



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ciencias

**EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGÍA GEOFÍSICA
EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS EN LA FINCA “EL BAÚL”,
SANTA LUCÍA COTZUMALGUAPA**

Ana Beatriz Cosenza Muralles

Asesorada por: M.Sc. Mario Arias Salguero
M.Sc. Edgar Aníbal Cifuentes Anléu

Guatemala, junio de 2006

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGÍA GEOFÍSICA
EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS EN LA FINCA "EL BAÚL",
SANTA LUCÍA COTZUMALGUAPA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

**PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR**

ANA BEATRIZ COSENZA MURALLES

**ASESORADO POR: M.Sc. MARIO ARIAS SALGUERO
M.Sc. EDGAR ANIBAL CIFUENTES ANLÉU**

**AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN FÍSICA APLICADA**

GUATEMALA, JUNIO DE 2006

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	
VOCAL II	Lic. Amahán Sánchez Álvarez
VOCAL III	Ing. Julio David Galicia Celada
VOCAL IV	Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz
VOCAL V	Br. Elisa Yazminda Vides Leiva
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivonne Véliz Vargas

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
EXAMINADOR	Lic. Erick Estuardo Hernández García
EXAMINADOR	Lic. Ricardo Enrique Contreras Folgar
EXAMINADOR	Ing. Osmar Obdulio Hernández Aguilar
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivonne Véliz Vargas

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGÍA GEOFÍSICA EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS EN LA FINCA "EL BAÚL", SANTA LUCÍA COTZUMALGUAPA,

tema que me fuera asignado por la Coordinación de la Carrera de Licenciatura en Física Aplicada y aprobado por la Escuela de Ciencias de la Facultad de Ingeniería, el 31 de Agosto de 2004.



Ana Beatriz Cosenza Muralles



Universidad de Costa Rica



Posgrado Centroamericano en Geología

Tel: (506) 207-5239 / 225-7941 Fax: (506) 234-2347

San José, Costa Rica; 21 de mayo de 2006

Ing. José Alberto Boy Piedrasanta
Director Escuela de Ciencias
Facultad de Ingeniería
USAC

Señor Director:

Por este medio informo que la estudiante de la licenciatura en Física Aplicada, Ana Beatriz Cosenza Muralles, fue asesorada por el suscrito en su trabajo de graduación "EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGÍA GEOFÍSICA EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS EN LA FINCA "EL BAÚL", SANTA LUCÍA COTZUMALGUAPA".

Habiendo cumplido con los objetivos y metas propuestos para este trabajo, he procedido a la aprobación del mismo. Por lo que el contenido, conclusiones y recomendaciones de este trabajo es responsabilidad, tanto del autor como de sus asesores.

Atentamente,

M.Sc. Mario E. Arias Saiguero



Guatemala, 29 de mayo del 2006

FACULTAD DE INGENIERIA

Ing. José Alberto Boy Piedrasanta
Director, Escuela de Ciencias
Facultad de Ingeniería
Presente

Estimado Ingeniero Boy:

Por este medio informo que la estudiante de la licenciatura en Física Aplicada, Ana Beatriz Cosenza Muralles, fue asesorada por el suscrito en su trabajo de graduación, "EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGIA GEOFÍSICA EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS, EN LA FINCA EL BAUL, SANTA LUCIA COTZUMALGUAPA".

Habiendo cumplido con los objetivos y metas propuestas para este trabajo, he procedido a la aprobación del mismo. Por lo que el contenido, conclusiones y recomendaciones de este trabajo es responsabilidad, tanto del autor, como de sus asesores.



Muy Atentamente,


M. Sc. Edgar Anibal Cifuentes Anléu



Ref.Depto.fis.086-2006
Guatemala, 29 de mayo del 2006

FACULTAD DE INGENIERIA

Ing. José Alberto Boy Piedrasanta
DIRECTOR, ESCUELA DE CIENCIAS
FACULTAD DE INGENIERIA
USAC, Ciudad

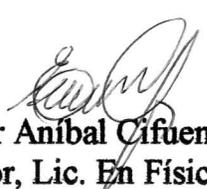
Estimado Ingeniero Boy:

Me dirijo a usted para informarle que he realizado la revisión al trabajo de tesis "EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGIA GEOFISICA EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS, EN LA FINCA EL BAUL, SANTA LUCIA COTZUMALGUAPA", presentada por la estudiante **Ana Beatriz Cosenza Muralles**; con carné No. 199811157; y considerando que cumple con los objetivos de la carrera de Licenciatura en Física Aplicada, le doy mi aprobación.

Muy Atentamente,

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"




Lic. Edgar Aníbal Cifuentes Anléu
Coordinador, Lic. En Física Aplicada
Departamento de Física
Facultad de Ingeniería

c-c- archivo

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE CIENCIAS

El Director de la Escuela de Ciencias de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, después de conocer el dictamen de los asesores, con el visto bueno del Coordinador de la Licenciatura en Física Aplicada al trabajo de graduación de la estudiante **ANA BEATRIZ COSENZA MURALLES**, titulado "EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGÍA GEOFÍSICA EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS EN LA FINCA "EL BAÚL", SANTA LUCÍA COTZUMALGUAPA" procede a la autorización del mismo.

Ing. José Alberto Boy Piedrasanta
Director Escuela de Ciencias



Guatemala, 06 de junio de 2006



El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ciencias, al trabajo de graduación titulado: **EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL COMO METODOLOGÍA GEOFÍSICA EN EL ESTUDIO DE CAPAS ACUÍFERAS EN LA FINCA "EL BAÚL", SANTA LUCIA COTZUMALGUAPA**, presentado por la estudiante universitaria **Ana Beatriz Cosenza Muralles**, procede a la autorización para la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
DECANO



Guatemala, junio de 2006

/cc

*“Far better an approximate answer to the right question,
which is often vague,
than an exact answer to the wrong question,
which can always be made precise.”*

John W. Turkey

AGRADECIMIENTOS A

- Los organizadores de la “VI escuela de geofísica aplicada para América Central”, Louis Pastor y Richard Vanhoeserlande, por haberme permitido hacer uso de los datos recabados durante dicha escuela para la realización de este trabajo de graduación.
- La empresa Pantaleón S. A., por permitirme el uso de los datos de la finca “El Baúl”.
- Daho Pozos de Centro América, por facilitarme los datos de la finca “El Baúl”.
- La Escuela Centroamericana de Geología de la Universidad de Costa Rica, por recibirme en su sede para realizar la interpretación de los datos de mi trabajo.
- Mario E. Arias Salguero, por su asesoría y valiosa colaboración.
- Edgar Aníbal Cifuentes, quien siempre me ha recordado de alguna u otra manera la razón por la que escogí la profesión de física.
- El Departamento de Geofísica Aplicada de la Universidad París 6, pues los conocimientos adquiridos allí fueron una ayuda invaluable en la realización de este trabajo de graduación.

**La Licenciatura en Física
Aplicada de la Universidad
de San Carlos de Guatemala,**

sus docentes y estudiantes, porque la formación recibida entre ellos ha enriquecido mi visión del universo y las infinitas posibilidades de aprehenderlo.

Mi familia,

quienes me han acompañado a lo largo de estos estudios, apoyándome en todo momento.

Mis amigos,

por tener siempre fe en mí.

Alan Mills,

mi compañero, por comprender la belleza que reside en la búsqueda de la verdad a través de la ciencia.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	III
LISTA DE SÍMBOLOS	VII
GLOSARIO	XI
RESUMEN	XIII
OBJETIVOS	XV
INTRODUCCIÓN	XVII
1. EL ÁREA DE ESTUDIO	1
1.1. Localización del área de estudio	1
1.2. Descripción geológica	1
1.3. Antecedentes y estudios previos	3
2. LA RESISTIVIDAD DE LOS MINERALES Y ROCAS	7
2.1. Nociones generales	7
2.2. Factores que influyen en la resistividad de las rocas	8
2.2.1. Influencia de la salinidad y la movilidad de los iones	8
2.2.2. Influencia de la temperatura	10
2.2.3. Influencia de la porosidad y la permeabilidad	11
2.2.4. Influencia de la interacción fluido-roca	12
2.3. Resistividad típica de diversas rocas	12
3. EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL	15
3.1. Métodos de resistividad eléctrica	15
3.1.1. Generalidades	15
3.1.2. Potenciales en medios homogéneos	17
3.2. La resistividad aparente ρ_a	20

3.3.	Dispositivos de electrodos	21
3.3.1.	Dispositivo wenner	22
3.3.2.	Dispositivo schlumberger	23
3.3.3.	Dispositivo dipolo-dipolo	24
3.3.4.	Dispositivo polo-polo	24
3.3.5.	Dispositivo polo-dipolo	25
3.4.	Teoría del sondeo eléctrico vertical	26
3.4.1.	Introducción	26
3.4.2.	Penetración	29
3.4.3.	Profundidad media de investigación	31
3.4.4.	Solución del problema directo en medios estratificados	33
3.5.	Instrumentación	44
3.6.	Metodología de campo	47
3.7.	Ventajas del dispositivo schlumberger	49
3.8.	Fundamentos de interpretación	50
3.8.1.	Generalidades	50
3.8.2.	Principio de equivalencia, principio de supresión y otras ambigüedades de interpretación	53
3.8.3.	Solución del problema inverso: métodos de inversión	55
3.8.4.	Software de interpretación	57
3.9.	El SEV como método de investigación hidrogeológica	59
4.	RESULTADOS	61
4.1.	Localización de los SEV	61
4.2.	Resistividades aparentes obtenidas en el campo	61
4.3.	Secciones geoelectricas obtenidas con los programas Qwseln e IPI2Win	66
4.4.	Modelo geológico propuesto	88
4.5.	Profundidad de la capa acuífera	89
	CONCLUSIONES	91
	RECOMENDACIONES	93
	Bibliografía	95

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Localización geográfica del área de estudio.	2
2.	Unidades geológicas en el área de estudio.	3
3.	Cuenca del río Coyolate.	4
4.	Corte litológico del pozo situado en la finca El Baúl.	6
5.	Resistividad de soluciones de NaCl en función de la concentración y la temperatura.	9
6.	Resistividad eléctrica del agua en función de la temperatura a diferentes presiones.	10
7.	Intervalos de resistividad de distintos materiales en la corteza terrestre.	13
8.	Fuente puntual de corriente en la superficie de un medio homogéneo.	18
9.	Dos electrodos de corriente y dos de potencial en la superficie de un suelo homogéneo e isótropo de resistividad ρ	19
10.	Esquema del dispositivo de electrodos wenner.	22
11.	Esquema del dispositivo de electrodos schlumberger.	23
12.	Esquema del dispositivo de electrodos dipolo-dipolo.	24
13.	Esquema del dispositivo de electrodos polo-polo.	25
14.	Esquema del dispositivo de electrodos polo-dipolo.	25
15.	Curvas de resistividad verdadera para diversos cortes geoelectricos. .	28
16.	Determinación de la densidad de corriente en un semiespacio homogéneo.	29
17.	Analogía entre las imágenes a) ópticas y b) eléctricas.	35
18.	Imágenes resultantes de dos capas horizontales.	36
19.	Resistivímetro SYSCAL Junior.	47
20.	Formato de la hoja de campo utilizada durante la VI escuela de geofísica aplicada para América Central.	48
21.	Ejemplo del efecto superficial en una curva de SEV.	50

22.	Ejemplo de ábaco de curvas teóricas de 2 capas.	52
23.	Localización de los SEV realizados en la finca El Baúl.	62
24.	Curvas de campo.	64
25.	Interpretación preliminar de los SEV.	65
26.	Curvas representativas de los SEV realizados.	66
27.	Modelos de capas obtenidos con el programa Qwseln para S1, S2 y S3.	67
28.	Modelos de capas obtenidos con el programa Qwseln para S4 y S5. .	68
29.	Intervalos de confianza de los modelos correspondientes a S1, S2 y S3.	70
30.	Intervalos de confianza de los modelos correspondientes a S4 y S5. .	71
31.	Equivalencias para la capa 1 del sondeo S1 (Qwseln).	72
32.	Equivalencias para la capa 2 del sondeo S1 (Qwseln).	72
33.	Equivalencias para la capa 2 del sondeo S2 (Qwseln).	73
34.	Equivalencias para la capa 3 del sondeo S2 (Qwseln).	73
35.	Equivalencias para la capa 4 del sondeo S2 (Qwseln).	74
36.	Equivalencias para la capa 1 del sondeo S3 (Qwseln).	74
37.	Equivalencias para la capa 2 del sondeo S3 (Qwseln).	75
38.	Equivalencias para la capa 3 del sondeo S3 (Qwseln).	75
39.	Equivalencias para la capa 1 del sondeo S4 (Qwseln).	76
40.	Equivalencias para la capa 3 del sondeo S4 (Qwseln).	76
41.	Equivalencias para la capa 1 del sondeo S5 (Qwseln).	77
42.	Equivalencias para la capa 2 del sondeo S5 (Qwseln).	77
43.	Equivalencias para la capa 3 del sondeo S5 (Qwseln).	78
44.	Modelos de capas obtenidos con el programa IPI2Win para S1, S2 y S3.	80
45.	Modelos de capas obtenidos con el programa IPI2Win para S4 y S5.	81
46.	Intervalos de confianza de los modelos obtenidos con IPI2Win. . . .	82
47.	Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S1 (IPI2Win).	83
48.	Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S2(IPI2Win).	84
49.	Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S3 (IPI2Win).	85
50.	Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S4 (IPI2Win).	86
51.	Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S5 (IPI2Win).	87
52.	Sección geoelectrica propuesta a partir de los resultados.	88

53. Modelo geológico propuesto. 89

TABLAS

I. Profundidad media de investigación –dispositivos wenner y schlumberger–
. 34

II. Coordenadas UTM de los SEV realizados en la finca “El Baúl”. . . 62

III. Resistividades aparentes medidas en el campo. 63

IV. Intervalos de variación de resistividad y espesor para los modelos de
S1 y S2 69

V. Intervalos de variación de resistividad y espesor para los modelos de
S3 y S4 69

VI. Intervalos de variación de resistividad y espesor para el modelo de S5 69

VII. Modelos de capas obtenidos con el programa IPI2Win. 78

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ	Resistividad eléctrica
σ	Conductividad eléctrica
ρ_a	Resistividad aparente
η	Número de Faraday
c	Concentración de los iones en una solución electrolítica
q	Valencia de los iones presentes en una solución electrolítica
m	Movilidad de los iones presentes en una solución electrolítica
T	Temperatura; resistencia transversal
α	Coefficiente de temperatura
ϕ	Porosidad de una roca
s	Saturación en líquido de una roca
F	Factor de formación de una roca; función de sensibilidad
κ	Permeabilidad de la roca
d	Anchura media de las fracturas en una roca

l	Distancia media entre las fracturas en una roca; semidistancia entre los electrodos de corriente
E	Vector de campo eléctrico
B	Vector de inducción magnética
H	Vector de campo magnético
D	Vector de corriente de desplazamiento
J	Vector de densidad de corriente; matriz jacobiana
q_c	Densidad volumétrica de cargas eléctricas
(x, y, z)	Coordenadas cartesianas
I	Intensidad de corriente eléctrica
V	Potencial eléctrico
C, A, B	Electrodos de corriente
P, M, N	Electrodos de potencial
δ	Delta de Dirac
L	Distancia entre los electrodos de corriente
K	Coefficiente geométrico de un dispositivo de electrodos

a	Distancia entre los electrodos de potencial
E	Espesor de una capa del subsuelo
k	Coefficiente de reflexión
(r, φ, z)	Coordenadas cilíndricas
J_0, J_1	Funciones de Bessel de primera especie y orden cero y uno, respectivamente
$N_n(\lambda)$	Función característica
S	Conductancia longitudinal
Λ	Anisotropía transversal
\mathbf{d}	Vector de datos observados
\mathbf{m}	Vector de parámetros del modelo
\mathbf{f}	Vector de respuesta del modelo
\mathbf{g}	Vector de discrepancia entre los datos y el modelo
ε	Suma del cuadrado de los errores
\mathbf{p}	Vector de perturbación de los valores del modelo
χ	Factor de amortiguación

GLOSARIO

CRA	Curva de resistiviades aparentes.
CRV	Curva de resistividades verdaderas.
Dispositivo de electrodos	Conjunto de cuatro electrodos, por dos de los cuales una corriente entra y sale, mientras que, entre los otros dos, se mide la diferencia de potencial resultante de dicha corriente.
Métodos de resistividad eléctrica	Métodos geofísicos que miden la diferencia de potencial entre un par de electrodos, generada por la inyección de corriente entre otro par.
Problema directo	Uso de una relación teórica para obtener información acerca de los valores de ciertas cantidades medibles, a partir de un conjunto de parámetros físicos conocidos.
Problema inverso	Uso de una relación teórica para obtener información respecto de los valores de ciertos parámetros físicos, a partir de un conjunto de medidas.
Resistividad aparente	Resistividad correspondiente a un medio homogéneo, el cual, para un dispositivo de electrodos y una intensidad de corriente dados, produciría la misma diferencia de potencial medida sobre un medio heterogéneo.
Resistividad eléctrica	Propiedad física intrínseca de los materiales que traduce la dificultad con la cual las corrientes eléctricas pueden atravesarlos.

Sondeo eléctrico vertical

Método geofísico que consiste en una serie de determinaciones de la resistividad aparente, efectuadas con el mismo tipo de dispositivo y separación creciente de los electrodos de emisión y recepción, guardando siempre un mismo punto central.

RESUMEN

El propósito del presente trabajo es aplicar el sondeo eléctrico vertical como metodología geofísica en la detección de capas acuíferas. Para ello se realizaron cinco sondeos eléctricos verticales en la finca “El Baúl”, Santa Lucía Cotzumalguapa. El método consiste en una serie de medidas en superficie de la diferencia de potencial entre dos electrodos, producida por la inyección de una corriente entre otros dos. La distribución de las diferencias de potencial medidas proporciona información acerca de la distribución de la resistividad del subsuelo. Las regiones de distintas resistividades pueden asociarse a estratos de distintos materiales.

En la primera parte del trabajo, se hace una descripción general del área de estudio y un recuento de la información hidrogeológica disponible sobre la región.

En la segunda parte se proporcionan las nociones generales referentes a la resistividad de los materiales y las rocas, los factores que influyen el valor de este parámetro y algunos valores típicos para materiales de interés.

En la tercera parte, se describe, detalladamente, el método del sondeo eléctrico vertical, haciendo énfasis en sus bases físicas y en los fundamentos de interpretación de datos.

En parte final, se muestra el resultado del procesamiento de datos, en forma de una sección geoelectrica y la sección geológica asociada, la cual contiene una capa acuífera cuyo espesor y profundidad fue posible estimar en base a los resultados.

OBJETIVOS

General

Estudiar el funcionamiento, dispositivos e interpretación de los sondeos eléctricos verticales como metodología geofísica aplicada a estudios hidrogeológicos.

Específicos

1. Describir el método del sondeo eléctrico vertical y sus ventajas en la localización de capas acuíferas.
2. Aplicar el método del sondeo eléctrico vertical en la localización de capas acuíferas en la región de la finca “El Baúl”, Santa Lucía Cotzumalguapa.
3. Elaborar, en base a los resultados obtenidos por medio de los sondeos eléctricos verticales, un modelo de capas horizontales de distintas resistividades consistente con la información hidrogeológica disponible de la región.
4. Determinar la profundidad a la que se encuentran las capas acuíferas en el área de estudio.

INTRODUCCIÓN

En el campo de las investigaciones hidrogeológicas, el sondeo eléctrico vertical es un método geofísico ampliamente utilizado, debido a su eficacia en la localización de estructuras y capas acuíferas, así como en la distinción entre materiales permeables e impermeables. Este método permite determinar la conveniencia de realizar perforaciones para extracción de agua, así como la ubicación y profundidad más favorables para las mismas, haciendo una estimación de la localización de los acuíferos de manera indirecta, por medio del estudio en superficie del comportamiento de corrientes eléctricas inyectadas en el subsuelo.

El presente trabajo consiste en el análisis de los resultados obtenidos por la realización de cinco sondeos eléctricos dentro de la finca ".El Baúl", Santa Lucía Cotzumalguapa, durante la "VI Escuela de geofísica aplicada para América Central" en mayo de 2003, con el objetivo de ilustrar la aplicación del método en la localización de capas acuíferas. Dicho análisis se realizó a la luz de un estudio detallado del método y de los fundamentos de interpretación de sus resultados, haciendo especial énfasis en el principio físico en que está basado. Los datos fueron procesados por medio de los programas Qwsln e IPI2Win, diseñados específicamente para el análisis de sondeos eléctricos. Como resultado se obtuvo un modelo de capas horizontales para cada sondeo. Una correlación de dichos modelos entre sí permitió la elaboración de una sección geoelectrica del subsuelo que, con la ayuda de la información hidrogeológica preexistente de la región y el conocimiento de los rangos de resistividades de diversos materiales, se tradujo en una sección geológica constituida por cinco estratos de materiales distintos. Uno de estos estratos se identificó como una capa acuífera cuyo espesor y profundidad se estimó de acuerdo con el modelo propuesto.

1. EL ÁREA DE ESTUDIO

1.1. Localización del área de estudio

La finca “El Baúl” se encuentra en el municipio de Santa Lucía Cotzumalguapa, Escuintla (latitud $14^{\circ}18'03''$, longitud $90^{\circ}47'08''$), en la zona sur o bocacosta de Guatemala (figura 1). Se sitúa a una altitud de alrededor de 550 m, en una leve pendiente bajando hacia el Océano Pacífico, que está a unos 50 km al sur.

Los terrenos de la finca son propiedad de la empresa Pantaleón, S. A. La región está constituida por suelos altamente fértiles, destinados al cultivo de caña de azúcar.

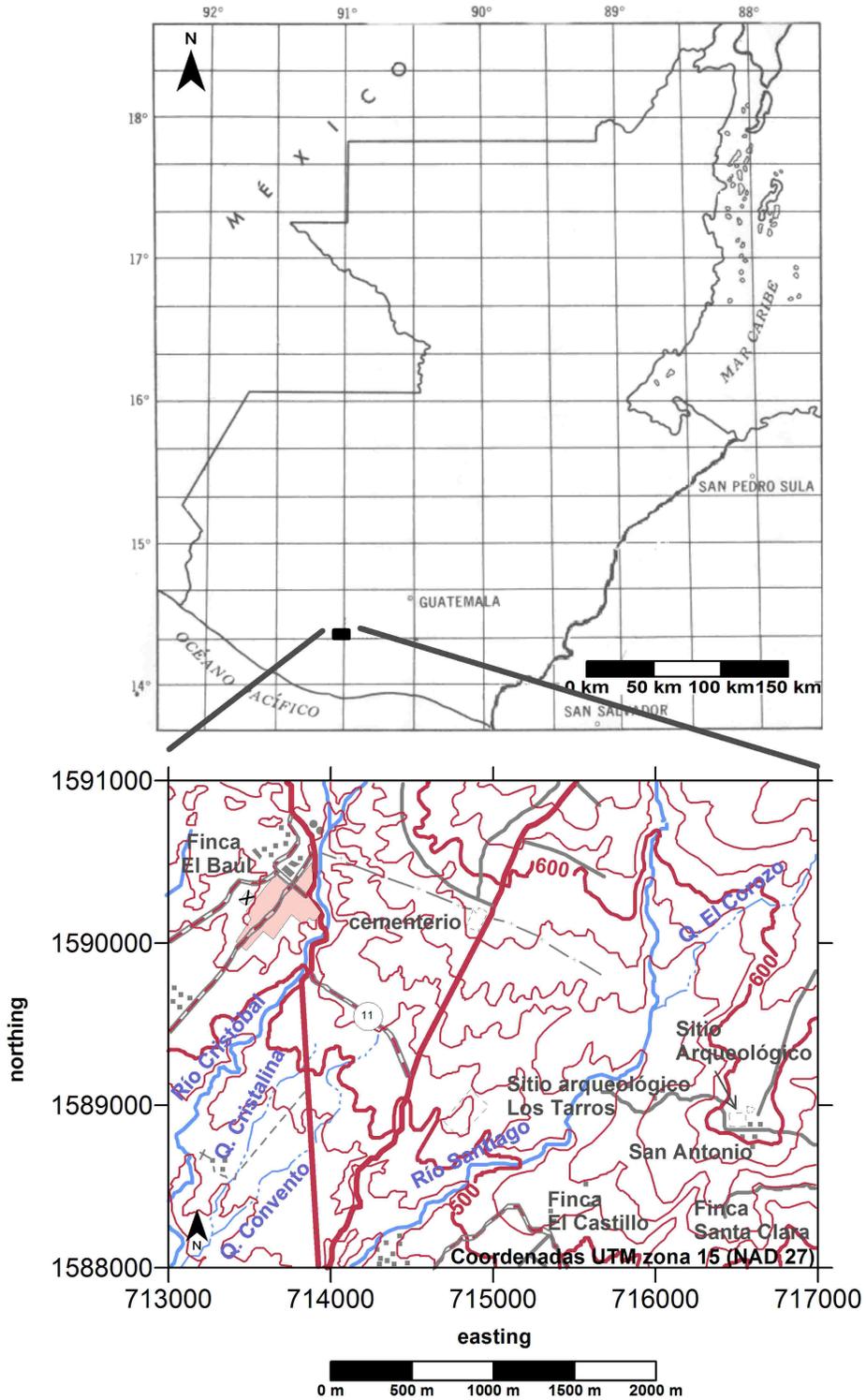
1.2. Descripción geológica

El sitio se encuentra a varios kilómetros del volcán de Fuego, que forma parte de la cadena volcánica que atraviesa el sur de Guatemala y que ha mantenido una actividad continua, depositando gran cantidad de sedimentos en la región. Así, el contexto geológico es volcánico, con numerosos afloramientos de lava.

La zona está constituida por dos unidades hidrogeológicas: la unidad de “depósitos piroclásticos cuaternarios”, identificada en el Mapa Geológico de Guatemala del Instituto Geográfico Nacional —IGN— [23], como Qp, y la unidad de “lavas y tobas terciarias”, identificada en el mismo mapa como Tv (figura 2).

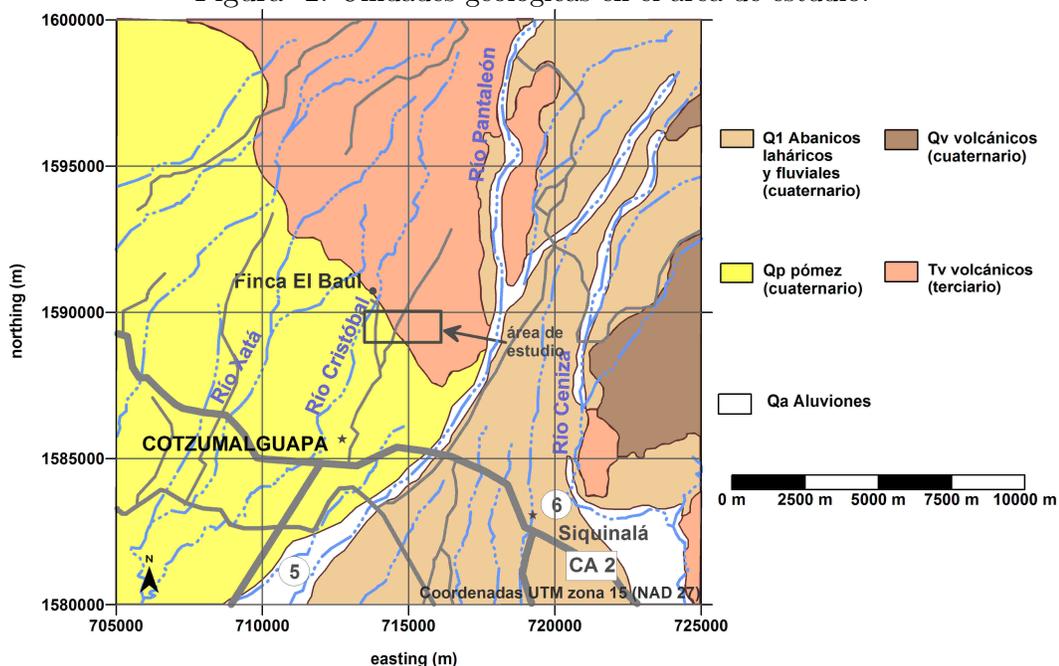
De acuerdo con el estudio realizado por el MAGA en 1991 [34], la unidad Qp comprende a todos los depósitos piroclásticos sueltos o muy poco consolidados constituidos por caída y flujo de ceniza. Litológicamente están constituidos por materiales de todas las fracciones granulométricas, desde cenizas hasta arena volcánica, lapilli, bombas fenocristales y fragmentos líticos, a veces estratificados y a veces no.

Figura 1: Localización geográfica del área de estudio.



Fuente: IGN. Mapa topográfico de Guatemala [24]. Hojas 1959 II y 2059 III.

Figura 2: Unidades geológicas en el área de estudio.



Fuente: IGN. Mapa geológico de Guatemala [23]. Hoja ND-15-8-G.

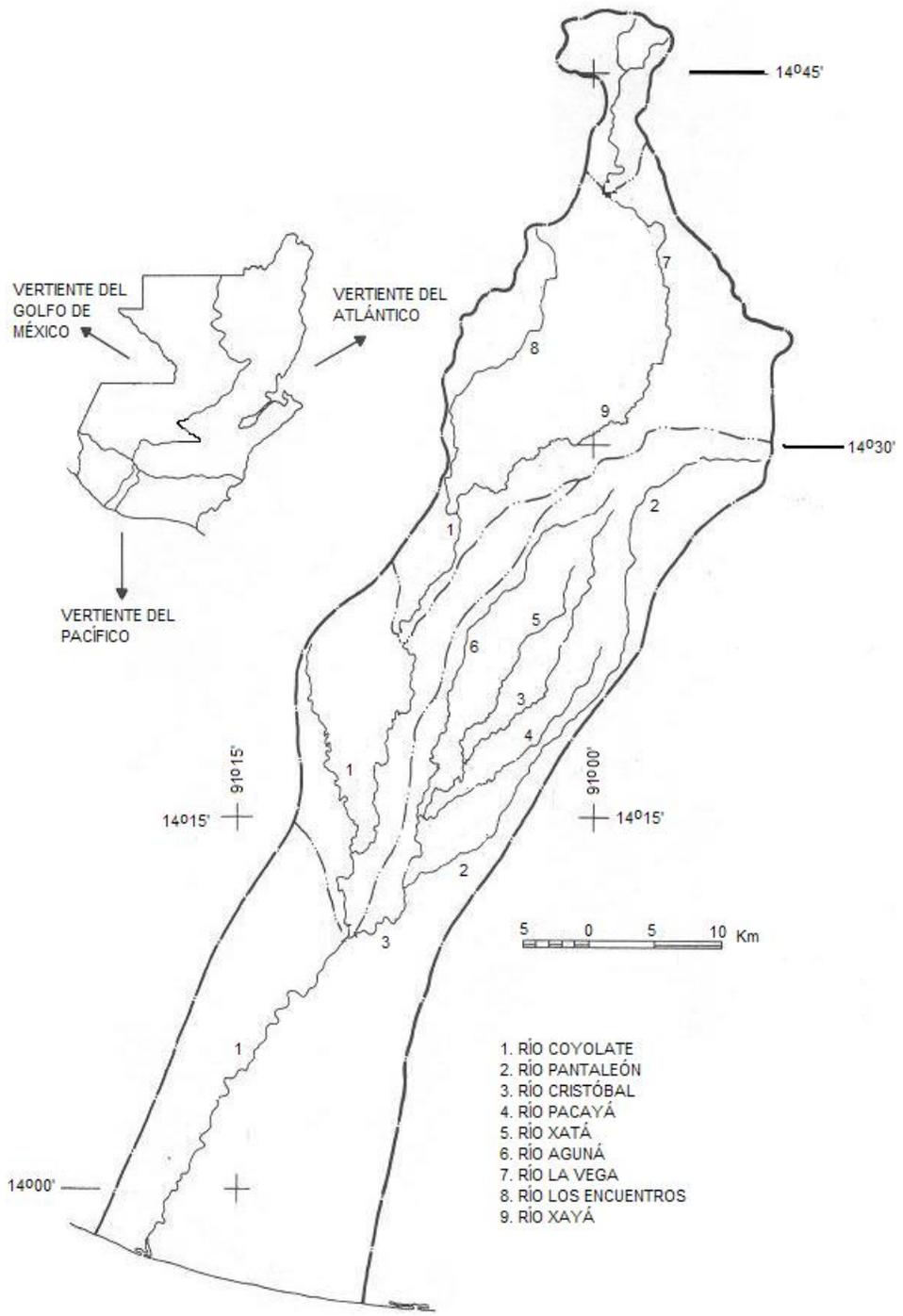
La unidad Tv comprende todo el complejo eruptivo depositado durante el terciario superior constituido por coladas de lava de variada composición, y tobas de diferente grado de consolidación y diversa naturaleza litológica, que constituyen una gran cubierta sobre los depósitos cretácicos y/o las rocas cristalinas [34].

1.3. Antecedentes y estudios previos

El área de estudio está sobre la cuenca del río Coyolate (figura 3), que es una de las 18 cuencas hidrográficas que drenan hacia el Océano Pacífico en la República de Guatemala.

Las partes más altas de estas cuencas pertenecen a la región hidrogeológica denominada “altiplano volcánico”, y las partes más bajas pertenecen a la región denominada “llanuras aluviales de la costa del Pacífico”, estando la finca en el límite entre ambas regiones. Sus constituyentes, los conjuntos Qp y Tv, conforman unidades hidrogeológicas bien definidas.

Figura 3: Cuenca del río Coyolate.



Fuente: MAGA. Plan maestro de riego y drenaje [34].

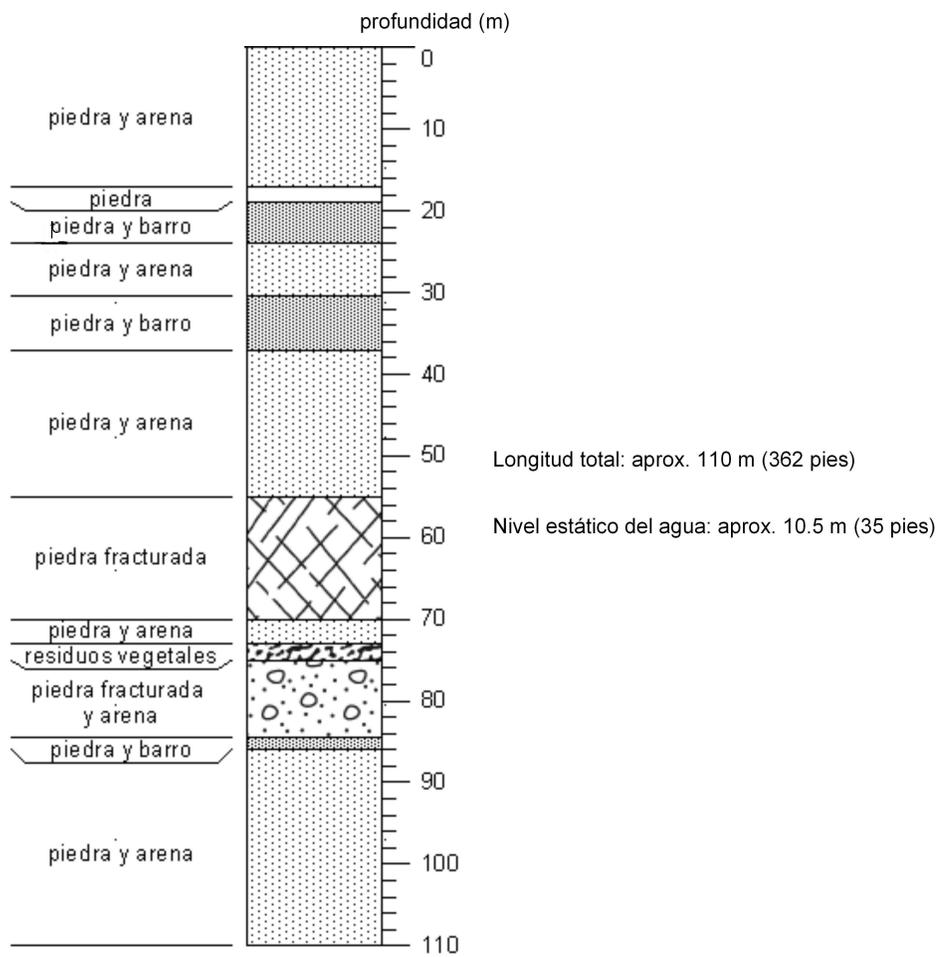
La unidad Qp está típicamente limitada en su base por las rocas volcánicas terciarias, y posee niveles con permeabilidad primaria intercalados con niveles impermeables o semipermeables, pero con interconexión hidráulica entre ellos (acuífero multiestratos). Todo el conjunto, por lo menos en las depresiones mayores, está saturado de agua en condiciones freáticas, pudiéndose encontrar acuíferos colgados y acuíferos en presión [34].

Por otra parte, la unidad Tv presenta generalmente una intensa fracturación causada por condiciones de enfriamiento rápido o por actividad tectónica secundaria, que da a todo el conjunto un elevado grado de permeabilidad, permitiendo la circulación del agua subterránea notablemente desarrollada. La fracturación es intensa cerca de la superficie y disminuye en profundidad. El conjunto presenta valores de permeabilidad muy variables, relacionados con el grado de fracturación y la continuidad de los conductos que forman las fracturas. Es la unidad más importante del altiplano volcánico, donde constituye un acuífero que se encuentra generalmente en condiciones freáticas y sólo a veces en condiciones artesianas, confinado por capas de lava o de toba no fracturadas o por depósitos cuaternarios impermeables o semipermeables [34].

En 1991, el MAGA 38, señaló a la cuenca del Coyolate como una de las áreas prioritarias por la necesidad que tiene de desarrollar al máximo el empleo de aguas subterráneas para riego.

En cuanto a la litología del sitio, no se cuenta con cortes estratigráficos detallados, realizados por geólogos sobre la zona. Sin embargo, existe un pozo que fue perforado en 1975 por Otto Dauber & Herbert Hoffmann, Perforaciones de Pozos Mecánicos. La información del corte de dicho pozo es propiedad de Daho Pozos de Centro América S. A., e indica el nivel estático del agua a unos 10.5 m (figura 4).

Figura 4: Corte litológico del pozo situado en la finca El Baúl.



Fuente: Daho Pozos de Centro América S. A. Informe de perforación, finca El Baúl [14].

2. LA RESISTIVIDAD DE LOS MINERALES Y ROCAS

2.1. Nociones generales

La resistividad eléctrica ρ es una propiedad física intrínseca de los materiales, que traduce la dificultad con la cual las corrientes eléctricas pueden atravesarlos. Su unidad en el sistema internacional es el Ohm-m ($\Omega \cdot m$). Esta propiedad física presenta una dinámica muy fuerte en la naturaleza (de 10^{-8} a 10^{16} $\Omega \cdot m$). Su inverso se denomina conductividad σ .

La corriente eléctrica fluye en los materiales principalmente de dos maneras: a) por conducción electrónica, en la que el flujo de corriente ocurre vía los electrones libres, como es el caso de los metales y los semiconductores; y b) por conducción electrolítica, en la que la corriente fluye por el movimiento de iones, como en el caso del agua subterránea. En los materiales de la corteza terrestre, la conducción electrolítica es quizá el mecanismo más frecuente. La conducción electrónica cobra importancia cuando se presentan minerales conductivos, tales como los sulfuros metálicos y el grafito.

El mecanismo de conducción de los metales se debe a que los electrones de valencia de sus átomos pueden moverse libremente entre la red cristalina. La facilidad del movimiento de los electrones y su gran número redundan en una conductividad muy elevada. De acuerdo con Gasulla [20], la resistividad de los metales a temperatura normal varía entre 10^{-8} y 10^{-7} $\Omega \cdot m$, pero disminuye con la temperatura y el contenido de impurezas. Son pocos y muy escasos los componentes de la corteza terrestre que poseen conductividad metálica. Entre ellos se cuentan los metales nativos (oro, plata, cobre, estaño) y quizá algún mineral poco abundante como la ullmanita (NiSbS).

Los minerales semiconductores son muchos y de gran importancia práctica. Su resistividad depende en gran medida del contenido de impurezas y, además,

disminuye con el aumento de temperatura. Por ello, la resistividad de una especie mineralógica determinada no puede representarse por un dato único, sino que puede variar dentro de límites amplios. En general, los telurios, los arseniuros y los sulfuros son conductores muy buenos, con excepciones como la blenda y el cinabrio. Los óxidos y los compuestos de antimonio suelen ser malos conductores, con excepción de la magnetita. Con frecuencia, estos minerales aparecen en la naturaleza asociados a una matriz aislante (cuarzo, calcita, etc.), por lo que la resistividad del conjunto puede variar mucho de unos casos a otros.

En los cuerpos dieléctricos o aislantes, los electrones están fuertemente ligados debido a la existencia de enlaces covalentes o iónicos, donde la red cristalina forma un electrolito sólido. La mayoría de los minerales pertenecen a este grupo. A temperaturas normales las resistividades son muy altas, generalmente superiores a $10^7 \Omega \cdot \text{m}$. Son minerales dieléctricos el azufre, la blenda, la calcita, el cinabrio, el cuarzo, las micas y el petróleo, entre otros. Entre estos minerales, además, figuran los más importantes constituyentes de las rocas [20].

2.2. Factores que influyen en la resistividad de las rocas

Si la resistividad de las rocas dependiese únicamente de los minerales constituyentes, habrían de considerarse como aislantes en la inmensa mayoría de los casos. Sólo cuando la roca contiene minerales semiconductores en cantidad apreciable, puede considerarse como conductora, es decir, sólo los serían las menas metálicas. Sin embargo, todas las rocas poseen poros en mayor o menor proporción, los cuales suelen estar ocupados total o parcialmente por electrolitos, de donde, en conjunto, las rocas se comportan como conductores iónicos de resistividad muy variable según los casos. La resistividad de las rocas puede variar en margen amplísimo en función del contenido en agua, de la salinidad de ésta y del modo de distribución de los poros.

2.2.1. Influencia de la salinidad y la movilidad de los iones

La conductividad de las soluciones es en gran medida una función de la salinidad y la movilidad de los iones presentes en la solución y puede expresarse con la ecuación

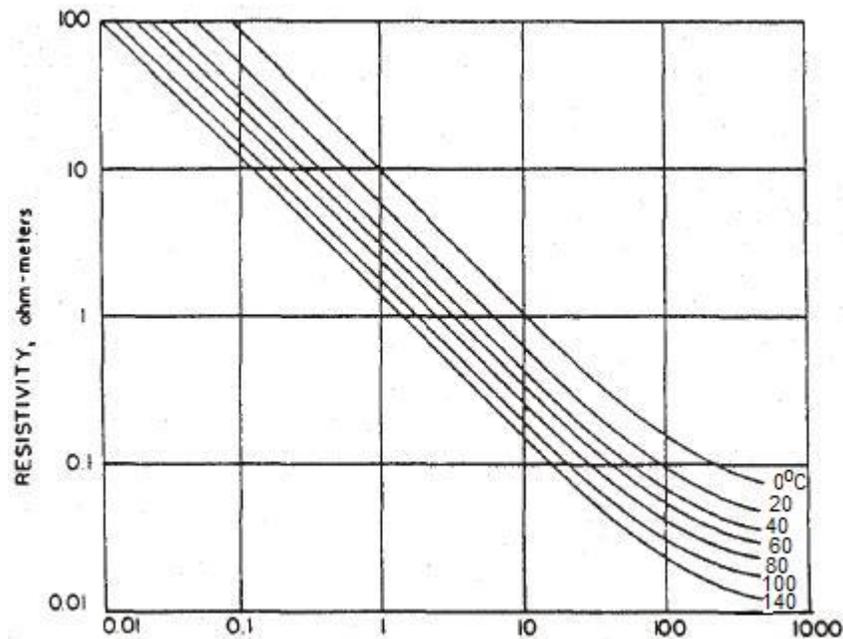
presentada por Reyes [42]:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \eta \cdot (c_1 q_1 m_1 + c_2 q_2 m_2 + \dots) \quad (2.1)$$

donde σ es la conductividad, η es el número de Faraday (96,500 coulomb/mol), c es la concentración de iones, q es la valencia de los iones y m es su movilidad.

La salinidad de una solución de NaCl de resistividad igual a la de una solución particular se denomina “salinidad equivalente”. El efecto de la salinidad de una solución de cloruro de sodio sobre la resistividad, a diferentes temperaturas, se muestra en la figura 5.

Figura 5: Resistividad de soluciones de NaCl en función de la concentración y la temperatura.



Fuente: Yohannes Demissie. Transient electromagnetic resistivity survey at the geysir geothermal field, s-iceland [15]. Pág. 146.

De acuerdo con Demissie [15], la resistividad es inversamente proporcional a la salinidad, excepto en concentraciones extremadamente altas. La conductividad de una solución de NaCl aumenta cuando la temperatura sube de 0 a 140°C.

2.2.2. Influencia de la temperatura

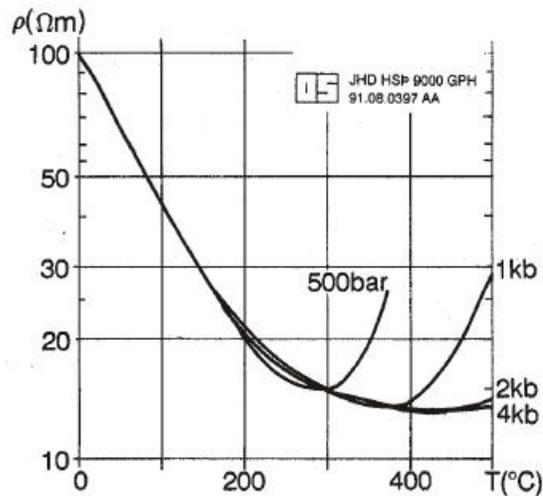
Según la ecuación 2.1, la resistividad depende inversamente de la movilidad de los iones presentes en la solución, que a su vez es función de la temperatura y la viscosidad. Así, según Reyes [42], la relación de la resistividad con la temperatura puede aproximarse con la ecuación

$$\rho_w = \frac{\rho_{w0}}{1 + \alpha(T - T_0)} \quad (2.2)$$

donde ρ_{w0} es la resistividad del fluido a la temperatura T_0 y α es el coeficiente de temperatura ($0,023^\circ\text{C}^{-1}$ para $T_0 = 23^\circ\text{C}$ y $0,025^\circ\text{C}^{-1}$ para $T_0 = 0^\circ\text{C}$ y para la mayoría de electrolitos en sistemas geotérmicos).

La relación entre la resistividad y la temperatura del agua se muestra en la figura 6.

Figura 6: Resistividad eléctrica del agua en función de la temperatura a diferentes presiones.



Fuente: Yohannes Demissie. Transient electromagnetic resistivity survey at the geysir geothermal field, s-iceland [15]. Pág. 145.

Según Demissie [15], a bajas temperaturas, un aumento en la temperatura de una solución electrolítica disminuye la viscosidad, lo cual aumenta la movilidad de

los iones en la misma y, por lo tanto, disminuye la resistividad. A temperaturas altas, una disminución en la permitividad dieléctrica del agua produce una disminución del número de iones disociados en la solución. Por encima de los 300°C, esto comienza a aumentar la resistividad.

El efecto de las variaciones de la temperatura sobre la resistividad disminuye a altas temperaturas, donde otros factores, como la porosidad, salinidad y minerales de alteración, se vuelven más dominantes [15].

2.2.3. Influencia de la porosidad y la permeabilidad

Dado que el fluido es importante en la conductividad de la roca, el grado de saturación es de gran importancia en la resistividad del conjunto. Existe una ecuación, la ley de Archie, que establece una relación entre la resistividad de una roca porosa y el factor de saturación de fluido:

$$\rho = a\rho_w\phi^{-m}s^{-n} = F\rho_ws^{-n} \quad (2.3)$$

donde ρ es la resistividad de la roca, ρ_w es la resistividad del fluido, ϕ es la porosidad, s es la saturación (fracción de la roca llena de fluido), y a , m y n son parámetros empíricos. Para la mayoría de las rocas, a es alrededor de 1 y m es alrededor de 2, siempre que la resistividad del fluido en los poros sea del orden de los 2 $\Omega \cdot \text{m}$ o menos, pero no es válida para resistividades mucho mayores [15]. El valor de n es aproximadamente 2. La cantidad F se denomina “factor de formación” de la roca. La ley de Archie es aplicable a ciertos tipos de rocas y sedimentos, particularmente aquellos que tienen bajo contenido en arcillas. Para los sedimentos cuyo contenido en arcillas es significativo, se han desarrollado ecuaciones más complejas, como lo muestran los trabajos de Saarenketo [47] y Su [51].

La cantidad de fluido a través de la roca depende en gran parte de la permeabilidad secundaria dada por las fracturas. Mientras más grandes son las fracturas, mayor es la porosidad y, por ende, aumenta la permeabilidad. La relación entre la permeabilidad y la fracturación está dada por [42]:

$$\kappa = \frac{d^3}{12l} \quad (2.4)$$

donde κ es la permeabilidad, d es la anchura media de las fracturas y l es la distancia media entre fracturas.

2.2.4. Influencia de la interacción fluido-roca

La resistividad de la roca disminuye por la presencia de minerales hidrófilos (como las arcillas) como producto de la interacción fluido-roca. En términos de la conductividad de la interfase se tiene [42]

$$\sigma = \frac{1}{F}\sigma_w + \sigma_s \quad (2.5)$$

donde σ es la conductividad total de la roca, σ_w es la conductividad del agua, σ_s es la conductividad de la interfase y F es el factor de formación.

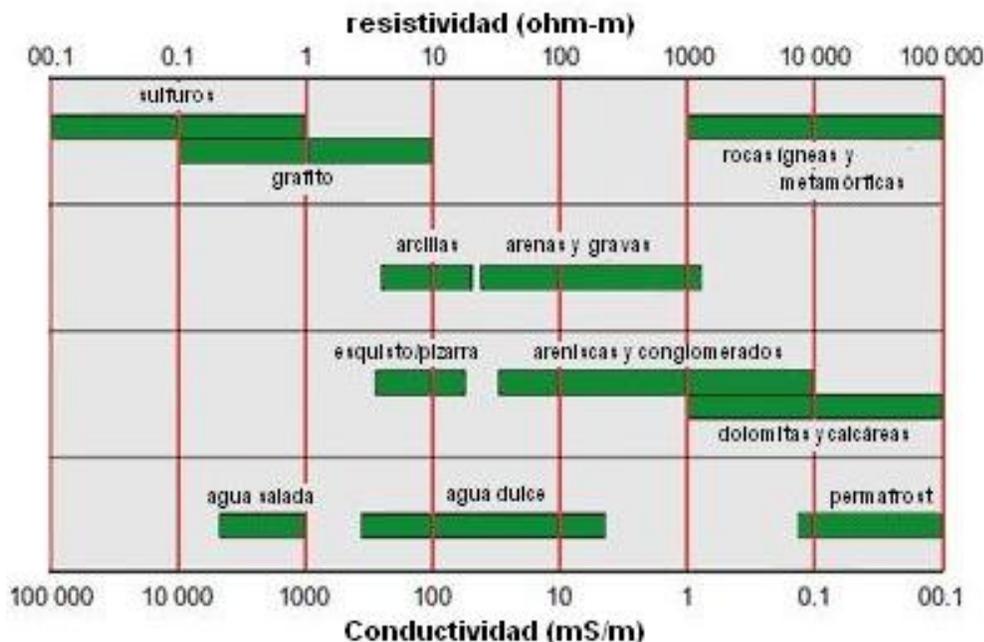
La conductividad de interfase resulta de la alteración de los minerales de la matriz de la roca. El tipo de minerales de alteración que se forman depende de la temperatura, la composición química de la roca sana y del fluido de saturación. Estos minerales de alteración cubren las paredes de las fracturas y son determinantes en la resistividad eléctrica de las rocas a temperaturas de hasta 250°C [15].

2.3. Resistividad típica de diversas rocas

La figura 7 muestra los intervalos de resistividad para diversos materiales en la corteza terrestre, según Chappelier [9]. En general, la resistividad de las rocas ígneas y metamórficas es elevada, según el grado de fracturación y de saturación de agua subterránea. Así, la resistividad de una roca dada puede variar de unos 1000 hasta 10 millones $\Omega \cdot m$, dependiendo de si está seca o húmeda. Esta característica es útil en la detección de zonas de fracturas y otras características de alteración. Si la roca es sana, poco fracturada, poco porosa y contiene poco fluido eléctricamente conductor, ésta será muy resistiva.

En los sedimentos y rocas sedimentarias, que usualmente son más porosas y tienen mayor contenido en agua, la resistividad tiende a ser más baja en comparación con las rocas ígneas y metamórficas. Los valores de resistividad varían de 10 hasta unos 10,000 $\Omega \cdot m$, estando la mayoría de los valores por debajo de los 1000 $\Omega \cdot m$.

Figura 7: Intervalos de resistividad de distintos materiales en la corteza terrestre.



Fuente: Dominique Chappelier. Prospección eléctrica de superficie [9]. Pág. 26.

Mientras más viejas y compactas sean las rocas, mayor será su resistividad. La porosidad y la salinidad del agua que contienen es un factor determinante en este tipo de rocas.

Los sedimentos no consolidados generalmente son menos resistivos que las rocas sedimentarias, con rangos desde 10 hasta menos de 1000 $\Omega \cdot m$. Su valor depende de la porosidad (asumiendo que todos los poros están saturados) así como del contenido en arcillas. Los suelos arcillosos suelen ser menos resistivos que los suelos arenosos. Sin embargo, existe un traslape entre los valores de resistividad de las distintas clases de rocas y suelos debido a la variedad de factores que influyen.

El agua pura es muy poco conductora a causa de su muy reducida disociación. La resistividad del agua destilada es de unos $10^5 \Omega \cdot m$, por lo que puede considerarse como aislante. Sin embargo, las aguas que se presentan en la naturaleza muestran una conductividad apreciable, pues siempre tienen disuelta alguna sal. Así, las aguas de lagos y arroyos de alta montaña varían entre $10^3 \Omega \cdot m$ y $3 \times 10^7 \Omega \cdot m$. La resistividad

del agua subterránea varía de 10 a 100 $\Omega \cdot \text{m}$, dependiendo de la concentración de sales disueltas [9]. Es notable la baja resistividad del agua de mar (alrededor de 0.2 $\Omega \cdot \text{m}$) debido al alto contenido de sal.

Es importante conocer también los valores de resistividad de los contaminantes industriales. Loke [29] indica que los metales como el hierro, tienen resistividad extremadamente baja. Los químicos que son electrolitos fuertes, como el cloruro de potasio y el cloruro de sodio, pueden reducir fuertemente la resistividad del agua subterránea a menos de 1 $\Omega \cdot \text{m}$, incluso en muy bajas concentraciones. El efecto de los electrolitos débiles, como el ácido acético, es comparativamente menor. Los hidrocarburos, como el xileno ($6,998 \times 10^{16} \Omega \cdot \text{m}$), poseen típicamente valores muy elevados de resistividad. Sin embargo, en la práctica, los porcentajes de hidrocarburos en una roca o suelo son usualmente muy pequeños y podrían no tener un efecto significativo en su resistividad total.

3. EL SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL

3.1. Métodos de resistividad eléctrica

Los métodos de resistividad eléctrica consisten en medir la diferencia de potencial entre un par de electrodos, generada por la inyección de una corriente eléctrica entre otro par. La distribución de las diferencias de potencial medidas en la superficie proporciona información acerca de la distribución de la resistividad eléctrica en el subsuelo. La profundidad de penetración es proporcional a la separación entre los electrodos. La variación de las diferencias de potencial en función de dicha separación permite hacer inferencias acerca de la estructura del subsuelo. La magnitud medida se llama “resistividad aparente” ρ_a . La interpretación de las medidas de resistividad aparente comprende, primero, la interpretación física de los datos, de donde resulta un modelo geoelectrico (modelo de distribución de la resistividad en el subsuelo) y luego, la interpretación geológica de los parámetros físicos obtenidos [13].

3.1.1. Generalidades

Para medir la resistividad eléctrica del suelo se le aplican campos eléctricos por medio de la inyección de corrientes. El comportamiento de estos campos obedece las leyes de Maxwell. Estas cuatro ecuaciones constituyen la base del electromagnetismo y, en su forma diferencial, se escriben:

$$\begin{aligned} \text{ley de Faraday} \quad \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{teorema de Gauss} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} &= q_c \\ \text{ley de Ampère} \quad \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \text{flujo magnético} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde \mathbf{E} es el vector de campo eléctrico, \mathbf{B} es el vector de inducción magnética, \mathbf{H} es el vector de campo magnético, \mathbf{D} es el vector de corriente de desplazamiento, \mathbf{J} es el vector de densidad de corriente, q_c es la densidad volumétrica de cargas eléctricas

presentes en el medio y σ es la conductividad eléctrica del medio, relacionada con la resistividad por $\rho = \sigma^{-1}$.

En el caso de un campo estacionario, las derivadas temporales se anulan y las leyes de Faraday y de Ampère se convierten en

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad \text{y} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.2)$$

La primera de estas ecuaciones implica que el campo eléctrico es conservativo, por lo que deriva de un potencial escalar V :

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (3.3)$$

El campo eléctrico \mathbf{E} y la densidad de corriente \mathbf{J} están relacionados por la ley de Ohm para los medios isótropos:

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J} \quad (3.4)$$

La circulación de la corriente cumple con la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial q_c}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (3.5)$$

Cuando la densidad de carga es constante en el tiempo, es decir, cuando la distribución de corriente es estacionaria (que es el caso en la inyección de corriente continua), la ecuación 3.5 se reduce a

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (3.6)$$

en todos los puntos, excepto en los electrodos. La combinación de las ecuaciones 3.4 y 3.6 da

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot \frac{\mathbf{E}}{\rho} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla V \right) = 0 \quad (3.7)$$

Esta es la ecuación más general de la prospección eléctrica y es válida para el caso de un terreno heterogéneo donde ρ y V son funciones de la posición (x, y, z) en el espacio.

3.1.2. Potenciales en medios homogéneos

Considérese una corriente continua que atraviesa un medio homogéneo e isótropo (este análisis es válido también para las corrientes alternas de frecuencia suficientemente baja para que las corrientes de desplazamiento sean despreciables). En tal medio, la resistividad será constante en todo el espacio. Entonces la ecuación 3.7 se convierte en la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (3.8)$$

que implica que el potencial es armónico. Esta ecuación es válida para todo punto del medio homogéneo, excepto en los electrodos y en las superficies de discontinuidad de la resistividad en los límites del medio. Para los medios compuestos de diferentes regiones homogéneas, deben verificarse las siguientes condiciones de frontera en todo contacto entre dos zonas de resistividad diferente:

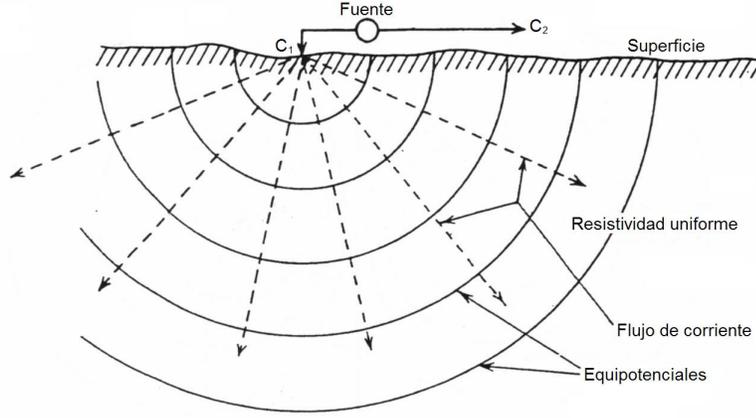
$$\mathbf{E}_{x1} = \mathbf{E}_{x2} \quad \text{y} \quad \frac{1}{\rho_1} \mathbf{E}_{z1} = \frac{1}{\rho_2} \mathbf{E}_{z2} \quad (3.9)$$

donde los índices 1 y 2 corresponden a los medios 1 y 2, respectivamente; x y z son respectivamente los ejes tangencial y perpendicular a la interfase; \mathbf{E}_x corresponde a las componentes tangenciales del campo eléctrico, \mathbf{E}_z a sus componentes normales y ρ a las resistividades de los medios. La discontinuidad de las componentes normales del campo eléctrico resulta de la continuidad de la componente normal de la densidad de corriente. La continuidad de la componente tangencial del campo eléctrico a través de la interfase entre los dos medios implica la continuidad del potencial

$$V_1 = V_2 \quad (3.10)$$

Supóngase ahora un electrodo puntual C_1 colocado en la superficie de un medio homogéneo e isótropo (un semiespacio infinito) en el cual se inyecta una corriente de intensidad I (figura 8). El otro semiespacio, de resistividad infinita, representará la atmósfera. Considérese también que el electrodo C_2 que cierra el circuito se encuentra lo suficientemente alejado como para despreciar su influencia. La conductividad del aire sobre el medio es nula. A partir de la simetría del sistema, el potencial es función

Figura 8: Fuente puntual de corriente en la superficie de un medio homogéneo.



Fuente: W. M. Telford, *et al.* Applied Geophysics [57]. Pág. 524.

únicamente de la distancia r respecto del electrodo. Así, la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas se simplifica a

$$\nabla^2 V = \frac{d^2 V}{dr^2} + \left(\frac{2}{r}\right) \frac{dV}{dr} = 0 \quad (3.11)$$

cuya solución es

$$V = -\frac{A}{r} + B \quad (3.12)$$

donde A y B son constantes de integración. Cuando $r \rightarrow \infty$, $V = 0$, entonces $B = 0$. Las condiciones de frontera exigen que $E_x = \partial V / \partial z = 0$ en $z = 0$ (porque $\sigma_{aire} \sim 0$), lo cual se cumple en la ecuación 3.12. Entonces la corriente circula radialmente hacia afuera en todas las direcciones del medio a partir del electrodo puntual. La corriente total que atraviesa una superficie hemisférica es, según las ecuaciones 3.3, 3.4 y 3.12

$$I = 2\pi r^2 J = -\frac{2\pi r^2}{\rho} \left(\frac{dV}{dr}\right) = -\frac{2\pi A}{\rho} \quad (3.13)$$

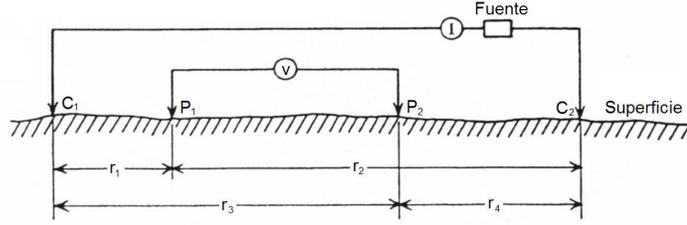
de donde $A = -I\rho/2\pi$ y, por consiguiente

$$V = \left(\frac{I\rho}{2\pi}\right) \frac{1}{r} \rightarrow \rho = 2\pi r \frac{V}{I} \quad (3.14)$$

Las superficies equipotenciales, ortogonales a las líneas de flujo de corriente, son superficies hemisféricas correspondientes a $r = \text{constante}$ (figura 8).

Ahora bien, si la distancia entre los electrodos es finita (figura 9), el potencial en cualquier punto cercano a la superficie está afectado por los dos electrodos de corriente. Al igual que antes, el potencial debido a C_1 en P_1 es $V_1 = -A_1/r_1$, con $A_1 = -I\rho/2\pi$.

Figura 9: Dos electrodos de corriente y dos de potencial en la superficie de un suelo homogéneo e isótropo de resistividad ρ .



Fuente: W. M. Telford, *et al.* Applied Geophysics [57]. Pág. 524.

Las corrientes inyectadas por los dos electrodos son iguales y de signo opuesto. Por lo tanto, el potencial debido a C_2 en P_1 es $V_2 = -A_2/r_2$, con $A_2 = I\rho/2\pi = -A_1$. Así, el potencial total en P_1 es $V_1 + V_2 = (I\rho/2\pi) (1/r_1 - 1/r_2)$.

Finalmente, al introducir un segundo electrodo de potencial en P_2 , es posible hacer cálculos similares para obtener el potencial en dicho punto. La diferencia de potencial entre P_1 y P_2 será entonces:

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi} \left\{ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right\} \quad (3.15)$$

Esta expresión corresponde a los dispositivos de cuatro electrodos utilizados en prospección eléctrica. Con frecuencia, los electrodos de corriente se denominan A y B; los de potencial, M y N; r_1 se escribe AM ; r_2 , BM ; r_3 , AN ; y r_4 , BN . La distancia entre los electrodos de corriente es AB y la distancia entre los de potencial es MN .

Es extremadamente raro encontrar suelos homogéneos en la naturaleza. Generalmente, el subsuelo es heterogéneo y presenta contrastes de resistividad. Para poder dar cuenta de estas características, se descompone el espacio en regiones homogéneas en cuyos límites se aplican las condiciones de frontera (sección 2.3). La solución de

la ecuación 3.7 se calcula analíticamente para distribuciones simples de resistividad: terrenos tabulares con varias capas paralelas, medios que contienen heterogeneidades con formas geométricas simples, etc. Los modelos resultantes son aproximaciones burdas del subsuelo real para las cuales, la ecuación 3.7 ya no tiene solución analítica y debe resolverse por métodos numéricos iterativos. Entonces, se plantea la ecuación de continuidad en todo punto del espacio:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = I\delta(r - r_s) \quad (3.16)$$

donde r_s es la posición de la fuente, r es la posición de un punto cualquiera del espacio y δ es la función de Dirac. La ecuación 3.7 se convierte en una ecuación de Poisson

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla V \right) = I\delta(r - r_s) \quad (3.17)$$

La solución del problema directo en prospección eléctrica consiste en encontrar, para una distribución de resistividad $\rho(x, y, z)$ dada, una función real $V(x, y, z)$ que satisfaga la ecuación 3.17.

3.2. La resistividad aparente ρ_a

En la práctica, se mide la diferencia de potencial entre P_1 y P_2 provocada por la inyección de una corriente eléctrica en el subsuelo. A partir de los valores de I y ΔV , la resistividad del subsuelo puede ser calculada a través de 3.15:

$$\rho = \frac{\Delta V}{I} 2\pi \left\{ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right\}^{-1} = K \frac{\Delta V}{I} \quad (3.18)$$

donde K es el coeficiente geométrico que depende solamente de las posiciones relativas de los electrodos. Sin embargo, si el terreno no es homogéneo (como casi siempre es el caso), la resistividad obtenida con esta fórmula dependerá de la repartición de la resistividad en el subsuelo. No se puede considerar este valor como una media simple de todas las resistividades presentes en el medio. Esta resistividad ficticia se denomina resistividad aparente ρ_a y es la resistividad correspondiente a un medio homogéneo que, para el mismo arreglo de electrodos y la misma intensidad de corriente inyectada, produciría la misma diferencia de potencial que ha sido observada. La relación entre la

resistividad aparente y la resistividad “real” es muy compleja, por lo que se requieren procesos de inversión de los valores de resistividad aparente medidos (sección 3.8.3).

3.3. Dispositivos de electrodos

Un conjunto de electrodos como el representado en la figura 9 se llama “dispositivo de electrodos”. En general, estos dispositivos constan de cuatro electrodos; por dos de ellos, A y B, la corriente entra y sale, y entre los otros dos, M y N, se mide la diferencia de potencial creada por dicha corriente. A y B están unidos a un generador eléctrico provisto de un amperímetro por medio de cables aislados, mientras que M y N están unidos a un instrumento que mide la diferencia de potencial entre ellos, teniendo así dos circuitos independientes: uno “de corriente o de inyección”, y otro “de potencial o de recepción”.

El conjunto de los cuatro electrodos suele denominarse “cuadrupolo”. En principio, los cuatro electrodos pueden adoptar cualquier disposición geométrica sobre el plano que representa la superficie del terreno. Estas disposiciones geométricas se denominan “dispositivos”, “arreglos” o “configuraciones”. Para cualquier dispositivo, si se conocen las distancias mutuas entre los electrodos y se mide la intensidad I que pasa por A y B, así como la diferencia de potencial ΔV entre M y N, es posible calcular la resistividad aparente ρ_a mediante una fórmula del tipo

$$\rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \quad (3.19)$$

como la ecuación 3.18, donde K depende únicamente de la geometría del dispositivo. Si el medio es homogéneo, la fórmula 3.19 dará su resistividad verdadera.

En el caso más general, en que los cuatro electrodos están dispuestos de cualquier manera sobre una superficie plana, se tendrá, de acuerdo con la ecuación 3.15

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right) \quad (3.20)$$

y, por lo tanto

$$\rho_a = 2\pi \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)^{-1} \frac{\Delta V}{I} \quad (3.21)$$

donde ρ pasa a ser ρ_a , dada la definición de resistividad aparente. En este caso, el coeficiente del dispositivo es

$$K = 2\pi \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)^{-1} \quad (3.22)$$

Los dispositivos más utilizados son aquellos en que los cuatro electrodos A M B N se encuentran, en ese orden, sobre una misma recta (dispositivos lineales). Si además los cuatro electrodos se disponen simétricamente respecto de un centro O , se tiene un dispositivo simétrico. En tal caso, si se denomina a a la distancia MN y L a la distancia $OA = OB$, se tiene para la ecuación 3.21 la forma

$$\rho_a = \pi \left(L^2 - \frac{a^2}{4} \right) \frac{\Delta V}{Ia} \quad (3.23)$$

que es la fórmula general para dispositivos lineales simétricos.

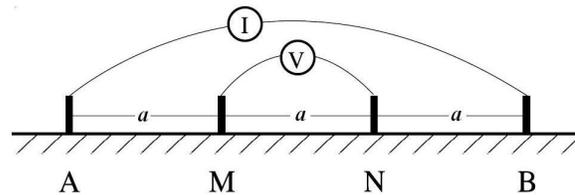
A continuación se dará una descripción de los dispositivos lineales de mayor uso en prospección eléctrica.

3.3.1. Dispositivo wenner

Es un dispositivo en el cual las distancias entre los electrodos contiguos son iguales: $AM = MN = NB = a$ (figura 10). Sustituyendo en 3.23 se obtiene

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad (3.24)$$

Figura 10: Esquema del dispositivo de electrodos wenner.



Fuente: Nikolaj Foged. Inversion med lateralt sammenbundue modeller af 2-dimensionale stokastiske resistivitetsfordeligner [18]. Pág. 9.

Así, el coeficiente del dispositivo wenner es $K = 2\pi a$. De acuerdo con Loke [29], la intensidad de la señal es inversamente proporcional al factor geométrico utilizado.

El factor geométrico del dispositivo wenner es el más pequeño entre los diferentes dispositivos, por lo que es el que posee la señal más intensa. Esto es importante en casos en que la prospección se realiza en áreas con altos niveles de ruido.

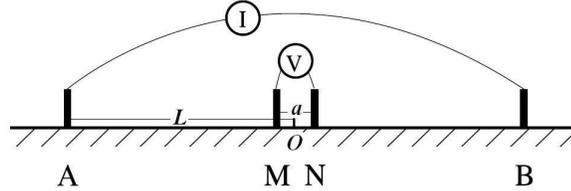
3.3.2. Dispositivo schlumberger

Es el más eficaz y utilizado en sondeo eléctrico (figura 11). Se trata de un dispositivo límite que, aunque en la práctica es irrealizable de modo riguroso, presenta grandes ventajas teóricas y puede llevarse a cabo con suficiente aproximación. La idea es hacer que la distancia a que separa los electrodos M y N tienda a cero. El segundo miembro de la ecuación 3.23 no tiende a infinito, ya que ΔV decrece al mismo tiempo que a . Entonces se tiene

$$\rho_a = \lim_{a \rightarrow 0} \left[\pi \left(L^2 - \frac{a^2}{4} \right) \frac{\Delta V}{aI} \right] = \pi L^2 \frac{1}{I} \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{a} = \pi L^2 \frac{E}{I} \quad (3.25)$$

ya que el límite $\Delta V/a$ cuando a tiende a cero es el gradiente del potencial, es decir el campo.

Figura 11: Esquema del dispositivo de electrodos schlumberger.



Fuente: Nikolaj Foged. Inversion med lateralt sammenbundue modeller af 2-dimensionale stokastiske resistivitetsfordeligner [18]. Pág. 9.

Se busca, entonces, utilizar una distancia $MN = a$ muy corta de modo que la ecuación 3.25 sea válida, suponiendo que lo que se mide es el campo eléctrico, que en la práctica se considera igual a $\Delta V/a$. Por ello, en las observaciones de campo se utiliza la ecuación

$$\rho_a = \pi L^2 \frac{\Delta V}{Ia} \quad (3.26)$$

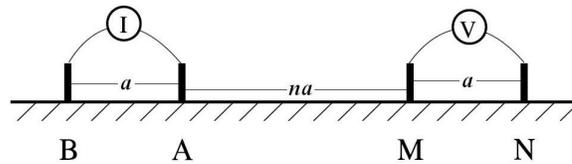
y suele tomarse la norma de que $MN \leq AB/5$, ya que el error relativo para $MN = AB/5$ es del 4% (según Orellana [36]) y, normalmente, MN es mucho más pequeño respecto de AB .

La intensidad de la señal para este dispositivo es más débil que la del dispositivo wenner, pero mayor que la del dipolo-dipolo y el doble que la del polo-dipolo. Para valores grandes de L , se recomienda aumentar la distancia a para mejorar la señal [29] (ver sección 3.6).

3.3.3. Dispositivo dipolo-dipolo

En este dispositivo, los electrodos de corriente están muy cerca uno del otro y muy alejados de los de potencial, que también se encuentran muy cerca uno del otro (figura 12). El factor geométrico del dispositivo es $K = \pi n(n + 1)(n + 2)a$. Para valores grandes de n se toma $K = \pi n^3 a$.

Figura 12: Esquema del dispositivo de electrodos dipolo-dipolo.



Fuente: Nikolaj Foged. Inversion med lateralt sammenbundue modeller af 2-dimensionale stokastiske resistivitetsfordelinger [18]. Pág. 9.

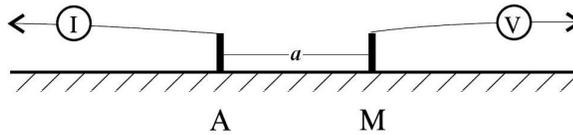
La señal es inversamente proporcional al cubo de n , por lo que ésta es muy débil para valores grandes de n . Para una corriente dada, el voltaje medido cae unas 56 veces cuando n aumenta de 1 a 6. Un método para contrarrestar este problema es el recomendado por Loke [29], que consiste en aumentar la distancia a para reducir la caída en el potencial con el aumento de la longitud total del arreglo. Es importante que al aplicar este dispositivo se utilice un resistivímetro muy sensible y con un buen sistema de control de ruido, además de buen contacto entre los electrodos y el suelo.

3.3.4. Dispositivo polo-polo

Es un dispositivo que en su versión ideal, con un solo electrodo de corriente y uno solo de potencial, no existe. Para aproximarlo, el segundo electrodo de corriente B y el de potencial N se sitúan a una distancia “infinita” respecto de A y M (figura 13). El efecto de B (al igual que el de N) es aproximadamente proporcional

a AM/BM , por lo que BM debe ser al menos de 20 veces la separación máxima entre los electrodos A y M utilizada en la prospección, para que el error originado al despreciar el efecto de estos electrodos sea menor del 5% [29]. El factor geométrico del dispositivo es el mismo que el del dispositivo wenner.

Figura 13: Esquema del dispositivo de electrodos polo-polo.



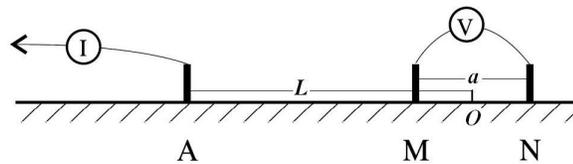
Fuente: Nikolaj Foged. Inversion med lateralt sammenbundue modeller af 2-dimensionale stokastiske resistivitetsfordeligner [18]. Pág. 9.

En la práctica, no siempre es fácil hallar lugares adecuados para plantar los electrodos remotos, lo cual constituye una desventaja. Además, debido a la gran distancia entre M y N, la señal recoge gran cantidad de ruido telúrico que puede degradar mucho la calidad de los resultados.

3.3.5. Dispositivo polo-dipolo

Se trata de un dispositivo asimétrico (también se le llama “semi-schlumberger”) que requiere que un electrodo de corriente, B, sea colocado a una distancia “infinita” respecto de M y N (no es necesario que esté alineado con los otros tres electrodos) (figura 14). El factor geométrico del dispositivo es $2\pi n(n+1)a$.

Figura 14: Esquema del dispositivo de electrodos polo-dipolo.



Fuente: Nikolaj Foged. Inversion med lateralt sammenbundue modeller af 2-dimensionale stokastiske resistivitetsfordeligner [18]. Pág. 9.

El efecto del electrodo remoto es aproximadamente proporcional a $(AM/BM)^2$. Así, este dispositivo es menos afectado por el electrodo B, comparado con el dispositivo polo-polo. Si BM es más de 5 veces mayor que la máxima distancia AM utilizada, el error causado al despreciar el efecto del electrodo B es menor del 5%.

La intensidad de la señal para este dispositivo decrece con el cuadrado de n . Aunque este efecto no es tan severo como en el dispositivo dipolo-dipolo, no se recomienda el uso de valores de n mayores de 8 ó 10, a menos que la distancia a sea aumentada para mejorar la intensidad de la señal [29]. Además, el dispositivo no es tan sensible al ruido telúrico como el dispositivo polo-polo.

3.4. Teoría del sondeo eléctrico vertical

3.4.1. Introducción

Se llama sondeo eléctrico vertical (SEV) a una serie de determinaciones de resistividad aparente efectuadas con el mismo tipo de dispositivo y separación creciente de los electrodos de emisión y recepción, guardando siempre un mismo punto central O .

Orellana [36] indica que la mayor eficacia del método corresponde al caso en que los SEV se efectúan sobre un terreno compuesto por capas de resistividad lateralmente homogénea y limitadas por planos paralelos a la superficie del terreno (medio estratificado). La experiencia muestra que los resultados obtenidos para tales medios, son tolerablemente válidos para estratos inclinados hasta unos 30° .

Los datos de resistividad aparente obtenidos en cada sondeo se representan por medio de una curva, en función de las distancias entre electrodos. Para ello, estas distancias deben expresarse en términos de una sola variable, condición que puede cumplirse ya sea por el empleo de un dispositivo en que la configuración de electrodos permanezca siempre geoméricamente semejante a sí misma (como el wenner), o bien utilizando un dispositivo en que sólo influya una distancia (como el schlumberger, en que MN se considera nula respecto de AB).

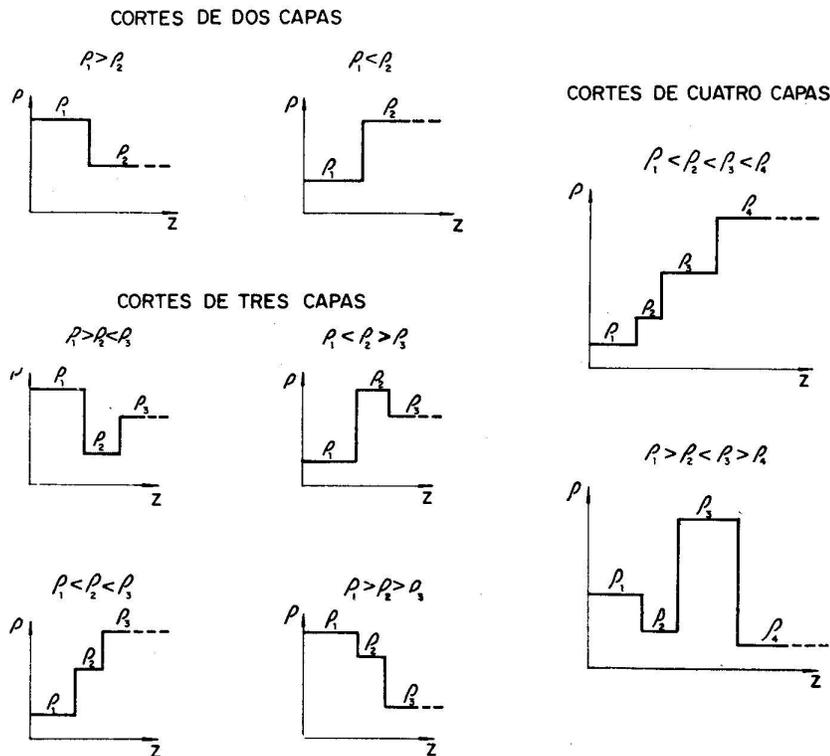
Cuando se utiliza el dispositivo wenner, las resistividades aparentes se colocan en las ordenadas y en las abscisas van los valores sucesivos de la distancia a . Para el dispositivo schlumberger, se coloca en las abscisas las distancias $OA = AB/2$. Las escalas sobre ambos ejes son logarítmicas. La curva así obtenida se denomina “curva de sondeo”, “curva de campo” o “curva de resistividad aparente” (CRA).

Considérese ahora un medio estratificado general, compuesto por dos semi-espacios. El primero de ellos, de conductividad nula, representa la atmósfera; el segundo representa el terreno y es un medio heterogéneo compuesto de medios parciales homogéneos e isotropos, de extensión lateral indefinida y cuyas superficies de separación son paralelas entre sí y al plano aire-terreno. Para caracterizar un medio estratificado basta dar el espesor E_i y la resistividad ρ_i de cada medio parcial isotropo de índice i , numerando éstos desde la superficie hacia abajo. Cada uno de estos medios parciales se denomina “capa geoelectrica”. Las profundidades de los contactos entre cada uno de estos medios se representan por z_i , siendo z_1 el contacto entre la primera y la segunda capa. La especificación de espesores y resistividades de cada medio estratificado de este tipo recibe el nombre de “corte geoelectrico”. Para la determinación de un corte geoelectrico de n capas se requiere el conocimiento de n resistividades y $n - 1$ espesores (o bien profundidades), puesto que la última capa, denominada “sustrato”, tiene siempre espesor infinito. Es decir, se requieren $2n - 1$ parámetros.

En la figura 15 se dan algunos ejemplos de distribuciones de resistividad. Las profundidades se representan en las abscisas y las resistividades en las ordenadas. Si al graficar la distribución de resistividades de un corte geoelectrico se emplean escalas logarítmicas en ambos ejes, la gráfica se llamará “curva de resistividades verdaderas” (CRV).

Entonces, la finalidad del SEV es averiguar la distribución vertical de resistividades bajo el punto sondeado, es decir, establecer los parámetros de la CRV a partir de la CRA por medio de relaciones teóricas. Tarantola y Valette [55] explican que, en un problema físico, las relaciones teóricas con frecuencia son relaciones funcionales que vinculan exactamente los valores de los parámetros con los resultados de las

Figura 15: Curvas de resistividad verdadera para diversos cortes geoelectricos.



Fuente: Ernesto Orellana. Prospección geoelectrica en corriente continua [36]. Pág. 151.

medidas. A veces, dichas relaciones son probabilísticas. Si, dada cierta información de los valores del conjunto de parámetros, se intenta utilizar una relación teórica para obtener información sobre los valores de ciertas cantidades medibles, se está resolviendo, por definición, un problema “directo”. Si, dada cierta información de los valores de ciertas cantidades medibles, se intenta utilizar una relación teórica para obtener información sobre los valores del conjunto de parámetros, entonces se está resolviendo un problema “inverso”. Para el problema directo, los valores de los parámetros son los datos, y los valores de las cantidades observables son las incógnitas. Para el problema inverso, los datos son el resultado de las mediciones y las incógnitas son los valores de los parámetros.

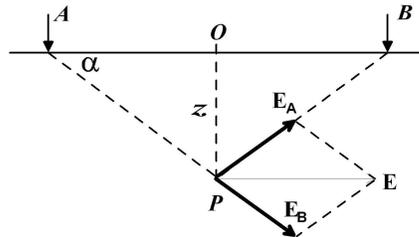
Así, el problema que se enfrenta al momento de interpretar es el de deducir la distribución vertical de resistividades en el punto sondeado, partiendo de la

curva de resistividades aparentes suministrada por el SEV. La resolución de este problema (problema inverso), exige la previa solución y estudio del problema directo: la determinación de la curva de resistividades aparentes que se obtendrá con un dispositivo dado, sobre un subsuelo cuya distribución de resistividades se conoce.

3.4.2. Penetración

Surge la pregunta de cómo se delimita la zona explorada por cada SEV, es decir, cuál es la parte del terreno que influye en la información suministrada por cada SEV. Primero se verá si puede determinarse la profundidad máxima sobre la que un SEV proporciona información. Supóngase que los electrodos A y B están situados en la superficie plana de un suelo homogéneo de resistividad ρ . Orellana [36] propone calcular la densidad de corriente en función de la profundidad z , a lo largo de la línea recta perpendicular a la superficie que pasa por el centro O del segmento AB (figura 16).

Figura 16: Determinación de la densidad de corriente en un semiespacio homogéneo.



Fuente: Ernesto Orellana. Prospección geoelectrica en corriente continua [36]. Pág. 144.

Sea $l = AB/2$. El módulo del campo eléctrico \mathbf{E} debido al electrodo A, valdrá en el punto P de profundidad z

$$E_a = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r^2} = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(l^2 + z^2)} \quad (3.27)$$

y para el electrodo B,

$$E_b = E_a \quad (3.28)$$

Por razones de simetría, las dos componentes verticales del campo son iguales y opuestas, mientras que las horizontales son iguales y del mismo sentido, por ser A y B de distinta polaridad. Por lo tanto, el campo total E será

$$E = 2E_a \cos \alpha = \frac{I\rho}{\pi} \frac{\cos \alpha}{(l^2 + z^2)} \quad (3.29)$$

y, dado que $\cos \alpha = l/(l^2 + z^2)^{1/2}$, la densidad de corriente a la profundidad z es

$$J_z = \frac{E}{\rho} = \frac{I}{\pi} \frac{l}{(l^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{I}{\pi l^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{z^2}{l^2}\right)^{3/2}} \quad (3.30)$$

lo cual indica que, en un medio homogéneo, la densidad de corriente disminuye gradualmente con la profundidad en el eje vertical del dispositivo de dos electrodos.

Si el punto P se desplaza una distancia y perpendicular al plano de la figura, se tendrá

$$J_{z,y} = \frac{I}{\pi l^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{z^2 + y^2}{l^2}\right)^{3/2}} \quad (3.31)$$

Ahora se puede calcular la fracción f de la corriente total que circula por encima de una profundidad cualquiera z_0 efectuando una doble integración

$$f = \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{\infty} J_{z,y} dy dz = \frac{1}{\pi l^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy dz}{\left(1 + \frac{z^2 + y^2}{l^2}\right)^{3/2}} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{z_0}{l} \quad (3.32)$$

De acuerdo con esta fórmula, la mitad de la corriente I circula por encima de la profundidad $z = l$, y el 70.6% de I pasa por encima de $z = 2l = AB$ [36].

Naturalmente, las zonas más profundas influirán menos en el potencial observado en la superficie, al ser menor en ellas la densidad de corriente. Sin embargo, no es posible fijar una profundidad límite por debajo de la cual el subsuelo no influye en el SEV, ya que la densidad de corriente disminuye de modo gradual sin anularse nunca, según la ecuación 3.31.

Al aumentar la separación AB aumenta en la misma proporción la profundidad a que corresponde una determinada densidad de corriente, por lo que podría pensarse que la penetración es proporcional a AB . Esto no es cierto en general, puesto que

las fórmulas anteriores sólo son válidas para un suelo homogéneo. En un medio estratificado o simplemente heterogéneo, la densidad de corriente variará de manera diferente en cada caso, por lo que la penetración dependerá de la distribución de resistividades en el subsuelo, la cual es justo lo que se desea averiguar en la práctica, por lo que no es posible conocer *a priori* la penetración que se logrará.

Además, el efecto de una capa en los potenciales o campos observados en superficie no depende sólo de la densidad de corriente que la atraviesa, sino también de la profundidad de la capa. La repartición y penetración de la corriente, para un subsuelo de características dadas, depende exclusivamente de la posición de los electrodos de corriente, mientras que el efecto observado en superficie depende también de la colocación de los electrodos de potencial respecto de los primeros.

El concepto de penetración de un SEV depende de muchos factores y no puede establecerse fácilmente, y mucho menos *a priori*. Puede ocurrir incluso que la penetración de un SEV no crezca con la distancia AB , desde un cierto valor de ésta. Esto sucede cuando a una profundidad z_0 determinada existe una capa perfectamente aislante o perfectamente conductora, pues en tal caso, la corriente no puede pasar por debajo de dicha capa, haciendo que la penetración del SEV no sea nunca superior a z_0 , no importando cuánto se aumente AB .

3.4.3. Profundidad media de investigación

Se han definido distintos procedimientos matemáticos para determinar la profundidad de investigación de los dispositivos geoelectricos, basados generalmente en la “función de sensibilidad”. De acuerdo con Loke [29], esta función valora el grado en el cual un cambio de resistividad en una sección del subsuelo provoca una variación en el potencial medido en los electrodos de un dispositivo geoelectrico. Mientras más grande es el valor de la función de sensibilidad, mayor será la influencia de la región del espacio sobre las medidas. Matemáticamente, esta función está dada por la derivada de Frechet. Considérese el caso más simple, con un solo electrodo de corriente C_1 en el origen y un electrodo de potencial P_1 en $x = a$, ambos en la superficie de un terreno homogéneo. Se inyecta 1 A de corriente en el suelo a través

de C_1 , que produce un potencial V observado en P_1 . Si la resistividad de un pequeño elemento de volumen del suelo localizado en (x, y, z) se variara en una pequeña cantidad $\delta\rho$, ¿cuál sería el cambio δV correspondiente, sobre el potencial medido en P_1 ? Loke y Barker [30] demostraron que dicha variación cambio está dada por

$$\delta V = \frac{\delta\rho}{\rho^2} \int_{\tau} \nabla V \cdot \nabla V' d\tau \quad (3.33)$$

donde el cambio en la resistividad es constante en el elemento de volumen $d\tau$, y vale cero en cualquier otro punto. El parámetro V' es el potencial resultante de un electrodo ficticio de corriente localizado en la posición del electrodo de potencial. Para el caso particular de un semiespacio homogéneo, el potencial V en un punto del semiespacio debido a una fuente unitaria de corriente tiene la forma

$$V = \frac{\rho}{2\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (3.34)$$

y, de igual manera

$$V' = \frac{\rho}{2\pi[(x - a)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} \quad (3.35)$$

Al diferenciar estas ecuaciones y sustituir en 3.33 se obtiene

$$\frac{\delta V}{\delta\rho} = \int_{\tau} \frac{1}{4\pi^2} \frac{x(x - a) + y^2 + z^2}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2} [(x - a)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} dx dy dz \quad (3.36)$$

En el límite cuando $\delta\rho$ tiende a cero, el término de la izquierda se reduce a la derivada parcial. La derivada de Frechet para un semiespacio homogéneo está dada por el término dentro de la integral

$$F(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{x(x - a) + y^2 + z^2}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2} [(x - a)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \quad (3.37)$$

Loke [29] señala que la derivada de Frechet para un arreglo de cuatro electrodos se obtiene sumando las contribuciones de los cuatro pares corriente-potencial.

En los sondeos eléctricos se asume que el subsuelo está formado por capas horizontales. Lo que se desea determinar es la variación en el potencial que se mide con un dispositivo en la superficie si se hace variar la resistividad de una delgada capa horizontal. Para una capa horizontal, los límites en x y y son $\pm\infty$. Entonces, la

función de sensibilidad para una delgada capa horizontal se obtiene integrando la función de sensibilidad 3D (3.37) en las direcciones x y y :

$$F_{1D}(z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(x-a) + y^2 + z^2}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2} [(x-a)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} dx dy \quad (3.38)$$

La solución analítica de la función, obtenida por Roy y Apparao [46], se denomina “función característica de profundidad de investigación”, y está dada por

$$F_{1D}(z) = \frac{2}{\pi} \frac{z}{(a^2 + 4z^2)^{3/2}} \quad (3.39)$$

Esta función parte de cero y crece hasta alcanzar un máximo, para luego decrecer asintóticamente a cero. Algunos autores consideran que la profundidad de investigación de un dispositivo determinado es el valor de z para el cual la función es un máximo. Sin embargo, Edwards [17] y Barker [6] han mostrado que es más útil considerar el valor de la “profundidad media de investigación” z_e , que es el valor de z que divide el área bajo la curva en dos partes iguales. La sección del terreno que se encuentra por encima de dicha profundidad, tiene la misma influencia sobre el potencial medido que la parte que se encuentra por debajo. Esta profundidad no depende de la resistividad aparente medida ni de la resistividad del modelo de suelo homogéneo. Edwards [17] calculó dicha profundidad para distintos arreglos de electrodos. Los valores correspondientes a los dispositivos wenner y schlumberger se muestran en el cuadro I.

Debe notarse que las profundidades sólo son válidas estrictamente para un modelo de suelo homogéneo, pero son lo suficientemente buenas para la planeación del trabajo de campo. Si hay contrastes muy fuertes de resistividad cerca de la superficie, la profundidad de investigación real puede ser bastante diferente.

3.4.4. Solución del problema directo en medios estratificados

3.4.4.1. Cálculo del potencial en la superficie: método de las imágenes

La determinación del campo de potencial producido por una corriente que atraviesa la interfase entre dos medios de distinta resistividad es posible resolviendo

Cuadro I: Profundidad media de investigación –dispositivos wenner y schlumberger–

dispositivo		z_e/a	z_e/L
wenner	$a = L/3$	0.519	0.173
schlumberger	$a = L/5$	0.925	0.186
	$a = L/7$	1.318	0.189
	$a = L/9$	1.706	0.190
	$a = L/11$	2.093	0.191
	$a = L/13$	2.478	0.191
	$a = L/15$	2.863	0.191
	$a = L/17$	3.247	0.191
	$a = L/19$	3.632	0.191
	$a = L/21$	4.015	0.191

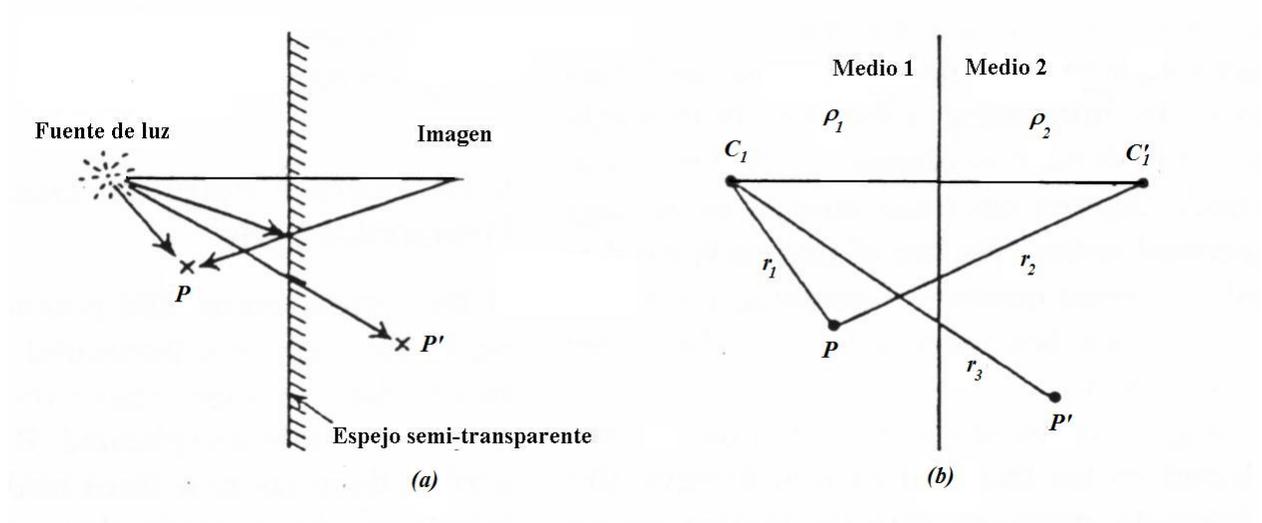
Fuente: H. M. Loke. Tutorial: 2D and 3D electrical imaging surveys [29]. Pág. 26.

la ecuación de Laplace con las condiciones de frontera adecuadas o por integración directa. Sin embargo, existe un acercamiento mucho más simple que utiliza imágenes eléctricas en analogía con la óptica geométrica. Esta analogía se basa en el hecho de que la densidad de corriente, al igual que la densidad de un rayo de luz, decrece con el cuadrado de la distancia respecto de una fuente puntual en un medio de resistividad ρ_1 separado de un medio adyacente por una interfase plana. En óptica, el caso análogo sería una fuente puntual de luz en un medio separado de otro por un espejo semitransparente, con coeficientes de reflexión y de transmisión k y $1 - k$, respectivamente. Entonces, la intensidad de la luz en un punto del primer medio se debe en parte a la fuente puntual y en parte a su imagen en el segundo medio, donde este último efecto es disminuido por la reflexión del espejo. La intensidad en el segundo medio se debe solamente a la fuente en el primero, disminuida por la transmisión a través del espejo (figura 17). Si se reemplaza la fuente puntual de luz por una fuente puntual de corriente, y la intensidad luminosa en un punto por el potencial, el problema ha sido trasladado al dominio eléctrico.

Según la figura 17, el potencial en P en el medio 1 es

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{k}{r_2} \right) \quad (3.40)$$

Figura 17: Analogía entre las imágenes a) ópticas y b) eléctricas.



Fuente: W. M. Telford, *et al.* Applied Geophysics [57]. Pág. 528.

y en P' en el medio 2 es

$$V_2 = \frac{I\rho_2}{4\pi} \left(\frac{1-k}{r_3} \right) \quad (3.41)$$

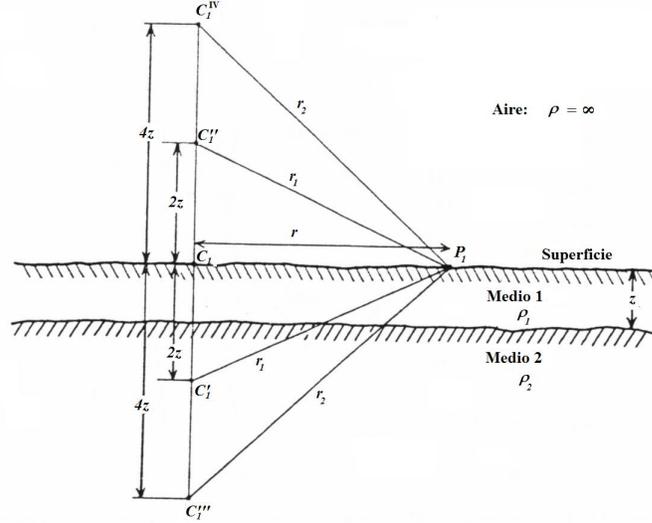
La condición 3.10 implica que estos potenciales deben ser iguales en la interfase donde $r_1 = r_2 = r_3$. En consecuencia se tiene

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1-k}{1+k} \rightarrow k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (3.42)$$

donde k es un coeficiente de reflexión entre ± 1 , según las resistividades relativas de los medios.

Si la fuente de corriente y el punto de medida del potencial están en la superficie, por encima de la frontera horizontal que separa dos medios de resistividades ρ_1 y ρ_2 , el análisis se complica. Efectivamente, se tienen tres medios separados por dos interfaces, de donde resultan infinitas imágenes por encima y por debajo del electrodo de corriente (figura 18). La imagen original C'_1 , situada a una profundidad $2z_1$, se refleja a través de la superficie creando una imagen C''_1 a una distancia $2z_1$ sobre C_1 . Esta segunda imagen, reflejada en la frontera inferior produce una tercera, C'''_1 , a una profundidad $4z_1$, y así sucesivamente. El efecto de cada imagen sucesiva sobre el potencial en P disminuye por el coeficiente de reflexión entre las fronteras.

Figura 18: Imágenes resultantes de dos capas horizontales.



Fuente: W. M. Telford, *et al.* Applied Geophysics [57]. Pág. 530.

Para la fuente de corriente y su primera imagen por debajo de la superficie, el potencial es, como en 3.40,

$$V' = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{k}{r_1} \right) \quad (3.43)$$

El efecto de la segunda imagen C_I'' a $2z$ sobre el suelo es

$$V'' = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{k \times k_a}{r_1} \right) \quad (3.44)$$

donde k_a es el coeficiente de reflexión en la frontera superficial. Como ρ_{aire} es infinita, este coeficiente es unitario y

$$V' + V'' = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} \right) \quad (3.45)$$

El potencial debido a la tercera imagen C_I''' , a $4z_1$ de profundidad será aún menor, al igual que el de su imagen a $4z_1$ por encima de la superficie, entonces

$$V''' + V^{IV} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{k \times k}{r_2} + \frac{k \times k \times k_a}{r_2} \right) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{2k^2}{r_2} \right) \quad (3.46)$$

Así, el potencial total resultante en P puede expresarse como una serie infinita de la forma

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} + \frac{2k^2}{r_2} + \dots + \frac{2k^m}{r_m} + \dots \right) \quad (3.47)$$

con $r_m = [r^2 + (2mz_1)^2]^{1/2}$. Esta serie es convergente y puede escribirse en forma compacta

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k^m}{[r^2 + (2mz_1)^2]^{1/2}} \right] = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k^m}{\left[1 + \left(\frac{2mz_1}{r}\right)^2\right]^{1/2}} \right] \quad (3.48)$$

El número de términos necesarios para obtener un valor de potencial razonable depende del valor de k y, en menor grado, de la razón z_1/r .

3.4.4.2. Cálculo del potencial en la superficie: método de solución de la ecuación diferencial

Cuando hay más de dos capas, el problema se complica notablemente si se trata por el método de imágenes. Sin embargo, el caso de dos capas puede resolverse planteándolo como una ecuación diferencial. Se utilizará un sistema de coordenadas cilíndricas r, φ, z , con origen en el electrodo de corriente C .

En todos los puntos del espacio —excepto en el origen— el potencial deberá cumplir con la ecuación de Poisson 3.17. Como el problema es no homogéneo, su solución será la suma de la solución general del problema homogéneo con la solución particular del no homogéneo. La ecuación homogénea en coordenadas cilíndricas se simplifica a

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (3.49)$$

y se resuelve por separación de variables haciendo

$$V = R(r) \cdot Z(z) \quad (3.50)$$

Sustituyendo 3.50 en 3.49 se obtiene

$$\frac{1}{R(r)} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0 \quad (3.51)$$

Esta igualdad se verificará si ambos términos son iguales a un mismo parámetro, pero con signos opuestos. Sea λ^2 este parámetro. Entonces

$$\frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \lambda^2 \quad \text{y} \quad \frac{1}{R(r)} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) = -\lambda^2 \quad (3.52)$$

cuyas respectivas soluciones son

$$Z(z) = e^{\pm\lambda z} \quad y \quad R(r) = J_0(\lambda r) \quad (3.53)$$

donde $J_0(\lambda r)$ es la ecuación de Bessel de primera especie y orden cero. Cualquier combinación lineal $(A'e^{-\lambda z} + B'e^{\lambda z})J_0(\lambda r)$ de las soluciones será solución de la ecuación homogénea 3.49. La solución más general se obtendrá haciendo que los coeficientes A' y B' sean funciones del parámetro λ , e integrando respecto de esta variable desde cero hasta infinito

$$V = \int_0^\infty [A'(\lambda)e^{-\lambda z} + B'(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.54)$$

Ahora se sumará a la solución 3.54 una solución particular de la ecuación no homogénea. La más sencilla es la correspondiente a un semiespacio uniforme de resistividad ρ_1 , como el estudiado en la sección 3.1.2, que es la ecuación 3.14 escrita en el nuevo sistema de coordenadas

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \quad (3.55)$$

La suma de las dos soluciones puede expresarse en forma más compacta utilizando la integral de Weber-Lipschitz

$$\frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} = \int_0^\infty e^{-\lambda|z|} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.56)$$

y entonces se obtiene

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + A(\lambda)e^{-\lambda z} + B(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.57)$$

donde

$$A'(\lambda) = A(\lambda) \frac{I\rho_1}{2\pi} \quad y \quad B'(\lambda) = B(\lambda) \frac{I\rho_1}{2\pi} \quad (3.58)$$

El subíndice de V en la ecuación 3.57 significa que ésta es válida para la primera capa. Para la segunda, el potencial será análogamente

$$V_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [C(\lambda)e^{-\lambda z} + D(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.59)$$

donde no se incluye la solución particular porque en esta capa no hay fuentes y, por lo tanto, el problema es homogéneo.

Las soluciones generales 3.57 y 3.58 resuelven el problema propuesto una vez determinadas las funciones $A(\lambda)$, $B(\lambda)$, $C(\lambda)$ y $D(\lambda)$. Para ello se aplican las condiciones de contorno:

a) V_2 debe anularse en el infinito, entonces

$$D(\lambda) = 0 \quad (3.60)$$

b) El campo eléctrico no puede tener componente normal a la superficie $z = 0$ ya que el semiespacio superior es aislante, entonces

$$\left(\frac{\partial V_1}{\partial z} \right)_{z=0} = 0 \quad (3.61)$$

Como esta condición ya la cumple la solución particular (sección 3.1.2), sólo se impondrá a la solución general de la ecuación homogénea, donde

$$\frac{\partial V_1}{\partial z} = \int_0^\infty [-\lambda A(\lambda)e^{-\lambda z} + \lambda B(\lambda)e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.62)$$

deberá anularse para $z = 0$. Como $J_0(\lambda r) \neq 0$ en general, entonces se tiene que

$$-\lambda A(\lambda) + \lambda B(\lambda) = 0 \quad \longrightarrow \quad A(\lambda) = B(\lambda) \quad (3.63)$$

Las expresiones de los potenciales pueden escribirse ahora de la forma

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + A(\lambda)(e^{-\lambda z} + e^{\lambda z})] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.64)$$

$$V_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty C(\lambda)e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.65)$$

c) En el contacto entre ambas capas ($z = z_1$) debe verificarse la continuidad del potencial $V_1 = V_2$, de donde

$$e^{-\lambda z_1} + A(\lambda)(e^{-\lambda z_1} + e^{\lambda z_1}) = C(\lambda)e^{-\lambda z_1} \quad (3.66)$$

d) La continuidad de las componentes normales del vector \mathbf{J} para $z = z_1$ exige que

$$\frac{1}{\rho_1} \left(\frac{\partial V_1}{\partial z} \right)_{z=z_1} = \frac{1}{\rho_2} \left(\frac{\partial V_2}{\partial z} \right)_{z=z_1} \quad (3.67)$$

que aplicada a las ecuaciones 3.64 y 3.65 da

$$\rho_2 \left[e^{-\lambda z_1} + A(\lambda)(e^{-\lambda z_1} - e^{\lambda z_1}) \right] = \rho_1 C(\lambda) e^{-\lambda z_1} \quad (3.68)$$

eliminando $C(\lambda)$ entre las ecuaciones 3.66 y 3.68, resulta

$$A(\lambda) = B(\lambda) = \frac{(\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda z_1}}{\rho_1(e^{-\lambda z_1} + e^{\lambda z_1}) + \rho_2(e^{\lambda z_1} - e^{-\lambda z_1})} = \frac{ke^{-\lambda z_1}}{e^{\lambda z_1} - ke^{-\lambda z_1}} \quad (3.69)$$

donde $k = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$, que es el mismo factor de reflexión (3.42) utilizado en el método de las imágenes (sección 3.4.4.1).

Sustituyendo 3.67 en la expresión para V_1 en 3.64, con $z = 0$, se obtiene

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \left(1 + 2 \frac{ke^{-\lambda z_1}}{e^{\lambda z_1} - ke^{-\lambda z_1}} \right) J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty \left(\frac{1 + ke^{-2\lambda z_1}}{1 - ke^{-2\lambda z_1}} \right) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (3.70)$$

que es la solución para el potencial en la superficie límite tierra-aire.

La identidad de este resultado con el obtenido por el método de imágenes (ecuación 3.48) se verifica desarrollando en serie el integrando

$$\begin{aligned} \frac{1 + ke^{-2\lambda z_1}}{1 - ke^{-2\lambda z_1}} J_0(\lambda r) &= \left[1 + 2(ke^{-2\lambda z_1} + \dots + k^n e^{-2n\lambda z_1} + \dots) \right] J_0(\lambda r) \quad (3.71) \\ &= J_0(\lambda r) + 2(ke^{-2\lambda z_1} J_0(\lambda r) + \dots + k^n e^{-2n\lambda z_1} J_0(\lambda r) + \dots) \end{aligned}$$

e integrando término a término esta expresión por medio de la fórmula de Weber-Lipschitz

$$\int_0^\infty e^{-2n\lambda z_1} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{1}{[r^2 + (2nz_1)^2]^{1/2}} \quad (3.72)$$

que produce la ecuación 3.48, demostrando así la equivalencia de los métodos.

La solución del problema directo en el caso de n capas se obtiene de modo análogo al seguido en el caso de 2 capas. Se resuelve la misma ecuación diferencial 3.49 y las condiciones de contorno son idénticas, sólo es necesario extender las condiciones correspondientes al contacto entre la primera y segunda capa a todos los contactos

entre las capas. De este modo resultan n potenciales, $V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_n$, de la forma

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda z} + A_1 e^{-\lambda z} + B_1 e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \\
 &\quad \dots \\
 V_i &= \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [A_i e^{-\lambda z} + B_i e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \\
 &\quad \dots \\
 V_n &= \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty [A_n e^{-\lambda z} + B_n e^{\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda
 \end{aligned} \tag{3.73}$$

donde A_i, B_i , son funciones de λ que deben determinarse por las condiciones de contorno.

La anulaci3n del potencial en el infinito exige que $B_n = 0$. Por otra parte, de la ausencia de componente normal de campo en la superficie $z = 0$, se deduce que $A_1 = B_1$, del mismo modo que en el caso de dos capas.

Cada ecuaci3n del sistema 3.73 tiene dos funciones por determinar, por lo que hay en total $2n$ funciones, que se reducen a $(2n - 2)$ ya que B_1 y B_n son conocidas. Si para cada interfase —exceptuando la superficie del terreno— se dan dos ecuaciones de contorno, se tendr3n $2(n - 1)$ ecuaciones y el sistema quedar3 determinado. La primera condici3n para el contacto i exige la igualdad de los integrandos de V_i y V_{i+1} para la profundidad z_i de dicho contacto, por lo que se tendr3

$$A_i e^{-\lambda z_i} + B_i e^{\lambda z_i} = A_{i+1} e^{-\lambda z_i} + B_{i+1} e^{\lambda z_i} \tag{3.74}$$

En cuanto a la segunda condici3n, que se expresa seg3n la ecuaci3n 3.67

$$\left(\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial V_i}{\partial z} \right)_{z=z_i} = \left(\frac{1}{\rho_{i+1}} \frac{\partial V_{i+1}}{\partial z} \right)_{z=z_i} \tag{3.75}$$

exige que

$$\rho_{i+1}(A_i e^{-\lambda z_i} - B_i e^{\lambda z_i}) = \rho_i(A_{i+1} e^{-\lambda z_i} - B_{i+1} e^{\lambda z_i}) \tag{3.76}$$

Entonces el sistema de ecuaciones será

$$\begin{aligned}
& A_1 - B_1 = 0 \\
& (1 + A_1)e^{-\lambda z_1} + B_1e^{\lambda z_1} - A_2e^{-\lambda z_1} - B_2e^{\lambda z_1} = 0 \\
& \rho_2A_1e^{-\lambda z_1} - \rho_2B_1e^{\lambda z_1} - \rho_1A_2e^{-\lambda z_1} + \rho_1B_2e^{\lambda z_1} = 0 \\
& \dots \\
& A_ie^{-\lambda z_i} + B_ie^{\lambda z_i} - A_{i+1}e^{-\lambda z_i} - B_{i+1}e^{\lambda z_i} = 0 \\
& \rho_{i+1}A_ie^{-\lambda z_i} - \rho_{i+1}B_ie^{\lambda z_i} - \rho_iA_{i+1}e^{-\lambda z_i} + \rho_iB_{i+1}e^{\lambda z_i} = 0 \\
& \dots \\
& A_{n-1}e^{-\lambda z_{n-1}} + B_{n-1}e^{\lambda z_{n-1}} - A_n e^{-\lambda z_{n-1}} = 0 \\
& \rho_n A_{n-1}e^{-\lambda z_{n-1}} - \rho_n B_{n-1}e^{\lambda z_{n-1}} - \rho_{n-1}A_n e^{-\lambda z_{n-1}} = 0
\end{aligned} \tag{3.77}$$

Sustituyendo B_1 por A_1 , poniendo $u_i = e^{-2\lambda z_i}$, y multiplicando cada ecuación por $e^{-\lambda z_i}$, con el valor respectivo de z_i , queda

$$\begin{aligned}
& (1 + A_1)u_1 + A_1 - A_2u_1 - B_2 = 0 \\
& \rho_2A_1u_1 - \rho_2B_1 - \rho_1A_2u_1 + \rho_1B_2 = 0 \\
& \dots \\
& A_iu_i + B_i - A_{i+1}u_i - B_{i+1} = 0 \\
& \rho_{i+1}A_iu_i - \rho_{i+1}B_i - \rho_iA_{i+1}u_i + \rho_iB_{i+1} = 0 \\
& \dots \\
& A_{n-1}u_{n-1} + B_{n-1} - A_nu_{n-1} = 0 \\
& \rho_nA_{n-1}u_{n-1} - \rho_nB_{n-1} - \rho_{n-1}A_nu_{n-1} = 0
\end{aligned} \tag{3.78}$$

Una vez resuelto este sistema, se obtiene la solución para el potencial en la superficie debido a n capas, que tiene la forma

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty N_n(\lambda)J_0(\lambda r)d\lambda \tag{3.79}$$

3.4.4.3. Cálculo de la resistividad aparente

A partir del potencial en la superficie del terreno puede deducirse la solución del problema directo: dado un corte geoelectrico estratificado, determinar la curva de resistividades aparentes que se obtendría sobre él con un dispositivo de electrodos determinado.

Para el dispositivo schlumberger, la resistividad aparente está dada por la ecuación 3.25 que, con un ligero cambio de notación, se escribe

$$\rho_a = \pi r^2 \frac{E}{I} \quad (3.80)$$

Ahora bien,

$$E = \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{I\rho_1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty N_n(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty N_n(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (3.81)$$

donde $J_1(\lambda r)$ es la función de Bessel de primera especie y orden 1. Sustituyendo en 3.80 resulta

$$\rho_a = \rho_1 r^2 \int_0^\infty N_n(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (3.82)$$

donde ha desaparecido el divisor 2 porque el campo está producido por dos electrodos de idéntica emisividad. La función N_n representa la distribución vertical de las resistividades del corte y se designará con el nombre de “función característica” FC, aunque a veces también se le llama “transformación de resistividad” o “impedancia eléctrica observada en la superficie”. La expresión 3.82 puede considerarse como una transformada de Hankel, en la que $J_1(\lambda r)$ es el núcleo. Así, la resistividad aparente medida con un dispositivo schlumberger en la superficie límite de un medio estratificado es una transformada de Hankel de la FC de dicho medio.

Actualmente, el cálculo de la resistividad aparente se realiza por el método de convolución. Si se hace un cambio de variables en la integral 3.82

$$e^{-x} = \lambda; \quad e^y = r \quad (3.83)$$

se obtiene

$$\rho_a(y) = \int_0^\infty f_1(x) f_2(y-x) dx \quad (3.84)$$

con $f_1(x) = \rho_1 N_n(e^x)$ y $f_2(y-x) = J_1(e^{y-x}) e^{2(y-x)}$.

La ecuación 3.84 es una integral de convolución que puede aproximarse mediante un operador lineal o filtro. Autores como Gosh, Johansen, Anderson y Guptasarma, entre otros, han desarrollado filtros compuestos de un número pequeño de coeficientes fijos [36, 38].

La expresión para la FC en el caso de dos capas se obtuvo en la sección 3.4.4.2, ecuación 3.70. Orellana [36] muestra que, para cortes de tres o más capas, ésta puede calcularse por medio de un algoritmo en el que se parte del factor de reflexión k_{n-1} correspondiente a las dos últimas capas, y se van calculando sucesivamente expresiones $L_1, M_1, \dots, L_i, M_i, \dots, L_{n-1}, M_{n-1}$, donde $M_{n-1} = N_n$, a partir de las fórmulas siguientes

$$\begin{aligned}
L_1 &= k_{n-1} = \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}} \\
M_1 &= \frac{1 + L_1 e^{-2\lambda E_{n-1}}}{1 - L_1 e^{-2\lambda E_{n-1}}} \\
L_i &= \frac{\rho_{n-i+1} M_{i-1} - \rho_{n-i}}{\rho_{n-i+1} M_{i-1} + \rho_{n-i}} \\
M_i &= \frac{1 + L_i e^{-2\lambda E_{n-i}}}{1 - L_i e^{-2\lambda E_{n-i}}} \\
L_{n-1} &= \frac{\rho_2 M_{n-2} - \rho_1}{\rho_2 M_{n-2} + \rho_1} \\
M_{n-1} &= \frac{1 + L_{n-1} e^{-2\lambda E_1}}{1 - L_{n-1} e^{-2\lambda E_1}} = N_n
\end{aligned} \tag{3.85}$$

donde n es el número de capas del corte y E_i es el espesor de la i -ésima capa.

La curva de resistividad aparente $\rho_a = \rho_a(\rho_1, \dots, \rho_n, E_1, \dots, E_{n-1}, r)$ depende de los datos del corte considerado y del dispositivo de electrodos elegido. Dicha curva representa gráficamente, en escala logarítmica, la solución del problema directo. Para el dispositivo schlumberger, la variable r en la ecuación 3.82 corresponde al parámetro $AB/2 = OA$.

3.5. Instrumentación

Los instrumentos de prospección son aparatos que deben poseer la precisión y sensibilidad convenientes y, además, deben ser muy robustos, protegidos de la humedad y cambios de temperatura.

El circuito de inyección está compuesto de una fuente de alimentación, dos electrodos o tomas de tierra, un miliamperímetro de unos 5 a 500 mA y los cables y elementos de conexión necesarios.

La fuente de alimentación puede ser CC o CA de baja frecuencia (< 60 Hz). Usualmente es un motor que genera varios cientos de watts o unos cuantos kilowatts. Cuando se utiliza CC puede emplearse una o más baterías conectadas en serie. Si la corriente se mantiene constante por medio de un regulador, se elimina la necesidad de medirla en cada estación. Además, para evitar los efectos de la polarización electrolítica provocada por la corriente unidireccional, la polaridad debe ser invertida periódicamente, ya sea a mano o por medio de un conmutador mecánico. A veces se emplea corriente alterna en lugar de CC conmutada.

La utilización de CC permite medidas de verdadera resistividad CC, pero también mide los potenciales de polarización espontánea, que deben sustraerse del potencial medido, ya sea directamente o por medio de un voltaje de compensación. El uso de CA o CC invertida rápidamente elimina el efecto de polarización espontánea y, si se agregan filtros, se puede aumentar la relación señal/ruido. Sin embargo, la resistividad medida será en general menor que el valor CC verdadero y los acoplamientos inductivos pueden producir lecturas erráticas.

En la práctica, la resistencia de la fuente y los cables es despreciable. La influencia de la resistencia del terreno sobre la intensidad del circuito de emisión es prácticamente nula, salvo en la parte más próxima al electrodo, por lo que se denomina “resistencia de contacto”. La resistencia de contacto de los electrodos es el factor limitante del valor de la intensidad I . Para aumentarlo se puede, por ejemplo, clavar más profundamente los electrodos o disminuir la resistencia del terreno en contacto con los electrodos regándolos con agua salada. En último caso, se eleva la tensión del generador.

Los electrodos son simples barras de acero común o inoxidable, aluminio o cobre, de longitud de al menos 50 cm y de 1 a 3 cm de diámetro.

Una causa de errores graves en las mediciones geoelectricas es la existencia de fugas de corriente en el circuito de emision, que consisten en la derivacion al terreno de una parte de la corriente en un punto del circuito diferente de los electrodos A y B, por defecto de aislamiento en el cable o accesorios. Dado que el error causado por una fuga pequena puede ser muy grande, es necesario tomar toda clase de precauciones para evitarlas.

El circuito de recepcion o potencial consiste en un instrumento de medicion de diferencia de potencial, dos electrodos y los cables de conexion. El instrumento de medicion de la diferencia de potencial debe ser robusto y ligero, de gran impedancia de entrada (mimo 1 M Ω), capaz de medir tensiones comprendidas entre poco mas de 1 V y fracciones de mV, provisto de un circuito para la compensacion de las tensiones que aparecen entre los electrodos de potencial en ausencia de la corriente de emision.

Se han desarrollado instrumentos en CC cuya salida es la razon del potencial y la corriente (la resistencia), y que conmutan automaticamente la CC para contrarrestar la polarizacion espontanea.

Para las medidas realizadas en este estudio, se utilizo el resistivmetro compacto SYSCAL Junior (figura 19), fabricado por IRIS Instruments (Francia). Este equipo permite la medicion de la resistividad aparente controlada por microprocesador, para el dispositivo de electrodos que se elija. La salida de corriente puede alcanzar una intensidad de hasta 1200 mA con un voltaje de hasta 400 V (800 V de pico a pico) y una potencia de hasta 100 W. La duracion del pulso de corriente puede ser 0.5, 1 o 2 s. La impedancia de entrada es de 10 M Ω . Posee filtros para 50 y 60 Hz con reduccion de ruido por medio de *stacking* ajustable de 1 a 255 medidas. Realiza automaticamente la compensacion del potencial espontaneo por medio de una correccion de deriva lineal. Posee una fuente interna recargable de 12 V, 7 baterias Ah o una bateria de automovil externa de 12 V.

Figura 19: Resistivímetro SYSCAL Junior.



Fuente: IRIS Instruments. SYSCAL Junior product brochure [25].

3.6. Metodología de campo

Se comienza por fijar en el terreno el punto elegido como centro del SEV, en el que se coloca una estaca que permite localizarlo fácilmente. Se determina el rumbo del dispositivo y se tienden dos cintas métricas en esta dirección y en sentidos opuestos, con el origen en el punto central. Estas cintas permitirán determinar las posiciones de los electrodos en cada estación. A pocos metros del origen se instalan los instrumentos de medición.

Se colocan los electrodos en las posiciones iniciales y se conectan los cables. Terminada la preparación, el operador procede a realizar la inyección de corriente y la medida, tomando nota en la hoja de campo. La hoja de campo utilizada para este trabajo se muestra en la figura 20.

Seguidamente se desplazan los electrodos A y B a las posiciones correspondientes a la segunda estación y se hace la medida. Se prosigue así en las estaciones subsiguientes. Los valores de ΔV disminuyen rápidamente de estación a estación. Cuando el operador prevea que la lectura siguiente va a ser difícil por la pequeñez de ΔV , debe proceder a hacer un “empalme”, esto es, el paso a un valor mayor de

Figura 20: Formato de la hoja de campo utilizada durante la VI escuela de geofísica aplicada para América Central.

Sondeo eléctrico Schlumberger

$\rho_a (\Omega.m) = K \frac{\Delta V}{I}$ con: $K = \frac{2\pi}{1/MA - 1/MB - 1/NA + 1/NB} \approx \frac{\pi AB^2}{4MN}$

Lugar: Coordenadas: (X Y)
 (longitud latitud)

A(I) M N B(-I)

Operador: Aparato: Fecha: / /

Datum: Dirección: Hora: N° del sondeo: N° del perfil:

AB/2 (m)	MN/2 (m)	K	$\Delta V / I$	$\rho_a (\Omega.m)$
1	0.25	5.89		
1.5	0.25	13.7		
2	0.25	24.7		
3	0.25	56.2		
4	0.25	100		
4	1	23.6		
5	0.25	157		
5	1	37.7		
7	1	75.4		
10	1	156		
10	2.5	58.9		
15	1	352		
15	2.5	137		
20	2.5	247		
30	2.5	561		
40	2.5	1000		
40	10	236		
50	2.5	1570		
50	10	377		
70	10	754		
100	10	1560		
100	20	754		
150	20	1740		
200	20	3110		
200	30	2050		
300	30	4670		
400	30	8330		

MN . Se recomienda efectuar 4 medidas, la de la lectura presente con el valor MN inicial, la lectura sin desplazar A y B con el nuevo valor MN y dos lecturas en la estación siguiente, con cada uno de los dos valores MN [36, 9].

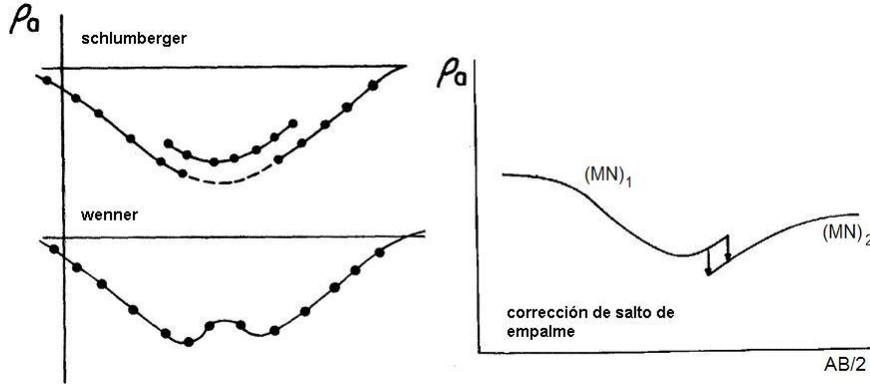
El operador debe ir comprobando la calidad de los resultados que va obteniendo, por lo que debe dibujar en la hoja de campo la curva de resistividades aparentes a partir de las medidas, lo cual permitirá repetir y comprobar los puntos que resulten sospechosos en dicha curva.

3.7. Ventajas del dispositivo schlumberger

En términos de la calidad de curvas de campo, el dispositivo schlumberger se muestra superior al wenner. Esto se debe a que, en el primero, los electrodos de potencial permanecen fijos, de modo que el efecto de la zona superficial en la que están clavados permanece igual en toda la curva hasta el próximo empalme. Al aumentar la distancia MN puede ocurrir que el nuevo trozo de curva no coincida bien con el anterior en los puntos de AB común (figura 21). En el dispositivo wenner, los electrodos M y N se desplazan en cada lectura, entonces es como si todas las estaciones fueran empalmes, por lo que los saltos debidos a éstos aparecen en toda la curva sin posibilidad de reconocerlos. En el caso del schlumberger, para corregir los saltos de empalme, Orellana [36] sugiere desplazar verticalmente los trozos de curva hasta hacerlos coincidir en una sola curva. El trozo que debe conservarse fijo es el de mayor MN pues, al estar más distantes dichos electrodos, la zona superficial situada entre ellos es más extensa y representativa, y porque el efecto de una heterogeneidad próxima a uno de los electrodos de potencial será menor cuanto mayor sea la distancia entre los electrodos. En cambio, en el caso del dispositivo wenner, la curva mostraría máximos o mínimos ficticios, sin indicaciones que permitan su eliminación y que se atribuirían erróneamente a alguna estructura en el subsuelo. Sin embargo, en circunstancias favorables, se pueden obtener curvas wenner de excelente calidad.

Un grave inconveniente práctico del dispositivo wenner es la necesidad de desplazar cuatro electrodos en vez de dos y a distancias mayores que en el schlumberger, lo cual exige más tiempo y más personas durante la prospección.

Figura 21: Ejemplo del efecto superficial en una curva de SEV.



Fuente: Ernesto Orellana. Prospección eléctrica en corriente continua [36]. Pág. 288.

3.8. Fundamentos de interpretación

3.8.1. Generalidades

La finalidad del SEV es la determinación de la estructura del subsuelo en la zona estudiada. Para ello es necesario superar dos etapas: en la primera se intenta obtener la distribución de la resistividad en el subsuelo y, en la segunda, se busca el significado geológico de tales resistividades, con lo que se pasa de un corte geoelectrico a un corte geológico. Ninguna etapa es de fácil ejecución; la primera se basa en leyes físico-matemáticas, mientras que la segunda depende fundamentalmente de correlaciones ente datos físicos y datos geológicos.

Una de las dificultades que surgen en la solución de algunos problemas es la inestabilidad (un pequeño cambio en los valores de entrada del problema produce un cambio de talla físicamente inaceptable en los valores de salida). Esta dificultad aparece tanto en el problema directo como en el inverso. Sin embargo, Tarantola [55] explica cómo los problemas inversos tienen una dificultad aún más esencial: la no unicidad. En algunos casos, la no unicidad proviene del hecho de que los datos sean discretos; si los datos fueran densos, la solución sería única. En otros problemas, la no unicidad puede ser intrínseca al problema. Así, las dificultades de la primera etapa de interpretación tienen su origen en la complejidad de las relaciones matemáticas que intervienen y en que, en la práctica, la solución de los problemas planteados nunca

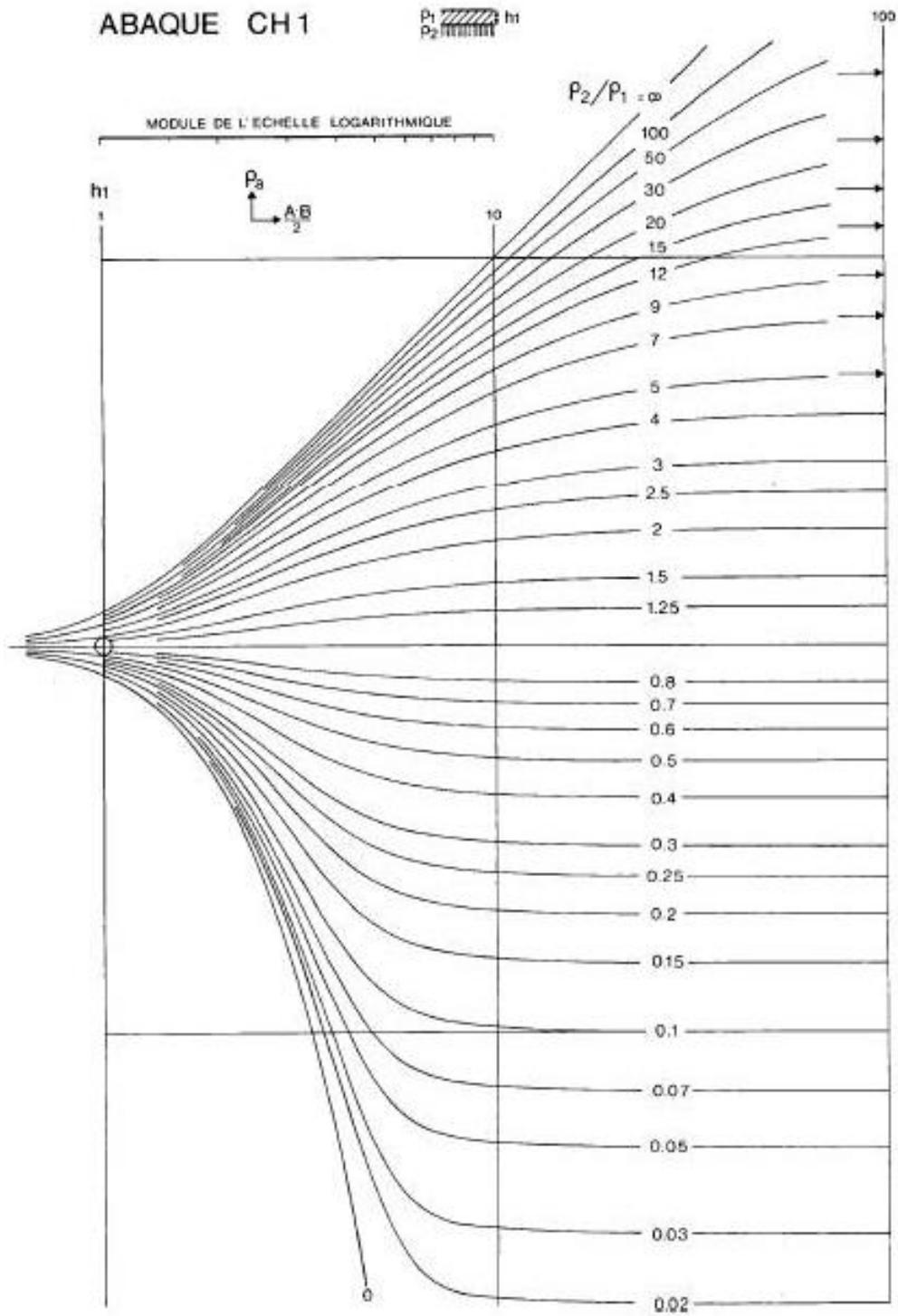
es única. A cortes diferentes entre sí pueden corresponder curvas de campo cuya discrepancia mutua es menor que el límite experimental de error, es decir, a cada curva de campo corresponden n diferentes combinaciones de espesores y resistividades. Por lo tanto, no tiene sentido hablar de “la interpretación” de determinada curva de campo, lo más que puede decirse es que la curva en cuestión es compatible con tal o cual corte geoelectrico, pero nunca que éste se deduzca necesariamente de aquélla [36].

En primer lugar, es importante hacer una interpretación cualitativa, con el objeto de conseguir una primera aproximación de la estructura del subsuelo estudiado. En ella no se determinan espesores ni resistividades en valor absoluto, sino relaciones de desigualdad, contrastes, zonas de diferentes condiciones geológicas, etc., por medio de la clasificación de las curvas con características semejantes y el trazado de mapas y cortes que representen la distribución en el espacio de algún parámetro de las curvas de SEV obtenidas. Es conveniente realizar esta interpretación durante el trabajo de campo, lo que permite, en caso necesario y a la vista de los resultados obtenidos, modificar el programa inicial.

La interpretación cuantitativa es la resolución del problema inverso del SEV, y consiste en la determinación de la distribución espacial de las resistividades en el subsuelo partiendo de los datos de resistividad aparente o de potencial observados en la superficie del terreno. Dada la ambigüedad del problema inverso, no basta con hallar una distribución vertical de las resistividades que satisfaga la curva de campo que se trata de interpretar, sino que debe buscarse, entre las soluciones válidas, aquella que armonice más con los SEV contiguos y con los datos geológicos disponibles.

Antes de la aparición de las computadoras personales, la curva de resistividad aparente medida era interpretada a través de curvas teóricas de dos o tres capas llamadas ábacos (figura 22). La interpretación de secuencias de más de tres capas se hacía utilizando diagramas de puntos auxiliares [13]. Actualmente existen técnicas informáticas de interpretación mucho más rápidas, basadas en métodos numéricos.

Figura 22: Ejemplo de ábaco de curvas teóricas de 2 capas.



Fuente : Dominique Chappelier. Prospection électrique de surface [9]. Pág. 79.

Entre los métodos interpretativos numéricos se hallan los “métodos directos”, que llegan a un corte geoelectrico solución desde la curva de campo sin volver atrás para recalcular ésta; y los “métodos de aproximaciones sucesivas”, en los que se parte de una solución aproximada cuya CRA se calcula y la diferencia entre esta curva y la curva de campo se va reduciendo sucesivamente por medio de retoques a la solución inicial. Cuando este proceso se efectúa mediante el cálculo matricial, el método se denomina “de inversión”.

3.8.2. Principio de equivalencia, principio de supresión y otras ambigüedades de interpretación

Se ha dicho que cortes en apariencia muy distintos dan lugar a curvas de resistividad aparente que difieren entre sí en menos del error experimental de las mediciones de campo (3.8.1, por lo que deben considerarse como indistinguibles en la práctica. Así, la solución del problema inverso del SEV no es única, un mismo conjunto de observaciones de campo admite todo un dominio de soluciones válidas. Según el teorema de Slichter-Langer, en los métodos geoelectricos, cortes diferentes producen curvas de resistividad aparente diferentes, de donde la solución es única. Sin embargo, Parasnis [38] muestra que el teorema no es aplicable a las curvas de campo, pues éstas constan sólo de unos cuantos puntos, afectados de inevitables errores de medida, de modo que en vez de una curva perfectamente determinada se tiene una serie de cortos segmentos por los que pueden pasar infinitas curvas teóricas (sección 3.8.1).

El principio de equivalencia se refiere a las modificaciones que pueden efectuarse en una sola capa del corte sin alterar la profundidad del techo de la capa. Existen dos casos [36, 48]:

a) La equivalencia en T : cuando la resistencia transversal $T = \rho E$ de una capa es mucho menor que la del conjunto de capas adyacentes (éstas son mucho más conductivas), esta capa puede ser sustituida por otra de distinta resistividad y espesor, pero de igual T , sin que el efecto de la capa sobre la curva de resistividad aparente varíe significativamente.

b) La equivalencia en S : cuando la conductancia longitudinal $S = E/\rho$ de una capa es mucho menor que la del conjunto de capas adyacentes (éstas son mucho más resistivas), esta capa puede ser sustituida por otra de distinta resistividad y espesor, pero de igual S , sin que el efecto de la capa sobre la curva de resistividad aparente varíe significativamente.

El principio de supresión corresponde al cambio en el número de capas sin afectar la curva de resistividad aparente. Pereira [39] explica el caso de una capa cuya resistividad es intermedia entre las que la envuelven. Si el espesor de esta capa es grande, su influencia sobre la curva permite distinguirla, de lo contrario, su influencia sobre la curva de resistividad aparente es prácticamente nula y la capa pasa inadvertida. Por otro lado, Parasnis [38] explica el caso de una capa de espesor muy pequeño comparado con la profundidad a la que se encuentra (de resistividad diferente de infinito y de cero), pues su efecto sobre la curva de resistividad aparente es tan pequeño que su presencia será suprimida.

Orellana [36] discute otra fuente de ambigüedad: la anisotropía. Si un corte estratigráfico existe una capa con anisotropía transversal Λ y espesor E , en lo que respecta a la distribución de potencial ésta se comporta como una capa isótropa de espesor $E = \Lambda E$. Así, la presencia de capas anisótropas exagera las profundidades interpretadas en la hipótesis de isotropía. Por otro lado, las curvas de SEV pueden estar alteradas por causa de variaciones laterales de resistividad (la interpretación del SEV se basa en la suposición de un subsuelo tabular). Sin embargo, muchas de estas ambigüedades pueden resolverse por medio de la correlación entre SEV contiguos.

También es importante considerar los efectos superficiales. La práctica de prospecciones de resistividad para diversas situaciones geológicas ha mostrado que las heterogeneidades de superficie (HS) son muy comunes y producen efectos que se extienden más allá de su localización y que pueden distorsionar u ocultar estructuras profundas y de mayor interés. Ritz [43] divide estas distorsiones en dos grupos: los efectos C, causados por las HS cercanas a un electrodo de corriente, y los efectos P, causados por HS cercanas a un electrodo de potencial. En términos de alteraciones de los SEV, los efectos C distorsionan sólo una parte de la curva (puesto que el

electrodo de potencial pasa por encima de la HS mientras el arreglo se expande). Los efectos P desplazan la curva de resistividad aparente hacia arriba o hacia abajo, a lo largo del eje de resistividad aparente, sin cambiar la forma original de la curva (esto se debe a que el electrodo de potencial permanece siempre cerca de la misma HS). Al variar la distancia MN , el efecto puede desaparecer y dar lugar a un salto de empalme (sección 3.7).

Por último, es importante señalar que la precisión de las profundidades determinadas mediante SEV nunca es mejor que un 10 o 15 % [36].

3.8.3. Solución del problema inverso: métodos de inversión

Cuando se habla de inversión, se busca hallar un modelo que produzca una respuesta que sea similar a los datos observados (medidas). El modelo, en el caso de la geofísica, es una representación matemática idealizada de una sección del subsuelo. Un modelo está constituido por un conjunto de parámetros, que son las cantidades físicas que se desea estimar a partir de los datos observados. La respuesta del modelo es el conjunto de datos sintéticos que puede calcularse a partir de las relaciones matemáticas que lo definen para un conjunto de parámetros dado.

La esencia del método puede describirse como sigue: Sea \mathbf{d} un vector cuyas componentes d_1, d_2, \dots, d_n son los datos de observación (medidas). En el caso del SEV, estos datos son las resistividades aparentes observadas y las distancias $AB/2$ (para el dispositivo schlumbeger). Sea \mathbf{m} un vector cuyas componentes m_1, m_2, \dots, m_m son los parámetros desconocidos que se trata de calcular, es decir, los parámetros del modelo. En el caso del SEV son las resistividades y los espesores de las diferentes capas del suelo. Si se conoce una solución aproximada \mathbf{m}_0 , se puede estimar su grado de validez mediante el cálculo del vector $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{m}_0)$ —que es la respuesta del modelo, es decir, la solución del problema directo que produce un conjunto de datos que corresponde al modelo planteado— y la determinación de la diferencia $\mathbf{g} = \mathbf{d} - \mathbf{f}$ entre el vector de datos observados y el de datos calculados, denominado “vector de discrepancia” (también se puede utilizar un error relativo, donde $g_i = |d_i - f_i|/d_i$). Esta diferencia puede ser minimizada por diversos métodos de optimización.

En todos los métodos de optimización, un modelo inicial es modificado de manera iterativa de modo que la diferencia entre la respuesta del modelo y los datos observados sea reducida. En el método de mínimos cuadrados, se busca minimizar la suma del cuadrado de los errores $\varepsilon = \mathbf{g}^T \mathbf{g}$. Se utiliza la ecuación de Gauss-Newton para determinar el cambio en los parámetros del modelo que reducirá ε . Loke [29] y Tarantola [54] plantean dicha ecuación de la forma

$$\mathbf{p} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{g} \quad (3.86)$$

donde \mathbf{p} es el vector de cambio de los parámetros del modelo o de perturbación, y \mathbf{J} es la matriz Jacobiana (de dimensión $n \times m$) o de sensibilidad

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial m_j} \quad (3.87)$$

que representa el cambio en la i -ésima respuesta del modelo debido al cambio en el j -ésimo parámetro del modelo. Una vez calculado el vector de perturbación, se obtiene un nuevo modelo

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \mathbf{p}_k \quad (3.88)$$

El proceso se repite hasta que \mathbf{m}_k constituya una solución aceptable, esto es, tal que ε sea menor que un valor establecido. En general, este método requiere pocas iteraciones, pero en algunas situaciones el producto $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ puede ser singular y entonces la ecuación 3.86 no tendrá solución para \mathbf{p} . Otro problema común es que $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ sea casi singular, lo cual puede ocurrir si la solución de partida difiere mucho de un modelo óptimo. Para contrarrestar esto, existen diversos métodos de regularización [54, 11], entre ellos el método de Tikhonov [53, 49]. Por otro lado, el vector \mathbf{p} calculado puede tener componentes que son demasiado grandes, de modo que el nuevo modelo calculado podría tomar valores que no son realistas. Un método común de evitar este problema utiliza la modificación de Marquardt-Levenberg a la ecuación de Gauss-Newton, denominada método de “mínimos cuadrados amortiguado” o también “*ridge regression*” [29, 20]

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \chi \mathbf{I}) \mathbf{p} = \mathbf{J}^T \mathbf{g} \quad (3.89)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad. El factor χ es el factor de amortiguamiento que restringe el rango de valores que las componentes del vector \mathbf{p} pueden tomar.

Otro método de optimización, denominado “gradiente máximo”, “pendiente máxima” o “*steepest descent*” [54], intenta minimizar el error siguiendo la trayectoria del mayor gradiente. Si n es el número de capas en el modelo, se tendrán $2n - 1$ parámetros. Dada la continuidad de la relación entre los datos y el modelo —la transformada de Hankel en este caso (sección 3.4.4.3)—, ε puede ser representado como una hipersuperficie en un espacio de $2n$ dimensiones, en la que el punto de error mínimo es el más bajo de una depresión o embudo sobre la misma. La solución inicial no estará, en general, en dicho punto, sino en uno de mayor error, por lo que se intenta llegar al punto de error mínimo siguiendo la línea de máxima pendiente de la hipersuperficie [36]. Para ello se incrementan simultáneamente todos los parámetros, cada uno proporcionalmente a su componente respectiva en el gradiente, es decir,

$$p_i = -C \frac{\partial \varepsilon}{\partial m_i} \quad (3.90)$$

donde C es una constante, cuyo valor debe escogerse con cuidado en cada iteración, pues si es demasiado pequeño se requieren muchas iteraciones y, si es demasiado grande, puede producir un alejamiento del mínimo (divergencia).

No debe olvidarse que el modelo obtenido a través de los métodos de inversión no es más que una entre una infinidad de soluciones. Además, el error de dicho modelo tiene un significado puramente matemático y no significa necesariamente que la solución es correcta en términos geológicos. A veces es preferible escoger una solución que se ajuste mejor a la información geológica disponible, que una solución con un error mínimo pero que se aleja de la realidad.

3.8.4. Software de interpretación

Para la interpretación de los SEV realizados en la zona de estudio se utilizaron dos programas de interpretación: Qwseln, desarrollado por Jeanne Tabbagh [52] para el departamento de Geofísica Aplicada (UMR 7619 Sisyphé) de la universidad Pierre et Marie Curie (Paris 6), Francia; e IPI2Win, desarrollado por Alexei A. Bobachev, Igor N. Modin y Vladimir A. Shevchin [7], para el departamento de Geofísica, Facultad de Geología de la Universidad Estatal de Moscú, Rusia.

El programa Qwseln realiza una interpretación de sondeos eléctricos verticales basada en un modelo tabular (inversión eléctrica en 1D). La curva teórica se obtiene calculando la transformada de Hankel (sección 3.4.4.3) por convolución utilizando filtros. Es posible escoger entre el filtro de Anderson [2], el filtro corto de Guptasarma y Singh y el filtro largo de Guptasarma y Singh [21]. El programa permite proponer modelos de n capas horizontales, ingresando los valores de resistividad y espesor (o profundidad) y verificar la correspondencia entre la curva de respuesta del modelo y la curva de campo, tanto gráficamente como por un coeficiente de error dado por

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N \left| \frac{\rho_{a\text{medida}_j} - \rho_{a\text{calculada}_j}}{\rho_{a\text{medida}_j}} \right|^2 * \text{peso}_j}{\sum_{j=1}^N \text{peso}_j}} \quad (3.91)$$

siendo N el número de puntos experimentales y peso_j , el peso asignado a cada medida experimental (el valor asignado es 1, pero puede ser modificado entre 0 y 1). El modelo propuesto puede modificarse manualmente o por medio de una mejora automática, que utiliza el método de optimización de pendiente máxima (sección 3.8.3) por iteraciones sucesivas. Las iteraciones se detienen según tres criterios: a) el error es inferior a un valor determinado, b) el número de iteraciones alcanza el límite establecido, y c) la mejora es obtenida es despreciable [52].

El programa IPI2Win está diseñado para la interpretación en 1D de las curvas de SEV a lo largo de un perfil. Para el cálculo de la curva teórica utiliza el filtro lineal de Abramova [50] de 15 coeficientes. El programa permite proponer modelos de n capas horizontales de manera similar al Qwseln. La corrección de los saltos de empalme (sección 3.7) se realiza automáticamente. La mejora automática del ajuste entre el modelo y los datos de campo puede hacerse de dos maneras: por medio de una variante del algoritmo de Newton para el número mínimo de capas, o por un algoritmo regularizado de minimización del error de ajuste que utiliza la aproximación de Tikhonov [7], penalizando la complejidad en el modelo. Una vez generadas las curvas para cada sondeo, es posible elaborar un perfil geoelectrico, de modo que el programa ofrece la posibilidad de elegir, entre un juego de soluciones equivalentes, la que mejor se ajuste tanto a los datos geofísicos como a los datos geológicos.

3.9. El SEV como método de investigación hidrogeológica

El hecho de que el agua contenida en las rocas sea un factor decisivo en su resistividad puede llevar a la idea equivocada de que el método de SEV detecta directamente el agua subterránea. El método es indirecto: a partir de parámetros físicos del subsuelo, se busca estructuras y capas acuíferas y la diferenciación entre materiales permeables e impermeables. Arias [4] señala que, en el mejor de los casos, la prospección orienta la localización de las zonas donde existen las condiciones necesarias para que una formación geológica sea explotable como acuífero. Uno de los resultados más importantes de estas prospecciones es decidir la conveniencia de efectuar o no pozos o perforaciones y, en caso afirmativo, la ubicación y profundidad más favorable para estas captaciones.

Los tipos de problemas y condiciones hidrogeológicas más importantes que pueden estudiarse por medio de SEV son, de acuerdo con Orellana [36]:

- Detección de formaciones de sedimentos incoherentes, que son formaciones constituidas por una serie de materiales cuyo tamaño de grano crece desde las arcillas a las gravas, aumentando en el mismo sentido la permeabilidad y la resistividad. El problema hidrogeológico correspondiente, que es el de buscar materiales permeables (arenas y gravas) con suficiente continuidad lateral, se traduce, en términos geofísicos, en la búsqueda de zonas resistivas.
- Determinación del espesor de aluviones permeables, siempre que éstos presenten suficiente contraste de resistividad con la formación subyacente, como ocurre cuando ésta es arcillosa. Además pueden detectarse cambios en la naturaleza de los aluviones, lentejones arcillosos intercalados, etc.
- Determinación de la profundidad del techo de la roca sana en formaciones de rocas compactas, donde las aguas subterráneas sólo pueden encontrarse en las zonas de grietas y diaclasas, o en la zona de alteración superficial.
- Investigación de zonas abundantes en calizas, la determinación de la profundidad de su techo, la distinción entre éstas y formaciones impermeables (margas,

arcillas, etc.), fijando el espesor de unas y otras, y la localización de zonas karstificadas poco profundas.

- Detección y delimitación de formaciones de rocas efusivas de bastante permeabilidad en zonas volcánicas, que constituyen excelentes acuíferos (como algunos basaltos). Se logra investigar el espesor de las rocas efusivas permeables apoyadas sobre un sustrato impermeable, lo cual es relativamente fácil dado el contraste de resistividades.
- Diferenciación entre aguas dulces y saladas, ya sea para la distinción entre acuíferos de agua dulce y de agua salada, para la determinación del límite de la zona de contaminación marina (intrusión salina en acuíferos costeros), o para el establecimiento de la marcha en profundidad del contacto agua dulce-agua salada en islas volcánicas. Esta diferenciación resulta sencilla, pues el agua marina presenta una resistividad inferior a la del agua dulce y el método muestra, entonces, una clara interfase agua dulce/salada, marcada por una reducción brusca de la resistividad en zonas profundas [5].

4. RESULTADOS

4.1. Localización de los SEV

El estudio realizado consistió en el análisis de los resultados obtenidos en la campaña geofísica llevada a cabo durante la “VI escuela de geofísica aplicada para América Central”, en mayo de 2003. Dicha campaña consistió en la ejecución de cinco SEV sobre los terrenos de la finca “El Baúl”, Santa Lucía Cotzumalguapa, los cuales fueron denominados S1, S2, S3, S4 y S5. Se utilizó el dispositivo schlumberger, con distancia máxima entre electrodos de corriente, en metros, de 96, 600, 300, 300 y 600, respectivamente, de acuerdo con las posibilidades de apertura de la línea, dadas las condiciones del terreno. Para las mediciones se utilizó el resistivímetro compacto SYSCAL Junior (sección 3.5).

Las coordenadas UTM de los sondeos realizados se presentan en el cuadro II. La localización de los mismos sobre el mapa topográfico se muestra en la figura 23. En cuanto a las altitudes, se conocen las distancias relativas entre los distintos sondeos: entre S1 y S2 hay 1 m de diferencia; entre S2 y S3, 5 m; entre S3 y S4, 1 m; y los sondeos S4 y S5 se encuentran a la misma altura.

4.2. Resistividades aparentes obtenidas en el campo

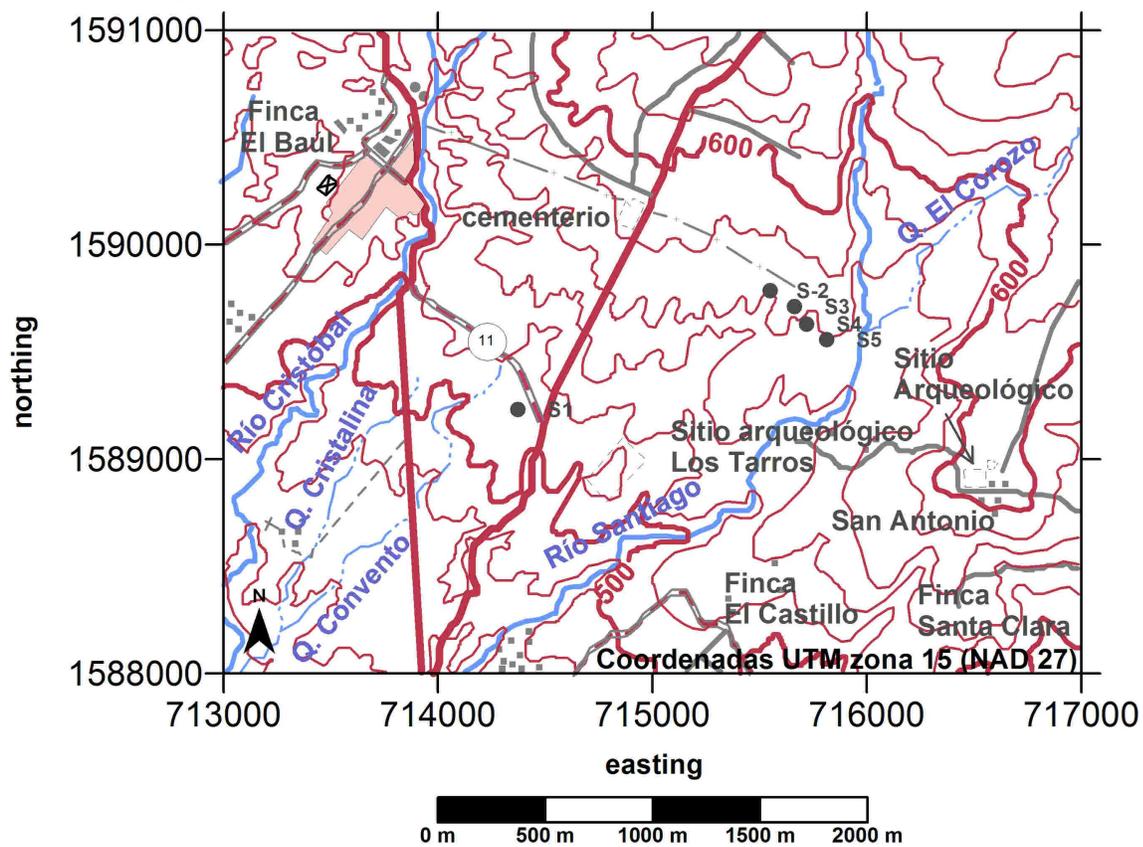
En el cuadro III se presentan los valores de resistividad aparente medidos durante la campaña geofísica para los cinco SEV realizados. Las curvas de campo se muestran en la figura 24.

Durante la escuela se efectuó un procesamiento preliminar de los datos (figura 25), utilizando el programa Qwseln. Puesto que solamente se pretendía ilustrar la metodología, esta interpretación consideró cada sondeo de forma independiente, es decir, no se buscó establecer ninguna relación entre un sondeo y otro, ni tampoco entre los sondeos y la geología del sitio. Sin embargo, la información generada quedó disponible para realizar un análisis más detallado de la misma.

Cuadro II: Coordenadas UTM de los SEV realizados en la finca “El Baúl”.

Nombre	x utm (m)	y utm (m)
S1	714372	1589231
S2	715549	1589785
S3	715662	1589711
S4	715719	1589629
S5	715811	1589557

Figura 23: Localización de los SEV realizados en la finca El Baúl.



Cuadro III: Resistividades aparentes medidas en el campo.

	ρ_a ($\Omega \cdot m$)				
AB/2 (m)	S1	S2	S3	S4	S5
1	392	208	437	246	256
1.5	403	288	458	297	339
2	480	346	434	359	420
3	547	351	293	450	540
4	506	337	243	516	659
4	575	—	274	533	666
5	474	290	153	578	785
5	510	290	175	579	792
7	435	241	98	624	960
10	331	193	73	597	983
10	347	201	75	656	1009
15	231	163	64	555	887
15	231	165	68	576	938
20	182	147	61	476	707
30	132	107	63	272	355
40	101	71	56	175	226
40	110	74	60	175	253
48	90	—	—	—	—
48	91	—	—	—	—
50	—	64	57	121	149
50	—	74	61	146	165
70	—	60	60	87	95
100	—	56	62	68	70
100	—	62	62	75	72
150	—	57	58	74	67
200	—	—	—	—	67
250	—	—	—	—	77
300	—	113	—	—	66

Figura 24: Curvas de campo.

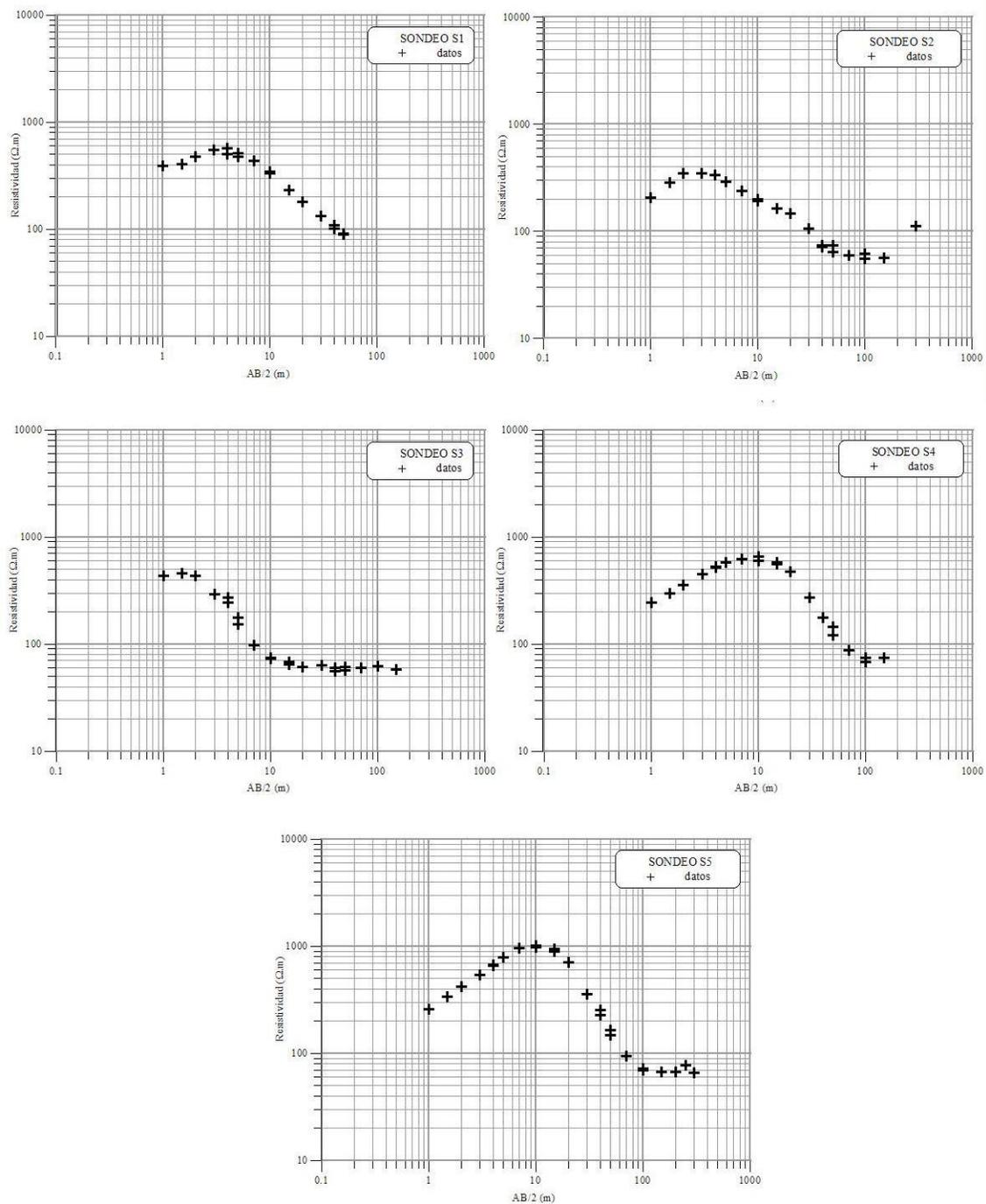
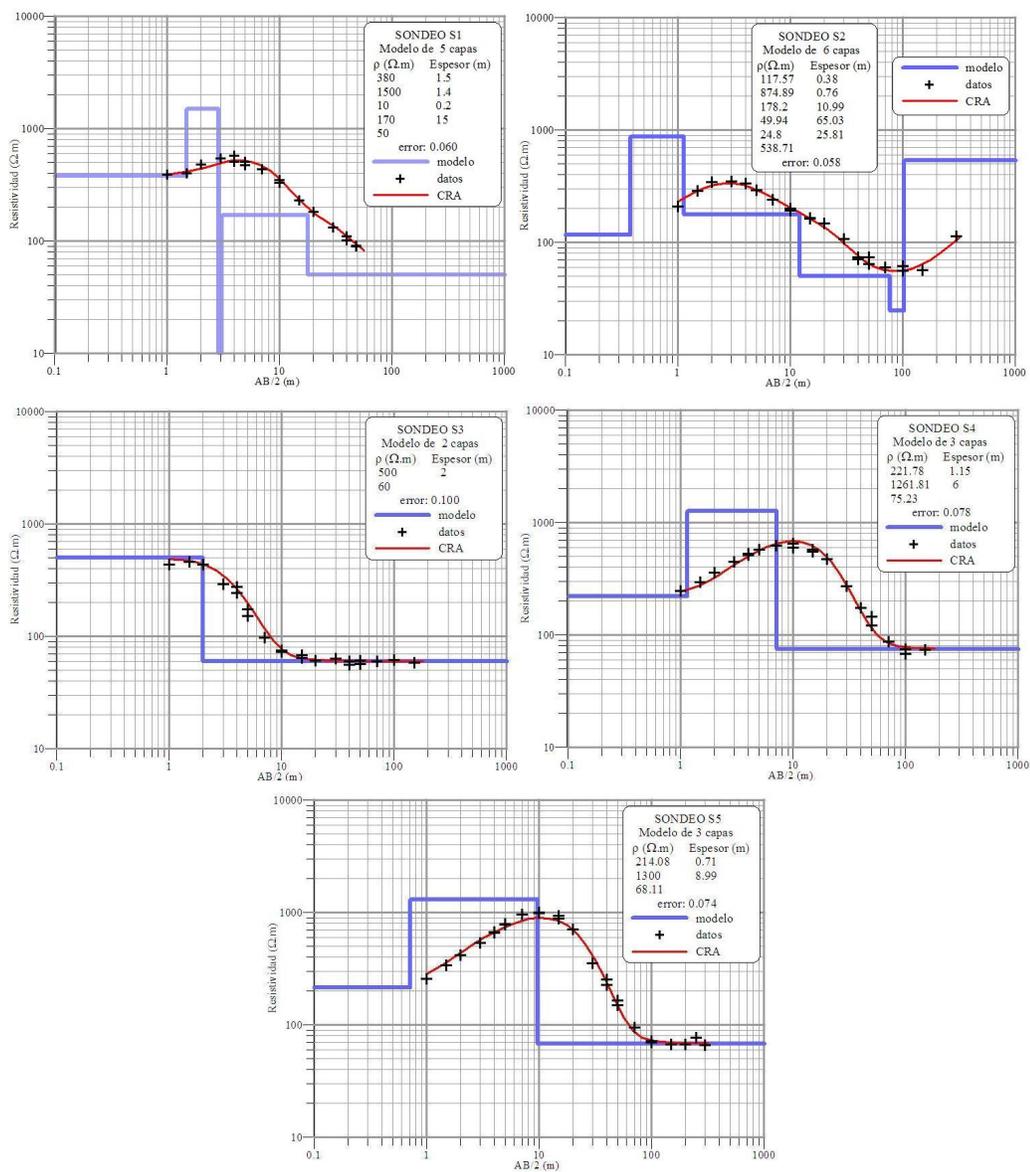


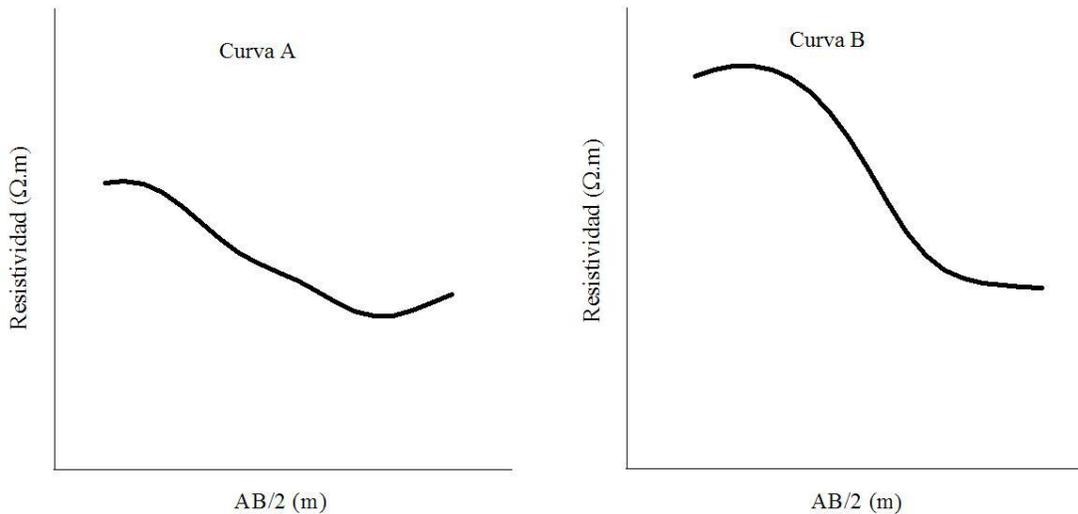
Figura 25: Interpretación preliminar de los SEV.



4.3. Secciones geoelectricas obtenidas con los programas Qwseln e IPI2Win

A primera vista, las curvas pueden dividirse en dos grupos que reproducen ya sea toda o parte de alguna de las dos curvas de la figura 26. A la curva A se asocian los sondeos S1 y S2, y a la curva B, los sondeos S3, S4 y S5.

Figura 26: Curvas representativas de los SEV realizados.



Al hacer la inversión de los sondeos con los programas Qwseln e IPI2Win se generaron varias interpretaciones distintas, con márgenes de error muy similares y nunca mayores al 10%. De entre estas interpretaciones se eligió solamente una, considerando la correlación entre los distintos sondeos, los antecedentes del sitio y el hecho de que, en las cercanías del sondeo S3, se encontró un pozo artesanal en el cual, según los lugareños, el nivel del agua en la época seca está a unos 4 m de profundidad.

Los modelos geoelectricos obtenidos con el programa Qwseln se muestran en las figuras 27 y 28. Estos modelos muestran similitudes de un sondeo a otro, y el error obtenido se encuentra entre 4.2 y 8.9%, por lo que se puede afirmar que se tiene una muy buena correlación entre la curva de campo y la curva del modelo.

Figura 27: Modelos de capas obtenidos con el programa Qwseln para S1, S2 y S3.

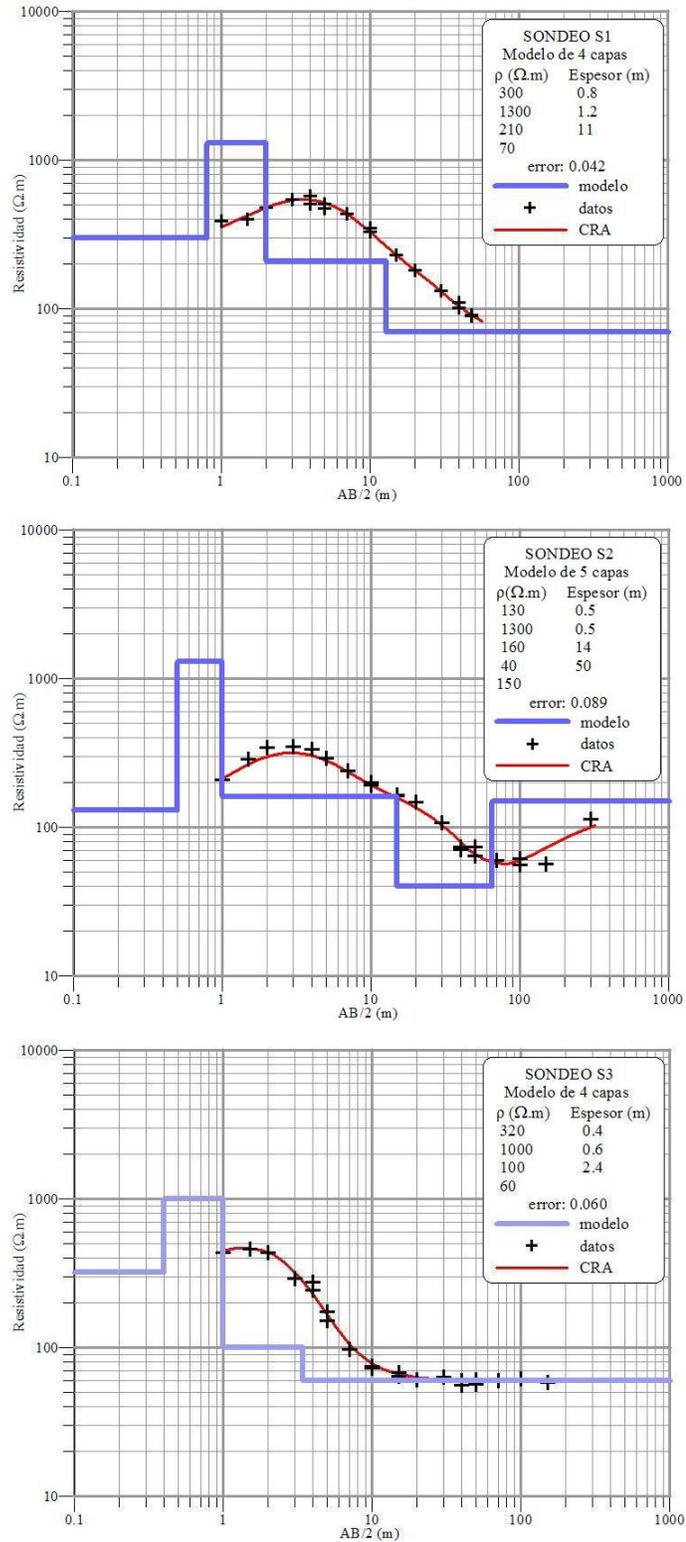
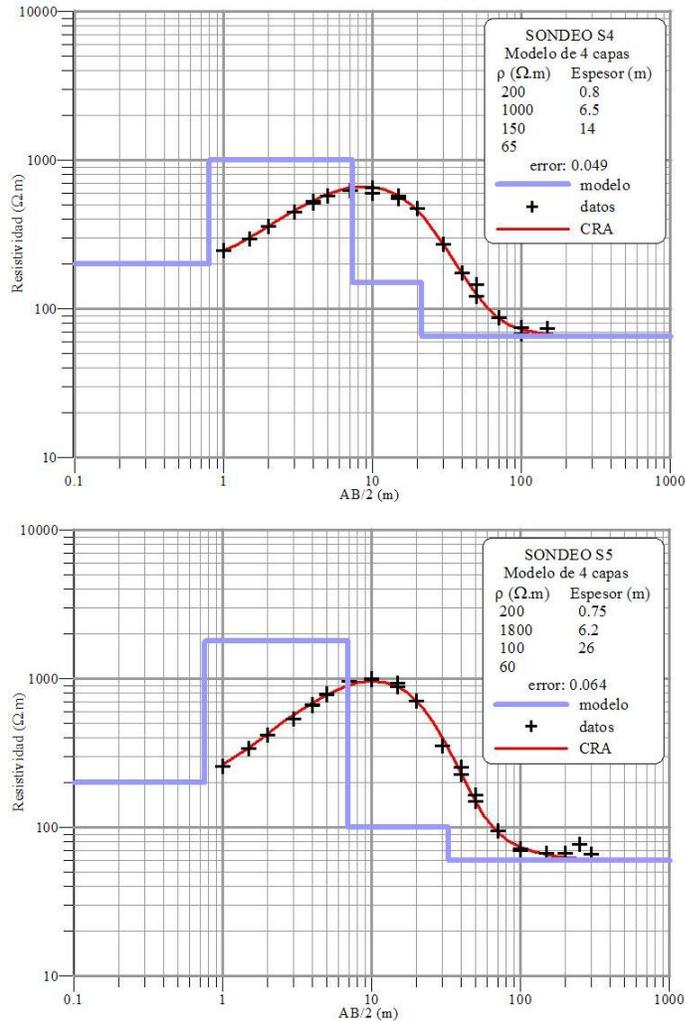


Figura 28: Modelos de capas obtenidos con el programa Qwseln para S4 y S5.



Los intervalos de confianza de los modelos correspondientes a cada sondeo se muestran en las figuras 29 y 30. Éstos se calculan buscando el conjunto de modelos cercanos al modelo establecido cuyo error esté dentro de un margen del 10% sobre el error obtenido inicialmente. Durante el cálculo, cada parámetro se varió un 10% en cada corrida. El resultado indica, para una capa determinada, el intervalo de valores permitido sin que se varíen los otros parámetros del modelo [52]. Los intervalos de variación de cada parámetro para los diferentes sondeos se muestran en los cuadros IV, V y VI.

Cuadro IV: Intervalos de variación de resistividad y espesor para los modelos de S1 y S2

Sondeo	S1		S2	
intervalo de error	0.047		0.098	
capa	ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	E (m)	ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	E (m)
1	272.727 - 330.000	0.727 - 0.880	118.182 - 173.030	0.376 - 0.605
2	1181.818 - 1430.000	1.091 - 1.320	1181.818 - 1903.600	0.413 - 0.732
3	190.909 - 231.000	10.000 - 12.100	145.455 - 193.600	11.570 - 15.400
4	63.636 - 77.000	—	33.058 - 44.000	45.455 - 80.526
5	—	—	93.138 - 181.500	—

Cuadro V: Intervalos de variación de resistividad y espesor para los modelos de S3 y S4

Sondeo	S3		S4	
intervalo de error	0.066		0.054	
capa	ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	E (m)	ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	E (m)
1	264.463 - 387.200	0.331 - 0.440	165.289 - 220.200	0.727 - 0.968
2	909.091 - 1100.000	0.545 - 0.660	909.091 - 1100.000	5.909 - 7.150
3	75.131 - 110.000	1.120 - 2.904	136.364 - 150.000	1.570 - 18.634
4	54.545 - 66.000	—	59.091 - 71.500	—

Cuadro VI: Intervalos de variación de resistividad y espesor para el modelo de S5

Sondeo	S5	
intervalo de error	0.070	
capa	ρ ($\Omega\cdot\text{m}$)	E (m)
1	181.818 - 220.200	0.682 - 0.825
2	1636.364 - 1980.000	5.636 - 6.820
3	82.645 - 121.000	19.534 - 38.067
4	54.545 - 72.6	—

Figura 29: Intervalos de confianza de los modelos correspondientes a S1, S2 y S3.

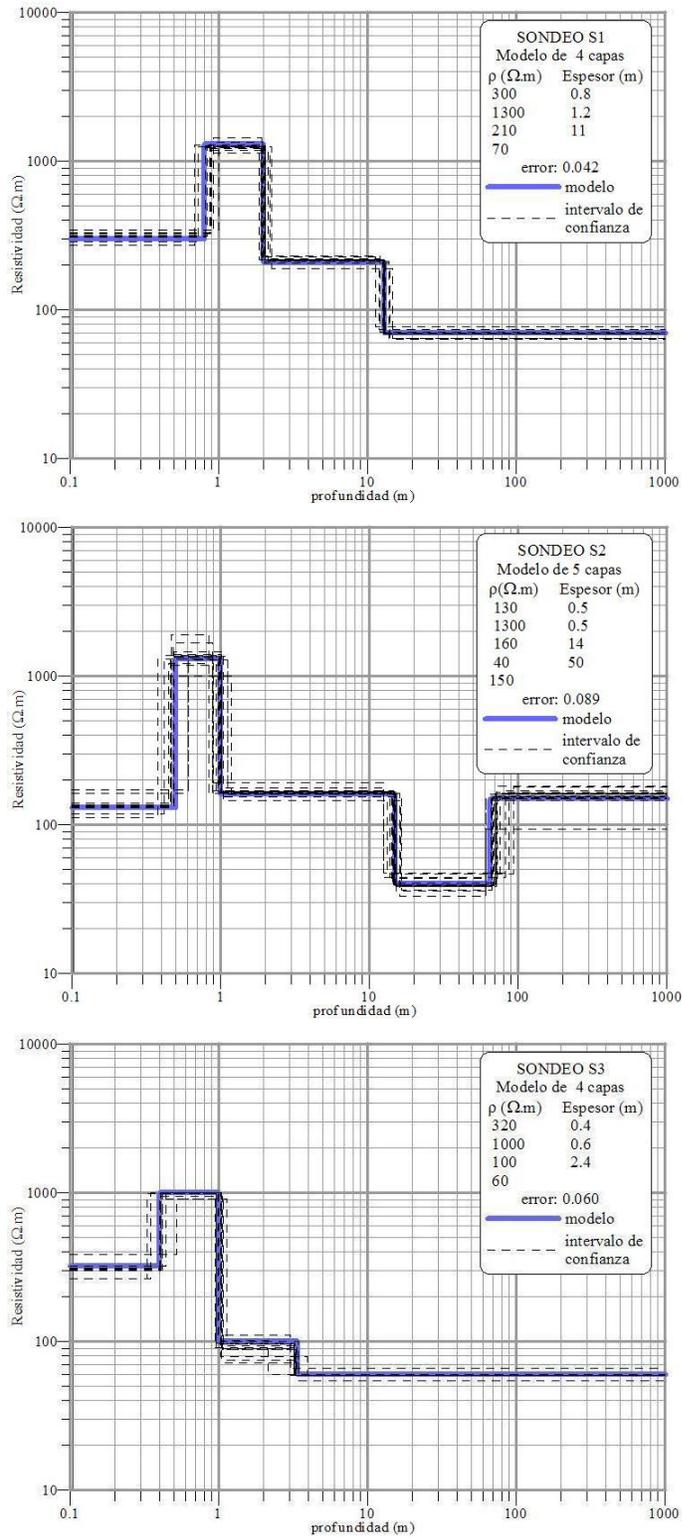
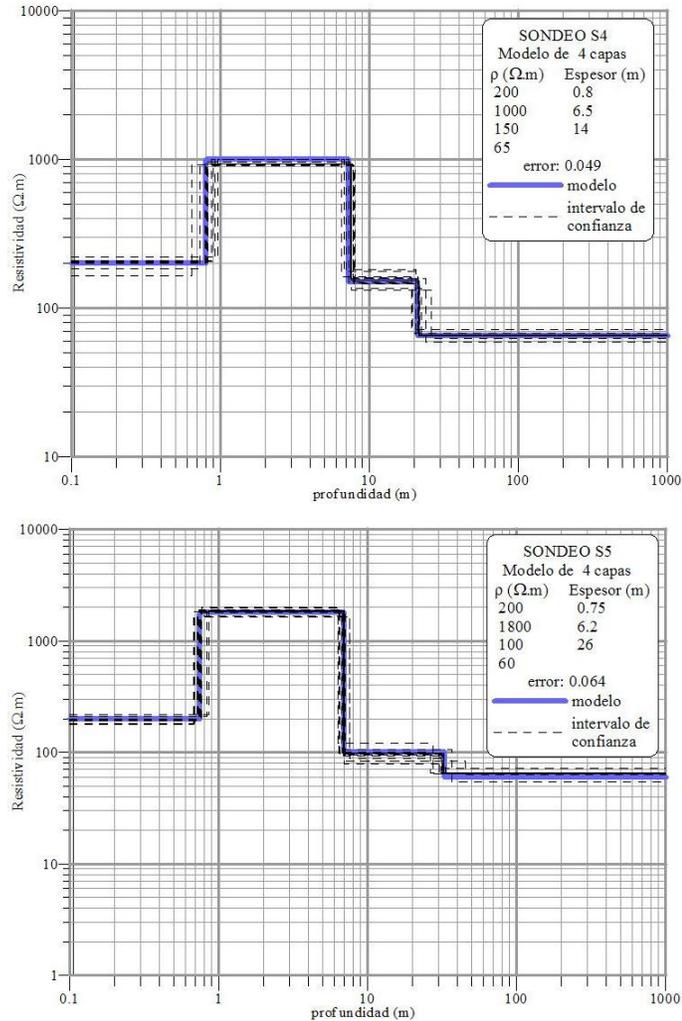


Figura 30: Intervalos de confianza de los modelos correspondientes a S4 y S5.



Las equivalencias de cada capa de los modelos se muestran en las figuras 31 a 43. Nótese que no se calculan para la última capa, puesto que ésta se considera de espesor infinito. Las capas para las que no se presentan las equivalencias son aquellas en que el programa no pudo calcular los valores, ya sea por insuficiencia de puntos equivalentes, o porque éstos eran demasiados. La recta que se muestra al lado de los sondeos corresponde a la equivalencia perfecta, es decir, a los valores de resistividad y espesor que producen la misma conductancia longitudinal (o resistencia transversal) (sección 3.8.2). Se han considerado equivalentes todas las capas que se encuentren sobre esta recta o en un margen que produzca un resultado cuyo error esté dentro del

Figura 31: Equivalencias para la capa 1 del sondeo S1 (Qwseln).

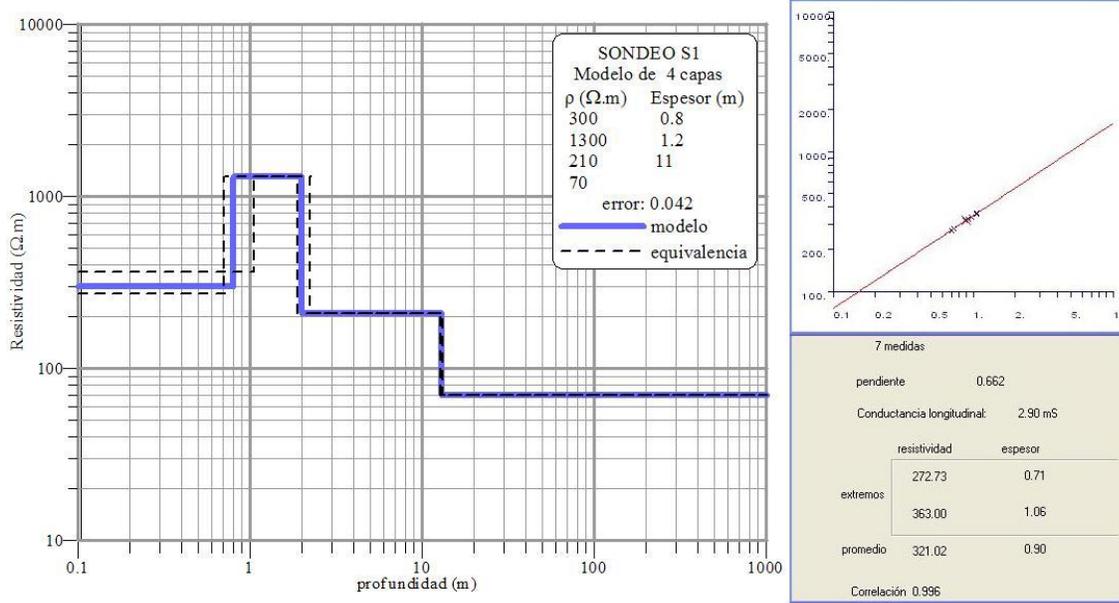


Figura 32: Equivalencias para la capa 2 del sondeo S1 (Qwseln).

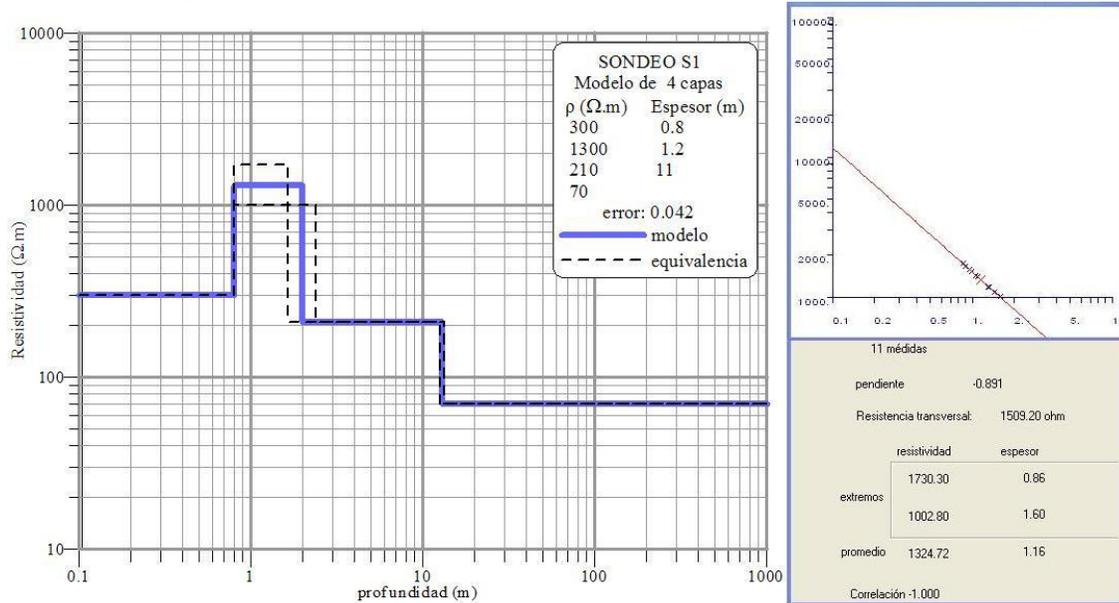


Figura 33: Equivalencias para la capa 2 del sondeo S2 (Qwseln).

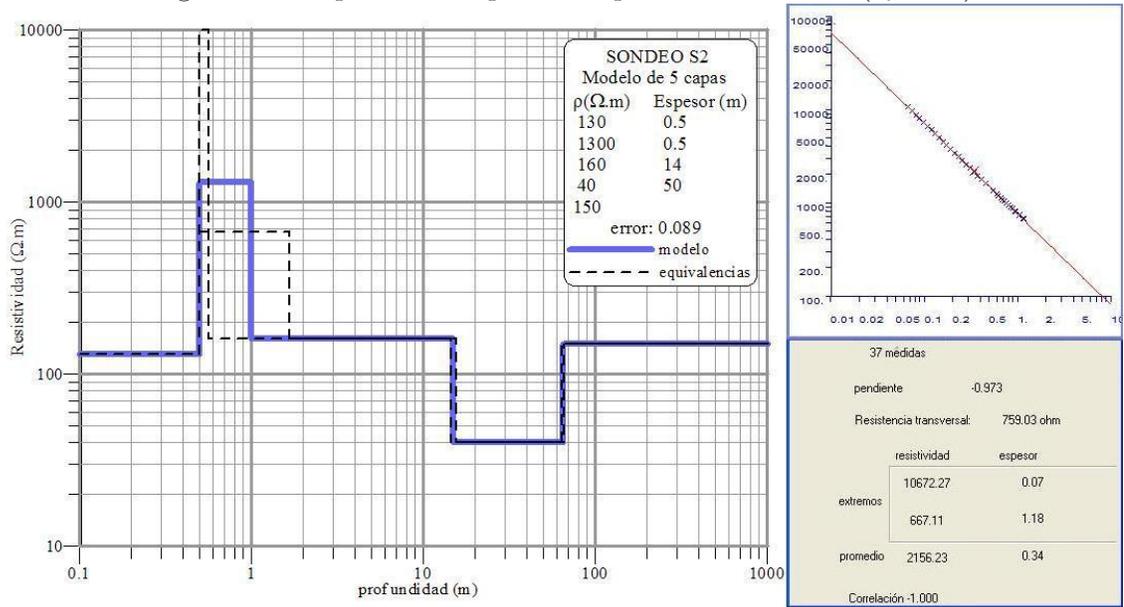


Figura 34: Equivalencias para la capa 3 del sondeo S2 (Qwseln).

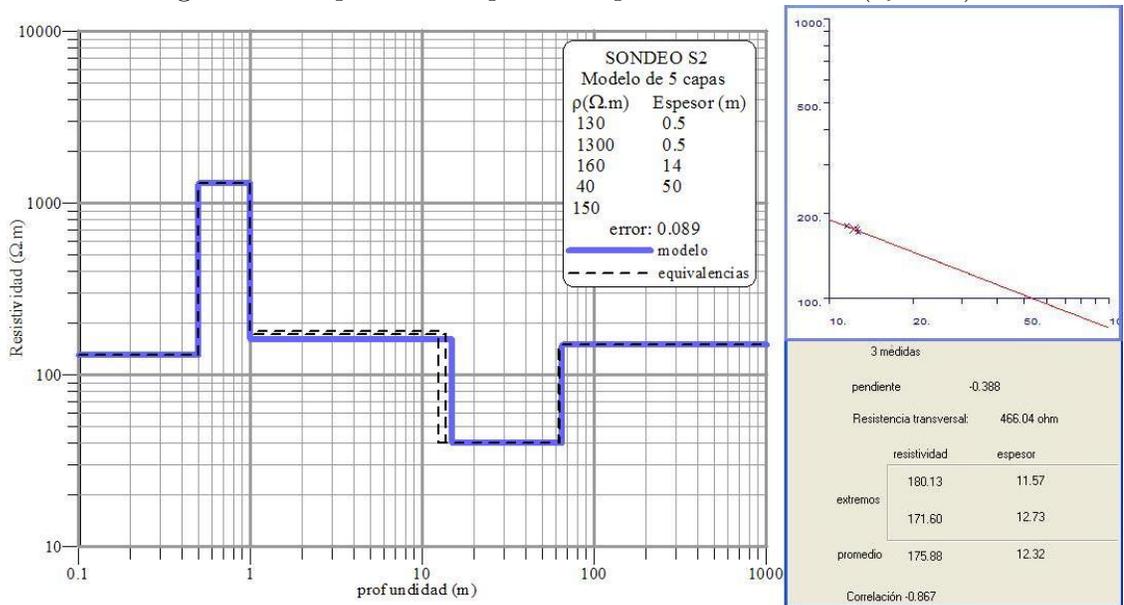


Figura 35: Equivalencias para la capa 4 del sondeo S2 (Qwseln).

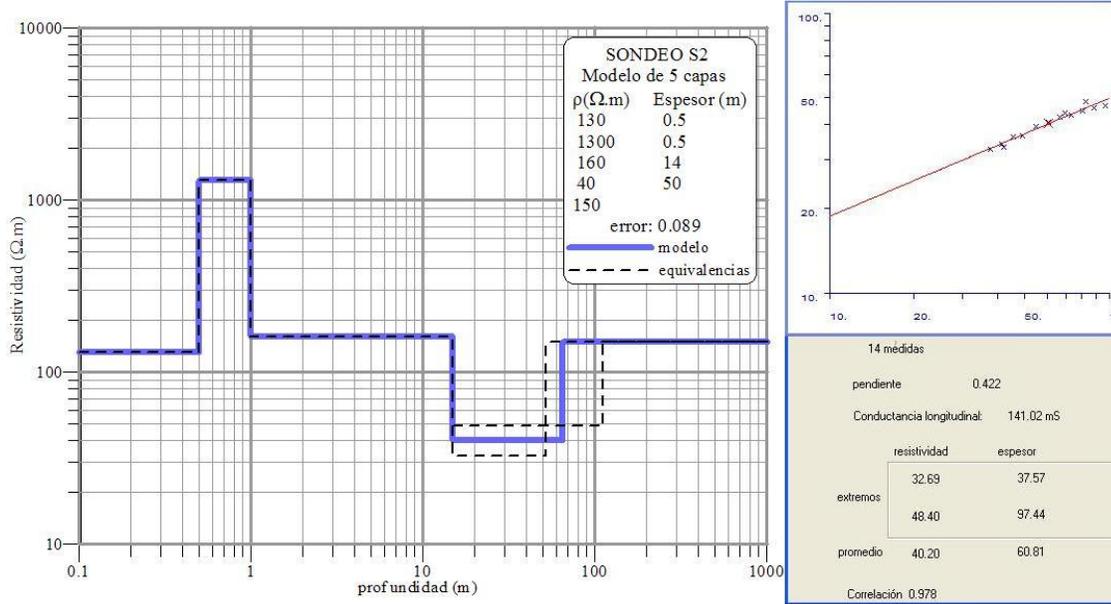


Figura 36: Equivalencias para la capa 1 del sondeo S3 (Qwseln).

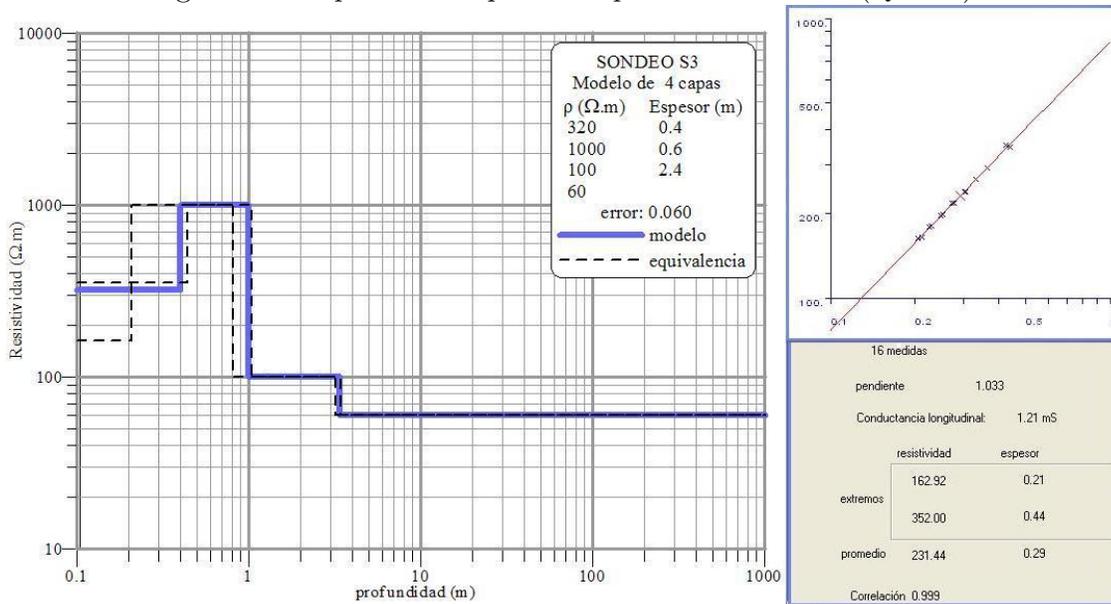


Figura 37: Equivalencias para la capa 2 del sondeo S3 (Qwseln).

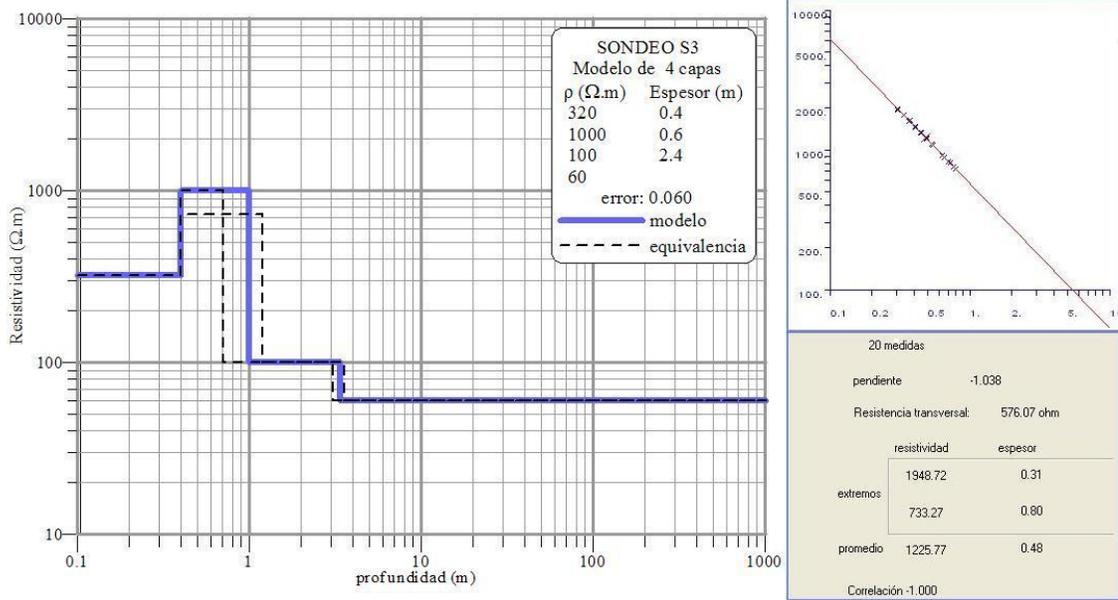


Figura 38: Equivalencias para la capa 3 del sondeo S3 (Qwseln).

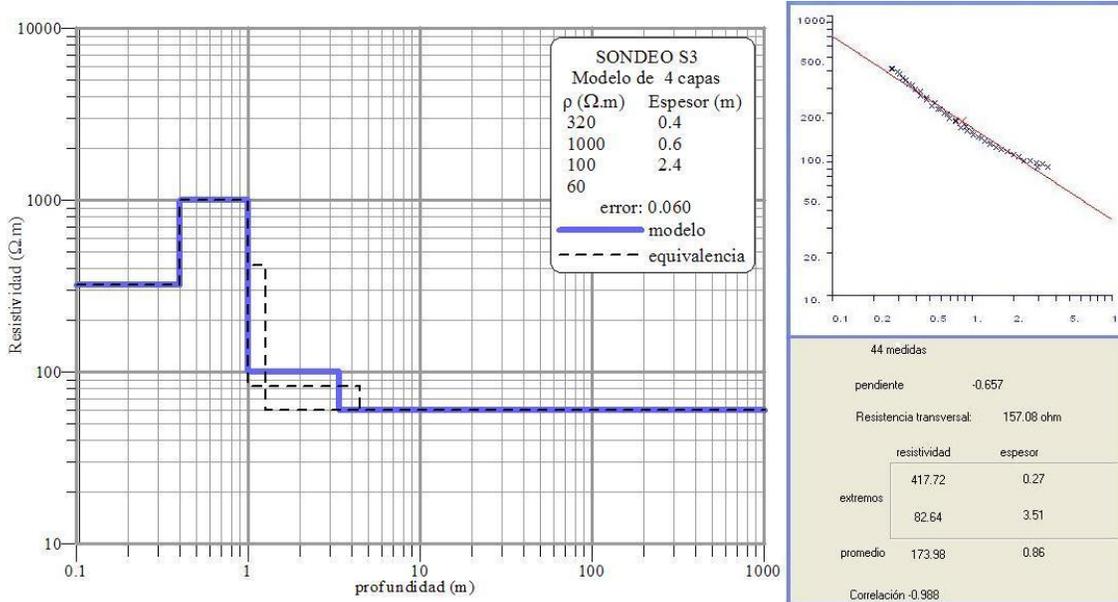


Figura 39: Equivalencias para la capa 1 del sondeo S4 (Qwseln).

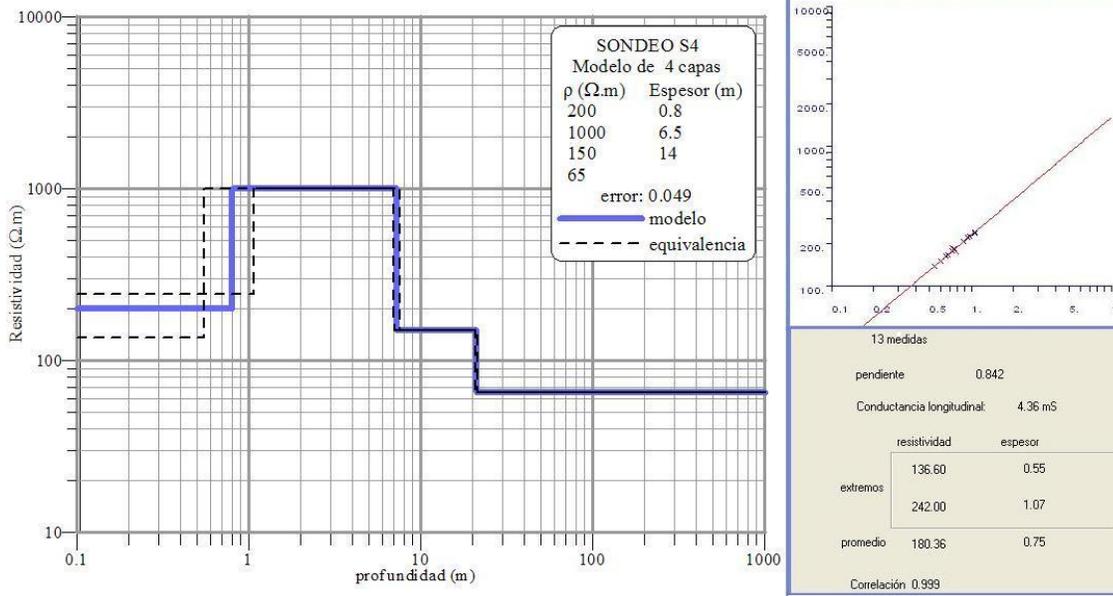


Figura 40: Equivalencias para la capa 3 del sondeo S4 (Qwseln).

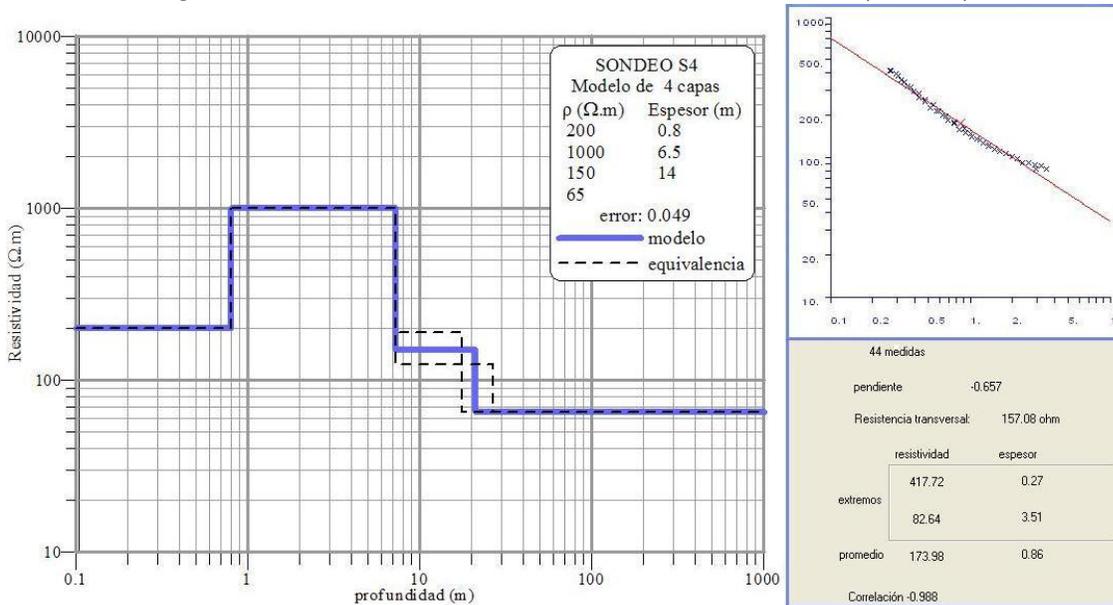


Figura 41: Equivalencias para la capa 1 del sondeo S5 (Qwseln).

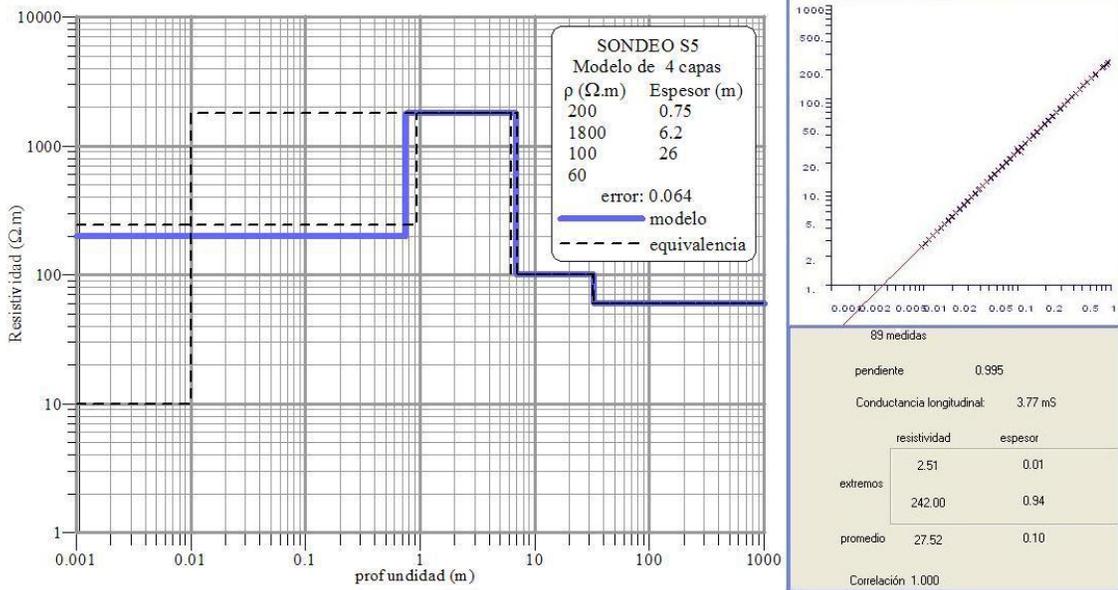


Figura 42: Equivalencias para la capa 2 del sondeo S5 (Qwseln).

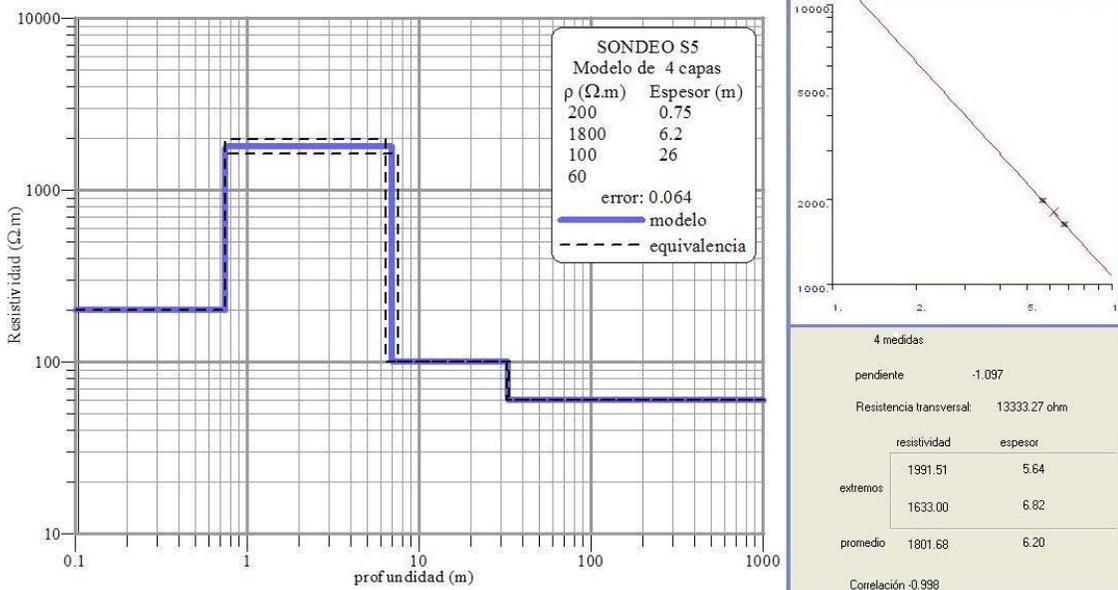
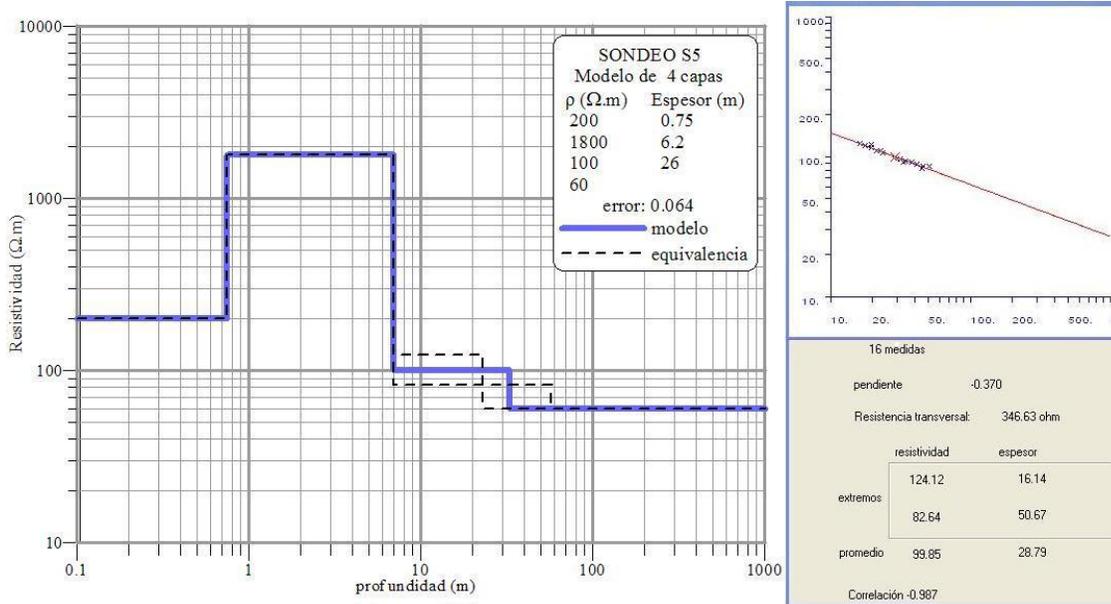


Figura 43: Equivalencias para la capa 3 del sondeo S5 (Qwseln).



10 % sobre el error obtenido en el modelo. Los límites establecidos para el cálculo de los valores fueron: resistividad entre 0.01 y 10,000 $\Omega\cdot m$, y espesor entre 0.01 y 10,000 m. El cuadro al lado de la gráfica muestra la cantidad de puntos equivalentes encontrados y el tipo de equivalencia del que se trata (equivalencia en S o en T), indicando su valor. Además, se indican los extremos entre los cuales varían los valores, la media y la correlación de los puntos.

Los modelos obtenidos para cada sondeo con el programa IPI2Win se muestran en las figuras 44 y 45 y el cuadro VII.

Cuadro VII: Modelos de capas obtenidos con el programa IPI2Win.

S1: 5 capas		S2: 6 capas		S3: 4 capas		S4: 4 capas		S5: 4 capas	
ρ ($\Omega\cdot m$)	E (m)	ρ ($\Omega\cdot m$)	E (m)	ρ ($\Omega\cdot m$)	E (m)	ρ ($\Omega\cdot m$)	E (m)	ρ ($\Omega\cdot m$)	E (m)
400	0.8	170	0.5	460	0.5	260	0.8	260	0.8
1300	1.2	1800	0.5	1200	0.6	1100	6.9	2000	6.5
230	11.0	200	14.0.4	100	3	200	14	100	26
70	—	45	50	60	—	70	—	60	—
—	—	100	—	—	—	—	—	—	—
4.15 %		7.9 %		4.15 %		4.07 %		6.61 %	

Los porcentajes al final de las columnas de cada sondeo indican el error del modelo. Al igual que con el programa Qwseln, estos modelos muestran similitudes de un sondeo a otro, y el error obtenido se encuentra entre 4.07 y 7.90 %, por lo que se puede afirmar que se tiene una muy buena correlación entre la curva de campo y la curva del modelo.

Los intervalos de confianza obtenidos con el mismo programa para cada modelo se muestran en la figura 46. La extensión de las barras correspondientes a cada par de resistividad y espesor indica la variación permitida de cada parámetro [7].

Las equivalencias para cada capa de los modelos se muestran en las figuras 47 a 51. El color en cada punto de la gráfica indica el porcentaje sobre el error obtenido en el modelo que éste produce.

Las diferencias observadas entre los resultados de los dos programas de interpretación son despreciables si se considera que la precisión de las medidas no es nunca mejor que un 10 o 15 %, y tienen su origen, en primer lugar, a la corrección de los saltos de empalme realizada por IPI2Win, la cual desplaza verticalmente los distintos segmentos de la curva de campo (véase sección 3.7).

Sin embargo, se observa que dichas diferencias no afectan significativamente la estructura del modelo de capas, únicamente producen variaciones en los valores de resistividad del modelo, lo suficientemente pequeñas como para no cambiar los órdenes de magnitud de un modelo a otro. Esto se debe a que los saltos de empalme registrados fueron relativamente pequeños en los distintos sondeos realizados, lo cual indica una presencia muy baja de heterogeneidades de superficie sobre el terreno estudiado. Además, los contrastes de resistividad de un modelo obtenido con uno de los programas se reproducen en el modelo obtenido con el otro.

Figura 44: Modelos de capas obtenidos con el programa IPI2Win para S1, S2 y S3.

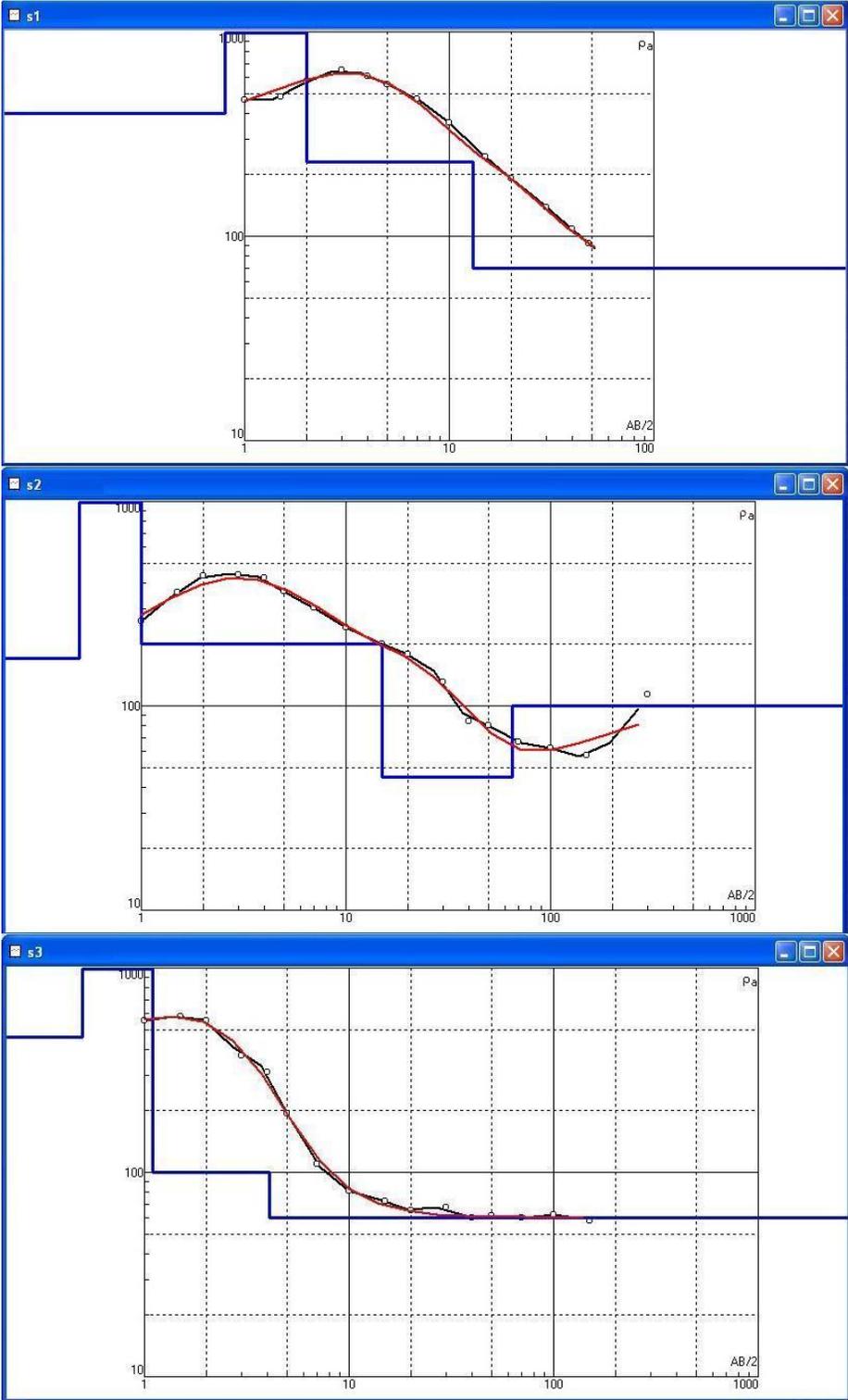


Figura 45: Modelos de capas obtenidos con el programa IPI2Win para S4 y S5.

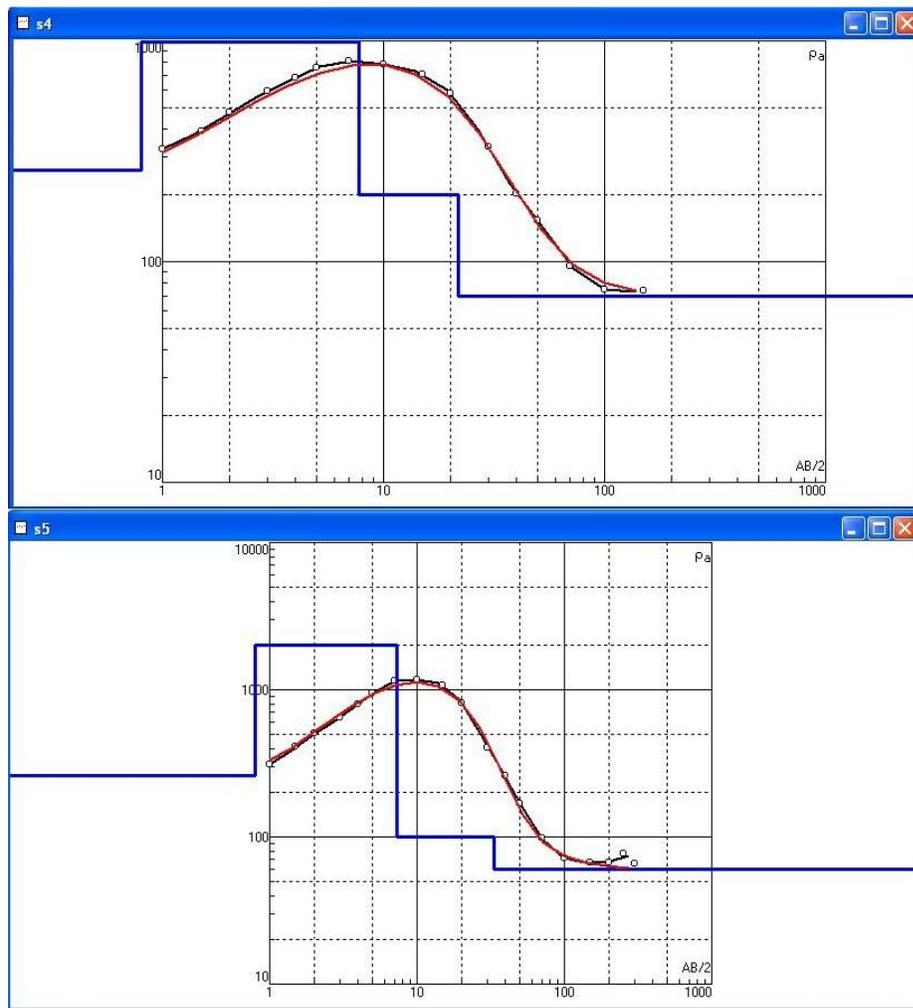


Figura 46: Intervalos de confianza de los modelos obtenidos con IPI2Win.

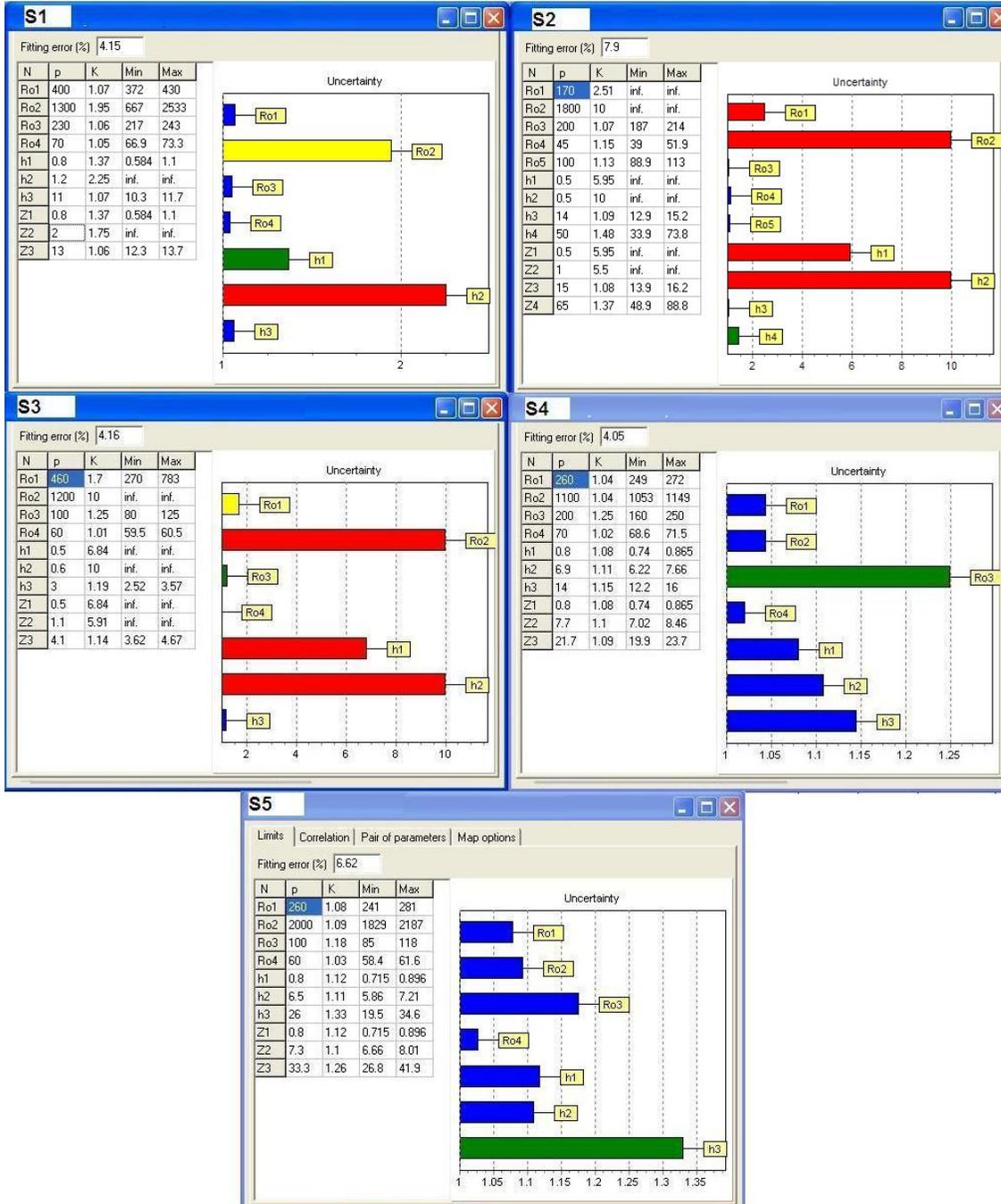


Figura 47: Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S1 (IPI2Win).

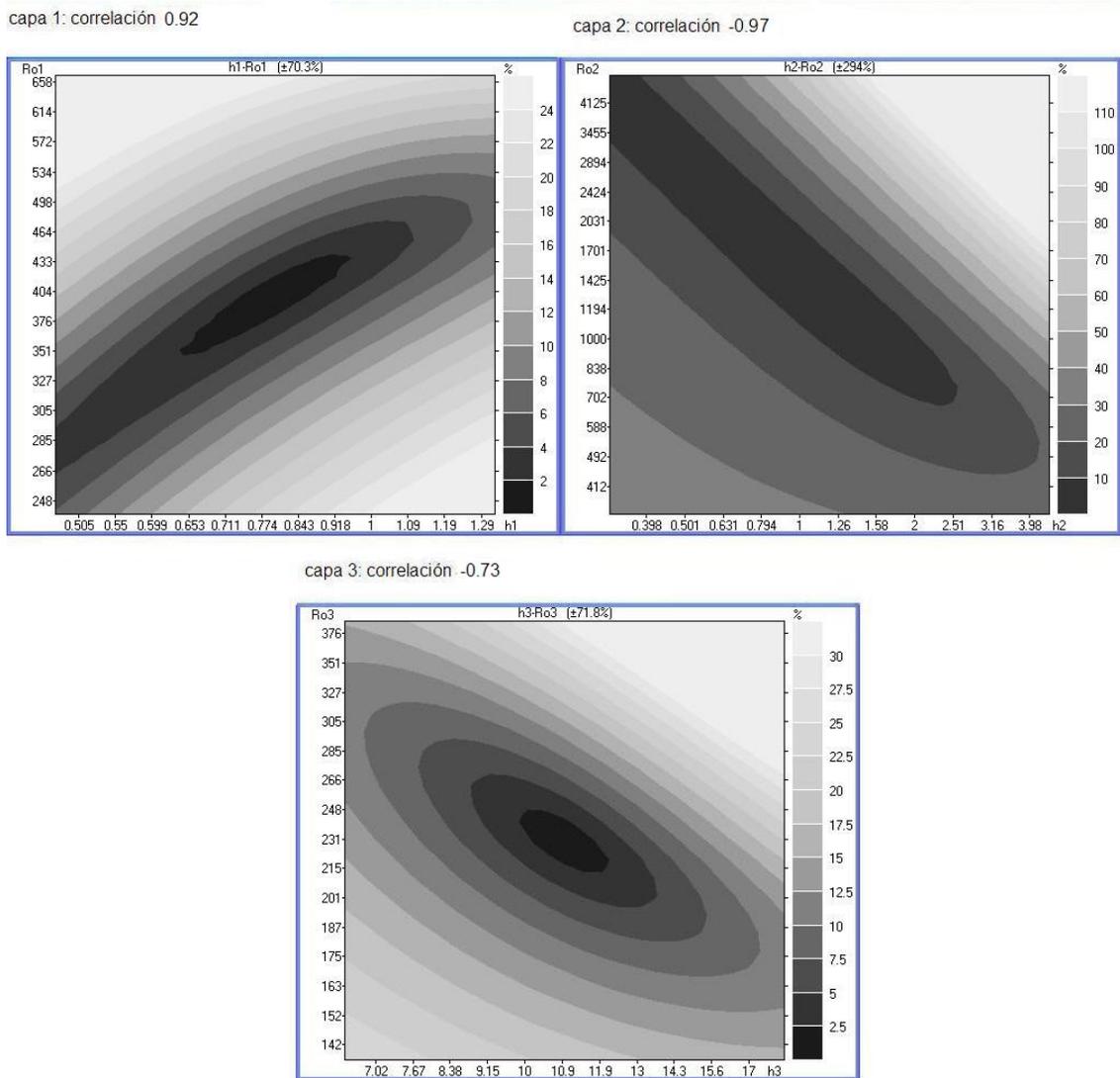


Figura 48: Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S2(IPI2Win).

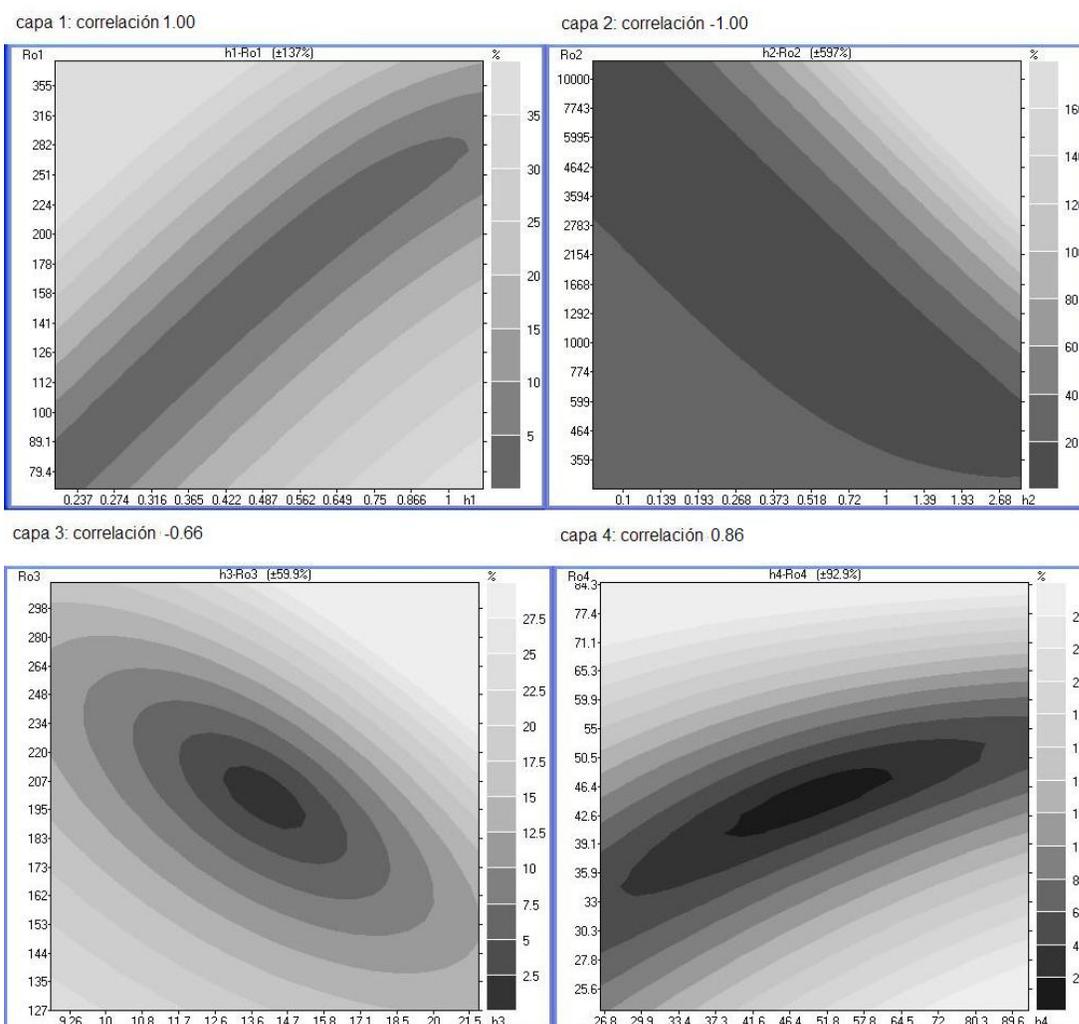


Figura 49: Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S3 (IPI2Win).

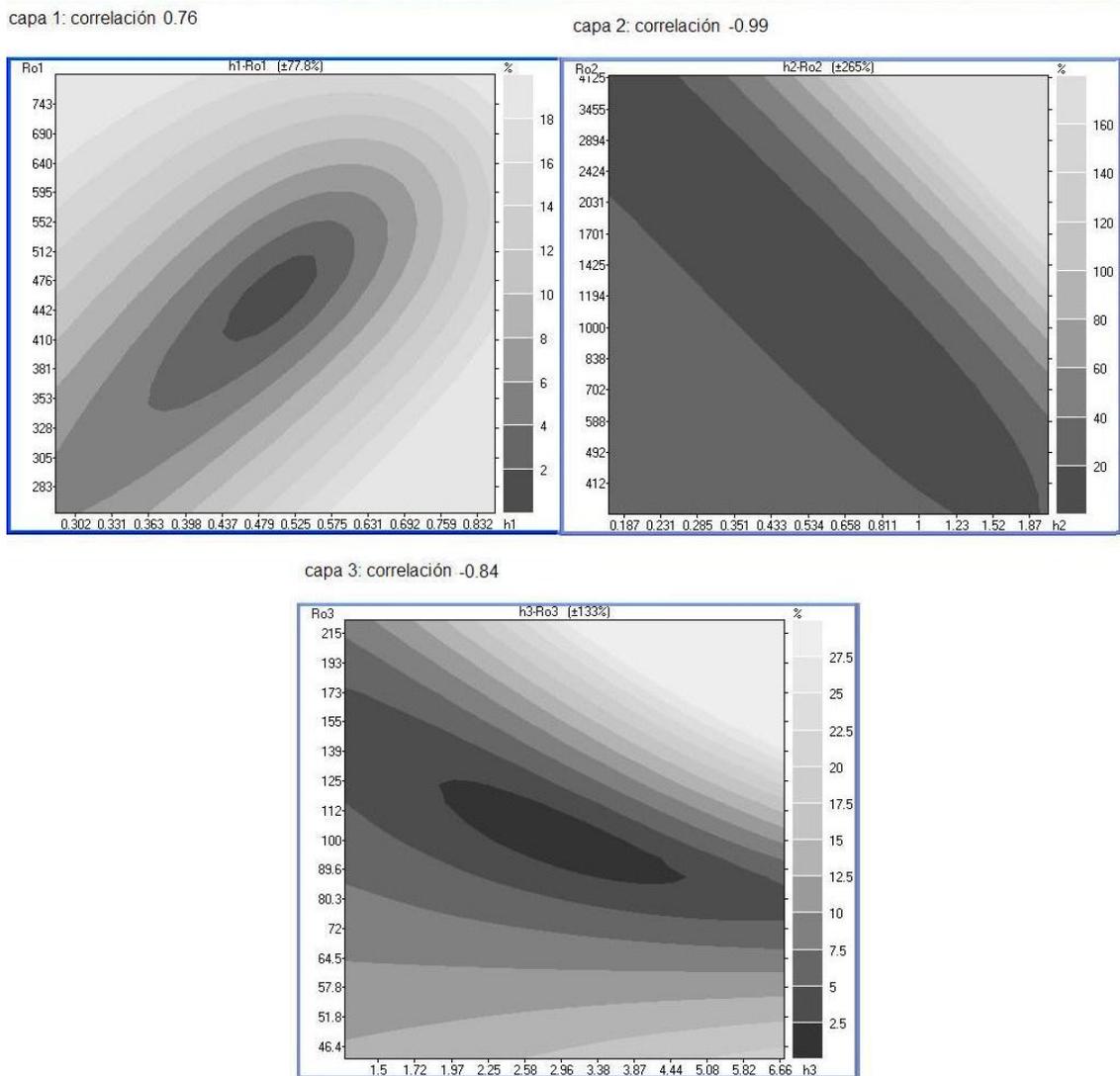


Figura 50: Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S4 (IPI2Win).

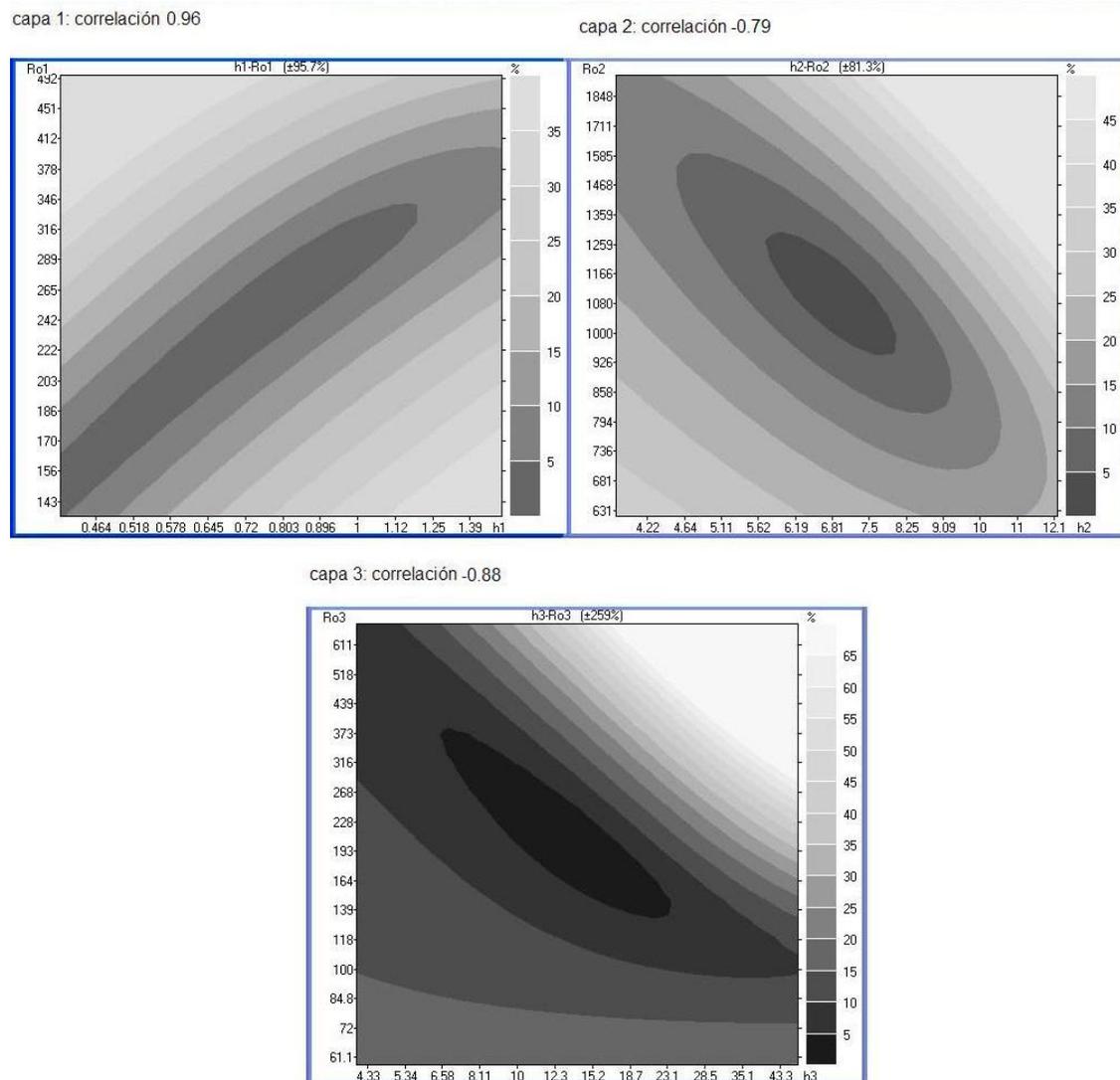
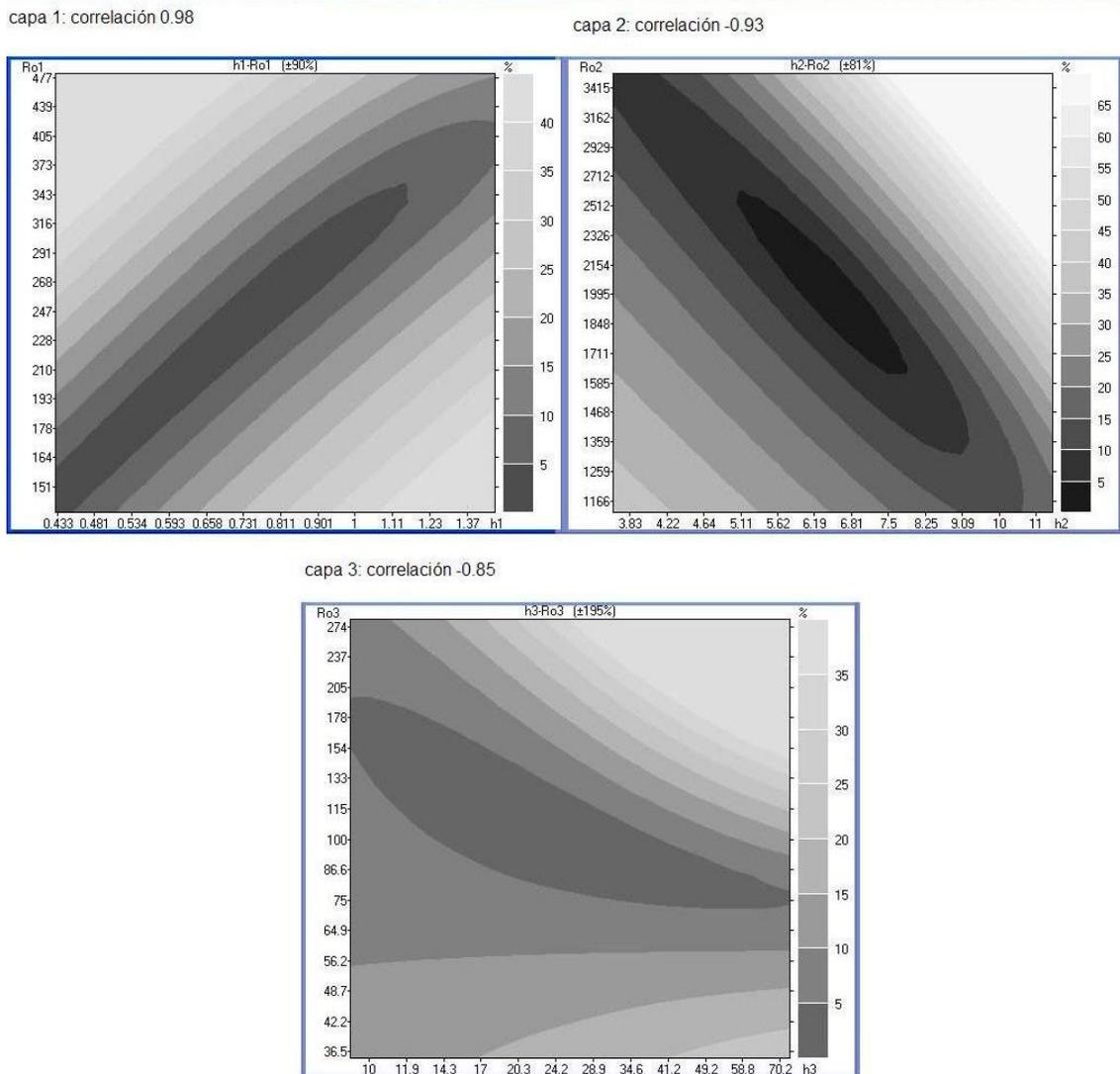
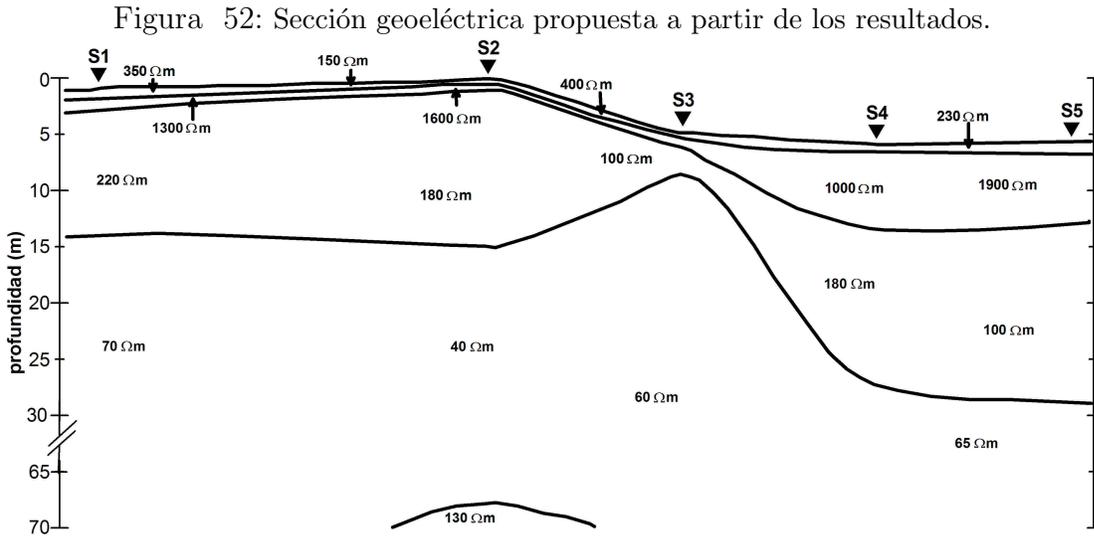


Figura 51: Equivalencias para el modelo correspondiente al sondeo S5 (IPI2Win).



A partir de los resultados de la interpretación con los dos programas de inversión, se propone la sección geoelectrica mostrada en la figura 52.

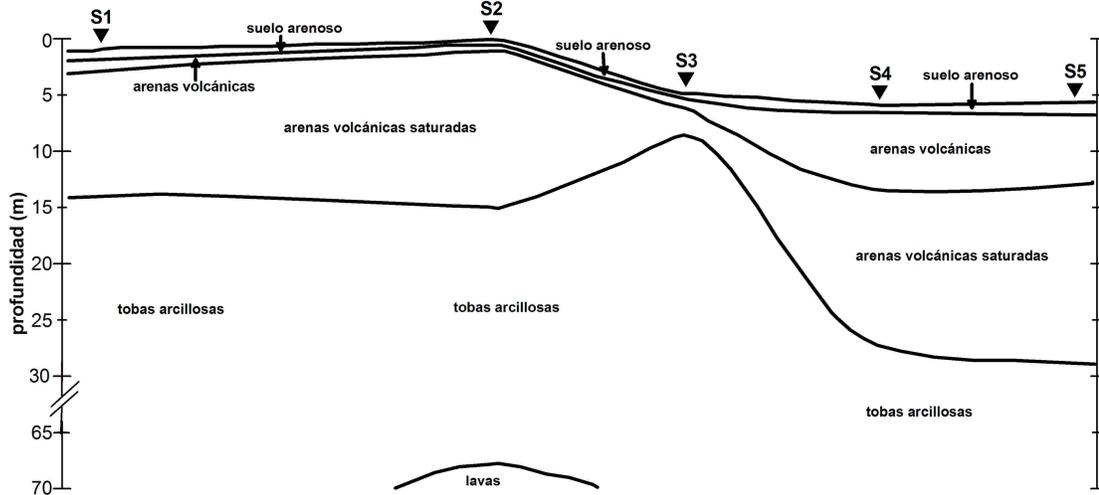


En primer lugar se tiene una capa superficial de resistividad entre 150 y 450 $\Omega\cdot m$, con un espesor que varía entre 40 cm y 1.10 m, seguida de una segunda capa resistiva de entre 1000 y 2000 $\Omega\cdot m$, cuyo espesor varía de 50 cm a 6.5 m. A continuación, se tiene una capa conductora de resistividad entre 100 y 230 $\Omega\cdot m$, con espesor de 2.5 a 25 m. Por último, se tiene el sustrato conductor, de resistividad entre los 40 y los 70 $\Omega\cdot m$. Sin embargo, el sondeo S2 (AB máximo de 300 m), fue capaz de detectar una capa más profunda de entre 100 y 150 $\Omega\cdot m$, cuyo techo se encuentra a unos 65 m de profundidad.

4.4. Modelo geológico propuesto

A partir de los dos modelos geoelectricos, se elaboró un modelo geológico de capas para el área de estudio. Para ello, se compararon los resultados con la información del pozo de la finca (figura 4, sección 1.3) y con las resistividades típicas de ciertas rocas (sección 2.3). El modelo geológico propuesto se muestra en la figura 53.

Figura 53: Modelo geológico propuesto.



De este modo, la capa superficial de entre 0.4 y 1 m de espesor, se asocia al suelo arenoso, seguida de una segunda capa de arenas volcánicas cuyo espesor varía de entre 0.5 a 6.5 m, aumentando en las cercanías del río (S4 y S5). A continuación, se tiene una capa de arenas volcánicas saturadas con espesor entre 2.5 y 25 m, siendo ésta más gruesa conforme los sondeos se acercan al río. El sustrato está constituido por tobas secas arcillosas y, por último, la capa profunda detectada por S2 se asocia a lavas cuyo techo se encuentra a unos 65 m de profundidad.

4.5. Profundidad de la capa acuífera

De acuerdo con el modelo geológico propuesto en la figura 4.9, la capa acuífera se encuentra limitada por una capa arcillosa en su base y presenta un espesor estimado que varía entre 2.5 y 25 m. El espesor máximo se encuentra en la zona más cercana al río, como es de esperarse. El techo de la capa acuífera se determinó en aproximadamente 1 m de profundidad en las regiones alejadas del río (figura 4.1) (excepto para S1, que no es colineal respecto a los otros sondeos, donde el techo está a unos 2 m de profundidad) y entre aproximadamente 7 y 8 m de profundidad en sus cercanías.

CONCLUSIONES

1. El sondeo eléctrico vertical como metodología geofísica para la detección de capas acuíferas tiene como ventaja que el parámetro físico que se mide, la resistividad aparente, está fuertemente influenciado por la presencia de agua en las rocas, la cual se manifiesta por contrastes marcados de resistividad entre los materiales secos y los materiales saturados, así como también entre los materiales permeables e impermeables.
2. El método de sondeo eléctrico vertical aplicado en la región de la finca “El Baúl”, Santa Lucía Cotzumalguapa, permitió la detección de una capa acuífera en el área de estudio.
3. La interpretación de los datos de los sondeos eléctricos realizados, utilizando dos programas distintos de inversión, permitió generar modelos de capas que guardan algunas similitudes entre sí, los cuales llevaron a la elaboración de una sección geoelectrica compuesta de cinco estratos de diferentes resistividades.
4. La transformación de la sección geoelectrica en una sección geológica mostró una capa de resistividad entre 100 y 230 $\Omega\cdot\text{m}$ y espesor que varía entre 2.5 y 25 m, la cual se identificó con una capa acuífera, cuyo techo se localizó a una profundidad que va de 1 a 8 m, según la región.

RECOMENDACIONES

1. Realizar una campaña de sondeos eléctricos verticales en la finca “El Baúl”, con una mayor cobertura de terreno, de manera que se pueda modelar la geometría de la capa acuífera en una región más amplia.
2. En dicha campaña, aumentar la distancia AB máxima de los sondeos que se realicen, de modo que se pueda determinar si existe un acuífero más profundo y de mayores dimensiones en la misma zona.
3. Complementar la investigación con la realización de paneles eléctricos –métodos eléctricos en 2D–, para tener un detalle simultáneo de las variaciones laterales y verticales de la resistividad.

Bibliografía

1. Abbas, A. M. *et al.* “Assessment of groundwater resources of the Nuweiba area at Sinai Peninsula, Egipt by using geoelectric data corrected for the influence of near surface inhomogeneities”. **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (56):107-122. 2004.
2. Anderson, W. L. “Computer program. Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 an 1 by adaptative digital filter”. **Geophysics** (E.E.U.U.) (44):1287-1305. 1979.
3. Appel, J. R. Sensitivity calculations for conservation laws with applications to discontinuous fluid flows. Tesis de doctorado en filosofía en matemática. E.E.U.U., State University of Virginia, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute, 1997. 164pp.
4. Arias Salguero, Mario E. “Aplicaciones geofísicas a la hidrogeología en Costa Rica”. **Revista geológica de América Central** (Costa Rica) (27):11-20. 2002.
5. Arlandi Rodríguez, Manuel. **Geofísica aplicada a la obra civil. Método geoelectrico y sísmica de refracción. Casos prácticos**. Madrid: Geoconsult, 2005. 68pp.
6. Barker, R. D. “Depth of investigation of collinear symmetrical four electrode arrays”. **Geophysics** (E.E.U.U.) (54):1031-1037. 1991.
7. Bobachev, Alexei *et al.* **IPI2Win v. 2.1, IPI_Res2, IPI_Res3. User’s guide**. Moscú: GeoScan-M Ltd, Moscow State University, Geological Faculty, Dept. of Geophysics, 2001. 25pp.
8. Cantos Figuerola, José. **Tratado de geofísica aplicada**. Tercera edición. Madrid: Litoprint, 1987. 535pp.
9. Chappelier, Dominique. **Prospection électrique de surface**. Curso en línea: Université de Lausanne-Institut francais du pétrole, 2000-2001. 99pp.

10. Christiansen, Anders V. y Esben Auken. "Optimizing a layered and laterally constrained 2D inversion of resistivity data using Broyden's update and 1D derivatives". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (56):247-261. 2004.
11. Constable, Steven *et al.* "Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data". **Geophysics** (E.E.U.U.) 52 (3):289-300. 1987.
12. Custodio, E. y M. R. Llamas. **Hidrología subterránea, tomo II**. Segunda edición. Barcelona: ediciones Omega, 1983. 1224pp.
13. Dahlin, Torleif. "The development of DC resistivity imaging techniques". **Computers & geosciences** (Oxford - Amsterdam - New York) (27):1019-1029. 2001.
14. Daho Pozos de Centro América S. A. Informe de perforación, finca El Baúl. Guatemala: 1975.
15. Demissie, Yohannes. "Transient electromagnetic resistivity survey at the geyser geothermal field, s-iceland". **Geothermal training programme: Reports 2003**. United Nations University. (Reykjavík) (7):143-164. 2003.
16. Dias, Carlos A. "Developments in a model to describe low-frequency electrical polarisation of rocks". **Geophysics** (E.E.U.U.) 65 (2):437-451. 2000.
17. Edwards, L. S. "A modified pseudosection for resistivity and induced-polarization". **Geophysics** (E.E.U.U.) (42):1613-1624. 1977.
18. Foged, Nikolaj. Inversion med lateralt sammenbundne modeller af 2-dimensionale stokastiske resistivitetsfordelinger. Tesis de doctorado en Geofísica Aplicada. Dinamarca, Universitet Aarhus, Geologisk Institut, 2001.
19. Furman, Alex *et al.* "A sensitivity analysis of electrical resistivity tomography array types using analytical element modeling". **Vadose zone journal** (E.E.U.U.) (2):416-423. 2003.

20. Gasulla, Manel. Obtención de imágenes de la distribución de impedancia eléctrica en el subsuelo. Aplicación a la detección de objetos locales. Tesis doctoral. España, Universitat Politcnica de Catalunya, Departament de Enginyeria Electrónica, 1999.
21. Guptasarma, D. y B. Singh. "New digital linear filters for Hankel 0 and 1 transforms". **Geophysical prospecting** (Oxford) (45):745-762. 1997.
22. Gyulai, Ákos y Tamás Ormos. "A new procedure for the interpretation of VES data: 1.5-D simultaneous inversion method". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (41):1-17. 1999.
23. IGN. **Mapa geológico de Guatemala**. Guatemala: Instituto Geográfico Nacional, 1993 Hoja ND-15-8-G.
24. IGN. **Mapa topográfico de Guatemala**. Guatemala: Instituto Geográfico Nacional, 1987. Hojas 1959 II y 2059 III.
25. IRIS Instruments. **SYSCAL Junior product brochure**. Francia.
26. Jose, Mathew K. y Rambhatla G. Sastry. "Analytical computation of aquifer potentials in a three layered porous medium". **J. Ind. Geophys. Union** 8 (4):243-252. 2004.
27. Kampke, A. "Focused imaging of electrical resistivity data in archaeological prospecting". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (41):215-227. 1999.
28. Küntz, Michel *et al.* "Numerical estimation of electrical conductivity in saturated porous media with a 2D lattice gas". **Geophysics** (E.E.U.U.) 65 (3):766-772. 2000.
29. Loke, M. H. **Tutorial: 2D and 3D electrical imaging surveys**. www.geoelectrical.com Copyright 1996-2004. 2002. 135pp.
30. Loke, M. H. y R. D. Barker. "Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections". **Geophysics** (E.E.U.U.) 60 (6):1682-1690. 1995.

31. Loke, M. H. y R. D. Barker. "Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi Newton method". **Geophysical prospecting** (Oxford) (44):131-142. 1996.
32. Loke, M. H. y T. Dahlin. "A combined Gauss Newton and quasi-Newton inversion method for the interpretation of apparent resistivity pseudosections". **Third meeting of the Environmental and Engineering Geophysics Society - European section** (Dinamarca) 1997.
33. Loke, M. H. y T. Dahlin. "A comparison of the Gauss-Newton and quasi-Newton methods in resistivity imagin inversion". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (49):149-162. 2002.
34. MAGA. **Plan maestro de riego y drenaje. Hidrogeología. Disponibilidad de agua subterránea.** Guatemala: 1991. 74 pp.
35. Oldenbourg, D. W. y Yaoguo Li. "Estimating depth of investigation in dc resistivity and IP surveys". **Geophysics** (E.E.U.U.) (64):403-416. 1999.
36. Orellana, Ernesto. **Prospección geoelectrica en corriente continua.** Segunda edición. Madrid: Editorial Paraninfo, 1982. 578pp.
37. Osella, A. *et al.* "Electrical imaging of an alluvial aquifer at the Antinaco-Los Colorados tectonic valley in the Sierras Pampeanas, Argentina". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (41):359-368. 1999.
38. Parasnis, D. S. **Principles of applied geophysics.** Quinta edición. Londres: Chapman & Hall, 1997. 429pp.
39. Pereira Lopes dos Santos, Christian. Análise geofísica das características hidráulicas da falha de Salvador na regeão de Areembepe-ba. Tesis de maestría en Geofísica. Brasil, Universidade Federal da Bahia, 2003. 93pp.
40. Reci, H. *et al.* "Study of the cross-border geothermal field in the Sarandoporos-Konitsa area by electrical soundings". **Journal of the balkan geophysical society** 4 (2):19-28. 2001.

41. Revil, A. y P. Leroy. "Constitutive equations for ionic transport in porous shales". **Journal of geophysical research** (109):B03208, doi:10.1029/2003JB002755. 2004.
42. Reyes, Alice N. "Interpretation of schlumberger and magnetotelluric measurements: examples from the Philippines and iceland". **Geothermal training programme: Reports 1999**. United Nations university (Reykjavík) (12):307-332. 1999.
43. Ritz, Michel *et al.* "Improvement to resistivity pseudosection modelling by removal of near-surface inhomogeneity effects: application to a soil system in south Cameroon". **Geophysical Prospecting** (Oxford) (47):85-101. 1999.
44. Robain, H. *et al.* "A multiscale electrical survey of a lateritic soil system in the rain forest of Cameroon". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (34):237-253. 1996.
45. Robain, H. *et al.* "A rapid electrical sounding method. The "three-point" method: a bayessian approach". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (47):83-96. 2001.
46. Roy, A. y A. Apparao. "Depth of investigation in direct current methods". **Geophysics** (E.E.U.U.) (36):943-959. 1971.
47. Saarenketo, Timo. "Electrical properties of water in clay and silty soils". **Journal of applied geophysics** (Oxford - Amsterdam - New York) (40):73-88. 1998.
48. Sánchez San Román, Javier. **Prospección geofísica, sondeos eléctricos verticales**. Curso en línea: Universidad de Salamanca, Departamento de Geología, <http://web.usal.es/javisan/hidro> España: Universidad de Salamanca, 2005. 12pp.
49. Scales, John A. *et al.* **Introductory geophysical inverse theory**. E.E.U.U.: Samizdat Press, 2001. 193pp.
50. Shevnin, V. A. <http://geophys.geol.msu.ru/STUDY/5KURS/linfil.web/lfiltl.htm> Rusia: Universidad estatal de Moscú, 1993.

51. Su, Qingxin *et al.* “Electrical impedance variation with water saturation in rock”. **Geophysics** (E.E.U.U.) 65 (1):68-75. 2000.
52. Tabbagh, Jeanne. **Documentation Qwseln, programme de sondage électrique**. París: Département de Géophysique Appliquée, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 2003. 20pp.
53. Tan, S. M. y Colin Fox. **Physics 707 Inverse Problems**. Curso en línea: University of Auckland, 2002. 158pp.
54. Tarantola, Albert. **Inverse problem theory and methods for model parameter estimation**. E.E.U.U.: SIAM, 2005. 342pp.
55. Tarantola, Albert y Bernard Valette. “Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion”. **Reviews of geophysics and space physics** 20 (2):219-232. 1982.
56. Tarantola, A. y B. Valette. “Inverse Problems = Quest for information”. **Journal of geophysics**. (50):159-170. 1982.
57. Telford, W. M. *et al.* **Applied geophysics**. Segunda edición. New York: Cambridge University Press, 1990. 770pp.
58. US Army Corps of Engineers. **Geophysical exploration for engineering and environmental investigations**. E.E.U.U.: US Army Corps of Engineers, 1995. 208pp.
59. Wtorek, Jerzy y Anna Bujnowska. **Electromagnetic methods in geophysics**. EUDEM2 Technology survey. 2004.