



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ciencias

**MAPEO RADIATIVO GAMMA DE LA REGIÓN
VOLCÁNICA DE GUATEMALA**

José Diego Alejandro Gómez Vargas

Asesorado por **M. Sc. Ricardo Enrique Contreras Folgar**

Y

M. Sc. Jorge Marcelo Ixquiac Cabrera

Guatemala, mayo de 2005

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**MAPEO RADIATIVO GAMMA
DE LA REGIÓN VOLCÁNICA
DE GUATEMALA**

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

JOSÉ DIEGO ALEJANDRO GÓMEZ VARGAS

ASESORADO POR

M. Sc. RICARDO ENRIQUE CONTRERAS FOLGAR

Y

M. Sc. JORGE MARCELO IXQUIAC CABRERA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN FÍSICA APLICADA

GUATEMALA, MAYO DE 2005

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Sydney Alexander Samuels Milson
VOCAL I	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL II	Lic. Amahán Sánchez Álvarez
VOCAL III	Ing. Julio David Galicia
VOCAL IV	Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz
VOCAL V	Br. Elisa Yazminda Vides Leiva
SECRETARIO	Ing. Carlos Humberto Pérez Rodríguez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Sydney Alexander Samuels Milson
EXAMINADOR	M.Sc. Ricardo Enrique Contreras Folgar
EXAMINADOR	Ing. José Rodolfo Samayoa Dardón
EXAMINADOR	Lic. Carlos Antonio Castellanos Santos
SECRETARIO	Ing. Carlos Humberto Pérez Rodríguez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

**MAPEO RADIATIVO GAMMA
DE LA REGIÓN VOLCÁNICA
DE GUATEMALA**

Tema que me fuera asignado por la Coordinación de la Carrera de Licenciatura en Física Aplicada y aprobado por la Escuela de Ciencias de la Facultad de Ingeniería con fecha 3 de mayo de 2004.



José Diego Alejandro Gómez Vargas

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



Guatemala, 25 de febrero de 2005

FACULTAD DE INGENIERIA

M. Sc. Glenda Patricia García
Directora de la Escuela de Ciencias
Facultad de Ingeniería
U.S.A.C.

Señora Directora:

Por este medio informamos que el estudiante de licenciatura en Física Aplicada, José Diego Alejandro Gómez Vargas, fue asesorado por los suscriptores en su trabajo de graduación con nombre "MAPEO RADIATIVO GAMMA DE LA REGIÓN VOLCÁNICA DE GUATEMALA".

Habiendo cumplido con los objetivos y metas propuestas para este trabajo, hemos procedido a la aprobación del mismo. Por lo que el contenido, conclusiones y recomendaciones de este trabajo es responsabilidad, tanto del autor como de sus asesores.

Atentamente,

Handwritten signature of M.Sc. J. Marcelo Ixquiac C. over a horizontal line.

M.Sc. J. Marcelo Ixquiac C.

Asesor

Handwritten signature of M.Sc. Ricardo E. Contreras F. over a horizontal line.

M.Sc. Ricardo E. Contreras F.

Asesor

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

Guatemala, 9 de marzo de 2005

M. Sc. Glenda Patricia García
Directora de la Escuela de Ciencias
Facultad de Ingeniería
U.S.A.C.

Señora Directora:

Me dirijo a usted para informarle que he realizado la revisión al trabajo de graduación con nombre **“MAPEO RADIATIVO GAMMA DE LA REGIÓN VOLCÁNICA DE GUATEMALA”** del estudiante **José Diego Alejandro Gómez Vargas**.

Y considerando que cumple con los objetivos de la carrera de Física Aplicada, le doy mi aprobación.

Atentamente,

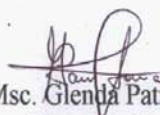
Lic. Edgar Cifuentes
Coordinador de la carrera
Licenciatura en Física Aplicada

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE CIENCIAS

La Directora de la Escuela de Ciencias de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, después de conocer el dictamen del asesor, con el visto bueno del Coordinador de la Licenciatura en Física Aplicada al trabajo de graduación del estudiante **JOSE DIEGO ALEJANDRO GOMEZ VARGAS**, titulado "MAPEO RADIATIVO GAMMA DE LA REGION VOLCANICA DE GUATEMALA" procede a la autorización del mismo.


Msc. Glenda Patricia García Soria
Directora Escuela de Ciencias



Guatemala, 29 de abril de 2005

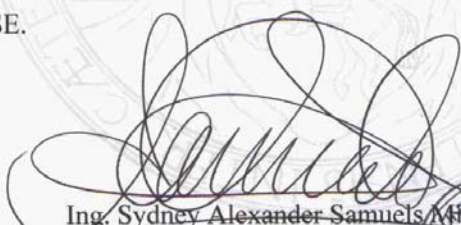
GGPS/sv

Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Decanato
Tels. 4769579 - 4760029 - 4423505 Exts. 101 - 102 - 114
4439500 Ext. 1549
Fax 4760365

Ref. DTG.138-2005

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte de la Directora de la Escuela de Ciencias, al trabajo de graduación titulado: **MAPEO RADIATIVO GAMMA DE LA REGIÓN VOLCÁNICA DE GUATEMALA**, presentado por el estudiante universitario **José Diego Alejandro Gómez Vargas**, procede a la autorización para la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.


Ing. Sydney Alexander Samuels Wilson
Decano



Guatemala, mayo de 2,005

/cdes

“las fuerzas que gobiernan nuestras vidas son pavorosas....
....pero su esplendor es digno de admirar.....”

“viaje a Ixtlan”
carlos castaneda

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	iii
LISTA DE SÍMBOLOS	iv
GLOSARIO	vii
RESUMEN	xi
OBJETIVOS	xiii
INTRODUCCIÓN	xv
1. ANÁLISIS ESTÁNDAR DE RAYOS <i>GAMMA</i>	1
1.1 Procesos nucleares	1
1.2 La Física en la detección de rayos <i>gamma</i>	10
1.2.1. Emisión de un fotón entre niveles energéticos de un mismo núcleo y constante de decaimiento	10
1.2.1.1. Ecuación de Schrödinger, tiempo dependiente y estados estacionarios	10
1.2.1.2. Perturbaciones	11
1.2.1.3. La constante de decaimiento y la mecánica cuántica	15
1.2.2. Distribución número-energía de los electrones “fotónicos”	19
1.3. Espectroscopia <i>gamma</i>	30

2.	RADIATIVIDAD EN LA REGIÓN VOLCÁNICA DE GUATEMALA	37
	2.1. Equipo y procedimiento experimental	37
	2.2. Resultados	45
	2.2.1. Elementos presentes	45
	2.2.2. Actividad de los elementos presentes	46
	2.2.3. Análisis de semejanza a las muestras según elementos presentes y actividad de los mismos	49
	2.3. Discusión de resultados	52
3.	DISTRIBUCIÓN GEOGRÁFICA DE LAS MUESTRAS EN LA REGIÓN VOLCÁNICA DE GUATEMALA	57
	CONCLUSIONES	61
	RECOMENDACIONES	63
	BIBLIOGRAFÍA	64
	APÉNDICE	65

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1	sin(Wnj) vrs. Wnj	17
2	Continuum compton p/Cs ¹³⁷	23
3	Distribución de Lorentz p/Cs ¹³⁷ c/detector HpGe	26
4	Espectro gamma Cs ¹³⁷ c/ detector HpGe	29
5	Calibración en energía	39
6	Calibración en energía	40
7	Mejor estimación de $G_{\mathcal{E}_p}$	42
8	Actividad Cs ¹³⁷ vrs. Núm. de muestra	48
9	Actividad e. naturales Núm. de muestra	49
10	Agrupación por semejanza de actividad 1	50
11	Agrupación por semejanza de actividad 2	51
12	Distribución geográfica de las muestras en la región volcánica de Guatemala	57
13	Mapa de la región caracterizada a la fecha (Costa Sur y región volcánica)	58
14	Curvas de isoactividad Cs ¹³⁷ en región volcánica	59
15	Curvas de isoactividad total en región volcánica	60
16	Espectro gamma muestra M17	69

TABLAS

I	Características de las cadenas radiactivas naturales	2
II	Elementos presentes en la región volcánica de Guatemala	45
III	Actividad de elementos artificiales y naturales presentes	46
IV	Actividad promedio de elementos artificiales y naturales	48
V	Datos importantes de las muestras	73
VI	Actividad de los elementos presentes	75

LISTA DE SÍMBOLOS

λ	Constante de decaimiento
\sum_i^n	Sumatoria. Indica el uso de los términos en una serie entre los límites indicados
A	Actividad
\bar{A}	Actividad promedio
σ_A	Desviación estándar en la actividad
L	Luminosidad
ν	Frecuencia
h	Constante de Planck
c^2	Velocidad de la luz al cuadrado
H ₀	Hamiltoniano clásico
H	Hamiltoniano (de perturbación)
$\langle $	Bra
$ >$	Ket
*	Conjugado
\rightarrow	Tiende a
$d\sigma$	Sección eficaz diferencial
dN	# de partículas que decaen

θ	Ángulo de dispersión del fotón en el efecto Compton
φ	Ángulo del electrón dispersado en el efecto Compton
$N(t)$	Número de núcleos en el tiempo t
E	Energía del electrón
G	Factor geométrico
ϵ_p	Eficiencia de pico
P	Probabilidad de pico
A_p	Área de pico
t	Tiempo de medición
$Q(t)$	Carga variable producida en el detector por los fotones que ceden energía a los electrones del detector
a	Pendiente de la curva de calibración en energía
b	Intercepto con el eje “# conteos”
#canal	Forma en que en un M.C.A. se distribuyen las partículas según su energía
$LN2$	Siglas en inglés para nitrógeno líquido
HpGe	Germanio hiperpuro
/s	Por segundo
keV	Unidad de energía

GLOSARIO

Bra-ket Notación debida a Dirac. Se utiliza para denotar el producto interno entre un elemento de un espacio vectorial ψ , (ket $|\psi\rangle$) y un elemento en el dual φ^* (bra $\langle\varphi|$): $\langle\varphi|\psi\rangle$.

Cuanto Una variable física que es continua en física clásica, pero aparece discretizada en mecánica cuántica.

Espectro Forma visual de representar algún comportamiento en Particular de la materia. En física nuclear, un histograma de distribución de frecuencia de conteos vrs. energía, conteos vrs. #Canal.

Física nuclear Estudio de las características, comportamientos y estructura interna de los núcleos atómicos.

Fuerza Según la definición clásica de Newton, “aquello capaz de causar aceleración a la materia: $F=ma$ ”. Según la Física, existen cuatro fuerzas en la naturaleza.

Fotón Cuanto de luz.

F.W.H.M. Parámetro utilizado para caracterizar cantidades “electrónicas” variables. En un gráfico V vrs. t , es el ancho de la función calculado en $V(t) = V_{\max} / 2$.

H_0 (clásico) Es igual a $T + V_0$, la energía cinética más la energía Potencial del sistema. Al aplicar sobre un sistema cuántico, da la evolución del sistema en el espacio y el tiempo.

H Hamiltoniano de perturbación. Es igual a $H_0 + V$, Donde V es la perturbación.

Intensidad Número de partículas que atraviesan en sentido longitudinal p /unidad de tiempo p /unidad de área.

Intercepto Punto donde una función corta el eje de la variable dependiente.

Longitud y latitud Medidas utilizadas para describir unívocamente un punto sobre la superficie de un cuerpo con simetría esférica

Método de las ctes. Variables Método alternativo para resolver la ecuación de Shrödinger tiempo dependiente, debido a Dirac. El método consiste en resolver una ecuación diferencial para los coeficientes de las autofunciones en vez de resolver directamente para las autofunciones.

Marinelli Vaso plástico tratado especialmente a fin de evitar Cualquier actividad radiactiva en el mismo. Se Utiliza para la colocación de muestras.

Nube electrónica Electrones que rodean al núcleo en un átomo.

ψ (psi) Representa los estados posibles de un sistema en la física cuántica.

Rayo gamma Fotón del interior del núcleo. Se produce en la Transición entre estados nucleares.

Semiconductor Material con características intermedias entre un conductor y un no conductor.

**Sol. Homogénea
y particular**

Soluciones a una ecuación diferencial (E.D.) cuya forma general sea $Df=g$. La parte homogénea es la solución a la E.D. igualada a cero, mientras la solución particular es la solución a la E.D. distinta de cero.

Vida media

Tiempo en el cual el número de elementos radiactivos ha decrecido a la mitad de su valor original.

RESUMEN

El presente trabajo se centra en el desarrollo de la espectroscopia gamma y se realiza una aplicación con la misma.

Se hace un desarrollo de los fundamentos teóricos más generales de la física nuclear necesarios para la comprensión de la espectroscopia gamma: procesos nucleares, radiactividad, radiactividad por rayos gamma, la constante de decaimiento, actividad de un núcleo, etc.

También se desarrollan(explicitamente) algunos de los problemas relacionados con el tema, que puedan resaltar algún interés: el problema de los núcleos hijos en una cadena radiactiva, el problema de la emisión del fotón y la constante de decaimiento desde el punto de vista de la mecánica cuántica y el problema de la distribución “número-energía” de los electrones en un detector de espectroscopia gamma.

Posteriormente se detallan los puntos centrales de la espectroscopia gamma y se aplica ésta en el análisis de muestras de suelo de la región volcánica de Guatemala.

Se trabaja con una resolución en eficiencia entre 2.9-2.3 keV en F.W.H.M. Se encontraron elementos de las cadenas radiactivas naturales y Cs^{137} como principal contaminante radiactivo artificial en 48 de las 59 muestras analizadas y se calculó la actividad de cada elemento.

La precisión en las mediciones de actividad se encuentran en un rango de 0.4% a 4.5%.

Finalmente se agrega un mapa de la distribución espacial de los puntos en la región caracterizada. Este último y los resultados de la caracterización pueden utilizarse como referencia en protocolos que solicitan ciertos países para permitir el ingreso de productos foráneos.

La caracterización del territorio guatemalteco en su totalidad es un objetivo del Laboratorio de Radiaciones Ionizantes.

OBJETIVOS

GENERAL

Realizar una investigación básica en física nuclear: uso de espectroscopia gamma en el análisis de muestras de materia.

ESPECÍFICOS

1. Determinar los elementos radiactivos naturales y artificiales presentes en muestras de suelo de la región volcánica de Guatemala.
2. Cálculo de las actividades de los elementos presentes en las muestras y análisis de similitud de las muestras.
3. Mapa de localización de las muestras de la región volcánica de Guatemala.

INTRODUCCIÓN

Las fuerzas que rigen los fenómenos en la Naturaleza son cuatro: **fuerza fuerte, fuerza electromagnética , fuerza débil, fuerza gravitacional**. Cada fuerza es caracterizada por su alcance (radio de acción) y por unas constantes características. Los fenómenos pueden no deberse a una sola causa; algunos son debidos a una combinación de la acción de diversas fuerzas.

La fuerza fuerte es la causante de la estabilidad del núcleo. La fuerza débil es la causante de los llamados **procesos nucleares** (reacciones nucleares y radiactividad). También puede intervenir la fuerza electromagnética; ésta está relacionada con las transiciones entre estados nucleares mediante la emisión o absorción de un fotón.

La aplicación experimental de tales conocimientos se traduce en la fabricación de equipo que permite corroborar las teorías y también permite fomentar nuevos conocimientos. Además, existe también el aprovechamiento de tales conocimientos para realizar aplicaciones con diversos fines.

Los procesos nucleares pueden además clasificarse según la energía involucrada en el proceso: desde unos keV a algunos MeV (radiaciones ionizantes); hasta millones e MeV (altas energías):

Las radiaciones ionizantes son radiaciones con la energía suficiente para producir ionización de la materia. Entran en esta clasificación las partículas alfa α y beta β , los rayos X y los rayos gamma γ y electrones Auger.

La **espectroscopia gamma** es una aplicación específica de las radiaciones ionizantes. Ésta utiliza las propiedades de los fotones de alta energía para obtener información de la constitución del núcleo, de los elementos emisores gamma presentes en una muestra, etc.

El análisis de una muestra para encontrar los elementos radiactivos emisores gamma presentes y la determinación de sus actividades es conocida como **caracterización** y es una de las aplicaciones de la espectroscopía gamma.

En este trabajo se exponen los resultados de la caracterización de la región volcánica de Guatemala. La región volcánica de Guatemala abarca una región muy amplia de Guatemala; comprende, entre otros, los departamentos de San Marcos, Quetzaltenango, Totonicapán, Quiché, Sololá, Chimaltenango, Sacatepéquez, Guatemala y parte de El Progreso, Chiquimula, Jalapa, Jutiapa y Santa Rosa.

1. ANÁLISIS ESTÁNDAR DE RAYOS GAMMA

1.1 Procesos nucleares

Los procesos nucleares conocidos son de dos tipos:

El primero puede representarse mediante la relación $a+b \rightarrow c+d+..+n$; esta indica que la partícula “a” interactúa con la partícula “b” y el resultado de la interacción puede ser la producción de “n” partículas.

Los del segundo tipo pueden representarse mediante la relación $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow \dots \rightarrow n$; esta indica que el núcleo “a” (inestable) puede decaer en una serie de núcleos (cadena radiactiva) antes de terminar como núcleo estable.

Las cadenas radiactivas reciben su nombre de su elemento precursor. Existen cinco cadenas naturales (Th^{232} , Np^{237} , U^{235} , U^{238} , K^{40}). En la siguiente tabla se reseñan las características principales de las cadenas radiactivas naturales. Excepto el Np^{237} , con una vida media mucho menor que la edad de la Tierra, es posible encontrar elementos de todas las cadenas naturales.

Tabla I. Características principales de las cadenas radiactivas naturales

Cadena	Núcleo inicial	Decaimiento	Vida media (años)	Núcleo final (estable)
Torio	Th^{232}	4n	1.41×10^{10}	Pb^{208}
Neptunio	Np^{237}	4n+1	2.14×10^6	Bi^{209}
Uranio 238	U^{238}	4n+2	4.47×10^9	Pb^{206}
Uranio 235	U^{235}	4n+3	7.04×10^8	Pb^{207}
Potasio	K^{40}	β^- , γ	1.28×10^9	Ca^{40} , Ar^{40}

(*) n es un número entero

Los procesos nucleares obedecen las leyes usuales de conservación: energía total, momentum lineal, momentum angular total. Además, se sitúan en el marco de la mecánica cuántica no relativista y de la mecánica cuántica relativista (teoría cuántica de campos).

Los primeros procesos mencionados se conocen como **reacciones nucleares**; en el caso de los del segundo tipo, el proceso de decaimiento de los núcleos inestables se conoce como **radiactividad**.

La radiactividad es un proceso (natural y artificial) mediante el cual un núcleo (de forma espontánea o inducida) se transforma en otro núcleo o en un estado de menor energía del mismo núcleo, con emisión de radiación de algún tipo (corpúscular o electromagnética).

La transformación de un núcleo en otro núcleo se debe a la emisión de radiación corpúscular tal como partículas α , beta más β^+ y beta menos β^- , protones o neutrones. Un núcleo puede decaer por emisión de cualquiera de las partículas mencionadas (α , β^+ , β^-) o por emisión de todas ellas.

Los rayos gamma se producen en las transiciones entre niveles nucleares excitados: un núcleo excitado pasa a un estado de menor energía del mismo núcleo emitiendo un fotón. El fotón tiene una energía igual a la diferencia de energía entre los niveles nucleares participantes en la transición y, por tanto, tales fotones son característicos del núcleo emisor y se utilizan para obtener información de ellos. Suelen acompañar los decaimientos radiactivos.

Los procesos inversos a los mencionados anteriormente son también posibles: transformaciones mediante absorción de partículas de adecuada energía. Algunos tipos de decaimiento prevalecen probabilísticamente sobre otros.

El decaimiento de un núcleo puede representarse por la tasa de desintegración de este en el tiempo dt . El proceso de decaimiento es totalmente probabilístico. Se considera que la probabilidad de decaimiento no depende de un átomo en particular, sino que es un comportamiento general. Si “a” es un núcleo inestable del cual se conoce su estado inicial en un tiempo t_0 , la probabilidad de que el núcleo decaiga en el tiempo dt (**probabilidad de decaimiento por unidad de tiempo**), puede definirse por medio del número de decaimientos respecto al número de núcleos iniciales en el intervalo de tiempo dt , esto es:

$$-dN / N = \lambda dt \quad (1)$$

el signo (-) da cuenta de la desintegración de los núcleos. (1) indica que la probabilidad de decaimiento es proporcional al intervalo de tiempo en que ocurre el mismo, siendo λ la constante de proporcionalidad.

λ recibe el nombre de constante de decaimiento y, en general, representa la contribución de todos los tipos posibles de decaimiento ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$) que ocurren en la unidad de tiempo, $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$. La constante de decaimiento es una manera de caracterizar el decaimiento de un núcleo: esta cantidad es medible en los laboratorios.

Suponiendo independencia de λ respecto al tiempo ($\lambda = cte.$), es posible resolver para $N(t)$ el número de átomos en la muestra en el tiempo t a partir de (1): $N(t) = N_0 \text{EXP}[-\lambda t]$ (2), la cual es la ley fundamental que rige los procesos radiactivos.

Sucesivos decaimientos a partir de un núcleo son combinaciones de funciones exponenciales. Ello permite predecir la cantidad de núcleos hijos producidos a partir de un núcleo padre tras los sucesivos decaimientos hasta llegar al estado base (estable) mediante la solución de un sistema de ecuaciones lineales de primer orden, si son conocidas las constantes de decaimiento de los elementos y el número de núcleos iniciales $N_1(0)$.

Este sistema puede representarse por medio de:

$$\sum_{k=1}^n (dN_k / dt + \lambda_k N_k) = \sum_{k=1}^n \lambda_{k-1} N_{k-1} \quad (3)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 0; && \text{(al inicio solo existe el núcleo con } cte. = \lambda_1) \\ a_{11} &= N_1(0); && \text{(al inicio existen } a_{11} \text{ núcleos de } N_1) \\ 0 &= N_k(0); && \text{(al inicio existen solo existen núcleos de } N_1) \end{aligned}$$

La parte homogénea se relaciona con el hecho de que el k-ésimo núcleo sigue el mismo comportamiento exponencial que un núcleo individual. La parte no homogénea hace referencia al hecho de que el k-ésimo núcleo se debe a los k-1 núcleos que le anteceden.

Es evidente que la solución complementaria es del tipo exponencial (ver ec. (1): $-dN/N = \lambda dt$ ó $-dN/N + \lambda dt = 0$). La solución particular tiene que ser una combinación de funciones exponenciales, pues es sabido que el núcleo inicial tiene un comportamiento exponencial también (ver ecuación (2)).

Por lo tanto, la solución general a dicho sistema para el k-ésimo núcleo puede escribirse como:

$$\begin{aligned} N_k(t) &= \text{solución complementaria} + \text{solución particular} \\ &= N_{kc}(t) + N_{kp}(t) = a_{kk} e^{-\lambda_k t} + \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^{-\lambda_j t} \end{aligned}$$

Para una solución completa es necesario encontrar la forma de los coeficientes. Los coeficientes a_{kk} se encuentran de las condiciones iniciales del problema (solución homogénea); mientras que los coeficientes a_{kj} dependen de la solución particular y se obtienen al sustituir la solución en la ecuación diferencial.

i) Sustituyendo $N_{kc}(t)$ en (3) (parte homogénea), se tiene que:

$$d(a_{kk} e^{-\lambda_k t}) / dt + \lambda_k a_{kk} e^{-\lambda_k t} = 0;$$

$$\lambda_k a_{kk} e^{-\lambda_k t} + \lambda_k a_{kk} e^{-\lambda_k t} = 0;$$

$$a_{kk}(-\lambda_k + \lambda_k)e^{-\lambda_k t} = 0;$$

→ $N_{kc}(t)$ es una solución no trivial para todo a_{kk}

ii) Sustituyendo $N_{kp}(t)$ en el lado izquierdo y $N_{k-1}(t)$ en el lado derecho de (3):

donde
$$N_{k-1}(t) = \sum_{j=1}^{k-2} a_{k-1,j} e^{-\lambda_j t} + a_{k-1,k-1} e^{-\lambda_{k-1} t}$$

ello se debe a que en el lado derecho se incluyen la aportación de todos los elementos precursores del k-ésimo núcleo.

$$(d/dt) \left(\sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^{-\lambda_j t} \right) + \lambda_k \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^{-\lambda_j t} = \lambda_{k-1} \left(\sum_{j=1}^{k-2} a_{k-1,j} e^{-\lambda_j t} + a_{k-1,k-1} e^{-\lambda_{k-1} t} \right)$$

$$\sum_{j=1}^{k-1} (d/dt)(a_{kj} e^{-\lambda_j t}) + \lambda_k \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^{-\lambda_j t} = \lambda_{k-1} \left(\sum_{j=1}^{k-2} a_{k-1,j} e^{-\lambda_j t} + a_{k-1,k-1} e^{-\lambda_{k-1} t} \right)$$

$$\sum_{j=1}^{k-1} (a_{kj}(\lambda_k - \lambda_j) e^{-\lambda_j t}) = \left(\sum_{j=1}^{k-2} \lambda_{k-1} a_{k-1,j} e^{-\lambda_j t} + \lambda_{k-1} a_{k-1,k-1} e^{-\lambda_{k-1} t} \right)$$

$$\sum_{j=1}^{k-2} (a_{kj}(\lambda_k - \lambda_j) e^{-\lambda_j t} + (a_{k,k-1}(\lambda_k - \lambda_{k-1}) e^{-\lambda_{k-1} t})) = \left(\sum_{j=1}^{k-2} \lambda_{k-1} a_{k-1,j} e^{-\lambda_j t} + \lambda_{k-1} a_{k-1,k-1} e^{-\lambda_{k-1} t} \right)$$

Igualando términos semejantes se tiene que:

$$a_{kj} = (\lambda_{k-1} / (\lambda_k - \lambda_j)) a_{k-1,j} \quad (\text{para todo } j \neq k);$$

$$a_{k,k-1} = (\lambda_{k-1} / (\lambda_k - \lambda_{k-1})) a_{k-1,k-1} \quad (\text{para todo } j = k - 1);$$

→Entonces $N_{kp}(t)$ es una solución sí y solo sí $a_{kj} = (\lambda_{k-1} / (\lambda_k - \lambda_j)) a_{k-1,j}$

con ($k > 1$ & $j \neq k$)

iii) Los coeficientes a_{kk} son arbitrarios y se encuentran por medio de la condición inicial $N_k(0) = 0$ ($k > 1$)

$$N_k(0) = a_{kk} e^0 + \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^0$$

$$0 = a_{kk} + \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj}$$

$$-a_{kk} = \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} = \sum_{j=1}^{k-1} (\lambda_{k-1} / (\lambda_k - \lambda_j)) a_{k-1,j}$$

La solución general a (3) viene dada por:

$$N_1(t) = a_{11} e^{-\lambda_1 t} \quad (k=1)$$

$$N_k(t) = a_{kk} e^{-\lambda_k t} + \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^{-\lambda_j t} \quad (k > 1)$$

$$N_k(t) = -\left(\sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^{-\lambda_k t} + \sum_{j=1}^{k-1} a_{kj} e^{-\lambda_j t} \right)$$

$$N_k(t) = -\left(\sum_{j=1}^{k-1} \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_k - \lambda_j} a_{k-1,j} \right) e^{-\lambda_k t} + \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_k - \lambda_j} a_{k-1,j} e^{-\lambda_j t} \quad (4)$$

La ecuación (4) da el número de núcleos del k-ésimo elemento de una cadena radiactiva como función del tiempo y de los elementos involucrados en el decaimiento.

La actividad de un átomo se define como la razón a la cual una especie radiactiva genera productos de decaimiento susceptibles de ser detectados mediante aparatos de medición con la relación:

$$d N_a = -dN = \lambda N(t)dt = \lambda N(0)EXP[-\lambda t]dt$$

La anterior relación expresa el principio de trabajo de un “buen detector”; en este caso, de un detector de radiación: “el número de partículas contadas por el detector tiene que ser exactamente igual al número de partículas desintegradas en las cercanías del detector”.

Lo anterior se reexpresa para definir la actividad como:

$$d N_a / dt = \lambda N(t)dt = \lambda N(0)EXP[-\lambda t]dt$$

$$A = A(0)EXP[-\lambda t]$$

A recibe el nombre de actividad y permite medir el decaimiento del núcleo N(t). Las unidades de actividad empleadas corrientemente son curies ($1Ci = 3.7 \times 10^{10}$ desintegraciones / s), rutherfords

($1R = 10^6$ desintegraciones / s) o bequerels (1 Bq= 1 desintegración/s).

Tanto el número de partículas que decaen (partículas contadas por el detector) como el número total de partículas que decaen en el intervalo de tiempo dt (actividad) son cantidades medibles en el laboratorio.

Como se mencionó con anterioridad, es posible medir λ . Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación que define la actividad se tiene que:

$$\ln A = -\lambda t + \ln A(0)$$

La anterior ecuación es una recta de pendiente λ e intercepto $\ln A(0)$ lo que hace posible determinar experimentalmente λ , la constante de decaimiento, mediante un gráfico $\ln A$ vs. t .

En principio es posible conocer la actividad de cualquier núcleo en una cadena si se conoce el número de núcleos iniciales, así como las constantes de decaimiento de todos los núcleos precursores de dicho núcleo. La actividad del k -ésimo núcleo puede encontrarse mediante la expresión:

$$A_k = \lambda_k N_k(t)$$

$$= \lambda_k \left\{ - \left(\sum_{j=1}^{k-1} \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_k - \lambda_j} a_{k-1,j} \right) e^{-\lambda_k t} + \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_k - \lambda_j} a_{k-1,j} e^{-\lambda_j t} \right\}$$

donde $N_k(t)$ se obtiene de (4).

1.2 La física en la detección de rayos gamma

1.2.1 Emisión de un fotón entre niveles energéticos de un mismo núcleo y constante de decaimiento

1.2.1.1. Ecuación de Schrödinger tiempo dependiente y estados estacionarios

Uno de los problemas de la mecánica cuántica (no relativista) es el de encontrar las autofunciones que satisfacen la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo:

$$i\hbar(d/dt)|\Psi(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle \quad (5)$$

La solución más general a (5) viene dada por las funciones

$|\Psi(t)\rangle = \sum C_n |\Psi_n\rangle$; donde $|C_n|^2$ es “la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado Ψ_n ” y además los coeficientes cumplen con la condición de normalización:

$$\sum |C_n|^2 = 1$$

La solución completa al problema se obtiene de encontrar los C_n , $|\Psi_n\rangle$, dado H , que satisfacen la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo.

Con la elección $H=H(r)$ y $|\Psi_n\rangle = \epsilon(t) |\phi_n\rangle$ y sustituir en (5), la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo es una ecuación de variables separables con constante de separación igual a la energía del sistema. Las funciones que satisfacen (5) bajo tales condiciones pueden representarse como: $|\Psi_n\rangle = \epsilon(t) |\phi_n\rangle = e^{-iE_n t} |\phi_n\rangle$ que son las llamadas **soluciones de estados estacionarios**.

La solución general al problema de estados estacionarios puede escribirse como:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum C_n |\Psi_n\rangle$$

$$|\Psi(t)\rangle = \sum C_n e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} |\phi_n\rangle \quad (6)$$

$$|\Psi(t)\rangle = \sum C'_n(t) |\phi_n\rangle \quad (6.1)$$

1.2.1.2. Perturbaciones

El Hamiltoniano que describe la absorción (o emisión) del fotón por un núcleo puede escribirse como:

$$H = H_0 + V$$

La parte $H_0 (= T + V_0)$ es independiente del tiempo y describe el sistema sin perturbar en un tiempo inicial $-\infty < t$. Este tiempo hace referencia a un instante muy grande antes de la acción de la perturbación en $t=0$. V es la perturbación (puede o no ser dependiente del tiempo) debida al fotón. V actúa durante un intervalo de tiempo 0 a t (donde $t \gg \hbar/\Delta E$ y ΔE es el cambio de energía entre estados y en general es muy pequeña). Pasado un tiempo $t \rightarrow +\infty$, el sistema se encuentra nuevamente sin perturbar en aproximadamente un autoestado de H_0 .

El problema consiste en encontrar las funciones $|\Psi(t)\rangle$ que satisfacen (5) con un hamiltoniano dado por $H=H_0+V$, sabido que en $t=0$ el sistema está en un estado estacionario, $|\phi_i\rangle (V=0)$, y es un autoestado de H_0 con autovalor E_i .

En particular, se desea conocer la probabilidad de encontrar al sistema en el estado final $|\phi_f\rangle$ (aprox. un autoestado de H_0), en el tiempo t , debido a la perturbación V : i.e. $P_{if}(t) = |\langle \phi_f | \Psi(t) \rangle|^2$.

Esto equivale a encontrar los coeficientes $|C'_f|^2$ y específicamente se desea conocer cómo varían estos coeficientes con el tiempo (esto es la razón de desintegración).

Aplicando el bra $\langle \phi_n |$ a ambos lados de (5), haciendo uso del operador unitario $1 = \sum |\phi_k\rangle \langle \phi_k|$, y de sustituir $|\Psi(t)\rangle = \sum C'_n(t) |\phi_n\rangle$, con $H=(H_0+V)$ se tiene que:

$$\begin{aligned}
 ih(d/dt)|\Psi(t)\rangle &= H|\Psi(t)\rangle; \\
 \langle \phi_n | ih(d/dt)|\Psi(t)\rangle &= \langle \phi_n | H_0 + V |\Psi(t)\rangle; \\
 ih(d/dt)\langle \phi_n | 1 |\Psi(t)\rangle &= \langle \phi_n | (H_0 + V) 1 |\Psi(t)\rangle; \\
 ih(d/dt)\langle \phi_n | (\sum_k |\phi_k\rangle \langle \phi_k|) \Psi(t)\rangle &= \langle \phi_n | (H_0 + V) (\sum_k |\phi_k\rangle \langle \phi_k|) |\Psi(t)\rangle; \\
 ih(d/dt)\sum_k \langle \phi_n | \phi_k\rangle \langle \phi_k | \Psi(t)\rangle &= \\
 \sum_k \langle \phi_n | H_0 | \phi_k\rangle \langle \phi_k | \Psi(t)\rangle + \sum_k \langle \phi_n | V | \phi_k\rangle \langle \phi_k | \Psi(t)\rangle; \\
 ih(d/dt)\sum_k \langle \phi_n | \phi_k\rangle \langle \phi_k | \sum_n C'_n(t) \phi_n \rangle &= \\
 \sum_k \langle \phi_n | H_0 | \phi_k\rangle \langle \phi_k | \sum_n C'_n(t) \phi_n \rangle + \sum_k \langle \phi_n | V | \phi_k\rangle \langle \phi_k | \sum_n C'_n(t) \phi_n \rangle;
 \end{aligned}$$

$$ih(d/dt)\sum_k \delta_{nk} \sum_n C'_n(t) \delta_{kn} = \\ \sum_k \delta_{nk} E_n \sum_n C'_n(t) \delta_{kn} + \sum_k V_{nk} \sum_n C'_n(t) \delta_{kn};$$

$$ih(d/dt)\sum_k \delta_{nk} C'_k(t) = \sum_k \delta_{nk} E_n C'_k(t) + \sum_k V_{nk} C'_k(t);$$

$$ih(d/dt)C'_n(t) = E_n C'_n(t) + \sum_k V_{nk} C'_k(t); \quad (7)$$

La solución a (7) para los $C'_n(t)$ (en ausencia de V_{nk}) es:

$C'_n(t) = C_n e^{\frac{iE_n t}{\hbar}}$; que es idéntica a la solución de estados estacionarios. Por lo que la solución de estados estacionarios puede ser una solución a (7).

Sustituyendo la solución de estados estacionarios $C'_n(t) = C_n e^{\frac{iE_n t}{\hbar}}$ en (7), se tiene que:

$$ih(d/dt)C'_n(t) = E_n C'_n(t) + \sum_k V_{nk} C'_k(t);$$

$$ih(d/dt)C_n e^{\frac{iE_n t}{\hbar}} = E_n C_n e^{\frac{iE_n t}{\hbar}} + \sum_k V_{nk} C_k e^{\frac{-iE_n t}{\hbar}};$$

$$ih e^{\frac{iE_n t}{\hbar}} (d/dt)C_n = (E_n - E_n)C_n e^{\frac{iE_n t}{\hbar}} + \sum_k V_{nk} C_k e^{\frac{-iE_n t}{\hbar}};$$

$$ih e^{\frac{iE_n t}{\hbar}} (d/dt)C_n = \sum_k V_{nk} C_k e^{\frac{-iE_n t}{\hbar}};$$

$$(d/dt)C_n = -(i/h)\sum_k V_{nk} C_k e^{\frac{-i(E_n - E_k)t}{h}}; \text{ con } hW_{nk} = E_n - E_k$$

$$(d/dt)C_n = -(i/h)\sum_k V_{nk} C_k e^{\frac{-iW_{nk}t}{h}};$$

La ecuación anterior es el sistema de ecuaciones por resolver que permite encontrar los coeficientes C_n de las autofunciones $|\Psi(t)\rangle = \sum C_n e^{\frac{-iE_n t}{h}} |\phi_n\rangle$: es claro que existirá solución sí y solo sí $C_n = C_n(t)$.

Esto es:

$$(d/dt)(C_n(t)) = -(i/h)\sum_k V_{nk} C_k(t) e^{\frac{-iW_{nk}t}{h}}; \quad (8)$$

La solución general a (5) con $H=H_0+V$ es:

$|\Psi(t)\rangle = \sum C_n(t) e^{\frac{-iE_n t}{h}} |\phi_n\rangle$; que se diferencia de (6) por la aparición de los coeficientes tiempo-dependientes $C_n(t)$.

Y la probabilidad es:

$$\begin{aligned} P_{nf}(t) &= |\langle \phi_f | \Psi(t) \rangle|^2 = |\langle \phi_f | \sum_n C_n(t) e^{\frac{-iE_n t}{h}} \phi_n \rangle|^2 \\ &= |C_f(t)|^2; \end{aligned}$$

Este método de solución se conoce como de las **constantes variables**.

Sin embargo, la solución completa de (8) es complicada y es posible resolver fácilmente en algunos pocos casos.

1.2.1.3. La constante de decaimiento nuclear y la mecánica cuántica

La solución a (8) sujeta a condiciones iniciales $C_f(0) \cong 1, C_k(0) \cong 0$ y a condición de normalización dada por $|C_f(t)|^2 \cong 1; 1 - |C_f(t)|^2 \cong \sum |C_k(t)|^2 \ll 1$ es:

$$(d/dt)(C_n(t)) = -(i/h) \sum_k V_{nk} C_k(t) e^{-\frac{iW_{nk}t}{h}};$$

$$(d/dt)(C_n(t)) = -(i/h) V_{nj} C_j(0) e^{-\frac{iW_{nj}t}{h}} + \sum_{k \neq j} V_{nk} C_k(0) e^{-\frac{iW_{nk}t}{h}};$$

$$(d/dt)(C_n(t)) = -(i/h) V_{nj} C_j(0) e^{-\frac{iW_{nj}t}{h}} + 0;$$

$$(d/dt)(C_n(t)) = -(i/h) V_{nj} C_j(0) e^{-\frac{iW_{nj}t}{h}}; \quad (9)$$

Es posible integrar directamente la ecuación anterior para $C_n(t)$. (9) da la amplitud de probabilidad de que el sistema realice transiciones entre los autoestados j, n de H_0 bajo la influencia de la perturbación V_{nj} .

Integrando (9) de 0 a t (el tiempo durante el cual actúa la perturbación):

$$C_n(t) = -(i/h) \int_0^t \langle n | V | j \rangle e^{-\frac{iW_{nj}t}{h}} dt;$$

$$C_n(t) = -(i/h) \langle n | V | j \rangle (1 - e^{-\frac{iW_{nj}t}{h}}) / W_{nj};$$

Como se menciona en (1.2.1.1.) en mecánica cuántica es importante el cuadrado de $C_n(t)$, que es definida como una probabilidad,

$$|C_n(t)|^2 = -(1/h)^2 |\langle n | V | j \rangle|^2 (1 - e^{-\frac{iW_{nj}t}{h}})^2 / W_{nj}^2; \quad (10)$$

con la sustitución $e^{iW_{nj}t} = \cos(W_{nj}t) + i \sin(W_{nj}t)$ en (10):

$$\begin{aligned}
 |C_n(t)|^2 &= (1/h)^2 | \langle n|V|j \rangle |^2 ((1 - \cos(W_{nj}t)) + i \sin(W_{nj}t))^2 / W_{nj}^2 \\
 |C_n(t)|^2 &= (1/h)^2 (|V_{nj}|^2 / W_{nj}^2) ((1 - \cos(W_{nj}t)) + i \sin(W_{nj}t)) ((1 - \cos(W_{nj}t)) + i \sin(W_{nj}t))^* \\
 |C_n(t)|^2 &= (1/h)^2 (|V_{nj}|^2 / W_{nj}^2) ((1 - \cos(W_{nj}t))^2 + 0 + (-i^2) \sin^2(W_{nj}t)) \\
 |C_n(t)|^2 &= (1/h)^2 (|V_{nj}|^2 / W_{nj}^2) ((1 - 2 \cos(W_{nj}t)) + \cos^2(W_{nj}t) + \sin^2(W_{nj}t)) \\
 |C_n(t)|^2 &= (1/h)^2 (|V_{nj}|^2 / W_{nj}^2) (2 - 2 \cos(W_{nj}t)) \tag{11}
 \end{aligned}$$

(11) da la probabilidad de transición entre dos estados en el tiempo t con energías $E_n \approx E_j$.

Para la probabilidad de transición total hacia un continuum de estados (esto es $E_j - \Delta E \ll E_n \ll E_j + \Delta E$), se asocia con (11) una densidad de energía de estados y se integra a través de todas las energías finales:

$$\sum |C_n(t)|^2 = \int_{E_j - \Delta E}^{E_j + \Delta E} (2/h)^2 (|V_{nj}|^2 / W_{nj}^2) (1 - \cos(W_{nj}t)) \rho_f(E_n) dE_n;$$

Como se menciona en (1.2.1.2.), en particular se desea conocer cómo varían estos coeficientes con el tiempo (esto es, la razón de desintegración). $|V_{nj}|$ no depende explícitamente del tiempo.

$$(d/dt) \sum |C_n(t)|^2 = (d/dt) \int_{E_j - \Delta E}^{E_j + \Delta E} (2/h)^2 (|V_{nj}|^2 / W_{nj}^2) (1 - \cos(W_{nj}t)) \rho_f(E_n) dE_n;$$

$$(d/dt) \sum |C_n(t)|^2 = \int_{E_j - \Delta E}^{E_j + \Delta E} (2/h)^2 (|V_{nj}|^2 / W_{nj}^2) (W_{nj} \sin(W_{nj}t)) \rho_f(E_n) dE_n;$$

$$(d/dt) \sum |C_n(t)|^2 = (2/h)^2 \int_{E_j - \Delta E}^{E_j + \Delta E} |V_{nj}|^2 (\sin(W_{nj}t) / W_{nj}) \rho_f(E_n) dE_n;$$

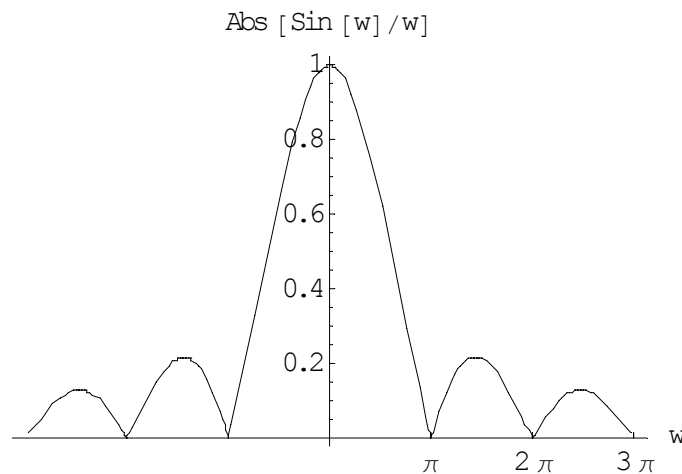
Haciendo un cambio de variable de integración:

$$hW_{nj} = E_n - E_j$$

$$h dW_{nj} = dE_n$$

$$(d/dt) \sum |C_n(t)|^2 = \int_{E_j - \Delta E}^{E_j + \Delta E} |V_{nj}|^2 (\sin(W_{nj}t)/W_{nj}) \rho_f(E_n) h dW_{nj} \quad (12)$$

Figura 1 $\sin(W_{nj}t)/W_{nj}$ vrs. W_{nj}



La figura anterior muestra que en el rango de $-\Pi$ a $+\Pi$, $\sin(W_{nj}t)/W_{nj}$ es importante, específicamente cuando $W_{nj} \approx 0$ ó $E_n \approx E_j$, afuera del mismo $\sin(W_{nj}t)/W_{nj}$ tiende a cero. En ese mismo rango, $|V_{nj}|^2$ y $\rho_f(E_n)$ contribuyen poco, por lo que pueden tomarse como constantes y es posible sacar a los términos $|V_{nj}|^2$ y $\rho_f(E_n)$ de la integral. Aún más $\sin(W_{nj}t)/W_{nj}$ existe para todo $W_{nj} = N\Pi/t$, lo que junto al hecho de que $|V_{nj}|^2$ y $\rho_f(E_n)$ permanecen constantes, permite realizar la integral solo sobre $\sin(W_{nj}t)W_{nj}$ y hacer un cambio en los límites de integración en (12):

$$(d/dt)\sum|C_n(t)|^2 = (2/h^2)|V_{nj}|^2 \rho_f(E_j) \int_{E_j-\Delta E}^{E_j+\Delta E} (\sin(W_{nj}t)/W_{nj})hdW_{nj} \text{ (verfigura(1))}$$

para la transición hacia todos los estados finales ($N \rightarrow \infty$):

$$(d/dt)\sum|C_n(t)|^2 = (2/h^2)|V_{nj}|^2 \rho_f(E_j) \int_{-\infty}^{+\infty} (\sin(W_{nj}t)/W_{nj})hdW_{nj}$$

$$(d/dt)\sum|C_n(t)|^2 = (2/h^2)|V_{nj}|^2 \rho_f(E_j) \int_0^{+\infty} (\sin(W_{nj}t)/W_{nj})hdW_{nj}$$

$$(d/dt)\sum|C_n(t)|^2 = (2/h)|V_{nj}|^2 \rho_f(E_j)2(\Pi/2)$$

$$(d/dt)\sum|C_n(t)|^2 = (2\Pi/h)|\langle n|V|j \rangle|^2 \rho_f(E_j); \quad (13)$$

(13) se conoce como **regla de oro de Fermi**.

Como se menciona en (1.1), la probabilidad de decaimiento en el intervalo de tiempo se define por medio de $\lambda dt = -dN/N$, mientras que la constante de decaimiento puede definirse como $\lambda = -dN/(Ndt)$. λ y (13) son definidas de la misma manera: una probabilidad por unidad de tiempo. Son, por tanto, dimensionalmente la misma cantidad, por lo que λ puede ser alternativamente definida mediante (13):

$$\lambda = (d/dt)(\sum|C_n(t)|^2) \quad (14)$$

(14) permite relacionar un hecho del orden de la mecánica cuántica $(d/dt)(\sum|C_n(t)|^2)$ con una cantidad, como se menciona en (1.1), es de orden macroscópico (λ): "...esta cantidad es posible medirla en el laboratorio". La llamada constante de decaimiento tiene un origen totalmente cuántico.

1.2.2. Distribución número-energía de los electrones “fotónicos”

La interacción del fotón con la materia puede cuantificarse mediante la transferencia parcial o total de la energía del fotón a los electrones del detector. Esta relación depende en general de tres parámetros: la energía del fotón incidente ($E = h\nu$), la “sección eficaz diferencial de interacción” ($d\sigma$) y la densidad electrónica del átomo en el que incide el fotón ($Z = \text{\#electrones/átomo}$).

Como se vio en (1.1), una cantidad que es posible medir en el laboratorio es el número de partículas que decaen (dN). Los fotones se detectan mediante alguna de las interacciones características del fotón con la materia. Las interacciones de los fotones con la materia que prevalecen a bajas energía (<100 MeV) son el efecto Compton, el efecto fotoeléctrico, la producción y aniquilación de pares. La sección eficaz diferencial es una medida de esta interacción.

Suponiendo que cada decaimiento produce algún tipo de interacción en el detector (i.e. $dN \propto d\sigma$), se tiene que:

$$dN = Ld\sigma$$

donde ξ se conoce como luminosidad o intensidad y representa el número de partículas por unidad de tiempo por unidad de línea por unidad de área, y $d\sigma$ representa un área en el detector.

Tanto dN como $d\sigma$ son funciones de la energía.

$$\begin{aligned} dN(E) &= L d\sigma(E) \\ dN/dE &= L(d\sigma/dE) \end{aligned} \quad (15)$$

Debido a que el principio de detección de los fotones está basado en la transferencia de energía de estos a los electrones del detector, es de especial interés la distribución número-energía de los electrones. Esto es dN/dE vrs. E donde dN/dE se define según (15) y L , $d\sigma$, dE quedan definidas de acuerdo con el fenómeno tratado (Compton, fotoeléctrico, etc).

El efecto Compton es la colisión elástica entre un fotón y un electrón libre; dando como resultado una transferencia de la energía cinética del fotón al electrón: $E = h\nu' - h\nu$

Retomando (15) para el caso del efecto Compton:

$$L^{-1}(dN/dE) = (d\sigma/dE) = (d\sigma/d\phi)(d\phi/dE) \quad (16)$$

Por cada fotón dispersado en un ángulo sólido entre θ y $\theta+d\theta$, existe un electrón proyectado en un ángulo sólido $d\Omega' = 2\pi \sin\phi d\phi$ y $\phi + d\phi$. Esto es:

$$(d\sigma/d\Omega)2\pi \sin\theta d\theta = (d\sigma/d\Omega')2\pi \sin\phi d\phi \quad (17)$$

De (17) se puede concluir que:

$$(d\sigma / d\Omega)(\sin\theta d\theta / \sin\phi d\phi) = (d\sigma / d\Omega') \quad (18.1)$$

$$\& (d\sigma / d\phi) = (d\sigma / d\Omega') 2\pi \sin\phi \quad (18.2)$$

De sustituir (18.1),(18.2) sucesivamente en (16) se obtiene la siguiente relación:

$$\begin{aligned} (d\sigma / dE) &= (d\sigma / d\phi)(d\phi / dE) = (d\sigma / d\Omega') 2\pi \sin\phi (d\phi / dE) \\ &= 2\pi (d\sigma / d\Omega)(\sin\theta d\theta / \sin\phi d\phi) \sin\phi (d\phi / dE) \end{aligned} \quad (19)$$

donde $d\sigma / d\Omega =$ sección diferencial de dispersión de Klein-Nishina

$$= (1/2) Z r_0^2 \frac{1}{(1 + \alpha(1 - \cos\theta))^2} \left(1 + \cos^2\theta + \frac{\alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \alpha(1 - \cos\theta))} \right)$$

con $Z =$ número de electrones por átomo del detector (32 p/ germanio Ge)

$r_0 =$ radio clásico del electrón $= 2.817 \times 10^{-13}$ cm

$\alpha = h\nu / m_e c^2 =$ energía fotón incidente/ masa en reposo del electrón

$$Y \frac{\sin\theta d\theta}{\sin\phi d\phi} = - \frac{4(1+\alpha)^2 \cot\phi \csc^3\phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2\phi]^2} \quad (\text{ver apéndice A.1})$$

$$- \frac{4(1+\alpha)^2 \cot\phi \csc^3\phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2\phi]^2} \sin\phi = - \frac{4(1+\alpha)^2 \cos\phi \sin\phi}{[(1+\alpha)^2 - \alpha(2+\alpha)\cos^2\phi]^2} \quad (\text{ver apéndice A.2})$$

$$d\phi / dE = - \frac{[(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi]^2}{4\alpha h\nu \cos \phi \sin \phi (1+\alpha)^2} \quad (\text{ver apéndice A.2})$$

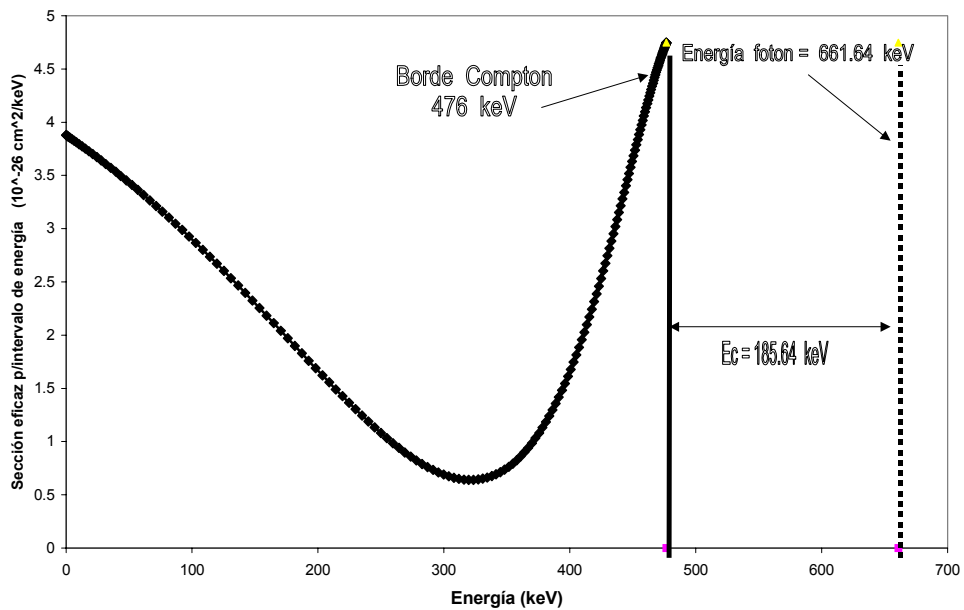
Sustituyendo los resultados anteriores en (19):

$$\begin{aligned} (d\sigma / dE) &= (d\sigma / d\phi)(d\phi / dE) = (d\sigma / d\Omega') 2\pi \sin \phi (d\phi / dE) \\ &= (d\sigma / d\Omega) (\sin \theta d\theta / \sin \phi d\phi) 2\pi \sin \phi (d\phi / dE) \\ &= -2\pi (d\sigma / d\Omega) \frac{4(1+\alpha)^2 \cot \phi \csc^3 \phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2 \phi]^2} \sin \phi (d\phi / dE) \\ &= -2\pi (d\sigma / d\Omega) \frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi \sin \phi}{[(1+\alpha)^2 - \alpha(2+\alpha) \cos^2 \phi]^2} * \frac{[(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi]^2}{4\alpha h\nu \cos \phi \sin \phi (1+\alpha)^2} \\ &= -2\pi (d\sigma / d\Omega) (1/\alpha h\nu) \frac{[(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi]^2}{[(1+\alpha)^2 - \alpha(2+\alpha) \cos^2 \phi]^2} \quad (20) \end{aligned}$$

Entonces, la distribución número-energía por intensidad (sección diferencial por intervalo de energía) de los electrones en el efecto Compton en el detector de germanio ($Z=32$) viene dada por:

$$\begin{aligned} (1/L)(dN / dE) &= (d\sigma / dE) = 2\pi (d\sigma / d\Omega) (1/\alpha h\nu) \frac{[(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi]^2}{[(1+\alpha)^2 - \alpha(2+\alpha) \cos^2 \phi]^2} \\ &= \left(\frac{32 * 2\pi}{\alpha m_e c^2} \right) (1/2) r_0^2 \frac{1}{(1+\alpha(1-\cos \theta))^2} \left(1 + \cos^2 \theta + \frac{\alpha^2 (1-\cos \theta)^2}{(1+\alpha(1-\cos \theta))} \right) \frac{[(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi]^2}{[(1+\alpha)^2 - \alpha(2+\alpha) \cos^2 \phi]^2} \quad (20.1) \end{aligned}$$

Figura 2 Continuum Compton para Cs^{137} ($Z = 32; \alpha = 1.29$)



En la figura anterior, la línea discontinua indica en dónde ocurre el pico de absorción total del fotón asociado con ese continuum de Compton: La región continua fue generada usando (20.1).

El efecto fotoeléctrico es la transferencia total de la energía del fotón a un electrón atómico. En este, el electrón atómico absorbe toda la energía y es expulsado de la nube electrónica. Debido a que el fotón cede toda su energía al electrón, el efecto fotoeléctrico resulta ideal para representar los fotones gamma; como se mencionó en (1.1) la energía del fotón es igual a la diferencia de energía entre distintos niveles de un mismo núcleo.

En este caso, la energía del electrón viene dada por $E = h\nu - E_b$ y E_b es la energía que liga al electrón con el átomo.

La distribución número-energía de los electrones para el efecto fotoeléctrico es más difícil de resolver que el resultado obtenido para el efecto Compton. La solución para el efecto Compton refleja el hecho de que el electrón con el que interactúa el fotón se consideró libre. En tanto que en el efecto fotoeléctrico este electrón se encuentra ligado al átomo por lo que es necesario resolver (como en 1.2.1.2) la ecuación (8) pero con $C_j(t) \neq 1$; $\sum_{k \neq j} C_k(t) = 0$:

$$(d/dt)(C_n(t)) = -(i/h)V_{nk}C_j(t)e^{-iW_{nj}t}$$

La solución para la probabilidad $|C_n(+\infty)|^2$ es:

$$|C_n(+\infty)|^2 = |V_{nj}|^2 / ((E - E_j - \Delta E)^2 + (\Gamma/2)^2)$$

donde, $\Gamma = h\lambda = h(2\pi/h)|\langle n|V|j \rangle|^2 \rho_f(E_n)$

$$= h(2\pi/h)|V_{nj}|^2 \rho_f(E_n)$$

Integrando para todos los estados finales y haciendo uso de:

$$(\Gamma/2\pi) = |V_{nj}|^2 \rho_f(E_n)$$

$$\begin{aligned}
\Sigma|C_n(+\infty)|^2 &= \int \frac{|V_{nj}|^2}{(E-E_j-\Delta E)^2 + (\Gamma/2)^2} \rho_f(E) dE = \int \frac{|V_{nj}|^2 / \hbar^2}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2\hbar)^2} \rho_f(E) dE \\
\Sigma|C_n(+\infty)|^2 &= \int \frac{|V_{nj}|^2 / \hbar^2}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2\hbar)^2} \rho_f(E) \hbar dw = \int \frac{(1/\hbar) dw}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2\hbar)^2} |V_{nj}|^2 \rho_f(E) \\
&= \int \frac{(1/\hbar) dw}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2\hbar)^2} (\Gamma/2\Pi) \\
(d/dw)\Sigma|C_n(+\infty)|^2 &= \frac{(\Gamma/2\Pi\hbar)}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2\hbar)^2} \\
\Sigma &= (1/\Pi) \frac{(\Gamma/2\hbar)}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2\hbar)^2} = (1/\Pi) \frac{(\Gamma/2\Pi)}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2)^2} \tag{21}
\end{aligned}$$

(21) tiene la misma forma que una distribución de Lorentz:

$$P(x; \mu, \Gamma) = \frac{1}{\Pi} \frac{(\Gamma/2\Pi)}{(x-\mu)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

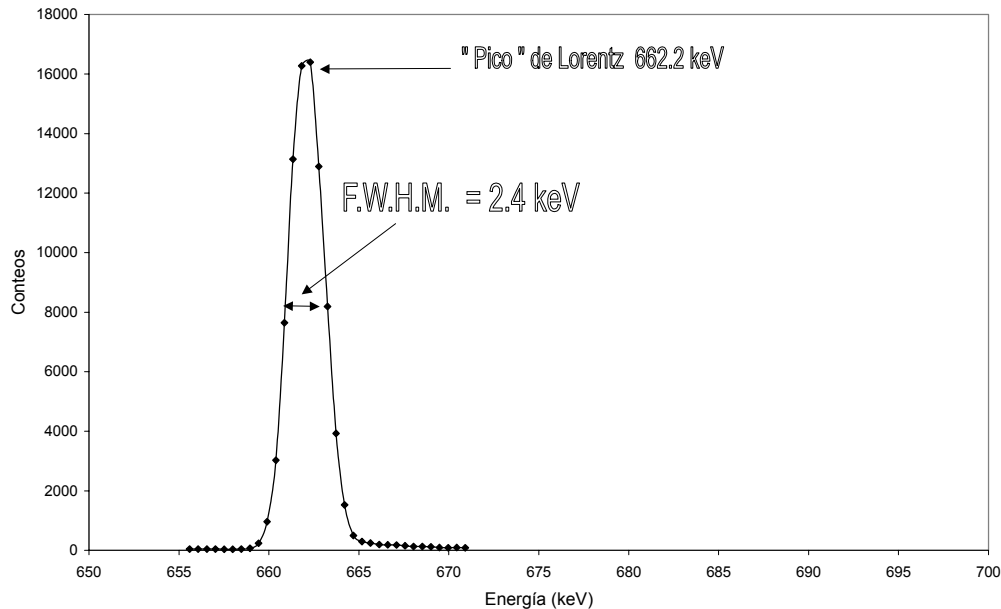
Y la sección de absorción en el caso del efecto fotoeléctrico es:

$$\sigma(w) = \frac{4\Pi^2\alpha}{m^2 w_{nj}} |\langle n|H|j\rangle|^2 \frac{(\Gamma/2\Pi\hbar)}{(w-w_{nj})^2 + (\Gamma/2\hbar)^2} \tag{22}$$

De acuerdo a (15), $dN/dE=L(d/dE)(\sigma(\omega))$; por lo que la distribución número-energía de los electrones fotónicos (para el efecto fotoeléctrico) tiene también la forma de una distribución de Lorentz.

La siguiente figura muestra la distribución Lorentz experimental para una fuente de Cs^{137} , obtenida con un detector semiconductor de germanio hiperpuro.

Figura 3 Distribución de Lorentz, Cs^{137} con detector HpGe



La distribución de Lorentz se caracteriza por ser continua, simétrica respecto μ y tener un ancho caracterizado por su ancho medio Γ .

La producción de pares es la restante interacción de importancia de fotones con la materia a bajas energías. En esta un fotón con energía de al menos dos veces la masa en reposo del electrón ($2m_e c^2 = 1022keV$) es absorbido por el núcleo; el resultado es la creación de un par electrón-positrón en el sitio de la absorción con energía, $E_{e^-} + E_{e^+} = h\nu - 2m_e c^2$.

El positrón creado se recombina con un electrón del medio dando lugar al proceso de aniquilación de pares: ambos desaparecen y son reemplazados por dos fotones con energía igual a la energía en reposo del electrón (511 keV).

Como la producción y aniquilación de pares son procesos que involucran fotones no dispersados, las distribuciones número-energía de los electrones, en ambos casos, al igual que en el caso del efecto fotoeléctrico, son distribuciones de Lorentz. En la producción de pares, el pico aparece en la energía $h\nu - 2m_e c^2$, mientras que el pico para el proceso de aniquilación ocurre en $h\nu - m_e c^2$ según sea la energía del fotón.

La cantidad que resulta de interés en espectroscopia gamma es la distribución número-energía de los electrones del detector (ver 1.3). Ello se debe a que los electrones guardan en su energía la información debida a los fotones incidentes en el detector.

Por lo mencionado anteriormente, un espectro de rayos gamma consistirá de un pico (varios picos si es un multiemisor gamma o multielemental) de Lorentz o de absorción total y un continuum de Compton asociado a cada fotón de la fuente. Para fotones con energía mayores a 1022 keV aparecen los picos asociados con la producción (pico de doble escape) y aniquilación de pares (pico de escape simple). En situaciones experimentales existen diversos factores que afectan la forma final del espectro gamma: tamaño del detector, número de electrones por átomo del detector, materiales circundantes.

El tamaño del detector está relacionado con los efectos que los fotones secundarios (producidos en las interacciones debidas a los fotones originales) producen en el detector.

Al hablar del tamaño del detector se hace referencia al volumen activo que presenta el detector a las radiaciones secundarias. En detectores pequeños, estas escapan sin causar más interacciones: por lo tanto el espectro consiste de un pico de absorción total y una región continua de Compton, con la aparición de los picos de escape doble y simple si la energía del fotón es la suficiente. Para detectores muy grandes, toda la radiación primaria y secundaria es absorbida en última instancia por efecto fotoeléctrico; por tanto, todas las interacciones contribuyen al pico de absorción total. En detectores de tamaño intermedio, existen efectos por las radiaciones secundarias: el espectro de un detector intermedio consistirá de pico de absorción total y una región Compton asociada más una región intermedia entre las mismas. También pueden aparecer picos de escape. Estas radiaciones secundarias contribuyen también a la distorsión de la región Compton teórica (ver figuras 3 y 4 para el borde Compton).

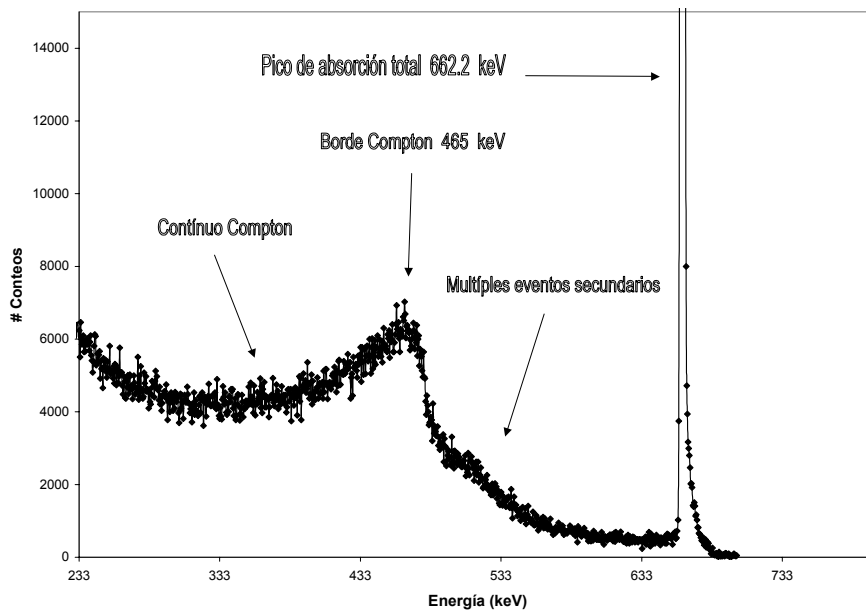
El efecto del número de electrones por átomo de detector se cuantifica mediante la razón entre la sección eficaz fotoeléctrica y la sección eficaz Compton. De acuerdo con el resultado de esta razón predomina en el espectro más el continuo Compton o la sección de absorción total.

Entre los efectos de los materiales circundantes se encuentran los efectos producidos por las radiaciones secundarias y radiaciones de la fuente en la cámara de blindaje en la que se acostumbra colocar el detector para aislarlo del medio externo. Debido a los efectos en el blindaje, pueden aparecer en el espectro gamma un pico de rayos X y un pico de aniquilación de pares en el blindaje.

Puede ser también notoria la presencia de un pico denominado de retrodispersión: este es debido a rayos gamma de la fuente que interactúan primeramente por efecto Compton con el material usado como blindaje. Otros fenómenos que pueden ser notorios en un espectro gamma es la radiación de fondo (radiación del suelo, radiación del aire y radiación cósmica), sobre todo a bajas energías. Y para núcleos que decaen por emisión de β^+ , es notorio un pico en $m_e c^2 = 511 \text{keV}$ por la aniquilación del anti-electrón rápido en el medio detector.

En la figura (4) se muestra el espectro gamma del Cs^{137} utilizando un detector semiconductor HpGe de tamaño intermedio (25.92 cm^3). Son notorios el continuo Compton y el pico de absorción total debido a los fotones primarios y la región debida a los fotones secundarios que logran interactuar con los electrones del detector (múltiples eventos secundarios).

Figura 4 Espectro gamma Cs^{137} c/detector HpGe



1.3 Espectroscopía gamma

Cada tipo de radiación se caracteriza por un tipo de espectro representativo del proceso nuclear que lo causa (decaimiento alfa, beta, gamma, etc.). Los rayos gamma, con energía desde unos keV a varios MeV, presentan espectros discretos (aproximadamente distribuciones de Lorentz).

Como se menciona en 1.1, los rayos gamma suelen acompañar transiciones nucleares de los núcleos inestables; sean estos naturalmente inestables o núcleos excitados mediante algún mecanismo (mediante radiación electromagnética o radiación corpuscular). Estos rayos son característicos de los núcleos que los producen y, por tanto, se utilizan para obtener información acerca de los mismos. Como una característica propia, los rayos gamma no poseen carga eléctrica ni masa en reposo. Su característica distintiva es su longitud de onda, pero sobre todo el hecho de que provienen del interior del núcleo.

La espectroscopia gamma se define como “el conjunto de técnicas asociadas con la detección, procesamiento y análisis de rayos gamma”.

El proceso consta de tres etapas bien diferenciadas:

- a) la detección de los rayos γ
- b) el procesamiento de la información
- c) el análisis de la información

En espectroscopia gamma, es un procedimiento de uso común el reconocer los elementos radiactivos “gamma” (elementos naturales y artificiales) presentes en una muestra de materia, así como la determinación de la actividad de los mismos. A este procedimiento se le conoce como **caracterización**.

La detección es el proceso de registrar mediante algún mecanismo apropiado, generalmente una propiedad conocida de la cantidad a medir, la cantidad que se quiere medir.

El caso de registrar partículas sin masa y sin carga es distinto al de registrar partículas cargadas y con masa; las últimas suelen registrarse haciendo uso de la carga eléctrica, masa y cantidades derivadas para su detección: medida de la pérdida de la energía de la partícula incidente en el material usado como detector pro medio de las colisiones inelásticas con electrones atómicos o debido a las dispersiones coulombianas sufridas por las partículas cargadas con los núcleos del material detector.

En el caso de detectar fotones, por carecer de masa y carga, el método es distinto. La detección de rayos gamma hace uso de los fenómenos conocidos con que los fotones interactúan con la materia (efecto fotoeléctrico, dispersión de Compton, producción de pares) para producir carga eléctrica asociada con tales interacciones. Como se menciona en (1.2.2), los fotones que inciden en el detector ceden parcial o totalmente su energía a electrones del detector. La carga eléctrica resulta de la recolección de los electrones primarios y secundarios con los que interaccionan los fotones incidentes y secundarios mediante grandes potenciales eléctricos.

Por lo que a su salida, un detector para espectroscopia gamma produce una cantidad que tiene relación directa con la energía y el número de fotones que han incidido en el detector. Esta información se encuentra en la distribución número-energía de los electrones, ya que los fotones se detectan mediante la cesión de su energía a los electrones del detector. Cada tipo de interacción fotón-materia produce un tipo de pulso caracterizado por su magnitud y duración.

El procesamiento de la información empieza con la recolección de la señal que sale del detector. Esta señal sufre una serie de procesos (electrónicos) intermedios, previo al proceso de análisis.

La elección de la electrónica depende de la información que se pretende extraer de la señal generada por el detector. Para la identificación de núcleos emisores gamma y cálculo de la actividad de los mismos se utiliza el siguiente proceso:

A.VOLTAJE→DETECTOR→PRE.AMP.→AMPLIFICADOR→MULTICANAL

Durante este proceso la señal a la salida del detector pasa de ser una señal analógica (caracterizada por su amplitud) a una señal digital (caracterizada por un número en el M.C.A.).

La pre-amplificación tiene la doble función de convertir la carga $Q(t)$, producida en el detector en un voltaje $V(t)$, y amplificar la señal a la salida del mismo. La amplificación tiene como función dar forma útil a la señal que va hacia el M.C.A. (Multi Channel Analyzer).

El M.C.A.. realiza cuando menos las siguientes funciones: circuito para conversión de señal análoga a digital, circuito comparador y discriminador, circuito con función de memoria y circuito para el despliegue de la información en forma de histograma de distribución de frecuencias (espectro).

El análisis final de los resultados está enteramente basado en la información que es posible obtener de los espectros. La información de utilidad se encuentra contenida totalmente en el espectro gamma desplegado. Los espectros guardan en ciertas características (#canal, FWHM, área bajo la curva) dicha información, debida a los rayos gamma que los producen.

En general, un espectro de rayos gamma con fondo natural y ruido puede ser descrito (teóricamente) con una función que tiene una parte asociada al fondo y otra parte asociada a los rayos gamma,

$$y(E) = y_{\text{fondo}}(E) + y_{\text{pico}}(A_p, E, \mu, \Gamma)$$

$$y(E) = (a_1 + a_2 E + a_3 E^2) + a_4 \frac{(\Gamma / 2 \Pi)}{(E - \mu)^2 + (\Gamma / 2)^2}$$

El área bajo el pico (de Lorentz) es:

$$A_p = \int_a^b y_{pico}(A_p, E, \mu, \Gamma) dE = \int_a^b a_4 \frac{(\Gamma / 2 \Pi)}{(E - \mu)^2 + (\Gamma / 2 \Pi)^2} dE$$

Los resultados finales serán precisos si el equipo de espectroscopia gamma ha sido calibrado adecuadamente. Es necesario calibrar en energía y calibrar en eficiencia.

La calibración en energía es posible realizarla desde el amplificador o desde el MCA (dependiendo del modelo). La eficiencia del detector (cuantificada mediante el FWHM) depende mucho de que las condiciones de operación del detector sean óptimas: condiciones de voltaje estables (uso de regulador de voltaje), condiciones ambientales especiales (regulación de humedad y temperatura ambiental) y tiempo de operación del detector en alto voltaje (cuanto más tiempo activado el alto voltaje, mejor resolución en eficiencia). La eficiencia del detector es una característica intrínseca del material usado como detector.

La calibración en energía permite relacionar el número de canal con la energía de los fotones que llegan al detector. Si la calibración en energía ha sido la adecuada, energía y #canal se relacionan de la siguiente manera:

$$E(\text{energía}) = a * (\text{\#canal}) + b$$

Al hablar de eficiencia de un detector se hace referencia a la capacidad de este para registrar las partículas que inciden en el volumen activo del detector. Dos parámetros son utilizados para caracterizar la eficiencia de un detector: la eficiencia absoluta (ϵ_a) y la eficiencia de pico (ϵ_p).

La eficiencia absoluta se define como el número de rayos capturados sobre el número total de rayos emitidos por la fuente:

$$\epsilon_a = \frac{N_c}{At}$$

donde N_c es el número total de conteos en el espectro, A es la actividad de la fuente y t es el tiempo que el detector pasa midiendo. En el caso del detector ideal mencionado en (1.1), $\epsilon_a = 1$. Esto es, una eficiencia del 100%.

La eficiencia de pico se define como “el área bajo un pico dado en el espectro sobre el número total de rayos que producen ese pico”:

$$\epsilon_p = \frac{A_p / t}{A P_p G} \quad (23)$$

donde A_p es el área bajo la curva (pico), t es el tiempo de medición, A es la actividad, P_p es la probabilidad de ocurrencia y G es un factor geométrico.

La eficiencia de pico de un detector es una medida de la capacidad del detector para resolver entre picos de diferentes energías. La eficiencia de pico del detector se cuantifica en la práctica por medio del F.W.H.M.

La calibración en eficiencia es definida mediante la función $G_{\mathcal{E}_p}$, la cual para detectores semiconductores (coaxiales) ha sido encontrada experimentalmente que tiene la siguiente forma (Knoll):

$$G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{a_1}{E}\right)^{a_2} + a_3 e^{-a_4 E} + a_5 e^{-a_6 E} + a_7 e^{-a_8 E} \quad (23.1)$$

Utilizando una fuente de calibración de actividad conocida y $G_{\mathcal{E}_p} = \frac{A_p/t}{AP_p}$, es posible encontrar experimentalmente $G_{\mathcal{E}_p}$ como función de la energía. Esta distribución debe ajustarse a una función según (23.1). Conocida $G_{\mathcal{E}_p}(E)$ se sustituye en la ecuación (23) y se despeja para la actividad A. Puede utilizarse como una definición alternativa para calcular la actividad de cualquier muestra que sea medida en las condiciones en que se realizó la calibración en eficiencia:

$$A = \frac{A_p/t}{P_p G_{\mathcal{E}_p}} = \frac{A_p/t}{P_p \left(\frac{a_1}{E}\right)^{a_2} + a_3 e^{-a_4 E} + a_5 e^{-a_6 E} + a_7 e^{-a_8 E}} \quad (24)$$

Si el experimentador no dispone de un set de fuentes de calibración, es posible obtener un estimado de la eficiencia del detector haciendo referencia a la literatura publicada. En el caso de detectores de germanio, existe menos estandarización de tamaño y de configuración geométrica que con detectores de NaI. Esto implica una situación más compleja. Es difícil encontrar datos específicos para cada detector y por tanto, es necesario interpolar entre valores disponibles. La variación de la eficiencia con la energía será bastante similar para detectores de tamaño y forma aproximadamente iguales, aun si los valores de eficiencia absoluta difieren (Knoll, 1989.432).

2. RADIATIVIDAD NATURAL EN LA REGIÓN VOLCÁNICA DE GUATEMALA

2.1 Equipo y Procedimiento Experimental

El equipo utilizado consiste en un detector específico para espectroscopia gamma Canberra de germanio hiperpuro enfriado con LN2 modelo GX2018 con cristal (coaxial) de 25.92 cm³ y las aplicaciones electrónicas para manipulación de la señal: preamplificador, amplificador 2028 y fuente de alto voltaje 3106D CANBERRA, un osciloscopio TEKTRONIX TDS 220 digital para monitoreo de la señal a la salida del amplificador y el software Canberra MCA para recolección, almacenamiento y despliegue de la información.

Se trabajó en el rango de energías de 20-1900 keV, con una eficiencia relativa entre 2.9-2.3 en el 2.9-2.3 en el F.W.H.M. La precisión en las mediciones de actividad se encuentran en un rango de 0.4% a 4.5%.

Las muestras que se van analizar consisten en suelo proveniente de la región volcánica de Guatemala (San Marcos, Sololá, Guatemala, Quetzaltenango, Totonicapán, Sacatepéquez, El Progreso, Chimaltenango, Jutiapa, Jalapa, Chiquimula, parte de Santa Rosa). Las muestras fueron tomadas por la Subárea de Manejo de Suelos y Agua de la Facultad de Agronomía de la U.S.A.C.

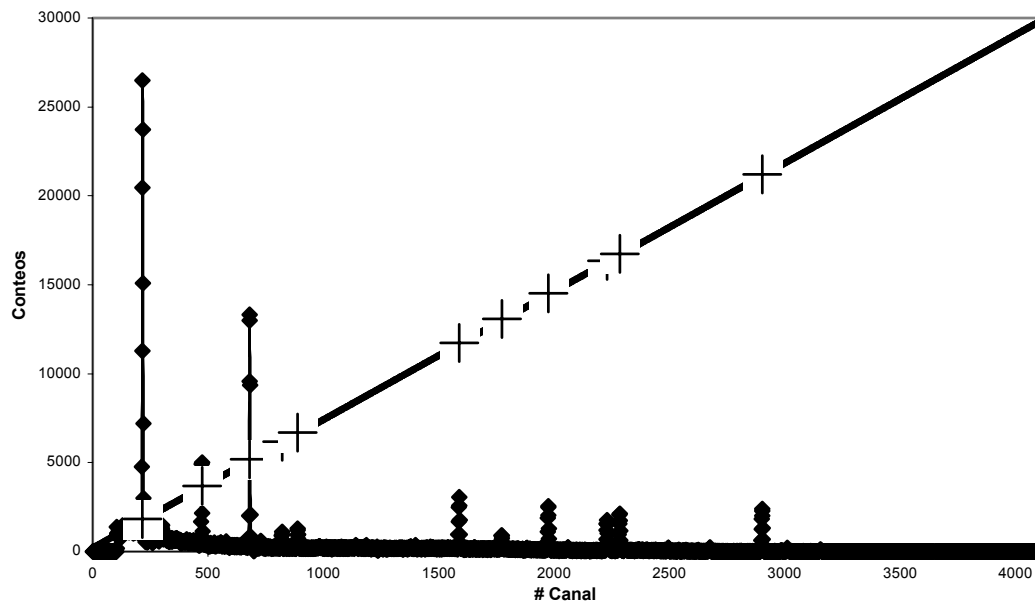
Las muestras fueron proporcionadas, como colaboración, por M. Sc. José de Jesús Chonay a M. Sc. J. Marcelo Ixquiac C. del Laboratorio de Radiaciones Ionizantes de la Licenciatura en Física Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la U.S.A.C.. La ubicación geográfica correspondiente al punto de toma de cada muestra se conoce mediante G.P.S.

Los análisis se efectuaron en el laboratorio climatizado de Radiaciones Ionizantes de la Licenciatura en Física Aplicada. La humedad relativa durante el tiempo de medición fue del 60% (en comparación con un 80% de humedad relativa del ambiente en condiciones ambientales normales). Cada muestra se sometió a un análisis de 4 horas de espectroscopia gamma para identificar los elementos radiactivos naturales y artificiales presentes en las muestras y el posterior cálculo de la actividad correspondiente. Para ello se colocó la muestra en un Marinelli hasta un volumen de 400 ml junto al detector en el interior de una cámara de bajo fondo. La cámara tiene 4 cm de espesor y disminuye los conteos en un factor de 208 en el pico del K^{40} , afuera del mismo respecto de los conteos al interior. Se hizo anotación de la masa de cada muestra equivalente a un volumen de 400 ml.

A diferencia de las técnicas por fluorescencia de rayos X o la técnica por activación neutrónica que utiliza el bombardeo de las muestras con partículas (rayos X, neutrones) y el reconocimiento de los elementos al perder energía los núcleos bombardeados, con el uso de espectroscopia gamma es posible identificar únicamente los elementos emisores γ que emiten espontáneamente.

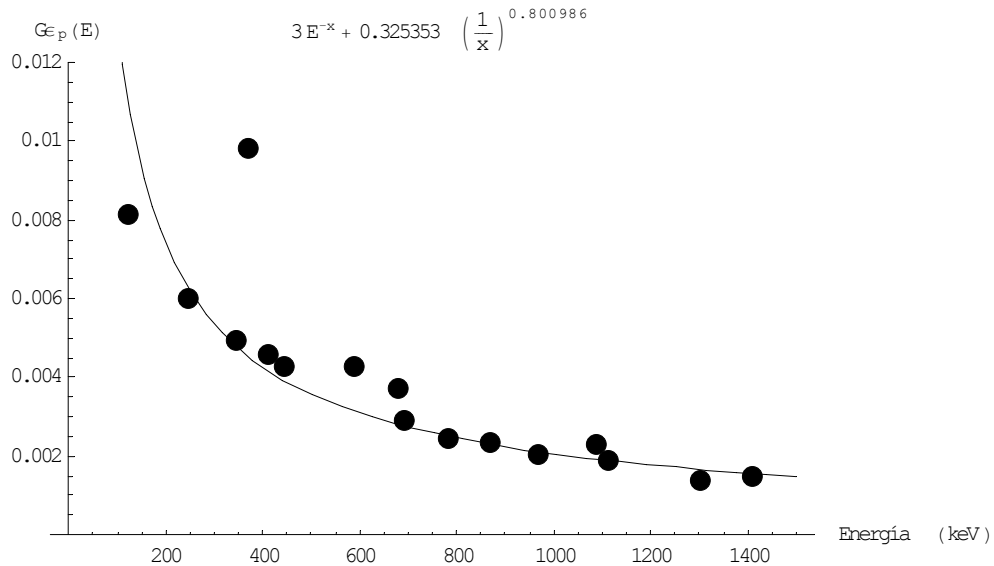
La calibración en energía se realizó con una fuente de calibración certificada de Eu^{152} . La actividad es de 380.3 kBq.

Figura 5 Calibración en energía



En la figura anterior se muestran juntamente diversas cantidades relacionadas con el número de canal: la curva de calibración en energía y el gráfico #Conteos vs. #Canal. La curva de calibración en energía $E=0.4795*(\#Canal)+18.514$ obtenida experimentalmente fue ajustada mediante un factor de escala y dimensional de 15.084/keV a “unidades” de #Conteos para poder mostrar ambos gráficos conjuntamente. Dos cosas resaltan en dicha figura: la linealidad entre energía y #Canal y la correspondencia entre los picos del espectro #Conteos vs. #Canal y los puntos usados (+) para generar la curva de calibración en energía.

Figura 6 Calibración en eficiencia



El gráfico anterior muestra la curva de calibración en eficiencia. La calibración en eficiencia se realizó con una solución (líquida) de Eu^{152} .

Dicha solución fue preparada por el Lic. Químico E. Ariel Gutiérrez Martínez, de la Sección de Técnicas Analíticas Nucleares del Departamento de Aplicaciones Nucleares del Ministerio de Energía y Minas. La solución está contenida en un vaso Marinelli similar a los utilizados para realizar los análisis de espectroscopia gamma y presenta las siguientes características: 400.01 ml de solución radiactiva de Eu^{152} de concentración 2.04 Bq/ml (816.02 Bq en el volumen) al 23 de junio de 2004.

Resultados preliminares de actividad de las muestras obtenidos con la curva de calibración en eficiencia lograda con la solución de Eu^{152} de actividad 816.02 Bq y comparados con la literatura, evidencian variaciones demasiado altas entre los valores de actividad. De (1.3) existe la posibilidad de recurrir a datos de eficiencia publicados para encontrar una curva de eficiencia para ser utilizada.

Comparando con datos de eficiencia publicados (Pérez, Héctor; calibración en eficiencia realizada con un detector (coaxial) de germanio hiperpuro) y los obtenidos, se tiene lo siguiente:

Curva de eficiencia teórica

$$G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{a_1}{E}\right)^{a_2} + a_3 e^{-a_4 E} + a_5 e^{-a_6 E} + a_{73} e^{-a_8 E}$$

$$G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{3.3994}{E}\right)^{0.8409} + 1.000 e^{-1.000E} + 1.000 e^{-1.000E} + 1.000 e^{-1.000E} \quad (25)$$

Curva de eficiencia experimental obtenida con la fuente de actividad 816 Bq:

$$G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{a_1}{E}\right)^{a_2} + a_3 e^{-a_4 E} + a_5 e^{-a_6 E} + a_{73} e^{-a_8 E}$$

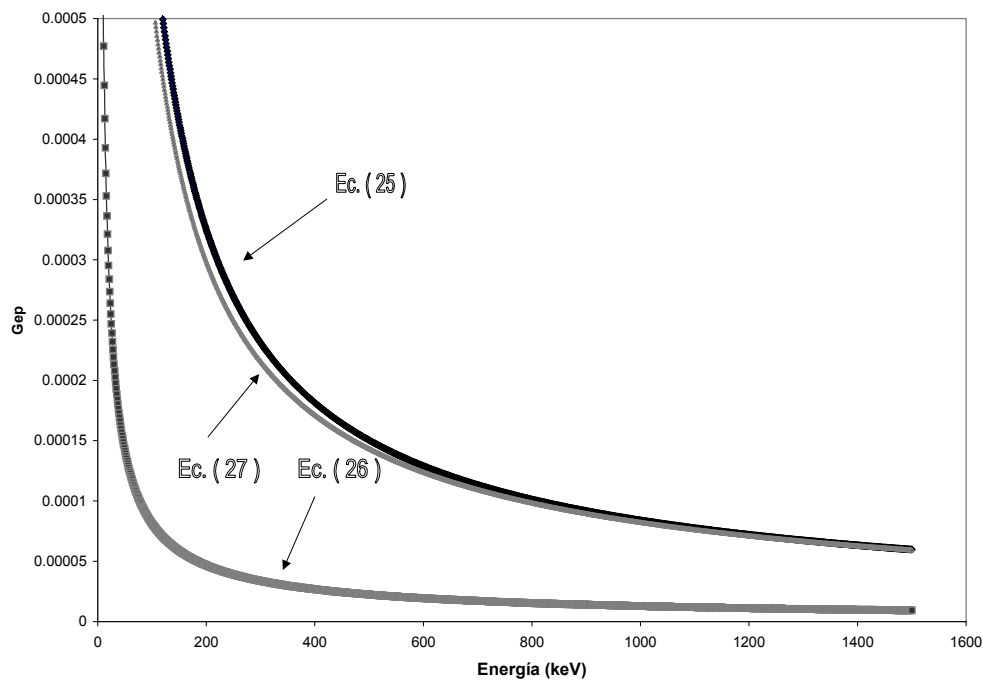
$$G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{0.2461}{E}\right)^{0.80099} + 1.000 e^{-1.000E} + 1.000 e^{-1.000E} + 1.000 e^{-1.000E} \quad (26)$$

Las ecuaciones (25) y (26) son idénticas en la parte que contiene las funciones exponenciales, por tanto la discrepancia (atribuida a la

actividad de la fuente utilizada) se encuentra en el término $\left(\frac{a_1}{E}\right)^{a_2}$. El término a_2 es bastante parecido en ambos casos por lo que a_1 es el candidato para explicar la discrepancia encontrada.

Haciendo uso del hecho de que un detector tiene una eficiencia característica, independientemente de la fuente de calibración empleada, es posible interpolar de (26) a (25) (variando a_1) para encontrar una curva de eficiencia que permita obtener resultados dentro del rango aceptado de las eficiencias publicadas (ver figura 7).

Figura 7 Mejor estimación de $G_{\mathcal{E}_p}$



La curva de eficiencia estimada es:

$$G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{2.5000}{E}\right)^{0.80099} + 1.000e^{-1.000E} + 1.000e^{-1.000E} + 1.000e^{-1.000E} \quad (27)$$

Se corrobora la precisión de la calibración en eficiencia estimada, comparando valores de actividad obtenidos para una muestra con la ecuación (25) con los valores de actividad obtenidos con la ecuación (27).

$$t = 14400 \pm 5s; A_p = 2019 \pm 37, P_p = 0.1067 \pm 0.0013, E = 1460keV \text{ para el } K^{40}$$

$$t = 14400 \pm 5s; A_p^{Bi214} = 310 \pm 2; A_p = 386 \pm 37; P_p = 0.54 \pm 0.02; E = 186keV \text{ para el } U^{235}$$

$$\text{Ecuación (25): } G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{3.3994}{E} \right)^{0.8409} + 1.000e^{-1.000E} + 1.000e^{-1.000E} + 1.000e^{-1.000E}$$

$$\text{Actividad } K^{40} = (359 \pm 22)Bq / kg$$

$$\text{Actividad } U^{235} = (2.2 \pm 0.40)Bq / kg$$

$$G_{\mathcal{E}_p}(E) = \left(\frac{2.5000}{E} \right)^{0.8009} + 1.000e^{-1.000E} + 1.000e^{-1.000E} + 1.000e^{-1.000E}$$

$$\text{Actividad } K^{40} = (359 \pm 22)Bq / kg$$

$$\text{Actividad } K^{40} = (359 \pm 22)Bq / kg$$

A pesar de ser dos curvas distintas, los resultados para las actividades son bastante parecidos; ello significa que la eficiencia $G_{\mathcal{E}_p}$ teórica del detector ha sido alcanzada mediante la interpolación de (26). Como criterio de ajuste, se utiliza la coincidencia gráfica de la ecuación (26) con la ecuación (25) y que los resultados de actividad obtenidos con la ecuación (27) queden dentro del rango de la incerteza obtenido mediante la ecuación (25).

Como ayuda en el análisis de los espectros se utilizó el programa *Spectrum Analyzer* desarrollado por el Instituto Superior de Ciencias y Tecnología Nucleares de la Habana. Este programa identifica posibles elementos presentes y calcula el área bajo cada pico en el espectro. La discriminación entre los posibles elementos se efectúa de acuerdo con los antecedentes de la muestra, la variación de la energía experimental de los posibles elementos encontrados respecto a la energía de los picos más próximos según la curva de calibración en energía utilizada, la probabilidad de decaimiento de tales núcleos, la vida media de los núcleos, etc. La consulta bibliográfica y la comparación de los resultados con estudios similares (si es que existen) también es de utilidad (Leader,1978; Pérez,2001).

La actividad de los elementos presentes se calcula, en general, utilizando la ecuación (23), aunque cabe resaltar que esta ecuación no debe emplearse sistemáticamente. Debido a diversas situaciones, como las fluctuaciones estadísticas debido al carácter probabilística de la radiactividad (variación de la energía de pico), variaciones normales en el FWHM (variación de la ventana de discriminación en energía), elementos que quedan fuera del rango de energía trabajado pero que son precursores de un núcleo que sí aparece en tal rango, etc., hay que aplicar la ecuación (23) según convenga al caso (ver apéndice C). Los resultados de actividad son reportados en Bq. Esta actividad corresponde a un volumen de muestra de 400 ml. La actividad por kg se puede obtener al dividir el dato de actividad entre la masa (en kg) de la muestra.

Finalmente se agrega un análisis de semejanza. Los resultados relacionan las muestras caracterizadas según elementos presentes y actividad de los mismos, independientes del de la toma de la muestra. Este análisis se efectuó empleando el programa SSPS 8.0 (*for students*) para Windows.

2.2 Resultados

2.2.1 Elementos presentes

Tabla II Elementos emisores gamma presentes en la Región Volcánica

Cadena	Elemento	No. de muestras
Th^{232}	Ac^{228}	59
	Pb^{212}	59
	Tl^{208}	59
U^{238}	U^{238}	59
	Ra^{226}	59
	Bi^{214}	59
	Pb^{214}	59
U^{235}	U^{235}	59
K^{40}	K^{40}	59
artificial	Cs^{137}	48

(*) la 3era. Columna indica el total de muestras en que aparece ese elemento

2.2.2 Actividad de los elementos presentes

Tabla (III) Actividad de elementos artificiales y naturales

Muestra	Actividad Cs-137 (Bq/400 ml)	Actividad elementos naturales (Bq/400 ml)
M1	1.47 ± 0.19	440.12 ± 21.22
M2	1.76 ± 0.15	305.27 ± 15.30
M3	2.29 ± 0.15	303.07 ± 15.14
M4	0.00 ± 0.00	309.40 ± 15.40
M5	2.31 ± 0.15	368.64 ± 18.85
M6	0.00 ± 0.00	441.97 ± 51.49
M7	0.88 ± 0.17	510.56 ± 23.88
M8	1.49 ± 0.16	400.46 ± 55.67
M9	1.92 ± 0.15	422.70 ± 57.71
M10	0.92 ± 0.17	370.08 ± 18.74
M11	0.00 ± 0.00	527.18 ± 25.25
M12	1.47 ± 0.15	350.20 ± 16.89
M13	0.00 ± 0.00	391.02 ± 19.00
M14	1.38 ± 0.18	391.88 ± 19.00
M15	3.39 ± 0.18	313.04 ± 16.08
M16	0.00 ± 0.00	353.92 ± 18.66
M17	1.20 ± 0.18	608.06 ± 28.46
M18	0.00 ± 0.00	279.16 ± 15.59
M19	0.95 ± 0.18	311.22 ± 15.51
M20	2.24 ± 0.17	405.36 ± 19.27
M21	0.86 ± 0.19	268.48 ± 13.49
M22	0.78 ± 0.18	316.87 ± 16.28
M23	0.00 ± 0.00	375.58 ± 18.05
M24	0.99 ± 0.16	346.36 ± 16.40
M25	2.55 ± 0.16	409.99 ± 19.48
M26	0.00 ± 0.00	349.02 ± 16.67

(Cont...)

Muestra	Actividad Cs-137 (Bq/kg)	Actividad elementos naturales (Bq/kg)
M27	1.00 ± 0.21	286.44 ± 15.40
M28	0.87 ± 0.19	305.83 ± 16.05
M29	1.27 ± 0.15	314.01 ± 16.60
M30	0.43 ± 0.32	324.67 ± 16.65
M31	0.83 ± 0.17	265.87 ± 14.47
M32	0.82 ± 0.20	275.49 ± 14.38
M33	0.98 ± 0.19	351.60 ± 17.47
M34	10.20 ± 0.64	400.68 ± 19.26
M35	1.70 ± 0.25	602.75 ± 337.65
M36	0.94 ± 0.16	337.65 ± 16.48
M37	1.71 ± 0.15	355.85 ± 17.30
M38	1.64 ± 0.17	682.48 ± 88.34
M39	2.52 ± 0.17	579.41 ± 26.77
M40	0.85 ± 0.19	606.02 ± 28.18
M41	0.00 ± 0.00	966.59 ± 42.93
M42	1.04 ± 0.15	190.72 ± 12.49
M43	1.15 ± 0.18	418.62 ± 20.58
M44	0.65 ± 0.28	637.17 ± 29.92
M45	2.27 ± 0.18	693.65 ± 32.20
M46	0.00 ± 0.00	683.70 ± 32.46
M47	1.00 ± 0.18	540.61 ± 25.03
M48	2.19 ± 0.16	881.85 ± 40.54
M49	1.08 ± 0.19	480.28 ± 22.70
M50	1.70 ± 0.15	319.01 ± 15.71
M51	1.04 ± 0.17	331.20 ± 16.50
M52	3.33 ± 0.17	258.62 ± 13.89
M53	1.39 ± 0.20	457.23 ± 22.02
M54	0.66 ± 0.21	274.96 ± 14.24
M55	2.12 ± 0.16	590.76 ± 17.32
M56	1.92 ± 0.18	710.26 ± 33.57
M57	0.00 ± 0.00	864.35 ± 37.46
M58	0.00 ± 0.00	491.53 ± 23.06
M59	0.95 ± 0.17	328.63 ± 16.60

(*) La tercera columna de la tabla III es la suma de las actividades de los elementos naturales presentes en cada muestra. Se usan los datos de la tabla VI.

Tabla IV Actividad promedio de elementos artificiales y naturales

Actividad C_S^{137} (promedio)		Actividad elementos naturales (promedio)
$(1.31 \pm 1.11) Bq / 400ml$		$(435.22 \pm 46) Bq / 400ml$

En las figuras siguientes (Fig. 8 en Bq/kg, Fig. 9 en Bq/400ml) se muestran las variaciones de las actividades de las muestras respecto a los valores promedio de actividad en la región (línea sólida). Las líneas discontinuas representan sucesivamente $\bar{A} \pm \sigma_A$, $\bar{A} \pm 2\sigma_a$.

Figura 8 Actividad C_S^{137} (promedio) vrs. Núm. de muestra

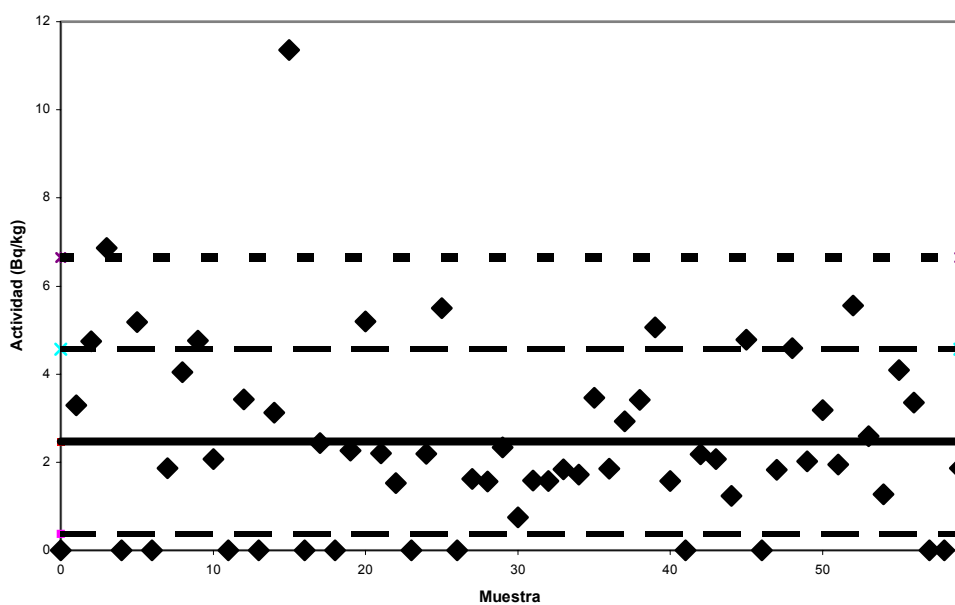
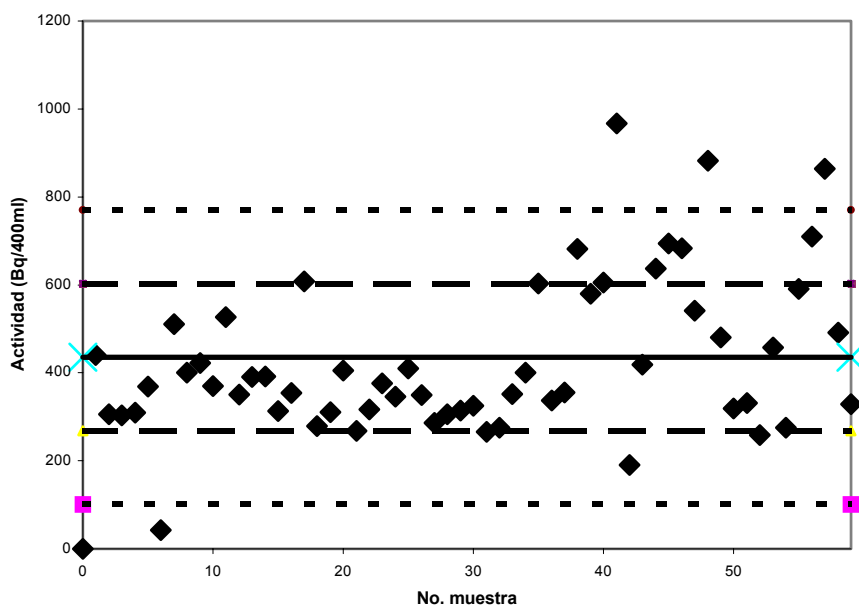


Figura 9 Actividad elementos naturales (promedio) vrs. Núm. de muestra



2.2.3 Análisis de semejanza de las muestras según elementos presentes y su actividad

En las figuras siguientes se agrupan las muestras de acuerdo con la similitud en los valores de actividades de los elementos presentes (artificiales y naturales) con independencia del lugar de toma de la misma. Para la obtención de los dendrogramas se utilizan los resultados de las actividades de los elementos presentes (tabla VI).

Fig. (10) Agrupación por semejanza de actividad p/elemento y muestra. 1

Método: SINGLE LINKAGE
Distance: EUCLIDEAN

Muestra

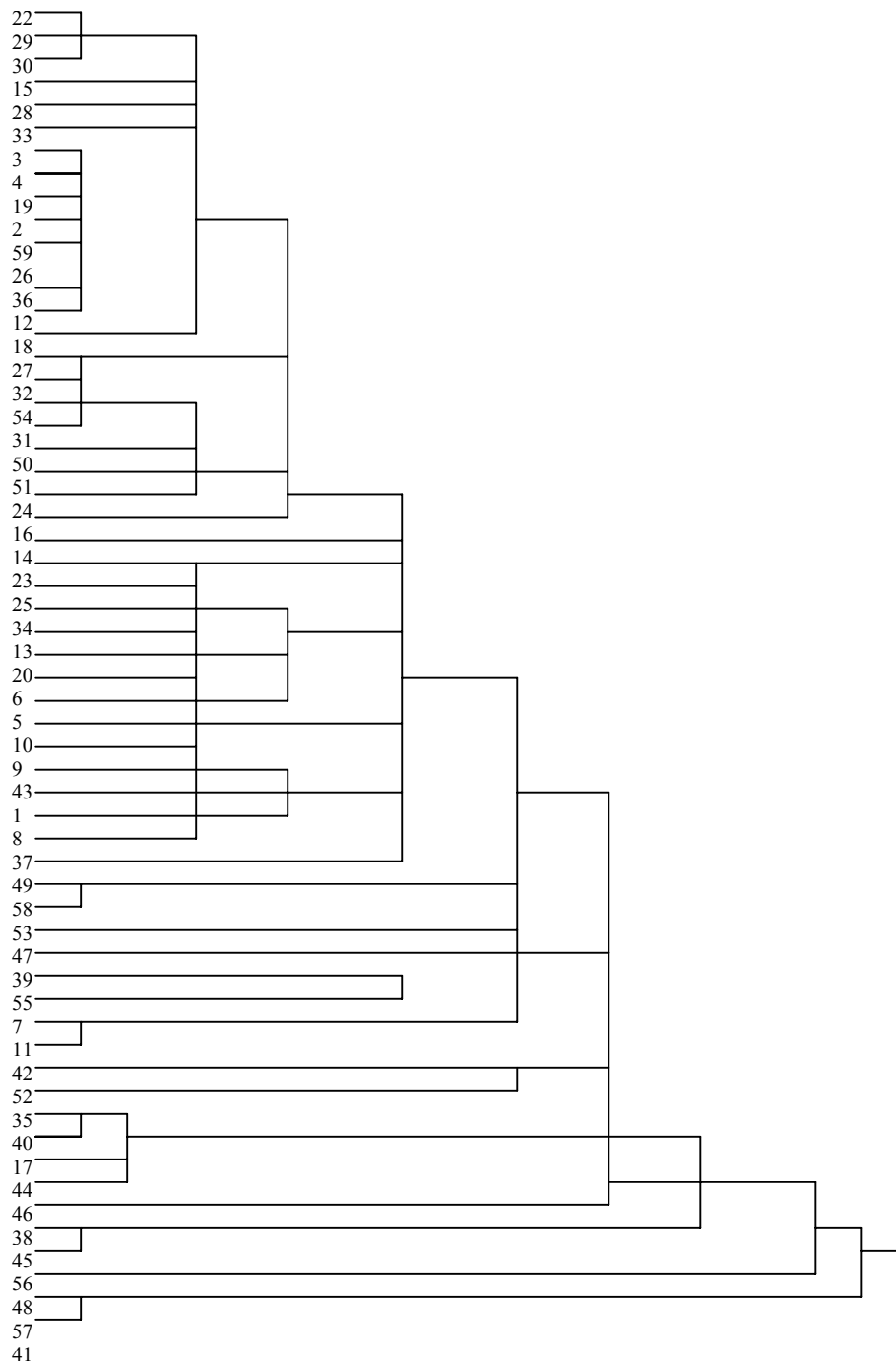
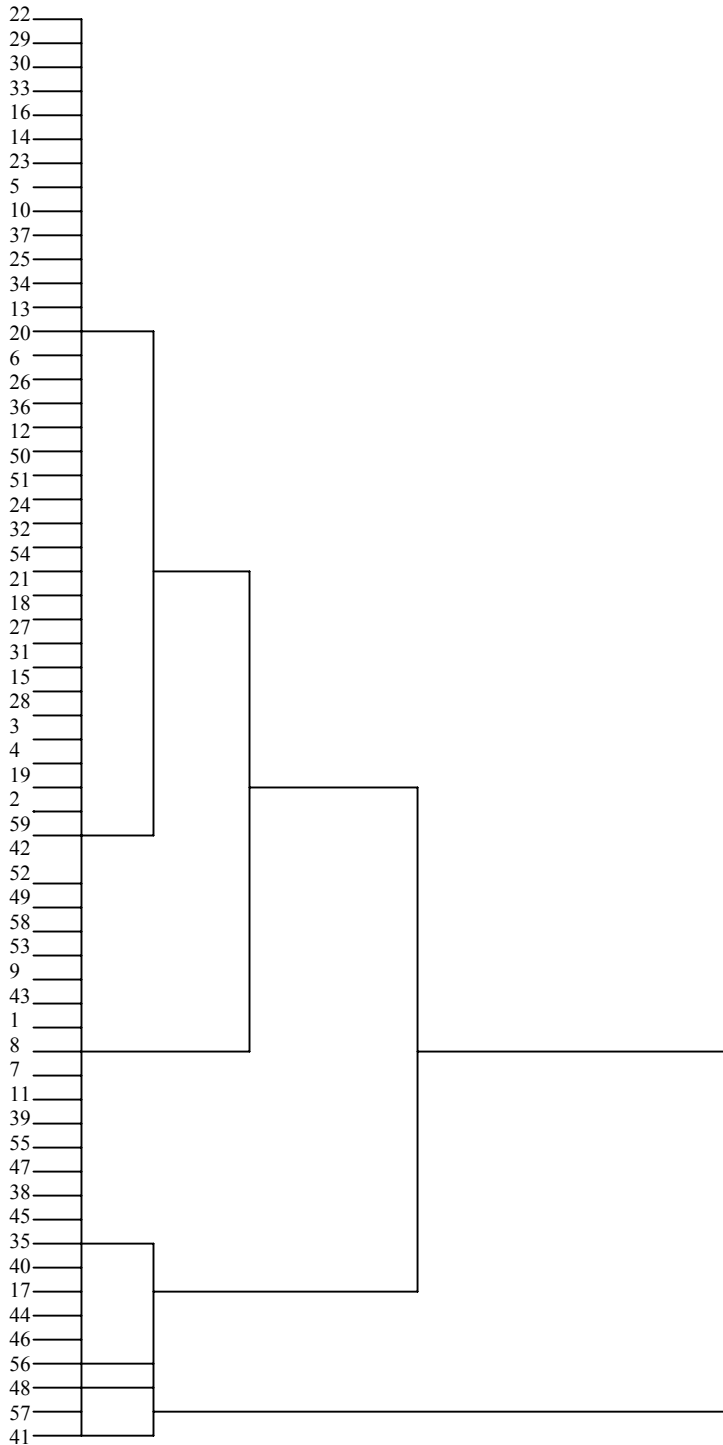


Fig. (11) Agrupación por semejanza de actividad p/elemento y muestra. 2

Método: AVERAGE LINKAGE (BETWEEN GROUPS)
Distance: EUCLIDEAN

Muestra



2.3 Discusión de resultados

Se resalta que con la técnica empleada es posible detectar únicamente elementos emisores gamma “espontáneos” (que decaen sin necesidad de un estímulo externo).

Con respecto a los elementos encontrados:

El análisis de rayos γ en la región volcánica de Guatemala revela la presencia de CS^{137} (30.2a) como único elemento radiactivo artificial. En el caso del accidente de Chernobil (abril 6, 1986) además del CS^{137} fueron encontrados los siguientes elementos subproductos de las reacciones nucleares: Te^{132} , Te^{129} , I^{132} , I^{131} , CS^{134} , CS^{136} , Ru^{103} , Mo^{99} . Entre estos últimos solo el CS^{134} tiene una vida algo mayor a dos años; los restantes tienen vidas medias del orden de días u horas. Por tanto la presencia de alguno de ellos sería indicio de contaminación actual.

Por tener la vida media más larga, el CS^{137} es el elemento radiactivo contaminante artificial más importante. Su perjuicio radica en que es altamente reactivo al agua, al hidrógeno y tiende a permanecer sobre las capas superficiales del suelo; por lo tanto continúa irradiando hasta su decaimiento total. Ello también provoca que pueda ser absorbido por las plantas por medio de las raíces y se mezcle de esa manera en la cadena alimenticia. Por ejemplo en Chernobil fueron encontrados 22 Bq/kg de CS^{137} en una muestra de leche mediante análisis similares a los empleados en este trabajo.

En cambio, debido a la larga vida de las cadenas naturales (U^{235} , U^{238} , Th^{232} , K^{40}), elementos de estas cadenas son notorios en el espectro γ . El K^{40} con una actividad promedio de $(329.72 \pm 127.83) Bq / 400 ml$ es el elemento natural más importante entre los elementos naturales encontrados en la región caracterizada en este trabajo.

De las tablas (III y IV) y de las figuras Actividad vrs. No. Muestra se determina que:

Las emisiones γ encontradas en la región volcánica están constituidas en un 99.4% por emisiones de elementos naturales y 0.56% por elementos artificiales. El importante error asociado con los valores de actividades (promedio) es indicio de la variación de la concentración de los minerales en el suelo de los puntos muestreados.

El daño que ocasiona la radiación en el cuerpo depende de factores como la actividad de la fuente, intensidad, tipo, el tiempo de exposición, etc. En el caso de la caracterización de la región volcánica de Guatemala, la actividad de los elementos naturales es superior a la de los elementos artificiales encontrada. Sin embargo, sucede en el caso de uso de armamento y accidentes nucleares, que los niveles de radiación artificial superen los niveles de la radiación de origen natural por mucho; dándose las condiciones de gran exposición a radiación durante tiempos prolongados. Comparativamente con Chernobil, (22 Bq/kg), la actividad promedio reportada para el Cs^{137} en la región volcánica es de 2.47 Bq/kg.

En la figura 8, Actividad C_S^{137} vrs. No. Muestra es notoria cierta uniformidad a pesar de las variaciones de actividad entre punto y punto; el 42% de las muestras se encuentra en el rango $A-\sigma_A$. Por el origen del C_S^{137} , es de esperar que los valores de actividad sean bastante similares en la región.

La ausencia de C_S^{137} en algunos lugares no es local; se determina la ausencia en puntos bastante alejados entre sí y a diferentes alturas: ello puede deberse a suelos altamente erosionados o suelos que son removidos constantemente (fines agrícolas, etc.).

Por el contrario, en la figura 9, Actividad elementos naturales vrs. Muestra se aprecia cierta uniformidad también en algunas de las muestras (muestras 1 a 37) en el rango $A-\sigma_A$. Para las muestras restantes los valores de actividad varían notablemente. Esta figura, debido a la importancia de la actividad del K^{40} en la actividad (promedio) de los elementos naturales, refleja también el comportamiento del potasio en la región. Se puede decir que los suelos de las muestras 38 a 59 son más ricos en su contenido de potasio. Estos puntos pertenecen por ubicación geográfica a la región oriente del país: Chiquimula, El Progreso, Jalapa, Jutiapa y parte de Santa Rosa.

Debido a que la contribución del C_S^{137} a la actividad total es de solo el 0.56%, la figura 9 Actividad elementos naturales vrs. Muestra, refleja también el comportamiento de la actividad total. Puede ser usado para comparar las muestras por actividad total, independientemente del

punto de toma de la muestra. En cierta manera es una especie de examen por semejanza, pero respecto a un solo parámetro: la actividad total de la muestra.

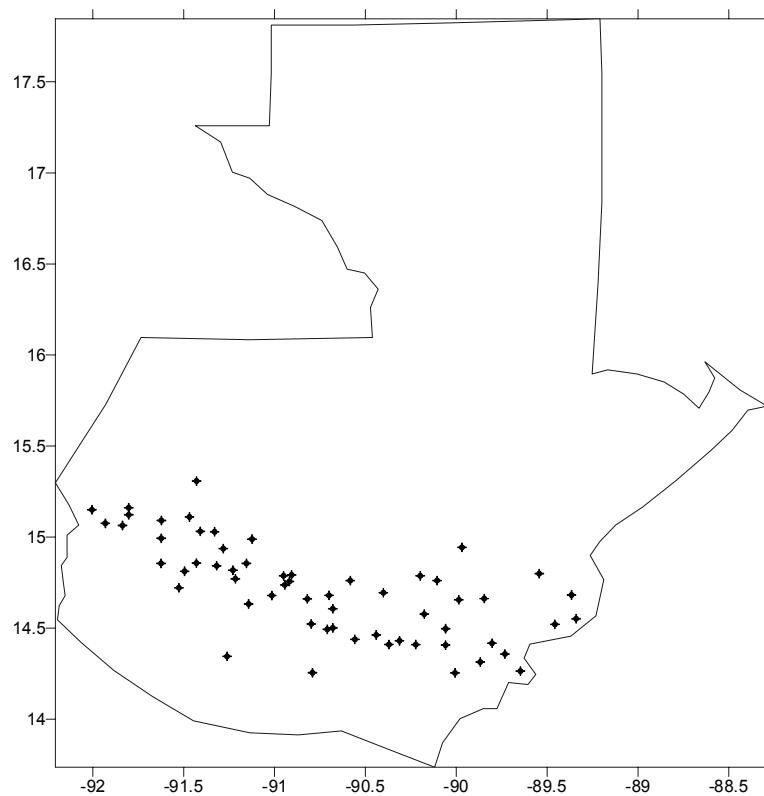
El análisis por semejanza efectuado con el programa de estadística SPSS 8.0 realiza un análisis más completo: las 59 muestras son comparadas entre sí por actividades de los elementos presentes, elemento por elemento, y asigna a cada muestra una cantidad debida a la comparación. Las muestras se agrupan de acuerdo con el valor de dicha cantidad: son similares aquellas muestras con valores más o menos iguales del parámetro. Estos análisis se realizan con independencia del punto de toma de la muestra. Los cálculos se vuelven bastante voluminosos y solo se pueden efectuar con poderosos programas estadísticos. Los resultados del agrupamiento por semejanza (similitud) se presentan como diagramas de árbol (dendrogramas), por lo que la interpretación de los resultados es la usual: los datos quedan agrupados en varias categorías de ramificaciones. Por ejemplo M22, M29 y M30 son muy similares entre sí; al igual que M18 es similar a M27, mientras que M7 y M11 lo son entre sí, M48 con M57, etc. (ver figuras 10 y 11).

Los resultados del mapeo radiactivo por emisores gamma de la región volcánica de Guatemala (tabla III y Figuras 14 y 15) son importantes como referencia de los niveles de radiactividad en el país ante eventuales accidentes nucleares. De los países que en América cuentan con desarrollo en tecnologías nucleares los que más afectarían al país por su cercanía en caso de fatalidades serían México, Cuba y Estados Unidos. Por otra parte existe la amenaza constante del armamentismo nuclear.

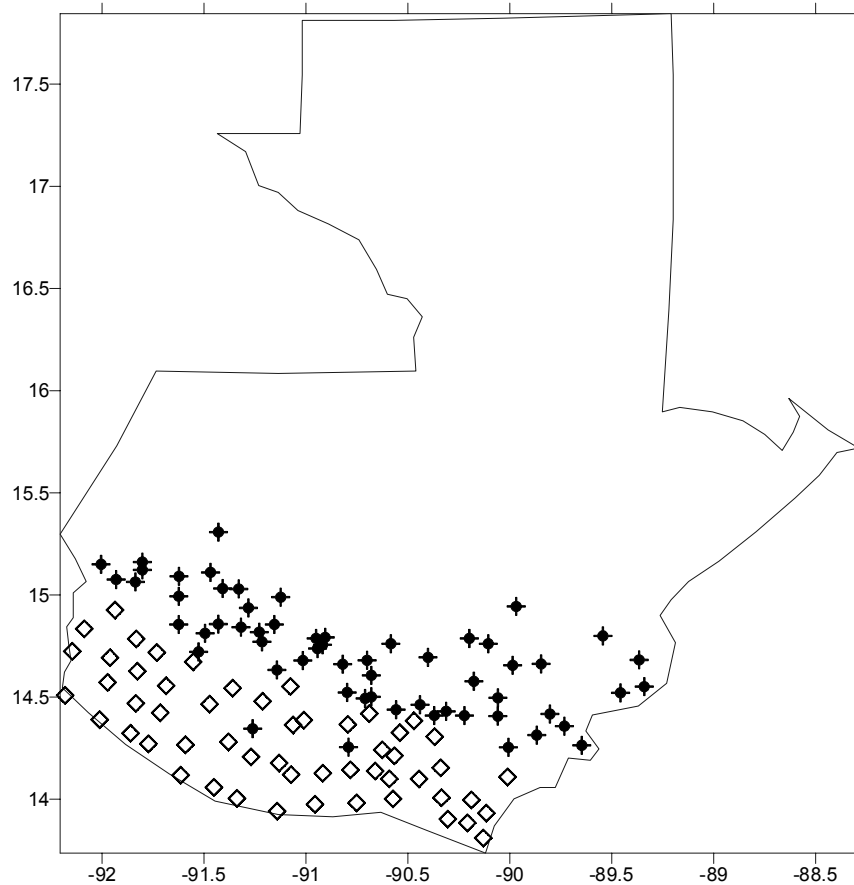
2. DISTRIBUCIÓN GEOGRÁFICA DE LAS MUESTRAS EN LA REGIÓN VOLCÁNICA DE GUATEMALA

En las figuras 12, 13, 14 y 15 el eje horizontal representa la longitud, mientras el eje vertical representa la latitud; ambos en grados sexagesimales (°).

Figura 12 Distribución geográfica de las muestras en la región volcánica de Guatemala



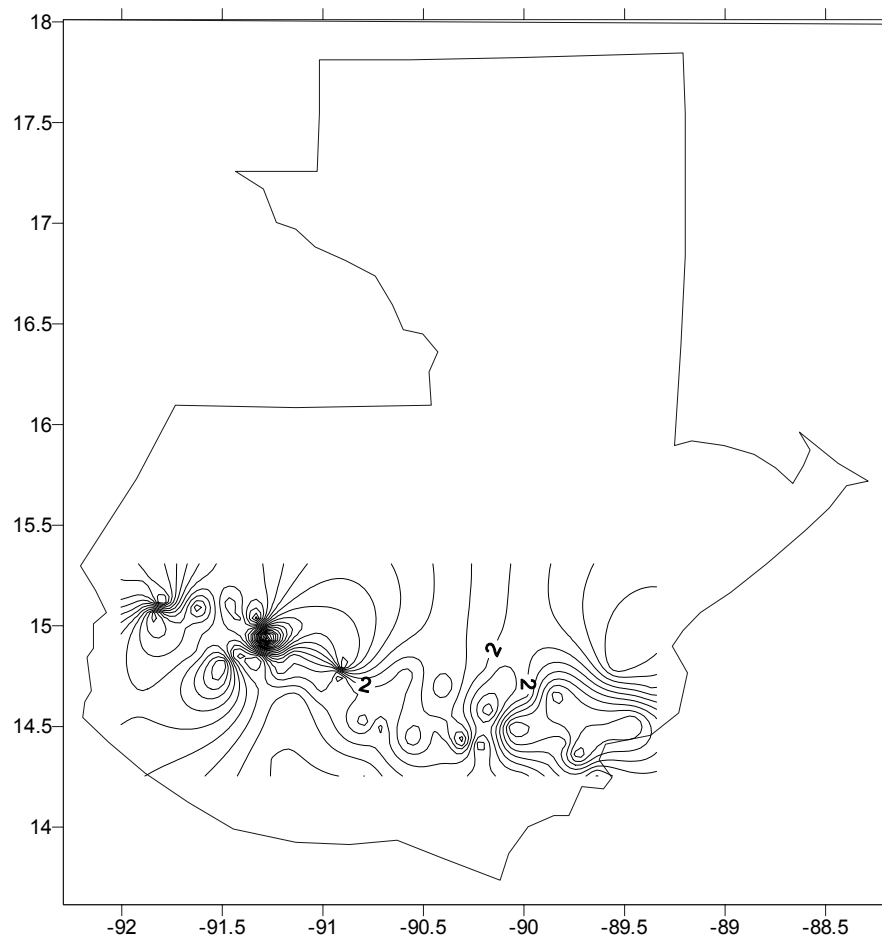
**Figura 13 Mapa de la región caracterizada a la fecha
Costa sur y región volcánica**



(*) Los datos de la costa sur (cuadrados blancos) se publican con autorización del Lic. Héctor Pérez

La figura 14 ha sido generada a partir de los resultados de la Tabla III (Actividad C_S^{137}) y los puntos de ubicación G.P.S. de las muestras (Tabla V)

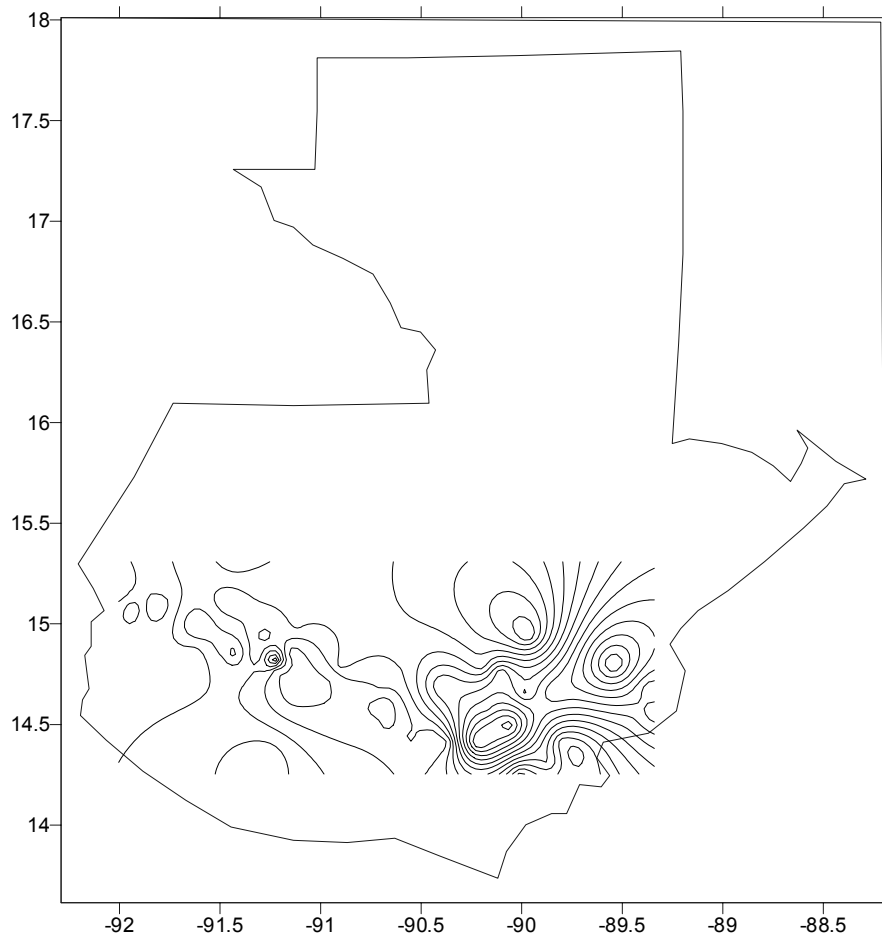
Figura 14 Curvas de isoactividad C_S^{137} en la región volcánica



(*) Las curvas de isoactividad mostradas en la figura 14 se encuentran en el rango de $0.5 \leq (A / 400ml) \leq 10.5 Bq / 400ml$

La figura 15 ha sido generada a partir de los resultados de actividad de la Tabla III (Actividad Cs^{137} y elementos naturales) y los puntos de ubicación G.P.S. de las muestras (Tabla V)

Figura 15 Curvas de isoactividad total en la región volcánica



(*) las curvas de isoactividad mostradas en la figura 15 se encuentran en el rango de $200 \leq (A / 400ml) \leq 900 Bq / 400ml$

CONCLUSIONES

1. Se determinó la presencia de elementos gamma naturales y artificiales (ver 2.2.1), se calculó las actividades de los elementos presentes (ver 2.2.2 y Apéndice D), se efectuaron análisis por similitud (semejanza) a las muestras (ver 2.2.3) y se realizaron mapas de isoactividad con los resultados de la caracterización .
2. Se determinó la presencia de Cs-137 como único emisor gamma Artificial en la región. Se encontró este elemento “contaminante” en 48 de las 59 muestras analizadas. La presencia de este elemento es debida a los ensayos nucleares con fines militares y a las fugas accidentales de material radiactivo en lugares donde almacenan ó utilizan ese tipo de materiales en la generación de energía.
3. La emisión gamma de elementos artificiales en la Región Volcánica de Guatemala es del 0.56% de la totalidad de los emisores gamma presentes. Siendo la actividad promedio reportada de $(2.47 \pm 2.10) \text{Bq/kg}$

4. No se encontró presencia de Rn-222, elemento asociado a las fumarolas volcánicas, en la región caracterizada. Ello indica que los puntos de las tomas de muestras no son cercanos a ningún cráter y/o no hay actividad volcánica en los volcanes que coincidan con alguno de los puntos del muestreo. En general los puntos del muestreo consistieron de aldeas, es decir de lugares habitables. Por lo que la no existencia de Rn-222 no es de extrañar; las fumarolas expulsan diversos gases a base de cloro, amoníaco, azufre, carbono, etc...

5. De las curvas de isoactividad Cs-137 (fig. 14) se determina una región (-91.2° , 14.8°) donde se da la mayor concentración de la actividad por área de este elemento. Las curvas de isoactividad total (fig. 15) refleja lo citado en la “discusión de resultados” de que en la región “Oriente” del país se encuentran los más altos niveles de K-40. En la parte restante de la Región Volcánica, las curvas de isoactividad total muestran una distribución bastante uniforme de los niveles de actividad de emisores gamma en la región caracterizada. Ello es reflejo del origen natural de estos elementos emisores.

RECOMENDACIONES

1. Continuar con el esfuerzo del Laboratorio de Radiaciones Ionizantes de la Facultad de Ingeniería de la U.S.A.C. por caracterizar en su totalidad el territorio guatemalteco. Con este trabajo se cuenta con los resultados de la caracterización por emisores gamma de la Región Volcánica de Guatemala y de la Costa Sur. Estos resultados pueden servir como referencia de la actividad natural y artificial en el territorio guatemalteco de elementos radiactivos ante eventuales contaminaciones.
2. Con los resultados de la caracterización de la Región Volcánica y los de la Costa Sur (actividades y mapas de la región) implementar un protocolo que pueda ser de uso para exportadores de productos agrícolas y no tradicionales como referencia de los niveles de radiactividad en dichas regiones, para aquellos países que soliciten ese tipo de información para permitir el ingreso de productos foráneos.
3. Realizar análisis por fluorescencia de rayos X a algunas de las muestras de la región volcánica de Guatemala. Utilizar como primer criterio de selección las diferencias de masas entre muestras (ver Apéndice D). Concluir tras el análisis a que corresponden estas diferencias.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bevington, Phillip and Keith Robinson. **Data reduction and error analysis for the physical sciences**. 2nd ed. U.S.A. McGraw-Hill, 1992. 328 pp.
2. Cohen, C., Diu B., Lalöe, F. **Quantum Mechanics** (vol II). 2nd. revised edition. John Wiley & Sons, 1977. 1027 pp.
3. Contreras, Ricardo y otros. “Análisis multielemental por el método de fluorescencia de Rayos X en muestras arqueológicas y geológicas de Guatemala” Guatemala, 1998.
4. Heyde, K. **Basic ideas and concepts in nuclear physics** (Fundamental and applied nuclear physics series). U.K. Insitut of Physics publishing 1994. 424 pp.
5. Knoll, Glenn. **Radiation detection and measurement**. 2nd ed. U.S.A. John Wiley & Sons. 1989. 754 pp.
6. Leader, C. Y otros. **Table of isotopes** 7th ed. U.S.A. John Wiley & Sons. 1978. 1523 pp.
7. Leo, William. **Techniques for nuclear and particle physics experiments**. 2nd. Ed. Germany. Springer-Verlag. 1987. 37
8. Pérez, Héctor Caracterización del contenido radiactivo gamma del suelo de la costa sur de Guatemala. Tesis Lic. Física Aplicada, universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería, 2001. 55 pp.
9. Samayoa, Rodolfo. “Apuntes del curso Mecánica Cuántica II”. Impartido durante el 2do. Semestre de 2002 en la Facultad de Ingeniería U.S.A.C.

APÉNDICE

A) Demostración de las cantidades relacionadas con la distribución número energía de los electrones Compton (sección 1.2.2.)

Haciendo uso de las cantidades relacionadas para la interacción fotón-electrón en el efecto Compton:

ϕ = ángulo del electrón dispersado

θ = ángulo del fotón dispersado

$\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$ = energía fotón incidente / energía en reposo del electrón

$\frac{h\nu'}{h\nu} = (1 - \alpha(1 - \cos\theta))$ = relación energía fotón incidente y dispersado

$E = h\nu(2\alpha \cos^2\phi) / ((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi) = E(\alpha, \phi)$ = energía del electrón

$\cot(\phi) = (1 + \alpha)(1 - \cos\theta) / \sin\theta = (1 + \alpha) \tan(\theta / 2)$ = relación entre ángulos

A.1) Dependencia del ángulo de dispersión del electrón en la energía del electrón, $d\phi / dE$

$$E = \frac{h\nu(2\alpha \cos^2\phi)}{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)} = 2\alpha h\nu [\cos^2\phi ((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)^{-1}]$$

$$dE / d\phi = (d / d\phi) \{2\alpha h\nu [\cos^2\phi ((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)^{-1}]\}$$

$$dE / d\phi = 2\alpha h\nu \left[\frac{-2 \cos\phi \sin\phi}{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)} - \cos^2\phi \frac{2\alpha^2 \cos\phi \sin\phi}{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)^2} \right]$$

$$dE / d\phi = 2\alpha h\nu \frac{2 \cos\phi \sin\phi}{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)} \left[1 - \cos^2\phi \frac{\alpha^2}{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)} \right]$$

$$dE / d\phi = -2\alpha h\nu \frac{2 \cos\phi \sin\phi}{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)^2} (1+\alpha)^2$$

luego
$$dE / d\phi = - \frac{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\phi)^2}{4\alpha h\nu \cos\phi \sin\phi (1+\alpha)^2}$$

A.2) Prueba de la relación entre el número de electrones proyectados en un ángulo sólido unitario y el número de fotones dispersados en un ángulo sólido unitario.

$$\sin\theta d\theta / \sin\phi d\phi = - \frac{4(1+\alpha)^2 \cot\phi \csc^3\phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2\phi]^2}$$

$$y \frac{4(1+\alpha)^2 \cot\phi \csc^3\phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2\phi]^2 \sin\phi} = - \frac{4(1+\alpha)^2 \cos\phi \sin\phi}{[(1+\alpha)^2 + \alpha(2+\alpha)\cos^2\phi]^2}$$

A partir de, $\cot\phi = (1+\alpha)(1-\cos\theta) / \sin\theta = (1+\alpha) \tan(\theta/2)$

$$(d/d\theta) \cot\phi = (d/d\theta)((1+\alpha)(1-\cos\theta) / \sin\theta)$$

$$-(1+\cot^2\phi)(d\phi/d\theta) = (1+\alpha) \frac{[\sin\theta(\sin\theta) - (1-\cos\theta)\cos\theta]}{\sin^2\theta} = (1+\alpha) \frac{[\sin^2\theta - (1-\cos\theta)\cos\theta]}{\sin^2\theta}$$

entonces,
$$d\theta / d\phi = - \frac{\sin^2\theta(1+\cot^2\phi)}{(1+\alpha)[\sin^2\theta - (1-\cos\theta)\cos\theta]}$$

$$\begin{aligned}
 y \quad (\sin\theta / \sin\phi) \frac{d\theta}{d\phi} &= -(\sin\theta / \sin\phi) \frac{\sin^2\theta \csc^2\theta}{(1+\alpha)[\sin^2\theta - (1-\cos\theta)\cos\theta]} = -\frac{\sin^3\theta}{(1+\alpha)\sin^3\phi[\sin^2\theta - (1-\cos\theta)\cos\theta]} \\
 &= -\frac{1}{1+\alpha} \frac{\sin\theta(1-\cos^2\theta)}{\sin^3\phi[\sin^2\theta - (1-\cos\theta)\cos\theta]} = -\frac{1}{1+\alpha} * \frac{\sin\theta}{\sin^3\phi} * \frac{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}{(\sin^2\theta - \cos\theta + \cos^2\theta)} \\
 &= -\frac{1}{1+\alpha} * \frac{\sin\theta}{\sin^3\phi} * \frac{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)} = -\frac{1}{1+\alpha} \frac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{\sin^3\phi}
 \end{aligned}$$

Hacer las siguientes sustituciones en la ecuación inmediata anterior:

$$\sin\theta = \frac{2 \tan(\theta / 2)}{1 + \tan^2(\theta / 2)}$$

$$\frac{1 + \cos\theta}{2} = \cos^2(\theta / 2) = \frac{1}{\sec^2(\theta / 2)} = \frac{1}{1 + \tan^2(\theta / 2)}$$

$$\cot\phi = (1 + \alpha) \tan(\theta / 2)$$

$$(\sin\theta / \sin\phi) \frac{d\theta}{d\phi} = -\frac{1}{1+\alpha} \frac{1}{\sin^3\phi} * \frac{2}{1 + \tan^2(\theta / 2)} * \frac{2 \tan(\theta / 2)}{1 + \tan^2(\theta / 2)}$$

$$= -\frac{4}{1+\alpha} \frac{1}{\sin^3\phi} \frac{\tan(\theta / 2)}{[1 + \tan^2(\theta / 2)]^2} = -\frac{4}{1+\alpha} \frac{1}{\sin^3\phi} \frac{\cot\phi}{1+\alpha} * \frac{(1+\alpha)^4}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2\phi]^2}$$

$$= -\frac{4(1+\alpha)^2 \cot\phi \csc^3\phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2\phi]^2}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4(1+\alpha)^2 \cot \phi \csc^3 \phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2 \phi]^2} \sin \phi = -\frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi \csc^3 \phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2 \phi]^2} = \frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi}{\sin^3 \phi} * \frac{\sin^4 \phi}{[\sin^2 \phi (1+\alpha)^2 + \cos^2 \phi]^2} \\
& = -\frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi \sin \phi}{[\sin^2 \phi (1+\alpha)^2 + \cos^2 \phi]^2} = -\frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi \sin \phi}{[(1-\cos^2 \phi)(1+\alpha)^2 + \cos^2 \phi]^2} \\
& = -\frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi \sin \phi}{[(1+\alpha)^2 + \cos^2 \phi (-1 + \alpha)^2]^2} = -\frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi \sin \phi}{[(1+\alpha)^2 + \cos^2 \phi (-1 - 2\alpha - \alpha + 1)]^2} \\
& = -\frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi \sin \phi}{[(1+\alpha)^2 - \alpha \cos^2 \phi (2 + \alpha)]^2}
\end{aligned}$$

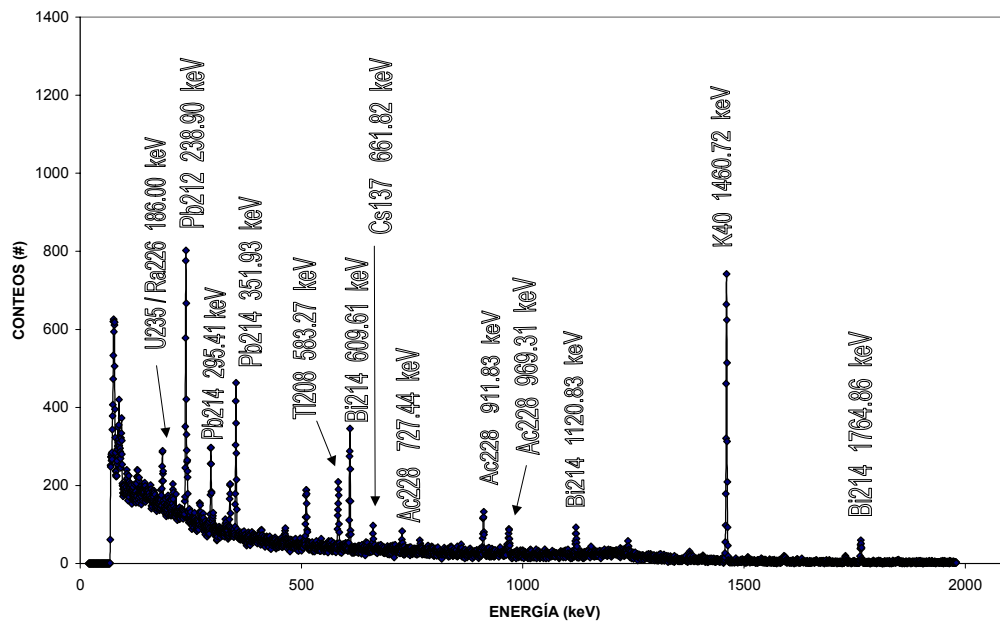
Entonces, $(d\sigma / dE) = -2 \Pi(d\sigma / d\Omega) \frac{4(1+\alpha)^2 \cot \phi \csc^3 \phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2 \phi]^2} \sin \phi (d\phi / dE)$

$$\begin{aligned}
& = +2 \Pi(d\sigma / d\Omega) \frac{4(1+\alpha)^2 \cos \phi}{[(1+\alpha)^2 - \alpha \cos^2 \phi (2 + \alpha)]^2} \sin \phi \frac{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi)^2}{4\alpha h\nu \cos \phi \sin \phi (1+\alpha)^2} \\
& = 2 \Pi(d\sigma / d\Omega) \frac{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi)^2}{[(1+\alpha)^2 - \alpha \cos^2 \phi (2 + \alpha)]^2} * \frac{1}{\alpha h\nu} \\
& = (d\sigma / d\Omega) \frac{2 \Pi}{\alpha^2 m c^2} \frac{((1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi)^2}{[(1+\alpha)^2 - \alpha \cos^2 \phi (2 + \alpha)]^2} \quad (\text{ec. 20})
\end{aligned}$$

y $L^{-1}(dN / dE) = (d\sigma / dE) = (d\sigma / d\Omega) \frac{2 \Pi}{\alpha^2 m c^2} \frac{[(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi]^2}{[(1+\alpha)^2 - \alpha(2+\alpha)\cos^2 \phi]^2}$

B.) Espectro gamma de una muestra de suelo de la región volcánica

Figura 16 Espectro gamma muestra M17



C.) Cálculo de actividades en las muestras

La ecuación 23 ha de ser aplicada a discreción según alguno de los casos siguientes:

*Para elementos que caen en el rango de energía trabajada y no quedan sobrelapados con otro elemento, su actividad puede ser determinada a partir del pico correspondiente en el espectro gamma y aplicando

directamente
$$A = \frac{Ap / t}{PpG \epsilon_p} \quad (23).$$

Para la muestra M17 y la actividad del Cs^{137} :

$$t = 14400 \pm 5s$$

$$E_p = 661.58keV$$

$$G_{\epsilon_p} = 0.011468 \pm 0.000344$$

$$Pp = 0.850 \pm 0.005$$

$$Ap = 169.0 \pm 19.1$$

Entonces:

$$A = \frac{Ap}{tPpG_{\epsilon_p}} = \frac{169}{14400 * 0.850 * 0.011468} = 1.203975 \approx 1.20Bq$$

Y la incerteza asociada:

$$\begin{aligned} \Delta A &= A \left(\frac{\Delta Ap}{Ap} + \frac{\Delta Pp}{Pp} + \frac{\Delta G_{\epsilon_p}}{G_{\epsilon_p}} + \frac{\Delta t}{t} \right) \\ &= 1.203948 \left(\frac{19.102}{169.0} + \frac{0.005}{0.85} + \frac{0.000344}{0.011468} + \frac{5}{14400} \right) = 0.179696 \approx 0.18Bq \end{aligned}$$

Para elementos fuera del rango de energía trabajada, pero precursores de un núcleo en la cadena, el área de pico del elemento se determina por estimación respecto de este con uno de sus hijos en el equilibrio (Ra^{226}). De la misma manera, es también posible estimar el área de un elemento que cae dentro del rango de energía trabajada pero por variaciones en el FWHM queda sobrelapado con el pico de otro elemento: estimación del área del pico del Pb^{214} de energía 241 keV a partir del área del pico de energía 352 keV del mismo elemento. Con esta área se recurre a la ecuación (23).

Para la muestra M17 y la actividad del Ra^{226} :

$$t = 14400 \pm 5s$$

$$E_p = 185.96keV$$

$$G\epsilon_p = 0.031694 \pm 0.000951$$

$$Pp = 0.033 \pm 0.001$$

$$Ap^{Bi^{214}} = 1546.000 \pm 3.334$$

$$Ap^{Ra^{226}} = 0.09(1546.000 + 3.334) = 139.14 \pm 0.3006$$

Entonces:

$$A = \frac{Ap^{Ra^{226}}}{tPpG\epsilon_p} = \frac{139.14}{14400 * 0.033 * 0.031694} = 9.238437 \approx 9.24Bq$$

Y la incerteza asociada:

$$\begin{aligned} \Delta A &= A \left(\frac{\Delta Ap}{Ap} + \frac{\Delta Pp}{Pp} + \frac{\Delta G\epsilon_p}{G\epsilon_p} + \frac{\Delta t}{t} \right) \\ &= 9.238437 \left(\frac{0.3006}{139.14} + \frac{0.001}{0.033} + \frac{0.000951}{0.031694} + \frac{5}{14400} \right) = 0.580324 \approx 0.58Bq \end{aligned}$$

*Para variaciones normales en el FWHM ó elementos con una separación menor al FWHM, las actividades individuales de los elementos se encuentran restando el área estimada de uno de ellos del área total bajo el pico (U^{235} , Pb^{212}) y luego se recurre a (23).

Para la muestra M17 y la actividad del U^{235} :

$$t = 14400 \pm 5s$$

$$E_p = 185.96keV$$

$$G\epsilon_p = 0.031694 \pm 0.000951$$

$$Pp = 0.54 \pm 0.02$$

$$Ap^{Ra^{226}} = 139.14 \pm 0.3006$$

$$Ap^{U^{235}} = 713.000 \pm 8.706$$

Entonces:

$$A = \frac{Ap^{U^{235}} - Ap^{Ra^{226}}}{tPpG\epsilon_p} = \frac{713 - 139.14}{14400 * 0.033 * 0.031694} = 2.3284807 \approx 2.33Bq$$

Y la incerteza asociada:

$$\Delta A = A \left(\frac{\Delta(Ap^{U^{235}} - Ap^{Ra^{226}})}{Ap} + \frac{\Delta Pp}{Pp} + \frac{\Delta G\epsilon_p}{G\epsilon_p} + \frac{\Delta t}{t} \right)$$

$$= 2.3284807 \left(\frac{8.4054}{573.86} + \frac{0.02}{0.54} + \frac{0.000951}{0.031694} + \frac{5}{14400} \right) = 0.19102172 \approx 0.19Bq$$

* La actividad del U^{238} se calcula a partir de la razón $U^{235}/U^{238} = 0.04603$

D.) Tablas Importantes Región Volcánica de Guatemala

Tabla V datos importantes de las muestras

Muestra	Masa (g)	Aldea	Municipio	Departamento	Altitud (m snm.)	Longitud (°)	Latitud (°)
1	446.3	Chana	Tajumulco	San Marcos	2050	-91.9305	15.0755
2	370.7	L. Barrancas	Sibinal	San Marcos	2410	-92.0041	15.1500
3	332.7	Independencia	Tejutla	San Marcos	2520	-91.8019	15.1225
4	323.7	S. Sebastián	S. Marcos	San Marcos	2398	-91.8361	15.0636
5	446.3	El Paraíso	E. Palo Gordo	San Marcos	2490	-91.8019	15.1611
6	452.2	La Cienaga	Cabrican	Quetzaltenango	2896	-91.6222	15.0911
7	472.2	Los Ángeles	Sibilia	Quetzaltenango	2800	-91.6230	14.9933
8	368.6	Sta. M. de Jesús	Zunil	Quetzaltenango	1603	-91.5261	14.7213
9	402.9	Almolonga	Quetzaltenango	Quetzaltenango	2251	-91.4944	14.8122
10	443.2	Chipoc	Chiquirichapa	Quetzaltenango	2502	-91.6238	14.8555
11	501.8	San Ramón	S.C. Toto.	Totonicapán	2380	-91.4294	14.8572
12	430.2	Paxboch	S. Bartolo	Totonicapán	2234	-91.4677	15.1105
13	435.6	Sta. M. Chiquimula	Sta. M. Chiquimula	Totonicapán	2857	-91.3294	15.0291
14	438.9	T. Colorada	Momostenango	Totonicapán	2380	-91.4083	15.0313
15	298.4	Pachoc	Totonicapán	Totonicapán	2730	-91.2819	14.9366
16	461.6	Palanquix	Nahuala	Sololá	2467	-91.3180	14.8422
17	493.5	Argueta	Sololá	Sololá	2113	-91.2286	14.8105
18	474.5	S. L. Tolimán	S.L. Tolimán	Sololá	1600	-91.1422	14.6327
19	418.5	Arenales	S.J. Chacayá	Sololá	2150	-91.1422	14.6327
20	431.2	Lemoa	Quiché	Quiché	2070	-91.1236	14.9888
21	391.8	L. Encuentros	Sololá	Sololá	2587	-91.1544	14.8555
22	516.1	Puerto Rico	Chimaltenango	Chimaltenango	2106	-90.8194	14.6608
23	520.4	Xesuj	S.M. Jilotepeque	Chimaltenango	1825	-90.7911	14.2550
24	451.8	Pacután	Sta. Aplonia	Chimaltenango	2356	-90.9500	14.7872
25	464.5	Patzaj	Comalapa	Chimaltenango	2085	-90.9055	14.7922
26	538.4	Xenimaquim	Comalapa	Chimaltenango	2173	-90.9180	14.7561
27	617.8	Patzún	Patzún	Chimaltenango	2226	-91.0147	14.6791
28	554.8	S. Antonio	Acatenago	Chimaltenango	1610	-90.9430	14.7375
29	541.4	S. M. Dueñas	S.M. Dueñas	Sacatepéquez	2028	-90.7977	14.5227
30	581.3	Sta. M. de Jesús	Sta. M. De Jesús	Sacatepéquez	2085	-90.7094	14.4933

(Cont....)

31	519.9	S.B. MilpasA.	S.B. Milpas A.	Sacatepéquez	2042	-90.6791	14.6063
32	523.1	S. José Pacul	Santiago Sác.	Sacatepéquez	2195	-90.6791	14.5013
33	534.5	Salida a S. Pedro	Sto.D. Xenacoj	Sacatepéquez	2050	-90.7000	14.6800
34	544.1	L. Comunidad	S. Raymundo	Guatemala	1789	-90.5833	14.7611
35	489.9	El Chato	Guatemala	Guatemala	1236	-90.4011	14.6944
36	507.1	Fraijanes	Fraijanes	Guatemala	1605	-90.4402	14.4625
37	583.9	Tacotan	Amatitlán	Guatemala	1204	-90.5577	14.4383
38	480.9	Sta. Rosalía	E. Palo Gordo	Chiquimula	1070	-89.3408	14.5513
39	498.4	Jicarito	Concepción M.	Chiquimula	774	-89.4572	14.5208
40	538.2	Nocha	Olopa	Chiquimula	1421	-89.3658	14.6819
41	705.0	Chiquimula	Chiquimula	Chiquimula	535	-89.5436	14.7994
42	477.7	San Agustín	San Agustín	El Progreso	380	-89.9686	14.9436
43	552.9	Las Tunas	Sanarate	El Progreso	887	-90.1983	14.7872
44	525.7	Los Cerritos	Sansare	El Progreso	813	-90.1056	14.7611
45	475.3	S. Pedro P.	S. Pedro P.	Jalapa	1218	-89.8464	14.6622
46	516.4	Las Brisas	Jalapa	Jalapa	1926	-90.1763	14.5772
47	544.5	La Unión	Jalapa	Jalapa	1776	-89.9861	14.6555
48	477.9	S. C. Alzatate	S. C. Alzatate	Jalapa	1753	-90.0583	14.4966
49	536.4	Llano Grande	Monjas	Jalapa	1007	-91.4288	15.3077
50	531.7	Suchitán	Sta. C. Mita	Jutiapa	1249	-89.8033	14.4172
51	532.9	Sta. Elena	Asunción M.	Jutiapa	595	-89.6472	14.2638
52	599	Estanzuela	Asunción M.	Jutiapa	596	-89.7322	14.3577
53	536.8	S. Antonio	Jutiapa	Jutiapa	934	-89.8680	14.3138
54	517.7	S. Fernando	Quezada	Jutiapa	935	-90.0069	14.2541
55	518.9	Chapas	N. Sta. Rosa	Sta. Rosa	1084	-90.3122	14.4305
56	572.2	La Esperanza	Ayarza	Sta. Rosa	1725	-90.0588	14.4069
57	604.4	El Arado	Casillas	Sta. Rosa	1102	-90.2227	14.4094
58	532.2	Jumaytepeque	N. Sta. Rosa	Sta. Rosa	1363	-91.2611	14.3452
59	510.8	Teocinte	Sta. C. Naranjo	Sta. Rosa	1368	-90.3702	14.4100

Tabla VI. Actividad de los elementos presentes (Bq/400 ml)

Muestra	Pb-214	Tl-208	Bi-214	Cs-137	Ac-228
M1	8.83±1.28	2.55±0.12	9.96±0.63	1.47±0.19	11.88±0.67
M2	5.20±0.80	3.67±0.16	5.51±0.40	1.76±0.15	12.62±0.72
M3	5.40±0.83	2.58±0.14	6.12±0.43	2.29±0.15	7.62±0.59
M4*	7.36±1.09	3.30±0.16	6.75±0.45	0.00±0.00	8.83±1.28
M5	7.72±1.14	3.07±0.15	9.38±0.60	2.31±0.15	13.07±0.71
M6*	14.41±0.65	7.95±0.30	13.70±0.84	0.00±0.00	21.78±0.98
M7	10.45±1.51	5.72±0.23	11.06±0.69	0.88±0.17	19.40±0.89
M8	8.24±1.22	2.85±0.25	8.74±0.57	1.49±0.16	11.13±0.65
M9	9.37±1.37	3.19±0.16	9.62±0.61	1.92±0.15	8.46±0.60
M10	6.32±0.95	2.65±0.15	6.98±0.48	0.92±0.17	10.52±0.64
M11*	16.26±2.31	4.92±0.20	16.41±0.98	0.00±0.00	18.64±0.90
M12	12.34±1.77	5.40±0.22	13.53±0.82	1.47±0.15	16.49±0.79
M13*	12.03±1.73	4.87±0.20	10.42±0.66	0.00±0.00	16.17±0.79
M14	11.20±1.61	5.46±0.22	12.68±0.77	1.38±0.18	18.79±0.88
M15	8.21±1.21	2.63±0.14	6.19±0.44	3.39±0.18	11.22±0.67
M16*	7.67±1.13	3.68±0.17	8.54±0.56	0.00±0.00	12.34±0.68
M17	18.60±2.64	5.98±0.24	19.01±1.13	1.20±0.18	20.20±0.97
M18*	4.84±0.75	2.22±0.14	5.00±0.39	0.00±0.00	7.33±0.67
M19	5.52±0.86	2.69±0.14	6.49±0.46	0.95±0.18	9.17±0.60
M20	11.46±1.65	4.35±0.19	11.34±0.71	2.24±0.17	15.96±0.80
M21	4.62±0.73	2.25±0.13	6.03±0.42	0.86±0.19	6.87±0.57
M22	5.66±0.87	2.45±0.14	6.22±0.43	0.78±0.18	8.57±0.58
M23*	10.00±1.45	4.35±0.19	10.77±0.68	0.00±0.00	14.61±0.74
M24	10.72±1.55	2.25±0.13	9.27±0.59	0.99±0.16	16.88±0.83
M25	10.44±1.51	2.45±0.14	11.66±0.72	2.55±0.16	14.33±0.70
M26*	9.44±1.37	4.34±0.19	9.52±0.61	0.00±0.00	15.82±0.78
M27	5.75±0.88	5.06±0.21	6.26±0.45	1.00±0.21	7.24±0.60
M28	5.68±0.87	4.56±0.19	5.47±0.41	0.87±0.19	7.05±0.61

(Cont...)

Muestra	Pb-214	Tl-208	Bi-214	Cs-137	Ac-228
M29	6.68±0.99	1.41±0.13	6.22±0.43	1.27±0.15	5.78±0.79
M30	4.63±0.73	2.45±0.14	7.01±0.48	0.43±0.32	8.45±0.58
M31	3.24±0.56	2.08±0.14	4.67±0.36	0.83±0.17	5.60±0.56
M32	5.82±0.92	1.98±0.13	4.59±0.37	0.82±0.20	7.99±0.58
M33	8.32±1.23	3.99±0.17	8.41±0.55	0.98±0.19	15.33±0.76
M34	9.89±1.44	5.38±0.22	10.20±0.64	10.20±0.64	0.93±0.16
M35	16.87±2.40	6.20±0.24	16.24±0.97	1.70±0.25	18.05±0.87
M36	8.24±1.61	5.10±0.21	8.13±0.53	0.94±0.16	15.62±0.75
M37	8.38±0.40	2.28±0.14	8.55±0.56	1.71±0.15	8.62±0.60
M38	19.68±2.79	6.84±0.26	19.45±1.15	1.64±0.17	23.16±1.04
M39	18.50±2.62	7.48±0.28	18.79±1.11	2.52±0.17	24.52±1.08
M40	15.25±2.17	6.63±0.26	14.53±0.88	0.85±0.19	19.87±0.92
M41*	18.42±2.61	13.05±0.47	17.91±1.07	0.00±0.00	37.69±1.55
M42	1.95±0.41	1.48±0.12	3.65±0.33	1.04±0.15	4.29±0.62
M43	9.24±1.34	3.37±0.16	8.64±0.56	1.15±0.18	11.82±0.68
M44	23.72±3.34	7.63±0.29	20.33±1.20	0.65±0.28	27.41±1.18
M45	24.38±3.44	8.06±0.30	20.83±1.23	2.27±0.18	24.88±1.08
M46*	31.90±4.50	10.43±0.38	29.06±1.68	0.00±0.00	29.71±1.26
M47	18.42±2.61	7.81±0.30	16.87±1.01	1.00±0.18	23.81±1.04
M48	26.66±3.76	7.55±0.29	24.99±1.46	2.19±0.16	22.94±1.01
M49	15.45±2.20	5.55±0.22	16.12±0.96	1.08±0.19	15.75±0.78
M50	10.78±1.55	4.79±0.20	9.62±0.61	1.70±0.15	15.07±0.75
M51	13.75±1.96	3.44±0.16	14.15±0.85	1.04±0.17	12.74±0.70
M52	8.00±1.18	3.19±0.15	8.51±0.55	3.33±0.17	15.41±0.76
M53	17.47±2.48	5.05±0.21	15.16±0.91	1.39±0.20	17.74±0.84
M54	5.84±0.89	2.56±0.14	6.02±0.43	0.66±0.21	8.48±0.61
M55	17.70±2.51	6.73±0.26	17.80±1.06	2.12±0.16	20.61±0.94
M56	20.80±2.94	7.46±0.29	15.66±0.94	1.92±0.18	18.71±0.89
M57*	25.72±3.63	8.55±0.32	22.32±1.31	0.00±0.00	25.18±1.12
M58*	15.32±2.18	5.64±0.23	13.30±0.82	0.00±0.00	19.94±0.91
M59	8.00±1.19	3.34±0.16	8.11±0.54	0.95±0.17	13.45±0.75

(*) No tienen Cs-137

(negrita) Ver Apéndice C “Cálculo de Actividades”

(Cont...)

Muestra	K-40	Pb-212	Ra-226	U-235	U-238
M1	357.96±15.65	10.78±0.06	4.86±0.33	1.48±0.19	32.23±2.37
M2	232.91±10.30	11.53±0.06	2.67±0.40	1.37±0.12	29.79±2.54
M3	236.12±10.43	9.96±0.06	2.98±0.22	1.42±0.11	30.87±2.33
M4	238.35±10.53	10.17±0.06	3.28±0.24	1.40±0.10	30.50±2.19
M5	307.42±13.48	8.91±0.05	4.56±0.31	0.64±0.11	13.88±2.30
M6	294.01±45.15	26.07±0.10	6.66±0.44	2.53±0.13	54.87±2.90
M7	398.58±17.39	19.15±0.08	5.39±0.36	1.80±0.12	39.01±2.61
M8	326.38±50.09	9.69±0.06	4.27±0.30	1.28±0.11	27.88±2.43
M9	339.46±52.08	8.50±0.06	4.68±0.32	1.73±0.11	37.69±2.40
M10	310.59±13.62	7.69±0.06	3.39±0.25	0.97±0.11	20.97±2.48
M11	409.45±17.86	18.12±0.09	7.98±0.51	1.56±0.11	33.48±2.30
M12	232.65±10.29	17.74±0.07	6.59±0.43	2.00±0.11	43.46±2.39
M13	286.52±12.59	16.41±0.07	5.05±0.34	1.74±0.11	37.81±2.51
M14	263.58±11.61	22.16±0.09	6.17±0.40	2.28±0.13	49.57±2.72
M15	248.45±10.96	9.51±0.06	3.01±0.23	1.05±0.10	22.77±2.27
M16	262.08±11.55	12.91±0.06	13.44±2.07	1.46±0.11	31.80±2.33
M17	458.57±19.97	23.48±0.09	9.24±0.58	2.33±0.19	50.59±2.71
M18	238.91±10.56	5.76±0.06	2.43±0.20	0.56±0.12	12.11±2.70
M19	242.22±10.69	9.19±0.06	3.16±0.24	1.44±0.11	31.34±2.35
M20	288.66±12.69	18.10±0.08	5.52±0.37	2.20±0.12	47.77±2.66
M21	204.03±9.07	7.89±0.05	2.92±0.22	1.49±0.10	32.38±2.20
M22	262.12±11.54	5.78±0.05	3.02±0.22	1.01±0.11	22.03±2.34
M23	267.62±11.78	17.01±0.07	5.23±0.35	2.02±0.12	43.99±2.67
M24	222.75±9.87	17.55±0.08	4.50±0.31	2.62±0.13	57.01±2.83
M25	303.53±13.32	17.98±0.08	5.66±0.38	1.84±0.11	40.00±2.47
M26	240.08±10.61	17.16±0.07	4.62±0.31	2.08±0.12	45.15±2.60
M27	238.31±10.53	6.63±0.06	3.04±0.23	0.79±0.11	17.07±2.41
M28	253.14±11.16	5.89±0.05	2.65±0.21	1.05±0.11	22.87±2.49

(Cont....)

Muestra	K-40	Pb-212	Ra-226	U-235	U-238
M29	263.48±11.60	5.36±0.05	3.02±0.22	0.97±0.11	21.09±2.29
M30	270.18±11.89	6.02±0.06	3.40±0.25	0.99±0.11	21.54±2.42
M31	226.57±10.03	5.03±0.05	2.27±0.19	0.72±0.11	15.69±2.47
M32	221.27±9.80	6.98±0.06	2.23±0.19	1.08±0.10	23.55±2.23
M33	273.85±12.04	10.49±0.06	4.08±0.28	1.19±0.10	25.93±2.27
M34	299.95±13.16	18.46±0.08	4.96±0.33	1.53±0.11	33.22±2.45
M35	468.11±20.38	14.63±0.06	7.91±0.51	2.41±0.13	52.33±2.80
M36	236.30±10.44	15.96±0.07	3.96±0.28	1.95±0.11	42.39±2.48
M37	292.33±12.84	6.40±0.05	4.16±0.29	1.11±0.11	24.03±2.30
M38	518.79±79.44	25.83±0.10	9.45±0.60	2.61±0.13	52.67±2.82
M39	402.97±17.58	28.00±0.11	9.14±0.58	3.08±0.15	66.93±3.26
M40	472.82±20.58	20.71±0.08	7.06±0.46	2.16±0.12	46.99±2.71
M41	777.37±33.70	45.38±0.16	8.70±0.56	2.12±0.12	45.95±2.69
M42	164.85±7.41	3.32±0.06	1.77±0.17	0.41±0.15	9.00±3.23
M43	347.13±15.18	12.25±0.06	4.20±0.29	1.30±0.10	28.16±2.20
M44	465.33±20.26	26.39±0.10	9.88±0.62	2.49±0.13	53.99±2.79
M45	509.41±22.16	28.59±0.11	10.12±0.64	2.96±0.14	64.41±3.10
M46	450.90±19.64	29.76±0.11	14.14±0.88	3.86±0.18	83.94±3.83
M47	376.43±16.44	27.49±0.10	8.19±2.71	2.71±0.13	58.87±2.89
M48	676.60±29.35	26.06±0.10	12.14±0.76	3.74±0.17	81.19±3.63
M49	344.29±15.06	21.79±0.09	0.91±0.18	2.66±0.14	57.73±3.07
M50	213.34±9.47	17.26±0.08	4.67±0.31	1.91±0.12	41.57±2.62
M51	220.93±9.78	13.75±0.06	6.86±0.44	2.01±0.11	43.58±2.44
M52	171.72±7.70	12.27±0.06	4.14±0.29	1.56±0.14	33.82±3.06
M53	325.89±14.28	17.03±0.07	7.36±0.47	2.27±0.12	49.26±2.64
M54	215.53±9.56	7.24±0.06	2.93±0.22	1.16±0.10	25.20±2.23
M55	427.30±18.63	24.39±0.09	8.64±0.55	2.97±0.15	64.42±3.15
M56	568.07±24.68	5.65±0.05	7.59±0.49	2.92±0.14	63.40±3.15
M57	666.04±28.90	28.35±0.11	10.84±0.68	3.40±0.06	73.95±1.32
M58	351.04±15.35	22.40±0.09	6.48±0.43	2.53±0.14	54.87±2.94
M59	243.66±10.76	10.72±0.06	3.94±0.28	1.65±0.13	35.76±2.73