



**Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica**

**DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA REACTIVA EN UN SISTEMA
ELÉCTRICO DE POTENCIA POR MEDIO DE PROGRAMACIÓN
NO LINEAL**

JUAN CARLOS POZUELOS BUEZO

Asesorado por: Ing. José Rafael Argueta Monterroso

Guatemala, agosto de 2005

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA REACTIVA EN UN SISTEMA
ELÉCTRICO DE POTENCIA POR MEDIO DE PROGRAMACIÓN
NO LINEAL**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA FACULTAD DE
INGENIERÍA POR

Juan Carlos Pozuelos Buezo

Asesorado por: Ing. Rafael Argueta Monterroso

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA

Guatemala, agosto de 2,005

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	VIII
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XII
GLOSARIO.....	XIV
RESUMEN.....	XVII
OBJETIVO E HIPÓTESIS.....	XIX
INTRODUCCIÓN.....	XX
1. CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE EL CONTROL DE VOLTAJE.....	01
1.1 Descripción general de una red eléctrica.....	02
1.1.1 Modelado de carga o consumo y de generadores.....	02
1.1.2 Modelado de las líneas de transmisión.....	03
1.1.3 Modelado del transformador de potencia regulante	04
1.2 Flujos de reactivos y control de voltaje.....	05
1.3 Ecuaciones de flujos de potencia	09
1.3.1 Ecuación de pérdidas	14
1.4 Flujos de potencia reactiva relacionada con pérdidas activas.....	15
2. CONSIDERACIONES PREVIAS AL DESPACHO DE REACTIVOS.....	19
2.1 Suministro de potencia reactiva como servicio complementario.....	20

2.2	La temática del servicio de potencia reactiva en los mercados eléctricos.....	21
2.2.1	El caso particular de Guatemala	21
2.2.2	Sobrecostos ocasionados por el soporte de potencia reactiva	23
2.3	Despacho económico de potencia activa.....	24
2.3.1	Despacho económico en el mercado eléctrico guatemalteco.....	24
2.3.2	Herramienta que se utiliza para resolver el despacho económico.....	26
2.4	Implementación del despacho óptimo de reactivos interactuando con el despacho económico.....	27
3.	INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN NO LINEAL.....	29
3.1	Programación no lineal.....	30
3.1.1	Condiciones necesarias para el PPNL.....	32
3.1.1.1	Diferenciabilidad	33
3.1.1.2	Continuidad	34
3.1.1.3	Condiciones de Karush – Kuhn Tucker.....	34
3.2	Estudio de Flujo de potencia óptimo.....	36
3.2.1	Métodos matemáticos para la solución.....	38
3.3	Minimización con restricciones de igualdad, método del gradiente reducido.....	39
3.3.1	Funciones de penalización.....	44
3.4	Programación no lineal utilizando software de computadora.....	47
3.4.1	Método GRG	48
3.4.2	Cuadro de diálogo de los parámetros del solver	48
3.4.3	Otros productos de la familia Solver.....	51

4.	FORMULACIÓN DEL DESPACHO DE POTENCIA REACTIVA.....	53
4.1	Formulación del problema del flujo óptimo.....	54
4.1.1	Parámetros, variables de control y de estado.....	54
4.1.2	Función objetivo.....	56
4.1.3	Restricciones.....	57
4.2	Método del gradiente reducido aplicado al despacho de reactivos (análisis matemático).....	60
4.2.1	Ejemplo del Método del gradiente reducido aplicado al despacho de reactivos	62
4.3	Formulación del despacho de reactivos empleando Microsoft Excel Solver®.....	66
4.3.1	Procedimiento analítico	67
4.3.2	Implementación en una hoja electrónica de Excel.....	67
4.3.2.1	Tablas de variables de decisión	68
4.3.2.1.1	Potencia de ajuste como variable de decisión	68
4.3.2.2	Tabla de datos de entrada.....	70
4.3.2.3	Tabla de función objetivo.....	72
4.3.2.4	Tabla de restricciones.....	73
4.3.2.5	Forma de ingresar las ecuaciones en las tablas de función objetivo y de balance de potencia activa y reactiva.....	76
4.3.2.6	Aplicación de Excel Solver.....	78
5.	EJEMPLOS DEL MODELO DE DESPACHO DE REACTIVOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS	79
5.1	Ejemplo 1. Sistema de tres barras.....	80
5.1.1	Procedimiento analítico.....	81

5.1.2	Formulación del problema	83
5.1.3	Procedimiento de implementación en una hoja electrónica	84
5.1.4	Aplicación de Excel Solver	85
5.1.5	Resultados del ejemplo 1.	87
5.1.6	Análisis del resultado	89
5.2	Ejemplo 2. Despacho óptimo de reactivos para las 24 horas	90
5.2.1	Procedimiento analítico.....	91
5.2.2	Formulación del problema.....	92
5.2.3	Implementación en una hoja electrónica.....	93
5.2.4	Resultados obtenidos	95
5.2.5	Análisis de resultados	97
5.3	Ejemplo 3. Sistema de tres barras con transformador regulante.....	98
5.3.1	Procedimiento analítico.....	99
5.3.2	Formulación del problema.....	100
5.3.3	Resultados obtenidos al utilizar Excel Solver Estándar	101
5.3.4	Comparación de resultados obtenidos con MS Excel ^{MR} y con software de estudios eléctricos PowerWorld Simulator®	102
5.3.5	Análisis del resultado	103
5.4	Ejemplo 4. Sistema sencillo de 6 barras.....	104
5.4.1	Procedimiento analítico.....	106
5.4.2	Formulación del problema.....	108
5.4.3	Implementación a Excel Solver Estándar.....	109

5.4.4	Comparación de resultados obtenidos con Excel Solver Estándar y con software de estudios eléctricos PowerWorld Simulator®.....	112
	CONCLUSIONES.....	115
	RECOMENDACIONES.....	117
	REFERENCIAS	119
	BIBLIOGRAFÍA.....	121
	APÉNDICE 1. ANÁLISIS DE FLUJOS DE POTENCIA.....	123

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Red eléctrica	02
2.	Representación de la carga.....	03
3.	Modelo Pi equivalente de la línea de transmisión.....	03
4.	Representación del transformador regulante con cambiado de tap en el lado de alta.....	04
5.	Circuito básico de un sistema de potencia	05
6.	Diagrama fasorial del circuito anterior considerando fp. 1	06
7.	Diagrama fasorial de un sistema de potencia con factor de potencia atrasado.....	07
8.	Flujos de potencia típicos en una barra	11
9.	Modelo “pi” de la línea de transmisión	14
10.	Análisis de pérdidas de transmisión	15
11.	Diagrama fasorial para el caso base	16
12.	Efecto del cambio en el voltaje V1	16
13.	Efecto de reducción del voltaje V1	17
14.	Interacción entre el despacho económico y el despacho óptimo de reactiva	28
15.	Mínimos locales y globales	31
16.	En problemas restringidos el gradiente no es necesariamente cero en la misma solución óptima	34
17.	Diagrama de flujo para el procedimiento del gradiente reducido.....	43
18.	Parámetros del solver	47

19.	parámetros de Solver.	49
20.	Opciones de Solver	50
21.	Representación de un nodo de un sistema eléctrico	54
22.	Sistema para ilustrar el método del Gradiente Reducido aplicado al despacho de reactivos	62
23.	Algoritmo de implementación del modelo	67
24.	Tablas de balance de potencia activa y reactiva desarrolladas en una hoja de MS Excel ^{MR}	77
25.	Sistema de tres barras del ejemplo 1	80
26.	Tablas de datos de entrada desarrolladas en una hoja de MS Excel ^{MR}	81
27.	Datos de entrada del ejemplo 1	84
28.	Aplicación de Excel Solver en el ejemplo 1	86
29.	Cuadro de resultado de Excel Solver	86
30.	Resultado obtenido del ejemplo 1	88
31.	Sistema de tres barras del ejemplo 2	90
32.	Tablas de datos de entrada del ejemplo 2	91
33.	Restricciones de potencia reactiva de los generadores del ejemplo 2	93
34.	Aplicación de Excel Solver al ejemplo 2.	94
35.	Resultados del problema 2	95
36.	Resultado de las pérdidas de potencia activa del ejemplo 2	97
37.	Sistema de tres barras con transformador regulable con cambiador de tap del lado de alta	98
38.	Datos de entrada del ejemplo 3	99
39.	Resultados obtenidos del ejemplo 3	101
40.	Diagrama unifilar de 6 barras del ejemplo 4.	105
41.	Tabla de datos de entrada para el ejemplo 4.	106
42.	Tablas utilizadas para el ejemplo 4	110

43.	Aplicación de Excel Solver Estándar y resultados del ejemplo 4. ...	111
44.	Resultados obtenidos del ejemplo 4.	111
45.	Resultados del flujo de potencia del ejemplo 3	124
46.	Resultados del flujo de potencia del ejemplo 4	126

TABLAS

I	Valores de convergencia usando el gradiente $\infty = 0.3$	44
II	Solución para minimizar función con penalización punto interior.....	46
III	Comparación de capacidad de variables en la familia Solver	52
IV	Tabla de los valores obtenidos del ejemplo utilizando Gradiente Reducido	65
V	Variables de decisión con variables: voltajes nodales, ángulos nodales.	69
VI	Variables de decisión con variables: reactivas asignadas a generadores y elementos de compensación	70
VII	Datos de entrada: potencia activa despachada y demandas Nodales	71
VIII	Datos de admitancias del sistema	71
IX	Tabla de función objetivo para un sistema de tres barras conectadas por dos líneas de transmisión	72
X	Corresponde a las restricciones de ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva de cada nodo	74
XI	Corresponde a las restricciones operativas de los generadores en cuanto a la capacidad de potencia reactiva	75
XII	Comparación de resultados del ejemplo 1.	89

XIII	Comparación de resultados obtenidos con Excel Solver Estándar y con PowerWorld del ejemplo 3.	103
XIV	Efectos al colocar el tap en un valor distinto a 0.916 en el transformador del ejemplo 3	104
XV	Comparación de resultados obtenidos con Excel Solver Estándar y con PowerWorld del ejemplo 4.	112

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
P_{gi}	Potencia activa generada en la barra i.
Q_{gi}	Potencia reactiva generada en la barra i.
P_{di}	Potencia activa demandada en la barra i.
Q_{di}	Potencia reactiva demandada en la barra i.
P_i	Potencia activa inyectada en la barra i.
Q_i	Potencia reactiva inyectada en la barra i.
P_{ajuste}	Potencia activa de ajuste (se explicará más adelante).
V_i	Tensión en la barra i.
θ_i	Ángulo de la tensión en la barra i.
Y_{ij}	Admitancia entre las barra i y j.
δ_{ij}	Ángulo de Y_{ij} .
t_{ij}	Posición del tap del transformador en la línea ij.
g_{ij}	Conductancia entre la barra i y j.
b_{ij}	Susceptancia entre la barra i y j.
P_{max}	Potencia activa máxima.
P_{min}	Potencia activa mínima.
Q_{max}	Potencia reactiva máxima.
Q_{min}	Potencia reactiva mínima.

P_{prog}	Potencia activa programada.
P_{calc}	Potencia activa calculada.
Q_{prog}	Potencia reactiva programada.
Q_{calc}	Potencia reactiva calculada.
$\sum P_{loss}$	Sumatoria de pérdidas de potencia activa.
N	Número de barras.
MW	Megavatio. Unidad de potencia activa.
WVAR	Megavar. Unidad de potencia reactiva
Z	Función objetivo.
x_n, h_x	Funciones de restricción de la función objetivo.
OPF	<i>Optimal power flow.</i>
PPNL	Problema de programación no lineal.
CKKT	<i>Conditions Karush – Kuhn – Kucker.</i>

GLOSARIO

Admitancia	Es la generalización del concepto de conductancia, es decir, la facilidad para el paso de corrientes alternas. Corresponde al inverso de la impedancia: $Y = (1/Z)$.
Curva de capacidad	Esta curva nos proporciona la capacidad de la maquina en cuanto al aporte o consumo de potencia activa y reactiva, las que a su vez, están limitadas por los límites térmicos de la máquina.
Embalses de hidroeléctricas	Es un depósito artificial donde se recogen las aguas de un río para su mejor aprovechamiento en una planta hidroeléctrica.
Flujo de potencia óptimo	Por medio de la programación no lineal determina todos los parámetros de un sistema eléctrico (voltajes, ángulos, potencia activa y reactiva), en condiciones estables de operación minimizando las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión y los costos operativos, respetando los criterios de seguridad y confiabilidad de operación.

Función objetivo	Es la función a optimizar para resolver el flujo de potencia óptimo. En este caso, la ecuación de pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión.
Generación forzada	Energía producida por una unidad generadora obligada a operar fuera del despacho económico, la cual puede ser requerida a producir energía por circunstancias ajenas al despacho económico, pero sí atinentes a requerimientos del funcionamiento del sistema eléctrico.
Impedancia	Es la oposición a la circulación de corriente por un circuito eléctrico de corriente alterna; es una conjugación de resistencia y reactancia: su unidad de medida es el ohm.
Orden de mérito.	Se refiere a la ubicación de las unidades generadoras en una lista, en la cual el orden o ubicación lo determina el costo operativo de cada unidad participante.
Potencia activa	Se define como el valor promedio alrededor del que oscila la potencia instantánea. Representa la potencia útil, es decir, aquella capaz de realizar trabajo.

Potencia reactiva.

Se define como el valor pico de la componente seno de la potencia instantánea, cuyo valor promedio es cero y por ello no es capaz de realizar trabajo útil, pero se desplaza continuamente del generador a la carga y viceversa.

Servicios complementarios

El objetivo principal del mercado eléctrico, es en principio la avenencia de transacciones de potencia activa. Sin embargo, para que estas transacciones se realicen, es necesario cumplir varios requisitos técnicos operativos, los cuales son satisfechos mediante otros servicios adicionales prestados por los generadores y otros participantes del mercado, conocidos como servicios complementarios. Entre ellos están: aporte de potencia reactiva de los generadores, reserva de potencia rodante, reserva rodante regulante, reserva rápida, arranque en negro, desconexión de carga interrumpible, etc.

Transformador regulante

Se utilizan para regular los niveles de tensión en los sistemas eléctricos de potencia. Por medio de un cambiador de tap en el transformador, es posible cambiar la relación de transformación en los devanados y así modificar los flujos de potencia reactiva, logrando regular el voltaje en ambos lados del transformador.

RESUMEN

El presente trabajo de graduación contiene un modelo de optimización del despacho de potencia reactiva utilizando técnicas de programación no lineal, el cual está enfocado a la operación de un sistema eléctrico de potencia bajo un esquema de mercado eléctrico, utilizando el marco regulatorio del mercado eléctrico Guatemalteco.

Para esto se moduló de manera extendida el problema de flujo óptimo (OPF), donde la función a optimizar es la ecuación de pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión, la cual, está sujeta a restricciones operativas y al cumplimiento del balance de potencia activa y reactiva en los nodos. Tal optimización da como resultado las variables que definen la potencia reactiva que cada elemento de compensación del sistema eléctrico de potencia deben aportar para lograr una operación confiable, segura y óptima.

Entre la gran variedad de técnicas de optimización para resolver el OPF se optó por la programación no lineal ya que las ecuaciones de flujo de potencia y de pérdidas son de carácter no lineal. La programación no lineal, a su vez, cuenta con varios métodos de solución, de los cuales el del Gradiente Reducido se adapta a las características de las ecuaciones involucradas en el OPF.

El método del gradiente reducido está basado en condiciones de Newton; utiliza condiciones de primer orden para puntos de óptimos, que comúnmente se denominan condiciones de Kuhn Tucker. En general, son ecuaciones no lineales que requieren de métodos iterativos de solución.

El modelo propuesto para determinar el despacho óptimo de potencia reactiva se basa en la utilización de una aplicación de programación no lineal de MS Excel^{MR}, llamada Solver estándar, que entre sus opciones de solución utiliza el método del gradiente reducido.

En este trabajo se presentan algunos ejemplos del despacho de potencia reactiva y se realiza la discusión de los resultados obtenidos.

OBJETIVOS

- General

Realizar un despacho óptimo de potencia reactiva a partir de minimizar las pérdidas de potencia en las líneas de transmisión, utilizando técnicas de programación no lineal.

- Específicos

1. Que el resultado del despacho de potencia reactiva satisfaga los criterios de operación segura al mantener en todos los nodos un perfil de voltaje aceptable.
2. determinar el método de programación no lineal que resuelva el problema del flujo óptimo que da como resultado el despacho de potencia reactiva.
3. Que el modelo del despacho de potencia reactiva acepte todas las restricciones operativas propias de un sistema eléctrico de potencia.
4. Que este trabajo se enfoque en los criterios y normativas del Mercado Eléctrico Guatemalteco.
5. Que este trabajo de tesis sirva de herramienta didáctica para los estudiantes en el campo de la ingeniería eléctrica.

HIPÓTESIS

La programación no lineal puede utilizarse como un método de solución para resolver el problema de flujo óptimo que da como resultado el despacho de potencia reactiva, en un modelo de mercado eléctrico como el guatemalteco.

INTRODUCCIÓN

Una de las funciones más importantes que se realiza en la operación de un sistema eléctrico de potencia es el control de voltaje. Debido al comportamiento de la carga, la red opera en dos condiciones extremas: con baja carga y un excedente de potencia reactiva en demanda mínima; con alta carga y un alto consumo de potencia reactiva, en la condición de demanda máxima. Esto origina dos problemas fundamentales en los sistemas eléctricos de potencia: altos voltajes en demanda mínima y reducción de la capacidad de transmisión por problemas de bajo voltaje en demanda máxima. Para contrarrestar estos problemas es necesario que los sistemas eléctricos de potencia cuenten con recursos para controlar el flujo de potencia reactiva. Esta labor requiere de coordinación y bases conceptuales para lograr una aplicación eficiente.

Actualmente, en Guatemala se desarrolla un despacho económico de potencia activa y el control de los voltajes nodales del sistema eléctrico se lleva a cabo por medio de la manipulación en tiempo real de los dispositivos cuya acción está directamente relacionada con el problema de voltaje – reactivos. El operador del sistema, es el encargado de asignar adecuadamente la potencia reactiva producida a cada generador según la ubicación de estos respecto a las cargas. Además se debe operar otros elementos de compensación de reactiva y manipular la posición de los taps en los transformadores regulables. Este tipo de operación depende de la experiencia del operador y de su conocimiento del sistema, lo cual no garantiza una operación óptima. Recordemos que las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión están directamente relacionadas con el flujo de potencia reactiva, por lo cual se desea reducir este flujo a los valores mínimos de operación.

Por ejemplo, si el operador del sistema solicita más potencia reactiva a un generador lejano a la carga que a otro, que está más cercano, dará origen a más pérdidas de potencia en las líneas y posiblemente no logrará su objetivo de mejorar los voltajes nodales.

De lo anterior surge la idea de elaborar un despacho de potencia reactiva que corresponda al de potencia activa ya conocido por el despacho económico. El mismo, debe asignar la potencia reactiva a cada generador y elementos de compensación, además de asignar la ubicación óptima de los taps en los transformadores regulables para garantizar que la operación sea óptima.

En este trabajo se desarrolla un modelo que utiliza la programación no lineal para resolver el despacho de potencia reactiva. El mismo se basa en la optimización de las pérdidas de potencia en las líneas de transmisión. La ecuación que determina dichas pérdidas es de característica no lineal y está sujeta a ciertas restricciones que deben respetarse, como lo son, las características técnicas del sistema eléctrico a tratar (en este caso un sistema ficticio) y el tipo de mercado o legislación al cual se somete el sistema, en este caso el guatemalteco.

El modelo se desarrolla en una hoja electrónica de MS ExcelMR, de gran utilización en la actualidad y que viene equipada de una aplicación de programación no lineal llamada solver.

Este trabajo está dirigido a profesionales con conceptos básicos de sistemas de potencia y que estén familiarizados con conceptos de mercados eléctricos, especialmente en el caso de Guatemala.

La persona que lea este trabajo podrá ampliar sus conocimientos en el tema del control de potencia reactiva en sistemas eléctricos. Además, el modelo propuesto, mediante el uso del software, puede utilizarse también con fines didácticos para estudiar y resolver ecuaciones de flujo de potencia.

El trabajo está compuesto de cinco capítulos, de los cuales en el primero se desarrollan conceptos básicos necesarios para lograr la mejor comprensión de este tema. En el segundo capítulo, se explica brevemente la temática de los mercados eléctricos referente al tema de la potencia reactiva, dando énfasis al caso de Guatemala; también se trata en forma resumida el despacho económico de potencia activa, el cual se toma como un dato conocido para realizar el despacho de potencia reactiva.

En el capítulo tres, se estudia a la programación no lineal y sus métodos de solución, herramienta en que se basa el modelo. En este tema, nos enfocamos especialmente en el método del gradiente reducido. Se presenta también el software utilizado y se explica brevemente cómo utilizarlo.

En el capítulo cuatro, se desarrolla detalladamente el modelo propuesto, se resuelve el despacho de potencia reactiva para un sistema sencillo utilizando el método del gradiente reducido en forma analítica. Por último, se presenta el modelo en la hoja electrónica Excel.

En el último capítulo, se presentan cuatro ejemplos de aplicación, partiendo de un modelo sencillo de tres barras, hasta uno complejo de seis barras. Se consideran elementos de compensación de reactiva como capacitores y se incluye el efecto del tap en transformadores regulables. Los resultados se analizan y

posteriormente se comprueban mediante un software simulador de flujos de potencia.

1. CONCEPTOS BASICOS SOBRE EL CONTROL DE VOLTAJE

En la operación de sistemas de potencia el control del voltaje es una función prioritaria. El objetivo de este control es el ajuste de todos los voltajes nodales dentro de una banda operativa. Esto hace que la solución del problema sea más compleja, comparada con el control de frecuencia, ya que se tiene un problema multivariable. Se debe recordar que en estado estable se tiene un valor de frecuencia único en el sistema, en cambio los voltajes nodales pueden ser diferentes.

En el análisis de este tema se relaciona el flujo de potencia reactiva con el perfil del voltaje del sistema, siendo muy importante la localización de la fuente de potencia reactiva y la estructura del sistema de transmisión. Otra característica interesante del problema que agrega complejidad a la solución es la generación y consumo variable de potencia reactiva de los elementos de transmisión y transformación.

Cada elemento del sistema presenta un comportamiento característico que lo distingue de los demás. A través de modelos matemáticos es posible evaluar la respuesta de cada componente y realizar un análisis sistemático de diferentes condiciones de operación en un sistema eléctrico de potencia.

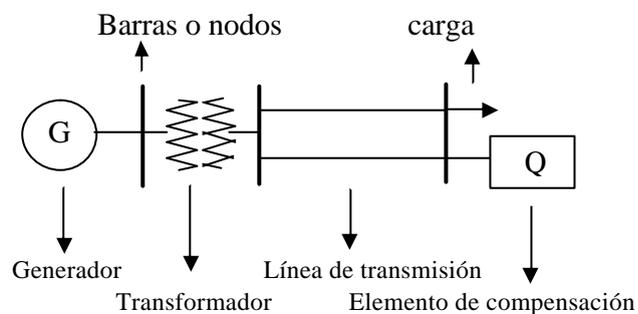
En esta sección se describen las redes eléctricas que representan a los sistemas eléctricos de potencia y se detallan los elementos de las redes que participarán en la formulación del despacho óptimo de reactivos, a través de parámetros y variables de optimización.

1.1 Descripción general de una red eléctrica.

Las redes eléctricas se basan en la interconexión entre generadores y consumos, a través de líneas de transmisión y transformadores, con el fin de abastecer las cargas y brindar una calidad de suministro adecuada; en el sentido de proporcionar confiabilidad a la red a través de la conformación de una red enmallada.

Para efectos de este trabajo, se considera que una red eléctrica está compuesta principalmente por los siguientes elementos: Barras o nodos de la red, cargas o consumos, generadores, líneas de transmisión, transformadores y elementos de compensación de potencia reactiva.

Figura 1 Red eléctrica.

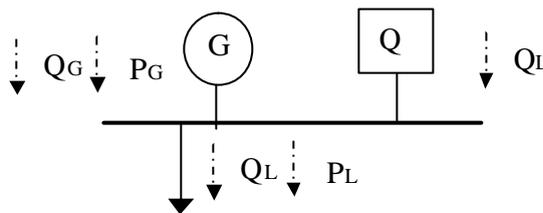


1.1.1 Modelado de carga o consumo y de generadores.

Una forma de modelar las cargas o consumo de red, es considerar que estas se comportan como una impedancia conectada a una barra (modelación pasiva).

Otro modelo, que es el empleado en este trabajo, considera a las cargas como una inyección negativa de potencia activa y reactiva a la red desde la barra donde se encuentran conectadas (modelación activa). Para el caso de los generadores, se considerará como una inyección positiva de potencia activa. La potencia reactiva asignada para cada generador podrá ser una inyección positiva o negativa dependiendo del resultado del despacho óptimo de reactivos.

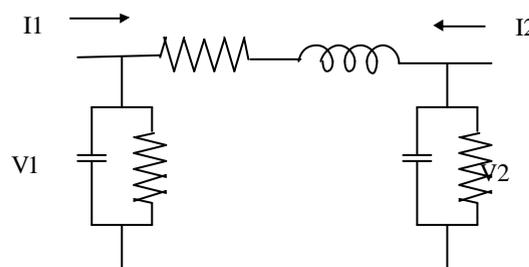
Figura 2 Representación de la carga



1.1.2 Modelado de las líneas de transmisión.

Se utiliza el modelo PI equivalente para la línea, el cual, a través de sus elementos, representa los efectos físicos producidos por la línea de transmisión.

Figura 3. Modelo Pi equivalente de la línea de transmisión.



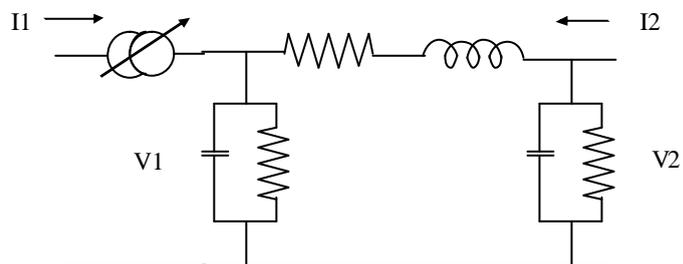
Con este modelo se establece la relación entre las corrientes y los voltajes a través de la matriz compleja de admitancias. Las magnitudes de los elementos del modelo PI serán utilizadas para calcular la matriz de admitancias total del sistema completo. Estas participan directamente en las ecuaciones de flujo del sistema y determinan las pérdidas en las líneas de transmisión.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

1.1.3 Modelado del transformador de potencia regulante.

El modelo del transformador es similar al de la línea de transmisión, incluye además el efecto de la transformación de tensión debido al tap. Los transformadores pueden cambiar su razón de transformación a través de los taps, lo cual será modelado como variable de control en el OPF.

Figura 4. Representación del transformador regulante con cambiado de tap en el lado de alta.



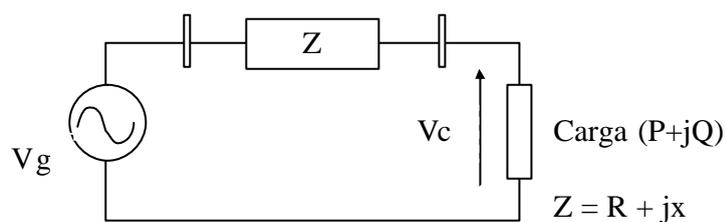
Al igual que en el caso de las líneas, en el transformador se establece la relación entre corrientes y tensiones a través de la matriz de admitancias.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{11}}{t} & \frac{Y_{12}}{t} \\ \frac{Y_{21}}{t} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

1.2 Flujos de reactivos y control de voltaje

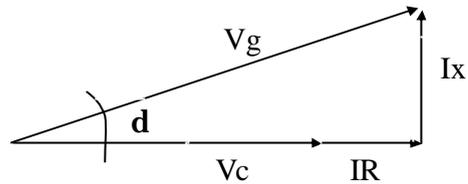
En el análisis de este tema se relaciona el flujo de potencia reactiva con el perfil de voltaje del sistema, siendo muy importante la localización de fuentes de potencia reactiva y la estructura del sistema de transmisión. Otra característica importante que agrega complejidad al tema es la generación y consumo variable de potencia reactiva en sistemas de transmisión y transformación. Nos basaremos en la representación más sencilla de un sistema de potencia para estudiar como se comporta el voltaje con la circulación de reactiva.

Figura 5 Circuito básico de un sistema de potencia.



Si en la figura 5 se considera que la carga es solamente de potencia activa (factor de potencia unitario), entonces el diagrama fasorial será como el de la figura 6.

Figura 6. Diagrama fasorial del circuito anterior considerando fp. 1.



La relación entre la corriente y la potencia se expresa en la ecuación (1.3)

$$I = \frac{P}{V_c} \quad (1.3)$$

la relación de voltajes del diagrama fasorial de la figura 1.6 es:

$$V_g^2 = (V_c + IR)^2 + (IX)^2 \quad (1.4)$$

al sustituir (1.3) en (1.4) tenemos:

$$V_g^2 = \left(V_c + \frac{P}{V_c} R \right)^2 + \left(\frac{P}{V_c} X \right)^2 \quad (1.5)$$

De (1.5) se observa que las caídas de voltaje en fase y en cuadratura con V_c dependen de los valores de resistencia y reactancia del elemento de transmisión. Como generalmente la relación R/X es baja en sistemas de transmisión, la componente de fase es pequeña. Por otro lado, la componente de cuadratura no cambia significativamente la magnitud de V_c , sólo causa el desfase entre voltajes.

De esta forma:

$$\mathbf{d} \approx \frac{P}{V_c V_g} X \quad (1.6)$$

y la caída de voltaje para ángulos pequeños es;

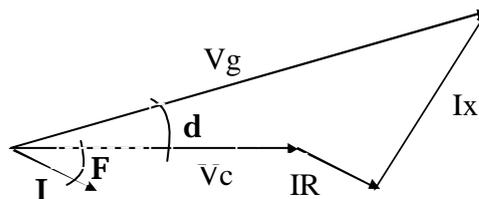
$$\mathbf{DV} = \frac{P}{V_c} R \quad (1.7)$$

el análisis de las ecuaciones (1.6) y (1.7) es este:

- Que la carga activa afecta en mayor grado el desfase entre voltajes.
- El cambio en la magnitud del voltaje depende del valor de la carga; pero su efecto se reduce debido al valor de la resistencia.

En resumen, como la carga no consume potencia reactiva, el generador si aporta reactivos; esto se debe a que el voltaje V_g está adelantado respecto a la carga, por ende se inyecta un flujo de reactiva el cual causa una caída (IX) en la línea de transmisión.

Figura 7. Diagrama fasorial de un sistema de potencia con factor de potencia atrasado.



Otro caso a considerar es cuando la carga consume potencia reactiva inductiva. Este caso es el del diagrama de la figura 7.

Nuevamente seguimos el mismo procedimiento que en el caso anterior y llegamos a:

$$V_g^2 = \left(V_c + \frac{P}{V_c} R + \frac{Q}{V_c} X \right)^2 + \left(\frac{P}{V_c} X - \frac{Q}{V_c} R \right)^2 \quad (1.8)$$

Al analizar la ecuación (1.7) y la figura 1.7 se concluye que la componente en fase con el voltaje de carga es la que tiene mayor efecto en la caída de voltaje del punto de generación a la carga.

$$DV = \frac{P}{V_c} R + \frac{Q}{V_c} X \quad (1.9)$$

En (1.9) vemos que la demanda de potencia reactiva tiene mayor efecto en el cálculo de ΔV debido a que está multiplicada por la reactancia del elemento de transmisión.

Comparando los términos de (1.9) se obtiene:

$$a = \frac{\frac{Q}{V_c} X}{\frac{P}{V_c} R} = \frac{P}{Q} \left(\frac{X}{R} \right) \quad (1.10)$$

De aquí que a medida que la relación (X/R) aumenta (sistemas de transmisión de alta tensión) y que el factor de potencia difiere más de la unidad, el efecto de la corriente reactiva es mayor en el cambio de voltaje.

Otra condición operativa de interés se tiene cuando la carga sólo consume potencia reactiva inductiva. Si analizamos este caso como en los anteriores llegamos a:

$$DV = \frac{Q}{V_c} X \quad (1.11)$$

donde se aprecia el gran impacto de la corriente reactiva en la caída de voltaje, en este caso prácticamente en fase con el voltaje V_c .

1.3 Ecuaciones de flujos de potencia.

En las ecuaciones de flujo de potencia se pueden utilizar las admitancias propias y mutuas que componen la matriz de admitancias de barra $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ o las impedancias de punto de operación y de transferencia que constituyen $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$. En este caso se utilizarán las admitancias. El punto de partida en la obtención de datos es el diagrama unifilar del sistema. Los valores numéricos para la impedancia serie Z y la admitancia total de carga de la línea Y son necesarias para cada línea, de forma que se pueda determinar todos los elementos de la matriz de admitancias de barra de $N \times N$ de la que un típico elemento Y_{ij} tiene la forma:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \mathbf{f}_{ij} = |Y_{ij}| \cos \mathbf{f}_{ij} + j |Y_{ij}| \sen \mathbf{f}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (1.12)$$

Otra información especial incluye los valores nominales de los transformadores y sus impedancias, las capacidades de los capacitores en derivación y las tomas de los transformadores que pueden ser utilizadas. El voltaje en una barra típica (i) del sistema está dado en coordenadas polares por:

$$V_i = |V_i| \angle \mathbf{d}_i = |V_i| (\cos \mathbf{d}_i + j \operatorname{sen} \mathbf{d}_i) \quad (1.13)$$

La corriente total que se inyecta en la red a través de la barra (i) en términos de los elementos Y_{in} de $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ está dada por la sumatoria

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \dots + Y_{iN}V_N = \sum_{n=1}^N Y_{in}V_n \quad (1.14)$$

Si P_i y Q_i son las potencias real y reactiva totales que entran a la red a través de la barra (i), entonces el complejo de la potencia que se inyecta en la barra (i) es:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{n=1}^N Y_{in}V_n \quad (1.15)$$

Si en (1.15) se sustituyen las ecuaciones (1.13) y (1.14) obtenemos

$$P_i - jQ_i = \sum |Y_{in}V_iV_n| \angle (\mathbf{f}_{in} + \mathbf{d}_n - \mathbf{d}_i) \quad (1.16)$$

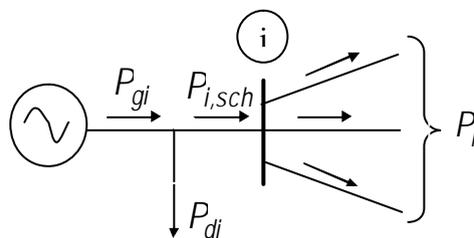
Al expandir (1.16) en parte real y reactiva se obtiene

$$\begin{aligned}
 P_i &= \sum_{n=1}^N |Y_{in} V_i V_n| \cos(\mathbf{f}_{in} + \mathbf{d}_n - \mathbf{d}_i) \\
 Q_i &= -\sum_{n=1}^N |Y_{in} V_i V_n| \operatorname{sen}(\mathbf{f}_{in} + \mathbf{d}_n - \mathbf{d}_i)
 \end{aligned}
 \tag{1.17}$$

Las ecuaciones en (1.17) constituyen la forma polar de las *ecuaciones de flujo de potencia*; ellas nos dan valores calculados para la potencia real P y potencia reactiva Q totales que entran a la red a través de una barra típica (i). Estas ecuaciones formarán parte mas adelante de las restricciones de la función objetivo a optimizar (ecuación de pérdidas) para determinar le despacho de potencia reactiva.

Sea P_{gi} la potencia programada que se está generando en la barra (i) y P_{di} la potencia programada de demanda la carga en esta barra. Entonces, la expresión $P_{i,prog} = P_{gi} - P_{di}$ da la potencia programada total que está siendo inyectada dentro de la red en la barra (i), como ejemplo vemos la figura 8.

Figura 8. Flujos de potencia típicos en una barra.



Se nombra al valor calculado de P_i como $P_{i,calc}$ y se llega a la definición del error ΔP_i como el valor programado $P_{i,prog}$ menos el valor calculado $P_{i,calc}$.

$$\Delta P_i = P_{i,prog} - P_{i,calc} = (P_{gi} - P_{di}) - P_{i,calc} \quad (1.18)$$

de la misma manera, para la potencia reactiva en la barra (i) se tiene

$$\Delta Q_i = Q_{i,prog} - Q_{i,calc} = (Q_{gi} - Q_{di}) - Q_{i,calc} \quad (1.19)$$

Si los valores calculados $P_{i,calc}$ y $Q_{i,calc}$ igualan perfectamente a los valores programados $P_{i,prog}$ y $Q_{i,prog}$ se dice que los errores ΔP_i y ΔQ_i son cero en la barra (i) y se tienen las siguientes ecuaciones de balance de potencia.

$$\begin{aligned} g_i' &= P_i - P_{i,prog} = P_i - (P_{gi} - P_{di}) = 0 \\ g_i'' &= Q_i - Q_{i,prog} = Q_i - (Q_{gi} - Q_{di}) = 0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

Cuatro cantidades potencialmente desconocidas se asocian con cada barra (i) son P_i , Q_i , el ángulo del voltaje δ_i y la magnitud del voltaje $|V_i|$. A lo más hay dos ecuaciones como las de (1.20) disponibles en cada nodo y así, se debe considerar cómo se puede reducir el número de cantidades desconocidas para que se tenga el mismo número de ecuaciones disponibles antes de empezar a resolver el problema de flujos de potencia. La práctica general en los estudios de flujo de potencia es la de identificar tres tipos de barras en la red.

En cada barra se especifican dos de las cuatro cantidades antes mencionadas y se procede a calcular las dos restantes.

A continuación se especifican los tres tipos de barra:

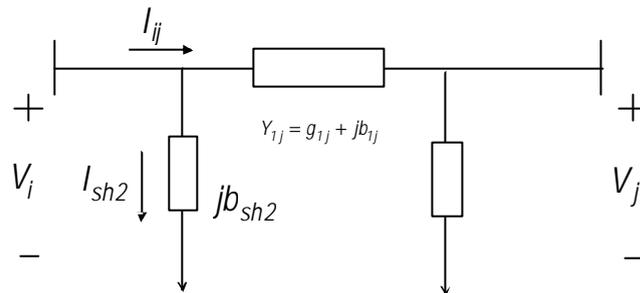
1. *Barras de carga.* En esta barra no existe generación de potencia activa ni reactiva, solamente se tiene como dato la demanda P_{di} y Q_{di} que se conocen gracias a registros históricos. Con frecuencia, en la práctica sólo se conoce la potencia real y la reactiva se basa en un factor de potencia supuesto tal como 0.85 o mayor. A esta barra de carga se le llama también barra P-Q porque los valores programados $P_{i,prog} = -P_{di}$ y $Q_{i,prog} = -Q_{di}$ son conocidos y los errores ΔP_i y ΔQ_i pueden definirse. Las cantidades desconocidas que deben ser determinadas son δ_i y $|V_i|$.
2. *Barras de voltaje controlado.* En esta barra es posible controlar el voltaje dado que a ésta está ligada un generador. Por otro lado en esta barra se puede especificar P_{gi} y $|V_i|$. Se puede definir el error Δp_i con la P_{di} que es conocida. La reactiva del generador Q_{gi} necesaria para mantener el voltaje programado no puede ser definida y es un resultado del análisis al igual que el ángulo δ_i . A esta barra se le llama también barra PV. Ciertas barras sin generadores pueden controlar también el voltaje; a estas barras se le asigna como valor cero a P_{gi} .
3. *Barra de compensación.* El ángulo del voltaje en esta barra sirve de referencia para los demás ángulos de los otros nodos de la red. El valor del ángulo que se asigne en esta barra no es de importancia porque las diferencias voltaje – ángulo determinan los valores calculados de P_i y Q_i en las ecuaciones (1.16). En la práctica es común seleccionar a $\delta_i = 0$. No se definen errores para la barra de compensación y el valor del voltaje es otro dato conocido junto a δ_i .

Las magnitudes y ángulos de los voltajes de barra que no se programaron en los datos de entrada del estudio de flujo se llaman variables de estado o variables dependientes.

1.3.1 Ecuación de pérdidas.

La ecuación de pérdidas será muy importante en este estudio dado que será la función objetivo a optimizar. Para encontrar esta ecuación partimos del modelo “pi” de la línea de transmisión.

Figura 9. Modelo “pi” de la línea de transmisión.



La potencia se define como:

$$S_{ij} = V_i (I_{sh2} + I_{ij})^* \quad (1.21)$$

$$S_{ij} = -j |V_i|^2 b_{sh2} + \left(|V_i|^2 - |V_i| |V_j| \angle \theta_{ij} \right) (g_{ij} - j b_{ij})$$

Siendo las partes real e imaginaria las expresiones para los flujos en la línea.

$$\begin{aligned} p_{ij} &= |V_i|^2 g_{ij} - |V_i||V_j|g_{ij} \cos \mathbf{f}_{ij} - |V_i||V_j|b_{ij} \operatorname{sen} \mathbf{f}_{ij} \\ q_{ij} &= -|V_i|^2 b_{sh2} - |V_i|^2 b_{ij} - |V_i||V_j|g_{ij} \operatorname{sen} \mathbf{f}_{ij} \operatorname{sen} \mathbf{f}_{ij} + |V_i||V_j|b_{ij} \cos \mathbf{f}_{ij} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Así que las pérdidas de la línea se definen como:

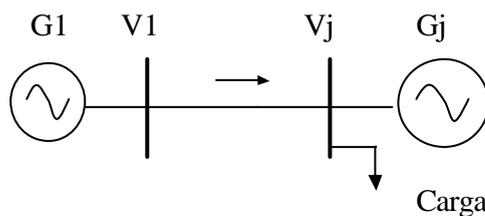
$$\begin{aligned} p_{L,ij} &= g_{ij} \left(|V_i|^2 + |V_j|^2 - 2|V_i||V_j| \cos \mathbf{f}_{ij} \right) \\ q_{L,ij} &= -b_{sh2} \left(|V_i|^2 + |V_j|^2 \right) - b_{ij} \left(|V_i|^2 + |V_j|^2 - 2|V_i||V_j| \cos \mathbf{f}_{ij} \right) \end{aligned} \quad (1.23).$$

1.4 Flujos de potencia reactiva relacionada con pérdidas activas.

El propósito es relacionar el flujo de potencia reactiva con las pérdidas de potencia activa, dado que el objetivo de este tema de tesis es minimizar dichas pérdidas a costa del manejo adecuado de los reactivos del sistema.

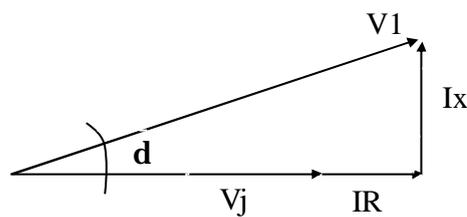
En el análisis se considera el sistema de la figura 10.

Figura 10. Análisis de pérdidas de transmisión.



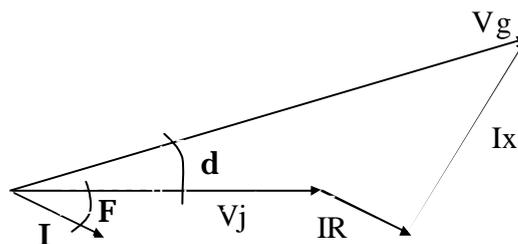
Se considera que por la línea de transmisión (nodo j) se recibe una potencia activa P y cero potencia reactiva. Los nodos i y j son de voltaje controlado. El diagrama fasorial correspondiente se muestra en la figura 11.

Figura 11. Diagrama fasorial para el caso base.



Si se incrementa el voltaje V_1 y se mantiene constante la potencia activa de la carga y el voltaje V_j , se alterará la distribución de reactivos en el sistema y por consiguiente la corriente. En la figura 12 se presenta el diagrama fasorial con el cambio de voltaje.

Figura 12. Efecto del cambio en el voltaje V_1 .



El análisis de la figura 12 indica que la magnitud de la corriente debe crecer para mantener la misma componente de corriente en fase con V_j , esto de manera de cumplir con la restricción de potencia activa. Al tener una corriente mayor se incrementan las pérdidas de potencia activa ($I^2 r$).

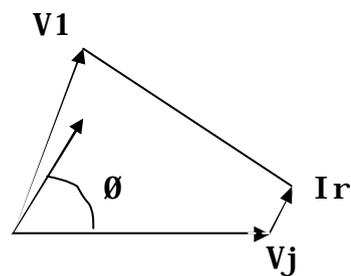
En este caso las pérdidas activas las proporcionará el generador G1, ya que el generador Gj tiene una aportación fija de potencia activa a la carga. El balance nodal en este caso es el siguiente

$$P_{carga} = P_{Gj} + P_{línea}$$

En cuanto a la potencia reactiva, ahora en el nodo j se recibe potencia reactiva que se consumirá en la carga o se tendrá que absorber en el generador Gj.

Si el voltaje V1 se reduce se tendrá la situación que se muestra en la figura 13.

Figura 13. Efecto de reducción del voltaje V1.



En este caso nuevamente la magnitud de la corriente aumenta para mantener la restricción de la potencia activa y las restricciones de voltaje, produciendo un incremento de las pérdidas de potencia activa.

La expresión de las pérdidas activas (P_p) se puede obtener sumando el flujo de potencia activa de 1 a j y de j a 1, el resultado se presenta en la ecuación (1.24)

$$P_p = \frac{r}{r^2 + x^2} (V1^2 + Vj^2 - 2V1Vj \cos(\mathbf{d}_{ij})) \quad (1.24)$$

Si sólo se considera V_1 como variable, la condición de pérdidas mínimas se obtiene derivando (1.24) con respecto a V_1 e igualando a cero.

$$\frac{dP_p}{dV_1} = \frac{r}{r^2 + x^2} (2V_1 - 2V_j \cos(\mathbf{d}_{ij})) = 0 \quad (1.25)$$

Simplificando (1.25) se obtiene;

$$V_1 = V_j \cos \mathbf{d}_{ij} \quad (1.26)$$

De (1.26) se concluye que para diferencias angulares pequeñas, las pérdidas se minimizan cuando las magnitudes de voltaje son iguales.

En caso general se puede decir que con un perfil uniforme de voltaje se reduce el flujo de reactivos y como consecuencia se minimizan las pérdidas de potencia activa en la transmisión.

Lo anterior es una justificación adicional para tratar de mantener los voltajes del sistema dentro de una banda operativa. En este caso la implicación es económica ya que se debe generar más potencia activa para suministrar la misma carga activa.

1 CONSIDERACIONES PREVIAS AL DESPACHO DE REACTIVOS

En los mercados eléctricos el tratamiento de la potencia reactiva se considera como un servicio complementario, que dependiendo del mercado, puede, o no remunerado. El propósito de este trabajo es desarrollar una herramienta que optimice el despacho de reactivos, en un sistema que opera bajo normas de coordinación comercial y operativas de un mercado de electricidad, en este caso el Guatemalteco.

Por otro lado, el despacho de potencia reactiva debe estar relacionado con el despacho económico de potencia activa. Como veremos mas adelante, la formulación del despacho óptimo de potencia reactiva considera como dato de entrada o conocido al despacho económico de potencia activa, por lo que se debe plantear la forma en que se han de relacionar ambos despachos.

En este capítulo se trata el tema de la potencia reactiva como un servicio complementario en los mercados eléctricos enfocado al caso del mercado eléctrico guatemalteco. Además se presenta una pequeña introducción al despacho económico de potencia activa y se explica brevemente la herramienta utilizada y su formulación en el caso de Guatemala. Por último se explica de manera sencilla como debe ser la relación entre un despacho económico y un despacho de potencia reactiva.

2.1 Suministro de potencia reactiva como servicio complementario.

Hoy en día, el sector eléctrico se encuentra en un proceso de cambio en su estructura operativa y comercial. En este nuevo entorno se ha creado un mercado donde los proveedores y usuarios realizan transacciones de energía. El objetivo principal del mercado eléctrico, es en principio la avenencia de transacciones de potencia activa. Sin embargo, para que estas transacciones se realicen, es necesario cumplir varios requisitos técnicos operativos, los cuales son satisfechos mediante otros servicios adicionales, conocidos como servicios complementarios. El servicio de compensación de potencia reactiva presenta características distintas a los otros debido a su naturaleza y a los dispositivos que lo proporcionan. Como bien sabemos el despacho de potencia reactiva puede ser suministrado por generadores, bancos de capacitores o grupos de compensadores estáticos de reactivos.

En un sistema eléctrico, por razones de seguridad y calidad, comúnmente se establece tanto para los generadores como para las cargas, un rango de factor de potencia de operación inductivo y capacitivo. El factor de potencia relaciona la potencia activa con la reactiva de la siguiente manera:

$$fp = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \cos \mathbf{f}$$

Donde P y Q son la potencia activa y reactiva respectivamente. Si Q es negativo, se dice que el factor de potencia está en atraso y la máquina está absorbiendo reactivos. Si Q es positivo, el factor de potencia está en adelanto y la máquina está entregando reactivos. Por lo tanto, una aumento de la potencia reactiva en relación a la activa implica factores de potencia más bajos y viceversa.

2.2 La temática del servicio de potencia reactiva en los Mercados Eléctricos.

La mayoría de los mercados actuales consideran los servicios de control de voltaje de elementos de la red como parte integral del servicio de transmisión y sus costos son evaluados mediante tarifas o peaje. Los generadores generalmente son obligados a participar en la producción de potencia reactiva.

En general para las unidades generadoras, dependiendo de cada país, existen dos opciones en cuanto a su producción de potencia reactiva dentro de un rango de factor de potencia: Este rango de operación es amplio y se considera como una obligación que puede o no ser remunerada o, hay un rango mínimo de operación y el funcionamiento por sobre este rango es remunerado. En otros países, en vez de usar un rango en el factor de potencia, los generadores declaran su curva PQ y deben generar de forma obligatoria entre el valor mínimo y máximo de potencia reactiva, cuidando que no se afecte su capacidad de potencia reactiva. Existen múltiples combinaciones de lo anterior, lo que varía dependiendo de la topología de la red y la organización particular del mercado eléctrico.

2.2.1 El caso particular de Guatemala

Es función del Administrador del Mercado Mayorista (AMM) como ente regulador del mercado eléctrico guatemalteco, identificar los requerimientos de potencia reactiva y programar los recursos necesarios para garantizar una operación confiable y segura. Todos los participantes del Mercado Mayorista (MM), es decir, generadores, distribuidores y grandes usuarios son responsables del control de potencia reactiva.

Entre estas responsabilidades están:

Responsabilidades de los generadores.

- Proporcionar una curva (P-Q) de capacidad actualizada.
- Instalación de un regulador automático de tensión en cada unidad generadora que permita mantener un valor determinado de tensión en su punto de conexión actuando sobre el sistema de excitación de aquella.
- En condiciones normales, entregar o absorber potencia reactiva según lo requiera el AMM, siempre y cuando el punto de operación de las unidades generadoras se mantenga dentro los rangos contemplados en la curva de capacidad y sin exceder el factor de potencia de diseño.
- En condiciones de emergencia, entregar o absorber potencia reactiva según lo requiera el AMM, hasta el ciento por ciento (100%) de la capacidad reactiva de sus unidades generadoras, o el máximo que debido a las características del sistema sea posible.

Responsabilidades de los transportistas, distribuidores y grandes usuarios.

- Es responsabilidad del transportista mantener disponible la totalidad de los equipos de compensación de potencia reactiva inductiva y capacitiva en sus redes, de manera que puedan ser conectados, desconectados o regulados según las necesidades del sistema eléctrico interconectado (SNI) a requerimiento del AMM.

- Los transportistas y los grandes usuarios no vinculados a estos deberán incluir en los convenios de conexión que acuerden con los respectivos transportistas los valores mínimos de factor de potencia. En ningún caso está obligados a superar el valor de 0.95.

Para los niveles obligatorios mencionados no existe pago o remuneración. Existen multas por el incumplimiento de los requisitos mencionados.

2.2.2 Sobrecostos ocasionados por el soporte de potencia reactiva

Si el AMM detecta que en algún nodo no se pudiera mantener la tensión dentro de los valores especificados una vez adoptados todos los medios previstos para el control de potencia reactiva, podrá despachar unidades generadoras forzadas. Generación forzada se le llama a la energía producida por una unidad generadora obligada a operar fuera del despacho económico. Una máquina resulta forzada porque su costo operativo es superior el precio de oportunidad el cual es dictado por la última unidad generadora solicitada en orden de mérito (ver glosario).

Él o los participantes que no cumplieran con sus compromisos en cuanto a la potencia reactiva deberán hacerse cargo de los costos en que se incurra para subsanar el inconveniente y de las penalidades correspondientes.

2.3 Despacho económico de potencia activa

El despacho de potencia activa será un dato de entrada, o dato conocido, para resolver el flujo de potencia óptimo (OPF) que dará como resultado el despacho óptimo de reactivos.

El despacho económico asigna la potencia activa a cada generador del parque hidrotérmico en un período de tiempo determinado, donde el nivel de generación satisface la demanda del sistema eléctrico interconectado al **mínimo costo operativo**, tomando en cuenta criterios técnicos y de mercado como lo son: Las condiciones de compra mínima de energía obligada de los contratos existentes, las restricciones de transporte y los requerimientos operativos de calidad y de confiabilidad.

2.3.1 Despacho económico en el mercado eléctrico guatemalteco.

En el caso particular del mercado guatemalteco, el despacho económico de potencia activa se obtiene a partir de optimizar el costo operativo tomando en cuenta las siguientes restricciones:

- restricciones operativas de las plantas generadoras, donde se destacan los tiempos de arranques, tiempos mínimos de operación, energía máxima y mínima a despachar, potencia activa máxima y mínima de operación, etc.
- Comportamiento de la generación hidráulica relacionada con embalses (ver glosario).
- El nivel de generación debe satisfacer la demanda.

La optimización de la función que determina el costo operativo se realiza por medio de una programación lineal. La programación lineal al igual que la programación no lineal utiliza un modelo matemático para plantear un problema con recursos limitados entre actividades competitivas. Dicho modelo matemático tiene la finalidad de optimizar los recursos de una manera que cumpla con todas las actividades requeridas. La característica que diferencia la optimización lineal de la no lineal es que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser lineales.

En el caso particular de Guatemala, la función costo es lineal y no cuadrática como se ve en muchos libros de texto, es por ello que la programación lineal resuelve el problema.

La formulación costo de este modelo, en programación lineal es:

$$FC = \sum_{h=0}^{23} \left(\sum_{i=1}^n (G_{hi} * C_{hi}) \right)$$

Donde:

FC = Función Costo.

h = representa el número de horas.

n = representa el número de generadores participantes.

G_i = generación en MWH del generador i .

C_i = costo variable del generador i .

Al igual que la función costo, las restricciones del problema son también ecuaciones lineales, otras funciones que no lo son, como las que representan el comportamiento de los embalses para generadores hidráulicos se deben linealizar para implementarlas a la programación lineal.

2.3.2 Herramienta que se utiliza para resolver el despacho económico.

Al igual que en el caso de la propuesta presentada en este tema de tesis para resolver el despacho óptimo de reactivos, el modelo utilizado para el despacho económico se basa en la utilización de la aplicación de programación lineal de MS Excel^{MR} Solver. La diferencia entre las dos aplicaciones es que el despacho económico se resuelve mediante optimización lineal con el método Simplex integrado en las opciones de Excel^{MR} Solver; en tanto el despacho óptimo de reactivos que se desarrolla en este trabajo, utiliza programación no lineal con el método del gradiente reducido, que también está entre las opciones de Excel^{MR} Solver.

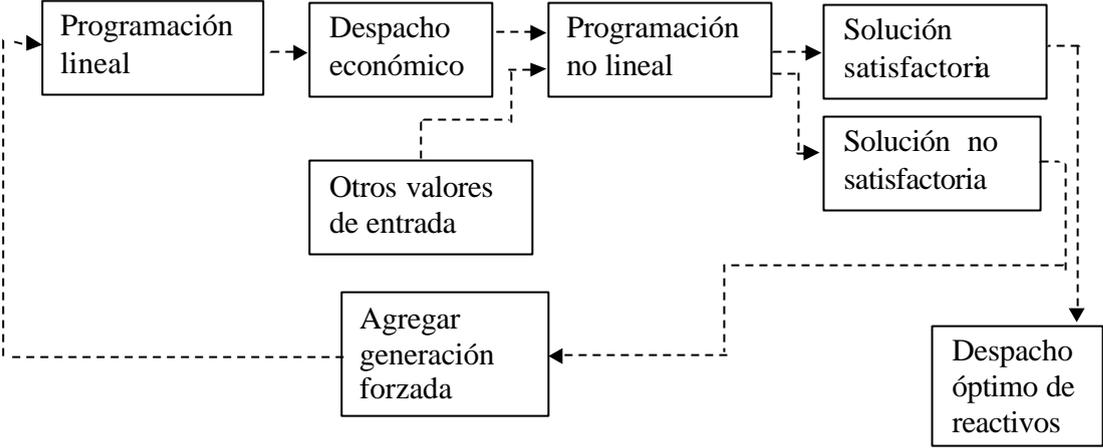
El lector interesado en el despacho económico de potencia activa y su método de solución puede consultar el tema de tesis “OPTIMIZACIÓN DEL DESPACHO DIARIO DE ENERGÍA CON EL USO DE TÉCNICAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL” presentado por Luís Eduardo Sandoval Figueroa en la Universidad de San Carlos de Guatemala.

2.4 Implementación del despacho óptimo de reactivos interactuando con el despacho económico.

La potencia reactiva asignada a cada generador por el despacho óptimo de reactivos dependerá, entre otros factores, de la potencia activa programada por el despacho económico, es decir, que el despacho económico es un dato de entrada para el despacho de reactiva.

Cuando la programación utilizada no encuentre una respuesta satisfactoria al despacho de reactivos, es decir, no se logren alcanzar los niveles de voltaje permitidos por la norma, se deberá regresar al procedimiento de creación del despacho económico y agregar unidades generadoras (generación forzada) que por su ubicación geográfica en la red puedan dar solución al problema. La potencia activa asignada a estas generadoras dependerá del valor mínimo de operación declarado de dicho generador. Luego se vuelve a resolver el despacho óptimo de reactivos y comprobar que se hayan alcanzado los criterios de calidad y seguridad. Este es un proceso de retroalimentación entre ambos despachos, la figura 14 nos muestra la interacción entre el despacho económico y el despacho óptimo de potencia reactiva.

Figura 14. Interacción entre el despacho económico y el despacho óptimo de reactiva



2 INTRODUCCION A LA PROGRAMACION NO LINEAL.

La teoría de optimización matemática está constituida por una serie de métodos numéricos enfocados a encontrar e identificar al mejor candidato de entre una colección de alternativas competitivas. El proceso de optimización está basado en la ingeniería, puesto que la función clásica del ingeniero es diseñar sistemas nuevos, mejores, más eficientes y económicos.

La división general de problemas de optimización matemática puede hacerse atendiendo al tipo de funciones que están implicadas en el problema. en este sentido, distinguimos dos tipos de problemas: *problemas de programación lineal y problemas de programación no lineal.*

El estudio de este trabajo se enfoca a la programación no lineal, ya que ésta puede resolver el problema del flujo óptimo de potencia (OPF), que a su vez resuelve el despacho óptimo de potencia reactiva. El OPF se basa en la optimización de la operación en un sistema eléctrico de potencia, enfocado a reducir las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión sin violar los límites establecidos para una operación segura y confiable. Las ecuaciones que determinan al OPF son de característica no lineal, porque el tipo de problema requiere la elección de la programación no lineal ante la lineal.

Como veremos en este capítulo, la programación no lineal cuenta a su vez con una serie de métodos numéricos de solución, que se diferencian entre si por el tipo y características de problema a tratar. El método seleccionado para resolver el OPF es el del Gradiente Reducido, que se adapta a las características que presentan las ecuaciones de flujo y las ecuaciones de pérdidas.

3.1 Programación no lineal.

La programación no lineal es en general un problema de decisión. A partir de una función que se le llama "objetivo"; que está diseñada para cuantificar y medir la calidad de la decisión, obtenemos los valores para un determinado número de variables que se relacionan entre sí matemáticamente y pertenecen a la misma, de modo que en su conjunto la minimicen o maximicen, a fin de encontrar un valor óptimo para el problema.

Las variables de decisión, a su vez, determinan las restricciones del problema, ya que pertenecen tanto a la función objetivo, como a otras ecuaciones matemáticas que se relacionan directa o indirectamente con el problema. Para que el problema sea propiamente no lineal, al menos una de las funciones involucradas debe serlo.

El problema de programación no lineal (PPNL), se puede formular como sigue:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar:} & Z = f(x) \\ \text{Sujeto a} & h(x) = 0 \\ & g(x) = 0 \end{array}$$

Donde $x = (x_1, \dots, x_n)$ es el vector de las variables de decisión, $f(x)$ es la función objetivo, $h(x)$ y $g(x)$ son, respectivamente, las restricciones de igualdad y desigualdad.

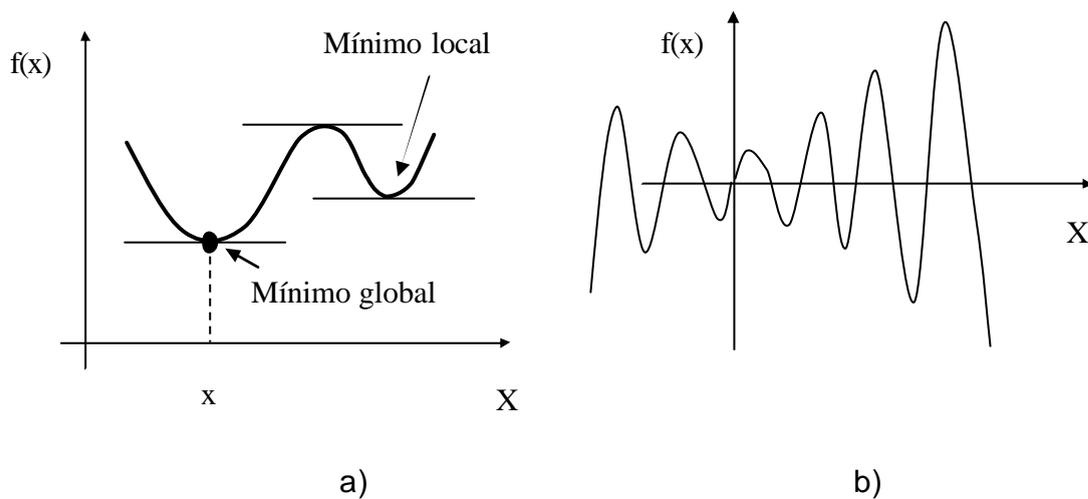
Cualquier vector x que pertenezca a los reales y que satisface las restricciones se denomina *solución factible*.

Los problemas de optimización no lineal son más difíciles de resolver que los problemas lineales. Estas dificultades mayores aparecen incluso en el caso más simple de minimizar una función de una variable sin restricciones. El problema se formula como la minimización de

$$Z = f(x)$$

Sujeto a x

Figura 15. Mínimos locales y globales.



Para encontrar el valor mínimo de una función debemos derivarla e igualarla a cero, $f'(x) = 0$. Como en la figura 15 a), la función puede presentar varios puntos donde se encuentre un valor mínimo, de todos ellos, uno representa el mínimo de la función, al que se le llama *Mínimo global*, al resto de puntos se les llama *mínimos locales*.

Las ecuaciones no lineales son por lo general más complicadas que las lineales. Una función no lineal puede ser no diferenciable en todos los puntos de la misma y que el valor mínimo se encuentre en uno de esos puntos. Por ejemplo la ecuación: $f(x) = (x+2)^{2/3} - (x-2)^{2/3}$ no tiene un punto donde la derivada de la misma sea nula, sin embargo el mínimo de esta función se encuentra en $x = -2$, en este punto la función no es diferenciable.

Otro problema de las ecuaciones no lineales se da cuando la función es diferenciable en todos los puntos como se muestra en la figura 15 b), donde se obtiene muchos puntos que pueden ser el valor mínimo de la función, pero esta función no puede ser resuelta en forma cerrada, por lo que se deben utilizar métodos numéricos para encontrar la solución.

En el estudio de este trabajo nos interesa únicamente los problemas en los que todas las funciones involucradas sean diferenciables. La teoría de la optimización y los métodos computacionales para estos problemas se denomina *optimización no lineal diferenciable*.

3.1.1 Condiciones necesarias para el PPNL.

Existen importantes condiciones para el PPNL con restricciones, conocidas con el nombre de condiciones de optimalidad de Karush – Kuhn – Tucker. Estas deben ser satisfechas por todos los mínimos locales de la mayoría de los PPNL.

3.1.1.1 Diferenciabilidad.

La propiedad de diferenciabilidad permite caracterizar los extremos locales (mínimos o máximos), proporcionando condiciones necesarias para la optimalidad de la solución. Se centrará la atención a la búsqueda de mínimos. Para una mayor claridad, se da la siguiente definición del tipo de puntos.

- **Mínimo global:** Una función $f(x)$ tiene un mínimo global en el conjunto de puntos S en el punto x^* , si y sólo si $f(x^*) = f(x)$ para todo x en S .
- **Mínimo local:** Una función $f(x)$ tiene un mínimo local sobre el conjunto S en el punto \bar{x} , si y solo si existe un número positivo δ cumpliendo $f(\bar{x}) = f(x)$.

Definición de diferenciabilidad: se dice que una función es diferenciable en x si las derivadas parciales $\partial f / \partial x_i$, $i = 1, \dots, n$, existen, y

$$\lim_{y \rightarrow x} \frac{f(y) - f(x) - \nabla f(x)^T (y - x)}{\|y - x\|} = 0$$

Recordando también que el gradiente de f en x es el vector definido por

$$\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right)^T$$

Es bien conocido que el gradiente es un vector que parte de x , es ortogonal a las superficies de nivel. El gradiente en el punto x es la dirección de máximo ascenso para la función f en x .

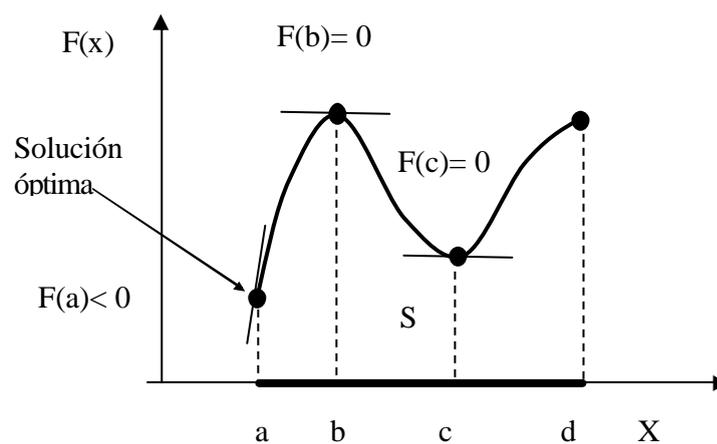
3.1.1.2 Continuidad.

Una función se dice que es continuamente diferenciable en x si todas las derivadas parciales son continuas en x . En este caso también es diferenciable.

3.1.1.3 Condiciones de Karush – Kuhn – Tucker.

El resultado teórico más importante en el campo de la programación no lineal es el que lleva a las llamadas condiciones de Karush, Kuhn y Tucker. Estas condiciones deben ser satisfechas por la solución óptima de cualquier problema lineal y la mayoría de los problemas no lineales. Estas condiciones permiten establecer cuando ha sido alcanzado un óptimo local restringido.

Figura 16. En problemas restringidos el gradiente no es necesariamente cero en la misma solución óptima



En los problemas diferenciales de optimización no restringida la condición necesaria para que una solución sea un mínimo local es que se anule el gradiente. Por el contrario, esa propiedad no es cierta para problemas diferenciales restringidos, como ilustra la figura 16 para el punto \bar{x} .

Las condiciones de Karush – Kuhn – Tucker generalizan la condición necesaria desarrollada para problemas no restringidos a los problemas con restricciones.

Definición de las condiciones Karush – Kuhn – Tucker (CKKT): El vector \bar{x} satisface las CKKT para un PPNL si existe un par de vectores \mathbf{l} y \mathbf{m} tales que:

$$\nabla f(\bar{x}) + \sum_{k=1}^l \mathbf{l}_k \nabla h_k(\bar{x}) + \sum_{j=1}^m \mathbf{m}_j \nabla g_j(\bar{x}) = 0 \quad (3.1)$$

$$h_k(\bar{x}) = 0, k = 1, \dots, l \quad (3.2)$$

$$g_j(\bar{x}) \leq 0, j = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

$$\mathbf{m}_j g_j(\bar{x}) = 0, j = 1, \dots, m \quad (3.4)$$

$$\mathbf{m}_j \geq 0, j = 1, \dots, m \quad (3.5)$$

Los vectores \mathbf{m} y \mathbf{l} se denominan multiplicadores de Kuhn – Tucker. La condición (3.4) es conocida con el nombre de complementariedad, la condición (3.5) requiere la no negatividad de los multiplicadores, y es llamada condición de factibilidad dual, y (3.2)-(3.3) se denominan condiciones de factibilidad primal.

3.2 Estudio de Flujo de potencia óptimo.

Uno de los aspectos más importantes de la optimización en sistemas de potencia está relacionado con la determinación del despacho óptimo de potencia reactiva de acuerdo a un objeto definido. Cuando se le agrega al mismo problema la configuración de la red, y las restricciones operacionales de las plantas y líneas de transmisión de la misma red, se está en presencia de un problema de flujo óptimo (OPF, *Optimal Power Flow*). En rigor, un OPF es un despacho óptimo mas la operación eléctrica restringida.

Las ventajas de utilizar OPF son:

- Incorporar restricciones reales de la operación eléctrica.
- Realizar un estudio exacto de las pérdidas.
- Incorporar criterios de seguridad.
- Incorporar otras variables de control (voltaje en barras generadoras, taps de transformadores, etc.).

Considerando estas características, los problemas de OPF son, valga la redundancia, problemas de optimización no lineales de gran envergadura. Pueden ser definidos en tres partes principales: Función objetivo, variables de control y restricciones.

La formulación matemática general es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(u,x) \\ & \text{s.a.} \\ & \quad g(u,x) = 0 \\ & \quad h(u,x) = 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Donde u es el set de variables de control y x es el set de variables dependientes.

Típicamente, la función objetivo es la función de costos de generación de potencia activa, en nuestro caso la función objetivo será la función de pérdidas de potencia en la red dado que el despacho de potencia activa es un dato ya conocido. Las variables de control más comunes son la potencia reactiva generada, el voltaje de generación, la razón de transformación de los taps y la fase de los ángulos.

Las restricciones de igualdad más importantes son las ecuaciones de flujo de potencia para el balance de consumo y de generación. Estas definen el mismo sistema de ecuaciones no lineales que se debe resolver en un problema de flujo de potencia convencional. El gran número de ecuaciones, es un rango de dos a miles, y las correspondientes variables dependientes contribuyen a la dificultad de encontrar la solución.

Las restricciones de desigualdad importantes en un OPF son los límites de las variables de control, los voltajes en las barras de carga y los flujos por las líneas de transmisión. Los límites de las variables de control son normalmente valores físicos absolutos, los otros son valores operacionales que pueden ser modificados en algunas aplicaciones. Dadas todas estas características, se puede afirmar que un OPF es un complicado y tedioso problema de programación matemática que requiere un acabado estudio para su resolución. Es por eso que previa mención al modelo desarrollado en este trabajo, se revisan superficialmente los métodos que existen actualmente para encontrar la solución de un OPF.

3.2.1 Métodos matemáticos para la solución.

Estos métodos se diferencian de acuerdo a las aproximaciones y/o simplificaciones que se utilizan para llegar a la solución óptima. En general cada uno se destaca por:

- Programación lineal (PL). es uno de los métodos más desarrollados en el uso común. Trabaja fácilmente con restricciones de desigualdad. Las funciones objetivo y restricciones no lineales se tratan linealizadas. El problema es que generalmente necesita partir de un punto robusto para alcanzar convergencia.
- Programación cuadrática (QP). Es posible resolver problemas con función objetivo cuadrática y restricciones lineales de igualdad como de desigualdad.
- Programación cuadrática secuencial (SQP). Manteniendo las mismas características del método QP, a éste se agrega la propiedad de ser un método interactivo que soluciona problemas de optimización con restricciones no lineales de igualdad y desigualdad.
- Punto interior. Es otro de los métodos más ampliamente estudiado y utilizado para resolver OPF. Tiene la facilidad de manejar las restricciones de desigualdad.
- Gradiente. Este es un método de lenta convergencia, pero es capaz de resolver problemas con ecuaciones y restricciones no lineales.

- Método de penalizaciones. Transforman el problema con restricciones en una solución sin restricciones. Las restricciones se introducen en la función objetivo mediante la llamada función penalización – barra.
- Newton. De muy rápida convergencia, pero presenta problemas con las restricciones de desigualdad.

De acuerdo con las características del problema que se formula en este estudio, se ha optado por utilizar el método del gradiente con penalización. Las razones del por que utilizar este método son:

- La función objetivo es de carácter no lineal.
- Las restricciones serán de igualdad y de desigualdad.
- Las restricciones serán no lineales.

3.3 Minimización con restricciones de igualdad, método del Gradiente Reducido.

Matemáticamente la ecuación a minimizar y sus restricciones se escribe:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & Z = z(x) \\ \text{Sujeto a} & f(x,u) = 0 \end{array}$$

El sistema de ecuaciones debe cumplir la condición necesaria para que su gradiente sea cero, así se tiene:

$$dZ = \left[\frac{\partial Z}{\partial x} \right]^t dx + \left[\frac{\partial Z}{\partial u} \right]^t du \quad (3.7)$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial u} du = 0 \quad (3.8)$$

despejando dx de (3.8) y sustituyendo el resultado en (3.7) se define la siguiente expresión.

$$\frac{dZ}{du} = \left[\left[\frac{\partial Z}{\partial u} \right]^t - \left[\frac{\partial Z}{\partial x} \right]^t \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]^{-1} \frac{\partial f}{\partial u} \right] = 0 = \nabla_u Z \quad (3.9)$$

que es un gradiente reducido cuyo valor debe ser cero en el óptimo. Es costumbre definir al producto matricial como

$$\mathbf{I}' = \left[\frac{\partial Z}{\partial x} \right]^t \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]^{-1} \quad (3.10)$$

Esta se conoce como multiplicador de Lagrange. Es frecuente encontrar en la literatura a las expresiones anteriores como un sistema de ecuaciones

$$\left[\frac{\partial Z}{\partial x} \right]^t - \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]^t \mathbf{I} = 0 \quad (3.11)$$

$$\left[\frac{\partial Z}{\partial u} \right]^t - \left[\frac{\partial f}{\partial u} \right]^t \mathbf{I} = 0 \quad (3.12)$$

$$f(x, u) = 0 \quad (3.13)$$

que representan al gradiente de una función lagrangiana o función objetivo que incluye las restricciones de igualdad.

$$L(x, u, \mathbf{I}) = Z(x, u) - \mathbf{I}' f(x, u) \quad (3.14)$$

Para minimizar la ecuación (3.14) la condición necesaria, equivalente al sistema de ecuaciones (3.13), se muestra por medio del gradiente de $L(x, u, \lambda)$.

$$\nabla L(x, u, \mathbf{I}) = 0 \quad (3.15)$$

Ejemplo: Minimizar el problema

$$\text{Min} Z = x^2 + u^2$$

$$\text{sujeta a } x + u - 2 = 0$$

se puede escribir

$$L(x, u, \mathbf{I}) = x^2 + u^2 - \mathbf{I}(x + u - 2)$$

Donde la condición necesaria para el mínimo está dada por

$$\nabla L = 0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial x} \\ \frac{\partial L}{\partial u} \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{I}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x - \mathbf{I} \\ 2u - \mathbf{I} \\ -(x + u - 2) \end{bmatrix}$$

Aun cuando en este caso el gradiente igualado a cero resulta en un sistema de ecuaciones lineales, se aprovecha el ejemplo para ilustrar el procedimiento iterativo; que es típico de los métodos del gradiente.

La dirección para minimizar la función está dada por el negativo del gradiente, ya que la dirección de máximo incremento lo da el gradiente, sólo hay que determinar que tanto se avanza en esa dirección. A este procedimiento se le conoce como de descenso mínimo; para este ejemplo se toma un paso constante dado por $\alpha = 0.3$.

Paso 1. La última ecuación se resuelve para x ; utilizando un valor inicial para u

$$x = -u + 2.$$

Paso 2. La primera ecuación se resuelve para λ .

$$\mathbf{l} = 2x$$

Paso 3. La segunda ecuación se aprovecha para probar convergencia.

$$\nabla_u = 2u - \mathbf{l}$$

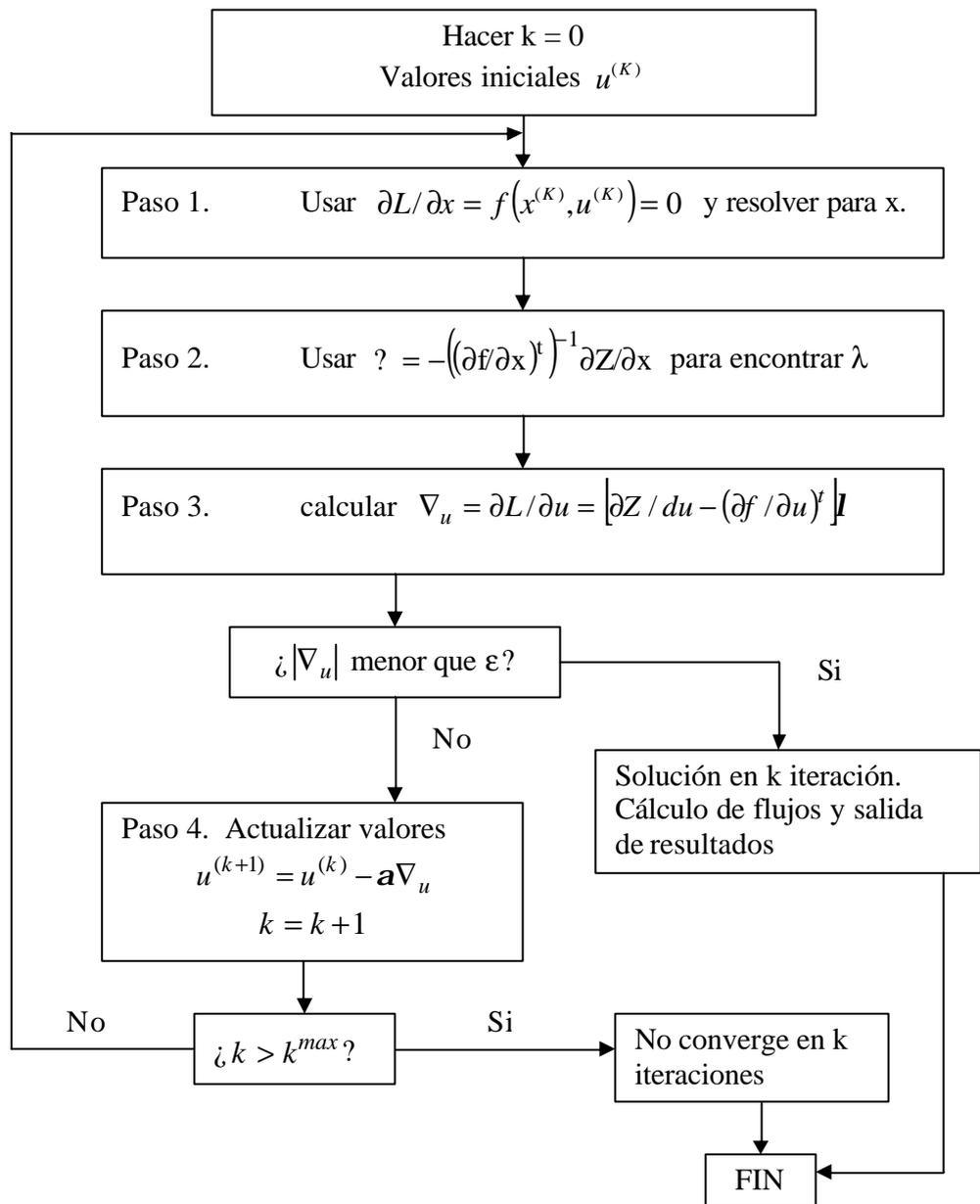
En caso de que ∇_u no sea suficientemente pequeño el valor de u se actualizará por medio del gradiente.

$$u^{(n)} = u^{(n-1)} - \alpha \nabla_u$$

y se regresa al paso 1.

El diagrama de flujo de la figura 17 ilustra los pasos requeridos, dentro de un proceso iterativo, al usar el "Gradiente Reducido".

Figura 17 Diagrama de flujo para el procedimiento del Gradiente Reducido.



En la tabla I se muestra el resultado al utilizar el gradiente con valor de 0.3.

Tabla I. valores de convergencia usando el gradiente $\alpha = 0.3$

Interacción	x	λ	∇u	u
0	-----	-----	-----	0.0
1	2	4	-4	1.2
2	0.8	1.6	+0.8	0.96
3	1.04	2.08	-0.16	1.008
4	0.992	1.984	+0.032	0.9984
5	1.0016	2.0032	-0.0064	1.0003
6	0.99968	1.99936	+0.00128	0.9999
7	1.00006	2.00013	-0.00025	1.0000

3.3.1 Funciones de penalización.

Para incluir las funciones de penalización se debe en construir funciones afectadas por ciertos pesos variables, a fin de que se aproxime a la solución respetando la restricción y penalizando grandemente la violación. La técnica conocida como SUMT (*sequential unconstrained Minimization Technique*) resuelve el problema en una secuencia de aproximaciones desde un punto interior o desde un punto exterior.

En el caso de algunas variables y funciones relacionadas con un sistema eléctrico de potencia es relevante ya que hay variables como las magnitudes de voltajes nodales, que tienen características de ser restricciones “blandas” o sea que se deben cumplir exactamente; basta con que no se alejen significativamente del límite deseado.

El caso contrario se da con funciones que representan restricciones “duras” como es el caso de los balances que deben de satisfacerse exactamente.

Como ejemplo veamos la función de penalización iterando desde un punto dentro del intervalo factible para la variable x .

$$\begin{array}{ll} & \text{Min } C(x) \\ \text{Sujeta a} & h(x) = 0 \end{array}$$

Una posibilidad de construir la secuencia de soluciones para diferentes valores de r , donde $r^{(k)} \rightarrow \infty$ cuando $k \rightarrow \infty$.

$$C(x, r^{(k)}) = C(x) + r^{(k)} 1/h(x) \quad r > 0 \quad (3.16)$$

Donde el segundo término es la penalización sobre $h(x)$ y es de una naturaleza tal que al acercarse x al valor límite, el término $1/h(x)$ crece. Una característica del procedimiento es que en el punto mínimo para la función $C(x, r^{(k)})$ existe una región factible.

Ejemplo.

$$\begin{array}{ll} & \text{Min } C(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 \\ \text{Sujeta a} & x_1 \geq 3/2 \end{array}$$

En este caso $h(x_1, x_2) = x_1 - 3/2 \geq 0$ y se puede construir la siguiente función:

$$C(x_1, x_2, r^{(k)}) = x_1^2 + x_2^2 - r^{(k)} \ln(x_1 - 3/2)$$

con gradiente

$$\frac{\partial C}{\partial x_1} = 2x_1 - \frac{r^{(k)}}{(x_1 - 3/2)} = 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial x_2} = 2x_2 = 0$$

Tabla II. solución para minimizar función con penalización punto interior.

k	$r^{(k)}$	x_1	x_2
1	1.00	1.7807	0
2	0.50	1.6513	0
3	0.25	1.5791	0
4	0.10	1.5326	0

la tabla II muestra la solución para valores crecientes de $r^{(k)}$. Como en este caso se puede obtener una solución analítica se comprueba que será $x_1 = 3/2$ y $x_2 = 0$ cuando $r^{(k)} \rightarrow \infty$. En caso de tener un sistema de ecuaciones no lineales la solución obtenida en el paso k-ésimo servirá como valor inicial para el paso (k+1).

Otra posibilidad es construir una secuencia de soluciones para diferentes valores de t , donde $t^{(k)} \rightarrow \infty$ cuando $k \rightarrow \infty$, esta utiliza el punto exterior.

$$C(x, t^{(k)}) = C(x) + t^{(k)} \left(\frac{h - |h|}{2} \right)^2 \quad t > 0 \quad (3.17)$$

Al $t \rightarrow \infty$ el punto solución será empujado hacia la región factible, tratando de minimizar el efecto de la penalización.

3.4 Programación no lineal utilizando software de computadora.

MS Excel^{MR} Solver es una opción de las herramientas con que cuenta la hoja electrónica de Excel. Esta opción sirve para resolver problemas de optimización lineal y no lineal; también se pueden indicar restricciones sobre las variables de decisión. Con Solver es posible resolver problemas que tengan hasta 200 variables de decisión, 100 restricciones explícitas y 400 simples (cotas superior e inferior o restricciones enteras sobre las variables de decisión). Para acceder a solver, seleccione tools en el menú principal y luego solver. La ventana con los parámetros del solver aparecerá tal y como se muestra a continuación.

Figura 18. Parámetros de solver.



Cuando se asume un modelo no lineal dentro de la caja de diálogo, se utiliza un “Non linear GRG solver” que busca optimizar un problema donde la función objetivo y las restricciones funcionales son condiciones “lisas”; es decir, en la representación gráfica la curva no presenta discontinuidades.

3.4.1 Método GRG.

MS Excel^{MR} Solver en todas sus versiones (Estándar solver, Premio Solver y Premio Solver plataforma) incluye la *opción no linear GRG Solver* para resolver problemas de optimización no lineales con restricciones lineales o no lineales. **GRG Solver se basa en el método del gradiente reducido** que puede ser visto como una extensión no lineal del método simplex utilizado para resolver problemas de optimización lineales. Este método selecciona una base, determina la dirección de búsqueda, y realiza una búsqueda de línea sobre cada interacción principal.

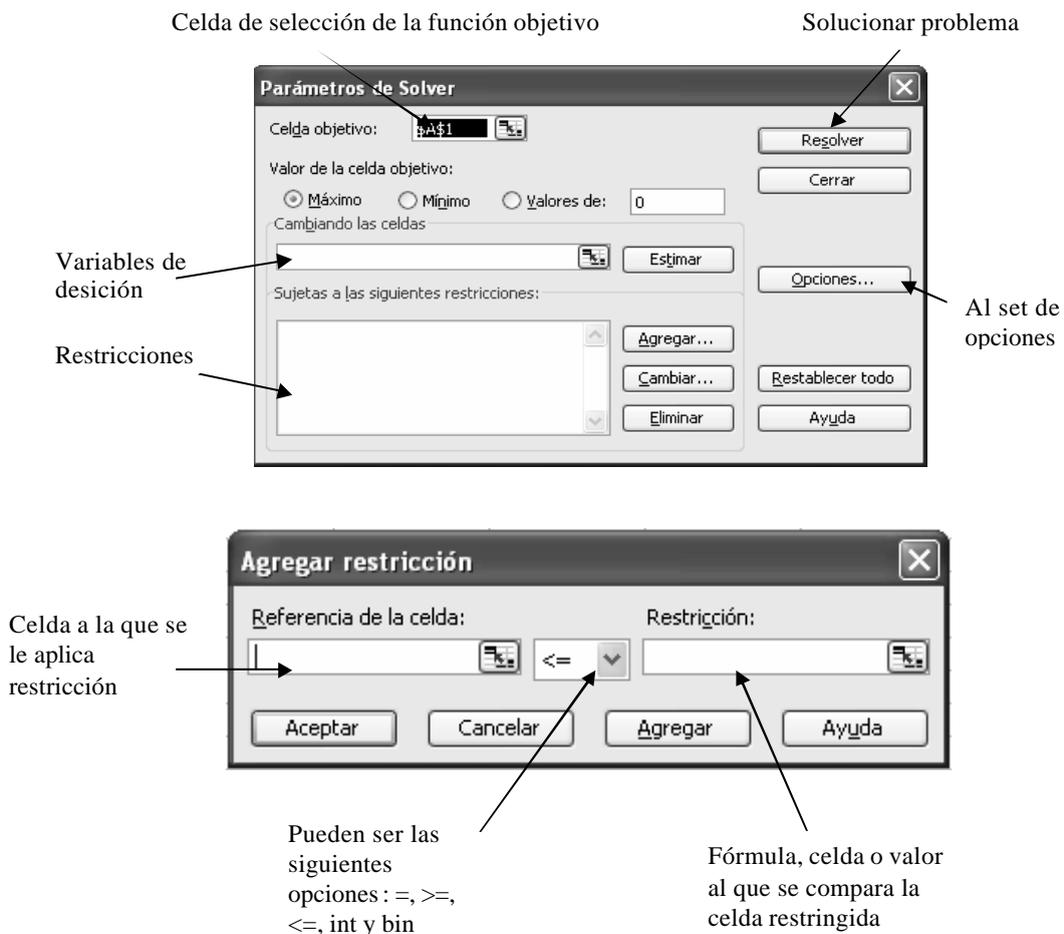
3.4.2 Cuadro de diálogo de los parámetros del solver.

La ventana *Solver parameters* se utiliza para describir el problema de optimización. El campo **Parámetros de Solver** contiene la celda donde se encuentra la función objetivo correspondiente al problema en cuestión. Si se desea hallar el máximo o el mínimo, se selecciona **Máximo** y **Mínimo**. Si la casilla **Resolver** está seleccionada, Solver tratará de hallar un valor de la celda igual al valor del campo que se encuentra a la derecha de la selección. El cuadro de diálogo **Cambiando las celdas** contendrá la ubicación de las variables de decisión para el problema.

Por último, las restricciones se deben especificar en el campo **Sujetas a las siguientes restricciones** haciendo clic en **Agregar**.

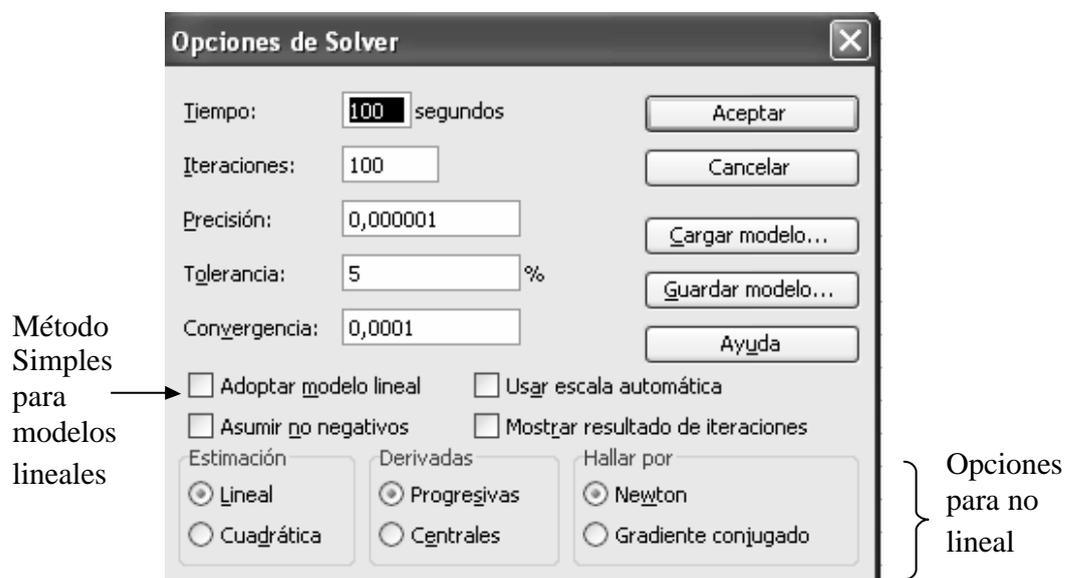
El botón **Cambiar** permite modificar las restricciones recién introducidas y **Eliminar** sirve para borrar las restricciones precedentes. **Restablecer todo** borra el problema en curso y restablece todos los parámetros a sus valores por defecto. Con el botón **Opciones** se accede a las opciones de Solver que veremos más adelante. A continuación se muestra las partes más importantes del cuadro de diálogo de los parámetros del Solver.

Figura 19. Parámetros de Solver.



Si se hace clic en el campo **Referencia de la celda** se podrá especificar la ubicación de cada celda (por lo general, una celda con una fórmula). El tipo de restricción se introduce haciendo clic en el campo desplegable (\leq , \geq , $=$, int, donde int se refiere a un número entero, o bin, donde bin significa binario). El campo **Constraint** puede llevar una fórmula de celdas, una simple referencia de una celda o un valor único. El botón **Agregar** añade la restricción especificada al modelo existente y vuelve a la ventana Add constraint. Un aspecto a considerar es que Solver no asume la no negatividad de las variables de decisión, en la ventana de opciones puede especificarse que las variables han de ser no negativas.

Figura 20. Opciones de Solver.



Si en la ventana de parámetros de Solver hacemos clic en el botón **Opciones**, aparece la figura 20.

Tiempo permite especificar el número de segundos antes de que Solver se detenga. El campo **Iteraciones**, al igual que el campo anterior, permite especificar el número máximo de iteraciones (pasos del algoritmo Solver) antes de que el programa se detenga. **Precisión** es el grado de exactitud del algoritmo Solver (por ejemplo, lo cerca que tiene que estar el valor del lado derecho de la restricción antes de que se considere igual al lado izquierdo). El campo **tolerance** se utiliza para programas enteros. Especifica un porcentaje dentro del cual se garantiza la optimalidad de la solución. Si se desea hallar la solución óptima, ponga el valor cero en este campo, aunque tal vez se quiere establecer un valor más alto si el tiempo de ejecución es demasiado largo.

3.4.3 Otros productos de la familia Solver.

Existen otros software de mayor capacidad para la solución de problemas de optimización lineal o no lineal. La familia MS Excel ofrece nuevas versiones de Solver como es el caso de las opciones Estándar Solver, Premio Solver y Premio Solver Plataforma. Premio Solver plataforma, es la versión más reciente ofrece la disposición de trabajar un mayor número de variables y restricciones, a la vez reduce el tiempo de solución del algoritmo. Obviamente el equipo a utilizar requiere de mayores capacidades como es el caso de la memoria de la PC y una mayor capacidad para el procesamiento de datos. En la tabla III se muestra una comparación en cuanto a capacidad de variables en la familia Solver.

Tabla III. Comparación de capacidad de variables en la familia Solver.

FEATURES AND PERFORMANCE	Standard Excel Solver	Premium Solver	Premium Solver Platform
Psi Technology:			
Find linear, nonlinear, nonsmooth formulas, scaling problems	No	No	Yes
Determine whether model is convex	No	No	Yes
"Linearize" IF, MIN, MAX, ABS, logical and comparison formulas	No	No	Yes
Built-In Engines:			
Simplex Linear Solver	LP Only	LP Only	LP/Quadratic
GRG Nonlinear Solver	Yes	Yes	Yes (faster)
Mixed-Integer Solver	Yes	Yes (fast)	Yes (faster)
Evolutionary Solver	No	Yes	Yes (faster)
Interval Global Solver	No	No	Yes
SOCP Barrier Solver	No	No	Yes
<i>Field-Installable Solver Engines</i>	No	LSLP Only	All Engines
Problem Size:			
Linear Variables x Constraints	200 x 200	1000 x 8000	2000 x 8000
Nonlinear Variables x Constraints	200 x 100	400 x 200	500 x 250
Non-Smooth Variables x Constraints	N/A	400 x 200	500 x 250
<i>Solver Engine Variables x Constraints</i>	N/A	LSLP Only	Unlim x Unlim
Speed (approximate):			
Problem Setup	1X	1-50X	2-100X
Linear Problems	1X	3X	6X
Nonlinear Problems	1X	1X	7-15X
Mixed-Integer Problems	1X	10-20X	10-50X
Non-Smooth Problems	N/A	1-10X	1-10X
<i>Solver Engines (On Various Problems)</i>	N/A	LSLP Only	10-1000X
Conic Optimization:			
Second Order Cone Constraints	No	No	Yes
<i>Solver Engines for Conic Optimization</i>	No	No	Yes
Global Optimization:			
Non-Smooth Problems (Evolutionary)	No	Yes	Yes
Nonlinear Problems (Multistart)	No	Yes	Yes
Nonlinear Problems (Interval Global)	No	No	Yes
<i>Solver Engines (Several Approaches)</i>	No	No	Yes
Constraint Programming:			
Built-In Engines (alldifferent constraint)	No	Yes	Yes
<i>Solver Engines (alldifferent constraint)</i>	No	No	Yes
Solver Reports:			
Answer Report	Yes	Yes	Yes
Sensitivity Report	Yes	Yes	Yes
Limits Report	Yes	Yes	Yes
Linearity Report	No	Yes	Yes
Feasibility Report	No	Yes	Yes

Fuente: MS Excel^{MR} Solver. www.Solver.com.

3 FORMULACIÓN DEL DESPACHO DE POTENCIA REACTIVA

En este capítulo se tratará formalmente el OPF para realizar el despacho óptimo de reactivos. La formulación del OPF consiste en determinar cuál será la función objetivo y las restricciones de igualdad y desigualdad a las que se ve ligada.

La función objetivo del problema de optimización, para nuestro fin, será la función de pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión. Al minimizar las pérdidas reducimos también el costo operativo.

Las restricciones de la función objetivo serán las ecuaciones de flujo de potencia activa y reactiva por cada nodo y los valores máximos y mínimos de los voltajes y ángulos nodales que garanticen la seguridad del sistema. Otras restricciones a considerar son el valor del tap para los transformadores regulables, los valores máximos y mínimos de generación de potencia reactiva de generadores y elementos de compensación de reactiva.

Como se vio en el capítulo anterior, el método del gradiente reducido resuelve el OPF y en este capítulo lo utilizaremos de dos formas; utilizando medios matemáticos y herramientas computacionales. Es decir, realizaremos la formulación del problema en forma matemática, donde demostraremos procedimiento de solución del problema y realizaremos la formulación utilizando Excel Solver, que es un software de computadora, que resuelve problemas de optimización no lineales y que utiliza como algoritmo el método del gradiente reducido.

4.1 Formulación del problema del flujo óptimo.

Como se formuló en el capítulo 3, el OPF es un problema de optimización no lineal, cuya función objetivo en este caso será la sumatoria de pérdidas de potencia activa de un sistema de transmisión.

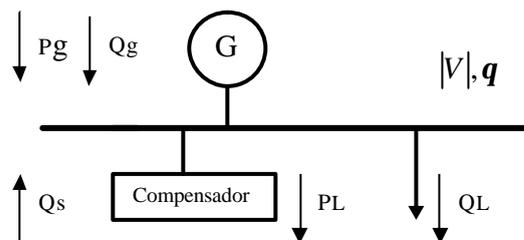
$$\begin{aligned} \text{minimizar: } & Z = f(x) \\ \text{Sujeto a } & h(x) = 0 \\ & g(x) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

El conjunto de restricciones de igualdad, de la ecuación anterior está compuesta por las ecuaciones de balance de potencia en las barras, por su parte el conjunto de restricciones de desigualdad, representa las restricciones del vector de variables de control y de estado x , tales como cotas y límites de operación.

4.1.1 Parámetros, variables de control y de estado.

Las variables de control y de estado a considerar se resumen en la figura 21. Se considera la simbología estándar utilizada en la literatura relacionada.

Figura 21. Representación de un nodo de un sistema eléctrico.



Donde P_g , Q_g , son variables de control, corresponden a las potencias activas y reactivas inyectadas por el generador, por su parte $|V_i|$ y \mathbf{T} , son variables de estado, corresponden al módulo de la tensión y ángulo respectivamente. Q_s , es una variable de control, corresponde a la potencia reactiva inyectada por compensadores de reactiva, como lo son capacitores y reactores. Finalmente P_L y Q_L , son parámetros que representan la potencia activa y reactiva de la carga o consumo.

Las variables utilizadas en la modelación de la red y posteriormente en el modelo matemático corresponden a:

- P_{gi} : Potencia activa generada en la barra i.
- Q_{gi} : Potencia reactiva generada en la barra i.
- P_{di} : Potencia activa demandada en la barra i.
- Q_{di} : Potencia reactiva demandada en la barra i.
- P_i : Potencia activa inyectada en la barra i.
- Q_i : Potencia reactiva inyectada en la barra i.
- P_{ajuste} : Potencia activa de ajuste (se explicará mas adelante).
- V_i : Tensión en la barra i.
- \mathbf{q}_i : Ángulo de la tensión en la barra i.
- Y_{ij} : Admitancia entre las barra i y j.
- \mathbf{g}_{ij} : Ángulo de Y_{ij} .
- t_{ij} : Posición del tap del transformador en la línea ij.
- g_{ij} : Conductancia entre la barra i y j.
- b_{ij} : Susceptancia entre la barra i y j.
- N : Número de barras.

Otro parámetro a considerar es la matriz compleja de admitancia nodal (Y), representada por sus elementos $Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij}$, que define la relación entre corrientes y tensiones nodales del sistema.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & \dots & \dots & Y_{1n} \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ Y_{n1} & \dots & \dots & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

Si en el arco (ij) existe un transformador, entonces los parámetros de la matriz de admitancia nodal consideran implícitamente el efecto del tap.

$$Y_{ii} = \frac{\bar{Y}_{ii}}{t_i^2}$$

$$Y_{ij} = \frac{\bar{Y}_{ij}}{t_i}$$

En que los parámetros \bar{Y}_{ij} e \bar{Y}_{ii} corresponden a los elementos de la matriz de admitancia nodal al no existir el efecto del tap (razón de transformación igual a uno).

4.1.2 Función objetivo.

El objetivo de este trabajo es determinar un despacho óptimo de potencia reactiva a partir de un despacho económico de potencia activa. Como vimos en el capítulo 2, el despacho de potencia activa se basa en la optimización de la función costo, la cual es una función lineal por lo que se utiliza técnicas de optimización lineal.

En nuestro caso el despacho de reactivos está fuertemente vinculado con la configuración de la red de transmisión, y para su análisis se necesita resolver las ecuaciones de flujo de potencia activa y reactiva, las cuales presentan la característica de no linealidad.

Por otro lado, al hablar de despacho óptimo de reactivos, nos referimos a encontrar la asignación apropiada de potencia reactiva para los generadores y elementos de compensación, que en consecuencia impliquen la menor cantidad de pérdidas de potencia en las líneas de transmisión, reduciendo también el costo operativo, y que a la vez, se cumpla con los criterios de operación segura, es decir lograr que los niveles de tensión en cada nodo se encuentren dentro del rango aceptable (+/- 5% del valor nominal).

La función objetivo será entonces la sumatoria de pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión.

$$\sum_{k \in NL} P_{loss_k} = \sum_{k \in NL} g_{ij} (V_i^2 t_{ij}^2 + V_j^2 - 2V_i V_j t_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij}) \quad (4.1)$$

4.1.3 Restricciones.

Como ya vimos son limitaciones a las que se ven sometidas las variables que componen la función objetivo y a la vez son las condiciones de operación.

- a) Balance de potencia activa y reactiva en cada nodo.

$$f_i(x) = P_{gi} - P_{fi} - P_{di} + P_{ajustq} - \left\{ V_i^2 \left(g_{ii} + \sum_j t_{ij}^2 * g_{ij} \right) + V_i \sum_{j \neq i} V_j * t_{ij} * |Y_{ij}| \cos(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j - \mathbf{g}_{ij}) \right\}$$

$$f_{i+N}(x) = Q_{gi} - Q_{fi} - Q_{si} - Q_{di} + \left\{ -V_i^2 \left(b_{ii} + \sum_j t_{ij}^2 * b_{ij} \right) + V_i \sum_{i \neq j} V_j * t_{ij} * |Y_{ij}| \text{sen}(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j - \mathbf{g}_{ij}) \right\}$$

Donde Pf y Qf son las potencias de falla o potencias no servidas de las cargas, Qs representa las fuentes de reactivos que no corresponden a generadores y P_{ajuste} representa un valor de ajuste a la potencia activa generada. Dado que el despacho económico de potencia activa no considera las pérdidas puesto que no hay manera de conocerlas sin saber como quedará el despacho de reactiva, la potencia de ajuste será un valor que representa las pérdidas y que al final deberá sumarse a la potencia despachada al generador más económico.

Para este estudio no se consideran las potencias de falla. En caso de querer incluirlas sería necesario agregar una restricción complementaria para mantener el factor de potencia del consumo en las potencias no servidas. El objetivo es reflejar de mejor forma la realidad, ya que en caso de falla no sólo se debería desprender potencia activa, sino también potencia reactiva en la misma proporción original. La siguiente relación refleja lo explicado.

$$\frac{Pf_i}{Qf_i} = \frac{Pd_i}{Qd_i} \Rightarrow Pf_i - \frac{Pd_i}{Qd_i} * Qf_i = 0$$

Otra forma mas sencilla de las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva es la que a continuación se muestra. Asumiendo que no hay transformadores o que la relación de transformación sea igual a uno.

$$\begin{aligned} f_1(x) &= P^{esp} - P^{calc} = 0 \\ f_2(x) &= Q^{esp} - Q^{calc} = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Donde:

$$\begin{aligned} P^{esp} &= P_{gi} - P_{di} \\ Q^{esp} &= Q_{gi} - Q_{di} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} P^{calc} &= \sum_{j=N}^N |V_i| |V_j| (g_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij} + b_{ij} \text{sen} \mathbf{q}_{ij}) \\ Q^{calc} &= \sum_{j=N}^N |V_i| |V_j| (g_{ij} \text{sen} \mathbf{q}_{ij} - b_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

b) Límites de generación de potencia activa.

$$\begin{aligned} P_{gi}^{\min} - P_{gi} &\leq 0 \\ P_{gi} - P_{gi}^{\max} &\leq 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

c) Límites de generación de potencia reactiva.

$$\begin{aligned} Q_{gi}^{\min} - Q_{gi} &\leq 0 \\ Q_{gi} - Q_{gi}^{\max} &\leq 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

d) Límites de voltajes nodales.

$$0.95 \leq |V_i| \leq 1.05 \quad (4.7)$$

e) Límites de ángulos de los voltajes.

$$\begin{aligned}q_i^{\min} - q_i &\leq 0 \\q_i - q_i^{\min} &\leq 0\end{aligned}\tag{4.8}$$

f) Límites de taps.

$$\begin{aligned}t_i^{\min} - t_i &\leq 0 \\t_i - t_i^{\min} &\leq 0\end{aligned}\tag{4.9}$$

g) Límite de corriente por las líneas.

$$|I_{ij}|^2 - |I_{ij}^{\max}|^2 \leq 0\tag{4.10}$$

4.2 Método del gradiente reducido aplicado al despacho de reactivos (análisis matemático).

El método del gradiente reducido, tal como se planteó en el capítulo 3 puede resolver el problema del despacho de potencia reactiva, siempre que sea relacionada con los generadores.

El planteamiento del despacho de potencia reactiva se hace siguiendo la forma que se vio en la sección 3.8. La función a optimizar será la ecuación de pérdidas la cual depende de la magnitud de los voltajes, así que las variables de control serán: voltaje en nodo compensador, voltaje en nodo tipo PV y taps de transformadores regulables.

$$U = \begin{cases} |V| & \text{en el nodo compensador} \\ |V| & \text{en nodos controlados tipo PV} \\ T & \text{taps de transformadores.} \end{cases}$$

Matemáticamente el problema de flujos óptimos de reactivos se escribe

$$\text{Min } L(x,u,\mathbf{I}) = P_L(x,u) + \mathbf{I}^t f(x,u)$$

$$\text{Sujeta a } u^{\min} \leq u \leq u^{\max}$$

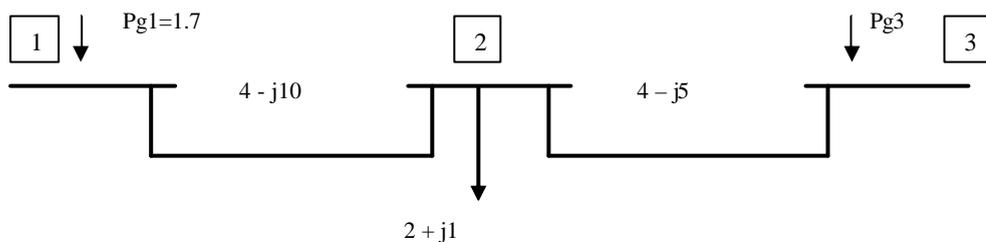
Donde $f(x,u) = 0$ son las ecuaciones normales de flujos y x son las variables de estado para dicho estudio o sea las magnitudes de voltajes y los ángulos nodales. Las variables de control están formadas, como se mencionó anteriormente por las magnitudes de voltajes de los nodos PV y la posición de taps en transformadores.

Los valores iniciales para u se deben de seleccionar haciendo suposiciones adecuadas para el sistema a resolver, lo cual puede depender del nivel de carga para el cual se desea resolver el problema. El incorporar funciones de desigualdad, como por ejemplo límites máximos o mínimos para los voltajes en los nodos de carga, se puede llevar a cabo utilizando funciones de penalización que se aumentan a la función objetivo cuando existe violación. La penalización no permite que el valor violado se aleje significativamente del límite, pero con la ventaja de que es posible obtener una solución al tener las características de un límite "suave". La penalización es una indicación del precio que se paga por liberar la restricción.

4.2.1 Ejemplo del Método del gradiente reducido aplicado al despacho de reactivos.

A fin de ilustrar el planteamiento y solución del problema del despacho óptimo de reactivos se hace uso del sistema simplificado de la figura 22, sin considerar restricciones de desigualdad.

Figura 22. Sistema para ilustrar el método del Gradiente Reducido aplicado al despacho de reactivos.



Si el nodo 3 es el compensador.

$$\sum_{i=1}^n P_{d_i} + P_L - \sum_{i=1}^1 P_{g_i} = 0$$

De otra manera

$$P_L = P_{g1} + \sum_{i=2}^n P_{g_i} - \sum_{i=1}^n P_{d_i}$$

Se ve que al minimizar las pérdidas corresponde a minimizar la potencia generada por P_{g3} , por lo que en este ejemplo en particular la función a optimizar será la potencia generada por el compensador P_{g3} .

Se trata de

$$\begin{aligned} \text{Min } C &= p_{g3}(x,u) \\ \text{Sujeta a } & f(x,u) = 0 \end{aligned}$$

Donde $f(x,u)$ son las ecuaciones de flujo, el vector $x = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, |V_2|)^2$ y el vector $u = (|V_1|, |V_3|)^t$. Las funciones Pg3 tienen la forma siguiente.

$$P_{g3} = P_3^{calc} + P_{c3} = |V_3| |V_2| (g_{32} \cos \mathbf{q}_{32} + b_{32} \text{sen} \mathbf{q}_{32}) + |V_3|^2 g_{33}$$

$$f1(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, |V_2|) = P_1^{esp} - P_1^{calc} = \Delta P_1 = 0$$

$$f2(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, |V_2|) = P_2^{esp} - P_2^{calc} = \Delta P_2 = 0$$

$$f3(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, |V_2|) = Q_2^{esp} - Q_2^{calc} = \Delta P_2 = 0$$

En términos de variables de estado x y de control u , Pg3:

$$\text{Min } C = u_2 x_3 (g_{32} \cos x_2 - b_{32} \text{sen} x_2) + u_2^2 g_{33}$$

$$\text{Sujeta a } f(x,u) = 0$$

El método del gradiente reducido requiere $\partial C / \partial x$ para el cálculo de los multiplicadores de lagrange I . Utilizando la ecuación (3.4) tenemos:

$$\frac{\partial C}{\partial u} = \begin{pmatrix} \partial C / \partial u_1 \\ \partial C / \partial u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_3 (g_{32} \cos x_2 - b_{32} \text{sen} x_2) + 2u_2 g_{33} \end{pmatrix}$$

En $\partial f / \partial u$ los términos se calculan utilizando un esquema de simplificación.

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{pmatrix} \partial f_1 / \partial u_1 & \partial f_1 / \partial u_2 \\ \partial f_2 / \partial u_1 & \partial f_2 / \partial u_2 \\ \partial f_3 / \partial u_1 & \partial f_3 / \partial u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -N_{11} / u_1 & -N_{13} / u_2 \\ -N_{21} / u_1 & -N_{23} / u_2 \\ -L_{21} / u_1 & -L_{23} / u_2 \end{pmatrix}$$

Donde:

$$N_{ij} = |V_i| |V_j| (g_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij} + b_{ij} \text{sen} \mathbf{q}_{ij})$$

$$L_{ij} = |V_i| |V_j| (g_{ij} \text{sen} \mathbf{q}_{ij} - b_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij})$$

En forma resumida se tienen los pasos principales del algoritmo para la solución del problema.

Paso 0 Se hace $k = 0$ y se suponen valores para $u^{(k)} = (0.95, 0.95)^t$.

Paso 1 Se resuelve $f(x^{(k)}, u^{(k)})$ interactivamente para conocer $x = (x_1, x_2, x_3)^t$.

Paso 2 A fin de calcular los múltiplos λ , se encuentra $\partial C / \partial u$ y el inverso del jacobiano de la última interacción del paso 1 se transpone, para usarlos en la expresión.

$$I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = -[(\partial f / \partial x)^t]^{-1} \partial C / \partial x$$

Paso 3 Se calcula $\partial C / \partial u$, así como $\partial f / \partial u$ para que el gradiente reducido ∇_u se pueda usar para comprobar convergencia.

$$\nabla_u = \partial C / \partial u - (\partial f / \partial u)^t I$$

Si se cumple con una tolerancia especificada se ha encontrado la solución y se detiene el proceso. En caso contrario y si no se ha excedido el número de iteraciones se continúa el paso 4.

Paso 4 Se actualizan los valores de las variables de control por medio de la expresión $u^{(k+1)} = u^{(k)} - a \nabla_u$. Se comprueba si no hay valores que violen sus restricciones y en caso de haberlas se toman las medidas pertinentes y se regresa al paso 1.

Tabla IV. Tabla de los valores obtenidos del ejemplo utilizando Gradiente Reducido.

k	$u^{(k)}$	$x^{(k+1)}$	∇_u	Pérdidas (p.u)
0	0.95 0.95	0.147184 -0.004325 0.822341	-1.35157 -0.20344	0.202027
1	1.08516 0.97034	0.035559 -0.063063 0.822341	0.049974 -0.707861	0.162651
2	1.08016 1.04113	0.092885 -0.063063 0.970344	-0.433211 -0.112245	0.142636
3	1.12348 1.05235	0.064704 -0.032613 0.890474	-0.073909 -0.258397	0.13263
4	1.13078 1.07819	0.076166 -0.022246 1.078195	-0.142059 -0.088236	0.127318
5	1.14508 1.08702	0.070746 -0.024335 1.020819	-0.059691 -0.101907	0.124156
6	1.15105 1.09721	0.072694 -0.024335 1.029440	-0.061365 -0.057696	0.122044
7	1.15718 1.10301	0.071675 -0.021770 1.036134	-0.036728 -0.047821	0.120514
8	1.16086 1.10779	0.071675 -0.021770 1.040737	-0.029153 -0.031702	0.119465
9	1.16377 1.11095	0.071687 -0.020796 1.044100	-0.019716 -0.023610	0.118713
10	1.16574 1.11332	0.071677 -0.020519 1.046473	-0.014489 -0.016456	0.118186
11	1.16719 1.11496	0.071614 -0.020360 1.048174	-0.010163 -0.011868	0.117811

El resultado del flujo óptimo es:

$ V_1 = 1.16719$
$ V_2 = 1.048174$
$ V_3 = 1.11496$
$q_1 = 0.071614$
$q_2 = -0.020360$
$q_3 = 0$
$P_{g3} = 0.4178$
$Q_{g3} = 0.2958$
$Q_{g1} = 0.9724$
$P_{loss} = 0.11781$

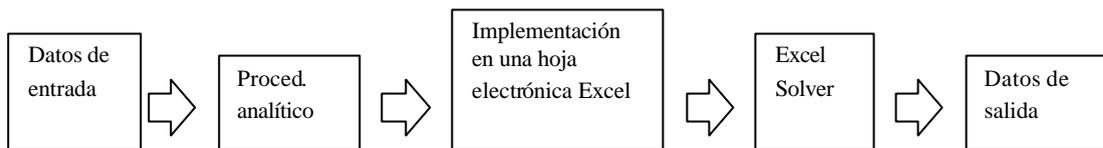
4.3 Formulación del despacho de reactivos empleando Microsoft Excel Solver®.

Como vimos en el capítulo 3, Microsoft Excel Solver® puede resolver el problema del despacho óptimo de reactivos ya que puede resolver problemas de optimización no lineales utilizando el método del gradiente reducido.

El planteamiento del problema es el mismo que se vio en la sección 4.2 de este capítulo. Para aplicarlo a Excel Solver® dividiremos la tarea en partes; primero se hará un procedimiento analítico y luego la aplicación mediante tablas en una hoja electrónica de Excel.

A continuación se describe el procedimiento en la figura 23.

Figura 23. Algoritmo de implementación del modelo .



4.3.1 Procedimiento analítico.

El procedimiento analítico consiste en formular el problema mediante ecuaciones para luego implantarlas en una hoja electrónica de Excel. Primero se construye la matriz de admitancias a partir del diagrama unifilar del sistema eléctrico de potencia; luego se recolectan los datos de entrada del problema (potencia activa generada, demanda de potencia real y reactiva, admitancias de líneas de transmisión, límites operativos de generadores, impedancias de transformadores y rango de taps de transformadores); luego se construyen las ecuaciones de balance de flujo de potencia activa y reactiva por cada nodo del sistema.

4.3.2 Implementación en una hoja electrónica de Excel.

La implementación será mediante tablas, las cuales se clasifican en tablas de variables de decisión, tablas de datos de entrada, tablas de restricciones y tablas de admitancias. El tamaño de cada tabla depende del número de generadores, número de elementos de compensación de reactiva y número de nodos.

Para presentar la forma que tendrán las tablas, se tomará como base el sistema de tres barras del ejemplo de la sección 4.2.1.

4.3.2.1 Tablas de variables de decisión.

Como ya hemos hablado, las variables de decisión serán aquellas que pertenecen directa o indirectamente a la función objetivo y que en su conjunto dan la respuesta al problema. En la sección 4.3 de este capítulo las variables de decisión se clasificaban en variables de estado y variables de control, al utilizar Excel solver no será necesario clasificar las variables de decisión puesto que esta clasificación es propia del método de solución, el cual está implícito en el programa.

4.3.2.1.1 Potencia de ajuste como variable de decisión.

La potencia de ajuste es aquella potencia activa generada que no se consideró en el despacho económico y corresponde a las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión. Las pérdidas de potencia activa no se pudieron haber considerado en el despacho económico, porque no había manera de conocerlas hasta que se tuviera el despacho de potencia reactiva, recordemos que las pérdidas de potencia activa están en función de los voltajes nodales y de sus respectivos ángulos. En este caso, la potencia de ajuste se le asigna a cada generador y se toma en cuenta las ecuaciones de flujo de potencia activa.

Si a un generador se le ha asignado una potencia activa menor a la que es capaz de generar, entonces la potencia de ajuste para este generador será mayor a cero, en caso contrario, si la potencia activa asignada a este generador es igual a su potencia máxima entonces la potencia de ajuste será igual a cero y el déficit de generación causado se le ha de asignar a otro generador. En las tablas V y VI vemos las tablas de decisión para un problema de tres barras, en el cual se considera un despacho para las 24 horas del día. En estas tablas no se consideran transformadores regulantes.

Tabla V. Variables de decisión con variables: voltajes nodales, ángulos nodales.

p.u.	Tabla de voltajes			Tabla de ángulos		
<i>Hora</i>	V1	V2	V3	T1	T2	T3
00:00-01:00	?	?	?	?	?	?
01:00-02:00	?	?	?	?	?	?
02:00-03:00	?	?	?	?	?	?
03:00-04:00	?	?	?	?	?	?
04:00-05:00	?	?	?	?	?	?
05:00-06:00	?	?	?	?	?	?
06:00-07:00	?	?	?	?	?	?
07:00-08:00	?	?	?	?	?	?
08:00-09:00	?	?	?	?	?	?
09:00-10:00	?	?	?	?	?	?
10:00-11:00	?	?	?	?	?	?
11:00-12:00	?	?	?	?	?	?
12:00-13:00	?	?	?	?	?	?
13:00-14:00	?	?	?	?	?	?
14:00-15:00	?	?	?	?	?	?
15:00-16:00	?	?	?	?	?	?
16:00-17:00	?	?	?	?	?	?
17:00-18:00	?	?	?	?	?	?
18:00-19:00	?	?	?	?	?	?
19:00-20:00	?	?	?	?	?	?
20:00-21:00	?	?	?	?	?	?
21:00-22:00	?	?	?	?	?	?
22:00-23:00	?	?	?	?	?	?
23:00-00:00	?	?	?	?	?	?

Tabla VI. Variables de decisión con variables: Potencias reactivas asignadas a generadores y elementos de compensación.

p.u. <i>Hora</i>	<i>Tabla de despacho (reactiva)</i>			<i>potencia activa de ajuste</i>
	<i>Qg1</i>	<i>Qg2</i>	<i>Qg3</i>	
00:00-01:00	?	?	?	?
01:00-02:00	?	?	?	?
02:00-03:00	?	?	?	?
03:00-04:00	?	?	?	?
04:00-05:00	?	?	?	?
05:00-06:00	?	?	?	?
06:00-07:00	?	?	?	?
07:00-08:00	?	?	?	?
08:00-09:00	?	?	?	?
09:00-10:00	?	?	?	?
10:00-11:00	?	?	?	?
11:00-12:00	?	?	?	?
12:00-13:00	?	?	?	?
13:00-14:00	?	?	?	?
14:00-15:00	?	?	?	?
15:00-16:00	?	?	?	?
16:00-17:00	?	?	?	?
17:00-18:00	?	?	?	?
18:00-19:00	?	?	?	?
19:00-20:00	?	?	?	?
20:00-21:00	?	?	?	?
21:00-22:00	?	?	?	?
22:00-23:00	?	?	?	?
23:00-00:00	?	?	?	?

4.3.2.2 Tabla de datos de entrada.

Como datos de entrada se considera el despacho económico de potencia activa generada, la demanda de potencia real y reactiva en cada nodo y la matriz de admitancias. El despacho económico de potencia activa es un dato conocido (ver capítulo 2).

En la tabla VII se representan los datos de entrada para las 24 horas del despacho y en la tabla VIII las admitancias en la que se considera que pertenece a un sistema eléctrico de potencia de tres barras.

Tabla VII. Datos de entrada: potencia activa despachada y demandas nodales.

p.u.	<i>Potencia activa despachada</i>		<i>Tabla de demanda</i>	
	<i>Hora</i>	<i>Pg1</i>	<i>Pg3</i>	<i>Qd2</i>
00:00-01:00	0,40	0,20	0,10	0,60
01:00-02:00	0,40	0,15	0,10	0,55
02:00-03:00	0,40	0,10	0,08	0,50
03:00-04:00	0,40	0,16	0,10	0,56
04:00-05:00	0,50	0,11	0,50	0,61
05:00-06:00	0,60	0,20	0,60	0,80
06:00-07:00	0,60	0,30	0,65	0,90
07:00-08:00	0,60	0,30	0,70	0,90
08:00-09:00	0,70	0,30	0,90	1,00
09:00-10:00	1,00	0,20	0,90	1,20
10:00-11:00	1,00	0,50	1,00	1,50
11:00-12:00	1,10	0,30	1,00	1,40
12:00-13:00	0,80	0,20	0,80	1,00
13:00-14:00	0,70	0,10	0,80	0,80
14:00-15:00	0,70	0,10	0,70	0,80
15:00-16:00	0,70	0,10	0,70	0,80
16:00-17:00	0,60	0,10	0,60	0,70
17:00-18:00	1,40	0,10	0,90	1,50
18:00-19:00	1,70	0,30	1,00	2,00
19:00-20:00	1,60	0,30	1,00	1,90
20:00-21:00	1,10	0,40	0,80	1,50
21:00-22:00	0,70	0,10	0,60	0,80
22:00-23:00	0,50	0,20	0,40	0,70
23:00-00:00	0,40	0,20	0,20	0,60

Tabla VIII. Datos de admitancias del sistema.

<i>Matriz de admitancias</i>					
g	b	g	b	g	b
4	-10	-4	10	0	0
-4	10	8	-15	-4	5
0	0	-4	5	4	5

4.3.2.3 Tabla de función objetivo.

Por último la tabla de función objetivo contiene la sumatoria de las ecuaciones que representan las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión. En tabla IX se representa la tabla de función objetivo para un sistema de tres barras y dos líneas de transmisión.

Tabla IX. Tabla de función objetivo para un sistema de tres barras conectadas por dos líneas de transmisión.

p.u.	Pérdidas de potencia activa. (p.u./hora)			
	Hora	Línea (1-2)	Línea (2-3)	Total L1+L2
	00:00-01:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	01:00-02:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	02:00-03:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	03:00-04:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	04:00-05:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	05:00-06:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	06:00-07:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	07:00-08:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	08:00-09:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	09:00-10:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	10:00-11:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	11:00-12:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	12:00-13:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	13:00-14:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	14:00-15:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	15:00-16:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	16:00-17:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	17:00-18:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	18:00-19:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	19:00-20:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	20:00-21:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	21:00-22:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	22:00-23:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
	23:00-00:00	$P_{L12}(h)$	$P_{L23}(h)$	$P_{L12}(h) + P_{L23}(h)$
				$? P_{loss}(\text{del día})$

Donde:

$$P_{I12(h)} = g_{12} (V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2))$$

$$P_{L23(h)} = g_{23} (V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3))$$

h = hora a la que se evalúa la función

4.3.2.4 Tabla de restricciones.

Las tablas de restricciones son las que consideran las ecuaciones de balance de flujos de potencia activa y reactiva por cada nodo; las limitaciones operativas de los generadores, en las que se considera la potencia reactiva máxima y mínima y potencia activa máxima y mínima para cada generador.

En la tabla X se muestra la ubicación de las restricciones correspondientes a las ecuaciones de balance de potencia. En la sección 4.3.2.5 se verá detalladamente cómo se ingresan las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en la tabla X.

Las variables de la tabla X son los que a continuación se presentan:

$f_{1(h)}$ = Ecuación de balance de potencia activa en la barra 1 en la hora (h)

$f_{2(h)}$ = Ecuación de balance de potencia activa en la barra 2 en la hora (h)

$f_{3(h)}$ = Ecuación de balance de potencia activa en la barra 3 en la hora (h)

$f_{4(h)}$ = Ecuación de balance de potencia reactiva en la barra 1 en la hora (h)

$f_{5(h)}$ = Ecuación de balance de potencia reactiva en la barra 2 en la hora (h)

$f_{6(h)}$ = Ecuación de balance de potencia reactiva en la barra 3 en la hora (h)

Como ejemplo $f_{1(h)} = P_{g1} - [g_{11}V_1^2 + V_1V_2(g_{12} \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + b_{12} \sin(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)) + 0]$

Tabla X. Corresponde a las restricciones de ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva de cada nodo.

p.u.	Balance Pesp-Pcalc=0			Balance Qesp-Qcalc=0		
Hora	barra 1	barra 2	barra 3	barra 1	barra 2	barra 3
00:00-01:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
01:00-02:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
02:00-03:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
03:00-04:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
04:00-05:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
05:00-06:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
06:00-07:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
07:00-08:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
08:00-09:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
09:00-10:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
10:00-11:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
11:00-12:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
12:00-13:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
13:00-14:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
14:00-15:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
15:00-16:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
16:00-17:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
17:00-18:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
18:00-19:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
19:00-20:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
20:00-21:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
21:00-22:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
22:00-23:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$
23:00-00:00	$f_{1(h)}$	$f_{2(h)}$	$f_{3(h)}$	$f_{4(h)}$	$f_{5(h)}$	$f_{6(h)}$

Tabla X.I Corresponde a las restricciones operativas de los generadores en cuanto a la capacidad de potencia reactiva.

p.u.	<i>Tabla de reactiva mínima</i>		
<i>Hora</i>	Qmin 1	Qmin 2	Qmin 3
00:00-01:00	-0,6	0	-0,2
01:00-02:00	-0,6	0	-0,2
02:00-03:00	-0,6	0	-0,2
03:00-04:00	-0,6	0	-0,2
04:00-05:00	-0,8	0	-0,1
05:00-06:00	-0,8	0	-0,3
06:00-07:00	-0,8	0	-0,3
07:00-08:00	-0,8	0	-0,3
08:00-09:00	-1,0	0	-0,3
09:00-10:00	-1,0	0	-0,3
10:00-11:00	-0,9	0	-0,4
11:00-12:00	-1,0	0	-0,2
12:00-13:00	-1,0	0	-0,2
13:00-14:00	-1,0	0	-0,2
14:00-15:00	-1,0	0	-0,2
15:00-16:00	-1,1	0	-0,2
16:00-17:00	-1,0	0	-0,2
17:00-18:00	-1,0	0	-0,2
18:00-19:00	-1,4	0	-0,2
19:00-20:00	-1,4	0	-0,2
20:00-21:00	-1,0	0	-0,3
21:00-22:00	-1,0	0	-0,2
22:00-23:00	-0,8	0	-0,1
23:00-00:00	-0,4	0	-0,4

p.u.	<i>Tabla de reactiva máxima</i>		
<i>Hora</i>	Qmax 1	Qmax 2	Qmax 3
00:00-01:00	0,5	0,4	0,2
01:00-02:00	0,5	0,4	0,2
02:00-03:00	0,5	0,4	0,1
03:00-04:00	0,5	0,4	0,2
04:00-05:00	0,8	0,4	0,1
05:00-06:00	0,8	0,4	0,2
06:00-07:00	0,8	0,4	0,3
07:00-08:00	0,8	0,4	0,3
08:00-09:00	0,9	0,4	0,2
09:00-10:00	0,9	0,4	0,3
10:00-11:00	0,8	0,4	0,4
11:00-12:00	1,0	0,4	0,2
12:00-13:00	1,0	0,4	0,2
13:00-14:00	1,0	0,4	0,2
14:00-15:00	1,0	0,4	0,2
15:00-16:00	1,1	0,4	0,2
16:00-17:00	1,0	0,4	0,2
17:00-18:00	1,0	0,4	0,2
18:00-19:00	1,3	0,4	0,2
19:00-20:00	1,3	0,4	0,2
20:00-21:00	1,0	0,4	0,3
21:00-22:00	0,9	0,4	0,2
22:00-23:00	0,8	0,4	0,1
23:00-00:00	0,4	0,4	0,3

En la tabla XI se ingresa a las restricciones operativas de los generadores. Los valores que se aprecian en esta tabla corresponden al ejemplo 2 que se verá en el capítulo 5.

Algo importante que resalta en los valores de la tabla XI, es que la capacidad de aportar o consumir potencia reactiva de cada generador es distinta en cada hora, esto se debe a que esta depende de la potencia activa que este aportando el generador, y su valor se obtiene de la tabla de capacidad correspondiente a cada generador.

4.3.2.5 Forma de ingresar las ecuaciones en las tablas de función objetivo y de balance de potencia activa y reactiva.

Como ejemplo del ingreso de ecuaciones en las tablas, se tomará el caso de las tablas de balance de potencia activa y reactiva, Las ecuaciones de flujo tienen la forma vista en la ecuación 4.4, al escribirlas en la tabla de balance de potencia, debemos referir sus variables a la tabla de variables de decisión, donde el programa luego de efectuar varias iteraciones dará la respuesta.

En la figura 24 (a) muestra las tablas de balance de potencia activa y reactiva, como puede verse el cursor está ubicado en la celda 'B65' que representa la ecuación de balance de potencia activa para la barra 1 en la hora 00:00 – 01:00; las variables de esta ecuación están referidas a la tabla de variables de decisión que se representa en la figura 24 (b).

Figura 24. Tablas de balance de potencia activa y reactiva desarrolladas en una hoja de MS Excel^{MR}. a) Forma de ingresar las ecuaciones de flujo en las respectivas tablas. b) Celdas correspondientes a las que se refiere la ecuación de balance de potencia activa ubicada en la celda B65 de la figura (a).

Microsoft Excel - 24 horas FINAL

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

B65 $= (pg1 - (B31 * B31 * 4 + B31 * C31 * (-4 * \cos(E31 - F31) + 10 * \text{SENO}(E31 - F31))))$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
61	0	0	-4	5	4	5				
62										
63	p.u.	Balance Pesp-Pcalc=0				p.u.			Balance Qesp-Qcalc=0	
64	Hora	barra 1	barra 2	barra 3		Hora	barra 1	barra 2	barra 3	
65	00:00-01:00	1,1102E-16	-3,331E-16	1,943E-16		00:00-01:00	7,2511E-16	1,3878E-17	-1,6584E-16	
66	01:00-02:00	1,1102E-16	-2,22E-16	-3,331E-16		01:00-02:00	0	1,9429E-16	-1,06859E-16	

Ecuación de balance de potencia activa.

a)

Microsoft Excel - 24 horas FINAL 2

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

H8 $=$

	A	B	C	D	E	F	G
28							
29	p.u.	Tabla de voltajes			Tabla de ángulos		
30	Hora	V1	V2	V3	θ1	θ2	θ3
31	00:00-01:00	0,965	0,950	0,973	0,018	- 0,019	0,006
32	01:00-02:00	0,965	0,950	0,968	0,022	- 0,015	0,004
33	02:00-03:00	0,965	0,950	0,963	0,025	- 0,012	0,001
34	03:00-04:00	0,965	0,950	0,960	0,030	- 0,017	0,000

b)

4.3.2.6 Aplicación de Excel Solver.

Una vez realizado el procedimiento anterior, solo queda ingresar la función objetivo, las restricciones y las variables de decisión en el cuadro de diálogo de Excel Solver Estándar de la forma que se vio en la sección 3.4 del capítulo 3.

5 EJEMPLOS DEL MODELO DE DESPACHO DE REACTIVOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.

En este capítulo se presentan 4 ejemplos del despacho óptimo de reactivos. En todos los ejemplos se utilizó Microsoft Excel Solver para encontrar la solución del problema y en el caso de los ejemplos 3 y 4 se utilizó PowerWorld Simulador que es un programa que resuelve problemas eléctricos de potencia para demostrar el resultado.

En el ejemplo 1 se resuelve el mismo ejemplo del capítulo 4, con la diferencia que ahora se utilizan medios computacionales y así se comparan los resultados obtenidos del procedimiento matemático.

En ejemplo 2 se resuelve un sistema sencillo de 3 barras donde se toman en cuenta elementos de compensación de reactiva. El despacho de reactivos se resuelve para este ejemplo para las 24 horas de un día x y al estudiar el resultado, veremos como es la tendencia de las potencias reactivas generadas y demandadas a lo largo del día.

La característica especial del ejemplo 3 es que ahora se considera el tap del transformador regulable como una variable a optimizar. Al final de este ejemplo se hace un breve estudio de la tendencia del despacho de reactivos al hacer variar el tap de transformador.

En el último ejemplo se estudia una red de 6 barras donde el resultado obtenido con Excel Solver Estándar se compara con una corrida de flujo en PowerWorld Simulator®.

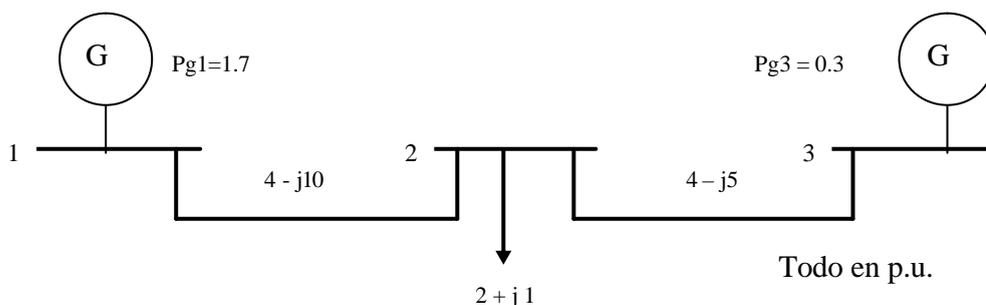
5.1 Ejemplo 1. Sistema de tres barras.

Este es el mismo ejemplo que se presentó en la sección 4.2.1 del capítulo 4. Resolveremos el problema utilizando Microsoft Excel Solver y comprobaremos el resultado obtenido de ambos métodos.

Por simplicidad realizaremos el despacho óptimo de reactivos para una sola hora determinada, más adelante lo resolveremos para las 24 horas con las tablas que se presentaron en el capítulo 4.

- Características del sistema: El sistema está compuesto por tres barras, dos generadores ubicados en la barra uno y el otro en la barra 3 y una carga en la barra 2. Las admitancias son las que se ven en la figura 25.

Figura 25. Sistema de tres barras del ejemplo 1.



- Consideraciones y datos de entrada: Como dato de entrada tenemos el despacho económico de potencia activa que se presenta en la tabla de la figura 26 a). además tenemos la demanda de potencia activa y reactiva. Un dato de entrada es también las restricciones operativas de los generadores. En la figura 26 se muestran las tablas de datos de entrada.

Figura 26. Tablas de datos de entrada desarrolladas en una hoja de MS Excel^{MR}. a) Potencia activa asignada por el despacho económico. b) Tabla de restricciones operativas de generadores.

The screenshot shows an Excel window titled "Microsoft Excel - ejemplo 1". The active cell is D14. The table below is displayed in the spreadsheet:

	A	B	C	D	E
1	DATOS DE ENTRADA (p.u.)				
2	NODO	Pd	Qd	Pg	
3	1	-	-	1,70	
4	2	2,00	1,00	-	
5	3	-	-	0,30	
6					

a)

The screenshot shows an Excel window titled "Microsoft Excel - ejemplo 1". The active cell is G24. The table below is displayed in the spreadsheet:

	G	H	I
16			
17	RESTRICCIONES DE GENERADORES		
18		Qg1	Qg3
19	Qmax	1,00	0,295
20	Qmin	- 1,00	-0,2
21			

b)

5.1.1 Procedimiento analítico.

El primer paso es obtener la matriz de admitancias de la figura 25 a partir de la matriz de admitancias y de los datos de entrada procedemos a escribir las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva.

Matriz de admitancias:

$$Y = \begin{bmatrix} 4 - j10 & -4 + j10 & 0 \\ -4 + j10 & 8 - j15 & -4 + j5 \\ 0 & -4 + j5 & 4 - j5 \end{bmatrix}$$

Ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva por cada nodo.

$$f_1(x) = P^{esp} - P^{calc} = 0$$

$$f_2(x) = Q^{esp} - Q^{calc} = 0$$

Donde:

$$P^{esp} = P_{gi} - P_{di}$$

$$Q^{esp} = Q_{gi} - Q_{di}$$

$$P^{calc} = \sum_{j=N}^N |V_i| |V_j| (g_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij} + b_{ij} \text{sen} \mathbf{q}_{ij})$$

$$Q^{calc} = \sum_{j=N}^N |V_i| |V_j| (g_{ij} \text{sen} \mathbf{q}_{ij} - b_{ij} \cos \mathbf{q}_{ij})$$

Para este ejemplo las ecuaciones quedan así:

$$\begin{aligned} f_1 &= P_{g1} - [g_{11} * V_1^2 + V_1 V_2 (g_{12} \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + b_{12} \text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)) + 0] \\ f_2 &= -P_{d2} - \left[V_2 V_1 (g_{21} \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) + b_{21} \text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)) + g_{22} * V_2^2 + \right. \\ &\quad \left. V_2 V_3 (g_{23} \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3) + b_{23} \text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3)) \right] \\ f_3 &= P_{g3} + P_{ajuste} - \left[0 + V_3 V_2 (g_{32} \cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2) + b_{32} \text{sen}(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2)) + \right. \\ &\quad \left. g_{33} * V_3^2 \right] \\ f_4 &= Q_{g1} - [g_{11} * V_1^2 + V_1 V_2 (g_{12} \text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - b_{12} \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)) + 0] \\ f_5 &= -Q_{d2} - \left[V_2 V_1 (g_{21} \text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) - b_{21} \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)) - b_{22} * V_2^2 + \right. \\ &\quad \left. V_2 V_3 (g_{23} \text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3) - b_{23} \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3)) \right] \\ f_6 &= Q_{g3} - [0 + V_3 V_2 (g_{32} \text{sen}(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2) - b_{32} \cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2)) + b_{33} * V_3^2] \end{aligned}$$

En f_3 aparece el término (P_{ajuste}) que representa el déficit de potencia activa generada ocasionado por las pérdidas de potencia activa en las LT's. Para este problema asumimos que la potencia máxima del generador 1 es de 1.7 p.u por lo que la P_{ajuste} se la asignamos al generador en la barra 3.

5.1.2 Formulación del problema.

Una vez ya se tienen las ecuaciones de flujo, precedemos a definir la ecuación objetivo y las restricciones del problema.

Función objetivo:

La función objetivo es la sumatoria de las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión.

$$P_{Loss} = g_{12} * (V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)) + g_{23} * (V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3))$$

Restricciones:

Las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva deben ser igual a cero; los voltajes nodales deben estar dentro de un rango de seguridad; las restricciones operativas de los generadores.

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = 0$$

$$0.90 \leq V_1, V_2, V_3 \leq 1.17$$

$$-1.0 \leq Q_{g1} \leq 1.0$$

$$-0.2 \leq Q_{g3} \leq 0.295$$

Para este caso en especial el voltaje máximo será 1.17 p.u para obtener un resultado parecido al ejemplo de la sección 4.2.1.

5.1.3 Procedimiento de implementación en una hoja electrónica.

Teniendo las tablas de datos de entrada, debemos preparar una tabla para las variables de decisión, una tabla de ecuaciones de balance y una tabla de función objetivo. En la figura 27 aparecen dichas tablas.

Figura 27. Datos de entrada del ejemplo 1. a) Tablas de variables de decisión y tablas de ecuaciones de balance de P y Q. b) Tabla de función objetivo.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
7					
8	Variables de decisión				
9	V1	V2	V3		g
10					4
11	ø1	ø2	ø3		-4
12					0
13	Pajust	Qg1	Qg3		
14					
15					
16					
17	n	ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA (activa)			
18	NODO	F = Pesp(n)-Pcalc(n)			
19	1	1,7			
20	2	-2			
21	3	0,3			
22					
23	n	ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA (reactiva)			
24	NODO	F = Qesp(n)-Qcalc(n)			
25	1	0			
26	2	-1			
27	3	0			

a)

	F	G	H	I	J	K
1	LINEA DE NODO A NODO		PÉRDIDAS EN LAS LÍNEAS (p.u.)			
2		1 a 2		0		
3		2 a 3		0		
4		Σ(pérdidas)		0		
5						

b)

En las tablas de ecuaciones de balance o de flujo y en la tabla de función objetivo se escriben las ecuaciones del procedimiento analítico. La forma de hacerlo se vio en la sección 4.3.2.5. Por ejemplo en la figura 27.b) aparece marcada la celda H2 que contiene la ecuación de pérdidas de la línea 1-2. Las variables de esta ecuación son las celdas A10, B10, A12 y B12 que pertenecen a la tabla de variables de decisión (ver figura 27 a)).

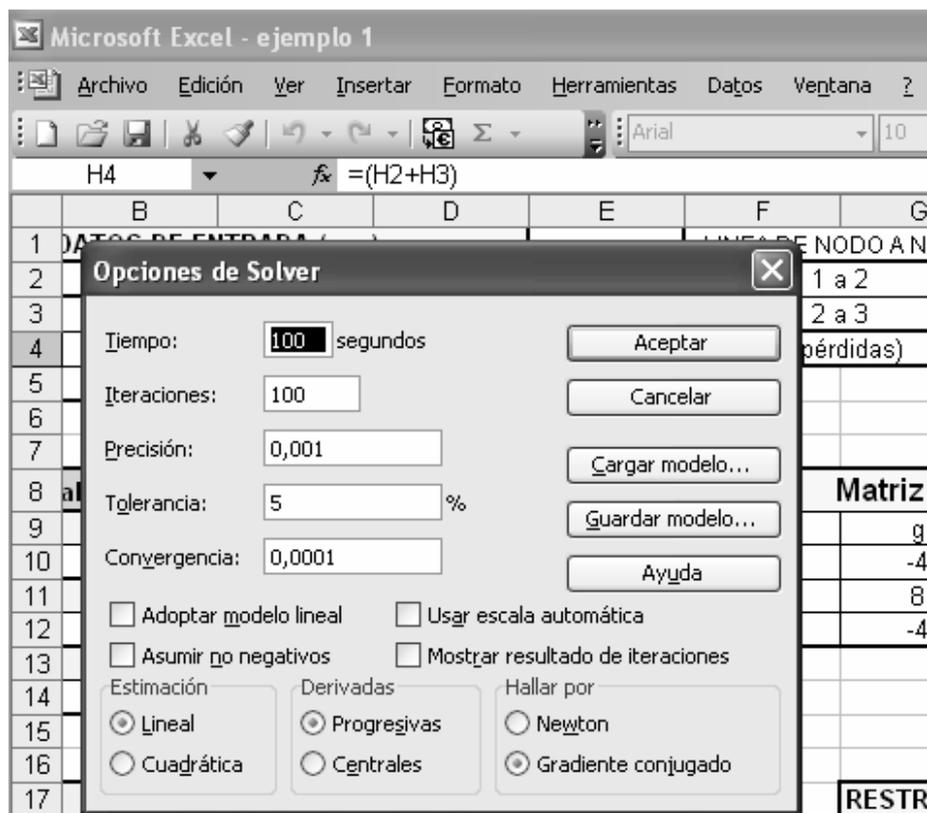
5.1.4 Aplicación de Excel Solver.

Teniendo todas las tablas solo queda relacionarlas en la ventana de dialogo del Excel Solver y resolver el problema. En el cuadro de opciones de Excel Solver Escogemos el método de gradiente conjugado y ajustamos la precisión a 0.001. Ver figura 28 a)

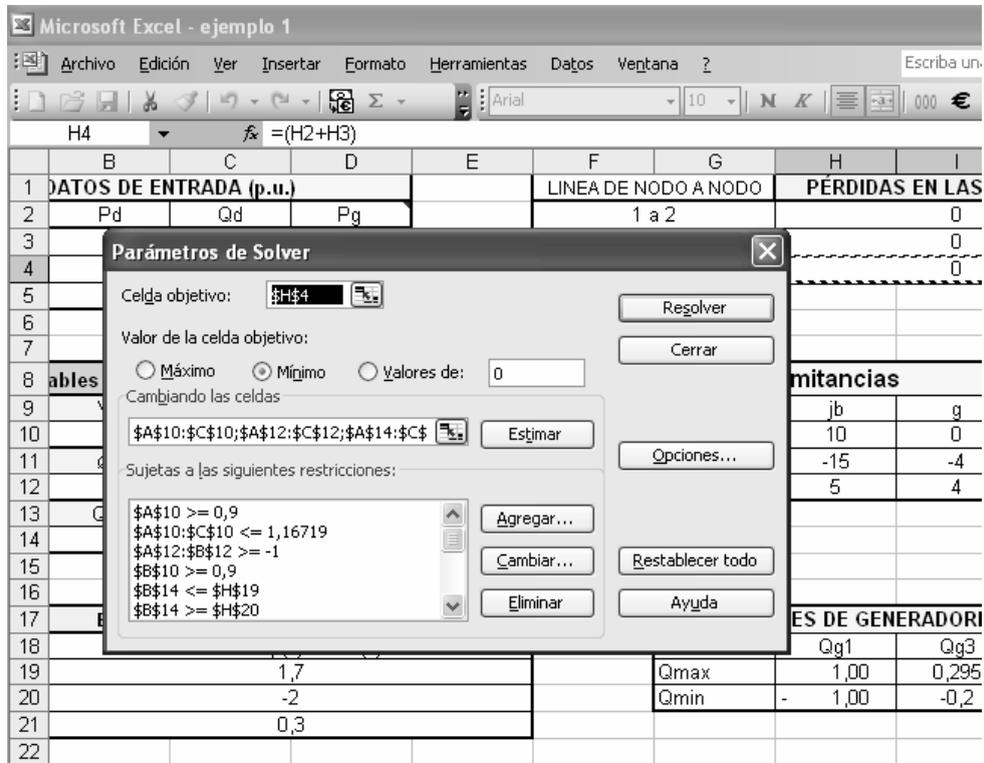
En la ventana de dialogo de Excel Solver Seleccionamos como celda objetivo a la sumatoria de pérdidas de potencia activa ubicada en la celda H4 de la tabla de la figura 27 b).

Las restricciones serán las celdas B19, B20, B21 B25, B27, B27 de la figura 27 a) que deberán igualarse a cero; las celdas A10, B10 y C10 de la figura 27 a) que pertenecen a los voltajes nodales y serán mayores a 0.90 u.p y menores a 1.17 p.u. Por último las celdas B14 y C14 que representan a las potencias reactivas generadas y deberán estar entre los rangos de la tabla de la figura 26 b).

Figura 28. Aplicación de Excel Solver en el ejemplo 1. a) Opciones de Excel Solver. b) Cuadro de dialogo de Excel Solver.



a)

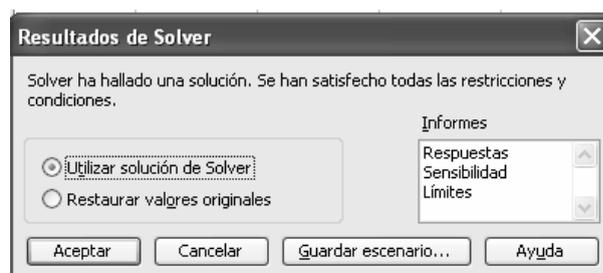


b)

5.1.5 Resultados del ejemplo 1.

Quando Excel Solver genera un resultado aparece el cuadro de la figura 29, donde además se pueden obtener algunos informes del programa.

Figura 29. Cuadro de resultado de Excel Solver.



El resultado obtenido aparece en la figura 30.

Figura 30. Resultado obtenido del ejemplo 1. a) variables de decisión. b) pérdidas de potencia activa.

Microsoft Excel - ejemplo 1				
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana				
B25 $\text{f} = (B14 - (-A10 * A10 * F10 + A10 * B10 * (G10 * \text{SENO}(\dots)))$				
A	B	C	D	E
7				
8	Variables de decisión			
9	V1	V2	V3	g
10	1,16719	1,0494757	1,11795927	4
11	$\phi 1$	$\phi 2$	$\phi 3$	-4
12	0,0733535	-0,01896083	0	0
13	Pajust	Qg1	Qg3	
14	0,11799557	0,97439757	0,295	
15				
16				
17	n	ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA (activa)		
18	NODO	F = Pesp(n)-Pcalc(n)		
19	1	0,000369951		
20	2	0,000345774		
21	3	-0,000319659		
22				
23	n	ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA (reactiva)		
24	NODO	F = Qesp(n)-Qcalc(n)		
25	1	-3,41917E-05		
26	2	0,00087623		
27	3	0,000115737		

a)

Microsoft Excel - ejemplo 1				
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana				
B25 $\text{f} = (B14 - (-A10 * A10 * F10 + A10 * B10 * (G10 * \text{SENO}(\dots)))$				
F	G	H	I	J
1	LINEA DE NODO A NODO	PÉRDIDAS EN LAS LÍNEAS (p.u.)		
2	1 a 2	0,097152331		
3	2 a 3	0,020447171		
4	Σ (pérdidas)	0,117599502		
5				

b)

5.1.6 Análisis del resultado.

Los resultados del método del gradiente reducido aplicado manualmente en la sección 4.3 se comparan con los resultados obtenidos con el método del gradiente reducido aplicado mediante Microsoft Excel Solver.

Finalmente la potencia de ajuste encontrada se le suma a la potencia activa que debe entregar el generador en la barra 3.

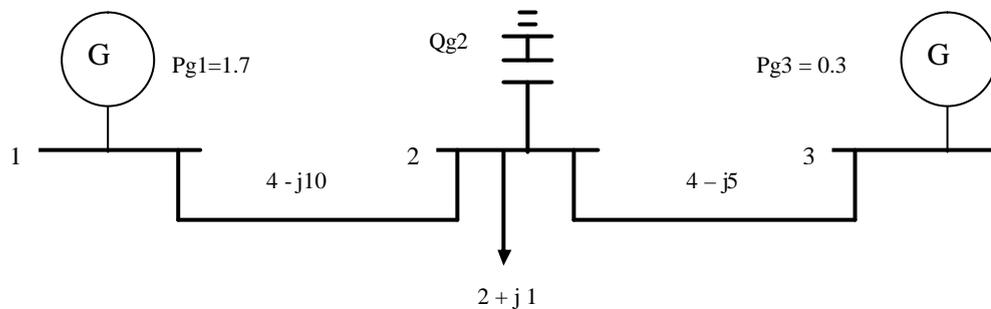
Tabla XII. Comparación de resultados del ejemplo 1 .

Resultados obtenidos en la sección 4.3	Resultados obtenidos con Microsoft Excel Solver
$ V_1 = 1.16719$	$ V_1 = 1.16719$
$ V_2 = 1.048174$	$ V_2 = 1.0494757$
$ V_3 = 1.11496$	$ V_3 = 1.11795$
$q_1 = 0.071614$	$q_1 = 0.07335$
$q_2 = -0.020360$	$q_2 = -0.01896$
$q_3 = 0$	$q_3 = 0$
$P_{g3} = 0.4178$	$P_{g3} = 0.3 + 0.1179$ $P_{g3} = 0.4179$
$Q_{g3} = 0.2958$	$Q_{g3} = 0.295$
$Q_{g1} = 0.9724$	$Q_{g1} = 0.9743$
$P_{loss} = 0.11781$	$P_{Loss} = 0.11759$

5.2 Ejemplo 2. Despacho óptimo de reactivos para las 24 horas

Resolveremos el sistema del ejemplo 1 con la diferencia que agregaremos un elemento de compensación de reactivos en la barra 2. La figura del sistema se representa en la figura 31.

Figura 31. Sistema de tres barras del ejemplo 2.



- Características del sistema: Las características son las mismas que el ejemplo 1 con la diferencia que en la barra 2 tenemos un capacitor discreto.
- Consideraciones y datos de entrada: Como datos de entrada tenemos el despacho económico de potencia activa para las 24 horas. Para este ejemplo consideramos que la potencia de ajuste se le asigne al generador de la barra 3. en la figura 32 se representan las tablas de datos de entrada y la tabla de despacho de potencia reactiva.

Figura 32. Tablas de datos de entrada del ejemplo 2. a) Tabla de despacho económico de potencia activa. b) Tabla de despacho de reactiva y demanda de potencia activa y reactiva.

p.u.	Potencia activa despachada	
Hora	Pg1	Pg3
00:00-01:00	0,70	0,23
01:00-02:00	0,70	0,23
02:00-03:00	0,70	0,19
03:00-04:00	0,70	0,22
04:00-05:00	1,00	0,12
05:00-06:00	1,00	0,32
06:00-07:00	1,00	0,37
07:00-08:00	1,00	0,38
08:00-09:00	1,20	0,33
09:00-10:00	1,20	0,33
10:00-11:00	1,10	0,50
11:00-12:00	1,30	0,27
12:00-13:00	1,30	0,26
13:00-14:00	1,30	0,26
14:00-15:00	1,30	0,25
15:00-16:00	1,40	0,20
16:00-17:00	1,30	0,27
17:00-18:00	1,30	0,22
18:00-19:00	1,70	0,28
19:00-20:00	1,70	0,26
20:00-21:00	1,30	0,43
21:00-22:00	1,20	0,29
22:00-23:00	1,00	0,15
23:00-00:00	0,50	0,47

a)

p.u.	Tabla de despacho [reactiva]			Tabla de demanda	
Hora	Qg1	Qg2	Qg3	Qd2	Pd2
00:00-01:00				- 0,02	0,93
01:00-02:00				- 0,09	0,93
02:00-03:00				- 0,07	0,89
03:00-04:00				- 0,10	0,92
04:00-05:00				0,03	1,12
05:00-06:00				0,23	1,32
06:00-07:00				0,25	1,37
07:00-08:00				0,31	1,38
08:00-09:00				0,47	1,53
09:00-10:00				0,51	1,53
10:00-11:00				0,62	1,60
11:00-12:00				0,56	1,57
12:00-13:00				0,40	1,56
13:00-14:00				0,42	1,56
14:00-15:00				0,45	1,55
15:00-16:00				0,45	1,60
16:00-17:00				0,39	1,57
17:00-18:00				0,26	1,52
18:00-19:00				0,77	1,98
19:00-20:00				0,77	1,96
20:00-21:00				0,46	1,73
21:00-22:00				0,06	1,49
22:00-23:00				0,02	1,15
23:00-00:00				- 0,03	0,97

b)

5.2.1 Procedimiento analítico.

Las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva son las mismas del ejemplo 1 a excepción de la función f_5 que representa el balance de potencia reactiva en el nodo 2, porque ahora tenemos un capacitor en dicha barra.

$$f_5 = Q_{g2} - Q_{d2} - \left[V_2 V_1 (g_{21} \text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) - b_{21} \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)) - b_{22} * V_2^2 + \right. \\ \left. V_2 V_3 (g_{23} \text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3) - b_{23} \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3)) \right]$$

5.2.2 Formulación del problema.

La función objetivo sigue siendo la misma del ejemplo 1. Para las restricciones de este ejemplo se consideró que los límites de voltaje deben de estar dentro del +/- 5%.

Función objetivo:

$$P_{Loss} = g_{12} * (V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)) + g_{23} * (V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3))$$

Restricciones:

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = 0$$

$$0.95 \leq V_1, V_2, V_3 \leq 1.05$$

$$0 \leq Q_{g2} \leq 0.4$$

En la figura 33 se presenta la reactiva máxima y mínima de los generadores, la cual, se toma de las respectivas curvas de capacidad, en la que se relaciona la potencia activa asignada en cada hora y un factor de potencia de 0.8.

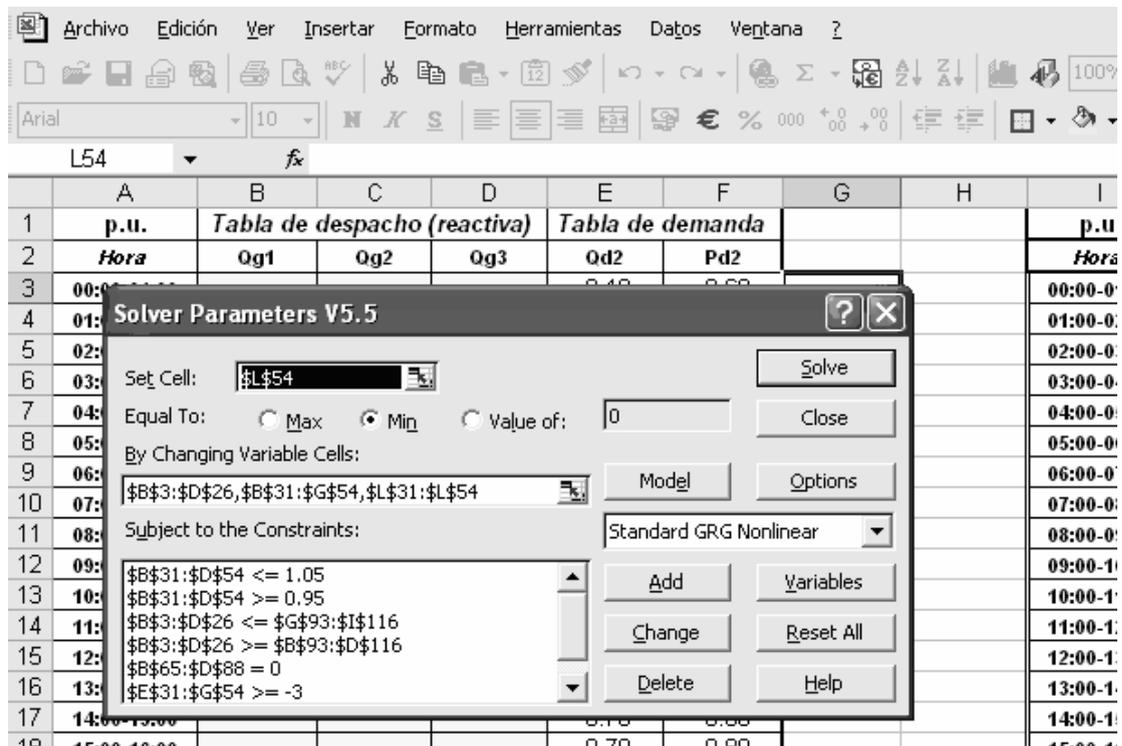
Figura 33. Restricciones de potencia reactiva de los generadores del ejemplo 2.

p.u.		Tabla de reactiva mínima			p.u.		Tabla de reactiva máxima		
Hora	Q _{min 1}	Q _{min 2}	Q _{min 3}	Hora	Q _{max 1}	Q _{max 2}	Q _{max 3}		
00:00-01:00	-0,6	0	-0,2	00:00-01:00	0,5	0,4	0,2		
01:00-02:00	-0,6	0	-0,2	01:00-02:00	0,5	0,4	0,2		
02:00-03:00	-0,6	0	-0,2	02:00-03:00	0,5	0,4	0,1		
03:00-04:00	-0,6	0	-0,2	03:00-04:00	0,5	0,4	0,2		
04:00-05:00	-0,8	0	-0,1	04:00-05:00	0,8	0,4	0,1		
05:00-06:00	-0,8	0	-0,3	05:00-06:00	0,8	0,4	0,2		
06:00-07:00	-0,8	0	-0,3	06:00-07:00	0,8	0,4	0,3		
07:00-08:00	-0,8	0	-0,3	07:00-08:00	0,8	0,4	0,3		
08:00-09:00	-1,0	0	-0,3	08:00-09:00	0,9	0,4	0,2		
09:00-10:00	-1,0	0	-0,3	09:00-10:00	0,9	0,4	0,3		
10:00-11:00	-0,9	0	-0,4	10:00-11:00	0,8	0,4	0,4		
11:00-12:00	-1,0	0	-0,2	11:00-12:00	1,0	0,4	0,2		
12:00-13:00	-1,0	0	-0,2	12:00-13:00	1,0	0,4	0,2		
13:00-14:00	-1,0	0	-0,2	13:00-14:00	1,0	0,4	0,2		
14:00-15:00	-1,0	0	-0,2	14:00-15:00	1,0	0,4	0,2		
15:00-16:00	-1,1	0	-0,2	15:00-16:00	1,1	0,4	0,2		
16:00-17:00	-1,0	0	-0,2	16:00-17:00	1,0	0,4	0,2		
17:00-18:00	-1,0	0	-0,2	17:00-18:00	1,0	0,4	0,2		
18:00-19:00	-1,4	0	-0,2	18:00-19:00	1,3	0,4	0,2		
19:00-20:00	-1,4	0	-0,2	19:00-20:00	1,3	0,4	0,2		
20:00-21:00	-1,0	0	-0,3	20:00-21:00	1,0	0,4	0,3		
21:00-22:00	-1,0	0	-0,2	21:00-22:00	0,9	0,4	0,2		
22:00-23:00	-0,8	0	-0,1	22:00-23:00	0,8	0,4	0,1		
23:00-00:00	-0,4	0	-0,4	23:00-00:00	0,4	0,4	0,3		

5.2.3 Implementación en una hoja electrónica.

El procedimiento es el mismo del ejemplo 1 y las tablas a utilizar son las que se mostraron en la sección 4.3 del capítulo 4. En la figura 34 se muestra el cuadro de aplicación de MS Excel^{MR}

Figura 34. Aplicación de Excel Solver al ejemplo 2.



En la figura 34 aparece la ventana de dialogo de Excel Solver Plataforma^{MR}. Para este ejemplo Excel Solver Estándar^{MR} no se pudo aplicar por el número de variables, a comparación del ejemplo 1, se han multiplicado 24 veces y Excel Solver Estándar tiene una capacidad de 100 variables de decisión.. Excel Solver Plataforma Es una versión mas avanzada que Excel solver Estándar, con capacidad de resolver problemas con más de 5000 variables de decisión.

5.2.4 Resultados obtenidos.

En la figura 35 apresen las tablas con los resultados obtenidos del ejemplo 2 al utilizar Excel Solver^{MR}, donde las potencias reactivas asignadas están en valores por unidad

Figura 35. Resultados del problema 2. a) Tabla del despacho final de reactivos. b) Tabla de variables decisión.

1	A	B	C	D	E	F
	p.u.	Tabla de despacho (reactiva)			Tabla de dem.	
2	Hora	Qg1	Qg2	Qg3	Qd2	Pd2
3	00:00-01:00	0,01	0,01	0,02	- 0,02	0,93
4	01:00-02:00	- 0,02	-	- 0,02	- 0,09	0,93
5	02:00-03:00	- 0,01	-	- 0,01	- 0,07	0,89
6	03:00-04:00	- 0,02	-	- 0,02	- 0,10	0,92
7	04:00-05:00	0,04	0,04	0,04	0,03	1,12
8	05:00-06:00	0,11	0,11	0,11	0,23	1,32
9	06:00-07:00	0,12	0,12	0,12	0,25	1,37
10	07:00-08:00	0,14	0,14	0,14	0,31	1,38
11	08:00-09:00	0,18	0,18	0,25	0,47	1,53
12	09:00-10:00	0,20	0,20	0,25	0,51	1,53
13	10:00-11:00	0,26	0,26	0,25	0,62	1,60
14	11:00-12:00	0,36	0,16	0,20	0,56	1,57
15	12:00-13:00	0,19	0,16	0,20	0,40	1,56
16	13:00-14:00	0,22	0,16	0,19	0,42	1,56
17	14:00-15:00	0,25	0,16	0,19	0,45	1,55
18	15:00-16:00	0,23	0,23	0,15	0,45	1,60
19	16:00-17:00	0,18	0,16	0,20	0,39	1,57
20	17:00-18:00	0,14	0,14	0,13	0,26	1,52
21	18:00-19:00	0,63	0,21	0,21	0,77	1,98
22	19:00-20:00	0,63	0,22	0,20	0,77	1,96
23	20:00-21:00	0,22	0,22	0,20	0,46	1,73
24	21:00-22:00	0,07	0,06	0,06	0,06	1,49
25	22:00-23:00	0,04	0,04	0,04	0,02	1,15
26	23:00-00:00	0,02	0,00	0,00	- 0,03	0,97

a)

p.u.	Tabla de voltajes			Tabla de ángulos		
Hora	V1	V2	V3	θ1	θ2	θ3
00:00-01:00	0,974	0,950	0,977	0,032	- 0,033	- 0,001
01:00-02:00	0,972	0,950	0,973	0,033	- 0,033	0,002
02:00-03:00	0,973	0,950	0,970	0,036	- 0,029	- 0,001
03:00-04:00	0,971	0,950	0,971	0,033	- 0,033	0,001
04:00-05:00	0,996	0,962	0,982	0,051	- 0,038	- 0,022
05:00-06:00	1,013	0,973	1,021	0,049	- 0,034	- 0,000
06:00-07:00	1,015	0,974	1,027	0,048	- 0,035	0,005
07:00-08:00	1,020	0,977	1,033	0,049	- 0,033	0,006
08:00-09:00	1,035	0,985	1,050	0,058	- 0,037	- 0,014
09:00-10:00	1,036	0,984	1,050	0,058	- 0,036	- 0,013
10:00-11:00	1,025	0,969	1,050	0,053	- 0,034	0,011
11:00-12:00	1,050	0,982	1,037	0,056	- 0,041	- 0,019
12:00-13:00	1,046	0,993	1,046	0,058	- 0,044	- 0,023
13:00-14:00	1,048	0,992	1,044	0,060	- 0,041	- 0,020
14:00-15:00	1,049	0,990	1,041	0,060	- 0,040	- 0,020
15:00-16:00	1,049	0,990	1,034	0,060	- 0,048	- 0,030
16:00-17:00	1,046	0,993	1,048	0,059	- 0,043	- 0,021
17:00-18:00	1,038	0,989	1,031	0,059	- 0,045	- 0,024
18:00-19:00	1,050	0,950	1,013	0,078	- 0,047	- 0,018
19:00-20:00	1,050	0,950	1,010	0,056	- 0,070	- 0,041
20:00-21:00	1,037	0,980	1,050	0,059	- 0,044	- 0,003
21:00-22:00	1,013	0,971	1,012	0,054	- 0,049	- 0,012
22:00-23:00	0,996	0,962	0,985	0,050	- 0,038	- 0,018
23:00-00:00	1,023	1,005	1,050	0,005	- 0,036	0,021

b)

En la figura 36 se encuentran los resultados de las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión hora con hora en valores por unidad.

Figura 36. Resultado de las pérdidas de potencia activa del ejemplo 2.

1	p.u.	<i>Pérdidas de potencia activa. (p.u./hora)</i>		
2	<i>Hora</i>	<i>Línea (1-2)</i>	<i>Línea (2-3)</i>	<i>Total</i>
3	00:00-01:00	0,01781863	0,006736446	0,024555076
4	01:00-02:00	0,017302623	0,006784695	0,024087324
5	02:00-03:00	0,017864498	0,004582432	0,022446929
6	03:00-04:00	0,017926781	0,006105153	0,024031934
7	04:00-05:00	0,034790209	0,002565695	0,037355904
8	05:00-06:00	0,034024129	0,013777217	0,047801346
9	06:00-07:00	0,033981175	0,017730121	0,051711296
10	07:00-08:00	0,033825495	0,018531554	0,052357049
11	08:00-09:00	0,047407879	0,019333904	0,066741783
12	09:00-10:00	0,047556025	0,019777194	0,06733322
13	10:00-11:00	0,041984747	0,034328202	0,076312949
14	11:00-12:00	0,056310242	0,014046825	0,070357067
15	12:00-13:00	0,054370079	0,013163044	0,067533122
16	13:00-14:00	0,054656344	0,01258945	0,067245793
17	14:00-15:00	0,054950288	0,012094991	0,067045279
18	15:00-16:00	0,063110238	0,009087371	0,072197609
19	16:00-17:00	0,054298813	0,013843018	0,068147831
20	17:00-18:00	0,054681438	0,008823716	0,063505154
21	18:00-19:00	0,102764356	0,019051552	0,121815908
22	19:00-20:00	0,102764356	0,017630862	0,120395218
23	20:00-21:00	0,055772814	0,026352092	0,082124907
24	21:00-22:00	0,04857877	0,012243217	0,060821987
25	22:00-23:00	0,034804622	0,003774966	0,038579588
26	23:00-00:00	0,008264347	0,021714439	0,029978786
27			Σ <i>Pérdidas</i>	1,425761998

5.25 Análisis de resultados.

Como se aprecia en las tablas de resultados, en horas de demanda mínima (00:00 a 06:00 horas y de 22:00 a 24:00 horas) las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión son menores que en demanda media o máxima (06:00 a 18:00 horas y 18:00 a 22:00 horas respectivamente). Esto se debe a que en demanda mínima, la demanda de potencia reactiva es menor. Ahora en demanda máxima se aprecia que las pérdidas de potencia activa son mayores que en el resto del día.

5.3 Ejemplo 3. Sistema de tres barras con transformador regulante.

A continuación resolveremos el despacho óptimo de reactivos a un sistema de tres barras, donde, a comparación de los ejemplos anteriores aparece una nueva variable de decisión. Como se vio en el capítulo 1, el transformador regulable puede controlar el flujo de reactivos por medio de la posición del tap, por lo que la nueva variable de decisión será la posición del tap que haga óptimo el despacho de reactivos.

Resolveremos el problema utilizando Microsoft Excel Solver Estándar y compararemos el resultado utilizando un software analizador de sistemas eléctricos de potencia. En este trabajo se utilizó una versión demo de PowerWorld Simulator®, la cual está disponible en la Web con la siguiente dirección: www.porwerworld.com.

Figura 37 Sistema de tres barras con transformador regulable con cambiador de tap del lado de alta.

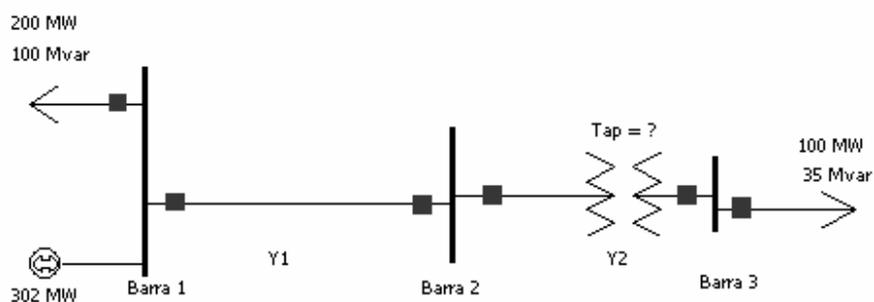


Figura tomada de PowerWorld Simulator®

- Características del sistema. En la figura 37 se representa el sistema de tres barras en el cual cabe resaltar que la barra 2 se conecta a la barra 3 por medio de un transformador regulable con cambiador de tap en el lado de alta. Analizaremos el problema utilizando valores por unidad.
- Consideraciones y datos de entrada: Por simplicidad y espacio resolveremos el problema para una sola hora determinada. Como datos conocidos tenemos la potencia activa asignada al generador, la demanda de potencia activa y reactiva en las barras 1 y 3. en la figura 38 se representan los datos de entrada para este ejemplo.

Figura 38. Datos de entrada del ejemplo 3.

Microsoft Excel - tres barras con trafo prueba					
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herram					
B23 fx =(D4+C18-B4-(2*A10*A					
	A	B	C	D	E
1					
2	DATOS DE ENTRADA (p.u.)				
3	NODO	Pd	Qd	Pg	
4	1	2,00	1,00	3,00	
5	2	-	-	-	
6	3	1,00	0,35	-	

5.3.1 Procedimiento analítico.

A partir de la matriz de admitancias de la red y de los datos de entrada se obtienen las ecuaciones de flujo.

$$Y_1 = 2 - j12$$

$$Y_2 = -j10$$

$$Y_{barra} = \begin{bmatrix} 2 - j12 & -2 + j12 & 0 \\ -2 + j12 & 2 - \left(12 + \frac{10}{t^2}\right) & j\frac{10}{t} \\ 0 & j\frac{10}{t} & -j10 \end{bmatrix}$$

Ecuaciones de flujo de potencia activa y reactiva.

$$\begin{aligned} f_1 &= P_{g1} + P_{ajuste} - P_{d1} - [2V_1^2 + V_1V_2(-2\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + 12\text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2))] \\ f_2 &= -\left[V_2V_1(-2\cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) + 12\text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)) + 2V_2^2 + V_2V_3\left(0 + \frac{10}{t}\text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3)\right)\right] \\ f_3 &= -P_{d3} - \left[0 + V_3V_2\left(0 + \frac{10}{t}\text{sen}(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2)\right) + 0\right] \\ f_4 &= Q_{g1} - Q_{d1} - [12V_1^2 + V_1V_2(-2\text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - 12\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2))] \\ f_5 &= -\left[V_2V_1(-2\text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) - 12\cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)) + \left(12 + \frac{10}{t^2}\right)V_2^2 - V_2V_3\left(\frac{10}{t}\right)\cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3)\right] \\ f_6 &= -Q_{d3} - \left[0 - V_3V_2\left(\frac{10}{t}\right)\cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2) + 10V_3^2\right] \end{aligned}$$

Donde P_{ajuste} Es una variable de decisión que indica la potencia activa que debe ser añadida a la potencia generada por G1, esta variable representa a las pérdidas no consideradas en los datos de entrada.

5.3.2 Formulación del problema.

Función objetivo:

La función objetivo a minimizar serán nuevamente las pérdidas de potencia activa en la red.

$$P_{Loss} = 2(V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2))$$

Restricciones:

Para este ejemplo se consideran las siguientes restricciones.

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = 0$$

$$0.95 \leq V_1, V_2, V_3 \leq 1.05$$

$$0.90 \leq t \leq 1.1$$

5.3.3 Resultados obtenidos al utilizar Excel Solver Estándar.

Luego de hacer el mismo procedimiento visto en el ejemplo 1 para la implementación en una hoja electrónica de Excel y aplicación de Excel Solver, se obtuvo el siguiente resultado.

Figura 39. Resultados obtenidos del ejemplo 3. a) Resultado de las pérdidas de potencia activa. b) Resultado de las variables de dedición

	F	G	H	I	J
2					
3		PÉRDIDAS EN LAS LÍNEAS (p.u.)			
4		0,016368103			

a)

Microsoft Excel - tres barras con trafo prueba

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas

G4 $f_x = (2*(A10*A10+B10*B10-2*A$

	A	B	C	D	E
4	1	2,00	1,00	3,00	
5	2	-	-	-	
6	3	1,00	0,35	-	
7					
8	VOLTAJES DE NODO (p.u.)				
9	V1	V2	V3		
10	1,05	0,997007315	1,05		
11					
12	ANGULOS DE NODO (rad.)				
13	θ_1	θ_2	θ_3		
14	0,079103148	0,007427475	-0,08025918		
15					
16	POTENCIA REACTIVA (p.u.) (ajuste p.u.) Tap				
17	Q1		P	t	
18	1,550021908		0,016367975	0,916778611	
19					

b)

5.3.4 Comparación de resultados obtenidos con MS Excel^{MR} y con software de estudios eléctricos PowerWorld Simulator.

Los resultados de la comparación de los resultados se resumen en la tabla XIII. En la parte izquierda de la tabla aparecen los resultados obtenidos mediante una corrida de flujo (ver glosario), hecho en PowerWorld Simulator®.

Un corrido de flujo no es más que encontrar los valores de voltajes nodales, ángulos nodales y potencias activa y reactiva en cada barra de un sistema de potencia, a partir de algunos valores previamente conocidos, dónde normalmente, para resolverlo se utilizan métodos como el de Newton Raphson y Gauss-Seidel.

Para ver los detalles de las corridas de flujo en PowerWorld Simulator® consulte los anexos de este trabajo.

Tabla XIII. Comparación de resultados obtenidos con Excel Solver Estándar y con PowerWorld® del ejemplo 3.

Resultados obtenidos con Excel Solver Estándar	Resultados obtenidos con PowerWorld Simulator®
$ V_1 = 1.05$	$ V_1 = 1.05$
$ V_2 = 0.997$	$ V_2 = 0.977$
$ V_3 = 1.05$	$ V_3 = 1.0476$
$q_1 = 0.07 \text{ rad}$	$q_1 = 0.00 \text{ rad}$
$q_2 = 0.007 \text{ rad}$	$q_2 = -0.071 \text{ rad}$
$q_3 = -0.08 \text{ rad}$	$q_3 = -0.1569 \text{ rad}$
$P_{g1} = 3 + P_{ajuste}$ $P_{g1} = 3.016$	$P_{g1} = 3.016$
$Q_{g1} = 1.55$	$Q_{g1} = 1.549$
$t = 0.9167$	$t = 0.919$
$P_{Loss} = 0.016368$	$P_{Loss} = 0.01636$

5.3.5 Análisis del resultado.

El resultado obtenido del ejemplo 3 que se muestra en la tabla XIII nos indica que el tap debe colocarse en 0.916 para conseguir el mínimo de pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión.

Con PowerWorld Simulator® se realizaron varias corridas de flujo haciendo variar el valor del tap. Se pudo notar que si el valor del tap es mayor al valor obtenido en el despacho óptimo, el voltaje en la barra 3 disminuye incrementándose la reactiva generada y las pérdidas de potencia activa. Por el contrario, si colocamos el tap por debajo de 0.916 el efecto cambia; el voltaje en la barra 3 aumenta superando al 5% de seguridad considerado, disminuye las pérdidas y la reactiva generada. En la tabla XM se resume lo anterior.

Tabla XIV. Efectos al colocar el tap en un valor distinto a 0.916 en el transformador del ejemplo 3.

t	Q _g	V ₁	V ₂	V ₃	P _{Loss}
0.850	1.94	1.03	0.95	1.05	0.0254
0.900	1.55	1.03	0.97	1.05	0.0170
0.916	1.54	1.05	0.99	1.05	0.0164
0.950	1.56	1.05	0.99	1.00	0.0165
1.000	1.57	1.05	0.99	0.95	0.0167

5.4 Ejemplo 4. Sistema sencillo de 6 barras.

En este ejemplo se resuelve el despacho óptimo de reactivos para un sistema compuesto por 6 barras. Para resolverlo utilizaremos Microsoft Excel Solver Estándar y compararemos el resultado haciendo una corrida de flujo con los resultados de Solver estándar en PowerWorld Simulator®.

- Características del sistema: El sistema de 6 barras está compuesto por 4 generadores y 7 cargas. Las admitancias por unidad será de $5 - j10$ para las 7 líneas. En la figura 40 se muestra el unifilar del sistema.
- Consideraciones y datos de entrada: Por simplicidad y espacio resolveremos el despacho óptimo de reactivos para una sola hora determinada. Se tiene como dato conocido el despacho económico de potencia activa para los generadores y la demanda de potencia activa y reactiva en cada barra. La figura 41 muestra la tabla con los datos de entrada.

Figura 40. Diagrama unifilar de 6 barras del ejemplo 4.

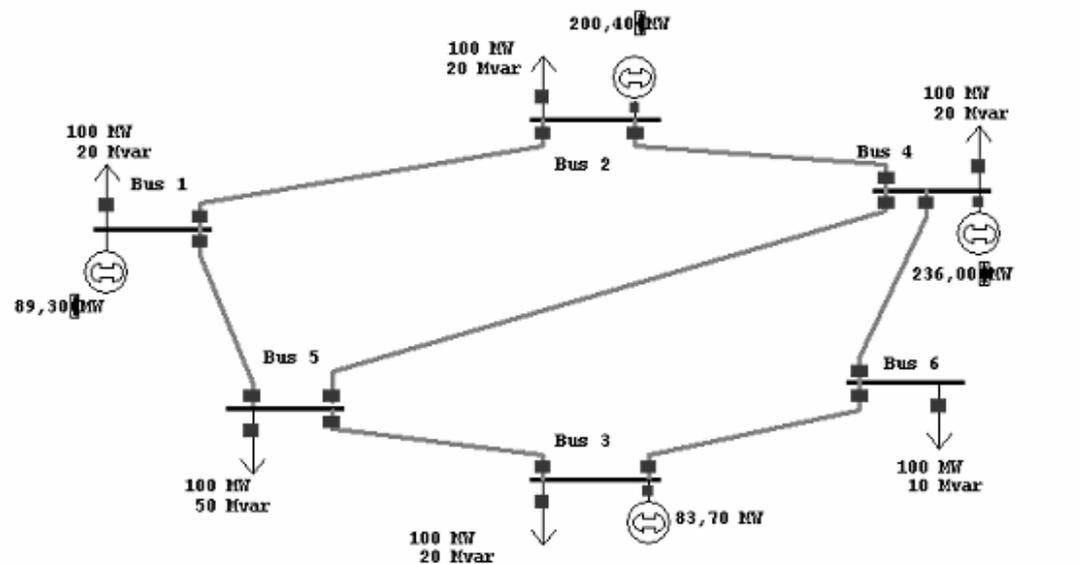


Figura tomada de PowerWorld Simulator®

Figura 41. Tabla de datos de entrada para el ejemplo 4.

Microsoft Excel - ejemplo 6 barras				
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herrami				
G19				
	A	B	C	D
1				
2	DATOS DE ENTRADA (p.u.)			
3	NODO	Pd	Qd	Pg
4	1	1,00	0,20	0,89
5	2	1,00	0,20	2,00
6	3	1,00	0,20	0,84
7	4	1,00	0,20	2,35
8	5	1,00	0,50	-
9	6	1,00	0,10	-
10				

5.4.1 Procedimiento analítico:

Partiendo de la matriz de admitancias del sistema, encontramos las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva por cada nodo.

Matriz de admitancias.

$$Y_{barra} = \begin{bmatrix} 10 - j20 & -5 + j10 & 0 & 0 & -5 + j10 & 0 \\ -5 + j10 & 10 - j20 & 0 & -5 + j10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 - j20 & 0 & -5 + j10 & -5 + j10 \\ 0 & -5 + j10 & 0 & 15 - j30 & -5 + j10 & -5 + j10 \\ -5 + j10 & 0 & -5 + j10 & -5 + j10 & 15 - j30 & 0 \\ 0 & 0 & -5 + j10 & -5 + j10 & 0 & 10 - j20 \end{bmatrix}$$

Ecuaciones de balance de potencia activa.

$$\begin{aligned}
 f_1 &= P_{g1} - P_{d1} - \left[10V_1^2 + V_1V_2(-5\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)) + \right. \\
 &\quad \left. V_1V_5(-5\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_5) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_5)) \right] \\
 f_2 &= P_{g2} - P_{d2} - \left[V_2V_1(-5\cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)) + 10V_2^2 + \right. \\
 &\quad \left. V_2V_4(-5\cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_4) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_4)) \right] \\
 f_3 &= P_{g3} - P_{d3} - \left[10V_3^2 + V_3V_5(-5\cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_5) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_5)) + \right. \\
 &\quad \left. V_3V_6(-5\cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_6) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_6)) \right] \\
 f_4 &= P_{g4} + P_{ajuste} - P_{d4} - \left[V_4V_2(-5\cos(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_2) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_2)) + \right. \\
 &\quad \left. 15V_4^2 + V_4V_5(-5\cos(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_5) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_5)) + \right. \\
 &\quad \left. V_4V_6(-5\cos(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_6) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_6)) \right] \\
 f_5 &= -P_{d5} - \left[V_5V_1(-5\cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_1) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_1)) + \right. \\
 &\quad \left. V_5V_3(-5\cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_3) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_3)) + \right. \\
 &\quad \left. V_5V_4(-5\cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_4) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_4)) + 15V_5^2 \right] \\
 f_6 &= -P_{d6} - \left[V_6V_3(-5\cos(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_3) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_3)) + \right. \\
 &\quad \left. V_6V_4(-5\cos(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_4) + 10\text{sen}(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_4)) + 10V_6^2 \right]
 \end{aligned}$$

Ecuaciones de balance de potencia reactiva.

$$\begin{aligned}
 f_7 &= Q_{g1} - Q_{d1} - \left[20V_1^2 + V_1V_2(-5\text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - 10\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)) + \right. \\
 &\quad \left. V_1V_5(-5\text{sen}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_5) - 10\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_5)) \right] \\
 f_8 &= Q_{g2} - Q_{d2} - \left[V_2V_1(-5\text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1) - 10\cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)) + 20V_2^2 + \right. \\
 &\quad \left. V_2V_4(-5\text{sen}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_4) - 10\cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_4)) \right] \\
 f_9 &= Q_{g3} - Q_{d3} - \left[20V_3^2 + V_3V_5(-5\text{sen}(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_5) - 10\cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_5)) + \right. \\
 &\quad \left. V_3V_6(-5\text{sen}(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_6) - 10\cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_6)) \right] \\
 f_{10} &= Q_{g4} - Q_{d4} - \left[V_4V_2(-5\text{sen}(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_2) - 10\cos(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_2)) + 30V_4^2 + \right. \\
 &\quad \left. V_4V_5(-5\text{sen}(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_5) - 10\cos(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_5)) + \right. \\
 &\quad \left. V_4V_6(-5\text{sen}(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_6) - 10\cos(\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_6)) \right]
 \end{aligned}$$

$$f_{11} = -Q_{d5} - \left[\begin{array}{l} V_5 V_1 (-5 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_1) - 10 \cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_1)) + \\ V_5 V_3 (-5 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_3) - 10 \cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_3)) + \\ V_5 V_4 (-5 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_4) - 10 \cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_4)) + 15 V_5^2 \end{array} \right]$$

$$f_{12} = -Q_{d6} - \left[\begin{array}{l} V_6 V_3 (-5 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_3) - 10 \cos(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_3)) + \\ V_6 V_4 (-5 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_4) - 10 \cos(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_4)) + 20 V_6^2 \end{array} \right]$$

Las pérdidas en las líneas de transmisión serán:

$$P_{L12} = 5(V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2))$$

$$P_{L15} = 5(V_1^2 + V_5^2 - 2V_1V_5 \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_5))$$

$$P_{L24} = 5(V_2^2 + V_4^2 - 2V_2V_4 \cos(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_4))$$

$$P_{L54} = 5(V_5^2 + V_4^2 - 2V_5V_4 \cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_4))$$

$$P_{L53} = 5(V_5^2 + V_3^2 - 2V_5V_3 \cos(\mathbf{q}_5 - \mathbf{q}_3))$$

$$P_{L36} = 5(V_3^2 + V_6^2 - 2V_3V_6 \cos(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_6))$$

$$P_{L64} = 5(V_6^2 + V_4^2 - 2V_6V_4 \cos(\mathbf{q}_6 - \mathbf{q}_4))$$

5.4.2 Formulación del problema:

Función objetivo:

La función a minimizar será la sumatoria de pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión.

$$\sum P_{loss} = P_{L12} + P_{L15} + P_{L24} + P_{L54} + P_{L53} + P_{L36} + P_{L64}$$

Restricciones:

Entre las restricciones tenemos a las ecuaciones de balance de flujo de potencia; los voltajes nodales deben estar dentro del +/- 5% de seguridad y las reactivas generadas deben estar dentro lo permitido según la capacidad de los generadores.

$$\begin{aligned}f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 &= 0 \\0.95 \leq V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6 &\leq 1.05 \\-0.1 \leq Q_{g1} &\leq 0.5 \\-0.2 \leq Q_{g2} &\leq 0.6 \\-0.3 \leq Q_{g3} &\leq 0.72 \\-0.8 \leq Q_{g4} &\leq 1.0 \\-3 \leq q_{1,2,3,4,5,6} &\leq 3\end{aligned}$$

5.4.3 Implementación a Excel Solver Estándar.

Como en los ejemplos anteriores, la aplicación de Excel Solver Estándar se realiza mediante la implementación de tablas. Las ecuaciones de flujo y las ecuaciones de pérdidas de potencia activa están en función de las variables de decisión.

En la figura 42 se muestran la tabla de las variables de decisión, de las que se obtendrá el resultado del ejemplo y la tabla de sumatoria de pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión. La sumatoria de dichas pérdidas será, como ya se mencionó, la función objetivo.

Figura 42. Tablas utilizadas para el ejemplo 4. a) Tabla de variables de decisión y tablas de ecuaciones de flujo. b) Tablas de datos de entrada y tabla de sumatoria de pérdidas.

Microsoft Excel - ejemplo 6 barras

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

F28 fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		
11												
12	VOLTAJES DE NODO (p.u.)											
13	V1	V2	V3	V4	V5	V6						
14												
15												
16	ANGULOS DE NODO (rad.)											
17	θ1	θ2	θ3	θ4	θ5	θ6						
18												
19												
20	POTENCIA REACTIVA ASIGNADA (u.p.)					P_{ajes} (p.u.)						
21	Q1	Q2	Q3	Q4								
22												
23												
24												
25	ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA (activa)					ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA (reactiva)						
26	NODO	F = P _{esp} (n) - P _{calc} (n)					NODO	F = Q _{esp} (n) - Q _{calc} (n)				
27	1	-0,11					1	-0,2				
28	2	1					2	-0,2				
29	3	-0,16					3	-0,2				
30	4	1,35					4	-0,2				
31	5	-1					5	-0,5				
32	6	-1					6	-0,1				
33												

a)

Microsoft Excel - ejemplo 6 barras

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

H4 fx = (5*(A14*A14+E14*E14-2*A14*E14*COS(A18-E18)))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	DATOS DE ENTRADA (p.u.)					LÍNEA DE NODO A NODO		PÉRDIDAS EN LAS LÍNEAS (p.u.)		
3	NODO	P _d	Q _d	P _g						
4	1	1,00	0,20	0,83		1 a 2		0		
5	2	1,00	0,20	2,00		1 a 5		0		
6	3	1,00	0,20	0,84		5 a 3		0		
7	4	1,00	0,20	2,35		5 a 4		0		
8	5	1,00	0,50	-		3 a 6		0		
9	6	1,00	0,10	-		6 a 4		0		
10						4 a 2		0		
								Σ(pérdidas)		0

b)

Luego de ingresar las tablas anteriores en la hoja electrónica de MS Excel^{MR}, damos solución al problema con la aplicación de Excel Solver Estándar como se muestra en la figura 43. En la figura 44 se muestran los resultados que se obtuvieron.

Figura 43. Aplicación de Excel Solver Estándar y resultados del ejemplo 4.

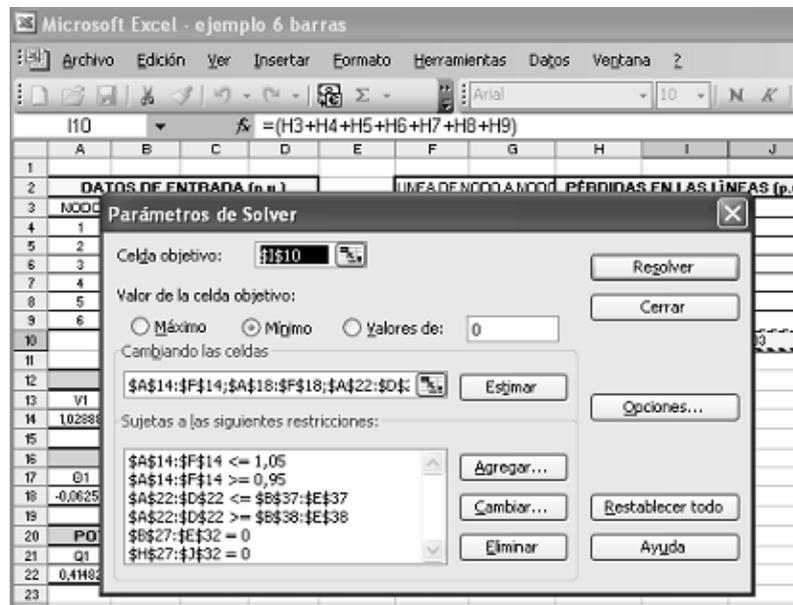


Figura 44. Resultados obtenidos del ejemplo 4. a) Pérdidas totales. b) Variables de dedición.

	F	G	H	I	J
1					
2		LINEA DE NODO A NODO	PERDIDAS EN LAS LINEAS (p.u.)		
3		1 a 2		0,013981927	
4		1 a 5		0,010389377	
5		5 a 3		0,003039924	
6		5 a 4		0,021831095	
7		3 a 6		0,000260841	
8		6 a 4		0,037133617	
9		4 a 2		0,005347722	
10			Σ(pérdidas)	0,091984503	

a)

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Microsoft Excel - ejemplo 6 barras". The spreadsheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F
11						
12	VOLTAJES DE NODO (p.u.)					
13	V1	V2	V3	V4	V5	V6
14	1,02888	1,05	1,00394	1,04044	0,996985	0,996725
15						
16	ANGULOS DE NODO (rad.)					
17	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
18	-0,0625	-0,01587	-0,1183	-0,0458	-0,09468	-0,11874
19						
20	POTENCIA REACTIVA ASIGNADA (u.p.)					Pajus (p.u)
21	Q1	Q2	Q3	Q4		
22	0,41482	0,12351	0,46118	0,58435		0,01

b)

5.4.4 Comparación de resultados obtenidos con Excel Solver Estándar y con software de estudios eléctricos PowerWorld Simulator®.

Los resultados de la comparación se resumen en la tabla XV. Para ver los detalles de las corridas de flujo en PowerWorld Simulator® consulte los anexos.

Tabla XV. Comparación de resultados obtenidos con Excel Solver Estándar y con PowerWorld del ejemplo 4.

Resultados obtenidos con Excel Solver Estándar	Resultados obtenidos con PowerWorld Simulator®
$ V_1 = 1.028$	$ V_1 = 1.02$
$ V_2 = 1.05$	$ V_2 = 1.04$
$ V_3 = 1.00$	$ V_3 = 0.99$
$ V_4 = 1.04$	$ V_4 = 1.03$
$ V_5 = 0.996$	$ V_5 = 0.988$
$ V_6 = 0.996$	$ V_6 = 0.987$
$Q_{g1} = 0.414$	$Q_{g1} = 0.416$
$Q_{g2} = 0.123$	$Q_{g2} = 0.123$
$Q_{g3} = 0.461$	$Q_{g3} = 0.461$
$Q_{g4} = 0.584$	$Q_{g4} = 0.584$
$P_{g4} = 2.35 + P_{ajust}$ $P_{g4} = 2.36$	$P_{g4} = 2.36$
$P_{Loss} = 0.092$	$P_{Loss} = 0.093$

CONCLUSIONES

1. El despacho de potencia reactiva se obtiene a través de la solución del problema de flujo óptimo de potencia, para lo cual se emplean técnicas de programación no lineal.
2. De los distintos métodos de solución de la programación no lineal se optó por el del gradiente reducido, ya que este se adapta a las condiciones que presentan las ecuaciones utilizadas en el OPF, es decir; función objetivo no lineal y restricciones lineales y no lineales.
3. La solución del despacho óptimo de potencia reactiva obtenida al utilizar Excel^{MR} Solver se comprobó con una simulación de flujo de carga, demostrando que los resultados fueron satisfactorios. Además, los resultados obtenidos garantizan el criterio de operación segura, ya que los voltajes nodales permanecieron dentro del +/- 5% de aceptación.
4. El modelo de despacho óptimo de potencia reactiva respeta toda y cada una de las restricciones funcionales que se le ingresan, no importando si son lineales o no lineales, garantizando siempre la minimización de las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión.
5. La aplicación de cualquier software de programación no lineal, para desarrollar un modelo de optimización del despacho de potencia reactiva en un modelo de mercado como el guatemalteco, muestra resultados aceptables.

RECOMENDACIONES

1. El modelo de despacho de potencia reactiva propuesto puede implementarse en el caso del mercado guatemalteco, sin embargo, debe tomarse en cuenta que el número de variables de decisión sobrepasará la capacidad del software optimizador utilizado en este trabajo, por lo que sería necesario utilizar uno con mayor capacidad o una versión mayor del mismo. Por otro lado, sería necesario reducir el sistema eléctrico a un sistema equivalente con menos cantidad de nodos ya que el número de ecuaciones de flujo depende del número de nodos del sistema. Otra opción para realizar el despacho de potencia reactiva en el caso del sistema guatemalteco puede ser utilizar un software de simulación de flujos de potencia equipado con una aplicación de OPF (*Optimal power flow*), ya que estos utilizan como algoritmo de solución, a la programación no lineal.
2. El modelo del despacho de potencia reactiva presentado en este trabajo se basa en los criterios de mercado propios del sistema guatemalteco, donde la potencia reactiva generada es un servicio complementario obligatorio y no remunerado. Sin embargo, es importante considerar la posibilidad que en un futuro se dé una reforma del tratamiento de este servicio. Por ejemplo, se puede crear un mercado de potencia reactiva, paralelo al de potencia activa, donde los generadores participantes ofrezcan un precio por su servicio. Ante esta situación, se puede recurrir a la programación no lineal para resolver el despacho de potencia reactiva. Para ello tendría que reformarse también el despacho económico de potencia activa, ya que la variable costo por potencia reactiva sería otra restricción en su proceso de programación.

La solución propuesta en este caso sería realizar un solo procedimiento para determinar el despacho de potencia activa y reactiva utilizando la programación no lineal. La función objetivo sería el costo operativo y entre sus restricciones, las ecuaciones de flujo de potencia.

REFERENCIAS

1. Castillo, Enrique y otros. **Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia.** (Estados Unidos: Editorial Universidad de Castilla, La Mancha) p 189– 194.
2. Dr. Florencio Aboyetes García. **Control de potencia reactiva-voltaje en sistemas eléctricos de potencia.** (México: Editor Florencio Abocetes 1991) p.348-349
3. *ibid.*, p 356 - 360
4. *ibid.*, p 370 - 382
5. John J. Grainger y William D. Stevenson Jr. **Análisis de Sistemas de Potencia.** (México: McGraw-Hill 1997) p. 312

BIBLIOGRAFÍA

1. Administrador del Mercado Mayorista. “Norma de Coordinación Comercial.
2. Castillo, Enrique y otros. **Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia**. (Estados Unidos: Editorial Universidad de Castilla, La Mancha) p 400.
3. Frontline systems, Inc. **Solver User’s Guide**. Estados Unidos: Frontline systems, Inc., 1999. 137pp.
4. Florencio Aboyetes García. **Control de potencia reactiva-voltaje en sistemas eléctricos de potencia**. (México: Editor Florencio Abocetes 1991), 441pp.
5. John J. Grainger y William D. Stevenson Jr. **Análisis de Sistemas de Potencia**. México: McGraw-Hill 1997. 740pp.
6. “Ley General de Electricidad”, **Diario de Centroamérica**, Guatemala, 21 de noviembre de 1996.
7. Pérez Retamales. Flujo de potencia óptimo con programación cuadrática secuencial. Tesis Magíster en Gestión de Operaciones. Guatemala. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, 2001. 89pp.
8. “Reglamento de la Ley General de Electricidad”, **Diario de Centro-América**. Guatemala, 2 de abril de 1997.
9. “Reglamento del Administrador del Mercado Mayorista”, **Diario de Centro-América**. Guatemala 1 de Junio de 1998.
10. Sandoval Figueroa, Luis Eduardo. Optimización del despacho diario de energía con el uso de técnicas de programación lineal Tesis Ing Elec. Guatemala, Universidad de San Carlos de Guatemala. Facultad de Ingeniería, 2001. 70pp.

APÉNDICE 1. ESTUDIOS DE FLUJO DE CARGA

Con el análisis de flujo de carga o flujos de potencia se demuestran los resultados obtenidos en los ejemplos 3 y 4 del capítulo 5. El procedimiento se basa en utilizar un simulador de flujos de potencia, que al ingresarle como dato de entrada la potencia activa de cada generador, los datos correspondientes de las líneas de transmisión y la potencia reactiva despachada a cada elemento de compensación, dejando un generador como oscilante. Luego de ingresar estos valores y realizar el corrido de flujo de potencia se obtienen los valores de voltajes y ángulos nodales, así como también las pérdidas de potencia activa totales del sistema, también se obtiene el valor de potencia activa y reactiva generados por el generador oscilante. Los valores obtenidos se comparan con los encontrados por flujo óptimo de los ejemplos 3 y 4.

El software que se utilizó se llama PowerWorld Simulator® , el cuál está disponible en una versión demo en Internet en la siguiente página: www.powerworld.com.

1.1 Resultados del ejemplo 3.

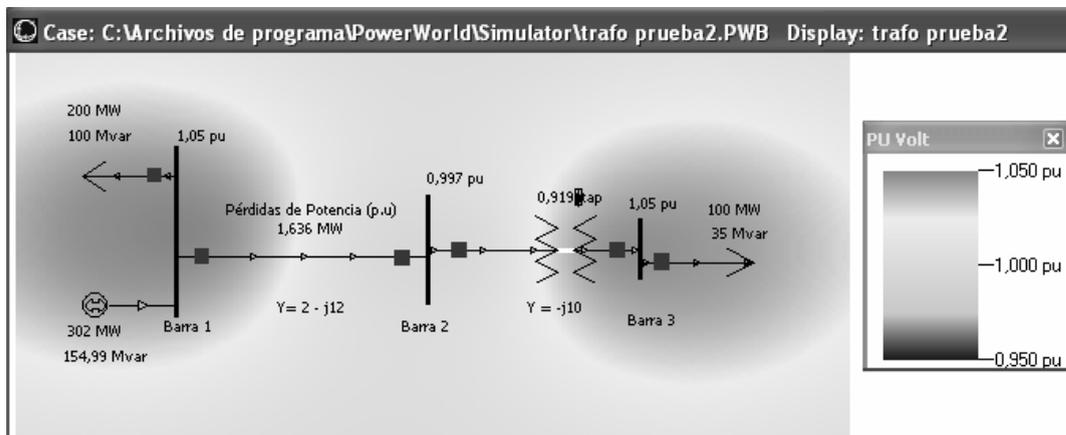
El ejemplo 3 del capítulo 5, consta de un sistema eléctrico de potencia de 3 barras. La barra 2 y 3 se conectan a través de un transformador regulable con cambiador de tap en el lado de alta. Los datos a ingresar en el simulador son los siguientes:

- Línea de transmisión de la barra 1 a 2 con admitancia de: $2 - j2$.
- Admitancia del transformador: $-j10$.

- Carga en la barra 1 de 200MW y j 100 MVAR
- Carga en la barra 3 de 100MW y j35MVAR.
- Tap del transformador en la posición 0.919.

Los resultados obtenidos fueron los voltajes y ángulos nodales, la potencia activa y reactiva del generador y las pérdidas del sistema. En la figura 45 se muestra los resultados obtenidos mediante el diagrama unifilar, y las ventanas de resultados del software.

Figura 45. Resultados del flujo de potencia del ejemplo 3. a) diagrama unifilar con resultados del problema y representación del voltaje por área. b y c) Ventanas de resultados del programa.



a)

PowerWorld Simulator 10.0 Educational SCOPF, ATC, PVQV. Licensed only for Evaluation and Un

File Edit Insert Format Case Information Options/Tools Window Help

Options Abort Edit Mode Run Mode Script Mode Log Single Solution

Area Num	Area Name	AGC	Gen MW	Load MW	Tot Sched MW	Int MW	ACE MW	Lambda	Loss MW	Aut	AutU
1	1	Off A	301,64	300,00	0,00	0,00	0,00	Off Control	1,64	YES	YES0

b)

PowerWorld Simulator 10.0 Educational SCOPF, ATC, PVQV. Licensed only for Evaluation and University Educat..

File Edit Insert Format Case Information Options/Tools Window Help

Abort Edit Mode Run Mode Script Mode Log Single Solution - Full Newton

Options USE AREA ZONE SORT BY RECD BEX

	Number	Name	A	Nom kv	PU Volt	Volt (kv)	Angle (Deg)	Load MW	Load Mvar	Gen MW
1	1	Barra 1	1	138,00	1,05000	144,900	0,00	200,00	100,00	301,
2	2	Barra 2	1	138,00	0,99702	137,589	-4,11			
3	3	Barra 3	1	69,00	1,04761	72,285	-9,15	100,00	35,00	

c)

Fuente: Power World Simulator®.

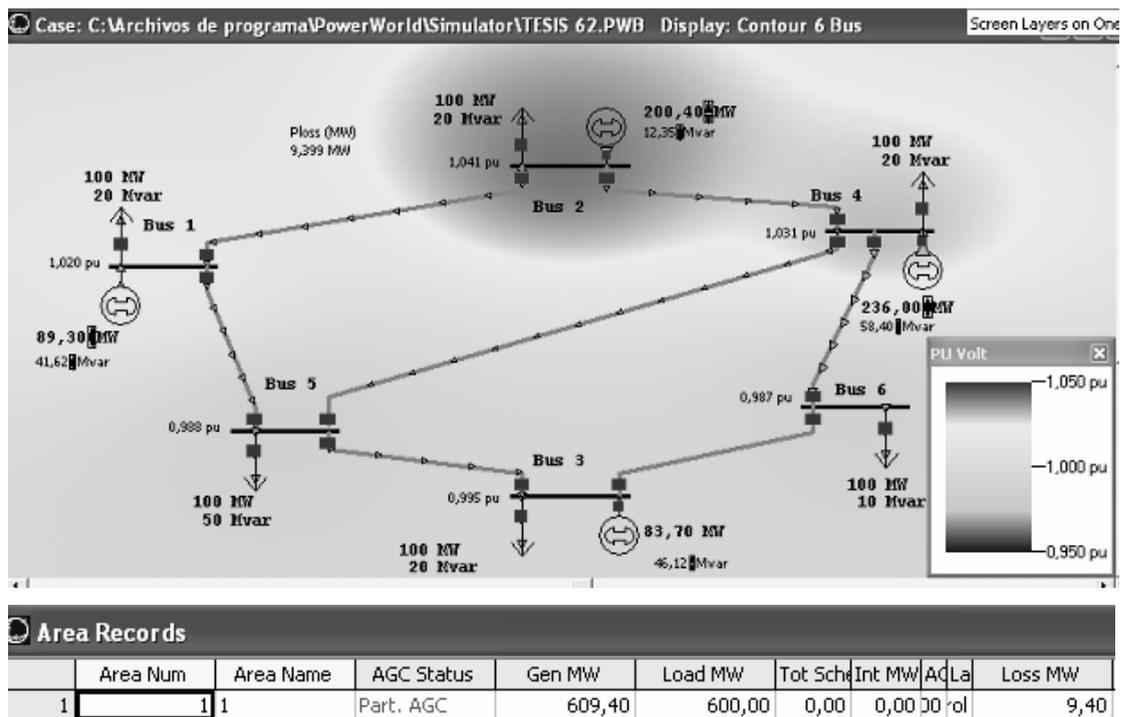
1.2 Resultados del ejemplo 4.

El sistema del ejemplo 4 consta de 6 barras, a las que se conectan 4 generadores. Los datos ingresados en el simulador son los siguientes:

- Admitancias de las líneas de transmisión: $5 - j 10$ (todas iguales)
- Barra 1: Carga de 100MW y $j 20$ MVAR, Generador 1 (oscilante)
- Barra 2: Carga de 100MW y 20MVAR, Generador 2 con 200.4MW y 12.3MVAR.
- Barra 3: Carga de 100MW y 20MVAR, Generador 3 con 83.7MW y 46.1MVAR.
- Barra 4: Carga de 100MW y 20MVAR, Generador 4 con 236MW y 58.4MVAR.
- Barra 5: Carga de 100MW y 50MVAR.
- Barra 6: Carga de 100MW y 10MVAR.

En la figura 46 se muestran los resultados obtenidos mediante el diagrama unifilar, y las ventanas de resultados del software.

Figura 46. Resultados del flujo de potencia del ejemplo 4. a) Diagrama unifilar con resultados del problema y representación del voltaje por área. b, c y d) Ventanas de resultados del programa.



a)

Bus Records										
	Number	Area Name	Nom kV	PU Volt	Volt (kV)	Angle (Deg)	Load MW	Load Mvar	Gen MW	Gen Mvar
1	1	C 1	138,00	1,02000	140,760	0,00	100,00	20,00	89,30	41,62
2	2	T 1	138,00	1,04126	143,693	2,72	100,00	20,00	200,40	12,35
3	3	T 1	138,00	0,99451	137,243	-3,28	100,00	20,00	83,70	46,12
4	4	F 1	138,00	1,03141	142,335	0,96	100,00	20,00	236,00	58,40
5	5	F 1	138,00	0,98761	136,291	-1,89	100,00	50,00		
6	6	S 1	138,00	0,98725	136,240	-3,30	100,00	10,00		

b)

Gen Records											
	ID	Status	Gen MW	Gen Mvar	Set Volt	AGC	AVR	Min MW	Max MW	Min Mvar ▲	Max Mvar
1	1	Closed	89,30	41,62	1,02	YES	YES	50,00	250,00	-99999,00	99999,
2	1	Closed	200,40	12,35	1,04	YES	NO	50,00	250,00	-9900,00	9999,
3	1	Closed	83,70	46,12	1,01	YES	NO	50,00	250,00	-9900,00	99999,
4	1	Closed	236,00	58,40	1,03	NO	NO	50,00	250,00	-9900,00	9999,

c)

Fuente: Power World Simulator®.