

José Luis Soberanis Gálvez

**EL CONSTRUCTIVISMO Y SU APLICACIÓN EN LA ENSEÑANZA
DE LA MATEMÁTICA DE CUARTO GRADO MAGISTERIO DE
EDUCACIÓN FÍSICA DEL MUNICIPIO DE SALAMÁ, BAJA VERAPAZ**

Asesora : Licenciada Sandra Marily González Miralles



**Universidad de San Carlos de Guatemala
FACULTAD DE HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE PEDAGOGÍA**

Guatemala, julio de 2002

**Este Informe fue presentado por el autor
como trabajo de Tesis previo a optar
al grado de licenciado en Pedagogía
y Ciencias de la Educación**

GUATEMALA, JULIO DE 2002

INDICE

INTRODUCCIÓN	i
CAPÍTULO I	
DIAGNÓSTICO	
1.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA	1
1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	3
1.3. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	3
1.4. INDICADORES DEL PROBLEMA	5
CAPÍTULO II	
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	
2.1. Concepto de la Matemática	7
2.1.1. Aritmética	8
2.1.2 Matemática escolar	8
2.1.3 Necesitamos de más Matemáticas y menos Matemática escolar	9
2.2. Fines generales de los estudios Matemáticos	9
2.3. Valor formativo e informativo de la Matemática	10
2.4. El aprendizaje	10
2.4.1.Principios básicos del aprendizaje constructivista	11
2.5. Metodología para el aprendizaje de Matemática	11
2.5.1. Fases del método	11
2.6. Principios que deben guiar al docente para un aprendizaje auténtico	13
2.7.. Principios para consolidar el aprendizaje de Matemática	13
2.7.1. Estrategias metodológicas al enseñar	14
2.8. Nuevos enfoques educativos en la enseñanza	14
2.8.1. Aprendizaje activo y su sustentación	14
2.8.2. Modelo de organización del proceso de construcción del aprendizaje	19
2.9. ¿Qué es el constructivismo?	20
2.9.1. Características	21
2.9.2. Ideas que sirven de base	22
2.10. Concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje	23
2.11.. ¿Qué es una guía?	23
2.11.1. ¿Qué es guía de aprendizaje?	23
2.11.2. ¿Cómo están organizadas	23
2.11.3. ¿Cuál es su metodología	23
2.11.4. Consideraciones para optimizar su uso	24
2.11.5. ¿Cómo aprenden?	24
2.11.6. ¿Qué pasos de aprendizaje se desarrollan con las guías	25

2.12.	Evaluar o medir	26
2.12.1.	La finalidad de la evaluación	26
2.12.2.	¿Qué debemos evaluar en la escuela?	27
2.12.3.	Resultado y registro de la evaluación	27

CAPÍTULO III

DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1.	Hipótesis	28
3.1.1.	Objetivos de la investigación	28
3.1.1.1.	Objetivo general	28
3.1.1.2.	Objetivos específicos	28
3.1.2.	Planteamiento general de la propuesta	29
3.1.3.	Parámetros	29
3.1.4.	Cronograma	32

CAPÍTULO IV

EVIDENCIAS DE TRANSFORMACIÓN Y MEJORA

4.1.	Guía de aprendizaje	33
4.1.1.	Índice	34
4.2.	Evaluación de resultados	170
4.3.	Evidencias de desarrollo sostenible	172
4.4.	Reflexiones sobre todo el proceso	173

CAPÍTULO V

SISTEMATIZACIÓN PARA GENERALIZAR

5.1.	Tesis	174
5.1.1.	Resultados de Socialización	176
	CONCLUSIONES	177
	RECOMENDACIONES	178
	BIBLIOGRAFÍA	179
	APÉNDICE	181
	A. Cuestionario a estudiantes	
	B. Resultados de evaluación de guía de aprendizaje	
	C. Cuadros de Registro de Resultados de evaluación de guías de aprendizaje	
	D. Planificación Bimestral	
	ANEXOS	
	A. Carta de compromiso	182

INTRODUCCIÓN

La matemática es una ciencia que se relaciona con todas las actividades del ser humano; por lo que resulta necesario mejorar su calidad en el proceso enseñanza aprendizaje y así desaparezcan las opiniones negativas que tienen los estudiantes con respecto al curso; actividad que se puede realizar implementando acciones de mejora para que conjuntamente estudiantes y docentes construyan nuevos enfoques y así hacer más efectivo el proceso, preferiblemente utilizando unidades de autoformación.

Estas unidades representan para los estudiantes una oportunidad valiosa que dirigida eficazmente por los docentes, será de mucho beneficio para mejorar la calidad educativa. En la actualidad no se cuenta con materiales de esta clase, por lo que la propuesta podrá servir de base para planificar acciones concretas en beneficio de la educación.

Inicialmente se presenta la información necesaria para conocer la estructura de las guías que conforman la unidad, así como sus respectivas actividades e instrucciones, para alcanzar los objetivos.

Para la elaboración de la unidad se recomienda iniciar con las opiniones de los estudiantes para estructurar y realizar el material que ellos mismos deben trabajar. Posteriormente el investigador junto con las aportaciones de otros docentes involucrados en la enseñanza del curso dará forma al documento que debe contar con varias guías organizadas por actividades específicas.

Al finalizar las actividades de cada guía, se efectúa la validación correspondiente a toda la unidad. Aplicando para ello, cuestionarios escritos y la herramienta del pensamiento de lo positivo, lo negativo y lo interesante (PNI) SIMAC (17, 3) al finalizar cada una de las sesiones.

La participación de profesores, estudiantes y personal técnico de Plan Internacional, PRODI y otros es de mucho beneficio para efectuar un trabajo efectivo.

CAPÍTULO I DIAGNÓSTICO

1.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA.

Se realizaron observaciones a los estudiantes durante el desarrollo de las actividades docentes en todas las asignaturas durante una semana para identificar él ¿qué pasa ?; también entrevistas a profesores de las diferentes asignaturas, posteriormente se les aplicaron encuestas a los estudiantes.

Por lo que el sentimiento de rechazo que el estudiante demuestra hacia el curso de Matemática representa el mayor problema; resulta necesario y oportuno abordar el tema para lograr minimizar el problema y hacer de su enseñanza algo más atractivo y accesible.

Esta problemática se tomó como punto de partida para el trabajo de investigación que tiene como objetivo diseñar una propuesta para garantizar un instrumento de autoaprendizaje que permita desarrollar procesos, y motivar al estudiante a aprender.

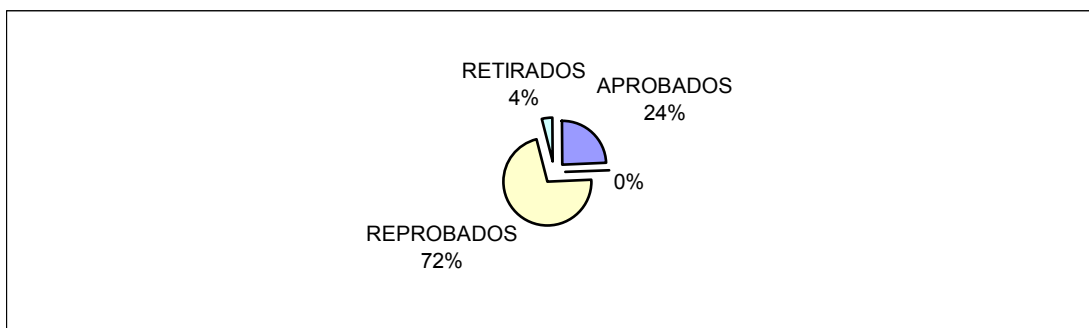
Como consecuencia de este rechazo, los resultados obtenidos en el tercer grado del nivel básico en los Institutos oficiales y particulares en todas las asignaturas son bajos.

Obsérvese la siguiente información.

CUADRO No. 1

RESULTADOS GENERALES DE LA EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN
LOS CURSOS IMPARTIDOS DURANTE EL AÑO 2001.

ESTUDIANTES	%	APROBADOS	%	REPROBADOS	%	RETIRADOS	%
263	100	64	24	189	72	10	4



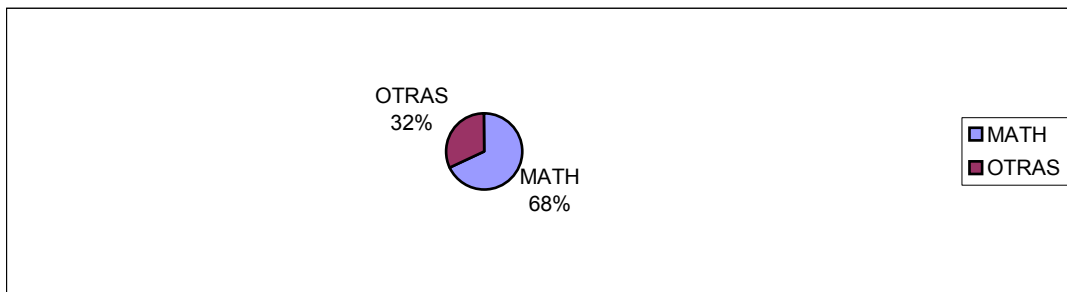
Fuente: MED. DIRECCIÓN DEPARTAMENTAL DE EDUCACIÓN, 2001

Esta gráfica permitió comprender la magnitud del problema.

De los 263 estudiantes inscritos en el tercero básico el mayor porcentaje lo representan los estudiantes que NO aprobaron el curso en las evaluaciones. Abarcando un poco más de la tercera parte del total de estudiantes que fueron objeto de la investigación.

CUADRO No. 2
RESULTADOS DE EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO CORRESPONDIENTE A LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA, AÑO 2001.

REPROBADOS	%	MATEMÁTICA	%	OTRAS	%
189	100	128	68	61	32



Fuente. MED-3. DIRECCIÓN DEPARTAMENTAL DE EDUCACIÓN

En la anterior gráfica se observa que del 100% de reprobación de estudiantes, el 68 % corresponde a la asignatura de matemática. Se puede notar que ésta representa mayor dificultad, la que pone en riesgo la reprobación del grado y el sometimiento a exámenes de recuperación.

Se concluye que los estudiantes no demuestran interés y reprueban el curso de Matemática por las siguientes consideraciones:

- No se utilizan técnicas adecuadas.
- No se utiliza el material didáctico adecuado.
- Poca motivación de los estudiantes.
- Enseñanza pasiva y magistral.
- Enseñanza centrada en el contenido.
- Superpoblación escolar.
- Desinterés del docente por actualizarse.

1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Durante el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje del curso de matemática suceden situaciones problemáticas que limitan el logro de los objetivos propuestos, una de las cuales se observa al iniciar las labores; es característico que la mayoría de los estudiantes demuestran abiertamente su rechazo y al preguntar las razones argumentan entre algunas, las siguientes: es muy difícil, no entienden, no les va a ser de utilidad, no comprenden por qué se realizan muchas operaciones o procedimientos.

Lo cierto es que la comunicación va tornándose más difícil al encontrar un ambiente menos motivante; es en este preciso momento cuando entra en juego la habilidad del profesor como facilitador u orientador. Aún así no resulta fácil encarar esta situación, porque en el fondo las razones reales que tienen los estudiantes son: sus padres no entienden matemática, la preparación académica de los padres no les permite brindarles una atención y ayuda adecuada; no existe una buena comunicación entre los miembros de la familia; los profesores no hacen que el estudiante se interese por el curso; las clases son muy aburridas. Todos estos factores modifican negativamente el comportamiento de los mismos dentro del aula.

1.3. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Durante muchas generaciones el aprendizaje de matemática ha sido cuestionado debido a innumerables razones; cambiar el mito que aprender matemática es difícil es un reto que se debe aceptar puesto que el comportamiento de los estudiantes para con el curso o el profesor, es un problema que viene arrastrando muchas y muy negativas consecuencias que afectan tanto al estudiante como el profesor y la familia, ya que como alguna consecuencia de estas manifestaciones se obtiene producto de muy baja calidad que se ve reflejado en todo tipo de actividades ya sean productivas, comunales o de grupo.

Es tiempo de reflexionar y actualizar la metodología que se ha usado hasta ahora.

El aprendizaje de la matemática favorece el desarrollo de procesos de pensamiento como valorar, predecir, calcular, estimar, comparar, ejemplificar, elaborar, clasificar, etc. Todos ellos pertenecen a niveles de pensamiento de mayor nivel y desarrollan realmente la inteligencia de los estudiantes y les preparan para resolver problemas.

La situación educativa guatemalteca se encuentra en un proceso de transformación curricular que se origina a partir de 1995 en las Escuelas Normales, que pretende involucrar a la sociedad y el estado.

Es necesario entonces aportar acciones que fortalezcan dicha reforma y esto se puede hacer proponiendo acciones concretas que se pueden realizar en el ámbito institucional en nuestros centros de trabajo.

Surge la inquietud de realizar observaciones directas dentro de las aulas, entrevistar a docentes involucrados en el quehacer educativo, para identificar alguna situación que permita realizar actividades con el fin de darle solución. El área de Matemática ha representado desde hace mucho tiempo un problema serio en cuanto a la aceptación del curso.

En este sentido se presenta una guía de aprendizaje basada en el modelo socio-constructivista para los estudiantes de cuarto grado de Magisterio de Educación física, estructurada sobre la base de procesos y pasos metodológicos activos que permiten el trabajo tanto individual y de grupo que motive al estudiante a aprender de manera activa. También permite al profesor atender de manera personalizada.

Esta propuesta toma como punto de partida la Metodología activa desarrollada como plan piloto por las escuelas denominadas NEU.

La organización del material está dividida en 4 Unidades de aprendizaje, una para cada bimestre ó eje de determinada asignatura de acuerdo a la temática específica, la que se puede utilizar por más de un año por los estudiantes.

1.4. INDICADORES DEL PROBLEMA

CAUSAS	FACTORES
a) Educación tradicional que aborda la matemática solo como cálculo aritmético y no como proceso lógico de comprensión.	<ul style="list-style-type: none"> -Educación memorística y repetitiva (bancaria) -Preparación psicopedagógica del profesor.
b) No existe motivación para el aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> -Falta de aplicabilidad a situaciones reales. -Enseñanza subjetiva. -Actitud negativa del docente.
c) No se utilizan técnicas para hacer más efectiva la enseñanza.	<ul style="list-style-type: none"> -El estudiante no se motiva para aprender. -Desinterés del docente por actualizarse. -Superpoblación escolar. -Falta de supervisión. -No existen programas permanentes para actualización y capacitación docente. -Aversión del docente hacia el curso.
d) No se utilizan materiales adecuados.	<ul style="list-style-type: none"> -Falta de estructuración y selección adecuada de los contenidos. -Situación socioeconómica. -No existe apoyo. -Falta de orientación. -Pobre labor de supervisión. -Desinterés en la elaboración y utilización adecuada de recursos didácticos.

e) Enseñanza pasiva.	<ul style="list-style-type: none"> -Aversión hacia el curso por el docente. -Falta de estímulo para el docente. -Improvisación. -Falta de recursos.
f) Los contenidos no se adecuan al contexto.	<ul style="list-style-type: none"> -No existe guía programática actualizada. -Falta de programas permanentes para adecuar el currículo.
g) El docente no se interesa por su preparación docente.	<ul style="list-style-type: none"> -Falta de dignificación. -La función del supervisor no es eficiente. -Aversión al curso por el docente. -Falta de apoyo.
h) Enseñanza centrada en el contenido	<ul style="list-style-type: none"> -La temática del curso no responde a las necesidades de los estudiantes. -Desinterés por parte del docente. -Falta de programas de apoyo.
i) Alto índice de reprobación.	<ul style="list-style-type: none"> -Poco interés del estudiante. -Desinterés por preparación y actualización. -Falta de ética y vocación del docente.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. CONCEPTO DE LA MATEMÁTICA

SIMAC (14, 9. “Matemática es una voz griega, que significa literalmente “ lo que se aprende” lo que es objeto especial de aprendizaje de MATHESIS, aprendizaje. Sin embargo, los mismos griegos reservaron este nombre a un conjunto de conocimientos o verdades considerados como fundamentales exactos y relacionados con la cantidad (número y extensión). Comprendían en ellos: Geometría o ciencia de la extensión; la Astronomía o estudio del movimiento regular de los cuerpos celestes, la Aritmética o ciencia del número y la Música o ciencia del ritmo, del sonido y de la armonía.

Estas cuatro materias constituían el Quadrivium, en la ordenación de las llamadas siete artes liberales, formulada por Marco Terencio Barrón y que pasó íntegra a las escuelas medievales, conservándose hasta los principios de la Edad Moderna.

Hoy se considera la Matemática como una unidad por lo cual se la designa en singular. La base es el estudio o teoría de los números. El estudio o teoría de las funciones ha adquirido también gran importancia, por lo cual la Aritmética y el análisis son las dos grandes ramas de la Matemática actual.

La Geometría, la Astronomía, la Mecánica racional, la Física Matemática, la Axiomática y la logística ó Lógica matemática, son aplicaciones de aquellas; aunque sirvan de medios auxiliares para su explicación, demostración y fijación.”

Morales Aldana, Leonel (13, 2) considera que “La definición de Matemática cambia. Cada generación y cada matemático serio, en una generación dada, formulan una definición e acuerdo a su entendimiento. Es por eso que cada sociedad en cada época ha desarrollado su propia definición de Matemática.” Tomando como base la situación particular y en nuestro país, la reforma educativa sirve como marco de referencia.

Morales Aldana presenta la siguiente definición: “ Conjunto de conocimientos, modelos, métodos, algoritmos y símbolos suficientes y necesarios para propiciar el desarrollo de la ciencia, la tecnología y las diferentes comunidades del país.”

Esta es valedera para nuestro país, principalmente en estos momentos de cambio que ofrece nuevas alternativas en materia de educación.

2.1.1. ARITMÉTICA

Microsoft Encarta 2002 (9) en su artículo Matemática dice “Literalmente, arte de contar. La palabra deriva del griego arithmetike, que combina dos palabras: Arithmos, que significa número, y techne, que se refiere a un arte o habilidad.”

La aritmética se ocupa del modo en que los números se pueden combinar mediante adición, sustracción, multiplicación y división.

Aquí la palabra número se refiere también a los números negativos, irracionales, algebraicos y fracciones. Las propiedades aritméticas de la suma y la multiplicación y la propiedad distributiva son las mismas que en las del sistema.

Las distintas civilizaciones han desarrollado a lo largo de la historia diversos tipos de sistemas numéricos, uno de los más comunes es el usado en las culturas modernas, donde los objetos se cuentan en grupos de 10, se le denomina sistema de base 10 ó decimal.

2.1.2. LA MATEMÁTICA ESCOLAR

COLYPRO (3, 50) Presenta la siguiente explicación “ La Matemática tiene preservada de forma secular, fuertes lazos con la idea de fracaso escolar, de sacrificio, de punición. Por eso Poyla en el prefacio de su libro “El arte de resolver problemas” escribe: “ La matemática tiene la dudosa honra de ser la materia menos apreciada del curso... Los futuros profesores pasarán por las escuelas elementales aprendiendo a destacar la matemática. Después vuelven a la escuela elemental para enseñar a una nueva generación a destacarla” “Claudi Alsina, discutiendo la posibilidad de felicidad durante las clases de matemática, dice que“Nosotros educadores matemáticos debemos abandonar los términos, sacrificio, caridad y recuperar para nuestro oficio la pasión, la razón y el placer”

En conclusión lo que se quiere decir es que la matemática escolar está presa en la cultura de los pequeños objetivos. Esforcémonos para que nuestros alumnos aprendan a aprender sustentados en los currículos y libros didácticos, entendamos que necesitamos trabajar con grandes objetivos uno de los cuales podría ser el cultivo de los procedimientos lógicos.

2.1.3. NECESITAMOS DE MÁS MATEMÁTICAS Y MENOS MATEMÁTICA ESCOLAR (Sic)

Inicialmente pensemos ¿Existe una matemática para niños? ¡Si existe!

Según Piaget COLYPRO (3,51) "... se pretende identificarla mostrando en sus obras sobre la lógica del niño a la lógica del adolescente y se dice que los niños se interesan y resuelven muchos problemas estableciendo relaciones lógicas de diferentes tipos.

Se considera que una forma de llevar más matemáticas a las escuelas es permitir que los niños y adolescentes puedan trabajar con la matemática explorando sus hipótesis de naturaleza cualitativa (lógica), para que después lleguen a las cuantificaciones en donde es necesario recordar:

La matemática extrae sus ideas de muchas fuentes, los números representan apenas una de ellas."

2.2. FINES GENERALES DE LOS ESTUDIOS MATEMÁTICOS

SIMAC (14, 11) Señala los siguientes:

Fin utilitario: contribuir a la solución de los problemas que plantea la vida moderna.

Fines educativos permanentes: fortalecer la capacidad para el estudio y la comprensión matemática de los procesos de la Naturaleza y de las circunstancias de la vida humana.

Para la comprensión de las teorías abstractas debe apoyarse en la intuición geométrica o en la aplicación de problemas concretos.

En la escuela primaria: no ha de tener carácter de especialización, sino que ha de tomarse en consideración su valor instrumental. Ha de ajustarse a la edad del niño en todos sus grados de desarrollo, partir de bases intuitivas para pasar pronto al cultivo del raciocinio. La mecanización que muchos pedagogos han estimado necesaria debe rechazarse. Esta ha de desarrollar hábitos de claridad, orden, precisión y cultivar el pensar funcional. En su aspecto cuantitativo.

En la enseñanza secundaria: el centro lo constituye el concepto de función. El fin es llevar de la receptibilidad a la productividad, de la pasividad a la actividad.

En las escuelas normales: En las de preparación para el profesorado, debe prepararse a los alumnos para la metodología de la enseñanza matemática en todos sus grados.

2.3. VALOR FORMATIVO E INFORMATIVO DE LA MATEMÁTICA

Caciá, Daniel (2, 3-4) Expone que: “El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática puede verse desde dos puntos de vista: dar información o influir en la formación intelectual emocional y social de la persona.

El dar información es lo que se refiere al valor informativo. Esto es a lo que se ha dado mayor énfasis en el aula donde se aprende matemática. La mayoría de maestros son “locutores de la matemática”. Esa manera de trabajar la matemática es la más fácil aparentemente porque, para el docente basta memorizar para luego recitar ante los alumnos. Sin embargo, ello ha provocado actitudes de rechazo, aburrimiento, pasividad y, como lógica consecuencia, una falta de interés en la dinámica de la matemática.

El otro lado de la moneda está representado por el trabajo atendiendo a su valor formativo. Puede decirse que éste es el que se refiere al desarrollo de destrezas y procesos de pensamiento de mayor nivel y que en realidad son los que resultan de mayor utilidad en la resolución de problemas de todo tipo.” Lamentablemente todavía se considera que aprender matemática es memorizar una serie de reglas, procedimientos, conceptos (tradicional.

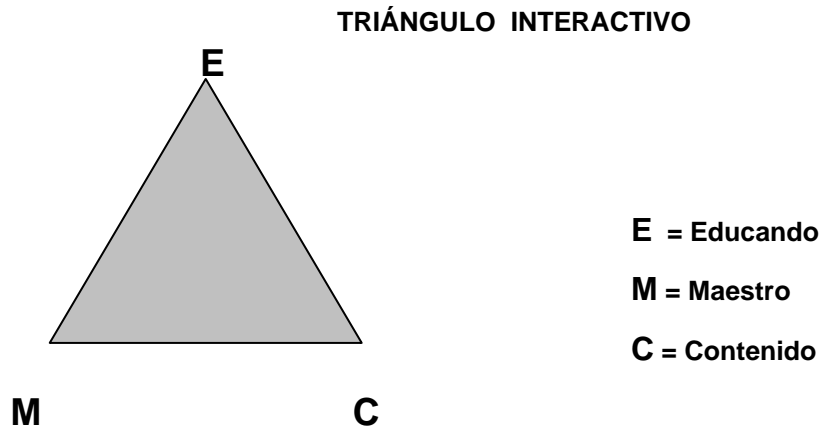
12.4. EL APRENDIZAJE

DIGEBI (10, 16) “Desde el punto de vista constructivista es una construcción y una reconstrucción, es el elemento más importante en la práctica educativa porque el educando es el actor principal en el proceso educativo y en la construcción de los conocimientos

Por una parte es la construcción de los esquemas de conocimientos del sujeto interactuando con los demás produciendo situaciones que le resultan significativas. Por otra parte también se dice que es una reconstrucción, que se produce a partir de los desequilibrios o conflictos cognoscitivos que modifican los esquemas de conocimientos de la persona. “

2.4.1. PRINCIPIOS BÁSICOS DEL APRENDIZAJE CONSTRUCTIVISTA

DIGEBI (10,18) “El aprendizaje escolar es el resultado de un complejo proceso de interacciones que se establecen entre tres elementos: El *educando* que aprende, el *contenido* sobre el que versa el aprendizaje y que es el medio para facilitar el desarrollo de procesos y el *profesor* que ayuda al educando a construir significados y atribuir sentido a lo que aprende. (César Coll)



2.5. METODOLOGÍA PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Caciá, Daniel (2, 5-10) Argumenta que: “Existen varios métodos para que el educando alcance un objetivo relacionado con un aprendizaje. Esta vez se desea presentar uno que pretende ser específicamente para el área de matemática.

El mismo es el resultado de seleccionar algunos componentes de otros métodos y ha sido experimentado durante varios años de docencia y los resultados han sido efectivos. El método consiste en seis fases secuenciales que se ven apoyadas por cuatro acciones permanentes: recordación, retroalimentación, evaluación y motivación.

2.5.1. FASES DEL MÉTODO

Caciá, seguidamente plantea:

- a) **Comprensión:** Se refiere a la realización de actividades que lleven a la internalización del concepto. La diversidad de tales actividades es básica de manera que se tome en cuenta los diferentes estilos de aprendizaje.

Recordemos que se habla de los siguientes estilos: visual, auditivo, táctil y kinestésico. En esta fase se busca que el estudiante construya el concepto por su propia cuenta, y que basándose en lo que ejecuta y entiende comience a elaborar sus propios esquemas mentales.

- b) Verbalización: En esta fase el alumno expresa verbalmente, haciendo uso del lenguaje común, lo que entiende de lo que ejecutó en la fase anterior. Se pretende explorar la forma como está “construyendo” el esquema mental referente al concepto a trabajar. Se busca que hable sin recurrir a terminología sofisticada. Normalmente se da cuando se plantean preguntas específicas o se pide una descripción de lo que está haciendo.
- c) Simbolización: En esta fase se realiza la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático. Esto implica el uso y comprensión de los símbolos propios de la matemática. Es la etapa en la que se escribe una síntesis de lo que se había expresado en la etapa de comprensión, haciendo uso de los respectivos símbolos matemáticos. Debe introducirse el vocabulario correspondiente al concepto trabajado.
- d) Adquisición Fase en la que se aprende el procedimiento a seguir para resolver un ejercicio, puede decirse que es donde se aprende una mecánica que facilita la resolución de determinado ejercicio.
- e) Fijación: Llega el momento en que debe fijar su memoria a largo plazo. Lógicamente ello implica mucha ejercitación. Se propone lograr tal fijación pasando
- f) Generalización: Es la fase en la que se transfiere lo aprendido a la solución de un problema nuevo ó a un área nueva. Debe aprovecharse para guiar en el uso de diferentes estrategias para resolver un problema.
- g) Evaluación: Entendida como valoración, juicio constante de lo que el alumno va presentando como productos durante todo el proceso. “

2.6. PRINCIPIOS QUE DEBEN GUIAR AL DOCENTE PARA UN APRENDIZAJE AUTÉNTICO

Mello Carvalho (8, 39-40) considera que:

- a) “Debe facilitar la comprensión total inicial, incentivando y orientando al alumno para que perciba mejor el estímulo, y pueda así obtener respuesta con un mínimo de tentativas fallidas.
- b) Debe presentar el estímulo en forma adecuada.
- c) Si el aprendizaje es complejo, debe descomponerlo en sus elementos, presentando sucesivos estímulos simplificados, al final integrará todos los elementos, cuando el estímulo pueda ser percibido en su totalidad provocando la respuesta enteramente correcta.
- d) Para fijar la relación estímulo respuesta debe hacer que el alumno repita la respuesta correcta, nunca debe, empero, hacer que repita la respuesta incorrecta pues entonces fijará el error.
- e) Si la respuesta es incorrecta, debe presentar nuevamente el estímulo de otra manera, para facilitar su comprensión.
- f) Según la ley del efecto, siempre que surge una buena respuesta, el sujeto debe ser informado de que acertó, esto toma la forma de premio o recompensa.
- g) Los aprendizajes complejos que dependen del ejercicio continuo deben después de la fase inicial de adquisición, reprogramarse a intervalos crecientes, a fin de que no se olviden por la ley del desuso.”

2.7. PRINCIPIOS PARA CONSOLIDAR EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA.

Vielman, Leonel (15, 6) en su tesis de graduación en Pedagogía de acuerdo con García Y García (1969) menciona los siguientes:

- a) “Maduración: La implicación de éste es que se debe tomar en cuenta la edad y madurez biológica y mental del niño para lograr el aprendizaje que se pretende.
- b) Motivación: Al alumno debe motivársele desde el inicio hasta el final del proceso enseñanza aprendizaje.

- c) Del Ejercicio: Lo que se ejercita se fija. Este se dará cuando el ejercicio es una condición que afecta el ritmo y el progreso del aprendizaje del alumno.
- d) De Integración del Aprendizaje: El docente debe desarrollar su tarea docente haciendo uso de planes, motivación, presentación y manipulación de objetos; conocimientos, técnicas y procedimientos para que el alumno logre comprender y asimilar los diversos contenidos. “

2.7.1. ¿QUÉ ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS SE DEBE UTILIZAR AL ENSEÑAR?

Existen dos según SIMAC (14, 11)

- a) Descriptiva, que se refiere al aspecto puramente teórico y tradicionalista.
- b) Constructiva: Ofrece al alumno oportunidades de construir, manipular, etc. En este caso, el objetivo del material concreto utilizado es motivar , atraer su atención, hacerlo observar, hasta que llegue a descubrir lo que se está planteando.”

El material utilizado debe ser conocido, para que llame la atención y lo conduzca de lo concreto a lo abstracto, pues el material no constituye en sí mismo el objeto de su atención, sino más bien su transformación, operación que, al ser independiente del material en sí es abstracta.

2.8. NUEVOS ENFOQUES EDUCATIVOS EN LA ENSEÑANZA

2.8.1. ¿QUÉ ES EL APRENDIZAJE ACTIVO Y EN QUÉ SE SUSTENTA?

En la actualidad hay un gran desafío para la perspectiva del procesamiento de la información- la constructivista-. Con base en los trabajos de los psicólogos de: Gestalt, Piaget, Vygotsky, Bruner, Bartlett y Dewey, esta orientación general enfatiza la construcción activa de significado por parte del individuo. El enfoque se hace en crear significado y construir conocimiento, no en la memoria para la información. Muchas perspectivas constructivas también consideran el contexto social como un factor fundamental que determina lo que la gente llega a saber acerca de sí misma y el mundo.

Perspectiva que enfatiza la participación activa de la persona que aprende para comprender y dar sentido a la información.

En este sentido se toman en cuenta muchos factores representados por el sujeto para enriquecer el aprendizaje, involucrarlos y sistematizarlos para que sean aprovechados.

PRODI-PLAN INTERNACIONAL (11, 11) “El constructivismo es una corriente educativa que tiene su sustento en las teorías del aprendizaje, y por consiguiente modifica las acciones de enseñanza. En los años setenta, se fijó la atención en los contenidos y en los procesos para transmitirlos (enseñanza), actualmente la atención se fija en el “aprendizaje” y en las acciones para provocarlo.”

Durante los últimos años se ha discutido sobre la importancia de volver la educación una acción de crecimiento intelectual y de valores en las personas, por lo que se decide rescatar la esencia fundamental de la educación.

COLYPRO (3, 7- 9.”El constructivismo como un enfoque curricular posición teórica que se adopta y desde la cual se caracterizan los elementos y procesos curriculares de enseñanza y aprendizaje. Se sustenta fundamentalmente en las teorías cognitivas del aprendizaje.” (Ausubel, Piaget y Vygotsky).

Al asumir esta posición resulta importante describir las tres dimensiones que no deben verse por separado las cuales son:

“EPISTEMOLÓGICA: El conocimiento no se recibe pasivamente sino es construido activamente por el sujeto que conoce, éste es un producto de saberes que realiza como resultado de una construcción mental que resulta de la asimilación de estímulos y vivencias a su estructura mental preexistente, dentro de una tradición cultural y factores sociales, políticos y económicos determinantes.

PSICOLÓGICA: El aprendizaje debe organizarse considerando el nivel de desarrollo del alumno, su ritmo de aprendizaje, las posibilidades de razonamiento en el desarrollo del pensamiento y los conocimientos previos que posee el alumno; al momento de construir nuevo conocimiento, se debe ayudar al alumno a avanzar hacia zonas nuevas del

desarrollo las que están influidas por el grupo y creatividad con que los adultos intervengan en el proceso de orientación de su aprendizaje. Este enfoque asume los planteamientos cognitivos que se interesan por buscar el sentido de lo que se quiere conocer utilizando la afectividad y la socialización.

PEDAGÓGICA: El constructivismo rescata una dimensión de la pedagogía muy olvidada: La didáctica sin didactizarla es decir, no es la didáctica de la escuela activa (escuela nueva) ni tampoco la de la mayéutica (interrogantes) porque se reduciría a un activismo o ha inventar ideas. El docente debe estar pendiente para buscar ejemplos concretos, reales. La didáctica constructivista tiende a construir y no a descubrir el conocimiento, promueve la construcción individual y social de estructuras y modelos que sirven para dar significado a experiencias y fenómenos. La práctica se encarga de facilitar y propiciar en el alumno la construcción de aprendizajes, teniendo cuidado de cómo deben ser aplicadas.

El enfoque constructivista fruto de un largo proceso de reflexión pedagógica, representa una esperanza para la humanidad, sus postulados epistemológicos abiertos a todas las dimensiones de la persona humana, a la sabiduría popular, a la cultura, etc. Ensanchan el horizonte educativo. El abordaje pedagógico, coherente con la naturaleza de sus postulados, y con arreglo a la naturaleza consciente y afectiva del ser humano, crean hermosas expectativas de mayor disfrute por el estudio, y consecuentemente de mayor profundidad en el mismo.”

Los frutos de esta corriente pedagógica, no-solo serán la promoción de personas más felices y más sabias sino también mejores.

PRODI (11, 13) “ EDUCAR es “enseñar a pensar” es, “preparar para la solución de problemas” es “habilitar a la persona humana para que pueda convivir social y culturalmente” es “generar una constante REFLEXIÓN – ACCIÓN, y sobre todo” es dejar de ser, desde lo más profundo, para adquirir autonomía.”

El constructivismo se refiere al “aprendizaje cooperativo” de alumno a alumno donde a menudo se diferencia el efecto sobre habilidades cognitivas, por un lado, y efectos dentro del campo social-afectivo, por el otro lo que se realiza cuando interactúa y se relaciona con sus compañeros y compañeras.

Continúa... “El constructivismo se define bajo varias posiciones y no una sola. Para algunos es un movimiento educativo (Serrano 1951), para otros una visión ó una perspectiva (Porlan 1991), una posición ó un paradigma (Gallego 1993), una corriente intelectual o un marco conceptual y metodológico (Novak 1988) una teoría, una didáctica, un enfoque.”

Sin embargo para Rodríguez Cabrera y Esquivel (11,18) “ es un proceso de búsqueda de nuevas alternativas, de cambios de paradigma, de superación de enfoques que han estado en vigencia por muchos años y empiezan a resultar inoperantes para el desarrollo de la persona y el desarrollo de su contexto. Es la recreación de la práctica educativa, en contraposición al conductismo, positivismo lógico ó empirismo. “

Para concretizar las ideas del constructivismo en el aula, se han generado algunos esfuerzos pedagógicos y se ha concluido que los métodos, técnicas y materiales con este enfoque son los que hacen posible llevar al nivel de concreción en el aula, las ideas en que se fundamenta el constructivismo.

La didáctica constructivista, tiende a construir y no a descubrir el conocimiento. Se trata de una didáctica que promueve la construcción individual y social de estructuras y modelos que sirven para dar significado a las experiencias y los fenómenos.

Por lo tanto no se busca que el alumno acepte o descubra, sino que construya en primera instancia estructuras o modelos explicativos entendibles para él.

Los profesores deben retomar sus métodos, no seguir con los tradicionales y visualizar en que forma se pueda hacer positiva la construcción de conocimientos que deben asumir.

Entonces, la didáctica se encarga de propiciar y facilitar en el alumno la construcción de sus aprendizajes de manera activa. Desde este punto de vista la pedagogía debe incidir en las prácticas educativas de los docentes, ya que el propósito básico de la enseñanza dentro de este enfoque es: “ayudar al estudiante a construir conocimientos” y el del aprendizaje “que el estudiante construya aprendizajes significativos”. O también enseñar a aprender y no enseñar a enseñar.

Este no es un enfoque que se pueda aplicar exclusivamente a las etapas de educación infantil y primaria. Por el contrario, cada vez se muestra más útil con los estudiantes pertenecientes a niveles superiores dentro de una misma área, en muchas ocasiones. Para los niveles superiores, los principios son los mismos, sobre todo cuando se trata de lograr construir aprendizajes significativos en este sentido resulta imperativo implementarse en el nivel diversificado.

No se trata únicamente de aprender nuevas técnicas de enseñanza y nuevos modelos de aprendizaje. Se trata, de provocar e introducir la “reflexión sobre la práctica” (reflexión-acción-planificación) diaria de la pedagogía, para motivar e incentivar una nueva actitud del docente ante el modo de contemplar el proceso de enseñanza aprendizaje, de manera, que favorezca una mayor participación constructiva de los estudiantes, utilizando materiales y recursos más abundantes y variados, dentro de situaciones de aprendizaje ricas en posibilidades y diseñadas mediante la colaboración del equipo de docentes que laboran en la escuela.

Esta práctica se sustenta en un quehacer pedagógico activo, en el cual los docentes se constituyen en profesionales respetuosos de los conocimientos previos que tienen los estudiantes y, programan sus actividades educativas enfocadas en el “aprendizaje”, más que en las prácticas de la “enseñanza”.

Las guías de aprendizaje son un ejemplo de este proceso provocando en los estudiantes un deseo permanente por aprender. Cuando se trata de construir los propios conocimientos y vivenciar los procesos de aprendizaje, las guías son el material de aprendizaje más completo que los docentes pueden tener.

El constructivismo hace énfasis no solo en la construcción del conocimiento sino, en la formación humana desde la perspectiva social y colectiva.

2.8.2. MODELO DE ORGANIZACIÓN DEL PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DEL APRENDIZAJE

UMBRAL (3, 18) Basado en la propuesta de Driver (1988) y Serrano (1989) que cubre cuatro fases a saber:

“FASE EXPLORATORIA: Implica La motivación de los alumnos, hacerlos conscientes de sus propias ideas, de los aprendizajes y experiencias previas.

FASE DE CONFRONTACIÓN: Consiste en asumir la clarificación y reestructuración de las ideas, por intercambio en discusiones en clase, enfrentamiento de situación conflictiva, construcción de nuevas ideas para explicar el fenómeno o situación, comprobación experimental ó teórica.

FASE DE APLICACIÓN: Se centra en dar oportunidad a los alumnos de utilizar las nuevas ideas, en situaciones familiares o desconocidas, con el fin de consolidar lo aprendido.

FASE DE REVISIÓN: Se lleva al alumno a reflexionar sobre los cambios experimentados desde el comienzo hasta el final.

No se quiere que el docente lo tome como patrón fijo inflexible, lo valioso será que se adecúe a las necesidades y su propia experiencia y que él también construya su propio modelo que será entonces significativo.

En Guatemala desde 1992 se pone en práctica esta corriente del conocimiento con el proyecto Nueva Escuela Unitaria. y se está consolidando con el proyecto de Pedagogía Activa para escuelas multigrado del Ministerio de Educación, financiado por Plan Internacional en escuelas primarias, el programa Tele secundaria, PRODI, UCP, DIGEBI, SIMAC , extendiéndose hasta este año 2001 con la capacitación para la Actualización docente en Metodología Activa con intervención directa del MINEDUC así como el programa de Investigación Acción que impulsa la Universidad de San Carlos de Guatemala en el marco de la reforma Educativa.

La educación activa se caracteriza por ser “dinámica, abierta y flexible”. Se programa en función de los procesos de aprendizaje que se esperan alcanzar con los estudiantes y no con el ritmo de enseñanza de los docente.

En un proceso de educación activa interesa la forma como se le presenta a los estudiantes el aprendizaje, se promueve el uso del proceso de aprendizaje APA (Aprendo, Practico y Aplico) para el cual, los estudiantes, utilizan tres pasos fundamentales que generan conocimientos, prácticas, habilidades y destrezas. De esta manera están diseñados los materiales para la formación de los estudiantes y docentes.

Las actitudes positivas son fundamentales para que un modelo de educación activa tenga éxito en el aula, específicamente porque los docentes deben dejar un espacio para que los estudiantes desarrollen su potencial ; por lo que tomarán distancia en su tares docente de forma vertical y propiciarán espacios de comunicación horizontal: Estudiante-Docente-Estudiante.

Un proceso de educación activa garantiza el éxito de los estudiantes en su vida cotidiana, despierta nuevos intereses, promueve habilidades y destrezas y lo que es más importante, desarrolla el potencial humano para que, en el momento que le corresponda al individuo integrarse al desarrollo de su comunidad, lo pueda hacer de mejor manera.

2.9. ¿ QUÉ ES EL CONSTRUCTIVISMO?

DIGEBI (10, 7-8) por medio de fascículos dirigidos a maestros explica. “Para el Racionalismo la razón y el pensamiento son las únicas fuentes del conocimiento. Exagera el papel del sujeto sobre el objeto; para el Empirismo el conocimiento viene totalmente del objeto y el sujeto lo recibe de manera totalmente pasiva.

Emmanuel Kant encontró el equilibrio entre estos extremos: la interacción. “El conocimiento sólo se da a través de una relación entre el sujeto y el objeto”, para lo que entran en acción dos clases de elementos. La “materia” del conocimiento, que depende del propio objeto, y la “forma” del conocimiento que depende del sujeto y es propio de él.

RACIONALISMO	SUJETO	→	OBJETO
EMPIRISMO	SUJETO	←	OBJETO
INTERACCIONALISMO DE KANT	SUJETO	↔	OBJETO

2.9.1. Jiron Matui (10,8) nos ofrece la siguiente definición: “Teoría del conocimiento que combina en forma equilibrada los dos polos del conocimiento: la persona que aprende y el objeto a conocer, en una interacción recíproca y en un proceso permanente de mejoramiento de los conocimientos ya adquiridos para superar las lagunas existentes.”

Además “Es una corriente pedagógica que se origina en la Psicología genética, se desarrolló en Europa desde, 1930, a partir de los trabajos realizados por Jean Piaget, en Suiza y, de manera paralela por Vygotsky, en la Unión soviética.”

2.9.2. CARACTERÍSTICAS.

El mismo Matui, DIGEBI (10,9) plantea las siguientes:

- Es una teoría del conocimiento.
- Engloba en una sola estructura los dos polos del proceso: el sujeto histórico y el objeto de conocimiento.
- Interacción recíproca.
- Perfecciona las construcciones acabadas y supera las lagunas existentes.

El conocimiento, continúa diciendo “ se construye con la interacción del individuo con el medio”.

Es decir se aprovecha lo que el individuo posee para construir aprendizajes significativos a través del elemento fundamental en el proceso de construcción del conocimiento en el ámbito escolar como lo es la escuela en la que los profesores y profesoras son los “mediadores” entre los educandos y los conocimientos.

Para Juan Carlos Negret , FEPADE (6, 8) “ El constructivismo no es un método de enseñanza. Es una propuesta para promover el aprendizaje en los sujetos, un modo (estrategia educativa ó técnica) que la cultura le ofrece a los educandos para aprender en los contextos educativos y fuera de ellos”.

2.9.3. IDEAS QUE SIRVEN DE BASE

Continúa... El psiquismo humano posee una naturaleza constructiva, el aprendizaje es un proceso de construcción, los procesos educativos son muy complejos, la aportación constructiva del educando.

Visión Curricular (1, 26) afirma que “el individuo es una construcción propia que se va produciendo como resultado de la interacción de sus disposiciones internas y su medio ambiente, su conocimiento no es una copia de la realidad sino una construcción de la persona misma”.

“El punto importante del constructivismo no se encuentra tanto en el resultado del aprendizaje como en el proceso de adquisición de estructuras que son maneras de organizar la información que facilita las adquisiciones futuras por lo que deben estimularse el desarrollo de dichas estructuras, las que a su vez son representaciones de una situación concreta o de un concepto que permite manejarlos internamente y enfrentarse a situaciones iguales ó parecidas en la realidad.”

Seguidamente plantea... “Las estructuras cognitivas son representaciones organizadas de experiencias previas y sirven como esquemas que funcionan activamente para filtrar, codificar, categorizar y evaluar la información que se recibe en relación con alguna experiencia relevante.

Piaget las llama: esquemas, Bandura: auto-sistemas, Kelley: constructos personales, Miller Pribam y Galantes: Planes.

2.10. CONCEPCIÓN CONSTRUCTIVISTA DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE

Negret en DIGEBI (10,14) DICE “El constructivismo le da a la enseñanza un lugar relativo y si se quiere secundario. El papel del docente se transforma totalmente: deje de ser un transmisor de información, para convertirse en un “Facilitador y mediador” de oportunidades, situaciones y espacios para que el educando construya sus propios conocimientos. Esto no quiere decir que no sea importante. Simplemente que deja de ocupar el lugar absoluto y exclusivo que ha tenido en la escuela tradicional y pasa a depender del ritmo de aprendizaje de los educandos. “

Nos indica que “El aprendizaje es el elemento más importante en la práctica educativa. El educando es el actor principal en el proceso educativo y en la construcción de los conocimientos. Solo así puede asegurarse que tales conocimientos serán realmente significativos y útiles para su vida. El constructivismo enseña que el aprendizaje es una construcción y una reconstrucción.”

2.11. ¿QUÉ ES UNA GUÍA?

Consenso ADE-PROASE, “Es un instrumento orientador que dirige de manera práctica bajo ciertas normas previamente establecidas el quehacer docente, incluyendo una clara definición acerca de la intención didáctica.”

2.11.1.¿QUÉ ES UNA GUÍA DE APRENDIZAJE?

PRODI (11,19) “Es un material curricular que orienta el trabajo de los estudiantes con instrucciones escritas para que estos alcancen los objetivos propuestos, a través de una serie de procesos de aprendizaje.² También se puede decir que son estrategias de aprendizaje que hacen posible los postulados del constructivismo.

2.11.2.¿CÓMO ESTÁN ORGANIZADAS?

Seguidamente plantea “Están integradas con el propósito de ampliar y reforzar habilidades y destrezas de pensamiento. Cada guía de aprendizaje está estructurada con tres pasos y procesos: Nuevos conocimientos-Aprendo, Ejercito mis conocimientos-Practico, Utilizo todo lo que aprendo-Aplico.”

2.11.3. ¿CUÁL ES SU METODOLOGÍA?

Además propone “El diseño de las guías y el proceso APA (Aprendo-Practico-Aplico) promueven una metodología que fomenta el aprendizaje activo e integrador, las habilidades cognoscitivas y comunicativas, la discusión, la toma grupal de decisiones y el desarrollo de destrezas aplicativas dentro y fuera de la escuela fortaleciendo la relación escuela, familia y comunidad.

Las guías contienen una secuencia de objetivos y actividades que se desarrollan según el ritmo de aprendizaje de cada estudiante, también combinan el trabajo individual (autónomo), el trabajo grupal (interactivo) con la orientación docente, lo cual facilita el manejo del aula.”

2.11.4. CONSIDERACIONES PARA OPTIMIZAR SU USO

Consenso ADE-PROASE, “Las guías están elaboradas conforme las demandas del currículo nacional (Olimpiadas Nacionales) y los planes de trabajo de las Escuelas Normales de Salamá pero tienen la posibilidad de ser adaptadas, por lo que es necesario que los docentes las estudien, analicen y adecuen al lenguaje, intereses, temática, recursos y otros.

MINEDUC (11,21), considera “Crear otras actividades además de las que se encuentran para que el estudiante decidan cómo realizarlas. Esto enriquece sus conocimientos. Al adaptarse algún tema o actividad, tener en cuenta que no se pierdan actividades que desarrollen habilidades comunicativas(hablar, leer, escuchar y escribir correcta y comprensivamente). Planificar adecuadamente, organizando a los estudiantes, aplicando un proceso de evaluación formativa después de cada paso de las guías, orientar si no ha descubierto o practicado adecuadamente.”

2.11.5. ¿CÓMO APRENDEN?

Continúa diciendo MINEDUC... “Uno de los primeros aspectos a considerar cuando se habla del aprendizaje, es la motivación o interés que las personas tengan en aprender.

En un proceso de educación formal transferido a través de la escuela, lo importante es que los estudiantes se motiven de tal manera, que el aprendizaje lo vean como una actividad novedosa que permite descubrir nuevos conocimientos y consolidar los que ellos poseen.

Todos los aprendizajes requieren de procesos o pasos, el conjunto de ellos permite que se logren los objetivos de la enseñanza. Para facilitar el aprendizaje los docentes deben tener en cuenta que su tarea de orientación y acompañamiento es fundamental.

Mientras más actividades prácticas realizan los estudiantes con los conocimientos que transmitimos, más probabilidades de aprender tienen. Para generar un proceso de aprendizaje motivador, es fundamental sustituir el proceso de aprendizaje tradicional que está centrado en la forma como el docente enseña y, permitir el paso a La Pedagogía Activa (Constructivismo), que está centrada en los procesos de aprendizaje que desarrollan los estudiantes.”

De igual manera, la Pedagogía Activa no espera como propósito fundamental que los estudiantes aprendan con facilidad, sino más bien que descubran dentro de sí mismos, los conocimientos y nuevas experiencias que se esperan alcanzar. Respeto a la persona humana y considera sobre manera, la experiencia que se posee con relación a la temática en discusión y sobre todo que se motiven a aprender.

2.11.6. ¿QUÉ PASOS DE APRENDIZAJE SE DESARROLLAN CON LAS GUÍAS?

UMBRAL (3,18) Nos indica...

Primero.” APRENDO : Reconocer que los estudiantes aprenden interactuando unos con otros, los procesos de aprendizaje se desarrollan por niveles, los materiales elaborados con base al desarrollo de procesos de aprendizaje se caracterizan por tener más actividad y menos contenido, los procesos se plantean para que los estudiantes aprendan de una manera agradable, al tiempo que los docentes enseñan, los procesos se caracterizan por estar ubicados por etapas que facilitan el desarrollo del aprendizaje.

Segundo. PRACTICO: Tener en cuenta los procesos que interactúan con los estudiantes son; individualmente(solo o sola), en parejas, con mis compañeros o compañeras (de 3 a 4 participantes), en actividades de conjunto, socializaciones, con ayuda del docente, con experiencias que tengo con relación al contexto donde vivo.

Tercero. APLICICO: Recordar algunos procesos incluyen un cuadro de autocontrol de conocimientos para cada uno de los pasos del aprendizaje, que se maneja con base a las actividades que el estudiante ha desarrollado, este cotejo, sirve para realizar la evaluación del aprendizaje.

La pedagogía activa no espera sumar los conocimientos, sino detectar los niveles de aplicación de los procesos desarrollados por los estudiantes, es por ello, que no se propone realizar una medición del aprendizaje, sino más bien una evaluación formativa.”

Estos pasos de aprendizaje sugeridos se basan en las afirmaciones que aparecen en UMBRAL (3, 18).

2.12. EVALUAR O MEDIR

PRODI (11,40)” La evaluación ha sido entendida generalmente como sinónimo de cuantificar y donde, lo más importante han sido los datos y los promedios estadísticos, confundiéndose entonces, con la medición.

La finalidad de la educación ha sido casi siempre: decidir sobre la promoción, castigar al estudiante, controlar el cumplimiento de los programas oficiales, llenar y enviar cuadros y formatos requeridos, diferenciar buenos de malos estudiantes, cumplir mecánicamente normas y reglamentos.

En un modelo educativo que aplica procesos activos de aprendizaje y, que busca la construcción de una escuela permanentemente nueva y renovada, exige un cambio en la concepción, como en la práctica de evaluación tradicional.”

2.13.1. LA FINALIDAD DE LA EVALUACIÓN DEBE SER ENTONCES:

Seguidamente plantea:

- a) Potenciar las capacidades y habilidades
- b) Aprender de la experiencia
- c) Afianzar los aciertos
- d) Corregir los errores
- e) Reorientar los procesos
- f) Socializar los resultados
- g) Transferir el conocimiento teórico y práctico
- h) Afianzar valores y actitudes

2.12. 2. ¿QUÉ DEBEMOS EVALUAR EN LA ESCUELA?

Por lo que afirma...”Generalmente las calificaciones han llegado a ser todo el fin de la educación, sin embargo, procesos tan complejos como los de desarrollo del alumno, no pueden ser reducidos a números, ya que estos no pueden reflejar por si mismos los logros, avances y limitaciones como en la escuela tradicional.

Las calificaciones numéricas destruyen la alegría innata de aprender por aprender y son las que en la práctica producen más fracasos, puesto que los alumnos se interesan más en obtener buenas notas, que en su deseo por “recibir educación.

Con relación a los procesos de desarrollo en el estudiante, los aspectos a tenerse en cuenta son: desarrollo físico, desarrollo del lenguaje y habilidades comunicativas, desarrollo de la capacidad de razonamiento, desarrollo de los valores y actitudes, desarrollo de destrezas sociales y desarrollo afectivo. Estos son los resultados de su interacción con un ambiente escolar y socio cultural concreto.”

En el contexto de Reforma Educativa se considera la evaluación flexible y promoción continua para el ciclo de Educación básica que abarca hasta el tercer grado del nivel Básico y que puede extenderse, la cual permite ver las dificultades en el aprendizaje, ayudarlo al que lo necesita a alcanzar su promoción.

2.12.3. RESULTADO Y REGISTRO DE LA EVALUACIÓN

PLAN INTERNACIONAL, PRODI (11,40) Propuesta de reglamento avalado por SIMAC.

El resultado de la evaluación del rendimiento escolar del alumno al aplicar una guía de aprendizaje, se obtendrá de la siguiente manera:

Al aplicar de un 86% a 100% de las actividades de cada uno de ellos se registrará un Excelente en la casilla respectiva en el control de progreso.

Al de aplicar de un 72% hasta un 85% se obtendrá un Muy Bueno.

Al aplicar un 60% a un 71% se obtendrá un Bueno.

Al registrar el resultado cualitativo literal (E M B) deberá adjudicarse también la nota numérica correspondiente.

Para obtener el resultado total de la unidad de aprendizaje , se suman los resultados obtenidos en los pasos “U” y se promedia. Este promedio corresponde únicamente, al 80% de la nota total, el otro 20% se obtiene luego de aplicar la prueba objetiva.

CAPITULO III

DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. HIPÓTESIS ACCIÓN

-Los estudiantes del cuarto grado de la Escuela Normal de Educación física del municipio de Salamá Baja Verapaz demuestran rechazo hacia el curso de Matemática, por lo que resulta necesario aplicar una guía de aprendizaje auto formativo con criterio constructivista y enfoque cooperativo que permita su participación activa en el proceso educativo.

3.1.1. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

- OBJETIVO GENERAL

- Elaborar una Guía de Aprendizaje auto formativo de base constructivista y enfoque cooperativo en el curso de matemática con estudiantes del cuarto magisterio de la Escuela Normal de Educación Física de Salamá, Baja Verapaz.

- OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estructurar la propuesta de Guía de Aprendizaje auto formativo y enriquecerla con los aportes de estudiantes, profesores e instituciones que conocen de la propuesta.

- Aplicar la guía de aprendizaje auto formativo en el curso de matemática para la unidad de aritmética con estudiantes de cuarto magisterio de educación física.

- Validar la Guía de aprendizaje por medio de aplicación de cuestionario escrito.

- Proporcionar una opción metodológica a docentes y estudiantes que aplican en el área de matemática

- Lograr la participación activa y cooperativa de los estudiantes del cuarto grado magisterio de la escuela Normal de Educación Física de Salamá, Baja Verapaz.

- Disminuir el rechazo hacia la asignatura por medio de la utilización de la guía de aprendizaje con enfoque cooperativo.

3.1.2. PLANTEAMIENTO GENERAL DE LA PROPUESTA

Para la elaboración de la guía de aprendizaje con enfoque constructivista se realizaron entrevistas con técnicos de Plan Internacional y PRODI, con el objeto de obtener información del procedimiento y criterio que se debe utilizar para elaboración de material auto formativo; Una vez que se determinó la forma de inicial el trabajo se analizaron y dosificaron los procesos que se deben alcanzar y a la vez se analizó de qué manera puede conformarse un material para alumnos de cuarto grado de magisterio. Posteriormente se aplicó cuestionario de diagnóstico para identificar el problema, después se elaboró el cronograma de actividades con los estudiantes y los cuestionamientos que se deberán realizar para validar el material.

Además de los cuestionarios escritos se realizaron dinámicas para que ellos pudieran plasmar sus inquietudes y con ello realizar los cambios pertinentes a fin de ir depurando la guía de manera que se adapte a las necesidades e intereses de los estudiantes a medida que se avanza en el desarrollo de las sesiones de trabajo y con ello reestructurar el material.

3.1.3. PARÁMETROS PARA VERIFICAR EL LOGRO DE OBJETIVOS.

En el desarrollo de las actividades de validación de la guía con los estudiantes se utilizaron, cuestionarios para identificar el problema, evaluación intermedia y final, las cuales aparecen como parte del contenido de la guía en el capítulo IV; además, la aplicación de la herramienta P.N.I. (14,3) que les permitió opinar sobre los aspectos positivos, lo negativos e interesantes con respecto a las guías, dicha actividad se realizó de manera simultánea al desarrollo del proceso de aplicación de las guías que sirvió para realizar adecuaciones pertinentes como se presenta a continuación:

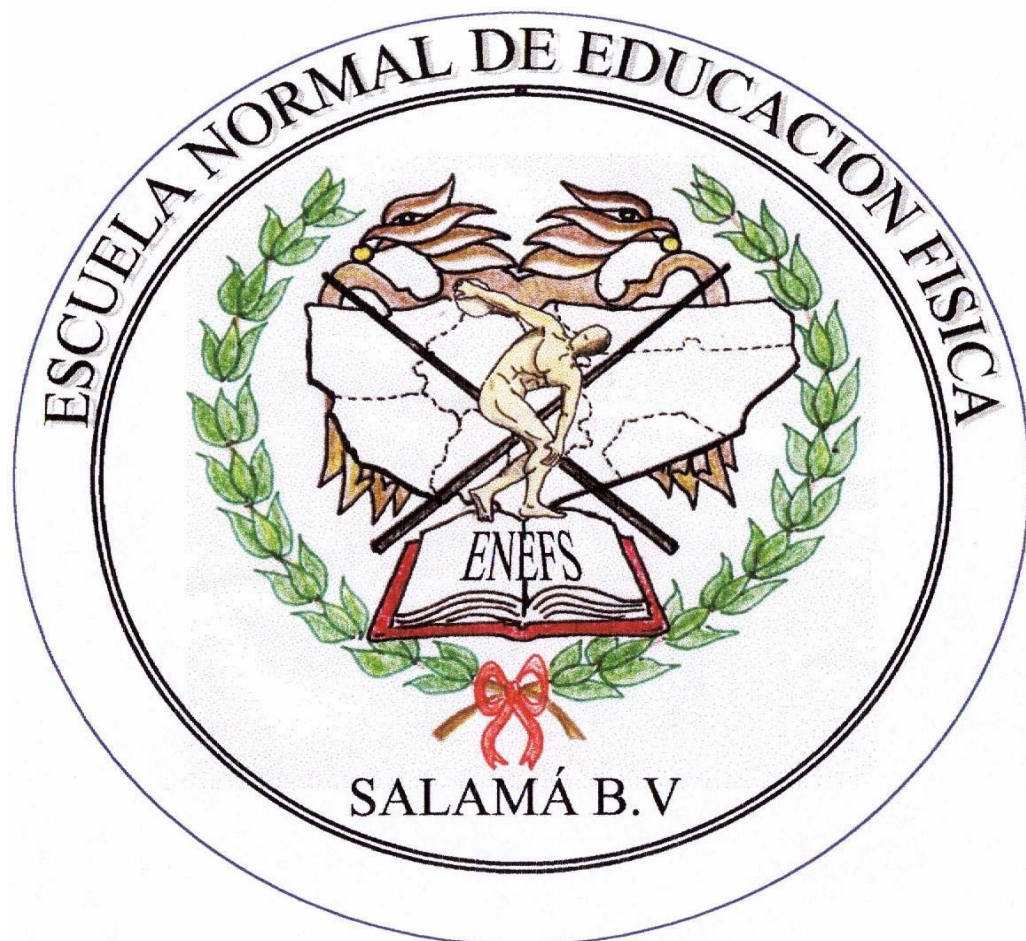
OBJETIVOS	EVIDENCIAS DE LOGRO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lograr una mejor aceptación del curso. 	<ul style="list-style-type: none"> -Prestan mayor atención. -Cumplen con las tareas. -Colaboran espontáneamente. 	<ul style="list-style-type: none"> -Lista de cotejo. -Control de progreso. -Cuestionario. - P. N. I.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Desarrollar procesos de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> -Realizan gustosamente las actividades asignadas. 	<ul style="list-style-type: none"> -Control de progreso. -Cuadros de registro.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizar las experiencias previas para construir conocimientos. 	<ul style="list-style-type: none"> -Opinan con frecuencia. -Redactan cuestiones sobre aspectos conocidos. -Proporcionan ejemplos. 	<ul style="list-style-type: none"> -Control de progreso. -Lista de cotejo.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Fomentar la cooperación interactiva. 	<ul style="list-style-type: none"> -Realizan actividades con ayuda de sus compañeros de equipo. -Ayudan a sus compañeros que lo requieran. 	<ul style="list-style-type: none"> -Cuestionario. P. N.I.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Propiciar ambiente dinámico y creativo. 	<ul style="list-style-type: none"> -Confirman su predilección por el trabajo y discusión en equipo. 	<ul style="list-style-type: none"> -P.N.I.

OBJETIVOS	EVIDENCIAS DE LOGRO	INSTUMENTOS DE EVALUACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Facilitar el Aprendizaje. 	<p>-Opinan que es una nueva forma de aprender , que se aprende fácil y es una buena forma de estudio.</p>	<p>-P.N.I.</p>
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mejorar la relación: Alumno-maestro-contenido. 	<p>-Opinan que lo positivo es que facilita la comunicación, que es fácil para estudiar y entender, porque se responden las preguntas</p>	<p>-P. N. I. -Cuestionario.</p>
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Promover la participación activa y constructiva. 	<p>-Afirman que les agrada porque se toma en cuenta lo que piensan los estudiantes.</p>	<p>-P. N. I. -Lista de cotejo. -Control de progreso.</p>

CAPITULO IV

EVIDENCIA DE TRANSFORMACIÓN Y MEJORA

EL CONSTRUCTIVISMO Y SU APLICACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA



INDICE

UNIDAD I PRIMER BIMESTRE AÑO 2002.

	Página
INTRODUCCIÓN	i
PRESENTACIÓN	1
JUSTIFICACIÓN	2
OBJETIVOS	2
CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL USO DE LAS GUÍAS	2
METODOLOGÍA Y PROCESOS	4
CONTENIDO	7
1. Familia de números. Desintegración familiar	
2. Todos tienen algo en común	11
3. Radiografía de un número	15
4. Uno de tantos	20
5. Anatomía de un número	25
6. Perder o ganar	30
7. Siempre positivos	37
8. Repartir pérdidas y ganancias	42
9. Resuélvelos tu mismo	47
10. Recordar es dominar las matemáticas.	49
11. Una relación especial	52
12. A todos en partes iguales	60
13. Un poco de todo	63
4.1.5.14. Convertir para operar	67
15. Relaciones entre parientes	73
16. Transforma y trabaja	79
17. El que parte y comparte...	84
18. Ni falta ni sobra	89

19. Resuélvelos tú mismo	94
20. Mayor o menor que la unidad	98
21. Sea breve	104
22. Dos equivalentes	109
23. Directa e inversa	114
24. Tres conocidos y un desconocido	118
25. Todo de todo	123
26. Evaluación	128
Recursos	134
Actividades	134

INTRODUCCIÓN

Para comprender los cambios que se han realizado a través de los años de estudio, es necesario recordar la forma como se ha desarrollado el proceso enseñanza aprendizaje, el cual ha estado dirigido al contenido, a la materia. Hoy día el elemento más importante es el estudiante. La tendencia actual es dirigir toda la atención hacia él. La enseñanza debe estar centrada en el sujeto que es objeto de la educación. En esta perspectiva es importante señalar los criterios constructivistas del aprendizaje que se presentan como opciones para desarrollar procesos significativos para la vida.

En este sentido la Guía de Auto aprendizaje viene a reforzar este tipo de educación. Incluye, en forma general la metodología que se realizó en todas las sesiones de trabajo con los estudiantes, así como los pasos metodológicos de Aprendo, Practico y Aplico que se desarrollaron en cada una de ellas. De esta manera el estudiante pudo realizarlas de manera individual o en pequeños grupos, las actividades de evaluación también aparecen de manera simplificada para demostrar el aprendizaje.

El profesor actuará como facilitador al orientar las acciones de los estudiantes de manera personalizada. Ellos tendrán en él un apoyo fundamental.

Desde el punto de vista constructivista el material denominado guía de autoaprendizaje se introduce paulatinamente en las aulas de nuestras escuelas, ganándole la carrera al tradicionalismo. Inicialmente surgieron en el nivel primario con muy buenos resultados, hoy se trabaja en función de mejoramiento cualitativo, minimizando los problemas que se afrontan en el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje como resultado de una enseñanza magistral y abstracta en todos los niveles.

JUSTIFICACIÓN

Esta guía es parte de la respuesta que durante muchos años se ha buscado de parte de instituciones y educadores, ya que posee características de flexible, abierta y dinámica, auto formativa, condiciones que le permiten su adaptabilidad y fácil manejo que a su vez brinda la oportunidad de atender con calidad al educando.

OBJETIVOS

La guía de autoaprendizaje permitirá una mejor aceptación del curso.

Lograr el desarrollo de procesos de aprendizaje significativo.

Utilizar las experiencias de los estudiantes para construir aprendizajes.

Fomentar la cooperación interactiva.

Propiciar un ambiente dinámico y creativo.

Facilitar la enseñanza.

Mejorar la relación: Maestro-Alumno-Materia.

Promover la participación activa y constructiva.

CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL USO DE GUÍAS

Es importante conocer la forma como están organizadas las presentes guías así como identificar el proceso metodológico para desarrollar efectivamente el trabajo. Pero antes es necesario conocer ¿qué son las guías?

Son materiales curriculares que orientan el trabajo de los estudiantes con instrucciones escritas para lograr los objetivos propuestos mediante una serie de procesos de aprendizaje.

Están organizadas de acuerdo al plan bimestral de la asignatura de matemática, es decir, por unidades las cuales son: Aritmética, Álgebra I, Álgebra II, Geometría y Trigonometría.

En esta oportunidad se presenta la unidad de Aritmética la cual está dividida en sesiones de aprendizaje, las que a su vez se dividen en tres pasos fundamentales.

APRENDO: Se desarrolla la mayoría de veces por medio de una lectura general del tema el cual inicia con una situación problemática, indicando el procedimiento adecuado en la medida en que se va solucionando el problema. Contiene actividades iniciales, la temática básica, la información esencial resumida y sencilla para alcanzar los objetivos y desarrollar destrezas, actitudes y habilidades, deben promover que el estudiante observe, compare, deduzca, otros. Explica los aspectos teóricos fundamentales para así llegar a una conclusión.

PRACTICO Este paso está constituido por actividades que los estudiantes deben realizar con la cooperación de uno o varios de sus compañeros o compañeras. Estas actividades pueden ser, preguntas sobre lo tratado en la lectura anterior, problemas, exposiciones, o algún otro tipo de actividad que se debe realizar para lograr desarrollar procesos de aprendizaje y ejercitar sus conocimientos.

.Está diseñada para que el estudiante refuerce, ejercite, practique, afiance y utilice, es decir que sea capaz de superar el conocimiento teórico y memorístico, por lo que debe hacer demostraciones, inventar situaciones, otros.

APLICO. Al concluir los dos pasos anteriores, el estudiante estará en capacidad de trabajar de manera individual, para dar respuesta a las cuestiones y los planteamientos que sobre el tema de la sesión se plantean para que utilice todo lo que aprendió. Este proceso no debe verse como simple tarea, porque si se aplica quiere decir que hubo aprendizaje, además, es el único paso que registra notas de evaluación sumativa.

Es importante señalar que cada uno de los pasos metodológicos anteriores conlleva una característica muy importante en cuanto a la forma de trabajar de los estudiantes ya que según las instrucciones puede ser que las actividades las realice SOLO O SOLA, EN PAREJAS O EN PEQUEÑOS GRUPOS, permitiendo con ello aumentar su capacidad de cooperación, toma de decisiones, ayuda mutua, participación, otros.

Es de vital importancia seguir las instrucciones al pie de la letra para lograr un aprendizaje significativo y cumplir los objetivos.

METODOLOGÍA Y PROCESOS

APRENDO 1) Individualmente



Atención

Lectura

Observación

Identificación

Narración

Reflexión

Análisis

Selección

Completación

Relación

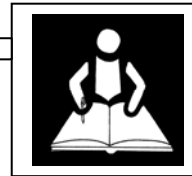
Resumen

Expresión

Enumeración

Comentario

Opinión



2) En parejas ó en Grupo

Compartir

Crear

Comentar

Concluir

Intercambiar

Analizar

Reflexionar

Responder

Medir

Interpretar

Integrar

Expresar

Estimar

Determinar

Participar

Elaborar

Formar

Socializar

Comparar

Calcular

Atender

Completar

Comprobar

Describir

Discriminar

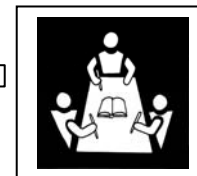
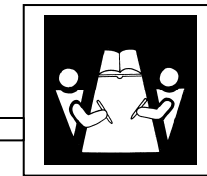
Ejecutar

Exponer

Redactar

Clasificar

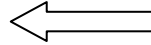
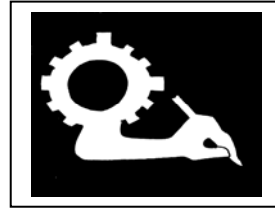
Construir



PRACTICO

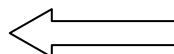
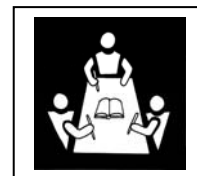
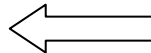
1) Individualmente

Elaborar	Graficar
Recopilar	Estimar
Realizar	Seleccionar
Responder	Resolver
Calcular	Operar
Clasificar	Descomponer
Comparar	Armar
Describir	Transformar
Ejecutar	Trazar
Escribir	Medir
Completar	Determinar
Identificar	Investigar
Diagramar	Construir
Representar	Proyectar
Trasladar	Establecer
Diferenciar	Plantear
Organizar	Fijar



2) En parejas o en Grupo.

Responder	Cuestionar
Completar	Compartir
Exponer	Resolver
Comentar	Analizar
Planificar	Concluir
Explicar	Nombrar
Señalar	Utilizar
Identificar	Ejemplificar
Reproducir	Discutir
Elaborar	Comparar



Planificar
Organizar
Representar
Recolectar
Transformar

Presentar
Expresar
Formar
Elegir
Comprobar

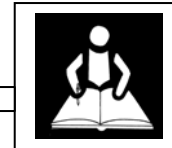
A

APLICO

1) Individualmente

Realizar
Encontrar
Corregir
Resolver
Describir
Trazar
Elaborar
Transformar
Estimar
Identificar
Relacionar

Relacionar
Comparar
Contestar
Revisar
Enumerar
Representar
Aplicar
Valorar
Descomponer
Elegir
Construir



2) En parejas ó en Grupo.

Analizar
Concluir
Planificar
Presentar
Aportar
Solucionar
Aplicar
Plantear
Usar
Recolectar
Valorar

Compartir
Completar
Discutir
Exponer
Verificar
Validar
Proponer
Organizar
Seleccionar
Predecir
Formular



4.1.5. CONTENIDO

UNIDAD 1

GUÍA 1

LA FAMILIA DE LOS NÚMEROS



Lee cuidadosamente el siguiente tema.

DESINTEGRACIÓN FAMILIAR



Una familia se forma por parientes paternos y maternos, entre los que se pueden mencionar: Abuelos, Abuelas, padres, madres, hijos, hijas, sobrinos sobrinas, primas y primos, entre otros.

De la misma manera los números también tienen su familiaridad como por ejemplo: enteros, racionales, negativos, positivos, compuestos primos y otros.

En la presente sesión veremos como se desintegra un número realizando operaciones sucesivas, como ejemplo tomaremos el número 40, para lo cual se deben realizar los siguientes pasos.

El procedimiento para ello consiste en lo siguiente.

1. Se escribe el número que se quiere factorizar ya su derecha una línea vertical.
2. Se aplican los criterios de divisibilidad, efectuando las divisiones entre primos sucesivos en orden creciente, esto es, de menor a mayor.
3. Cuando aparezca la unidad como cociente, se dice que la factorización de ese número ha terminado.

$$\begin{array}{r|l}
 40 & 2 \\
 20 & 2 \\
 10 & 2 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

4. Obsérvese que los factores primos de 40 son 2, 2, 2 y 5, los cuales se representan como un producto.

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$



RECUERDA

La factorización o descomposición de un número natural en factores primos se usa como herramienta para cálculos posteriores, como es la obtención del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor, así como la resolución de operaciones con fracciones.



Observa los siguientes ejercicios.



$$\begin{array}{r|l} \text{a) } 40 & 2 \\ 20 & 5 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{b) } 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{c) } 40 & 5 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Contesta las siguientes preguntas:

¿Son correctas las tres factorizaciones?

¿Por qué?

¿Cuál de las tres factorizaciones es la que cumple con las divisiones entre primos

Sucesivos en orden creciente?

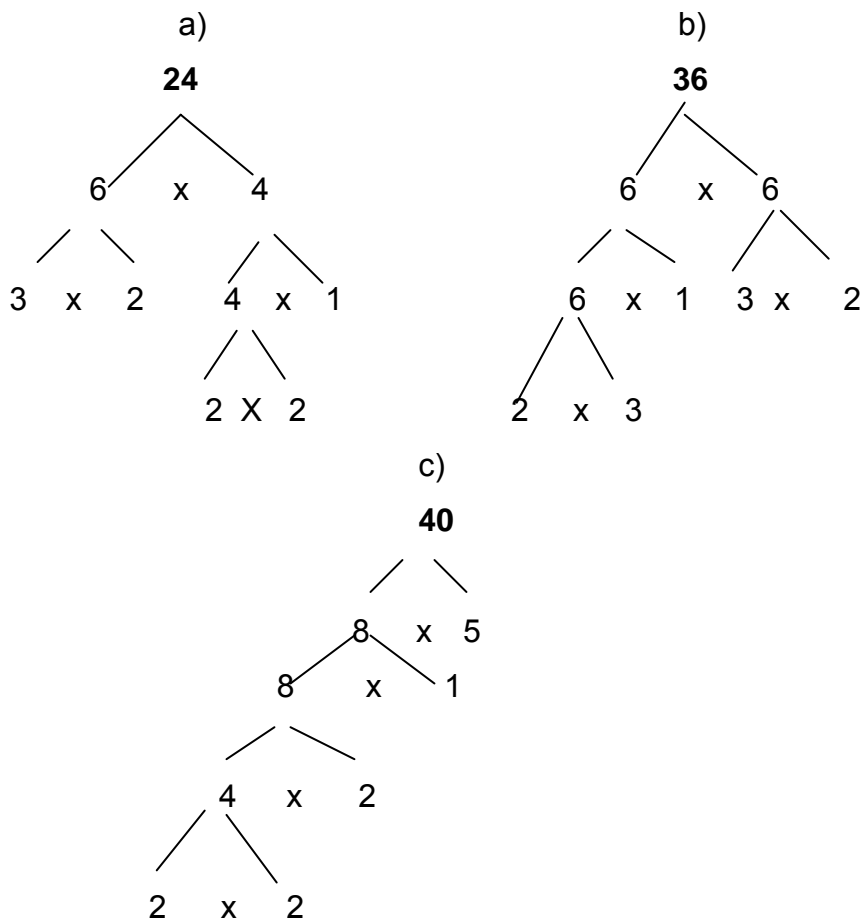
¿Porqué?

.Escribe los primeros 5 números primos: _____

Compara tus respuestas con las de tu compañero más cercano; si existen diferencias, consulta al profesor.



Encerrar con un círculo los factores que sean primos en los siguientes diagramas



Compara tus resultados con los de otro grupo y si existen diferencias, consulta a tu Profesor.

Escribe el resultado como producto de factores primos.

$$\begin{array}{r|l} \text{a) } 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{b) } 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$32 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$70 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{c) } 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{d) } 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$56 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$120 = \underline{\hspace{10em}}$$

Compara tus resultados con los de otro grupo si existen diferencias, consulta a tu profesor.



Resuelve los siguientes problemas.

1. Se tiene un rectángulo cuya área es de 35 cm^2 . Indica sus dimensiones (largo y ancho) de tal manera que sean números primos.

$$\text{Ancho} = \underline{\hspace{10em}}$$

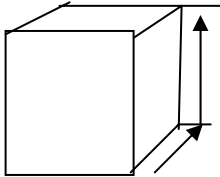
$$\text{Largo} = \underline{\hspace{10em}}$$

2. Se tiene un prisma cuadrangular cuyo volumen es de 105 cm^3 . Se desea las medidas del ancho, largo y altura. Si los números de las medidas son números primos, ¿cuáles son sus dimensiones?

Ancho _____

largo _____

altura _____



CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 2

Leer detenidamente el siguiente texto.

TODOS TIENEN ALGO EN COMÚN



Cuando se ordenan de menor a mayor los múltiplos de dos o más números, se observa que algunos se repiten.

Ejemplo:

Obsérvense los primeros números repetidos de 4, 6 y 8.

Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40, 44, **48**, 52...

Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, 54, 60, 66...

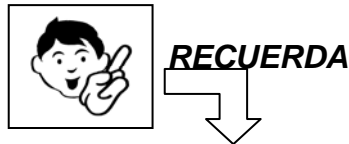
Múltiplos de 8: 0, 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, 72, 80, 88...

Los números en negrilla son algunos de los múltiplos comunes de los números 4, 6 y 8.

Entre ellos, hay uno que es de mucha utilidad para resolver una gran cantidad de situaciones problemáticas: éste que es el menor de ellos, excepto el cero, recibe el nombre de **mínimo común múltiplo**.

Aplicando lo anterior en el ejemplo mostrado, el mínimo común múltiplo de los números 4, 6 y 8 es el 24. Esta expresión se simboliza así:

$$\text{mcm}(4, 6, 8) = 24$$



Cuando se ordenan de menor a mayor los múltiplos de dos o más números, se observa que algunos se repiten

A estos números que se repiten y que son comunes a los números dados, se les llama *múltiplos comunes*.

Muchos problemas de interés práctico se resuelven utilizando esta sencilla idea. Obsérvese la resolución del siguiente problema en el que se ejemplifico esa aplicación.

a) De la terminal de autobuses de la ciudad de Guatemala salen autobuses cada 3 horas rumbo a Baja Verapaz; otros salen cada 4 horas con dirección a La Frontera y otros más cada 6 horas hacia Malacatan.

Si a las 6 de la mañana de un día determinado coincide la salida de los autobuses, ¿después de cuántas horas vuelve a coincidir la hora de salida de las tres líneas de autobuses?

RESOLUCIÓN

Es necesario encontrar el número de horas que tardan en salir los autobuses de cada línea y encontrar las horas de salida comunes (los múltiplos comunes de los intervalos 3, 4 y 6, exceptuando el cero, que en este caso carece de significado).

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30...

Múltiplos de 4: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40...

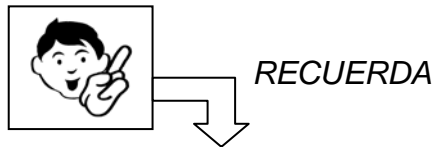
Múltiplos de 6: 6, **12**, 18, **24**, 30, 36, 42, 48, 54...

Como en el problema se pide la hora de coincidencia inmediata después de la salida a las 6 horas, se selecciona entonces el menor de los múltiplos comunes, esto es, el 12. Por lo que el mcm (3, 4, 6) = 12.

Esto indica que los horarios de las tres diferentes líneas vuelven a coincidir después de 12 horas a partir de las 6 de la mañana, esto es, a las 6 de la tarde.

Una manera de comprobar que 12 es el mínimo común múltiplo es ver si éste es divisible entre 3, 4, y 6.

Con base en lo mostrado se tiene:



El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes a dichos números, que sea diferente de cero.



TODOS TIENEN ALGO EN COMÚN



Responde las siguientes preguntas

1. Escribe que entiendes por mínimo común múltiplo

2. Explica la manera cómo entendiste la forma de hallar el m. c. m. de tres números:

Lee tus respuestas ante el grupo, como te lo indique el profesor.

Sigue con tu equipo de trabajo y contesta lo que se pide en cada caso.

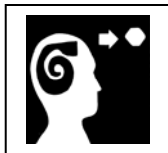
1. Escribe el mcm en los siguientes ejercicios:

a) $\text{mcm}(3,5,6) = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $\text{mcm}(4,8,10) = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\text{mcm}(8,12,15) = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $\text{mcm}(10,12,19) = \underline{\hspace{2cm}}$

3. ¿Cuál debe ser la longitud mínima de una varilla de acero, de tal manera que pueda partirse exactamente en pedazos de 8, 9 ó 15 cm de longitud?

Compara tus resultados con otro compañero; en caso de existir dudas, consulta al profesor.



Resuelve lo que se pide a continuación:



1. Escribe los primeros ocho múltiplos de los números que aparecen en la columna de la izquierda; observa el primer renglón que es ejemplo.

NÚMEROS	MÚLTIPLOS
2	4 6 8 10 12 14 16 18
4	
5	
8	
10	
15	

Con base en la tabla, completa las siguientes igualdades:

$$\text{mcm} (5, 10, 15) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{mcm} (2,4,5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{mcm} (4, 5, 10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Se informa que los vuelos a tres ciudades distintas se realizan con las siguientes frecuencias.

A la ciudad **X**, un vuelo cada ocho días.

A la ciudad **Y**, un vuelo cada doce días

A la ciudad **Z**, un vuelo cada quince días.

Si se sabe que el 10 de marzo hubo vuelos hacia las tres ciudades, ¿qué tiempo debe transcurrir para que coincidan nuevamente?

Compara con otro compañero tus resultados; en caso de que existan errores corrígelos.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



RADIOGRAFÍA DE UN NÚMERO



Leer en silencio.

GUÍA 3

Un procedimiento sencillo para obtener el mcm de varios números es el de la factorización simultánea, el cual se detalla a continuación:

Ejemplo:

Hallar el mínimo común múltiplo de 4,6 y 8

1.- Se escriben los números 4,6 y 8 y a su derecha una línea vertical.

2. Aplicando los criterios de divisibilidad y factorizando en forma simultánea los números 4, 6, 8 se tiene: el primer factor primo es el 2 porque existen números pares; al efectuar las divisiones mentalmente se tiene:

Aplicando el mismo criterio de divisibilidad, se ve que el 3 no es par, por lo tanto, se reescribe en el siguiente renglón, junto con los cocientes de los otros números al ser divididos:

Se aplica otra vez el criterio de divisibilidad entre dos, pero obsérvese que nuevamente el 3 no es par, por lo tanto, se reescribe en el renglón de abajo, además de los cocientes respectivos: Así:

$$\begin{array}{r|l}
 4,6,8 & 2 \\
 2\ 3\ 4 & 2 \\
 1\ 3\ 2 & 2 \\
 3\ 1 & 3 \\
 1 &
 \end{array}$$

Se aplica el criterio de divisibilidad para el último número que queda, en este caso el 3, y se efectúa la división, anotando en el siguiente renglón el cociente obtenido:

Su factorización termina cuando la unidad queda como residuo al final de la columna de cada número factorizado.

El mcm de los números 4,6,y 8 es el producto de los factores primos, es decir:

$$2 \times 2 \times 2 \times 3$$

4.Finalmente, la representación será:

$$\text{mcm}(4, 6, 8) = 24$$

Los siguientes casos particulares para la obtención del mcm se presentan con tal frecuencia que es conveniente tener reglas específicas.

1er. caso: dados dos números primos, el mcm de ellos es su producto.

Ejemplo:

El mcm de los números primos 7 y 11 es su producto, 77. $\text{mcm}(7, 11) = 77$

Esto se puede comprobar de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r|l}
 7,11 & 7 \\
 111 & 11 \\
 & 1
 \end{array}
 \qquad
 7 \times 11 = 77$$

$\text{mcm}(7, 11) = 77$

2o. caso: dados dos o más números diferentes de cero, si uno de ellos es divisible entre los demás, tal número es el mínimo común múltiplo de ellos. Ejemplo:

En los números 3, 4 y 12 se puede observar que este último se divide exactamente entre 3 y 4. Por consiguiente, el mcm de ellos es el 12.

$$\text{mcm}(3, 4, 12) = 12$$

Esto se puede comprobar de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r|ll}
 3,4,1 & 2 & 2 \\
 3\ 2\ 6 & 2 & \\
 3\ 1\ 3 & 3 & \\
 1\ 1 & &
 \end{array}
 \qquad
 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$\text{mcm}(3, 4, 12) = 12$

Con la aplicación del mcm se pueden resolver problemas como el siguiente:

En un almacén se van a colocar bolsas de azúcar en dos costales; en uno de ellos bolsas de 12kg y en el otro sólo bolsas de 15kg. Si se desea que los dos costales pesen lo mismo, ¿cuál es el peso mínimo que puede tener cada costal?

Este problema puede resolverse encontrando el mcm de 12 y 15; al obtenerlo, por medio de la factorización simultánea, se tiene lo siguiente:

$$\begin{array}{r|l}
 12, 15 & 2 \\
 6\ 15 & 2 \\
 3\ 15 & 3 \\
 1\ 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \text{El mcm de 12 y 15} = 60$$

$2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

R = El peso mínimo que va a tener cada costal es 60 kg.



RADIOGRAFÍA DE UN NÚMERO



Resuelve los ejercicios siguientes, aplicando la factorización por medio de números primos.

84	120	250
----	-----	-----

Encuentra el mcm de las parejas de números siguientes.

a) 2 y 3 _____ b) 5 y 15 _____ c) 2 y 5 _____

d) 4 y 8 _____ e) 4 y 7 _____ f) 3 y 7 _____

Compara tus respuestas con las de tu compañero ó compañera que esté cerca si existen diferencias consulta con tu profesor.

Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

8,32	32 20, 30, 50
------	---------------

mcm (8,32) = _____

mcm (20,30,50) = _____

Compara tus respuestas con tu compañero ó compañera y, en caso de que existan diferencias, consulta a tu profesor.



Resuelve los siguientes problemas:

- a) En un almacén se van a colocar bolsas de arroz en dos costales en uno de ellos, bolsas de 4 kg y en el otro, bolsas de 5 kg; si se desea que los dos costales pesen lo mismo, ¿cuál es el peso mínimo que puede tener cada costal?

b) Martín cortó una pieza de tela en 16 partes iguales y Antonio cortó otra pieza de igual medida en 20 partes iguales. Si en ambos casos no sobró tela y cada pieza de tela mide un número entero de metros, ¿cuál es la menor longitud que tenían las piezas de tela?

Intercambia con otro equipo los resultados obtenidos; en caso de que existan diferencias, consulta a tu profesor.



Resuelve los siguientes problemas.



a) En una fábrica se van a formar paquetes de jabones para cajas de diferente presentación. Algunos paquetes se harán con jabones de 200 gramos y otros de 450 gramos. Se desea que los dos tipos de caja pesen lo mismo. ¿Cuál es el peso mínimo que puede tener cada caja?

b) ¿Cuál debe ser la longitud mínima de una varilla de acero para que pueda partirse exactamente en tramos de 8cm, de 9 cm, o bien de 15 cm de longitud?

Intercambia tus respuestas con el compañero o compañera que esté a tu lado; en caso de diferencias consulta a tu profesor.



GUÍA 4

Lee cuidadosamente lo siguiente.



UNO DE TANTOS

Si se buscan los divisores de dos o más números, se observa que uno o varios coinciden en todos ellos. Esos divisores comunes son de gran ayuda en la resolución de problemas cotidianos. Obsérvese el siguiente problema:

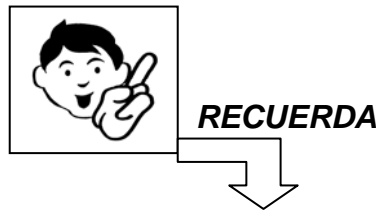
Juan tiene Q 15.00 y Luis Q 20.00. Ambos desean cambiar sus billetes por monedas de la misma denominación y de la mayor posible. ¿Cuál es el mayor valor que pueden tener las monedas?

Par encontrar la mayor e igual denominación de las monedas se procede a buscar los de cada uno de esos números.

Divisores de: 15: 1,3,5,15.

Divisores de 20:1,2,4,5,10,20.

Se observa que 1 y 5 son divisores de ambos números, por lo que se dice que 1 y 5 son divisores comunes de 15 y 20. Sin embargo, en el problema anterior se busca el mayor de ellos por lo que 5 es el número buscado, y se puede concluir que las monedas deben ser de: Q 5.00. Se dice que 5 es el máximo común divisor de 15 y 20.



Máximo común divisor de 2 ó más números es el número mayor que los divide a todos exactamente.

Para encontrar el MCD de dos o más números existen varios caminos algunos de ellos son los siguientes.

1. Con los pasos establecidos en el problema anterior:
 - a) se escriben los divisores de cada uno de los números.
 - b) Se localizan los divisores comunes.
 - c) Se selecciona el mayor de esos divisores.
2. Cuando se busca el MCD de dos o más números cualesquiera, es fácil encontrarlos observando si el menor de ellos divide a todos los demás.

Ejemplo: Encontrar el MCD de 12, 4 y 8.

De los anteriores números el 4 es el más pequeño y divide exactamente al 12 y al 8, con lo que se puede afirmar que.

$$\text{MCD} (12, 4 \text{ Y } 8) = 4$$

3. Si el número menor no divide a los otros números, entonces se procede a localizar los divisores de ese número y dividir los otros entre cada uno de esos divisores. El mayor de ellos que divida a todos es el máximo común divisor.

Ejemplo: encontrar el MCD de 8, 15 y 28.

Se puede ver que el 8 es el número menor y no divide a 15 ni a 28; Entonces se buscan los divisores de 8.

Divisores de 8: 1, 2, 4 y 8.

El 1 es divisor de los 3 números, ya que el 1 es divisor de todos los números.

El 2 es divisor de 8 y 28, pero no del 15.

El 4 es divisor de 8 y 28, pero no del 15.

El 8 es divisor de 8, pero no de 15 ni de 28.

Por lo tanto, el máximo común divisor de 8, 15 y 28 es el 1.

Expresado de otra forma: $\text{MCD} (8, 15, 28) = 1$

Como se puede observar, este procedimiento es sencillo para encontrar el MCD y mentalmente podemos llegar al resultado con facilidad.



UNO DE TANTOS



Busca el mcm de los siguientes números, utiliza el algoritmo correspondiente.

$$\text{mcm}(8, 12, 6) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{mcm}(9,5,45)=\underline{\hspace{10cm}}$$



Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿A qué se le llama Máximo Común Divisor? _____

2- ¿Cuál de las formas para encontrar el MCD te parece más sencilla?

¿Por qué?

Comenta tus respuestas con el grupo y corrígelas si es necesario.



Completa el siguiente cuadro.

¿Cómo se encuentra el MCD de dos o más números?	1º.	<input type="text"/>
	2º.	<input type="text"/>
	3º.	<input type="text"/>

Compara tu cuadro con el de tus compañeros y discute las diferencias que existan.

Una vez que concluyas, corrige tus respuestas si hay errores.



1. Encuentra el MCD de los siguientes números, anotando el grupo de divisores de cada uno de ellos.

a) $MCD(12,20,32)=$ _____ b) $MCD(45,15,30)=$ _____

Divisores de 12: _____

Divisores de 45: _____

Divisores de 20: _____

Divisores de 15: _____

Divisores de 32: _____

Divisores de 30: _____

Divisores comunes: _____ Divisores comunes: _____

Mayor de estos divisores: _____ Mayor de estos divisores: _____

2. Busca el MCD de los números que se indican; para ello, localiza entre los números el menor y contesta las preguntas:

a) $MCD(12,5,24)=$ _____ b) $MCD(30,20,10)=$ - _____

¿Cuál es el número menor? _____ ¿Cuál es el número menor? _____

¿Divide los otros números? _____ ¿Divide los otros números? _____

c) $MCD(20,8,12)=$

¿Cuál es el número menor? _____

¿Divide a los otros números? _____

¿Cuáles son los divisores de 8? _____

¿Cuáles dividen a 12 y a 20? _____

¿Cuál es el mayor de ellos? _____

3. ¿Cuál de las anteriores formas para determinar el MCD te gustó más?

¿Porqué? _____

Compara tus ejercicios con los de otros equipos; corrige tus errores.



Encuentra el MCD de los siguientes números.



a) $\text{MCD}(9, 12, 18) =$

b) $\text{MCD}(20, 50, 75) =$

Comenta con tu profesor tus resultados; si tus respuestas no son correctas, corrígelas.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 5

Lee cuidadosamente y en silencio el texto siguiente.



ANATOMÍA DE UN NÚMERO

Una vez que se ha establecido el concepto de MCD, de dos o más números, se está en posibilidad de utilizar un procedimiento más sencillo para obtenerlo.

para tal efecto, obsérvese con atención el desarrollo del siguiente problema que se le presentó a un almacenista:

1. El almacenista tenía 16 calculadoras de bolsillo de color negro, 24 azules y 28 rosas; debía empacarlas de tal manera que en cada paquete hubiese igual número de calculadoras del mismo color.

¿Cuál es el máximo número de paquetes que se puede formar?

¿Cuál es el mayor número de calculadoras del mismo color que puede ir en cada paquete?

Dado el problema se procederá a obtener el MCD por medio del siguiente procedimiento.

- a) Se factorizan simultáneamente los tres números hasta que se tenga un 1 divisor común.

Ejemplo:

16	24	28	2
8	12	14	2
4	6	7	

b) Obsérvese que los números 4, 6 y 7 no tienen divisor común, con excepción del uno. Por lo tanto, se **detiene** el proceso y puede manifestarse que el MCD de los números 16, 24 y 28 es el producto de los divisores comunes.

Por lo tanto:

$$\text{MCD}(16, 24, 28) = 2 \times 2$$

El 4 indica el máximo número de paquetes que se pueden formar, de tal manera que cada paquete contenga el mismo número de calculadoras del mismo color.

Ahora bien, se puede responder a la segunda pregunta si se considera lo siguiente: en, se puede responder a la segunda pregunta si se considera lo siguiente:

El número máximo de calculadoras de cada color que se puede poner en cuatro paquetes se obtiene si se divide el total de calculadoras entre el número de paquetes.

Por lo tanto:

16 calculadoras negras = 4 calculadoras negras
4 paquetes en cada paquete

24 calculadoras azules = 6 calculadoras azules
4 paquetes en cada paquete

28 calculadoras rosas = 7 calculadoras rosas en cada
4 paquetes paquete

Luego, se tiene que en cada paquete hay 17 calculadoras de las cuales cuatro son negras, seis azules y siete son rosas. Como se tienen cuatro paquetes, el total de calculadoras empacadas es 68.

Como se pudo apreciar, es posible resolver problemas en forma sencilla si se aplica el algoritmo del MCD.

Con la finalidad de confirmar lo aprendido, véase el siguiente problema:

2. Supóngase que se tienen 20 canicas de color rojo, 30 de color azul, 40 blancas y 50 verdes y se quieren poner en bolsas, de tal manera que haya igual número de canicas del mismo color en cada paquete.

¿Cuál es el máximo número de bolsas que hay que llenar?

¿Cuál es el mayor número de canicas del mismo color que pueden ir en cada bolsita?

Para solucionar este problema, se halla el MCD de 20, 30, 40 y 50.

20	30	40	50	2
10	15	20	25	5
1	3	4	5	

Luego:

$$\text{MCD}(20, 30, 40 \text{ y } 50) = 2 \times 5 = 10$$

Esto indica que se formarán 10 bolsas.

El Máximo número de canicas de cada color que se puede poner en 10 bolsitas se obtiene dividiendo el total de canicas de cada color entre el número de bolsas, es:

$$\frac{20 \text{ canicas rojas}}{10 \text{ bolsas}} = 2 \text{ canicas rojas en cada bolsa}$$

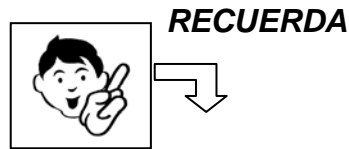
$$\frac{30 \text{ canicas azules}}{10 \text{ bolsas}} = 3 \text{ canicas azules en cada bolsa}$$

$$\frac{40 \text{ canicas blancas}}{10 \text{ bolsas}} = 4 \text{ canicas blancas en cada bolsa}$$

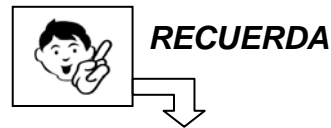
$$\frac{50 \text{ canicas verdes}}{10 \text{ bolsas}} = 5 \text{ canicas verdes en cada bolsa}$$

Resulta entonces que en cada una de las diez bolsas habrá catorce canicas: dos rojas, tres azules, cuatro blancas y cinco verdes.

Resulta sencillo resolver situaciones como las anteriores utilizando la descomposición de números en factores primos y la obtención del máximo común divisor.



El algoritmo para hallar el MCD de dos o más números es un procedimiento mediante el cual se obtiene el mayor de los divisores comunes de dos o más números.



ANATOMÍA DE UN NÚMERO

En matemáticas existen procedimientos que nos permiten resolver problemas de manera directa y sencilla, estos se llaman: algoritmos.

Comenta con tus compañeros, compañeras y profesor la manera de aplicar el algoritmo en situaciones cotidianas.



Completar las siguientes cuestiones.

a) ¿Qué es el algoritmo del MCD? _____

b) Por medio del algoritmo de MCD se localizan: _____

e) ¿Por qué motivos se interrumpe o concluye el proceso del MCD?

Compara tus respuestas con las de otra pareja y, si tienes dudas, consulta el respectivo texto.



Resuelve los problemas siguientes.



1. Una compañía constructora compró tres terrenos, con las siguientes dimensiones: 1 440, 1 280 y 800 m², respectivamente; los desea fraccionar de tal manera que cada lote tenga la misma extensión y que sean lo más grandes posible.

a) ¿Cuántos metros cuadrados tendrá cada lote? _____

b) ¿Cuántos lotes de igual medida y con la mayor extensión se obtendrán?

Entonces:

¿Qué es el MCD de dos o más números? _____

¿Cómo puedes obtenerlo? _____

¿A qué se le llama MCD de dos o más números? _____

¿Cómo se obtiene? _____

1. Se tienen 48 litros de aceite y 64 de vinagre. Si se envasan en recipientes del mismo tamaño,

¿De qué capacidad pueden ser los envases? _____

¿Cuál es el mayor tamaño que puede tener el envase? _____

¿Qué nombre recibe ese número con respecto a 48 y 64? _____

¿Cómo obtuviste esos resultados? _____

2. Un señor cobra tres cheques de Q 250.00, Q500.00 y Q300.00,

Si pide que le paguen los tres cheques con billetes de la misma denominación y de la mayor posible, ¿de qué valor serán los billetes?

3. María compra 120 rosas y 80 claveles. Si desea hacer ramos de modo que cada uno tenga la misma cantidad de flores del mismo tipo y de la mayor cantidad posible, ¿cuántas flores tendrá cada ramo y cuántos ramos saldrán en total?

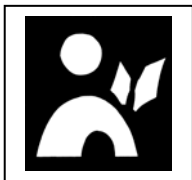
4) Tres autobuses salen el mismo día de una terminal camionera. El primero regresa cada seis días, el segundo cada cinco y el tercero cada tres. ¿Cuántos días pasarán para encontrarse todos nuevamente?

¿Qué operaciones hiciste para encontrar el resultado de los problemas anteriores?

¿Existen otras formas para llegar a esa misma respuesta?

¿Cuál crees que sea el camino más rápido?

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 6

Realiza una lectura del siguiente texto analizando los pasos del algoritmo de ambas operaciones.



PERDER O GANAR

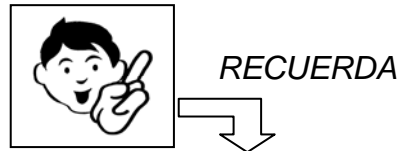
Actualmente resulta familiar en diversas situaciones el empleo de los números enteros y sus operaciones.

El Siguiete cuadro contiene datos relativos a la “situación económica” de unos alumnos (los números expresan nuevos pesos). Analícese teniendo presente que los números positivos representan cantidades de dinero que se posee, y los negativos, cantidades de dinero que se debe.

	Tiene en su cuenta	Le dan sus padres	Debe a la cooperativa	Debe a su compañero	En total tiene	En total debe	Así se expresa su situación económica
GABRIELA	115	25			140		$(115) + (25) = 140$
ESPERANZA			5	20		25	$(-5) + (-20) = -25$
JOSEFINA	10		10	No debe	No tiene	No debe	$(10) + (-10) = 0$
HECTOR	50		122			72	$(50) + (-122) = -72$
MARTÍN	120		30		90		$(120) + (-30) = +90$
LUIS		70			70		$0 + (70) = 70$
MIGUEL.	0		25			25	$0 + (-25) = -25$

Teniendo a la vista de cada una de las adiciones que expresan la situación económica de cada alumno se deduce lo siguiente:

En los casos de Gabriela y Esperanza, cuando los sumandos tienen el mismo signo, los valores absolutos se suman y el resultado conserva el mismo signo de los sumandos; esto es, si se suman números positivos el resultado es positivo y si se suman números negativos el resultado es negativo.



En el valor absoluto de un número no se considera su signo por ejemplo:

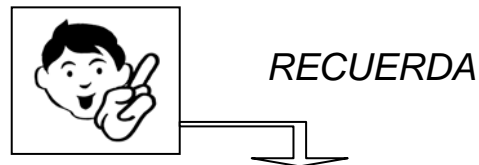
$| + 9 | = 9$ se lee: el valor absoluto de nueve positivo es igual a nueve;

$| - 12 | = 12$ se lee: el valor absoluto de doce negativo es igual a doce.

En el caso de Josefina, cuando los sumandos son números simétricos (tienen el mismo valor absoluto pero diferente signo) la suma es igual a 0.

En el caso de Héctor y Martín, cuando los sumandos son de diferente signo, sus valores absolutos se restan y el signo de la suma corresponde al sumando de mayor valor absoluto

En el caso de Luis y Miguel, cuando uno de los sumandos es cero la suma es igual al otro sumando.



SUMAS DE MÁS DE DOS ENTEROS

Cuando se tiene una suma de varios sumandos, se pueden cambiar de orden y agruparlos de la forma más conveniente.

El procedimiento más cómodo suele ser el siguiente.

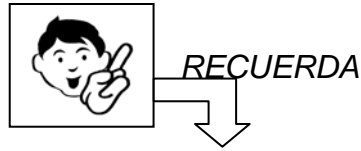
1. Comprobar si hay parejas de sumandos que sean números simétricos.

Si los hay, se suprimen todas esas parejas de sumandos, puesto que la suma de cada una es cero.

2. Una vez hecho eso, se agrupan por un lado los sumandos positivos y, por otro, los negativos. Se suman todos los positivos, luego todos los negativos y finalmente, la suma total se obtiene restando los valores absolutos y escribiendo el signo del sumando de mayor valor absoluto.

Ejemplos: a) $(-9) + (-8) + (-12) + (+6) =$
 $(-9) + (-12) + (+6) =$
 $(-21) + (+6) = -15$

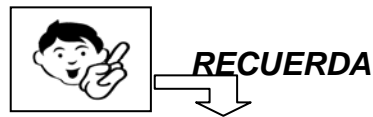
$$\begin{aligned}
 \text{b) } & (+14) + (-8) + (+10) + (+15) + (-6) + (+4) + (+7) = \\
 & (+14) + (+10) + (+15) + (+4) + (+7) + (-8) + (-6) = \\
 & (+50) + (-14) = +36
 \end{aligned}$$



ESCRITURA SIMPLIFICADA DE UNA SUMA DE ENTEROS

Quando se escribe una suma de enteros se suele prescindir de los signos de sumar y de los paréntesis de cada sumando. Asimismo, si el primer sumando es positivo (+1, +9, +5, etc.) es más común omitir el signo (1, 9, 5, etc.).

En lugar de escribir	Se escribe normalmente
$(-6) + (+7) (-8) + (+15) + (-12)$	$-6+17-8+15-12$
$(+9) + (+5) (-6) + (+2)$	$9 + 5 - 6 + 2$



En la sustracción de números enteros se debe tener presente el simétrico de un número: El simétrico de un número es el mismo número, pero con diferente signo.

La sustracción de números enteros se efectúa de la siguiente forma:

1º..Se cambia el sustraendo por su simétrico.

2º..Se suma el minuendo con el simétrico del sustraendo.

Ejemplos:

$$\text{a) } (+20) - (-12) =$$

simétrico

$$+20 + (+12) =$$

Eliminando paréntesis.

$$20+12=32$$

$$\text{b) } (+18) - (+10) =$$

simétrico

$$(+18) + (-10) =$$

$$18-10=8$$

Obsérvense las siguientes operaciones:

Adición

$$\begin{aligned} (-5) + (+12) &= \\ -5 + 12 &= 7 \end{aligned}$$

Sustracción

$$\begin{aligned} (+23) - (-15) &= \\ 23 + 15 &= 38 \end{aligned}$$

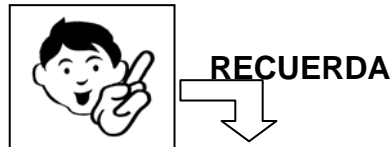
Al eliminar los paréntesis se cambió de signo únicamente al sustraendo, al cual le afectaba el signo operacional (-) menos.

Por ser la sustracción la operación inversa de la adición, el algoritmo de estas dos operaciones es muy parecido.

La adición y sustracción de enteros tiene aplicación práctica en diversas actividades, desde las cotidianas hasta las operaciones financieras más complejas.



PERDER O GANAR



La creación de los números enteros surgió cuando se observó que en las sustracciones de números naturales, en donde el minuendo era menor que el sustraendo, el resultado no era otro número natural.

Fue hasta el siglo XVIII cuando los números enteros fueron reconocidos e incorporados a las matemáticas después de haber demostrado su utilidad práctica.



Resolver el siguiente ejercicio:

1. Escribe qué características tienen los números simétricos: _____

2. ¿Qué entiendes por valor absoluto de un número? _____

3. En la adición de números enteros:

a) Si se suman dos números _____ el resultado es cero.

b) Cuando los números que se suman son de _____ signo, sus valores absolutos se restan y el signo de la suma es igual al sumando de _____ valor absoluto.

c) Si los números que se suman son del mismo _____, sus valores absolutos se _____ y el signo de la suma es _____ a los sumandos.

d) Cuando un número se suma con _____ la suma es el mismo número.

4. Escribe el procedimiento para efectuar la sustracción de enteros:

5. Escribe el valor absoluto de cada número.

a) $|-8| =$ _____ b) $|226| =$ _____

6. Escribe sobre la línea el signo “+” si la suma resulta positiva, o el signo “-” si la suma resulta negativa.

a) $(8436) + (-36\ 263)$ _____

b) $(-6) + (-12) + (-13)$ _____.

c) $(-500) + (1\ 612)$ _____

7. Expresa sin paréntesis las adiciones del ejercicio anterior.

a) _____ b) _____

c) _____

8. En cada una de las sustracciones encierra al sustraendo y escribe la adición equivalente en forma simplificada.

a) $(2) - (+8) =$ _____ b) $(15) - (-20) =$ _____

_____ = _____ =

_____ = _____ =

9.Efectúa las siguientes operaciones eliminando los paréntesis.

a) $(+8) + (-7) + (-9) =$

b) $(-12) - (-6) - (+3) =$

c) $(-11) + (-5) - (-3) - (+9) =$



Resuelve el siguiente ejercicio.



1.Efectúa las siguientes adiciones y sustracciones:

a) $(-15) + (-20) + (-32) =$

b) $(-9) - (-26) =$

2.Efectúa las siguientes operaciones combinadas:

a) $(-20) + (+12) - (-3) + (-9) - (+12) =$

b) $(-5) + (-6) - (-12) - (+6) + (-5) + (-12) =$

3. Resuelve los siguientes problemas.

a) Durante el periodo vacacional Juan aumentó 4 kg de peso. Después de un de dieta bajó 7 kg, ¿cuánto bajó o cuánto aumentó en realidad al término de la dieta con respecto a su peso original?

Resultado:

b) Un automóvil sale de Escuintla y se aleja 127 Km., en dirección a Champerico; al día siguiente, de regreso, se acerca primero 35 Km. y después 68 Km., ¿A qué distancia se encuentra de Escuintla ?

Resultado: _____

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



Lee cuidadosamente el siguiente texto.



SIEMPRE POSITIVOS

GUÍA 7

Dado que en la multiplicación de números enteros se manejan signos positivos y negativos se pueden presentar los casos siguientes:

- A. Los factores que tienen el mismo signo.
- B. Los factores que tienen signos diferentes.

En esta parte se abordan las variantes que se presentan para el caso A.

Si en una multiplicación de números enteros los factores tienen el mismo signo, hay dos modalidades que a continuación se analizan:

1. Multiplicación de números enteros positivos.

La definición de la multiplicación para números naturales es la misma que para los números enteros, esto es, se establece como una adición de sumandos iguales.

De acuerdo con esto, en las siguientes representaciones se interpretará la Multiplicación 3×5 , es decir, tres veces cinco.

$$3 \times 5 = 15 \quad \bullet \bullet \bullet$$

$$\quad \bullet \bullet \bullet$$

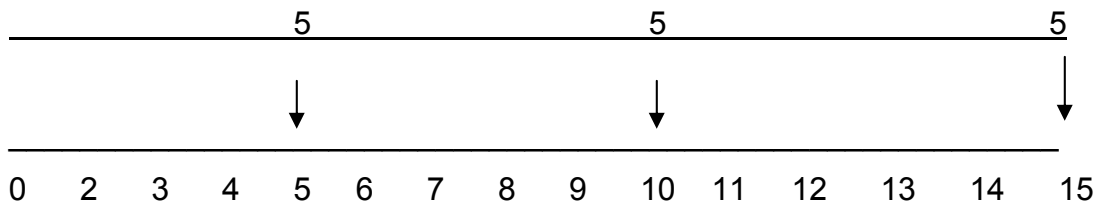
$$\quad \bullet \bullet \bullet$$

$$\quad \bullet \bullet \bullet$$

$$\quad \bullet \bullet \bullet$$

Si se tienen 3 columnas y cada una tiene 5 puntos, el número de puntos es 15, ya que $5 + 5 + 5 = 15$, o bien, $3 \times 5 = 15$.

Al utilizar la recta numérica se tiene:



$$3 \times 5 \text{ significa } = 5 + 5 + 5$$

O sea, se suman 3 segmentos de longitud 5 y nos resulta un segmento de longitud 15.

$$3 \times 5 = 15$$

Otra situación en la que se puede apreciar esto es la siguiente:

Si se considera el depósito en un banco como positivo, entonces, ¿cuál sería el estado de cuenta de un señor que durante cinco días seguidos depositó

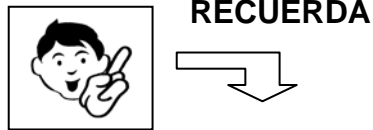
Q 150.00

Esta situación se resuelve con una multiplicación de números enteros, de donde

$$(+15000) (+5) = + 750.00$$

depósitos (+) días (+) total depositado (+)

Estos ejemplos ilustran la multiplicación de números enteros positivos, con los cuales podemos afirmar:



Para multiplicar dos números enteros positivos, se multiplican los números y su producto es positivo.

2. Multiplicación de dos números enteros negativos.

Es necesario recalcar la conveniencia de que las propiedades de la multiplicación de números naturales sean válidas para esta operación con enteros, con la finalidad de que no existan excepciones en su uso. Se puede demostrar con tales

propiedades que la multiplicación de dos números enteros negativos arroja un número entero positivo como producto, pero tal demostración está fuera del alcance de este curso, por lo que definiremos este caso como sigue:

Para multiplicar dos números enteros negativos:

a) El producto es el obtenido de tal multiplicación.

a) Se multiplican sus valores absolutos,

Entonces el producto de $(-8) \times (-3) = 24$, pues por la definición dada se tiene;

$$|-8| \times |-3| = 8 \times 3 = 24$$

Obsérvese detalladamente la siguiente situación que ejemplifica lo anterior una - considerando un retiro bancario como cifra negativa (puesto que se trata de una deuda) una persona retira del banco durante cinco días, Q 75.00 diariamente.

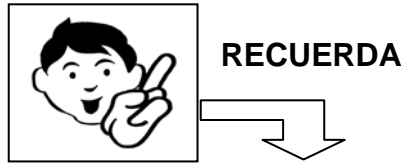
¿Cuál era su estado de cuenta antes de retirar estas cantidades?

Nótese que se hace un retiro diario (-75.00) durante cinco días ya pasados (-5) ,

Entonces

$$(-75.00) (-5) = 375.00$$

retiro días cantidad que tenía.



Para multiplicar dos números enteros positivos, o dos números enteros negativos, se multiplican sus valores absolutos y el resultado es positivo.



SIEMPRE POSITIVOS



Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son los elementos de una multiplicación? _____

2. ¿Cómo se diferencian los números naturales de los enteros? _____

3. ¿Cómo defines una multiplicación de números enteros? _____

4. ¿Cómo es el valor absoluto de un número entero negativo? _____

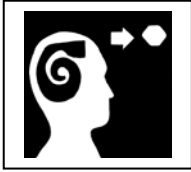
¿Y de un positivo? _____

3. ¿Cuándo es positivo el producto de dos enteros?

4. Si cambia el orden de los factores, ¿el producto es diferente? _____

¿,Por qué?

Compara tus respuestas con las de los demás equipos y corrige tus errores.



Completa lo siguiente, escribiendo la respuesta correcta dentro de cada cuadrado.



X	11	5	25	10
4				
9				
7				
12				
1				

x	-9	-4	-6	-20
-5				
-8				
-1				
-15				
-2				
-7				

Encuentra los productos que se piden.

1. $(26)(14) =$

2. $(-15)(-21) =$

3. $(-46)(-91) =$

4. $(80)(102) =$

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 8

Lee cuidadosamente el texto.



REPARTIR PERDIDAS Y GANANCIAS

Analizar el siguiente problema.

Una persona adquiere una deuda de Q3,500.00 y el compromiso de cubrirla en siete pagos iguales. ¿De qué cantidad deberá ser cada pago?

La deuda se presentará como una cantidad negativa, o sea, - 3 500 y los siete pagos como + 7.

Así que la situación se puede representar así:

$(+ 7) (x) = 3\ 500$, donde x es la cantidad que se desea conocer.

Esto es una multiplicación en la que se desconoce un factor, pero se tiene el otro factor y el producto de ambos.

$(+7)$	(x)	
factor	factor	= -3500
conocido	desconocido	producto

Para encontrar el factor desconocido se realiza una división donde el producto se convierte en dividendo y el factor conocido, en divisor.

$$(- 3500) \div (+ 7) = X$$

De esta forma se sabe que los pagos serán de q 500.00 pero esto representa una salida de sus percepciones, por lo que el valor de x será de $- 500$, porque

$$(- 3500) \div (+7) = -500.$$

Dicho de otra forma:

Si siete es positivo y el producto de él con otro factor es negativo, por la ley de los signos en la multiplicación se tiene que $(+) (-) = -$; Así que el signo correspondiente a la incógnita será negativo.

Por otra parte, si el problema se hubiese planteado como una deuda de \$ 3 500.00 que se cubrirá con pagos de \$ 500.00, y se deseara saber cuántos pagos se tendrán que realizar, entonces el procedimiento sería el siguiente:

$$(-500)(x) = -3\,500,$$

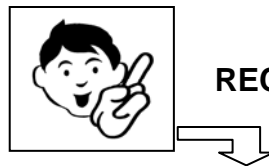
donde -500 y $-3\,500$

son deudas y por eso se representan como negativos.

$$\text{De donde: } (-3\,500) \div (-500) = +7.$$

El valor de x es $+7$, o sea, serán siete pagos de Q 500.00 los que cubran la deuda de Q 3 500.00. (Se considera positivo el siete porque representa sólo una enumeración de eventos que se suceden.)

Relacionando la situación anterior con la ley de los signos en la multiplicación de enteros se tiene: $(-)(+)= -$ así que el signo en el recuadro es el que corresponde a la incógnita.



RECUERDA

Que la división es la operación inversa de la multiplicación.

Multiplicación		División
$(-500) \quad (x) \quad = \quad -3500$ factor factor producto	}	$(-3500) \div -500 = +7$ dividendo divisor cociente

Al dividir números enteros, se presentan los siguientes casos:

a) Que el dividendo y el divisor sean positivos.

$$(+4) \text{ entre } (+2) = +2 \quad \text{porque } (+2)(+2) = +4$$

$$(+20) \div (+5) = +4 \quad \text{porque } (+5)(+4) = +20$$

b) Que el dividendo y el divisor sean negativos.

$$(-10) \div (-2) = +5 \quad \text{porque } (-2)(+5) = -10$$

$$(-15) \div (-5) = +3 \quad \text{porque } (-5)(+3) = -15$$

c) Que el dividendo sea positivo y el divisor, negativo.

$$45 \div (-9) = -5 \quad \text{porque} \quad (-9)(-5) = +45$$

$$18 \div (-2) = -9 \quad \text{porque} \quad (-2)(-9) = +18$$

d) Que el dividendo sea negativo y el divisor, positivo.

$$(-36) \div (+6) = -6 \quad \text{porque} \quad (+6)(-6) = -36$$

$$(-81) \div (+9) = -9 \quad \text{porque} \quad (+9)(-9) = -81$$

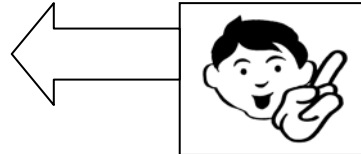
RECUERDA

$$(+)\div(+)=+$$

$$(-)\div(-)=+$$

$$(+)\div(-)=-$$

$$(-)\div(+)= -$$



Lo anterior se conoce como **ley de los signos para la división de números enteros.**



REPARTIR PÉRDIDAS Y GANANCIAS



Resuelve los ejercicios siguientes:

1. Completa las siguientes expresiones aplicando la ley de los signos en la división:

a) Si $(+)(+) = +$ entonces $+ \div + =$

b) Si $(+)(-) = -$ entonces $- \div$ $= -$

c) Si $(-)(+) = -$ entonces $\div - = +$

d) Si $(-)(-) = +$ entonces $+ \div - =$

2- Anota las palabras que faltan en los siguientes enunciados:

a) Al dividir un número positivo entre otro positivo el cociente será.....

Si se divide un número positivo entre uno negativo, el cociente tendrá signo...

b) El cociente de un número negativo entre uno positivo tendrá signo...

d) Si se divide un número negativo entre otro negativo el cociente será...

Consulta con el profesor tus respuestas. Discute las diferencias que hayas tenido y corrige si hay errores.



Resuelve los ejercicios que aparecen a continuación:

1. Encuentra el factor desconocido en cada una de las siguientes multiplicaciones y anótalo en el paréntesis correspondiente.

a) $(-8) (\quad) = -32$

b) $(\quad) (9) = -18$

c) $(-12) (\quad) = -72$

d) $(15) (\quad) = -75$

2. Efectúa las operaciones y escribe el resultado en el espacio correspondiente.

a) $(16) \div (2) =$ _____ porque _____

b) $(32) \div (4) =$ _____ porque _____

c) $(-60) \div (-3) =$ _____ , porque _____

d) $(81) \div (-9) =$ _____ porque _____

¿Cómo encontraste el signo de las divisiones anteriores?

Revisa tus resultados, comparándolos con los de otros compañeros. Si hay errores, corrígelos.



Resuelve los ejercicios siguientes:



1. Realiza las divisiones siguientes y escribe el cociente en el espacio correspondiente.

a) $(-36) \div (6) =$ _____

c) $(-39) \div (-13) =$ _____

b) $(48) \div (-3) =$ _____

d) $(63) \div (9) =$ _____

2. Resuelve el problema siguiente:

Tres hermanos establecieron un negocio con participaciones iguales. Si contrajeron una deuda de:

Q42 735.00, ¿cuánto deberá pagar cada uno?

a) ¿Con qué signo se expresa la cantidad de personas que participaron? _____

¿Por qué? _____

b) ¿A qué cantidad asciende la deuda ¿qué signo lleva? _____

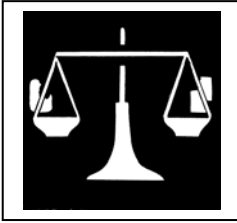
¿Por qué? _____

c) ¿Qué operación se debe realizar para encontrar el resultado? _____

d) ¿Qué signo tiene y por qué? _____

e) ¿Cuál es el resultado? _____

Consulta tus resultados con tu profesor. Si no coinciden, realiza nuevamente los procedimientos..



GUÍA 9

'RESUÉLVELO TÚ MISMO



I SERIE

RECUERDA Contesta en forma breve, las siguientes preguntas:

a) ¿Qué signo corresponde a la suma de un entero positivo y uno negativo?

b) ¿Qué sucede con el signo de un número entero cuando lo antecede el signo negativo?

c) ¿Qué signo corresponde al producto de dos números con igual signo?

d) ¿Qué signo corresponde al cociente de dos números con signo diferente?

II SERIE

Resuelve los siguientes problemas:

a) ¿Qué número se tendrá que sumar a: -67 para que el resultado sea -28 .

¿Su valor absoluto será mayor o menor que el de -67 ? _____

¿Se debe realizar una adición o una sustracción de valores absolutos? _____

¿Cuál es el número buscado?

b) Si de un tanque de 60 l. de diesel se consumen 24 l. después se le introducen 20 l. y se consumen 53 l. ¿cuántos litros de diesel quedaron en el tanque? (Resuélvelo mentalmente.)

R = _____

o) ¿Qué número multiplicado por 12 da como producto 36?

¿Cómo se obtiene el factor desconocido, si se conoce uno y el producto de ambos?

¿Qué signo tiene el resultado?

¿Qué signo deberá tener el factor desconocido según la ley de los signos?

¿Cuál es el número solicitado?

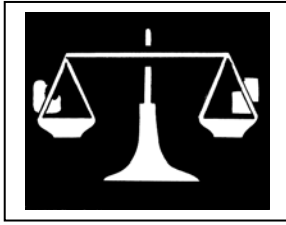
d) En el desierto de los Leones, la temperatura registrada en un día presentó las siguientes variaciones: a las 9 h fue de 1°C , a las 15 h subió 22°C , hasta las 17 h bajó 20°C y hasta las 3 de la mañana bajó 25°C más. ¿Cuál era la temperatura a las 3 de la mañana? Anota el signo que corresponda al resultado.

e) ¿Cuál será el número que dividido entre -6 dé como cociente 138?

f) En un negocio se registraron pérdidas de Q354 830.00 en una semana. Obtén el promedio diario (considera los siete días)

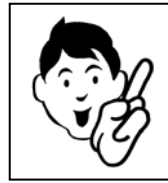
¿Qué operación deberás realizar?

¿Cómo representarías con números enteros las pérdidas?

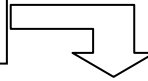


GUÍA 10

RECORDAR ES... DOMINAR LAS MATEMÁTICAS



RECUERDA



En todo proceso de aprendizaje es importante hacer un alto para reflexionar sobre los temas que se han visto y recordar lo más relevante de cada uno de ellos.



I SERIE

Contesta lo que se pide; en caso de duda, consulta a tu profesor.

1. Cómo se determina el orden de magnitud de un número?

2. Cómo es el orden de magnitud del resultado de una adición en relación con el de los sumandos?

3. Escribe ¿a qué se llama divisor de un número?

- 4. ¿Cómo obtienes los múltiplos de un número?

5. ¿Cuál es la diferencia entre los números primos y los números compuestos?

6. ¿Qué diferencia existe entre la factorización para encontrar el mcm y el MCD de dos o más números?

7. ¿Cuáles son los cuatro casos que se manejan en la ley de los signos?

8. Escribe el procedimiento que empleas para obtener el resultado de cada una de las operaciones con números enteros.

a) Adición con sumandos de diferente signo

b) Sustracción

c) Multiplicación

d) División

Analiza tus resultados; corrige si hay errores.

II SERIE

Resuelve lo siguiente:

1. Escribe sobre la línea el orden de magnitud de los siguientes números:

a) $4978 =$ _____

$12836 =$ _____

2. Si se suman los números anteriores, ¿cuál será la estimación del orden de magnitud de su resultado? (No hagas operaciones).

3. Factoriza el siguiente número. : 90

4. Obtén el mcm y el MCD de los siguientes números:

a) 120 y 80

mcm = _____
MCD = _____

5. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $42 + (-8) - (+30) =$ b) $8(-6)(-4) =$ c) $-120 =$

III SERIE

Resuelve los siguientes problemas:

1. Dos cintas de 50 m y 80 m de longitud se quieren dividir en pedazos iguales de la mayor longitud posible.

a) ¿Cuál será la longitud de cada pedazo?

b) ¿Cuántos pedazos se obtienen en total?

2. Amalia tenía un saldo a favor de Q500.00 en su cuenta bancaria; en seguida depositó Q180.00 y giró cheques por Q400.00 y Q350.00; al día siguiente retiró Q290.00. ¿Cuál es su nuevo saldo?

3. Una empresa comercial presenta ingresos diarios de Q548.00 en promedio. ¿Qué ingresos obtiene al cabo de 21 días de trabajo?

Compara tus respuestas con las de otro compañero ó compañera y con el profesor corrige Si tiene Errores.



GUÍA 11

Lee cuidadosamente el siguiente texto.



UNA RELACIÓN ESPECIAL

La división de dos números no siempre es exacta y esto ha dado origen a otro grupo de números: los racionales.

Cuando se habla de que la temperatura es de 9.5°C , de la división de $4/3$ que un buzo llegó a 13.5 m bajo el nivel del mar, se habla de números racionales.

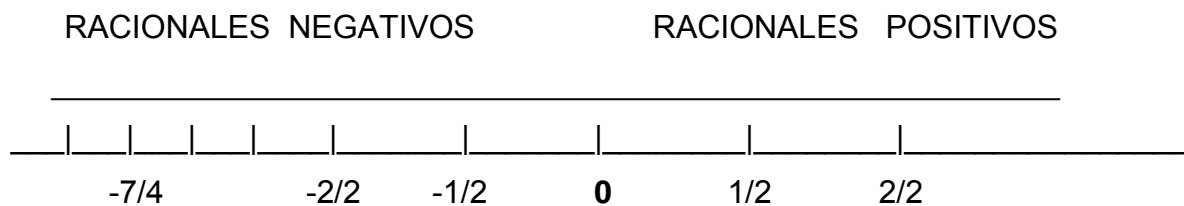


RECUERDA

Número racional es aquel que puede expresarse por medio de una pareja ordenada de números

(a/b) donde a , b son enteros y b es diferente de cero.

Los números racionales se localizan a ambos lados del cero en la recta numérica: a la derecha los racionales positivos y a la izquierda los negativos.



Un número racional se puede representar por medio de una **fracción común**

La cual se compone de dos números enteros separados por una línea horizontal

o diagonal. Ejemplos: $-3/2$ $1/4$ $2/9$ y por **números decimales**, que son fracciones que se escriben con cifras después del punto, los cuales se obtienen al dividir los números de una fracción común.

Ejemplos: $-1/4 = 0.25$ $9/10 = 0.9$ $-8/1000 = 0.008$

Entre dos números racionales se puede establecer una relación especial: la **relación de orden**.

Esa relación, también llamada Ley de **tricotomía**, establece que entre dos números racionales, a/b y c/d se da una y sólo una de las relaciones siguientes:

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \qquad \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Para establecer entre una pareja de racionales cuál es mayor, menor o si son iguales, debe observarse lo siguiente:

a) De dos números racionales, uno positivo y otro negativo, el mayor será siempre el positivo.

Ejemplos: $3/5$ y $-1/4$, entonces $3/5$ es mayor que $-1/4$

Si se tiene: $-4/8$ y $4/8$, entonces $-4/8$ es menor que $4/8$

b) Entre un racional positivo y el cero, el mayor es el racional positivo.

Ejemplos:

Si se tiene: $3/5$ y 0 , entonces $3/5$ es mayor que 0

Si se tiene: $0/9$ y $2/3$, entonces $0/9$ es menor que $2/3$

c) Entre un racional negativo y el cero, el mayor es el cero.

Ejemplos:

Si se tiene: $-4/8$ y 0 , entonces $-4/8$ es menor que 0

Si se tiene: $0/10$ y $-3/5$, entonces $0/10$ es mayor que $-3/5$,

d) Entre dos números positivos, el mayor será el de mayor valor absoluto. Esto puede determinarse fácilmente por medio de productos cruzados.

Ejemplos:

$$\begin{array}{ccc} 12 & & 10 \\ \swarrow & & \searrow \\ \frac{4}{5} & & \frac{2}{3} \\ \swarrow & & \searrow \\ 12 & & 10 \end{array} \quad \text{entonces } \frac{4}{5} > \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{ccc} 30 & & 30 \\ \swarrow & & \searrow \\ \frac{3}{5} & & \frac{6}{10} \\ \swarrow & & \searrow \\ 30 & & 30 \end{array} \quad \text{entonces } \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

e) Entre dos números racionales negativos, el mayor será el de menor valor absoluto.

Para identificarlo se realizan nuevamente los productos cruzados.

Ejemplos:



entonces $-6/8 < -3/6$

entonces $-1/2 > -3/5$

Para encontrar una fracción equivalente a una dada, se multiplica el numerador y denominador por un mismo número, la fracción resultante será equivalente a la original.

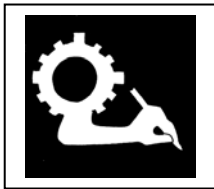
Ejemplos:

Encontrar dos fracciones equivalentes a $4/7$

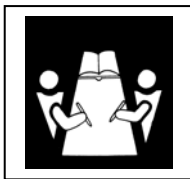
$$\frac{4}{7} \times \frac{2}{2} = \frac{8}{14} \quad \frac{4}{7} = \frac{8}{14}$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{3} = \frac{12}{21} \quad \frac{4}{7} = \frac{12}{21}$$

Existen varios caminos que llevan a establecer la relación de orden entre fracciones, sin embargo, el obtenerla por productos cruzados resulta rápido y sencillo.



UNA RELACIÓN ESPECIAL



Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $4 \times (-2) \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $8 \times (-9) \times (7) = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $(85) \div (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $(-20) \div (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$

Contesta las preguntas siguientes:

1. ¿Cómo compruebas que dos fracciones son equivalentes?

2. ¿Qué criterio se sigue para establecer la relación de orden entre dos racionales, positivo y el otro negativo?

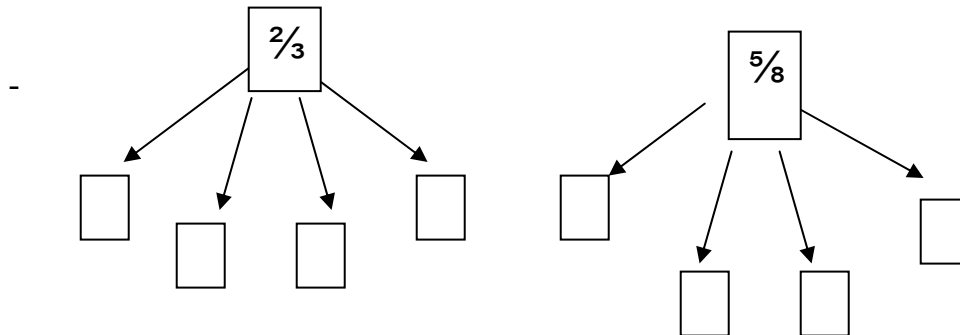
3. ¿Cómo se establece la relación de orden entre un número positivo y el cero?

4. ¿Cuál es mayor entre un número negativo y el cero?

5. ¿Cómo se establece la relación de orden entre dos números negativos?

6. ¿Cómo se establece entre dos números positivos?

7. Encuentra fracciones equivalentes a las fracciones anotadas.



8. ¿cómo encontraste las fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{8}$?

9. Encierra en un círculo las fracciones comunes:

$\frac{2}{4}$, - 9, - $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{4}{5}$.

4. Señala en la recta siguiente: el cero, el espacio de los racionales negativos y de los positivos.

5. Encuentra la relación de orden de las siguientes parejas de fracciones escribiendo el signo correcto en el cuadro correspondiente.

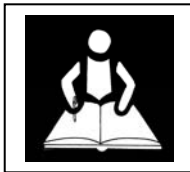
$$\left(\frac{4}{6} \square \frac{-2}{5} \quad \frac{-1}{2} \square \frac{0}{2} \quad \frac{-3}{4} \square \frac{2}{5} \right.$$

Compara los resultados obtenidos con los de otros compañeros ó compañeras.

Si existen diferencias, revisa tus procedimientos y corrígelos



Resuelve los ejercicios siguientes:



1. Tacha las fracciones de la derecha que sean equivalentes a las de la izquierda.

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{4}{12}$.

$-\frac{3}{5}$ $-\frac{6}{10}$ $-\frac{2}{3}$ $-\frac{9}{15}$ $-\frac{15}{25}$ $-\frac{12}{20}$

$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{8}$.

¿Cómo encontraste las fracciones equivalentes?

2. Anota los signos $>$, $<$ o $=$ entre cada pareja de fracciones.

$$\frac{4}{5} \square \quad -\frac{2}{3} \quad -\frac{1}{2} \square \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{8} \square \quad \frac{0}{6}$$

$$\frac{5}{8} \square \quad \frac{4}{6} \quad \frac{0}{6} \square \quad \frac{4}{5} \quad -\frac{3}{5} \square \quad -\frac{7}{8}$$

Comenta con tu profesor las respuestas. Detecta los errores y corrígelos..

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 12

Lee cuidadosamente el siguiente texto.



TODO EN PARTES IGUALES

Al presentarse el problema de sumar o restar fracciones con diferente denominador, es conveniente emplear el mínimo común múltiplo para que la resolución sea menos laboriosa.

Tómese para ejemplificar la siguiente adición:

$$\frac{16}{9} + \frac{5}{6}$$

Se halla el mcm de los denominadores:

$$\begin{array}{r|l} 9, 6 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{array} \quad 2 \times 3 \times 3 = 18$$

mcm (9, 6) 18

El número 18 será el común denominador de las fracciones por sumar, el cual se divide entre cada uno de los denominadores:

Enseguida, los cocientes obtenidos se multiplican por los numeradores de cada fracción:

Los resultados son los numeradores de las nuevas fracciones equivalentes:

$$\frac{17}{9} + \frac{5}{6} = \frac{34}{18} + \frac{15}{18} = \frac{49}{18}$$

Finalmente se resuelve la operación con las nuevas fracciones, sumándolas directamente.

En las sustracciones con diferentes denominadores se sigue un proceso semejante al utilizado en la adición de fracciones con distinto denominador.

Tómese para ejemplificar la siguiente sustracción:

$$1. \quad \frac{7}{10} - \frac{6}{6}$$

Se halla el mcm de los denominadores:

$$\begin{array}{r|l} 10, 6 & 2 \\ 5 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 2 \times 3 \times 5 = 30$$

mcm (10, 6) = 30

Se convierten a fracciones equivalentes con igual denominador y se efectúa la operación entre los numeradores y se simplifica el resultado, en caso que se pueda:

$$\frac{23}{10} - \frac{7}{6} = \frac{69}{30} - \frac{35}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15}$$

Habrán situaciones, tanto en la adición como en la sustracción, en las cuales aparezcan números enteros, esto obliga a colocarles la unidad como denominador para que quede expresado como fracción común o bien convertirlos en fracciones

con el denominador que se requiera. Ejemplo: $\frac{3}{1} + \frac{4}{7}$

Se convierten los números enteros en fracciones comunes colocándoles la unidad como denominador:

$$3/1 + 4/7 \quad 3/1 - 4/7$$

Se busca el mcm de los denominadores:

$$\begin{array}{r|l} 1, & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \\ 1 \times 7 = 7 \end{array}$$

$$\text{mcm}(1,7) = 7$$

Se convierten a fracciones equivalentes con igual denominador:

$$\frac{3}{1} + \frac{4}{7} = \frac{21}{7} + \frac{4}{7} \quad \left| \quad \frac{3}{1} - \frac{4}{7} = \frac{21}{7} - \frac{4}{7}$$

o bien

$$\frac{21 + 4}{7}$$

o bien

$$\frac{21 - 4}{7}$$



RECUERDA

Como se pudo observar, es conveniente transformar las fracciones de una operación en fracciones equivalentes con un mismo denominador para que su resolución sea directa.

Para efectuar operaciones de adición y sustracción en donde las fracciones tengan signos diferentes, se sigue un procedimiento semejante.

Ejemplo:

$$\text{Sumar: } \left[\frac{3}{4} \right] \text{ Y } \left[\frac{-5}{3} \right]$$

Se convierten a fracciones con igual denominador:

$$\frac{-3}{4} + \frac{-5}{3} = \frac{9}{12} + \frac{-20}{12}$$

Se efectúa la operación:

$$\frac{9}{12} + \frac{-20}{12} = \frac{-11}{12}$$

Siguiendo los mismos lineamientos para la adición de números enteros, el resultado tendrá el mismo signo que el sumando de mayor valor absoluto.

Restar $(-1/2)$ de $(4/5)$

Se plantea la operación:

$$(4/5) - (-1/2)$$

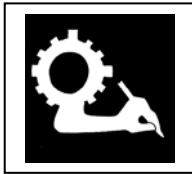
Se convierten a fracciones con igual denominador:

$$(8/10) - (-5/10)$$

Se le suma al minuendo el simétrico del sustraendo

$$(8/10) + (5/10) = 13/10$$

Obsérvese que, en este caso, la sustracción se transforma en adición.:



A TODOS EN PARTES IGUALES



1. Obtén el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

2,3,4

12, 15, 60

$$\text{mcm}(2,3,4) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{mcm}(12,15,60) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Cuando se suman o restan fracciones comunes con diferente denominador, se

Encuentra el de los denominadores.

3. El mínimo común múltiplo que encontramos nos va a permitir obtener fracciones:

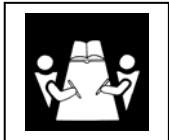
Compara tus respuestas con las del compañero más cercano; en caso de que existan diferencias, consulta a tu profesor.

Escribe en los espacios vacíos el número faltante. No olvides hallar el común denominador.

$$\begin{array}{r} 5 + 1 = 15 + \square = 17 \\ \hline \text{a) } \frac{6}{9} \quad \frac{\square}{9} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 + 3 + 1 = \square + 9 \square = \square = 7 \\ \hline \text{b) } \frac{12}{4} \quad \frac{\square}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 - 1 = \square - 2 = 4 \square = 1 \\ \hline \text{c) } 8 \quad 4 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 - 33 = 125 - \square = 26 \\ \hline \text{d) } 3 \quad 5 \quad \square \quad \square \end{array}$$

Compara tus resultados con otro grupo, si existen errores, corrige.



Resuelve los siguientes problemas

a) Pedro ha estudiado $\frac{3}{4}$ de hora. Enrique $\frac{2}{3}$ de hora y Juan 2 horas.. Si se suman los 3 tiempos, ¿Cuánto tiempo han estudiado los tres?

b) Doña María vendió $\frac{2}{3}$ de una docena de pares de zapatos el lunes, $\frac{3}{12}$ de una docena el martes $\frac{4}{6}$ el miércoles.. Si tenía $\frac{5}{2}$ de docenas de pares de zapatos, ¿cuántos pares le quedan?

Con base en los problemas resueltos contesta las siguientes cuestiones:

a) ¿Te resultó difícil solucionar los problemas?

b) ¿Qué concepto empleaste para dar la solución a estos problemas?

c) ¿Empleaste todos los pasos que leíste en el texto?

Compara tus resultados con los de otro grupo, si existen diferencias, consulta a tu profesor.



Completa las siguientes cuestiones escribiendo en los cuadritos.

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{\square}{\square} + \frac{63}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{2}{9} - \frac{1}{12} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{5}{\square}$$

c) Se compraron 4 Kg. De mango, $\frac{3}{4}$ Kg. De naranja, $\frac{1}{2}$ Kg. De manzana y 2 Kg. De uva.

¿Cuánto peso se va a tener que cargar? _____

Responde las siguientes cuestiones, después de haber resuelto los problemas anteriores.

b) Se te dificultó resolver los problemas?

¿Por qué? _____

c)..Empleaste la descomposición de factores primos para la resolución de los problemas?

¿Qué concepto empleaste para resolverlos?

 Compara tus resultados, en caso de que existan diferencias, consulta a tu profesor

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A

GUÍA 13



Realiza una lectura del texto.



UN POCO DE TODO

Una vez que se ha comenzado el aprendizaje de las fracciones comunes y se han ejercitado operaciones tanto de adición como de sustracción, se está en condiciones de realizar operaciones combinadas, que surgen de diversas situaciones problemáticas.

Vea los siguientes ejemplos:

1. Una persona acude a la tienda para comprar azúcar, la recibe en tres paquetes con las siguientes cantidades: $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{4}$ de Kg, respectivamente.

Sin embargo, al pagar, nota que no cuenta con el dinero suficiente y debe regresar $\frac{1}{4}$ de kg de azúcar. ¿Qué cantidad de azúcar compró?

Para poder determinar la cantidad de azúcar que compró, basta con realizar la siguiente operación combinada.

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4-1}{4} = \frac{2+3+4-1}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Como se puede apreciar, esta operación presenta tanto adición como sustracción de fracciones, situación que se manifiesta por el uso de los signos de operación más (+) y menos (—). Otro aspecto a considerar es el hecho de que sus denominadores son **iguales**, por lo cual el procedimiento utilizado en la adición y sustracción de fracciones se aplica en la resolución de operaciones de esta forma.

Una vez hechas las consideraciones anteriores y realizadas las operaciones correspondientes, se tiene que la cantidad de azúcar que compró es 2 kg.

Enseguida se tiene un problema que implica el uso del mcm, ya que se trata de fracciones con diferente denominador en operaciones combinadas.

2. Una cisterna tiene una profundidad de 5 m y contiene agua hasta la marca de $3 \frac{1}{2}$ m de profundidad, y durante la noche se llena hasta la marca de $1 \frac{1}{4}$.

¿Qué tanto ascendió el nivel del agua en la cisterna?

Los $3 \frac{1}{2}$ y el $1 \frac{1}{4}$ m de profundidad se pueden representar como: $-3 \frac{1}{2}$ y

$-1 \frac{1}{4}$ respectivamente, debido a que se encuentran debajo del nivel del piso.

Para resolver este problema numéricamente, se procede a representar la situación de la siguiente manera:

$$-3 \frac{1}{2} + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} = -1 \frac{1}{4}$$

Donde $\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}$ es un sumando desconocido por lo cual su valor se puede obtener al restar ($-1 \frac{1}{4}$) de el sumando conocido ($-3 \frac{1}{2}$). Es decir:

$$-1 \frac{1}{4} - (-3 \frac{1}{2}) = \square$$

En una sustracción de **números con signo**, el resultado se obtiene sumándole al minuendo ($-1 \frac{1}{4}$) y el **simétrico del sustraendo** que es $3 \frac{1}{2}$. . Por lo tanto se transforman los dos números en fracciones comunes.

$$-1 \frac{1}{4} = -4/4 + (-1/4) = -5/4$$

$$3 \frac{1}{2} = 6/2 + 1/2 = 7/2$$

Así, la operación es:

$$\begin{array}{r} -\underline{5} + \underline{7} = \underline{-5 + 14} = \underline{9} = 2 \frac{1}{4} \\ 4 \quad 2 \quad 4 \quad 4 \end{array}$$

Lo cual significa que el nivel del agua de la cisterna aumentó $2 \frac{1}{4}$ m.

Se puede comprobar efectuando la adición inicial y sustituyendo al sumando desconocido (\square) por la solución obtenida ($2 \frac{1}{4}$). Es decir:

$$-3 \frac{1}{2} + \square = -1 \frac{1}{4}.$$

Sustituyendo y convirtiendo:

$$-3 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{4} = -7/2 + 9/4$$

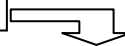
Entonces:

$$\begin{array}{r} -\underline{7} + \underline{9} = \underline{-14 + 9} = \underline{-5} = -1 \frac{1}{4}. \\ 2 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \end{array}$$

Esto comprueba que el nivel del agua de la cisterna aumentó su volumen en $2 \frac{1}{4}$ m.



RECUERDA



Para resolver operaciones combinadas de adición y sustracción con igual o diferente denominador se aplican los mismos procedimientos utilizados en la adición y sustracción de fracciones.



1. Resuelve las siguientes operaciones:

$$a) \frac{9}{15} + \frac{7}{3} + \frac{9}{4} =$$

$$b) \frac{3}{5} - \frac{2}{6} =$$

$$c) \frac{9}{7} - \frac{18}{7} =$$

Con tu equipo de trabajo, completa las siguientes expresiones anotando en el espacio el número que falta.

$$a) \frac{5}{5} + \frac{\square}{5} - \frac{2}{5} = 6 \quad b) \frac{10}{9} + \frac{20}{3} - \frac{12}{7} = 42 \quad c) \frac{1}{2} + \frac{7}{9} - \frac{2}{5} = \frac{\square}{90}$$

Compara tus resultados con los de otro equipo; si tienes dudas, coméntalas con tu equipo y corrige en caso necesario.



Resuelve los siguientes ejercicios.



$$a) \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \square$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{8}{5} - \frac{2}{5} = \square$$

$$c) \frac{9}{9} + \frac{3}{9} - \frac{7}{9} = \square$$

Resuelve los siguientes problemas.

1. Juanita tenía $15/20$ kg de arroz y compró $1/4$ kg más para realizar un convivio estudiantil; del total de arroz que tenía, utilizó $11/20$ kg.

¿Qué cantidad de arroz no utilizó?

Un alumno de Escuela Normal de educación Física viaja $5/10$ de hora en el microbús y camina $1/4$ de hora más para llegar a su casa, pero si a la salida de la escuela lo encuentra su papá, que conduce un carro, se ahorra $1/4$ de hora.

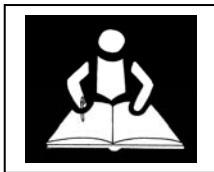
¿Cuánto tiempo emplea el alumno para llegar a su casa si encuentra a su papá?

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 14

Lee en silencio el texto siguiente para que estés en condiciones de resolver algunas cuestiones.



CONVERTIR PARA OPERAR

La necesidad de sumar diversas cantidades se hace presente con frecuencia en la vida cotidiana. Muchas de esas cantidades no se pueden expresar con números enteros, ya que al medir se obtienen números fraccionarios o que tienen una parte entera y una parte fraccionaria. Además, la parte fraccionaria puede estar representada como fracción común o como fracción decimal.

Para concretar estas ideas, considérese la siguiente situación.

1. María adquirió $\frac{3}{4}$ m de listón rojo, 1.35 m de listón azul y $\frac{2}{5}$ m de listón amarillo. ¿Qué cantidad de listón adquirió en total?

En matemáticas, para resolver este problema, se indica la siguiente operación:

$$\frac{3}{4} + 1.35 + \frac{2}{5}$$

Es necesario considerar que las fracciones comunes con diferente denominador no se pueden sumar directamente, ya que para realizar la operación primero se obtienen fracciones equivalentes con el mismo denominador.

Tampoco se podrá sumar directamente si en la misma operación se tienen fracciones comunes y decimales como sumandos.

En este caso, se requiere una sola forma de representación numérica para poder sumar.

Si se decide que todos los sumandos tengan la forma de fracción, se requiere convertir 1.35, o sea:

$$1.35 = \frac{\underline{35}}{100} = \frac{\underline{27}}{20} \quad \text{y la operación queda} \quad \frac{\underline{3}}{4} + \frac{\underline{27}}{20} + \frac{\underline{2}}{5}$$

Se observa que 20 contiene exactamente a 4 y 5, por lo que puede ser el común denominador

Así:

$$\frac{\underline{3}}{4} + \frac{\underline{27}}{20} + \frac{\underline{2}}{5} = \frac{\underline{15}}{20} + \frac{\underline{27}}{20} + \frac{\underline{8}}{20} = \frac{\underline{50}}{20}$$

$$\text{Y} \quad \frac{50}{20} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2} \text{ m}$$

Es decir, María adquirió $2 \frac{1}{2}$ m. de listón.

Sin embargo, puede optarse porque todos los sumandos tengan fracciones decimales; y para poder efectuar la operación, será necesario transformar

$\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$. en decimales, así que:

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 4 \overline{) 30} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0.4 \\ 5 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Como $0.4 = 0.40$, la adición queda: $0.75 + 1.35 + 0.40 = 2.50$

Es decir, María compró 2.50 m de listón.

Además, se sabe que: $2.5 = \frac{250}{100} = \frac{25}{10} = \frac{25}{10} = 2 \frac{1}{2}$

Por lo tanto, se concluye que las dos formas de proceder dan la misma solución, ya que: $\frac{1}{2} \text{ m} = 2$

2. En un laboratorio se realiza un experimento para el cual se somete una sustancia a una temperatura de -7.2°C . Enseguida, se la coloca al fuego donde asciende $4 \frac{1}{4}^\circ \text{C}$ en pocos segundos.

Se desea conocer la temperatura de dicha sustancia en ese momento.

Temperatura inicial de la sustancia	Aumento de temperatura de la sustancia	Temperatura final
-7.2°C	$4 \frac{1}{2}^\circ \text{C}$	<input type="text"/>

El problema se puede resolver sumando la temperatura inicial con el aumento, para obtener la temperatura final; es decir: $-7.2 + 4 \frac{1}{2}$

La adición se puede realizar solamente si ambos números tienen el mismo tipo de fracción, ya sea común o decimal.

Al transformar -7.2 y $4 \frac{1}{2}$ en fracción común, se tiene:

$$-7.2 = -\frac{72}{10} = -\frac{36}{5} \quad \text{y} \quad 4 \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

Por lo tanto, la operación es:

$$-\frac{36}{5} + \frac{9}{2} = \frac{72 + 45}{10} = \frac{27}{10} = -2\frac{7}{10}$$

Otra opción es transformar $4\frac{1}{2}$ en decimal, es decir:

$$4\frac{1}{2} = \frac{(4 \times 2) + 1}{2} = \frac{8 + 1}{2} = \frac{9}{2}$$

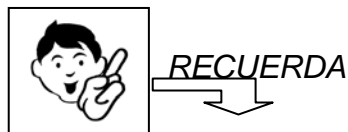
$$\begin{array}{r} 4.5 \\ 2 \overline{) 9} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Así, la operación es:- $7.2 + 4.5 = \boxed{}$

Se toma como minuendo el número con mayor valor absoluto y como sustraendo el de menor valor absoluto y se resta, asignándole al resultado el signo del minuendo.

$$\begin{array}{r} -7.2 \\ \underline{4.5} \\ -2.7 \end{array}$$

Es notorio que con los dos procedimientos se obtuvo el mismo resultado y que éste es negativo. Lo cual significa que la temperatura de dicha sustancia ascendió a -2.7°C .



Todo lo expresado muestra las relaciones aditivas que existen entre las fracciones comunes y los números decimales.

Conocer estas relaciones permite resolver muchas situaciones que pueden presentarse en la vida diaria.



CONVERTIR PARA OPERAR



Realiza las siguientes operaciones.

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} - \frac{4}{5} = \square$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \square$$

$$\frac{7}{11} - \frac{3}{11} + \frac{2}{11} = \square$$

$$\frac{8}{23} + \frac{7}{23} - \frac{4}{23} = \square$$

Explica en forma breve, con tus propias palabras, lo que se te pide.

1. ¿Cómo se procede para convertir una fracción común en decimal?

2. ¿Cómo se procede para convertir un decimal en fracción común?

Muestra tus respuestas a otro grupo. Si no coinciden, discútelas. Si contestaste en forma incorrecta, corrige.

Realiza las conversiones que se te piden.

1. Convierte 0.245 en fracción común y simplifica.

2. Convierte $\frac{5}{8}$ en decimal

3. Convierte $2\frac{3}{4}$ en fracción común impropia.

Compara tus resultados con los de otro grupo, si tienes errores, corrige.



Resuelve los siguientes problemas:



1. La comisión de aseo de un grupo adquirió 2.5 kg de bolsas para basura, pero esta cantidad fue insuficiente, por lo que requirió $\frac{3}{4}$ Kg. más. ¿Cuántos Kg. de bolsas para basura adquirió en total la comisión?

2. Juanita adquirió $3 \frac{1}{5}$ de tela para realizar un trabajo de corte y confección.

Solamente utilizó $\frac{7}{8}$ m. ¿Qué cantidad de tela le quedó?

Muestra los resultados a dos compañeros o compañeras del grupo. Si hay errores en tu trabajo, corrígelos.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 15

Lee cuidadosamente lo siguiente.



RELACIONES ENTRE PARIENTES

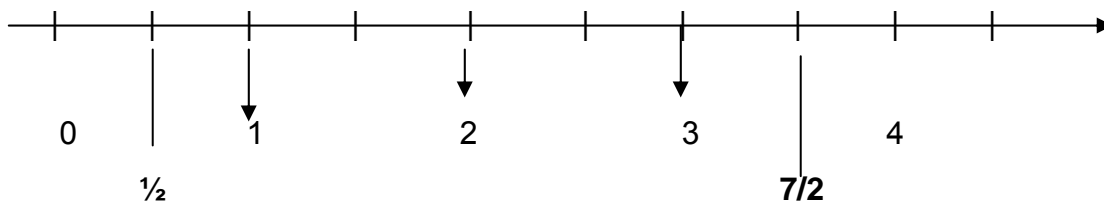
Existen situaciones cotidianas en las cuales se relacionan las partes de un entero; estas relaciones se expresan a través de las operaciones que con ellas se realizan.

Véanse ejemplos concretos de multiplicación en las situaciones siguientes.

a) Siete alumnos del grupo de segundo grado van a vender licuados de frutas en la kermés de la escuela. Cada uno aporta 1 litro de leche; ¿cuántos litros de leche se reunieron?

7 cajas de $\frac{1}{2}$ litro son $\frac{7}{2}$ litros o sea $3 \frac{1}{2}$ litros

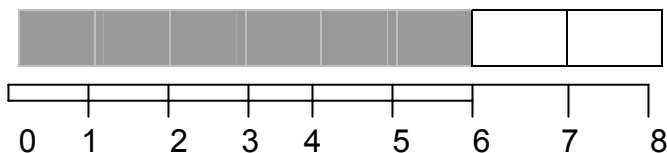
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$



siete veces un medio son siete medios, tres enteros más un medio.

b) Para confeccionar un vestido, una modista dispone de 8 metros de tela, como sólo necesita $\frac{3}{4}$ de la tela, ¿cuántos metros utiliza?

Tomamos $\frac{3}{4}$ partes de los 8 metros: $\frac{3}{4}$ de 8 metros son 6:



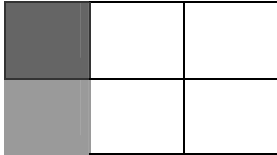
$$\frac{3}{4} \times 8 = \frac{24}{4} = 6$$

c) Un campesino va a sembrar legumbres en la mitad de la tercera parte de su parcela. ¿Qué parte del total de la parcela tendrá legumbres?

¿Qué parte representa la mitad de la tercera parte de un entero?

Se puede representar gráficamente la situación :

Se divide el entero en tres partes iguales (tercios) y se marca una de ellas los tercios se dividen a la mitad y se marca $\frac{1}{2}$ del tercio marcado inicialmente



$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ es $\frac{1}{6}$ entonces $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

La figura queda dividida en seis partes iguales, así que un medio de un tercio es un sexto. Como se puede observar, la multiplicación de fracciones puede aplicarse en diferentes situaciones:

-Cuando se repite un número entero de veces una fracción: $6 \times \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$

-Cuando se toma una parte de un entero. $\frac{2}{3} \times 12 = 8$

-Cuando se toma una parte de una fracción: $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{48}$

Para representar la multiplicación de dos fracciones se puede hacer de varias formas:

a) Utilizando un punto: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

b) Utilizando el signo X. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

c) Utilizando paréntesis : $(\frac{1}{2}) (\frac{1}{3})$

Las formas b y c son las más usuales.

Los términos de una multiplicación de fracciones son.:

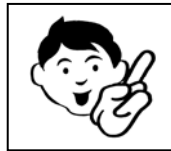
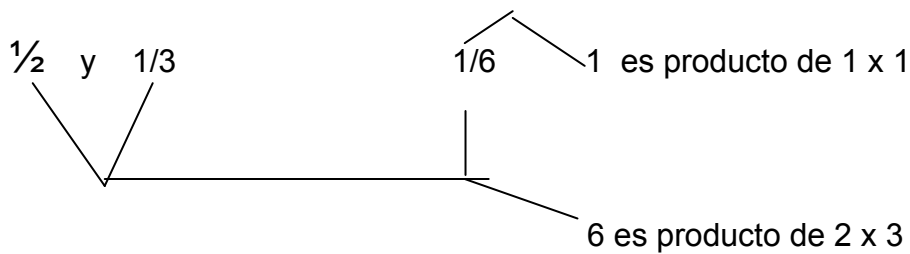
$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow \\ \text{Factores} \quad \quad \text{producto} \end{array}$$

Nótese la relación que hay entre los numeradores y denominadores de los factores $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ Y el numerador y denominador del producto $\frac{1}{6}$.

s y denominadores de los factores $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ Y el numerador y denominador del producto $\frac{1}{6}$.

Factores

Producto



RECUERDA

El procedimiento para multiplicar dos fracciones es el siguiente:

El producto de dos fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores de los factores y el denominador el producto de los denominadores

En general $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$, donde b y d son distintos que cero.

Ejemplos.

$$a) \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Es conveniente expresar los resultados en su forma más simple, siempre que se pueda.

$$b) \begin{array}{ccc} \square & \square & \square \\ 1 \frac{1}{4} & 1 \frac{1}{4} & 1 \frac{1}{4} \end{array}$$

$$3 \times 1 \frac{1}{4} = 3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

Para multiplicar números mixtos se convierten a fracciones impropias y luego se multiplican. Obsérvense los ejemplos siguientes:

$$a) \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24} \quad \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{24}$$

Porque el orden de los factores no altera el producto.

$$b) \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \right) \times \frac{2}{4} = \frac{2}{15} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{60}$$

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{2}{4} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{20} = \frac{4}{60} \quad \text{Agrupando los factores.}$$

c) $6/7 \times 1 = 6/7$ **Todo número multiplicado por 1 da como producto el mismo número.**

d). $3/5 \times 0 = 0$ **Cualquier número multiplicado por cero da cero**

e). $3/5 \times 5/3 = 1$

$$4/1 \times 1/4 = 1$$

$$1/3 \times 3/1 = 1$$

$$2/7 \times 7/2 = 1$$



RECUERDA

Dos números fraccionarios que al multiplicarse dan como resultado la unidad se llaman inversos multiplicativos o recíprocos.

Los signos en lo multiplicación de fracciones

Las leyes de los signos en la multiplicación de fracciones son las mismas que se ha convenido utilizar en la multiplicación de enteros:

$$(+) (+) = + \quad (-) (-) = - \quad (+) (-) = - \quad (-) (+) = -$$

$$(\frac{3}{4}) (-\frac{2}{5}) = -\frac{6}{20} \quad \text{¿Por qué?}$$

Obsérvese el ejemplo resuelto:

$$\frac{3}{4} \times 0 = 0 \text{ Cualquier número multiplicado por cero da cero.}$$

$$\frac{3}{4} \times [-\frac{2}{5} + \frac{2}{5}] = 0; \quad -\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = 0 \quad \text{POR SER INVERSOS}$$

$$[\frac{3}{4} \times -\frac{2}{5}] + \{\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}\} = 0 \quad \text{REALIZANDO LAS OPERACIONES}$$

$[-\frac{6}{20}] + [\frac{6}{20}]$ realizando las operaciones se puede concluir que:

$$\frac{3}{4} \times -\frac{2}{5} = -\frac{6}{20}.$$



PARTE DE UNA PARTE



Responde las siguientes preguntas

1. ¿Qué fracción representa la parte sombreada?



¿Cómo simplificas una fracción?

3. ¿Cuáles son los casos que se presentan al multiplicar fracciones?

4. ¿Cuál es el procedimiento que se sigue para multiplicar fracciones?

5. ¿Cómo debe quedar el resultado?

Lee tus conclusiones ante el grupo; si algo te faltó, anótalo.

Continúa trabajando con tu equipo y resuelve lo que se indica.

1. Los términos de una multiplicación son: _____

y _____.

2. ¿De cuántas maneras puedes representar la multiplicación de dos fracciones?

 Descríbelas con un ejemplo.

3. Representa gráficamente las siguientes multiplicaciones de fracciones:

$$5 \times \frac{3}{4} =$$

$$\frac{2}{3} \times 9 =$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} =$$

4. Plantea un problema, el cual se resuelva mediante una multiplicación de Fracciones. Resuélvelo y represéntalo gráficamente.

Intercambia tu Guía con otro equipo y revisa tus respuestas; si tienes dudas, consulta a tu profesor.



Resuelve los siguientes ejercicios:



1. Encuentra el producto de las multiplicaciones siguientes y no olvides simplificar tus resultados.

a) $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} =$

e) $-\frac{1}{5} \times \frac{5}{6} =$

b) $\frac{4}{6} \times -\frac{2}{3} =$

f) $\frac{3}{4} \times -8 =$

c) $\frac{4}{7} \times \frac{7}{4} =$

g) $-\frac{5}{12} \times -\frac{2}{9} =$

d) $2 \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} =$

h) $3 \frac{2}{5} \times 6 =$

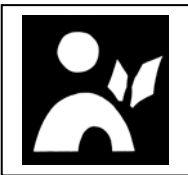
¿De las multiplicaciones anteriores, en cuáles fueron recíprocos los factores de la operación? _____

2. Analiza y resuelve el problema siguiente:

En un grupo de 60 alumnos, la quinta parte reprobó español, de los cuales la mitad reprobaron también matemáticas. ¿Qué fracción representa el número de alumnos que reprobaron ambas materias? Utiliza la multiplicación de fracciones.

Compara tus resultados con los de tus compañeros o compañeras de grupo, si te equivocaste, Corrige tus errores.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 16

Lee atentamente el texto siguiente.



TRANSFORMA Y TRABAJA

Otra forma de representar una parte de un todo, además de las fracciones comunes, son las fracciones decimales.

Las fracciones decimales son aquellas cuyo denominador es 10 o una potencia de 10.

$$\frac{3}{10}, \quad \frac{8}{100}, \quad \frac{5}{1000} \text{ etc.}$$

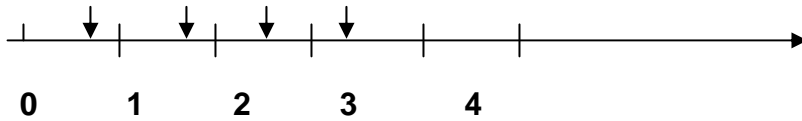
Las fracciones decimales pueden ser escritas utilizando una notación específica:

$$\{ 3/10 = 0.3; \quad 8/100 = 0.08; \quad 5/100 = 0.005, \text{ etc.} \}$$

La multiplicación de fracciones decimales se aplica con frecuencia en diferentes situaciones problemáticas:

¿Cuál es el perímetro de un corral cuadrangular que mide de lado 0.78 m?

$$0.78 + 0.78 + 0.78 + 0.78 = 3.12$$



$$4 \times 0.78 = 3.12$$

Para multiplicar números decimales, se sigue un procedimiento similar a la multiplicación de enteros y, al obtener el producto, se coloca el punto decimal contando las cifras de derecha a izquierda, de acuerdo con el número de cifras decimales que tengan en total los factores.

Observa los ejemplos:

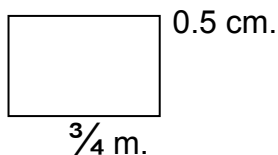
$$0.3 \times 0.5 = 0.15 \qquad 3/10 \times 5/10 = 15/100$$

$$1.4 \times 0.12 = 0.168 \qquad 14/10 \times 12/100 = 168/1000$$

Operaciones con fracciones combinadas

Las dos formas de representar una fracción, como fracción común o como fracción decimal pueden ser combinadas para realizar con ellas operaciones.

Por ejemplo, calcular el área de la siguiente figura:



Ante esta situación es necesario plantear la multiplicación de una fracción común con una fracción decimal.

Para resolver este tipo de multiplicaciones se puede proceder de dos maneras.

a) Convertir la fracción común a decimal y multiplicar las dos fracciones decimales:

$$\frac{3}{4} \times 0.5 = 0.75 \times 0.5$$

a) Convertir la fracción decimal en fracción común y multiplicar ambas fracciones

$$\text{comunes: } \frac{3}{4} \times 0.5 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

La multiplicación de fracciones comunes con decimales presenta dos casos:

1: Fracción común por fracción decimal sin parte entera.

Ejemplo: $\frac{3}{4} \times 0.5$

PROCEDIMIENTOS

<u>Convirtiendo a fracciones comunes</u>	<u>Convirtiendo a fracciones decimales</u>
$\frac{3}{4} \times 0.5 =$ como $0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ entonces $\frac{3}{4} \times 0.5 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$	$\frac{3}{4} \times 0.5 =$ como $\frac{3}{4} = 0.75$, entonces, $\frac{3}{4} \times 0.5 = 0.75 \times 0.5$ $0.75 \times 0.5 = \underline{\underline{0.375}}$

Cualquiera que sea el procedimiento que se utilice, los resultados son equivalentes,

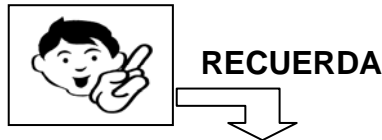
esto es $\frac{3}{4} = 0.375$

2. Fracción común por decimal con parte entera .Ejemplo: $\frac{2}{4} \times -1.2$

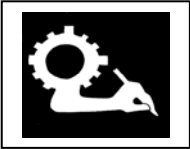
PROCEDIMIENTOS

<u>Convirtiendo a fracciones comunes</u>	<u>Convirtiendo a fracciones decimales</u>
$\frac{2}{4} \times -1.2 =$ como $-1.2 = -\frac{12}{10} = -\frac{6}{5}$ entonces $\frac{2}{4} \times -1.2 = \frac{2}{4} \times -\frac{6}{5}$ $\frac{2}{4} \times -\frac{6}{5} = -\frac{12}{20} = \underline{\underline{-\frac{3}{5}}}$	$\frac{2}{4} \times -1.2 =$ como $\frac{2}{4} = 0.5$ entonces $\frac{2}{4} \times -1.2 = 0.5 \times -1.2$ $0.5 \times -1.2 = \underline{\underline{-0.6}}$

Los resultados son equivalentes: $-\frac{3}{5} = -0.6$



Para multiplicar una fracción común y una fracción decimal, es necesario convertir los factores a una misma representación (fracción común o decimal) y utilizar los procedimientos correspondientes para encontrar el producto buscado.



TRANSFORMA Y MULTIPLICA



Contesta en forma breve lo siguiente.

¿Cómo conviertes una fracción común a fracción decimal, y viceversa?

$$5/6 \times 2/4 =$$

$$1.3 \times 0.6 =$$

Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son las fracciones decimales? _____

2. ¿Cuántos procedimientos hay para resolver la multiplicación de una fracción común y una decimal?

Explíca.

3. Escribe los casos de multiplicación entre una fracción común y una decimal.

Interambia tu Guía con otro equipo, compara tus respuestas y corrígelas si tienes errores.



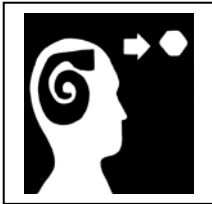
Elabora dos problemas que se resuelvan con multiplicación de fracciones combinadas.

A continuación resuélvelos.

1. _____

2. _____

Nuevamente, revisa en equipo tus resultados; si no coinciden, rectifica tus procedimientos y, si fuera necesario, consulta a tu profesor.



Resuelve, los siguientes ejercicios:



1. Realiza las operaciones siguientes utilizando los dos procedimientos:

a) $\frac{3}{5} \times 0.3 =$

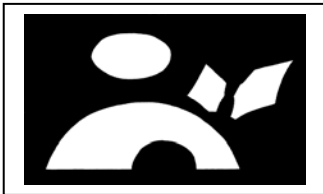
b) $2.6 \times \frac{1}{4} =$

2. En los espacios de la siguiente cuadrícula, escribe los productos de los números que aparecen en la columna de la izquierda multiplicados con los del renglón superior.

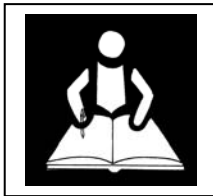
X	0.1	4/5	0.16	2.4	6/8
$\frac{1}{2}$					
1.3					
2/8					12/64
3/6					
0.46					

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A

GUÍA 17



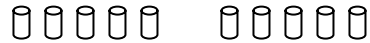
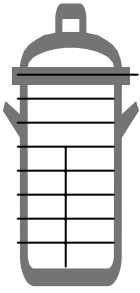
Lee el siguiente texto que te explica el procedimiento con ejemplos prácticos para que comprendas mejor.



EL QUE PARTE Y COMPARTE

En ocasiones, hay necesidad de dividir una fracción común en varias partes para repartirlas, o ver cuántas veces cabe una parte en otra del entero. Situaciones como las anteriores requieren de una división de fracciones como las que se ejemplifican a continuación.

a)..Con $\frac{5}{8}$ de litro de líquido se llenan 10 frascos pequeños. ¿Cuál es la capacidad de cada frasco?



$$5/8 \text{ } \div \text{ } 10 = 1/16$$

En esta caso se reparte $5/8$ de litro entre 10 frascos.

A cada frasco le cabe $1/16$ de litro.

b). ¿Cuántas bolsas de $1/2$ Kg se pueden

Obtener de 5 bolsas de 1 Kg

En esta situación deben partirse las 5 bolsas en medias partes:



5 dividido entre $1/2 = 10$

Pueden obtenerse 10 bolsas de $1/2$ kg.

Estos problemas también se pueden analizar al considerar que se resuelven mediante una multiplicación en la que no se conoce uno de los factores:

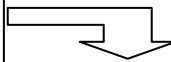
Si se tienen 6 cajas para envasar $3/4$ de litro de esencia de frutas, ¿Cuál será la capacidad de cada caja?

$$6 \times \square = 3/4 \qquad 6 \times 1/8 = 3/4$$

$$1/16 \times \square = 5/8 \qquad 1/16 \times 10 = 5/8$$



RECUERDA



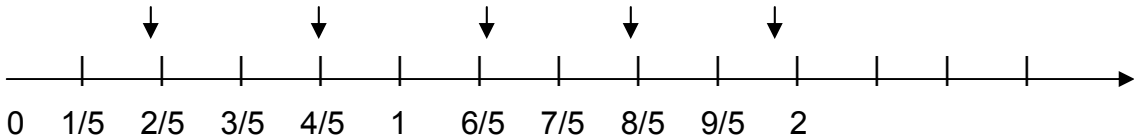
Dividir dos fracciones es buscar el número que multiplicado por el divisor sea igual al dividendo.

OTROS EJEMPLOS.

a). ¿Cuántas cintas de $2/5$ m. De listón se pueden obtener de $10/5$ m.?

$$10/5 \text{ } \div \text{ } 2/5 = 5$$

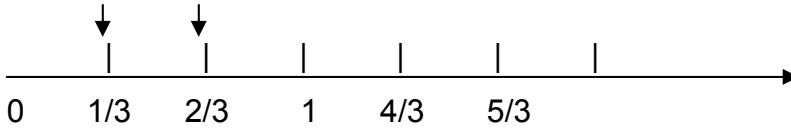
$$10/5 = 2/5 \times 5$$



2/5 cabe 5 veces en 10/5

b) ¿Cuántas veces cabe 2/3 en 1/3?

$$1/3 \text{ :- } 2/3 = 1/2 \qquad 1/3 = 2/3 \times 1/2$$



2/3 cabe 1/2 vez en 1/3.

Para dividir fracciones que tengan igual denominador se dividen los numeradores:

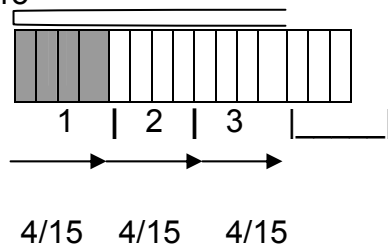
$$15/8 \text{ :- } 3/8 = 15/3 = 5 \qquad 3/8 \text{ cabe } 5 \text{ veces en } 15/8$$

$$2/7 \text{ :- } 6/7 = 2/6 = 1/3 \qquad 6/7 \text{ cabe } 1/3 \text{ de vez en } 2/7.$$

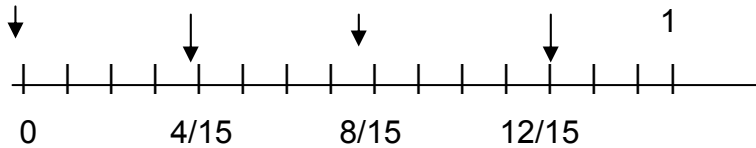
TRABAJEMOS ENTRE ENTEROS

Observa los ejemplos resueltos gráficamente:

a) $12/15 \text{ :- } 3 = 4/15$



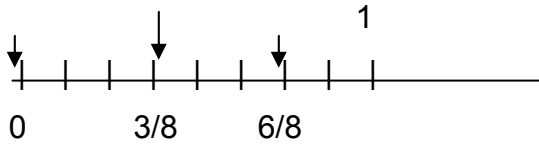
¿Cómo se divide 12/15 entre 3? Obsérvese ahora en la recta numérica:



b) $3/4 \text{ :- } 2 = 3/8$



¿Cómo se dividió 3/4 entre 2? Obsérvese en la recta.



Observa Los siguientes ejemplos:

a) ¿Cuántas tinajas cuya capacidad es de $3/4 \text{ m}^3$ de agua, se pueden llenar con un depósito con una capacidad de $15/8 \text{ m}^3$?

$$15/8 \div 3/4 = 5/2 = 2.5 \quad \text{Porque } 5/2 \times 3/4 = 15/8$$

Como 15 es divisible entre 3, y 8 es divisible entre 4, se pueden dividir directamente los numeradores y los denominadores. Por lo tanto se pueden llenar dos tinacos y medio.

b) $18/12 \div 3/4 = 6/3$ Porque $6/3 \times 3/4 = 18/12$

¿Cuándo se pueden dividir fracciones con diferente denominador de manera directa? Sólo cuando el numerador y el denominador del dividendo sean divisibles entre el numerador y el denominador del divisor respectivamente.

c) ¿Cuántos pedazos de $1/5 \text{ m.}$ de alambre se pueden cortar de un alambre de $5/8 \text{ m.}$?

$1/8$



$$5/8 \div 1/5 = 25/8$$

$1/5$ cabe $3 \frac{1}{8}$ veces en $5/8$



EL QUE PARTE Y COMPARTE



Resuelve lo siguiente:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \text{—} \times 4 = \text{_____} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 2.75 \times 3.5 = \text{_____} \\ \end{array} \quad \begin{array}{r} - 8 \times 2/8 0 = \text{_____} \\ \end{array}$$

Representa gráficamente, con dibujos ó en la recta numérica, las divisiones siguientes:

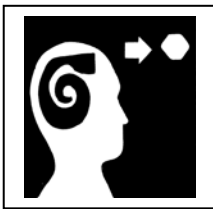
15

$$— \div 3 =$$

$$5 \div \frac{1}{4} =$$

12

Muestra tus gráficas a tu profesor , si están mal, corrígelas.



Escribe el factor que falta en cada multiplicación y resuelve la división respectiva.



a) $20 / 8 \div 4 =$ _____ $20 / 8 = 4 x$ $x =$ _____

b) $9 \div 1 / 3 =$ _____ $9 = 1 / 3 x$ $x =$ _____

Revisa tus resultados con tu profesor; corrige si es necesario.

Resuelve las divisiones y represéntalas en una recta numérica.

a) $3 \div \frac{1}{2} =$

$6 \div \frac{2}{3} =$

Resuelve las divisiones y represéntalas gráficamente.

$$\begin{array}{r} 12 \\ a). \text{---} \div 3 = \\ 15 \end{array}$$

$$b) \frac{5}{6} \text{ :-} 2 =$$

$$c) \frac{1}{2} \text{ :-} \frac{1}{3} =$$

$$d) \frac{3}{4} \text{ :-} \frac{1}{3} =$$

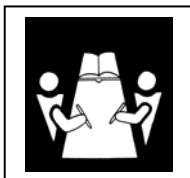
Intercambia tu Guía con un compañero o compañera y revisa las respuestas de acuerdo con las soluciones que indique tu profesor.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 18

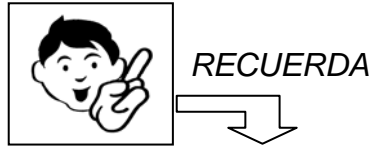
Lee el siguiente texto.



NI FALTA NI SOBRA

La división es la operación inversa a la multiplicación. Si se conoce uno de dos factores y su producto, es posible encontrar el factor desconocido (cociente) dividiendo el producto (dividendo) entre el factor conocido (divisor).

$$\begin{array}{ccccccc}
 4/5 \times a/b & = & 8/5 & \longrightarrow & 8/15 & \div & 4/5 = a/b \\
 \swarrow \quad \searrow & & | & & | & & | \\
 \text{factores} & & \text{producto} & & \text{dividendo} & & \text{divisor} & & \text{cociente}
 \end{array}$$



Para dividir dos fracciones es importante tener presente la definición de recíproco o inverso multiplicativo de una fracción.

El cociente de una división de fracciones es el producto del dividendo por el recíproco del divisor.

Dos fracciones son recíprocas si su producto es uno.

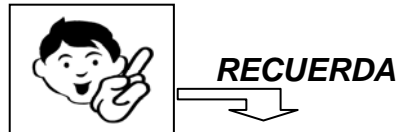
$$3/4 \text{ y } 4/3 \text{ son recíprocas porque } 3/4 \times 4/3 = 12/12 = 1$$

$$5/8 \text{ y } 8/5 \text{ son recíprocas porque } 5/8 \times 8/5 = 40/40 = 1$$

Tomando en cuenta la idea de recíproco, se puede expresar **una regla** para efectuar la división de dos fracciones:

El producto del cociente por el divisor es igual al dividendo.

Una forma más simple y directa de resolver una división de fracciones es utilizando los **productos cruzados**.



El cociente de dos fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto del numerador del dividendo por el denominador del divisor, y cuyo denominador es el producto del denominador del dividendo por el numerador del divisor.

$$\text{Ejemplo: } \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{6}{35}$$

NOTA Puede observarse que, utilizando los “**productos cruzados**” o la idea del **recíproco**, en esencia se resuelven las mismas operaciones.

Casos importantes de la división de fracciones:

a) Cuando el dividendo es cero, el cociente es cero.

$$0 \div 2/5 = 0$$

b) Cuando el divisor es uno, el cociente es el mismo dividendo.

$$4/6 \div 1 = 4/6$$

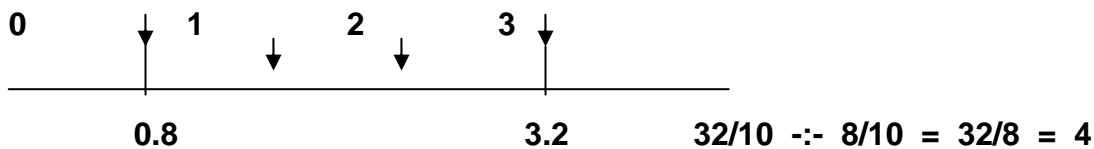
c) La división **entre cero no es posible**.

Para dividir fracciones decimales el procedimiento es similar al que se utiliza para dividir enteros, pero el punto decimal se maneja de acuerdo con el orden de magnitud de los números decimales. Ejemplos:

a) Se tiene un garrafón de 3.2 ℓ de aceite, ¿cuántas botellas de 0.8 ℓ se pueden llenar?

$$3.2 \div 0.8 = 4$$

▼



Se pueden llenar 4 botellas.

b) $0.36 \div 0.18 = 2$

$$\begin{array}{r} \underline{36} \quad \underline{18} \\ 100 \div 100 \quad 18 \end{array} = \frac{36}{18} = 2$$

d) $3.6 \div 0.12 =$

Como las fracciones son de diferente orden, se igualan cifras, utilizando la equivalencia de fracciones:

$$\frac{36}{10} \div \frac{12}{100} = \frac{360}{100} \div \frac{12}{100} = \frac{360}{12}$$

$$0.12 \overline{) 3.6} \qquad 12 \overline{) 360}$$

Los signos

En la división de fracciones con signo se aplican las mismas leyes de los signos que se utilizan con los números enteros:

(+) ÷ (+) = + porque (+) · (+) = + (-) ÷ (-) = + porque (+) · (-) = -

(+) ÷ (-) = - porque (-) · (-) = + (-) ÷ (+) = - porque (-) · (+) = -

Ejemplos: $1/3 \div 2 = 1/6$ porque $1/6 \times 2 = 1/3$

$-0.25 \div -0.5 = 0.5$ porque $0.5 \times -0.5 = -0.25$

$3 \div -2/5 = -15/2$ porque $-15/2 \times -2/5 = 30/10 = 3$

$-7.5 \div 1.5 = -5$ porque $-5 \times 1.5 = -7.5$



NI FALTA NI SOBRA.

Realiza las siguientes actividades:



Representa gráficamente la siguiente división:

$$3/5 \div 4 =$$

Efectúa las operaciones siguientes.

$$3/4 \div 1/2 =$$

$$3/4 \times 2 =$$

$$2/3 \div 1/4$$

$$2/3 \times 4 =$$



Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Es exacta la división de fracciones comunes? _____

¿Por qué? _____

2. ¿Cuándo se dice que dos fracciones son recíprocas? _____

3. Escribe y ejemplifica los casos importantes de la división de fracciones _____

4. ¿Es posible dividir entre cero? _____

¿Por qué? _____

El profesor indicará tus posibles errores, corrígelos.

Explica cómo están resueltas las siguientes operaciones:

a) $2/3 \div 6 = 8/3 \div 6/1 = 8/3 \times 1/6 = 8/18 = 4/9$

b) $3/6 \div 5/4 = 12/30 = 2/5$

Intercambia tu Guía y revisa las respuestas de acuerdo con las soluciones que indique tu profesor al finalizar la sesión. Corrige lo necesario.



Escribe en los espacios correspondientes los cocientes de los números de la columna de la izquierda entre los números del renglón superior.

D I V I S O R E S

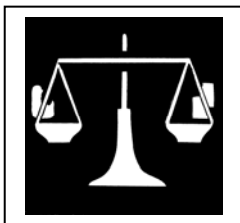
DI-	-:-	1.5	-1.25	- 9	0.125
VI-					
DEN-	4.5				
DOS	- 12.15				

D I V I S O R E S

DI-	-:-	2 / 5	5 / 3	1 / 2	- 4 / 5
VI-	4 / 6				
	8 / 12				
DEN-	- 6				
	9 / 6				
DOS.	15 / 6				

Verifica tus resultados con tu profesor.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 19

RESUÉLVELO TÚ MISMO

Lee en forma silenciosa

La capacidad de usar la información es más importante que el simple hecho de poseerla. Ahora tendrás oportunidad de demostrar la capacidad que tienes para aplicar los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas.

I SERIE.

Relacione ambas columnas escribiendo dentro del paréntesis la letra que corresponda.

- a) Se utiliza para encontrar el mínimo común denominador Producto de fracciones Comunes.
- b) Se obtiene al multiplicar numeradores con numeradores y denominadores con denominadores Común Denominador
- c) Con los productos cruzados entre fracciones comunes se establece m c m
- d) Es necesario encontrarlo para resolver una adición o sustracción de fracciones comunes con diferente denominador Fracciones del mismo. Tipo
- e) Deben hacerse conversiones cuando se opera con fracciones comunes y decimales para obtener Relación de orden

II SERIE.

Escribe los pasos que se deben seguir para resolver un problema.

III SERIE

Para el siguiente dibujo escribe un problema y resuélvelo.



Entrega tu guía a tu profesor, en caso de errores, corrígelos.

IV SERIE.

Resuelve los siguientes problemas.

- a) Calcula los kilómetros que recorrió un ciclista en tres etapas: en la primera recorrió $15 \frac{3}{4}$ km.; en la Segunda $12 \frac{2}{8}$ km. y en la tercera $18 \frac{2}{8}$ km

b) Un alumno del grupo pesaba $52 \frac{3}{7}$ kg. al principio del curso, y ha perdido $5 \frac{2}{3}$ kg.

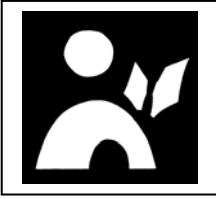
¿Cuánto pesa actualmente?

c) Angel comió $\frac{3}{8}$ de $\frac{1}{2}$ de pastel de fresa. ¿Cuánto comió del pastel?

d) Un kilómetro es aproximadamente $\frac{5}{8}$ de una milla. ¿Cuántos kilómetros hay en $\frac{6}{4}$ de milla?

¿Terminaste? ¡Muy bien! Espera las indicaciones de tu profesor para evaluar lo que realizaste. Recuerda que esto te servirá para detectar tus fallas.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 20

Lee detenidamente el siguiente tema y trata de comprender lo que se expone.



¿MAYOR O MENOR QUE LA UNIDAD?

En la actualidad, con el empleo generalizado del sistema de numeración decimal, frecuentemente se manejan potencias de diez.

Sin embargo, como se emplean tanto 10, 100, 1000, etc., como 0.1, 0.01, 0.001, etc., no se presta mucha atención a las potencias indicadas que corresponden a esos números.

Es conveniente desarrollar habilidad para manejar potencias indicadas de diez, porque en la notación científica dichas expresiones son empleadas constantemente.

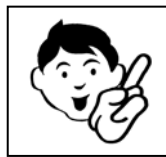
Considérese una operación muy conocida para iniciar de manera sencilla la comprensión de este tema.

Se sabe que:

$$10 \times 10 = 100 \text{ y } 10 \times 10 = 10^2, \text{ por lo tanto: } 100 = 10^2.$$

También:

$$10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ y } 10 \times 10 \times 10 = 10^3, \text{ o sea: } 1000 = 10^3.$$



RECUERDA

El número de unidades del exponente de diez coincide con el número de ceros que sigue a la unidad.

Si se multiplica $100 \times 1\,000$, se obtiene 100 000, pero como

$100 = 10^2$ y $1\,000 = 10^3$, sustituyendo se tiene:

$10^2 \times 10^3 = 100\,000$. Como 100 000 tiene cinco ceros después de la unidad,

se tiene que $100\,000 = 10^5$.

Sustituyendo 100 000, queda $10^2 \times 10^3 = 10^5$. Como $5 = 2 + 3$, se puede decir que $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$.

Otras operaciones similares, con potencias indicadas de diez, son:

$$10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7$$

$$10^3 \times 10^3 = 10^{3+3} = 10^6$$

$$10^2 \times 10^8 = 10^{2+8} = 10^{10}$$

Por lo tanto, si a y b son números naturales, entonces:

$$10^a \times 10^b = 10^{a+b}, \text{ que en lenguaje común significa:}$$

El producto de dos potencias indicadas de diez es el mismo diez, cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores.

Ahora bien, ¿qué sucede si se efectúa una división de potencias de diez?

Considérese $1000 / 100$, que es equivalente a dividir: $10^3 / 10^2$.

Si la división es operación inversa a la multiplicación, y el producto de las potencias de 10 se obtiene sumando los exponentes, al dividir deben restarse, ya que restar es lo contrario de sumar.

$$\text{Así : } 10^3 / 10^2 = 10^{3-2} = 10^1$$

Como $1000/100 = 10$ se concluye que : $10 = 10^1$

Entonces si se divide $10\ 000/10\ 000 = 1$, esto es igual a $10^4/10^4 = 10^{4-4} = 10^0$,

Por lo cual se puede afirmar que : $1 = 10^0$ ó $10^0 = 1$

Al continuar realizando divisiones, o sea, obteniendo el cociente de dos potencias indicadas de diez, se observa lo siguiente:

$$\frac{100}{10^2}$$

$$1\ 000 = 0.1, \text{ que es igual a } 10^3 = 10^{2-3} = 10^{-1}; \text{ es decir: } 10^{-1} = 0.1$$

Aquí se aprecia que, cuando el exponente del dividendo es menor que el exponente del divisor, resulta una potencia de diez con exponente **negativo**.

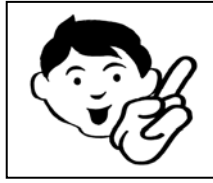
Otras Operaciones semejantes.

$$10^3 / 10^5 = 10^{3-5} = 10^{-2} = 0.01$$

$$10^2 / 10^6 = 10^{2-6} = 10^{-4} = 0.0001$$

Se observa que el número de cifras de la parte fraccionaria decimal coincide con el número de unidades del exponente negativo.

Puede afirmarse que si a y b son números enteros, $10^a / 10^b = 10^{a-b}$.



LENGUAJE COMÚN

El cociente de dos potencias indicadas de diez es el mismo diez, teniendo como exponente la diferencia que existe entre el exponente del dividendo y el exponente del divisor.

En resumen:

Para obtener el producto de dos potencias indicadas de diez, se suman los exponentes de los factores. Ejemplo.

$$10^5 \times 10^2 = 10^7$$

$$10^4 \times 10^2 = 10^6$$

$$10^2 \times 10^3 = 10^5$$

$$10^2 \times 10^2 = 10^4$$

$$10^2 \times 10 = 10^3$$

$$10 \times 10 = 10^2$$

$$10^0 \times 10 = 10^1$$

Los resultados se representan así.

$$10^7 = 10,000,000$$

$$10^6 = 1,000,000$$

$$10^5 = 100,000$$

$$10^4 = 10,000$$

$$10^3 = 1,000$$

$$10^2 = 100$$

$$10^1 = 10$$

Para obtener el cociente de dos potencias indicadas de diez, al exponente del dividendo se le resta el exponente del divisor.

$$10^5 / 10^3 = 10^2 = \mathbf{100}$$

$$10^3 / 10^2 = 10^1 = \mathbf{10}$$

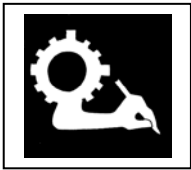
$$10^3 / 10^3 = 10^0 = \mathbf{1}$$

$$10^4 / 10^5 = 10^{-1} = \mathbf{0.1}$$

$$10^3 / 10^5 = 10^{-2} = \mathbf{0.01}$$

$$10^4 / 10^7 = 10^{-3} = \mathbf{0.001}$$

El manejo adecuado de las potencias indicadas de diez se requiere para realizar cálculos *en* los que se tendrían que escribir muchas cifras, si no se tuviera a la disposición este recurso.



MAYOR O MENOR QUE LA UNIDAD?



Analizar la estimación que se presenta al solucionar el siguiente problema.

Un terreno de forma rectangular mide 564 m. de largo y 425 m. de ancho. ¿Cuál es su área?

El procedimiento para obtener el área consiste en multiplicar el largo por el ancho.

Se hace una estimación del resultado multiplicando 600 x 400. Como $6 \times 4 = 24$ y hay cuatro ceros, se dice que la estimación del área da un resultado aproximado a 240,000 m².

Responde.

¿Hasta qué orden se realizó la estimación del resultado? _____

Compara tu respuesta con otro grupo. Corrige si hay error.

A continuación resuelve las siguientes cuestiones.

1. Escribe 3 números que sean potencias de 10 y cuyo valor sea mayor que 1.

2. Escribe 3 números que sean potencias de 10, y cuyo valor sea menor que 1.

3. ¿Cuál es el valor de 10^1 ?

4. ¿Cuál es el valor de 10^0 ?

5. ¿Cómo se obtiene el producto de dos potencias indicadas de 10?

6. ¿Cómo se obtiene el cociente de dos potencias indicadas de 10?

5. Anota dos ejemplos de operaciones con potencias indicadas de 10, en las cuales el resultado sea 10^1 .

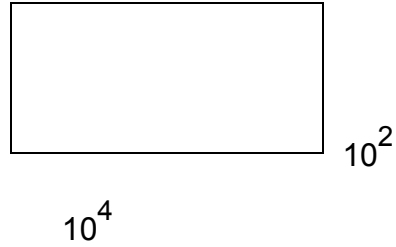
8. Anota dos ejemplos de operaciones con potencias indicadas de 10, en las cuales el resultado tenga exponente de 10^0 .

5. Anota dos ejemplos de operaciones con potencias indicadas de 10, en las cuales el resultado tenga exponente negativo.

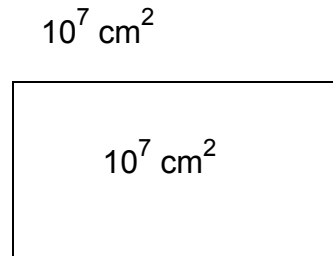
Muestra tus respuestas a otro equipo. Si hay diferencias, discútelas y si llegan a la conclusión de que tienes errores corrígelos.

Continúa trabajando con tu mismo equipo y resuelve los siguientes problemas.

1. ¿Cuál es el área de un rectángulo que mide 10^4 cm. de largo y 10^2 cm. de ancho?



2. El área de un rectángulo es de 10^7 cm^2 y el largo mide 10^4 cm. ¿Cuál es la medida del ancho?



Revisa tus resultados con tu equipo, si tienes dudas consulta al profesor.



Completa el siguiente cuadro. Fíjate en el primer renglón que es ejemplo.



$10^3 / 10^7$	10^{-4}	0.0001
$10^2 \times 10^3$		
	10^0	
		100,000
	10^1	
$10^2 / 10^3$		
	10^6	
		0.01
	10^{-6}	

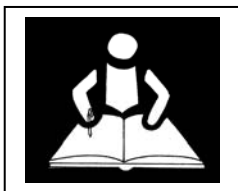
Tu profesor te indicará la forma de revisar tus ejercicios.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 21

Lee cuidadosamente para que comprendas el uso de la notación.



¡SEA BREVE!

Ver el sol y “sentir su calor” es algo tan habitual que ya no se le da importancia especial. Sin embargo, si se estudian algunas características de este astro, se encuentra, por ejemplo que su volumen es de $1.414 \times 10^{18} \text{ km}^3$. Pero, ¿qué significa eso y en qué clase de notación está expresado el dato?

Esta notación se emplea frecuentemente en la ciencia. Con ella se logra representar en forma breve los números que tienen muchas cifras porque indican el grado de exactitud de una medición.

La notación científica para un número positivo (entero, fracción decimal o con parte entera y parte decimal) se expresa por medio de las potencias indicadas de diez. Conviene considerar tres casos.

1. Cuando el número que se va a convertir a la notación científica es entero.

a) Convertir 563 929 a la notación científica.

Como existe el convenio de que el número expresado en esta notación debe tener un solo dígito en su parte entera, se cuenta el número de cifras, menos uno, para escoger la potencia de diez. En este caso, $6-1=5$, por lo que se usará 10^5 .

Entonces, se cuentan cinco cifras de derecha a izquierda y se coloca un punto decimal, que quedaría entre las dos primeras cifras de la izquierda:

$$5.63929 \times 10^5$$

Es decir que 563 929 en notación científica es 5.63929×10^5 .

$$563\ 929 = 5.63929 \times 10^5$$

b) Convertir 4 880 324 126 a la notación científica.

El número tiene 10 cifras; se le resta una y quedan nueve. Debe usarse 10^9 . Al colocar el punto decimal para que quede un solo dígito, se tiene:

$$4\ 880\ 324\ 126 = 4.880324126 \times 10^9.$$

c) Convertir 34 000 000 a la notación científica.

Tiene 8 cifras, menos una, siete. Se usará 10^7 . Al colocar el punto decimal, queda:

$$3.4 \times 10^7 \text{ ya que } 3.4 = 3.4\ 000\ 000 \text{ y la representación debe ser breve.}$$

$$\text{Así que } 34\ 000\ 000 = 3.4 \times 10^7.$$

2. Cuando se trata de un número con parte entera y parte decimal.

a) Convertir 376.253 a la notación científica.

Como debe quedar un solo dígito en la parte entera, se cuenta el número de lugares que se “recorre” el punto decimal hacia la izquierda, y que en este caso es dos; o sea, 10^2 . Al colocar el punto resulta 3.76253×10^2 , o sea:

$$376.253 = 3.76253 \times 10^2$$

b) Convertir 88245.764 a la notación científica.

Se cuentan los lugares que se debe recorrer el punto decimal hacia la izquierda, y son cuatro, es decir, 10^4 . Al colocar el punto decimal, queda:

$$88245.764 = 8.8245764 \times 10^4$$

3. Cuando se trata de una fracción decimal.

a) Convertir 0.0029657 a la notación científica.

Como el número debe tener un solo dígito en su parte entera, el punto debe recorrerse hacia la derecha tres lugares, hasta llegar al primer dígito. Cuando el punto se recorría hacia la izquierda, el exponente era positivo.

Si ahora se recorre a la derecha, el exponente será negativo. Se usará, entonces, 10^{-3} . Al colocar el punto queda: 2.9657×10^{-3} (ya que 0002 = 2).

$$\text{Entonces: } 0.0029657 = 2.9657 \times 10^{-3}$$

b) Convertir 0.3845623 a la notación científica.

Es notorio que el punto debe recorrerse un lugar a la derecha, por lo que se empleará 10^1 . Al colocar el punto en el lugar convenido, se tiene:

$$3.845623 \times 10^{-1}$$

c) Convertir 0.0000658 a la notación científica

El punto se recorrerá cinco lugares a la derecha para que quede un solo dígito en la parte entera. Por esta razón se multiplicará por 10^{-5} . y, al colocar el punto, se tiene:

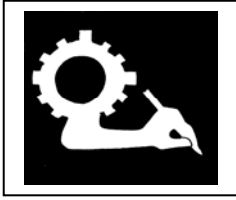
$$6.58 \times 10^{-5} \text{ (porque } 000006 = 6)$$

$$\text{Es decir que: } 0.0000658 = 6.58 \times 10^{-5}$$



RECUERDA

Al convertir un número positivo a la notación científica, se obtiene un producto equivalente, en el cual uno de los factores es un número con un solo dígito en la parte entera y el otro factor es una potencia indicada de diez con exponente positivo o negativo.



¡SEA BREVE!



Resuelve las siguientes cuestiones .

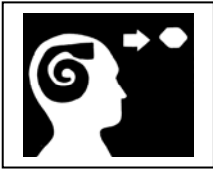
1. ¿Por qué razón se usa frecuentemente en diversas ciencias la notación científica?

2. ¿Cuántos casos diferentes se consideran al convertir un número positivo a la notación científica?

3. Cuando se expresa un número en notación científica, ¿Cuántos dígitos debe tener en su parte entera?

4. Si escribes un número en notación científica y el punto se recorre hacia la izquierda, ¿cómo es el exponente de la potencia de diez que se escoge para multiplicar?

5. Si se escribe un número en notación científica recorriendo el punto hacia la derecha, ¿cómo debe ser el exponente de la potencia de diez que se usa como factor?



Convierte los siguientes datos a la notación científica.



1. Extensión de Australia: 7 682 300 km².

En notación científica: _____

2. La superficie del océano atlántico tiene una extensión de 166 241 000 km².

En notación científica: _____

3. Una onza es igual a 28. 3495 g.

En notación científica: _____

4. La constante para convertir centímetros a pulgadas es 0.3937008.

En notación científica: _____

A continuación se te presenta una lista de números y a la derecha de cada uno está su representación en notación científica. Debes decidir si la conversión es correcta y por qué.

a) $58\,000\,000 = 5.8 \times 10^7$. ¿Es correcta la conversión? _____

¿Por qué? _____

b) $0.000000854 = 8.54 \times 10^{-7}$. ¿Es correcta la conversión? _____

¿Por qué? _____

c) $0.000145 = 14.5 \times 10^{-3}$. ¿Es correcta la conversión? _____

¿Por qué? _____

d) $78\,000\,000\,000\,000 = 7.8 \times 10^{13}$. ¿Es correcta la conversión? _____

¿Por qué? _____

e) $0.00000000067 = 67 \times 10^{-9}$. ¿Es correcta la conversión? _____

¿Por qué? _____

El profesor indicará quienes leerán las respuestas.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



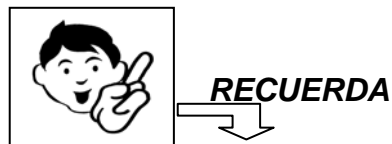
GUÍA 22

DOS EQUIVALENTES



Leer cuidadosamente el texto siguiente.

La semejanza, la congruencia y la proporcionalidad son relaciones matemáticas que se emplean para el diseño de edificios mediante la comparación del cociente de sus valores.



RAZÓN ES LA COMPARACIÓN DE DOS MAGNITUDES POR MEDIO DE UN COCIENTE; LA IGUALDAD DE DOS RAZONES SE LLAMA PROPORCIÓN.

La estatura de una persona es una magnitud que puede medirse.

La edad de una persona es una magnitud que puede contarse.

Si de cada 10 nacimientos 6 corresponden a niñas; la razón del número de niñas que nacen respecto del número de nacimientos observados es $6 / 10$ es una razón.

$2/3 = 12/18$ es una proporción en la cual 2 y 18 son los extremos y 3 y 12, los medios. Ejemplo:

Un atleta corrió maratón en 148 minutos. Si la distancia recorrida es 42 Km., ¿cuál es la razón entre el Km. recorrido y el tiempo empleado?

La razón es $42 / 148$

Cálculo de un término desconocido.

Esto es posible gracias a la propiedad fundamental de las proporciones.

Si el término desconocido es un extremo.

a) $3/5 = 9/x$ entonces

Se multiplican los medios $5(9) = 3x$

Y el producto se divide entre el otro extremo

$$x = 5(9) / 3 = 45 / 3$$

$$x = 15.$$

En $a/b = c/x$ se cumple que $ax = bc$ y $x = bc / a$

Es decir, si el término desconocido es un extremo su valor se encuentra dividiendo el producto de los medios entre el otro extremo.

Si el término desconocido es un medio.

a) $2/9 = x/6$ entonces

Se multiplican los extremos $2(6) = 9x$

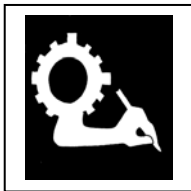
Y el producto se divide entre el otro medio.

$$X = 2/6 / 9 = 12 / 9$$

$$X = 4/3$$

En $a/x = c/d$ se cumple que $ad = cx$ y $x = ad / c$

Es decir, si el término desconocido es un medio, su valor se encuentra dividiendo el producto de sus extremos entre el otro medio.



Calcula el término desconocido de cada proporción.



a) $4/10 = x/60$

$$b) 9/12 = 12/x$$

$$c) 5/3 = x/21$$

$$d) \frac{2/3}{5/3} = \frac{x}{15}$$

$$e) \frac{2}{5/8} = \frac{2/5}{x}$$

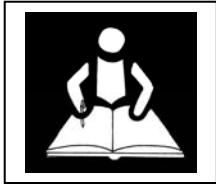
$$f) \frac{1 + 1/2}{x} = \frac{1/3}{1/5}$$

$$g) 3/12 : 0.05 :: 3.25 : x$$

Revisa tus resultados intercambiando tu guía con otro grupo, corrige.



Resuelve los siguientes problemas.



1. Una fábrica produce diariamente 5000 artículos y se sabe que el 1% es defectuoso. Expresa la razón entre el número de artículos defectuosos y el total de artículos producidos cada día.

2. Un jugador de béisbol batea 6 de cada 15 lanzamientos que recibe. ¿Cuál es la razón entre el número de pelotas bateadas y el total de lanzamientos?

3. La razón entre dos números es $\frac{4}{3}$. Si el mayor es 64, ¿cuál es el menor?

4..Si la razón entre dos números es como la que existe entre 2 y 9 , y el mayor de esos números es 54, ¿cuál es el número menor?.

Calcula el valor de la x en las siguientes proporciones.

a) $x / 8 = 12 / 32$

b) $0.6 / 5 = x / 3$

c) $\frac{1/2}{x} = \frac{1/4}{3/7}$

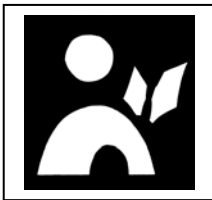
d) $6 / 0.25 = 2.5 / x$

$$e) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\quad}{x} = \frac{8}{3}$$

Intercambia tus resultados con con los demás compañeros o compañeras.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 23

Lee cuidadosamente el siguiente texto tomando en cuenta las conclusiones que aparecen resaltadas en negrilla.



DIRECTA O INVERSA

a) Ejemplo:

Si un disco compacto cuesta Q 70.00, entonces se puede calcular el valor de cualquier cantidad de discos. Algunos valores se muestran seguidamente:

Número de discos	Precio en quetzales
A	B
1	70
2	140
3	210
5	350
10	750

La razón entre el número de discos y su precio es constante, y si aumentamos ó disminuimos uno, con el otro ocurre lo mismo.

Entonces la constante de proporcionalidad es 70.



Se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales cuando la razón de sus valores es constante.

Esto quiere decir que, si el valor de la magnitud A es el número a y el valor de la magnitud B es el número b, entonces A y b son directamente proporcionales.

Si $a / b = K$. El número K recibe el nombre de constante de proporcionalidad.

En otras palabras, si el valor de una aumenta, el de la otra también se incrementa, y si el valor de una disminuye, el de la otra también se reduce.

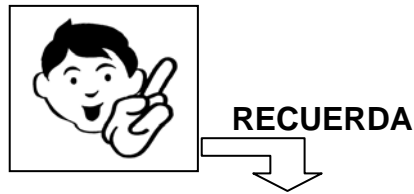
b) Ejemplo:

A continuación se muestran los tiempos y velocidades medidas de algunos ciclistas para recorrer 240 Km.

Tiempo (horas)	Velocidad Media (Km/h.)
4	60
3	80
5	48
6	40

Para disminuir el tiempo empleado es necesario aumentar la velocidad, y el tiempo es mayor cuando disminuye la velocidad; por lo tanto, el tiempo y la velocidad son inversamente proporcionales.

Entonces. $4 (60) = 240$, $3 (80) = 240$, $5 (48) = 240$, $6 (40) = 240 = K$

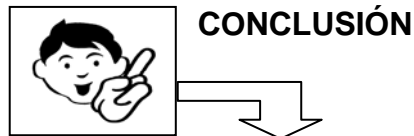


Se dice que dos magnitudes, a y B , son inversamente proporcionales cuando el producto de sus valores es constante.

Esto significa que si el valor de la magnitud A es el número a y el valor de la magnitud b es el número b , entonces A y B son inversamente proporcionales .

Si $a \cdot b = K$. El número K recibe el nombre de constante de proporcionalidad.

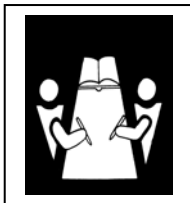
Dicho de otra forma, dos magnitudes son inversamente proporcionales si un cambio en el valor de una implica un cambio en el valor de la otra, pero en sentido contrario; ó sea si el valor de una aumenta, el valor de la otra disminuye, y viceversa.



Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando la razón de sus valores es constante y son inversamente proporcionales cuando el producto de sus valores es constante.



DIRECTA O INVERSA



Indica cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales y cuáles son inversamente proporcionales

- Cantidad de pintura y área pintada. _____
- Tiempo y velocidad cuando se recorre la misma distancia. _____
- Número de artículos y precio. _____

d) Número de trabajadores y tiempo empleado para realizar una obra.

e) Distancia recorrida y tiempo si la velocidad es constante. _____

Continúa con tu mismo equipo y encuentra la constante de proporcionalidad en cada caso.

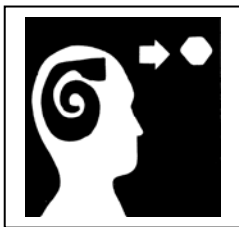
a) Un joven pinta 10m^2 en 3 horas. _____

b) Un corredor recorre 3 Km. en 5 minutos.

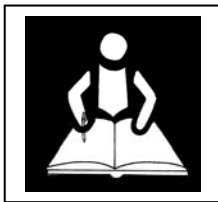
c) 5 hombres realizan una obra en 3 días. _____

d) Un automovilista se mueve a 72 Km. por hora y emplea 6 horas en recorrer una distancia fija.

Revisa tus resultados con los de otro grupo para verificarlos.



Resuelve lo siguiente.



Indica cuáles de los siguientes pares de magnitudes son directamente proporcionales y cuáles son inversamente proporcionales.

- a) trabajo realizado y tiempo empleado. _____
- b) Trabajo efectuado y número de trabajadores. _____
- c) Número de trabajadores y tiempo empleado en ejecutar una labor. _____
- d) Caudal de agua y tiempo requerido para llenar un recipiente. _____
- e) Área de un triángulo y su altura. _____

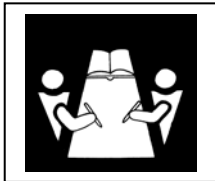
Con la ayuda de tu profesor revisa tus resultados, corrige si hay errores.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 24

TRES CONOCIDOS Y UN DESCONOCIDO.



Hoy iniciaran leyendo el texto siguiente.
¡CALCULEMOS!

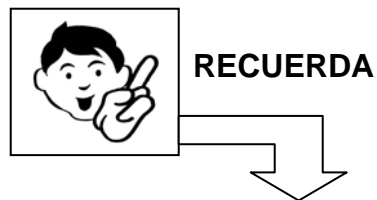
Ejemplo:

- a) Si una persona de 1.70 m de estatura proyecta una sombra de 2.88m, ¿cuánto medirá a la misma hora la sombra de un edificio de 9 m de altura?

el problema puede plantearse así:

1.70m es a 2.88 m **como** \longrightarrow **Directa porque a más estatura**
9 m es a x m **más sombra.**

Como las magnitudes son directamente proporcionales, la razón entre los valores de una magnitud es igual que la razón entre los valores de otra:



Se multiplica cruzado y se divide el número que queda para hallar el valor de x.

$$1.70 = 2.88 \quad \text{Entonces} \quad X = 9 (2.88) = 15.25 \text{ m}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \\ 9 & X & 1.70 \end{array}$$

Por lo tanto un edificio de 9 metros proyecta una sombra de 15.25 m

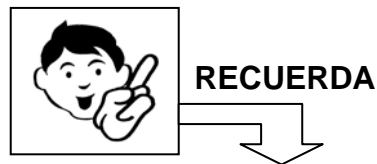
Veamos otro ejemplo:

b) Una fuente arroja 1 200 litros de agua y llena una pileta en 8 minutos. ¿Cuántos litros deberá arrojar para llenarla en 5 minutos?

El problema puede plantearse así:

1 200 es a 8 min. como \longrightarrow **Inversa porque a más litros**
 X es a 5 min. **Menos minutos.**

Como las magnitudes son inversamente proporcionales, la razón entre dos cantidades de la misma magnitud es igual que la razón inversa de la otra.

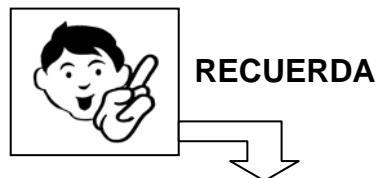


Se multiplican los dos primeros números y se dividen entre el que queda.

$$\text{Entonces,} \quad 1\,200 = 8 ; \quad \text{por tanto :} \quad X = 1\,200 (8) = 1920$$

$$\begin{array}{ccc} \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \\ X & 5 & 1920 \end{array}$$

La fuente deberá arrojar 1920 litros por minuto.



Cuando en un problema intervienen magnitudes proporcionales, se conocen 3 valores y se debe calcular el otro, nos encontramos ante un problema de Regla de tres.

Si en el problema sólo existen dos magnitudes, se trata de un problema de **regla de tres simple**.

Se dice que un problema es de **regla de tres simple directa** cuando las magnitudes involucradas son directamente proporcionales.

O sea que : sus términos van de más a más y de menos a menos.

+ a +

- a -

Si por el contrario las magnitudes que intervienen en un problema son inversamente proporcionales, se dice que el problema es de **regla de tres simple inversa**.

O sea que : sus términos van de más a menos y de menos a más.

+ a -

- a +

Para resolver problemas de regla de 3 simple, directa e inversa, se aplican las definiciones y las propiedades de la proporcionalidad.

La regla de tres fue dada a conocer por los árabes en la edad media; por su gran aplicabilidad fue llamada LA REGLA DE ORO.



Resuelve los siguientes problemas:



a) Si media docena de artículos cuestan Q 18.00, ¿Cuánto costarán cuatro docenas?

b) Los $\frac{2}{3}$ de la capacidad de un depósito son 600 litros. ¿Cuál será la capacidad de los $\frac{5}{8}$ del mismo depósito?

c) Si a un artículo se le gana Q 3.25 cuando es vendido, ¿cuántos artículos se han vendido para lograr una ganancia de Q 87.75?

d) Un trabajador realiza $\frac{2}{3}$ de una obra de construcción en $6\frac{3}{5}$ días. ¿En cuánto tiempo terminará la obra?

e) A una velocidad de 60 Km. por hora, un bus escolar tarda $3\frac{1}{2}$ horas en realizar su recorrido. ¿A qué velocidad se debe viajar para efectuar el mismo recorrido en $2\frac{1}{2}$ horas?

Intercambia tus resultados con otro grupo, corrige si hay errores.



Resuelve los siguientes problemas.



1) Un tractor marcha a una velocidad constante de 28 kms. por hora. ¿Qué distancia habrá recorrido al cabo de cinco horas y cuarto?

2) Dos individuos alquilan un edificio. Si uno de ellos ocupa los $\frac{4}{9}$ del inmueble y paga Q 10.00 al mes, ¿cuánto paga el otro?

3) En una fábrica, 15 obreros realizan un trabajo en 12 horas. ¿Cuánto tardarán 10 obreros en efectuar el mismo trabajo?

4) Si 3 chorros llenan un tanque en 2 días, ¿en cuánto tiempo lo llenarán 5 chorros?

Con ayuda de tu profesor, revisa tus resultados, si hay errores corrígelos.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 25

TODO DE TODO



Lee cuidadosamente el ejemplo siguiente.

a) Un estudiante realiza una investigación bibliográfica de 40 páginas en 8 días, para lo cual invierte 3 horas diarias. ¿Cuántas horas debe invertir diariamente para efectuar otra investigación de 50 páginas si dispone para ello de 12 días?

El problema puede plantearse así:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \downarrow & - & 40 & \text{páginas} & \longleftrightarrow & \uparrow & + & 8 & \text{días} & \longleftrightarrow & \downarrow & + & 3 & \text{horas/d.} \\
 & & + & 50 & \text{páginas} & \longleftrightarrow & & - & 12 & \text{días} & \longleftrightarrow & & - & X
 \end{array}$$

Procedimiento:

1°. En la columna donde aparece el término desconocido, se escribe el signo negativo al término desconocido y el signo positivo al término conocido.

2°. Si las magnitudes comparadas son directamente proporcionales, se escribe el signo menos arriba y el signo más abajo y la línea vertical hacia abajo, o en sentido contrario si son inversamente proporcionales.

Como el número de páginas y el de horas diarias son directamente proporcionales, en la primera columna se coloca una flecha hacia abajo o los signos menos arriba y más abajo, así.

$$\begin{array}{c} - \\ \downarrow \\ + \end{array}$$

en cambio, puesto que el número de días y el número de horas varían inversamente, en la columna de los días se coloca una flecha hacia arriba o el signo más arriba y menos abajo.

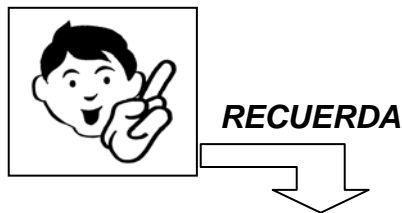
$$\begin{array}{c} + \\ \uparrow \\ - \end{array}$$

3°. A continuación se multiplican las magnitudes con signo positivo incluyendo a la magnitud donde se encuentra la incógnita y el producto se divide entre el producto de los negativos, que debe ser una magnitud menos que el otro producto.

Ordenando:

Así: $40 \cdot 12 = 3$ Entonces $X = \frac{50(8)(3)}{40(12)} = 2.5 \text{ horas/d.}$

$$\begin{array}{ccc} \text{-----} & \text{-----} & \text{-----} \\ 50 & 8 & X \end{array} \qquad \frac{\text{-----}}{40(12)}$$



Si para resolver un problema de regla de tres observas que intervienen más de dos magnitudes, se dice que el problema es de *regla de tres compuesta*.

En un problema de *regla de tres compuesta mixta*, las magnitudes que aparecen son inversamente proporcionales y magnitudes directamente proporcionales.

En un problema de regla de tres compuesta intervienen más de dos magnitudes.



Resuelve los siguientes problemas.



1) Cuatro hombres que trabajan 8 horas diarias realizan 60 metros de una obra en 7 días. ¿Cuántos días necesitarán 6 hombres si trabajan 6 horas diarias para ejecutar 80 metros de la misma obra?

2) Doce buses de un colegio gastan 40 galones de gasolina diarios para efectuar un recorrido de 3 horas. ¿Cuántos galones de gasolina usarán 8 buses si trabajan 4 horas diarias?.

3) Para construir una piscina se emplearon, durante 15 días, 2 trabajadores que trabajaron 6 horas diarias. ¿En cuántos días la habrían terminado 3 trabajadores con jornadas de 5 horas diarias?

4) Si 12 hombres realizan $\frac{3}{5}$ de una obra en 6 días y se retiran 9 hombres, ¿cuánto tiempo tardarán en terminar la obra los que quedan?

Compara tu trabajo con otro grupo, verifica el procedimiento, si hay errores corrige, si fuera necesario consulta con tu profesor.



Responde los siguientes problemas.



1. Si 4 alumnos de la Escuela de Educación física durante 80 días escolares gastan en promedio 6 pares de zapatos de igual marca, ¿cuántos pares de estos zapatos gastará el grupo de 40 alumnos durante 196 días del año escolar?

2. Seis profesores gastan en 10 clases de matemática 100 tizas. ¿Cuántas tizas debe comprar el colegio para sus 12 profesores de matemática si dictan 5 952 clases durante el año escolar?

3. En un gallinero 20 gallinas ponen 190 huevos en 12 días. ¿Cuántos huevos ponen 200 gallinas del gallinero en 48 días?

4. 4 hombres trabajando durante 6 días a razón de 8 horas diarias han hecho $\frac{2}{5}$ de una obra. ¿En cuántos días el doble de hombres harán el resto de la obra si laboran 10 horas diarias?

Revisa cuidadosamente tus respuestas, corrige si hay errores, si hubieren dudas consulta a tu profesor.

CONTROL DE PROGRESO		
A	P	A



GUÍA 26

INTEGRACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS



Hoy harás un alto en tus actividades para analizar si has comprendido las lecciones anteriores, lo cual te servirá para revisar los conocimientos adquiridos y retomar los que aún no entiendes.

I SERIE..

Comenta y contesta los siguientes enunciados.

1. Un número racional se define como

2. Entre dos números racionales, uno positivo y otro negativo, el mayor será

3. Para sumar dos números racionales negativos se procede a _____ y el resultado tendrá signo _____

4. Al multiplicar dos racionales negativos el resultado tendrá signo

5. Al dividir dos números racionales negativos, su cociente tendrá signo

6. La notación científica se obtiene del producto de dos factores en el cual uno es _____

y el otro _____

II SERIE

Completa las siguientes igualdades aplicando la ley de los signos.

MULTIPLICACIÓN	DIVISIÓN
(+) (+) =	- ÷ - + = +
(+) () = -	+ - ÷ - = -
(-) () = -	- ÷ - + = -
(-) (-) =	- - ÷ - = +

III..SERIE.

Realiza las operaciones que se señalan a continuación.

a) $2/3 + (-1/5) + 3/4 =$

b) $5/6 - (-2/5) =$

c) $6/8 \times (-1/6) =$

d) $[-4/7] \div [2/5] =$

e) $10^5 / 10 =$

f) $10^2 \times 10^3 =$

IV. SERIE.

Relaciona ambas columnas; anota en el paréntesis de la derecha la letra que corresponde con el resultado de la operación propuesta.

a) $2/3 + [-1/5] - [-3/8] =$ - 0.180 ó - 9/50 ()

b) $2/4 - [-6/8] + [-3/9] =$ - 12/5 ()

c) $[-8/10] \times 2/3 =$ 100 000 ()

d) $[-4/5] \div [-1/3] =$ 101 / 120 ()

e) $5.83 \times 10^2 =$ 43 / 60 ó 0.71 ()

f) $2/3 + 0.25 - 1/5 =$ 583 ()

g) $3/5 \times (-.3) =$ - 16/30 ()

h) $10^2 \cdot 10^3 =$ - 7/12 ()

V. SERIE.

Anota a continuación lo que se te pide:

1..¿Cómo se determina la equivalencia entre dos fracciones de igual signo?

2. Enuncia brevemente cómo se multiplica un número racional positivo con uno negativo. _____

3. Enuncia con palabras la ley de los signos en la división de los racionales.

VI SERIE.

Busca el elemento que falta en cada una de las siguientes operaciones y escríbelo en los espacios correspondientes.

a) $2/4 \times \underline{\quad} / \underline{\quad} = 14/20$

b) $\underline{\quad} / \underline{\quad} \div 8/3 = 15/16$

c) $3/5 - 2/5 = \underline{\quad} / \underline{\quad}$

d) $9 / \underline{\quad} + 6 / \underline{\quad} = 15/7$

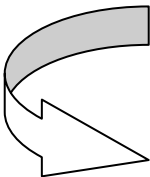
VII SERIE.

Responde lo que se te pide en cada caso.

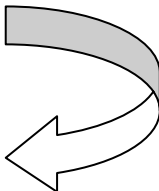
1. Sombrea con lápiz las partes de la figura que representa $\frac{2}{4}$ de $\frac{4}{6}$.



2. Busca los números primos y los compuestos que están comprendidos entre 25 y 40 y colócalos en el rectángulo que les corresponde.



25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32,
 33,
 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40.



PRIMOS

COMPUESTOS

3. Para pintar un jarrón se utilizó $\frac{1}{2}$ litro de pintura en la primera aplicación y de $\frac{1}{3}$ de litro en una segunda.

¿Cuántos litros de pintura se aplicaron al jarrón? _____

VIII SERIE

Resuelve los siguientes problemas. Anota el procedimiento y las operaciones para comprobar tu trabajo.

- a) 300 galones de gasolina cuestan Q 10.68. ¿Cuánto costarán $\frac{3}{4}$ de la cantidad de gasolina inicial?

b) Se requiere adoquinar una calle. Si los adoquines son de 400 cms^2 se necesitan 125 adoquines. Si los adoquines son de 600 cms^2 , ¿ con cuántos adoquines adoquinamos la calle?.

c) 6 hombres han cavado en 18 días una zanja de 40 metros. 18 hombres en 54 días, ¿cuántos metros de zanja cavarán?

d) 5 mecanógrafas escriben 1 100 hojas en 10 días. ¿En cuántos días 8 mecanógrafas escribirán 4 950 hojas?.

Al finalizar tu evaluación entrega tu trabajo a tu profesor.

¡FELICITACIONES! HAS FINALIZADO LA PRIMERA UNIDAD.

AHORA ESTÁS EN CONDICIONES PARA INICIAR CON LA SEGUNDA UNIDAD. EL FANTÁSTICO MUNDO DEL ÁLGEBRA.

4.1.6. RECURSOS

Humanos: Técnicos de Plan Internacional, PRODI, profesores de Matemática de las Escuelas Normales, estudiantes de cuarto grado de magisterio así como claustro y personal técnico administrativo de la Escuela Normal de Educación física Salamá B.V. estudiantes y catedráticos de la universidad de San Carlos de Guatemala del proyecto ADE-PROASE, Licenciados asesores

Materiales: Computador, Libros de texto de Matemática, libros de tele secundaria, folletos de Plan Internacional, fascículo de DIGEBI, Guías de NEU para Matemática nivel primario, revista UMBRAL, impresora, fotocopidora, Papel, Cartulina, útiles escolares.

4.1.7. ACTIVIDADES

CRONOGRAMA DE SOCIALIZACION CON SUJETOS DE LA INVESTIGACIÓN PARA APLICAR PROPUESTA DURANTE LOS MESES DE ENERO, FEBRERO Y MARZO 2002

SEMANAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ACTIVIDAD											
Solicitar a Autoridades	X										
Reunión con Director Instituto	X										
Puesta en común con Catedrático Matemática	X	X									
Planificar Sesiones	X	X									
Preparar Material	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Informar a estudiantes sobre Propuesta y materiales requeridos	X	X									
Sesiones de Evaluación			X	X	X	X	X	X	X	X	X
Reestructuración de Propuesta			X	X	X	X	X	X	X	X	X
Ejecución de la Propuesta			X	X	X	X	X	X	X	X	X
Validación de la propuesta			X	X	X	X	X	X	X	X	X
Redacción Final				X			X	X	X	X	X

4.2. EVALUACIÓN DE RESULTADOS CON RELACIÓN A OBJETIVOS

OBJETIVO	ACTIVIDAD	RESULTADO
Elaborar una Guía de aprendizaje auto formativo de base constructivista y enfoque cooperativo en el curso de matemática con estudiantes del cuarto magisterio de la Escuela Normal de Educación Física de Salamá, Baja Verapaz.	Realizar reuniones con director y catedrático para la autorización y elaboración de la propuesta. Preparar el material necesario, orientar a los estudiantes sobre el uso y, manejo de la guía.	Se elaboró la guía de aprendizaje auto formativo, enfoque de cooperativo con estudiantes del cuarto grado magisterio de Educación Física.
-Estructurar la propuesta de Guía de Aprendizaje auto formativo y enriquecerla con los aportes de estudiantes, profesores e instituciones que conocen de la propuesta.	Entrevistas a estudiantes docentes, técnicos de Plan Internacional y Consultas bibliográficas.	Con aportes de estudiantes, profesores y técnicos mencionados fue posible la elaboración de la guía de aprendizaje auto formativo.
-Aplicar la guía de aprendizaje auto formativo en el curso de matemática para la unidad de aritmética con estudiantes de cuarto magisterio de educación física.	Sesiones de trabajo y actividades de evaluación conjunta para obtener información complementaria y hacer correcciones necesarias.	Aplicación de la guía de aprendizaje con estudiantes de cuarto grado magisterio de educación Física.
-Lograr la participación activa de los estudiantes del cuarto grado magisterio de la escuela Normal de Educación Física de Salamá, Baja Verapaz	Realizar las actividades que aparecen en cada una de las sesiones de trabajo que contienen las guías en función de las evaluaciones indicadas al final de cada sesión de trabajo.	Los estudiantes motivados por la metodología, participaron activamente en el proceso de aplicación de la guía de aprendizaje.

OBJETIVO	ACTIVIDAD	RESULTADO
Disminuir el rechazo hacia la asignatura por medio de la utilización de la guía de aprendizaje con enfoque cooperativo.	Inclusión de actividades individuales, en parejas y en grupos de tres estudiantes que orientaron y despertaron entusiasmo para participar activamente en el proceso.	Reacciones favorables al contenido y actividades. Demostración de interés. Participación y colaboración.
-Validar la Guía de aprendizaje por medio de cuestionario escrito a los estudiantes.	Aplicación de cuestionario escrito y herramienta de pensamiento PNI a los estudiantes que consiste en anotar los aspectos positivos, negativos e interesantes con respecto a la guía.	Se comprobó la eficacia pedagógica y didáctica de la guía, mediante la utilización de los ejercicios, así mismo su claridad en el manejo del lenguaje.
Proporcionar una opción metodológica a docentes y estudiantes que aplican en el área de matemática	Elaborar una guía de aprendizaje autoformativo con enfoque cooperativo.	Disponer de una guía de aprendizaje autoformativo con enfoque cooperativo para que sea utilizada por docentes y estudiantes en el área de matemática.

4.3. EVIDENCIAS DE DESARROLLO SOSTENIBLE

La propuesta puede integrarse al proyecto nacional de formación del magisterio, en el marco de la Reforma Educativa. Los pasos metodológicos de la guía de autoaprendizaje son similares a la propuesta de los módulos de la metodología activa. Existen compromisos institucionales en continuar con la propuesta.

El seguimiento será responsabilidad de los directores, profesores de las Escuelas Normales, sistema de capacitación, y otros, quienes participan en el Proyecto de Profesionalización de docentes de las mencionadas escuelas por medio de la Actualización Pedagógica que atiende PROASE, ADE y la Universidad de San Carlos de Guatemala.

El compromiso es mutuo entre profesores porque todos están involucrados tanto en el proyecto de Reforma Educativa como en la profesionalización, de manera que la colaboración será fácil debido a que se labora en la misma institución educativa lo cual permitirá también darle seguimiento a las propuestas de todos en mayor o menor medida a fin de lograr un cambio en la educación de nuestro país y sobre todo nos identificamos con esta nueva metodología que consideramos que es una opción positiva para la educación de nuestro país.

Involucrar al director, claustro de catedráticos, estudiantes, padres de familia y orientadores metodológicos, al Encuentro Normalista Pro-Reforma Educativa, que constituye una instancia de unidad de programación, propuesta y acción de las escuelas e institutos normales en el ámbito nacional, con la finalidad de integrarse efectiva y positivamente al proceso de Reforma Educativa, en busca de legitimar procedimientos, posturas y propuestas que en común atañen a los centros de formación magisterial. El propósito de este proceso es diseñar una propuesta de transformación curricular, adecuada al contexto de la realidad del país y a la demanda de los cambios de un nuevo milenio, el cual ya se encuentra en la segunda fase.

4.4. REFLEXIONES SOBRE TODO EL PROCESO

El estar involucrado dentro del proceso de profesionalización y actualización pedagógica ha permitido conocer una metodología que viene a cuestionar muchos aspectos que se han manejado en todas las Universidades de nuestro país.

Con la experiencia de trabajar con una metodología activa constructivista (acción-reflexión-planificación), resulta necesario aplicarla en nuestros establecimientos para que los futuros profesionales, tengan una nueva visión y más positiva para hacerla efectiva en el desempeño de su labor docente.

Las innovaciones en materia pedagógica son difíciles, requiere de esfuerzos colectivos y decisiones políticas. Hay que resaltar lo positivo, independientemente de sus limitaciones, lo importante es promover el cambio y la mentalidad del magisterio.

La metodología aplicada con profesores y estudiantes se consideró susceptible de aplicar en el desarrollo de seminarios, práctica docente, así como procesos de planificación y observación sistemáticos en el aula y escuela.

Se concretaron ideas sobre el planteamiento de nuevas formas didácticas para la comprensión de procesos complejos de aprendizaje.

Las acciones dinámicas, activas y prácticas se hacen efectivas en procesos básicos de comunicación, velocidad y comprensión lectora, análisis de textos, redacción, desarrollo del pensamiento y el trabajo cooperativo constructivista.

CAPÍTULO V

SISTEMATIZACIÓN PARA GENERALIZAR

5.1. TESIS

El empleo de guías de aprendizaje auto formativo con estudiantes de cuarto magisterio en el curso de matemática unidad aritmética, de la Escuela Normal de Educación Física, tuvo como objetivo aumentar el interés por el curso a través de la participación cooperativa.

Se elaboró y aplicó la guía de aprendizaje auto formativo para disminuir el problema de rechazo y aversión hacia el curso de Matemática afirmados en el diagnóstico.

Durante la aplicación de la guía de aprendizaje auto formativo con enfoque cooperativo los estudiantes se mostraron entusiasmados por las actividades en parejas y grupales que se realizaron, argumentando que en matemática se acostumbra trabajar únicamente de manera individual y que esta metodología es una nueva forma de trabajar muy buena que les permite aprender más fácil porque se pueden ayudar entre sí.

La metodología activa (Aprendo, Practico, Aplico) utilizada en la guía de aprendizaje auto formativo tomó como base la teoría constructivista con enfoque cooperativo que tiene como fundamento la interacción social: afirma que todo conocimiento se alcanza mediante la mediación entre el educando, el educador y el contenido. En esta interacción los contenidos se construyen como situaciones que demandan procesos de reflexión, análisis, síntesis, transformación, construcción y aplicación, congruentes con las condiciones socioculturales, propiciadas por la socialización, tanto del hecho como del proceso educativo.

La visión de la aplicación de guías de aprendizaje auto formativo es proporcionar al estudiante oportunidades para que por medio de la participación activa y cooperativa aumente su interés por aprender matemática convirtiendo el aprendizaje en un proceso motivador y trascendente.

La utilización de guías de aprendizaje para el estudiante estructurada con enfoque constructivista se presenta como una alternativa para solucionar muchos problemas en cuanto a la aceptación de la asignatura, misma que se puede aplicar en todos los niveles y áreas porque su estructura es flexible, además permite adecuarse a las necesidades e intereses de los estudiantes y la comunidad tomando en cuenta el contexto social, siempre que su aplicación sea de manera adecuada y que el docente esté convencido de su papel que como agente de cambio le corresponde.

Participar activamente, facilitar el aprendizaje, colaborar, todo esto propiciado por el aprendizaje cooperativo es resultado de la aplicación de la guía los que son satisfactorios y comprobables por lo que se pueden tomar en cuenta para su posterior generalización a otras asignaturas y áreas geográficas que manifiesten el mismo comportamiento.

Las etapas que se realizaron para su elaboración y aplicación son posibles de desarrollarse siempre que se ajusten a las necesidades e intereses del grupo beneficiado.

Esta propuesta se presenta como una opción metodológica para los docentes y estudiantes interesados que deseen trabajar con metodología activa, en tanto que la misma posee las condiciones de dinámica, abierta y flexible, permitiendo a los estudiantes participar en los procesos de manera activa.

5.1.1. RESULTADOS DE SOCIALIZACIÓN

ACTIVIDADES	PARTICIPANTES	LOGROS
Reuniones para obtener información sobre el problema y el tratamiento.	Profesores	Se acordó que sí existe el problema del desinterés y se puede aplicar una guía de aprendizaje auto formativo.
Pláticas para conocer opinión sobre la asignatura de matemática	Estudiantes	La mayoría opina que la asignatura de matemática es la que menos le gusta.
Entrevistas con el propósito de establecer la estructura para elaborar guía de aprendizaje auto formativo con enfoque cooperativo.	Técnicos de PLAN INTERNACIONAL.	Se definió la metodología activa y la estructura a emplear con base a la teoría constructivista y enfoque cooperativo.
Aplicación de cuestionario.	Estudiantes	Se comprobó que la guía es funcional porque permite aumentar el interés por medio de la participación activa propiciando el aprendizaje cooperativo.
Utilización de la técnica del P.N.I. y así obtener sugerencias para reestructurar la propuesta de guía.	Estudiantes y Docentes.	La metodología fue bien aceptada porque les facilita el aprendizaje por medio del trabajo cooperativo.
Revisión de la guía de aprendizaje con enfoque cooperativo para conocer opiniones sobre su validez.	Estudiantes Técnicos y Docentes	Se acordó que se debe incluir íconos en los pasos metodológicos, A.P.A. así como en las instrucciones para trabajar individualmente, parejas o en tríos.

CONCLUSIONES

- ✓ Se elaboró la guía de aprendizaje auto formativo de base constructivista y enfoque cooperativo para la asignatura de matemáticas y en la unidad de aritmética del cuarto grado magisterio de la Escuela Normal de educación Física de Salamá Baja Verapaz.
- ✓ **En el proceso de estructuración de la propuesta guía de aprendizaje participaron: alumnos, docentes del área de Matemática, Técnicos de Plan Internacional y PRODI, quienes también participaron en la validación, revisión y reestructuración de la propuesta.**
- ✓ Se aplicó la guía de aprendizaje auto formativo con enfoque cooperativo a los estudiantes de cuarto grado magisterio de educación física logrando minimizar el problema del rechazo hacia el curso de matemática por medio de la participación.
- ✓ Se aplicaron cuestionarios y la técnica de lo Positivo, lo negativo y lo Interesante esto garantiza que la guía de aprendizaje cooperativo es clara, sencilla comprensible, permite con facilidad aprender, se aprende mejor, ayuda al estudiante y es una nueva forma de aprender.
- ✓ La guía se puede utilizar como punto de partida para generalizar a otras materias con enfoque constructivista.
- ✓ Los estudiantes participaron activamente durante la aplicación de la guía, evidenciando su preferencia por el aprendizaje cooperativo.
- ✓ La utilización de la guía logró disminuir el rechazo por medio de la participación y el aprendizaje cooperativo, además le permitió descubrir la existencia de opciones metodológicas para que el proceso educativo sea atractivo, activo y participativo.

RECOMENDACIONES

- ✓ Para la elaboración de guías de autoformación se debe tomar en cuenta todos los recursos necesarios, la experiencia de personas e instituciones que conocen la metodología activa así como la socialización y validación para su posterior aplicación.
- ✓ Al utilizar la Guía de Aprendizaje auto formativo estructurada basándose en el criterio constructivista y enfoque cooperativo se debe tomar en cuenta los fundamentos, herramientas, y orientaciones didácticas que propone la teoría constructivista.
- ✓ En el proceso de aplicación de las guías de aprendizaje auto formativo se debe explicar claramente la metodología a emplear y realizar todas las actividades establecidas para alcanzar los objetivos propuestos.
- ✓ Los instrumentos para la validación deben escogerse y analizarse detenidamente de manera que aporten datos objetivos que puedan utilizarse para mejorar las guías.
- ✓ Los docentes y estudiantes interesados en utilizar guías de autoformación deben informarse claramente sobre la metodología que propone el constructivismo para desarrollar una efectiva labor educativa.
- ✓ Para lograr la participación activa y cooperativa de los estudiantes es necesario incluir actividades grupales.
- ✓ Para disminuir el rechazo hacia la asignatura se deben implementar acciones dinámicas y cooperativas que involucren a los estudiantes en la ejecución de actividades de trabajo cooperativo.

BIBLIOGRAFÍA

1. Alpírez A. Gabriela. Julio 2001. Visión Curricular, Proyecto “ Elnace Quiché” USAID; Santa Cruz del Quiché, Guatemala.
2. Caciá, Daniel. 1997. Material de Apoyo Para El Desarrollo del Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Matemática; Centros de Trabajo. Guatemala, Asies. 84 páginas.
3. COLYPRO, Colegio de Licenciados y Profesores en Letras, filosofía, ciencias y Arte. 1999 UMBRAL; Educación y Constructivismo. COLYPRO. Segundo Semestre, No. 10. San José, Costa Rica, Decolores. 3-80.
4. Duarte Beza, Raúl y Castillo, Mayra. 1996. Matemáticas 2. Traducido por García Cortéz, Mauro. San José ,Costa rica , Editorial Santillana. 144 p.
5. Duarte Beza, Raúl y Galindo Arandi, Jorge Luis. 1994. Matemática Progresiva 2. Adaptada por Bedoya Hernando y Londoño , Nelson. Guatemala, Editorial Norma S.A. 373 p.
6. Editora Educativa. 1996. Ejercitación Matemática Cuarto Diversificado. Guatemala, C.A. 158 p.
7. FEPADE. Fundación Empresarial para el Desarrollo Educativo. 1995. Cuadernillos Técnicos, Selección de Libros; Constructivismo. Proyecto de Apoyo a la Reforma Educativa. San Salvador, Algier´s impresores. 52 páginas, volúmenes 1,2,3,4,5,6
8. Mello Carvalho, Irene. 1979. El Proceso Didáctico; Educación, Enseñanza y Aprendizaje. Eguibar, Celia María. Primera Edición. Buenos Aires, Argentina, Editorial Kapeluz. 316 páginas.
9. Microsoft,. 2002. Biblioteca de consulta Encarta. Microsoft Corporation.

10. Ministerio de Educación, Dirección General de Educación bilingüe Intercultural. 1999. El Constructivismo en la Educación; ¿Qué es?. Us S. Pedro. Primera Edición. Guatemala, DIGEBI. 48 páginas, fascículo 13.
11. Ministerio de Educación, Plan Internacional, Programas y proyectos de Desarrollo Integral. 2001. Materiales Educativos Para la Formación Docente ; Así Desarrollo Mi Guía. Rodríguez Cabrera, Ana Roxanda y Esquivel Rivera, Fausto. Guatemala PRODI. 45 páginas, Módulo XV.
12. Mogollón, Oscar y Rodríguez Cabrera, Ana roxanda. 1996. La Escuela Rural Guatemalteca En Los Albores del Tercer Milenio. Primera Edición Guatemala, MINEDUC-USAID. 187 páginas, volumen I.
13. Morales Aldana, Leonel. 2002. Consultoría de Matemática “Competencias, Indicadores de Logro, contenidos”(Versión Preliminar). Guatemala, SIMAC, DICADE, MINEDUC. 52 páginas.
14. SIMAC, Sistema de Mejoramiento y Adecuación Curricular. Mayo de1999. Herramientas del Pensamiento. Guatemala. 97 páginas, 5°. Y 6°. Grado
15. SIMAC, Sistema de Mejoramiento y Adecuación curricular. 1989. Sugerencias Metodológicas Para la Enseñanza de la Matemática. SIMAC. Primera Edición. Guatemala. 35 páginas Fascículo 2, 3 y 5 .
- 16.. Vielman Reyes, Leonel Orlando. 1993. Importancia de la Manipulación de Objetos en el Aprendizaje de Conceptos del Sistema de Numeración Decimal. Primera Edición. Guatemala, Universidad Rafael Landívar. 75 páginas, volumen I.
- 17.. Wolfolk, Anita E. 1995. Psicología Educativa; Constructivismo. Sexta Edición. México, D.f., 509 páginas.

APÉNDICE

#1.

Universidad de San Carlos de Guatemala Facultad de humanidades

CUESTIONARIO A ESTUDIANTES SUJETOS DE INVESTIGACIÓN

INSTRUCCIONES: Responde las cuestiones siguientes en forma clara.

1. ¿Cuál es el curso que le gusta más y por qué?

2. ¿Cuál es el curso que menos le gusta y por qué?

3. ¿Qué opina del curso de Matemática?

4. ¿Cuál es el tema que prefiere del curso de Matemática y por qué?

5. ¿Qué actividades le gustaría realizar en clase?

6. ¿Qué opina de la forma de recibir matemática?

7. ¿Cuál es el tema que le gustaría trabajar para elaborar una guía con la ayuda de su profesor y sus compañeros?

8. ¿Cómo deben organizarse los estudiantes en el aula para trabajar dicho tema?

9. ¿Cuál es el aspecto que a su criterio dificulta el aprendizaje de Matemática y por qué?

10. Escribe algunas observaciones que a tu criterio sirvan para mejorar la guía de aprendizaje.

#2.

CUESTIONARIO A ESTUDIANTES PARA VALIDACIÓN DE PROPUESTA

ESCUELA NORMAL DE EDUCACIÓN FÍSICA SALAMÁ

NOMBRE _____

INSTRUCCIONES: Responde las siguientes preguntas de acuerdo a tu criterio personal. La información que proporciones servirá de base para mejorar la propuesta.

1. *Qué opinión te merece la forma como está estructurado el material de estudio?*

2. *¿Conocías la metodología con la que se está trabajando?*

3. *¿Consideras que se facilita el aprendizaje?*

4. *Menciona algunas actividades que a tu criterio merecen tomarse en cuenta y que no están en la guía.*

DE ACUERDO CON LAS INSTRUCCIONES.

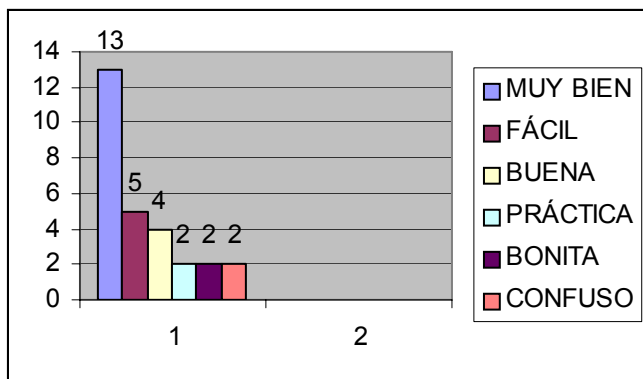
REFLEXIONA Y ANOTA TUS CONCLUSIONES EN EL ESPACIO CORRESPONDIENTE.

LO POSITIVO	LO NEGATIVO	LO INTERESANTE

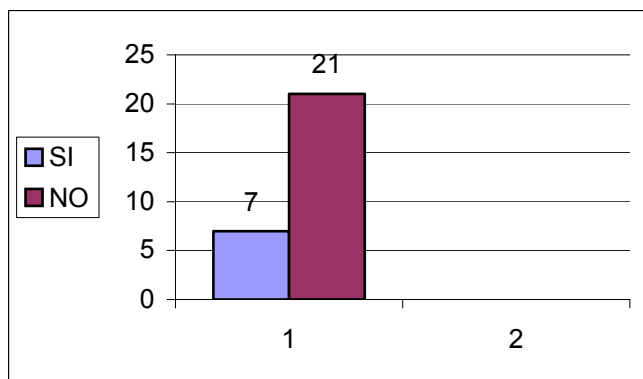
RESULTADOS E VALUACIÓN DE GUÍAS DE APRENDIZAJE

A continuación se presentan los cuadros de resultados de validación de la propuesta aplicada a los estudiantes los cuales son los siguientes:

Pregunta 1. ¿Qué opinión te merece la forma como está estructurado el material de estudio?



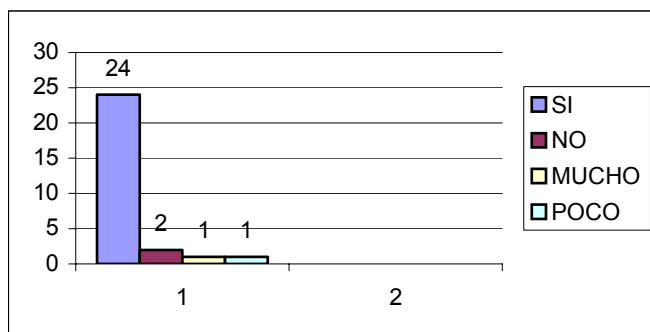
Muy Bien	13	47 %
Fácil	5	18 %
Buena	4	14 %
Práctica	2	7 %
Bonita	2	7 %
Confusa	2	7 %
Total	28	100%



Pregunta 2. ¿Conocías la metodología con la que se está trabajando

	No.	%
SI	7	25
NO	21	75

Pregunta 3. ¿Consideras que se facilita el aprendizaje?



	No.	%
SI	24	85
NO	2	7
MUCHO	1	4
POCO	1	4

Pregunta 4. ¿Menciona algunas actividades que a tu criterio merecen tomarse en cuenta y que no están en la guía.

Las respuestas se refieren a otros temas que se abordarán más adelante.

**RESPUESTAS A LOS ASPECTOS FUNDAMENTALES QUE SE SOCIALIZARON
CON RESPECTO A LA GUÍA.**

LO POSITIVO	LO NEGATIVO	LO INTERESANTE
<p>Permite el trabajo individual</p> <p>Facilita la enseñanza y el aprendizaje</p> <p>Permite avanzar individualmente</p> <p>Las instrucciones son claras</p> <p>No se necesita tanta explicación</p> <p>Se conoce nueva metodología y técnicas</p> <p>Será útil en la vida</p> <p>Se practica</p> <p>Es interesante y sencillo</p> <p>Permite desenvolverse mejor</p> <p>Se aprende fácil y de forma diferente</p> <p>Se enfocan los temas</p> <p>Es fácil para estudiar y entender</p> <p>Es una guía muy avanzada</p> <p>Está ordenado</p> <p>Los ejercicios son reales</p> <p>Las instrucciones son claras</p> <p>Permite el trabajo grupal</p> <p>Se aprende mejor</p> <p>Es eficiente</p> <p>El aprendizaje es rápido</p> <p>Se debe razonar y analizar</p> <p>Nos guía</p> <p>Es muy manejable</p> <p>Ayuda para el alumno</p> <p>Está resumido</p> <p>Se trabaja rápido</p> <p>Permite aprender</p>	<p>No se explica mucho</p> <p>Falta dinámica</p> <p>No se practica como debería de ser</p> <p>No colaboran los alumnos</p> <p>Que no conocía la metodología</p> <p>Algunos se atrasan</p> <p>No estamos acostumbrados a leer</p> <p>No nos gustan muchos ejercicios</p> <p>Muy extenso</p>	<p>¿Por qué no lo enseñaron antes?</p> <p>Nueva forma de estudiar</p> <p>¿Qué pasaría sino existiera este método?</p> <p>Nos enseña para el futuro</p> <p>Aprendemos muchas cosas</p> <p>Trae cosas nuevas</p> <p>Buena oportunidad de conocer esta metodología</p> <p>Nueva forma de Trabajar</p>

ESCUELA NORMAL DE EDUCACIÓN FÍSICA
EVA-O1

SALAMÁ BAJA VERAPAZ

CUADROS DE REGISTRO INDIVIDUAL Y NOTA FINAL

ASIGNATURA: _____ GRADO: _____

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

UNIDAD	PROMEDIO PASO "A"	PRUEBA OBJETIVA	TOTAL
1			
2			
3			
4			
NOTA FINAL			

ASIGNATURA : MATEMÁTICA
GRADO: CUARTO

**REGISTRO GENERAL DE AVANCE
INDIVIDUAL POR UNIDAD.**

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

NOMBRE DE LA UNIDAD: ARITMÉTICA

FECHA DE INICIO: _____

FECHA DE FINALIZACIÓN: _____

No. GUÍA	PASOS DE LA GUÍA			OBS.
	A	P	A	
1			/	
2			/	
3			/	
4			/	
5			/	
6			/	
7			/	
8			/	
9			/	
10			/	
11			/	
12			/	
13			/	
14			/	
15			/	
16			/	
17			/	
18			/	
19			/	
20			/	
21			/	
22			/	
NOTA BIMESTRAL				

CRITERIO PARA EVALUAR LA UNIDAD		
B	MB	E
60-68	69-79	80
PRUEBA OBJETIVA		20

ESCUELA NORMAL DE EDUCACIÓN FÍSICA, SALAMÁ, BAJA VERAPAZ

PLAN BIMESTRAL AREA ACADÉMICA CICLO ESCOLAR 2002
 ASIGNATURA MATEMÁTICA GRADO CUARTO
 BIMESTRE ENERO FEBRERO MARZO PERÍODOS 28
 UNIDAD I ARITMÉTICA

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	CONTENIDOS	FECHA	ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS	RECURSOS	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
<p>Resolver operaciones y Problemas utilizando números Enteros, Racionales y Decimales.</p> <p>Expresar cantidades Empleando la notación científica.</p> <p>Aplicar las leyes de exponente y radical en operaciones básicas.</p> <p>Resolver operaciones con Potencias de base 10.</p> <p>Resolver problemas de regla de 3 simple, directa inversa y combinada.</p>	<p>Números enteros</p> <p>Números Racionales.</p> <p>Números decimales.</p> <p>Notación Científica.</p> <p>Radicación.</p> <p>Potencias de base 10.</p> <p>Razones y Proporciones.</p> <p>Proporcionalidad.</p> <p>Regla de 3 .</p>	<p>21-25,Ene.</p> <p>28-01,Feb.</p> <p>04-08,Feb.</p> <p>11-15,Feb.</p> <p>18-22,Feb.</p> <p>25-01,Mar.</p> <p>04-08,Mar.</p> <p>11-15,Mar.</p> <p>18-22,Mar.</p>	<p>Investigación Bibliográfica.</p> <p>Demostraciones .</p> <p>Trabajos individuales y grupales.</p> <p>Exposiciones.</p> <p>Socializaciones.</p> <p>Laboratorios.</p>	<p>Guías de aprendizaje Auto formativo.</p> <p>Papelería.</p> <p>Útiles escolares.</p> <p>Libros de Texto.</p> <p>Catedráticos.</p> <p>Material Didáctico.</p>	<p>Hojas de trabajo.</p> <p>Lista de cotejo.</p> <p>Control de Progreso.</p> <p>Prueba objetiva.</p> <p>Evaluación Corta.</p> <p>Coevaluación.</p> <p>EVALUACIÓN BIMESTRAL.</p>

ANEXOS



ESCUELA NORMAL DE EDUCACIÓN FÍSICA
SALAMA, B.V.

Salamá, Baja Verapaz, 16 de julio de 2002.

Señores:

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE HUMANIDADES,
ADE-PROASE.

Muy respetuosamente nos dirigimos a usted para manifestar nuestro interés respecto a las unidades de autoaprendizaje de Aritmética con enfoque cooperativo, correspondientes al curso de Matemática para cuarto Magisterio de Educación Física, que conocemos ampliamente, ya que fueron aplicadas y validadas en este establecimiento educativo.

Los cuales hemos tenido la oportunidad de revisar y oportunamente sugerir para la adaptación de la misma. Por lo que la temática desarrollada responde a los requerimientos e intereses de los estudiantes de la Escuela Normal de Educación Física para poder ser aplicados en la asignatura de Matemática y Carrera de Magisterio de Educación Física que empezó a funcionar el presente año.

Por lo que solicitamos que el profesor José Luis Soberanis Gálvez comparta con nosotros su propuesta de guías de aprendizaje anteriormente mencionada, para ser tomada en cuenta y desarrollada en la asignatura y de ser posible ampliarla para otras asignaturas.

Agradeciéndoles nos suscribimos atentamente.




P.E.M. Mario Efraín Ampérez Leonardo
Director del Plantel




P.C. Oscar René Herrera Mejía
Secretario