3 Métodos de solución	29
1.13.3.1 Esquina nor-oeste (ENO)	29
1.13.3.2 Mínimo costo (MC)	30
1.13.3.3 Aproximación de vogel o multas (MAV)	31
1.13.3.4 Pasos secuenciales	33
1.14 COSTOS	35
1.14.1 Costo fijo	35
1.14.2 Costo variable	35
1.14.3 Costo total	36
1.14.4 Costo marginal	36
1.14.5 Ciclo	36

## **CAPÍTULO II**

### **DIAGNOSTICO DE LA EMPRESA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES**

2.1 METODOLOGÍA UTILIZADA	37
2.2 UNIDAD DE ANÁLISIS	37
2.2.1 Antecedentes	37
2.2.2 Filosofía empresarial	38
2.2.2.1 Misión	38
2.2.2.2 Visión	38
2.2.2.3 Valores	38
2.2.2.4 Objetivos	39
2.2.3 Actividad comercial	39
2.2.4 Estructura Organizacional	39
2.2.5 Determinación de datos generales	41
2.2.5.1 Determinación de los kilómetros recorridos	41
2.2.5.2 Disponibilidad y requerimiento mensual	42
2.2.5.3 Determinación de los costos	42

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
2.2.5.3.1 Costo fijo total	42
2.2.5.3.2 Costos variables	43
2.2.5.3.3 Costo de combustible por km. recorrido	44
2.2.5.3.4 Costo de mantenimiento	45
2.2.5.3.5 Costo variable por ruta	45
2.2.5.3.6 Integración de los costos	47
2.2.5.3.7 Determinación de costos unitarios	47
2.2.5.5.8 Distribución actual	48

### **CAPÍTULO III**

#### **APLICACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE TRANSPORTE PARA DETERMINAR EL PROGRAMA ÓPTIMO DE DISTRIBUCIÓN, EN UNA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES, UBICADA EN ZARAGOZA, CHIMALTENANGO**

3.1 JUSTIFICACIÓN DE LA APLICACIÓN DEL MODELO	49
3.2 OBJETIVOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO	49
3.2.1 General	49
3.2.2 Específico	49
3.3 APLICACIÓN DEL MODELO DE TRANSPORTE	50
3.3.1 Planteamiento de la función objetivo	50
3.3.2 Planteamiento de las restricciones	50
3.3.3 Construcción de la matriz inicial	50
3.4 SOLUCIÓN MODELO DE TRANSPORTE	52
3.4.1 Desarrollo del método esquina nor-oeste	52
3.4.2 Desarrollo del método mínimo costo	53
3.4.3 Desarrollo del método aproximación de vogel	54
3.4.4 Desarrollo del método pasos secuenciales	55

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
3.5 COMPARACIÓN DE LOS PROGRAMAS FACTIBLES DE DISTRIBUCIÓN	69
Conclusiones	71
Recomendaciones	72
Bibliografía	73
Anexos	75

## ÍNDICE DE CUADROS

<b>No.</b>	<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
1	Planteamiento de la matriz de efectividad	19
2	Modelo equilibrado	26
3	Modelo equilibrado con ficticio	26
4	Representación de la matriz de transporte	27
5	Rutas y kilómetros recorridos de las bodegas a los distribuidores	41
6	Disponibilidad de fertilizante, por bodega, en quintales	42
7	Requerimiento de fertilizante, por distribuidor, en quintales	42
8	Costos fijos de transporte en quetzales	43
9	Costo de combustible por kilómetros recorridos	44
10	Costo de mantenimiento por kilómetros recorridos	45
11	Costo variable por ruta en quetzales	46
12	Costos totales por ruta en quetzales	47
13	Costos unitarios, por quintal, en quetzales	48

## ÍNDICE DE FIGURAS

No.	Contenido	Página
1	Red de puntos de origen a puntos de destino	22
2	Organigrama general distribuidora de fertilizantes	40

## ÍNDICE DE ANEXOS

<b>No.</b>	<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
1	Mapas de recorrido de bogas a distribuidores	76



## INTRODUCCIÓN

La empresa objeto de estudio, es una sociedad anónima formada con capital guatemalteco, cuyas oficinas están ubicadas en municipio de Zaragoza del departamento de Chimaltenango, la entidad se dedica a la distribución de químicos para las plantas entre ellos: fertilizantes, fungicidas, insecticidas y foliares.

La empresa inicia sus operaciones a principios del año 1980 bajo el nombre la Villa, como un negocio familiar inscrito como pequeño contribuyente; con el tiempo logran expandir la distribuidora y forman una sociedad anónima, buscando puntos estratégicos de venta.

Actualmente la empresa posee cinco bodegas ubicadas en lugares estratégicos, de las cuales se debe distribuir la variedad de productos entre ellos el fertilizante, a sus clientes distribuidores.

Debido a lo anterior, se necesita una herramienta matemática, específicamente el modelo de transporte para elaborar programas factibles de distribución y un programa óptimo.

El desarrollo del presente estudio se encuentra integrado de la siguiente manera: en el capítulo I se presenta el marco teórico de los temas fundamentales que le dan sustento a la investigación. En el capítulo II se presenta el diagnóstico de la empresa objeto de estudio, generalidades de ésta y el análisis de la evaluación de rutas, cálculo de costos unitarios de transporte y kilómetros recorridos, así como, la oferta y la demanda. En el capítulo III se presentan el uso del modelo matemático de transporte, a través del cual se elaboraron los programas de distribución. Además, se presentan las conclusiones y sus respectivas recomendaciones, la bibliografía que se utilizó y los anexos respectivos.

# CAPÍTULO I

## MARCO TEÓRICO

### **1. Empresa**

Es una organización o institución dedicada a actividades o persecución de fines económicos o comerciales para satisfacer las necesidades de bienes o servicios de los solicitantes, a la par de asegurar las continuidades de la estructura productiva comercial, así como, sus necesarias inversiones.

#### **1.2 Tipos de empresa de acuerdo a su actividad**

La empresa es la unidad económico-social en la que el capital, el trabajo y la dirección se coordinan para realizar una producción socialmente útil, de acuerdo con las exigencias del bien común. Los elementos necesarios para formar una empresa son: capital, trabajo y recursos materiales.

**1.2.1 Empresas del sector primario:** es aquel compuesto por los trabajadores y las compañías que se dedican a la obtención de los recursos de la naturaleza de manera directa.

Puede decirse, por lo tanto, que las actividades de la pesca, la ganadería, la minería y la agricultura forman lo que conocemos como sector primario. En muchos casos, los productos del sector primario no llegan directamente al consumidor final, sino que antes son elaborados o procesados por los actores del sector secundario.

**1.2.2 Empresas del sector secundario:** es aquel dedicado a la transformación de las materias primas que obtiene el sector primario. Es decir: mientras que el sector primario se limita a obtener de manera directa los recursos de la naturaleza, el sector secundario apela a procedimientos industriales para transformar dichos recursos

En concreto, se puede establecer que el sector secundario de la economía se encuentra conformado o sustentado en cinco grandes pilares como son la industria, la artesanía, la obtención de energía, la construcción y la minería.

**1.2.3 Empresas del sector terciario:** también se conoce como sector de servicios, ya que incluye aquellas actividades que no implican la producción de bienes materiales. Las empresas del sector terciario, de este modo, se dedican a la satisfacción de diferentes necesidades de las personas.

### **1.3 Distribuidor**

Es la persona u organización que se encarga de vender un producto o servicio. Como norma general, el distribuidor actúa como intermediario entre el productor y el consumidor.

### **1.4 Bodega**

Lugar o espacio, que es generalmente utilizado, para el almacenamiento y movimiento de materiales, materias primas, entre otros bienes distintos.

### **1.5 Fertilizante**

Es cualquier tipo de sustancia orgánica o inorgánica que contiene nutrientes en formas asimilables por las plantas, para mantener o incrementar el contenido de estos elementos en el suelo, mejorar la calidad del sustrato a nivel nutricional, estimular el crecimiento vegetativo de las plantas.

### **1.6 Odómetro**

Es un aparato que mide la distancia recorrida por un vehículo (también se utiliza para medir distancias en agrimensura, ergometría, seguridad vial y otras aplicaciones industriales). El resultado de esta medición suele aparecer en el panel de instrumentos del vehículo, en el famoso cuentakilómetros de los coches, y pueden ser mecánicos o digitales.

## **1.7 Plataforma**

Vehículo destinado al transporte de mercancías sobre una superficie plana sin protecciones laterales.

## **1.8. Investigación de operaciones**

Es un proceso sistemático que, mediante el uso de la teoría matemática, facilita la toma de decisiones al administrador de empresas; aplicable a los procesos productivos y de servicio de cualquier organización, brindando una solución óptima, o cercana a lo óptima, a cualquier problema planteado.

## **1.9 Modelo**

Son representaciones simplificadas e idealizadas de la realidad, que por medio de su construcción se facilita la toma de decisiones para mejorar la situación de cualquier ambiente de la vida real.

“La construcción de un modelo es la esencia del proceso científico de toma de decisiones. Un modelo describe la esencia de un problema o de las relaciones por abstracción de las variables relevantes de la situación en el mundo real y las expresa en una forma simplificada para que el tomador de decisiones pueda estudiar las relaciones básicas en forma aislada. El problema reconstruido (modelo) es entonces usado para el análisis y la prueba de soluciones alternativas”. (7:11)

### **1.9.1 Tipo de modelos**

Se puede decir que un modelo es una traducción de la realidad física de un sistema en términos matemáticos, es decir, una forma de representar cada uno de los tipos que intervienen en un cierto proceso físico mediante objetos matemáticos. Un modelo físico requerirá por tanto que se pueda seguir el camino inverso al modelado, permitiendo reinterpretar en la realidad las predicciones del modelo.

Existen numerosas tipologías de los modelos, ninguna de las cuales permite establecer realmente unas categorías estrictamente excluyentes.

Entre ellos, modelos icónicos, análogos y simbólicos o matemáticos.

En los modelos icónicos, la relación de correspondencia se establece a través de las propiedades corporales, habitualmente un cambio de escala con conservación del resto de las propiedades topológicas, ejemplo, una maqueta, donde se ha establecido una reducción de tamaño conservando las relaciones dimensionales básicas.

Los modelos análogos se construyen mediante un conjunto de convenciones que sintetizan y codifican propiedades del objeto real para facilitar la lectura o interpretación de las mismas, ejemplo, un mapa impreso, construido mediante un conjunto de convenciones cartográficas que hacen legibles propiedades tales como las altitudes, objetos geográficos.

Los modelos simbólicos o matemáticos se construyen representando el objeto real mediante una codificación matemática, ejemplo, un sistema de ecuaciones simultáneas que representa el planteamiento de un problema de cualquier área, que debe resolverse.

#### **1.9.1.1 Clasificación de los modelos**

De acuerdo con la utilidad en su campo de aplicación, se pueden clasificar de la siguiente manera:

##### **1.9.1.1.1 “Según la información de entrada**

Con respecto a la función del origen de la información utilizada para construir los modelos se pueden distinguir entre modelos heurísticos y modelos empíricos:

- **Modelos heurísticos (del griego euriskein 'hallar, inventar'):** son los que están basados en las explicaciones sobre las causas o mecanismos naturales que dan lugar al fenómeno estudiado.
- **Modelos empíricos (del griego empeirikos relativo a la 'experiencia'):** son los que utilizan las observaciones directas o los resultados de experimentos del fenómeno estudiado.

#### 1.9.1.1.2 Según el tipo de representación

Una posible clasificación puede atender si pretenden hacer predicciones de tipo cualitativo o pretenden cuantificar aspectos del sistema que se está modelizando:

- **Modelos cualitativos o conceptuales:** Los modelos cualitativos determinan, de manera general, las relaciones entre diferentes factores o componentes del sistema. Estos modelos no pretenden cuantificar dichas relaciones sino solamente facilitar el entendimiento de cómo funciona el proceso específico que nos interesa. Al construir modelos gráficos, es aconsejable comenzar en forma sencilla para luego ampliar el modelo y poder incluir todos los factores esenciales. Es así como finalmente se puede describir el proceso específico que nos interesa con todo el detalle necesario para cumplir el propósito del análisis. La modelación es una actividad creativa, interesante y de mucha utilidad.
- **Modelos cuantitativos o numéricos:** usan números para representar aspectos del sistema modelizado, y generalmente incluyen fórmulas y algoritmos matemáticos más o menos complejos que relacionan los valores numéricos. El cálculo con los mismos permite representar el proceso físico o los cambios cuantitativos del sistema modelado.

#### 1.9.1.1.3 Según la aleatoriedad

Si a una entrada o situación inicial concreta, pueden corresponder o no diversas salidas o resultados, en este caso los modelos se clasifican en:

- **Determinísticos:** se conoce de manera puntual la forma del resultado, ya que no hay incertidumbre. Además, los datos utilizados para alimentar el modelo son completamente conocidos y determinados.
- **Estocásticos:** probabilísticos, que no se conoce el resultado esperado, sino su probabilidad y existe por tanto incertidumbre.

#### 1.9.1.1.4 Según su aplicación u objetivo

Por su uso suelen utilizarse en las áreas siguientes:

- **Modelo de simulación o descriptivo:** de situaciones medibles de manera precisa o aleatoria, por ejemplo, con aspectos de programación lineal cuando es de manera precisa, y probabilística o heurística cuando es aleatorio. Este tipo de modelos pretende predecir qué sucede en una situación concreta dada.
- **Modelo de optimización:** para determinar el punto exacto para resolver alguna problemática administrativa, de producción, o cualquier otra situación. Cuando la optimización es entera o no lineal, combinada, se refiere a modelos matemáticos poco predecibles, pero que pueden acoplarse a alguna alternativa existente y aproximada en su cuantificación. Éste tipo de modelos requiere comparar diversas condiciones, casos o posibles valores de un parámetro y ver cuál de ellos resulta óptimo según el criterio elegido.
- **Modelo de control:** para saber con precisión como está algo en una organización, investigación, área de operación, etc. Éste modelo pretende ayudar a decidir qué nuevas medidas, variables o qué parámetros deben

ajustarse para lograr un resultado o estado concreto del sistema modelado”.  
(16:s.p.)

### **1.10 Modelos matemáticos**

En la práctica es de vital importancia tener conocimiento del uso de los modelos matemáticos, que por su forma y su completa aplicación facilitan esclarecer diferentes problemas, no importando su grado de complejidad.

Son los más abstractos, pero los más útiles. Pueden describir brevemente un problema, y ser manipulados para probar diferentes soluciones.

“En ciencias aplicadas, un modelo matemático es uno de los tipos de modelos científicos, que emplea algún tipo de formulismo matemático para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad.

Cualquier forma de modelo puede ser útil para quien soluciona problemas, y en el campo de las ciencias administrativas, por lo general hay interés en los modelos matemáticos. ¿Por qué es así? Se podría preguntar. Es posible sentir que el mundo es lo suficientemente complejo, sin esconderlo detrás de una pantalla de notaciones y símbolos matemáticos. Sin embargo, aquellos que han dominado el lenguaje de las matemáticas (aún en forma muy limitada) encuentran que se pueden beneficiar bastante en el uso de los modelos matemáticos”. (15: s.p.)

#### **1.10.1 Construcción del modelo matemático**

Consiste en la transformación del objeto no-matemático en lenguaje matemático.

“Ya sea que un modelo sea simple o complejo, es una representación que idealiza, simplifica y abstrae selectivamente la realidad, y esta representación es algo que



se edifica o construye por individuos. No hay reglas fáciles o métodos automáticos para la construcción de modelos. Esta construcción implica arte e imaginación, así como conocimientos técnicos.

Como guía general, se puede dividir el proceso de construcción de un modelo cuantitativo de decisión en tres etapas:

1. Se estudia el ambiente: se encuentra una variedad de factores, incluso conflictos organizacionales, una divergencia entre las metas personales y las de la organización o simplemente la complejidad total de la situación, pueden interponerse entre el formador del modelo y una clara comprensión del problema. Ahora bien, la experiencia puede ser el ingrediente más esencial del éxito, la experiencia tanto en construcción de modelos como en el trabajo en el ambiente que se estudia.
2. Se formula una representación selectiva de la realidad: implica un análisis conceptual básico en el que se deben hacer conjeturas y simplificaciones. El proceso de formulación también requiere que el constructor del problema seleccione o aisle del ambiente aquellos aspectos de la realidad, que sean relevantes dentro del ámbito del problema. Puesto que los problemas que interesan contienen decisiones y objetivos, deben ser explícitamente identificados y definidos.
3. Se formula una representación simbólica (es decir, con expresiones matemáticas) del modelo: una vez que se ha realizado la formulación lógica (y esto podría ser un proceso verbal) se debe elaborar una forma simbólica del modelo. En cierto sentido, formulación y construcción son procesos integrados, siendo la formulación el aspecto lógico conceptual y la construcción la representación simbólica efectiva de las relaciones lógicas. La construcción del modelo puede ser menos crítica que la formulación. La razón es ésta: la formulación exige análisis, selectividad y decisiones, con respecto a relevancia

y objetivos; mientras que la construcción es por lo general un proceso más técnico, que implica una traducción al lenguaje matemático y la adaptación y uso de herramientas conocidas”. (2:10)

#### **1.10.1.1 Pasos y técnicas en la construcción de modelos matemáticos**

**Identificación de las variables de decisión:** “el primer paso en la formulación del problema es identificar las variables de decisión, a menudo simplemente llamadas variables. Los valores de estas variables, una vez determinados, proporcionan la solución al problema.

Como los valores de estos elementos no se conocen todavía, a cada variable de decisión se le da un nombre simbólico puede elegirse el nombre simbólico que quiera”. (5:13)

**Identificación de los datos de problema:** “la finalidad de resolver un problema es proporcionar los valores reales para las variables de decisión que ha identificado”. (5:14)

**Identificación de la función objetivo:** “este consiste en la formulación del problema es expresar el objetivo organizacional global en forma matemática usando las variables de decisión y los datos conocidos del problema. Esta expresión, la función objetivo, generalmente se crea en tres etapas:

- Establecer el objetivo en forma verbal
- Donde sea adecuado, descomponer el objetivo en una suma, diferencia o producto de cantidades individuales.
- Expresar las cantidades individuales matemáticamente usando las variables de decisión y otros datos conocidos en el problema”. (5:14)

**Identificación de las restricciones:** “su objetivo es maximizar las ganancias. La función objetivo le dice que mientras más grande sea el valor de las variables, más grande será la ganancia. Pero el mundo real pone un límite en los valores que puede asignar a estas variables.

Las restricciones son condiciones que las variables de decisión deben satisfacer para constituir una solución aceptable, estas restricciones por lo general surgen de:

- Limitaciones físicas
- Restricciones impuestas por la administración
- Restricciones externas
- Relaciones implicadas entre variables
- Restricciones lógicas sobre variables individuales”. (2:15)

#### **1.10.1.2 Variables de decisión**

Cantidades cuyo valor dependen de cada asignación que requiera de los elementos que conforman un producto o bien en sí; y están sujetos sea a un costo o una utilidad.

Una cantidad cuyo valor puede ser controlado por la analista para determinar una solución a un problema de decisión.

“Para establecer el problema matemáticamente, comencemos por definir dos variables de decisión, a menudo simplemente llamadas “variables”, o llamadas “controlables” porque se tiene cierto control sobre sus valores asignados, y el administrador puede formularlas”. (6:5)

Constituye las incógnitas del problema, consistente básicamente en los niveles de todas las actividades que puedan llevarse a cabo en el problema a formular, es decir, que son las interrogantes a determinar con la solución de modelo.

### **1.10.1.3 Función objetivo**

Es el planteamiento matemático, que se obtiene del costo o utilidad de cada variable de decisión, deducido de los requerimientos necesarios y de determinadas restricciones, de cada elemento que forma un producto o bien. Función que puede ser maximizada o minimizada.

Dicho término se refiere al planteamiento de un objetivo lineal definido; este objetivo puede servir para maximizar la contribución utilizando recursos disponibles, o bien, producir el mínimo costo posible, usando una cantidad limitada de factores productivos dentro de un periodo.

La función objetivo define la efectividad del sistema como una función matemática de sus variables de decisión, ya sea maximizar o minimizar. Si se maximiza generalmente serán ganancias, rendimiento, eficiencia o efectividad; si, por el contrario, se minimiza será costo y tiempo.

“El objetivo global de un problema de decisión expresado en una forma matemática en términos de los datos y de las variables de decisión”. (6:5)

### **1.10.1.4 Restricciones**

Son limitantes o condiciones, con las cuales se debe cumplir, dependiendo de la disponibilidad que tenga el propietario de una empresa (presupuesto, tiempo, productos o bienes, etc.) para determinar la satisfacción de un pedido.

Representadas por distintos requisitos que debe cumplir cualquier solución para que pueda llevarse a cabo, en referencia a lo anterior, se pueden establecer que son límites físicos de las variables de decisión que se establecen para el desarrollo del modelo.

“Una restricción sobre los valores de variables en un modelo matemático típicamente impuestos por condiciones externas. Desigualdad matemática o igualdad que debe ser satisfecha por las variables del modelo”. (6:5)

En resumen, el modelo de optimización lineal se desarrolla como sigue:

1. Definir las variables de decisión:  $X$  = el número de unidades producidas y vendidas
2. Definir la función objetivo: maximizar  $Z = px - cx - F$
3. Definir las restricciones, que pueden ser así:  $X < C$ ,  $x \leq D$ ,  $x \geq O$

### **1.11 Programación lineal PL**

“La programación lineal puede definirse como una técnica matemática para resolver problemas, en los cuales se pretende maximizar o minimizar una función objetivo, haciendo uso de dos o más variables cuantitativas de decisión, que están sujetas a un conjunto de limitaciones de recursos llamados restricciones.

El desarrollo de la programación lineal ha sido clasificado como uno de los avances científicos más importantes de mediados de siglo XX”. (3: 22)

LA PL es relevante en la utilización de modelos cuantitativos; que establece una secuencia lógica de pasos para determinar la mejor solución, por medio de la comprobación numérica, a un problema ya antes definido en cualquier organización, que busque aumentar o disminuir según su condición satisfactoria.

“Es una técnica matemática útil para aprovechar al máximo o reducir al mínimo posible una función lineal objetiva, sujeta a restricciones lineales. Supone que los valores de costos e ingresos son conocidos (certidumbre) y que las utilidades de varias actividades son aditivas (aditividad) y que no se tienen valores negativos de producción (no negatividad). Se revisará la programación lineal en el caso de una

decisión de mezcla de productos. Sin embargo, tiene una amplia **aplicación a otros problemas**, tales como presupuestos de capital, balanceo de línea, planeación y programación.

La PL puede definirse como una técnica matemática para resolver problemas, en los cuales se pretende maximizar o minimizar una función objetivo, haciendo uso de dos o más variables cuantitativas de decisión que están sujetas a un conjunto de limitaciones de recursos llamadas restricciones”. (7:103)

### **Forma estándar de modelo**

Cualquier situación cuya formulación matemática se ajuste a este modelo es un problema de programación lineal.

La forma de expresión matemática de los problemas de programación lineal se realiza de la siguiente forma:

Cuando es lineal la función que se desea maximizar o minimizar. Una función lineal X, y Y, tiene la siguiente forma de expresión en la cual a y b son constantes:

$$\text{Max } Z = ax + bx \quad \text{o} \quad \text{Min } Z = ax + bx$$

Donde

Max = Maximización

Min = Minimización

z = Valor de la medida global de desempeño

a = Valor constante de consumo de recursos

b = Valor constante de consumo de recursos

x = Variable de decisión

Asimismo, es necesario que las restricciones correspondientes, estén representadas mediante desigualdades lineales, misma que implican  $\leq$  o  $\geq$  o ecuaciones lineales en  $x$  y.

Un problema que cumpla con las condiciones expuestas se le denomina problema de programación lineal.

### **Terminología de las soluciones del modelo**

“El termino solución puede que signifique la respuesta final a un problema, pero en programación lineal (y sus extensiones) la convención es bastante distinta, ahora cualquier conjunto de valores específicos de decisión ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) se llama una solución, aunque sea sólo una posibilidad deseable ni siquiera permitida. Después de identificar los tipos de soluciones mediante el empleo de un adjetivo apropiado.

- La solución factible es aquella para lo que todas las restricciones se satisfacen.
- La solución no factible es una solución para la que al menos una restricción se viola.
- La región factible es la reunión de todas las soluciones factibles.
- La solución óptima es una solución factible que proporciona el valor más factible de la función objetivo”. (3:30)

#### **1.11.1 Supuestos de la programación lineal**

“Estas propiedades matemáticas de un modelo de programación lineal, implican que se tiene que considerar ciertos supuestos acerca de las actividades y datos del problema que será modelado; incluso algunos acerca del efecto de las variaciones en el nivel de las actividades”. (3:32) Los supuestos de programación lineal están implícitos en la formulación de modelo como tal, pero desde un enfoque de modelación.

### **1.11.1.1 Proporcionalidad**

“La proporcionalidad es un supuesto sobre la función objetivo y sobre las restricciones funcionales”. (3:33)

Los supuestos de proporcionalidad es la contribución de cada actividad al valor de la función objetivo  $Z$  es proporcional al nivel de la actividad  $x_j$ , como lo representa el termino  $C_j, X_j$  en la función objetivo. En consecuencia, este supuesto elimina cualquier exponente diferente de 1 para las variables en cualquier término de las funciones, ya sea la función objetivo o la función en el lado izquierdo de las restricciones funcionales en el modelo de programación lineal.

Donde

$z$  = Valor proporcional del nivel de actividad

$x_j$  = Representante del termino función objetivo

$c_j$  = Restricción de la función objetivo

$x_j$  = Restricción de la función objetivo

### **1.11.1.2 Aditividad**

“Aunque el supuesto de proporcionalidad elimina los exponentes diferentes de uno, no prohíbe los términos de productos cruzados, términos que incluye el producto de dos o más variables. El supuesto de aditividad elimina esta posibilidad.

El supuesto de aditividad de cada función del modelo de programación lineal (ya sea la función objetivo o el lado izquierdo de las restricciones funcionales) es la suma de las contribuciones individuales de las actividades respectivas”. (3:35)

### **1.11.1.3 Divisibilidad**

“Supuestos de divisibilidad es un modelo de programación lineal, las variables de decisión pueden tomar cualquier valor, incluso valores no enteros, que satisfagan las restricciones funcionales y de no negatividad. En consecuencia, estas variables



no están restringidas a sólo valores enteros. Con cada variable de decisión representa el nivel de alguna actividad, se supondrá que las actividades se pueden realizar a niveles fraccionales”. (3:37)

#### **1.11.1.4 Certidumbre**

“El último supuesto se refiere a los parámetros del modelo, es decir, a los coeficientes  $c_j$ , en la función objetivo, coeficiente  $a_{ij}$ , en las restricciones funcionales y los  $b_j$  en el lado derecho de las restricciones funcionales.

Supuestos de certidumbre se supone que los valores asignados a cada parámetro de un modelo de programación lineal son constantes conocidas”. (3:37)

Donde

$c_j$  = Función objetivo

$a_{ij}$  = Restricciones funcionales

$b_j$  = Restricciones funcionales lado derecho

#### **1.11.2 Área de aplicación**

La programación lineal por la naturaleza de brindar alternativas en un problema de decisión; es aplicable a distintas áreas de una organización. A continuación, se detallarán algunas de ellas.

##### **1.11.2.1 Finanzas**

La aplicación de la programación lineal en el área financiera se podría resumir a la “maximización de utilidades o disminución de costos”. (5:74) En los negocios se puede proponer un método matemático que le ofrece una solución factible de inversión, así con un resultado óptimo de utilidades, ofreciendo al administrador de empresas una solución matemática factible que influirá en la toma de decisiones.

### **1.11.2.2 Mercadotecnia**

Enfocada a la combinación adecuada de medios a utilizar en una campaña publicitaria. Con la finalidad de obtener una mezcla de medio, que proponga la minimización de costos, manteniendo el objetivo de llegar al segmento de mercado establecido y de alcanzar el rating de audiencia deseado en los medios de comunicación.

### **1.11.2.3 Operaciones**

La programación lineal apoya los procesos logísticos y productivos de la administración de operaciones, con el fin de establecer la cantidad óptima de materia prima o tiempo para la producción, distribución de productos, con la finalidad de minimizar costos o maximizar el uso de la materia prima.

### **1.11.2.4 Recursos humanos**

Puede ser aplicada para establecer la cantidad de personal que sea necesario emplear en líneas de producción, así como determinar si es necesaria la incorporación de la fuerza laboral con el fin de minimizar los costos totales de contratación.

## **1.12 Modelos de programación lineal**

Para la resolución de problemas de programación lineal se pueden aplicar los siguientes modelos:

Son lineales porque se basan en ecuaciones simultáneas de primer grado.

### **1.12.1 Métodos de solución**

Entre otros métodos de solución, se aplican los siguientes:

### **1.12.1.1 Método gráfico**

“Uno de los métodos más factibles de solución de problemas de dos variables (dos productos) es el método gráfico.

Un modelo de programación lineal en 2 variables resulta ser la forma más sencilla que puede adoptar un modelo de optimización y generalmente son utilizados para introducir los conceptos básicos de la investigación de operaciones y particularmente la programación lineal. Básicamente las propiedades de un modelo lineal en 2 variables.

Son entendibles a problemas lineales con un número mayor de variables y en este sentido la resolución gráfica resulta de gran ayuda para entender estos conceptos”.  
(7:103)

### **1.12.1.2 Método simplex**

“Los problemas reales de programación lineal generalmente tienen muchas variables de decisión y muchas restricciones. Tales problemas no pueden ser resueltos gráficamente. Se usan algoritmos tales como el simplex. El método simplex es un procedimiento iterativo que progresivamente permite obtener una solución óptima para los problemas de programación lineal.

También llamado simplejo (simplex), empieza con una solución factible y prueba si es o no óptima. Si no lo es, por este método se procede a obtener una solución mejor. Decidir “mejor” en el sentido de que la nueva solución esté cerca de la optimización de la función objetivo. Si esta función no es óptima, entonces repetir el procedimiento”. (7:105)

### 1.13 Otros modelos de programación lineal

Se encuentran clasificados de la siguiente manera:

#### 1.13.1 Modelo de asignación

Este modelo consiste en “la asignación de “n” agentes u objetos indivisibles a “n” tareas”. (4:89) el autor al referirse a indivisibles, señala que ningún agente pueda dividirse a realizar varias tareas.

La restricción para cada agente es que únicamente puede realizar una tarea, esto permite establecer que los problemas que se pretenden solucionar con este modelo se deberán de encontrar balanceados, es decir, la misma cantidad de orígenes a la misma cantidad de destinos.

El planteamiento del modelo de asignación se representa con el cuadro siguiente, se plantea el esquema básico de una matriz de efectividad, para facilitar la comprensión:

**Cuadro 1**  
**Planteamiento esquemático de la matriz de efectividad**  
**(Ejemplo)**

De \ A	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	..	D <sub>n</sub>
O <sub>1</sub>	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>	..	X <sub>1n</sub>
O <sub>2</sub>	X <sub>21</sub>	X <sub>22</sub>	..	X <sub>2n</sub>
:	:	:	..	:
O <sub>m</sub>	X <sub>m1</sub>	X <sub>m2</sub>	..	X <sub>mn</sub>

Fuente: Elaboración propia, con base en investigación bibliográfica, noviembre 2016

Donde

O = Origen (cualquier agente como trabajadores, inversionistas u objetos como maquinaria)

D = Destino (cualquier actividad o proyecto como obras, trabajos, etc.)

X = Unidad de medida (costo, cantidades, ventas, tiempos, etc.)

En dicho planteamiento se detalla un solo origen asociado a un solo destino, realizado la máxima asignación o la mínima inversión de cada uno.

Para la resolución del modelo de asignación pueden emplearse dos métodos:

#### **1.13.1.1 Método de maximización**

“El método de maximización es un procedimiento algebraico por medio del cual se obtienen una combinación, de las variables de decisión que es óptima, para maximizar el rendimiento”. (3:43) representándose su función objetivo de la siguiente forma:

$$\text{F.O.: Maximizar } Z = X_1 + X_2 + X_3$$

Donde

F.O. = Función objetivo

z = Objetivo a alcanzar

x = Variables de decisión

#### **1.13.1.2 Método de minimización**

Este método es un procedimiento algebraico por medio del cual se obtiene una variable de decisión óptimo para minimizar o disminuir los costos, pérdidas, paradas, desperdicios distancias, tiempos.

$$\text{F.O.: Minimizar } Z = X_1 + X_2 + X_3$$

Dónde

F.O. = Función objetivo

z = Objetivo a alcanzar

x = Variables de decisión

### **1.13.2 Modelo de transporte**

El modelo de Transporte es una técnica cuantitativa creada para minimizar los costos asociados a la distribución de un bien o servicio desde diferentes orígenes hasta diferentes destinos. Las condiciones de linealidad están presentes, como en cualquier técnica de programación lineal. Esta técnica se utilizó posteriormente en otros sistemas. En ellos, el problema no implica transporte físico de bienes pero existen relaciones lineales, y el modelo formulado tiene las características de un Modelo de Transporte.

Las características que hacen del Modelo Lineal de Transporte un modelo de programación lineal especial son:

- a) Los coeficientes de las variables, en las restricciones, son uno o cero.
- b) Las cantidades demandadas deben ser iguales a las cantidades ofrecidas para poder solucionar el modelo.

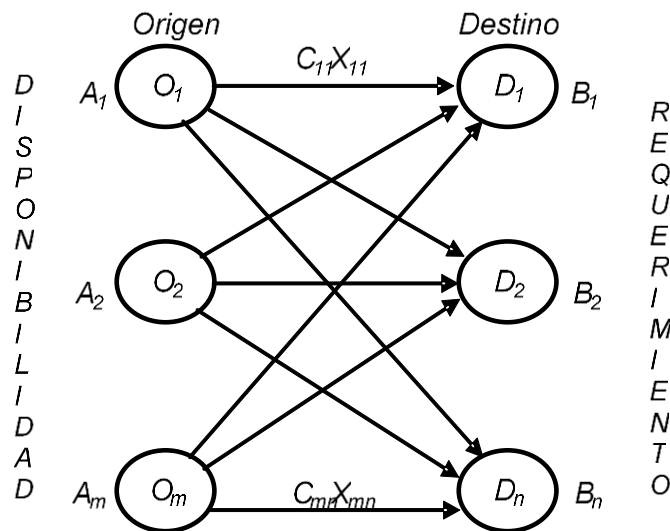
El modelo busca la minimización del costo de transportar una mercancía desde un número de fuentes a varios destinos”.

El modelo de transporte es un medio por el cual, el administrador debe determinar la mejor forma de hacer llegar los productos diversos, desde sus bodegas de distribución hacia los puntos de venta; o los distribuidores que conformen la cartera de clientes de la organización.

Este modelo “supone que el costo de envío en una ruta determinada es directamente proporcional al número de unidades enviadas en esa ruta”. (3:282) en la figura 1, se encuentra representada la red del modelo de transporte:

**Figura 1**

Red de puntos de origen a puntos de destino



Fuente: Elaboración propia, con base en investigación bibliográfica, noviembre 2016

Donde

$O_m$  = Origen (fuente)

$D_n$  = Destino

$C_{mn}$  = Costo de enviar una unidad desde el origen al destino

$X_{mn}$  = Unidades a enviar desde el origen al destino

$A_m$  = Disponibilidad (oferta) en unidades, del origen

$B_n$  = requerimiento (demanda) en unidades al destino

El problema general está representado por la red de la figura anterior. Hay  $m$  puntos de origen (fuentes) y  $n$  puntos de destino, cada uno simbolizado por un nodo. Los arcos, incorporados en la figura con flechas, que unen los puntos de origen con los puntos de destino incorporan las rutas entre los puntos de origen destino. El arco  $(m, n)$  que unen el punto de origen  $m$  con el punto de destino  $n$ ,

incluyen dos fragmentos de información: (1) el costo de transporte por unidad,  $C_{mn}$ , y (2) la cantidad enviada,  $X_{mn}$ . La cantidad de la oferta en el punto de origen  $m$  es  $A_m$  y la cantidad de la demanda en el punto de destino  $n$  es  $B_n$ .

El objetivo del modelo es determinar las  $X_{mn}$  desconocidas que minimizarán el costo total del transporte, mientras satisfacen todas las restricciones de la oferta y la demanda.

“Como se puede observar cualquier modelo de transporte se compone de unidades de un bien a distribuir,  $m$  orígenes,  $n$  destinos, recursos en el origen, demandas en los destinos y costos de distribución por unidad. Adicionalmente, se tienen varios supuestos:

1. Supuesto de requerimientos: cada origen tiene un suministro fijo de unidades que se deben distribuir por completo entre los destinos.
2. Supuesto de costo: el costo de distribuir unidades de un origen a un destino cualquiera es directamente proporcional al número de unidades distribuidas.
3. Propiedad de soluciones factibles: un problema de transporte tiene soluciones factibles si y sólo si la sumatoria de recursos en los  $m$  orígenes es igual a la sumatoria de demandas en los destinos.
4. Propiedad de soluciones enteras: En los casos en los que tanto los recursos como las demandas toman un valor entero, todas las variables básicas (asignaciones), de cualquiera de las soluciones básicas factibles (inclusive la solución óptima), asumen también valores enteros”. (15:s.p)

“Si el problema de ubicación puede ser formulado como un problema de reducción del costo de transporte, sujeto a la necesidad de satisfacer los requerimientos de oferta y demanda, la programación lineal de transporte (PL) puede ser muy útil. El modelo de transporte es una variación del modelo estándar de programación lineal, y parte de las siguientes premisas:



1. El objetivo es reducir al mínimo el costo total de la transportación.
2. Los costos de transporte son una función lineal del número de unidades transportadas.
3. La oferta y la demanda están expresadas en unidades homogéneas.
4. Los costos de transporte por unidad no varían con la cantidad transportada.
5. La oferta total debe ser igual a la demanda total.
  - a. Si la demanda es mayor a la oferta, debe crearse una oferta ficticia y asignar al costo de transporte un cero, para que el exceso de demanda sea satisfecho.
  - b. Si la oferta es mayor a la demanda debe crearse una demanda ficticia y asignar al costo de transporte un cero, para que el exceso de oferta sea absorbido". (7:53)

Para efectos de planteamiento y de acuerdo con la oferta, así como, la demanda, el modelo de transporte puede clasificarse como:

**Equilibrado:** se denomina equilibrado cuando la sumatoria de las cantidades disponibles en el origen (oferta), es igual a la sumatoria de las cantidades requeridas en el destino (demanda).

**No equilibrado:** el modelo es no equilibrado cuando la sumatoria de las cantidades disponibles en el origen (oferta), no es igual a la sumatoria de las cantidades requeridas en el destino (demanda); en dicho caso resulta "necesario crear un origen o destino ficticio". (12: s.p) al ser realizada la creación de la fila o columna ficticia, dentro de ella será colocado en cada una de las mini celdas, donde se ubica el costo, el valor cero (0).

#### **1.13.2.1 Función objetivo del modelo de transporte**

Se basa en determinar la cantidad de bienes que se enviará de cada fuente a cada destino, de tal forma que se minimice el costo de transporte total y en ese sentido,

el costo de una ruta es directamente proporcional al número de unidades que van a ser transportadas.

Planteamiento matemático:

Si  $X_{ij}$  representa la cantidad transportada desde la fuente  $i$  al destino  $j$ , entonces, el modelo general de PL que representa el modelo de transporte es". (13: s.p)

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

Donde

$Z$  = Función objetivo

$\Sigma$  = Sumatoria

$M$  =Fuente

$N$  = Destino

$C$  = Costo de transporte unitario

$I$  = Origen

$J$  = Destino

$X$  = cantidad transportada

### **1.13.2.2 Restricciones de modelo de transporte**

La función objetivo del modelo de transporte está sujeta a las restricciones de origen y de destino, de la siguiente forma:

- “1.  $\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq a_i,$                      $i=1, 2, \dots, m$
2.  $\sum_{i=1}^m X_{ij} \leq b_j,$                      $j=1, 2, \dots, n$
3.  $X_{ij} \geq 0$                                 para todas las  $i$  y  $j$

El primer conjunto de restricciones especifica que la suma de los envíos desde una fuente no puede ser mayor que su oferta; en forma similar, el segundo conjunto requiere que la suma de los envíos a un destino satisfaga su demanda”. (12:s.p)

No siempre el modelo de transporte es equilibrado, pero para ser aplicado debe de equilibrarse, la oferta debe sumar los mismos que la demanda, de no cumplir con dicho requisito, resulta necesario crear una columna o fila ficticia que permita equilibrar el modelo, ya sea en función de la oferta o de la demanda. En el cuadro 2, se puede observar un modelo equilibrado, y en el cuadro 3, se observa un modelo equilibrado, mediante el uso de un destino ficticio, para poder cumplir con el requisito necesario para el desarrollo del modelo.

**Cuadro 2**

**Modelo equilibrado**

O	D	A	B
1	1	40	50
2	2	30	10
3	3	20	20
Total		80	80

**Cuadro 3**

**Modelo equilibrado con ficticio**

O	D	A	B
1	1	40	50
2	2	30	10
3	3	20	20
4	F	10	0
Total		90	90

Fuente: Elaboración propia, con base en investigación bibliográfica, noviembre 2016

Donde

O = Origen

D = Destino

A = Disponibilidad en el origen

B = Requerimiento en el destino

F = Ficticio

### 1.13.2.3 Matriz de origen y destino

Una matriz origen-destino (Matriz O-D) es una tabla que ordena en filas y columnas el resultado de viajes generados desde un sitio hacia otro sitio. Las filas corresponden a los sitios desde donde se genera el viaje (origen), mientras que las columnas corresponden a los destinos de viaje.

En el cuadro 4, se encuentra la representación gráfica de la matriz de transporte, elaborada conforme a lo descrito en el párrafo anterior.

**Cuadro 4**  
**Representación de la matriz de transporte**

De \ A	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	..	D <sub>n</sub>	OFERTA
O <sub>1</sub>	$\begin{matrix} C_{11} \\ X_{11} \end{matrix}$	$\begin{matrix} C_{12} \\ X_{12} \end{matrix}$	..	$\begin{matrix} C_{1n} \\ X_{1n} \end{matrix}$	A <sub>1</sub>
O <sub>2</sub>	$\begin{matrix} C_{21} \\ X_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} C_{22} \\ X_{22} \end{matrix}$	..	$\begin{matrix} C_{2n} \\ X_{2n} \end{matrix}$	A <sub>2</sub>
:	: ..	: ..	: ..	: ..	:
O <sub>m</sub>	$\begin{matrix} \\ X_{m1} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \\ X_{m2} \end{matrix}$	..	$\begin{matrix} \\ X_{mn} \end{matrix}$	A <sub>m</sub>
DEMANDA	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	..	B <sub>n</sub>	$\begin{matrix} \Sigma O \\ \Sigma D \end{matrix}$

Fuente: Elaboración propia, con base en investigación bibliográfica, noviembre 2016

Donde

O = Origen

D = Destino

C = Costo de transporte unitario

X = Cantidad asignada de un origen a un destino

A = Disponibilidad en el origen

B = Requerimiento en el destino

En las filas se ubican los orígenes, indicando en la última columna los recursos (oferta disponible). En las columnas se ubican los distintos destinos indicando en la última fila los totales demandados. En el recuadro ubicado en el margen superior derecho se indica el costo de distribuir una unidad desde el origen hasta ese destino y en la parte inferior de cada recuadro se registran las asignaciones  $X_{ij}$  para cada oferta y demanda.

#### **1.13.2.3.1 Origen**

Es el punto de partida que da inicio al recorrido de la distribución de cualquier mercancía o el espacio físico de donde se envían las unidades disponibles.

#### **1.13.2.3.2 Destino**

Espacio físico en el cual se reciben las unidades requeridas.

#### **1.13.2.3.3 Costo de transporte unitario**

Se refiere al costo por unidad derivado del traslado de mercadería desde los orígenes hacia sus destinos.

#### **1.13.2.3.4 Oferta**

Cantidad disponible de unidades en el origen. La oferta es el total de mercancías disponibles para poner a la venta de los distribuidores.

#### **1.13.2.3.5 Demanda**

Se refiere a la cantidad solicitada por el mercado a los productores o la demanda de mercancías por parte de los consumidores finales.

### **1.13.3 Métodos de solución**

El modelo de transporte puede ser resuelto mediante los siguientes métodos:

- a) esquina nor-oeste (ENO)
- b) mínimo costo (MC) y
- c) aproximaciones de voguel o de multas (MAV),

Estos métodos proporcionan programas de distribución factibles.

Mediante la aplicación del método de pasos secuenciales se puede obtener la distribución óptima, basada en el resultado de menor costo, obtenida por medio de la aplicación de cualquiera de los tres métodos factibles.

#### **1.13.3.1 Esquina nor-oeste (MEN)**

Algoritmo que encuentra una solución inicial factible para que se satisfaga la demanda y se agote la oferta, siguiendo un orden prescrito en la tabla de transporte.

Este método produce una solución factible inicial sin considerar los costos durante el proceso de asignar las ofertas; por lo tanto, la solución óptima se obtiene aleatoriamente.

Se le conoce como la regla de la esquina noroeste, REN, porque el algoritmo comienza con la celda superior izquierda en la tabla de transporte (ruta  $X_{11}$ ); es decir, por la esquina noroeste.

La mecánica del algoritmo se basa en comparar la oferta y la demanda para cada fila de la tabla de transporte y se elige la menor cantidad para satisfacer la demanda hasta terminar secuencialmente o agotar la oferta.

Es un método de transporte, de elaboración sencilla, rápida y práctica; brinda resultados en menor tiempo, debido a que ofrece una solución básica factible inicial y es el menos probable de dar una solución inicial de bajo costo, debido a que ignora la magnitud del costo por asignación.

Este método de solución se realiza de la siguiente forma:

**Pasos:**

1. Determinar si es un problema equilibrado (oferta=demanda), si no es así, agregar un origen ficticio si la oferta es menor a la demanda o un destino ficticio si la demanda es menor a la oferta.
2. Construir la matriz de origen y destino.
3. Se principia asignando en la celda de la esquina nor-oeste, celda  $x_{11}$  de la matriz, una cantidad que agote la oferta o satisfaga la demanda.
4. Ajustar las cantidades de oferta y demanda, restando la cantidad asignada, cancelando las celdas en las cuales ya no sea posible asignar alguna cantidad.
5. Si se agota la oferta, la siguiente asignación se hace en la celda de abajo; si quedó satisfecha la demanda, la siguiente asignación se hace en la celda de la derecha, las ofertas se agotan recorriendo de izquierda a derecha y las demandas se satisfacen recorriendo de arriba hacia abajo.
6. El proceso termina hasta que todas las ofertas y todas las demandas sean iguales a cero.
7. Elaborar el programa de distribución.
8. Respuesta.

**1.13.3.2 Mínimo costo (MMC)**

A diferencia del MEN, que no considera los costos de envío, el método del mínimo costo (MMC) sí toma en cuenta los costos de transportar la mercancía desde cada origen hacia sus destinos, con el fin de obtener la mejor solución factible inicial, mediante el análisis del mínimo costo posible de enviar un producto a su destino.

Este método de solución se realiza de la siguiente forma:

**Pasos:**

1. Determinar si es un problema equilibrado (oferta=demanda), si no es así, agregar un origen ficticio si la oferta es menor a la demanda o un destino ficticio si la demanda es menor a la oferta.
2. Construir la matriz de origen y destino.
3. Identificar la celda con el menor costo (NO CERO), dentro de todas las celdas descubiertas, y asignarle una cantidad que agote la oferta o satisfaga la demanda, si hubiera dos o más celdas con el mismo costo menor, se asigna arbitrariamente.
4. Ajustar las cantidades de oferta y demanda, restando la cantidad asignada, cancelando las celdas en las cuales ya no sea posible asignar alguna cantidad.
5. Repetir los pasos 3 y 4 hasta que todas las ofertas y todas las demandas sean igual a cero.
6. Elaborar el programa de distribución.
7. Respuesta.

**1.13.3.3 Aproximación de vogel o multas**

Algoritmo que encuentra una solución inicial factible al problema de transporte mediante la consideración de “costos de penalidad” de no usar la ruta económica disponible.

El método de aproximación de Vogel (MAV) usa la información de costos mediante el concepto de costo de oportunidad, para determinar una solución inicial factible que, al igual que, con la MEN y el MMC, podría ser óptima; sin embargo, se aproxima a una mejor solución.

Es un método de resolución del modelo de transporte, el cual tiene la capacidad de brindar mejores resultados, dado que requiere de más iteraciones matemáticas. (Iteración significa el acto de repetir un proceso con la intención de alcanzar una



meta deseada, objetivo o resultado. Cada repetición del proceso también se le denomina una "iteración", y los resultados de una iteración se utilizan como punto de partida para la siguiente iteración).

Este método proporciona una mejor solución de inicio que los dos métodos anteriores por ser un método heurístico. En efecto el MAV proporciona una solución de inicio óptima o cercana a la óptima.

Este método de solución se realiza de la siguiente forma:

**Pasos:**

1. Determinar si es un problema equilibrado (oferta y demanda), si no es así, agregar un origen ficticio si la oferta es menor a la demanda, o un destino ficticio, si la demanda es menor a la oferta.
2. Construir la matriz de origen y destino.
3. Para cada fila y cada columna con oferta y demanda estrictamente positiva, calcular una multa, llamada también costo penal o costo de penalización, la cual se obtiene restando el valor del elemento, de costo por unidad menor, en la fila o columna, del siguiente valor del elemento, de costo por unidad menor, en la misma fila o columna. Dos costos iguales se consideran como uno.
4. Identificar la fila o la columna con la multa de mayor valor (los empates se resuelven arbitrariamente). En esa fila o columna identificar la celda con el menor costo (NO CERO), y asignarle una cantidad que agote la oferta o satisfaga la demanda.
5. Ajustar las cantidades de oferta y demanda, restando la cantidad asignada, cancelando las celdas en las cuales ya no sea posible asignar alguna cantidad.
6. Repetir, los pasos 3, 4 y 5, hasta que todas las ofertas y todas las demandas sean iguales a cero.
7. Elaborar el programa de distribución.
8. Respuestas.

#### **1.13.3.4 Pasos secuenciales**

El método de pasos secuenciales (MPS) es un algoritmo de programación lineal que garantiza encontrar la solución óptima a un problema de transporte.

El algoritmo comienza con una solución inicial factible originada por medio del MEN, MMC o MAV y que calcula el costo marginal del envío de artículos por rutas que no se hayan usado (representadas por las celdas vacías), en tanto que se elimina una de las rutas usadas ordinariamente, haciéndose un ajuste de la solución factible del problema de transporte al incorporarse una nueva ruta.

El procedimiento secuencial termina cuando no hay cambio de rutas que mejoren el valor de la función objetivo.

El Método de los multiplicadores o de pasos secuenciales, es un método de solución óptima, en el cual se efectúa una evaluación a la solución original; obtenida mediante la aplicación de los métodos anteriores.

Si el resultado de la suma algebraica, es positivo, aumenta el costo total y si es negativo, lo disminuye, el procedimiento se da por finalizado cuando no hay cambio de rutas que disminuyan los costos del programa de distribución y todos los costos son positivos o igual a cero.

“En este procedimiento se van formulando secuencias (pasos que se deben ir dando, y evaluando los costos marginales) que empieza con una primera solución del problema de transporte (como el que produce el método de la esquina noroeste, mínimo costo o aproximación de Vogel o Multas) para encontrar por medio de comparación la solución óptima.

Lo que se intenta es usar todas las rutas, de modo que:

1. La solución se mantenga factible
2. Mejore (en este caso, disminuya) el valor de la función objetivo

El procedimiento cesa cuando no hay cambio de rutas que mejoren el valor de la función objetivo. La solución que tenga esta propiedad será la óptima". (2:241)

Para la aplicación de este método, procede de la siguiente forma:

1. Utilizar la primera solución factible encontrada a través de ENO, MC o MAV, para calcular el costo marginal, de enviar unidades a lo largo de cada una de las rutas no usadas; es decir, de las celdas vacías.
2. Calcular los costos marginales para todas las celdas vacías de la matriz que proporciona la primera solución factible, considerada matriz actual.
  - 2.1 El cálculo de costo marginal requiere hallar el ciclo apropiado cada vez, para establecerlo, se debe crear un diagrama figurando calles y cada celda ocupada representa un semáforo.
  - 2.2 Se inicia de una celda vacía, llamada celda inicial cuyo costo marginal se está calculando, conducir a lo largo de la fila o columna y seleccionar un semáforo que permita virar (celda ocupada), seguir a lo largo de las filas o columnas hasta regresar a la celda de inicio.
  - 2.3 A cada semáforo se le asigna un valor positivo y negativo, la suma o resta de estos valores en el diagrama, conforma el costo marginal, si fuera negativo representa una disminución del costo de la ruta, de lo contrario, implica un incremento. (no es deseado).
3. Realizar una redistribución tomando en cuenta lo siguiente:
  - 3.1 Listar los costos marginales y establecer el de menor costo y reajustar las asignaciones en las celdas ocupadas involucradas en el ciclo.
  - 3.2 Establecer la cantidad máxima, que puede ser asignada a las celdas vacías con el costo marginal menor y reajustar las asignaciones de las celdas ocupadas involucradas en el ciclo.

- 3.3 Para establecer esta cantidad, se debe comparar las cantidades asignadas en las celdas con (-1) y la menor asignación es la cantidad adecuada.
- 3.4 Esta cantidad se debe sumar y restar como corresponda el signo en cada uno de los semáforos de la tabla de distribución.
4. Repetir los pasos 2 y 3 hasta obtener costos marginales, positivos o ceros y así poder elaborar el programa óptimo de distribución.
5. Elaborar el programa óptimo de distribución con el cual se minimiza el costo de distribución.

#### **1.14 Costos**

En sentido general el costo representa la suma de esfuerzos y recursos necesarios para la fabricación de bienes, encaminados a la obtención de utilidades, razón por la cual durante el desarrollo del método se analizarán y calcularán los costos que integra la distribución desde sus orígenes hacia los destinos.

Y para efectos de comprensión, se detallan los siguientes tipos de costos:

##### **1.14.1 Costo fijo**

“No cambian durante un periodo específico, así que a diferencia de los variables no depende de la cantidad de bienes o servicios producidos durante un tiempo o dentro de un intervalo de producción”. (10:289) Los costos fijos son responsabilidades que adquiere la empresa por actividades administrativas y de funcionamiento, y no en relación a la productividad. Dentro de los costos fijos se pueden mencionar: alquiler, sueldos, energía eléctrica, etc.

##### **1.14.2 Costo variable**

“Son aquellos que se modifican cuando hay un cambio de la cantidad de producción o llega a cero cuando esta es nula”. (10:287) es decir, que se generan de forma directa con los niveles de producción, a más producción mayores serán los costos generados por la empresa; entre los cuales se pueden mencionar: materia prima, material de empaque, mantenimiento de maquinaria, entre otros.

### **1.14.3 Costo total**

“Los costos totales para un nivel de producción determinado son la suma de los costos variables y los costos fijos”. (10:289)

En tal sentido, comprende el total de costos generados por una empresa durante un periodo establecido.

### **1.14.4 Costo marginal**

Es la variación en el costo total, ante el aumento de una unidad en la cantidad producida, es decir, es el costo de producir una unidad adicional.

### **1.14.5 Ciclo**

Permite repetir una operación o secuencias de operaciones en función de ciertas condiciones.

## **CAPÍTULO II**

### **DIAGNÓSTICO DE LA EMPRESA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES**

Para dar a conocer la situación actual de la empresa, en el presente capítulo se exponen los antecedentes, la estructura organizacional, actividad comercial y los datos que se utilizarán en el desarrollo de los modelos matemáticos de transporte, con el fin de analizar la información recopilada y establecer una solución factible para la toma de decisiones.

#### **2.1 METODOLOGÍA UTILIZADA**

Se recopiló y analizó información que se obtuvo a través de: recorridos por las rutas de distribución, con el propósito de medir la distancia recorrida en cada ruta, tomando en cuenta la lectura del odómetro. Observación directa: Se llevaron a cabo varias visitas a las instalaciones de la empresa, con el intención de determinar la situación actual.

#### **2.2 UNIDAD DE ANÁLISIS**

Sociedad anónima, orientada a la venta y distribución de toda clase de fertilizantes y químicos para el crecimiento y desarrollo de plantas.

##### **2.2.1 Antecedentes**

El giro de la empresa es la distribución de toda clase de fertilizantes, fungicidas, insecticidas y foliares, inicia sus operaciones en el año de 1980 con el nombre de DIFERAGRO, S.A. siendo la primera bodega ubicada en el municipio de Zaragoza departamento de Chimaltenango, en donde se encuentran centralizadas todas operaciones. Debido al crecimiento de la empresa actualmente cuenta con tres bodegas ubicadas en Zaragoza, Tecpán y Jalpatagua, y cinco clientes situados en Masagua, Quetzaltenango, Moyuta, La Nueva Concepción y Puerto Barrios.

## **2.2.2 Filosofía empresarial**

La empresa cuenta con una filosofía empresarial enfocada en brindar un servicio de calidad con asesoría especializada, para el buen manejo de todos sus productos.

### **2.2.2.1 Misión**

“Somos una empresa formada con capital guatemalteco con el fin de distribuir productos agroindustriales, de las mejores marcas de fertilizantes, foliares, fungicidas e insecticidas”

### **2.2.2.2 Visión**

“Cubrir la distribución de toda el área del altiplano guatemalteco y ampliar la red, ser los distribuidores más grandes del país con las mejores marcas de fertilizantes”

### **2.2.2.3 Valores**

Los valores que rigen la operación de la empresa, son los siguientes:

- Puntualidad: brindar siempre el producto a tiempo a todos nuestros distribuidores.
- Responsabilidad: ejecutar todas las tareas asignadas con eficiencia y eficacia.
- Lealtad: comprometerse con la empresa en lograr los objetivos, portar con orgullo el uniforme de la empresa y difundir una imagen positiva.
- Integridad: actuar siempre con transparencia y honradez con los clientes y la empresa.
- Respeto: ser amables y gentiles con nuestros clientes, manifestar siempre la vocación de servicio.

#### **2.2.2.4 Objetivo**

La empresa tiene como objetivo general lo siguiente:

- Lograr el crecimiento de la empresa ampliando la distribución en otras áreas departamentales; generando nuevas fuentes de trabajo y satisfacer las necesidades de nuestros clientes cumpliendo sus expectativas de servicio.

#### **2.2.3 Actividad comercial**

La empresa se dedica a la distribución de productos agroquímicos, especializados para las cosechas de toda clase de frutas y verduras, cuenta con una alta gama de productos específicos, tales como, fertilizantes, foliares, insecticidas y fungicidas. La empresa se ha dado a conocer por la ubicación estratégica y la venta de las mejores marcas del mercado.

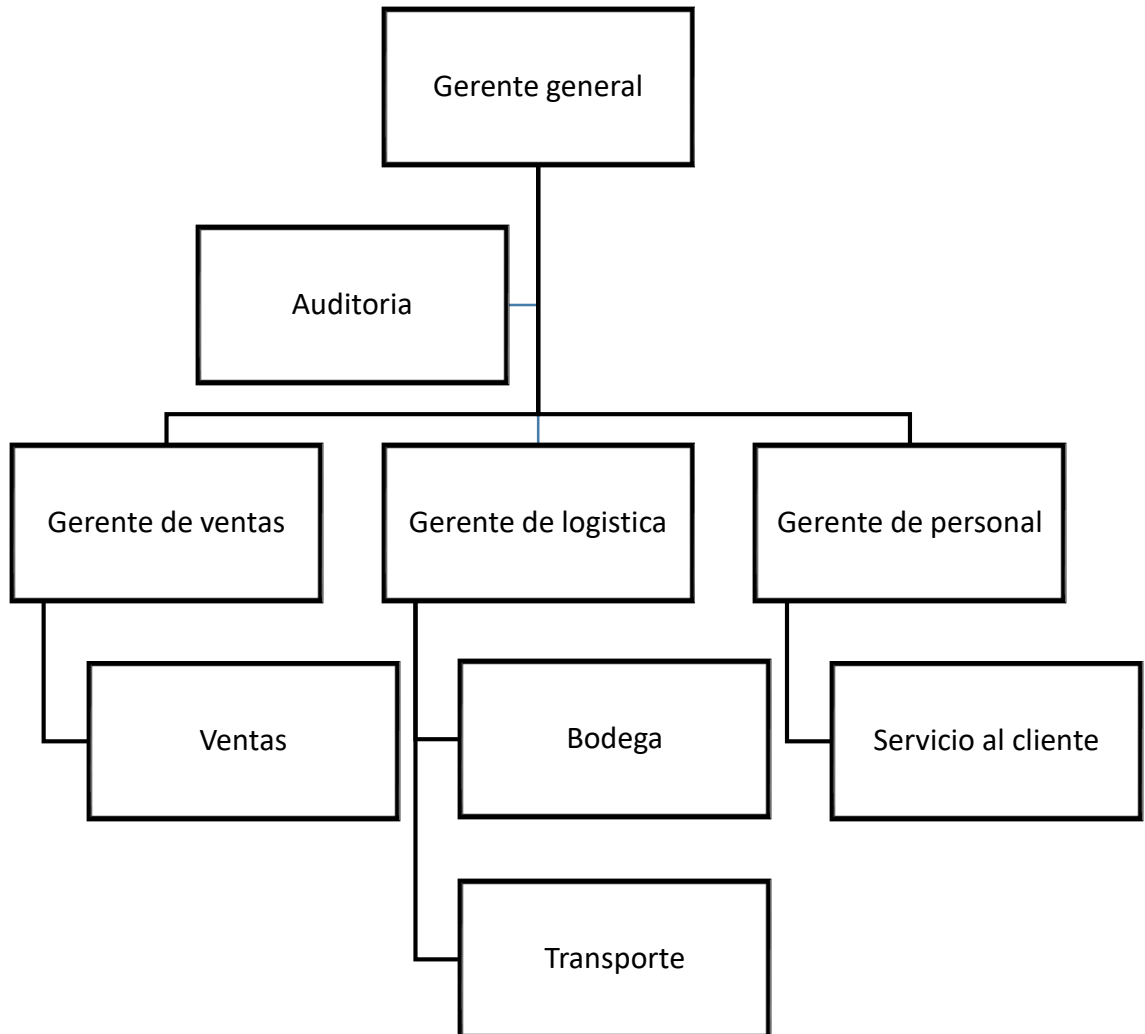
#### **2.2.4 Estructura Organizacional**

La empresa se encuentra integrada por trabajadores en las áreas de ventas, transporte y servicio al cliente; y para su efectivo funcionamiento administrativo y operativo, se encuentra estructurada de la siguiente forma:

- Gerente general: es el encargado de la representación legal de la empresa; así mismo, el manejo adecuado de los recursos financieros.
- Departamento de ventas: velar por el control de las ventas, la promoción y comercialización de los productos.
- Departamento de logística: es el encargado de realizar la programación de rutas para la distribución del producto; así como, el manejo de inventarios.
- Departamento de recursos humanos: es el encargado de proveer el personal a la empresa, realizar las capacitaciones correspondientes, velando por el clima organizacional de la empresa.



**FIGURA 2**  
**ORGANIGRAMA GENERAL**  
**DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES**



Fuente: información proporcionada por la empresa, septiembre 2016

### **2.2.5 Determinación de datos generales**

Como fase inicial se realizó una entrevista con el gerente general de la empresa para obtener la información sobre los costos de transporte. Igualmente, se consultó fuentes secundarias para la obtención de los precios de combustible.

### 2.2.5.1 Determinación de los kilómetros recorridos

Se efectuaron recorridos en las unidades para medir la distancia; también se elaboró una ficha para llevar control de los kilómetros recorridos por ruta de cada origen a cada destino, tomando en cuenta la lectura del odómetro de salida y llegada a la bodega

**CUADRO 5**  
**RUTAS Y KILÓMETROS RECORRIDOS DE LAS BODEGAS A LOS**  
**DISTRIBUIDORES**

Ruta	Recorrido		
	De	A	Kms.
1	Zaragoza	Masagua	102.00
2	Zaragoza	Quetzaltenango	151.30
3	Zaragoza	Moyuta	166.70
4	Zaragoza	La Nueva Concepción	119.80
5	Zaragoza	Puerto Barrios	353.70
6	Tecpán	Masagua	126.60
7	Tecpán	Quetzaltenango	117.50
8	Tecpán	Moyuta	178.60
9	Tecpán	La Nueva Concepción	175.80
10	Tecpán	Puerto Barrios	377.30
11	Jalpatagua	Masagua	157.00
12	Jalpatagua	Quetzaltenango	296.60
13	Jalpatagua	Moyuta	22.50
14	Jalpatagua	La Nueva Concepción	229.10
15	Jalpatagua	Puerto Barrios	371.90
<b>Totales</b>			<b>2,946.40</b>

Fuente: elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

### 2.2.5.2 Disponibilidad y requerimiento mensual

**CUADRO 6**  
**DISPONIBILIDAD DE FERTILIZANTES, POR BODEGA, EN QUINTALES**

<b>Origen</b>	<b>Cantidad disponible</b>
Zaragoza	17,000
Jalpatagua	8,500
Tecpán	12,000
<b>Total</b>	<b>37,500</b>

Fuente: elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

**CUADRO 7**  
**REQUERIMIENTO DE FERTILIZANTE, POR DISTRIBUIDOR, EN QUINTALES**

<b>Destino</b>	<b>Cantidad requerida</b>
Moyuta	3,000
La Nueva Concepción	5,500
Quetzaltenango	9,200
Masagua	12,800
Puerto Barrios	4,100
<b>Total</b>	<b>34,600</b>

Fuente: elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

### 2.2.5.3 Determinación de los costos

La empresa brindo información financiera para determinar el costo de transporte. Tomando en cuenta para dicho costo los rubros de: Sueldo de piloto, alimentación, hospedaje, enlonado, combustible, carga y descarga, seguro, engrase, mantenimiento, recargas celular y llantas.

#### 2.2.5.3.1 Costo fijo total

A continuación, se presenta la información de la integración de los costos fijos totales.

**CUADRO 8**  
**COSTOS FIJOS TOTALES DE TRANSPORTE**  
**EN QUETZALES (Q)**  
**AÑO 2017**

Rubro	Costos mensuales en Q.	Costos por día en Q. (30 días)	Costos por día en Q. (8 horas)
Sueldo de piloto	3,500.00	116.67	14.58
Enlonado	25.00	0.83	0.10
Carga y descarga	550.00	18.33	2.29
Seguro	350.00	11.67	1.46
Engrase	100.00	3.33	0.42
Celular	100.00	3.33	0.42
<b>Total</b>	<b>4,625.00</b>	<b>154.17</b>	<b>19.27</b>

Fuente: Elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

Se determinó que los costos fijos de transporte de la empresa ascienden a Q.19.27 por hora, aproximadamente.

### 2.2.5.3.2 Costos variables

Los costos variables que la empresa toma en consideración para cada distribución basado en la ruta que corresponda son los siguientes:

- Costo de combustible (diésel); el precio promedio del combustible es de Q.18.40 por galón y el recorrido que realiza el cabezal por galón es de 6.5 KMS.

$$\text{Kms. } Q.18.40 / 6.5 \text{ Kms} = Q.2.830769231$$

- El costo promedio de mantenimiento es de Q.1,200.00 de servicio menor total; por lo que se estima un costo promedio de  $Q.1,200.00 / 2,946.40 \text{ Kms} = 0.407276676$
- El costo de la alimentación es de Q.75.00 por piloto.

- El costo del hospedaje se brinda únicamente cuando la ruta es larga y pagan Q.150.00 al piloto.
- Se efectúa el cambio de llantas cada dos años y cada unidad cuenta con 18 llantas y el precio estimado de cada llanta es de Q.2,000.00; el costo aproximado de gasto de llantas total es de  $Q.2,000.00 * 18 / 24 / 2,946.40 = Q.0.509095845$
- La capacidad de transporte de las plataformas es de 550 quintales por cada viaje.

### 2.2.5.3.3 Costo de combustible por km. Recorrido

Para el cálculo del costo promedio de combustible se tomó como base la información proporcionada por la empresa.

**CUADRO 9**  
**COSTO DE COMBUSTIBLE POR KMS. RECORRIDOS, AÑO 2017**

Ruta	Recorrido		Kilometros	Costo de combustible por Km.	Costo variable de combustible por ruta
	De	A			
1	Zaragoza	Masagua	102.00	2.830769231	288.74
2	Zaragoza	Quetzaltenango	151.30	2.830769231	428.30
3	Zaragoza	Moyuta	166.70	2.830769231	471.89
4	Zaragoza	La Nueva Concepción	119.80	2.830769231	339.13
5	Zaragoza	Puerto Barrios	353.70	2.830769231	1,001.24
6	Tecpán	Masagua	126.60	2.830769231	358.38
7	Tecpán	Quetzaltenango	117.50	2.830769231	332.62
8	Tecpán	Moyuta	178.60	2.830769231	505.58
9	Tecpán	La Nueva Concepción	175.80	2.830769231	497.65
10	Tecpán	Puerto Barrios	377.30	2.830769231	1,068.05
11	Jalpatagua	Masagua	157.00	2.830769231	444.43
12	Jalpatagua	Quetzaltenango	296.60	2.830769231	839.61
13	Jalpatagua	Moyuta	22.50	2.830769231	63.69
14	Jalpatagua	La Nueva Concepción	229.10	2.830769231	648.53
15	Jalpatagua	Puerto Barrios	371.90	2.830769231	1,052.76
<b>Totales</b>			<b>2,946.40</b>		<b>8,340.58</b>

Fuente: elaboración propia, con información proporcionada por la empresa.

#### 2.2.5.3.4 Costo de mantenimiento

Se determina por ruta el cálculo promedio de mantenimiento de la forma siguiente con la información proporcionada por la empresa.

**CUADRO 10**  
**COSTO DE MANTENIMIENTO POR KMS. RECORRIDOS**  
**AÑO 2017**

Ruta	Recorrido		Kilometros	Costo de combustible por Km.	Costo variable de combustible por ruta
	De	A			
1	Zaragoza	Masagua	102.00	0.407276676	41.54
2	Zaragoza	Quetzaltenango	151.30	0.407276676	61.62
3	Zaragoza	Moyuta	166.70	0.407276676	67.89
4	Zaragoza	La Nueva Concepción	119.80	0.407276676	48.79
5	Zaragoza	Puerto Barrios	353.70	0.407276676	144.05
6	Tecpán	Masagua	126.60	0.407276676	51.56
7	Tecpán	Quetzaltenango	117.50	0.407276676	47.86
8	Tecpán	Moyuta	178.60	0.407276676	72.74
9	Tecpán	La Nueva Concepción	175.80	0.407276676	71.60
10	Tecpán	Puerto Barrios	377.30	0.407276676	153.67
11	Jalpatagua	Masagua	157.00	0.407276676	63.94
12	Jalpatagua	Quetzaltenango	296.60	0.407276676	120.80
13	Jalpatagua	Moyuta	22.50	0.407276676	9.16
14	Jalpatagua	La Nueva Concepción	229.10	0.407276676	93.31
15	Jalpatagua	Puerto Barrios	371.90	0.407276676	151.47
<b>Totales</b>			<b>2,946.40</b>		<b>1,200.00</b>

Fuente: Elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

#### 2.2.5.3.5 Costo variable por ruta

Para el cálculo de los costos variables aproximados de las rutas se toma en consideración toda la información proporcionada por la empresa. Es importante mencionar que los rubros de alimentación y hospedaje se toman en cuenta sí y solo sí la ruta se entiende en horario y la distancia de la bodega de distribución se encuentra retirada de la bodega de destino. Se presenta la información de la siguiente forma:

**CUADRO 11**  
**COSTO VARIABLE POR RUTA**  
**EN QUETZALES (Q)**  
**AÑO 2017**

Ruta	Recorrido		Kilometros	Costo promedio de combustible	Costo promedio de mantenimiento	Costo promedio de hospedaje	Costo promedio de alimentación	Costo promedio de cambio de llantas	Costo total variable por ruta
	De	A							
1	Zaragoza	Masagua	102.00	288.74	41.54	0.00	75.00	415.42	820.70
2	Zaragoza	Quetzaltenango	151.30	428.30	61.62	0.00	75.00	616.21	1,181.13
3	Zaragoza	Moyuta	166.70	471.89	67.89	0.00	75.00	678.93	1,293.71
4	Zaragoza	La Nueva Concepción	119.80	339.13	48.79	0.00	75.00	487.92	950.84
5	Zaragoza	Puerto Barrios	353.70	1,001.24	144.05	150.00	75.00	1,440.54	2,810.84
6	Tecpán	Masagua	126.60	358.38	51.56	0.00	75.00	515.61	1,000.55
7	Tecpán	Quetzaltenango	117.50	332.62	47.86	0.00	75.00	478.55	934.02
8	Tecpán	Moyuta	178.60	505.58	72.74	0.00	75.00	727.40	1,380.71
9	Tecpán	La Nueva Concepción	175.80	497.65	71.60	0.00	75.00	715.99	1,360.24
10	Tecpán	Puerto Barrios	377.30	1,068.05	153.67	150.00	75.00	1,536.65	2,983.36
11	Jalpatagua	Masagua	157.00	444.43	63.94	0.00	75.00	639.42	1,222.79
12	Jalpatagua	Quetzaltenango	296.60	839.61	120.80	150.00	75.00	1,207.98	2,393.38
13	Jalpatagua	Moyuta	22.50	63.69	9.16	0.00	75.00	91.64	239.50
14	Jalpatagua	La Nueva Concepción	229.10	648.53	93.31	150.00	75.00	933.07	1,899.91
15	Jalpatagua	Puerto Barrios	371.90	1,052.76	151.47	150.00	75.00	1,514.67	2,943.90
<b>Totales</b>			<b>2,946.40</b>	<b>8,340.58</b>	<b>1,200.00</b>	<b>750.00</b>	<b>1,125.00</b>	<b>12,000.00</b>	<b>23,415.58</b>

Fuente: Elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

### 2.2.5.3.6 Integración de los costos

Se estiman los costos totales con base en la información proporcionada por la empresa y los cálculos respectivos, realizados para la determinación de los rubros respectivos.

**CUADRO 12**  
**COSTOS TOTALES POR RUTA**  
**EN QUETZALES (Q)**  
**AÑO 2017**

Ruta	Recorrido		Costo fijo total por ruta (4,625/15 rutas)	Costo total variable por ruta	Costo totales por ruta
	De	A			
1	Zaragoza	Masagua	308.3333333	820.70	1,129.03
2	Zaragoza	Quetzaltenango	308.3333333	1,181.13	1,489.46
3	Zaragoza	Moyuta	308.3333333	1,293.71	1,602.05
4	Zaragoza	La Nueva Concepción	308.3333333	950.84	1,259.17
5	Zaragoza	Puerto Barrios	308.3333333	2,810.84	3,119.17
6	Tecpán	Masagua	308.3333333	1,000.55	1,308.88
7	Tecpán	Quetzaltenango	308.3333333	934.02	1,242.35
8	Tecpán	Moyuta	308.3333333	1,380.71	1,689.05
9	Tecpán	La Nueva Concepción	308.3333333	1,360.24	1,668.57
10	Tecpán	Puerto Barrios	308.3333333	2,983.36	3,291.70
11	Jalpatagua	Masagua	308.3333333	1,222.79	1,531.13
12	Jalpatagua	Quetzaltenango	308.3333333	2,393.38	2,701.72
13	Jalpatagua	Moyuta	308.3333333	239.50	547.83
14	Jalpatagua	La Nueva Concepción	308.3333333	1,899.91	2,208.24
15	Jalpatagua	Puerto Barrios	308.3333333	2,943.90	3,252.23
<b>Totales</b>			<b>4,625.00</b>	<b>23,415.58</b>	<b>28,040.58</b>

Fuente: Elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

### 2.2.5.3.7 Determinación de costos unitarios

La determinación del costo unitario se determina a través de cálculos matemáticos aplicados, con base en la información financiera presentada por la empresa; en el cuadro siguiente se presenta los datos obtenidos por ruta.



**CUADRO 13**  
**COSTOS UNITARIOS POR QUINTAL**  
**EN QUETZALES (Q)**  
**AÑO 2017**

Ruta	Recorrido		Costo total por ruta	Capacidad de plataforma en quintales	Costo por quintal de fertilizante
	De	A			
1	Zaragoza	Masagua	1,129.03	550	2.05
2	Zaragoza	Quetzaltenango	1,489.46	550	2.71
3	Zaragoza	Moyuta	1,602.05	550	2.91
4	Zaragoza	La Nueva Concepción	1,259.17	550	2.29
5	Zaragoza	Puerto Barrios	3,119.17	550	5.67
6	Tecpán	Masagua	1,308.88	550	2.38
7	Tecpán	Quetzaltenango	1,242.35	550	2.26
8	Tecpán	Moyuta	1,689.05	550	3.07
9	Tecpán	La Nueva Concepción	1,668.57	550	3.03
10	Tecpán	Puerto Barrios	3,291.70	550	5.98
11	Jalpatagua	Masagua	1,531.13	550	2.78
12	Jalpatagua	Quetzaltenango	2,701.72	550	4.91
13	Jalpatagua	Moyuta	547.83	550	1.00
14	Jalpatagua	La Nueva Concepción	2,208.24	550	4.01
15	Jalpatagua	Puerto Barrios	3,252.23	550	5.91
<b>Totales</b>			<b>28,040.58</b>		

Fuente: Elaboración propia, con información proporcionada por la empresa

**2.2.5.3.8 Distribución actual**

En la actualidad la empresa no cuenta con un programa de distribución de transporte; por lo tanto, según la información proporcionada por el gerente de la empresa es que la distribución es realizada según la existencia de cada bodega.

## **CAPÍTULO III**

### **APLICACIÓN DEL MODELO DE TRANSPORTE PARA DETERMINAR EL PROGRAMA ÓPTIMO DE DISTRIBUCIÓN, EN LA DISTRIBUIDORA DE FERTILIZANTES, UBICADA EN ZARAGOZA, CHIMALTENANGO**

#### **3.1 JUSTIFICACIÓN DE LA APLICACIÓN DEL MODELO**

El poco control que se lleva de las rutas, no permite a la empresa establecer una distribución óptima de sus productos, por lo que es necesario implementar un modelo matemático que permita optimizar el tiempo de entrega en las distribuidoras. Con la implementación del modelo de transporte, la distribuidora de fertilizantes podrá encontrar el programa óptimo de distribución, que le ayude a reducir los costos por transporte de productos, de sus bodegas a sus distribuidoras.

#### **3.2 OBJETIVOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO**

##### **3.2.1 General**

Brindar a la distribuidora de fertilizantes, varios programas de distribución, del fertilizante de sus bodegas a los distribuidores, factibles y el óptimo, así como, una herramienta matemática para la actualización de los programas.

##### **3.2.2 Específico**

Desarrollar el modelo matemático de transporte, a través de sus métodos, esquina noroeste (MEN), mínimo costo (MMC), aproximación de vogel (MAV) y pasos secuenciales, para que le permitan determinar las rutas que le minimizarán los costos de transporte.

### 3.3 APLICACIÓN DEL MODELO DE TRANSPORTE

#### 3.3.1 Planteamiento de la función objetivo

$$\text{F.O. MINZ} = 5.67X_{11} + 2.29X_{12} + 2.71X_{13} + 2.05X_{14} + 2.91X_{15} + 5.98X_{21} + 3.03X_{22} \\ + 2.26X_{23} + 2.38X_{24} + 3.07X_{25} + 5.91X_{31} + 4.01X_{32} + 4.91X_{33} + 2.78X_{34}$$

#### 3.3.2 Planteamiento de las restricciones

##### Origen

- 1)  $X_{11}+X_{12}+X_{13}+X_{14}+X_{15} \geq 17,000$
- 2)  $X_{21}+X_{22}+X_{23}+X_{24}+X_{25} \geq 8,500$
- 3)  $X_{31}+X_{32}+X_{33}+X_{34}+X_{35} \geq 12,000$

##### Destino

- 1)  $X_{11}+X_{21}+X_{31} \geq 3,000$
- 2)  $X_{12}+X_{22}+X_{32} \geq 5,500$
- 3)  $X_{13}+X_{23}+X_{33} \geq 9,200$
- 4)  $X_{14}+X_{24}+X_{34} \geq 5,500$
- 5)  $X_{15}+X_{25}+X_{35} \geq 2,900$

#### 3.3.3 Construcción de la matriz inicial

Origen	Cantidad a distribuir	Destino	Cantidad requerida
Zaragoza	17,000	Moyuta	3,000
Jalpatagua	8,500	La nueva concepción	5,500
Tecpan	12,000	Quetzaltenango	9,200
<b>Total</b>	<b>37,500</b>	Masagua	12,800
		Puerto Barrios	4,100
		<b>Total</b>	<b>34,600</b>

La cantidad ofertada es de 37,500 (sumatoria de las disponibilidades en cada bodega) y la cantidad requerida es de 34,600 (sumatoria de la demanda insatisfecha en las distribuidoras) la diferencia es de 2,900; por lo tanto, por no ser el problema homogéneo, se hace necesario crear un destino ficticio, ya que la oferta es mayor a la demanda.

De \ A	Puerto Barrios	La Nueva	Quetzaltenango	Masagua	Moyuta	Ficticio	OFERTA
Zaragoza	5.67	2.29	2.71	2.05	2.91	0.00	17,000
Tecpan	5.98	3.03	2.26	2.38	3.07	0.00	8,500
Jalpatagua	5.91	4.01	4.91	2.78	1.00	0.00	12,000
DEMANDA	3,000	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900	37,500
							37,500

### 3.4 SOLUCIÓN DEL MODELO DE TRANSPORTE

#### 3.4.1 Desarrollo del método esquina nor-oeste (MEN)

De \ A	Puerto Barrios	La Nueva	Quetzaltenango	Masagua	Moyuta	Ficticio	OFERTA	OFERTA 1	OFERTA 2	OFERTA 3	OFERTA 4	OFERTA 5	OFERTA 6	OFERTA 7	OFERTA 8
Zaragoza	5.67 3,000	2.29 5,500	2.71 8,500	2.05 x	2.91 x	0.00 x	17,000	14,000	8,500	0	0	0	0	0	0
Tecpán	5.98 x	3.03 x	2.26 700	2.38 7,800	3.07 x	0.00 x	8,500	8,500	8,500	8,500	7,800	0	0	0	0
Jalpatagua	5.91 x	4.01 x	4.91 x	2.78 5,000	1.00 4,100	0.00 2,900	12,000	12,000	12,000	12,000	12,000	12,000	7,000	2,900	0
DEMANDA	3,000	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900	37,500	37,500							
DEMANDA 1	0	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900									
DEMANDA 2	0	0	9,200	12,800	4,100	2,900									
DEMANDA 3	0	0	700	12,800	4,100	2,900									
DEMANDA 4	0	0	0	12,800	4,100	2,900									
DEMANDA 5	0	0	0	5,000	4,100	2,900									
DEMANDA 6	0	0	0	0	4,100	2,900									
DEMANDA 7	0	0	0	0	0	2,900									
DEMANDA 8	0	0	0	0	0	0									

#### Programa de distribución (ESQUINA NOROESTE)

DE	A	CANTIDAD	COSTO/U	COSTO/T
Zaragoza	Puerto Barrios	3,000	5.67	17,010.00
Zaragoza	La Nueva	5,500	2.29	12,595.00
Zaragoza	Quetzaltenango	8,500	2.71	23,035.00
Tecpán	Quetzaltenango	700	2.26	1,582.00
Tecpán	Masagua	7,800	2.38	18,564.00
Jalpatagua	Masagua	5,000	2.78	13,900.00
Jalpatagua	Moyuta	4,100	1.00	4,100.00
Jalpatagua	Ficticio	2,900	0.00	0.00
		<b>37,500</b>	<b>GRAN TOTAL</b>	<b>90,786.00</b>

### 3.4.2 Desarrollo del método mínimo costo (MMC)

De \ A	Puerto Barrios	La Nueva	Quetzaltenango	Masagua	Moyuta	Ficticio	OFERTA	OFERTA 1	OFERTA 2	OFERTA 3	OFERTA 4	OFERTA 5	OFERTA 6	OFERTA 7	OFERTA 8
Zaragoza	5.67 x	<sup>4</sup> 2.29 4,200	2.71 x	<sup>2</sup> 2.05 12,800	2.91 x	0	17,000	17,000	4,200	4,200	0	0	0	0	0
Tecpán	5.98 x	<sup>3</sup> 3.03 x	2.26 8,500	2.38 x	3.07 x	0	8,500	8,500	8,500	0	0	0	0	0	0
Jalpatagua	<sup>7</sup> 5.91 3,000	<sup>5</sup> 4.01 1,300	<sup>6</sup> 4.91 700	2.8 x	<sup>1</sup> 1.00 4,100	<sup>8</sup> 0 2,900	12,000	7,900	7,900	7,900	7,900	6,600	5,900	2,900	0
DEMANDA	3,000	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900	37,500	37,500							
DEMANDA 1	3,000	5,500	9,200	12,800	0	2,900									
DEMANDA 2	3,000	5,500	9,200	0	0	2,900									
DEMANDA 3	3,000	5,500	700	0	0	2,900									
DEMANDA 4	3,000	1,300	700	0	0	2,900									
DEMANDA 5	3,000	0	700	0	0	2,900									
DEMANDA 6	3,000	0	0	0	0	2,900									
DEMANDA 7	0	0	0	0	0	2,900									
DEMANDA 8	0	0	0	0	0	0									

#### Programa de distribución (MÍNIMO COSTO)

DE	A	CANTIDAD	COSTO/U	COSTO/T
Zaragoza	La Nueva	4,200	2.29	9,618.00
Zaragoza	Masagua	12,800	2.05	26,240.00
Tecpán	Quetzaltenango	8,500	2.26	19,210.00
Jalpatagua	Puerto Barrios	3,000	5.91	17,730.00
Jalpatagua	La Nueva	1,300	4.01	5,213.00
Jalpatagua	Quetzaltenango	700	4.91	3,437.00
Jalpatagua	Moyuta	4,100	1.00	4,100.00
Jalpatagua	Ficticio	2,900	0.00	0.00
		<b>37,500</b>	<b>GRAN TOTAL</b>	<b>85,548.00</b>

### 3.4.3 Desarrollo del método aproximación de vogel (MAV)

De	A	Puerto Barrios	La Nueva	Quetzaltenango	Masagua	Moyuta	Ficticio	OFERTA	MULTA 1	OFERTA 1	MULTA 2	OFERTA 2	MULTA 3	OFERTA 3	MULTA 4	OFERTA 4	MULTA 5	OFERTA 5	MULTA 6	OFERTA 6	OFERTA 7
Zaragoza	7	5.67 3,000	2.3 5,500	2.71 700	2.05 4,900	2.91 x	0 2,900	17,000	0.24	17,000	0.24	17,000	0.24	11,500	0.66	6,600	2.96	6,600	2.96	5,900	0
Tecpán		5.98 x	3 x	2.26 8,500	2.38 x	3.07 x	0 x	8,500	0.12	8,500	0.12	8,500	0.12	8,500	0.12	8,500	3.72	0	x	0	0
Jalpatagua		5.91 x	4 x	4.91 x	2.78 7,900	1.00 4,100	0 x	12,000	1.78	7,900	1.23	0	x	0	x	0	x	0	x	0	0
DEMANDA		3,000	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900	37,500													
MULTA 1		0.24	0.74	0.45	0.33	1.91	x														
DEMANDA 1		3,000	5,500	9,200	12,800	0	2,900														
MULTA 2		0.24	0.74	0.45	0.33	x	x														
DEMANDA 2		3,000	5,500	9,200	4,900	0	2,900														
MULTA 3		0.31	0.74	0.45	0.33	x	x														
DEMANDA 3		3,000	0	9,200	4,900	0	2,900														
MULTA 4		0.31	x	0.45	0.33	x	x														
DEMANDA 4		3,000	0	9,200	0	0	2,900														
MULTA 5		0.31	x	0.45	x	x	x														
DEMANDA 5		3,000	0	700	0	0	2,900														
MULTA 6		x	x	x	x	x	x														
DEMANDA 6		3,000	0	0	0	0	2,900														
DEMANDA 7		0	0	0	0	0	0														

### Programa de distribución (APROXIMACIÓN DE VOGEL)

DE	A	CANTIDAD	COSTO/U	COSTO/T
Zaragoza	Puerto Barrios	3,000	5.67	17,010.00
Zaragoza	La nueva	5,500	2.29	12,595.00
Zaragoza	Quetzaltenango	700	2.71	1,897.00
Zaragoza	Masagua	4,900	2.05	10,045.00
Zaragoza	Ficticio	2,900	0.00	0.00
Tecpán	Quetzaltenango	8,500	2.26	19,210.00
Jalpatagua	Masagua	7,900	2.78	21,962.00
Jalpatagua	Moyuta	4,100	1.00	4,100.00
		<b>37,500</b>	<b>GRAN TOTA</b>	<b>86,819.00</b>

### 3.4.4 Desarrollo del método pasos secuenciales

Se hará una evaluación, del programa de distribución factible, elaborado por el método de vogel, estableciendo ciclos y calculando costos marginales, para cada celda sin asignación, con el propósito de verificar si es el programa de distribución óptimo.

Ciclo 1

5.67	2.29	2.71	-	2.05	+	2.91	0
3,000	5,500	700		4,900	→ INICIO		2,900
5.98	3.03	2.26	↑	2.38		3.07	0
		8,500					
5.91	4.01	4.91	+	2.78	-	1.00	0
				7,900	←	4,100	

Costo marginal fila1/columna5

$$2.91 - 1.00 + 2.78 - 2.05 = 2.64$$

Ciclo 2

-	5.67	2.29	+	2.71	2.05	2.91	0.00
	3,000	5,500	→	700	4,900		2900
+	5.98	3.03	↓	2.26	2.38	3.07	0.00
	INICIO		←	8,500			
	5.91	4.01		4.91	2.78	1.00	0.00
				7,900	4,100		

Costo marginal fila2/columna1

$$5.98 - 5.67 + 2.71 - 2.26 = 0.76$$



Ciclo 3

5.67	-	2.29	+	2.71	-	2.05	2.91	0.00
3,000		5,500		700		4,900		2900
5.98	+	3.03	-	2.26	+	2.38	3.07	0.00
		INICIO		8,500				
5.91		4.01		4.91		2.78	1.00	0.00
						7,900	4,100	

Costo marginal fila2/columna2

$$3.03 - 2.29 + 2.71 - 2.26 = 1.19$$

Ciclo 4

5.67		2.29	+	2.71	-	2.05	2.91	0.00
3,000		5,500		700		4,900		2900
5.98		3.03	-	2.26	+	2.38	3.07	0.00
				8,500		INICIO		
5.91		4.01		4.91		2.78	1.00	0.00
						7,900	4,100	

Costo marginal fila2/columna4

$$2.38 - 2.26 + 2.71 - 2.05 = 0.78$$

Ciclo 5

5.67		2.29	+	2.71	-	2.05	2.91	0.00
3,000		5,500		700		4,900		2900
5.98		3.03	-	2.26	+	2.38	3.07	0.00
				8,500		INICIO		
5.91		4.01		4.91	+	2.78	1.00	0.00
						7,900	4,100	

Costo marginal fila2/columna5

$$3.07 - 1 + 2.78 - 2.05 + 2.71 - 2.26 = 4.25$$

Ciclo 6

	5.67		2.29	+	2.71		2.05		2.91	-	0.00
	3,000		5,500		700		4,900				2,900
	5.98		3.03	-	2.26		2.38		3.07	+	0.00
					8,500						INICIO
	5.91		4.01		4.91		2.78		1.00		0.00
							7900		4,100		

Costo marginal fila2/columna6

$$0.00 - 2.26 + 2.71 - 0.00 = 0.45$$

Ciclo 7

-	5.67		2.29		2.71	+	2.05		2.91		0.00
	3,000		5,500		700		4,900				2,900
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
					8,500						
+	5.91		4.01		4.91	-	2.78		1.00		0.00
	INICIO						7,900		4,100		

Costo marginal fila3/columna1

$$5.91 - 5.67 + 2.05 - 2.78 = -0.49$$

Ciclo 8

	5.67	-	2.29		2.71	+	2.05		2.91		0.00
	3,000		5,500		700		4,900				2,900
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
					8,500						
	5.91	+	4.01		4.91	-	2.78		1.00		0.00
			INICIO				7,900		4,100		

Costo marginal fila3/columna2

$$4.01 - 2.29 + 2.05 - 2.78 = 0.99$$

Ciclo 9

5.67	2.29	-	2.71	+	2.05	2.91	0.00
3,000	5,500		700	→	4,900		2,900
5.98	3.03		2.26		2.38	3.07	0.00
			8,500				
5.91	4.01	+	4.91	-	2.78	1.00	0.00
			INICIO	←	7,900	4,100	

Costo marginal fila3/columna3

$$4.91 - 2.71 + 2.05 - 2.78 = 1.47$$

Ciclo 10

5.67	2.29		2.71	+	2.05	2.91	-	0.00
3,000	5,500		700		4,900	→		2,900
5.98	3.03		2.26		2.38	3.07		0.00
			8,500					
5.91	4.01		4.91	-	2.78	1.00	+	0.00
					7,900	←	4,100	INICIO

Costo marginal fila3/columna6

$$0.00 - 2.78 + 2.05 - 0.00 = -0.73$$

**Resumen costos marginales**

CICLO	COSTO MARGINAL
1	2.64
2	0.76
3	1.19
4	0.78
5	3.25
6	0.45

7	-0.49
8	0.99
9	1.47
10	-0.73

Los costos marginales con signo negativo indican que el costo total de distribución es factible reducirlo. Para hacer la redistribución se tomará como base el ciclo 10.

Para determinar la cantidad a reasignar, se comparan las asignaciones, de las celdas con signo negativo, y la cantidad menor se reasignará.

	5.67	2.29	2.71	+	2.05	2.91	-	0.00
	3,000	5,500	700		4,900			2,900
	5.98	3.03	2.26		2.38	3.07		0.00
			8,500					
	5.91	4.01	4.91	-	2.78	1.00	+	0.00
					7,900	4,100		INICIO

La cantidad a reasignar es de 2,900 unidades, sumando en la celda vacía (fila 3/columna 6), restando en la celda ocupada (fila 3/columna 4), sumando en la celda ocupada (fila 1/columna 4) y restando en la celda ocupada (fila 1/columna 6), así:

### Redistribución

De \ A	Puerto Barrios	La Nueva	Quetzaltenango	Masagua	Moyuta	Ficticio	OFERTA
Zaragoza	5.67 3,000	2.29 5,500	2.71 700	+	2.05 7,800	2.91 -	0 17,000
Tecpán	5.98	3.03	2.26 8,500		2.38	3.07 -	0 8,500
Jalpatagua	5.91	4.01	4.91	-	2.78 5,000	1.00 +	0 12,000
DEMANDA	3,000	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900	37,500 37,500

**Programa de redistribución (EVALUACIÓN PASOS SECUENCIALES)**

DE	A	CANTIDAD	COSTO/U	COSTO/T
Zaragoza	Puerto Barrios	3,000	5.67	17,010.00
Zaragoza	La nueva	5,500	2.29	12,595.00
Zaragoza	Quetzaltenango	700	2.71	1,897.00
Zaragoza	Masagua	7,800	2.05	15,990.00
Tecpán	Quetzaltenango	8,500	2.26	19,210.00
Jalpatagua	Masagua	5,000	2.78	13,900.00
Jalpatagua	Moyuta	4,100	1.00	4,100.00
Jalpatagua	Moyuta	2,900	0.00	0.00
		<b>34,600</b>	<b>GRAN TOTAL</b>	<b>84,702.00</b>

Establecer nuevamente ciclos y calcular costos marginales para determinar si, la redistribución, proporciona el programa de distribución óptimo.

Ciclo 1

5.67	2.29	2.71	-	2.05	+	2.91	0.00
3,000	5,500	700		7,800	→	INICIO	
5.98	3.03	2.26	↑	2.38		3.07	0.00
		8,500					
5.91	4.01	4.91	+	2.78	-	1.00	0.00
				5,000	←	4,100	2,900

Costo marginal fila1/columna5

$$2.91 - 1 + 2.78 - 2.05 = 2.63$$

Ciclo 2

5.67	2.29	2.71	-	2.05		2.91	+	0.00
3,000	5,500	700		7,800	→	INICIO		
5.98	3.03	2.26	↑	2.38		3.07		0.00
		8,500						
5.91	4.01	4.91	+	2.78	-	1.00	-	0.00
				5,000	←	4,100		2,900

Costo marginal fila1/columna6

$$0.00 - 0.00 + 2.78 - 2.05 = 0.73$$

Ciclo 3

-	5.67	2.29	+	2.71	2.05	2.91	0.00
	3,000	5,500		700	7,800		
+	5.98	3.03	-	2.26	2.38	3.07	0.00
	INICIO			8,500			
	5.91	4.01		4.91	2.78	1.00	0.00
				5,000	4,100	2,900	

Costo marginal fila2/columna1

$$5.98 - 2.67 + 2.29 - 2.26 = 3.34$$

Ciclo 4

	5.67	2.29	+	2.71	2.05	2.91	0.00
3,000		5,500		700	7,800		
	5.98	3.03	-	2.26	2.38	3.07	0.00
	INICIO			8,500			
	5.91	4.01		4.91	2.78	1.00	0.00
				5,000	4,100	2,900	

Costo marginal fila2/columna2

$$3.03 - 2.29 + 2.71 - 2.26 = 1.19$$

Ciclo 5

	5.67	2.29	+	2.71	2.05	2.91	0.00
3,000		5,500		700	7,800		
	5.98	3.03	-	2.26	2.38	3.07	0.00
				8,500	INICIO		
	5.91	4.01		4.91	2.78	1.00	0.00
				5,000	4,100	2,900	

Costo marginal fila2/columna4

$$2.38 - 2.26 + 2.71 - 2.05 = 0.78$$

Ciclo 6

	5.67		2.29	+	2.71	-	2.05		2.91		0.00
	3,000		5,500		700	←	7,800				
	5.98		3.03	-	2.26		2.38	+	3.07		0.00
					8,500	→			INICIO		
	5.91		4.01		4.91	+	2.78	-	1.00		0.00
							5,000	←	4,100		2,900

Costo marginal fila2/columna5

$$3.07 - 1 + 2.78 - 2.05 + 2.71 - 2.26 = 3.25$$

Ciclo 7

	5.67		2.29	+	2.71	-	2.05		2.91		0.00
	3,000		5,500		700	←	7,800				
	5.98		3.03	-	2.26		2.38		3.07	+	0.00
					8,500	→			INICIO		
	5.91		4.01		4.91	+	2.78		1.00	-	0.00
							5,000	←	4,100		2,900

Costo marginal fila2/columna6

$$0.00 - 0.00 + 2.78 - 2.05 + 2.71 - 2.26 = 1.18$$

Ciclo 8

-	5.67		2.29		2.71	+	2.05		2.91		0.00
	3,000	→	5,500		700	→	7,800				
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
					8,500						
+	5.91		4.01		4.91	-	2.78		1.00		0.00
	INICIO	←					5,000		4,100		2,900

Costo marginal fila3/columna1

$$5.91 - 5.67 + 2.05 - 2.78 = -0.49$$

Ciclo 9

	5.67	-	2.29		2.71	+	2.05		2.91		0.00
	3,000		5,500	→	700		7,800				
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
				↑	8,500						
	5.91	+	4.01		4.91	-	2.78		1.00		0.00
			INICIO	←			5,000		4,100		2,900

Costo marginal fila3/columna2

$$4.01 - 2.29 + 2.05 - 2.78 = 0.99$$

Ciclo 10

	5.67		2.29	-	2.71	+	2.05		2.91		0.00
	3,000		5,500		700	→	7,800				
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
				↑	8,500						
	5.91		4.01	+	4.91	-	2.78		1.00		0.00
					INICIO	←	5,000		4,100		2,900

Costo marginal fila3/columna3

$$4.91 - 2.71 + 2.05 - 2.78 = 1.47$$

Resumen costos marginales

CICLO	COSTO MARGINAL
1	2.64
2	0.73
3	0.76
4	1.19
5	0.78
6	3.25



7	1.18
8	-0.49
9	0.99
10	1.47

Los costos marginales con signo negativo indican que el costo total de distribución es factible reducirlo. Para hacer la redistribución se tomará como base el ciclo 8. La cantidad a reasignar será la menor asignación de la celda con signo negativo del ciclo.

-	5.67	2.29	2.71	+	2.05	2.91	0.00
	3,000	5,500	700		7,800		
	5.98	3.03	2.26		2.38	3.07	0.00
			8,500				
+	5.91	4.01	4.91	-	2.78	1.00	0.00
	INICIO				5,000	4,100	2,900

La cantidad a reasignar es de 3,000 unidades, sumando en la celda vacía (fila 3/columna 1), restando en la celda ocupada (fila 1/columna 1), sumando en la celda ocupada (fila 1/columna 4) y restando en la celda ocupada (fila 3/columna 4), así:

### Redistribución

De \ A	Puerto Barrios	La Nueva	Quetzaltenango	Masagua	Moyuta	Ficticio	OFERTA		
Zaragoza	-	5.67	2.29	2.71	+	2.05	2.91	0	17,000
		3,000	5,500	700		10,800			
Tecpán		5.98	3.03	2.26		2.38	3.07	0	8,500
			8,500						
Jalpatagua	+	5.91	4.01	4.91	-	2.78	1.00	0	12,000
		3,000				2,000	4,100	2,900	
DEMANDA		3,000	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900		37,500
									37,500

Establecer nuevamente ciclos y calcular costos marginales para determinar si, la redistribución, proporciona el programa de distribución óptimo.

Ciclo 1

+	5.67		2.29		2.71	-	2.05		2.91		0.00
	INICIO	← 5,500		700		→ 10,800					
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
				8,500							
-	5.91		4.01		4.91	+	2.78		1.00		0.00
	3,000	←				→ 2,000		4,100			2,900

Costo marginal fila1/columna1

$$5.67 - 2.05 + 2.78 - 5.91 = 0.49$$

Ciclo 2

	5.67		2.29		2.71	-	2.05	+	2.91		0.00
		5,500		700		10,800	→	INICIO			
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
				8,500							
	5.91		4.01		4.91	+	2.78	-	1.00		0.00
	3,000					2,000	←	4,100			2,900

Costo marginal fila1/columna5

$$2.91 - 1 + 2.78 - 2.05 = 2.64$$

Ciclo 3

	5.67		2.29		2.71	-	2.05		2.91	+	0.00
		5,500		700		10,800	→		INICIO		
	5.98		3.03		2.26		2.38		3.07		0.00
				8,500							
	5.91		4.01		4.91	+	2.78		1.00	-	0.00
	3,000					2,000	←	4,100			2,900

Costo marginal fila1/columna6

$$0.00 - 0.00 + 2.78 - 2.05 = 0.73$$

Ciclo 4

	5.67		2.29	+	2.71	-	2.05		2.91		0.00
			5,500		700	→	10,800				
+	5.98		3.03	-	2.26		2.38		3.07		0.00
	INICIO				8,500						
-	5.91		4.01		4.91	+	2.78		1.00		0.00
	3,000						2,000		4,100		2,900

Costo marginal fila2/columna1

$$5.98 - 2.26 + 2.71 - 2.05 + 2.78 - 5.91 = 1.25$$

Ciclo 5

	5.67	-	2.29	+	2.71		2.05		2.91		0.00
			5,500	→	700		10,800				
	5.98	+	3.03	-	2.26		2.38		3.07		0.00
			INICIO	←	8,500						
	5.91		4.01		4.91		2.78		1.00		0.00
	3,000						2,000		4,100		2,900

Costo marginal fila2/columna2

$$3.03 - 2.29 + 2.71 - 2.26 = 1.19$$

Ciclo 6

	5.67		2.29	+	2.71	-	2.05		2.91		0.00
			5,500		700	→	10,800				
	5.98		3.03	-	2.26	+	2.38		3.07		0.00
					8,500	←	INICIO				
	5.91		4.01		4.91		2.78		1.00		0.00
	3,000						2,000		4,100		2,900

Costo marginal fila2/columna4

$$2.38 - 2.26 + 2.71 - 2.05 = 0.78$$

Ciclo 7

5.67	2.29	+	2.71	-	2.05	2.91	0.00
	5,500		700	←	10,800		
5.98	3.03	-	2.26		2.38	+	3.07
			8,500	→			INICIO
5.91	4.01		4.91	+	2.78	-	1.00
3,000					2,000	←	4,100
							2,900

Costo marginal fila2/columna5

$$3.07 - 1.00 + 2.78 - 2.05 + 2.71 - 2.26 = 3.25$$

Ciclo 8

5.67	2.29	+	2.71	-	2.05	2.91	0.00
	5,500		700	←	10,800		
5.98	3.03	-	2.26		2.38	3.07	+
			8,500	→			INICIO
5.91	4.01		4.91	+	2.78	1.00	-
3,000					2,000	←	4,100
							2,900

Costo marginal fila2/columna6

$$0.00 - 0.00 + 2.78 - 2.05 + 2.71 - 2.26 = 1.18$$

Ciclo 9

5.67	2.29		2.71	+	2.05	2.91	0.00
	5,500	→	700		10,800		
5.98	3.03		2.26		2.38	3.07	0.00
			8,500				
5.91	4.01		4.91	-	2.78	1.00	0.00
3,000	INICIO	←			2,000	4,100	2,900

Costo marginal fila3/columna2

$$4.01 - 2.29 + 2.05 - 2.78 = 0.99$$

Ciclo 10

5.67	2.29	-	2.71	+	2.05	2.91	0.00
	5,500		700	→	10,800		
5.98	3.03		2.26		2.38	3.07	0.00
			8,500				
5.91	4.01	+	4.91	-	2.78	1.00	0.00
3,000			INICIO	←	2,000	4,100	2,900

Costo marginal fila3/columna3

$$4.91 - 2.71 + 2.05 - 2.78 = 1.47$$

Resumen costos marginales

CICLO	COSTO MARGINAL
1	0.49
2	2.64
3	0.73
4	1.25
5	1.19
6	0.78
7	3.25
8	1.18
9	0.99
10	1.47

Todos los costos marginales son positivos, lo que indica que el costo total de distribución ya no es posible reducirlo, para determinar el programa óptimo de distribución, se tomara como base la última redistribución.

De \ A	Puerto Barrios	La Nueva	Quetzaltenango	Masagua	Moyuta	Ficticio	OFERTA
Zaragoza	5.67	2.29	2.71	2.05	2.91	0	17,000
		5,500	700	10,800			
Tecpan	5.98	3.03	2.26	2.38	3.07	0	8,500
			8,500				
Jalpatagua	5.91	4.01	4.91	2.78	1.00	0	12,000
	3,000			2,000	4,100	2,900	
DEMANDA	3,000	5,500	9,200	12,800	4,100	2,900	37,500
							37,500

**Programa de distribución óptimo (EVALUACIÓN PASOS SECUENCIALES)**

DE	A	CANTIDAD	COSTO/U	COSTO/T
Zaragoza	La Nueva	5,500	2.29	12,595.00
Zaragoza	Quetzaltenango	700	2.71	1,897.00
Zaragoza	Masagua	10,800	2.05	22,140.00
Tecpán	Quetzaltenango	8,500	2.26	19,210.00
Jalpatagua	Puerto Barrios	3,000	5.91	17,730.00
Jalpatagua	Masagua	2,000	2.78	5,560.00
Jalpatagua	Moyuta	4,100	1.00	4,100.00
Jalpatagua	Ficticio	2,900	0.00	0.00
		<b>37,500</b>	<b>GRAN TOTAL</b>	<b>83,232.00</b>

**3.5 COMPARACIÓN DE LOS PROGRAMAS FACTIBLES Y ÓPTIMO DE DISTRIBUCIÓN CON LOS COSTOS ACTUALES.**

MÉTODO DE SOLUCIÓN	SIN MODELO MATEMÁTICO	CON MODELO MATEMÁTICO	DIFERENCIA
ESQUINA NOROESTE	Q100,000.00	Q90,786.00	<b>Q9,214.00</b>
MÍNIMO COSTO	Q100,000.00	Q85,548.00	<b>Q14,452.00</b>
APROXIMACIÓN DE VOGEL	Q100,000.00	Q86,819.00	<b>Q13,181.00</b>
PASOS SECUENCIALES (FACTIBLE)	Q100,000.00	Q84,702.00	<b>Q15,298.00</b>
PASOS SECUENCIALES (ÓPTIMO)	Q100,000.00	Q83,232.00	<b>Q16,768.00</b>

Como se puede notar, todos los programas factibles y el óptimo dan una diferencia positiva, la cual indica que al distribuir con cualquier programa determinado a través del método de transporte, reduce el costo de transportación de manera razonada.

## Conclusiones

1. La distribuidora carece de un programa de distribución, el cual no le permite organizar las rutas de una forma eficiente; así mismo, le ocasiona elevados costos de transporte.
2. La distribuidora no aplica ninguna herramienta matemática que le permita elaborar un programa óptimo para la distribución de su producto.
3. Al realizar la investigación y aplicar el modelo para elaborar un programa de distribución, se determinó que es factible reducir los costos de transportes actuales.
4. Se determinó que la distribuidora de fertilizantes tiene costos de distribución que oscilan en Q.100,00.00 mensuales por el traslado de 37,500 unidades, de sus bodegas a sus distribuidores. Luego de aplicar el modelo matemático de transporte se determinó que el costo para transportar las mismas unidades puede ser de Q.83,232.00, logrando una disminución de Q.16,768.00.



## **Recomendaciones**

1. La distribuidora debe elaborar un programa de distribución utilizando una herramienta matemática, que le permita facilitar la transportación de su producto.
2. La distribuidora debe aplicar el modelo de transporte, a través de sus tres métodos factibles (esquina noroeste, mínimo costo, aproximación de vogel) y hacer una evaluación con el método de los pasos secuenciales.
3. Para trasladar el fertilizante de sus bodegas, a los distribuidores debe de tomar como base el programa de distribución óptimo encontrado en este estudio.
4. Para mantener la reducción en los costos totales mensuales de distribución deberá de aplicar el método mensualmente.

## **Bibliografía**

1. Buffa, E. S. y Dyer, J. S. 1983. Ciencias de la Administración e Investigación de Operaciones. 1a. ed. México. LIMUSA. 851 p.
2. Eppen, G. D. y Gould F. J. 1987. Investigación de Operaciones en la Ciencia Administrativa. 1a. ed. México. Prentice Hall Hispanoamericana, s.a. 783 p.
3. Hillier, F. y Lieberman, G 2006. Introducción a la Investigación de Operaciones. 9va Edición. México. McGraw-Hill. Interamericana editores. S.A. de CV. 1064 páginas.
4. Hillier, F. y Lieberman. Métodos Cuantitativos para Administración. 3era Edición. México. McGraw-Hill. Interamericana editores. S.A. de CV. 602 páginas.
5. Kamlesh Mathur, Daniel Solow. Investigación de Operaciones. 1ra Edición México. Prentice Hall. 977 páginas
6. Mathur, K. y Solow D. 1996. Investigación de Operaciones. 1ra. Edición México. Prentice Hall. 977 p
7. Monks, J. G., 1991. Administración de Operaciones. México. McGraw-Hill. 412 p.
8. Piloña Ortiz, G. A. 2002. Métodos y Técnicas de Investigación Documental y de Campo. 5a. ed. Guatemala. 178 p.
9. Robledo, C. Proceso de la Investigación Científica. Compilación. Guatemala. 259 p.
10. Ross Westerfield Jordan. Fundamentos de finanzas corporativas. 10ma edición. México. McGraw-Hill. Interamericana editores. S.A. de CV. 751 páginas.
11. Taha, H. A. 1987. Investigación de Operaciones, 2a. ed. México. Macmillan Publishing Co. 989 p.

### **e-grafia**

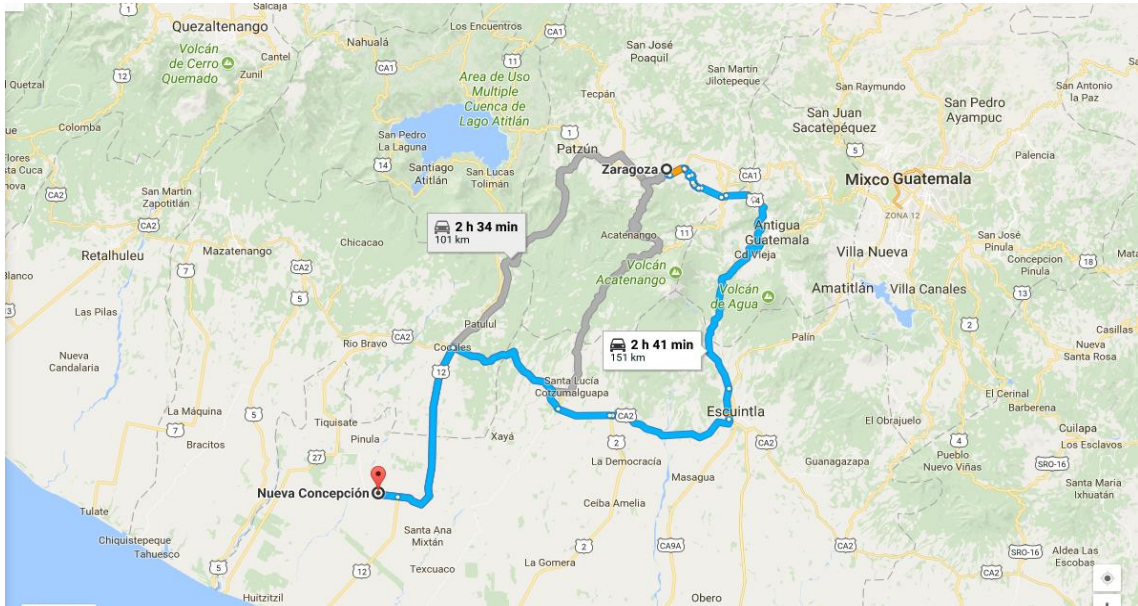
12. Definición y aplicación del modelo de transporte. (en línea). Disponible en:  
[http://www.investigacion-operaciones.com/modelo\\_de\\_transporte.htm](http://www.investigacion-operaciones.com/modelo_de_transporte.htm).
13. Instituto Nacional de Cooperativa –INACOP- “Estatutos de la Cooperativa Integral de Consumo de Pequeños Productores de Pan Popular Responsabilidad Limitada”, Guatemala, C.A. 37 p.
14. Método de transporte. (En línea) Disponible en:  
<http://investigaciondeoperacionesind331.blogspot.com/p/.html>.
15. Modelos matemáticos. (En línea) Disponible en:  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Modelo\\_matem%C3%A1tico](http://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_matem%C3%A1tico).

Anexos

# ANEXO 1: MAPAS DE RECORRIDO DE BOGAS A DISTRIBUIDORES

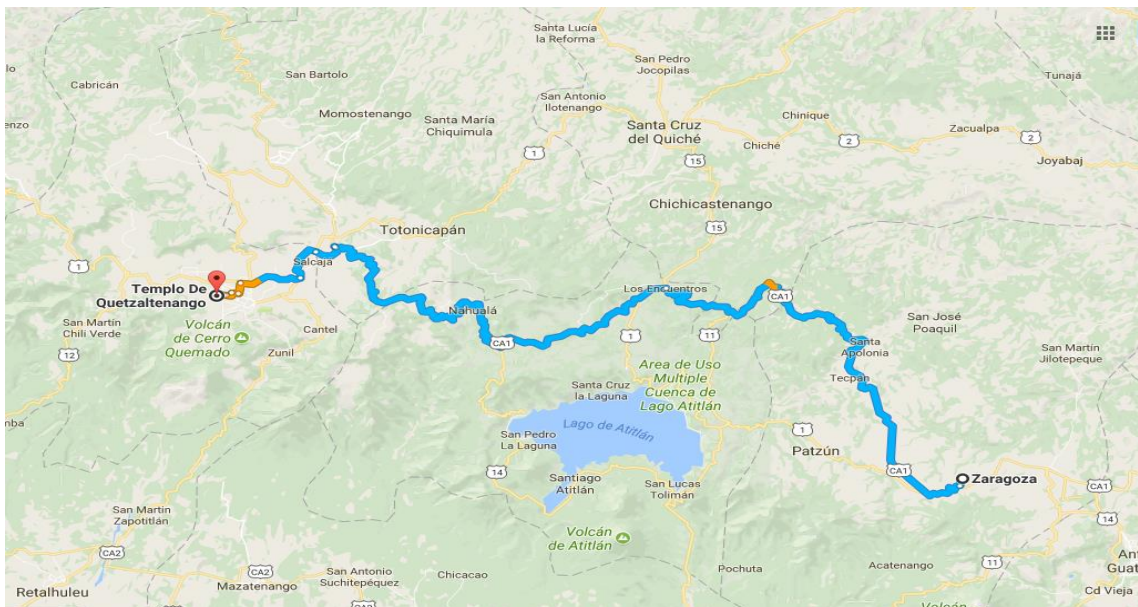
## ruta 1

### ZARAGOZA A LA NUEVA CONCEPCIÓN

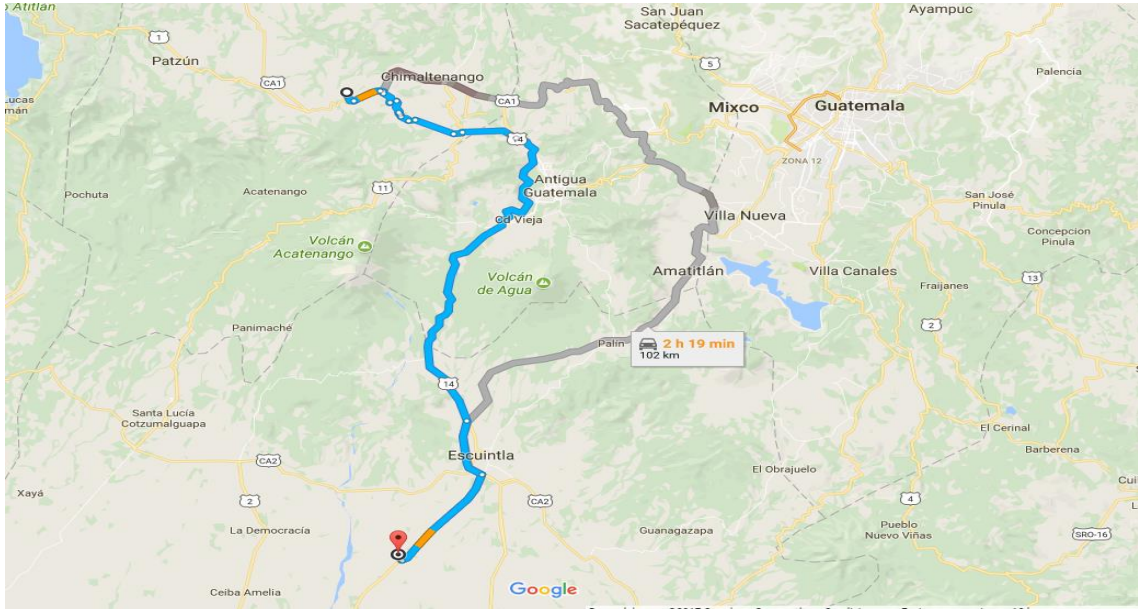


## ruta 2

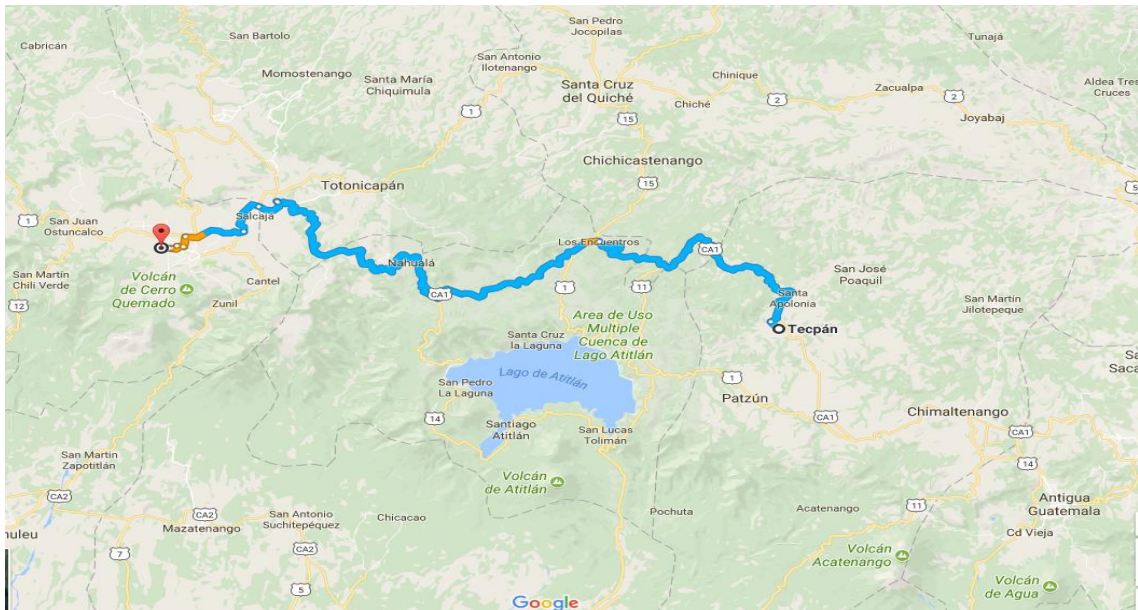
### ZARAGOZA A QUETZALTENANGO



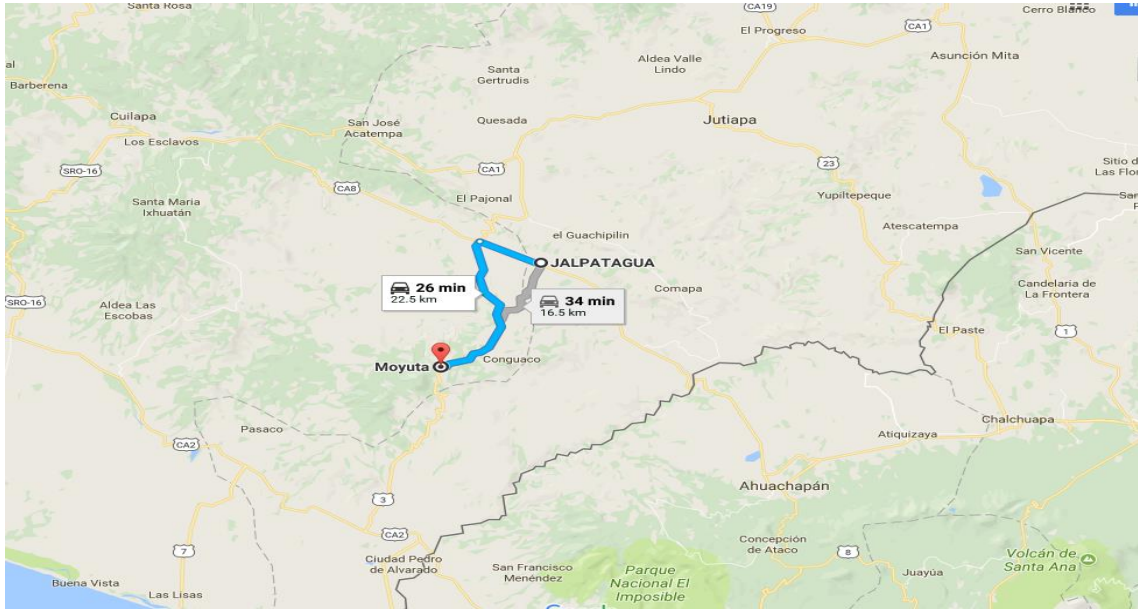
### RUTA 3 ZARAGOZA A MASAGUA



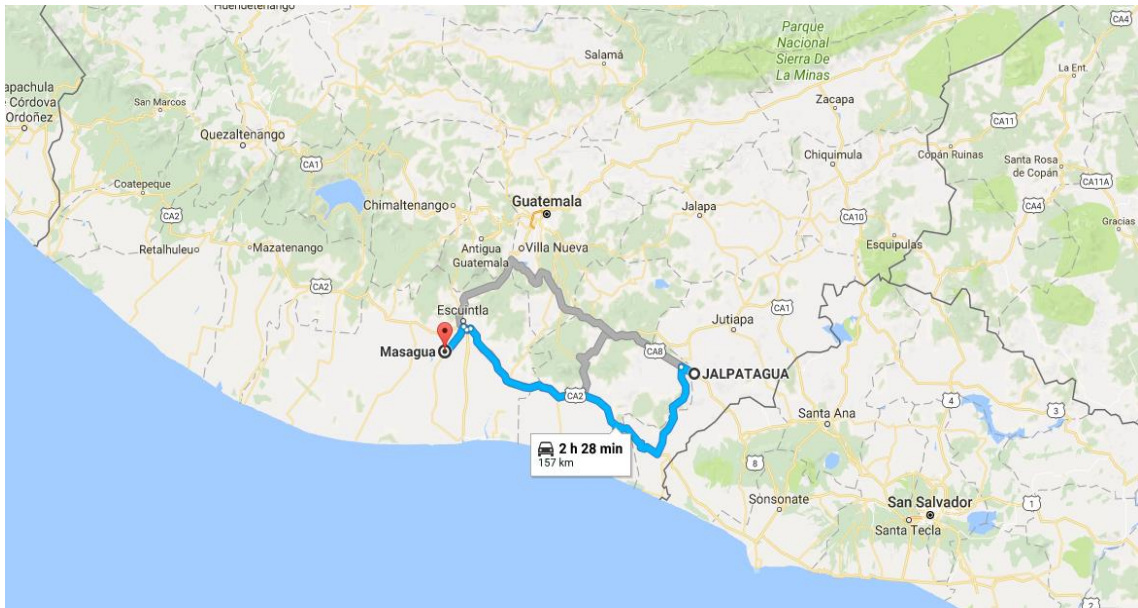
### RUTA 4 TECPÁN A QUETZALTENANGO



## RUTA 5 JALPATAGUA A MOYUTA



## RUTA 6 JALPATAGUA A MASAGUA



# RUTA 7

## JALPATAGUA A PUERTO BARRIOS

