

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS



FACULTAD DE INGENIERÍA

CONSTRUCCIÓN DE UNA METODOLOGÍA PARA LA DEFINICIÓN DE PERFILES,
HACIENDO USO DEL ANÁLISIS FACTORIAL Y DEL "CLUSTER" ANÁLISIS.

TESIS

PRESENTADA A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA

FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

FRANCISCO JAVIER ENRIQUE DUARTE SCHLAGETER

AL CONFERÍRSELE EL GRADO DE

LICENCIADO EN MATEMÁTICA APLICADA

GUATEMALA, JULIO DE 1997

PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
Biblioteca Central

08
+(4052)
C.4

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

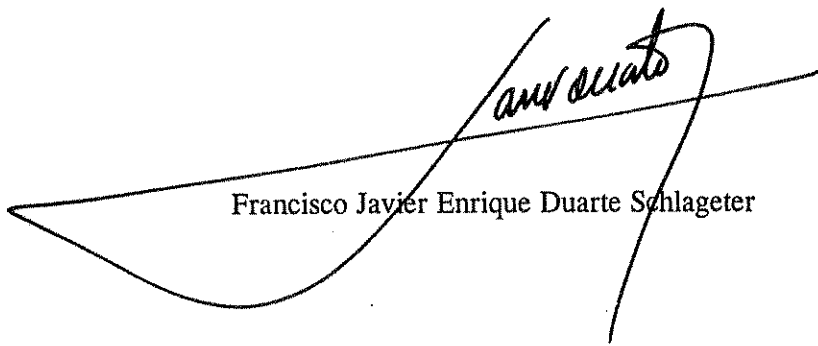
Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la
Universidad de San Carlos de Guatemala, presento para su
consideración mi trabajo de tesis titulado:

CONSTRUCCIÓN DE UNA METODOLOGÍA PARA LA DEFINICIÓN DE PERFILES, HACIENDO
USO DEL ANÁLISIS FACTORIAL Y DEL "CLUSTER" ANÁLISIS.

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de

CIENCIAS

con fecha 9 de junio de 1,997


Francisco Javier Enrique Duarte Schlageter



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

MIEMBROS DE LA JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

DECANO	ING. HERBERT RENÉ MIRANDA BARRIOS
VOCAL 1o.	ING. MIGUEL ÁNGEL SÁNCHEZ GUERRA
VOCAL 2o.	ING. JACK DOUGLAS IBARRA SOLÓRZANO
VOCAL 3o.	ING. JUAN ADOLFO ECHEVERRÍA MÉNDEZ
VOCAL 4o.	BR. VÍCTOR RAFAEL LOBOS ALDANA
VOCAL 5o.	BR. WAGNER LÓPEZ CÁCERES
SECRETARIO	INGA. GILDA MARINA CASTELLANOS BAIZA DE ILLESCAS

TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	ING. JORGE MARIO MORALES GONZÁLEZ
EXAMINADOR	LIC. SERGIO SOLÓRZANO ESPINOZA
EXAMINADOR	DR. JUAN ESCAMILLA CASTILLO
EXAMINADOR	INGA. GILDA MARINA CASTELLANOS BAIZA DE ILLESCAS
SECRETARIO	ING. EDGAR JOSÉ AURELIO BRAVATTI CASTRO

DEDICO ESTA TESIS

A TODOS AQUELLOS QUE HAN TENIDO PACIENCIA Y PALABRAS DE ÁNIMO CONMIGO

A MIS PAPÁS: ROLANDO Y MARGOTH

A MIS TRES HERMANOS Y CUATRO HERMANAS: ROLAN, LUIS, JOSÉ, MARY,
SILVIA, PATY Y CLAUDIA

A MIS TRES CUÑADAS Y MIS TRES CUÑADOS: LOREN, LIGIA, GUISELA, MARIO,
MARIO Y RENÉ.

A MIS CUATRO SOBRINAS Y TRECE SOBRINOS : CAMILA, LUIS CARLOS, ANDREA,
MARCELA, JOSÉ MARIO, JOSÉ ROBERTO, JAVIER, MARIO, HERMAN, ROLANDO,
RODRIGO, DIEGO, REBECA, FERNANDO, ALVARO Y A LOS DOS QUE VIENEN EN
CAMINO.

A MIS JEFES Y COMPAÑEROS DE TRABAJO EN TAYASAL ESCUELA DE NEGOCIOS.

AGRADECIMIENTOS

A TODOS AQUELLOS QUE HAN TENIDO PACIENCIA Y PALABRAS DE ÁNIMO CONMIGO.

DE MANERA ESPECIAL AGRADEZCO A MI ASESOR, ANGEL AUGUSTO ARÉVALO, POR LA DEDICACIÓN QUE MOSTRÓ AL REALIZAR ESTA TESIS; PARTICULARMENTE POR LOS CONOCIMIENTOS QUE ME TRANSMITIÓ DURANTE LA CARRERA.

A TAYASAL ESCUELA DE NEGOCIOS, INSTITUCIÓN EN LA QUE HE TRABAJADO EN LOS ÚLTIMOS AÑOS, SIN LA CUAL NO HUBIERA SIDO POSIBLE LA REALIZACIÓN DE ESTE TRABAJO.

Guatemala, 15 de junio de 1997

Ingeniero
Herbert Mendía
Director
Escuela de Ciencias
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala
Presente

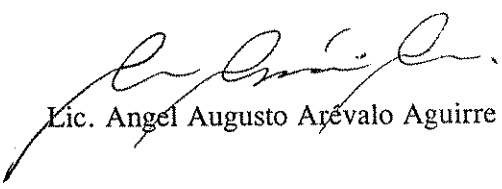
Estimado Ingeniero Mendía

Me permito manifestarle que he asesorado el trabajo de tesis **CONSTRUCCIÓN DE UNA METODOLOGÍA PARA LA DEFINICIÓN DE PERFILES, HACIENDO USO DEL ANÁLISIS FACTORIAL Y DEL "CLUSTER" ANÁLISIS**, elaborado por el estudiante de Licenciatura en Matemática Aplicada, Francisco Javier Enrique Duarte Schlageter.

Después de leer y analizar los conceptos expuestos, así como las conclusiones y recomendaciones a que se llegó, considero que el trabajo mencionado satisface todos los requisitos, por lo que lo apruebo.

La importancia relevante del trabajo estriba en el papel de la Construcción de una Metodología Inédita en el campo de la Matemática-Estadística, que puede ser utilizada como instrumento de estudios futuros; la aplicación de esta nueva Metodología puede tener primordial importancia para investigaciones relacionadas con la construcción de nuevos perfiles de profesionales que han de egresar de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

Reciba un cordial saludo, atentamente,



Lic. Angel Augusto Arévalo Aguirre



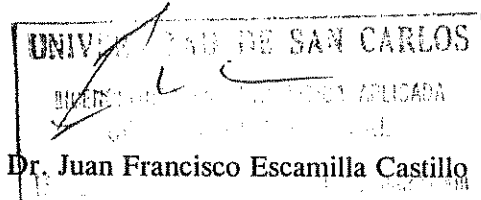
FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

El Coordinador de la Licenciatura en Matemática Aplicada de la Escuela de Ciencias de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos, luego de conocer el dictamen favorable del Asesor sobre el trabajo de tesis titulado CONSTRUCCIÓN DE UNA METODOLOGÍA PARA LA DEFINICIÓN DE PERFILES, HACIENDO USO DEL ANÁLISIS FACTORIAL Y DEL "CLUSTER" ANÁLISIS, presentado por el estudiante Francisco Javier Enrique Duarte Schlageter, da su aprobación.

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"



Dr. Juan Francisco Escamilla Castillo
Coordinador

Guatemala, 5 de julio de 1,997



FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería Mecánica Industrial, Ingeniería Química, Ingeniería Mecánica Eléctrica, Escuela Técnica, Ingeniería en Sistemas Ingeniería Electrónica y Escuela Regional de Ingeniería Sanitaria y Recursos Hidráulicos.
Apartado Postal 217-1-01-907, Guatemala
Ciudad Universitaria, Zona 12
Guatemala, Centroamérica

El Director de la Escuela de Ciencias, después de conocer el dictamen del Asesor y del Coordinador de la Licenciatura en Matemática Aplicada, al trabajo de tesis del estudiante Francisco Javier Enrique Duarte Schlageter, titulado CONSTRUCCION DE UNA METODOLOGIA PARA LA DEFINICION DE PERFILES, HACIENDO USO DEL ANALISIS FACTORIAL Y DEL "CLUSTER" ANALISIS, da por este medio su aprobación a dicha tesis.


Ing. Herbert Mendía Alarcón
DIRECTOR

Guatemala, julio de 1,997.

HMA/gdech





FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería Mecánica Industrial, Ingeniería Química, Ingeniería Mecánica Eléctrica, Escuela Técnica, Ingeniería en Sistemas Ingeniería Electrónica y Escuela Regional de Ingeniería Sanitaria y Recursos Hidráulicos.
Apartado Postal 217-I-01-907, Guatemala
Ciudad Universitaria, Zona 12
Guatemala, Centroamérica

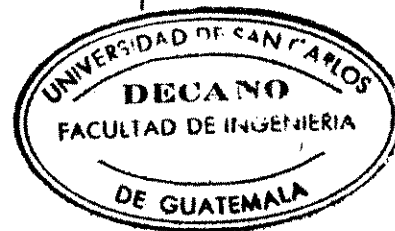
El Decano de la Facultad de Ingeniería, luego de conocer la autorización por parte del Director de la Escuela de Ciencias, Ing. Herbert Mendía Alarcón, al trabajo de tesis CONSTRUCCION DE UNA METODOLOGIA PARA LA DEFINICION DE PERFILES, HACIENDO USO DEL ANALISIS FACTORIAL Y DEL "CLUSTER" ANALISIS, del estudiante Francisco Javier Enrique Duarte Schlageter, procede a la autorización para la impresión de la misma.

IMPRIMASE:

Ing. Herbert ~~Heredia~~ ^{Vené} Miranda Barrios
DECANO

Guatemala, julio de 1.997.

HRMB/gdech



PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
Biblioteca Central

CONSTRUCCIÓN DE UNA METODOLOGÍA PARA LA DEFINICIÓN DE PERFILES, HACIENDO USO DEL ANÁLISIS FACTORIAL Y DEL "CLUSTER" ANÁLISIS.

I. INTRODUCCIÓN	1
1. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO	1
2. ALCANCES DEL ESTUDIO	5
3. CONCEPTOS A UTILIZAR	7
II. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA	9
1. DESCRIPCIÓN DE LOS ELEMENTOS QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO OFERTA-DEMANDA	9
2. VISIÓN DE LOS ELEMENTOS QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO OFERTA- DEMANDA DE LOS PRODUCTOS MATEMÁTICOS	9
3. PROPUESTA DE LA POSTURA METODOLÓGICA	10
4. APROXIMACIÓN A LA SOLUCIÓN MEDIANTE INSTRUMENTOS ESTADÍSTICOS	11
III. FUNDAMENTOS TEÓRICOS NECESARIOS	12
1. ADVERTENCIA	12
2. ANÁLISIS FACTORIAL	13
3. "CLUSTER ANALYSIS"	18
4. ENSAMBLE DE LO ANTERIOR	19
IV. ENSAYO	21
1. ADVERTENCIA	21
2. ARGUMENTOS A FAVOR DEL ENSAYO	23
3. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA	24
4. DESCRIPCIÓN DE LOS ELEMENTOS TOMADOS EN CUENTA EN LA BOLETA DEL ENSAYO	25
5. PROPUESTA DE BOLETA	26
6. RESULTADOS ESTADÍSTICOS GLOBALES.	32
7. CONVERSIÓN DE VARIABLES	41
8. ANÁLISIS FACTORIAL DE LOS RESULTADOS: DISTINCIÓN E INTERPRETA CIÓN DE FACTORES	42
9. "CLUSTER ANALYSIS". SELECCIÓN DE TIPOS	51
V. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS Y ESBOZO DE LA ESTRATEGIA MERCADOLÓ- GICA	54
VI. CONCLUSIONES	57
VII. RECOMENDACIONES	60
VIII. REFERENCIAS	63
IX. BIBLIOGRAFÍA	64
X. APÉNDICES	65

I. INTRODUCCIÓN

La presente tesis es el desarrollo de una metodología matemático-estadístico para definir perfiles de profesionales. Para el desarrollo de esta metodología se hizo uso combinado de dos instrumentos matemático-estadísticos: el Análisis factorial y el "Cluster analysis". Estos instrumentos son aplicados a una serie de datos, provenientes de una encuesta realizada a un grupo de 103 empresarios, en las que se les preguntaba acerca de sus hábitos, trabajo, conocimiento de la matemática, etc. La encuesta realizada tiene 43 cuestiones, resultando por lo tanto una matriz de datos de 103 objetos por 43 variables. Aplicando el Análisis factorial a la anterior matriz se reduce el número de variables de 43 a 5; a estas 5 nuevas variables, llamadas Factores, pertenecen a su vez las variables a las que se aplicó la reducción; los Factores tienen coherencia interna entre ellos, lográndose hacer una interpretación de su contenido. Aplicando el "Cluster analysis" a la matriz mencionada, se agrupan los 103 objetos en 6 nuevos objetos. A estos nuevos objetos, llamados Tipos, pertenecen los 103 objetos originales. La agrupación generada por el "Cluster analysis" en los 6 diversos Tipos explica de alguna manera las actitudes comunes que tienen entre cada uno de ellos. Con los Factores y Tipos resultantes se esboza un perfil del profesional matemático y una estrategia de mercadeo; la aplicación de esta metodología puede ser utilizada para la definición de perfiles de otras carreras universitarias. No existen precedentes en la literatura matemático-estadística de un estudio combinado y sucesivo de Análisis Factorial y "Cluster analysis", por lo que este estudio presenta una real novedad.

1. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

La creación de la carrera de Licenciatura en Matemática Aplicada el 14 de mayo de 1,980 por parte del Consejo Superior Universitario a petición de la Facultad de Ingeniería, creó algunas expectativas en la Universidad de San Carlos, que venían a ser complementarias de las generadas por la reciente formación de las Licenciaturas en Física Aplicada¹, Química y Biología. La idea originaria de la creación de estas carreras respondía a la necesidad de poner

1. La carrera de Física Aplicada fue aprobada simultáneamente con la de Matemática Aplicada.

en práctica y de hacer aplicables estas ciencias, especialmente, las Licenciaturas en Matemática y Física, dependientes ambas de la Escuela de Ciencias de la Facultad de Ingeniería. Ya existían -y siguen existiendo- en una Universidad privada de Guatemala, las Licenciaturas en Matemática y en Física, pero, orientadas, únicamente, a lo que se ha denominado "ciencias puras", con el objetivo de desarrollar la investigación en ambas ramas tan importantes del saber humano. Según un documento titulado "Carrera de Licenciatura en Matemática Aplicada" editado por la Universidad de San Carlos, se dice que "Dicha licenciatura surge por varias razones, entre las cuales podemos mencionar: -la necesidad de formar profesionales altamente calificados que disminuyan la dependencia científica y tecnológica; -los pocos matemáticos que hay en Guatemala no son suficientes para cubrir las demandas que hay en el país en las áreas de docencia en todos los niveles, de investigación, en instituciones estatales, privadas, bancarias, computación, etc."²

Las carreras de Licenciatura en Física Aplicada y en Matemática Aplicada fueron creadas con la misma percepción que dirigió la creación de la mayor parte de las especialidades humanistas y técnicas de la Universidad de San Carlos. Éstas han sido promovidas en Guatemala siguiendo los esquemas de oferta y aceptación que han imperado en el medio a lo largo de mucho tiempo. Desafortunadamente, dichos esquemas no contemplan la existencia de profesiones y especialidades como un problema de orden mercadológico, en el cual, es de suma importancia analizar el espectro de las demandas de insumos cognoscitivos y aptitudinales, dentro de un marco técnico que son necesarios en nuestro medio, para la resolución de una gama compleja de los problemas inherentes a las diversas actividades humanas productivas.

Lamentablemente, el diseño, los recursos -humanos y económicos de la Facultad- y otra serie de factores han hecho que -en el caso de la Licenciatura en Matemática Aplicada- la orientación que se ha dado a la carrera sea más de "ciencia pura" que de "ciencia aplicada".

2. Documento de divulgación de "La carrera de Licenciatura en Matemática", USAC, sin fecha de edición.

Se considera, por tanto, que este tema es impostergable, por lo que se espera que los resultados conlleven el florecimiento y la fructificación de la Licenciatura en Matemática Aplicada -a corto plazo- y el desarrollo de un mejor país -a mediano plazo- con los resultados que se pretende conseguir.

Simultáneamente a lo dicho antes, se sabe que los procesos de integración económica, que se están dando en el mundo, conllevan la puesta al día de las empresas en Guatemala. Aunque esta integración no ha llegado aun -con la misma fuerza que en Europa y Norte América- a la región Centroamericana, existe el convencimiento de que a mediano plazo se tendrá una integración centroamericana y, en un futuro un poco más distante, se crearán en el mundo diversos "bloques" que abarcarán grandes territorios de muchas naciones, donde cada país líder tendrá la dirección económica de los demás. Por lo tanto, es necesario empezar a preparar a las empresas guatemaltecas para que puedan resolver todos sus problemas, así como reciben ayuda las empresas norteamericanas -sólo por ilustrar con un ejemplo- respecto de los matemáticos, a la hora de la toma de decisiones, resolución de problemas que conllevan análisis y muchos de los problemas cuantitativos.

Valga algunas palabras de unos profesores de Política de Empresa: "El futuro es la gran tarea del empresario; dirigir es conducir algo hacia adelante. Este es el gran optimismo de la profesión empresarial: la preocupación constante por elegir donde se va y la ocupación en hacer el camino; la acción que mezcla el presente con el futuro.

Elegir es la primera actuación esencial. Dirigir es un trabajo humano en libertad y hay que elegir. El futuro hay que diseñarlo; después se hará o no, porque, la incertidumbre está siempre presente, pero, hay que aspirar a ese futuro.

Enfrentarse al futuro no es fundamentalmente un tema de optimización, es un asunto de iniciativa. Iniciativa para emprender, en el sentido de tener ideas e impulso para realizarlas. Iniciativa es esa palabra que puede mezclar, suficientemente bien, la elección y la realización

del futuro. El futuro para la empresa son las ideas sobre lo que se quiere, sobre la situación que se desea alcanzar, sobre aquello que hay que hacer para conseguirlo.

El futuro de la empresa no está predeterminado. En la vida de la empresa se producen acontecimientos regidos por leyes (economías de escala, ciclo de maduración de un producto, relación entre oferta-demanda-precios, relación entre tipos de interés-inflación, etc.); dichas leyes pueden cumplirse globalmente, lo cual no significa, en absoluto, que se cumplan siempre y en todos los casos; por otra parte, en la realidad aparecen con frecuencia muchas interrelaciones entre variables de distinta naturaleza, siendo difícil encontrar una ley que relacione lógicamente, todas ellas. Además, en el mundo de la empresa se producen acontecimientos que no están sujetos a ninguna ley, como puede ser el diseño de un nuevo producto o servicio, el cambio en los deseos de los clientes, la aparición de nuevos competidores, el surgimiento de accidentes, etc. Esto hace que el papel del alto directivo sea el de descubrir, analizar y valorar los hechos y sus interrelaciones, los que obedecen a leyes y los que no, y, traducir todo aquello en ideas concretas sobre lo que habrá que hacer. Elegir el futuro implica un gran respeto hacia los economistas, los ingenieros, los matemáticos".³

2. ALCANCES DEL ESTUDIO

A lo largo de este estudio, hemos usado un supuesto -además, ampliamente experimentado personalmente y a través del conocimiento de muchas personas del mundo empresarial-, que la forma de dirección en las instituciones estatales, autónomas y semiautónomas, funciona de una manera muy diferente a las empresas privadas. Por ello, se considera conveniente orientar este estudio únicamente a las empresas privadas, ámbito en el que, actualmente, el profesional de esta área se desenvuelve. También por lo anterior, se considera que una mezcla de estas dos formas de dirección daría un resultado distorsionado -y en algunos temas, ambiguo- de lo que se pretende describir.

3. Bibliografía número 6.

3. CONCEPTOS A UTILIZAR

- Mandos altos: ejecutivos o empresarios que toman las más altas decisiones dentro de una empresa; concretamente, el Gerente general y los miembros de las Juntas directivas, Consejos de administración, Administrador único o sus equivalentes.
- Mandos medios: ejecutivos que toman decisiones dentro de un departamento o una jefatura; concretamente, los Gerentes funcionales (Ventas, Mercadeo, Finanzas, Operaciones, Administrativo, de Recursos humanos, etc.) o sus equivalentes o dependientes (Jefes de área, de Capacitación, Supervisores).
- Mediana empresa: ventas de más de un millón de quetzales al año y de menos de 10 millones de quetzales.
- Pequeña empresa: ventas de menos de un millón de quetzales al año.
- Grande empresa: ventas de más de 10 millones de quetzales al año.
- Ejecutivos: Mandos medios y altos, que toman decisiones en las empresas. Los ejecutivos pueden ser profesionales o empresarios.
- Empresarios: dueños de las empresas, que tienen la totalidad o la mayoría del capital, pero, al mismo tiempo, es la persona que emprende y dirige el negocio.
- Ejecutivo profesional: es el que toma decisiones dentro de una empresa y no tiene o tiene muy poco del capital de la empresa.
- Empresa industrial: aquella empresa que toma materia prima, la transforma -produciendo así valor agregado- ofreciendo, directa o indirectamente, un producto al consumidor final.
- Empresa comercial: aquella empresa que compra -local o internacionalmente- un producto determinado para ofrecerlo más asequiblemente al consumidor final, no incurriendo en un proceso productivo.
- Empresa de servicios: aquellas empresas que facilitan un servicio al consumidor, sea del tipo que sea. Se considera aquí, empresas como: Banca, Bolsa, Financieras, Seguros, Mantenimiento, Correo, etc.

- En el Apéndice 3 se presentan algunos conceptos matemático-estadísticos fundamentales para

una serie de conocimientos que ofrecer a las empresas que pueden ayudarles a resolver problemas de diversa índole, a ellas o a ejecutivos de las mismas. El demandante tiene esos problemas y puede necesitar al matemático para que le ayude a resolverlos, al mismo tiempo que tiene el dinero para pagar esos servicios. De cualquier forma, muchas veces los demandantes no descubren sus problemas⁵, por lo cual, no existe la demanda explícita, sino más bien no manifiesta. Si descubren esos problemas, tienen diversas opciones para resolverlos.

Actualmente, se está teniendo un giro en las empresas guatemaltecas para hacer planificación estratégica (ya tiene varios años de estarse realizando, pero, actualmente, se está sintiendo más la necesidad de hacerse). Ese escoger el futuro puede ser ayudado por una serie de técnicas - que están fuera del alcance de este estudio- en las cuales puede ayudar el matemático a través de análisis propios de sus conocimientos.

Siempre existe una barrera más, que es la capacidad de inversión; a veces, el empresario y/o ejecutivo tiene una visión a corto plazo, por lo que hacer una inversión en un matemático que le ayude a planear y a resolver problemas, puede verse como un gasto innecesario, cuando a la larga, le rendirá bastante más que si no invirtiera en él.

3. PROPUESTA DE LA POSTURA METODOLÓGICA

La metodología consiste, principalmente, en tratar de encontrar Variables Matemáticas que sean una combinación lineal de las variables originales, llamadas factores. Esto lleva a reproducir la variabilidad del conjunto total de variables. El comportamiento de factores es analizado e interpretado con el propósito de construir una descripción sintética de la realidad observada. Es una condición apriorística en el proceso, que los factores aislados corresponden a variables que no son observables directamente, permaneciendo en un Estado de latencia

5. Obviamente, esto no sólo sucede sólo en el caso de los matemáticos, sino, también, en otros campos del saber de la administración o dirección de empresa.

caracterizado o influido en la conducta de los fenómenos observados. En resumen, se puede decir que el Análisis factorial, aplicado a un conjunto de variables determinadas, genera una descripción sintética de estas variables.

El “Cluster analysis”, que también se utiliza en este estudio, produce un agrupamiento entre los elementos participantes en dicho estudio. Se puede decir que el “Cluster analysis” produce “tipos” de personas.

Como se ve, el Análisis factorial agrupa variables y el “Cluster analysis” agrupa personas.

4. APROXIMACIÓN A LA SOLUCIÓN MEDIANTE INSTRUMENTOS ESTADÍSTICOS

Los instrumentos estadísticos consisten, principalmente, en el uso del software SPSS+ que hace los recuentos, cálculos de porcentajes, tablas cruzadas sobre la base de datos. Con base en esto, también se ha procurado hacer un análisis de la interdependencia de las variables contenidas en la base de datos; queda para otro estudio, más adelante, el seguir analizando las diversas variables que se presentan en la base de datos recogida. También el Análisis factorial y el “Cluster analysis” -que son explicados más adelante- son utilizados a través del SPSS+.

III. FUNDAMENTOS TEÓRICOS NECESARIOS

1. ADVERTENCIA

En los dos métodos estadísticos que posteriormente se describen, se puede encontrar una tendencia análoga desde el punto de vista estadístico; y, ésta es la que se puede denominar "reducción de observables".

En el Análisis factorial el "objeto de observación y de tratamiento" son las variables, según las cuáles se describe un universo dado; los conceptos y algoritmos del Análisis factorial conducen a la construcción lineal de un número menor de variables, con la característica esencial de que la proporción de la variabilidad explicada en estos nuevos términos está sujeta a un control relativo, dependiendo, esto, del número de factores que se aislen. Esta característica lleva a utilizar al Análisis factorial como elemento reductor de variables.

El "Cluster analysis"⁶ tiene la característica esencial de que su "objeto de observación y tratamiento" está constituido por la unidad de observación diseñada y perteneciente a una población escogida. Mediante los conceptos de similitud o disimilitud, expresados en las diversas nociones de distancia que se manejan, y, los algoritmos de tratamiento de las matrices de similitud se logran asociar a aquellas unidades de observación que, de acuerdo con la noción de distancia empleada, son más "próximos" entre sí, constituyendo lo que se podría llamar un "Cluster". Este conjunto de individuos así agrupados, pueden ser considerados como "iguales" o "equivalentes", según la distinción que determine el observador. Puede decirse que si se toma a los "Cluster" constituidos por individuos estadísticamente equivalentes, estos estarían manifestando tendencias estadísticas tan similares que se podrían considerar o conceptuar como

6. La palabra "Cluster" significa en español: racimo, manada, pelotón, agrupar, arracimarse, agruparse. Debido a que ninguno de estos significados explica correctamente la palabra inglesa, hemos optado por seguir utilizando la palabra en su idioma original, entrecomillándola

una nueva unidad de observación o un nuevo individuo⁷.

De acuerdo con esto se podría considerar que el "Cluster analysis" puede ser tomado como una metodología que conduce a recrear un nuevo universo de observación en donde, el número de unidades es menor. A esto se podría denominar como una técnica reductiva de unidades de observación.

Se puede dar la situación de que las unidades de observación en un "Cluster analysis" sean las variables que describan a un universo dado⁸. En este caso el "Cluster analysis" desemboca, naturalmente, en un Análisis factorial.

Desde un punto de vista metodológico, al abordar el problema de estudios de mercado, se descubre que es intrínseco a la naturaleza del universo de observación la calidad de ser un fenómeno multivariado inevitablemente asociado a múltiples y numerosas unidades de observación. Ante esta situación se puede presentar como adecuado al propósito de la descripción e interpretación simple, la acción de reducir el número de variables y el número de objetos de observación, de tal manera que se preserve la mayor cantidad de variabilidad posible. Por eso es que en este estudio se propone como metodología la aplicación sucesiva de Análisis factorial y "Cluster analysis" para configurar un conjunto sucinto de variables o factores y de individuos o tipos.

2. ANÁLISIS FACTORIAL⁹

7. Este concepto es análogo al concepto determinista de "clase de equivalencia" en Teoría de conjuntos. Sólo que aquí hay que entender que las clases determinadas en el Cluster son clases determinadas por criterios estadísticos y que un individuo puede pertenecer a dos clases diferentes.

8. En esta situación la matriz de varianza-covarianza de las variables estandarizadas podría ser utilizada como una matriz de similitud.

9. Para conceptos matemáticos, véase el Apéndice 3.

$$\Sigma_{XX} = \Lambda \Phi \Lambda^t + \Psi.$$

Σ_{XX} es la matriz de varianza-covarianza, que es generada por la suma directa de

$\Lambda \Phi \Lambda^t$, que es la forma bilineal simétrica definida positiva con la parte no común, Ψ .

Si se asume que $\Phi = I$, la matriz identidad, se tiene entonces que,

$$\Sigma_{XX} = \Lambda \Lambda^t + \Psi.$$

De tal manera que, dos diferentes componentes de la varianza son expresados, $\Lambda \Lambda^t$ por la

varianza común y Ψ para la varianza correspondiente al comportamiento no común.

Es bien fácil mostrar que la estructura de la variabilidad bajo estas condiciones no cambian con la rotación ortogonal, y, en consecuencia, es invariante con respecto al cambio de escala.

Para este análisis, se usarán estos elementos para determinar cómo es el mejor modelo y, en función de esto, se usarán las siguientes convenciones:

- a. Λ_i es el vector determinado por la i -ésima fila de la matriz Λ y corresponde a la componente X_i del vector aleatorio X ,

b. $|\Lambda_i|^2$ corresponde a la varianza común asociada a X_i , y $1 - |\Lambda_i|^2$ le corresponderá a la varianza no común.

c. Λ_j representa la columna asociada al factor F_j ,

d. $|\Lambda_i|^2$ representa la parte de la variabilidad la cual es atribuida a F_j .

e. La cantidad $\sum |\Lambda_i|^2$ es el total de variabilidad común y, usualmente, se expresa en porcentaje, esto es $100 * (\sum |\Lambda_i|^2 / n)$.

Análogamente, el total único es expresado como $100 * (\sum [1 - |\Lambda_i|^2] / n)$.

Uno de los objetivos de este estudio es la generación de una clasificación que, al igual que cualquier otra clasificación, se fundamenta en la observación del comportamiento común de las variables y, por lo mismo, el vector \mathbf{f} de factores viene a ser fundamental en el proceso de la construcción de la clasificación. Los valores que aparecen en \mathbf{f} son los nuevos puntos que le son asignados a cada empresa y permiten ubicar a cada uno de ellos, mediante la interpretación apropiada de los valores, en un espacio que expresa requerimientos de atención y demanda de recursos.”¹¹

11. Referencia Número 1 pp. 13-14 .

3. "CLUSTER ANALYSIS"

“El proceso típico del “Cluster analysis” comienza por tomar, “p” medidas sobre “n” objetos. La matriz “n x p” de datos en las filas, es transformada en una matriz de “n x n” de similitud o, alternativamente, de medidas de distancias, donde la similitud de las distancias son calculadas entre pares de objetos a lo largo de las “p” variables. El siguiente paso del algoritmo de “Cluster analysis” define las reglas concernientes a cómo el “Cluster” de los objetos se lleva a subgrupos sobre la base de la similitud entre los mismos. La meta en las aplicaciones del “Cluster” es arribar a “Cluster” de objetos para ser mostrados en forma condensada. Como paso final, los “Cluster” desconocidos son contrastados en términos de sus valores medios sobre las “p” variables u otras características de interés.

Hay dos problemas en la aplicación del procedimiento de “Cluster” descrito arriba. Primero, se necesita decidir una medida sobre la similitud entre los objetos; pero, esto requiere que se defina cuál es el significado de similitud, el cual no siempre es fácil. Segundo, se necesita especificar un procedimiento para formar los “Cluster”, basados en la escogencia de la medida de similitud. La solución de estos problemas caen fuera de este estudio.

Para ilustrarlo, se consideran los objetos como puntos en un espacio p-dimensional, con cada una de las “p” variables representadas por uno de los ejes de este espacio. Un sistema de coordenadas p-dimensional es definido en el espacio por los valores de las variables para cada objeto. Se describen los “Cluster” como regiones continuas que aparecen en el espacio, teniendo una masa relativamente grande, esto es, una densidad alta de puntos, los cuales son separados de otras regiones por regiones que tienen una masa relativamente baja (una densidad baja de puntos). El término de “Cluster” natural es frecuentemente usado para describir “Cluster” basados en este tipo de razonamientos.”¹²

12. Referencia Número 2. p. 175.

4. ENSAMBLE DE LO ANTERIOR

“En aplicaciones que envuelven relativamente un gran número de variables es, en algunas veces, ventajoso el trabajar primero el Análisis factorial sobre la matriz X antes del “Cluster analysis”. Guardando sólo una pequeña porción del Análisis factorial el número de variables usadas para el “Cluster analysis” puede ser reducido, sustancialmente. Esta práctica, sin embargo, debe ser hecha con mucha precaución porque el peso y los efectos de escala del Análisis factorial es introducido.

Se ha demostrado que la matriz de forma XX usada para el Análisis factorial es usualmente una matriz de correlación, una matriz de covarianza o una fila de la suma de los cuadrados y producto cruz de matrices. Dependiendo de cuál de estas formas es usada, cambia la naturaleza del Análisis factorial. En adición, la estandarización de las variables es usualmente un importante paso preliminar antes de utilizar el “Cluster analysis”. En general, la matriz de correlación se usa para generar el Análisis factorial para asegurar las variables ciertas que no dominen la solución por la diferencia de escalas. Esto es consistente con el uso de la estandarización de variables en el “Cluster analysis” ya que en ambos casos se comienza con la misma matriz de datos X .

Una segunda consideración de extrema importancia en el “Cluster analysis” es el efectivo peso dado a cada una de las variables. Una matriz de datos X puede contener un pequeño grupo de variables altamente correlacionadas y por esto sólo puede ser representada como unas pocas dimensiones sobreescuidas. En un “Cluster analysis” cada variable estandarizada en X tiene usualmente el mismo peso. Así, si algunas dimensiones son sobre representadas por conjuntos de variables altamente correlacionadas, el “Cluster analysis” resultante puede tener gran peso en estas dimensiones sobre representadas. Un Análisis factorial preliminar de la matriz de correlación puede ser usado para extraer las dimensiones sobre escondidas antes de que se corra el “Cluster analysis”. Es importante guardar en la mente que sólo los factores más importantes

son retenidos para el "Cluster analysis". Esto puede o no ser ventajoso."¹³

Haciendo un ensamble de los dos conceptos anteriormente mostrados -el Análisis factorial y el "Cluster analysis" se puede decir lo siguiente:

el Análisis factorial reduce variables: teniendo una cantidad determinada de variables, presenta sólo unos cuantos factores que agrupan variables.

El "Cluster analysis" reduce objetos: teniendo una cantidad determinada de objetos, sólo presenta unos "Cluster" o "Tipos" entre los que están agrupados los objetos.

13. Referencia Número 3. pp. 557-558

IV. ENSAYO

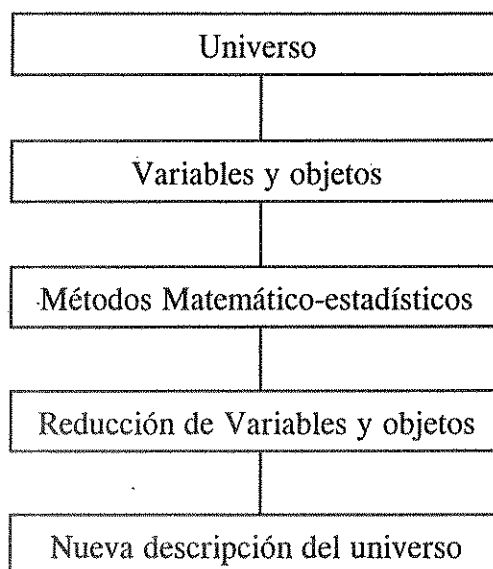
1. ADVERTENCIA

El propósito de los estudios estadísticos, es obtener respuestas efectivas a interrogantes que el ser humano se plantea, ante una porción de la realidad que él mismo ha “destacado” como su universo de observación.

En el proceso de formulación de la respuesta, el observador descubre que la naturaleza de su universo de observación es múltiple (en objetos) y multivariado; lo cual crea problemas de economía en el proceso de generación de descripciones apropiadas, que sirvan de instrumentos efectivos para interactuar, de manera deliberada y sistemática, con ese universo, a fin de obtener respuestas esperadas que soporten la idea de un plan de trabajo o plan de acción.

Una respuesta común, ante este problema de “economía epistemológica”, es erigir estructuras jerarquizadas de conceptos, que permiten gobernar el conocimiento que se genera de manera interactiva con el universo. Este proceso implica, necesariamente, la reducción tanto de objetos de observación como de variables, bajo condiciones controladas.

En el contexto de un trabajo estadístico, como el presente, a una gran cantidad de datos se le aplican los métodos matemático-estadísticos apropiados que permiten “reducir” la cantidad de variables y de objetos con el propósito ya mencionado y según lo expresado en III. 1. Esquematisando estas ideas, se considera que quedan bien expresadas en el siguiente gráfico:



A los métodos matemático-estadísticos empleados para “reducir”¹⁴ el número de variables y objetos, mediante la creación de nuevas variables y objetos, ante los cuales los anteriores se conciben como subordinados, se les puede dar el nombre de “Instrumentos conceptuales”, en tanto que generan una nueva jerarquía de información.

Un Instrumento conceptual está estrechamente relacionado con conductas deliberadas de personas u organizaciones humanas orientadas al logro de objetivos determinados, es decir, están intrínseca y sustancialmente subordinados al propósito de ordenar actividades de manera efectiva.

En términos generales, un ensayo puede ser realizado tanto para hacer una investigación exploratoria como para hacer una investigación de comprobación. En la presente experiencia hay que apuntar que de manera primordial el objetivo ha sido explorar la calidad de los resultados que se pudieran obtener al utilizar conjuntamente el Análisis factorial y el “Cluster analysis”. Y, en términos de la efectividad y eficiencia de las nuevas jerarquías de información construidas, se valoran los instrumentos propuestos. Hay que agregar que el contenido de la

14. Reducir en tanto que en la conciencia intelectual figura un número menor de objetos.

información y no sólo su estructura, tiene importancia en tanto que puede, a la luz de la estructura interpretativa planteada, dar una imagen efectiva del mercado potencial que se propone explorar.

2. ARGUMENTOS A FAVOR DEL ENSAYO

Las preguntas que han generado este ensayo podrían enunciarse así: ¿Qué tipo de matemático se está ofreciendo al medio actualmente? ¿Es realmente este perfil de matemático el que necesitan las empresas? Para contestar a estas preguntas lo que se necesita es explorar el mercado al que van dirigidos estos profesionales. No se parte de una hipótesis a demostrar, a confirmar; se hace un ensayo para tratar de dar respuesta a estas preguntas. Se puede afirmar, entonces, que, el ensayo tiene un carácter eminentemente exploratorio y no confirmativo: no se va a reiterar cognoscitivamente algo, sino, a investigar algo que aún no se conoce e interesa conocerlo.

Siguiendo este mismo razonamiento, puede afirmarse que, para entender los instrumentos utilizados en este estudio, es necesario que sean ensayados. Aunque, teóricamente, están formulados en términos matemáticos, si no se llevan a la práctica, difícilmente se entienden.

Tomando como base lo anterior se puede decir que se trata de desarrollar el ensayo para ver si los resultados hacen "sentido" al investigador; esto es, que los resultados resulten coherentes con los conocimientos del investigador.

Otro argumento a favor del ensayo que se puede mencionar es el contacto tan estrecho con el medio empresarial guatemalteco, que se ha logrado a través de la encuesta realizada. La muestra es representativa del sector productivo de la empresa privada, como se verá en el número siguiente.

Además, este ensayo puede servir de modelo a seguir por otras carreras universitarias, para

tratar de adaptarse a los requerimientos de las empresas guatemaltecas.

Los pasos seguidos fueron los siguientes:

- A. se eligió el Universo de estudio;
- B. se diseñó la encuesta;
- C. tomando en cuenta los resultados del paso anterior se realizó una pequeña prueba de duración de la misma en un grupo selecto de personas;
- D. se corrigió la encuesta original en cuestiones de presentación, redacción y adición;
- E. se pasó la encuesta entre los miembros de la muestra;
- F. se procedió a tabular los datos;
- G. se realizó el análisis, tomando como punto de partida datos de frecuencias¹⁵ y tablas cruzadas para establecer comportamientos globales de la muestra;
- H. se hizo el Análisis factorial y el "Cluster analysis";
- I. se procedió a la interpretación de factores generados por el Análisis factorial y de los tipos generados en el "Cluster analysis".

3. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA¹⁶

El Universo de estudio está constituido por los ejecutivos de empresas, gestores de la adquisición de Recursos Humanos en las mismas, ubicados en Mandos Medios y Altos, sirviendo en empresas privadas, sean estas industriales, comerciales y de servicios, con diversos estilos de vida y diferentes formas de practicar la gerencia; con distintos grados de afinidad ante los procesos e ideas innovadoras; con diverso grado de contacto con matemáticos y con otro tipo análogo de profesionales que atienden diversos segmentos de mercado; con

15. Algunos de estos datos están expuestos en el Apéndice 2.

16. Para estos datos véase el Apéndice 2 donde se publican las tablas más significativas de la muestra tomada en este estudio.

diversos volúmenes de venta y utilidades; con variable número de empleados y posición entre la competencia; etc.

Llegar a este tipo de ejecutivo presenta diversas dificultades: el horario de los mismos para atender una encuesta; el dinero que se necesita para realizar la encuesta; el carácter delicado de la información que se solicita, que difícilmente se podría llevar a cabo por la vía de un encuestador; el tiempo necesario para hacer la encuesta, ya que es necesario hacer antes una aproximación para ganar la confianza del entrevistador.

Por lo anterior, se procedió a escoger una muestra; por lo tanto la muestra escogida no es aleatoria, sino intencional, con el objeto de solventar las dificultades en el Universo.

La muestra tomada en cuenta la constituyen las personas que -mientras se realizaba este estudio- participaban en algunos programas de Tayasal Escuela de Negocios¹⁷. Tayasal Escuela de Negocios, lugar donde el autor de esta tesis ha estado trabajando en los últimos años; después de dejar la Universidad de San Carlos, se ha convertido en la fuente de formación empresarial para muchas personas que no han contado anteriormente con una formación en este campo o, bien, porque la formación universitaria que han recibido se orienta a una rama distinta del saber, como podría ser la medicina, ingeniería, derecho, odontología, etc. Se puede decir que en Tayasal Escuela de Negocios se imparte educación no formal.¹⁸

4. DESCRIPCIÓN DE LOS ELEMENTOS TOMADOS EN CUENTA EN LA BOLETA DEL ENSAYO

17. Véase Apéndice 1.

18. Se menciona aquí educación no formal en el sentido de no estar regulada por ninguna instancia superior fuera de la propia institución. Obviamente, Tayasal Escuela de Negocios tiene una educación de alto nivel académico, supervisada por su Consejo Directivo, el cual está formado por empresarios y ejecutivos de mucho prestigio en el país. Desde este punto de vista, la educación de Tayasal Escuela de Negocios es una educación formal.

La encuesta está estructurada en cuatro partes:

-la primera parte tiene por objeto obtener datos sobre la EMPRESA del encuestado. Con base en esto, obtener los datos fundamentales para clasificar la empresa entre privada o pública¹⁹, el tipo de empresa que es -industria, comercio, servicio-, el segmento y posición en el mercado que ocupa, la actitud ante la innovación que tienen los ejecutivos en la empresa, las ventas y utilidades anuales, el número de empleados y la organización;

-la segunda parte de la encuesta tiene por objeto obtener la información personal del encuestado. Así, se le pregunta sobre su edad, estudios, lugar de estudios, sexo, estado civil, literatura que lee, usos de computadora en casa, etc.;

-la tercera parte de la encuesta está diseñada para obtener la información del encuestado dentro de la empresa: función dentro de la misma, actividades que realiza, utilización de computadora en la oficina, sueldo;

-la última parte tiene por objeto la relación entre el ejecutivo, la empresa y la matemática. Allí se trata de averiguar su actitud ante la matemática, el conocimiento y utilización de algunas herramientas matemáticas en su trabajo habitual. Además, se concluye la encuesta con el conocimiento de algún matemático y su posible incorporación a la empresa como un asesor en temas específicos o como un empleado para algunas decisiones dentro de la empresa.

5. PROPUESTA DE BOLETA

La boleta fue pasada con una introducción que decía así:

19. Para descartar a estas empresas del estudio, tal y como se menciona en I. 2.

“Se está haciendo una investigación sobre algunas cualidades de los empresarios en Guatemala. Le agradeceremos que se sirva llenar la siguiente boleta de información; toda la información se tratará en forma confidencial y no se darán a conocer los resultados de manera individual, sino, únicamente en forma colectiva, a través de datos estadísticos de la muestra tomada. Muchas gracias.”

Estructura de la boleta.

A. EMPRESA

(Preguntas sobre su empresa)

1. Nombre de la empresa
2. Tipo de empresa
 - a) Privada
 - b) Gubernamental
3. Dedicación principal:
 - a) Industria
 - b) Comercio
 - c) Servicios
4. ¿A qué segmento de mercado está dirigido su producto?
 - a) Alto
 - b) Medio alto
 - c) Medio
 - d) Medio bajo
 - e) Bajo
5. Posición que ocupa su empresa en el mercado
 - a) Entre las 10 primeras
 - b) Entre la 10 y 20 empresas
 - c) Más pequeña que 20
6. ¿Qué entiende por innovación?
7. En su empresa tienen:
 - a) actitud innovadora
 - b) actitud conservadora
8. Informatización de la empresa:

- a) Ordinario (textos, hojas de cálculo, etc.)
- b) Toma de decisiones por instrumentos computacionales.
- c) Otros

9. Ventas anuales (en Q):

- a) menos de un millón
- b) entre un millón y 10 millones.
- c) más de 10 millones.

10. Utilidades anuales (en Q.):

- a) menos de 500 mil
- b) entre 500 mil y un millón
- c) más de un millón

11. Número de empleados

- a) Menos de 20
- b) Entre 20 y 100
- c) Entre 100 y 300
- d) Más de 300

12. Estructura de la organización

- a) Funcional
- b) Por departamentos
- c) Por territorios
- d) Por productos
- e) Matriz
- f) Otros

13. El gerente general tiene un estilo de gerencia

- a) Autoritario
- b) Participativo
- c) Dejar hacer

14. En su empresa se trabaja por:

- a) objetivos
- b) tareas

B. EJECUTIVO

(Estas preguntas se refieren a usted como informante)

15. Edad

- a) 21-30 años
- b) 31-40 años

- c) 41-50 años
- d) 51-60 años
- e) más de 60 años

16. Título profesional

- a) Ingeniero: _____
- b) Abogado
- c) Economista
- d) Administrador de Empresas
- e) Contador Público y Auditor
- f) Otro

17. Universidad donde realizó sus estudios:

- a) USAC
- b) URL
- c) UFM
- d) UVG
- e) UMG
- f) Extranjero (Especifique)

18. Estudios de postgrado (Especifique título y universidad)

19. Sexo

- a) Masculino
- b) Femenino

20. Estado civil

- a) Soltero
- b) Casado
- c) Viudo
- d) Divorciado
- e) Unido

21. Número de hijos y edades

22. Idiomas que habla

- a) Inglés
- b) Francés
- c) Alemán
- d) Otro: _____

23. Libros y revistas que lee (especifique el nombre)

- a) Sobre negocios

- b) Sobre Computación
- c) Pasatiempos
- d) Cultura General
- e) Historia
- f) Otros

24. Periódicos que lee:

- a) Nacionales
- b) Extranjeros: _____

25. Lugar donde hace sus compras para la casa (Especifique)

26. Pasatiempos (especifique)

27. Usa la computadora en casa

- a) Si
- b) No

28. Principales usos que da a la computadora en casa

- a) Agenda personal
- b) Planificación doméstica
- c) Comunicaciones
- d) Procesador de palabras
- e) Hoja electrónica
- f) Bases de datos
- g) Juegos y entretenimiento
- h) Educacional
- i) Otros

29. Zona donde vive

C. EJECUTIVO Y LA EMPRESA

(Estas preguntas se refieren a usted en relación a su empresa)

30. Función principal a la que se dedica en la empresa

- a) Gerencia general
- b) Gerencia funcional: _____
- c) Junta directiva
- d) Otros

31. Describa 10 ó 15 actividades que realiza en su empresa

32. Uso de la computadora y periféricos utilizados en la oficina

- a) Agenda personal
- b) Planificación ejecutiva
- c) Comunicaciones
- d) Procesador de palabras
- e) Bases de datos
- f) Hoja electrónica
- h) Otros: _____

33. ¿Qué periféricos tiene en la oficina?

- a) Impresora
- b) Fax-Modem
- c) Scanner
- d) Correo electrónico
- e) Red
- d) Otros: _____

34. Programas que utiliza (especifique)

35. Sueldo mensual

- a) Menos de 5 mil
- b) Entre 5 y 15 mil
- c) Entre 15 y 30 mil
- d) Más de 30 mil

36. En el puesto que desempeña en la empresa, ¿tiene un listado de funciones que realizar?

- a) Si
- b) No

D. EL EJECUTIVO, LA EMPRESA Y LA MATEMÁTICA

(Estas preguntas se refieren a usted en relación con la matemática)

37. ¿Qué actitud tiene ante la matemática? (Especifique si le gusta o no, si la usa o no, si es difícil o no)

34. ¿Tiene conocimientos de algunas de las siguientes áreas de la matemática?

- a) Álgebra
- b) Cálculo Diferencial e Integral
- c) Ecuaciones Diferenciales
- d) Análisis Numérico
- e) Otros: _____

39. ¿Utiliza algunos de los siguientes instrumentos matemáticos para resolver proble-

mas en su empresa?

- a) Modelos de investigación de operaciones
- b) Programación lineal para asignación de recursos
- c) Modelos de transportes
- d) Modelos de grafos (CPM-PERT)
- e) Modelos de flujos
- f) Teoría de colas
- g) Procesos de Markov
- h) Modelos estadísticos
- i) Otros

40. ¿Conoce a algún matemático?

- a) Sí
- b) No

41. ¿Cómo lo describiría?

42. ¿Puede ayudarle a resolver problemas para su empresa?

- a) Si
- b) No

43. ¿Qué características debe tener un matemático para que le pueda ayudar a usted en su trabajo?

6. RESULTADOS ESTADÍSTICOS GLOBALES.²⁰

En esta sección se hace una descripción de la muestra, especificando las características de las empresas, del ejecutivo y la relación del ejecutivo con la matemática.

El ensayo se realizó mediante una boleta de encuesta²¹ a 103 de estos participantes. Todos ellos trabajan en empresas privadas.

La mayoría de estos ejecutivos trabajan en empresas de servicio: un 45%. El 34% trabaja en

20. Para estos datos véase el Apéndice 2 donde se publican las tablas más significativas de la muestra tomada en este estudio.

21. Véase Capítulo IV.4

empresas industriales y un 21% en empresas comerciales. Se considera que la más alta proporción de personas que trabajan en empresas de servicio se debe al gran auge que ha tenido en Guatemala los servicios, recientemente, manifestando una tendencia a nivel mundial del aumento de las empresas de servicio. Véase tabla 2.

El segmento de mercado que atienden las empresas varía, lógicamente, en relación al tipo de producto que producen. La mayoría de empresas atiende al segmento medio alto con un 18.4%, el segmento medio es atendido por un 15.5% de las empresas y atiende a todos los sectores, con los llamados productos de consumo masivo, un total de 14.6% de empresas. Véase tabla 27.

La posición que ocupan las empresas en su entorno de mercado son las siguientes: un 45% considera que su empresa está entre las diez primeras de su rama; 17% entre la diez y veinte empresas más grandes y un 35% después de la vigésima posición. Véase tabla 21

Al preguntarles sobre, qué entiende por innovación, las respuestas fueron muy variadas, dada la naturaleza abierta de la pregunta. Como se menciona en el número 6 de este capítulo, se hizo una conversión de variables de esta pregunta, resultando una clasificación de las respuestas en tres grupos: el primero considera a la innovación como un cambio y representa un 37% del total de respuestas; el segundo considera el cambio como una novedad, representando un 34%; y, un último grupo, que se incluyó allí a diversas respuestas distintas, es un 16.5%. Véase tabla 22

Respecto a la pregunta sobre si su empresa tiene una actitud innovadora o conservadora, el 79.6% contestó que su empresa tiene una actitud innovadora y el 18.4% que tiene una actitud conservadora. Véase tabla 17.

Respecto de la informatización de la empresa se puede decir que el 49.5% tiene el software y el hardware que se podría decir es el ordinario en las empresas, tal como hojas de cálculo,

procesadores de textos, bases de datos, etc. El 37.8% indicó que toman decisiones a través de instrumentos de computación. Véase tabla 18

Según las definiciones de tamaño de empresa expuestas en I.3, el 23% de ellos trabajan en empresas grandes, 29% en empresas medianas y 46% en empresas pequeñas. De esta forma el 52% tiene ventas que superan el millón de quetzales al año. Aunque la definición anteriormente mencionada es totalmente arbitraria (no se encontró una definición ni un consenso²² sobre qué es una empresa grande, mediana o pequeña, a pesar de haber investigado y preguntado a muchas personas versadas sobre el tema) se consideró que también afecta para definir el tamaño de una empresa, el número de empleados²³: así se ve que el 7% de los encuestados tiene más de 300 empleados, un 11.6% tiene entre 100 y 300, 30% entre 20 y 100 y un 51% tienen menos de 20 empleados. Véanse tablas 3 y 5.

Tomando en cuenta los datos de que un 51% de empresas tiene menos de 20 empleados y un 46% vende por debajo del millón de quetzales al año, se puede decir que estas empresas son pequeñas, es decir que la mitad de la muestra son empresas pequeñas y la otra mitad medianas y grandes. Si a este 51% se le suma el 29% de empresas medianas, el total de empresas medianas y pequeñas es de 80%²⁴.

Las empresas que ganan menos de 500 mil quetzales al año representan el 56% de la muestra.

22. El Banco Centroamericano de Integración Económica (BCIE) en dos programas de apoyo define así a la pequeña empresa: en el primero, llamado PROMYPE como empresas hasta 40 empleados. En el otro, llamado PAPIC, como empresas formadas hasta por 30 empleados, sin poner un mínimo. La Federación de la Pequeña y Mediana Empresa -FEPYME- define la pequeña y mediana empresa con base en el número de empleados y al capital contable: para la pequeña, entre 5 y 20 empleados y un capital contable entre 20 mil y 1 millón de quetzales. Para la mediana empresa se necesita entre 21 y 600 empleados y un capital contable entre 1 y 5 millones. Por lo anterior y por otras razones de índole práctica se define el tamaño de las empresas en razón de sus ventas: pequeña con ventas de menos de 1 millón al año, mediana con ventas entre 1 y 10 millones y grande con ventas arriba de 10 millones.

23. Aunque se puede tener pocos empleados y ser una empresa grande.

24. En la Bibliografía Número 1, da cuenta de que el 80% de las empresas en Guatemala son Pequeñas y Medianas empresas (p. 11 de dicho estudio), por lo que la muestra coincide con los datos publicados en ese documento, que son tomados de diversas fuentes: afiliación al IGSS, datos de SIECA, etc.

Un 11.6% gana entre 500 mil y 1 millón de quetzales y 25.24% gana por arriba del millón de quetzales. Véase tabla 4.

El 51% de los encuestados tiene o trabaja en una empresa con estructura funcional; si a eso se suma que un 41% contestó que tiene estructura departamental en su empresa, se ve que casi el 92% de las empresas investigadas tiene una estructura empresarial "típica", entendiendo por típica, un Gerente, varios Gerentes funcionales o, bien, departamentos al frente del cual se encuentra un jefe. De hecho, estos datos se han unido para fines de cálculos estadísticos²⁵.

Véase tabla 19.

Sobre el estilo de dirección del gerente general, se puede decir que el 70% tiene un estilo participativo, 17% autoritario y 11% dejar hacer²⁶. Véase tabla 23.

La mayoría, un 74% contestó que en su empresa se trabaja por objetivos y un 26% por tareas. Véase tabla 24.

En relación con el ejecutivo, se puede afirmar lo siguiente:

-la edad de los ejecutivos está, mayoritariamente, entre 30 y 40 años, teniendo un total de 51 encuestados entre esas edades, dando un 49%. Le sigue en orden los ejecutivos entre 20 y 30 años, que son el 28% de la muestra, luego, un 15% está entre 40 y 50 años. Más de 60 años hay un 2% de ejecutivos entrevistados. Véase tabla 6;

-en cuanto a sus profesiones universitarias, un 17% son ingenieros (de diversas especialidades) y un 14% son administradores de empresas. Hay 4% de abogados y economistas entre la

25. Véase más adelante el inciso 6 de este mismo capítulo sobre conversión de variables.

26. Entendemos este "dejar hacer" el dar mucha libertad a los subordinados y no tener una supervisión demasiado estricta en la empresa.

muestra. De cualquier forma un 37% tiene otras profesiones (que no están preguntadas específicamente en la encuesta: médicos, odontólogos, veterinarios, mercadólogos, etc.) Y el 20% de los encuestados no contestó, por lo que se supone que no tienen estudios universitarios. Si se contempla esto, desde el punto de vista empresarial, es muy típico que los empresarios fundadores de empresas no tengan estudios universitarios. Véase tabla 12.

La Universidad donde hicieron sus estudios es, mayoritariamente, la Universidad de San Carlos con una participación del 33%; un 15% hizo estudios en la Universidad Rafael Landívar; un 9% en la Francisco Marroquín, la Mariano Gálvez y el extranjero; la Universidad del Valle de Guatemala sólo tiene un 1% de graduados en la muestra²⁷. Véase tabla 49.

Del total de encuestados, un 71% son hombres y un 29% mujeres, proporción que manifiesta la participación de hombres y mujeres en la empresa en Guatemala, según la experiencia obtenida²⁸; de hecho, la proporción de los participantes en los programas de Tayasal Escuela de Negocios es, aproximadamente, esa. Véase tabla 14.

Respecto del estado civil de esta muestra, un 56.7% de personas son casadas y un 32.7% de personas solteras; el resto está distribuido entre personas viudas, divorciadas y unidas. Hay dos personas que tienen 9 hijos, teniéndose la mayor incidencia de 2 hijos que un 24% de los encuestados tienen. Hay, además, otro 24% que no tiene hijos. Véanse tablas 15 y 16.

Más de la mitad de los encuestados -un 52%- habla inglés, además del español. Si a esto se suma que los que hablan inglés y otro idioma -14%-, el 66% de los encuestados habla inglés. Como dato interesante se encontró a varios encuestados que hablan idiomas no tan comunes:

27. En la Bibliografía Número 8 se dice que el total de estudiantes universitarios en Guatemala es de 112,601; la USAC tiene una participación del 71% de ese total, la URL y la UMG el 9%, la UFM el 8.5% y la UVG el 1% del total de estudiantes.

28. Lógicamente hay excepciones, por ejemplo las maquilas. Según los datos proporcionados por la Revista Crónica, en su edición "Guatemala en Números 1995" página 14 indica que la Población femenina con empleo es del 26%, lo que podría indicar que la muestra es casi similar -en cuanto se refiere al sexo- de lo que se tiene en todo el país.

hebreo, latín, griego; además, dos de los encuestados hablan lenguas indígenas de Guatemala. Véase tabla 13.

Respecto de las lecturas que hacen con frecuencia, se encuentra que el 46% lee libros y revistas sobre negocios, un 12% sobre computación y 41% sobre temas diversos²⁹. Véase tabla 25.

Un 43% utiliza la computadora en su hogar y 54% no la utiliza. Los usos dados a la computadora en la casa varían demasiado para hacer una descripción. Véase tabla 20.

También, más de la mitad de los encuestados -casi 52%- son Gerentes generales de sus empresas. 25% tiene puesto en Gerencias funcionales, 2% en Juntas directivas y 19% tiene diversos puestos en la empresa. Véase tabla 7.

Los sueldos varían entre el 41% que gana menos de 5 mil quetzales al mes, hasta 3.9% que gana arriba de los 30 mil al mes, pasando por un 51.5% que gana entre 5 y 15 mil y 3% que gana entre 15 y 30 mil al mes. Véase tabla 8.

Por último, el 54.37% de los entrevistados respondieron que un matemático sí les puede ayudar en su empresa y un 36% que no, quedándose un 17.5% sin contestar a la pregunta. Véase tabla 11.

Se menciona a continuación diversos resultados de hacer algunos cruces en tablas de doble entrada, de algunas variables, que han sido consideradas como significativas, debido a la importancia del tema o al análisis de la concordancia interna de los resultados de la encuesta en sí.

29. Véase también el número 6 de este capítulo sobre conversión de variables.

La relación entre las ventas y las utilidades es interesante: las empresas que venden menos de 1 millón de quetzales al año, tienen utilidades de menos de 500 mil en su totalidad. Las que venden entre 1 millón y 10 millones, tienen utilidades de menos de 500 mil 13 de ellas, 9 tienen utilidades entre 500 mil y 1 millón y 7 de más de 1 millón de quetzales. Por último, las empresas que tienen ventas de más de 10 millones de quetzales, 19 tienen utilidades de más de 1 millón de quetzales y 3 entre 500 mil y 1 millón. Véase tabla 48.

La relación que existe entre el número de empleados y las utilidades es significativo que: 47 empresas, con menos de 20 empleados, tienen utilidades de menos de 500 mil quetzales al año y sólo 2 de esas empresas, con menos de 20 empleados, tienen utilidades entre 500 mil y 1 millón de quetzales. También, en esta tabla es interesante hacer notar que del total de empresas con más de 300 empleados (son 7), 6 han tenido utilidades arriba del millón de quetzales al año y una no contestó. Las empresas que tienen entre 20 y 100 empleados, tienen diversas utilidades, dándose 11 empresas con menos de 500 mil, 7 entre 500 mil y 1 millón y 12 más del millón. En cambio, las empresas que tienen entre 100 y 300 empleados, 3 ganan más de 500 mil y 8 ganan más del millón de quetzales al año. Véase tabla 29.

Otro datos interesantes vienen de la relación que hay entre el número de empleados y el sueldo mensual del ejecutivo. Se ve claramente que a medida que la empresa tiene mayor número de empleados, el sueldo del ejecutivo aumenta: en las empresas con menos de 20 empleados, 29 ganan menos de 5 mil quetzales al mes y 22 ganan entre 5 y 15 mil y sólo 1 gana arriba de 30 mil al mes. La proporción entre los que ganan menos de 5 mil y los que ganan entre 5 y 15 mil es de 1.31: es decir, por cada 1 que gana entre 5 y 15 mil, hay 1.31 que gana menos de 5 mil. En cambio, la proporción para las empresas que tienen entre 20 y 100 empleados es de 0.5, o, lo que es lo mismo, por cada 1 que gana menos de 5 mil hay 2 que ganan entre 5 y 15 mil. Véase tabla 31.

Otros datos interesantes a considerar es la relación que hay entre la actitud que se tiene en la empresa sobre la innovación y otras variables. Se anotan aquí algunos de los datos más

interesantes sobre estas tablas. Por los datos que se tienen, un 80% ha contestado que en su empresa tiene actitud innovadora, pero, eso no se ha traducido directamente en el "cambio y novedades" ³⁰ de algunas de las variables que se considera tendrían que estar cambiadas. Así, por ejemplo, no concuerda que haya un 51% de empresas que tienen actitud innovadora que no estén ya tomando decisiones a través de instrumentos computacionales. También el 93% de las empresas que tienen actitud innovadora tienen una estructura funcional, que ha sido la ordinaria -conservadora, se podría decir- desde hace varios decenios. También, las empresas innovadoras tendrían que estar entre las mejores del mercado³¹ y se tiene que un 32% son más pequeñas que las 20 primeras de su ramo, 45% vende abajo del millón de quetzales y 54% tiene utilidades abajo de 500 mil al año y 33% de las empresas tienen ejecutivos que no hablan

30. "Cambio y novedades" son los dos conceptos más repetidos sobre lo que ellos consideran que es la innovación.

31. Esta es una afirmación bastante discutible, pero, en líneas generales, se podría decir que una empresa que está innovando con frecuencia tiene la posibilidad de ir creciendo y una empresa que no innova, con frecuencia, puede llegar a desaparecer. Para ilustrarse con unos cuantos ejemplos, se puede mencionar a los ferrocarriles, que se quedaron en el pasado para el transporte de personas y de carga -no sólo en Guatemala sino, también, en USA-. En cambio, los ferrocarriles en Europa sí innovaron y son muy utilizados. Otro ejemplo sería el caso de empresas donde su mercado es tecnología, si no se renueva con frecuencia desaparece: la Commodore, la primera computadora personal, nadie la utiliza actualmente; la Xerox estuvo a punto de quebrar por quedarse dormida en sus fotocopiadoras sin hacer innovaciones: hasta que se propuso hacer más investigación y desarrollar nuevos productos volvió a recuperarse; los fabricantes de automóviles en USA perdieron mercado poco a poco, por la sencilla razón de no fabricar carros más pequeños y que consuman menos gasolina: basta ver los problemas que tiene con la importación de carros japoneses -principalmente- y ver sus estados de resultados para descubrir que todavía no se han recuperado. También se pueden poner contraejemplos de que la innovación no es la panacea para el crecimiento y mejoramiento de las empresas. El ejemplo más "caro" ha sido el del aeropuerto en Denver, Colorado, USA, tiene mucho tránsito -principalmente, por los esquiadores- y decidieron hacer uno nuevo, diseñando para esto, un sistema de computación moderno que evitaba la mano de obra en el transporte de maletas y de personas en el aeropuerto, el sistema falló y el aeropuerto pasó un año entero sin poderse abrir al público, perdiendo diariamente un millón de dólares. Otro ejemplo ha sido el nuevo sabor de la Coca Cola, que lo anunciaron diciendo que la fórmula del viejo sabor lo guardarían en una cajilla de seguridad de un banco hasta que se acabara el mundo: en menos de seis meses estaban otra vez produciendo el viejo sabor -Clasico le llaman ahora- pues las ventas le habían bajado enormemente y Pepsi aprovechó para pasarles en participación de mercado en USA. Pepsi también ha tenido un fracaso muy grande en USA con la introducción de su bebida sin azúcar; también han tenido un fracaso enorme en México y en Guatemala con su envase plástico retornable: sencillamente la gente no está acostumbrada a devolver el envase. Los ejemplos podrían multiplicarse por ambos lados en innumerables.

Lógicamente, hay ejemplos exitosos de innovación -piénsese en Gillette, que siempre se ha "canibalizado" sus propios productos, siendo líder en máquinas de rasurar manual- y ejemplos exitosos de conservadurismo -piénsese por ejemplo en los Bancos en Suiza, que siguen siendo igual a los de hace más de 100 años y de hecho en esto estriba su éxito-. Como conclusión, se puede decir que la innovación es muchas veces necesaria para que las empresas sobrevivan en mercados cambiantes. Pero, por otra parte la innovación tiene que hacerse con cuidado, estudiando las posibles reacciones del mercado, haciendo investigación de mercados, desarrollando mercados de prueba, etc. e, incluso, ofreciendo opciones diversas.

inglés. En algunas otras variables sí se da una concordancia con tener una actitud innovadora en la empresa, por ejemplo: el estilo de mando del gerente, que un 73% tiene un estilo participativo, que es de reciente introducción en las empresas; el desarrollar su trabajo por medio de objetivos y no de tareas ya que el 80% trabaja con objetivos claros; 67% de los ejecutivos habla inglés, por lo menos, como otro idioma; un 49% lee libros y revistas relacionados con negocios. Como conclusión se puede decir que quizá no todas las empresas que contestaron que tienen actitud innovadora (80%) realmente la tienen, pero, quizá son afectadas por lo que actualmente se considera un "tabú empresarial" que las empresas tienen que ser innovadoras. Véanse tablas de la 34 a la 46.

Por último y por eso, no menos importante, se mencionarán algunas de las variables que tienen que ver con la actitud que tienen estos empresarios ante la posibilidad de contratar a un matemático para ayudarle en su empresa. El 46% de los Gerentes Generales piensan que un matemático sí les puede ayudar a resolver sus problemas de la empresa. En cambio, el 69% de los gerentes funcionales sí están dispuestos a que un matemático les pueda ayudar en sus decisiones; los que tienen otras funciones dentro de la empresa, un 65%, piensa que también les puede ayudar un matemático en su trabajo. Véase tabla 28.

Respecto del tipo de empresa, 51% de las empresas industriales piensa que un matemático puede ayudarle a resolver sus problemas; 54% del comercio y 56% de las empresas de servicio también piensan lo mismo. Véase tabla 29.

57% de las empresas que tienen una actitud innovadora piensa que un matemático les puede ayudar y 42% de las empresas que tienen una actitud conservadora piensan lo mismo. Véase tabla 45

El 48% de personas que piensa que la innovación es "cambio" opina que un matemático puede ayudarles a resolver sus problemas en la empresa. También el 48% de las personas que piensa que la innovación significa "novedad" opina lo mismo. El 64% de las personas que tiene otros

conceptos sobre innovación, piensa también que un matemático les puede ayudar en su empresa.

7. CONVERSIÓN DE VARIABLES

Para favorecer el análisis se tuvo que hacer conversión de algunas de las variables que se muestran en la boleta. Concretamente, fueron las siguientes:

- a. la A6, que es de concepto sobre innovación. Aquí la respuesta de los encuestados fue abierta, dejando que pusieran por escrito su concepto sobre innovación. Al analizar las 99 definiciones -4 no contestaron- sobre innovación, se vio que hubo una tendencia a definirla, principalmente, de dos maneras: como cambio y como novedad. Se convirtió esta variable a estas dos definiciones; las que no tenían ninguna de estas definiciones se les clasificó como "otras";
- b. la A12 sobre la estructura de la empresa. En esta variable se unificó el criterio de Estructura Funcional con Estructura por departamentos, por ser conceptos casi iguales, con pequeñas matizaciones lingüísticas dentro de cada empresa;
- c. la A22 sobre los idiomas que habla. La pregunta tenía como posibles respuestas al idioma inglés, francés, alemán y otros. Como todos los que hablan francés, alemán u otro idioma hablan inglés, se hizo una conversión a: habla inglés, habla inglés y otro y no habla otro idioma;
- d. la A23 sobre libros y revistas que lee. En esta variable las respuestas fueron múltiples. Se hizo la conversión, principalmente, en tres campos: lee sobre negocios, lee sobre computación y lee sobre otros temas, para hacer más fácil el análisis.

8. ANÁLISIS FACTORIAL DE LOS RESULTADOS: DISTINCIÓN E INTERPRETA-

CIÓN DE FACTORES

Los resultados se muestran en el Apéndice 2. Se presentan varias de las corridas que se hicieron; una, limitando el análisis a seis factores; las siguientes son limitadas a cinco factores procediendo cada una a la eliminación de las variables que menos aportan a la comunalidad de los factores. En las tablas correspondientes se ponen únicamente los valores de los factores y en la tabla escogida, como la más adecuada, también se pone la comunalidad correspondiente.

Se utilizó la Técnica de "Ejes principales", también llamada "Componentes principales". "Esta es una técnica matemática utilizada para determinar las componentes principales en una elipse en dos o más dimensiones. En Análisis factorial, esta técnica es usada para dibujar el concepto empírico de dominio, reduciendo los datos a un pequeño conjunto de variables independientes.

Las componentes principales son el mínimo de dimensiones ortogonales requerido para reproducir (definir, generar, explicar) linealmente los datos originales"³².

Se utilizó, también, el procedimiento de rotación ortogonal llamado "varimax". "Se dice que dos vectores X_i y X_k son ortogonales respecto del otro si $(X_i, X_k) = 0$."³³. "Existe el consenso que para la rotación ortogonal, el criterio "varimax" consigue la mejor función, por la estructura simple en la rotación analítica"³⁴. "El criterio "varimax" es una función de la varianza de la columna del factor encontrado. Como la varianza que se encuentra en el factor, es más grande o más pequeña, la varianza al cuadrado del factor es más grande. La varianza más grande es obtenida cuando el factor encontrado es cerca de cero o, bien, cerca de uno. De aquí que la rotación ortogonal puede ser calculada por la maximización de la varianza (de aquí el nombre de varimax; en inglés 'maximizing the variance') de los valores al cuadrado del

32. Referencia Número 5, p. 338

33. Idem p. 58

34. Idem p. 170.

factor encontrado. Esta función es:

$$V = m \sum_{l=1}^p \sum_{j=1}^m \left(\frac{\alpha_{jl}}{h_j} \right) - \sum_{l=1}^p \left(\sum_{j=1}^m \frac{\alpha_{jl}^2}{h_j^2} \right)^2$$

donde V es la varianza de los factores normalizados, α_{jl} es el factor encontrado de la variable X_j , sobre el factor S_l , y h_j^2 es la comunalidad de la variable X_j . La ecuación anterior es llamada "el criterio normal varimax". Esta envuelve la normalización de las filas de los factores encontrados."³⁵

El procedimiento utilizado fue el siguiente: se hizo una corrida con las variables que más significancia tienen para el estudio, desechando aquellas que podrían contribuir poco. Este desechar las variables se hizo después de un análisis de las tablas 1 a la 26 mostradas en el Apéndice 2. A continuación de la primera corrida se encontró que la cantidad de factores generados por el programa eran 11: para que realmente sean útiles los factores -que no han de ser muchos- se redujo la cantidad a seis; después de varias corridas se llegó a la conclusión de que con 5 factores era más significativa la reducción de las variables; de esta manera se procedió a hacer una corrida con 5 factores con todas las variables escogidas, según el criterio mencionado anteriormente. Después se fueron eliminando una a una (sucesivamente) las variables que menos comunalidad tenían. El orden fue el siguiente: A38 (Conocimiento de matemática), A42 (Puede ayudarle un matemático), A36 (Lista de funciones en la empresa), A13 (Estilo del gerente), A29 (Zona de la vivienda) y, por último, A27 (Uso de la PC en su casa). Para efectos del estudio, se vio conveniente no utilizar la tabla generada con la eliminación de la variable A27. Esto, por dos razones: el aumento de la comunalidad no era lo más significativo posible y que tampoco se puede proceder a la eliminación sucesiva de variables, porque carecería de sentido el Análisis factorial. Véase tablas de la 52 a la 60; en la

35. Idem p. 392.

tabla 59 se incluye la corrida escogida.

Se explica ahora un poco más respecto de lo escrito en el párrafo anterior. Si se ve la tabla 54, se puede observar que se tienen los resultados de los factores en las primeras cinco columnas. La sexta columna tiene el nombre "Dist", que significa la "Distinción interfactorial". Esta Distinción es calculada del siguiente modo: La suma de los valores absolutos de cada uno de los pesos de la variable en el factor, dividido entre el valor absoluto de la variable que determina el lugar de la variable en algún factor determinado. En la segunda parte de la tabla, los factores son elevados al cuadrado. La quinta columna de esta segunda parte de la tabla tiene el encabezado "Suma" y es, sencillamente, eso, la suma de los cuadrados de los valores de las variables en todos los factores. A esta suma se le conoce como "Comunalidad"³⁶, es decir, la participación de la variable en la definición de los diversos factores. A mayor comunalidad, más afecta una variable en su propio factor y en la composición de los diversos factores. Luego, la sexta columna de esa segunda parte, vuelve a ser la "Distinción interfactorial". Aquí podría decirse que esta distinción es una fila de variabilidades al cuadrado, que toma la más alta variabilidad y para calcularla se divide la Comunalidad entre el valor cuadrático de la variable que determina el lugar de ella en algún factor determinado. La distinción factorial, en este caso, es: $1 \leq \text{Dist} \leq 5$, donde 5 es determinado por el número de factores seleccionado. Lógicamente, el caso ideal sería aquel en que $\text{Dist} = 1$; es decir, aquel en que la $\text{Comunalidad} = 1$ también. El caso extremo sería aquel en que se da que $\text{Dist} = \text{Número de factores}$.

Los conceptos de Comunalidad y de Distinción Interfactorial son muy útiles. El análisis de la comunalidad da un indicio de qué variable puede ser retirada del análisis ya que no está afectando grandemente a la composición de los distintos factores. En la Tabla 53 se muestra la comparación de comunalidad de las diversas variables en las corridas. Como se ve, en la

36. La palabra Comunalidad es una traducción literal del inglés de la palabra "Communality", que vendría a significar lo que tienen en común. Se escogió la traducción literal pues en español no existe una única palabra para designar este concepto.

primera corrida, la comunalidad de la variable A38 que está ubicada en el Factor 5, es sólo de 0.11; esto indica que es una variable que influye poco, por lo cual se puede eliminar del análisis. En la segunda columna, que es la segunda corrida, la variable que tiene menos comunalidad es la A42 del factor 4. La eliminación de las variables a lo largo del análisis -que se aprecia en dicha tabla- va indicando la eliminación de las variables que menos comunalidad tienen.

En las últimas tres filas de las tablas 54-60 están los siguientes conceptos: SUMA, % y % sobre No. de variables. La suma no es más que la suma de los cuadrados de las variables. Luego, el porcentaje se calcula dividiendo estas sumas de columnas entre la suma de estas sumas. La última fila que aparece en estas tablas es el porcentaje sobre el número de variables. Este se calcula dividiendo la suma de las columnas entre el número total de variables. La suma de estos porcentajes da la Comunalidad total del análisis. En la Tabla 53 se muestra en la última fila, la Comunalidad de las diversas corridas. Se observa cómo, al ir eliminando variables una a una, la comunalidad del conjunto aumenta, indicando una mayor exactitud del análisis de factores. La comunalidad de la composición factorial escogida es de 51.8%; aunque este porcentaje puede parecer bajo -y como se explica más abajo- es una cantidad suficiente para explicar la agrupación de datos.

La Distinción Interfactorial sirve para la interpretación factorial. Como se decía antes, la Distinción Interfactorial está entre 1 y el número de factores, es decir, para el presente estudio, 5. Una variable con una Distinción interfactorial de 1, indica que esa variable es parte integrante fundamental del factor, por lo que en la interpretación -de la que se hablará inmediatamente- del factor ha de ser tomada de forma primaria. Cuando una variable tiene una Distinción interfactorial más alta que 1 -por ejemplo 2-, lo que indica es que esta variable tiende, también, a algún otro factor, por lo que este tipo de variable ha de ser considerada como parte de la interpretación del factor en donde está ubicada y en la de algún otro factor. En el caso extremo, cuando la Distinción Interfactorial es 5, esta variable estaría afectando la interpretación de los 5 factores, por lo que dejaría de tener sentido la variable en el análisis.

No se hace en este estudio una interpretación primaria y secundaria, sólo se indica si una variable afecta a algún otro factor.

Se considera que vale la pena aclarar que no existe ningún criterio objetivo sobre el número de factores a utilizar y tampoco sobre el número de variables que se pueda eliminar. Lógicamente, hay criterios que sí son tomados en cuenta para determinar el número de factores. En principio, el número de factores puede ser igual al número de variables que se utilizan para el análisis; en este caso, el Análisis factorial perdería su razón de ser. En una primera corrida, el número de factores viene dado por el número de eigenvalores originados. Esto se ve en la Figura 3 del Apéndice 2: del presente estudio, el número de eigenvalores era de 11, con una comunalidad de 74.1%. Lógicamente, este número de factores es demasiado alto para cualquier análisis. Los criterios utilizados para la determinación del número de factores dependen, entonces, de dos cosas: el número de eigenvalores, que están en función del número de curvaturas que tiene la gráfica; como se puede observar en la Figura 3, se decidió escoger 5 factores, porque la máxima curvatura de la gráfica se da en ese número de factores; el segundo criterio viene de una cantidad pre-determinada por el investigador, de la Comunalidad esperada en el estudio; también puede darse una mezcla de los dos criterios. De hecho, se hicieron varias corridas con 4 y 3 factores, que no satisficieron las necesidades mínimas para ser utilizadas.

En la tabla 52 se presenta el movimiento de las variables a lo largo de las diversas corridas con cinco factores.

Para proceder a la interpretación de factores se traduce una parte del libro de R.J. Rummel, anotado en la referencia:

“Interpretación de factores

Es uno de los pasos más importantes del proceso del Análisis factorial

ser, teóricamente, sugestivo ó preparar una hipótesis para un futuro estudio.

Otro criterio para nombrar un factor es el nemotécnico. Una o dos palabras en el nombre es mucho más fácil de recordar que un título de 4 ó 5 palabras. No obstante, quizá lo describa menos. Factores que son fácilmente recordables pueden ser usados para la enseñanza, diseños de búsqueda o para pensar en las implicaciones de los resultados.

El criterio final de nominación de factores es el uso. El propósito del investigador y del subsiguiente uso de los factores gobiernan la nominación.

Aproximación

La escogencia de los nombres de los factores puede estar relacionados con el propósito básico del Análisis factorial. Si la meta es describir o simplificar las relaciones complejas en los datos, una nominación descriptiva de los factores puede ser aplicada. El acercamiento descriptivo de la nominación de factores envuelve seleccionar etiquetas que reflejen la sustancia de las variables con puntuación alta y cerca de cero en un factor.

Después de la descripción, el propósito del análisis puede ser el identificar las relaciones causales. El modelo de la relación empírica puede ser asumida para reflejar una influencia común de fondo, y, la existencia de una alta interrelación de los cluster (racimos) de las variables implicadas en un factor común. El Análisis factorial es usado para delinear nexos causales comunes; el acercamiento causal para la interpretación de factores es para la imputación de la forma sustantiva para las causas comunes y desconocidas.

El tercer acercamiento para nombrar factores es el simbólico. Los factores son etiquetados por símbolos. Esta aproximación evita la posibilidad de confundir el nombre y el factor o de transferir a un factor un significado superfluo de la etiqueta. Pero las marcas simbólicas pueden no comunicar nada a los demás y, eventualmente, a uno mismo.

Consideraciones

Estas son algunas consideraciones implicadas en la nominación descriptiva y causal de factores.

1. Aquellas variables cargadas con cero o, cerca de cero, son irrelevantes para el factor. En la interpretación de un factor estas variables irrelevantes pueden ser tomadas en consideración. El nombre reflejará que son buenas como que no están implicadas en el factor.

2. Algunos de los factores más pequeños pueden ser extraños o difíciles de interpretar.”³⁷

La interpretación escogida es la descriptiva, para efectos de comunicación.

Los resultados de la corrida (véase tabla 59) -será el que se analizará- da los siguientes datos:

Factor 1.

- a. Ventas anuales.
- b. Número de empleados.
- c. Utilidades anuales.
- d. Posición que ocupa su empresa.
- e. Universidad.

Este factor puede interpretarse como: la empresa vista desde la posición del ejecutivo y de su formación universitaria. En este factor, todas las variables son parte integrante del factor y no hay ninguna que afecte a otro factor de manera significativa.

Factor 2.

- a. Número de hijos.

37. Referencia Número 5, p. 345-347

- b. Edad.
- c. Función en la empresa.
- d. Sueldo.
- e. Estado civil.
- f. Periódicos que lee.

Este factor puede ser interpretado como: la descripción de la situación personal del ejecutivo.

Según se desprende de las tablas 59 y 66 del Apéndice 2, la variable A30 (Función en la empresa) como la variable A35 (Sueldo del ejecutivo) están íntimamente relacionada con el factor 1. Las variables A20 (Estado civil) y A24 (Periódicos que lee), aunque tienen una Distinción interfactorial alta, no están afectando, significativamente, a un factor, sino, que tienen peso un poco más alto en diversos factores.

Factor 3.

- a. Uso de la matemática en su trabajo.
- b. Uso de la PC en la oficina.
- c. Segmento de mercado que atiende su empresa.

Este factor puede interpretarse como: relación del uso de la matemática con los instrumentos computacionales de la empresa para la atención específica del mercado de la misma.

Factor 4.

- a. Actitud en la empresa ante la innovación.
- b. ¿Qué entiende por innovación?
- c. En su empresa trabajan por objetivos o tareas.
- d. Dedicación principal de la empresa.

Este factor puede interpretarse como: actitud de la empresa y de sus ejecutivos en relación a la innovación dependiente de la dedicación principal de la empresa.

En este factor, las variables VA6 (¿qué entiende por innovación?) tiene una estrecha relación con el factor 1 y la variable A3 (Dedicación principal de la empresa) tiene una estrecha

relación con el factor 2.

Factor 5.

- a. Informatización de la empresa.
- b. Lecturas.
- c. Sexo.
- d. Título profesional.
- e. Uso de la PC en casa.

Este factor que tiene poco peso en el análisis, podría interpretarse como: Conceptos complementarios de las características del ejecutivo.

9. "CLUSTER ANALYSIS". SELECCIÓN DE TIPOS

Para el "Cluster analysis" se utilizó el método "Waverage" en el cual los dos "clusters" son juntados por criterio de la menor distancia promedio entre pares de casos. La distancia utilizada para este método fue la distancia euclidiana: que es la raíz cuadrada de las diferencias cuadradas para cada variable en el "Cluster".

Los datos de la corrida de factores, anteriormente descrita, son utilizados para hacer la corrida del "Cluster analysis". El "Cluster analysis" agrupa las empresas. Uno de los resultados de la aplicación del "Cluster analysis" es el Dendograma (que se presenta en la Figura 2 del Apéndice 2). Con base en este Dendograma, que presenta las distancias entre los objetos de estudio (en este caso, las empresas) se decide una línea de corte, que para este caso se hizo en la distancia necesaria para llegar a tener 6 tipos. A excepción del texto citado anteriormente en III.4, no existe ningún estudio de Análisis factorial y "Cluster analysis" combinados. Los tipos se presentan en la tabla 68 del Apéndice 2 y de la lista de las empresas -distinguidas por el número de la boleta- que también se muestra en el Apéndice 2.

Para volver sobre lo dicho, una distinción importante es la diferencia entre los resultados del

Análisis factorial y los del "Cluster analysis". Del Análisis factorial lo que ha resultado es una relación entre las variables, en cambio el "Cluster" lo que ha dado es una relación de personas, clasificadas en tipos. Específicamente, en 5 tipos; algunas de las características de los tipos y la descripción que se puede hacer de ellos es la siguiente; se han seleccionado unas tablas cruzadas sobre los resultados de la clasificación de los encuestados en los tipos en mención; véase tablas 68 a 83.

Tipo 1. Empresas con pocos empleados, utilidades bajas, ejecutivos entre 30 y 40 años, casi todos Gerentes generales de sus empresas, con sueldo bajo, casados, con empresas dedicadas principalmente, a industria y comercio y con una actitud compartida entre innovadora y conservadora. A este tipo se le podría llamar el tipo de los Gerentes generales de la pequeña empresa. El total de este tipo es de 31 empresas.

Tipo 2. Empresas con ventas altas, muchos empleados, utilidades altas, ocupando un puesto entre las diez primeras empresas, ejecutivos entre 30 y 40 años, con puestos en Gerencias funcionales, con sueldo medio y empresas con actitud innovadora. A este tipo se le podría llamar el tipo de los Gerentes funcionales de empresas grandes. El total de este tipo es de 11 empresas.

Tipo 3. Empresas de servicios, con cantidad intermedia de empleados, con utilidades regulares, ocupando posiciones entre las 10 primeras empresas, ejecutivos jóvenes, con muchos en gerencia general y en otros puestos, muchos solteros y en la empresas con actitud innovadora. A este tipo se le podría llamar el tipo de las empresas medianas. El total de este tipo es de 25 empresas.

Tipo 4. Empresas de servicios, con ventas bajas, pocos empleados, sueldos bajos, entre 30 y 40 años la edad del ejecutivo, gerentes generales, sueldo medio, casados la mayoría, con actitud innovadora. A este tipo se le podría llamar el tipo de las Empresas de servicios pequeñas y medianas. El total de este tipo es de 31 empresas.

Tipo 5. Ventas altas, muchos empleados, utilidades altas, posición entre las 10 primeras empresas en su ramo, mayores en edad, sueldo alto, casados, con actitud innovadora y principalmente, empresas industriales. A este tipo se le podría llamar el tipo de las empresas grandes. El total de este tipo es de 4 empresas.

Tipo 6. En este tipo sólo quedó una empresa, por lo que su estudio carece de significado, lo cual constituye una anomalía estadística puesto que no existe ninguna posibilidad de aplicar cualquier instrumento estadístico inferencial, de tal forma, que tenga sentido.

Según la tabla 81 que se muestra en el Apéndice 2, se puede colegir lo siguiente: el 45% de las personas del tipo 1 afirma que un matemático puede ayudarles en su empresas; el 55% del tipo 2 piensa igual; el 48% del tipo 3; el 68% del tipo 4 y el 50% del tipo 5. Estos datos sin considerar los que por alguna razón no contestaron a esta pregunta, suman 32. Si solo se consideraran los datos con base en los que contestaron, afirmativa o negativamente, los porcentajes serían sumamente altos, lo que viene a demostrar que el matemático sí tiene cabida en las empresas en Guatemala.

V. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS Y ESBOZO DE LA ESTRATEGIA MERCADOLÓGICA

Los resultados que se obtienen se podrían interpretar así:

1. La encuesta es coherente en sí misma. Esto se deduce de la aglutinación de variables en el factor 1.
2. Sobre el segundo factor se puede decir que son varias cosas las que definen a los ejecutivos, quienes tienen diversos comportamientos dependiendo de las variables que están en el segundo factor.
3. La matemática está muy relacionada con el uso de la computadora en la oficina y con el segmento de mercado al que se atiende.
4. Del cuarto factor se puede decir que la innovación es importante en el tipo de giro del negocio al que se dedica la empresa.
5. El ejecutivo se define en su cultura dependiendo de su formación universitaria.
6. Los tipos demuestran, claramente, según lo anotado más arriba, que sí hay posibilidades de ubicación para los matemáticos en Guatemala.

Las estrategias de mercadeo siempre se han considerado desde 4 aspectos básicos, conocidos comúnmente, como las "4 Ps" de mercadeo: producto, precio, promoción-publicidad y plaza. El objetivo es trazar un esbozo de la estrategia con base en estas "4 Ps".

Producto: es el matemático.

Se dice que para hacer un buen producto se requiere una adecuada materia prima y un

adecuado proceso de producción. Para el caso, en este estudio, la materia prima son los estudiantes que ingresan en la carrera. Los requisitos que recomienda un folleto de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos son los siguientes: "Título o diploma, de preferencia de bachiller; capacidad de análisis y conceptualización; una base sólida de conocimientos obtenidos en educación media, sobre todo, en el área de matemática y física; altas habilidades específicas: verbal, abstracta, numérica, exactitud y razonamiento lógico"³⁸. Sobre el proceso de producción se podría decir que es el diseño del pensum de la Licenciatura en Matemática. En las recomendaciones se dan algunas ideas que podrían implementarse - después de diseñar a fondo esta estrategia mercadológica- en el pensum de la carrera.

Precio: puede considerarse en dos aspectos: el primero, el precio para que el estudiante pueda graduarse como profesional y el segundo el precio de sus servicios. Respecto del primer aspecto el autor de esta tesis cree que es sencillo de resolver por los costos que tiene para el estudiante la carrera en la Universidad de San Carlos. Respecto de lo segundo, considera que el sueldo del profesional matemático dependerá de donde se desenvuelva y cómo se desenvuelva. Si se procura desarrollar como un mando medio en alguna empresa grande -según los tipos sí tiene cabida- su sueldo ha de ser acorde con la escala salarial de personas similares en puestos similares. Si se desarrolla como asesor su sueldo puede llegar a alcanzar cotas más altas.

Promoción-publicidad: la publicidad tiene que ir en dos vertientes. Una primera vertiente es el dar a conocer a los matemáticos actuales en las empresas y sobre la ayuda que puedan prestarles a las mismas. La segunda vertiente sobre la que debe ir la publicidad es el dar a conocer a los estudiantes de bachillerato de los colegios e institutos sobre la existencia de la Licenciatura y, principalmente, sobre las salidas profesionales de los matemáticos en el mercado de trabajo.

38. Bolante sobre la Carrera de Licenciatura en Matemática Aplicada, Universidad de San Carlos de Guatemala. Sin fecha.

Plaza: se ha encontrado que -manifestada, especialmente, en los tipos 1 y 4- que los empresarios o gerentes generales se dan mayor cuenta de la necesidad de una asesoría -en cualquier rama y, específicamente, en las habilidades matemáticas- en la medida en que se capacitan más. La capacitación les abre los "ojos" a las necesidades. Por lo tanto, se considera, que la ubicación de un matemático ha de ser en una Institución de Capacitación Profesional, donde se puede dar a conocer más, fácilmente, entre los empresarios.

VI. CONCLUSIONES

1. El mercado profesional, para un matemático, encierra mucho potencial, como puede ser observado en las tendencias al responder a la pregunta "¿Le puede ayudar un matemático?"; el 83% de empresas de servicio, 75% de empresas comerciales y 75% de empresas industriales, de las empresas encuestadas, que no se abstuvieron de contestar, estarían dispuestas a contratar a un matemático. La tendencia se mantiene en el mismo orden si se consideran también las abstenciones (31% de las encuestas en esta pregunta). En cualquier caso, la tendencia señala que las empresas de servicios presentan una actitud más positiva hacia el profesional matemático.
2. Si se toma en cuenta la función de los encuestados dentro de la empresa, se puede notar que a mayor autonomía en el proceso de toma de decisiones, la actitud positiva hacia el profesional matemático se incrementa, con una frecuencia relativa que llega al 76% en el caso de los gerentes, si no se toma en cuenta las abstenciones, y a un 53% si se toma en cuenta las mismas.
3. La tendencia a una actitud positiva se acentúa, sobre todo, en los gerentes funcionales, la cuál supera en un 14% a la actitud de los gerentes generales.
4. Se pudo constatar que el grado de cultura matemática, de la mayoría de los gerentes, va de medio a bajo.
5. En general, la mayor parte de los empresarios han tenido poca oportunidad de tener contacto con matemáticos.
6. Se puede observar que hay una actitud positiva muy acentuada ante el concepto de innovación, de parte de los empresarios, y en general, la actitud de las empresas es innovadora.

7. La comunalidad (variabilidad conjunta) obtenida, expresable por medio de estos factores aislados, es del 51.8%, la cual es, en este contexto, suficientemente aceptable, y superior a otros estudios.

8. La interpretación de los factores es, en esencia, una acción semántica, para la cual no se puede ofrecer ninguna medida que le adjudique un grado de certidumbre y/o una estimación del riesgo. Esto pareciera introducir condiciones en las cuáles la subjetividad del investigador podría producir sesgos sistemáticos.

9. Los factores aislados dependen de la base de datos que se haya construido, la cuál es reflejo directo de las condiciones experimentales dentro de las cuales se dió la elaboración de la información. De manera particular hay que resaltar el papel determinante que tiene el diseño de la boleta.

10. Las respuestas "típicas" (de los tipos) (Véase tabla 81), sigue la tendencia general ya observada en la tabla 11; hay que resaltar que, de acuerdo con el orden creciente, correspondiente a las frecuencias relativas, los tipos quedarían organizados de la siguiente forma: tipo 4, tipo 2, tipo 5, tipo 3 y tipo 1.

11. De acuerdo con lo que apunta la conclusión anterior, la actitud más positiva hacia el matemático está en el tipo 4, el sector de la pequeña empresa, seguido por el del tipo 2, que corresponde al sector intermedio y alto de los gerentes funcionales; y acaba con el tipo 5, en el cual predominan las grandes empresas; cada una de estas distinciones parece indicar que lo más adecuado es orientar estrategias específicas para estos segmentos de mercado, tanto en instrumentos matemáticos, que potencialmente pudieran utilizar, como en las estrategias de aproximación mercadológicas.

12. Se puede observar que de acuerdo a la edad de los ejecutivos, los tipos podrían ser ordenados, en orden ascendente, de la siguiente manera: tipo 3, tipo 2, tipo 1, tipo 4 y tipo 5.

13. En general, la mayoría de los tipos se declaran con una actitud innovadora en su empresa, exceptuando el tipo 1, en donde la actitud conservadora respresenta un 42%.

VII. RECOMENDACIONES

1. Ordinariamente, los ejecutivos y empresarios no se dan cuenta de la demanda de ayuda de herramientas matemáticas que tienen en sus empresas. Recomendaría que los matemáticos se dieran a conocer mediante asesorías, observaciones y/o entrevistas con los ejecutivos para descubrirles a fondo las necesidades de la empresa. Asimismo, pueden darse a conocer participando, activamente, en Instituciones de capacitación profesional y en actividades promocionales

2. La recomendación importante es tener gran capacidad de venderse bien como matemático, proponiendo ayudas concretas y específicas a las empresas. Esta venta debe ir enfocada, principalmente, a empresas que puedan tener la capacidad de pago para el matemático como consultor independiente o, bien, como empleado que le rendirá frutos a mediano plazo, debido a la enorme cantidad de tiempo y de recursos que se necesitan para el trabajo técnico del matemático.

3. Para ofrecer los servicios a empresas medianas y pequeñas la mejor recomendación es que el matemático pueda adherirse a oficinas de consultores independientes que ofrecen servicios de consultoría en las empresas en diversas áreas: mercadeo, finanzas, investigación de mercados, planeación estratégica, etc.

4. Otra recomendación es introducir o reforzar en el pensum de estudios de la Licenciatura en Matemática Aplicada, temas relacionados con la práctica profesional en las siguientes áreas:
 - Análisis estadísticos empresariales.
 - Investigación de mercados.
 - Finanzas.
 - Desarrollo de modelos estadísticos.
 - Investigación de operaciones

-Visión general del funcionamiento de una empresa

-Bolsa de Valores

5. Que se repita este estudio, periódicamente, ya que los tipos no son fijos sino cambiantes, y, la dinámica del cambio de los tipos, debe seguir a la dinámica del cambio de los mercados laborales específicos.
6. Puede diseñarse una estrategia mercadológica para dar a conocer a los empresarios la ayuda que puede prestarles un matemático.
7. Cualquier estrategia de penetración en un mercado, para difundir el trabajo de un matemático, debe contemplar, como parte importante, una aproximación a los gerentes funcionales.
8. Uno de los elementos necesarios a tomar en cuenta, para realizar cualquier campaña de mercadeo, para promocionar al profesional matemático, ha de ser la difusión, en casos concretos, del uso de instrumentos matemáticos en la toma de decisiones.
9. Se sugiere que en un nuevo diseño de la boleta de encuesta, se pongan las preguntas sobre la matemática, en el segundo apartado de la misma, para, así, evitar abstencionismos en las respuestas.
10. Hay que tener especial cuidado de construir las condiciones necesarias para disminuir el posible sesgo sistemático.
11. La técnica utilizada en esta tesis puede ser complementada de manera efectiva mediante el uso del Análisis de latencia. Para ello, se puede utilizar cualquiera de los software, entre los cuales destaca el LISREL, como uno de los más desarrollados. El Análisis de latencia es el equivalente conceptual al Análisis factorial para variables cualitativas.

12. Las variables que aparecen en los factores propenden a cambiar de posición a lo largo del tiempo en la estructura factorial. Por lo que hay que tener cuidado con la interpretación de factores, cosa que implica la necesidad de una modificación semántica en la acción de interpretar factores.

VIII. REFERENCIAS

1. ARÉVALO AGUIRRE, Ángel. (Tesis: Requirements for Degree of Master of Arts, The university of Texas at Austin). An application of factorial analysis to somatotyping. USA: s.p.i. 1,992. 54 pp.
2. DILLON, William R. Multivariate Analysis: Methods and Applications. USA: John Wiley & Sons, Inc. 1,984. 586 pp.
3. JOBSON, J.D. Applied Multivariate Data Analysis. Vol. II. Categorical and Multivariate Methods. USA: Springer-Verlag. 1,992. 731 pp.
4. ROUSSAS, GEORGE G. A first course in Mathematical Statistics. USA: Addison-Wesley Publishing Company. 1,973. 506 pp.
5. RUMMEL, R.J. Applied Factor Analysis. USA: Evanston, Northwestern University Press. 1,970. 617 pp

IX. BIBLIOGRAFÍA

1. CHINCHILLA, Ligia. La verdad sobre el sector Pyme en Guatemala. Guatemala. s.l.i. FEPYME. s.f. p. 11.
2. LAMBIN, Jean-Jacques. Marketing Estratégico. Luis Antonio López. México: McGraw-Hill. 1,987. pp. 177-207 y 207-238.
3. LYMAN, Ott. An introduction to Statistical Methods and Data Analysis. Second Edition. USA: Duxbury Press Boston. 1,984. pp. 54-91.
4. ROUSSAS, George C. A first course in Mathematical Statistics. USA: Addison-Wesley Publishing Company. 1,973. pp. 42-59, 81-99, 356-358.
5. STEEN, Frederick. Elements of Probability and Mathematical Statistics. USA: Duxbury Press, Boston. 1,982. pp. 45-54.
6. VALERO Y VICENTE, Antonio, LUCAS TOMÁS, José Luis. Elección y realización del futuro de la empresa. España: Instituto de Estudios Superiores de la Empresa. 1,990. pp. 4-5.
7. SIN AUTOR. PROMYPE y PAPIC. Guatemala. Banco Centroamericano de Integración Económica. s.f.
8. SIN AUTOR. 1,995 Guatemala en números. Los datos claves de la economía, la sociedad y las finanzas. Guatemala: Revista Crónica. 1,995. pp. 45

X. APÉNDICES

1. TAYASAL ESCUELA DE NEGOCIOS

Tayasal Escuela de Negocios nació 1977 para responder a las inquietudes de formación, actualización y especialización de los empresarios y ejecutivos de Guatemala. Los participantes en los Programas y Seminarios de Tayasal Escuela de Negocios, ocupan, actualmente, posiciones importantes dentro del ámbito empresarial centroamericano.

Su objetivo principal es desarrollar en las personas la capacidad de dirigir y de tomar decisiones correctas. Este desarrollo sólo es posible si incluye el perfeccionamiento de todas las dimensiones de la persona. Por eso -junto a un alto nivel académico transmitido a través de conocimientos y experiencias técnicas y científicas- se profundiza en los aspectos, específicamente, humanos de la empresa. Tayasal Escuela de Negocios, tiene encomendados a la Prelatura del Opus Dei los aspectos doctrinales y espirituales de su actividad formativa.

La metodología principal utilizada en, Tayasal Escuela de Negocios, son: la Conferencia Participativa y el Método del Caso.

La Conferencia Participativa es un diálogo, en el que, bajo la dirección del profesor, los participantes analizan el tema, volcando, en ello, todos sus conocimientos y experiencias.

El Método del caso es la descripción de una situación real de una empresa en un lugar y en un momento determinado, que sirve como marco general de discusión de un tema específico. Poner en tesitura de descubrimiento es el objetivo principal del método del caso.

Ambas metodologías son las adecuadas para la enseñanza de negocios para personas que tienen ya experiencia en el campo.

El nombre de Tayasal viene de la ciudad fundada por el Príncipe Chichén Itzá llamado Ta-Itzá. El Príncipe eligió una isla en el Lago Chaltunjá. Hoy se le conoce con el nombre de Lago Petén Itzá. El 2 de mayo de 1825, después de la independencia de Centroamérica, a la ciudad Tayasal se le dio el título Cabecera Departamental de Petén, con el nombre de Ciudad Flores.

2. DATOS ESTADÍSTICOS DE RESULTADOS

TABLA 1

Tipo de empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Empresa privada	103	100%

TABLA 2

Dedicación principal de la empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Industria	35	33.98%
Comercio	22	21.36%
Servicios	46	44.66%
No contestó		0.00%
TOTAL	103	100%

TABLA 3

Ventas Anuales de la empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Menos de 1 millón	47	45.63%
1 millón-10 millones	30	29.13%
Más de 10 millones	24	23.30%
No contestó	2	1.94%
TOTAL	103	100%

TABLA 4

Utilidades anuales de la empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Menos de 500 mil	58	56.31%
500mil-1 millón	12	11.65%
Más de 1 millón	26	25.24%
No contestó	7	6.80%
TOTAL	103	100%

TABLA 5

Número de empleados de la empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Menos de 20	53	51.46%
Entre 20 y 100	31	30.10%
Entre 100 y 300	12	11.65%
Más de 300	7	6.80%
No contestó		0.00%
TOTAL	103	100%

TABLA 6

Edad del ejecutivo

	Frecuencia	Porcentaje
20-30 años	29	28.16%
30-40 años	51	49.51%
40-50 años	16	15.53%
50-60 años	5	4.85%
Más de 60 años	2	1.94%

No contestó		0.00%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 7

Función a la que se dedica en la empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Gerente general	54	52.43%
Gerente funcional	26	25.24%
Junta directiva	2	1.94%
Otro	20	19.42%
No contestó	1	0.97%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 8

Sueldo mensual

	Frecuencia	Porcentaje
Menos de 5 mil	42	40.78%
5-15 mil	53	51.46%
15-30 mil	3	2.91%
Más de 30 mil	4	3.88%
No contestó	1	0.97%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 9

Listado de funciones en la empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Si	48	46.60%
No	53	51.46%
No contestó	2	1.94%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 10

¿Conoce a algún matemático?

	Frecuencia	Porcentaje
Si	48	46.60%
No	37	35.92%
No contestó	18	17.48%

TABLA 11

Le puede ayudar un matemático en su empresa

	Frecuencia	Porcentaje
Si	56	54.37%
No	15	14.56%
No contestó	32	31.07%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 12

Título profesional del ejecutivo

	Frecuencia	Porcentaje
Ingeniero	18	17.48%
Abogado	4	3.88%
Economista	4	3.88%
Administrador	14	13.59%
CPA	4	3.88%
Otros	38	36.89%
No contestó	21	20.39%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 13

Idiomas que habla

	Frecuencia	Porcentaje
Inglés	54	52.43%
Inglés-otro	14	13.59%
No habla	35	33.98%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 14

Sexo

	Frecuencia	Porcentaje
Masculino	73	70.87%
Femenino	30	29.13%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 15

Número de hijos

	Frecuencia	Porcentaje
0	29	28.16%
1	13	12.62%
2	25	24.27%
3	21	20.39%
4	9	8.74%
5	2	1.94%
6	1	0.97%
7	1	0.97%
8	0	0.00%
9	2	1.94%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 16

Estado civil	TOTAL	%
Soltero	34	33.01 %
Casado	59	57.28 %
Viudo	1	0.97 %
Divorciado	6	5.83 %
Unido	1	0.97 %
No contestó	2	1.94 %
TOTAL	103	100 %

TABLA 17**Actitud en su empresa ante la innovación**

Actitud innovadora	82	79.61 %
Actitud conservadora	19	18.45 %
No contestó	2	1.94 %
TOTAL	103	100.00 %

TABLA 18**Informatización de la empresa**

Ordinaria	51	49.51 %
Toma de decisiones	39	37.86 %
Otros	5	4.85 %
No contestó	8	7.77 %
TOTAL	103	100.00 %

TABLA 19**Estructura de la organización**

Funcional	95	92.23 %
Matriz	2	1.94 %
Otros	5	4.85 %
No contestó	1	0.97 %
TOTAL	103	100.00 %

TABLA 20**Usa la computadora en casa**

Si	45	43.69 %
No	56	54.37 %
No contestó	2	1.94 %
TOTAL	103	100.00 %

TABLA 21**Posición que ocupa su empresa en el mercado**

Entre 10 primeras	46	44.66 %
Entre la 10 y 20	17	16.50 %
Más pequeña que 20	36	34.95 %

No contestó	4	3.88%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 22

¿Qué entiende por innovación?

Cambio	38	36.89%
Novedad	35	33.98%
Otros	17	16.50%
No contestó	13	12.62%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 23

El Gerente general tiene un estilo de gerencia

Autoritario	18	17.48%
Participativo	72	69.90%
Dejar hacer	11	10.68%
No contestó	2	1.94%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 24

En su empresa se trabaja por

Objetivos	76	73.79%
Tareas	27	26.21%
No contestó	0	0.00%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 25

Libros y revistas que lee

Sobre negocios	47	45.63%
Sobre computación	12	11.65%
Otros	42	40.78%
No contestó	2	1.94%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 26

Usa la computadora en casa

Si	44	42.72%
No	56	54.37%
No contestó	3	2.91%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 27

Segmento de mercado que atienden

Alto	17	16.50%
Medio alto	39	37.86%
Medio	19	18.45%

Medio bajo	7	6.80%
Bajo	2	1.94%
Todos	15	14.56%
No contestó	4	3.88%
TOTAL	103	100.00%

TABLA 28

Función	¿Le puede ayudar un matemático?			TOTAL	%
	Si	No	No cont		
Gerente general	25	10	19	54	52.43%
Gerente funcional	18	3	5	26	25.24%
Junta directiva			2	2	1.94%
Otros	13	2	5	20	19.42%
No contestó			1	1	0.97%
TOTAL	56	15	32	103	100%
%	54.37%	14.56%	31.07%	100%	

TABLA 29

Dedicación principal	¿Le puede ayudar un matemático?			TOTAL	%
	Si	No	No Cont		
Industria	18	6	11	35	33.98%
Comercio	12	4	6	22	21.36%
Servicio	26	5	15	46	44.66%
No contestó				0	0.00%
TOTAL	56	15	32	103	100%
%	54.37%	14.56%	31.07%	100%	

TABLA 30

Utilidades anuales	Número de empleados					TOTAL	%
	< 20	20-100	100-300	> 300	No cont		
Menos de 500mil	47	11				58	56.31%
500mil-1 millón	2	7	3			12	11.65%
Más de 1 millón	0	12	8	6		26	25.24%
No contestó	4	1	1	1		7	6.80%
TOTAL	53	31	12	7	0	103	100.00%
%	51.46%	30.10%	11.65%	6.80%	0.00%	100.00%	

TABLA 31

Sueldo mensual	Número de empleados					TOTAL	%
	< 20	20-100	100-300	> 300	No cont		
Menos de 5mil	29	10	1	2		42	40.78%
5-15 mil	22	20	7	4		53	51.46%
15-30 mil		1	2			3	2.91%

Más de 30 mil	1	2	1	4	3.88%
No contestó	1			1	0.97%
TOTAL	53	31	12	7	0
%	51.46%	30.10%	11.65%	6.80%	0.00%
					103 100.00%

TABLA 32

Sueldo mensual	Edad del ejecutivo					No cont	TOTAL	%
	20-30	31-40	41-50	51-60	Más 60			
Menos de 5mil	11	23	6	1	1		42	40.78%
5-15 mil	17	27	7	2			53	51.46%
15-30 mil		1		1	1		3	2.91%
Más de 30 mil			3	1			4	3.88%
No contestó	1						1	0.97%
TOTAL	29	51	16	5	2	0	103	100.00%
%	28.16%	49.51%	15.53%	4.85%	1.94%	0.00%		

TABLA 33

Número de hijos	Sueldo mensual				No cont	TOTAL	%
	< 5mil	5-15mil	15-30mil	> 30 mil			
0	12	16			1	29	28.16%
1	7	6				13	12.62%
2	13	12				25	24.27%
3	9	11	1			21	20.39%
4	1	6	1	1		9	8.74%
5		1		1		2	1.94%
6				1		1	0.97%
7		1				1	0.97%
8						0	0.00%
9			1	1		2	1.94%
TOTAL	42	53	3	4	1	103	100.00%
%	40.78%	51.46%	2.91%	3.88%	0.97%		

TABLA 34

Actitud ante la innovación	Informatización de la empresa				TOTAL	%
	Ordinaria	Toma de dec	Otros	No contesto		
Innovadora	42 51%	34 41%	2 2%	4 5%	82	79.61%
Conservadora	8 42%	5 26%	3 16%	3 16%	19	18.45%
No contestó	1 50%	0%	0%	1 50%	2	1.94%
TOTAL	51 50%	39 38%	5 5%	8 8%	103	
	49.51%	37.86%	4.85%	7.77%		

TABLA 35

Actitud ante la innovación	Estructura de la organización				TOTAL	%
	Funcional	Matriz	Otros	No contesto		
Innovadora	76 93%	1 1%	4 5%	1 1%	82	79.61%
Conservadora	17 89%	1 5%	1 5%	0%	19	18.45%

No Contestó	2	100%	0%	0%	0%	2	1.94%		
TOTAL	95	92%	2	2%	5	5%	1	1%	103
%	92.23%		1.94%		4.85%		0.97%		

TABLA 36

Actitud ante la innovación

	Estilo del gerente									
	Autoritario	Participativo	Dejar hacer	No Contesto						
Innovadora	10	12%	60	73%	10	12%	2	2%	82	79.61%
Conservadora	8	42%	10	53%	1	5%		0%	19	18.45%
No contestó		0%	2	100%		0%		0%	2	1.94%
TOTAL	18	17%	72	70%	11	11%	2	2%	103	
%	17.48%		69.90%		10.68%		1.94%			

TABLA 37

Actitud ante la innovación

	En su empresa se trabaja por							
	Objetivos	Tareas	No contesto					
Innovadora	66	80%	16	20%		0%	82	79.61%
Conservadora	8	42%	11	58%		0%	19	18.45%
No Contestó	2	100%		0%		0%	2	1.94%
TOTAL	76	74%	27	26%	0	0%	103	
%	73.79%		26.21%		0.00%			

TABLA 38

Actitud ante la innovación

	Titulo profesional															
	Ingeniero	Abogado	Economista	Administrador	CPA	Otro								No contestó		
Innovadora	13	16%	4	5%	4	5%	11	13%	2	2%	31	38%	17	21%	82	79.61%
Conservadora	5	26%		0%		0%	3	16%	2	11%	5	26%	4	21%		
No Contestó		0%		0%		0%		0%		0%	2	100%		0%		
%																

TABLA 39

Actitud ante la innovación

	Universidad donde hizo sus estudios													
	USAC	URL	UFM	UVG	UMG	Extranjero	No contestó							
Innovadora	26	32%	13	16%	7	9%	1	1%	8	10%	7	9%	20	24%
Conservadora	8	42%	2	11%	2	11%		0%	1	5%	2	11%	4	21%
No contestó		0%		0%		0%		0%		0%		0%	2	100%
%														

TABLA 40

Actitud ante la innovación

	Posición que ocupa su empresa en el mercado									
	Entre 10 prim		10-20		Menos 20		No contesto			
Innovadora	39	48%	15	18%	26	32%	2	2%	82	79.61%
Conservadora	6	32%	2	11%	10	53%	1	5%	19	18.45%
No contestó	1	50%		0%		0%	1	50%	2	1.94%
TOTAL	46	45%	17	17%	36	35%	4	4%	103	
%	44.66%		16.50%		34.95%		3.88%			

TABLA 41

Actitud ante la innovación

	Ventas anuales									
	Menos 1M		Entre 1 y 10		Más de 10		No contesto			
Innovadora	37	45%	23	28%	20	24%	2	2%	82	79.61%
Conservadora	8	42%	7	37%	4	21%		0%	19	18.45%
No contestó	2	100%		0%		0%		0%	2	1.94%
TOTAL	47	46%	30	29%	24	23%	2	2%	103	
%	45.63%		29.13%		23.30%		1.94%			

TABLA 42

Actitud ante la innovación

	Utilidades anuales									
	Menos 500m		Entre 500 y 1M		Más de 1 M		No contesto			
Innovadora	44	54%	8	10%	24	29%	6	7%	82	79.61%
Conservadora	12	63%	4	21%	2	11%	1	5%	19	18.45%
No contestó	2	100%		0%		0%		0%	2	1.94%
TOTAL	58	56%	12	12%	26	25%	7	7%	103	
%	56.31%		11.65%		25.24%		6.80%			

TABLA 43

Actitud ante la innovación

	Idiomas que habla									
	Inglés		Inglés y otro		No habla					
Innovadora	44	54%	11	13%	27	33%			82	79.61%
Conservadora	8	42%	3	16%	8	42%			19	18.45%
No contestó	2	100%		0%		0%			2	1.94%
TOTAL	54	52%	14	14%	35	34%			103	
%	52.43%		13.59%		33.98%					

TABLA 44

Actitud ante la innovación

	Tipo de lecturas									
	Negocios		Computación		Otros		No contesto			
Innovadora	40	49%	9	11%	31	38%	2	2%	82	79.61%
Conservadora	6	32%	3	16%	10	53%		0%	19	18.45%
No contestó	1	50%		0%	1	50%		0%	2	1.94%
TOTAL	47	46%	12	12%	42	41%	2	2%	103	
%	45.63%		11.65%		40.78%		1.94%			

TABLA 45

Actitud ante la innovación

	¿Le puede ayudar un matemático?							
	Si		No		No contesto			
Innovadora	47	57%	11	13%	24	29%	82	79.61%
Conservadora	7	37%	4	21%	8	42%	19	18.45%
No contestó	2	100%		0%		0%	2	1.94%
TOTAL	56	54%	15	15%	32	31%	103	
%	54.37%		14.56%		31.07%			

TABLA 46

Actitud ante la innovación

	Función a la que se dedica en la empresa												
	Gte. gral		Gte. funcional		JD	Otros	No contestó						
Innovadora	46	56%	22	27%	1	1%	12	15%	1	1%	82	79.61%	
Conservadora	8	42%	2	11%	1	5%	8	42%			0%	19	18.45%
No contestó		0%	2	100%		0%		0%			0%	2	1.94%
TOTAL	54	52%	26	25%	2	2%	20	19%	1	1%	103		
%	52.43%		25.24%		1.94%		19.42%		0.97%				

TABLA 47

Posición que ocupa su empresa en el mercado

	Ventas anuales									
	Menos 1M		Entre 1 y 10		Más de 10		No contesto			
Entre 10 prim	6	13%	20	43%	20	43%		0%	46	44.66%
Entre 10 y 20	9	53%	4	24%	3	18%	1	6%	17	16.50%
Más peq. 20	29	81%	5	14%	1	3%	1	3%	36	34.95%
No contestó	3	75%	1	25%		0%		0%	4	3.88%
TOTAL	47	46%	30	29%	24	23%	2	2%	103	
%	45.63%		29.13%		23.30%		1.94%			

TABLA 48

Utilidades anuales

	Ventas anuales									
	Menos 1M		Entre 1 y 10		Más de 10		No contesto			
Menos 500m	45	78%	13	22%		0%		0%	58	56.31
Entre 500 y 1M		0%	9	75%	3	25%		0%		
Más de 1 M		0%	7	27%	19	73%		0%		
No contestó	2	29%	1	14%	2	29%	2	29%		6.80
TOTAL	47	46%	30	29%	24	23%	2	2%	103	
%	45.63%		29.13%		23.30%		1.94%			

TABLA 49

Universidad donde hizo sus estudios

	Titulo profesional		Aboga		Economi		Adminis		CPA		Otro		No		34	33
	Ingenie	ro	do	do	sta	trador					contestó					
USAC	12	35%	3	9%		0%	3	9%	3	9%	12	35%	1	3%		
URL	1	7%	1	7%		0%	5	33%		0%	8	53%		0%		
UFM		0%		0%	1	11%	1	11%	1	11%	5	56%	1	11%		
UVG		0%		0%		0%		0%		0%	1	100%		0%		
UMG	1	11%		0%	2	22%	5	56%		0%	1	11%		0%		
Extranjero	4	44%		0%	1	11%		0%		0%	4	44%		0%		
No contestó		0%		0%		0%		0%		0%	7	27%	19	73%		
%																

TABLA 50

Idiomas que habla

	Función a la que se dedica en la empresa		JD		Otros		No contestó			
	Gte. Gral	Gte. Funcional								
Inglés	27	50%	14	26%		0%	13	24%	0%	
Inglés y otro	8	42%	5	26%		0%	6	32%	0%	
No habla	19	63%	7	23%	2	7%	1	3%	1	3%
%										

TABLA 51

Tipo de lecturas

	Función a la que se dedica en la empresa		JD		Otros		No contestó			
	Gte. gral	Gte. Funcional								
Negocios	26	55%	14	30%		0%	6	13%	1	2%
Computación	7	58%	1	8%	1	8%	3	25%		0%
Otros	20	48%	11	26%	1	2%	10	24%		0%
No contestó	1	50%		0%		0%	1	50%		0%
%										

TABLA 52

Todas las variables

	...A38	...A42	...A13	...A29	...A27
Ventas anuales	Ventas anuales	Ventas anuales	Ventas anuales	Ventas anuales	Ventas anuales
Número de empleados	Número de empleados	Número de empleados	Número de empleados	Número de empleados	Número de empleados
Utilidades anuales	Utilidades anuales	Utilidades anuales	Utilidades anuales	Utilidades anuales	Utilidades anuales
Posición que ocupa su empresa	Posición que ocupa su empresa	Posición que ocupa su empresa	Posición que ocupa su empresa	Posición que ocupa su empresa	Posición que ocupa su emprt
Universidad	Universidad	Universidad	Universidad	Universidad	Universidad
Sueldo	Sueldo	Sueldo	Sueldo	Sueldo	Sueldo
Número de hijos	Número de hijos	Número de hijos	Número de hijos	Número de hijos	Número de hijos
Edad	Edad	Edad	Edad	Edad	Edad
Función en la empresa	Función en la empresa	Función en la empresa	Función en la empresa	Función en la empresa	Función en la empresa
Estado civil	Estado civil	Estado civil	Estado civil	Estado civil	Periódicos
Lista funciones	Lista funciones	Lista funciones	Periódicos	Periódicos	Periódicos
Zona vivienda	Zona vivienda	Zona vivienda	Zona vivienda	Zona vivienda	Uso matemática
Periódicos	Periódicos	Periódicos	Periódicos	Periódicos	PC Oficina
Uso matemática	Uso matemática	Actitud en la empresa	Uso matemática	Uso matemática	Segmento de mercado
PC Oficina	PC Oficina	Objetivos-tareas	PC Oficina	PC Oficina	Segmento de mercado
Segmento de mercado	Segmento de mercado	¿Qué entiende por innovación?	Segmento de mercado	Segmento de mercado	Actitud en la empresa
Puede ayudarle un matemático	Puede ayudarle un matemático	Estilo del gerente	Actitud en la empresa	Actitud en la empresa	¿Qué entiende por innovaci
Dedicación principal	Dedicación principal	Dedicación principal	Objetivos-tareas	Objetivos-tareas	Objetivos-tareas
Uso matemática	Actitud en la empresa	Uso matemática	Objetivos-tareas	Objetivos-tareas	Dedicación principal
PC Oficina	Objetivos-tareas	PC Oficina	Objetivos-tareas	Objetivos-tareas	Lecturas
Segmento de mercado	¿Qué entiende por innovación?	Segmento de mercado	Dedicación principal	Dedicación principal	Información de la empre
Puede ayudarle un matemático	Estilo del gerente	Segmento de mercado	Información de la empresa	Información de la empresa	Estado civil
Título profesional	Lecturas	Lecturas	Sexo	Lecturas	Título profesional
Sexo	Información de la empresa	Información de la empresa	PC Casa	Sexo	Sexo
Información de la empresa	Título profesional	Título profesional	Título profesional	Título profesional	Sexo
Lecturas	PC Casa	PC Casa	Lecturas	PC Casa	
PC Casa	Sexo	Sexo	Lecturas	Lecturas	
Conocimiento matemática					

TABLA 53

COMPARACION DE COMUNALIDAD DE 5 FACTORES (...SIN)

	Todas	A38	...A42	...A36	...A13	...A29	...A27	
A9 Ventas anuales	0.83	0.83	0.82	0.82	0.81	0.81	0.82	
A11 Número de empleados	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.76	0.77	
A10 Utilidades anuales	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	0.71	
A5 Posición que ocupa su empresa	0.50	0.52	0.52	0.53	0.51	0.52	0.52	
A35 Sueldo	0.57	0.58	0.56	0.53	0.36	0.57	0.58	
A17 Universidad	0.34	0.36	0.36	0.36	0.56	0.35	0.35	
A21 Número de hijos	0.68	0.68	0.68	0.68	0.71	0.75	0.79	
A15 Edad	0.53	0.53	0.53	0.52	0.52	0.54	0.55	
A30 Función en la empresa	0.54	0.53	0.54	0.54	0.55	0.56	0.56	
A20 Estado civil	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.39	0.57	
A36 Lista funciones	0.17	0.23	0.24					
A29 Zona vivienda	0.28	0.26	0.25	0.31	0.30			
A24 Periódicos	0.33	0.32	0.32	0.33	0.34	0.34	0.37	
A7 Actitud en la empresa	0.58	0.57	0.57	0.58	0.60	0.59	0.58	
A14 Objetivos-tareas	0.40	0.37	0.36	0.40	0.34	0.32	0.31	
VA6 ¿Qué entiende por innovación?	0.46	0.46	0.46	0.48	0.47	0.46	0.54	
A13 Estilo del gerente	0.25	0.25	0.26	0.27				
A3 Dedicación principal	0.36	0.36	0.35	0.39	0.44	0.41	0.40	
A39 Uso matemática	0.71	0.73	0.77	0.78	0.77	0.78	0.79	
A32 PC Oficina	0.67	0.67	0.68	0.67	0.68	0.68	0.64	
A4 Segmento de mercado	0.38	0.39	0.40	0.40	0.41	0.41	0.43	
A42 Puede ayudarle un matemático	0.12	0.12						
A16 Título profesional	0.52	0.45	0.45	0.44	0.46	0.44	0.37	
A19 Sexo	0.34	0.28	0.26	0.38	0.39	0.37	0.22	
A8 Informatización de la empresa	0.34	0.41	0.44	0.40	0.41	0.50	0.43	
VA23 Lecturas	0.29	0.35	0.38	0.27	0.28	0.39	0.54	
A27 PC Casa	0.31	0.33	0.33	0.33	0.35	0.26		
A38 Conocimiento matemática	0.11							
	%	44.3%	46.1%	47.5%	48.9%	50.3%	51.8%	53.8%

NOTA: El orden de las variables están como salieron en la corrida con todas las variables

PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
Biblioteca Central

TABLA 54

Matriz rotada 5 factores, todas las variables

	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Dist	
Ventas anuales	0.90	0.01	0.11	0.02	-0.07	1.22	
Número de empleados	0.85	0.03	0.18	0.07	-0.08	1.41	
Utilidades anuales	0.82	-0.06	-0.12	0.13	-0.08	1.48	
Posición que ocupa su empresa	-0.64	0.04	0.28	-0.08	0.05	1.72	
Sueldo	0.54	0.48	-0.11	0.16	-0.08	2.55	
Universidad	0.53	-0.18	-0.07	-0.13	-0.02	1.74	
Número de hijos	0.06	0.79	-0.13	-0.08	-0.15	1.54	
Edad	0.00	0.68	0.05	0.02	-0.27	1.51	
Función en la empresa	0.42	-0.52	0.20	-0.07	0.20	2.71	
Estado civil	-0.17	0.48	0.14	-0.05	0.23	2.20	
Lista funciones	-0.03	0.41	-0.05	-0.03	0.03	1.34	
Zona vivienda	-0.13	0.41	0.03	0.11	0.29	2.36	
Periódicos	0.32	0.39	-0.26	-0.01	-0.10	2.81	
Actitud en la empresa	0.00	-0.01	0.76	-0.01	-0.04	1.10	
Objetivos-tareas	-0.22	-0.08	0.55	-0.17	-0.11	2.05	
¿Qué entiende por innovación?	0.09	-0.46	-0.49	0.08	0.00	2.30	
Estilo del gerente	-0.02	0.17	-0.46	0.04	-0.09	1.72	
Dedicación principal	-0.31	-0.27	-0.39	-0.20	0.04	3.13	
Uso matemática	0.00	-0.20	-0.08	0.81	-0.06	1.42	
PC Oficina	0.22	-0.08	-0.15	0.77	-0.01	1.61	
Segmento de mercado	0.20	0.05	0.27	0.48	-0.19	2.47	
Puede ayudarle un matemático	-0.05	0.11	-0.07	0.30	0.09	2.03	
Título profesional	0.13	-0.18	-0.09	-0.26	0.63	2.04	
Sexo	-0.08	0.01	0.27	0.04	0.51	1.78	
Informatización de la empresa	0.29	-0.08	0.06	0.12	-0.48	2.16	
Lecturas	-0.12	-0.15	0.05	0.16	0.48	2.01	
PC Casa	-0.10	0.00	-0.09	0.30	0.46	2.07	
Conocimiento matemática	-0.12	-0.04	0.09	0.13	-0.26	2.42	
Factores al cuadrado	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	SUMA	Dist
Ventas anuales	0.81	0.00	0.01	0.00	0.00	0.83	1.02
Número de empleados	0.73	0.00	0.03	0.00	0.01	0.77	1.06
Utilidades anuales	0.67	0.00	0.01	0.02	0.01	0.71	1.06
Posición que ocupa su empresa	0.41	0.00	0.08	0.01	0.00	0.50	1.22
Sueldo	0.29	0.23	0.01	0.03	0.01	0.57	1.96
Universidad	0.28	0.03	0.01	0.02	0.00	0.34	1.19
Número de hijos	0.00	0.63	0.02	0.01	0.02	0.68	1.08
Edad	0.00	0.46	0.00	0.00	0.07	0.53	1.16
Función en la empresa	0.18	0.27	0.04	0.00	0.04	0.54	1.97
Estado civil	0.03	0.23	0.02	0.00	0.05	0.33	1.43
Lista funciones	0.00	0.17	0.00	0.00	0.00	0.17	1.03
Zona vivienda	0.02	0.17	0.00	0.01	0.09	0.28	1.68
Periódicos	0.10	0.15	0.07	0.00	0.01	0.33	2.23

Actitud en la empresa	0.00	0.00	0.57	0.00	0.00	0.58	1.00
Objetivos-tareas	0.05	0.01	0.30	0.03	0.01*	0.40	1.31
¿Qué entiende por innovación?	0.01	0.21	0.24	0.01	0.00	0.46	1.96
Estilo del gerente	0.00	0.03	0.21	0.00	0.01	0.25	1.19
Dedicación principal	0.10	0.07	0.15	0.04	0.00	0.36	2.43
Uso matemática	0.00	0.04	0.01	0.66	0.00	0.71	1.08
PC Oficina	0.05	0.01	0.02	0.59	0.00	0.67	1.14
Segmento de mercado	0.04	0.00	0.07	0.23	0.04	0.38	1.65
Puede ayudarle un matemático	0.00	0.01	0.00	0.09	0.01	0.12	1.29
Título profesional	0.02	0.03	0.01	0.07	0.40	0.52	1.31
Sexo	0.01	0.00	0.07	0.00	0.26	0.34	1.32
Informatización de la empresa	0.08	0.01	0.00	0.02	0.23	0.34	1.48
Lecturas	0.01	0.02	0.00	0.03	0.23	0.29	1.29
PC Casa	0.01	0.00	0.01	0.09	0.21	0.31	1.52
Conocimiento matemática	0.01	0.00	0.01	0.02	0.07	0.11	1.58
SUMA	3.91	2.79	1.98	1.96	1.77	12.42	
%	31.5%	22.5%	16.0%	15.8%	14.3%	100.0%	
% Sobre No. variables	14.0%	10.0%	7.1%	7.0%	6.3%	44.3%	

TABLA 55

Matriz rotada sin A38 5 factores

	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Dist	
Ventas anuales	0.89	-0.01	0.05	0.11	-0.13	1.33	
Número de empleados	0.85	-0.03	0.10	0.17	-0.13	1.50	
Utilidades anuales	0.81	-0.06	0.15	-0.12	-0.11	1.56	
Posición que ocupa su empresa	-0.65	0.03	-0.07	0.30	0.02	1.64	
Universidad	0.55	-0.16	-0.14	-0.08	0.00	1.70	
Sueldo	0.53	0.49	0.17	-0.12	-0.10	2.65	
Número de hijos	0.04	0.78	-0.07	-0.13	-0.22	1.59	
Edad	-0.02	0.67	0.04	0.04	-0.29	1.58	
Función en la empresa	0.44	-0.51	-0.07	0.20	0.19	2.77	
Estado civil	-0.16	0.49	-0.06	0.14	0.20	2.12	
Lista funciones	0.01	0.45	-0.07	-0.08	0.12	1.63	
Zona vivienda	-0.12	0.41	0.08	0.02	0.26	2.17	
Periódicos	0.28	0.35	0.02	-0.26	-0.22	3.21	
Uso matemática	-0.02	-0.20	0.83	-0.09	0.01	1.38	
PC Oficina	0.20	-0.08	0.77	-0.17	0.03	1.61	
Segmento de mercado	0.18	0.04	0.51	0.26	-0.17	2.28	
Puede ayudarle un matemático	-0.04	0.13	0.28	-0.08	0.13	2.37	
Actitud en la empresa	0.02	0.00	0.00	0.76	-0.01	1.04	
Objetivos-tareas	-0.19	-0.06	-0.17	0.55	-0.03	1.84	
¿Qué entiende por innovación?	0.11	-0.45	0.06	-0.49	0.08	2.41	
Estilo del gerente	-0.02	0.17	0.02	-0.47	-0.06	1.57	
Dedicación principal	-0.32	-0.28	-0.19	-0.36	0.02	3.25	
Lecturas	-0.07	-0.10	0.11	0.04	0.57	1.54	
Título profesional	0.15	-0.16	-0.29	-0.08	0.56	2.23	
Informatización de la empresa	0.24	-0.13	0.19	0.07	-0.55	2.16	
PC Casa	-0.07	0.03	0.24	-0.11	0.51	1.88	
Sexo	-0.06	0.02	0.01	0.27	0.46	1.78	
Factores al cuadrado							
Ventas anuales	0.79	0.00	0.00	0.01	0.02	0.83	1.04

Número de empleados	0.72	0.00	0.01	0.03	0.02	0.77	1.08
Utilidades anuales	0.66	0.00	0.02	0.02	0.01	0.71	1.08
Posición que ocupa su empresa	0.43	0.00	0.00	0.09	0.00	0.52	1.22
Universidad	0.31	0.03	0.02	0.01	0.00	0.36	1.17
Sueldo	0.28	0.24	0.03	0.01	0.01	0.58	2.03
Número de hijos	0.00	0.61	0.00	0.02	0.05	0.68	1.12
Edad	0.00	0.44	0.00	0.00	0.08	0.53	1.19
Función en la empresa	0.19	0.26	0.00	0.04	0.04	0.53	2.06
Estado civil	0.03	0.24	0.00	0.02	0.04	0.33	1.36
Lista funciones	0.00	0.20	0.01	0.01	0.01	0.23	1.12
Zona vivienda	0.01	0.17	0.01	0.00	0.07	0.26	1.51
Periódicos	0.08	0.12	0.00	0.07	0.05	0.32	2.59
Uso matemática	0.00	0.04	0.68	0.01	0.00	0.73	1.07
PC Oficina	0.04	0.01	0.60	0.03	0.00	0.67	1.13
Segmento de mercado	0.03	0.00	0.26	0.07	0.03	0.39	1.50
Puede ayudarle un matemático	0.00	0.02	0.08	0.01	0.02	0.12	1.55
Actitud en la empresa	0.00	0.00	0.00	0.57	0.00	0.57	1.00
Objetivos-tareas	0.04	0.00	0.03	0.30	0.00	0.37	1.24
¿Qué entiende por innovación?	0.01	0.20	0.00	0.24	0.01	0.46	1.93
Estilo del gerente	0.00	0.03	0.00	0.22	0.00	0.25	1.15
Dedicación principal	0.10	0.08	0.04	0.13	0.00	0.36	2.69
Lecturas	0.00	0.01	0.01	0.00	0.32	0.35	1.08
Título profesional	0.02	0.03	0.09	0.07	0.31	0.51	1.65
Informatización de la empresa	0.06	0.02	0.04	0.01	0.30	0.41	1.39
PC Casa	0.00	0.00	0.06	0.01	0.26	0.33	1.29
Sexo	0.00	0.00	0.00	0.07	0.21	0.28	1.37
SUMA	3.82	2.75	2.00	2.05	1.84	12.45	
%	30.7%	22.1%	16.0%	16.5%	14.8%	100.0%	
% Sobre No. variables	14.1%	10.2%	7.4%	7.6%	6.8%	46.1%	

TABLA 56

Matriz rotada 5 factores sin A38 y A42

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Dist
A9	Ventas anuales	0.89	0.00	0.09	0.10	-0.11	1.34
A11	Número de empleados	0.84	-0.03	0.16	0.14	-0.12	1.52
A10	Utilidades anuales	0.81	-0.07	-0.13	0.16	-0.11	1.58
A5	Posición que ocupa su empresa	-0.65	0.03	0.31	-0.07	0.02	1.64
A17	Universidad	0.55	-0.17	-0.08	-0.13	-0.01	1.71
A35	Sueldo	0.54	0.48	-0.13	0.13	-0.11	2.57
A21	Número de hijos	0.05	0.78	-0.13	-0.08	-0.22	1.61
A15	Edad	-0.02	0.67	0.04	0.04	-0.27	1.54
A30	Función en la empresa	0.44	-0.52	0.21	-0.06	0.17	2.69
A20	Estado civil	-0.16	0.49	0.14	-0.08	0.20	2.16
A36	Lista funciones	0.02	0.45	-0.07	-0.09	0.13	1.69
A29	Zona vivienda	-0.12	0.42	0.02	0.06	0.25	2.08
A24	Periódicos	0.28	0.35	-0.27	0.01	-0.22	3.23
A7	Actitud en la empresa	0.02	0.01	0.76	0.03	-0.01	1.09
A14	Objetivos-tareas	-0.19	-0.05	0.55	-0.13	-0.02	1.71
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.10	-0.44	-0.49	0.06	0.10	2.44
A13	Estilo del gerente	-0.02	0.17	-0.48	0.00	-0.06	1.53
A3	Dedicación principal	-0.32	-0.28	-0.35	-0.20	0.03	3.35

A39	Uso matemática	-0.04	-0.16	-0.13	0.85	0.07	1.47
A32	PC Oficina	0.19	-0.05	-0.20	0.77	0.07	1.67
A4	Segmento de mercado	0.17	0.06	0.23	0.54	-0.14	2.11
VA23	Lecturas	-0.06	-0.09	0.04	0.09	0.60	1.46
A8	Informatización de la empresa	0.23	-0.14	0.06	0.20	-0.57	2.12
A16	Título profesional	0.16	-0.17	-0.06	-0.31	0.54	2.30
A27	PC Casa	-0.07	0.04	-0.11	0.21	0.52	1.83
A19	Sexo	-0.06	0.00	0.28	-0.03	0.42	1.89
Factores al cuadrado		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Suma Dist
A9	Ventas anuales	0.79	0.00	0.01	0.01	0.01	0.82 1.04
A11	Número de empleados	0.71	0.00	0.02	0.02	0.01	0.77 1.08
A10	Utilidades anuales	0.65	0.00	0.02	0.02	0.01	0.71 1.09
A5	Posición que ocupa su empresa	0.43	0.00	0.09	0.00	0.00	0.52 1.23
A17	Universidad	0.31	0.03	0.01	0.02	0.00	0.36 1.17
A35	Sueldo	0.29	0.23	0.02	0.02	0.01	0.56 1.96
A21	Número de hijos	0.00	0.61	0.02	0.01	0.05	0.68 1.12
A15	Edad	0.00	0.45	0.00	0.00	0.07	0.53 1.17
A30	Función en la empresa	0.19	0.27	0.04	0.00	0.03	0.54 2.00
A20	Estado civil	0.02	0.24	0.02	0.01	0.04	0.33 1.37
A36	Lista funciones	0.00	0.20	0.00	0.01	0.02	0.24 1.15
A29	Zona vivienda	0.01	0.17	0.00	0.00	0.06	0.25 1.48
A24	Periódicos	0.08	0.12	0.07	0.00	0.05	0.32 2.62
A7	Actitud en la empresa	0.00	0.00	0.57	0.00	0.00	0.57 1.00
A14	Objetivos-tareas	0.03	0.00	0.31	0.02	0.00	0.36 1.18
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.01	0.19	0.24	0.00	0.01	0.46 1.91
A13	Estilo del gerente	0.00	0.03	0.23	0.00	0.00	0.26 1.15
A3	Dedicación principal	0.10	0.08	0.12	0.04	0.00	0.35 2.80
A39	Uso matemática	0.00	0.03	0.02	0.72	0.01	0.77 1.07
A32	PC Oficina	0.04	0.00	0.04	0.59	0.00	0.68 1.14
A4	Segmento de mercado	0.03	0.00	0.05	0.30	0.02	0.40 1.36
VA23	Lecturas	0.00	0.01	0.00	0.01	0.36	0.38 1.06
A8	Informatización de la empresa	0.05	0.02	0.00	0.04	0.32	0.44 1.36
A16	Título profesional	0.02	0.03	0.00	0.10	0.29	0.45 1.53
A27	PC Casa	0.00	0.00	0.01	0.07	0.27	0.35 1.32
A19	Sexo	0.00	0.00	0.08	0.00	0.17	0.26 1.47
	SUMA	3.79	2.74	2.00	2.01	1.83	12.36
	%	30.7%	22.1%	16.2%	16.2%	14.8%	100.0%
	% Sobre No. variables	14.6%	10.5%	7.7%	7.7%	7.0%	47.5%

TABLA 57

Matriz rotada 5 factores sin A38, A42, A36

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Dist
A9	Ventas anuales	0.89	0.01	0.07	0.10	-0.11	1.32
A11	Número de empleados	0.85	0.00	0.14	0.13	-0.09	1.42
A10	Utilidades anuales	0.80	-0.07	-0.14	0.15	-0.12	1.61
A5	Posición que ocupa su empresa	-0.64	0.06	0.32	-0.06	0.03	1.74
A17	Universidad	0.54	-0.21	-0.06	-0.12	-0.06	1.86
A35	Sueldo	0.52	0.43	-0.18	0.12	-0.15	2.68
A3	Dedicación principal	-0.36	-0.36	-0.29	-0.18	-0.11	3.61

A21	Número de hijos	0.04	0.76	-0.21	-0.11	-0.22	1.75
A15	Edad	-0.02	0.67	-0.02	0.03	-0.27	1.51
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.06	-0.54	-0.42	0.09	-0.04	2.14
A30	Función en la empresa	0.44	-0.51	0.25	-0.05	0.15	2.76
A20	Estado civil	-0.16	0.49	0.07	-0.10	0.22	2.10
A29	Zona vivienda	-0.10	0.43	-0.06	0.03	0.33	2.22
A24	Periódicos	0.29	0.35	-0.31	0.00	-0.17	3.19
A7	Actitud en la empresa	0.03	0.07	0.76	0.03	0.00	1.18
A14	Objetivos-tareas	-0.19	-0.04	0.58	-0.12	-0.08	1.74
A13	Estilo del gerente	-0.01	0.15	-0.50	0.00	-0.01	1.34
A39	Uso matemática	-0.04	-0.16	-0.10	0.86	0.04	1.40
A32	PC Oficina	0.19	-0.06	-0.20	0.77	0.05	1.65
A4	Segmento de mercado	0.18	0.11	0.23	0.54	-0.11	2.18
A19	Sexo	-0.02	0.08	0.22	-0.06	0.57	1.66
A8	Informatización de la empresa	0.25	-0.07	0.10	0.20	-0.53	2.18
A16	Título profesional	0.14	-0.24	-0.08	-0.31	0.51	2.50
A27	PC Casa	-0.07	-0.02	-0.14	0.22	0.51	1.90
VA23	Lecturas	-0.10	-0.18	0.04	0.10	0.47	1.89

Factores al cuadrado		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Suma	Dist
A9	Ventas anuales	0.79	0.00	0.01	0.01	0.01	0.82	1.03
A11	Número de empleados	0.73	0.00	0.02	0.02	0.01	0.77	1.06
A10	Utilidades anuales	0.65	0.01	0.02	0.02	0.02	0.71	1.10
A5	Posición que ocupa su empresa	0.41	0.00	0.10	0.00	0.00	0.53	1.27
A17	Universidad	0.29	0.05	0.00	0.02	0.00	0.36	1.24
A35	Sueldo	0.27	0.19	0.03	0.01	0.02	0.53	1.94
A3	Dedicación principal	0.13	0.13	0.09	0.03	0.01	0.39	2.99
A21	Número de hijos	0.00	0.58	0.04	0.01	0.05	0.68	1.18
A15	Edad	0.00	0.45	0.00	0.00	0.07	0.52	1.17
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.00	0.29	0.18	0.01	0.00	0.48	1.66
A30	Función en la empresa	0.20	0.26	0.06	0.00	0.02	0.54	2.09
A20	Estado civil	0.02	0.24	0.00	0.01	0.05	0.33	1.36
A29	Zona vivienda	0.01	0.19	0.00	0.00	0.11	0.31	1.68
A24	Periódicos	0.08	0.12	0.10	0.00	0.03	0.33	2.68
A7	Actitud en la empresa	0.00	0.00	0.57	0.00	0.00	0.58	1.01
A14	Objetivos-tareas	0.04	0.00	0.34	0.01	0.01	0.40	1.17
A13	Estilo del gerente	0.00	0.02	0.25	0.00	0.00	0.27	1.09
A39	Uso matemática	0.00	0.03	0.01	0.74	0.00	0.78	1.05
A32	PC Oficina	0.04	0.00	0.04	0.59	0.00	0.67	1.14
A4	Segmento de mercado	0.03	0.01	0.05	0.29	0.01	0.40	1.38
A19	Sexo	0.00	0.01	0.05	0.00	0.32	0.38	1.18
A8	Informatización de la empresa	0.06	0.00	0.01	0.04	0.28	0.40	1.42
A16	Título profesional	0.02	0.06	0.01	0.09	0.26	0.44	1.68
A27	PC Casa	0.01	0.00	0.02	0.05	0.26	0.33	1.28
VA23	Lecturas	0.01	0.03	0.00	0.01	0.22	0.27	1.24
	SUMA	3.79	2.67	2.01	0.07	1.77	12.22	
	%	31.1%	21.8%	16.4%	0.5%	14.5%	100.0%	
	% Sobre No. variables	15.2%	10.7%	8.0%	0.3%	7.1%	48.9%	

TABLA 58

Matriz rotada 5 factores sin A38, A42, A36 y A13

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Dist	
A9	Ventas anuales	0.88	0.01	0.09	0.10	-0.11	1.36	
A11	Número de empleados	0.84	-0.02	0.13	0.17	-0.11	1.50	
A10	Utilidades anuales	0.81	-0.04	0.16	-0.10	-0.12	1.51	
A5	Posición que ocupa su empresa	-0.66	0.00	-0.08	0.27	0.02	1.56	
A17	Universidad	0.55	-0.19	-0.12	-0.08	-0.07	1.85	
A35	Sueldo	0.53	0.50	0.12	-0.12	-0.09	2.58	
A21	Número de hijos	0.04	0.82	-0.11	-0.09	-0.15	1.47	
A15	Edad	-0.03	0.68	0.03	0.09	-0.22	1.53	
A30	Función en la empresa	0.44	-0.56	-0.06	0.18	0.10	2.37	
A20	Estado civil	-0.17	0.44	-0.10	0.21	0.23	2.62	
A24	Periódicos	0.30	0.43	0.00	-0.24	-0.12	2.56	
A29	Zona vivienda	-0.11	0.40	0.04	0.08	0.35	2.44	
A39	Uso matemática	-0.04	-0.14	0.86	-0.12	0.04	1.38	
A32	PC Oficina	0.20	-0.02	0.77	-0.19	0.07	1.60	
A4	Segmento de mercado	0.16	0.06	0.53	0.28	-0.13	2.19	
A7	Actitud en la empresa	-0.01	-0.10	0.01	0.76	-0.05	1.22	
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.09	-0.44	0.10	-0.50	-0.04	2.35	
A14	Objetivos-tareas	-0.22	-0.14	-0.14	0.49	-0.10	2.22	
A3	Dedicación principal	-0.34	-0.25	-0.18	-0.48	-0.08	2.73	
A8	Informatización de la empresa	0.24	-0.06	0.20	0.08	-0.55	2.06	
A19	Sexo	-0.03	-0.03	-0.06	0.30	0.54	1.77	
A27	PC Casa	-0.06	-0.01	0.22	-0.15	0.53	1.85	
A16	Título profesional	0.15	-0.24	-0.31	-0.13	0.51	2.62	
VA23	Lecturas	-0.09	-0.20	0.10	-0.02	0.47	1.86	
	Factores al cuadrado	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Suma	Dist
A9	Ventas anuales	0.78	0.00	0.01	0.01	0.01	0.81	1.04
A11	Número de empleados	0.71	0.00	0.02	0.03	0.01	0.77	1.08
A10	Utilidades anuales	0.66	0.00	0.02	0.01	0.02	0.71	1.08
A5	Posición que ocupa su empresa	0.44	0.00	0.01	0.07	0.00	0.51	1.18
A17	Universidad	0.30	0.04	0.02	0.01	0.00	0.36	1.21
A35	Sueldo	0.28	0.25	0.01	0.01	0.01	0.56	2.03
A21	Número de hijos	0.00	0.67	0.01	0.01	0.02	0.71	1.06
A15	Edad	0.00	0.47	0.00	0.01	0.05	0.52	1.12
A30	Función en la empresa	0.19	0.32	0.00	0.03	0.01	0.55	1.74
A20	Estado civil	0.03	0.19	0.01	0.04	0.05	0.33	1.71
A24	Periódicos	0.09	0.18	0.00	0.06	0.02	0.34	1.89
A29	Zona vivienda	0.01	0.16	0.00	0.01	0.12	0.30	1.91
A39	Uso matemática	0.00	0.02	0.74	0.01	0.00	0.77	1.05
A32	PC Oficina	0.04	0.00	0.60	0.04	0.00	0.68	1.13
A4	Segmento de mercado	0.03	0.00	0.29	0.08	0.02	0.41	1.44
A7	Actitud en la empresa	0.00	0.01	0.00	0.58	0.00	0.60	1.02
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.01	0.20	0.01	0.25	0.00	0.47	1.85
A14	Objetivos-tareas	0.05	0.02	0.02	0.24	0.01	0.34	1.41
A3	Dedicación principal	0.11	0.06	0.03	0.23	0.01	0.44	1.90

A8	Informatización de la empresa	0.06	0.00	0.04	0.01	0.30	0.41	1.36
A19	Sexo	0.00	0.00	0.00	0.09	0.29	0.39	1.33
A27	PC Casa	0.00	0.00	0.05	0.02	0.28	0.35	1.27
A16	Título profesional	0.02	0.06	0.09	0.02	0.26	0.46	1.73
VA23	Lecturas	0.01	0.04	0.01	0.00	0.22	0.28	1.26
	SUMA	3.81	2.67	1.99	1.88	1.72	12.07	
	%	31.6%	22.1%	16.5%	15.5%	14.3%	100.0%	
	% Sobre No. variables	15.9%	11.1%	8.3%	6.7%	7.2%	50.3%	

TABLA 59

Matriz rotada de factores: 5 factores sin A38, A42, A36, A13 y A29

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Suma	Dist
A9	Ventas anuales	0.88	0.04	0.10	0.10	-0.11	1.40	
A11	Número de empleados	0.84	-0.01	0.13	0.17	-0.14	1.53	
A10	Utilidades anuales	0.81	0.00	0.16	-0.10	-0.10	1.45	
A5	Posición que ocupa su empresa	-0.66	-0.02	-0.08	0.27	0.04	1.62	
A17	Universidad	0.56	-0.14	-0.11	-0.08	-0.02	1.63	
A21	Número de hijos	0.03	0.86	-0.10	-0.05	-0.06	1.28	
A15	Edad	-0.04	0.70	0.03	0.12	-0.16	1.50	
A30	Función en la empresa	0.45	-0.56	-0.06	0.15	0.08	2.33	
A35	Sueldo	0.52	0.52	0.12	-0.10	-0.07	2.53	
A20	Estado civil	-0.15	0.45	-0.08	0.23	0.33	2.79	
A24	Periódicos	0.28	0.43	0.00	-0.22	-0.17	2.55	
A39	Uso matemática	-0.03	-0.12	0.86	-0.12	0.04	1.37	
A32	PC Oficina	0.20	-0.01	0.78	-0.19	0.04	1.55	
A4	Segmento de mercado	0.16	0.08	0.54	0.29	-0.11	2.18	
A7	Actitud en la empresa	0.00	-0.13	0.01	0.76	-0.04	1.22	
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.12	-0.40	0.11	-0.52	0.02	2.26	
A14	Objetivos-tareas	-0.21	-0.13	-0.14	0.49	-0.03	2.03	
A3	Dedicación principal	-0.32	-0.21	-0.17	-0.49	-0.01	2.44	
A8	Informatización de la empresa	0.22	-0.09	0.17	0.07	-0.64	1.88	
VA23	Lecturas	-0.06	-0.16	0.12	-0.02	0.58	1.62	
A19	Sexo	-0.03	-0.04	-0.04	0.30	0.53	1.79	
A16	Título profesional	0.16	-0.25	-0.30	-0.15	0.49	2.72	
A27	PC Casa	-0.08	-0.05	0.22	-0.16	0.42	2.22	
	Factores al cuadrado							
A9	Ventas anuales	0.78	0.00	0.01	0.01	0.01	0.81	1.04
A11	Número de empleados	0.70	0.00	0.02	0.03	0.02	0.76	1.09
A10	Utilidades anuales	0.66	0.00	0.03	0.01	0.01	0.71	1.07
A5	Posición que ocupa su empresa	0.44	0.00	0.01	0.07	0.00	0.52	1.19
A17	Universidad	0.31	0.02	0.01	0.01	0.00	0.35	1.12
A21	Número de hijos	0.00	0.73	0.01	0.00	0.00	0.75	1.02
A15	Edad	0.00	0.50	0.00	0.01	0.03	0.54	1.09
A30	Función en la empresa	0.21	0.32	0.00	0.02	0.01	0.56	1.76
A35	Sueldo	0.27	0.28	0.02	0.01	0.00	0.57	2.07
A20	Estado civil	0.02	0.20	0.01	0.05	0.11	0.39	1.98
A24	Periódicos	0.08	0.19	0.00	0.05	0.03	0.34	1.83
A39	Uso matemática	0.00	0.01	0.75	0.01	0.00	0.78	1.04
A32	PC Oficina	0.04	0.00	0.60	0.03	0.00	0.68	1.12
A4	Segmento de mercado	0.03	0.01	0.29	0.08	0.01	0.41	1.44

A7	Actitud en la empresa	0.00	0.02	0.00	0.58	0.00	0.59	1.03
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.02	0.16	0.01	0.27	0.00	0.46	1.70
A14	Objetivos-tareas	0.04	0.02	0.02	0.24	0.00	0.32	1.33
A3	Dedicación principal	0.10	0.04	0.03	0.24	0.00	0.41	1.73
A8	Informatización de la empresa	0.05	0.01	0.03	0.01	0.40	0.50	1.23
VA23	Lecturas	0.00	0.03	0.02	0.00	0.34	0.39	1.13
A19	Sexo	0.00	0.00	0.00	0.09	0.28	0.37	1.34
A16	Título profesional	0.03	0.06	0.09	0.02	0.24	0.44	1.80
A27	PC Casa	0.01	0.00	0.05	0.03	0.18	0.26	1.47
	SUMA	3.78	2.58	1.99	1.88	1.69	11.91	
	%	31.7%	21.7%	16.7%	15.8%	14.2%	100.0%	
	% Sobre No. variables	16.4%	11.2%	8.6%	8.2%	7.3%	51.8%	

TABLA 60

Matriz rotada de factores: 5 factores sin A38, A42, A36, A13, A29 y A27

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5	Dist	
A9	Ventas anuales	0.88	0.05	0.10	0.11	-0.12	1.43	
A11	Número de empleados	0.83	0.00	0.13	0.17	-0.16	1.55	
A10	Utilidades anuales	0.81	0.02	0.16	-0.10	-0.12	1.48	
A5	Posición que ocupa su empresa	-0.66	-0.04	-0.08	0.27	0.03	1.63	
A17	Universidad	0.56	-0.14	-0.10	-0.09	-0.01	1.60	
A21	Número de hijos	0.04	0.88	-0.08	-0.07	0.08	1.29	
A15	Edad	-0.04	0.72	0.02	0.13	-0.11	1.42	
A30	Función en la empresa	0.47	-0.55	-0.04	0.15	0.11	2.41	
A35	Sueldo	0.52	0.54	0.12	-0.10	-0.04	2.44	
A24	Periódicos	0.25	0.41	-0.05	-0.20	-0.32	3.03	
A39	Uso matemática	-0.04	-0.12	0.87	-0.14	0.03	1.38	
A32	PC Oficina	0.18	-0.02	0.75	-0.19	-0.06	1.60	
A4	Segmento de mercado	0.16	0.10	0.56	0.27	-0.05	2.04	
A7	Actitud en la empresa	0.02	-0.10	0.05	0.75	0.11	1.37	
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.15	-0.36	0.18	-0.56	0.21	2.62	
A14	Objetivos-tareas	-0.20	-0.12	-0.12	0.50	0.03	1.94	
A3	Dedicación principal	-0.29	-0.18	-0.14	-0.50	0.11	2.47	
VA23	Lecturas	-0.03	-0.15	0.15	-0.05	0.70	1.54	
A8	Informatización de la empresa	0.22	-0.04	0.19	0.09	-0.58	1.93	
A20	Estado civil	-0.13	0.46	0.00	0.18	0.56	2.39	
A16	Título profesional	0.16	-0.29	-0.32	-0.15	0.37	3.50	
A19	Sexo	-0.06	-0.11	-0.08	0.29	0.34	2.60	
	Factores al cuadrado							
A9	Ventas anuales	0.78	0.00	0.01	0.01	0.01	0.82	1.05
A11	Número de empleados	0.70	0.00	0.02	0.03	0.03	0.77	1.10
A10	Utilidades anuales	0.66	0.00	0.03	0.01	0.01	0.71	1.07
A5	Posición que ocupa su empresa	0.44	0.00	0.01	0.08	0.00	0.52	1.19
A17	Universidad	0.31	0.02	0.01	0.01	0.00	0.35	1.12
A21	Número de hijos	0.00	0.77	0.01	0.00	0.01	0.79	1.02
A15	Edad	0.00	0.52	0.00	0.02	0.01	0.55	1.06
A30	Función en la empresa	0.22	0.30	0.00	0.02	0.01	0.56	1.86
A35	Sueldo	0.27	0.29	0.01	0.01	0.00	0.58	2.01
A24	Periódicos	0.06	0.16	0.00	0.04	0.10	0.37	2.26

A39	Uso matemática	0.00	0.01	0.76	0.02	0.00	0.79	1.05
A32	PC Oficina	0.03	0.00	0.57	0.04	0.00	0.64	1.13
A4	Segmento de mercado	0.03	0.01	0.31	0.07	0.00	0.43	1.36
A7	Actitud en la empresa	0.00	0.01	0.00	0.56	0.01	0.58	1.04
VA6	¿Qué entiende por innovación?	0.02	0.13	0.03	0.31	0.04	0.54	1.74
A14	Objetivos-tareas	0.04	0.01	0.01	0.25	0.00	0.31	1.28
A3	Dedicación principal	0.09	0.03	0.02	0.25	0.01	0.40	1.62
VA23	Lecturas	0.00	0.02	0.02	0.00	0.49	0.54	1.10
A8	Informatización de la empresa	0.05	0.00	0.04	0.01	0.34	0.43	1.28
A20	Estado civil	0.02	0.21	0.00	0.03	0.31	0.57	1.84
A16	Título profesional	0.03	0.09	0.10	0.02	0.14	0.37	2.74
A19	Sexo	0.00	0.01	0.01	0.09	0.11	0.22	1.95
	SUMA	3.74	2.61	1.97	1.87	1.65	11.84	
	%	31.6%	22.1%	16.6%	15.8%	13.9%	100.0%	
	% Sobre No. variables	17.0%	11.9%	8.9%	8.5%	7.5%	53.8%	

TABLA 61

Matriz rotada de factores (5 factores todas las variables)

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
A9	Ventas anuales	100.0%	0.6%	12.0%	2.3%	7.5%
A11	Número de empleados	100.0%	3.8%	20.5%	7.9%	9.2%
A10	Utilidades anuales	100.0%	7.9%	14.3%	16.0%	9.9%
A5	Posición que ocupa su empresa	100.0%	6.6%	44.0%	13.1%	8.0%
A35	Sueldo	100.0%	90.2%	20.0%	29.8%	14.7%
A17	Universidad	100.0%	33.1%	13.8%	24.0%	3.0%
A21	Número de hijos	8.1%	100.0%	16.2%	10.6%	19.1%
A15	Edad	0.3%	100.0%	7.3%	3.3%	39.8%
A30	Función en la empresa	81.6%	100.0%	38.5%	13.1%	37.8%
A20	Estado civil	35.0%	100.0%	28.2%	9.4%	47.0%
A36	Lista funciones	6.4%	100.0%	12.9%	7.5%	7.3%
A29	Zona vivienda	30.7%	100.0%	7.1%	26.4%	71.7%
A24	Periódicos	82.8%	100.0%	68.4%	2.9%	26.8%
A7	Actitud en la empresa	0.5%	1.8%	100.0%	1.9%	5.9%
A14	Objetivos-tareas	39.4%	14.7%	100.0%	31.1%	19.9%
VA6	¿Qué entiende por innovación?	19.0%	94.9%	100.0%	15.6%	0.8%
A13	Estilo del gerente	5.0%	36.6%	100.0%	9.6%	20.7%
A3	Dedicación principal	81.1%	69.7%	100.0%	52.5%	9.7%
A39	Uso matemática	0.2%	24.9%	9.8%	100.0%	7.6%
A32	PC Oficina	29.0%	10.5%	20.2%	100.0%	1.4%
A4	Segmento de mercado	41.7%	9.6%	55.8%	100.0%	39.6%
A42	Puede ayudarle un matemático	15.6%	37.6%	21.7%	100.0%	28.2%
A16	Título profesional	20.1%	28.4%	14.1%	41.1%	100.0%
A19	Sexo	15.0%	1.4%	53.8%	7.7%	100.0%
A8	Informatización de la empresa	60.4%	17.3%	12.6%	25.5%	100.0%
VA23	Lecturas	24.5%	31.4%	10.8%	34.0%	100.0%
A27	PC Casa	21.5%	0.8%	19.2%	65.9%	100.0%
A38	Conocimiento matemática	44.7%	14.0%	34.4%	48.9%	100.0%

TABLA 62

Matriz Rotada sin A38 5 factores

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
A9	Ventas anuales	100.0%	0.8%	6.1%	11.8%	14.2%
A11	Número de empleados	100.0%	3.9%	11.6%	20.0%	14.9%
A10	Utilidades anuales	100.0%	8.0%	18.9%	15.4%	13.8%
A5	Posición que ocupa su empresa	100.0%	3.9%	10.7%	45.9%	3.1%
A17	Universidad	100.0%	29.4%	24.7%	15.4%	0.2%
A35	Sueldo	100.0%	91.9%	31.2%	22.9%	18.8%
A21	Número de hijos	5.6%	100.0%	8.4%	16.3%	28.3%
A15	Edad	2.7%	100.0%	5.9%	6.6%	42.9%
A30	Función en la empresa	86.4%	100.0%	12.9%	40.0%	37.4%
A20	Estado civil	33.0%	100.0%	11.8%	27.8%	39.7%
A36	Lista funciones	3.3%	100.0%	16.2%	16.8%	26.3%
A29	Zona vivienda	29.2%	100.0%	20.1%	5.5%	61.9%
A24	Periódicos	80.3%	100.0%	4.6%	73.9%	62.7%

A39	Uso matemática	3.0%	24.2%	100.0%	10.5%	0.7%
A32	PC Oficina	25.9%	10.2%	100.0%	21.6%	3.5%
A4	Segmento de mercado	34.5%	7.9%	100.0%	51.3%	34.1%
A42	Puede ayudarle un matemático	13.2%	46.6%	100.0%	29.7%	47.9%
A7	Actitud en la empresa	2.2%	0.3%	0.2%	100.0%	1.3%
A14	Objetivos-tareas	34.8%	10.9%	31.9%	100.0%	6.1%
VA6	¿Qué entiende por innovación?	21.9%	91.6%	12.5%	100.0%	15.5%
A13	Estilo del gerente	3.5%	35.7%	3.7%	100.0%	13.7%
A3	Dedicación principal	89.0%	77.9%	53.6%	100.0%	4.9%
VA23	Lecturas	11.5%	17.3%	18.7%	6.8%	100.0%
A16	Título profesional	27.0%	29.5%	52.4%	14.4%	100.0%
A8	Informatización de la empresa	43.1%	23.5%	35.5%	13.5%	100.0%
A27	PC Casa	12.9%	5.8%	48.0%	20.9%	100.0%
A19	Sexo	13.8%	3.4%	1.7%	59.5%	100.0%

TABLA 63

Matriz Rotada 5 factores sin A38 y A42

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
A9	Ventas anuales	100.0%	0.3%	10.3%	11.6%	12.3%
A11	Número de empleados	100.0%	3.3%	18.6%	16.4%	13.9%
A10	Utilidades anuales	100.0%	8.4%	16.5%	19.4%	14.0%
A5	Posición que ocupa su empresa	100.0%	4.2%	46.8%	10.2%	2.7%
A17	Universidad	100.0%	31.0%	14.2%	23.9%	2.0%
A35	Sueldo	100.0%	89.6%	23.5%	24.0%	20.4%
A21	Número de hijos	6.2%	100.0%	16.4%	10.6%	27.6%
A15	Edad	2.3%	100.0%	5.5%	6.6%	40.1%
A30	Función en la empresa	84.7%	100.0%	40.4%	11.6%	32.3%
A20	Estado civil	31.4%	100.0%	28.5%	15.2%	40.8%
A36	Lista funciones	4.8%	100.0%	15.6%	19.7%	29.3%
A29	Zona vivienda	28.8%	100.0%	4.8%	13.3%	61.0%
A24	Periódicos	79.7%	100.0%	76.2%	3.7%	63.5%
A7	Actitud en la empresa	2.8%	0.9%	100.0%	4.5%	1.2%
A14	Objetivos-tareas	33.6%	9.5%	100.0%	23.7%	4.0%
VA6	¿Qué entiende por innovación?	21.4%	89.6%	100.0%	12.5%	20.7%
A13	Estilo del gerente	4.4%	35.9%	100.0%	1.0%	12.1%
A3	Dedicación principal	91.3%	80.0%	100.0%	56.3%	7.9%
A39	Uso matemática	4.4%	18.7%	15.1%	100.0%	8.6%
A32	PC Oficina	24.8%	6.8%	26.2%	100.0%	9.1%
A4	Segmento de mercado	31.0%	11.9%	42.9%	100.0%	25.5%
VA23	Lecturas	10.1%	14.3%	6.8%	15.3%	100.0%
A8	Informatización de la empresa	40.6%	24.4%	11.4%	35.3%	100.0%
A16	Título profesional	28.7%	32.2%	11.7%	57.4%	100.0%
A27	PC Casa	12.9%	7.3%	21.9%	41.3%	100.0%
A19	Sexo	14.4%	0.2%	66.7%	7.6%	100.0%

TABLA 64

Matriz rotada 5 factores sin A38, A42, A36

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
A9	Ventas anuales	100.0%	0.9%	8.4%	10.8%	12.3%
A11	Número de empleados	100.0%	0.2%	16.4%	15.3%	10.6%
A10	Utilidades anuales	100.0%	9.2%	17.7%	18.8%	15.5%
A5	Posición que ocupa su empresa	100.0%	9.8%	49.5%	9.7%	5.2%
A17	Universidad	100.0%	39.4%	11.8%	23.1%	11.9%
A35	Sueldo	100.0%	83.5%	34.2%	22.7%	27.9%
A3	Dedicación principal	100.0%	99.9%	81.6%	48.8%	30.3%
A21	Número de hijos	5.0%	100.0%	27.0%	14.0%	29.1%
A15	Edad	3.0%	100.0%	2.5%	4.6%	40.4%
VA6	¿Qué entiende por innovación?	12.0%	100.0%	78.6%	16.2%	7.5%
A30	Función en la empresa	87.2%	100.0%	48.4%	10.5%	29.7%
A20	Estado civil	31.6%	100.0%	14.2%	19.6%	44.5%
A29	Zona vivienda	23.9%	100.0%	12.8%	7.4%	77.6%
A24	Periódicos	81.8%	100.0%	88.1%	0.6%	48.7%
A7	Actitud en la empresa	4.1%	9.0%	100.0%	4.5%	0.3%
A14	Objetivos-tareas	33.5%	6.7%	100.0%	20.3%	13.1%
A13	Estilo del gerente	2.6%	29.7%	100.0%	0.7%	1.2%
A39	Uso matemática	4.8%	18.5%	12.2%	100.0%	4.4%
A32	PC Oficina	24.6%	7.6%	25.9%	100.0%	7.0%
A4	Segmento de mercado	34.0%	21.2%	42.6%	100.0%	20.1%
A19	Sexo	3.3%	13.7%	38.6%	10.2%	100.0%
A8	Informatización de la empresa	46.6%	13.1%	19.6%	38.2%	100.0%
A16	Título profesional	27.7%	46.9%	15.1%	60.1%	100.0%
A27	PC Casa	14.7%	4.7%	27.0%	43.2%	100.0%
VA23	Lecturas	20.9%	37.9%	8.2%	21.9%	100.0%

TABLA 65

Matriz rotada 5 factores sin A38, A42, A36 y A13

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
A9	Ventas anuales	100.0%	1.0%	10.7%	11.3%	13.0%
A11	Número de empleados	100.0%	2.2%	15.2%	20.2%	12.6%
A10	Utilidades anuales	100.0%	4.7%	19.2%	12.4%	15.1%
A5	Posición que ocupa su empresa	100.0%	0.3%	11.5%	40.8%	3.7%
A17	Universidad	100.0%	34.6%	22.4%	14.9%	12.9%
A35	Sueldo	100.0%	94.8%	22.5%	22.8%	17.7%
A21	Número de hijos	5.0%	100.0%	13.0%	11.3%	18.1%
A15	Edad	4.0%	100.0%	3.8%	12.6%	32.2%
A30	Función en la empresa	77.5%	100.0%	10.2%	31.7%	17.6%
A20	Estado civil	37.9%	100.0%	21.8%	48.5%	53.7%
A24	Periódicos	70.2%	100.0%	1.0%	55.6%	28.9%
A29	Zona vivienda	26.7%	100.0%	9.3%	19.7%	88.8%
A39	Uso matemática	4.2%	15.9%	100.0%	13.9%	4.2%
A32	PC Oficina	25.7%	2.0%	100.0%	24.2%	8.5%
A4	Segmento de mercado	30.8%	12.0%	100.0%	51.9%	24.0%
A7	Actitud en la empresa	1.3%	12.7%	1.4%	100.0%	7.0%

VA6	¿Qué entiende por innovación?	18.8%	87.5%	20.2%	100.0%	8.4%
A14	Objetivos-tareas	45.1%	27.7%	28.8%	100.0%	20.7%
A3	Dedicación principal	69.5%	51.1%	36.7%	100.0%	16.1%
A8	Informatización de la empresa	43.6%	10.5%	36.5%	15.4%	100.0%
A19	Sexo	6.0%	4.7%	10.7%	55.6%	100.0%
A27	PC Casa	12.2%	2.4%	41.4%	29.3%	100.0%
A16	Título profesional	29.8%	46.2%	59.7%	26.0%	100.0%
VA23	Lecturas	19.7%	41.7%	20.5%	4.2%	100.0%

TABLA 66

Matriz Rotada de Factores: 5 factores sin A38, A42, A36, A13 y A29

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
A9	Ventas anuales	100.0%	4.1%	11.0%	11.7%	13.0%
A11	Número de empleados	100.0%	1.1%	15.1%	20.1%	16.2%
A10	Utilidades anuales	100.0%	0.6%	19.9%	11.8%	12.9%
A5	Posición que ocupa su empresa	100.0%	3.3%	11.7%	40.8%	6.3%
A17	Universidad	100.0%	25.1%	20.0%	14.5%	3.0%
A21	Número de hijos	3.5%	100.0%	11.2%	6.3%	6.7%
A15	Edad	6.2%	100.0%	4.2%	16.7%	23.4%
A30	Función en la empresa	80.6%	100.0%	10.2%	27.5%	15.0%
A35	Sueldo	98.2%	100.0%	23.5%	18.6%	13.2%
A20	Estado civil	34.7%	100.0%	17.9%	52.4%	74.4%
A24	Periódicos	64.0%	100.0%	0.1%	51.9%	39.3%
A39	Uso matemática	3.7%	14.1%	100.0%	13.7%	5.2%
A32	PC Oficina	25.1%	1.0%	100.0%	23.8%	5.4%
A4	Segmento de mercado	30.1%	14.3%	100.0%	53.3%	20.3%
A7	Actitud en la empresa	0.0%	16.8%	0.8%	100.0%	4.7%
VA6	¿Qué entiende por innovación?	24.1%	77.6%	20.6%	100.0%	3.3%
A14	Objetivos-tareas	42.5%	26.2%	27.9%	100.0%	6.5%
A3	Dedicación principal	64.7%	43.0%	35.3%	100.0%	1.2%
A8	Informatización de la empresa	35.3%	13.6%	27.1%	11.6%	100.0%
VA23	Lecturas	10.7%	27.3%	21.2%	2.8%	100.0%
A19	Sexo	6.6%	7.4%	7.9%	57.1%	100.0%
A16	Título profesional	33.1%	49.7%	59.7%	29.5%	100.0%
A27	PC Casa	18.6%	12.5%	52.4%	38.3%	100.0%

TABLA 67

Matriz Rotada de Factores: 5 factores sin A38, A42, A36, A13, A29 y A27

		Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Factor 5
A9	Ventas anuales	100.0%	5.8%	11.2%	12.0%	13.8%
A11	Número de empleados	100.0%	0.2%	15.0%	20.8%	19.1%
A10	Utilidades anuales	100.0%	2.3%	19.9%	11.8%	14.4%
A5	Posición que ocupa su empresa	100.0%	5.4%	12.6%	41.4%	4.0%
A17	Universidad	100.0%	24.5%	17.1%	16.0%	2.4%
A21	Número de hijos	4.3%	100.0%	8.8%	7.5%	8.7%
A15	Edad	6.0%	100.0%	3.0%	17.5%	15.1%
A30	Función en la empresa	85.9%	100.0%	6.6%	27.8%	20.8%
A35	Sueldo	95.9%	100.0%	21.9%	18.2%	8.0%
A24	Periódicos	60.9%	100.0%	13.0%	49.4%	79.3%

A39	Uso matemática	4.1%	13.9%	100.0%	16.4%	3.5%
A32	PC Oficina	24.0%	2.8%	100.0%	25.9%	7.4%
A4	Segmento de mercado	29.4%	17.6%	100.0%	48.3%	8.6%
A7	Actitud en la empresa	2.7%	12.8%	7.2%	100.0%	14.6%
VA6	¿Qué entiende por innovación?	27.6%	64.3%	32.2%	100.0%	37.9%
A14	Objetivos-tareas	40.0%	23.3%	23.9%	100.0%	6.9%
A3	Dedicación principal	59.4%	37.1%	29.0%	100.0%	21.8%
VA23	Lecturas	3.8%	21.9%	21.8%	6.8%	100.0%
A8	Informatización de la empresa	38.0%	7.1%	32.8%	15.4%	100.0%
A20	Estado civil	23.7%	82.7%	0.8%	32.1%	100.0%
A16	Título profesional	42.9%	80.1%	86.7%	40.8%	100.0%
A19	Sexo	17.1%	33.1%	23.5%	86.8%	100.0%

TABLA 68
Boleta TIPO

1	1	60	1			93	3	71	4
7	1	61	1	3	3	96	3	78	4
9	1	63	1	5	3	97	3	79	4
12	1	67	1	10	3	102	3	80	4
13	1	73	1	21	3			84	4
17	1	82	1	22	3	4	4	85	4
20	1	83	1	23	3	14	4	88	4
29	1	86	1	24	3	15	4	89	4
32	1	94	1	25	3	16	4	90	4
33	1	99	1	26	3	18	4	91	4
37	1			27	3	31	4	92	4
39	1	2	2	36	3	34	4	95	4
42	1	6	2	38	3	35	4	100	4
46	1	8	2	44	3	40	4	103	4
49	1	11	2	45	3	43	4		
50	1	19	2	51	3	47	4	62	5
53	1	28	2	54	3	48	4	64	5
56	1	30	2	68	3	52	4	98	5
57	1	41	2	72	3	55	4	101	5
58	1	74	2	75	3	66	4		
59	1	76	2	77	3	69	4	65	6
		81	2	87	3	70	4		

TABLA 69

Dedicación principal de la empresa

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Industria	12	9	4	7	3	35	34.3%
Comercio	10		4	7		21	20.6%
Servicios	9	2	17	17	1	46	45.1%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

TABLA 70

Ventas Anuales de la empresa

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Menos de 1 M	17		11	19		47	46.1%
Entre 1 y 10 M	12	1	9	7		29	28.4%
Más de 10 M	2	10	5	3	4	24	23.5%
No contestó				2		2	2.0%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

[JEDI] TABLA 71

Número de empleados

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Menos de 20	18		10	25		53	52.0%
Entre 20 y 100	11	2	12	5		30	29.4%
Entre 100 y 300	2	4	2	1	3	12	11.8%
Más de 300		5	1		1	7	6.9%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	31.4%	2.9%		

TABLA 72

Utilidades anuales de su empresa

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Menos de 500m	20		16	22		58	56.3%
Entre 500m y 1M	5	1	3	3		12	11.7%
Más de 1M	2	9	6	4	4	26	25.2%
No contestó	4	1		2		7	6.8%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	31.4%	2.9%		

TABLA 73

Posición que ocupa su empresa en el mercado

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Entre 10 primeras	10	8	14	10	3	46	44.7%
Entre la 10 y 20	6	2	5	3	1	17	16.5%
Más pequeña de 20	15		5	16		36	35.0%
No contestó		1	1	2		4	3.9%
TOTAL	31	11	25	31	3	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	31.4%	2.9%		

TABLA 74

Edad del ejecutivo

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
20-30 años	5	2	16	5		28	27.5%
30-40 años	19	9	6	17		51	50.0%
40-50 años	4		2	8	2	16	15.7%
50-60 años	2		1	1	1	5	4.9%
Más de 60 años	1				1	2	
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

TABLA 75

Función a la que se dedica en su empresa

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Gerente general	18		11	21	4	54	52.9%
Gerente funcional	8	6	4	7		25	24.5%
Junta directiva	1		1			2	2.0%
Otros	4	5	9	2		20	19.6%
No contestó				1		1	
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

TABLA 76

Sueldo mensual

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Menos de 5m	17	2	12	11		42	41.2%
Entre 5-15m	14	9	13	16		52	51.0%
Entre 15-30m				2	1	3	2.9%
Más de 30m				1	3	4	3.9%
No contestó				1		1	
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

TABLA 77

Estado civil

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Soltero	7	6	13	6	1	33	32.4%
Casado	22	4	9	21	3	59	57.8%
Viudo				1		1	1.0%
Divorciado	1	1	1	3		6	5.9%
Unido	1					1	1.0%
No contestó			2			2	2.0%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

TABLA 78

Actitud en su empresa

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Innovadora	18	8	23	28	4	81	79.4%
Conservadora	13	3	2	1		19	18.6%
No Contestó				2		2	2.0%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

TABLA 79

Noción de innovación

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Cambio	17	5	4	11	1	38	37.3%
Novedad	6	3	12	14		35	34.3%
Otros	1	2	8	4	1	16	15.7%
No contestó	7	1	1	2	2	13	12.7%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	
%	30.4%	10.8%	24.5%	30.4%	3.9%		

TABLA 80

En su empresa se trabaja por

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Objetivos	18	9	20	25	3	75	73.5%
Tareas	13	2	5	6	1	27	26.5%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	

TABLA 81

¿Le puede ayudar un matemático ?

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5
Si	45.2%	54.5%	48.0%	67.7%	50.0%
No	19.4%	9.1%	12.0%	12.9%	25.0%
No contestó	35.5%	36.4%	40.0%	19.4%	25.0%

TABLA 82

Sexo

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Masculino	23	6	21	18	4	72	70.6%
Femenino	8	5	4	13		30	29.4%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	

TABLA 83

Título Profesional

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5		
Ingeniero	7		3	4	3	17	16.7%
Abogado		1	1	2		4	3.9%
Economista		1	1	1	1	4	3.9%
Administrador	3	3	6	2		14	13.7%
CPA	1	2		1		4	3.9%
Otro	5	4	12	17		38	37.3%
No contestó	15		2	4		21	20.6%
TOTAL	31	11	25	31	4	102	

Nueve Variables
Correlacionadas

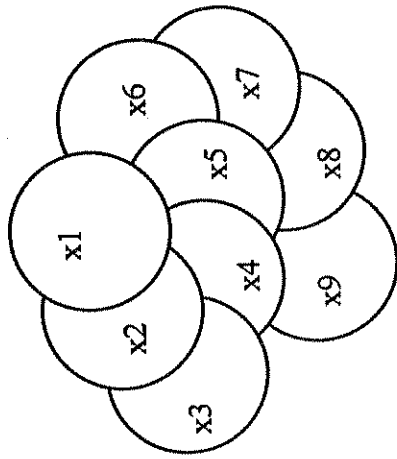
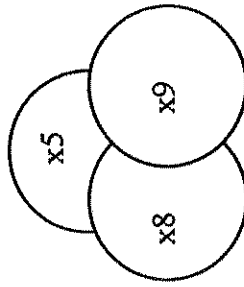
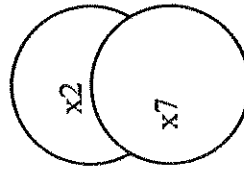
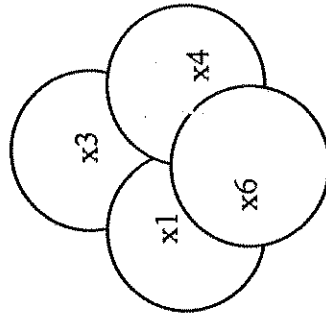


Figura 1



Factor 1
x1 x3 x4 x6

Factor 2
x2 x7

Factor 3
x5 x8 x9

TIPO 1

Figura 2

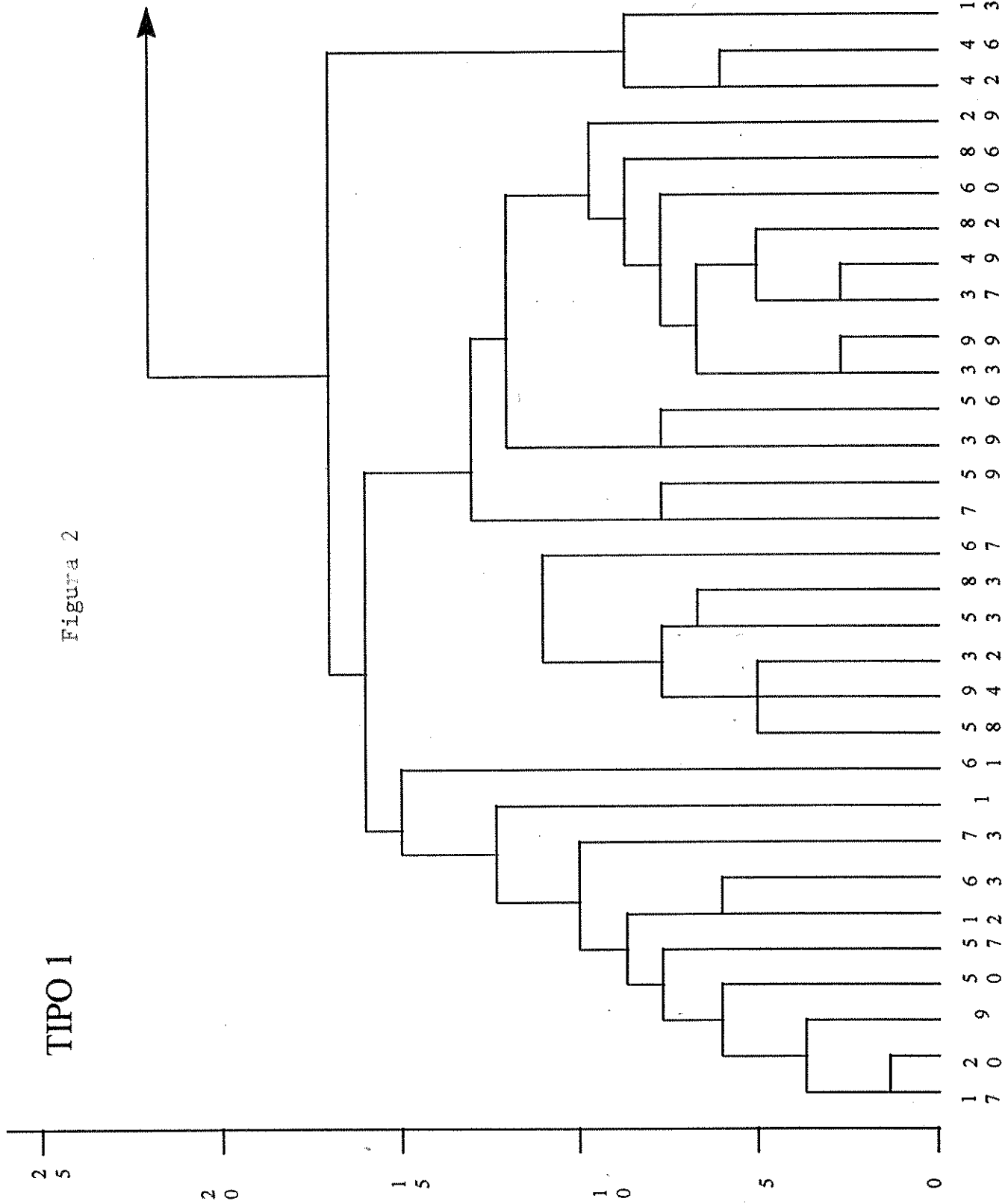


Figura 2 (continuación)

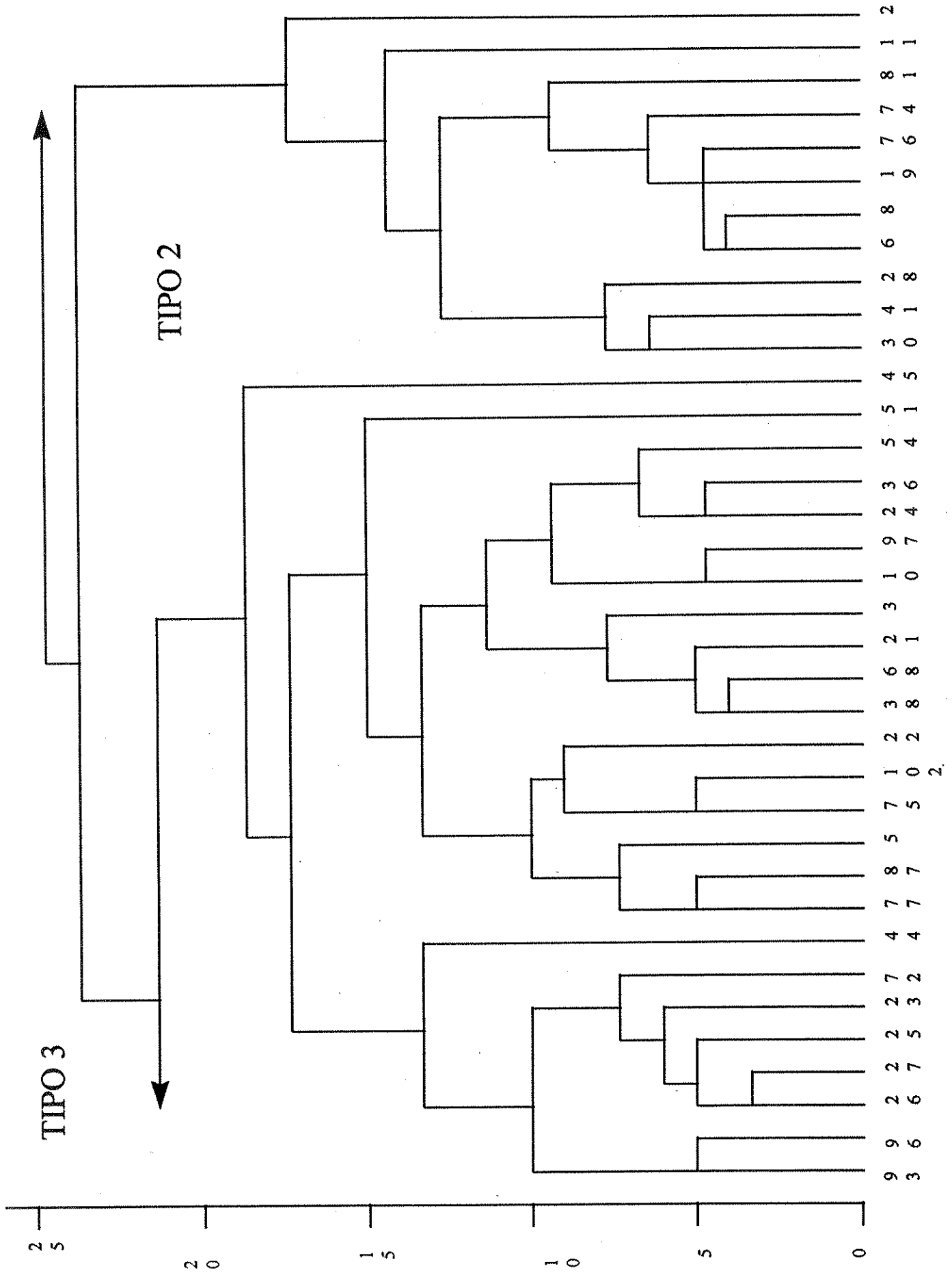


Figura 2 (continuación)

TIPO 6

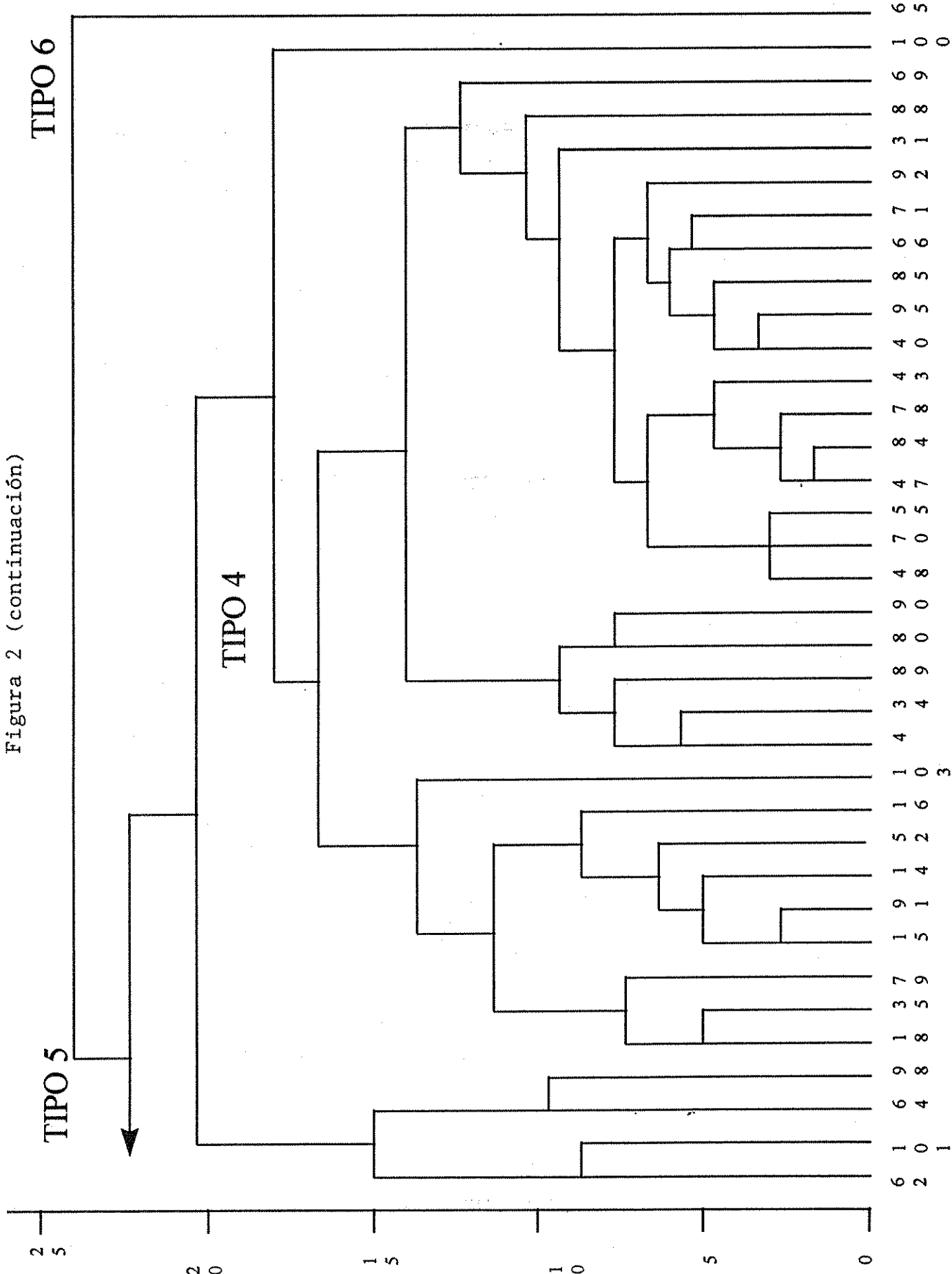
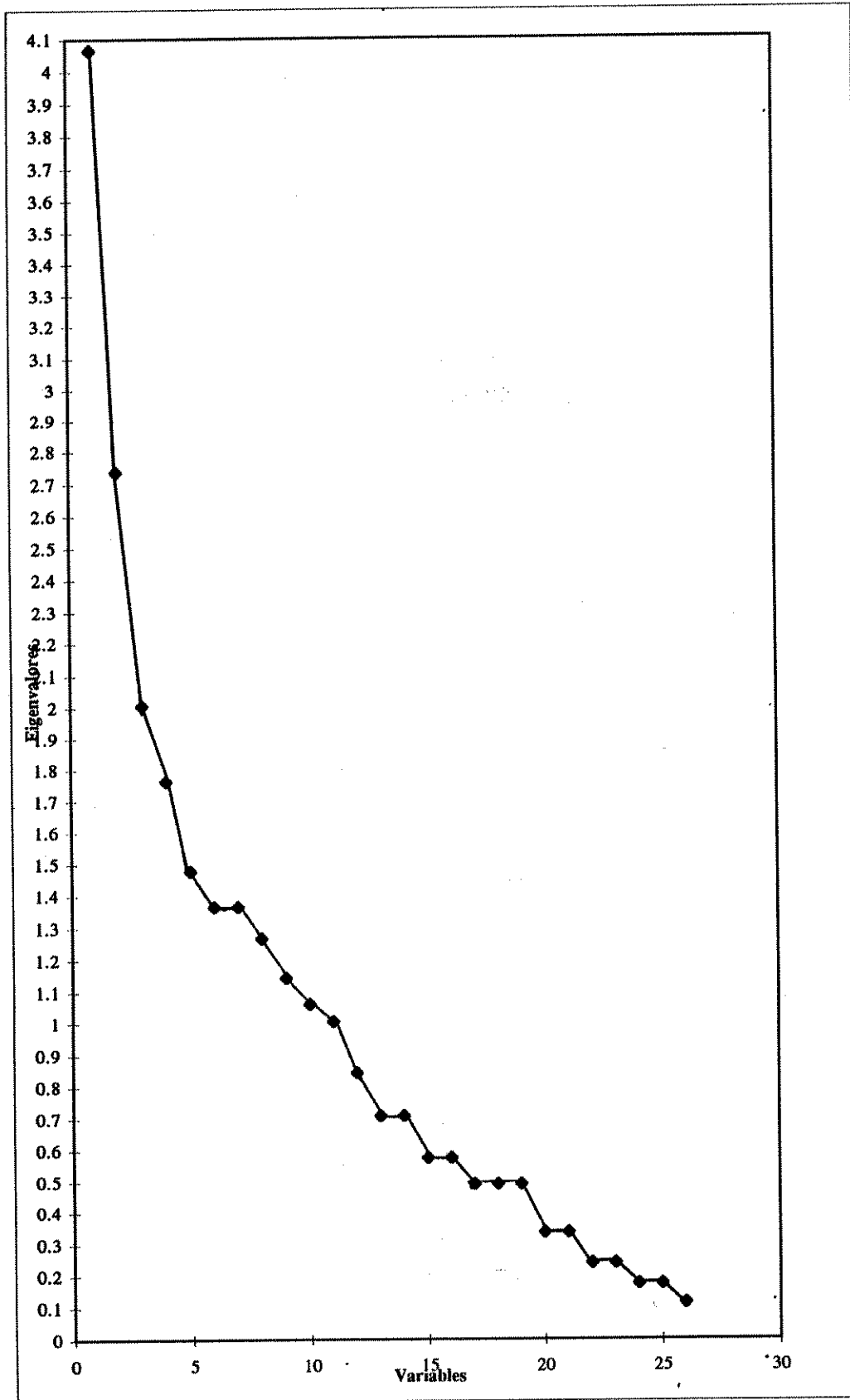


Figura 3



3. ALGUNOS CONCEPTOS MATEMÁTICO-ESTADÍSTICOS¹

En este apéndice se introducen conceptos matemático-estadísticos necesarios para la correcta comprensión de los instrumentos utilizados para el desarrollo de este trabajo de tesis. Los conceptos aquí expresados van a fundamentar el desarrollo del Análisis factorial y del "Cluster analysis".

"Sea $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_k)$ ' un vector aleatorio con distribución de función de probabilidad. Sean f y $g: (R^k, B^k) \rightarrow (R, B)$ medibles, de tal forma que $g(\mathbf{X}) = g(X_1, \dots, X_k)$ es una variable aleatoria. Entonces, se tiene lo siguiente:

Definición:

(i) Para $n = 1, 2, \dots$, el n -ésimo momento de $g(\mathbf{X})$ es denotado por $E[g(\mathbf{X})]^n$ y es definido por:

$$E[g(\mathbf{X})]^n = \begin{cases} \sum_{\mathbf{x}} [g(\mathbf{x})]^n f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [g(x_1, \dots, x_k)]^n f(x_1, \dots, x_k) dx_1, \dots, dx_k. \end{cases}$$

Para $n = 1$, se tiene

$$E[g(\mathbf{X})] = \begin{cases} \sum_{\mathbf{x}} [g(\mathbf{x})] f(\mathbf{x}) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [g(x_1, \dots, x_k)] f(x_1, \dots, x_k) dx_1, \dots, dx_k. \end{cases}$$

Y es la llamada esperanza matemática o valor medio o, sencillamente, media de $g(\mathbf{X})$.

Otra notación que es utilizada para $E[g(\mathbf{X})]$ es $\mu_{g(\mathbf{X})}$ o $\mu[g(\mathbf{X})]$, o, sólo μ , si no hay posibilidad de confusión.

(ii) Para $r > 0$, entonces, el r -ésimo momento absoluto de $g(\mathbf{X})$ es denotado por $E|g(\mathbf{X})|^r$ y es

¹. Los conceptos están tomados de la Referencia Número 4. pp. 81-86; 93-97; 120-129; 356-365

definido por:

$$E|g(\mathbf{X})|^r = \begin{cases} \sum_{\mathbf{x}} |g(\mathbf{x})|^r f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)' \\ \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} |g(x_1, \dots, x_k)|^r f(x_1, \dots, x_k) dx_1, \dots, dx_k. \end{cases}$$

(iii) Para una constante arbitraria c , y n y r como arriba, el n -ésimo momento y el r -ésimo momento absoluto de $g(\mathbf{X})$ acerca de c son denotados por $E[g(\mathbf{X}) - c]^n$ y $E|g(\mathbf{X}) - c|^r$, respectivamente, y son definidas como sigue:

$$E[g(\mathbf{X}) - c]^n = \begin{cases} \sum_{\mathbf{x}} [g(\mathbf{x}) - c]^n f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)' \\ \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [g(x_1, \dots, x_k) - c]^n f(x_1, \dots, x_k) dx_1, \dots, dx_k. \end{cases}$$

y

$$E|g(\mathbf{X}) - c|^r = \begin{cases} \sum_{\mathbf{x}} |g(\mathbf{x}) - c|^r f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)' \\ \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} |g(x_1, \dots, x_k) - c|^r f(x_1, \dots, x_k) dx_1, \dots, dx_k. \end{cases}$$

Para $c = E[g(\mathbf{X})]$, el momento es llamado el momento central. El segundo momento central de $g(\mathbf{X})$ es,

$$E\{g(\mathbf{X}) - E[g(\mathbf{X})]\}^2 = \begin{cases} \sum_{\mathbf{x}} [g(\mathbf{x}) - E[g(\mathbf{X})]]^2 f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)' \\ \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} [g(x_1, \dots, x_k) - E[g(\mathbf{X})]]^2 f(x_1, \dots, x_k) dx_1, \dots, dx_k. \end{cases}$$

es llamada la variancia de $g(\mathbf{X})$ y es también definida por $\sigma^2[g(\mathbf{X})]$, o $\sigma_{g(\mathbf{X})}^2$, o sólo σ^2 si no hay confusión posible. La cantidad $+\sqrt{\sigma^2[g(\mathbf{X})]} = \sigma[g(\mathbf{X})]$ es llamada la desviación standard (s.d.) de $g(\mathbf{X})$ y es también denotada por $\sigma_{g(\mathbf{X})}$, o solo σ si no hay posible confusión.

De la definición anterior de $E[g(\mathbf{X})]$, las siguientes propiedades son inmediatas.

(E1) $E^c = c$, donde c es una constante

(E2) $E[cg(X)] = cE[g(X)]$, y, en particular, $E(cX) = cE(X)$ si X es una variable aleatoria

(E3) $E[g(X) + d] = E[g(X)] + d$, y, en particular, $E(X + d) = E(X) + d$, si X es una variable aleatoria y d es una constante.

(E4) Combinando (E2) y (E3), tenemos $E[cg(X) + d] = cE[g(X)] + d$, y, en particular, $E(cX + d) = cE(X) + d$, si X es una variable aleatoria.

(E5) Si $X \geq 0$, entonces, $E(X) \geq 0$.

(E6) $|E[g(X)]| \leq E|g(X)|$

(E7) Si $E|X|^r < \infty$ para algún $r > 0$, donde X es una variable aleatoria., entonces, $E|X|^{r'} < \infty$ para todo $0 < r' < r$.

Para la varianza, las siguientes propiedades son fácilmente establecidas y son, también, usadas.

(V1) $\sigma^2(c) = 0$, donde c es una constante.

(V2) $\sigma^2[cg(X)] = c^2\sigma^2[g(X)]$, y, en particular, $\sigma^2(cX) = c^2\sigma^2(X)$, si X es una variable aleatoria.

(V3) $\sigma^2[g(X) + d] = \sigma^2[g(X)]$, y en particular, $\sigma^2(X + d) = \sigma^2(X)$, si X es una variable aleatoria y d es una constante.

En efecto,

$$\begin{aligned}\sigma^2[g(X) + d] &= E\{[g(X) + d] - E[g(X) + d]\}^2 \\ &= E[g(X) - E[g(X)]]^2 = \sigma^2[g(X)].\end{aligned}$$

(V4) Combinando (V2) y (V3), se tiene

$\sigma^2[cg(X) + d] = c^2\sigma^2[g(X)]$, y, en particular, $\sigma^2(cX + d) = c^2\sigma^2(X)$, si X es una variable aleatoria.

(V5) $\sigma^2[g(X)] = E[g(X)]^2 - [Eg(X)]^2$.

(V6) $\sigma^2(X) = E[X(X - 1)] + EX - (EX)^2$, si X es una variable aleatoria, como es fácil de ver.

Teorema 1. Sea X un vector aleatorio k-dimensional y $g \geq 0$ una función de valor real (medible) definida sobre R^k , tal que $g(X)$ es una variable aleatoria, y, sea, $c > 0$. Entonces se tiene,

$$P [g (X) \geq c] \leq \frac{E [g (X)]}{c}$$

Casos especiales del Teorema 1.

1. Sea X una variable aleatoria y $g(X) = |X - \mu|^r$, $\mu = E(X)$, $r > 0$. Entonces,

$$P [| X - \mu | \geq c] (= P [| X - \mu |^r \geq c^r]) \leq \frac{E | X - \mu |^r}{c^r}$$

Esta es conocida como la inecuación de Markov.

2. Sea X, otra vez, una variable aleatoria y $g(X) = |X - \mu|^2$, $\mu = E(X)$. Entonces,

$$P [| X - \mu | \geq c] (= P [| X - \mu |^2 \geq c^2]) \leq \frac{E | X - \mu |^2}{c^2} = \frac{\sigma^2(X)}{c^2} = \frac{\sigma^2}{c^2}$$

Esta es conocida como la inecuación de Tchebichev. En particular, si $c = k\sigma$, entonces,

$$P[|X - \mu| \geq k\sigma] \leq \frac{1}{k^2}$$

Lema 1. Sean X y Y unas variables aleatorias, tales que, $E(X) = E(Y) = 0$, $\sigma^2(X) = \sigma^2(Y) = 1$. Entonces, $E^2(XY) \leq 1$, o, equivalentemente, $-1 \leq E(XY) \leq 1$, y

$E(XY) = 1$ si y sólo si $P(Y=X)=1$,

$E(XY) = -1$ si y sólo si $P(Y=-X)=1$.

Teorema 2 (Inecuación de Schwarz). Sean X y Y dos variables aleatorias con medias μ_1, μ_2 y varianzas (positivas) σ_1^2, σ_2^2 , respectivamente. Entonces,

$E^2[(X - \mu_1)(Y - \mu_2)] \leq \sigma_1^2 \sigma_2^2$, o, equivalentemente

$-\sigma_1 \sigma_2 \leq E[(X - \mu_1)(Y - \mu_2)] \leq \sigma_1 \sigma_2$, y

$E[(X - \mu_1)(Y - \mu_2)] = \sigma_1 \sigma_2$, si y sólo si

$P[Y = \mu_2 + \sigma_1/\sigma_2(X - \mu_1)] = 1$, y

$E[(X - \mu_1)(Y - \mu_2)] = -\sigma_1 \sigma_2$, si y sólo si

$P[Y = \mu_2 - \sigma_1/\sigma_2(X - \mu_1)] = 1$.

Una forma más familiar de la inecuación de Schwarz es la siguiente: $E^2(XY) \leq (EX^2)(EY^2)$.

Esta es establecida como sigue: Ya que la inecuación es, trivialmente, verdadera si alguno de EX^2, EY^2 es ∞ , supóngase que ambos son finitos y el conjunto $Z = \lambda X - Y$, donde λ es un número real. Entonces, $0 \leq EZ^2 = (EX^2)\lambda^2 - 2[E(XY)]\lambda + EY^2$ para toda λ , lo que es cierto si y sólo si $E^2(XY) - (EX^2)(EY^2) \leq 0$ (por el discriminante de la ecuación cuadrática), o $E^2(XY) \leq (EX^2)(EY^2)$.

Para X y Y con medias μ_1 y μ_2 , el $(1,1)$ el punto central de las medias, esto es, $E[(X - \mu_1)(Y - \mu_2)]$ es llamada la covarianza de X, Y y es denotada por $C(X, Y)$. Si σ_1, σ_2 son las desviaciones standard de X y Y , las cuales son asumidas como positivas, entonces, la covarianza de $(X - \mu_1)/\sigma_1, (Y - \mu_2)/\sigma_2$ es llamada el coeficiente de correlación de X, Y y es denotado por $\rho(X, Y)$ o $\rho_{X,Y}$ o ρ_{12} o, simplemente, ρ si no hay posibilidad de confusión. Esto es:

$$\rho = E\left[\left(\frac{X - \mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{Y - \mu_2}{\sigma_2}\right)\right] = \frac{E[(X - \mu_1)(Y - \mu_2)]}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{C(X, Y)}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{E(XY) - \mu_1 \mu_2}{\sigma_1 \sigma_2}$$

De la inecuación de Schwarz, se tiene que $\rho^2 \leq 1$; esto es, $-1 \leq \rho \leq 1$, y $\rho = 1$ si y sólo si

$$Y = \mu_2 + \sigma_2/\sigma_1(X - \mu_1)$$

con probabilidad 1, y $\rho = -1$ si y sólo si

$$Y = \mu_2 - \sigma_2/\sigma_1(X - \mu_1)$$

con probabilidad 1. También, si es $\rho = \pm 1$ significa que X y Y están, linealmente, relacionados. Desde aquí se concluye que el significado de ρ es de una medida de dependencia lineal entre X y Y.

Si $\rho = 0$, se dice que X y Y no están correlacionados, mientras que si $\rho = \pm 1$, se dice que X y Y están completamente correlacionados (positivamente si $\rho = 1$, negativamente si $\rho = -1$).

Para $-1 < \rho < 1$, con $\rho \neq 0$, se dice que X y Y están correlacionadas (positivamente, si $\rho > 0$ y negativamente, si $\rho < 0$). Los valores positivos de ρ pueden indicar que ésta es una tendencia de valores grandes de Y que le corresponden valores grandes de X y pequeños valores de Y le corresponden pequeños valores de X. Los valores negativos de ρ pueden indicar que a valores pequeños de Y le corresponden valores grandes de X y valores grandes de Y le corresponden valores pequeños de X. Valores de ρ cercanos a cero pueden indicar que esta tendencia es débil, mientras que valores de ρ cercanos a ± 1 significa que esta tendencia es fuerte.

INDEPENDENCIA ESTOCÁSTICA CON ALGUNAS APLICACIONES

Considere el espacio de probabilidades $(\mathcal{L}, \mathfrak{U}, P)$, y sea $\mathfrak{f}_j, j = 1, 2, \dots, k$ unas clases de conjuntos contenidos en \mathfrak{U} . Entonces,

Definición: Se dice que $\mathcal{F}_j, j= 1,2,\dots,k$ son independientes (estocásticamente) (o independientes en el sentido de la probabilidad o estocásticamente independientes) si para todo $A_j \in \mathcal{F}_j, j= 1,2,\dots,k$, los eventos A_1, \dots, A_k son independientes.

Una consecuencia inmediata de esta definición es que las subclases de clases independientes son independientes.

Sea X una variable aleatoria. Entonces, se tiene que $X^{-1}(\mathcal{B})$ es un campo σ , o, un sub campo σ de \mathcal{U} , el campo σ es inducido por X . Así, si se considera las variables aleatorias $X_j, j= 1,\dots,k$, podremos tener campos σ inducidos por ellos el cual se denota por $\mathcal{H}_j = X_j^{-1}(\mathcal{B}), j= 1,\dots,k$.

Definición. Se dice que las variables aleatorias $X_j, j= 1,\dots,k$ son independientes (en alguna de las formas mencionadas en la definición previa) si el campo σ inducido por ellas son independientes.

Definición. Se dice que las variables aleatorias $X_j, j= 1,\dots,k$ son independientes si

$$P(X_j \in B_j, j = 1,\dots,k) = \prod_{j=1}^k P(X_j \in B_j)$$

para cada $B_j \in \mathcal{B}, j= 1,\dots,k$.

Las variables aleatorias que no son independientes son llamadas dependientes.

Lema. Para $j= 1,\dots,k$ sean las variables aleatorias X_j independientes y sea $g_j : (\mathcal{R}, \mathcal{B}) \rightarrow (\mathcal{R}, \mathcal{B})$ medible, entonces, $g_j(X_j), j= 1,\dots,k$, son variables aleatorias. Entonces, las variables aleatorias $g_j(X_j), j= 1,\dots,k$, son, también, independientes. (Esto es, las funciones de variables aleatorias independientes son variables aleatorias independientes).

Lema. Sean $\mathcal{U}_j = X_j^{-1}(\mathcal{B})$ y $\mathcal{U}_j' = X_j^{-1}(\{(-\infty, x], x \in \mathbb{R}\})$, $j = 1, \dots, k$. Entonces, si \mathcal{U}_j' son independientes, también para \mathcal{U}_j , $j = 1, \dots, k$.

Teorema. (Teorema de la factorización). Las variables aleatorias X_j , $j = 1, \dots, k$ son independientes si y sólo si una de las siguientes condiciones se cumple:

- i) $F_{x_1, \dots, x_k}(x_1, \dots, x_k) = \prod_{j=1}^k F_{x_j}(x_j)$, para todo $x_j \in \mathbb{R}$, $j = 1, \dots, k$.
- ii) $f_{x_1, \dots, x_k}(x_1, \dots, x_k) = \prod_{j=1}^k f_{x_j}(x_j)$, para todo $x_j \in \mathbb{R}$, $j = 1, \dots, k$.
- iii) $\phi_{x_1, \dots, x_k}(t_1, \dots, t_k) = \prod_{j=1}^k \phi_{x_j}(t_j)$, para todo $t_j \in \mathbb{R}$, $j = 1, \dots, k$.

Corolario. Si X_1 y X_2 son independientes, entonces, no están correlacionados, proveyendo un número finito de momentos de segundo orden.

Corolario. Considere las siguientes variables aleatorias X_j , $j = 1, \dots, k$ con $\sigma^2(X_j) = \sigma_j^2 > 0$, $j = 1, \dots, k$ y $\rho(X_i, X_j) = \rho_{ij}$; $i \neq j$, $i, j = 1, \dots, k$. Entonces:

- i) $\sigma^2(\sum_{j=1}^k X_j) = \sum_{j=1}^k \sigma_j^2 + \sum_{i \neq j} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$, y, más generalmente,
- ii) $\sigma^2(\sum_{j=1}^k c_j X_j) = \sum_{j=1}^k c_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{i \neq j} c_i c_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$.

En particular, si las variables aleatorias X_j , $j = 1, \dots, k$ son independientes, o, sólo (de par a par) no correlacionadas, i) y ii) se convierten en:

- i') $\sigma^2(\sum_{j=1}^k X_j) = \sum_{j=1}^k \sigma_j^2$ (Igualdad de Bienaymé)
- ii) $\sigma^2(\sum_{j=1}^k c_j X_j) = \sum_{j=1}^k c_j^2 \sigma_j^2$.

Corolario. Sean X_1 y X_2 que tienen una distribución Bivariada normal. Entonces, X_1 y X_2 son independientes si y sólo si no están correlacionadas.

Algunas aplicaciones de las funciones características.

Teorema. Sea X_j es $B(n_j, p)$, (Distribución binomial con parámetros n y p), $j = 1, \dots, k$ e independientes. Entonces,

$$X = \sum_{j=1}^k X_j \text{ es } B(n, p), \text{ donde } n = \sum_{j=1}^k n_j.$$

Teorema. Sea X_j una $P(\lambda_j)$, (Distribución de Poisson con parámetro λ), $j = 1, \dots, k$ e independientes. Entonces,

$$X = \sum_{j=1}^k X_j \text{ es } P(\lambda), \text{ donde } \lambda = \sum_{j=1}^k \lambda_j.$$

Teorema. Sea X_j una $N(\mu_j, \sigma_j^2)$, (Distribución Normal con parámetros μ y σ^2), $j = 1, \dots, k$ e independientes. Entonces,

i) $X = \sum_{j=1}^k X_j$ es $N(\mu, \sigma^2)$, donde $\mu = \sum_{j=1}^k \mu_j$, $\sigma^2 = \sum_{j=1}^k \sigma_j^2$, y más generalmente,

ii) $X = \sum_{j=1}^k c_j X_j$ es $N(\mu, \sigma^2)$, donde $\mu = \sum_{j=1}^k c_j \mu_j$, $\sigma^2 = \sum_{j=1}^k c_j^2 \sigma_j^2$.

Teorema. Sea X_j una $\chi^2_{r_j}$, (Distribución de Chi-Cuadrado, con r grados de libertad), $j = 1, \dots, k$ e independientes. Entonces,

$$X = \sum_{j=1}^k X_j \text{ es } \chi^2_r, \text{ donde } r = \sum_{j=1}^k r_j.$$

Teorema. Sea X_j una Cauchy con $\mu = 0$, $\sigma \geq 1$, $j = 1, \dots, k$ e independientes. Entonces, $X = \sum_{j=1}^k X_j$ es kY , donde Y es Cauchy con $\mu = 0$, $\sigma = 1$, y, aquí, $X/k = Y$ es Cauchy con $\mu = 0$, $\sigma = 1$.

EL MODELO LINEAL GENERAL

Para la introducción al modelo, considérese un experimento físico o químico en el cual es sacada cada una de las temperaturas (sin error apreciable) seleccionadas x_j , $j = 1, \dots, n$ las cuales no se necesitan todas distintas, pero, no todas son idénticas entre sí. Asíumase que un

aspecto del experimento depende de la temperatura y sea y_j alguna medición tomada de las temperaturas x_j . Entonces, una tiene los n -pares (x_j, y_j) , $j = 1, \dots, n$ los que pueden ser representados como puntos en el plano xy . Una cuestión que sale, naturalmente, es cómo se dibuja una línea en el plano xy en la cual los datos tengan un mejor sentido; esto es, como pasar a través de los pares (x_j, y_j) , $j = 1, \dots, n$ lo más cerca posible. La respuesta a este problema involucra la respuesta a otras dos cuestiones. Primera, se revela el modelo de acuerdo en la cual las "y" dependen de las "x", y, segundo, si puede ser usado para propósitos de predicción.

Como se ve por inspección, los pares (x_j, y_j) , $j = 1, \dots, n$ están, aproximadamente, relacionados linealmente; esto es, tienen, aproximadamente, una línea recta cerca. En otros casos, un polinomio de más alto grado puede ser visto como un ajuste de datos y, en otros casos, los datos son periódicos y es mejor ajustarlos a través de polinomios trigonométricos.

La idea de fondo en todos estos casos es que, debido a los errores aleatorios en la toma de mediciones, y_j es, actualmente, un valor observable de una variable aleatoria Y_j , $j = 1, \dots, n$. Si no hay errores aleatorios, los pares (x_j, y_j) , $j = 1, \dots, n$ pueden ser (exactamente) relacionados como sigue, así como se ve en los tres casos considerados arriba.

$Y_j = \beta_1 + \beta_2 x_j$, $j = 1, \dots, n$ ($n \geq 2$), para algunos valores de los parámetros β_1 y β_2 , o, bien, $Y_j = \beta_1 + \beta_2 x_j + \dots + \beta_{k+1} x_j^k$, $j = 1, \dots, n$ ($2 \leq k \leq n - 1$), para algunos valores de los parámetros $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{k+1}$, o, finalmente, $Y_j = \beta_1 + \beta_2 \cos t_j + \beta_3 \sin t_j \dots + \beta_{2k} \cos(kt_j) + \beta_{2k+1} \sin(kt_j)$, $j = 1, \dots, n$ ($n \geq 2k+1$), para algunos valores de los parámetros $\beta_1, \dots, \beta_{2k+1}$.

En la presencia de errores aleatorios e_j , $j = 1, \dots, n$ las "y" que aparecen en las fórmulas anteriores son observadas como valores en las siguientes variables aleatorias,

$$Y_j = \beta_1 + \beta_2 x_j + e_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (n \geq 2),$$

$$Y_j = \beta_1 + \beta_2 x_j + \dots + \beta_{k+1} x_j^k + e_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (2 \leq k \leq n - 1), \text{ y}$$

$$Y_j = \beta_1 + \beta_2 \cos t_j + \beta_3 \sin t_j \dots + \beta_{2k} \cos(kt_j) + \beta_{2k+1} \sin(kt_j) + e_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (n \geq 2k+1),.$$

En este punto, uno observa que el modelo que aparece arriba son casos especiales del siguiente modelo general

$$Y_1 = x_{11}\beta_1 + x_{21}\beta_2 + \dots + x_{p1}\beta_p + e_1$$

$$Y_2 = x_{12}\beta_1 + x_{22}\beta_2 + \dots + x_{p2}\beta_p + e_2$$

.....

$$Y_n = x_{1n}\beta_1 + x_{2n}\beta_2 + \dots + x_{pn}\beta_p + e_n$$

o de manera más compacta

$$Y_j = \sum_{i=1}^p x_{ij} \beta_i + e_j, j = 1, \dots, n \text{ con } p \leq n \text{ y más exactamente } p < n.$$

De otra manera,

$$Y = (Y_1, \dots, Y_n)', \beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)', e = (e_1, \dots, e_n)' \text{ y}$$

$$X = \begin{Bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1} & x_{p2} & \dots & x_{pn} \end{Bmatrix}, \text{ y } X' = \begin{Bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{p1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{p2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{pn} \end{Bmatrix}$$

y esta relación puede ser escrita en notación matricial de la siguiente manera,

$$Y = X' \beta + e$$

El modelo anterior es llamado el modelo lineal general (lineal porque los parámetros β_1, \dots, β_p entran el modelo solamente en las primeras potencias). En este punto, se puede notar que, actualmente, el vector aleatorio Y es observable, mientras que el vector aleatorio e no es observable.

Definición Sea $C = (Z_{ij})$ una matriz $n \times k$ cuyos elementos Z_{ij} son variables aleatorias. Entonces, por asunción de que EZ_{ij} es finito, la EC es definida como sigue. $EC = (EZ_{ij})$. En particular, para $Z = (Z_1, \dots, Z_n)'$ se tiene que $EZ = (EZ_1, \dots, EZ_n)'$, y por $C = (Z - EZ)(Z - EZ)'$, se tiene $EX = E[(Z - EZ)(Z - EZ)']$. Esta última expresión es denotada por Σ_Z y es llamada la matriz de varianza-covarianza de Z , o más justamente, la matriz de covarianza de

Z. Claramente, el ij -ésimo elemento de la matriz $n \times n$ Σ_Z es $C(Z_i, Z_j)$, la covarianza de Z_i y Z_j , de tal manera que los elementos de la diagonal son, simplemente, las varianzas de los Z.

Ya que las variables aleatorias $e_j, j = 1, \dots, n$, son errores aleatorios, es razonable asumir que $Ee_j = 0$ y que $\sigma^2(e_j) = \sigma^2, j = 1, \dots, n$. Otra asunción acerca de los "e" es que no están correlacionados, esto es, $C(e_i, e_j) = 0$, para $i \neq j$. Esta asunción es resumida escribiendo $E(e) = 0$ y $\Sigma_Z = \sigma^2 I_n$, donde I_n es la matriz unitaria $n \times n$.

Tomando en consideración la definición anterior y las asunciones que se han hecho, este modelo puede llegar a ser así:

$$Y = X'\beta + e, \quad EY = X'\beta = \eta, \quad \Sigma_Z = \sigma^2 I_n,$$

donde e es un vector aleatorio $n \times 1$, X' es una matriz de $n \times p$ ($p \leq n$) de constantes conocidas, y β es un vector de parámetros de $p \times 1$, por lo tanto, Y es un vector aleatorio de $n \times 1$.

También se puede mencionar que la expectación η_j de las variables aleatorias $Y_j, j = 1, \dots, n$ están, linealmente, relacionadas con las β y son llamadas las funciones de regresión lineal. En el modelo representado, anteriormente, hay $p + 1$ parámetros $\beta_1, \dots, \beta_p, \sigma^2$ y el problema es cuál de las estimaciones de estos parámetros y también cual es la prueba de certeza de la hipótesis acerca de las β .

De acuerdo con el modelo asumido antes, se puede esperar tener $\eta = X'\beta$, donde se observa que $Y = X'\beta + e = \eta + e$ para cada β . Entonces, el principio llamado de mínimos cuadrados para la determinación de β , esto es, la diferencia entre lo que se espera y lo que se observa, es mínima. Precisando más, β es determinada, de tal manera, que es la suma de los cuadrados de los errores $\|Y - \eta\|^2 = \|e\|^2 = \sum_{j=1}^n e_j^2$ es mínimo.

Definición Cualquier valor de β el cual minimiza la norma cuadrada $\|Y - \eta\|^2$, donde $\eta = X'\beta$ es llamada el estimador de mínimos cuadrados de β y es denotado por $\hat{\beta}$.

La norma de un vector m -dimensional $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_m)'$ denotado por $\|\mathbf{v}\|$, es la usual norma euclídeana,

$$\|\mathbf{v}\| = (\sum_{j=1}^m v_j^2)^{1/2}.$$

De $(\eta_1, \dots, \eta_n)' = \boldsymbol{\eta} = \mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}$, se tiene que

$$\eta_j = \sum_{i=1}^p x_{ij} \beta_j, j = 1, \dots, n, \text{ y}$$

$$\|\mathbf{Y} - \boldsymbol{\eta}\|^2 = \sum_{j=1}^n (Y_j - \eta_j)^2 = \sum_{j=1}^n (Y_j - \sum_{i=1}^p x_{ij} \beta_i)^2.$$

La cual la denotamos por $\mathcal{L}(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\beta})$. Entonces el estimador de mínimos cuadrados es la raíz de la ecuación

$$\partial/\partial\beta_v \mathcal{L}(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\beta}) = 0, v = 1, \dots, p, \text{ la cual es conocida como la ecuación normal.}$$

Ahora

$$\partial/\partial\beta_v \mathcal{L}(\mathbf{Y}, \boldsymbol{\beta}) = 2\sum_{j=1}^n (Y_j - \sum_{i=1}^p x_{ij}\beta_i) (-x_{vj}) = -2\sum_{j=1}^n x_{vj}Y_j + 2\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^p x_{vj}x_{ij}\beta_i,$$

viene a ser la ecuación normal

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^p x_{vj} x_{ij} \beta_i = \sum_{j=1}^n x_{vj} Y_j, v = 1, \dots, p.$$

La ecuación anterior puede ser escrita en notación matricial,

$$\mathbf{XX}'\boldsymbol{\beta} = \mathbf{XY}, \text{ o } \mathbf{S}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{XY}, \text{ donde } \mathbf{S} = \mathbf{XX}'.$$

El conjunto de los estimadores de mínimos cuadrados de $\boldsymbol{\beta}$ coinciden con el conjunto de soluciones de la ecuación normal, como lo demuestra el siguiente teorema. La ecuación normal provee un método para el cálculo de los estimadores de mínimos cuadrados.

Teorema Cualquier estimador de mínimos cuadrados $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ de $\boldsymbol{\beta}$ es una solución de la ecuación

normal y cualquier solución de la ecuación normal es un estimador de mínimos cuadrados.

Sea V_n un vector n -dimensional en el espacio R^n y sea r ($\leq p$) pertenece al rango de X ($=$ rango X'). Entonces el espacio vectorial \mathcal{Z}_r , generado por ξ_1, \dots, ξ_p es de dimensión r ($\leq p$), y $\mathcal{Z}_r \subseteq V_n$. Por supuesto $Y \in V_n$ y $\eta \in \mathcal{Z}_r$. Sea η la proyección de Y sobre \mathcal{Z}_r . Entonces $\hat{\eta} = \sum_{j=1}^p \beta_j \xi_j$, donde $\hat{\beta}_j$, $j = 1, \dots, p$ puede no ser determinada de manera única ($\hat{\eta}$ es, sin embargo) pero puede ser escogida para ser funciones de Y ya que η es una función de Y . Ahora, como es conocido, $\|Y - X'\beta\|^2 = \|Y - \eta\|^2$ que viene a ser mínimo si $\eta = \hat{\eta}$. Así $\hat{\beta}$ es un estimador de mínimos cuadrados de β si y sólo si $X\hat{\beta} = \hat{\eta}$, y esto es equivalente a decir $Y - X'\hat{\beta} \perp \mathcal{Z}_r$. Claramente, una condición equivalente a esto es que $Y - X'\hat{\beta} \perp \xi_j$, $j = 1, \dots, p$, esta última condición es equivalente a $X(Y - X'\hat{\beta}) = 0$, o equivalentemente, $XX'\hat{\beta} = XY$ la cual es la notación matricial para la ecuación normal.

Como se ve, existe, al menos, un estimador de mínimos cuadrados $\hat{\beta}$ de β y por el teorema la totalidad de los estimadores de mínimos cuadrados coinciden con el conjunto de las soluciones de la ecuación normal. Un caso especial es cuando X tiene un rango lleno, esto es, el rango de $X = p$. Entonces, $S = XX'$ es una matriz simétrica de $p \times p$ de rango p , por lo tanto, S^{-1} existe. Por lo que la ecuación normal provee una única solución, llamada $\hat{\beta} = S^{-1}XY$. Esta es parte del siguiente resultado.

Teorema. Si el rango de $X = p$, entonces, existe una única solución del estimador de mínimos cuadrados β de β dada por la expresión $\hat{\beta} = S^{-1}XY$ donde $S = XX'$. Además, este estimador de mínimos cuadrados es lineal en Y , y, tiene matriz de covarianza dada por $\Sigma_{\hat{\beta}} = \sigma^2 S^{-1}$.

Definición. Para un vector conocido c de $p \times 1$, sea $\psi = c'\beta$. Entonces, ψ es llamada la función paramétrica. Una función paramétrica ψ es llamada estimable si no está predispuesto su estimador lineal (en Y); esto es, si existe un vector a no aleatorio de $n \times 1$ tal que $E(a'Y) = \psi$ idénticamente en β .

Lema. Sea $\psi = \mathbf{c}'\beta$ una función estimable, tal que existe un $\mathbf{a} \in V_n$ tal que $E(\mathbf{a}'\mathbf{Y}) = \psi$ idénticamente en β . Más aún, sea \mathbf{d} la proyección de \mathbf{a} sobre \mathcal{Z} . Entonces,

i) $E(\mathbf{d}'\mathbf{Y}) = \psi$

ii) $\sigma^2(\mathbf{a}'\mathbf{Y}) \geq \sigma^2(\mathbf{d}'\mathbf{Y})$

iii) $\mathbf{d}'\mathbf{Y} = \mathbf{c}'\hat{\beta}$ para cualquier estimador de mínimos cuadrados $\hat{\beta}$ de β

iv) Si α es otro vector no aleatorio en \mathcal{Z} tal que $E(\alpha'\mathbf{Y}) = \psi$, entonces, $\alpha = \mathbf{d}$.

Definición. Sea $\psi = \mathbf{c}'\beta$ una función estimable. Existe $\mathbf{a} \in V_n$ tal que $E(\mathbf{a}'\mathbf{Y}) = \psi$ idénticamente en β , y sea \mathbf{d} la proyección de \mathbf{a} sobre \mathcal{Z} . Sea $\hat{\psi} = \mathbf{c}'\hat{\beta}$ ($= \mathbf{d}'\mathbf{Y}$), donde $\hat{\beta}$ es un estimador de mínimos cuadrados de β . Entonces, la no predisposición, el estimador lineal (en \mathbf{Y}) $\hat{\psi}$ de ψ es llamado un estimador de mínimos cuadrados de ψ .

Teorema. (Gauss-Markov). Asuma el modelo descrito por $\mathbf{Y} = \mathbf{X}'\beta + \mathbf{e}$, $E\mathbf{Y} = \mathbf{X}'\beta = \eta$, $\Sigma_{\mathbf{z}} = \sigma^2\mathbf{I}_n$, y sea $\hat{\psi}$ una función estimable. Entonces el estimador de mínimos cuadrados $\hat{\psi}$ tiene la varianza más pequeña en la clase de todos los estimadores lineales -en \mathbf{Y} - y no predispuestos de ψ .

Corolario. Suponga que el rango de $\mathbf{X} = p$. Entonces para cualquier $\mathbf{C} \in \mathcal{Z}_p$, la función $\psi = \mathbf{c}'\beta$ es estimable, y de aquí que el estimador de mínimos cuadrados $\hat{\psi} = \mathbf{c}'\hat{\beta}$ tiene la varianza más pequeña en la clase de todos los estimadores lineales -en \mathbf{Y} - y no predispuestos de ψ . En particular, es lo mismo para cada $\hat{\beta}_j$, $j = 1, \dots, p$, donde $\hat{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_p)'$.

REDUCCIÓN CANÓNICA DEL MODELO LINEAL. ESTIMACIÓN DE σ^2

Asumiendo el modelo $\mathbf{Y} = \mathbf{X}'\beta + \mathbf{e}$, $E\mathbf{Y} = \mathbf{X}'\beta = \eta$, $\Sigma_{\mathbf{z}} = \sigma^2\mathbf{I}_n$, se resolvió el problema de la estimación de β por el principio de mínimos cuadrados. Aquí se presentará una reducción del modelo lineal en consideración, y como una consecuencia, obtendremos también el estimador de la varianza σ^2 . Para esto asumimos que $r < n$.

Considerando que \mathcal{V}_r es un espacio vectorial r -dimensional, generado por la columna de vectores de X' , donde $r = \text{rango de } X$, esto es $\mathcal{V}_r \subseteq V_n$. Sean $\{\alpha_1, \dots, \alpha_r\}$ una base ortonormal para \mathcal{V}_r (esto es, una base para la cual $\alpha_i' \alpha_j = 0$, $i \neq j$ y $\|\alpha_j\|^2 = 1$, $j = 1, \dots, r$). Entonces, esta base puede ser extendida a una base ortonormal $\{\alpha_1, \dots, \alpha_r, \alpha_{r+1}, \dots, \alpha_n\}$ para V_n . Debido a que $Y \in V_n$, se tiene que $Y = \sum_{j=1}^n Z_j \alpha_j$ para ciertas variables aleatorias Z_j , $j = 1, \dots, n$ especificadas más adelante. Como sigue que $\alpha_i' Y = \sum_{j=1}^n Z_j \alpha_i' \alpha_j$, tal que $Z_i = \alpha_i' Y$, $i = 1, \dots, n$. Si hacemos a P la matriz con los vectores α_i' en las filas, con $i = 1, \dots, n$, la últimas n ecuaciones son descritas como sigue: $Z = PY$, donde $Z = (Z_1, \dots, Z_n)'$. De la definición de P , es claro que $PP' = I_n$, por lo que, la relación $\Sigma_{AV} = A \Sigma_V A'$ nos da $\Sigma_Z = P \sigma^2 I_n P' = \sigma^2 I_n$.

Así $\sigma^2(Z_j) = \sigma^2$, $j = 1, \dots, n$.

Después, sea $EZ = \zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_n)'$. Entonces, $\zeta = E(PY) = P\eta$, donde $\eta \in \mathcal{V}_r$ siguiendo, entonces que, $\zeta_j = 0$, $j = r + 1, \dots, n$.

Como se ha dicho, η es la proyección de Y en \mathcal{V}_r , se tiene:

$$Y = \sum_{j=1}^n Z_j \alpha_j \text{ y } \eta = \sum_{j=1}^r Z_j \alpha_j,$$

esto es

$$\|Y - \hat{\eta}\|^2 = \|\sum_{j=r+1}^n Z_j \alpha_j\|^2 = (\sum_{j=r+1}^n Z_j \alpha_j)' (\sum_{j=r+1}^n Z_j \alpha_j) = \sum_{j=r+1}^n Z_j^2.$$

De lo anterior, se tiene que $EZ_j^2 = \sigma^2$, $j = r+1, \dots, n$, que da $E\|Y - \hat{\eta}\|^2 / (n - r) \sigma^2$. De aquí que $\|Y - \hat{\eta}\|^2 / (n - r)$ es un estimador no predispuesto de σ^2 . Y esto, muestra el resultado siguiente:

Teorema En el modelo descrito en $Y = X'\beta + e$, $EY = X'\beta = \eta$, $\Sigma_Z = \sigma^2 I_n$, con la asunción de que $r < n$, un estimador no predispuesto para σ^2 , σ^2 , es proveído por $\|Y - \hat{\eta}\|^2 / (n - r)$, donde η es la proyección de Y en \mathcal{V}_r , y $r (\leq p)$ es el rango de X . Es decir, σ^2 es el

estimador de mínimos cuadrados de σ^2 .”