Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería

Escuela de Postgrado
Maestría en Gestión Industrial

COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS DE EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRE Y ESTUDIOS DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD PARA LA EVALUACIÓN DE LAS MEDICIONES

Cristián Rodrigo Mosquera Saravia
Asesorado por la MSc. Inga. Katy Elizabeth López Calvillo

Guatemala, marzo de 2007

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS DE EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRE Y ESTUDIOS DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD PARA LA EVALUACIÓN DE LAS MEDICIONES

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO AL COMITÉ DE LA MAESTRIA DE GESTION INDUSTRIAL

POR

Cristián Rodrigo Mosquera Saravia
Asesorado por la MSc. Inga. Katy Elizabeth López Calvillo

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

MAESTRO EN CIENCIAS EN GESTIÓN INDUSTRIAL

GUATEMALA, MARZO DE 2007

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA

NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	Inga. Glenda Patricia García Soria
VOCAL II	Inga. Alba Maritza Guerrero de López
VOCAL III	Ing. Miguel Ángel Dávila Calderón
VOCAL IV	Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz
VOCAL V	Br. Elisa Yazminda Vides Leiva
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivonne Véliz Vargas

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Carlos Humberto Pérez Rodríguez
EXAMINADOR	Ing. César Augusto Akú Castillo.
EXAMINADOR	Ing. José Rolando Chávez Salazar
EXAMINADOR	Ing. Mario Francisco Rousselin Sandoval
EXAMINADOR	Ing. José Luis Duque Franco
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivonne Véliz Vargas

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS DE EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRE Y ESTUDIOS DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD PARA LA EVALUACIÓN DE LAS MEDICIONES,

tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de postgrado de la facultada de ingeniería, el 15 de noviembre de 2005.

Cristián Rodrigo Mosquera Saravia

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento sincero a mi famila: mis hijos, mi esposa, mi madre, mi padre (QEPD) y a mis hermanos, quienes además de ser siempre mi apoyo en cualquier proyecto personal, son simplemente, la alegría de mi vida. También agradezco a la comunidad de nuestra universidad, compañeros y maestros, por el crecimiento intelectual generado a través de las discusiones formales en las aulas, y también en las amenas charlas de amigos.

También quiero agradecer a Tapametal de Guatemala, S.A., empresa en la que he trabajado durante más de 13 años, ya que, la mayor parte de este trabajo se originó de mi práctica laboral en la empresa. La confianza y la libertad de acción de las que siempre he gozado en la empresa, han sido una de las bases de mi desarrollo personal.

Y sobre todo, agradezco y dedico este trabajo, a mi querido país, Guatemala y a su gente, posible lugar de lo imposible, esperanza en constante amanecer.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

TABLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
U, u(x)	Incertidumbre de la medición.
μ, $\bar{X}$	Media, promedio.
α, β	Variable aleatoria relacionada con la variación del analista y del operador.
σ,s(q)	Desviación normal, estándar, típica.
σ^2	Varianza.
ε	Error aleatorio.
$\alpha\beta$	El efecto combinado de una específica parte medida por un analista específico.
d_2	Rango promedio, $\int [1-(1-\Phi(n))^n-(\Phi(n))^n]dx$.
$\bar{R}$	Rango promedio.
$\bar{y}_{ij}$	Promedio de parte realizada por un analista en específico.
Δ_i	Rango de los promedios de partes realizadas por un analista específico.
$\bar{\Delta}_i$	Rango promedio de los promedios de partes realizadas por un analista específico.
R	Rango (máximo-mínimo).
Xdiff	Rango de los promedios generales por cada analista.
r	Número de analistas.
n	Número de repeticiones.
Rp	Rango de los promedios de cada parte .
R&R	Repetibilidad y Reproducibilidad.
VT	Variación Total.
A_2, A_1	Factores de los gráficos de control (CEP).
a	Límite de una distribución rectangular.
K,k	Factor de cobertura, análisis de incertidumbre.
v	Grados de libertad.

LISTA DE ABREVIATURAS

Abreviatura	Significado
VE	Variación del Equipo, repetibilidad.
MSE	Cuadrados Medios del Error (*Mean Square Error*).
MSA, MSB	Cuadrados Medios de los Factores (A o B).
MSAB	Cuadrados Medios de la Interacción entre Factores.
CEP	Control Estadístico de Proceso.
ISO	Organización Internacional para la Normalización.
BIPM	Oficina Internacional de Pesos y Medidas.
CIPM	Conferencia Internacional de Pesos y Medidas.
GUM	Guía para la expresión de incertidumbres, documento editado por la ISO.
OIML	Organización Internacional para la Metrología Legal
A2LA	Asociación Americana para la Acreditación de Laboratorios
TUR	Relación de la Incertidumbre a la Medición (*Test Uncertainty Ratio*).
TAR	Relación de la Exactitud a la Medición (*Test Accuracy Ratio*).
VA	Variación del analista, reproducibilidad.

GLOSARIO

Calibración	Operación para establecer la relación entre la cantidades suministradas por un patrón de medición y el correspondiente resultado
Cantidad	Propiedad de un fenómeno cuerpo o substancia a la que se le puede asignar un valor.
Factor de cobertura	Número por el cual se multiplica la incertidumbre estándar para obtener la incertidumbre expandida
Evaluación de incertidumbre tipo A	Método de evaluación de la incertidumbre por medio de un análisis estadístico de valores obtenidos por medio de mediciones realizadas bajo condiciones de repetibilidad.
Evaluación de incertidumbre tipo B	Método de evaluación de la incertidumbre por otros medios distintos al análisis estadístico de valores obtenidos por medio de mediciones realizadas bajo condiciones de repetibilidad.
Exactitud (de una medición)	Grado de concordancia entre el resultado de una medición y un valor verdadero del mensurando.

Incertidumbre combinada	Incertidumbre del resultado de una medición obtenida de la suma de varios valores de cantidades, se calcula como la raíz cuadrada de la suma de las varianzas o covarianzas de estas cantidades medidas de acuerdo a como los resultados de una medición varían al cambiar dichas cantidades.
Incertidumbre de la medición	Parámetro que caracteriza la dispersión de los valores que con fundamento a la información disponible pueden ser atribuídos al mensurando.
Incertidumbre estándar	Incertidumbre de una medición expresada como desviación estándar (desviación normal).
Intervalo de cobertura	Intervalo de valores que se pueden atribuir con una supuesta alta probabilidad a la cantidad estimada con un probabilidad de cobertura específica
Medición	Proceso experimental para obtener información acerca de la magnitud de una cantidad.
Mensurando	Magnitud particular sometida a medición.
Método de medición	Descripción genérica de una secuencia lógica de operaciones realizadas en una medición.
Metrología	Campo del conocimiento relacionado a las mediciones.

Repetibilidad	Parámetro relacionado a la variación de una medición realizada bajo las siguientes condiciones: el mismo procedimiento de medición, las mismas condiciones ambientales, la misma localidad, mediciones realizadas en un corto período de tiempo, realizada por la misma persona.
Reproducibilidad	Parámetro relacionado a la variación de una medición realizada bajo las siguientes condiciones: diferentes localidades, realizadas por diferentes personas.
Resolución (de un sistema de medición)	La menor diferencia entre los indicadores de un sistema de medición que puede ser distinguido.

RESUMEN

Para la valoración de la calidad de una medición, existen en la actualidad dos métodos principalmente utilizados. El primero, llamado estudio de repetibilidad y reproducibilidad, intenta determinar la variación de una medición debido al equipo (repetibilidad) y la variación debida al cambio de personas que realizan la medición (reproducibilidad). El segundo método, el análisis de incertidumbre pretende determinar el rango dentro del cual cierta variación se debería de encontrar.

Ambos métodos, pretenden determinar un indicador de la calidad de las mediciones. El objetivo de este trabajo es comparar los métodos y proponer una guía de análisis compuesta de la unión de ambos métodos, seleccionando lo mejor de cada uno de éstos. Para realizar la comparación se realizaron varias series de mediciones normalizadas de longitud y de peso, y se analizaron los datos obtenidos de acuerdo con ambos métodos.

El trabajo incluye el desarrollo teórico y práctico de ambos métodos, paso previo obligado, debido a la poca divulgación de estos temas en el medio; el desarrollo en mención también cubre un objetivo del trabajo, ayudar a divulgar estos métodos.

OBJETIVOS

- **General**

Determinar la relación entre los resultados de los métodos de “Evaluación de incertidumbre” y “Estudios de repetibilidad y reproducibilidad “y analizar sus resultados.

- **Específicos**

1. Describir la metodología de los “Estudios de Repetibilidad y Reproducibilidad“ (R&R).
2. Describir la metodología del “método de la evaluación de la incertidumbre en las mediciones”.
3. Interpretación de resultados de los estudios de R&R.
4. Interpretación de los resultados de la evaluación de la incertidumbre en las mediciones.
5. Determinar la relación entre ambos resultados.
6. Proponer guías para el análisis de los resultados.

INTRODUCCIÓN

Desde el inicio de la actividad económica y el intercambio de bienes y servicios, la humanidad generó la necesidad de definir parámetros de intercambio que fueran lo más generales posibles. Uno de los parámetros básicos de intercambio, fue la cantidad, es decir una propiedad del bien o servicio a intercambiar que se podía “medir”, o “comparar” contra un patrón establecido, para clasificarlo en término del número de veces que contiene dicho patrón. Desde entonces, se generaron ciertas unidades de medición, relacionadas en la antigüedad, con el cuerpo humano, como los “pies”, los “palmos”, etc. Con el desarrollo del intercambio entre la sociedad, se modificaron, perfeccionaron y se ampliaron los conceptos de mediciones. Ya no sólo era necesario tener un parámetro o patrón de comparación, sino que también la misma actividad de medición, debería de ser lo menos variable posible, para asegurar la equidad en el intercambio.

La expansión del comercio mundial, empujó a que se tratara de normalizar las actividades relacionadas con los sistemas de medición. Francia fue el primer país con la inquietud de definir un sistema general de medidas, en 1795, logró institucionalizar el sistema métrico decimal en todo el país.

El 20 de mayo de 1875 se realizó la convención internacional sobre el tratado del metro, primera iniciativa a nivel mundial para implementar un sistema internacional de mediciones. El resultado más importante de esta convención fue la creación del “Bureau International des Poids et Mesures”, la oficina internacional de pesos y medidas, que se encargaría de desarrollar el sistema internacional de medidas.

Una vez se avanzó en la definición de los patrones internacionales, como el metro y el kilogramo, le tocó el turno a proceso de medición; de este esfuerzo nació la metrología, la ciencia de las mediciones. El desarrollo de esta ciencia generó que se dividiera en tres grandes campos, dependiendo del área de acción, de ahí que ahora se habla de Metrología Legal y se define como: “la totalidad de los procedimientos legislativos, administrativos y técnicos establecidos por, o por referencia a, autoridades públicas y puestas en vigor por su cuenta con la finalidad de especificar y asegurar, de forma regulatoria o contractual, la calidad y credibilidad apropiadas de las mediciones relacionadas con los controles oficiales, el comercio, la salud, la seguridad y el ambiente,” (Organización Internacional de Metrología legal , OIML ,1995). También se habla de metrología científica, cuando nos referimos al desarrollo de patrones primarios para las unidades base del sistema de medición; y de metrología industrial cuando nos referimos a las actividades de control, mantenimiento y calibración de equipos de medición.

Una de las características más importantes estudiadas en los procesos de la medición, es la necesidad que los resultados concuerden lo más cercano posible a la realidad y que, al repetir una medición, el resultado no varíe.

El esfuerzo por lograr que se cumplan las dos propiedades arriba mencionadas, ha dado como resultado una serie de conceptos que intenta clasificar las características y los componentes relacionados más de importantes una medición. De ahí surgen términos muy importantes como “precisión”, “error”, “exactitud”, etc., todos relacionados.

Vamos a tratar de definir algunos de estos conceptos para referenciar y ubicar el estudio. Según el vocabulario Internacional de Metrología de la ISO la exactitud de medición es: “Grado de concordancia entre el resultado de una medición y el valor verdadero (o real) de lo medido (el mensurando).” (ISO, 1993) de ahí que decimos que el resultado de una medición es exacta en la medida que se acerca a el valor real. Definamos entonces el error de una medición como la diferencia entre el valor real, y resultado de la medición.

Con estas dos simples definiciones podríamos preguntarnos ¿Por qué entonces, no evaluar la calidad de las mediciones simplemente con el error de una medición? Para contestar esta pregunta tendríamos que decir que en muchos casos, se puede determinar fácilmente el error de una medición, estos casos se dan, cuando de antemano se conoce el valor real o un valor “convencionalmente verdadero” (hablando estrictamente, nunca se puede definir el valor real de una medición), este caso podría ser la aceleración gravitacional, o la medición de un patrón de mucha mayor exactitud que el instrumento de medición.

Pero ¿Qué sucede en los casos en los cuales no se puede determinar el valor “convencionalmente verdadero” ? Por ejemplo, el % de ácido úrico en la sangre de un paciente, el peso de una hogaza de pan que sale del horno, la cantidad de agua que precipitó en un día. En estos casos, que son la mayoría en el mundo real, se prefiere hablar de incertidumbre, que es en resumen, un rango dentro del cual estarían todas las mediciones realizadas a una misma característica sin variar las condiciones, es decir, si hablamos de una medición de 3 metros con una incertidumbre de $\pm$ 5 milímetros, decimos que, debido a los inexactitudes del proceso del medición la característica en realidad puede medir de 2.995 a 3.005 m. Nótese que no es un error, porque entre el rango de 2.995-3.005 la característica tendrá cualquier valor, es decir, el error podría ir desde 0 hasta $\pm$ 5 mm.

En otro enfoque podríamos preguntarnos, si un equipo, o hablando con propiedad un sistema de medición (cuando se realiza una medición, no sólo el equipo es el único o más importante factor, el método de medición también es determinante , así como también el operador que realiza la medición, a todos estos factores: equipo, método y operador, le llamaremos sistema de medición) es apropiado o no para evaluar si cierta característica cumple con lo requerido o lo especificado, ¿Será suficiente una regla graduada para determinar si un circuito electrónico es construido de acuerdo a los planos?, y si no es así, ¿Qué sistema de medición sería el adecuado?

En los dos párrafos anteriores, se definió muy generalmente los dos métodos estudiados en este trabajo. Si se analiza con detenimiento, los dos buscan el mismo objetivo, determinar un parámetro para evaluar la idoneidad o calidad de las mediciones, en el presente trabajo, se expondrán a profundidad ambos métodos. Para efectuar las comparaciones entre métodos, se realizaron varias series de mediciones con métodos normalizados, equipos calibrados y personal capacitado, descritos en el apéndice 1 y 2. Los datos obtenidos de estas mediciones son los que se utilizaron para presentar la operatoria de cada método y sus comparaciones.

Es importante hacer notar que, ambos métodos intentan determinar un hecho sobre datos probabilísticos y no conocidos, por lo que no se puede pretender que sean métodos exactos, sería una paradoja tratar de determinar con exactitud la incertidumbre de una medición, porque en este momento dejaría de ser incertidumbre, en algún momento podríamos llegar a la medición exacta. Estamos tratando de predecir un resultado sobre una realidad que por su infinidad de factores determinantes, hace que cualquier método matemático o estadístico, no pase ser de un intento simplista, o ingenuo de recrear la naturaleza en construcciones lógicas humanas. Esta idea es fundamental para analizar los datos de ambos métodos, porque nunca existirá concordancia absoluta, cercana si; entonces, la búsqueda de resultados iguales deja de ser un atributo para calificar la bondad o idoneidad del método, serán otras las características para calificarlos. Termino aquí, citando unas palabras de uno de los mas grandes pensadores de nuestro país, Luis Cardoza y Aragón, que describen el lado poético, si es que existe, de este tema: “en vez de cosechar precisiones cosecho incertezas, lo que me incita a persistir oyendo voces en el bosque asturiano, procurando recordarlas, sobre todo cuando son más laberínticas”. (Luis Cardoza y Aragón, Miguel Angel Asturias, Casi Novela)

1. ANTECEDENTES

Como ya se comentó en la introducción, la necesidad de un sistema mundial de mediciones fue reconocida hace 300 años. Durante el siglo XVII existieron en Francia, intentos por proponer un sistema normalizado de medición; como por ejemplo, las propuestas de Gabriel Mouton y de Jean Picard, pero ninguna de estas propuestas pudieron fraguar, ya que se necesitaba un gran apoyo político.

No fue hasta que en plena época de la Revolución Francesa, la asamblea general de Francia, solicitó a la Academia Francesa de la Ciencia, que desarrollara un patrón para todas las medidas y todos los pesos. Después estudiar la solicitud, la academia propuso que para las medidas de longitud, el patrón sería una porción de la circunferencia terrestre, y de ahí resultarían las unidades de área y volumen. Esta propuesta también contenía la división por 10, para calcular menores escalas y la multiplicación por 10 para definir escalas mayores; la comisión designada utilizó el vocablo griego "*metron*" que significa una medición, para nombrar al "metro" como la unidad de medida, esta es la razón por la cual se le llamó también sistema métrico-decimal.

Originalmente, el metro se definió como una diezmillonésima parte de la distancia del polo norte al ecuador a lo largo del meridiano de la tierra cerca de Dunkirk Francia y Barcelona en España; el patrón de unidad de masa fue llamada gramo, y se definió como la masa de un centímetro cúbico de agua a la temperatura donde se obtenga la mayor densidad. El decímetro cúbico fue escogido con la unidad de capacidad, llamándola litro.

Este sistema tan revolucionario, de origen y de concepción, fue recibido con mucho escepticismo, Francia lo implementó usando todos los medios disponibles incluyendo la promulgación de una ley del 4 de Julio de 1837, donde se oficializaba el uso del sistema métrico decimal como el sistema de medición en Francia. Paulatinamente las demás naciones lo fueron adoptando, por su facilidad y estructuración, así por ejemplo, fue adoptado como sistema legal de medición en 1849 en España, en 1816 en Holanda, en 1860 todas las naciones de Latinoamérica y en 1871 Canadá. Como anécdota podemos mencionar que Estados Unidos en 1866 legalizó el uso de pesos y medidas en el sistema métrico decimal en sus contratos, negocios y procedimientos judiciales.

Debido a la desarrollo que tomó este sistema a nivel mundial, en 1870, se convoca a la conferencia internacional del metro, derivando de ésta en 1875 la firma del "tratado internacional del sistema métrico", firmado por 17 países. Este tratado se conoce en la historia como la convención o tratado del metro.

En dicha conferencia se acuerda fundar el CIPM, Comité Internacional de Pesos y Medidas, formado por un miembro de cada uno de los países firmantes de la conferencia del metro. También se funda el Buró Internacional de Pesos y Medidas (*“ Bureau International des Poids et Mesures”*) BIPM , supervisado directamente por el CIPM , su objetivo principal es de “ proveer las bases de un sistema de medición simple y coherente mundialmente difundido y rastreable al sistema internacional de medición”, también tienen como responsabilidad, mantener los patrones del metro y del kilogramo, construir copias de estos patrones, mantenimiento de los nuevos patrones, la comparación de los estándares nacionales contra los patrones del metro y del kilogramo, y el perfeccionamiento del los métodos para promover la metrología. Para acompañar el desarrollo de la tecnología y la industria, el alcance del BIPM fue ampliado en 1937 en lo relativo a los patrones de medición eléctrica, fotométrica, de ionización y radiación en 1960; a los patrones de tiempo en 1988 y al área química en el 2000.

En 1960, la 11va Conferencia Internacional de Pesos y Medidas (CIPM, *CGPM*) decidió renombrar al sistema de medición, como el Sistema Internacional de Unidades (SI) .

Adicionalmente al BIPM, en 1955, se establece la OIML, la Organización Internacional de Metrología Legal, con el objetivo de armonizar los procedimientos de metrología legal a nivel mundial, además de proveer a sus miembros, guías para la elaboración de requerimientos nacionales y regionales, relacionados a la fabricación y usos de equipos de medición para aplicaciones de la metrología legal.

Como una de las conclusiones de la Conferencia Internacional de Pesos y Medidas, en 1875 se fabricaron 32 barras compuestas por una aleación de 90% de platino y 10% de iridio de 1020 mm. de longitud, para que representaran el patrón del metro. De las 32 barras fabricadas, se escogió la barra No. 6 como patrón mundial.

En 1957 se propuso la siguiente redefinición del metro: “Un metro es igual a 1 650 763.73 veces la longitud de onda en el vacío de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles 2p10 y 5 d5 del átomo de criptón-86e” siendo aprobada en la 11 CIPM en Octubre de 1960.

La última definición del metro aprobada en 1983 por la 17 CIPM es: “La longitud de la trayectoria recorrida por la luz en el vacío durante un lapso de 1/299 792 458 segundos”

El desarrollo de la metrología y las nuevas necesidades debido al desarrollo de la ciencia y la tecnología, generaron, en la segunda mitad del siglo pasado, la necesidad de normalizar el término de incertidumbre, porque, a medida de que las mediciones se hicieron más “exactas”, los científicos y técnicos, necesitaban un parámetro para calcular o clasificar la “exactitud” de las mediciones.

Originalmente este término se desarrolló de acuerdo a las necesidades y particularidades de cada aplicación metrológica. Esto generó mucha ambigüedad y contradicción entre los usuarios finales. La preocupación fue a todo nivel, pero sobre todo en la metrología científica, así pues en 1977 el CIPM solicitó al BIPM coordinar con todos los organismos de metrología a nivel mundial, un esfuerzo para proponer una recomendación sobre este tema. Para realizar este trabajo, el BIPM, designó un grupo compuesto por 11 laboratorios nacionales de metrología; esto dio como resultado, que en 1980 se terminara de redactar la Recomendación INC-1 elaborada por el grupo de trabajo asignado. En general las conclusiones de este trabajo fueron las siguientes:

a) La incertidumbre en el resultado de una medición, generalmente está formada por muchos componentes, que se pueden agrupar en dos categorías, de acuerdo con el modo en que su valor es estimado:

- Incertidumbre tipo A, que es evaluada a través de métodos estadísticos
- Incertidumbre tipo B, que es evaluada por otros medios.

b) Se hace la acotación que no existe correspondencia entre la clasificación de las categorías “A” y “B” con la antigua clasificación de “sistemática” y “aleatoria”. El término “incertidumbre sistemática” puede genera confusiones y no debería de ser utilizado. Todos los reportes de incertidumbre deben de contener una completa lista de los componentes, especificando el método utilizado para calcular el valor numérico.

c) El componente de la categoría "A" se caracteriza por las varianzas estimadas y el número de grados de libertad cuando las covarianzas apropiadas sean proporcionadas.

d) Los componentes en la categoría B, deberán de ser caracterizados por las cantidades Ui^2 que puede ser considerado como una aproximación a las varianzas correspondientes. Las cantidades Ui^2 pueden ser tratadas como las varianzas y las cantidades Ui como la desviación normal. Cuando sea apropiado, las covarianzas deberán ser tratadas de la misma forma.

e) La incertidumbre combinada debe de caracterizarse por un valor numérico obtenido a través de la aplicación usual del método de combinación de varianzas. La incertidumbre combinada y sus componentes deberán de ser expresadas en forma de "desviaciones normales".

f) Si en una aplicación específica, es necesario multiplicar la incertidumbre combinada por un factor para llegar una incertidumbre general, el factor multiplicador deberá de estar siempre definido.

La recomendación fue aprobada por el CIPM generando la recomendación CI de 1981. Es prudente mencionar que esta recomendación, era más parecida a una carta de intención que una definición del concepto de incertidumbre. Posteriormente el CIPM compartió dichas recomendaciones con la Organización Internacional para la Normalización (ISO), con la solicitud de desarrollar una guía detallada de estas recomendaciones, ya que la ISO tendiendo experiencia en el campo comercial e industrial sería la entidad idónea para generar un documento comprensible a las personas con limitado conocimiento estadístico, cumpliendo con el objetivo de divulgación y entendimiento de estas recomendaciones. El grupo consultor de metrología de la ISO, el TAG 4, fue el responsable de generar esta guía, este a su vez, formó el grupo de trabajo No. 3 al cual se le asignó la tarea con los siguientes términos de referencia:

> Desarrollar una guía documentada basada en las recomendaciones del comité de trabajo del BIPM, para proveer reglas para la expresión de la incertidumbre de la medición para ser utilizada en los servicios de normalización, acreditación de laboratorios y servicios de metrología.

El propósito de la guía sería:

- Promover la información de cómo se determinan los términos de la incertidumbre de la medición.

- Proveer una base para la comparación internacional de los resultados de las mediciones.

Como resultado final la ISO publicó *“The guide to the expression of Uncertainty in Measurement”* conocido como la GUM, Y publicó el Vocabulario Internacional de Metrología VIM ajustado a la nueva corriente basada en el documento anterior. Dos de los documentos más mundialmente homologados en los países y conocidos. Es importante recalcar que la GUM, fue publicada en 1983 por la ISO, pero apoyada y en nombre de las siguientes instituciones:

BIPM	Buró Internacional de Pesos y Medidas.
IEC	Comité Electrotécnico Internacional.
IFCC	Federación Internacional de Química Clínica.
IUPAC	Unión Internacional de Química Pura y Aplicada.
IUPAP	Unión Internacional de Física Pura y Aplicada.
OIML	Organización Internacional de Metrología Legal.

El enfoque de la GUM de establecer “reglas generales para la evaluación y expresión de la incertidumbre en las mediciones que puedan ser seguidas a varios niveles de exactitud y en muchos campos, desde el taller hasta la investigación fundamental” permite la amplia utilización de esta guía, como por ejemplo en los siguientes casos:

- Control de calidad durante la producción.
- Cumplimiento de normas y regulaciones.
- En la investigación pura o en la aplicada, en las ciencias y en la ingeniería
- Calibración de patrones y equipos, y para la trazabilidad de estos mismos a patrones nacionales e internacionales.
- Desarrollo, mantenimiento y comparación de patrones nacionales e internacionales.

La ISO publicó la edición de la GUM en idioma francés, alemán y chino en 1995, luego en italiano y varios idiomas más, incluyendo el español. Esta guía ha sido reconocida y adoptada por las siguientes organizaciones internacionales de metrología y campos relacionados:

NORAMET : Colaboración norteamericana en patrones de medición.
NAVLAP: Programa nacional voluntario de acreditación de laboratorios (EUA).
A2LA : Asociación americana de acreditación de laboratorios (EUA).
EUROMET : Colaboración europea en patrones de medición.
EUROLAB : Unión de laboratorios europeos.
EA: Cooperación europea para la acreditación.
EU-CEN: Comité europeo de normalización, publicado con EN 13005.

Para mantener actualizada dicha guía, se creó el comité JCGM, (*Joint committee for guides in metrology* , comité conjunto para la guía en metrología) compuesto por miembros de las 7 instituciones internacionales , que apoyaron a la ISO en la publicación de la GUM y la ILAC, que es la colaboración internacional para la acreditación de laboratorios.

En lo relativo a los estudios de repetibilidad y reproducibilidad uno de los actores principales es el grupo de acción de la industria automotriz (AIAG, *automotive industry action group*) , fundado en 1982 por los gerentes de las tres grandes compañías automotrices en Estados Unidos , la Chrysler (ahora Daimler-Chrysler) la Ford, y General Motors,.

Fundada el 5 de mayo de 1982, como una institución no lucrativa, con el objetivo de comunicar y desarrollar prácticas comunes en la industria del automóvil, actualmente cuenta con 1,600 miembros incluyendo proveedores de todos los países. Está dividida en comités, equipos de trabajo, etc. que cubre diferentes puntos de interés como por ejemplo : Reportes regulatorios, Normalización ISO, Implementación de Materiales (Inventarios) , Requerimientos a proveedores, o la fuerza de tarea internacional, algunos comités importantes formados durante los 23 años son:

1981 El comité de código de barras, para desarrollar esta norma.

1982 Comité de Justo a Tiempo.

1985 Se forma el comité mejora continua de la calidad, y empieza a trabajar en una norma común para calificación de proveedores.

1987 Se forma el comité TAG (grupo de consejeros de camiones).

1990 Se forma la fuerza de trabajo conjunta entre la AIAG y la ASQ (asociación americana de la calidad) llamada Fuerza de trabajo de Calidad, publica la primera edición del " Manual de referencia para el análisis de las mediciones MSA".

1993 La fuerza de trabajo conjunta "fuerza de trabajo para la calidad", publica los siguientes manuales:

PPAP (proceso de aprobación y producción de piezas).

FMEA (Análisis de modo de falla).

1994 La fuerza de trabajo requisitos de calidad para los proveedores publica tres manuales consolidados:

APQP Planeación avanzada de la calidad del producto.

QS-9000 requerimientos del sistema de calidad.

QSA Asesoría de sistemas de calidad.

Dentro del manual MSA y de los manuales de APQP y de QS-9000 (El QS-9000 es una aplicación específica del ISO 9000 para la industria automotriz, que contiene todos los requisitos de la norma, pero además adiciona el requisito del análisis de repetibilidad y reproducibilidad y del proceso de aprobación de piezas) se definen los estudios de R&R como un método para analizar la variación de un instrumento de medición y la variación de las mediciones debidos a los operadores. Ambos manuales especifican que si bien estas dos no solo son las únicas componentes de la variación de las mediciones, si son las más importantes.

Por su influencia en el campo automotriz, y su inclusión en el QS-9000, (ahora llamado ISO 16949) los estudios de R&R como método de análisis de las mediciones se popularizó en todas las ramas de la industria, por lo que ahora es un método muy conocido.

2. RELACIÓN DE LOS SISTEMAS DE GESTIÓN DE CALIDAD, SEGÚN LA NORMA ISO 9001:2000 Y LA CALIDAD DE LAS MEDICIONES

Desde el inicio de los tratados del libre comercio, los técnicos en comercio internacional, identificaron que una de las barreras al "libre comercio" además del los aranceles, el transporte y los sistemas de medición, era la falta de normalización en los sistemas de calidad, lo que generaba muchas trabas en el ámbito técnico y algunas veces, se convertían en restricciones insuperables. Es así como nace la iniciativa para generar una normalización internacional para evitar que el tema de la calidad y pruebas siguiera siendo una restricción más al comercio mundial. En 1987 nace la primera versión de las normas ISO 9000 referente a los sistemas de calidad. Esta versión de la norma, se basó casi en su totalidad en la norma inglesa BS 5750 adaptándola para que su alcance fuera a nivel mundial incluyendo a la manufactura de bienes y al sector servicio.

Las primera versión de la norma (1987), hacía mucho énfasis en el control de la calidad, debido a que la norma BS 5750 y la versión 1987 de la norma ISO 9001 provenían principalmente de las normas del ejército de los estados unidos para la calificación de productos comprados (v.g. Mil-Q-9858, Requisitos de control de calidad , y la norma de la OTAN AQAP, requisitos para sistemas de control de calidad industriales).

La siguiente edición, se enfocó básicamente en el aseguramiento de la calidad, (aunque los cambios entre las dos primeras ediciones de la norma fueron muy pocos) para desembocar finalmente en la gestión de la calidad, modelo actual de la versión 2000 de la norma ISO 9001.

Un requisito común a las tres versiones de la norma, es el relativo a los equipos de medición, contenidos en el “Control de equipo de inspección medición y ensayo”, (4.11 en la versión de 1987 y 1994) y en el “Control de dispositivos de seguimiento y medición “(7.6 en la versión 2000).

Por el carácter general de norma ISO 9001, el tema de las mediciones no se trata a profundidad. En resumen, los requerimientos más importantes son:

- Se debe determinar los dispositivos de seguimiento y medición necesarios para proporcionar evidencia de la conformidad del producto con los requisitos determinados.
- Se debe establecer procesos para asegurarse de que el seguimiento y medición pueden realizarse y se realizan de una manera coherente con los requisitos de seguimiento y medición.
- Cuando sea necesario asegurarse de la validez de los resultados, se debe calibrar, ajustar identificar el equipo e incluirlo en un programa de calibración.

Como la norma ISO 9001 es de uso general, y como los conocimientos de metrología no están muy divulgados, el comité 176 de la ISO, encargado del desarrollo de la familia de normas ISO 9000, publicó una norma de referencia, la 10012, “Sistema de gestión de mediciones – Requisitos para procesos de medición y equipos de medición “ en la que se centra en los procesos de medición.

La norma ISO 10012:2002, al igual que todas las demás de la familia de normas ISO 9000, está estructurada de acuerdo al modelo de mejora contínua conocido como ciclo de Shewart; (planificar, hacer, verificar, actuar) se compone de 4 grandes partes :

- Requisitos generales y responsabilidad de la dirección (sección 4 y 5)
- Gestión de los recursos (sección 6).
- Confirmación metrológica y realización del proceso de medición (sección 7).
- Análisis y mejora del sistema de gestión de las mediciones (sección 8).

La primera parte habla sobre definiciones y principios de la norma, como que es la función metrológica, el enfoque al cliente, la responsabilidad de la dirección, objetivos de calidad, y la parte más importante que es la revisión por la dirección. Esta revisión no es más que una actividad, donde los responsables del sistema evalúan el desempeño del proceso y plantean acciones para la mejora del mismo. (la parte de actuar, en el ciclo de Shewart)

En la gestión de los recursos se cubren los requisitos que deben de cumplir los recursos del proceso de medición, que se agrupan en: Recursos humanos, recursos materiales (los equipos de medición), sistemas (procedimientos de calibración) y proveedores externos. Esta parte correspondería a la etapa de Planificar en el ciclo de Shewart.

En el apartado de confirmación metrológica y realización del proceso de medición, se listan los requisitos necesarios en la ejecución del proceso de medición, el hacer del círculo de Shewart.

El último apartado es el de análisis y mejora del proceso de medición, que sería el “medir las mediciones”, es decir evaluar todo el proceso, a través de las auditorías, la medición de la satisfacción del cliente. También incluye este apartado las acciones correctivas y preventivas, que son las acciones que se toman luego del análisis , las etapas de verificar y actuar del ciclo de shewart. Este actuar, a diferencia de el “actuar” de las revisiones de la dirección, va más al nivel operativo, el de la evaluación específica de cada proceso del sistema, en cambio, el “actuar” de la revisión de la dirección, es un análisis global, “holísitico” de todo el sistema en conjunto.

Los requisitos puntuales específicos de la norma ISO 10012:2002, relacionados con este trabajo son los siguientes:

“7. Confirmación metrológica y realización del proceso de medición.

7.1 Confirmación metrológica.

7.1.1 Generalidades.

La confirmación metrológica (ver figura 2 anexo A) , debe ser diseñada e implantada para asegurar que las características metrológicas del equipo de medición satisfagan los requisitos metrológicos del proceso de medición. La confirmación metrológica está compuesta por la calibración del equipo de medición y por la verificación del equipo de medición. La información pertinente al estado de confirmación metrológica del equipo de medición, debe ser fácilmente accesible al operador, incluyendo cualquier limitación o equipo especial. Las características metrológicas del equipo de medición, deben ser apropiadas para el uso pretendido.” (9, 13-14)

“7.2.2 Diseño del proceso de medición.

Los requisitos metrológicos deben determinarse con base en los requisitos del cliente, de la organización y el los requisitos legales. El proceso de medición diseñado para cumplir estos requisitos especificados debe documentarse, validarse y acordado con el cliente si es necesario. Para cada proceso de medición, deben identificarse los elementos y controles pertinentes del proceso. La selección de tales elementos y límites de control deben de ser acordes con el riesgo de incumplimiento de los requisitos especificados. Estos elementos y controles del proceso deben incluir las ejecuciones del operador, equipo, condiciones ambientales, magnitudes de influencia y métodos de aplicación. Los procesos de medición deben diseñarse para prevenir resultados erróneos y asegurar la rápida detección de deficiencias y la oportunidad de las acciones correctivas. “(9, 16)

“Deben identificarse y cuantificarse las características de desempeño requeridas para el uso pretendido del proceso de medición.” (9,16)

“7.3.1 Incertidumbre de la medición
La incertidumbre de la medición debe de ser estimada para cada proceso de medición cubierto por el sistema de gestión de mediciones (véase 5.1)
La estimación de la incertidumbre de la medición, debe de ser registrada. El análisis de las incertidumbres de las mediciones debe de ser completado antes de la confirmación metrológica del equipo de medición y de la validación del proceso de medición. Deben documentarse todas las fuentes conocidas de variabilidad de la medición.” (9,19)

¿Cómo se determina que las características metrológicas del equipo de medición son apropiadas par el uso pretendido? ¿Cómo se puede validar el proceso de medición para cumplir con los requisitos del cliente? ¿Cómo se estima la incertidumbre de la medición? Estas son unas preguntas que se pueden realizar después de una rápida lectura a la norma ISO 10012:2002. Alguno de los métodos expuestos más adelante, pueden ayudar a contestarlas.

3. ESTUDIOS DE REPRODUCIBILIDAD Y REPETIBILIDAD, SEGÚN EL MÉTODO DEL GRUPO DE ACCIÓN DE LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ DE EUA (AIAG)

El objetivo principal de los estudios de R&R, es analizar las variaciones de una medición debido al instrumento de medición (repetibilidad) y al operador (reproducibilidad). Cualquier medición de un fenómeno tiene implícita una variación debida a:

a) La variación del proceso,
b) La variación debido al operador;
c) La variación del equipo.

A su vez, la variación del equipo es debida a:

a) Estado de calibración
b) Estabilidad
c) Repetibilidad
d) Linealidad

La variación del proceso, la variación debido al operador y la variación debido al equipo de medición, se presentan todas mezcladas cada vez que ser realiza una serie de mediciones. Los estudios de R&R se enfocan en la repetibilidad y la reproducibilidad, que aunque no son la totalidad de la variación de la medición, son las más significativas.

El método de promedios y rangos, fue desarrollado por el Grupo de acción de la industria automotriz (AIAG por sus siglas en inglés) en Estados Unidos, y está íntimamente relacionado con el sistema QS-9000 (ISO 16949), norma de gestión de la calidad para todas las industrias del campo automotriz. Básicamente el método de los “promedios y rangos“ consiste en que, varios operadores realicen varias veces la misma medición, sobre varias partes. Algunos autores clasifican los estudios de de R&R como “cortos” y “largos”. Es un estudio “corto” cuando dos operadores, realizan la medición de cinco partes solamente una vez y es un estudio “largo”, cuando tres operadores, realizan tres veces la misma medición sobre diez distintas partes. La cantidad de operadores, partes (piezas) y repeticiones es totalmente arbitraria y en la medida que se extiendan el número de repeticiones, el número de partes (piezas) y el número de operadores, se obtendrán mejores datos. Como resultado, obtendremos un porcentaje de reproducibilidad y otro de repetibilidad, que representan la proporción de la variación del sistema de medición con respecto a la especificación o a la variación del proceso. Esta proporción servirá posteriormente para definir si el sistema de medición es adecuado o no para realizar cierto tipo de mediciones.

La base de los estudios de R&R es el modelo de “efectos aleatorios de dos fuentes” , que matemáticamente se puede expresar como:

Si Y_{ijk} = La k-ésima medición realizada por el operador j sobre la parte i

El modelo nos dice que:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

Donde μ es una constante desconocida, α_i es una variable aleatoria con media cero y varianza σ_α^2 , β_j es una variable aleatoria con media cero y varianza σ_β^2 , $\alpha\beta_{ij}$ y ε_{ijk} también variables aleatorias con medias igual a cero y varianzas $\sigma_{\alpha\beta}^2$ σ^2 respectivamente, todas las variables independientes la una de la otra y todas se distribuyen de acuerdo a la curva normal. Aplicado a los estudios de R&R, μ es un promedio de todas las partes medidas por todos los operadores, α representa a los efectos aleatorios de las partes y β representa los efectos debidos al operador. El término $\alpha\beta$ representa los efectos combinados de una específica parte medida por un único operador y ε representa los errores de medición. Las varianzas arriba mencionadas, son las componentes de la varianza general y son las que determinan al final, el tamaño de la variación de la medición Y_{ijk}. Después de un análisis al modelo, se puede decir que la variación es gobernada por el parámetro σ ya que para un operador sobre la misma parte, los demás parámetros (μ, α, β, $\alpha\beta$) no cambian, es decir, σ es la medida de la repetibilidad y el objetivo del estudio de R&R es determinar este valor. Otra generalización muy importante es la siguiente: Si consideramos el siguiente parámetro:

$$\sigma_{\text{reproducibilidad}} = \sqrt{\sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2}$$

De acuerdo con este modelo, este parámetro es la desviación normal que experimentarían varios operadores realizando solo una medición sobre solo una pieza suponiendo que no hay componente de repetibilidad en la variación total, podríamos decir, que este valor es la desviación normal que se obtendría del promedio de una larga corrida de mediciones realizada por varios operadores sobre la misma parte. Este parámetro es la medida natural de la reproducibilidad en este modelo, así que podemos concluir que:

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{\beta}^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma^2} = \sqrt{\sigma^2_{reproducibilidad} + \sigma^2}$$

Es la medición de la imprecisión atribuible a la repetibilidad y a la reproducibilidad sobre la misma pieza. Es claro que el problema radica entonces en determinar σ y $\sigma_{reproducibilidad}$ para determinar individualmente la reproducibilidad y la repetibilidad.

Para estimar σ, partimos del modelo que nos dice que la variación obtenidas de cualquier combinación de parte y operador es una variable aleatoria independiente y que se distribuye de acuerdo a la curva normal, con una media cero y una varianza de σ^2 además haciendo uso del teorema que dice que el valor esperado del rango de una muestra que proveniente de una distribución normal es n veces la desviación estándar (desviación normal); este número n , se puede calcular y en los libros de estadística se le llama el valor d_2 que depende del número de muestras seleccionadas, entonces el rango de la muestra dividido el factor d_2 nos sirve para estimar σ. En el método, se utilizar el promedio de los rangos de los subgrupos formados por la medida realizada por el mismo operador sobre la misma pieza.

Por lo que podríamos decir que $R/(d_2)$ es un estimado de σ . Podríamos generalizar esta afirmación diciendo que, el promedio de los rangos de todas las combinaciones de parte y operador sería un buen estimador de σ, en números:

$$\sigma_{repetebilidad} = \frac{\overline{R}}{d_2}$$

Para la estimación de la reproducibilidad, consideremos la media de las medidas hechas por el operador j sobre la parte i como " $\overline{Y}_{ji}$ " entonces tendríamos que el rango de la media de mediciones de una parte específica sería:

$$\Delta_i = \max \overline{Y}_{ji} - \min \overline{Y}_{ji}$$

Sería el rango de medias realizadas sobre la parte i; como las variables son independientes podemos utilizar el modelo $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ij}$ de la siguiente forma:

$$\overline{Y}_{ij} = \overline{\mu} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \overline{\varepsilon}_{ij}$$

Donde $\overline{Y}ij$ es el promedio de las mediciones y $\overline{\varepsilon}_{ij}$ es el promedio de los errores de medición, como se apuntó anteriormente, para una parte específica ; "μ" es el promedio que no varía "α" es la contribución de la parte, siendo la misma, no varía, por lo que la variación estaría compuesta por $\beta_j + \alpha\beta_{ij} + \overline{\varepsilon}_i$ este valor, tendrá de media cero y varianza igual a $\sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma^2 /m$, siendo m el número de mediciones hechas sobre la misma parte. Aplicando el procedimiento anterior, podríamos decir que Δ_i /d_2 es un estimador de la expresión:

$$\sqrt{\sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2 + \sigma^2 /m}$$

que el promedio de Δ_i sería mejor estimador, por lo que podemos concluir que un estimador de la cantidad $\sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2$ es :

$$\left(\frac{\overline{\Delta}_i}{d_2}\right)^2 - \frac{1}{m}\left(\frac{\overline{R}}{d_2}\right)^2$$

Nótese que el factor d_2 en la primera expresión viene dado por el número de operadores y el valor d_2 en la segunda expresión está relacionado con el número de repeticiones por cada medición. Después de analizar esta cantidad, se encontró que en algunos casos, el resultado es negativo, por lo que podemos decir que:

$$\sigma_{reproducibilidad} = \sqrt{\sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2} = \sqrt{\max\left(0, \left(\frac{\overline{\Delta}_i}{d_2}\right)^2 - \frac{1}{m}\left(\frac{\overline{R}}{d_2}\right)^2\right)}$$

Hay que hacer notar que los cálculos arriba mencionados, nos dan como resultado la desviación normal del componente de repetibilidad o de reproducibilidad. Usualmente, este valor nos dice muy poco, la mayoría de las veces, se trata de encontrar un rango de variación debido a la repetibilidad y otro por la reproducibilidad , lo que se trata es de calcular la magnitud completa de la repetibilidad y reproducibilidad, no el valor de una desviación normal, entonces es normal multiplicar los valores de repetibilidad y de reproducibilidad por un factor de cobertura, usualmente se utiliza una cobertura del 99.5% ó 99 % lo que nos da un factor de 5.1517 ó 6 para multiplicar las desviaciones normales para obtener el rango de variación de las componentes de repetibilidad y reproducibilidad. Dada la naturaleza del AIAG, los estudios de R&R normalizados por ellos, tienen un leve cambio, que facilita un poco los cálculos, incluyen el factor de cobertura en el factor d_2, definiendo varios factores K_1, K_2 Y K_3 , que son los resultados de dividir $5.15/d_2$ Aunque al final existe una leve diferencia con el método tradicional o teórico, lo importante es saber interpretar el resultado en sí. Vamos a explicar las diferencias más adelante, cuando se presente el procedimiento del método.

Un tema muy relacionado a este método, pero independiente, es el valor del la constante d_2, crucial para calcular la desviación normal, en base al rango promedio. Este valor fue presentado por primera vez en 1961 en el artículo de la revista BIOMETRIKA , por P.B. Patnaik, en su artículo "*The use of the mean range as an estimator of variante in statistical test*" dicho valor, es función de la cantidad de elementos de grupo con el que se calcula el rango, y además, es función del número de subgrupos analizados. Muchas referencias bibliográficas no determinan esta doble función, solamente asignan a d_2 la relación al número de elementos del grupo, de ahí que en la mayoría de libros de estadística, las tablas del valor d_2 viene solamente dado en relación a los elementos de cada grupo o subgrupo. Esto se debe fundamentalmente a que, la mayoría de estas tablas vienen referidas en los capítulos de control estadístico de proceso, donde se supone siempre un gran número de subgrupos, por lo que las tablas se imprimen con el valor d_2, cuando el número de subgrupos tiende al infinito. Para el primer caso, el cálculo de la repetibilidad, esta simplificación no es problema, ya que el valor de d_2 cuando se analizan 10 grupos de 3 elementos por grupo su valor es 1.716 y de 1.703 cuando el número de subgrupos es 30. Cuando las tablas solo hacen referencia a 1 valor, para un subgrupo o grupo de 3 elementos se coloca un valor de 1.693 que es el valor cuando el número de subgrupos es grande, pero en el caso de que sea un subgrupo el analizado el valor verdadero es 1.912 (13% más) y será de 1.716 cuando los subgrupos analizados son 10 (1% más). En el segundo caso, cuando se evalúala reproducibilidad, el número de subgrupos es 1 y los elementos de cada grupo son 10 (como lo que se quiere estimar es el promedio, el número de promedios son 10, uno por cada pieza, y solo se analiza 1 subgrupo) el valor de d_2 sería 3.18 y no 3.078 (más de un 3%) . Se deja al lector, decidir si tomará en cuenta el número de grupos o subgrupos en la determinación del valor de d_2.

En el caso de usar 10 piezas, 3 analistas y 3 repeticiones, en el método de la AIAG, los factores K_1, K_2 y K_3 ya incluyen estos efectos, por lo que no existe ningún problema, pero si planea realizar un estudio de R&R con cantidades diferentes a las anteriores, y no se utilice el método de la AIAG, es obligado realizar las consultas en tablas completas, especializadas, para determinar el verdadero valor de d_2.

Como última acotación, es necesario comentar que, para el cálculo de la reproducibilidad, el método de la AIAG, difiere levemente a lo presentado en los párrafos superiores; dicho método, no utiliza el rango de las medias de las mediciones de los operadores (i x j mediciones) , sino que utiliza el promedio de todas las mediciones hechas por el operador (j mediciones) para encontrar el rango, por lo que estaríamos hablando de un subgrupo de tres elementos, entonces la desviación normal de este grupo sería σ / (jm) por lo que la fórmula queda:

$$\sigma_{reproducibilidad} = \sqrt{\sigma_\beta^2 + \sigma_{\alpha\beta}^2} = \sqrt{\max\left(0, \left(\frac{\overline{\Delta}_i}{d_2}\right)^2 - \frac{1}{jm}\left(\frac{\overline{R}}{d_2}\right)^2\right)}$$

Donde $\overline{\Delta}_i = \max \overline{Y}_j - \min \overline{Y}_j$

$\overline{Y}_j$ = Promedio de las i mediciones hechas por el operador j

3.1 Desarrollo del Método

El método de la AIAG, específicamente conocido como método largo de reproducibilidad y repetibilidad, como ya se apuntó anteriormente, se utiliza para tener un parámetro de evaluación de un sistema de medición para una aplicación específica; al referirnos a sistema, hablamos del equipo, el personal y el método, necesarios para realizar una medición. Tradicionalmente se utiliza este método, durante el diseño del producto, para verificar que los medios con que se evalúan las características de calidad sean adecuados, pero también se puede utilizar durante la fabricación de cualquier producto o servicio, aunque principalmente está enfocado a la manufactura.

Para este método, las dos características más importantes que definen las características de calidad son la repetibilidad y la reproducibilidad. La repetibilidad se evalúa repitiendo la misma medición y la reproducibilidad se logra variando de operador para realizar la medición.

Previo a realizar el análisis se debe de tomar en cuenta lo siguiente:

1) Los operadores o analistas con los que se va a desarrollar el método, son los que en la práctica realizan las mediciones.
2) El instrumento de medición debe estar calibrado y ser adecuado al mensurando.
3) Las mediciones deben de realizarse aleatoriamente.
4) Las personas que realizan las mediciones, no deben de conocer el resultado de mediciones anteriores o los de sus compañeros de análisis.

5) Las series de mediciones (casi siempre de 10), debieran hacerse en el mismo lapso de tiempo, sin interrumpir el proceso.

Aunque el método permite la utilización cualquier cantidad de muestras, operadores y repeticiones, es casi una regla general que 3 operadores realicen 3 mediciones sobre 10 muestras. Siguiendo este procedimiento:

a) Se seleccionan 10 muestras que no presenten daños ni defectos visibles.
b) Se identifican, preferiblemente con letras, no con números.
c) Se ordenan aleatoriamente.
d) Se solicita al primer analista que realice una medición por cada muestra y que registre sus resultados.
e) Se reordenan aleatoriamente las muestras.
f) Se solicita al segundo analista que realice una medición por cada muestra y que registre sus resultados.
g) Se reordenan aleatoriamente las muestras.
h) Se solicita al tercer analista que realice una medición por cada muestra y que registre sus resultados.
i) Se repite dos veces más los pasos anteriores, para completar una serie de 9 mediciones por cada muestra del grupo de 10.

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

a) Se obtiene el promedio y el rango de las tres repeticiones por cada muestra y por cada analista Xi (en total se tendrán 30 promedios y 30 rangos).
b) Se calcula el promedio de promedios y el promedio de Rangos por cada operador (Xa, Xb, Xc promedio de promedios por cada operador, Ra, Rb Rc, promedio de rangos).
c) Se calcula el promedio de todas las repeticiones y de todos los operadores, por cada parte (el promedio de 3 repeticiones de 3 operadores) en total 10 promedios.
d) Se calcula el rango de los promedios de cada parte (calculadas en el inciso anterior) Rp.
e) Calcular el promedio de los promedios de los rangos (R=(Ra+Rb+Rc)/3)
f) Calcular el rango de los promedios de promedios (X_{diff}= Max(Xa,Xb,Xc)-Min(Xa,Xb,Xc))
g) Para calcular la Repetibilidad o variación de equipo, se multiplica R (promedio de los promedios de los rangos) por el factor K_1 que se obtiene de la tabla I :

Tabla I. Valor de K_1

N	K_1
2	4.56
3	3.05
4	2.50

Nivel de confianza 99%

Entonces VE (ó *EV equipment variation*) =$R*K_1$ (5.1)

Adicionalmente al número absoluto, se calcula el % de la variación de equipo con relación a la tolerancia total de la medición, por lo que:

$$\%VE = 100(VE/Tolerancia) \quad (5.2)$$

h) Para calcular la Reproducibilidad o variación del analista se utiliza la siguiente fórmula

VA (o *AV appraiser variation*) = $\sqrt{(X_{diff}\, K_2)^2 - (VE^2)/(nr)}$ (5.3)

y, $\%VA = 100(VA/Tolerancia)$ (5.4)

El factor K_2 se obtiene de la Tabla II:

Tabla II. Valor de K_2

ANALISTAS	**K_2**
2	3.65
3	2.70
4	2.30

Nivel de confianza 99%

n=número de repeticiones o ensayos

r= número de analistas u operadores

i) La repetibilidad y reproducibilidad se calcula:

$$R\&R = \sqrt{VA^2 + VE^2} \quad (5.5)$$

y $\%R\&R = 100(R\&R/Tolerancia)$ (5.6)

j) Otro indicador que va unido al R&R es la variación de la parte que se calcula de la siguiente manera:

VP (PV *part variation*) = RpK_3 (5.7)

y $\%VP = 100(VP/Tolerancia)$ (5.8)

El factor K_3 se obtiene de la tabla III:

Tabla III. Valor de K_3

# DE PARTES	**K_3**
2	3.65
3	2.70
4	2.30
5	2.08
6	1.93
7	1.82
8	1.74
9	1.67
10	1.62

Nivel de confianza 99%

nota: en las tres tablas anteriores K_1, K_2 y K_3 se obtienen de dividir $5.15/d_2$ en el caso de K_1 se supone un número grande de repeticiones, y en el caso de K_2 y K_3 se supone 1 repetición.

k) El último indicador que se calcula es la variación total , que es:

$$VT(TV, \text{total variation}) = \sqrt{R\&R^2+VP^2} \quad (5.9)$$

y

$$\%VT=100(VT/Tolerancia) \quad (5.10)$$

Estos sencillos cálculos se prestan para desarrollar una hoja electrónica.

Para ejemplificar la aplicación del método, y para realizar la comparación entre los métodos, se realizaron mediciones de longitud (altura) de 7 productos: fondo 52mL, fondo 115 mL, tapa 22mL, tapa R20 y fondo R20 Y se tomaron los pesos a dos productos fondo y tapa, en 2 balanzas.

A continuación se presentan los datos del primer ensayo (medición de alturas), para mostrar un ejemplo de cómo se calcula el R&R según este método. Los métodos de medición se pueden consultar en el apéndice 1, y los resultados completos de las mediciones en el apéndice 2.

Resumen de resultados de las mediciones (ver tabla IV):

Tabla IV. Resultado de medición de alturas

INTENTO	1	2	3	1	2	3	1	2	3
PIEZA	ANALISTA No.1			ANALISTA No.2			ANALISTA No.3		
1	12.25	12.26	12.26	12.28	12.28	12.28	12.26	12.26	12.26
2	12.30	12.31	12.30	12.31	12.32	12.32	12.31	12.31	12.31
3	12.14	12.14	12.13	12.14	12.14	12.14	12.14	12.13	12.13
4	12.22	12.23	12.22	12.24	12.27	12.23	12.23	12.24	12.24
5	12.31	12.32	12.31	12.32	12.32	12.31	12.31	12.31	12.31
6	12.25	12.26	12.27	12.26	12.27	12.28	12.26	12.26	12.26
7	12.29	12.30	12.28	12.29	12.28	12.29	12.28	12.29	12.28
8	12.19	12.20	12.19	12.20	12.19	12.20	12.20	12.19	12.20
9	12.23	12.24	12.23	12.25	12.24	12.25	12.24	12.23	12.23
10	12.40	12.40	12.40	12.40	12.40	12.41	12.40	12.40	12.40

Tolerancia de la especificación: 0.60 mm

a) Calculamos promedios y rangos de cada intento o repetición (ver tabla V):

Tabla V. Promedios y rangos por analistas

	Analista 1		Analista 2		Analista 3	
pieza	Prom.	Rango	Prom.	Rango	Prom.	Rango
1	**0.005**	**12.253**	**0.005**	**12.277**	**0.005**	**12.257**
2	**0.010**	**12.300**	**0.010**	**12.315**	**0.000**	**12.310**
3	**0.005**	**12.133**	**0.005**	**12.138**	**0.005**	**12.132**
4	**0.015**	**12.222**	**0.035**	**12.243**	**0.005**	**12.233**
5	**0.010**	**12.308**	**0.010**	**12.315**	**0.005**	**12.307**
6	**0.015**	**12.258**	**0.020**	**12.265**	**0.005**	**12.258**
7	**0.020**	**12.288**	**0.005**	**12.283**	**0.005**	**12.282**
8	**0.010**	**12.188**	**0.010**	**12.192**	**0.005**	**12.193**
9	**0.005**	**12.232**	**0.005**	**12.243**	**0.005**	**12.232**
10	**0.000**	**12.395**	**0.005**	**12.402**	**0.005**	**12.397**

b) Calculamos el promedio de promedios y el promedio de rangos por cada operador (ver tabla VI)

Tabla VI. Promedio de rangos y de promedios

Analista 1		Analista 2		Analista 3	
Xa	Ra	Xb	Rb	Xc	Rc
12.2578	0.010	12.2673	0.011	12.2600	0.004

c) Se calcula el promedio de todas las repeticiones y todos los operadores (ver tabla VII)

Tabla VII. Promedio por pieza/parte

Pieza	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Promedio	**12.262**	**12.308**	**12.134**	**12.233**	**12.310**	**12.261**	**12.284**	**12.191**	**12.236**	**12.398**

d) Se calcula el rango de los promedios por cada parte:

Rp: 12.398-12.1314=0.264 mm.

e) Se calcula el promedio de los promedios de rangos:

R=(.010+.011+0.004)/3= 0.0083 mm.

f) Se calcula el rango de los promedios de promedios:

X_{diff}=12.2673-12.2578=0.0095 mm.

g) Se calcula la repetibilidad, con K_1=3.05 (por ser 3 repeticiones o ensayos):

Repetibilidad o VE=0.0083*3.05=*0.0254 mm.*

%VE= 0.0254/0.60=

4.23%

h) Se calcula la Reproducibilidad o Variación de Analista VA:

$$VA= \sqrt{(0.0095\text{x } 2.7)^2 – (.0254^2)/(10\text{x}3)} = \mathit{0.02522mm}$$

%VA=0.02522/0.60=4.20%

i) La repetibilidad y reproducibilidad es entonces:

$$R\&R= \sqrt{.0254+.02522} = \mathit{0.03579mm}$$

%R&R=0.03579/.60=5.96%

j) Se calcula la variación de parte VP: 1.62*0.264=*0.429mm*

%VP=.429/0.60= 71.5%

k) Se calcula la variación total: $VT = \sqrt{0.429^2+0.0358^2} = \mathit{0.43mm}$

% VT= 0.42/0.60 = 71.7%

Otro enfoque, es de calcular el % de VA, VE y R&R en base a la variación total, por lo que las fórmulas (5.2 , 5.4, 5.6 , 5.8) se cambiarían a:

%VE = 100(EV/VT) (5.2a)

%VA= 100(AV/VT) (5.4a)

%R&R=100(R&R/VT) (5.6a)

%VP=100(VP/VT) (5.8a)

Realizando los cálculos tendríamos:

%VE : 0.0254/0.4281= 5.93%

%VA: 0.02522/0.4281= 5.89%

%R&R=0.03579/0.4281=8.36%

Siguiendo este mismo procedimiento se calculan todas las R&R, según el método de la AIAG, para los datos de análisis (Ver apéndice 2), de ahí se obtiene la tabla VIII y la tabla XIX:

Tabla VIII. Resumen de resultados de alturas usando tolerancias

DIMENSIÓN	VE (mm)	VA (mm)	VP (mm)	R&R (mm)	VT (mm)
altura fondo 52mL	0.037617	0.070768	0.1674	0.080144	0.185596
	6.3%	11.8%	27.9%	13.4%	30.9%
altura fondo 115 mL	0.056933	0.059397	0.2259	0.082277	0.240417
	9.5%	9.9%	37.6%	13.7%	40.1%
altura tapa 22mL	0.015758	0.021861	0.0162	0.026949	0.031443
	3.9%	5.5%	4.0%	6.7%	7.9%
altura tapa R20	0.040158	0.022222	0.1827	0.045897	0.188377
	16.7%	9.3%	76.1%	19.1%	78.5%
altura fondo R20	0.02745	0.00000	0.16650	0.02745	0.16875
	11.4%	0.0%	69.4%	11.4%	70.3%
altura fondo 18 mL	0.025417	0.025227	0.4266	0.035811	0.4281
	4.2%	4.2%	71.1%	6.0%	71.4%
altura tapa 18 mL	0.01525	0.01275	0.07200	0.01988	0.07469
	2.5%	2.1%	12.0%	3.3%	12.4%

Tabla IX. Resumen de resultados de pesos usando tolerancia

DIMENSIÓN	VE (g)	VA (g)	VP (g)	R&R (g)	VT (g)
Peso tapa balanza 1	0.223667	0.156769	0.09	0.273136	0.287582
	37.9%	26.6%	15.3%	46.3%	48.7%
Peso fondo balanza 1	0.132167	0.10527	0.126	0.168967	0.210774
	16.5%	13.2%	15.8%	21.1%	26.3%
Peso tapa balanza 2	0.001606	0.000628	0.087642	0.001725	0.087659
	0.3%	0.1%	14.9%	0.3%	14.9%
Peso fondo balanza 2	0.00185	0.001676	0.12933	0.002497	0.129354
	0.2%	0.2%	16.2%	0.3%	16.2%

Utilizando las fórmulas alternas 5.2a, 5.4a,5.6a, 5.8a ,tendríamos los siguientes resultados presentados en la tabla X y la tabla XI:

Tabla X. Resumen de resultados de alturas usando variación total

DIMENSIÓN	VE (mm)	VA (mm)	VP (mm)	R&R (mm)	VT (mm)
altura fondo 52mL	0.037617	0.070768	0.1674	0.080144	0.185596
	20.3%	38.1%	90.2%	43.2%	100.0%
altura fondo 115 mL	0.056933	0.067767	0.21946	0.095916	0.239505
	23.8%	28.3%	91.6%	40.0%	100.0%
altura tapa 22mL	0.015758	0.021861	0.0162	0.026949	0.031443
	50.1%	69.5%	51.5%	85.7%	100.0%
altura tapa R20	0.040158	0.022222	0.1827	0.045897	0.188377
	21.3%	11.8%	97.0%	24.4%	100.0%
altura fondo R20	0.02745	0.00000	0.16650	0.02745	0.16875
	16.3%	0.0%	98.7%	16.3%	100.0%
altura fondo 18 mL	0.025417	0.025227	0.4266	0.035811	0.4281
	5.9%	5.9%	99.6%	8.4%	100.0%
altura tapa 18 mL	0.01525	0.01275	0.07200	0.01988	0.07469

	20.4%	17.1%	96.4%	26.6%	100.0%

Para el caso de los pesos:

Tabla XI Resumen de resultados de pesos usando variación total

DIMENSIÓN	VE (g)	VA (g)	VP (g)	R&R (g)	VT (g)
Peso tapa balanza 1	0.223667	0.156769	0.09	0.273136	0.287582
	77.8%	54.5%	31.3%	95.0%	100.0%
Peso fondo balanza 1	0.132167	0.10527	0.126	0.168967	0.210774
	62.7%	49.9%	59.8%	80.2%	100.0%
Peso tapa balanza 2	0.001606	0.000628	0.087642	0.001725	0.087659
	1.8%	0.7%	100.0%	2.0%	100.0%
Peso fondo balanza 2	0.00185	0.001676	0.12933	0.002497	0.129354
	1.4%	1.3%	100.0%	1.9%	100.0%

La evaluación de los resultados ser realizará al final de la presentación del método de ANOVA.

4. ESTUDIOS DE REPRODUCIBILIDAD Y REPETIBILIDAD UTILIZANDO EL MÉTODO DE ANÁLISIS DE VARIANZA (ANOVA)

Desde un punto de vista eminentemente estadístico, un estudio de R&R es un diseño de experimento con el propósito de entender y cuantificar las fuentes de variación en un sistema de medición, que pueden ser atribuidas a los operadores, a los equipos y a los efectos aleatorios. Para realizar este cálculo, se utiliza el método de análisis de varianza, (*Analisys of Variance* ANOVA) .Al igual que en el método anterior, se parte del modelo matemático:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

Este modelo determina que, cualquier medición está compuesta por los siguientes elementos: un promedio (este promedio tiene que ser calculado sobre un gran número de mediciones) μ , los siguientes dos términos, son : el efecto o la variación debida al α_i operador sobre la parte β_j, el tercer componente es el efecto debido a la interacción operador-parte, y el último término es la contribución de la repetibilidad de su k-ésima medición.

Para entender mejor este concepto de interacción veamos un ejemplo: supóngase un estudio para analizar el efecto de una droga para el crecimiento teniendo en cuenta el sexo de los niños. Se eligen al azar dos grupos de niños y otros dos de niñas. A un grupo de niños y a uno de niñas se les suministra un placebo (sustancia inocua) y a los otros grupos el fármaco bajo prueba. Se mide el efecto por la altura que los niños crecen desde el inicio del tratamiento.

Se trata de un anova de dos factores (sexo y fármaco), cada uno con dos niveles, sexo y análisis con y sin fármaco. Vamos a suponer que las niñas tanto las tratadas con la droga, como las tratadas con placebo, crecieron mas que los niños durante el experimento, esto nos podría llevar a la hipótesis de que las niñas a cierta edad (más específicamente hablando, las niñas de este experimento), independientemente de la droga, crecen más que los niños y si las niñas y los niños que tomaron la droga, crecieron mas que el grupo de su sexo que tomó placebo, podríamos decir que, además de que la droga es efectiva, NO EXISTE INTERACCIÓN entre factores (sexo y fármaco). ¿Qué pasaría si en lugar de que las niñas estuvieran colocadas en las dos primeras posiciones, existiera una alternancia, primero las niñas que ingirieron la droga, después los niños que la ingirieron y luego las niñas que si la ingirieron. En este caso, se dice que existe interacción, y sería el componente $\alpha\beta$ del modelo matemático. Siguiendo con el ejemplo, esta interacción podría en algún caso no ser aditiva, es decir que cuando se dan ambos casos (que sea niña y que consuma la droga) no necesariamente el resultado final sería la suma de ambos.

El análisis de varianza, en palabras sencillas, propone una hipótesis, la variación de los resultados se debe a la variación normal de la población, siendo así, las varianzas tienen que ser las mismas (recordemos que la varianza es el cuadrado de la desviación normal o estándar) , entonces se calcular un estadígrafo, que después de compararlo con la distribución F , se determina si es válida la hipótesis nula (la varianza proviene de una misma población)

El método de anova de dos variables consiste en calcular cuatro cocientes, MSE, MSA, MSB y MSAB, que están directamente relacionados con cada uno de los sumandos de la ecuación:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

MSE es la llamada varianza dentro de los grupos(ya que sólo contribuye a ella la varianza dentro de las muestras), o varianza de error (ε_{ijk}) , o cuadrados medios del error, que se calcula como la media de las “n” varianzas muestrales (cada varianza muestral es un estimador centrado de σ^2 y la media de “n” estimadores centrados es también un estimador centrado y más eficiente que todos ellos). MSE es un cociente: al numerador se le llama suma de cuadrados del error y se representa por SSE y al denominador grados de libertad por ser los términos independientes de la suma de cuadrados.

MSA y MSB se llaman varianzas de factores. Se calcula a partir de la varianza de las medias muestrales y es también un cociente; al numerador se le llama suma de cuadrados de los tratamientos (se le representa por SSA o SSB) y al denominador (a-1) ó (b-1) grados de libertad.

Para el caso del análisis de R&R, a,α o A se refiere al efecto de los analistas y similarmente b,β o B se refiere al efecto de las partes. MSA, MSB y MSE, estiman la varianza poblacional en la hipótesis de que las “n” muestras/pruebas provengan de la misma población. La distribución muestral del cociente de dos estimaciones independientes de la varianza de una población normal es una F con los grados de libertad correspondientes al numerador y denominador respectivamente, por lo tanto se puede contrastar dicha hipótesis usando esa distribución.

Si en base a este contraste se rechaza la hipótesis de que MSE y MSA estimen la misma varianza, se puede rechazar la hipótesis de que las “n” medias provengan de una misma población.

Existe una tercera manera de estimar la varianza de la población, relacionada con las anteriores. Considerando las “n” observaciones como una única muestra, su varianza muestral también es un estimador centrado de σ^2; se suele representar por MSAB, se le denomina varianza total o cuadrados medios totales, es también un cociente y al numerador se le llama suma de cuadrados total y se representa por SSAB , y el denominador (a-1)(b-1) grados de libertad.

Para realizar el cálculo matemático, las fórmulas son las siguientes:

$$\overline{Y}_{\ldots} = \frac{\sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}}{nab}$$

$$\overline{Y}_{i..} = \frac{\sum_j \sum_k Y_{ijk}}{nb}$$

$$\overline{Y}_{\cdot j \cdot} = \frac{\sum_i \sum_k Y_{ijk}}{na}$$

$$\overline{Y}_{ij.}= \frac{\sum_k Y_{ijk}}{n}$$

$$SSA=nb \sum (\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{...})^2$$

$$SSB=na \sum (\overline{Y}_{.i.}-\overline{Y}_{...})^2$$

$$SSE= \sum\sum\sum (Y_{ijk}-\overline{Y}_{ij.})^2$$

$$SSAB= n \sum\sum(\overline{Y}_{ij.}-\overline{Y}_{i..}- \overline{Y}_{.j.}- \overline{Y}_{...})^2$$

$$MSA=SSA/(a-1)$$

$$MSB=SSB/(b-1)$$

$$MSAB=SSAB/[(a-1)(b-1)]$$

$$MSE=SSE/[(n-1)ab]$$

La demostración y desarrollo de éstas fórmulas y en general de análisis de ANOVA de dos factores están disponibles en la referencia bibliográfica 4 anexo 1. Aunque el fin del método es determinar si existe sesgo de cualquiera de los dos factores (o más), los teóricos han desarrollado fórmulas para poder identificar claramente $\sigma_{reproducibilidad}$ y $\sigma_{repetibilidad}$, de la siguiente forma:

$$\sigma^2_{repetibilidad} = MSE$$

$$\sigma^2_{\alpha} =\max (0, (MSA-MSAB)/(nb))$$

$$\sigma^2_{\alpha\beta}=\max (0, (MSAB-MSE)/n)$$

$$\sigma^2_{reproducibilidad}=\max (0, 1/nb (MSA+(b-1)MSAB)-1/nMSE) \quad ó$$

$$\sigma^2_{reproducibilidad}=\max (0, (MSA-MSAB)/(nb)+ (MSAB-MSE)/n)$$

El lector podrá observar que la varianza del componente de la reproducibilidad, es una suma de dos factores, en realidad es la suma de la varianza debido al efecto de la parte y la varianza debido a la interacción del operador-parte, es decir:

$$\sigma^2_{reproducibilidad} = \sigma^2_{parte} + \sigma^2_{parte*operador}$$

Si el segundo sumando de la fórmula de la σ^2parte*operador = (MSAB-MSE)/n resultara negativo, se tendrá que suponer como cero, ya que no pueden existir cuadrados negativos. Este sumando, se refiere a la interacción de la parte-operador, efecto explicado anteriormente. El análisis de ANOVA, parte de la hipótesis nula que tanto la variación debida a los operadores, como la variación debida a las partes y como la variación debida a la interacción parte-operador no existen, es decir, que las diferencias que se encuentran no son significativas, para determinar esta situación, se calcula el estadígrafo F y este se compara con el valor crítico tabulado en las tablas de la distribución F, si el estadígrafo es mayor al valor crítico, la hipótesis nula Ho: $\sigma^2 = 0$ se rechaza .

En la mayoría de los casos esta hipótesis se va a rechazar en el caso de los efectos debido al operador y a la parte, por lo que su verificación no será más que una comparación de trámite, pero en el caso de la interacción de la parte-operador, este estadígrafo nos ayudará a determinar si existe o no interacción, en el caso de que el estadígrafo calculado fuera menor al valor crítico, se acepta la hipótesis y se dice que no existe efecto o interacción parte-operador, y la ecuación anterior se reduciría a:

$$\sigma^2_{reproducibilidad} = \sigma^2_{parte}$$

Es de especial importancia, el cálculo de estadígrafo F, que varía de acuerdo a las suposiciones de los factores. Si tanto el operador como la parte, se definen como aleatorios, es decir, de un universo de operadores se toma una cantidad “a” al azar, y de un universo de partes se toma una cantidad “b” al azar, estos efectos serían aleatorios y se dice de un ANOVA de modelo II . Si por ejemplo, se tiene una duda sobre el desempeño de un analista, y entonces se selecciona a dos analistas experimentados y al analista del cual se tiene una duda, y se escogen partes que representen el límite superior, el medio y el límite inferior de las especificaciones, se diría que los efectos son fijos, y el ANOVA sería de Modelo I. Y si finalmente se utilizaran tres tipos de analistas seleccionados previamente pero se escogen las piezas al azar, diríamos que los efectos son mixtos y que el anova seria de Modelo III. El cálculo del estadígrafo F sería entonces (ver tabla XII):

Tabla XII.   Fórmulas para calcular el estadígrafo F

Prueba de significancia de:	Modelo I (efectos fijos)	Modelo II (efectos aleatorios)	Modelo II (efectos mixtos)
Efectos A (a ó α)	MSA/MSE	MSA/MSAB	MSA/MSAB
Efectos B (b ó β)	MSB/MSE	MSB/MSAB	MSB/MSE
Efectos AB (ab ó $\alpha\beta$)	MSAB/MSE	MSAB/MSE	MSAB/MSE

4.1 Desarrollo del Método

Este método es más una aplicación específica del tema estadístico de análisis de varianza, en comparación al anterior, que está específicamente diseñado para este tema. Durante mucho tiempo se mantuvo el concepto que el cálculo de R&R basado en el análisis de la varianza, era muy complicado por los cálculos que se necesitaban realizar, tema que quedó totalmente superado con el advenimiento de las hojas electrónicas en las computadoras personales. Su uso sigue sin extenderse, ya que los resultados que se obtienen no siempre concuerdan con el método tradicional de la AIAG. La ventaja del método es que no se necesitan los "factores", que para números de repeticiones diferentes de 3 y para número de analistas distintos que 2 ó 3 , no están tan a la mano.

Hay que reiterar que el procedimiento general es el mismo que el método anterior, lo único que difiere es la forma de cálculo, una vez se tienen todos los datos. Para facilitar la explicación, vamos a determinar cierta nomenclatura como sigue:

No. de repeticiones: n
No. de partes: b (de j=1 hasta j=b)
No. de analistas: a (de i=1 hasta i=a)

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

a) Se ordenan los datos, de tal forma que las mediciones sobre una misma pieza quede en las columnas, y que las filas se compongan de la medición del operador 1, repetición No. 1 operador 1 repetición No. 2, etc.
b) Se calcula el promedio general (todos los datos, " nxaxb" datos)
c) Se calcula el promedio de de cada parte ("b" promedios de nxa datos)
d) Se calcula el promedio por operador ("a" promedios de "nxb" datos)
e) Se calcula el promedio por cada parte por cada operador (""bxa" promedios de "n" datos)
f) Calculados los cuatro promedios básicos, el promedio general, el promedio por partes, el promedio por operador y el promedio por operador y por parte, se procede a calcular los "cuadrados de los errores" .
g) Con el promedio del operador (calculado en el punto d) llamado Y_i y el promedio general, calculado en el punto b) denotado como Y, calculamos la expresión $(Y_i\text{-}Y)^2$ para cada promedio de analista calculado ("a" veces)
h) Sumamos todos los "cuadrados" calculados con anterioridad y los multiplicamos por el número de repeticiones "n" y por el número de partes "b" , a esta expresión lo llamamos SSA
i) Con los promedios de partes (calculados en el punto c) llamado Y_j y el promedio general, calculado en el punto b) denotado como Y, calculamos la expresión $(Y_j\text{-}Y)^2$ para cada promedio de parte calculado ("b" veces)
j) Sumamos todos los "cuadrados" calculados con anterioridad y los multiplicamos por el número de repeticiones "n" y por el número de analistas "a" , a esta expresión lo llamamos SSB
k) Con el promedio por cada parte por cada operador, (calculados en el punto e) calculamos el cuadrado de la diferencia entre cada repetición y el promedio por cada parte por operador ($Yijk – Yij)^2$

l) Sumamos los “nxaxb” cuadrados anteriores, a esta expresión se le llama SSE

m) A cada promedio de cada parte por cada operador (“nxaxb” promedios, calculados en el punto e) se le resta su promedio de parte , su promedio de operador y se le suma el promedio general calculado en el punto b

n) Se suman los cuadrados de todas las cantidades calculados en el punto anterior y se multiplica por n (número de repeticiones) , a este total se le conoce como SSAB

o) Se calculan los siguientes cocientes:

   i. MSA= SSA / (a-1)
   ii. MSB=SSB / (b-1)
   iii. MSE=SSE/(nab-ab)
   iv. MSAB=SSAB/[(a-1)(b-1)]

p) Se calcula el estadígrafo F de acuerdo al modelo de anova que se tiene

q) Se comparan los estadígrafos calculados con los valores críticos (simple verificación) y se determina si existe interacción operador-parte, si el estadígrafo calculado es mayor a el valor crítico según las tablas, no se puede rechazar la hipótesis de la ausencia de interacción entre analistas y partes, es decir NO EXISTE INTERACCIÓN

r) Se calcula la reproducibilidad y los componentes de repetibilidad según las siguientes fórmulas

$\sigma^2_{repetibilidad} = MSE$

si existe interacción entre operador y parte

$\sigma^2_{reproducibilidad} = (MSA\text{-}MSAB)/nb + (MSAB\text{-}MSE)/n$

si no existe

$\sigma^2_{reproducibilidad}$= (MSA-MSAB)/nb

s) Con las varianzas de la reproducibilidad y repetibilidad se calcula el rango esperado de estos componentes, es decir de cada varianza se calcula su desviación normal (raiz cuadrada) y se multiplica por el valor "z" según el intervalo de confianza, por ejemplo a un 99% de confianza, se multiplica por 5.1517 , etc.

t) Se calcula el R&R

u) Adicionalmente se pueden calcular la variación de parte como :

$$\sigma^2_{parte} = (MSB-MSAB)/na$$

Se calcula el rango esperado, al igual que en el apartado t)

v) Y la variación total con la siguiente fórmula:

$$\sigma^2_{vt} = \sigma^2_{repetibilidad} + \sigma^2_{reproducibilidad} + \sigma^2_{parte}$$

w) Finalmente, se calcula el %R&R con base a la tolerancia o a la variación total

A continuación, al igual que el capítulo anterior, se desarrollan los cálculos, según el método anterior a manera de ejemplo, tomando los mismos datos de los ensayos realizados, como dato adicional, diremos que tanto los analistas como las piezas, fueron tomadas al azar, por lo que el modelo es de efectos aleatorios, por lo que el modelo seria el II.

a) Se ordenan los datos

b) Se Calcula el promedio general (12.26172)

c) Se calcula el promedio de cada parte (tabla XIII)

Tabla XIII. Promedio de partes ANOVA

Parte 1	Parte 2	Parte 3	Parte 4	Parte 5	Parte 6	Parte 7	Parte 8	Parte 9	Parte 10
12.262	12.308	12.134	12.233	12.31	12.261	12.284	12.191	12.236	12.398

d) Se calcula el promedio por cada operador

Operador 1 : 12.25783 , Operador 2: 12.26733 Operador 3: 12.26

e) Se calcula el promedio por cada parte por cada operador (ver tabla XIV)

Tabla XIV. Promedio de partes por operador ANOVA

	No. de PARTE									
op.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	12.253	12.3	12.133	12.222	12.308	12.258	12.288	12.188	12.232	12.395
2	12.277	12.315	12.138	12.243	12.315	12.265	12.283	12.192	12.243	12.402
3	12.257	12.31	12.132	12.233	12.307	12.258	12.282	12.193	12.232	12.397

g) $(Y_1\text{-}y)^2$ = 1.5E-05 ; $(Y_2\text{-}y)^2$: 3.1E-05 ; $(Y_3\text{-}y)^2$ = 3E-06

h) SSA = (1.5E-05 +3.1E-05+ 3E-06)/(3*10)= 0.001487

i) Se calcula (Yj-y)2 (ver tabla XV)

Tabla XV. Cuadrado de las diferencias entre promedio general y promedio de partes

PARTE									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.50E-07	0.00217	0.0162	0.00084	0.00233	1.40E-06	0.00052	0.00499	0.0007	0.0185

j) SSB = 0.04624*3*3= 0.416164

k) Errores entre grupos (ver tabla XVI)

Tabla XVI. Errores entre grupos

Op.	intento	Parte 1	Parte 2	Parte 3	Parte 4	Parte 5
1	1	1.11E-05	3.16E-30	2.78E-06	4.44E-05	1.11E-05
1	2	2.78E-06	2.50E-05	2.78E-06	6.94E-05	4.44E-05
1	3	2.78E-06	2.50E-05	1.11E-05	2.78E-06	1.11E-05
2	1	2.78E-06	2.50E-05	1.11E-05	6.94E-05	0
2	2	2.78E-06	0	2.78E-06	0.000469	2.50E-05
2	3	1.11E-05	2.50E-05	2.78E-06	0.000178	2.50E-05
3	1	1.11E-05	0	1.11E-05	1.11E-05	2.78E-06
3	2	2.78E-06	0	2.78E-06	2.78E-06	1.11E-05
3	3	2.78E-06	0	2.78E-06	2.78E-06	2.78E-06

Op.	intento	Parte 6	Parte 7	Parte 8	Parte 9	Parte 10
1	1	6.94E-05	1.11E-05	1.11E-05	2.78E-06	3.16E-30
1	2	2.78E-06	1.36E-04	4.44E-05	1.11E-05	3.16E-30
1	3	4.44E-05	6.94E-05	1.11E-05	2.78E-06	3.16E-30
2	1	1.00E-04	2.78E-06	1.11E-05	2.78E-06	2.78E-06
2	2	0.00E+00	1.11E-05	4.44E-05	1.11E-05	2.78E-06
2	3	1.00E-04	2.78E-06	1.11E-05	2.78E-06	1.11E-05
3	1	2.78E-06	2.78E-06	2.78E-06	1.11E-05	1.11E-05
3	2	1.11E-05	1.11E-05	1.11E-05	2.78E-06	2.78E-06
3	3	2.78E-06	2.78E-06	2.78E-06	2.78E-06	2.78E-06

l) SSE= 0.002

m) Se calculan las diferencias (ver tabla XVII)

Tabla XVII. Cálculo de diferencias

Operador	Parte 1	Parte 2	Parte 3	Parte 4	Parte 5
1	1.10E-05	3.20E-30	2.80E-06	4.40E-05	1.10E-05
2	2.80E-06	2.50E-05	2.80E-06	6.90E-05	4.40E-05
3	2.80E-06	2.50E-05	1.10E-05	2.80E-06	1.10E-05

Operador	Parte 6	Parte 7	Parte 8	Parte 9	Parte 10
1	6.90E-05	1.10E-05	1.10E-05	2.80E-06	3.20E-30
2	2.80E-06	0.00014	4.40E-05	1.10E-05	3.20E-30
3	4.40E-05	6.90E-05	1.10E-05	2.80E-06	3.20E-30

n) Se calculan los cuadrados de las diferencias (ver tabla XVIII)

Tabla XVIII. Cuadrados de las diferencias

Operador	Parte 1	Parte 2	Parte 3	Parte 4	Parte 5
1	2.50E-05	1.98E-05	7.72E-06	5.22E-05	4.94E-06
2	7.80E-05	1.11E-06	1.11E-06	2.44E-05	3.73E-07
3	1.47E-05	1.15E-05	1.11E-06	5.19E-06	2.60E-06

Operador	Parte 6	Parte 7	Parte 8	Parte 9	Parte 10
1	2.78E-06	6.05E-05	1.23E-06	2.84E-29	1.23E-06
2	1.36E-06	4.52E-05	2.56E-05	4.69E-06	2.97E-06
3	2.50E-07	1.11E-06	1.56E-05	4.69E-06	3.73E-07

SSAB = 0.001252

o) MSA = SSA/(a-1) = 0.001487/(2)= 0.000744

MSB = SSB/(b-1) = 0.416164/9 = 0.04624

MSAB= SSAB/[(a-1)(b-1)] = 0.001252/18 = .0000695

MSE= SSE/ (nab-ab) = 0.002 / 60 = 0.00033

p) Calculamos el estadígrafo F y lo comparamos con el valor crítico (ver tabla XIX) Como es un modelo No.2 tenemos que:

Tabla XIX. Cálculo de valores críticos y estadígrafo F

EFECTO	F	Valor	Valor crítico (Tablas)
Efectos A (a ó α)	MSA/MSAB	10.70	3.15
Efectos B (b ó β)	MSB/MSAB	655.32	2.04
Efectos AB (ab ó $\alpha\beta$)	MSAB/MSE	2.106	1.77

q) En los primeros dos casos, (efectos A, de los analistas y efectos B, de las partes) , el estadígrafo calculado es mayor al valor crítico (Distribución F), por lo que se desecha la hipótesis que las variaciones son aleatorias, es decir, tanto como con las partes, como con los analistas, EXISTEN DIFERENCIAS , resultado que debe de ser siempre de esta forma. El tercer dato es el más importante, y será siempre el que se debe verificar cuidadosamente, este nos dice, que si existe interacción entre las partes y el operador, por lo que para calcular la reproducibilidad, se tendrá que incluir el este componente de interacción.

r) $\sigma^2_{repetibilidad}$ = MSE = 0.00033

$\sigma^2_{reproducibilidad}$= (MSA-MSAB)/nb + (MSAB-MSE)/n = 0.02442 + 0.0179

s) repetibilidad = 0.02974

reproducibilidad = 0.0179+ 0.02442= 0.04232

t) R&R = $(0.02974^2+0.04232^2)^{0.5}$ = 0.042411

u) Variación de parte = 0.00513

v) Variación total = 0.371419

w) % R&R = 11.42 % (tomando en cuenta la variación)

% R&R= 7.07 % (tomando en cuenta la tolerancia)

Al igual que en el capítulo anterior, presentamos a continuación un resumen del cálculo del R&R para todos los casos de alturas y pesos (ver tabla XX y tabla XXI). Para el caso de las alturas tenemos:

Tabla XX. Resumen de resultados de alturas, ANOVA, vrs. tolerancia

DIMENSIÓN	VE (mm)	VA (mm)	VP (mm)	R&R (mm)	VT (mm)
altura fondo 52mL	0.043781	0.080301	0.139982	0.091461	0.167212
	7.3%	13.4%	23.3%	15.2%	27.9%
altura fondo 115 mL	0.067879	0.067767	0.21946	0.095916	0.239505
	11.3%	11.3%	36.6%	16.0%	39.9%
altura tapa 22mL	0.017386	0.023124	0.014984	0.028931	0.032581
	4.3%	5.8%	3.7%	7.2%	8.1%
altura tapa R20	0.052509	0.035255	0.204415	0.063246	0.213976
	29.8%	2.4%	83.4%	29.9%	88.6%
altura fondo R20	0.03155	0.00000	0.15050	0.03155	0.15377
	13.1%	0.0%	62.7%	13.1%	64.1%
altura fondo 18 mL	0.029743	0.030275	0.368986	0.042441	0.371419
	5.0%	5.0%	61.5%	7.1%	61.9%
altura tapa 18 mL	0.01958	0.01250	0.08344	0.02323	0.08662
	3.3%	2.1%	13.9%	3.9%	14.4%

Tabla XXI. Resumen de resultados de pesos, ANOVA vrs. tolerancia

DIMENSIÓN	VE (g)	VA (g)	VP (g)	R&R (g)	VT (g)
Peso tapa balanza 1	0.271516	0.149375	0.067996	0.309894	0.317266
	46.0%	25.3%	11.5%	52.5%	53.8%
Peso fondo balanza 1	0.210316	0.093571	0.076954	0.230192	0.242714
	26.3%	11.7%	9.6%	28.8%	30.3%
Peso tapa balanza 2	0.001758	0.000626	0.07978	0.001866	0.079802
	0.3%	0.1%	13.5%	0.3%	13.5%
Peso fondo balanza 2	0.002273	0.00174	0.119221	0.002863	0.119255
	0.3%	0.2%	14.9%	0.4%	14.9%

Tomando como parámetro de referencia la variación total, tendríamos que para el caso de las alturas y pesos (ver tabla XXII y tabla XXIII):

Tabla XXII. Resumen de resultados de alturas, ANOVA vrs variación total

DIMENSIÓN	VE (mm)	VA (mm)	VP (mm)	R&R (mm)	VT (mm)
altura fondo 52mL	0.043781	0.080301	0.139982	0.091461	0.167212
	26.2%	48.0%	83.7%	54.7%	100.0%
altura fondo 115 mL	0.067879	0.067767	0.21946	0.095916	0.239505
	28.3%	28.3%	91.6%	40.0%	100.0%
altura tapa 22mL	0.017386	0.023124	0.014984	0.028931	0.032581
	53.4%	71.0%	46.0%	88.8%	100.0%
altura tapa R20	0.071528	0.0058	0.200095	0.071763	0.212574
	33.6%	2.7%	94.1%	33.8%	100.0%
altura fondo R20	0.05396	0.00499	0.13926	0.05419	0.14943
	36.1%	3.3%	93.2%	36.3%	100.0%
altura fondo 18 mL	0.029743	0.030275	0.368986	0.042441	0.371419
	8.0%	8.2%	99.3%	11.4%	100.0%
altura tapa 18 mL	0.01958	0.01250	0.08344	0.02323	0.08662
	22.6%	14.4%	96.3%	26.8%	100.0%

Y para el caso de los pesos:

Tabla XXIII. Resumen de resultados de pesos, ANOVA vrs. variación total

DIMENSIÓN	VE (g)	VA (g)	VP (g)	R&R (g)	VT (g)
Peso tapa balanza 1	0.271516	0.149375	0.067996	0.309894	0.317266
	85.6%	47.1%	21.4%	97.7%	100.0%
Peso fondo balanza 1	0.210316	0.093571	0.076954	0.230192	0.242714
	86.7%	38.6%	31.7%	94.8%	100.0%
Peso tapa balanza 2	0.001758	0.000626	0.07978	0.001866	0.079802
	2.2%	0.8%	100.0%	2.3%	100.0%
Peso fondo balanza 2	0.002273	0.00174	0.119221	0.002863	0.119255
	1.9%	1.5%	100.0%	2.4%	100.0%

5. EVALUACIÓN DE RESULTADOS DE LOS ESTUDIOS DE R&R

5.1 Diferencia entre Métodos

Vamos ahora a realizar una comparación entre los resultados de los métodos de la AIAG y el de ANOVA. En la siguientes tablas (tabla XXIV y tabla XXV), podemos ver la comparación entre los resultados de ANOVA y el de la AIAG expresados como un cociente donde el dividendo es el resultado, según ANOVA y el divisor es el resultado, según el método de la AIAG, es decir ANOVA / AIAG :

Tabla XXIV. Comparación ANOVA/AIAG resultados de altura

DIMENSIÓN	VE (mm)	VA (mm)	VP (mm)	R&R (mm)	VT (mm)
altura fondo 52mL	116.39%	113.47%	83.62%	114.12%	90.09%
altura fondo 115 mL	119.23%	1 14.09%	97.15%	116.58%	99.62%
altura tapa 22mL	110.33%	105.78%	92.50%	107.35%	103.62%
altura tapa R20	130.75%	158.65%	111.89%	137.80%	113.59%
altura fondo R20	114.93%	100.00%	90.39%	114.93%	91.12%
altura fondo 18 mL	117.02%	120.01%	86.49%	118.52%	86.76%
altura tapa 18 mL	128.39%	98.04%	115.90%	116.86%	115.96%

Para el caso de las balanzas tenemos:

Tabla XXV. Comparación ANOVA/AIAG resultados de pesos

DIMENSIÓN	VE (g)	VA (g)	VP (g)	R&R (g)	VT (g)
Peso tapa balanza 1	121.39%	95.28%	75.55%	113.46%	110.32%
Peso fondo balanza 1	159.13%	88.89%	61.07%	136.23%	115.15%
Peso tapa balanza 2	109.44%	99.74%	91.03%	108.20%	91.04%
Peso fondo balanza 2	122.84%	103.80%	92.18%	114.65%	92.19%

Se puede observar que en el 100% de los casos, la variación del equipo (repetibilidad) es mayor cuando se utiliza el método de ANOVA, que cuando se utiliza el método de AIAG. Nos podríamos preguntar ¿Es esto coincidencia? O ¿Es una regla general? Para poder responder las preguntas, tenemos que analizar cuál es el procedimiento para calcular la variación del equipo.

En el método de ANOVA, vemos que la VE (variación del equipo o repetibilidad) es la desviación del error total, que se apoya en el teorema que dice que las medias de las muestras de tamaño “n” de un universo “normal”, tienden a tener una varianza igual a la varianza del universo dividido por n, en números:

$$\sigma^2_p=\sigma^2/n$$

En el caso del método de la AIAG, la variación del equipo, se calcula usando el rango promedio, y utilizando el coeficiente d_2.El valor del rango, sólo está influenciado por los valores extremos de cada repetición, si importar los datos entre estos extremos, se calcula el rango para calcular la desviación normal, ya que el rango es proporcional a la desviación.

El método ANOVA, por el contrario, calcula todas los cuadrados de las desviaciones, por lo que incluye los datos entre extremos.

Ahora bien, si se analizan los todos los datos de todas las mediciones, en el 70% de los casos, se encontró por lo menos dos mediciones iguales, esto matemáticamente genera que la desviación normal basada en d_2 (lo vamos a llamar del rango indistintamente) sea menor que la calculada por el cuadrado de las diferencias, ya que el método del rango, supone que estos van a ser los datos mas extremos, pero si existen dos iguales como que estos datos pertenecen a la parte central de la campana de Gauss. Por esta razón y por algunas otras, toda la bibliografía concuerda en calificar al método de ANOVA como más exacto.

Vamos a dejar hasta aquí la discusión, porque la retomaremos cuando estemos discutiendo la incertidumbre de la medición, solo quedaría decir que; se puede observar que la variación entre las repeticiones, en todos los casos, siempre está muy cerca de la exactitud del equipo.

El caso de la reproducibilidad, se enfoca igual que la repetibilidad, el método de la AIAG, calcula de nuevo, la desviación varianza en función del rango, solo que con una leve complicación. Aquí se mezcla la varianza de los promedios de las muestras, con la varianza del universo, ya se dijo anteriormente que, estas dos varianzas están relacionadas por la fórmula:

$$\sigma^2{}_p=\sigma^2/n$$

Solo en el caso que no existieran influencias de los operadores, o de los operadores en cada parte, pero como si existen, la formula se complementaría con:

$$\sigma^2_p=\sigma^2/n + \sigma^2_\beta + \sigma^2_{\alpha\beta}$$

recomponiendo y utilizando las formulas de los rangos/d_2, tendríamos que:

$$\sigma^2_p-\sigma^2/n = \sigma^2_\beta + \sigma^2_{\alpha\beta}$$
$$(\bar{\Delta}_i/d_2)^2-(1/n)(\bar{R}/d_2)^2= \sigma^2_\beta + \sigma^2_{\alpha\beta}$$

Se identifica claramente entonces, que, se continúa utilizando la formula rango/d_2. Por el otro lado, con el método de ANOVA, se vuelven a calcular, es decir, se calcula el promedio por cada parte y por cada operador, y luego se calcula la desviación de cada operador, se eleva al cuadrado, etc.

Un factor adicional en el método de ANOVA, es el cálculo de la interacción entre analistas y partes, que si al calcularse, se determina positiva, esto incrementa la variación debido a la repetibilidad, si observa los datos de la tabla No 24 el promedio de VA es de 115.72 % , lo que quiere decir que el método ANOVA reporta un 15% más que el de la AIAG; por otro lado, el promedio de VA de la tabla No 25 el promedio de VA es 96.93 % es decir el método de la AIAG, reporta una mayor VA. Al analizar todos los datos, de la tabla No 24, se determinó que en todos los casos si existe una interacción entre operadores y partes.

Si se revisa la exposición del método, se podrá observar que cuando existe interacción entre el operador y la parte, a la reproducibilidad pasa de ser la varianza del operador a la suma de la varianza del operador y de la varianza de la interacción parte y operador, siempre mayor. Esta es la razón del por qué en las mediciones de alturas (Tabla XXIV) la VA o reproducibilidad es mayor en el método de ANOVA que en el método de la AIAG. También es la razón del por qué, en la mediciones de peso (Tabla XXV) en promedio la VA es menor en el método de ANOVA, porque no hay interacción entre el operador y la parte.

Esta es una ventaja del método ANOVA, sobre el AIAG, ANOVA si toma en cuenta la interacción entre operador y parte. Como punto final de esta parte de la exposición, recordemos que se dice que existe interacción entre dos factores (analistas y partes) si el efecto de un factor depende de los niveles del segundo.

Nótese que aunque el método de ANOVA es más completo que el de la AIAG, ambos siempre parten del supuesto de la distribución normal de los datos, que no siempre es un supuesto correcto.

La pregunta final se plantearía de la siguiente forma ¿Cuál de los dos métodos se debe de utilizar? pues toda la bibliografía sin ninguna excepción recomienda el uso del método de ANOVA, por sobre el de la AIAG, con el argumento que el método de la AIAG que es una “simplificación”, ideal para trabajar en el “piso de planta”.

Nos preguntamos entonces ¿Por qué se utiliza el método de la AIAG?, bueno la primera razón, es porque los cálculos son más sencillos, razón que quedó totalmente fuera de contexto debido a la popularización de las computadoras y de las hojas electrónicas, que ahora ya contienen el análisis de varianza como una función integrada. Otra razón, que sigue siendo de peso, es que en la industria automovilística y su influencia (algunos analistas internacionales llegan a asegurar que la industria de los motores de combustión interna y sus industrias conexas, llegan a ser del 20 al 30% de la industria a nivel mundial) el método de la AIAG, es una norma general, por lo que facilita el intercambio de información.

5.2 Interpretación de Resultados

La AIAG, nos recomienda que:

- -Si el % de R&R es menor al 10% el sistema es aceptable.
- -Si el % de R&R está entre el 10% y el 30% se debería de aceptar temporalmente, con un plan de mejora
- -Si el % es superior al 30% el sistema es inaceptable.

Larry Barrentine en su libro Conceptos de los estudios de R&R coloca los límites 20%-30% (ver referencia bibliográfica 3). A diferencia de Wheeler y Lyday que definen el 20% como máximo para que el sistema de medición sea adecuado.(ver referencia bibliográfica 13)

Otros autores, colocan los límites de 15% y 25% (ver referencia bibliográfica 5)

Otras recomendaciones de las referencias bibliográficas son las siguientes:

a) Si la repetibilidad es grande comparada con la reproducibilidad:

-El sistema de medición necesita mantenimiento.
-El sistema de medición debe de ser rediseñado.
-Se debe de revisar las condiciones donde se realizan las mediciones.
-Existe una variación excesiva de las partes.

b) Si la reproducibilidad es grande en comparado con la repetibilidad:

-El (los) analista(s) debe(n) de ser capacitado(s) en el uso del sistema.
-Pueden existir errores de apreciación en la lectura del sistema de medición.
- Las condiciones de reproducibilidad no se han mantenido.
- El sistema de medición presenta deriva.

Como se puede observar, existe una gran gama de resultados para interpretar. Primero, ¿Cuál será el límite para definir el método de medición como inaceptable?, ¿Qué se debe de utilizar como parámetro La variación total o el límite de especificación?

La segunda pregunta es más fácil de contestar, si Ud. Está utilizando el sistema de medición para analizar el cumplimiento de un producto con una especificación (la conformancia) pues el mejor parámetro sería, el de la tolerancia de la especificación, un sistema de medición que presente más del 30% de variación con respecto a los límites de especificación, se debe de considerar inaceptable, ya que existe un riesgo muy alto de que se rechace un producto bueno, o que se acepte un producto malo debido a la variación del sistema de medición.

Si usted está analizando la variación del proceso, como por ejemplo en el caso del control estadístico de proceso , o en una validación, es indudable que debe de utilizar la variación total como denominador para calcular el R&R, aquí los límites de especificación resultarían inútiles ya que independientemente de la conformancia o no del producto, un sistema de medición que tenga una variación mayor al 30% de la variación total del proceso, sería un equipo con una exactitud muy pobre, incapaz de poder describir el comportamiento de un proceso.

Si tendríamos que determinar una regla general, deberíamos decir que se debería de utilizar la variación del proceso, es decir la variación de parte, utilizando las fórmulas 5.2a, 5.4a,5.6a, 5.8a para calcular el R&R ¿Por qué?, debido a que independientemente al límite de especificación, que en muchos casos puede variar para una misma dimensión de un mismo producto, se deben de "levantar" datos adecuados para cualquier análisis, entonces el R&R basado en la variación del proceso como está basado en la variación intrínseca del proceso del proceso es un parámetro calificador un poco más "sensible", que la otra opción, además es general, no es necesario calcularla para cada tolerancia de especificación dada. Entonces ¿Cuándo vamos a utilizar el R&R basado en la tolerancia de la especificación?, sobre todo cuando es económicamente imposible utilizar la opción de la variación del proceso.

Esto lo puede notar claramente en los datos anteriores en el caso específico del peso. Cuando se calcula el R&R en base a la tolerancia de especificación, la balanza 1 resultaría una opción factible para el fondo ya que el R&R para el fondo es del 27.3% . Pero al cambiar el parámetro, usando la variación del proceso como denominador, resulta que la balanza No.1 sería totalmente inaceptable sin oportunidad alguna. Cabe mencionar que la balanza No.2 es totalmente adecuada en ambos casos. Pero la diferencia en costo entre una balanza es de alrededor de 10 a 1 , en el caso de utilizar este sistema de medición para comprobar la conformancia del producto, la pregunta sería ¿Se justifica la inversión ? , para contestar esta pregunta determinantemente, nos auxiliaríamos del concepto de Cp y Cpk, que en pocas palabras, es otro parámetro calificador, pero que en este caso estima si un proceso es capaz de cumplir una especificación o no, si el lector no está familiarizado con el concepto, en el apéndice 3 se da una breve explicación. El Cpk en el caso del peso utilizando la balanza No.1 es de 2.56 lo que equivale a menos de 1 defecto por cada 100 millones. ¿Qué significa este grado conformidad?, o que el proceso es muy capaz de dar los resultados obtenidos, o que el sistema de medición es tan poco sensible, que no es capaz de registrar los cambios del producto/proceso. ¿Cuál de las dos respuestas es la adecuada?, esto lo trataremos en las conclusiones generales del trabajo, ya que necesitamos extendernos en la exposición para contestar esta última pregunta. Para colaborar con la decisión de definir cual es el %RR aceptable, vamos a realizar algunos ejercicios sobre la incidencia de la variación de los sistemas de medición con respecto a la variación del objeto de la medición (el producto).

Como ya se apunto arriba, la variación observada en un sistema de medición se puede descomponer en, la variación del sistema de medición y la variación del objeto de la medición (el producto). Para cuantificar la variación del proceso nos serviremos del indicador Cp, que se define como la relación entre la tolerancia de la especificación y variación del proceso; en otras palabras, un Cp de 1, significará que la tolerancia del proceso es igual a la variación de la especificación; en números:

$$Cp= \frac{\text{Límite superior de la especificación-Límite inferior de la especificación}}{6\sigma}$$

donde σ es la desviación normal del proceso.

Es práctica común dentro de la industria, de calificar un proceso con un Cp=2 como aceptable, siempre y cuando tenga un Cpk mayor que 1.33 (ver apéndice 3).La desviación del proceso σ observada, se compone de la variación normal real más la variación debida al sistema de medición, por lo que si tenemos un %RR de 30% (calculándolo en base a la variación total) significa que el proceso estará siendo demeritado en aprox. 4.5 %, es decir si el Cp observado es 2 el Cp real sería alrededor de 2.09 en números, tendríamos que:

$$\sigma^2_{OBS} = \sigma^2_{PROC} + \sigma^2_{S.M,}$$

$$\sigma = \sqrt{1^2+0.3^2}$$

$$\sigma = 1.044$$

$$Cp\ obs = 2.09/1.044=2$$

$$Cp\ real= 2.09/1 = 2.09$$

Si reducimos el Cp a un valor de 1, el real sería de 1.045, estaríamos añadiendo 490 partes por millón de defectos a el proceso, un valor de Cp=0.75 observado, equivale a un Cp real de 0.78, y añade 2812 partes por millón de defectos al proceso.

Otro indicador que nos puede ayudar a determinar que % de R&R es el máximo permitido es el número de categorías distinguibles, un indicador que se calcula:

$$CD = \frac{\sigma^2_{parte}\ \sqrt{2}}{\sigma^2_{\text{sistema de medición}}}$$

Este valor, representa el número de categorías de datos, que el sistema puede reconocer dentro del rango de medición, de ahí se desprende que la recomendación de que el CD sea mayor que 5, y que definitivamente debe ser mayor que 2, en este límite, (cuando CD=2) el sistema de medición, estaría siendo equivalente a un sistema de evaluación de atributos, solo podría detectar la presencia/ausencia de. Podemos apuntar que, este indicador adolece de la relación con los límites de especificación, y puede, en algunos casos, inducirnos a buscar excesiva exactitud a un sistema de medición, cuando las especificaciones no lo exijan.

Como se ha podido observar, el método de R&R, abre una gran variedad de indicadores para calificar un sistema de medición, además de que se ha desarrollado suficientes políticas que nos guían para la determinación de la bondad o no del sistema de medición. En las conclusiones finales del trabajo, vamos a tratar de proponer una guía de apreciación que incluya la mayoría de los aspectos planteados.

Como un auxiliar muy poderoso, que no todas las referencias incluyen en el estudio de R&R, podemos mencionar las gráficas de las series de mediciones (Una gráfica con una línea por operador colocando en el eje de las “X” las partes y en el de las “Y “el resultado de las mediciones) que dan una muy buena idea, de los posibles orígenes de una repetibilidad o una reproducibilidad excesiva y de la variación entre partes.

También es recomendable, realizar una gráfica de Rangos, de la siguiente forma:

1. Graficar el Rango, de cada serie de repeticiones por cada parte por cada operador, al final tendremos 3 líneas (o “n” líneas, una por cada operador) .

2. Graficar la línea central, que es el promedio general de todos los rangos.

3. calcular el límite de control superior según la teoría del CEP ($LS=\bar{\bar{R}}*D_4$; D_4= 3.267 si n=2, D_4=2.575 si n=3 y D_4=2.282 si n=4)

Si cualquier punto cae arriba del límite superior de control, nos indicará que el operador tiene consistentemente dificultad en una parte o partes especifica.

Otra gráfica de mucha utilidad es la de promedios, que se debe de realizar de la siguiente manera:

1. Grafique el promedio de cada parte, por cada operador, tendremos otra vez, 3 líneas

2. La línea central es el promedio general de los “nxm” datos.

3. Calcule los límites de control, según la teoría del CEP ($LS=\bar{\bar{X}}+ \bar{R}*A_2$; $LI= \bar{\bar{X}}-\bar{R}*A_2$; $A_2= 1.88$ si $n = 2$, $A_2=1.023$ si $n = 3$ y $A_2=0.729$ si $n = 4$).

Esta gráfica mostrará la falta de control sobre el proceso cuando existan muchos puntos afuera de los límites de control (para una explicación más profunda, refiérase al tema, control estadístico de proceso en la producción en cualquier libro de estadística aplicada).

6. MÉTODO DE LA EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRE

El propósito de una medición es determinar el valor de una magnitud. La imperfección natural de la realización de las mediciones, hace imposible conocer con certeza absoluta el valor verdadero de una magnitud, toda medición lleva implícita una incertidumbre.

El resultado de una medición incluye la mejor estimación del valor del mensurando y una estimación de la incertidumbre sobre ese valor. La incertidumbre se compone de contribuciones de diversas fuentes, algunas de ellas descritas por las magnitudes de entrada respectivas. Algunas contribuciones son inevitables por la definición del propio mensurando, mientras otras pueden depender del principio de medición, del método y del procedimiento seleccionados para la medición. Por ejemplo, en la medición de la longitud de una pieza metálica, la temperatura es una magnitud de entrada que afecta directamente al mensurando por expansión o contracción térmica del material. Otra magnitud de entrada es la fuerza de contacto, presente cuando se usan instrumentos que requieren contacto mecánico como los micrómetros, calibradores vernier, etc. También pueden influir en el resultado de la medición, y por lo tanto en la incertidumbre, algunos atributos no cuantificables en cuyo caso es siempre recomendable reducir en lo posible sus efectos, preferentemente haciendo uso de criterios de aceptación en las actividades tendientes a reducir tales efectos.

La definición del mensurando usualmente alude, casi siempre de manera implícita, a una estimación de la incertidumbre que se requiere. Es notable el alto riesgo que se corre cuando la definición del mensurando no es acorde con la estimación de la incertidumbre requerida. Por ejemplo, si se manifiesta al mensurando simplemente como el diámetro de una moneda de un quetzal, la incertidumbre requerida es mayor que cuando el mensurando se determina como el diámetro del círculo que circunscribe la moneda.

Una medición, tiene asociado un modelo que sólo se aproxima al fenómeno real, siguiendo con el ejemplo de la moneda de quetzal, para medir su área, supondremos una circunferencia ideal y tomaremos una cantidad limitada de diámetros (1,2,3, etc.) los promediamos elevamos al cuadrado y multiplicamos por “π“ ; descartamos cualquier posibilidad de que la moneda no sea exactamente un circulo.

El modelo físico se representa por un modelo descrito con lenguaje matemático. El modelo matemático supone aproximaciones originadas por la representación imperfecta o limitada de las relaciones entre las variables involucradas. Considerando a la medición como un proceso, se identifican magnitudes de entrada denotadas por el conjunto:

$$\{Xi\} \text{ (es decir } X_1 , X_2 , X_3 , \ldots X_n)$$

La relación entre las magnitudes de entrada y el mensurando” Y “o la “magnitud de salida” se representa como una función:

$$Y = f(\{Xi\}) = f(X_1 , X_2 , X_3 , \ldots X_n)$$

Representada por una tabla de valores correspondientes, una gráfica o una ecuación, en cuyo caso se hará referencia a una relación funcional. Por ejemplo, el peso de un gramo de agua es proporcional a la temperatura ambiente como relación funcional y la presión atmosférica no tiene relación funcional con variables como la humedad relativa (dentro de los rangos normales).

Los valores de las magnitudes de entrada pueden ser resultados de mediciones recientes realizadas por el usuario o tomados de fuentes como certificados, literatura, manuales, etc. El mejor estimado del valor del mensurando es el resultado de calcular el valor de la función " f" evaluada en el mejor estimado de cada magnitud de entrada,

$$y=f(x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots x_n)$$

En algunas ocasiones se toma el mejor estimado de "Y" como el promedio de varios valores yj del mensurando obtenidos a partir de diversos conjuntos de valores {Xi}j de las magnitudes de entrada.

Cualquier método de evaluación de la incertidumbre debe ser:

- **universal:** se podrá aplicar a todo tipo de mediciones y todo tipo de datos usados en las mediciones;
- **consistente internamente**: debe ser un resultado directo de las componentes que contribuyen a ella, y ser independiente de cómo se agrupan esas componentes;

- **transferible:** la incertidumbre evaluada para un resultado debe poderse usar directamente en la evaluación de la incertidumbre de otra medición en que se utilice dicho resultado.

Como último punto, resumiríamos que el método de evaluación de incertidumbre, consiste en determinar las fuentes de incertidumbre de una medición, luego se calcula la incertidumbre estándar originada por cada fuente de variación, y por último se calcula la incertidumbre combinada. La incertidumbre que se reporta es la combinada afectada por un factor de cobertura, que se determina estadísticamente.

6.1 Identificación de las Fuentes de Incertidumbre

Una vez determinados el mensurando, el principio, el método y el procedimiento de medición, se identifican las posibles fuentes de incertidumbre.

Éstas provienen de los diversos factores involucrados en la medición, por ejemplo: los resultados de la calibración del instrumento, la incertidumbre del patrón o del material de referencia, la repetibilidad de las lectura, la reproducibilidad de las mediciones por cambio de observadores, instrumentos u otros elementos, variaciones de las condiciones ambientales, etc.No es recomendable desechar alguna de las fuentes de incertidumbre por la suposición de que es poco significativa comparada con las demás sin una cuantificación previa de su contribución.

Es preferible la inclusión de un exceso de fuentes que ignorar algunas entre las cuales pudiera descartarse alguna importante. No obstante, siempre estarán presentes efectos que la experiencia, conocimientos y actitud crítica del metrólogo permitirán calificar como irrelevantes después de las debidas consideraciones.

6.2 Cuantificación de las fuentes de Incertidumbre

La guía ISO BIPM "*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*" (1995) distingue dos métodos principales para cuantificar las fuentes de incertidumbre: El método de evaluación de incertidumbre Tipo A está basado en un análisis estadístico de una serie de mediciones, mientras el método de evaluación de incertidumbre Tipo B comprende todas las demás maneras de estimar la incertidumbre. Cabe mencionar que esta clasificación no significa que exista alguna diferencia en la naturaleza de los componentes que resultan de cada uno de los dos tipos de evaluación, puesto que ambos tipos están basados en distribuciones de probabilidad.

La única diferencia es que en las evaluaciones tipo A se estima esta distribución basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición mientras en el caso de tipo B se supone una distribución con base en experiencia o información externa al metrólogo. En la práctica esta clasificación no tiene consecuencia alguna en las etapas para obtener una estimación de la incertidumbre combinada.

6.3 Evaluación de Incertidumbres Tipo "A"

La incertidumbre de una magnitud de entrada Xi obtenida a partir de observaciones repetidas bajo condiciones de repetibilidad, se estima con base en la dispersión de los resultados individuales.

Si Xi se determina por n mediciones independientes, resultando en valores q_1 , q_2 , ... , q_n , el mejor estimado xi para el valor de Xi es la media de los resultados individuales:

$$x_i = \bar{q} = \frac{1}{n} \sum q_j$$

La dispersión de los resultados de la medición q_1 , q_2 , ... , qn para la magnitud de entrada Xi se expresa por su desviación estándar (desviación normal):

$$s(q) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (q_j - \bar{q})^2}$$

La incertidumbre estándar u(xi) de Xi se obtiene finalmente mediante el cálculo de la desviación estándar (desviación normal) experimental de la media:

$$u(x) = s(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{n}}$$

Así que resulta para la incertidumbre estándar de Xi:

$$u(x_i) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (q_j - \bar{q})^2}$$

En el caso de que una medición que se realiza por un método bien caracterizado y bajo condiciones controladas, es razonable suponer que la distribución (dispersión) de los q_j no cambia, o sea se mantiene prácticamente igual para mediciones realizadas en diferentes días, por distintos operadores, etc. Puede determinarse que la componente de la incertidumbre es más confiablemente estimada con la desviación estándar s_p obtenida de un solo experimento anterior, que con la desviación estándar experimental s(q) obtenida por un número n de mediciones, casi siempre pequeño, la incertidumbre estándar de la media se estima en este caso por:

$$u(x) = \frac{s_p}{\sqrt{n}}$$

hay que hacer la observación que n es el número de mediciones repetidas para evaluar $\bar{q}$, según la primera ecuación de este apartado, mientras que sp se determinó por un número distinto y grande de mediciones.

No se puede dar una recomendación general para el número ideal de las repeticiones n, ya que éste depende de las condiciones y exigencias (meta para la incertidumbre) de cada medición específica. Hay que considerar que:

- Aumentar el número de repeticiones resulta en una reducción de la incertidumbre tipo A, la cual es proporcional a $1 / \sqrt{n}$

- Un número grande de repeticiones aumenta el tiempo de medición, que puede ser contraproducente, si las condiciones ambientales u otras magnitudes de entrada no se mantienen constantes en este tiempo

- En pocos casos se recomienda o se requiere n mayor de 10 (ver el punto 6.6 incertidumbre expandida). Por ejemplo cuando se caracterizan instrumentos o patrones, o se hacen mediciones o calibraciones de alta exactitud. (ver las recomendaciones finales del trabajo, que no concuerdan con esta recomendación).

- Para determinar el impacto que tiene "n" en la incertidumbre expandida hay que estimar su influencia en el número de grados efectivos de libertad.

6.4 Evaluación de Incertidumbre Tipo "B"

Las fuentes de incertidumbre tipo B son cuantificadas usando información externa u obtenida por experiencia. Estas fuentes de información pueden ser:

- Certificados de calibración.
- Manuales del instrumento de medición, especificaciones del instrumento.
- Normas o literatura.
- Valores de mediciones anteriores.
- Conocimiento sobre las características o el comportamiento del sistema de medición.

Para calcular la incertidumbre tipo “B” se deberá de convertir la incertidumbre de cualquier fuente a un valor de una desviación estándar. Para esto, se debe primero determinar la distribución que caracteriza la fuente de incertidumbre analizada. Las distribuciones que aparecen más frecuentemente son:

a) Distribución normal

Los resultados de una medición repetida afectada por una o más magnitudes de influencia que varían aleatoriamente, generalmente siguen en buena aproximación una distribución normal. También la incertidumbre indicada en certificados de calibración se refiere generalmente a una distribución normal.

b) Distribución rectangular

En una distribución rectangular cada valor en un intervalo dado tiene la misma probabilidad, o sea la función de densidad de probabilidad es constante en este intervalo. Ejemplos típicos son la resolución de un instrumento digital o la información técnica sobre tolerancias de un instrumento. En general, cuando exclusivamente hay conocimiento de los límites superior e inferior del intervalo de variabilidad de la magnitud de entrada, lo más conservador es suponer una distribución rectangular.

c) Distribución triangular

Si además del conocimiento de los límites superior e inferior hay evidencia de que la probabilidad es más alta para valores en el centro del intervalo y se reduce hacía los límites, puede ser más adecuado basar la estimación de la incertidumbre en una distribución triangular. Por ejemplo, para medir el punto de fusión de una cera, la temperatura puede tener una ligera deriva. Si se mide la temperatura antes y después de la medición del punto de fusión (resultando en T1 y T2), se pude suponer para el momento de la medición de la densidad una temperatura de (T1+T2)/2 con una distribución triangular entre T1 y T2.

d) Otras distribuciones

Pueden encontrarse también distribuciones como la U, en la cual los extremos del intervalo presentan los valores con probabilidad máxima, típicamente cuando hay comportamientos oscilatorios subyacentes.

Antes de comparar y combinar contribuciones de la incertidumbre que tienen distribuciones diferentes, es necesario representar los valores de las incertidumbres originales como incertidumbres estándar. Para ello se determina la desviación estándar de la distribución asignada a cada fuente de acuerdo con las siguientes fórmulas por cada distribución.

a) Distribución normal

La desviación estándar experimental de la media calculada a partir de los resultados de una medición repetida (incertidumbre tipo “a”) ya representa la incertidumbre estándar. Cuando se dispone de valores de una incertidumbre expandida U, como los presentados por ejemplo en certificados de calibración, se divide U entre el factor de cobertura k, obtenido ya sea directamente o a partir de un nivel de confianza dado:

$$U(x_i) = \frac{U}{k}$$

b) Distribución rectangular

Si la magnitud de entrada X_i tiene una distribución rectangular con el límite superior a+ y el límite inferior a- , el mejor estimado para el valor de Xi está dado por:

$$X_i = \frac{(a+)+(a-)}{2}$$

y la incertidumbre estándar se calcula por :

$$U(xi) = \frac{(a+)+(a-)}{\sqrt{12}} = \frac{a/2}{\sqrt{3}}$$

donde a/2 es la mitad del intervalo a con a= (a+)-(a-)

Una aplicación típica es la resolución de un instrumento digital. También la incertidumbre relacionada con el número finito de cifras significativas de datos tomados de la literatura puede ser tratada con esta distribución (siempre y cuando no haya indicios que la incertidumbre en realidad es mayor que la incertidumbre relacionada con la última cifra significativa). Si se aplica a la resolución o a datos tomados de la literatura, a corresponde al último dígito significativo o a la última cifra significativa respectivamente.

c) Distribución triangular

Como en una distribución rectangular, para una magnitud de entrada Xi que tiene una distribución triangular con los límites a+ y a- , el mejor estimado para el valor de Xi está dado por:

$$Xi = \frac{(a+)+(a-)}{2}$$

y la incertidumbre estándar se calcula por :

$$U(xi) = \frac{(a+)+(a-)}{\sqrt{24}} = \frac{a/2}{\sqrt{6}}$$

donde a/2 es la mitad del intervalo a con a= (a+)-(a-)

6.5 Incertidumbre Combinada

El resultado de la combinación de las contribuciones de todas las fuentes es la incertidumbre estándar combinada $u_c(y)$, la cual contiene toda la información esencial sobre la incertidumbre del mensurando "Y". La contribución $u_i(y)$ de cada fuente a la incertidumbre combinada depende de la incertidumbre estándar u(xi) de la propia fuente y del impacto de la fuente sobre el mensurando.

Es posible encontrar que una pequeña variación de alguna de las magnitudes de influencia tenga un impacto importante en el mensurando, y viceversa. Se determina ui(y) por el producto de u(xi) y su coeficiente de sensibilidad ci (o factor de sensibilidad) El coeficiente de sensibilidad describe, qué tan sensible es el mensurando con respecto a variaciones de la magnitud de entrada correspondiente. Para su determinación existen dos métodos:

a) Determinación a partir de una relación funcional

Si el modelo matemático para el mensurando $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ describe la influencia de la magnitud de entrada Xi suficientemente bien mediante una relación funcional, el coeficiente de sensibilidad c_i se calcula por la derivada parcial de f con respecto a Xi :

$$c_i = \left. \frac{\partial f\,(X_1 \ldots X_n)}{\partial X_1} \right|_{X_1=x_1 \ldots\ldots X_n=x_n}$$

b) Otros métodos de determinación

Si la influencia de la magnitud de entrada Xi en el mensurando Y no está representada por una relación funcional, se determina el coeficiente de sensibilidad c_i por una estimación del impacto de una variación de Xi en Y según:

$$c_i = \frac{\Delta Y}{\Delta X_i}$$

Esto es, manteniendo constantes las demás magnitudes de entrada, se determina el cambio de Y producido por un cambio en X_i por una medición o a partir de la información disponible (como una gráfica o una tabla).

Esto es de uso fundamental, cuando utilizan varios tipos de dimensionales, veamos un ejemplo. Dentro de la determinación de la barra de acero, la temperatura es una de las magnitudes de entrada y fuente de incertidumbre, entonces, primero calcularíamos la incertidumbre estándar, que siendo el valor de una desviación estándar, mantendría la dimensional en ºC, pero nosotros queremos en determinar la incertidumbre en términos de unidades de longitud, ya que eso es lo que estamos midiendo. Entra entonces el factor c_i que es cuanto cambia la longitud con un cambio de temperatura , (la derivada parcial de la longitud en función de la temperatura) , que es el coeficiente de dilatación del acero, cuya dimensional es cm/ºC y al multiplicar por la incertidumbre anteriormente calculada, en ºC obtenemos un resultado en términos de unidades de longitud (cm) y así con cualquier fuente de incertidumbre.

En el caso de magnitudes de entrada no correlacionadas, la incertidumbre combinada uc(y) se calcula por la suma geométrica de las contribuciones particulares:

$$U_c^2(y)=\sum u_i^2(y)$$

Si relacionamos las fórmulas anteriores resulta finalmente:

$$U_c(y)=\sqrt{\Sigma\,[c_i\, u(x_i)]^2} \quad = \sqrt{\Sigma \left[\frac{\partial f}{\partial X_i}\ u(x_i)\right]^2}$$

La fórmula anterior es llamada ley de propagación de incertidumbre. Note que la última expresión en esta ecuación se aplica cuando se dispone de la relación funcional entre Y y {Xi}

En la mayoría de los casos una magnitud de entrada Xi es afectada por varias fuentes de incertidumbre, que pueden ser por ejemplo la resolución del instrumento, la dispersión de datos obtenidas por mediciones repetidas y la incertidumbre de la calibración del instrumento. En este caso hay dos maneras (equivalentes) de calcular la incertidumbre combinada.

a) Como primera alternativa, se calcula la incertidumbre total (combinada) relacionada con cada magnitud de entrada Xi por la suma geométrica de las incertidumbres individuales:

$$u(x_i)= \sqrt{\Sigma\,[u_j(x_i)]^2}$$

donde $u_j(x_i)$ es la incertidumbre estándar de todas las fuente de incertidumbre relacionadas con la magnitud de entrada X_i (que podría ser por ejemplo, la temperatura). Después se introducen los valores de u(xi) en la fórmula de la ley de propagación de la incertidumbre.

b) Si uno está interesado en ver el efecto particular que tiene cada una de las fuentes en la incertidumbre combinada $u_c(y)$, cada fuente puede entrar individualmente en la formula de la ley de propagación de la incertidumbre sustituyendo el número de magnitudes de entrada N en la suma por el número total de fuentes de incertidumbre. Cabe mencionar que el coeficiente de sensibilidad c_i es igual para todas las fuentes de incertidumbre relacionadas con la misma magnitud de entrada Xi .

Cuando el coeficiente de sensibilidad c_i es cero o cuando la función no admite una representación lineal adecuada (únicamente con la primera derivada) en el intervalo +/- $u(x_i)$ es conveniente y aun indispensable considerar términos de segundo orden (que dependen de las segundas derivadas)

Si algunas de las magnitudes de entrada están correlacionadas, hay que considerar las covarianzas entre las magnitudes correlacionadas y la ley de propagación de las incertidumbres se modifica a:

$$U_c(y) = \sqrt{\Sigma \left[\frac{\partial f}{\partial X_i} u(x_i)\right]^2 + \Sigma \frac{\partial f}{\partial X_i} \frac{\partial f}{\partial X_J} u(x_i)\, u(x_j)\, r(X_i , X_j)}$$

donde r(Xi , Xj) es el factor de correlación entre las magnitudes de entrada Xi y Xj.

A menudo los resultados de mediciones de dos magnitudes de entrada están ligados, ya sea porque existe una tercera magnitud que influye sobre ambas, porque se usa el mismo instrumento para medir o el mismo patrón para calibrar, o por alguna otra razón. Por ejemplo, en la calibración gravimétrica de medidores de volumen son magnitudes de entrada las temperaturas del agua y del ambiente. Estas temperaturas están relacionadas aun cuando sus valores puedan ser diferentes. La temperatura del agua será más alta cuando la temperatura ambiente lo sea y bajará cuando lo haga la temperatura ambiente, es decir existe una correlación entre estas magnitudes.

Desde el punto de vista estadístico, dos variables son independientes cuando la probabilidad asociada a una de ellas no depende de la otra, esto es, si q y w son dos variables aleatorias independientes, la probabilidad conjunta se expresa como el producto de las probabilidades de las variables respectivas

$$p(q,w)=p(q)p(w)$$

Frecuentemente, se encuentran magnitudes de entrada que no son independientes. La independencia lineal de dos variables puede estimarse estadísticamente con el coeficiente de correlación:

$$r(q,w) = \frac{u(q,w)}{u(q)\,u(w)}$$

En el denominador aparecen las incertidumbres estándar de las variables aludidas y en el numerador la covarianza de las mismas. La covarianza puede ser estimada

a) por medio de las relaciones funcionales entre ambas variables y la tercera que influye sobre ellas

b) a partir de un conjunto de *n* valores de *q* y *w* según:

$$u(q,w) = \frac{1}{n(n-1)} \sum (q_k - \bar{q})(w_k - \bar{w})$$

6.6 Incertidumbre Expandida

La forma de expresar la incertidumbre como parte de los resultados de la medición depende de la conveniencia del usuario. A veces se comunica simplemente como la incertidumbre estándar combinada, otras ocasiones como un cierto número de veces tal incertidumbre, algunos casos requieren se exprese en términos de un nivel de confianza dado, etc. En cualquier caso, es indispensable comunicar sin ambigüedades la manera en que la incertidumbre está expresada.

La incertidumbre estándar u_c representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando que contiene el valor verdadero con una probabilidad p de 68% aproximadamente, bajo la suposición de que los posibles valores del mensurando siguen una distribución normal. Generalmente se desea una probabilidad mayor, lo que se obtiene expandiendo el intervalo de incertidumbre por un factor k, llamado factor de cobertura. El resultado se llama incertidumbre expandida U y se calcula:

$$U = k\, u_c$$

La incertidumbre expandida U indica entonces un intervalo que representa una fracción p de los valores que puede probablemente tomar el mensurando. El valor de p es llamado el nivel de confianza y puede ser elegido a conveniencia.

En el medio industrial, a menudo se elige el nivel de confianza de manera tal que corresponda a un factor de cobertura como un número entero de desviaciones estándar en una distribución normal.Por ejemplo, en una distribución normal, k=1 corresponde a p=68,27%, k=2 a p=95,45%. En una distribución rectangular p=57,7% si k=1.

Frecuentemente, los valores del mensurando siguen una distribución normal. Sin embargo, el mejor estimado del mensurando, la media (obtenida por muestreos de “n” mediciones repetidas) dividida entre su desviación estándar, sigue una distribución llamada t de Student, la cual refleja las limitaciones de la información disponible debidas al número finito de mediciones. Esta distribución coincide con la distribución normal en el límite cuando “n” tiende a infinito, pero difiere considerablemente de ella cuando “n” es pequeño. La distribución t de Student es caracterizada por un parámetro “n” llamado número de grados de libertad.

Considerando lo anterior, es necesario ampliar el intervalo correspondiente al nivel de confianza p, por lo que la ecuación de la incertidumbre expandida pasa a:

$$U=t_p(v)u_c$$

El factor $t_p(v)$ indica los límites del intervalo correspondiente al nivel de confianza p de la distribución y su valor siempre es mayor o igual que el factor k (tomado de la distribución normal). Sus valores se encuentran en tablas.

Cuando se combinan varias fuentes de incertidumbre con sus respectivas distribuciones para obtener la incertidumbre combinada u_c del mensurando, el Teorema del Límite Central permite aproximar la distribución resultante por una distribución normal. La aproximación será mejor mientras más grande sea el número de fuentes y sus contribuciones sean similares, independientemente de la forma particular de sus distribuciones.

Nuevamente, la disponibilidad limitada de información hace necesario el uso de la distribución t de Student para determinar la incertidumbre expandida de manera rigurosa (con la suposición de que los valores del mensurando obedecen una distribución normal). El número efectivo de grados de libertad v_{ef} para esta situación se discute en el siguiente párrafo.

Cuando sólo es relevante la contribución de una fuente cuya distribución no sea normal, lo más conveniente es estimar la incertidumbre expandida directamente de los parámetros de la distribución. Por ejemplo, cuando las lecturas obtenidas con un instrumento de baja exactitud son idénticas debido a la resolución del instrumento y las otras fuentes de incertidumbre son insignificantes, es plausible suponer que los valores razonables del mensurando siguen una distribución rectangular cuyos límites están determinados por el valor de la escala del instrumento, al que se le ha asignado una cierta incertidumbre, es decir si se considera una medición tomada con un instrumento analógico con resolución de 2 unidades, con incertidumbre del 10% en la resolución, el 95% de los valores está contenido en un intervalo de ancho $2\times (1+0,1) \times 0,95 = 2,1$ unidades.

De cierta manera el número v de grados de libertad asociado a una distribución de una magnitud (Xi o Y) puede considerarse una medida de incertidumbre de la incertidumbre de esa magnitud. Entre mayor sea v la estimación de la incertidumbre será más confiable. El número efectivo de grados de libertad v_{ef} del mensurando considera el número de grados de libertad v_i de cada fuente de incertidumbre.

En las incertidumbres tipo A, v_i depende directamente del número de datos considerados y disminuye conforme el número de parámetros estimados a partir de los mismos datos. La repetibilidad de una medición, estimada por la desviación estándar experimental de n lecturas tiene n-1 grados de libertad.

Una regresión lineal de M puntos mediante una ecuación de m parámetros tiene M-m grados de libertad. La determinación del número de grados de libertad de una incertidumbre tipo B implica el criterio del metrólogo soportado por su experiencia, aun cuando sea subjetiva, para determinar la incertidumbre relativa de la propia incertidumbre, y calcular el número de grados de libertad para esa fuente específica i con la ecuación

$$vi \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}\right)^{-2} = \frac{1}{2}\left(\frac{u(x_i)}{\Delta u(x_i)}\right)^{2}$$

La cantidad $\Delta u(x_i)$ es una estimación de la incertidumbre de la incertidumbre u(xi) de la fuente i cuantificada por el metrólogo. Es recomendable aproximar el resultado del cálculo con la ecuación anterior al entero cercano más bajo. Por ejemplo, si Δu(xi) es cero, es decir, el metrólogo está completamente seguro del valor de u(xi) , el número de grados de libertad asociado a esa fuente es infinito. Si el metrólogo considera que u(xi) tiene una incertidumbre del 50%, el número de grados de libertad es de sólo 2, y si la considera del 20% el número de grados de libertad asciende a 12 . Se observa también que un valor mayor de $u(x_i)$, al ser una estimación más conservadora, puede traer consigo un menor valor de $\Delta u(x_i)$ y por consiguiente un mayor número de grados de libertad.

El número efectivo de grados de libertad se calcula según la ecuación de Welch-Satterthwaite, aun cuando existan observaciones sobre su validez merecedoras de atención, la cual puede escribirse en términos de la relación entre la contribución de la fuente i y la incertidumbre combinada como:

$$\frac{1}{v_{ef}} = \sum \frac{\left(\frac{u_i(y)}{u_c(y)}\right)^4}{v_i}$$

Si el valor de v_{ef} resultante no es entero, generalmente se considera v_{ef} como el entero menor más próximo. Un análisis de la ecuación anterior muestra el dominio de las fuentes con pocos grados de libertad en el cálculo de v_{ef} , sobre todo de aquellas cuyas contribuciones son grandes a la incertidumbre combinada.

De hecho una fuente cuya contribución es alta y con pocos grados de libertad, es determinante del valor de v_{ef} . Por ejemplo, si la repetibilidad contribuye con el 80% de la incertidumbre combinada, se estima con 3 grados de libertad, y cada una de las otras fuentes tiene un número infinito de grados de libertad, el número efectivo de grados de libertad será aproximadamente de 7. Si contribuyera con el 60%, se obtendrían 23 grados de libertad. Es una directriz regularmente aceptada, que la incertidumbre tipo B tiene infinitos grados de libertad, es decir sus valores son conocidos con una certeza muy alta. Cuando una incertidumbre estándar combinada está dominada por una simple contribución con pocos grados de libertad (menor que 6) , es recomendable que “k” sea igual a “t” del valor de la distribución de “t” de Student para que el número de grados de libertad asociados con la distribución , y para el nivel de confianza requerido (normalmente 85%) Resumiendo, de manera rigurosa la incertidumbre expandida se calcula de acuerdo a :

$$U = u_c t_p(v_{ef})$$

donde $t_p(v_{ef})$es el factor derivado de la distribución t de Student a un nivel de confianza p y v_{ef} grados de libertad obtenido de tablas. Es evidente que el factor de cobertura “k” corresponde al valor $t_p(v_{ef})$ Frecuentemente, cuando v_{ef} es suficientemente grande, no se encuentra diferencia significativa en los resultados numéricos obtenidos tomando k de la distribución normal para el mismo p. Una buena práctica es realizar el cálculo riguroso con la fórmula anterior y entonces decidir sobre la conveniencia de usar simplemente la un factor K de cobertura según la curva normal.

Es difícil asegurar un valor preciso de la incertidumbre debido a las múltiples aproximaciones realizadas durante su estimación. Por ello, generalmente los valores de $t_p(v_{ef})$. para p = 95% se aproximan por los que corresponden a $t_p(v_{ef})$. para p = 95,45% con el fin de obtener un valor de k = 2,00 en el límite de una distribución normal. Los valores de $t_p(v_{ef})$ para p = 95,45% se muestran en la tabla XXVI:

Tabla XXVI. Factor de cobertura según grados de libertad

V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	100	∞
$T_p(v_{ef})$	13.97	4.53	3.31	2.87	2.65	2.52	2.43	2.37	2.32	2.28	2.05	2.025	2.00

La expresión de la incertidumbre expandida U incluye su indicación como un intervalo centrado en el mejor estimado y del mensurando, la afirmación de que p es del 95% (o el valor elegido) aproximadamente y el número efectivo de grados de libertad, cuando sea requerido. Una manera de expresar el resultado de la medición es

$$Y= y+/- U$$

El número de cifras significativas en la expresión de la incertidumbre es generalmente uno, o dos cuando la exactitud es alta (si la primera cifra significativa es uno o dos, cabe la posibilidad de usar un dígito más para evitar la pérdida de información útil). Además debe asegurarse que el número de cifras significativas del valor del mensurando sea consistente con el de la incertidumbre.

Existen casos especiales, como cuando la incertidumbre es gobernada por una componente de incertidumbre tipo B , que proviene de una distribución triangular, que no vamos a tocar aquí.

6.7 Razones Relacionadas a la Incertidumbre y Límites de Salvaguarda

Existen muchos criterios para seleccionar el mejor patrón para la calibración, dentro de estos factores podemos mencionar: La necesidad de eficiencia operativa, necesidades futuras, requisitos legales que cumplir, etc. Un criterio muy generalizado para determinar el mejor patrón de calibración, es el propuesto en la década de los 80 por la norma del ejército de los Estados Unidos (MIL-STD) 45662 que requería que la incertidumbre del patrón de calibración no debería de exceder el 25% de la tolerancia aceptable de cada característica que está siendo calibrada.

Esta directriz se mantiene en muchas normas y reglamentos, como por ejemplo la norma ANSI/NCLS Z540-1-1994 . En Estados Unidos, a esta relación se le nombró TUR (test uncertainty ratio) de 4:1, también se le conoce como TAR (Test accuracy ratio) .

La razón de la definición de un TAR mínimo es que con un TAR de 4:1 a un nivel de confianza del 95% , solo existe un 0.8% de probabilidad de que un producto clasificado como conforme, sea en realidad no conforme. Cuando por razones económicas o tecnológicas, es imposible alcanzar este mínimo posible, algunos autores recomiendan el uso de límites de salvaguarda para el equipo.

Estos límites de salvaguarda consisten en reducir la tolerancia de la especificación para que un posible desajuste del equipo, debido a una calibración muy pobre; no genere mediciones fuera de la tolerancia especificada. Como todas estas técnicas se basan en la distribución normal de las mediciones y de la variación del sistema de medición, se pueden plantear varios métodos para calcular los límites de salvaguarda, uno de los métodos es el llamados la raíz de la suma de los cuadrados, que consiste en multiplicar el rango de la tolerancia por un factor K, que se calcula de la siguiente forma:

$$K=(1-1/TUR^{2})^{1/2}$$

Haciendo algunos cálculos con esta fórmula tenemos que para un TUR de 4 el factor es 0.968 ≈ 1, con un riesgo del comprador de 0.6% de producto fuera de tolerancia clasificado como bueno, y así en la medida de que el TUR se reduce, aumenta el factor K.

6.8 Desarrollo del Método

Como se planteó en la descripción del método, la evaluación de incertidumbre, trata de determinar todas las incertidumbres que influyen en una medición, calcularlas, y luego sumarlas de manera tal, que se pueda calcular una incertidumbre general de la medición.

Para calcular la incertidumbre de las mediciones con el calibrador Vernier, nos vamos a apoyar en la publicación :, "Incertidumbre en la calibración de calibradores tipo Vernier", escrita por Héctor González Muñoz (ver referencia bibliográfica 7) y para calcular la incertidumbre de la balanzas, vamos a utilizar la guía del NIST : "*Recommended Guide for Determining and Reporting Uncertainties for Balances and Scales*" NISTIR 6919 (Guia recomendada para determinar y reportar la incertidumbre para las balanzas NISTIR 6919, ver referencia bibliográfica 10). Para realizar las comparaciones entre métodos, al igual que para los estudios de R&R, se realizaron series de 7 mediciones de longitud (alturas) y series de 2 mediciones de pesos en balanzas diferentes con métodos normalizados, equipos calibrados y personal capacitado, solo que ahora con diferente número para ajustarse a los requisitos de los análisis de incertidumbre, los resultados también se presentan en el apéndice 2.

El primer paso para determinar la incertidumbre de la medición, es determinar el presupuesto de incertidumbre (*uncertainty budget*) , es decir, determinar las fuentes de incertidumbre y tratar de cuantificarlas, en base a pruebas, experiencia o a datos históricos o previamente recolectados.

Todos los análisis de incertidumbre, se componen del dos partes principales, cuando se analizan los errores por medio de métodos estadísticos, a este tipo de incertidumbre se le conoce como Incertidumbre tipo A.

La segunda parte es cuando se analizan las fuentes de incertidumbre con cualquier otro método distinto a los estadísticos, a la que se le llama Incertidumbre tipo "B". Como ya se mencionó antes, es erróneo llamar a la incertidumbre tipo "A", como incertidumbre debido a los efectos aleatorios y a la incertidumbre tipo "B" incertidumbre debido a los errores sistemáticos, ya que durante el proceso de cálculo de ambas incertidumbres, están presentes ambos tipos de errores.

Para comparar, combinar o sumar incertidumbres, es necesario que se utilice un mismo parámetro para todas las incertidumbres, por lo que se llamará incertidumbre estándar, a el valor de 1 desviación normal (estándar) de la distribución de la fuente de incertidumbre.

La incertidumbre tipo "A", se calcula como la repetibilidad de una serie de mediciones, que dependiendo del número de repeticiones, se pueden utilizar la siguiente fórmula:

$$U_a = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Para la mayoría de los instrumentos conocidos, más de un laboratorio nacional de metrología, o las asociaciones formadas por estos laboratorios, han propuesto un presupuesto de incertidumbre. Para el caso del calibrador vernier, La A2LA propone que las fuentes de incertidumbre son (ver tabla XXVII):

Tabla XXVII. Fuentes de incertidumbre de la medición con calibrador pie de rey, según la A2LA

Fuente de incertidumbre	TIPO
Bloque patrón de calibración del equipo	B
Resolución	B
Coeficiente de expansión térmica	B
Diferencia de temperatura	B
Repetibilidad	A

Héctor González Muñoz (ver, “Incertidumbre en la calibración de calibradores tipo Vernier”, CENAM, Junio 2001) , mantiene que las fuentes de incertidumbre son (ver tabla XXVIII):

Tabla XXVIII. Fuentes de incertidumbre de la medición con calibrador pie de rey, según el Ing. Héctor González Muñoz

Fuente de incertidumbre	TIPO
Incertidumbre de los patrones	B
Error de Abbe	B
Efecto de paralaje	B
Falta de paralelismo entre mordazas	B
Resolución	B
Repetibilidad	A

Una vez, determinadas las fuentes de incertidumbre, hay que cuantificar la contribución de cada fuente de incertidumbre para calcular la incertidumbre estándar de cada fuente. Esta incertidumbre estándar, no es más que una vez la desviación normal (estándar) de la distribución de error.

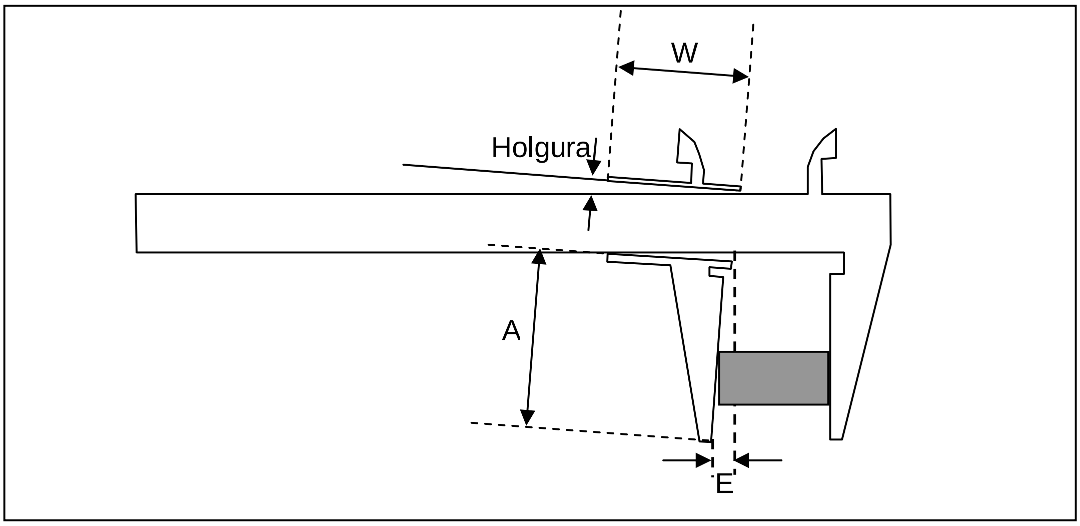
Incertidumbre del patrón:

Normalmente, se toma la incertidumbre que debe de estar registrada en el certificado de calibración del patrón, y dividirla por el factor de cobertura para convertirla en incertidumbre estándar. Por ejemplo, es normal encontrar una declaración similar a esta en los certificados de los patrones: “La incertidumbre expandida está calculada para un intervalo de confianza de no menos del 98% (el cual da un factor de cobertura de K=2).” En este caso a la incertidumbre reportada, habría que dividirla entre 2 para obtener la incertidumbre estándar debido a los patrones.

Incertidumbre debida al error de Abbe:

Este error se puede generar cuando se oprime demasiado la corredera del calibrador, por lo que deja de estar paralela a la barra. Con la figura 1 se puede entender mejor este error:

Figura 1. Error debido al efecto Abbe



Tomando de base el diagrama anterior, podemos decir que:

$$E = A \times \frac{holgura}{W}$$

Tomando las dimensiones del calibrador utilizado para realizar las mediciones tendríamos que: A= 49.8 mm , la holgura es de 0.015 mm y W= 66.30 mm, tendríamos que el error por el efecto Abbe, sería de 0.01127 mm. El efecto de paralaje lo vamos a descartar, debido a que las mediciones se tomaron con un calibrador digital.

Ahora hay que determinar que tipo de distribución tendrá este error, para que nos permita calcular la incertidumbre estándar. El artículo en mención, supone la distribución como una distribución rectangular, ya que la misma GUM sugiere que cuando se desconoce la distribución de probabilidad, se tome la distribución rectangular, en pocas palabras, darle la misma probabilidad a todo el rango, para este caso, estaríamos diciendo que el error por el efecto de Abbe, podría tomar el cualquier valor desde –E/2 hasta +E/2 con la **misma probabilidad**, no es como el caso del error de una serie de mediciones sobre una misma pieza, que podría varia de –e a +e, pero con más probabilidad a que sea cero, (ya que si los errores son totalmente aleatorios, tendrían a anularse, es similar a decir, que los errores se distribuyen normalmente) , existe un procedimiento matemático-estadístico que nos hace concluir que la varianza s^2 de una distribución rectangular que va de a_- a a_+ viene dada por:

$$s^2 = \frac{a^2}{3}$$

Entonces, la incertidumbre estándar debido al error por efecto de Abbe, en este caso sería de:

$$U_{abbe} = 0.01127 \text{ mm}/(2\sqrt{3}) = 0.00325\text{mm}$$

En el caso del efecto Abbe, pensar en un error positivo (que la lectura fuera mayor a la medida verdadera) no es físicamente correcto, pero de nuevo, se aplica la regla de aplicar la distribución rectangular en el caso de conocer la magnitud del error y no de su distribución. Como en muchos casos, el trabajo con las incertidumbres tiene mucho de supuestos, y la persona que se dedique al tema, se deberá de acostumbrar a dar como válidas, ciertas simplificaciones que se visualizan como muy superficiales, pero por ser el mejor estimado se da por válida.

Falta de paralelismo entre las mordazas:

Tomamos el valor que establece la norma ISO 6906 como error máximo admisible ± 10µm este es otra vez el mismo modelo, no se conoce la distribución del error, pero si se conoce los límites máximos por lo que de nuevo, la incertidumbre viene dado por:

$$U_{paralelismo} = 10\ \mu m / \sqrt{3} = 5.77\ \mu m$$

Resolución:

De nuevo, la resolución de un micrómetro digital, es 0.01 mm, es decir, por su limitado sistema, el equipo de medición, no puede distinguir una diferencia menor a 0.01, de otra forma, una medición de 3.20 podría estar entre 3.195 y 3.204 dentro de este rango el sistema de medición tendría como lectura 3.20 por lo que la incertidumbre de la medición se calcularía como:

$$U_{repetibilidad} = 0.01\ mm / (2\sqrt{3}) = 0.0028874\ mm$$

Otra vez, distribución rectangular, porque existe la misma probabilidad en todo el rango, o se desconoce el tipo de distribución.

Coeficiente de expansión térmica:

Aquí consideramos que el calibrador vernier fue calibrado a una temperatura de 20ºC, y que las mediciones podrían realizarse hasta una temperatura de 38ºC, lo que significaría una incertidumbre por la expansión térmica de:

$$(32-20)^{o}C * 1.5x10^{-6}\ 1/^{o}C = 0.000018\ mm/mm$$

¿Qué tipo de distribución es la incertidumbre por expansión térmica? , como estamos suponiendo que la temperatura puede tomar cualquier valor entre el rango ± 6ºC, podríamos decir que es distribución rectangular, pero vamos a decir, que la temperatura normal de operación es alrededor de 26ºC, y que de ahí se reduce la probabilidad proporcionalmente a medida que nos separamos de la temperatura normal de operación, entonces diremos que la distribución es triangular, y la incertidumbre estándar, vendrá dada por:

$$U_{(X)} = \frac{a_{+}-a_{-}}{\sqrt{24}}$$

En para este caso, tendríamos que:

$$U_{(temp)}=0.000018/\sqrt{24} = 0.0000367 \text{ mm/mm}$$

Vamos a suponer la desviación en el caso máximo, que será cuando el calibrador mida en el tope máximo de su escala; si el calibrador es de 6" (150mm) la incertidumbre debido a los cambios de temperatura será de:

$$U_{temp}= 0.0000367\text{mm/mm} *150\text{mm} = 0.0005511 \text{ mm}$$

Repetibilidad:

Este es el componente tipo A de la incertidumbre, la que se obtiene por métodos estadísticos, normalmente se realiza una serie de mediciones sobre una misma pieza, y se calcula la desviación estandar de la distribución de las medias, que es la incertidumbre calculada por los métodos estadísticos. En números

$$U_{repetibilidad} = s / \sqrt{n}$$

para nuestro caso las series de mediciones se presentan en la tabla XXIX:

Tabla XXIX. Resultado de pruebas de repetición

1.85	2.75	6.56	12.14	9.86	13.06	17.36	1.83	2.74	6.58	12.14	9.85	13.06	17.37
1.84	2.75	6.56	12.14	9.86	13.06	17.37	1.83	2.74	6.56	12.14	9.86	13.06	17.37
1.83	2.75	6.56	12.14	9.85	13.06	17.36	1.83	2.74	6.56	12.14	9.85	13.06	17.36
1.84	2.72	6.56	12.14	9.86	13.06	17.36	1.83	2.74	6.56	12.14	9.85	13.06	17.36
1.84	2.74	6.56	12.14	9.85	13.06	17.38	1.83	2.74	6.56	12.14	9.85	13.07	17.36

La incertidumbre estándar tipo A, va de 0 a 0.005831 mm, por lo que tomaremos la mayor.

Una vez determinadas y cuantificadas todas las fuentes de incertidumbre, pasamos a analizar el factor de cobertura, que viene muy relacionado con los grados de libertad.

Combinación de las incertidumbres:

El primer elemento que debemos de tomar en cuenta, es el coeficiente de sensibilidad de la incertidumbre, como ya se explicó en capítulos anteriores, este coeficiente de sensibilidad es la relación numérica, entre el cambio de la fuente de incertidumbre con la variación del mensurando. La forma más fácil de entender este coeficiente de sensibilidad, es en el caso de la expansión térmica, sabemos que el cambio de temperatura es una fuente de incertidumbre, pero que relación tiene el cambio de temperatura con el cambio de longitud, pues es el coeficiente de expansión térmica, el $1.5x10^{-6}$ 1/ºC , esto quiere decir que se cambia $1.5x10^{-6}$ m/m por cada ºC. Pero en la exposición teórica del método, se coloca muy elegantemente:

$$C_I = \frac{\partial f(X_1 \ldots X_n)}{\partial X_1}$$

Para el caso de la incertidumbre del patrón, la resolución, etc. el coeficiente de sensibilidad es 1, ya que la relación de cambio es directa, es de longitud en unidades de longitud.

El siguiente elemento es la combinación de todas las incertidumbres; el primer caso es cuando las incertidumbres no tienen relación entre sí, en este caso, la incertidumbre resultante de todas las fuentes de incertidumbre se calcula como la suma algebraica del cuadrado de las incertidumbres:

$$U_C^2(y) = \sum U_i^2(y)$$

Para el caso de que las incertidumbres tienen alguna relación, como por ejemplo, la incertidumbre de la medición del volumen, midiendo el área por la profundidad, ya no se aplica la misma fórmula.

El último elemento necesario para la combinación de las incertidumbres, es el factor de cobertura y su combinación. Una vez sumado el cuadrado de todas las fuentes de incertidumbres ya calculadas, se obtiene la incertidumbre combinada Uc, pero este valor, solo estaría cubriendo aproximadamente el 68% de los casos (recuerde que el área bajo la curva normal en el intervalo $\pm 1\sigma$= 68.26 % ; $\pm 2\sigma$= 95.46 %; $\pm 3\sigma$= 99.73 %) . Por esto se aplica un factor de cobertura, para asegurarnos que se cubre un mayor porcentaje.

Es una práctica común, el de aplicar un factor de cobertura de K=2, para expandir la incertidumbre a aproximadamente el 95% de los casos; entonces, la incertidumbre expandida, será la incertidumbre combinada multiplicada por el factor de cobertura (K)

Existe una excepción a la aplicación del factor de cobertura, que tiene que ver con la distribución t de student y los grados de libertad. Cuando el número de grados de libertad es muy pequeño, (cuando el número de repeticiones en pequeño) se recomienda, no usar el factor de cobertura K=2, basado en la distribución normal, la recomendación es utilizar el factor de la distribución de t de student al 95.45% de confianza. Por lo que el factor K=2 deja de ser una constante y pasa a depender de los grados de libertad, según la tabla XXVI. Se puede observar fácilmente que cuando los grados de libertad (v) excede 10, se puede utilizar K=2, para todos los demás casos.

En el caso de la incertidumbre tipo A, la cuantificación de los grados de libertad, es fácil, es igual a n-1, donde n es el número de repeticiones, para nuestro caso v=5-1=4, por lo que el factor de cobertura sería 2.87 y no 2. Pero ¿Qué pasa con las incertidumbres tipo B, y la incertidumbre combinada?. Como las incertidumbres tipo B, se supone que se determinaron por largos estudios o por la experiencia, se puede suponer que el número de grados de libertad es infinito, es decir, se puede utilizar K=2. Para calcular el factor de cobertura de la incertidumbre combinada, hay que determinar a través de la fórmula de Welch-Satterthwaite que dice:

$$\frac{1}{v_{ef}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\frac{u_i(Y)}{u_c(y)}\right)^4}{v_i}$$

La convención generalmente usada es que, se calcula el número de grados de libertad equivalentes y se redondea al entero menor.

En relación a factor de cobertura de la incertidumbre combinada, que de ahora en adelante llamaremos factor de cobertura efectivo, existen ciertas pautas para interpretar este factor. Revisemos algunos de ellos:

"Si el cálculo de incertidumbre incluye: solo una evaluación de incertidumbre tipo A, el número de lecturas de esta incertidumbre tipo A es mayor que 2 y la incertidumbre combinada es mayor que dos veces la incertidumbre tipo A, entonces K=2 proveerá un factor de cobertura de aproximadamente 95%, por lo que no es necesario utilizar la fórmula Welch-Satterthwaite "

" Si en el análisis de la medición puede identificarse que la mayor fuente de incertidumbre es de tipo rectangular de manera tal que Ut/Ur < 0.3 entonces K=1.65. En donde U_t, es la raiz cuadrada de la sumatoria de los cuadrados de todas las demás fuentes de incertidumbre, y Ur el valor de la incertidumbre de tipo rectangular"

“Si en el análisis de incertidumbre se pueden identificar 2 fuentes predominantes con distribución rectangular, con semi-intervalos a y b, el factor de cobertura, estará dado por las siguientes fórmulas:

$$k(p)= \frac{1}{\sqrt{(1+\beta^2)/6}} \frac{p(1+\beta)}{2} \quad \text{cuando} \quad p/(2-p) < \beta$$

$$k(p)= \frac{1}{\sqrt{(1+\beta^2)/6}} \left(1- \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}\right) \quad \text{cuando} \quad p/(2-p) \geq \beta$$

donde p es el intervalo de confianza (casi siempre 0.95) y $\beta = |a-b| /(a+b)$”

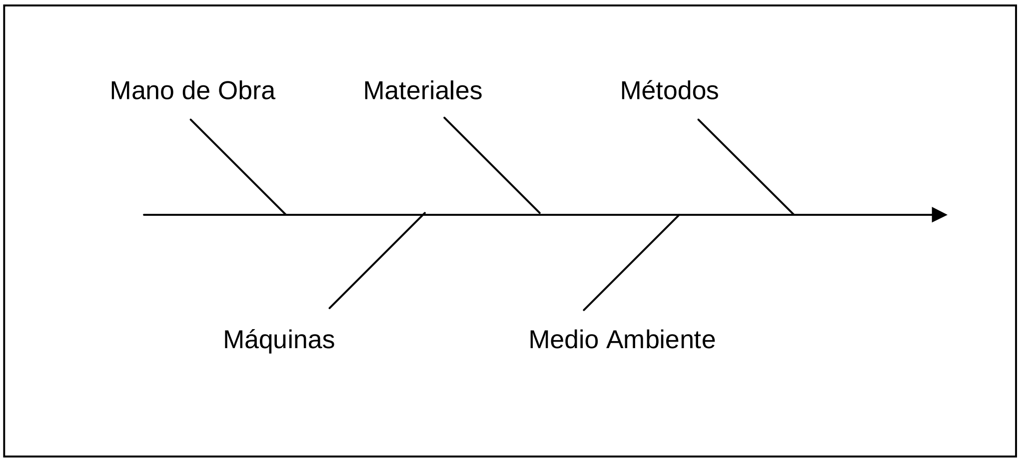
“Cuando la incertidumbre combinada, es gobernada por dos factores fundamentales, una incertidumbre tipo A, calculada a partir de un número pequeño de repeticiones, y una incertidumbre tipo B que es mayor a 1/3 de la incertidumbre tipo A.; el los grados de libertad efectivos se calcularán con la fórmula:

$$v=va(Uc/Ua)^4$$

donde v, es el número de grados de libertad efectivos, va, es el número de grados de libertad de la incertidumbre tipo A, Uc es la incertidumbre combinada y Ua es la incertidumbre tipo A. ”

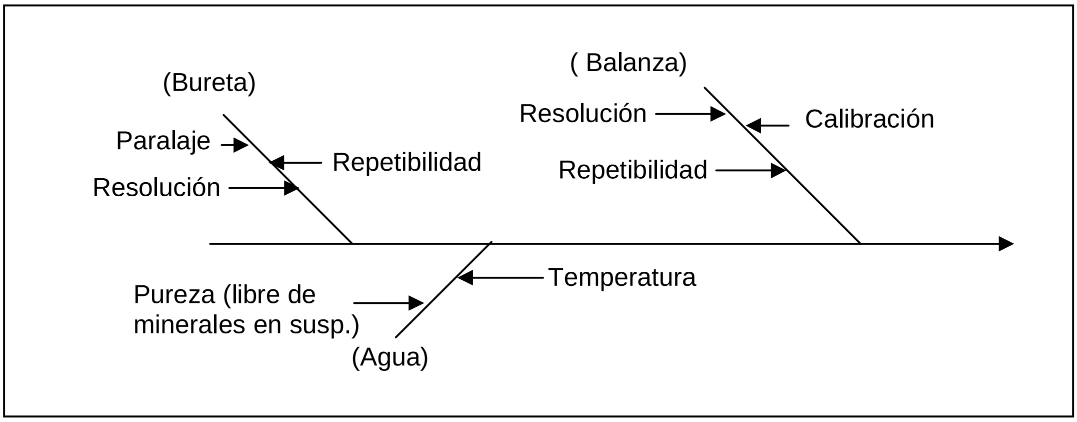
Después de toda esta explicación, debemos acotar solamente algunos procedimientos y tablas que ayudan en el proceso del cálculo de incertidumbre. Primero, se recomienda hacer un diagrama de causa-efecto ó espina de pescado para listar las causas posibles de incertidumbres, para ayudarse a determinar las fuentes de incertidumbre, como por ejemplo el que presentamos en la figura 2 y 3:

Figura 2. Diagrama de causa - efecto 5M



Otra forma de clasificar las fuentes de incertidumbre, en mediciones más complejas, es separar cada componente del sistema de medición y colocar las fuentes de incertidumbre por cada etapa. Por ejemplo, en el caso de la calibración de una bureta, hay tres partes del sistema de medición, la bureta, el agua (el patrón) y la balanza, para determinar el volumen en base al peso. Para este caso, el diagrama de espina de pescado podría quedar de la siguiente forma:

Figura 3. Diagrama de espina de pescado (causa –efecto) por elemento



En el primer ejemplo no es necesario colocar los nombres de las 5 M´s., sino colocar las fuentes de incertidumbre derivadas por cada M, por ejemplo, del Medio Ambiente, se genera la incertidumbre debida al cambio de temperaturas, debida a la mano de obra, se coloca la repetibilidad, etc. En general este es lo que se sugiere, pero, repetimos, para la mayoría de sistemas de medición, ya están definidas las fuentes de incertidumbre más significativas.
Este diagrama, es muy útil para simplificar y agrupar varias fuentes de incertidumbre, que se pueden repetir.

Una vez calculadas todas las fuentes de incertidumbre, se recomienda hacer un cuadro resumen como el presentado en la tabla XXX:

Tabla XXX. Tabla de los resultados del análisis de incertidumbre

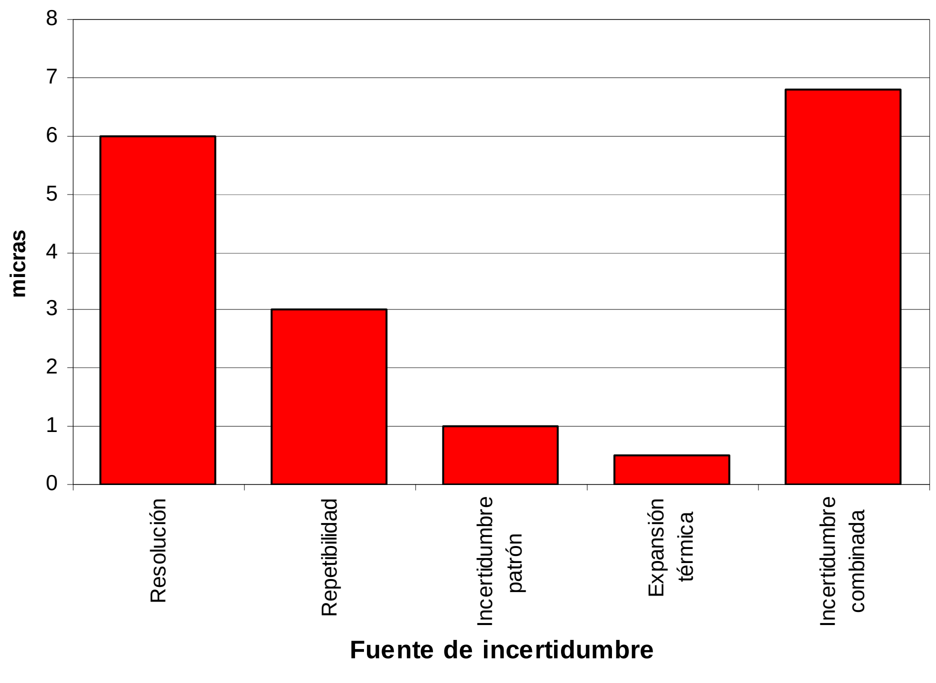
Fuente de incertidumbre	Estimado (µm)	Tipo	Grados de libertad	Distribución	U standar
Incertidumbre de los patrones					
Error de Abbe					
Falta de paralelismo entre mordazas					
Incertidumbre combinada					
Factor de cobertura					
Incertidumbre expandida					

En este cuadro, se sugiere que las incertidumbres se registren en micras (µm) con el resultado redondeado al entero. Pero esto es solo una sugerencia que en algunos casos no será posible.

Otra recomendación muy importante, relacionada a lo anterior, es mantener consistentemente el número de cifras significativas durante todo el análisis.

La última herramienta que se recomienda, es hacer una gráfica con los valores de la incertidumbre como el mostrado en la figura 4:

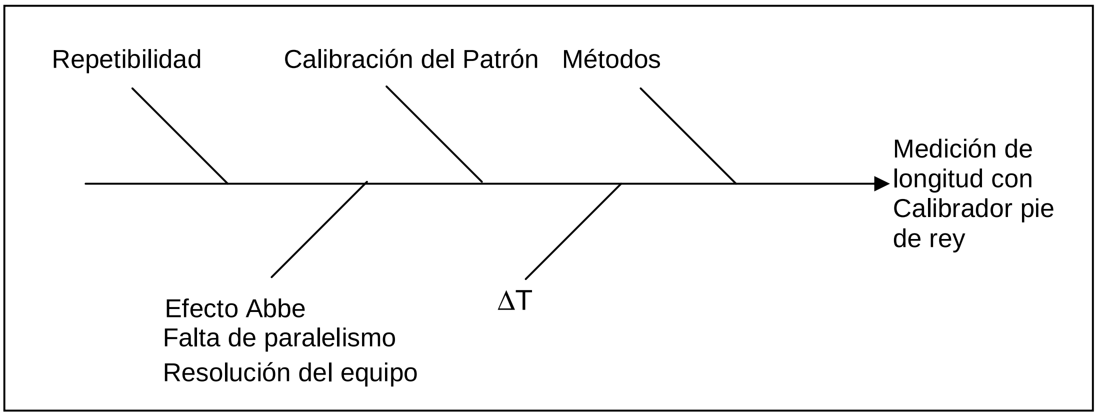
Figura 4. Gráfica de incertidumbres



Vamos, entonces a calcular la incertidumbre al efectuar una medición con el calibrador pie de rey, siguiendo los pasos sugeridos:

1) Determinar las fuentes de incertidumbre, auxiliados del diagrama causa efecto (ver figura 5).

Figura 5. Diagrama de causa-efecto, para la determinación de la incertidumbre de la medición con calibrador pie de rey



2) Una vez determinadas las fuentes de incertidumbre, determinamos la magnitud de cada una:

2.1) Repetibilidad: Como ya se mencionó, para el caso nuestro la incertidumbre debido a la repetibilidad es: 0.013038/ 2.236 = 0.005831= 5.83 μm

2.2) Calibración del patrón: vamos a suponer que utilizamos 10 patrones, de los cuales, según el certificado de calibración, el de 10mm tiene una incertidumbre expandida de 0.012 mm y que en el certificado se coloca la siguiente frase:" La incertidumbre expandida está calculada para un intervalos de confianza de no menos del 95% (el cual da un factor de cobertura de k=2)", por lo que la contribución debido a la incertidumbre del patrón sería de: 0.012/2 = 0.006 = 6 μm.

2.3) Efecto Abbe: basados en la explicación dada en párrafos anteriores, ponderamos esta incertidumbre como: 0.00325mm = 3.25 µm.

2.4) Falta de paralelismo de las mordazas: igual a lo anterior: 5.77 µm.

2.5) Resolución del equipo: igual al anterior: 0.002887 mm= 2.89 µm.

2.6) Cambios de temperatura: igual al anterior: 0.0005511mm= 0.5 µm.

3) Calculamos la incertidumbre combinada

4) Calculamos los grados efectivos de libertad con la fórmula Welch-Satterthwaite o similar.

5) Determinamos el factor de cobertura.

6) Calculamos la incertidumbre expandida. Y presentamos el cuadro resumen (ver tabla XXXI)

Tabla XXXI. Resumen de resultados de incertidumbre de la medición con calibrador pie de rey

Fuente de incertidumbre	Estimado (µm)	Tipo	Grados de libertad	distribución	$U_{\text{estánar}}$ (µm)
Repetibilidad	13.04	A	4	Normal n=5	5.83
Incertidumbre de los patrones	12	B	∞	No conocida	6
Error de Abbe	0.0270	B	∞	Rectangular	3.25
Falta de paralelismo entre mordazas	10	B	∞	Rectangular	5.77
Resolución del equipo	10	B	∞	Rectangular	2.89
Incertidumbre combinada (µm)	**11.05**				
Grados efectivos de libertad	$\dfrac{11.05^4}{5.83^4/4+6^4/\infty+3.25^4/\infty+5.77^4/\infty+2.89^4/\infty} = 52$				
Factor de cobertura	2.05				
Incertidumbre expandida (µm)	23				

Para calcular el factor de cobertura, se puede escoger cualquiera de los criterios:

a) Utilizar la ecuación de Welch-Satterthwaite , la cual nos da 52 grados efectivos de libertad, por lo que el factor de cobertura sería según la tabla No 26 de 2.06

b) Analizando las fuentes de incertidumbre, se puede observar claramente que la mayor influencia proviene de distribuciones rectangulares, la del error de Abbe, y la de falta de paralelismo entre mordazas y resolución del equipo, la cual podría unificarse en 1 ya que el estimado es la misma. Calcularíamos entonces, el factor de cobertura de acuerdo a la segunda directriz o pauta descrita anteriormente, tendríamos que:

$$\frac{UI}{UR} = \frac{(5.83^2)^{½}}{(6^2+3.25^2+5.77^2+2.89^2)^{1/2}} = \frac{5.83}{9.39} = 0.62 > 0.30$$

NO APLICARÍA LA SUPOSICIÓN DE k=1.65

c) La tercera directriz, tampoco aplicaría porque las fuentes de incertidumbres provenientes de la distribución rectangular, no serían predominantes.

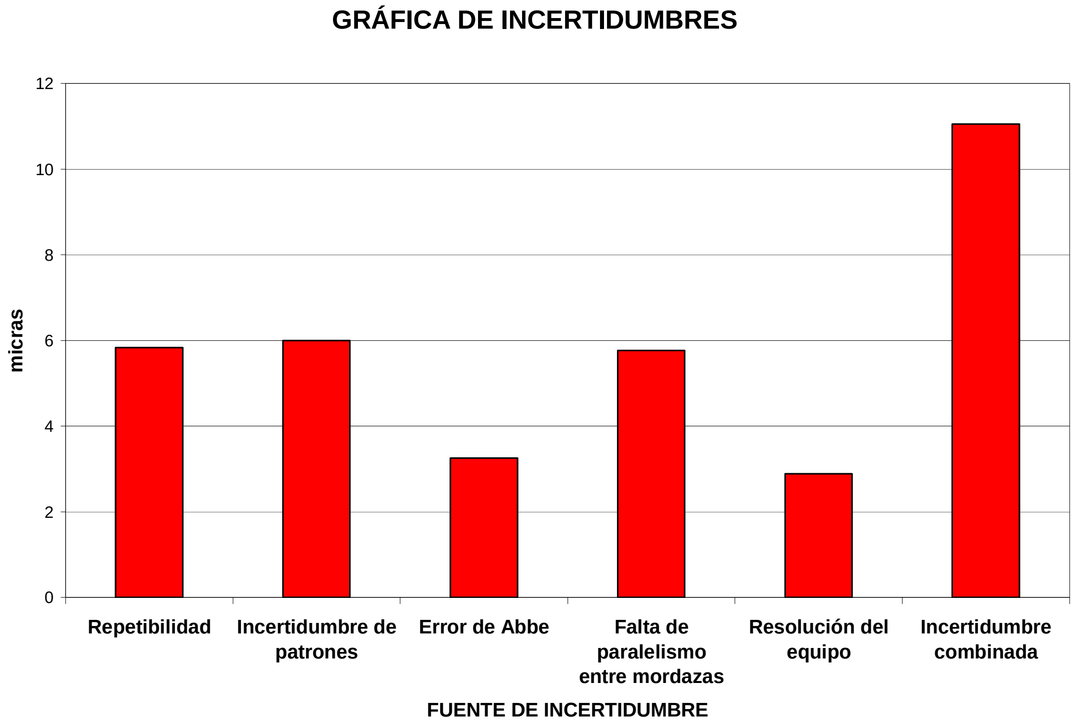
d) Solo como ejercicio, aplicaríamos la quinta directriz, de la siguiente forma:

$$v=4\ (11.05/5.83)^4 = 69.5$$

$$\text{factor de cobertura} = 2.04 \cong 2.05$$

6) El último paso, sería determinar la gráfica de las contribuciones de las incertidumbres, y la incertidumbre combinada, presentada en la figura 6:

Figura 6 Gráfica de contribución de las fuentes de incertidumbres de la medición con calibrador pie de rey



Con todos los elementos de juicio ya presentados, el lector, podrá calcular con facilidad, que la incertidumbre de la medición con calibradores pie de rey, según el la A2LA, la incertidumbre combinada sería de 8.87 μm y la expandida sería de 18 μm usando resolución y repetibilidad, si solo usamos la mayor se reduce a 8.38 μm y 17 μm.

Para finalizar, tendríamos que exponer las formas de reportar la incertidumbre, las formas más usadas son:

- XX ± 0.023 mm ó XX± 23μm (donde XX es cualquier medición realizada)
- XX ± 0.023 mm (k=2) (donde XX es cualquier medición realizada)

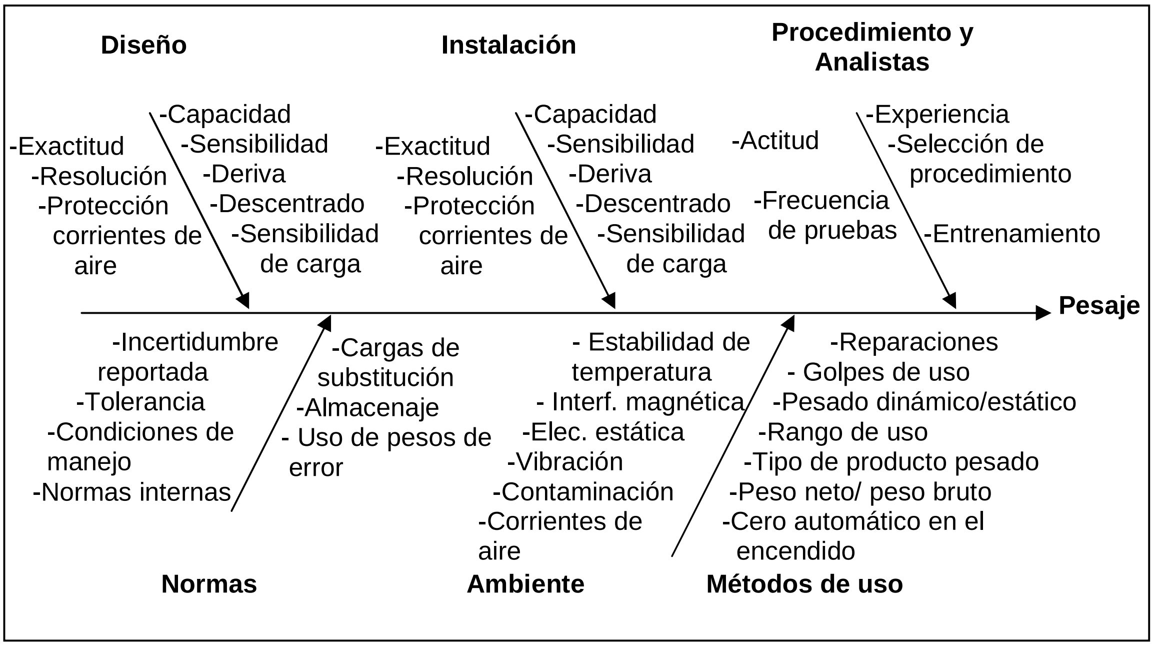
- La incertidumbre de la(s) medición(es) es de 0.023mm (ó 23 µm) calculada a partir de la incertidumbre estándar multiplicada por un factor de cobertura de k=2 para un nivel de confianza aproximadamente de 95%

Las primeras dos se usan más comúnmente y la tercera es utilizada sobre todo, en los certificados de calibración, de análisis, declaraciones de conformidad, etc.

Para calcular la incertidumbre de la balanza No.1 tendríamos:

1) Determinar las fuentes de incertidumbre auxiliados del diagrama causa-efecto (ver figura 7):

Figura 7. Diagrama de causa-efecto para la determinación de la incertidumbre de la medición con balanza



La recomendación es que se traten de anular todas las fuentes de incertidumbre posibles. Recomiendan también que, se evalúe cada fuente de incertidumbre y su magnitud, cuando esta puede causar un cambio en el primer dígito significativo, por ejemplo, si una magnitud de una fuente de incertidumbre es de 0.0001 y la incertidumbre combinada es del orden de 0.025, se recomienda no tomar en cuenta esta magnitud en el cálculo. Lo que si es indispensable, es determinar esta fuente, y calcular su magnitud, aunque después de deseche por insignificante.

Como el objetivo de realizar el diagrama de causa-efecto, es determinar las fuentes de incertidumbre y tratarlas de minimizar primero, antes de calcular, el TR6919 da las siguientes recomendaciones para la reducción de las fuentes de incertidumbre:

- Verificar si la balanza está a nivel
- Las ráfagas de viento deben de ser evitadas colocando escudos, difusores, redireccionando las entradas de aire, o cerrando puertas
- Los errores de lectura por carga descentradas deben de ser corregidos, antes de iniciar el proceso de calibración/medición
- El equilibrio térmico se debe asegurar, manteniendo conectada la balanza el tiempo necesario para que los componentes electrónicos lleguen a la temperatura de operación
- Las fuentes de vibración deben de ser eliminadas o reducidas, utilizando si es necesario, amortiguadores
- Los programas de estabilización deben de ser eliminados, (*Zero tracking features*) para poder detectar posibles errores en el cero de la escala.
- Las masas patrón deben de estar colocadas cerca de la balanza, para asegurar el equilibrio térmico con la balanza y el medio ambiente.

- ♦ Errores en las masas patrón, deben de tomarse en cuenta, esta información debe de ser obtenida de los certificados de calibración de dichas masas.
- ♦ Las derivas en la escala deben de ser corregidas, es normal tener pequeñas derivas, no significativas, las derivas significativas se deben a la inestabilidad térmica del sistema. Permitir un período más largo para el equilibrio térmico puede minimizar este fenómeno. La aplicación repetida de pesos y su remoción, dentro del rango de la balanza, ayudan a los componentes electrónicos de la balanza a adquirir su equilibrio térmico. Si no se puede evitar una deriva significativa, se tendrá que realizar una acción correctiva antes de realizar las mediciones.
- ♦ Las interferencias magnéticas y eléctricas deben de ser investigadas, algunas veces, las derivas pueden ser debidas a estas interferencias, por lo que siempre es aconsejable investigar sobre una posible interferencia.
- ♦ El ruido o las variaciones de la corriente eléctrica, son otra fuente de variación, por lo que se recomienda revisar el circuito eléctrico, asegurándose que está debidamente aterrizado, que no existe un equipo que pueda tener causas reactivas excesivas, se sugiere siempre que el circuito eléctrico sea dedicado a los instrumentos de pesaje.
- ♦ Los errores debidos a los operadores se deben de reducir a través de una adecuada capacitación y certificación en los procedimientos.

Una cuidadosa planificación o las acciones correctivas del caso, son factores que reducirán las fuentes de incertidumbre, mas sin embargo, hay fuentes de incertidumbre que son imposibles de evitar. El resultado de estas fuentes debe de ser cuantificado.

Incertidumbre tipo A (desviación normal de proceso) Us

La fuente de incertidumbre tipo A, puede ser basada en la repetibilidad de la balanza, en la reproducibilidad, o en la mínima división de escala. La repetibilidad de una balanza, es su habilidad de reproducir los mismos resultados cuando se usa el mismo peso, bajo las mismas condiciones.

Normalmente se calcula como la desviación normal de una serie de repeticiones de un peso específico. Se requieren siete repeticiones como mínimo, para calcular la desviación normal de la balanza. Incrementar el número de repeticiones incrementa el nivel de confianza en el valor de la desviación. Se recomienda un mínimo de treinta repeticiones para calcular la desviación normal. La desviación normal calculada es una medida de la habilidad de la balanza de repetir los resultados durante un corto período de tiempo y no representa la reproducibilidad.

Debido a la resolución de la balanza, es posible, cuando se realizan muy pocas repeticiones, que resultados tengan el mismo valor. Una verdadera desviación típica igual a cero no es estadísticamente posible, debido a que como mínimo la desviación típica debería de ser una unidad de la menor escala. En estos casos, suponiendo que no existe diagramas de control de la balanza, la desviación típica de la balanza se puede tomar como :

$$\frac{d}{\sqrt{3}}$$

Si la balanza pasa el test descrito en el manual 44 N.1.5 del NIST o el de la OIML R 76-1 , A.4.8 se puede utilizar la mitad de este dato:

$$\frac{d}{2\sqrt{3}}$$

Ya que esta prueba demuestra que los datos se acercan al centro, y no son distribuídos constantemente en todo el intervalo (distribución triangular, vrs. distribución rectangular).

Para calcular la reproducibilidad, se recomienda el uso de gráficos de control, para determinar la desviación normal de la balanza en un período relativamente largo de tiempo, que incluye el cambio de condiciones. Siempre hay que tomar en cuenta que durante el período de tiempo en el cual se va a calcular la desviación normal, la balanza permanezca en condiciones adecuadas; sin embargo, en algunas situaciones, la desviación normal así calculada, es mayor que la aceptable. En estos casos se recomienda seccionar los datos y utilizar solo los muy cercanos.

La desviación normal obtenida de las especificaciones no es el mejor indicador de la variación de la balanza, ya que estas cantidades son obtenidas en condiciones muy controladas, que no son representativas del uso normal de la balanza, solo se recomienda como un elemento de comparación entre dos sistemas de medición, y no como una estimación de la incertidumbre tipo A de la balanza.

Cuando la incertidumbre tipo A, es calculada por la resolución de la balanza, se debe calcular la incertidumbre debida a la resolución del equipo con la fórmula:

$$\frac{d}{2\sqrt{3}}$$

Este componente de incertidumbre no debe ser incluida cuando la incertidumbre tipo A, se calculó a partir de una serie de repeticiones. El efecto de la incertidumbre debido a la resolución de la balanza ya está incluida en los resultados de las repeticiones, por lo que no se debe de añadir un componente adicional.

La componente de incertidumbre debido a las masas de calibración, puede ser determinada de una de las dos siguiente fuentes: por la tolerancia de las masas de calibración, o por la incertidumbre asociada a la calibración de las masas.

Normalmente, cuando se calibran balanzas de grandes capacidades, las masas de calibración, tienen un peso nominal y una tolerancia de calibración, por ejemplo 100Kg ± 10g. la incertidumbre debido a las masas de calibración se calcula por la fórmula:

$$\frac{\text{Tolerancia}}{\sqrt{3}}$$

Cuando se utilizan varias masas de calibración, la tolerancia a utilizar en la fórmula, será la suma de las tolerancias individuales de cada peso.

En el caso que se cuenten con los certificados de calibración de las masas patrón, solo hay que tener el cuidad de utilizar la incertidumbre combinada y no la expandida, en otras palabras, hay que dividir entre el factor de cobertura (en la mayoría de los casos k=2) la incertidumbre reportada (expandida). Cuando se utilicen varias masas patrón, la incertidumbre a utilizar será la suma de las incertidumbres de cada masa. Solo en el caso que se asegure que la incertidumbre de cada masa es independiente, podrá utilizarse la fórmula:

$$Utotal = \sqrt{U^2_{masa1} + U^2_{masa2} + U^2_{masa3} + U^2_{masa4} \,..}$$

Pero solo en el caso que el organismo de calibración asegure por escrito esta independencia, ya que en la mayoría de los casos, en los juegos de masas patrón de un mismo peso, estos han sido calibrados por comparación con un mismo patrón, por lo que las incertidumbres no serán independientes.

El siguiente paso, es determinar la incertidumbre estándar con la fórmula:

$$U_{stdr} = \sqrt{U^2_{tipoA} + U^2_{patrón} + U^2_{resolucion} \,..}$$

Y la incertidumbre expandida con la fórmula:

$$U_{exp} = k \, U_{stdr}$$

Normalmente el factor de cobertura será de dos para un grado del 95% de confianza, en el caso que se utilice otro, habrá que registrar la razón.

2) Determinamos entonces los valores de la incertidumbre

Vamos entonces a calcular la incertidumbre tipo A. Esta incertidumbre se calculó a partir de una serie de 15 mediciones. Calculando la desviación normal de la serie con mayor variación, tendríamos que Ua= 0.000311 g; como se calculó a partir de una serie de repeticiones, no vamos a utilizar la incertidumbre de la resolución de la balanza.

También vamos a suponer, que la balanza se calibró en 4 puntos, 50, 100, 150 y 200 gramos con las masas mostradas en la tabla XXXII.

Tabla XXXII. Masas de calibración set 1

Valor nominal de la masa	Incertidumbre expandida
50	±0.10 mg
100	±0.15 mg
200	±0.30 mg

Suponiendo que las masas fueron calibradas con masas independientes, la incertidumbre de los patrones sería de:

$$U_{masas} = \sqrt{0.05^2 + 0.075^2 + 0.125^2 + 0.15^2} = 0.22 \text{ mg.}$$

Como podrá observar, se dividió primero dentro de 2, que se supone el factor de cobertura y se añadió un término, 0.125 mg. , que es la suma de las incertidumbres de las masas de 50 y 100 mg. , ya que para calibrar en el punto 150 mg. se debió de usar las dos masas, y en estos casos como las incertidumbres son dependientes se suman.

Teniendo ya todas las componentes de la incertidumbre, calculamos la incertidumbre estándar y la expandida de la siguiente forma:

$$U_{comb} = \sqrt{0.22^2 + 0.311^2} = 0.38 \text{ mg}$$

3) Determinamos los grados de libertad

   En este caso, seguimos la recomendación del documento ya referenciado, por lo que usamos 2 de factor de cobertura, si ud. lo quisiera calcular con la formula de Welch-Satterthwaite , los grados de libertad serían 31 (t= 2.08 por lo que de todos modos la sugerencia de usar el factor de cobertura de 2 es aceptable.

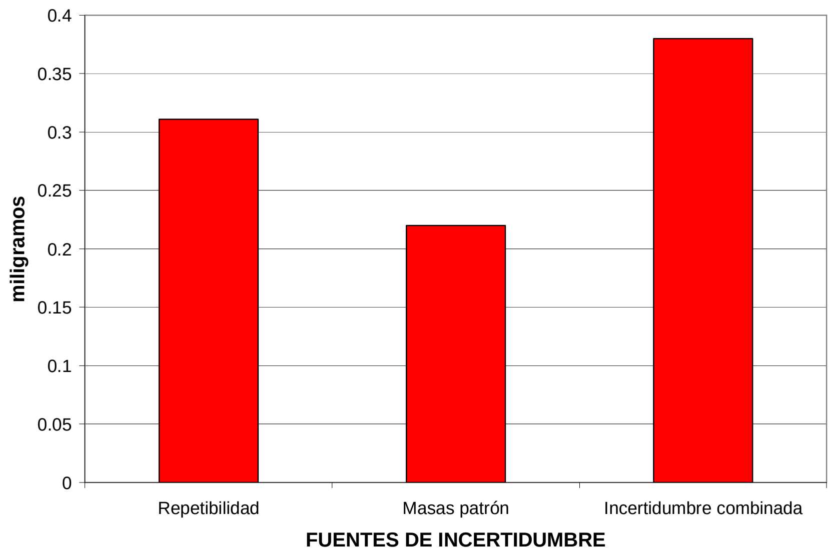
4) Calculamos la incertidumbre expandida y presentamos el resumen en la tabla XXXIII.

Tabla XXXIII. Resumen de resultados de incertidumbre de la medición con la balanza No. 2

Fuente de incertidumbre	Estimado (mg)	Tipo	Grados de libertad	distribución	$U_{estánar}$ (µm)
Repetibilidad	0.311	A	14	Normal n=15	0.311
Incertidumbre de los patrones	0.22	B	∞	No conocida	0.22
Incertidumbre combinada (mg)	**0.38**				
Grados efectivos de libertad	$\frac{0.38^4}{0.311^4/14+0.22^4/\infty} = 31$				
Factor de cobertura	(tv=2.08 n=31) 2				
Incertidumbre expandida (mg)	0.76				

5) Presentamos la gráfica de las contribuciones de la incertidumbre (ver figura 8)

Figura 8. Gráfica de contribución de las fuentes de incertidumbre, medición con balanza No.2



Para el caso de la balanza No.1, procedemos de igual manera:

1) Determinar las fuentes de incertidumbre auxiliados del diagrama causa-efecto el cual está diagramado en la figura 7, ya que las balanzas son muy similares y operan en similares condiciones.

2) Determinamos los valores de incertidumbre, calculando primero la incertidumbre tipo A; la cual es resultado de una serie de 15 mediciones, al igual que para la balanza No.2, es la desviación normal de la serie con mayor variación, para este caso, tendríamos que Ua=0.049g; a l calcular la Ua, por una serie de repeticiones, no vamos a tomar en cuenta la resolución de la balanza.Utilizando las mismas masas patrón de la balanza No.2, tendríamos que la incertidumbre U_{masas} = 0.22mg.

3) Determinación los grados de libertad, para este caso, al igual que el anterior utilizamos la recomendación de usar K=2

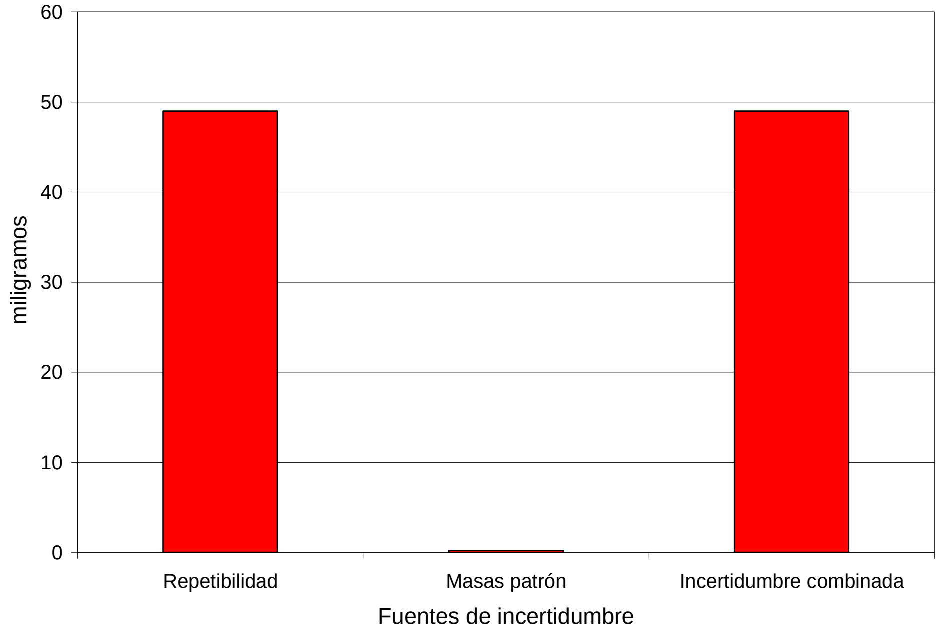
4) Calculamos la incertidumbre expandida y presentamos el resumen en la tabla XXXIV.

Tabla XXXIV. Resumen de resultados de incertidumbre de la medición con la balanza No.1

Fuente de incertidumbre	Estimado (mg)	Tipo	Grados de libertad	distribución	$U_{estánar}$ (mg)
Repetibilidad	49	A	14	Normal n=15	49
Incertidumbre de los patrones	0.22	B	∞	No conocida	0.22
Incertidumbre combinada (mg)	**49**				
Grados efectivos de libertad	$\frac{0.38^4}{0.311^4/14+0.22^4/\infty} = 31$				
Factor de cobertura	(tv=2.08 n=31) 2				
Incertidumbre expandida (mg)	98				

5) Presentamos la gráfica de las contribuciones de la incertidumbre (ver figura 9)

Figura 9. Gráfica de contribuciones de las fuentes de incertidumbre, medición con balanza No1



7. EVALUACIÓN DE RESULTADOS DEL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE

7.1 Incertidumbre en las Mediciones de Longitud

Para el caso de la medición con calibrador pie de rey, y en general para todos los cálculos de incertidumbre, se encontrarán diferentes enfoques, uno, excesivamente conservador, como es el caso de presupuesto de incertidumbre presentado por Héctor González del CENAM y otro un poco más realista, el de A2LA, se tiene que tomar muy en cuenta de donde salen estos criterios. Por el lado del CENAM, el estudio es una discusión teórica o con objeto didáctico, por el otro lado, la sugerencia de A2LA, es una guía para que los laboratorios la apliquen; si esta guía se redacta muy conservadora, se presentaría contraproducente para los laboratorios ya que siendo la incertidumbre una medida de la calidad de la medición del laboratorio (específicamente, es una medida de la calidad de la calibración) en la medida que la incertidumbre es mayor la calidad se demerita.

En general, se puede observar que las fuentes más importantes de la incertidumbre son la resolución del equipo y la repetibilidad, no tomamos en cuenta los bloques patrón, porque si se quiere reducir esta fuente, basta con adquirir bloques más exactos, o mandarlos a calibrar a un laboratorio que pueda reportar una incertidumbre menor.

Es muy interesante comentar la observación que hace la guía de A2LA : "El instrumento no puede tomar mejores lecturas que su resolución, por lo que nosotros tomamos el mayor de ambos." En este caso no fue tan significativo, de 17 a 18 μm, sobre este tema, se podría profundizar si este comentario está de acuerdo o no con la GUM.

Vamos a analizar un poco las fuentes de incertidumbre, Error de Abbe y falta de paralelismo entre las mordazas; estas fuentes parten de la base que existe una fuente de incertidumbre debido a las variaciones de las partes o en el ensamble del equipo de medición durante la construcción del mismo, sus magnitudes aproximadas serían 12 μm y 7 μm, les colocamos el valor de la incertidumbre expandida, ya que en una serie de mediciones, esperaríamos ver una variación de aproximadamente 14 μm debido a estas dos fuentes. Se debe recordar que, como son dos fuentes independientes, el resultado de ambas no es la suma algebraica, sino que es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados. La discusión aquí es que tan presentes estarán estas fuentes de incertidumbre en una medición, para que, en otras palabras, decidir usar 23 ó 18 μm como incertidumbre de la medición. Se cree que, si el instrumento de medición, está dentro de un programa de gestión de las mediciones, donde se controló dicho instrumento desde la recepción, y además se le da un mantenimiento constante, el incluir estos dos errores sería muy conservador, por el contrario, si se trata de evaluar una medición realizada por personal deficientemente capacitado, sin experiencia y usando un equipo sin ningún control, se debería de incluir las dos fuentes de incertidumbre en mención. Al final, no es una diferencia excesiva, y el número en sí, 18 ó 23 μm dicen muy poco si no se estudia a profundidad el procedimiento de cálculo presentado.

El punto más importante del análisis de la incertidumbre, además de determinar las fuentes de incertidumbre, que una persona con un mediano conocimiento del proceso de medición podría determinar sin mucha dificultad, es la clasificación de la distribución de probabilidad de cada fuente, lo cual es muy importante si no se conocen guías específicas para el tipo de medición. Se insiste, si el usuario no está dentro del campo de la investigación metrológica, es mejor auxiliarse de guías ya existentes.

El procedimiento que se presenta es muy útil, ya que está enfocado en la caracterización de la calidad de la medición y en la mejora del sistema de medición, en este caso determinado ya que la mayor fuente de incertidumbre es la incertidumbre de los patrones y la repetibilidad; entonces el primer paso para reducir esta variación sería reducir la incertidumbre de los patrones, el siguiente paso sería mejorar la competencia del operador o del método de medición, para reducir la repetibilidad.

7.2 Incertidumbre en las Mediciones Masa

En el caso específico de las balanzas, podemos observar que, se presentan varias opciones para el cálculo de la repetibilidad, utilizando la desviación normal simple, y no la desviación normal del promedio; también se plantea la opción de utilizar la reproducibilidad de un gráfico de control estadístico de proceso.

Para los temperamentos metódicos, podrá presentarse esto como un defecto o fallo del método porque deja abiertas varias opciones, para los temperamentos inseguros se presentaría como un dilema ¿Cuál es el mejor método?, Recordamos al lector, que la GUM, es un desarrollo de las 6 recomendaciones del contenidas en el INC-1 de la BIPM de 1980, y que no existe un método normalizado del cálculo de la incertidumbre, la GUM, es solo una guía, con algunas directrices, todo lo demás se debe desarrollar por un profundo análisis del sistema de medición, no existen métodos universales.

Al igual que en la medición de longitud, la repetibilidad de una de las mayores componentes de la incertidumbre en la medición de masa. Lo más importante de recalcar aquí, es la relación entre las dos balanzas, en una la incertidumbre es del orden de 1 mg. y en la segunda es del orden de los 100 mg. con esto demostramos que la incertidumbre es un clasificador evidente del sistema de medición, la balanza No.2 es 100 veces más exacta que la balanza No.1. Nótese que la resolución de la balanza No.2 es de 0.0001g y de 0.1g para la balanza No.1, la relación entre la resolución de las dos balanzas 1:1000 no es la relación entre la "exactitud" de la balanza, es decir, la resolución no es un indicador de la exactitud de la balanza.

Reiteramos, una vez más, que el análisis de los datos es fundamental, aquí la repetibilidad (de la balanza No.1) no se mejora entrenando al operador, esta variación se debe a la poca resolución de la balanza, si se analizan todas las series de los datos, se puede observar que la variación es de 0.1g, todos los datos oscilan entre 3.5 y 3.4 g para la tapa y 4.7 y 4.8 para el fondo.

8. COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS

En la tabla XXXV se presentan los resultados de ambos métodos, con su nivel de confianza.

Tabla XXXV. Resumen de resultados

Parámetro	Longitud	Balanza No.1	Balanza No.2
Repetibilidad al 99%	0.0677 mm	0.2715 g	0.0023 g
Reproducibilidad al 99%	0.0678 mm	0.1494 g	0.0017 g
R&R al 99 %	0.0960 mm	0.3099 g	0.0029 g
Incertidumbre al 95%	0.046 mm	0.196 g	0.00152 g
σ de repetibilidad	0.01317 mm	0.0527 g	0.000441 g
σ de reproducibilidad	0.01315 mm	0.0290 g	0.000338 g
Incertidumbre combinada	0.01105 mm	0.0980 g	0.00076 g
Incertidumbre al 99%	0.059 mm	0.2685 g	0.0020824 g

Una de las primeras conclusiones, es que los métodos contienen diferentes grados de confianza o factores de cobertura. En el estudio de R&R es muy común utilizar un 99% de factor de cobertura, para multiplicar la desviación normal obtenida por 5.15; actualmente, la nueva edición del MSA de AIAG, recomienda usar un factor de 6, que equivale a 99.73% de factor de cobertura. Por otra parte, la mayoría de guías para el cálculo de incertidumbre, se basan en un factor de cobertura del 95%, es más, muchas de las guías mencionadas, sugieren razonar muy claramente el por que se utiliza un factor de cobertura diferente al 95%. Como la mayoría de los análisis se basan en la curva normal, un 5% adicional de cobertura equivale a un 31% del factor, es decir, muy significativo.

Si extendemos la cobertura de la incertidumbre al 99% y la comparamos con la repetibilidad, veremos que la coincidencia es de aproximadamente del 88%, 99% y 97%, que representa una muy buena correlación. Esto nos indica que el análisis de incertidumbre es de repetibilidad en el estudio de R&R son lo mismo en un muy alto porcentaje.

¿Por qué no se incluye la reproducibilidad en el análisis de incertidumbre?, bueno, en teoría no se debería de incluir, porque la incertidumbre es un calificador de solo una medición, y la reproducibilidad implica en su más sencilla expresión, más de una. Aunque el lector puede recordar que el TR6919 si sugiere el uso de la reproducibilidad cuando se calcula la incertidumbre tipo “A”.

Como principio general, los dos métodos son similares, en base a datos experimentales o a la experiencia, se trata de determinar una desviación normal de la variación de los datos, luego dependiendo de las necesidades, se proyecta esta variación al 95.45 %, 99% ó 99.94% de confianza, para predecir el rango en dentro del cual podría variar la diferencia entre la lectura y el valor “convencionalmente verdadero”. El análisis de esta variación siempre parte de la base que las variaciones se distribuyen de acuerdo a la curva normal, pero en el caso de la incertidumbre, se determinan algunas excepciones, como cuando el número de mediciones es muy poco, (se utiliza la distribución T de Student), también debemos incluir aquí todas las fuentes de incertidumbre tipo “B”, que la mayoría se clasifican con distribuciones no normales, como la rectangular, triangular, etc.

Esta diferencia se origina de las necesidades particulares por lo que se desarrollaron los métodos; uno (el estudio de R&R) se desarrolló en un ambiente donde es obligado el cambio de analistas (la industria del automóvil) con, algunas veces, experiencias disímiles, que general algunas variaciones adicionales que se desean analizar. Por el otro lado el análisis de incertidumbre, más enfocado a los laboratorios, da por sentado (la mayoría de las veces) que la reproducibilidad es muy baja, debido al alto grado de entrenamiento de los analistas, pero que, debido a las altas expectativas, se debe analizar cualquier tipo de fuente de incertidumbre; aunque sea muy pequeña, no se puede despreciar, primero hay que cuantificarla para poder desecharla.

Las diferencias básicas entre los dos métodos se pueden clasificar como diferencia de alcances de los métodos, El método de R&R además de las incluir la variación atribuíble a un analista (repetibilidad) , también incluye la variación atribuíble debido al cambio de analistas durante las mediciones (reproducibilidad), el análisis de incertidumbre no incluye este análisis, o por lo menos como guía general. Por otro lado, el método de análisis de incertidumbre, además de las variaciones evaluadas a través de métodos estadísticos (Evaluación Tipo “A”) se incluyen las posibles variaciones que no se evalúan con métodos estadísticos (Evaluación Tipo “B”), variación que el estudio del R&R no incluye.

En resumen, podríamos decir, que el análisis de incertidumbre no incluye la reproducibilidad y el estudio de R&R no incluye las variaciones evaluadas por métodos no estadísticos.

CONCLUSIONES

Para los estudios de repetibilidad y reproducibilidad:

1. El método de la AIAG, aunque presenta facilidad en su cálculo, en la situación actual, donde las computadoras personales y las hojas de cálculo están tan disponibles, no es la mejor opción para el cálculo de R&R, ya que presenta varias deficiencias:
   a) No determina si existe interacción entre el operador y la parte.
   b) Se requiere el uso de tablas que no cubren todas las situaciones prácticas.
   c) Por el mismo uso de tablas, no se puede variar el factor de cobertura.
   d) Depende del parámetro d_2, que se calcula como el rango de una serie de datos, debido a esto, el único factor determinante es la amplitud del rango no la forma de la distribución.

2. La ventaja de usar el método de la AIAG, es que de una u otra forma, es el método más divulgado, por lo que, podría presentarse como una “medida normalizada” para calcular la R&R de un sistema de medición y hacer las comparaciones del caso.

3. El método de la AIAG, especifica el uso de tres analistas, tres repeticiones y diez partes; independientemente de la variación que pueda existir entre partes y entre analistas, en algunas ocasiones las cantidades de analistas y repeticiones de 3 y 10 no son las idóneas para caracterizar el R&R de un sistema de medición.

4. El método de ANOVA, se presentó en el pasado, y se presenta todavía como un método más completo, pero más complicado. Desde hace algunos años la hoja electrónica EXCEL (Marca registrada de Microsoft corporation) incluye en la opción de análisis de datos (en el menú herramientas) , el análisis de varianza de dos factores con varias muestras, que permite realizar todos los cálculos requeridos para el cálculo de R&R (SSA, SSB, SSAB, SSE, MSA, MSB, MSAB, MSE, el estadígrafo F y el valor crítico) automáticamente, al seleccionar la matriz de resultados.

5. La superioridad del método ANOVA sobre el método de la AIAG, se puede resumir en:
   a) Utiliza todos los datos para el cálculo de la desviación normal, porque la influencia de un dato extremo no es tan importante.
   b) Utilizando la prueba con el valor F, se puede determinar si existe una interacción entre una específica parte y un específico analista (una tendencia), y si este es el caso, se incrementa la reproducibilidad debido a este efecto.
   c) Es un método general que no necesita tablas, por lo que se puede calcular para cualquier número de partes, repeticiones y analistas.

d) Permite identificar si las variaciones debidas a un analista “X” se deben al azar o si existe un sesgo (esto se da si el valor crítico es menor al estadígrafo F calculado)

6. En ambos métodos, (ANOVA y AIAG) se supone siempre una distribución normal para el cálculo de la variación, no se investiga si por alguna razón esta variación no se distribuye normalmente.

Para el análisis de incertidumbre :

1. No existe un método formal para el cálculo de la incertidumbre, desde la primera publicación de la GUM, se ha mantenido que es una guía, que depende de la experiencia del analista del sistema de medición, esto es muy característico, porque genera una diversidad de resultados en los análisis.

2. En el análisis de las fuentes de incertidumbre Tipo “A”, la GUM, solo recomienda el uso de una serie de repeticiones sobre una misma medición con muy pocos cambios de las condiciones, (repetibilidad) pero no dice nada en lo relativo a los análisis históricos o por lo menos de la reproducibilidad del sistema de medición.

3. En las fuentes de incertidumbre tipo “B”, la mayoría se suponen se distribuyen de una forma rectangular, incluyendo la variación debida a la poca resolución de los equipos de medición digitales, lo cual podría entrar en un conflicto, cuando en el método de R&R, se supone una variación con distribución normal siempre, aunque se de este caso.

Comparación entre métodos :

1. El método de análisis de incertidumbre presenta mayor ventaja en lo que se refiere al estudio de la distribución de las variaciones, lo que permite que el análisis de incertidumbre sea más exacto que el de R&R en cualquiera de sus métodos.

2. Si igualamos los factores de cobertura, la coincidencia entre la repetibilidad y el análisis de incertidumbre es del 90%.

3. Un intervalo de confianza del 95% parece muy poco para determinar la incertidumbre de una medición, aunque un incremento del 4% representaría de un 35% a un 45 % de incremento del factor de cobertura, se debería usar un 99% de intervalo de confianza, sino se especifica un intervalo determinado.

RECOMENDACIONES

Las sugerencias relativas a los estudios de repetibilidad y reproducibilidad son:

1. Utilizar por defecto el método de ANOVA, para el cálculo de R&R de un sistema de medición, y reportar siempre el intervalo de confianza, el cual debería de ser del 99.5 % preferiblemente.

2. Antes de realizar un estudio de R&R se debería hacer un análisis de las variaciones entre mediciones repetidas (variación de equipo o repetibilidad) y las variaciones de las mediciones entre analistas (reproducibilidad) para poder determinar que combinación de muestras, repeticiones y analistas es la más adecuada; en lo relativo al número de muestras, siempre se recomienda un mínimo de 10, es más, si no hay posibilidad de repetir el estudio, se sugiere realizar el análisis por lo menos en 12 piezas o partes, para tener la opción de descartar alguna pieza si después del análisis se determina que está defectuosa o no es representativa del proceso.

3. Cuando se realice un estudio de R&R y la repetición de las mediciones, esté muy cerca de la resolución del instrumento, se debería de realizar un análisis de incertidumbre para tomar a ésta (la incertidumbre) como reproducibilidad, ya que este análisis estaría

más adecuado a la distribución de la variación de las mediciones, lo mismo en el caso de la repetibilidad.

4. Aunque existen recomendaciones generales como las acotadas en el apartado 5.2, en el sentido de cómo proceder cuando un R&R sale muy alto, se sugiere utilizar la metodología de los límites de salvaguarda (apartado 6.7) para poder garantizar la calidad de un producto aún que el equipo de medición no sea el más idóneo

5. El uso de las gráficas en los estudios de R&R es un gran auxiliar en el análisis del sistema, por lo que cualquier estudio de R&R está incompleto sino se adjuntan por lo menos las gráficas de promedios y de rangos.

6. Como se ve en el apartado 5.2 del presente trabajo, un R&R del 30% equivale a aproximadamente añadir 490 ppm de defectos (0.05%) por lo que este parece un límite superior adecuado de tolerancia para un equipo que realice mediciones de procesos normales, si el proceso tiene que ver con dispositivos médicos, aeronáuticos o de alta tecnología, el 30% se debiera reducir a la mitad.

7. Se debe tener extremo cuidado en la definición del factor d_2 en caso no se utilice el método de la AIAG o sus tablas al realizar un estudio de R&R.

Las sugerencias relativas al análisis de incertidumbre son:

1. Para asegurar el cumplimiento con la norma ISO 10012:2000, como parte integral de un sistema de Gestión de Calidad, se sugiere la implementación de los análisis de incertidumbre, en la gestión metrológica de los dispositivos de medición.

2. La guía para la expresión de la incertidumbre (GUM) propone pautas generales a seguir, no es un método, por lo que cuando se quiera utilizar la GUM para determinar la incertidumbre de una medición en un sistema o equipo específico, se sugiere auxiliarse de guías mas especificas que están disponibles para casi todos los sistemas de medición, en los institutos y centros nacionales de metrología.

3. Identificar claramente la carencia de análisis de reproducibilidad en los análisis de incertidumbre, para asegurarse al ausencia de esta en el caso a analizar, o de lo contrario, incluirla dentro del análisis.

La propuesta relativa a la comparación entre métodos es:

1. Cuando se desee conocer la calidad de un sistema de medición , se sugiere efectuar el análisis como sigue:

    a. Realizar un análisis de incertidumbre según la GUM, y determinar el valor de la incertidumbre combinada , tomando como mínimo 20 datos para el análisis de las fuentes de incertidumbre tipo "A"
    b. Si el sistema depende mucho de la competencia del operador, como en el caso de sistemas con medidores analógicos, o cuando el equipo requiere estar en contacto con el mensurando y de alguna forma existe entre el equipo y el mensurando una interacción, es recomendable realizar el estudio de R&R para determinar la repetibilidad del sistema, para determinar el valor de una desviación normal de la variación debido a la reproducibilidad y el valor de una desviación normal debido a la repetibilidad.
    c. Una vez determinada la incertidumbre, la reproducibilidad y la repetibilidad, colocar el valor de la incertidumbre como reproducibilidad en el caso de que la reproducibilidad sea menor.
    d. El valor para calificar al sistema de medición, será la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la repetibilidad y la reproducibilidad.
    e. Multiplicar este valor por 5.15 para obtener un intervalo de confianza del 99.5%.
    f. Lo más importante es analizar los datos y los resultados, antes de reportar cualquier tipo de indicador.

.

BIBLIOGRAFÍA

1. American Association for Laboratory Accreditation (A2LA), ***A2LA Guide for the Estimation of the Uncertainty of Dimensional Calibration and Testing Results***, EUA, American Association for Laboratory Accreditation (A2LA) , 2002, 28 p.

2. AIAG ***MSA Measurement Systems Analysis***, 3era edición, EUA, Automotive Industry Action Group, , 2003, 205 p.

3. Barrentine, Larry B.. ***Concepts for R&R Stu*dies**, 2nd edition, USA, ASQ Quality Press Publications, 2003, 75 p

4. Duncan A. J. **Control de Calidad y Estadística Industrial** . México, Alfaomega Grupo Editor, 1998, 1084 p.

5. Elizondo, A.E. **Manual de Aseguramiento Metrológico Industrial**. México, Ediciones Castillo, 1996, 56 p.

6. EURACHEM,/CITAC. ***Quantifying Uncertainty in Analytical Measurementes,*** 2da ed., Reino Unido, Eurachem, 2000,126p

7. González Muñoz, Héctor. **Incertidumbre En La Calibración De Calibradores Tipo Vernier,**1era revisión, México, CENAM, 2001, 13 p.

8. ISO (International organization for standarization)**.** BIPM, IEC, IFCC, IUPAP, IUPAC. ***Guide to the Expression of Uncertainty in Measuremen*t**, Suiza, ISO, 1994, 110 p.

9. ISO (International organization for standarization)**. Sistema de gestión de mediciones – Requisitos para procesos de medición y equipos de medición 2002** , Suiza, ISO, 2002, 26 p.

10. NIST(National Institute of Standards and Technology). ***NISTIR 6919 Recommended Guide for determining and Reporting Uncertainties for Balances and Scales***, EUA, NIST, 2002, 82 P.

11. Patnaik P.B. ***The use of Mean Range as an Estimator of Variance in Statistical Test***, BIOMETRIKA, EUA ,37, 78-87

12. Vardeman, S. B. y Jobe J.M. ***Statistical Quality Assurance Methods for Engineers***. USA, John Wiley & Sons, Inc., 1999, 561p.

13. Wheeler, Donald J. Ph.D. y Lyday Richard W**. *Evaluating the Measurement Process***, USA , SPC Press , 1989, 106 p.

APÉNDICE 1: Métodos de Medición

1. MEDICIÓN DE ALTURAS

1.1 Verificación del equipo

Antes de proceder a realizar cualquier medición de las dimensiones del producto , tendrá que verificar que todos los instrumentos de medición contenga identificación de la calibración del equipo, y que la fecha de próxima calibración no esté vencida. Si después de verificar la fecha tiene alguna duda sobre el estado del equipo, recurra inmediatamente a la persona responsable de calibración para una rápida verificación.

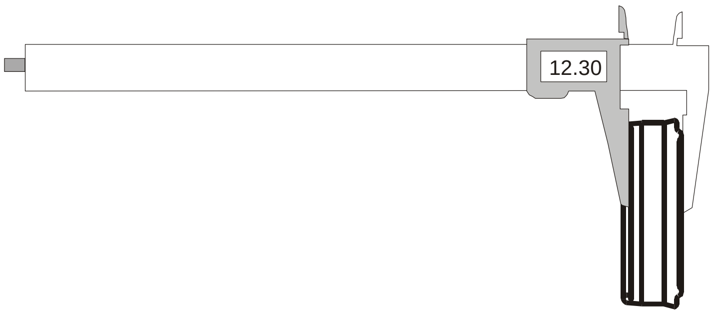
1.2 Selección de muestras

Deberá de seleccionar del proceso una muestra que no presente defectos visuales, obviamente si observa que una gran cantidad de muestras presentan dicho defecto, avise inmediatamente al supervisor de producción o al operador.

1.3 Medición de la altura total del fondo, de la tapa y la lata.

Las mediciones de alturas se puede realizar utilizando las puntas de medición de diámetros exteriores colocando el fondo verticalmente y el calibrador perpendicular al fondo, es decir horizontalmente. Abra las patas del calibrador ligeramente y luego ciérrelas hasta que las patas toquen levemente el producto. Como lo muestra la figura 1 Gire la muestra sobre los 360° de la circunferencia y efectúe aproximadamente 6 mediciones (una cada 60°). Registre la medición máxima y mínima y reporte el promedio como medición final.

Figura 1. Medición de Alturas



2. Medición de Pesos

2.1. Verificación del equipo

Antes de realizar las mediciones de peso, deberá de verificar que la balanza tenga su identificación adecuada, la cual debe contener la identificación única del equipo, la fecha de calibración y la fecha de la próxima calibración, esta última no deberá de estar vencida. Posteriormente verifique que el equipo esté limpio y en buenas condiciones (sin golpes, deterioro, desgaste excesivo, etc.).

2.2 Selección de muestras

Deberá de seleccionar del proceso una muestra que no presente defectos visuales, las muestras se deberán de seleccionar aleatoriamente, es decir, deben de ser seleccionadas de todos los lugares del lote, sin ningún orden preestablecido.

2.3 Medición del peso

Limpie la balanza con una brocha de cerdas suaves, de uso exclusivo. Asegúrese que el equipo haya sido conectado 4 horas antes como mínimo cuando sea electrónico. Nivelar la balanza y revisar el punto cero de encendido.

Coloque el objeto a medir suavemente en el centro del plato y esperar hasta que la lectura se estabilice (esperar a que la lectura esté estable por lo menos 3 segundos). Debe de registrar el peso de la lectura ya estable.

APÉNDICE 2: Resultados de Medición

A continuación los resultados de las mediciones de alturas para los estudios de R&R:

Altura fondo 52 mL (medidas en mm)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
13.07	13.09	13.09	13.10	13.09	13.10	13.05	13.05	13.05
13.10	13.10	13.11	13.11	13.12	13.12	13.11	13.09	13.11
13.13	13.15	13.16	13.15	13.16	13.16	13.12	13.12	13.12
13.17	13.14	13.16	13.14	13.14	13.14	13.11	13.12	13.11
13.12	13.13	13.13	13.14	13.14	13.14	13.1	13.1	13.1
13.12	13.09	13.12	13.10	13.11	13.11	13.08	13.08	13.08
13.12	13.14	13.15	13.14	13.14	13.14	13.14	13.12	13.14
13.10	13.10	13.12	13.14	13.14	13.15	13.11	13.11	13.11
13.18	13.20	13.18	13.19	13.19	13.19	13.16	13.175	13.16
13.13	13.16	13.14	13.15	13.14	13.14	13.11	13.125	13.11

Altura Fondo 115 mL (medidas en mm)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
17.40	17.39	17.40	17.43	17.42	17.42	17.4	17.4	17.4
17.36	17.36	17.39	17.38	17.43	17.43	17.36	17.36	17.36
17.40	17.40	17.44	17.41	17.41	17.41	17.4	17.4	17.4
17.48	17.50	17.51	17.48	17.49	17.49	17.47	17.47	17.47
17.43	17.43	17.43	17.43	17.44	17.44	17.42	17.41	17.42
17.39	17.38	17.41	17.39	17.40	17.40	17.38	17.37	17.38
17.34	17.36	17.37	17.33	17.36	17.36	17.34	17.34	17.34
17.36	17.37	17.41	17.37	17.40	17.40	17.36	17.39	17.36
17.50	17.46	17.47	17.48	17.50	17.49	17.46	17.46	17.46
17.41	17.43	17.43	17.41	17.45	17.46	17.4	17.4	17.4

Altura tapa 22 mL (medidas en mm)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
9.96	9.96	9.97	9.97	9.97	9.97	9.96	9.96	9.96
9.96	9.96	9.96	9.97	9.96	9.97	9.96	9.96	9.96
9.97	9.97	9.97	9.97	9.97	9.97	9.96	9.96	9.97
9.97	9.97	9.97	9.96	9.97	9.97	9.96	9.96	9.97
9.96	9.96	9.97	9.97	9.96	9.96	9.96	9.95	9.95
9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.95	9.95
9.96	9.96	9.97	9.96	9.96	9.97	9.96	9.96	9.96
9.96	9.97	9.96	9.98	9.97	9.97	9.96	9.96	9.96
9.97	9.97	9.97	9.97	9.97	9.97	9.96	9.96	9.96
9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96	9.96

Altura tapa R 20 (medidas en mm)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
1.85	1.86	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84
1.87	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84	1.84
1.82	1.81	1.81	1.8	1.8	1.81	1.8	1.8	1.8
1.79	1.78	1.8	1.79	1.77	1.78	1.78	1.78	1.77
1.9	1.9	1.86	1.9	1.9	1.9	1.9	1.89	1.9
1.89	1.88	1.88	1.86	1.86	1.86	1.86	1.85	1.86
1.88	1.86	1.86	1.84	1.8	1.85	1.86	1.84	1.84
1.84	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
1.86	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.89	1.88	1.89
1.78	1.78	1.8	1.78	1.78	1.78	1.8	1.79	1.8

Altura fondo R 20 (medidas en mm)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
2.76	2.76	2.76	2.76	2.76	2.76	2.76	2.77	2.76
2.7	2.71	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7
2.7	2.7	2.71	2.72	2.72	2.72	2.71	2.71	2.72
2.68	2.7	2.68	2.69	2.69	2.68	2.7	2.7	2.68
2.7	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.72
2.7	2.69	2.69	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7
2.7	2.7	2.72	2.7	2.71	2.7	2.7	2.7	2.7
2.72	2.72	2.72	2.72	2.72	2.71	2.72	2.72	2.72
2.75	2.78	2.74	2.74	2.75	2.74	2.75	2.75	2.75
2.66	2.66	2.66	2.66	2.64	2.66	2.66	2.66	2.66

Altura fondo 18 mL (medidas en mm)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
12.25	12.26	12.26	12.28	12.28	12.28	12.26	12.26	12.26
12.3	12.3	12.3	12.31	12.32	12.32	12.31	12.31	12.31
12.14	12.14	12.13	12.14	12.14	12.14	12.14	12.13	12.13
12.22	12.23	12.22	12.24	12.27	12.23	12.23	12.24	12.24
12.3	12.32	12.3	12.32	12.32	12.31	12.3	12.31	12.3
12.25	12.26	12.26	12.26	12.27	12.28	12.26	12.26	12.26
12.28	12.3	12.28	12.28	12.28	12.28	12.28	12.28	12.28
12.18	12.2	12.18	12.2	12.18	12.2	12.2	12.19	12.2
12.23	12.24	12.23	12.24	12.24	12.24	12.24	12.23	12.23
12.4	12.4	12.4	12.4	12.4	12.4	12.4	12.4	12.4

Altura tapa 18 mL (medidas en mm)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
6.53	6.53	6.53	6.53	6.54	6.54	6.52	6.53	6.53
6.53	6.54	6.53	6.54	6.54	6.54	6.52	6.54	6.53
6.53	6.53	6.53	6.53	6.54	6.53	6.52	6.53	6.52
6.57	6.58	6.57	6.58	6.58	6.58	6.58	6.58	6.58
6.56	6.57	6.57	6.56	6.56	6.58	6.56	6.57	6.56
6.53	6.54	6.54	6.54	6.54	6.54	6.54	6.53	6.53
6.54	6.53	6.53	6.54	6.54	6.54	6.54	6.54	6.52
6.53	6.54	6.53	6.54	6.54	6.53	6.53	6.54	6.53
6.52	6.54	6.53	6.54	6.54	6.54	6.53	6.53	6.53
6.54	6.55	6.52	6.54	6.54	6.54	6.54	6.54	6.53

A continuación los resultados de las mediciones de pesos para los estudios de R&R:

Pesos tapa balanza No 1 (en gramos)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
3.50	3.60	3.50	3.40	3.50	3.60	3.60	3.50	3.60
3.50	3.50	3.50	3.40	3.50	3.60	3.60	3.60	3.60
3.60	3.50	3.50	3.50	3.60	3.50	3.50	3.60	3.50
3.60	3.50	3.50	3.40	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50
3.50	3.50	3.50	3.50	3.40	3.40	3.50	3.60	3.60
3.60	3.50	3.50	3.60	3.50	3.40	3.50	3.60	3.50
3.50	3.50	3.50	3.50	3.40	3.40	3.50	3.50	3.50
3.50	3.50	3.50	3.50	3.40	3.50	3.50	3.50	3.50
3.50	3.50	3.50	3.40	3.50	3.50	3.50	3.60	3.60
3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.60

Pesos fondo balanza No 1 (en gramos)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
4.90	4.80	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90
4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.80	4.90	4.90
4.90	4.90	4.80	4.80	5.00	4.90	4.90	5.00	4.90
4.90	4.90	4.90	4.80	4.80	4.90	4.90	4.90	4.90
4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90	4.90
4.90	4.90	4.90	4.80	4.80	4.90	4.90	4.90	4.90
4.90	4.90	4.90	4.80	4.80	4.90	4.90	4.90	4.90
4.90	4.90	4.90	4.90	4.70	4.80	4.90	4.90	4.90
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.90	4.90
4.90	4.90	4.90	4.90	4.80	4.90	4.90	4.90	4.90

Pesos fondo balanza No 2 (en gramos)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
4.8581	4.8579	4.8593	4.8581	4.8601	4.8602	4.8585	4.8601	4.8597
4.8547	4.8547	4.8563	4.8569	4.8571	4.8572	4.8571	4.8556	4.8557
4.8829	4.8825	4.8825	4.8833	4.8831	4.8830	4.8834	4.8832	4.8832
4.8526	4.8518	4.8524	4.8529	4.8528	4.8532	4.8525	4.8532	4.8532
4.8710	4.8707	4.8710	4.8714	4.8714	4.8716	4.8713	4.8715	4.8714
4.8571	4.8570	4.8570	4.8574	4.8574	4.8574	4.8574	4.8574	4.8573
4.8749	4.8748	4.8747	4.8752	4.8750	4.8752	4.8756	4.8749	4.8753
4.8367	4.8366	4.8364	4.8371	4.8368	4.8369	4.8367	4.8369	4.8371
4.8113	4.8117	4.8112	4.8118	4.8123	4.8117	4.8116	4.8124	4.8117
4.8909	4.8916	4.8917	4.8917	4.8914	4.8914	4.8916	4.8915	4.8924

Pesos tapa balanza No 2 (en gramos)

ANALISTA No 1			ANALISTA No 2			ANALISTA No 3		
ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3	ENSAYO 1	ENSAYO 2	ENSAYO 3
3.5150	3.5150	3.5147	3.5151	3.5152	3.5149	3.5149	3.5151	3.5153
3.5134	3.5133	3.5137	3.5142	3.5135	3.5140	3.5137	3.5140	3.5141
3.4962	3.4965	3.4964	3.4964	3.4956	3.4958	3.4959	3.4959	3.4961
3.5036	3.5034	3.5030	3.5037	3.5033	3.5036	3.5037	3.5034	3.5037
3.5054	3.5057	3.5057	3.5057	3.5054	3.5060	3.5068	3.5058	3.5053
3.5071	3.5056	3.5074	3.5067	3.5075	3.5075	3.5074	3.5076	3.5077
3.4611	3.4606	3.4606	3.4612	3.4609	3.4609	3.4611	3.4610	3.4609
3.5035	3.5033	3.5030	3.5036	3.5034	3.5033	3.5035	3.5034	3.5033
3.4994	3.4999	3.4999	3.5004	3.4996	3.4998	3.4993	3.5002	3.5002
3.5110	3.5107	3.5106	3.5113	3.5106	3.5112	3.5111	3.5110	3.5110

A continuación los resultados de las mediciones de altura para el cálculo la incertidumbre tipo “A” :

Analista No 1

	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Tapa ROV R-20	1.85	1.84	1.84	1.84	1.83
Fondo ROV R-20	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75
Tapa 18 ml.	6.56	6.56	6.56	6.56	6.56
Fondo 18 ml.	12.14	12.14	12.14	12.14	12.14
Tapa 22 ml	9.86	9.86	9.86	9.86	9.85
Fondo 52 ml.	13.06	13.06	13.06	13.06	13.06
Fondo 115 ml.	17.36	17.37	17.37	17.37	17.36

Analista No 2

	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Tapa ROV R-20	1.83	1.83	1.83	1.83	1.83
Fondo ROV R-20	2.74	2.74	2.74	2.74	2.74
Tapa 18 ml.	6.58	6.58	6.56	6.56	6.56
Fondo 18 ml.	12.14	12.14	12.14	12.14	12.14
Tapa 22 ml	9.85	9.85	9.86	9.86	9.85
Fondo 52 ml.	13.06	13.06	13.06	13.06	13.06
Fondo 115 ml.	17.37	17.37	17.37	17.37	17.36

A continuación los resultados de las mediciones de pesos para el cálculo de incertidumbre tipo "A" balanza No 1:

Analista No 1			Analista No 1			Analista No 1		
Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3
4.70	4.80	4.70	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.70	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.70
4.80	4.70	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.70	4.70	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.70	4.70	4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.70	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.70	4.80	4.70	4.70	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.70	4.70	4.80	4.80	4.80	4.90	4.80
4.70	4.80	4.70	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80

Analista No 2			Analista No 2			Analista No 2		
Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80
4.70	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.70	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80
4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80

A continuación los resultados de las mediciones de pesos para el cálculo de incertidumbre tipo “A” balanza No 2:

Analista No 1			Analista No 1			Analista No 1		
Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3
4.7469	4.7458	4.7462	4.7502	4.7520	4.7520	4.7838	4.7840	4.7842
4.7467	4.7458	4.7462	4.7504	4.7518	4.7520	4.7840	4.7838	4.7844
4.7467	4.7460	4.7461	4.7506	4.7519	4.7522	4.7840	4.7840	4.7844
4.7466	4.7467	4.7462	4.7508	4.7518	4.7521	4.7842	4.7837	4.7844
4.7466	4.7465	4.7462	4.7505	4.7520	4.7521	4.7839	4.7839	4.7842
4.7465	4.7467	4.7462	4.7508	4.7520	4.7520	4.7840	4.7835	4.7841
4.7466	4.7463	4.7461	4.7508	4.7520	4.7500	4.7837	4.7837	4.7842
4.7466	4.7459	4.7461	4.7506	4.7520	4.7522	4.7833	4.7840	4.7841
4.7467	4.7464	4.7462	4.7507	4.7520	4.7523	4.7833	4.7839	4.7843
4.7465	4.7468	4.7462	4.7512	4.7520	4.7523	4.7837	4.7837	4.7842
4.7467	4.7464	4.7464	4.7508	4.7521	4.7521	4.7836	4.7841	4.7843
4.7468	4.7467	4.7462	4.7512	4.7519	4.7524	4.7836	4.7838	4.7842
4.7465	4.7462	4.7463	4.7519	4.7518	4.7520	4.7836	4.7839	4.7842
4.7466	4.7462	4.7463	4.7518	4.7519	4.7521	4.7843	4.7837	4.7841
4.7465	4.7465	4.7462	4.7520	4.7520	4.7522	4.7842	4.7839	4.7842

Analista No 2			Analista No 2			Analista No 2		
Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3
4.7463	4.7470	4.7472	4.7515	4.7529	4.7525	4.7851	4.7847	4.7855
4.7469	4.7469	4.7471	4.7519	4.7520	4.7510	4.7855	4.7858	4.7861
4.7469	4.7466	4.7469	4.7511	4.7509	4.7515	4.7847	4.7858	4.7858
4.7470	4.7469	4.7470	4.7516	4.7511	4.7531	4.7845	4.7850	4.7850
4.7470	4.7470	4.7471	4.7517	4.7524	4.7518	4.7846	4.7849	4.7847
4.7470	4.7471	4.7473	4.7516	4.7511	4.7511	4.7844	4.7852	4.7853
4.7470	4.7467	4.7475	4.7518	4.7529	4.7526	4.7846	4.7851	4.7860
4.7470	4.7468	4.7476	4.7522	4.7511	4.7532	4.7845	4.7858	4.7862
4.7470	4.7471	4.7475	4.7527	4.7509	4.7531	4.7847	4.7861	4.7863
4.7464	4.7467	4.7472	4.7528	4.7508	4.7522	4.7847	4.7855	4.7858
4.7467	4.7471	4.7472	4.7509	4.7529	4.7516	4.7845	4.7847	4.7853
4.7469	4.7472	4.7473	4.7511	4.7526	4.7526	4.7845	4.7849	4.7850
4.7466	4.7471	4.7476	4.7525	4.7513	4.7537	4.7849	4.7859	4.7854
4.7466	4.7469	4.7478	4.7528	4.7511	4.7534	4.7854	4.7862	4.7858
4.7468	4.7471	4.7479	4.7527	4.7518	4.7519	4.7855	4.7855	4.7864

APÉNDICE 3: Cálculo de Cp y Cpk

1. Definiciones

Cp: Es un índice que compara la variación natural del proceso, versus la variación permitida dentro de los límites de especificación. Un Cp mayor es un signo de un mejor proceso (sólo aplica a variables)

Cpk: Es un índice que compara la variación del proceso versus la variación de la especificación y la diferencia entre la medida nominal de la especificación y el promedio (media) de los resultados del proceso (sólo aplica a variables)

PPM: Acrónimo de partes por millón ; es el número de defectos encontrados en una muestra de 1,000,000, que se puede obtener del muestreo directo o a través de un cálculo probabilístico.

2. Cálculo del Cp y Cpk

2.1 Con los datos de la variable medida calcule el promedio con la siguiente fórmula:

$$\text{Promedio:} \qquad \overline{X} = \frac{\Sigma(xi)}{n}$$

donde $\overline{X}$ = promedio
$\Sigma(x_i)$ = sumatoria de todos los datos de la muestra
n = número de datos

2.2 Con los datos de la variable medida y el promedio calcule la desviación normal (standard) con la siguiente fórmula:

$$\text{Desviación normal:} \quad s = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

donde x_i = cada medida de la muestra
$\bar{x}$ = media de la muestra
n = número de elementos de la muestra

2.3 Luego proceda a calcular el Cp y Cpk como sigue:

$$Cp = \frac{LS - LI}{6\,s}$$

donde LS = Límite superior de la especificación
LI = Límite inferior de la especificación
s = desviación normal (estandar)

$$Cpk = \text{valor mínimo} \left[\frac{LS - \bar{X}}{3s} , \frac{\bar{X} - LI}{3s} \right]$$

donde LS = Límite superior de la especificación
LI = Límite inferior de la especificación
s = Desviación normal (estandar)
$\bar{X}$ = Promedio de los datos

NOTAS:
-Para todos los cálculos deberá de utilizar cuatro decimales como mínimo, y el resultado se reporta con dos decimales.
-Los datos a los que se le calculan los índices Cp y Cpk, son las medidas finales, no a las parciales, es decir si usted tiene que un diámetro es el promedio de cuatro mediciones alrededor de la circunferencia, le calculará el Cp y Cpk al promedio de estas cuatro mediciones no a las mediciones parciales.
-Podrá utilizar cualquier programa informático como EXCEL o cualquier otro tipo de hoja electrónica, siempre y cuando Ud. verifique por lo menos una vez que sus datos calculados manualmente coinciden con los resultados del programa, recuerde utilizar el redondeo a 4 decimales mínimo.

Ejemplo:

Tenemos las siguientes medidas de la altura a la pestaña del fondo para pila tamaño D: 2.70, 2.74, 2.77, 2.71, 2.69 y 2.76. para este caso, el rango de la especificación es (2.62,2.86)

Se deberá calcular la desviación normal (estándar) de la siguiente manera:

a) Promedio:

$$\overline{X} = \frac{2.70+2.74+2.77+2.71+2.69+2.75}{6}$$

$$= 2.7267$$

b) desviación:

Xi	$(X-X_i)$	$(X-X_i)^2$
2.70	-0.0267	0.0007
2.74	0.0133	0.0002
2.77	0.0433	0.0019
2.71	-0.0167	0.0003
2.69	-0.0367	0.0013
2.75	0.0233	0.0005
total		0.0049

$$s= \sqrt{\frac{0.0049}{5}}$$

$$s= 0.0313$$

Luego de tener la desviación estándar, se procede a calcular el Cp y Cpk con lo siguientes datos:

Cp=

$$\frac{LS- LI}{6\ s} = \frac{2.86 - 2.62}{6(0.0313)} = 1.278$$

Cpk =

valor mínimo: $\left[\frac{LS - \overline{X}}{3s}, \quad \frac{\overline{X} - LI}{3s} \right] = \frac{2.86\text{-}2.7267}{3(0.0313)} \quad \frac{2.7267\text{-}2.62}{3(0.0313)}$

Min(1.4196, 1.1363) = 1.1363

Partes por Millón de Defectos:

Existen dos formas de calcular las ppm de defectos, la primera, llamada "Reales" que se calcula con la siguiente fórmula:

$$\frac{\text{No. De Defectos}}{\text{No. De Muestras}} \times 1{,}000{,}000$$

Y la “Teórica” que se calcula en base a la media y a la desviación estándar como sigue:

1. Calcular el promedio y la desviación estándar de todas las muestras.

2. Luego calcule el siguiente cociente:

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - LS}{s}$$

$\bar{X}$ = Promedio de las muestras
LS = Límite Superior de la especificación
s = Desviación estándar

3. Con este resultado busque en una tabla el área bajo la curva normal.

4. Calcule el siguiente cociente:

$$Z_2 = \frac{LI - \bar{X}}{s}$$

$\bar{X}$ = Promedio de las muestras
LI = Límite Inferior de la especificación
s = Desviación estándar (normal de las muestras)

5. Con este resultado busque en una tabla el área bajo la curva normal.

6. Sume las dos áreas y al multiplicarlas por 1,000,000 obtendrá las partes por millón

   Si la especificación solo tiene límite máximo o límite mínimo, obviará uno de los dos cálculos anteriores

EJEMPLO:

$\bar{X}$ = 18.36 LS= 19
s = 0.1049 LI= 18

a) $\frac{18.36-19}{0.1049}$ = -6.10 <1 ppm ≈ 0.00

b) $\frac{18-18.36}{0.1049}$ =-3.49 =0.000242 x 1,000,000 = 242

Total de Defectos por millón (o partes por millón de defectos)

= 242+0 = 242 ppm

En la mayoría de literatura relacionada a la mejora de los procesos, se sugiere que como mínimo, el Cp=2 y el Cpk= 1.33