UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERIA

LA INFLUENCIA DEL NUEVO ENFOQUE DE LA MATEMATICA EN LA UNIVERSIDAD

T E S I S

PRESENTADA A LA JUNTA DIRECTIVA

DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

POR

ROBERTO MONTANO MIDENCE

AL CONFERIRSELE EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 1968

DL
08
T(27)

JUNTA DIRECTIVA
DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

DECANO	INGENIERO AMANDO VIDES T.
VOCAL PRIMERO	INGENIERO OTTO E. BECKER M.
VOCAL SEGUNDO	INGENIERO FRANCISCO UBIETO B.
VOCAL TERCERO	INGENIERO LEONEL PINOT L.
VOCAL CUARTO	BACHILLER ROLANDO LLOVERA L.
VOCAL QUINTO	BACHILLER VICTOR HUGO GONZALEZ W.
SECRETARIO	INGENIERO JORGE LAZO

TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN
GENERAL PRIVADO

DECANO	INGENIERO ENRIQUE GODOY S.
VOCAL TERCERO	INGENIERO LEONEL PINOT L.
EXAMINADOR	INGENIERO DANILO ARIZ
EXAMINADOR	INGENIERO GUILLERMO SOLAREZ
SECRETARIO	INGENIERO EDUARDO MARTINEZ B.

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR:

Cumpliendo con los preceptos que la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala establece, presento a vuestra consideración, mi trabajo de tesis titulado:

"LA INFLUENCIA DEL NUEVO ENFOQUE
DE LA MATEMATICA
EN LA UNIVERSIDAD"

tema que me fue asignado por la Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería.

CONTENIDO

INTRODUCCION

El hombre de nuestro tiempo y de un futuro inmediato necesita poseer un conjunto de ideas y conocimientos fundamentales que la humanidad ha ido elaborando hasta el momento y, que han demostrado ser útiles.

Es problema, la adecuada selección de las ideas verdaderamente representativas del estado actual de conocimientos humanos.

Una forma de cimentar la capacidad de la memoria es la de "organizar" los conocimientos adecuadamente, consiguiéndose esto, mediante una capacidad humana, que es la abstracción.

Pero no debe olvidarse que los conocimientos son útiles tanto en cuanto se es capaz de utilizarlos y para conseguir esto, es preciso verles actuar en la solución de los problemas que los han originado. Esto conduce a la presentación activa y ordenada de conocimientos, con lo que se consigue una economía de memoria, por un lado, y se contribuye al desarrollo de la capacidad intelectual, por otro.

Una de las capacidades humanas que es preciso desarrollar es la capacidad de pensar con claridad y precisión. Para conseguir esto, sirve cualquier disciplina científica, pues el pensamiento científico es el mismo en todos los casos.

Sin embargo, la matemática, por ser la ciencia más antigua, y por tanto la más elaborada, presenta dos ventajas sobre las restantes; primera, los esquemas matemáticos son más simples y, segunda, el nuevo enfoque de la matemática tiene como sus principales objetivos el pensar.

Este proceso del pensamiento científico se muestra con más claridad y sencillez en la matemática moderna, que ha alcanzado estructuras más simples y procesos standard de simbolización (Teoría de Conjuntos) que facilitan el análisis de los problemas y la elaboración de los conceptos fundamentales.

Por esta razón, la matemática, se muestra especialmente adecuada para proporcionar actividades que ayuden a desarrollar la capacidad de pensar del hombre y le proporcionen medios seguros para conseguir pensar con claridad y orden.

Estas ventajas de la matemática, que aparecen claras para los matemáticos no lo son para otros especialistas, que no ven en la matemática sino un proceso de cálculo o una cadena interminable de silogismos. Ambos procesos corresponden al aspecto mecánico de la matemática, de poco valor desde el punto de vista formativo del hombre.

Se necesita por tanto, insistir en la presentación del verdadero quehacer matemático, pues será la única forma de que se acepte la conveniencia de conceder, en nuestro medio la extensión que requiere el trabajo en las nuevas disciplinas matemáticas.

Ahora bien, no debe despreciarse el valor formativo y educativo de esta matemática que tiene unos fundamentos reales. Conviene recordar que "Los elementos de Euclides" han sido libro de texto durante siglos en la enseñanza media y que la geometría que hoy se enseña en casi todos los países entre ellos Guatemala, es un subproducto de equilibrio. Los Elementos de Euclides son una obra munumental y constituyen uno de los hitos de la humanidad, pero precisamente por ello, y por su alejamiento en el tiempo de nosotros, no es obra apta para menores (por lo menos en su edición original).

Afortunadamente, la matemática ha llegado a formas de expresión más sencillas y precisas, y por lo tanto, más didácticas. Por otra parte, el carácter más importante de la matemática de nuestros días es el de su vitalidad, "la consistencia del proceso de matematización y la subsiguiente emancipación del rigor mortis, y del carácter dogmático". Esta es la razón fundamental por la que debe aceptarse la modificación sustancial de la enseñanza de la matemática. Sería sin embargo peligroso fundamentarla en la utilidad creciente de la matemática, por el extraordinario avance tecnológico.

RESEÑA HISTORICA

Los dos pilares de las matemáticas de la antigüedad fueron la ARITMETICA, la ciencia de los números y la GEOMETRIA, la ciencia de las formas y de las relaciones espaciales. A través de los siglos la aritmética fue ampliada por el ALGEBRA, la cual suministró una notación abreviada para resolver los problemas en el supuesto de que hubiere cantidades desconocidas.

En el siglo XVII, la aritmética y el algebra se unificaron por descartes con la geometría en la llamada GEOMETRIA ANALITICA, la cual suministró una técnica para representar los números como puntos en un diagrama, para convertir las ecuaciones en formas geométricas y para convertir las formas geométricas en ecuaciones.

La aproximación analítica de esta nueva geometría, aclarando una rama de las matemáticas en función de otras, abrió el camino a disciplinas de matemáticas superiores resumidas en la palabra ANALISIS.

El primer descendiente del análisis fue el Cálculo, un sistema para analizar el cambio y el movimiento en función de puntos o números unidos a una sucesión continua. Esto permite soluciones en problemas de dinámica. Las matemáticas a través de la TEORIA DEL JUEGO, descubrieron las leyes de la probabilidad utilizadas para valorar estadísticamente infinidad de problemas.

Por medio de ecuaciones muy complicadas descubiertas a partir del cálculo y de la geometría analítica, los matematicos concibieron formas geométricas fuera del alcance de nuestra vista. Formas de un número cualquiera de varias dimensiones. También concibieron espacios de infinitas dimensiones para hacer encajar las formas. EL CONCEPTO DE ESPACIO de MAS DE TRES DIMENSIONES fue básico para las ideas de EINSTEIN en torno a la Relatividad y el Universo.

Es en el siglo XIX donde queremos extendernos por ser la época donde se inició el nuevo enfoque de la matemática.

La Revolución Francesa y el Período Napoleónico, crearon una situación propicia para el desarrollo de las matemáticas, matemáticas que no fueron desarrolladas en cortes Reales o en salones de la aristocracia, sino fueron esas nuevas clases sociales las que nos dieron genios como EVARISTE GALOIS, quien en 1830 escribió en una carta a un amigo, poco antes de morir a los 21 años, lo que hoy entendemos como TEORIA DE GRUPOS, llave del álgebra moderna y geometría moderna.

Estas ideas las habían tenido, en cierto grado JOSEPH LOUIS LAGRANGE y RUFFINI, pero Galois tuvo la concepción de una completa teoría de grupos; expresó las propiedades fundamentales de la transformación de grupos, dependiendo de las raíces de una ecuación algebraica y mostrando que el campo de Racionalidad de estas raíces estaba determinado por el grupo.

Galois centró su teoría en subgrupos invariantes. Problemas antiguos como trisectar un ángulo, la duplicación de un cubo, la solución de ecuaciones cúbicas y bicuadráticas, así como la solución de una ecuación algebraica de cualquier grado, encontraron su lugar en la teoría de Galois.

Galois también tuvo ideas en integrales de funciones algebraicas, ahora llamadas integrales abelianas.

NIELS HENRIK ABEL, joven genio, que creyó haber resuelto la ecuación de quinto grado, corrigiéndose más tarde en una publicación de 1, 824. Este fue el famoso papel donde Abel probó la imposibilidad de resolver la ecuación general de quinto grado, por medio de radicales, problema que había preocupado a matemáticos del tiempo de BOMBELLI y VIETE.

Trabajó en convergencia de series, en integrales abelianas y en funciones elípticas. Los teoremas de Abel en la teoría de series infinitas, muestran que él había establecido una teoría con bases realmente sólidas.

Las investigaciones de Abel en funciones Elípticas, lo condujeron a una corta, pero excitante competencia con JACOBI.

Los grupos conmutativos son llamados grupos abelianos, lo que indica que cerca estaban las ideas de Galois en relación con las de Abel.

Dividiendo el siglo XVIII del siglo XIX, encontramos a CARL FRIEDRICH GAUSS, quien a los 17 años principió a hacer descubrimientos. En 1, 795 descubrió independientemente de EULER la Ley de Reprocidad Cuadrática en teoría de números. En una Disertación en 1,799 dió la primera prueba rigurosa del llamado teorema Fundamental del Algebra, el teorema dice: "Toda ecuación Algebraica tiene n raices". Gauss tiene también estudios de la división del círculo, en otras palabras, raíces de la ecuación $x^n=1$.

Se destacó en Geodesia en su publicación llamada Geometría Intrínseca de una superficie, en donde coordenadas curvilineas son usadas para expresar el elemento linear " ds" en una forma diferencial cuadrática,

$ds^2 = Edu^2 + Fdudv + Gdv^2$. Está también el "TEOREMA EGREGIUM" que dice que la covertura total de la superficie depende solo de E, F, G y sus derivados, de donde es una curvatura invariante. Trabajó también en Astronomía.

El francés ADRIEN MARIE LEGENDRE es recordado por su trabajo fundamental en teoría de números donde dió una formulación de la ley de reciprocidad cuadrática, también dió importantes trabajos en Geodesia y Astronomía teórica; introdujo las funciones "LEGENDRE", compartió con Gauss intereses en integrales elípticos y Eulerianas, así como en fundamentos y métodos, de la geometría Euclideana.

GASPARD MONGE, Director de "Ecole Polytechnique" fue un culto científico, hizo publicaciones de "Geometría Descriptiva", "Aplicación del Análisis a la Geometría".

Monge fue uno de los primeros matemáticos modernos que se reconoce como un especialista: Un geómetra, aun en su tratamiento de ecuaciones diferenciales parciales tienen un enfoque Geométrico. Contemporáneo de Monge fue SIMEON POISSON, que es constantemente mencionado en: Ecuaciones diferenciales, constante de elasticidad, integral de Poisson, ecuaciones de Poisson en teoría Potencial, tratado de mecánica (1,811), escrito con el espíritu de LAGRANGE y LAPLACE, pero conteniendo muchas innovaciones como el uso explícito de coordenadas generalizadas $P_i = \partial H / \partial q_i$ & $q_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ (ecuaciones canónicas de Hamilton) que más tarde inspiraron el trabajo de HAMILTON y JACOBI.

JOSEPH FOURIER es recordado por ser el autor de "Theorie Analytique de la Chaleur (1, 822). Esta es la teoría matemática de la conducción del calor y el esencial estudio de la ecuación $\Delta u = k\,\partial u/\partial t$ (ecuación de tipo parabólico)
Por virtud de la generalización de su método a la integración de ecuaciones diferenciales parciales en general este libro se volvió al orígen de los métodos modernos en física matemática que se interesan por la integración de ecuaciones diferenciales parciales bajo ciertas condiciones de frontera.

AUGUSTIN CAUCHY es considerado con NAVIER, los fundadores de la teoría matemática de elasticidad. Su principal gloria es la teoría de funciones de variable compleja y su insistencia del rigor en análisis.

Otro importante trabajo es "Memoire sur les intégrales définies, prises entredes limites imaginaires" (1, 825), aquí aparece el Teorema Integral de Cauchy con residuos que dice: Toda Función regular f(z) puede ser expandida alrededor de cada punto Z = Z. en series convergentes de Laurent en un círculo que pasa atraves de un punto singular acerca de Z = Z.
$\oint f(z)\,dz = \frac{1}{2\pi i} \nu(Z_\circ)$ publicado en 1, 831 fueron Cauchy y sus contemporáneos Gauss, Abel y Bolzano, pioneros de la nueva insistencia en el rigor en matemática, siendo seguidos por WEIERSTRASS y CANTOR.

En 1, 829, el año que Abel murió, CARL GUSTAV JACOB JACOBI publicó sus "Fundamentanova Theoriae Functionnum Ellipticarum". Basó su teoría de funciones Elípticas en cuatro funciones definidas por series infinitas llamadas funciones Theta.

JAMES JOSEPH SYLVESTER ha dado el nombre de "Jacobiano" al Determinante funcional para pagarle a Jacobi su trabajo en algebra y la teoría de eliminación determinantium" (1, 841) que hizo de la teoría de Determinantes el bien común de los matemáticos.

BERNHARD RIEMANN, quien más que ningún otro a influenciado el curso de las matemáticas modernas. Sus principales obras fueron en primer lugar su tesis doctoral en la teoría de funciones complejas

$u(x,y) + iv(x,y) = f(x+iy)$ estableciendo la existencia de una función capaz de transformar cualquier región simplemente conectado en un plano, en cualquier región simplemente conectada en otro plano, y que satisface la ecuación de Laplace, es decir

$\Delta u = 0$ & $\Delta v = 0$ que resultan de las ecuaciones de Cauchy - Riemann. Esto nos lleva a la concepción de la superficie de Riemann, que introduce consideraciones topológicas en el análisis. Riemann aplicó sus ideas a funciones Hipergeométricas y abelianas (1, 857) Entre otros resultados está el descubrimiento general de la superficie de Riemann como un invariante topológico y como una forma de clasificar las funciones abelianas. También hizo investigaciones en funciones modulares elípticas y θ series en p. variables independientes, así como ecuaciones diferenciales lineales con funciones algebraicas como coeficientes. En 1, 850 trabajó en la expansión de una función en una serie de Fourier, dando una definición conocida como "La integral de Riemann". En 1, 854 trabajó sobre la Hipótesis que fundamente a la geometría. El espacio es introducido como un múltiplo topológico de un número arbitrario de dimensiones, una métrica fue definida por medio de una forma diferencial cuadrática.

El principio unificador de Riemann no sólo logró clasificar todas las formas geométricas existentes, incluyendo las todavía obscuras geometrías no euclideanas, sino también la creación de cualquier número de nuevas formas de espacio.

KARL WEIERSTRASS que escribió bastante sobre integrales Hiperelípticos, funciones Abelianas y ecuaciones diferenciales algebraicas, su contribución a la matemática fue la teoría de funciones complejas en series de potencias tratada con todo rigor.

Los valores de las series de potencias dentro de su círculo de convergencia representan la "Función Elemental" que es extendida por la llamada continuación Analítica.

LEOPOLD KRONECKER fue eminentemente matemático, sobresaliente en álgebra y la teoría de números algebraicos. Sus principales contribuciones fueron en funciones elípticas, aritmética de las formas cuadraticas. KRONECKER creyó en la necesaria aritmetización de las matemáticas creencia basada en la búsqueda del rigor. Decía: Matemáticas deben ser basadas en el número y todos los números en el número natural. Toda su teoría está ilustrada en su bien conocida frase dicha en Berlín 1,886 "Die Ganzen Zahlen hat der liebe Got gemacht, alles, andere ist Menschenwerk".

RICHARD DEDEKIND construyó una rigurosa teoría del número irracional, en dos pequeños libros "Stetigkeit und irrationalzahlen" (1,872) y "Was sind und was sollen die Zahlen" (1,882), su teoría del irracional a travez de "Las cortaduras de Dedekind" contrasta con las teorías de Kronecker; sin embargo Cantor y Weierstrass aún cuando defieren en algo a la teoría de Dede Kind basan las suyas en consideraciones similares.

GEORG CANTOR conocido no solo por su teoría del número irracional sino también por su teoría de agregados ("Mengenlehre"). Con esta teoría Cantor creó un nuevo campo en matemáticas, que es capaz de satisfacer las más duras demandas de rigor una vez sus premisas son aceptadas. En su publicación "Grundlagen einer allgemeinen Maningfaltigkeitslehre", desarrolló una teoría de números cardinales transfinitos, basada en un tratamiento matemático sistemático. El asignó al menor número cardinal transfinito como $\aleph_0$ a un conjunto numerable dando continuamente el número transfinito superior, así fue posible crear una aritmética de números transfinitos análoga a la aritmética ordinaria. Cantor también definió números transfinitos ordinales, expresando la manera en que conjuntos infinitos están ordenados. Kronecker fue siempre un oponente a las teorías de Cantor, y las controversias actuales entre formalistas e intuisionistas son una contribución a otro nivel de las controversias entre Cantor y Kronecker.

Paralelo al desarrollo del álgebra está el de la geometría desde Monge hasta sus alumnos como Poncelet que fue el primero en considerar la Geometría proyectiva como una ciencia separada.

JACOB STEINER quien construyó su geometría proyectiva de una forma estrictamente sistemática pasando de perspectividad a proyectividad y de aquí a las secciones cónicas. También resolvió problemas isoperimétricos en su típico sistema geométrico.

Steiner todavía necesitaba una métrica para definir la razon doble de cuatro puntos o líneas. Este defecto fue subsanado por CRISTIAN VON STAUDT en su "Geometrie der lage" definió el "Wurf" de cuatro puntos en una linea recta en una forma puramente proyectiva y, después demostró su identidad con la razón doble.

En 1, 857 Von Staudt enseñó como elementos imaginarios pueden ser introducidos rigurosamente en geometría como elementos dobles de involuciones Elípticas.

En las próximas décadas la geometría sintética creció enormemente con los fundamentos de Poncelet, Steiner y Von Staudt.

Los representativos de la Geometría Algebraica fueron AUGUST FERDINAND MOEBIUS y JULIUS PLÜCKER en Alemania, MICHEL CHASLES en Francia y ARTHUR CAYLEY en Inglaterra.

La primera autoridad abierta en construcción de geometrías no euclideanas fue el Ruso NIKOLAI IVANOVITCH LOBACHEVSKY y el Húngaro JANOS BOLYAI.

Ya en el año 1, 870 las matemáticas habían crecido tanto que grandes matemáticos como HERMITE, WEIERSTRASS, CAYLEY, BELTRANNI, se especializaron en un campo pues era imposible para un solo hombre conocer toda la ciencia y, así vemos como la corta vida del revolucionario y matemático Galois con su teoría de Grupos hizo posible los trabajos en geometría y álgebra de Monge, Poncelet, Gauss, Cayley, Clebsch, Grassmann y Riemann quien inspiró a Felix Klein, Helmholtz y a Marius Sophus Lie.

FELIX KLEIN, declaró en su "Erlangen Program" que toda geometría es una teoría de invariantes de un grupo particular de transformaciones. Extendiendo o limitando el grupo nosotros podemos pasar de un tipo de geometría a otro. La Geometría Euclideana es el estudio de invariantes de el grupo métrico, geometría proyectiva es el estudio de invariantes de el grupo proyectivo. Clasificación de los grupos de transformaciones nos dá una clasificación de Geometrías en la teoría de invariantes algebraicos y diferenciales de cada grupo nos da la estructura analítica de una geometría.

MARIUS SOPHUS LIE, trabajó en el sistemático estudio de grupos de transformación continuos y sus invariantes, demostrando su mayor importancia como principio clasificador en geometría, mecánica, ecuaciones diferenciales, parciales y ordinarias.

CHARLES HERMITE, trabajó en funciones Elípticas, modulares, funciones Theta., Teoría de Invariantes.

El matemático francés, más destacado de la segunda mitad del siglo XIX fue HENRI POINCARE, dominó varias materias y las enriqueció como se aprecia en sus trabajos de Teoría Potencial, rélatividad, electricidad, conducción y calor, capilaridad, electro magnetismo, Hidrodinámica, mecánica celeste, termodinámica, probabilidad. Poincaré escribió acerca de el entendimiento de problemas de matemática moderna, entre ellos están "La Valeur de la Science" (1,905) y "La Science et e'hypothese" (1,906), aparte de esto escribió sobre las llamadas funciones automórfas, ecuaciones diferenciales, topología y fundamentos de la matemática, todo escrito con gran maestría y con profundo conocimiento de los campos de las matemáticas puras y aplicadas.

Poncaré escribió acerca de el entendimiento de problemas de matemática moderna, entre ellos están "La valeur de la science" (1905) y "La science et e'hypothese" (1906) aparte de ésto escribió sobre las llamadas funciones automórficas, ecuaciones diferenciales, topología y fundamentos de la matemática, todo escrito con gran maestría y con profundo conocimiento de los campos de las matemáticas puras y aplicadas.

DAVID HILBERT escribió en 1900 su "Grundlagen der Geometrie", en este libro analiza los axiomas en que se basa la geometría Euclideana y explica como el tratamiento axiomático de su teoría proviene de los griegos.

Propuso la formulación aritmética del concepto del continuo, como fué presentado en los trabajos de Cauchy, Bolzano y Cantor.

Hilbert trabajó también en proyectos acerca de los fundamentos de la geometría, con el concepto de Lie, de un grupo continuo de transformaciones y con el tratamiento matemático de los axiomas en física.

Otro de sus trabajos fue la prueba finitecimal de ciertos sistemas completos de funciones sugeridas por la teoría de invariantes.

El programa de Hilbert demuestra la vitalidad de las matemáticas del siglo XIX que contrasta con el pesimismo existente al final del siglo XVIII.

CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

Todo profesor debe tener un conocimiento adecuado de:

1o. QUE ESTA ENSEÑANDO esto es, un claro y extenso conocimiento de matemática.

2o. COMO ENSEÑAR esto es, conocimiento de didáctica.

3o. A QUIEN ESTA ENSEÑANDO esto es, conocer la mentalidad del estudiante.

4o. PORQUE Y PARA QUE RAZON ESTA ENSEÑANDO esto es, un conocimiento de problemas generales de la educación como los propósitos e instrumentos de educar, desarrollo del carácter y la personalidad, sistemas educacionales de varios países y de diferentes épocas. El énfasis que debe ponerse en estos cuatro factores depende de a) el nivel a que se esta enseñando, b) el momento histórico que estamos viviendo.

EL NIVEL DE ENSEÑANZA

En niveles elementales como primaria los renglones 2 y 3 son más importantes. En niveles superiores el primer renglón es vital, de donde uno mismo evalúa la importancia dependiendo del nivel.

EL MOMENTO HISTORICO QUE VIVIMOS

El ritmo de evolución de toda sociedad debe su sentido a la enseñanza de las disciplinas en el momento que se presentan. Esto es particularmente verdadero en el caso de la matemática, donde tanto el contenido, como los métodos, dependen bastante del estado actual donde se encuentra el desarrollo de su ciencia.

Cuando el progreso científico es más o menos lento, las necesidades matemáticas para cada una de las actividades donde el estudiante se desarrollará en el futuro son bastante bien conocidas. Los programas de estudio que se preparan son relativamente estables y los profesores pueden recibir entrenamiento para esos programas que requieran muy pocas modificaciones en un período largo.

"Que enseñar" es bien sabido y por esta razón hay tiempo para intensificar "como hacerlo", atender a la Psicología del estudiante, considerar las relaciones de casa de estudios y sociedad y por lo tanto estar más entregado a la educación.

Por el contrario en tiempos como el nuestro donde el conocimiento científico se extiende impetuoso y profundo con una velocidad que hace cambios sorprendentes en un período de (20 a 30 años) en donde la preparación del profesor no puede ser estática sino por el contrario debe poseer el necesario entrenamiento capaz de adoptarse a los posibles cambios que envuelven este acelerado ritmo. El primer renglón, esto es, la habilidad matemática del profesor es, lo más importante.

El profesor de matemáticas debe estar preparado para asimilar nuevas matemáticas y estar al día con estas novedades.

Viviendo en el siglo XX, no podemos negar que es la edad de oro para las Matemáticas, los eruditos estiman que en los últimos 60 años se han creado tantas nuevas matemáticas como se hiciera en todos los siglos anteriores juntos. Según un reciente censo de los críticos en Revistas Matemáticas, el número de trabajos publicados por matemáticos creadores se dobló desde 1, 940 a 1, 950, se dobló de nuevo de 1, 950 a 1, 960 y aumentó otro setenta por ciento en los tres años siguientes. Muchos se sorprenden al enterarse de que las matemáticas constituyen una disciplina viva, activa y en CONTINUO CRECIMIENTO, tienen la creencia de que las matemáticas elementales y aún superiores no cambian jamás y que no existe LA NECESIDAD de cambiarlas, si bien es cierto que Henry Ford en 1, 908 hizo un automóvil, carecería de interés andar en él en 1, 968, pero no por esto deja de ser el modelo T de 1, 908.un automóvil. Al igual en matemáticas tenemos varios teoremas que no dejan de ser verdaderos pero sí, fuera de lugar cuando se descubren otros nuevos y mejores.

Sería errado creer que las únicas partes importantes de las matemáticas son aquellas descubiertas y desarrolladas recientemente. Muchos temas antiguos son aún sumamente importantes y DEBEMOS CONTINUAR ENSEÑANDOLOS. No obstante a menudo debe hacerse hincapie en un aspecto diferente del tema y hacerse un esfuerzo para enseñar el tópico de manera que el estudiante "LO COMPRENDA MAS A FONDO". Un ejemplo clásico es el de los logaritmos, se introdujeron hace 300 años y su enseñanza se ha difundido ampliamente por tratarse de una herramienta importante para el cálculo; pero hoy los logaritmos no son ya importantes para efectuar cálculos; los cálculos pequeños se hacen con máquinas de oficina y los grandes se efectúan con calculadores electrónicos. Debemos dejar de enseñar los logaritmos? De ninguna manera, pero el interés de su estudio debe desplazarse de su uso como herramienta de cálculo, AL ANALISIS de las propiedades de la función logaritmica. Desde luego que tenemos que seguir enseñando, por ejemplo Algebra que es considerada como matemática antigua, sin embargo es uno de los temas centrales del nuevo enfoque de esta ciencia.

El algebra ha sido presentada, tradicionalmente como una colección de reglas que conducen a la respuesta del problema, las demostraciones se reservan exclusivamente para la geometría. En los nuevos cursos, el algebra se enseña de manera que ponga en evidencia <u>SU ESTRUCTURA</u>, es decir, su carácter deductivo.

MATEMATICAS EN NIVELES
PRIMARIO Y SECUNDARIO

La cuestión esencial del problema de organizar una enseñanza al nivel medio, es la de anunciar la finalidad que se persigue obtener en el período de la secundaria y, en particular con la enseñanza de la matemática. Uno de los errores en que se suele caer al legislar sobre materia de enseñanza consiste en no plantear el problema en su radicalidad y, con la idea de la urgencia de resolver una situación defectuosa se plantean problemas concretos del siguiente tipo: Redactar nuevos cuestionarios o programas de algunas asignaturas; Suprimir las consignaturas tales y sustituirlas por las cuales, generalmente con saldo positivo del número de asignaturas después de la sustitución, etc.

Creemos que de esta forma jamás se llegará a mejorar la enseñanza en ninguno de sus niveles, es por eso que, precisar los objetivos que se pretenden alcanzar con la enseñanza en el ciclo medio y en particular, con la enseñanza de la matemática en este ciclo.

En primer lugar debe observarse que en el ciclo medio, el alumno sufre la evolución más profunda de su desarrollo tanto somático como intelectual, de donde nace la dificultad que presenta este grado de enseñanza y, que únicamente muy al final de este período de enseñanza puede alcanzar el alumno una visión suficientemente clara de la sociedad en que vive y de sus problemas que le permite poder decidir sobre su futuro. Por consiguiente, la enseñanza debe organizarse de tal forma que facilite dicho desarrollo y llegue a producir un hombre o una mujer, lo más completo posible.

Para conseguir esto, debe estudiarse en que proporciones han de emplearse las diferentes disciplinas intelectuales, artísticas, éticas, sociales, físicas y manuales con el objeto de obtener un desarrollo armónico de la capacidad del hombre.

La misión fundamental de la matemática en la enseñanza media es de tipo formativo. Debería servir para desarrollar la capacidad de observación, de análisis, de abstracción, simbolización, y construcción de esquemas matemáticos adecuados para el estudio de los problemas que se presenten. Estimamos que sería deseable que los conocimientos que se comuniquen a los alumnos formasen una unidad, que su ordenación no se realizara de modo independiente en cada disciplina, sino se presentara la unidad del pensamiento y del conocimiento científico en todas sus modalidades. Si por ejemplo la relación de equivalencia que el alumno estudia en la clase de matemáticas no la aplica en la clase de gramática o de ciencias naturales etc., podría pensarse en una verdadera organización de la enseñanza. Lo mismo puede repetirse si en la clase de matemáticas no se emplean problemas de otras disciplinas como origen de conceptos o teorías matemáticas.

Reconocida la necesidad de repensar la enseñanza en todos los niveles y especialmente en el secundario y apoyándonos en las premisas de carácter general que se acaban de exponer, se hace preciso, en primer lugar dar a conocer en el país estas ideas y atraer hacia ellos al profesorado. El problema no es fácil. La labor del profesor es de naturaleza muy delicada y podía mejorarse si se convence de la bondad de las ideas, pero jamás si dichas ideas se imponen.

A continuación daremos programas de Educación media de diferentes países para tener puntos de comparación de la educación media en América y Europa

PROGRAMA DE ESTUDIOS EN SUIZA

Está dividido en tres secciones, la Sección Científica, la sección literaria, y la Sección Pedagógica.

Sección Científica

Primer curso (15 -16 años 7 horas a la semana)

I ALGEBRA

Algebra de conjuntos (desde un punto de vista elemental). El concepto de correspondencia (desde un punto de vista elemental). El número natural: Congruencias. Entero, número Racional, la existencia de números racionales, el primer concepto del conjunto de los números reales; los números Complejos; el Concepto de Polinomios; Valor numérico; divisibilidad por (x-a); el Método de Horner; Problemas de división el cero de un polinómio; el Teorema de Viete igualdades, ecuaciones, identidades, equivalencias; soluciones aproximadas (elemental); regla de cálculo y máquinas calculadoras. La ecuación de segundo grado, ecuaciones en la forma de la de segundo grado; análisis combinativos.

II GEOMETRIA

Simetrías axiales, traslaciones; rotaciones; simetrías centrales, Homotesias, Generalización al espacio de la anterior, problemas seleccionados en Geometría métrica.

III CALCULO VECTORIAL

Vectores, operaciones en R_2 Planeamiento analítico afin a la geometría; Extenciones a R_3 de vectores, introducción de una métrica en R_2, geometría plana, analítica y métrica; Generalización del concepto de arco y ángulo (congruencias). Funciones trigonométricas. Introducción de una métrica en R_3; Algunas aplicaciones de la trigonometría plana y esférica que envuelven cálculos.

Segundo Curso (16 - 17 años) y 7 horas semanales.

I ALGEBRA (ESTRUCTURAS)

Grupos, anillos y campos, espacio vectorial.

II GEOMETRIA

Esquemas, modelos, concepto de bases axiomáticas. (Geometría afin) transformaciones afines (afinidades); el grupo de la Geometría afin. Matrices desde el punto de vista analítico, Geometría proyectiva, transformaciones homográficas (homologías); grupos proyectivos. Polaridad, dualidad, inversión. Problemas en geometría métrica, fronteras de círculo, Geometría afin del círculo y la esfera desde el punto de vista analítico. Movimiento como un caso particular de las transformaciones afines, bases axiomáticas de la geometría métrica, modelos de Poincaré o de Klein, Introducción a las geometrías no euclideanas.

II ANALISIS

Construcción del conjunto de los números reales, Isomorfismo de este conjunto con el conjunto de los puntos de una linea. Conjuntos denumerables; el conjun to de los números racionales es denumerable, el de los números reales no lo es; exponentes generalizados, logaritmos, funciones, función inversa, funciones crecientes y decrecientes; vecindades, límite de una función continuidad en X , ejemplos de descontinuidades, valor real, reglas para calcular límites. Derivada de una función de X_o en una cierta vecindad, reglas para las primeras derivadas de $y=x^n$, $y=u\pm v$; $y=uv$; $y=\frac{u}{v}$; y u (x)

Tercer año: (17 - 18 años) 5 horas por semana.

Cálculo diferencial e integral, fórmula de Taylor, series, estudio sistemático de correspondencia lineal, formas cuadráticas (reducción a la forma cónica). Aplicación al estudio de las cónicas, derivadas de un vector y aplicación.

Sección Literaria Primer curso (15 - 16 años) 4 horas semanales.

Conjuntos. Sub-Conjuntos, relaciones reflexivas, simétricas, transitivas, (equivalencia orden) Correspondencia, operaciones, producto de conjuntos. Asociatividad y conmutatividad, composición de correspondencia. Grupos, elemento idéntico, Inversos, definición de grupos, grupo abellano. Vectores. Definición de vectores en el plano. Equivalencia, adición, grupo aditivo, multiplicación por un escalar, teorema de Tales. - Geometría analítica afín. Bases y componentes. Ecuaciones de una recta.

Segundo Curso

Dedicado a la Geometría. Producto escalar, producto vectorial, geometría analítica de 2 & 3 dimensiones, trigonometría.

Tercer Curso

Consta de un estudio más profundo del concepto del número y de estructura algebráicas, elementos del cálculo diferencial y

Sección Pedagógica. (profesores de primaria)

En general es parecido el programa de esta sección a la anterior, con la diferencia de poner más énfasis en las operaciones fundamentales y menos en cálculo diferencial, geometría analítica.

PROGRAMA DE ESTUDIOS EN ESPAÑA

PRIMER CURSO - (Alumnos de 10 - 11 años). Conjuntos definición de Conjuntos. Elemento de un conjunto, Relación de pertenencia; notación. Diagramas de Venn. Relación de Inclusión. Identidad de conjuntos. Conjuntos disjuntos: adición, Intersección de Conjuntos. Correspondencia biunívocas. Relación de Igualdad.

2. ADICION Y SUSTRACCION DE NUMEROS NATURALES.

Número cardinal de un conjunto. Adición de números naturales. Empleo del paréntesis. Propiedad asociativa. Propiedad conmutativa. Representación gráfica y oral del número cardinal de un conjunto; sistemas de numeración. Sistema decimal; El sistema métrico decimal; magnitudes lineales. Adición y sustracción en el sistema decimal.

3. CONSTRUCCION, ANALISIS Y CLASIFICACION DE LAS FIGURAS GEOMETRICAS PLANAS FUNDAMENTALES.

Plano. Recta. Semiplano. Punto. Construcción de una recta. Semirrecta. Segmento. Segmentos concatenados y consecutivos. Línea Poligonal. Región angular. Angulo. Angulos consecutivos. Angulos adyacentes y opuestos por el vértice. Triángulo. Triángulos consecutivos. Cuadriláteros. Polígonos. Polígonos cóncavos y convexos. Círculo y circunferencia. Arco de circunferencia.

4. MULTIPLICACION Y DIVISION DE NUMEROS NATURALES.

Multiplicación; propiedades. División exacta. Práctica de la multiplicación. División entera. Potenciación de exponente natural de números naturales. Números decimales; operaciones.

5. TRANSFORMACIONES EN EL PLANO.

Simetría. Producto de simetría. Movimientos en el plano. Relación de Igualdad en el plano. Angulo recto; perpenticularidad. Construcción de la escuadra. Triángulos rectángulos. Mediatriz de un ángulo y bisectriz de un ángulo. Triángulo isósceles. Alturas de un triángulo. Medianas. Mediatrices y bisectrices. Triángulo equilátero. Paralelogramos. Rectas paralelas. Rectángulo, cuadrado y rombo.

Clasificaciones de los cuadrilateros. Simetrías en la circunferencia, centro, radio y diámetro. Construcciones del compás. Construcción del Polígono regulares. Construcciones con regla y compás. Igualdad de triángulos.

La idea del plano se introduce mediante una hoja de papel colocada sobre la mesa a la que se pueden añadir tantas hojas como se desee para poder dibujar las figuras que se quieran. Una recta es un doblez en el papel. La intersección de dos rectas es un punto. El alumno colorea las dos regiones aunque un doblez divide a la cuartilla y se obtiene el concepto de semiplano y de borde de un semiplano. Mediante intersección de semiplanos se obtiene la región angular y el triángulo. Mediante triángulos consecutivos se construyen polígonos. El alumno recorta discos de papel y obtiene modelos de círculos, cuyos bordes son circunferencias. Las transformaciones del plano se obtienen mediante la operación de calcado, para lo que el alumno usa papel transparente. Dos figuras son iguales cuando se pueden obtener una de otra mediante el proceso de calcar.

Disponiendo de la relación de igualdad enel plano se obtienen experimentalmente las principales relaciones entre las figuras planas en las que intervienen la relación de Igualdad. Colocando convenientemente dos triángulos Iguales en posición de ser consecutivos se obtiene un paralelogramo y, a partir del paralelogramo se introduce la idea de paralelismo. De este modo aparece de forma natural el proceso de trazado de rectas paralelas y el uso de la escuadra, que puede construir el propio alumno con cartulina. Creemos que a esta edad del alumno deben excluirse las definiciones no constructivas, por esta razón se antepone la construcción de los paralelogramos a la definición de paralelismo. El estudio de la geometría de este curso termina con los criterios de igualdad de triángulos.

SEGUNDO CURSO - (Alumnos de 11 - 12 años). 1. Conjuntos y relaciones. Relación de inclusión. Unión o reunión de conjuntos. Intersección de conjuntos. Producto de conjuntos. Relaciones. Relación de equivalencia. Partición de un conjunto. Correspondencia.

2. MAGNITUDES GEOMETRICAS.

Segmentos. Participación en el conjunto de los segmentos producida por la relación de igualdad en el plano, segmentos generales. Adición de segmentos generales. Sustracción de segmentos generales. Desigualdad de segmentos generales. Multiplicación de segmentos generales por números naturales. Angulos generales. Adición de ángulos generales. Sustracción de ángulos generales. Desigualdad. Multiplicación de ángulos generales por números naturales. Polígonos. Equivalencia de polígonos. Participación del conjunto de polígonos respecto de la relación de equivalencia; polígonos generales. Adición de polígonos generales. Sustracción y multiplicación por números naturales.

3. EL NUMERO ENTERO.

Definición. Adición de números enteros. Uso del paréntesis. Propiedades de la adición.

4. ISOMORFISMOS ENTRE LOS SEMIGRUPOS DE LA GEOMETRIA ELEMENTAL.

Isomorfismo entre arcos y ángulos. Angulos inscritos en una circunferencia. Isomorfismo entre el semigrupo de los polígonos generales y el semigrupo de los segmentos generales.

5. MULTIPLICACION Y DIVISION DE NUMEROS ENTEROS.

Definición. Propiedades. División exacta.

6. RELACIONES DE DESIGUALDAD EN LA GEOMETRIA ELEMENTAL.

Suma de los ángulos de un triángulo. Angulo exterior. Relación de desigualdad entre lados y ángulos de un triángulo.

7. POTENCIACION DE NUMEROS ENTEROS. DIVISIBILIDAD.

8. INICIACION A LA GEOMETRIA DEL ESPACIO.

El ortoedro. Paralelopípedos. Incidencia en el espacio. Intersección en el espacio. Paralelismo de rectas. Paralelismo de recta y plano. Paralelismo de planos. Perpendicularidad de recta y plano. Teorema de las tres perpendiculares. Angulo diedro.

Así como el primer curso se puede considerar sobre la relación de equivalencia, el segundo está organizado sobre la relación de orden. El concepto de magnitud es fundamental en toda la ciencia y coincide, en su sentido griego, con un tipo particular de semigrupo. La importancia del concepto requiere desarrollarlo con cuidado en el caso de las magnitudes más sencillas que son las geométricas, pues de modo análogo se puede proceder para las restantes magnitudes escalares. Se puede decir que la parte geométrica del curso se dedica fundamentalmente a la construcción de estas magnitudes. Por ser los semigrupos correspondientes, semigrupos con diferencia, se puede definir mediante ésta una relación de orden en cada una de las magnitudes. Mediante esta relación de orden se puede obtener los teoremas fundamentales de desigualdad en el plano. La parte de aritmética se dedica al número entero y a conseguir la oportuna automatización de su manejo por parte del alumno. Las relaciones de incidencia, intersección, paralelismo y perpendicularidad en el espacio se introducen observando rectas y planos en un paralelopípedo construído por cada alumno, a ser posible de material plástico (por ejemplo arcilla).

TERCER CURSO. (Alumnos de 12-13 años). 1. Conjuntos. Inclusión de conjuntos, implicación entre proposiciones, implicación de sucesos estocásticos. Unión de conjuntos de proporciones y de sucesos estocásticos. Intersección de conjuntos, de proposiciones y de sucesos estocásticos. Producto de conjuntos. Relación de orden; segmento; figura convexa. Funciones uniformes. Aplicaciones. Tablas estadísticas. Funciones enteras de variable entera. Diferencias. La función lineal.

2. PROPORCIONALIDAD DE SEGMENTOS. SEMEJANZA DE POLIGONOS.

3. EL NUMERO RACIONAL

La fracción como operador. Igualdad de fracciones. El número racional. Operaciones con números racionales. Propiedades.

4. MEDIDA DE SEGMENTOS.

El concepto de razón de dos segmentos. Operaciones con razones de segmentos. Medida de un segmento. Medida aproximada de un segmento mediante números racionales.

5. ECUACIONES LINEALES:

Ecuación lineal. Sistema de ecuaciones lineales. Aplicaciones a la aritmética comercial.

6. AREA DE POLIGONOS.

Area del triángulo. Area de un polígono.

7. EL TETRAEDRO Y LOS ANGULOS POLIEDRICOS.

El tetraedro. Angulos triédricos. Relación entre caras y ángulos de un ángulo triédrico. Angulos poliédricos. Pirámides. Volúmen del tetraedro y de las pirámides.

CUARTO CURSO. (Alumnos de 13 - 14) I. Conjuntos. Las algebras de Boole de las partes de un conjunto, de las proposiciones y de los sucesos estocásticos. Frecuencia de un suceso estocástico. El teorema de las probabilidades totales. Esperanza matemática.

2. EL PLANO DE LOS VECTORES LIBRES.

Vector o segmento orientado. Relación de equivalencia. Vector libre. Adición de vectores libres.

El grupo de los vectores libres del plano. Multiplicación de un vector. Libre por una razón. Idem por un número racional. Propiedades. Dependencia e independencia lineal. Bases del plano vectorial Coordenadas de un vector libre.

3. EL ANILLO DE POLINOMIOS DE UNA VARIABLE SOBRE EL CAMPO DE LOS NUMEROS RACIONALES

Definición de Q (x). Divisibilidad en Q (x). - Raíz o cero de un polinomio. Factorización lineal de un polinomio. Funciones polinómicas. Las parábolas. Las parábolas de 2o. y 3o. orden.

4. COORDENADAS CARTESIANAS DE UN PUNTO EN EL PLANO.

Ecuación de la recta. Problemas lineales con rectas.

5. ECUACIONES

Ecuaciones equivalentes. Resolución de una ecuación. Métodos gráficos. Abacos. Ecuación de 2° grado. Relación entre la raíz y los coeficientes. Trinomio de 2o. grado.

4. PRODUCTO ESCALAR DE VECTORES LIBRES

Propiedades. Módulo de un vector. Angulo de los vectores. Ortogonolidad de vectores. Teorema de Pitágoras. Razones trigonométricas. Fórmulas fundamentales de trigonometría.

7. POTENCIACION DE EXPONENTES ENTERO Y RACIONALES

Propiedades. Cálculo de radicales.

8. IDEA DE VOLUMEN: Volumen de los prismas. Cuerpos redondos. Volumen de los cuerpos redondos. Areas de la superficies de cuerpos redondos.

La idea generatriz del tercer curso es la de medida de una magnitud. Esta idea se desarrolló para los segmentos rectilíneos y, mediante el isomorfismo obtenido en el curso anterior entre segmentos y polígonos, queda automáticamente extendida a los polígonos y se obtiene el concepto de área de un polígono así como las fórmulas fundamentales. En todos los textos que conozco que se trata la proporcionalidad de segmentos y la semejanza de triángulos se comete una grave petición de principio, que evidentemente no figura en los Elementos de Euclides, que consiste en utilizar la medida de segmentos para establecer la proporcionalidad, cuando es aquella necesaria para obtener la medida de los segmentos, pues no debe olvidarse que al nivel del alumno que no conoce el cuerpo de los números reales no se puede partir de postular la existencia, de una biyección entre los puntos de una recta y los números reales. Por otra parte, introducir los números reales mediante un sistema de axiomas sin justificación alguna lo creemos totalmente improcedente en este nivel de la enseñanza. El cuerpo de los números reales es suficientemente complicado para que sea preciso dar unas razones muy claras de su necesidad, y creemos que la razón más convincente para los alumnos es hacerles ver que se puede aplicar el proceso de medida de segmentos mediante razones a todas las magnitudes escolares, pero que de esta forma se obtiene un cuerpo (o semicuerpo) para medir cada magnitud, con lo que no se pueden relacionar las medidas de magnitudes distintas. Pero como obtener dichas relaciones es un problema fundamental de toda ciencia, se necesita un cuerpo universal que contenga a todos los cuerpos de medida de todas las magnitudes escolares y; este cuerpo universal es el de los números reales. El número racional es un operador en el conjunto de los números enteros y como tal debe introducirse en todos los grados de enseñanza. Primaria (en el caso de enseñanza primaria se opera únicamente sobre los números naturales) Por otra parte, la introducción del número racional como operador, es totalmente paralelo el proceso de construir el semicuerpo de las razones de segmentos por lo que al efectuar las dos construcciones en el mismo curso se puede llevar al ánimo del alumno la analogía de ambas situaciones una en la aritmética y la otra en la geometría, así como el paralelismo de las soluciones. Las fórmulas del área de un triángulo. Rectángulo, trapecio, etc., no se introducen hasta el momento presente (alumno de 13 años). Esta colocación de las fórmulas más importantes de toda la geometría según la ordenación intelectual en mi patria me he proporcionado innumerables advertencias. Evidentemente que el paso de la tradición es grande, pero no es una razón científica ni didáctica. Naturalmente creo debería quedar excluída la idea de área de la escuela primaria antes de los 12 - 13 años. Como es de suponer, he oido ya todas las objeciones posibles a esta forma de proceder, lo que no es de extrañar, ya que todos los textos de geometría de la escuela y buena parte del bachillerato se apoyan en la, por lo visto, importante y atractiva actividad para el alumno, de calcular áreas de campos de trigo triángulares, trapezoidales, o de figuras todavía más complicadas según la imaginación del autor del libro. No conozco libros de geometría para la escuela primaria en los que se haga otra cosa ante un triángulo que calcular su área o perímetro. Es evidente que proponer otra forma de proceder tiene que tener muchas protestas. Creemos que no deben calcularse -- áreas hasta que se pueda plantear con un poco de cuidado el problema de la medida de magnitudes. Nos apoyamos en las siguientes razones: 1°) El concepto de área es subordinado al más general de medida de magnitudes. 2°) El concepto de medida de magnitudes es un concepto muy complicado, por lo que, aún con todas las precauciones no se puede introducir antes de los 12-13 años. 3°) El cálculo del área de campos triangulares o pentagonales no ofrece ningún atractivo al alumno. 4°) De todos los alumnos de la escuela muy pocos llegarán a ser agrimensores o tendrán profesiones en las que tengan que desde luego, ninguna de ellas tendrá que hacer por necesidades de la vida tales cálculos de los 13 años. 5°) El sistema métrico decimal se aprende mal, por la costumbre de presentarlo todo él de una vez por lo que se proporciona aburrimiento y confusión al alumno. Creemos que se podrían ir presentando sucesivamente las unidades lineales y a continuación los cuadros y los cúbicos. No hay inconveniente en introducir y manejar estas medidas cuadradas y cúbicas a los 8 y 9 años respectivamente, pero obsérvese que esta cuestión de adiestrar al alumno a manejar las relaciones entre las diversas unidades de área es totalmente distinta al problema de utilizar el concepto de áreas, por lo que no hay inconveniente en que el alumno automatice las relaciones entre diversas unidades de área sin necesidad de que calcule áreas de triángulos, con lo que no hace sino aplicar una fórmula cuyo significado no entiende. Las ecuaciones lineales se estudian rápidamente y sin dificultades una vez obtenidas las propiedades de cuerpo del conjunto de los números racionales. Los proble mas clásicos de aritmética comercial que se estudiaban antes de tiempo, pueden traerse como aplicaciones de las ecuaciones lineales.

El repaso de la idea de conjunto de cursos anteriores puede enriquecerse con una su cinta introducción de operaciones con proposiciones y de sucesos estocásticos. Caso de elegir una sola de las cuestiones me inclinaría por la última. Se desarrolla un poco más el concepto de relación de orden, llegando a definir las figuras convexas en un conjunto ordenado. Al insistir sobre el concepto de aplicación se puede aprovechar la ocasión para dar idea de las tablas estadísticas y para que el alumno construya varias de ellas mediante muestras que le proporcione el profesor. Manejar las funciones enteras de variable entera es ejercicio útil y lo mismo creemos respecto de las funciones lineales y su representación gráfica.

En el cuarto curso pueden introducirse las álgebras de Boole de las partes de un conjunto, de las proposiciones y de los sucesos estocásticos, o una sola de ellas, según la extensión horaria del curso. Como en el curso anterior se ha practicado ya el problema de medida de magnitudes se pueden aplicar ahora aquellas ideas para introducir el concepto de probabilidad. Dibujando el alumno sobre el papel se puede introducir la relación equivalente entre segmentos orientados del plano y construir el conjunto cociente. Con los vectores libres se define gráficamente la adición así como la multiplicación por razones, obteniendo las ocho propiedades del espacio vectorial mediante actividad del alumno dibujando en su papel. Todas las construcciones que el alumno realiza le proporcionan una idea precisa del plano afin y una cierta destreza como delineante. El producto escolar y sus tres propiedades condensen todas las propiedades métricas del plano. Pueden hacerse explícitos el terreno de Pitágoras y el coseno de una suma de ángulos. No creemos indispensable introducir otras razones trigonométricas distintas del coseno. Creemos que con el coseno es suficiente para estudiar todas las propiedades métricas, incluída la trigonometría, a este nivel, pero si se desea pueden introducirse el seno y la tangente. El estudio de los polinomios presenta la única dificultad de su adecuada definición a este nivel lo mismo ocurre con el estudio de las ecuaciones especialmente de 2°. grado. En tercer curso se observa que el producto del área de una cara de un tetraedro por la altura correspondiente es constante, lo que permite definir una aplicación del conjunto del tetraedro en el de las razones, que se pueda ver tiene propiedades análogas a una medida (definida única para tetraedros) que se puede llamar columen. El coeficiente 1/3 no se justifica en el tercer curso. En cuarto curso se extiende la idea de columen a cualquier poliedro mediante su descomposición en tetraedros. Se debe hacer notar al alumno la necesidad de probar que el volumen no depende de la descomposición del poliedro en tetraedro, pero no debe demostrarse tal proposición.

Como se ha dicho al principio, el trabajo inicial de la Comisión fue en el bachillerato superior (15 - 17 años) redactándose unos puntos para los cursos 5° y 6° del bachillerato, sin embargo se vió que no se podría proseguir con estos cursos sin elaborar antes los del bachilletato elemental, por lo que aquel trabajo quedó prácticamente sin terminarse de desarrollar. La elaboración que procede del bachillerato elemental permite una nueva estructuración del superior. Las líneas generales de los apuntes redactados eran los siguientes:

QUINTO CURSO.

Conjuntos. El número natural. El número entero. El número racional. El plano vectoral. El plano afín. Concepto de número real, operaciones. Funciones reales. Las funciones potencial, exponencial, logaritmica y circulares.

SEXTO CURSO.

Conjuntos. Probabilidades. Límites de funciones de variable real. Continuidad. Derivados. Diferenciales. Crecimiento y decrecimiento de funciones. Máximas, mínimas. Producto escolar de vectores. Propiedades métricas del plano. Trigonometría. Las cónicas. Integral definida. Teoría de la integración. Aplicaciones.

PROGRAMA DE ESTUDIOS EN ESTADOS UNIDOS

A continuación se indican las correspondientes a los programas UMMaP, SMSG, Ball State, UICSM y Colegio de Boston:

PROYECTO DE MATEMATICAS DE LA UNIVERSIDAD DE MARYLAND

MATEMATICAS PARA EL PRIMER CICLO SECUNDARIO

Primer libro

1. Sistema de Numeración
2. Símbolos
3. Propiedades de los Números Naturales
4. Factorización y Números Primos

5. Los Números uno y Cero
6. Sistemas Matemáticos
7. El sistema de los Números Naturales de la Aritmética Ordinaria
8. Puntos, Rectas, Curvas y Planas
9. Lógica y Proposiciones Numérias
10. El sistema de los Números enteros y la Adición
11. Figuras Planas I
12. Notación Científica para los Números de la Aritmética
13. Figuras Planas II.

Segundo Libro.

1. Azar.
2. El sistema de los Números Racionales
3. Lógica y Proposiciones Numéricas
4. Ecuaciones
5. Un Sistema de Frases Numéricas
6. Factorización y Productos en el Sistema de las Frases Numéricas.
7. Frases Numéricas Fraccionarias
8. El Sistema de los Números Reales
9. Gráficos en un Plano.
10. Demostraciones y Ecuaciones en el Sistema de los Números Reales
11. Figuras Planas III.
12. Medidas, Estimaciones y Aproximaciones
13. Promedios.

GRUPO DE ESTUDIO DE LA MATEMATICA ESCOLAR (SMSG)

Matemáticas para el Primer ciclo Secundario.

Volumen I: Grado 7°

1. Que son las Matemáticas?
2. Numeración
3. Números enteros
4. Geometría de Posición
5. Factorización y Números Primos
6. El Sistema de los Números Racionales
7. Mediciones
8. Areas, Volúmenes, Pesos y Tiempo
9. Razones, Porcentajes y Decimales
10. Paralelas, Paralelogramos, Triángulos y Prismas rectos
11. Circunferencias y Círculos
12. Sistemas Matemáticos
13. Estadísticas y Gráficas
14. El funcionamiento de las Matemáticas en la Ciencia.

Volumen II; Grado 8°

1. Números Racionales y Coordenados
2. Ecuaciones
3. Notación Científica, Decimales y el Sistema Métrico
4. Construcciones, Triángulos Congruentes, y la Propiedad Pitagórica
5. Error Relativo
6. Números Reales
7. Permutaciones y Combinaciones

8. Probabilidad
9. Triángulos Semejantes y Variación
10. Geometría de Posición
11. Volumenes y Areas Superficiales
12. La Esfera
13. Lo que nadie sabe sobre las Matemáticas.

PRIMER CURSO DE ALGEBRA: GRADO 9°

1. Conjuntos y la Recta Numérica
2. Numerables y Variables
3. Enunciados y Propiedades de las Operaciones
4. Enunciados Abiertos y Enunciados Linguisticos
5. Los Números Reales
6. Propiedades de la Suma
7. Propiedades de la Multiplicación
8. Propiedades de la Ordenación
9. La Resta y la División de Numeros Reales
10. Factores y Exponentes
11. Radicales
12. Polinomios y Expresiones Racionales
13. Conjuntos de Validez y Enunciados Abiertos
14. Gráficas de Enunciados Abiertos con Dos Variables.
15. Sistemas de Ecuaciones y de Inecuaciones
16. Polinomios Cuadráticos
17. Funciones

GEOMETRIA: GRADO 10°

1. Sentido Común y Conocimiento Organizado
2. Conjuntos, Números Reales y Rectas
3. Rectas, Planas y Separación
4. Angulos y Triángulos
5. Congruencias

6. La Demostración Vista más de cerca
7. Desigualdades Geométricas
8. Rectas y Planos Perpendiculares en el Espacio
9. Rectas paralelas en un Plano
10. Paralelas en el Espacio
11. Areas de las Regiones Poligonales
12. Semejanza
13. Círculos y Esferas
14. Caracterización de los Conjuntos; Construcciones
15. Areas de los Círculos y Sectores
16. Volúmenes de los Sólidos
17. Geometría Analítica Plana

MATEMATICAS INTERMEDIAS: GRADO 11°

1. Los Sistemas de Números
2. Una Introducción a la Geometría Analítica Plana
3. El Concepto de Función y la Función Lineal
4. Funciones Cuadráticas y Ecuaciones
5. El Sistema de los Números Complejos
6. Ecuaciones de Primero y Segundo Grado en Dos Variables
7. Sistemas de Ecuaciones en Dos Variables
8. Sistemas de Ecuaciones de Primer Grado en Tres Variables
9. Logaritmos y Exponentes
10. Introducción a la Trigonometría
11. El Sistema de Vectores
12. Forma Polar de los Números Complejos
13. Sucesiones y Series
14. Permutaciones, Combinaciones y Teorema del Binomio
15. Estructura Algebraica.

FUNCIONES ELEMENTALES: GRADO 12°

1. Funciones
2. Funciones Polinámicas
3. Tangentes a las Gráficas de Funciones Polinámicas
4. Funciones Exponencial y Logaritmica
5. Funciones Circulares

INTRODUCCION AL ALGEBRA DE LAS MATRICES: GRADO 12°

1. Operaciones sobre Matrices
2. El Algebra de las Matrices 2 x 2
3. Matrices y Sistemas Lineales
4. Representación de las Matrices Columna como Vectores Geométricos.

PROGRAMA EXPERIMENTAL DEL COLEGIO ESTATAL PARA MAESTROS BALL

Introducción a las Matemáticas

FASCICULO 1: SIMBOLOS Y NUMERALES

1. Símbolos
2. Historia de los Numerales
3. Valor de Posición y Bases
4. Base Diez.

FASCICULO 2: NUMEROS RACIONALES

5. Definiciones
6. Principios Básicos de la Adición y de la Multiplicación
7. Factores y números primos

8. Números Pares, Fracciones y Números Racionales
9. Sustracción y División
10. Desigualdades y la Recta Numérica
11. Aplicaciones

FASCICULO 3: NUMEROS REALES

12. Decimales
13. Números Irracionales
14. Números Reales
15. La Recta Real.

FASCICULO 4: ALGEBRA

16. Conjuntos y Variables
17. Dos Variables y Gráficos
18. Números Negativos
19. Desigualdades, Recta Numérica y Conjuntos Infinitos
20. Problemas

FASCICULO 5: GEOMETRIA

21. Principios Generales
22. Mediciones
23. Figuras en el Plano y en el Espacio
24. Perímetro, Area y Volúmen
25. Triángulos, Semejantes y Trigonometría

ALGEBRA:

1. Los Conjuntos y el Proceso de Contar
2. Símbolos de la Aritmética y del Algebra
3. Lógica

4. Adición y Multiplicación
5. Sustracción
6. Los Números Enteros
7. Algunas Aplicaciones de los Enteros
8. División
9. Los Números Racionales
10. Cálculos con los Números Racionales
11. Proposiciones, Relaciones, Gráficos y Funciones.
12. Polinomios
13. Ecuaciones en Varias Variables
14. Extensión del Sistema de los Números Racionales
15. Números Reales
16. Ecuaciones Cuadráticas
17. Triángulos Semejantes y Trigonometría

GEOMETRIA:

1. Introducción
2. Lógica
3. Rectas
4. Congruencia de Segmentos
5. Medición de Segmentos
6. Congruencia de Angulos y Triángulos
7. Uso de los Teoremas de Congruencia
8. Rectas Paralelas
9. Semejanza de Triángulos y Polígonos
10. Area
11. Círculos y Polígonos Regulares
12. Medición de Angulos y Arcos
13. Lugares Geométricos y Conjuntos
14. Geometría del Espacio
15. Geometría Analítica
16. Filosofía de las Matemáticas

COMITE DE LA UNIVERSIDAD DE ILLINOIS PARA LA MATEMATICA ESCOLAR.

FASCICULO TITULO DESCRIPTIVO

1. La Aritmética de los Números Reales
2. Generalizaciones y Manipulaciones Algebraicas
3. Ecuaciones e Inecuaciones
4. Pares Ordenados y Gráficos
5. Relaciones y Funciones
6. Geometría
7. Inducción Matemática
8. Sucesiones
9. Funciones Exponencial y Logarítmica
10. Funciones Circulares y Trigonometría
11. Funciones Polinámicas y Números Complejos

SERIE DE MATEMATICA DEL COLEGIO DE BOSTON

Conjuntos, Operaciones y Estructuras: Curso I

1. Desarrollo del proceso de contar
2. Concepto de Conjunto: Tratamiento Introductorio
3. Operaciones, Adición, Multiplicación, División y Sustracción con Números Naturales.
4. El concepto de Relación
5. El Concepto de Demostración
6. Operaciones Inversas
7. Sistemas Modulares
8. Variable: Concepto y Uso
9. Ecuaciones, Ecuaciones Lineales en Una Variable, Conjunto Solución
10. Tratamiento de los conjuntos como Estructura Matemática, Círculos de Interruptores

11. Introducción a las Mediciones y a la Geometría
12. Tablas: Números Primos, Redes y Factores.

MATEMATICAS EN ALEMANIA OCCIDENTAL.

La instrucción matemática en el "Gymnasium" de 18 a 19 años, está enfocando al desarrollo intuitivo y lógico del pensamiento.

Los primeros tres años de "Gymnasium", comprenden una temprana introducción de los números negativos y de variables, conjuntos, lenguaje gramatical de conjuntos, análisis, combinacional simple, uso de vectores, suma de vectores y correspondencia, (reflexiones, rotaciones, traslaciones) en Geometría; preparación del concepto de grupo, más énfasis en relaciones, especialmente las relaciones de orden para numeros e inocuaciones.

Los siguientes tres años: Extensivo tratamiento de funciones, su representación y uso, ecuaciones e inecuaciones desde un punto de vista lógico y semántico, investigación del grupo del plano, congruencias, correspondencias y sus subgrupos; especialmente grupos simétricos de figuras; producto de vectores por racionales (escolares) ejemplos de grupos, anillos, campos, especialmente modelos finitos.

Los últimos tres años (especializados), introducción a la moderna álgebra elemental como teoría de estructuras algebraicas, axiomatización del sistema números reales. Espacios vectoriales y producto escolar. Fundamentos del plano y geometría del espacio, por medio de algebra linear; introducción a la teoría de probabilidad y estadística, aspectos metodológicos en matemáticas.

DINAMARCA.

CURRICULUM MATEMATICO DEL CURSO DE MATEMATICAS EN LA SECUNDARIA

I. CONCEPTOS GENERALES DE TEORIA DE CONJUNTOS Y ALGEBRA.

Conjuntos, Sub-Conjuntos, Complementos, unión, intersección, relaciones de equivalencia, relaciones de orden, correspondencia de un conjunto en otro (el concepto de función), correspondencia buinívoca, correspondencia inversa (función inversa), Composición binaria: Grupo, anillo, campo.

2. NUMEROS.

Los números naturales, el axioma de inducción, primos, máximo común divisor, algoritmo de Euclides, el anillo de los enteros, clases de equivalencia, módulo entero, el campo de los racionales, su denominador fracciones decimales infinitas, valor absoluto, el campo de los números complejos.

3. COMBINATORIAS

Combinaciones y permutaciones, fórmula del binomio, el concepto de distribución de una probabilidad finita, ejemplos de determinación de probabilidades por medio de combinatorias.

4. ECUACIONES E INECUACIONES

Ecuaciones e inecuaciones de primero y segundo grado con una incógnita, ecuaciones e inecuaciones de primer grado con dos incógnitas, ejemplos sencillos de otras ecuaciones, ecuaciones de segundo grado y ecuaciones binomial en el campo de los complejos.

5. GEOMETRIA PLANA

Sistema de coordenadas rectangulares, cambio de coordenadas, vectores y sus coordenadas, algebra vectorial incluyendo producto escalar, representación analītica de una linea; distancia y ángulo; representación analītica del cīrculo; area del triángulo y paralelogramo; definición y representación analītica de la parábola, elipse, hiperbola, correspondencia del plano en el mismo, desplazamiento paralelo, rotación, reflexión, producto y composición de estas correspondencias, afinidad ortagonal.

6. GEOMETRIA

Sistema de coordinadas rectangulares, vectores y sus coordinadas, algebra vectorial incluyendo producto escalar; representación paramétrica de una līnea, representación analītica del plano: distancia y ángulo; ecuación de la esfera, coordinadas esféricas, distancia esferica entre dos puntos (relación de coseno); polihedros, teorema de Euler, polihedros regulares, volumen del prisma, pirámide, cilindro circular y cono, esfera, superficie del cilindro circular y cono, esfera, área del triángulo esférico; congruencia y simetrīa.

7. FUNCIONES ELEMENTALES.

Función lineal de una variable y de dos variables;

polinomios de una variable, incluyendo su factorización, números máximos de raíces, determinación de raices racionales en polinomios con coeficientes enteros; funciones racionales con una variable; funciones logarítmicas, escalas logarítmicas, el uso de la regla de cálculo y tablas logarítmicas; funciones exponenciales, funciones potenciales, funciones trigonométricas, addition formulae, logorithmie formulae; aplicación de las funciones trigonométricas a oscilaciones y a computaciones de lados y ángulos desconocidos de un triángulo; la función linear de una variable compleja y su interpretación geométrica.

8. CALCULO

El concepto de límite; continuidad y diferenciación de una función real con una variable real; continuidad y diferenciación de una función vectorial de una variable real (vector tangente); reglas para diferenciación; fórmula de Taylor (aproximado polinomios), diferenciales; el integral definida como el límite de sumas; el integral definido; reglas para integración incluyendo integración por partes e integración por substitución.

9. APLICACION DEL CALCULO.

Determinación del rango de una función, intervalos de monotonocidad ejemplos simples de determinación de la propiedad asintótica de las funciones; dibujo de gráficos de funciones dadas y dibujo de curvas determinadas por una simple representación paramétrica, velocidad vectorial, aceleración vectorial, determinación de áreas y volúmenes por integración, ejemplos de aplicaciones del cálculo en la teoría de probabilidades; ejemplo del cálculo de problemas numéricos y problemas en física y otras materias; ejemplo de ecuaciones diferenciales (sencillas).

10. UNA MATERIA ESCOGIDA POR EL MAESTRO.

PROGRAMAS DE MATEMATICA ACTUALMENTE DESARROLLADOS EN LA ESCUELA SECUNDARIA BRASILEÑA.

Actualmente, cerca de 70% de los establecimientos secundarios brasileños, entre los cuales 40% iniciados en 1963, desarrollan el siguiente programa de Matemática:

Edad de 11 - 12 años:

Nociones sobre conjuntos o relaciones; Operaciones en el conjunto de los números enteros; Propiedades estructurales; Geometría intuitiva; fase manipuladora y problemas sobre mediciones de figuras.

Edad de 13 - 14 años:

Operaciones en el conjunto R: cálculo algebráico; Funciones; función linear, función cuadrática, Geometría: figuras geométricas planas, curvas cerradas simples, polígonos convexos circunferencia. (Nota) el tratamiento dado ahora es axiomático, pero en una fase de iniciación, al contrario del exceso de rigor que prevaleció durante muchos años en la escuela secundaria brasileña con resultados desastrosos); Transformaciones geométricas, simetría, rotación, semejanza y homotetia.

Edad de 15 - 17 años

Funciones: función exponencial, función logarítmica, funciones trigonométricas, Secuencias (progresiones), Análisis combinatorio. Matrices y determinantes. Sistemas de ecuaciones lineares. Operaciones en el conjunto C. Introducción al Cálculo infinitesimal. Polinomios y ecuaciones algebraicas. Estudio analítico de la recta, de la circunferencia y de las cónicas en general. Geometría en el espacio; tratamiento axiomático. Sin embargo, existen clases Experimentales en algunas Provincias que desarrollan programas más avanzados bajo control de profesores ligados a grupos de Estudios. Existen clases de este tipo en Salvador, Belo-Horizonte, Niteral, Guanabara, San Pablo, Curitiba, y porto Alegre. Como ejemplo, citaremos lo que esta siendo hecho, hace más de cuatro años, en la Capital de San Pablo, por algunos establecimientos de la red pública, como por ejemplo el Colega Estadual Vocacional y algunos establecimientos particulares, como por ejemplo el Colegio Santa Cruz, bajo control de profesores del GEEM.

Edad de 11 - 12 años:

Relación de orden, relación de equivalencia, partición; Operaciones como relaciones; operación inversa en el conjunto de los números enteros; propiedades estructurales (estructuras de grupo). Números Racionales, operaciones; propiedades estructurales; Conjunto Universo; determinación del Conjunto-Verdad de sentencias numéricas, ecuaciones del 1°. grado. Medidas; asociación de números a figuras geométricas. Función afin y = ax B (a=0); construcciones geométricas. Sistemas de ecuaciones simultáneas del 1°. grado duas variables; uso de los conectivos y, o.

Edad de 13 - 14 años:

Números reales; operaciones, propiedades estructurales (estructura del grupo) Conjunto de los polinómios; operaciones, propiedades estructurales (estructura del anillo. Función cuadrática ($y=ax^2 + bx + c$, $a=0$), ecuaciones del 2°. grado; Naciones de lógica; Cálculo proporcional; prepara a axiomatización; congruencia de figuras geométricas. Transformaciones geométricas planas: a) que conservan a congruencia (traslación, rotación, simetría); b) que conservan a proporción (semejanza, homotesia).

Edad de 15 - 17 años:

Funciones; secuencias; función exponencial; función logarítmica, funciones trigonométricas. inducción; problemas de contajen, probabilidades. Matrices, operaciones, propiedades estructurales. Sistemas de ecuaciones lineares. Polinomios (secuencia casi-nula). Introducción al cálculo; ecuaciones algebráicas. Geometría en el Espacio (tratamiento axiomático).

RECOMENDACIONES DE LA SEGUNDA CONFERENCIA INTERAMERICANA SOBRE EDUCACION MATEMATICA CELEBRADA EN LIMA DEL 4 AL 12 DE DICIEMBRE DEL AÑO PROXIMO PASADO.

La conferencia después de amplia meditación y análisis de las condiciones de los Programas de Matemáticas para la escuela de Educación media en América Latina recomienda:

Que en los Programas de Matemáticas para la escuela Media se VAYAN INTRODUCIENDO de manera sucesiva y de ACUERDO CON LAS POSIBILIDADES DE CADA PAIS los temas del siguiente programa ideal:

Edad 12 - 15 años:

Noción de conjunto. Operaciones con conjuntos. Relaciones (función, Equivalencia, Orden, Composición). El anillo de los números enteros. Potencias. Divisibilidad. Operaciones binaria. Ilustración del concepto de grupo. Solución de la ecuación $a \cdot x = b$. Aplicaciones a la geometría y a los sistemas de números. Introducción progresiva y descriptiva de las axiomas de la geometría. Incidencia, paralelismo, ordenación. Proyección paralela, traslación. Introducción progresiva y descriptiva del campo de los números reales y de los racionales. La ecuación lineal y la cuadrática. El espacio vectorial de plano. Coordenadas. Ecuación de la recta. Desigualdades. Semiplano, algunas aplicaciones (programación lineal). Algunas formas de representar una función (tabulación, gráfica, expresiones analíticas. . .) Operaciones con funciones numéricas. Geometría métrica del plano. Producto escalar. Teorema de Pitágoras. Geometría analítica en bases ortagonales (recta, circunferencia. . .) Solución de sistemas de ecuaciones lineales.

Edad 15 - 18 años:

Estudio de los números reales. Espacio Euclideano. Bases ortogonales. Desigualdad de Cauchy-Schwarz. Transformaciones lineales del plano. Matrices de orden. El grupo de transformaciones ortogonales. Semejanza. Números complejos. Trigonometría. Análisis combinatorio. Nociones de probabilidad. Algoritmo de Euclides. Teorema de la factorización unica. Polinomios. Teorema del residuo. Introducción progresiva y descriptiva de algunos conceptos topológicos. Los espacios topológicos usados en análisis elemental. Funciones contínuas. Límites. Sucesiones. Derivaciones de funciones de una variable real. Integración (preferentemente como límite de sumas). Funciones elementales especiales. (exponenciales, logarítmicas, circulares...)Determinantes. Geometría del espacio usando el espacio vectorial euclideano de 3 dimensiones. Geometría analítica en R^3. Probabilidades y estadística elemental. Cabe hacer la observación que el programa se refiere a la escuela media llamada en general bachillerato, destinado a preparar a los futuros alumnos universitarios en cualquier especialidad. Para escuelas especiales (comerciales, industriales, magisterio, etc.) algunos temas correspondientes a la edad de 15 - 18 años pueden modificarse o suprimirse. No así, en cambio, los temas correspondientes a la edad 12 - 15 años, que se estiman comunes a todo estudiante secundario.

También vale la pena hacer la observación de que los temas del programa ideal perseguido y descrito anteriormente no están ordenados como debieran aparecer en los programas oficiales de cada país. Queda pues la libertad en cada región de ordenarles para acomodarlos en los programas según las condiciones particulares de cada región.

Para desarrollar el programa propuesto debe contarse con un programa de la escuela primaria que de al estudiante una preparación sólida en el manejo de operaciones aritméticas y un conocimiento intuitivo de las figuras geométricas. Los conceptos geométricos no excluyen el uso de la calculatoria elemental aprendida en la escuela primaria, la cual debe ejercitarse continuamente para que no sea olvidado por el alumno.

MATEMATICAS EN INGENIERIA

En el primer semestre se estudiaba un curso de ALGEBRA que implicaba una colección de tópicos escogidos por su utilidad en cursos avanzados, pero desconectados y desordenados y sin una estructura lógica que llena de belleza a las matemáticas, nuevas y viejas; trigonometría, geometría analítica, un semestre de cálculo diferencial y otro de cálculo integral. El libro más usado era Granville que para los primeros años de este siglo era un excelente libro, organizado y con una buena colección de - problemas. Pero para los standards de hoy, sus pruebas carecen de rigor y por supuesto no tiene una idea moderna de lo que es la matemática. Si pensamos en la finalidad de: el ALGEBRA: para darle al estudiante manuabilidad de material aprendido en secundaria, TRIGONOMETRIA: para la asistencia de su utilidad de los Ingenieros, GEOMETRIA ANALITICA: por ser esencial para el cálculo (supuestamente).

Con el cálculo principiaban las matemáticas genuinas, que serían la base para la estructura de matemáticas avanzadas, sin embargo la atención estaba fija en la solución de problemas rutinarios y no, en general, en las ideas de como resolver nuevas clases de problemas.

Esta situación tuvo que cambiar. El primer cambio fue principiar el estudio de las matemáticas con un tema de lógica, enseñando al estudiante a razonar por medio de expresiones que por si solas no complicaban nada relacionado al tema de estudio y cuya función era solamente relacionarlas entre sí. Con esto se pretendía que el estudiante pensara de una manera lógica.

Los estudiantes no vieron otra cosa más que un conjunto de frases sin sentido, pero todos sabemos que el pen samiento lógico es indispensable para matemáticas y las ciencias. Naturalmente algunos estudiantes no pudieron anticiparse a los usos que se le daría después y se revelaron, más aun muchos profesionales afirmaron que era una pérdida de tiempo. Este fenómeno presenta también en otros lugares como en Estados Unidos pero la experiencia a corto plazo nos dice que este nuevo enfoque de la matemática será aquí en Guatemala también aceptada.

En el presente si se le enseña al estudiante muchos ejemplos de pruebas rigurosas y si nosotros tratamos con cuidado y atención la falsedad o veracidad de la prueba, él aprenderá a pensar de una manera aceptable. Esto es, logicamente.

"La lógica formal", que fundamentalmente es el análisis de pensamientos-patrones que consideramos correctos, puede ser (su enseñanza) pospuesta para después.

Si mencionamos lo anterior no es con el son de crítica sino porque nosotros debemos aprender de nuestros errores. Cuando tratamos de introducir algo nuevo en la enseñanza y encontramos resistencia, debemos o darnos por vencidos o continuar insistiendo en todo aquello que nosotros creemos.

LOS PROGRAMAS DE MATEMATICAS EN LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERIA.

Hace poco, en la ciudad de México con motivo de la IX Convención de la Unión Panamericana de Asociaciones de Ingeniería, el profesor Ralph A. Morgan del Instituto Stevens de Tecnología, habló sobre problemas generales de la enseñanza de la ingeniería y consideró el asunto desde dos ángulos, el primero referente a los países "desarrollados" y el segundo referente a los países "en vías de desarrollo". Me parece, ya que supongo que el profesor Morgan no tiene una segunda intención y entiendo esta diferenciación desde el punto de vista del desarrollo de la tecnología y de la economía principalmente, que esta división es esencial ya que los países "desarrollados lo son, aún cuando fuese en poca proporción, debido a que han resuelto en forma más efectiva el tipo de problemas que aquí nos ocupan y que la situación es más aguda y crítica, por ello más necesitada de atención, en los países "en vías de desarrollo", en particular los latinoamericanos. Esto justifica que nos concretemos en nuestro análisis a considerar la cosa desde el segundo ángulo antes mencionado.

Por una multitud de razones, en general bien conocidas, la solución que a uno se le podría ocurrir primero, esto es, copiar lo que se hace en los países más avanzados y aplicarlo más o menos directamente en cada caso particular, es totalmente imperante. Esto no quiere decir que no pueden sacarse provecho de la experiencia de otro, sino que debemos, en primer lugar, analizar con cuidado las situaciones que nos son propias para poder determinar que parte de esa experiencia nos puede ser útil y cual puede ser substituída por soluciones especialmente adecuadas en cada caso.

Es tiempo ya de que entremos en materia. Una cosa cierta e indiscutible, la matemática juega un papel básico en la ingeniería, y por lo tanto se requieren programas de enseñanza de aquellos para los que estudian esta profesión. Pero como se hacen los programas? Una manera que no toma demasiado trabajo consiste en preguntar a los ingenieros acerca de las matemáticas que necesitan, tomar un promedio de los datos obtenidos y listo. Según parece, la gran mayoría de programas actualmente en uso vieron la luz en esta forma pedestre. Que pasa con estos programas? Pues sucede con ellos, lo que con la mayoría de los "promedios", no se ajustan a nadie. Para muchos, y en el caso nuestro para la gran mayoría, resultan demasiado amplios, para los demás son insuficientes. Claro está, pueden pensar algunos, la situación se arregla posteriormente ya que los primeros olvidan lo que se les enseñó (bajo el optimista supuesto de que alguna vez lo aprendieron) por el simple expediente de no utilizarlo; a los otros, a medida que los necesiten, se les proporcionan los conocimientos necesarios. Desde un punto de vista ingenieril moderno semejante proceso es totalmente inaceptable. Pero no solo hay esto, se olvida también tomar en cuenta el potencial humano disponible para llevar a cabo las tareas en enseñanza, se olvidan las relaciones de la enseñanza con las demás disciplinas que forman parte del curriculum de la ingeniería y se pierden casi por completo los diferentes aspectos especiales que debieran matizar la enseñanza a ingenieros en contraposición con la enseñanza para otros grupos. Finalmente, se hace caso omiso de la preparación previa real que tienen los alumnos al ingresar a la facultad de ingeniería.

Es claro, por estas y otras razones, que el curriculum matemático de las facultades latinoamericanas de ingeniería y en especial el de la facultad de ingeniería de Guatemala debe ser cambiado tomando en cuenta dos objetivos principales: Incorporar la nueva tendencia y avances, y obtener un mejor rendimiento del equipo humano, tanto profesores como alumnos. Debemos tener en cuenta que la realización efectiva de estos cambios no es cuestión de un nuevo hecho académico aislado sino que representa sin lugar a dudas una más de las muchas aportaciones que nos corresponde llevar a cabo para que el resto de países "en vías de desarrollo" tenga visas de ser adecuado, es decir, que el día de mañana se convierten en países desarrollados

En general priva la idea que es la matemática quien forja a un ingeniero, esto pudiera ser cierto para algún tipo muy especial de ingenieros, pero aún así tengo mis dudas, ya que, si bien es cierto que la matemática es un instrumento indispensable, también es verdad que la metodología de la matemática no se aplica en ingeniería es solo una parte en la educación y formación de los ingenieros.

Por otro lado en la facultad de ingeniería se estudia con un programa fijo en 6 años el que se someten todos los estudiantes, independientemente del tipo de actividad profesional al que deseen, o tienen capacidad para dedicarse, esto es: a trabajos técnico rutinario, a trabajo técnico avanzado o a la enseñanza y la investigación. Como por otro lado no existen escuelas técnicas que pudiesen capacitar gente para el primer tipo de desempeño mencionado, nos encontramos con que casi todos aquellos interesados, de una u otra manera, en estudiar Ingeniería deben someterse a este tipo único de enseñanza.

A continuación presentamos algunos datos comparativos de un tiempo de curriculum matemático: el curriculum básico para ingenieros, que recomienda el Comittee on the Undergraduate Program in Mathematics (CUPM) se entre con unas 350 horas de clase. En las universidades soviéticas, por ejemplo, en la carrera de ingeniero civil, el programa de matemáticas absorbe unas 400 horas teóricas y de ejercicios. En México cualquier carrera de ingeniería incluyendo su programa unas 640 horas de clase de matemáticas amén de clases extras de ejercicios. En Guatemala tenemos 620 horas matemática, naturalmente los egresados de otros países europeos y EE. UU. manejan el cálculo diferencial e integral así como teoría de matrices y cálculo vectorial previo al inicio de estudios universitarios.

Por otro lado, nos encontramos el hecho innegable que estos cursos de matemáticas con un obstáculo desmesurado para los estudiantes. Esto se comprueba si en lugar a dudas observamos la deserción que producen, por ejemplo en Guatemala un 60% aproximadamente de los estudiantes que ingresan a la facultad de ingeniería abandonando sus estudios en los dos primeros años debido a que no logran pasar satisfactoriamente los cursos citados. Lo peor del caso es que en ese tiempo los estudiantes no han recibido ninguna educación técnica y abandonan la universidad en condiciones no mejores de las que tenían al ingresar y además con un definido sentimiento de frustración. La injusticia e inoperancia de esta situación se hace aún más patente cuando muchos de los estudiantes que logran seguir adelante en sus estudios se encuentran después con que todos los cursos posteriores de la carrera dan la forma completamente -- heurística y en la mayoría de los años, como simples introducciones al manejo de manuales que jamás echan mano de casi nada de la enseñanza matemática recibida previamente y, por lo tanto, al terminar su carrera han olvidado por completo esa enseñanza. Tan es así, que con aquellos estudiantes que siguen después estudios de graduados se tiene que empezar por reenseñarles la matemática que se supone aprendieron en el curso de la carrera.

Pero lo peor de todo es que las cosas siguen una marcha adelante. Se dice hoy en día que el ingeniero necesita cada vez un mayor número de conocimientos de las matemáticas, esto es verdad para cierto tipo de ingenieros, pero está provocando un aumento en el material matemático que se pretenda dar a todos los ingenieros con el consecuente empeoramiento del estado de cosas que hemos discutido.

En condiciones óptimas, el mantenimiento de esta situación nos puede llevar a producir un reducido número de ingenieros altamente calificados, los cuales son desde luego absolutamente indispensables, pero que se encontrarán con un medio social en el cual no pueden desarrollar las tareas para las cuales fueron entrenados. Esto conduce a una de dos cosas: o bien el ingeniero tiene, por fuerza, que dedicarse a tareas cuyo desempeño requiere solo una preparación muy por debajo de lo que recibió; o bien emigra a lugares donde puede desarrollar su capacidad profesional en forma más completa.

Desde luego, no creo que las consideraciones señaladas hasta aquí sean las únicas que intervienen para dedicar los programas de matemáticas de la carrera de ingeniería pero si estoy plenamente convencido de que estas condiciones son generalmente olvidadas y por ello las he recalcado con cierto detalle.

Sería ideal promover una reestructuración de la facultad de ingeniería que la haga lo suficientemente flexible como para producir personas en los tres niveles de actividad ingenieril mencionados antes. Al mismo tiempo y esto debe ser labor de comisiones conjuntas de ingenieros y matemáticos, debe analizarse las necesidades matemáticas en esos distintos niveles. Este análisis debe hacerse con estricto apoyo a las necesidades reales y evitar que intervenga en él una mera intención de dar erudición.

Aún cuando no pretendo conocer con precisión las necesidades matemáticas de las diversas carreras de ingeniería, si quisiera concretar un poco más señalando más o menos una posible estructuración del curriculum matemático de acuerdo con los niveles señalados antes, los cuales denotaremos primero, segundo, tercero en orden ascendente.

Para el primer nivel parece ser prácticamente suficiente con tener un conocimiento, más manipulativo que conceptual, de álgebra, cálculo y geometría.

Con esto quiero decir que, si bien cualquier curso de matemáticas para ingenieros al nivel que sea, debe presentar sus aspectos principales de "motivación", "intuición" y "aplicación", no deben utilizarse el "rigor" para seleccionar ingenieros a este nivel. Me parece absurdo por ejemplo, descartar a la gente por que no pueden demostrar el teorema del valor medio del cálculo diferencial. El "rigor" debe utilizarse con cuentagotas y sólo en ocasiones en que sea patentemente necesaria y no con cuestiones que son bastante aparentes.

Por otro lado, los aspectos de "motivación", "intuición" y "aplicación son los que deben ocupar parte preferente en estos cursos y evitar a toda costa, que los alumnos obtengan solo definiciones matemáticas vacías (para ellos al menos) cosa que sucede con más frecuencia de lo que uno creería.

A estos cursos básicos se podrían añadir otros como: estadística y posibilidad (elementales), nociones de programación y análisis numérico, métodos gráficos.

Por ejemplo, el curso de ALGEBRA puede ser un buen lugar para enseñar programación elemental y, si se dispone de una simple calculadora de mesa, se pueden disertar problemas numéricos, a resolver entre los alumnos, cosa la que en general responden con bastante interés y entusiasmo.

La situación en el segundo nivel es bastante más compleja y seguramente dependerá mucho de cual sea la carrera particular de ingeniería de que se trata. Lo que podemos hacer es señalar algunas materias que indiquen el nivel de conocimiento matemático que es deseable alcanzar, repitiendo que también en estos cursos debe hacerse énfasis en la etapa de "motivación", "intuición" y "aplicación". El curriculum de este nivel puede incluir, entre otras materias como: Cálculo avanzado, ecuaciones diferenciales, análisis numérico, ecuaciones en diferencias, variable compleja, geometría diferencial, etc. según las necesidades particulares de cada carrera.

Finalmente, en lo referente al tercer nivel, es prácticamente imposible señalar una frontera pero es seguro que allí tendrán cabida temas como: teoría de integración (Lebesque), cursos avanzados de ecuaciones diferenciales y ecuaciones integrales y otros temas especiales de análisis fundamental, etc.

Quiero recalcar, que a lo largo de todo este curriculum debe tenerse cuidado con el grado de sofisticación con que se imparten y evitar caer en programas de interés teórico y mucho interés práctico y esto me lleva a señalar que es imperativo contar, para todos los niveles, con profesores perfectamente capacitados en matemáticas (minimo del nivel de maestría) que son los únicos que pueden dosificar concretamente la matemática. De lo anterior inferimos que la escuela de matemática debe ser creada para poder dar la cantidad necesaria de profesores.

Otra característica de los cursos de matemáticas para ingenieros que creo debe cambiarse es su concentración. La tendencia usual es embutir a los alumnos con el máximo posible en uno o dos años y después no volver a tocar el tema. Esto tiene dos desventajas, por un lado el peligro de indigestión y por tanto el producir una laguna peligrosa entre los estudios iniciales y los de graduados. Sin embargo, es claro que el estudio de una posible distribución es asunto delicado que debe estudiarse detenidamente.

MATEMATICAS EN CARRERAS HUMANISTAS, SOCIALES Y CIENTIFICAS

Las ideas de HENRY POINCARE sobre el nuevo concepto de probabilidad inician una nueva era en la estructura del pensamiento científico modificado con la "Relatividad de Einstein" y la "Teoría de los quanta de Max Plank", no solo los fundamentos filosóficos de la mecánica newtoniana y Electrodinámica de Maxwell, sino también el formalismo matemático utilizado en la descripción de microsistemas.

El Algebra matricial ocupa un lugar predominante, puesto que es através de la representación matricial del operador de Hamilton como se obtiene los "Eigen Valores" de la energía del sistema. Se define ya en forma vigorosa, el concepto de "Medible y Observable" mediante las relaciones de conmutación con el operador de Hamilton y los principios de determinismo y causalidad se someten a nuevas críticas, es así, como ya en 1,951 se tiene un esqueleto formal de la estructura matemática, de la física nuclear, de partículas elementales, molécular, bioquímica, biofísica y de la química en general. Es la presentación contínua de sistemas de ecuaciones diferenciales simultáneas de segundo orden, lo que motiva la introducción de las nuevas estructuras Algebráicas y el estudio de invariantes.

Lo anteriormente expuesto, implica una profunda reestructuración de los programas de matemática para las carreras científicas, pues un biólogo ya no podrá entender por ejemplo, la termodinámica de la célula sin un concepto preciso de las formas diferenciales para lo cual es naturalmente insuficiente el único estudio del cálculo diferencial e integral como usualmente se hace, un Químico no podrá siquiera comprender la estructura cristalina de los metales y los procesos de transporte en la misma si no tiene un sólido conocimiento de la teoría de las series Fourier y de los propagadores o funciones de Green; un físico no podrá intentar siquiera un estudio primario en la teoría de relatividad, si no domina la teoría de grupos y sus representaciones que además constituyen hoy en día la forma de presentación habitual de los textos de mecánica cuántica; y un matemático no puede desconocer los principios estructurales de su ciencia, pues de lo contrario si bien llegara a ser un matemático de cartón, nunca lo será de espíritu.

Usualmente se ha creído que las personas dedicadas a los quehaceres humanísticos y sociales deberían tener los suficientes conocimientos matemáticos que les permitieran calcular el área de un rectángulo y los intereses de un capital, sin embargo, el nuevo concepto en la enseñanza y aplicación de la matemática nos han demostrado que las ciencias sociales y humanísticas requieren de un gran Vagaje matemático, así lo reflejan los trabajos en que se descifran lenguas correspondientes a culturas ya extintas como la minóica, en los cuales se estudian las frecuencias en que aparecen ciertos grupos de símbolos para establecer luego las correlaciones que llevarán a la interpretación deseada, un abogado ya no necesita especular sobre el complejo estructural de los grupos humanos puesto que la sicología se ha matematizado y dispone ya de Herramientas que permiten predecir "Con una cierta probabilidad" el futuro de estos grupos sociales.

Lo anteriormente expuesto implica el cambio completo en la enseñanza de la matemática para las carreras liberales puesto que esta de acuerdo con el pensar del siglo XX, deberán matematizarse para poder marcar un ritmo de progreso semejante al de la ciencia pura ya que esta ha progresado tal como lo anticipara a principio de nuestro siglo Claude Ville para la Biología, gracias a su grado de matematización. "Matematizarse quiere decir alejarse de lo humano y aproximarse a lo divino".

CONCLUSIONES

Toda mejora que se pretenda hacer depende de la estrecha cooperación entre los profesores Universitarios, los maestros de secundaria y las autoridades Administrativas.

Es innegable la necesidad de reestructuración de la enseñanza de la matemática en secundaria, pero debe hacerse con toda precaución para evitar un fracaso o un mal entendido, que sería totalmente contraproducente.

Es importante y necesaria la superación de todo profesor universitario y maestros de secundaria de matemáticas o materias vinculadas a ella, pues son los Catedráticos estancados los que más se oponen a las reformas de programas de matemática. Es claro que los actuales programas de matemáticas para la Universidad son provisionales hasta que los alumnos hayan cursado los nuevos programas de matemática en secundaria.

Debemos reconocer que el factor económico en la reestructuración de los programas, de donde los resultados estarán afectados de un coeficiente de bajo rendimiento por esa causa.

No debe preocuparnos el hecho de que ideas que nos son familiares tengan una extraña apariencia debida al nuevo simbolismo, pues este nuevo simbolismo es más manejable y se usa para presentar tanto ideas antiguas como modernas en una forma mucho más exacta y completa.

No debemos deslumbrarnos ante todo lo nuevo, debemos estar concientes de que parte de los programas tradicionales debe seguirse enseñando, evaluando los conceptos desde el punto de vista de su valor pedagógico, y de utilidad.

Es necesario creer una Escuela de Matemáticas, capaz de superarse y de llenar las demandas de enseñanza en toda la Universidad, al mismo tiempo guiar al profesorado de secundaria.

Roberto Montano Midence

Físico Eduardo Suger
Asesor

Ingeniero Jacinto Quan
Jefe de Departamento
de Matemáticas

Matemático e Ing. Civil Bernardo Morales
Asesor

IMPRIMASE:

Ingeniero Amando Vides T.
Decano

BIBLIOGRAFIA

1. Publicación original del consejo nacional de maestros de matemáticas de los EE. UU. La Revolución en Matemáticas Escolares. Edit. Unión Panamericana, Washington D. C. 1967.

2. BABINI JOSE
Historia de las Ideas Modernas en Matemáticas
Edit. Unión Panamericana, Washington, D. C. 1967.

3. COLECCION CIENTIFICA DE LIFE
Matemáticas.

4. STRUIK DIRKS
A Concise History of Mathematics
Edit. Dover, Segunda Edición, New York. 1948

5. El Material para la Enseñanza de la Matemática
Aguilar

6. LE LIOUNAIS FRANCOIS
Las Grandes corrientes del Pensamiento Matemático
Eudeba, Buenos Aires 1962.

7. MARTHA MARIA DE SOUZO DANTAS
Apostilas de Matemáticas
- Ceciba 1966.

8. THE NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS
Insights into Modern Mathematics

9. COLERUS EGMONT
De Pitagoras a Hilbert
Zsolnay Verlag, Berlin 1948

10. HOWARD FEHR
Mathematics Education in the Americas
Columbia Univ. 1966.

11. FONAM COJON
History of Mathematics
Edit. Rev. Mac Millan Nueva York, EE. UU. 1919.

12. SOGER, PINOT, MORALES.
Apuntes de Matemáticas
Centro de producción de matemáticas. Universidad de San Carlos de Guatemala.
Primera Edición, Septiembre 1967

13. MARGOTH B. DE CARDONA, FERMIN B. GARCIA Z. ENRIQUE LOPEZ ARRIAZA, CARLOS GORDILLO BARRIOS, RICARDO PALACIOS H.
Uno Matemáticas
Taller de impresiones offset
Ministerio de Educación, 1968