



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

**MODELO DE FLUJO DE CARGA DESBALANCEADO PARA EL ANÁLISIS
DE REDES DE DISTRIBUCIÓN CON GENERACIÓN DISTRIBUIDA**

Ernesto Rafael Estrada Quiñónez

Asesorado por el Ing. Juan Carlos Morataya Ramos

Guatemala, julio de 2013

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**MODELO DE FLUJO DE CARGA DESBALANCEADO PARA EL ANÁLISIS
DE REDES DE DISTRIBUCIÓN CON GENERACIÓN DISTRIBUIDA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

ERNESTO RAFAEL ESTRADA QUIÑÓNEZ

ASESORADO POR EL ING. JUAN CARLOS MORATAYA RAMOS

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA

GUATEMALA, JULIO DE 2013

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
VOCAL II	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Walter Rafael Véliz Muñoz
VOCAL V	Br. Sergio Alejandro Donis Soto
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Víctor Manuel Ruiz Hernández
EXAMINADOR	Ing. Jorge Luis Pérez Rivera
EXAMINADOR	Ing. Fernando Alfredo Moscoso Lira
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

MODELO DE FLUJO DE CARGA DESBALANCEADO PARA EL ANÁLISIS DE REDES DE DISTRIBUCIÓN CON GENERACIÓN DISTRIBUIDA

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, con fecha mayo de 2011.


Ernesto Rafael Estrada Quiñónez

Guatemala, 30 de mayo 2012

Ingeniero
Francisco Javier González López
Coordinador área de potencia
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala

Estimado Ingeniero González:

De manera atenta me dirijo a usted, deseándole éxitos en sus actividades diarias. El propósito de la presente es para informarle que el estudiante Ernesto Rafael Estrada Quiñónez, carnet 2006-30126, concluyó satisfactoriamente el trabajo de graduación titulado: **"MODELO DE FLUJO DE CARGA DESBALANCEADO PARA EL ANÁLISIS DE REDES DE DISTRIBUCIÓN CON GENERACIÓN DISTRIBUIDA"**, para el cual fui designado como asesor.

El trabajo realizado por el estudiante Ernesto Rafael Estrada Quiñónez cumple con las metas y objetivos propuestos, por lo que recomiendo su aprobación, en el entendido que el autor y el suscrito somos responsables del contenido de dicho trabajo así como de sus conclusiones.

Agradeciendo la atención a la presente me suscribo atentamente,



Ing. Juan Carlos Morataya Ramos
Colegiado No. 8570

Ing. Juan Carlos Morataya Ramos
Colegiado No. 8570

Ing. Juan Carlos Morataya Ramos
Colegiado No. 8570



Ref. EIME 26 .2013
Guatemala, 23 de ABRIL 2013.

Señor Director
Ing. Guillermo Antonio Puente Romero
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería, USAC.

Señor Director:

**Me permito dar aprobación al trabajo de Graduación titulado:
“MODELO DE FLUJO DE CARGA DESBALANCEADO PARA EL
ANÁLISIS DE REDES DE DISTRIBUCIÓN CON GENERACIÓN
DISTRIBUÍDA”, del estudiante Ernesto Rafael Estrada Quiñónez
que cumple con los requisitos establecidos para tal fin.**

Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para saludarle.

Atentamente,
ID Y ENSEÑAD A TODOS

Ing. Francisco Javier González López
Coordinador Área Potencia



S/O



REF. EIME 27. 2013.

El Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, después de conocer el dictamen del Asesor, con el Visto Bueno del Coordinador de Área, al trabajo de Graduación del estudiante; ERNESTO RAFAEL ESTRADA QUIÑÓNEZ titulado: “MODELO DE FLUJO DE CARGA DESBALANCEADO PARA EL ANÁLISIS DE REDES DE DISTRIBUCIÓN CON GENERACIÓN DISTRIBUÍDA”, procede a la autorización del mismo.

Ing. Guillermo Antonio Puente Romero



GUATEMALA, 16 DE MAYO 2,013.

Universidad de San Carlos
de Guatemala



Facultad de Ingeniería
Decanato

DTG. 461 .2013

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, al Trabajo de Graduación titulado: **MODELO DE FLUJO DE CARGA DESBALANCEADO PARA EL ANÁLISIS DE REDES DE DISTRIBUCIÓN CON GENERACIÓN DISTRIBUIDA**, presentado por el estudiante universitario: **Ernesto Rafael Estrada Quiñónez**, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:

Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
Decano en Funciones

Guatemala, 28 de junio de 2013

/gdech



ACTO QUE DEDICO A:

Mis padres

Jorge Estrada y Dora Quiñónez, por su apoyo incondicional, cariño e instrucción en toda mi formación académica, cultural y social. A ellos debo toda mi educación y formación personal.

Mis hermanos

Pedro, Favio, Jorge Athyla y Marcos Estrada Quiñónez, por su apoyo y compañía incondicional en las diferentes etapas de mi vida.

Katina Saravia

Por su ayuda, cariño y compañía en buenos y malos momentos, es una persona muy importante en mi vida y que me ha enseñado mucho.

AGRADECIMIENTOS A:

Universidad de San Carlos de Guatemala	Por la oportunidad que me dio para realizar mi formación universitaria.
Los catedráticos	Por todos los conocimientos que impartieron desinteresadamente, para el engrandecimiento de los estudiantes y la universidad.
El ingeniero Juan Carlos Morataya Ramos	Por su asesoría y colaboración en la realización del presente trabajo de graduación.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	V
LISTA DE SÍMBOLOS	XI
GLOSARIO	XVII
RESUMEN	XXXIII
OBJETIVOS.....	XXXV
INTRODUCCIÓN	XXXVII
1. SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN.....	1
1.1. Generalidades	1
1.1.1. Componentes de un sistema de distribución	3
1.2. Matrices generalizadas.....	6
2. MODELO DE LÍNEA DE DISTRIBUCIÓN	9
2.1. Líneas de transmisión y distribución.....	9
2.1.1. Tipos de conductores	11
2.1.2. Resistencia	12
2.1.3. Inductancia	14
2.1.4. Ecuaciones de Carson.....	16
2.1.5. Impedancia en serie de un segmento de línea	20
2.1.6. Admitancia en derivación.....	24
2.1.6.1. Conductancia.....	24
2.1.6.2. Capacitancia	25
2.1.7. Representación de las líneas de distribución.....	29

3.	MODELO DE CARGAS	33
3.1.	Cargas conectadas en Y	34
3.1.1.	Cargas de potencia constante	35
3.1.2.	Cargas de impedancia constante	36
3.1.3.	Cargas de corriente constante	37
3.2.	Cargas conectadas en Delta	38
3.2.1.	Cargas de potencia constante	39
3.2.2.	Cargas de voltaje constante	39
3.2.3.	Cargas de corriente constante	40
3.3.	Bancos de capacitores	41
3.4.	Cargas distribuidas.....	43
4.	MODELO DE TRANSFORMADORES Y REGULADORES DE VOLTAJE	47
4.1.	Transformadores	47
4.1.1.	Transformador monofásico.....	47
4.1.2.	Modelo de transformadores trifásicos.....	53
4.1.2.1.	Conexión Delta-Y aterrizada	55
4.1.2.2.	Conexión Y-Delta	64
4.1.2.3.	Conexión Y-Y	73
4.1.2.4.	Conexión Delta-Delta	75
4.1.2.5.	Conexión Y abierta-Delta abierta.....	77
4.2.	Reguladores de voltaje.....	85
4.2.1.	El regulador de voltaje por etapas.....	85
4.2.2.	Modelo de reguladores de voltaje	87
4.2.2.1.	Reguladores de voltaje monofásicos y reguladores conectados en estrella abierta	94

4.2.2.2.	Reguladores de voltaje conectados en estrella	97
4.2.2.3.	Reguladores de voltaje conectados en delta	100
4.2.2.4.	Reguladores de voltaje conectados en delta abierta	102
5.	MODELO DE GENERACIÓN DISTRIBUIDA	105
5.1.	Generación distribuida	105
5.1.1.	Conexión de un generador distribuido a un sistema de distribución	107
5.1.2.	Tipos de generación	108
5.2.	Modelo de generación distribuida	109
5.2.1.	Nodo de compensación o <i>slack</i>	109
5.2.2.	Modelo de generadores con potencia constante o PQ	110
5.2.3.	Modelo de generadores tipo PV	112
6.	MODELO PARA EL ANÁLISIS DE FLUJO DE CARGA	119
6.1.	Método iterativo de escalera Ladder iterative technique	121
7.	VALIDACIÓN DE LOS MODELOS	133
7.1.	Características del modelo	133
7.2.	Validación de los modelos	135
7.2.1.	Validación del modelo de línea	136
7.3.	Validación del modelo de cargas	139
7.4.	Validación del modelo de transformadores	139
7.5.	Validación del modelo de reguladores de voltaje	144
7.6.	Validación del modelo para el análisis de flujo de carga	148

7.7. Validación del modelo de generadores	154
CONCLUSIONES.....	165
RECOMENDACIONES.....	167
BIBLIOGRAFÍA.....	169

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Diagrama unifilar de los elementos básicos de un sistema de distribución.....	5
2.	Representación de las matrices generalizadas para cualquier elemento entre dos nodos m y n	6
3.	Configuración de conductores representativa para las ecuaciones (2-10) y (2-11)	16
4.	Método de las imágenes aplicado a dos conductores i y j donde se evidencian las distancias usadas en las ecuaciones de Carson	18
5.	Impedancias propias y mutuas de un segmento de línea de distribución	19
6.	Configuración de conductores subterráneos del con blindaje tipo cinta y neutral adicional.....	20
7.	Conductor subterráneo con neutrales concéntricos (izquierda) y conductor subterráneo con blindaje tipo cinta (derecha)	23
8.	Modelo de línea de distribución.....	30
9.	Cargas conectadas en Y	35
10.	Cargas conectadas en Delta	38
11.	Modelo equivalente de cargas distribuidas	44
12.	Modelo equivalente exacto del transformador monofásico	49
13.	Modelo aproximado del transformador monofásico.....	52
14.	Bloque representativo de una conexión cualquiera de transformadores trifásicos	55
15.	Conexión Delta-Y aterrizada <i>Step Up Connection</i>	56

16.	Diagrama fasorial de la conexión Delta-Y aterrizada <i>Step Up Connection</i>	57
17.	Conexión Delta-Y aterrizada <i>Step Down</i>	62
18.	Diagrama fasorial de la conexión Delta-Y aterrizada <i>Step Down Connection</i>	63
19.	Conexión Y- Delta <i>Step Up</i>	65
20.	Diagrama fasorial de la conexión Y-Delta <i>Step Up</i>	66
21.	Conexión Y-D <i>Step Down Connection</i>	71
22.	Diagrama fasorial de voltajes en la conexión Y-D <i>Step Down</i>	72
23.	Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión de transformadores Y-Y.....	74
24.	Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión de transformadores Delta-Delta.....	75
25.	Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión Y abierta- Delta abierta <i>Step Up Connection</i> usando las fases A y B en el lado del primario.....	78
26.	Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión Y abierta- Delta abierta <i>Step Down Connection</i> usando las fases A y B en el lado del primario.....	82
27.	Esquema del circuito para regulador por etapas.....	87
28.	Circuito equivalente (izquierda) y circuito equivalente abreviado (derecha) de un regulador de voltaje en su conexión tipo A en posición aumentadora.....	88
29.	Circuito equivalente (izquierda) y circuito equivalente abreviado (derecha) de un regulador de voltaje en su conexión tipo B en posición aumentadora.....	89
30.	Esquema básico de un compensador de caída de línea	91
31.	Reguladores de voltaje conectados en estrella.....	97
32.	Reguladores de voltaje conectados en delta	100

33.	Reguladores de voltaje conectados en delta abierta	103
34.	Uso del multiport based method para crear la matriz sensitiva	113
35.	Algoritmo para el cálculo iterativo de inyección de potencia reactiva de los generadores tipo PV	118
36.	Reordenamiento de los nodos según el número de capas	123
37.	Representación de las matrices generalizadas para cualquier elemento entre dos nodos consecuentes.....	127
38.	Algoritmo de solución de flujo de carga en redes de distribución.....	130
39.	Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 730	156
40.	Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 730	157
41.	Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 734	157
42.	Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 720	158
43.	Comportamiento de la convergencia de voltaje en los nodos 730, 734 y 720 del caso IEEE 37 Node test feeder.....	159
44.	Comparación de los perfiles de voltaje de la fase A del caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes.....	162
45.	Comparación de los perfiles de voltaje de la fase B del caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes	163
46.	Comparación de los perfiles de voltaje de la fase C del caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes	164

TABLAS

I.	Tipos de cargas	45
II.	Matrices generalizadas para las diferentes conexiones de transformadores.....	84
III.	Relación entre voltajes y corrientes de entrada con los de salida para las diferentes conexiones de reguladores de voltaje	90
IV.	Convención de signos para aR	90
V.	Clasificación de los elementos de un sistema de distribución.....	121
VI.	Comparación de las matrices de impedancias y admitancias para el caso IEEE34 node test feeder	137
VII.	Comparación de las matrices de impedancias y admitancias para el caso IEEE37 node test feeder	138
VIII.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y aterrizada-Y aterrizada.....	140
IX.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Delta-Y aterrizada <i>Step Down Connection</i>	141
X.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Delta-Delta.....	141
XI.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y-Delta <i>Step Down Connection</i>	142
XII.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y abierta - Delta abierta <i>Step Down Connection</i>	142
XIII.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Delta-Y <i>Step Up Connection</i>	143
XIV.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y-Delta <i>Step Up Connection</i>	143
XV.	Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y abierta - Delta abierta <i>Step Up Connection</i>	144

XVI.	Comparación entre los voltajes y las corrientes un regulador de voltaje de tipo B conectado en estrella con una regulación independiente en las fases.....	145
XVII.	Comparación entre los voltajes y las corrientes un regulador de voltaje de tipo B conectado en delta abierta entre las fases AB y CB con una regulación independiente en las fases.....	146
XVIII.	Comparación de los perfiles de voltaje del caso IEEE37 node test feeder obtenidos con el programa y los presentados en el caso de prueba	149
XIX.	Comparación entre las corrientes obtenidas con el programa y las presentadas en el caso de prueba IEEE37 node test feeder	150
XX.	Flujo de potencia activa y reactiva caso IEEE37 node test feeder	151
XXI.	Consumo de potencia aparente de las cargas caso IEEE37 node test feeder	152
XXII.	Comparación entre las pérdidas halladas con el programa y las presentadas en el caso de prueba IEEE37 node test feeder	153
XXIII.	Comparación de los perfiles de voltaje caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes	161

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
Y	Admitancia en derivación.
t	Ancho del blindaje en un conductor subterráneo de tipo <i>tape shield</i> .
θ_{ij}	Ángulo entre un par de líneas desde el conductor i hacia su imagen hasta la imagen del conductor j .
θ	Angulo de factor de potencia.
δ	Ángulo de voltaje.
A	Área transversal de un conductor.
E	Campo eléctrico.
C	Capacitancia.
q	Carga eléctrica.
\hat{P}	Coefficiente de potencial.
α	Coefficiente de resistividad con la temperatura.
σ	Conductividad.
I	Corriente eléctrica.
I_{RMS}	Corriente eficaz oRMS (Raíz cuadrada media).
I_{xy}	Corriente entre las fases x y y de una conexión en delta, donde x y y pueden ser cualquier combinación de fases.
IL	Corriente de línea.
d	Diámetro.
D	Distancia.

D_{ij}	Distancia entre los conductores i y j en pies.
D_m	Distancia media geométrica mutua.
DMG_{ij}	Distancia media geométrica mutua entre los conductores i y j.
D_s	Distancia media geométrica propia.
λ	Enlaces de flujo.
ϕ	Flujo magnético.
ω	Frecuencia angular del sistema en radianes por segundo.
f	Frecuencia en Hertz.
E	Fuerza contra electromotriz.
Z	Impedancia.
Z_{cap}	Impedancia de capacitores, es una reactancia capacitiva.
\hat{z}_{ii}	Impedancia propia del conductor i en Ω /milla.
\hat{z}_{ij}	Impedancia mutua entre los conductores i y j en Ω /milla.
L	Inductancia.
IC	Inyección de corriente reactiva por capacitores.
IG	Inyección de corriente de un generador.
l	Longitud.
$[Y_{abc}]$	Matriz de admitancias en derivación.
$[C_{abc}]$	Matriz de capacitancias de fase.
$[P_{abc}]$	Matriz de coeficientes de potencia del fase.
$[\hat{P}_{Primitiva}]$	Matriz de coeficientes de potencial primitivos.
$[\hat{P}_{ij}]$	Matriz de coeficientes de potencial primitivos entre conductores.

$[\hat{P}_{in}]$	Matriz de coeficientes de potencial primitivos entre conductores de fase y neutrales.
$[\hat{P}_{nm}]$	Matriz de coeficientes de potencial primitivos entre neutrales.
$[\hat{P}_{nj}]$	Matriz de coeficientes de potencial primitivos entre neutrales y conductores de fase.
$[Z_{abc}]$	Matriz de impedancias de fase.
$[\hat{Z}_{Primitiva}]$	Matriz de impedancias primitivas.
$[\hat{Z}_{ij}]$	Matriz de impedancias primitivas entre conductores.
$[\hat{Z}_{in}]$	Matriz de impedancias primitivas entre conductores de fase y neutrales.
$[\hat{Z}_{nj}]$	Matriz de impedancias primitivas entre neutrales.
$[\hat{Z}_{nm}]$	Matriz de impedancias primitivas entre neutrales y conductores de fase.
$[d]$	Matriz generalizada que relaciona el vector de corrientes de un nodo m con el vector de corrientes de el nodo siguiente n.
$[c]$	Matriz generalizada que relaciona el vector de corrientes de un nodo m con el vector de voltajes de el nodo siguiente n.
$[D]$	Matriz generalizada que relaciona el vector de corrientes de un nodo n con el vector de corrientes de el nodo siguiente n.
$[C]$	Matriz generalizada que relaciona el vector de corrientes de un nodo n con el vector de voltajes de su nodo anterior m.

[b]	Matriz generalizada que relaciona el vector de voltajes de un nodo m con el vector de corrientes de el nodo siguiente n.
[a]	Matriz generalizada que relaciona el vector de voltajes de un nodo m con el vector de voltajes de el nodo siguiente n.
[B]	Matriz generalizada que relaciona el vector de voltajes de un nodo n con el vector de corrientes de su nodo anterior m.
[A]	Matriz generalizada que relaciona el vector de voltajes de un nodo n con el vector de voltajes de su nodo anterior m.
Z_s	Matriz sensitiva.
N_x	Número de espiras del devanado x de un transformador, x puede ser uno o dos.
k	Número de hilos neutrales en un conductor subterráneo de tipo <i>cocentric neutral</i> .
K	Número de iteración.
N	Número de vueltas de una bobina.
β	Operador $1e^{j120}$.
t	Operador $\frac{1}{\sqrt{3}}e^{j30}$.
G	Operador $0,160\ 934\ 4 * 10^{-3} \Omega/\text{milla}$.
[U]	Operador $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
μ	Permeabilidad.
ε	Permitividad.
S	Potencia aparente.
δ	Profundidad de penetración o piel.

r	Radio.
RD_i	Radio del conductor i en pies.
RMG	Radio medio geométrico.
GMR_i	Radio medio geométrico en pies.
X	Reactancia.
n_t	Relación de transformación.
a_R	Relación de transformación para reguladores de voltaje por etapas.
r_i	Resistencia efectiva en AC del conductor i en Ω /milla.
R	Resistencia efectiva en corriente alterna.
R_{DC}	Resistencia en corriente directa.
ρ	Resistividad.
ρ_t	Resistividad de la tierra en Ω -metro.
T	Temperatura.
$[I_{abc}]_m$	Vector de corrientes de línea para el nodo m .
$[VLG_{abc}]_m$	Vector de voltajes de línea a neutro para el nodo m .
V	Voltaje o potencial eléctrico.

GLOSARIO

AAC	Siglas en inglés: All aluminium conductors. Todos los conductores de aluminio.
AAAC	Siglas en inglés: All aluminium alloy conductors. Todos los conductores son de aleación de aluminio.
ACAR	Siglas en inglés: Aluminium conductors alloy reinforcement. Conductores de aluminio con refuerzo de aleación.
ACSR	Siglas en inglés: Aluminium conductors steel reinforcement. Conductores de aluminio con refuerzo (alma) de acero.
Admitancia	Inverso de la impedancia, se refiere a la capacidad para permitir el flujo de corriente.
Alimentador	Subestación de distribución que se encarga de entregar potencia a toda una red de distribución.
Armónicos	Ondas de voltaje de diferente frecuencia y amplitud que distorsionan la forma de onda del voltaje fundamental.

Arranque plano	Se asume que todos los nodos de un sistema poseen su voltaje nominal en el inicio de la solución de flujo de carga.
Autotransformador	Transformador de un solo devanado.
Bancos de capacitores	Grupo de capacitores usados para la regulación del voltaje al inyectar potencia reactiva a la red.
Bobina de reacción	Bobina usada por los reguladores de voltaje por etapas para limitar la corriente durante el cambio de derivaciones.
Capacidad nominal	Valor de potencia nominal o de trabajo asignado a un equipo eléctrico por el fabricante del mismo.
Capacitancia	Fenómeno generado por un factor geométrico en el cual se cargan eléctricamente dos objetos.
Cargas	Elementos dentro de un sistema de distribución que consumen potencia eléctrica.
Cargas de corriente constante	Cargas que mantienen su consumo de corriente constante sin importar su impedancia ni su voltaje.
Cargas de impedancia constante	Cargas que mantienen su impedancia constante sin importar las variaciones en el voltaje del sistema.

Cargas de potencia constante	Cargas que mantienen su consumo de potencia constante sin importar los cambios en el voltaje del sistema.
Cargas distribuidas	Conjunto de cargas del mismo tipo e igual consumo de potencia, igual impedancia o igual consumo de corriente según el tipo de carga. Se encuentran uniformemente espaciadas respecto a una longitud de una línea.
Centros de carga	Lugares dentro de un sistema eléctrico que tienen altas concentraciones de cargas.
Coefficiente de potencial	Representa la configuración en el espacio de los conductores y las condiciones del medio.
Compensador de caída de línea	Circuito de control usado por los reguladores de voltaje para determinar la cantidad de derivaciones que deben cambiar para mantener el voltaje del centro de carga dentro de los límites aceptables.
Conductancia	Inverso de la resistencia, se usa para representar las pérdidas en las líneas de transmisión y distribución debidas a la fuga de energía por ionización del aire.

Convergencia	Criterio usado para considerar aceptable la solución de un método numérico, comúnmente se usa como criterio de convergencia la diferencia entre los resultados de dos iteraciones consecuentes.
Corrientes de Foucault	Corrientes generadas en el núcleo magnético por la circulación del flujo magnético alterno.
Demanda máxima diversificada	Máximo de la suma de demandas impuestas por un grupo de cargas en un periodo particular de tiempo.
Devanado	Arrollamiento de cable usado para inducir un campo magnético.
Devanado común	Devanado principal de los autotransformadores regulantes usado como referencia para el voltaje de salida.
Devanado en serie	Devanado secundario de los autotransformadores regulantes que suma o resta su voltaje al del devanado común para la regulación de voltaje.
Distancia media geométrica mutua (DMG mutua)	Raíz m -ésima de m términos que son productos de las distancias desde todos los n hilos del conductor X a todos los hilos del conductor Y.

Distancia media geométrica propia (DMG propia)	Raíz n^2 -ésima de los productos de las distancias de cada hilo del conductor hacia sí mismo y a cada uno de los otros hilos, también llamada radio medio geométrico (RMG).
Ecuaciones de Carson	Ecuaciones para calcular la impedancia propia y mutua de las líneas para cualquier configuración de fases tomando en cuenta la corriente de retorno por tierra.
EEGSA	Empresa Eléctrica de Guatemala Sociedad Anónima.
Efecto corona	Fenómeno que ocurre cuando la intensidad del campo eléctrico en un conductor causa la ionización del aire y este se vuelve un medio conductor.
Efecto Joule	Transformación de energía eléctrica en energía térmica.
Efecto piel	No uniformidad en la distribución de la corriente dentro de un conductor debida a la frecuencia de la corriente alterna.
Enlaces de flujo	Flujo magnético que atraviesa más de una espira e interconecta magnéticamente todas las espiras que atraviesa.

Equivalente de Thevenin	Circuito equivalente de una red que permite relacionar el voltaje y la corriente presentes en un punto determinado.
Factor de utilización	Valor porcentual que indica la cantidad de potencia que está soportando un equipo comparada con su valor nominal.
Flujo de carga	Usado como sinónimo de flujo de potencia.
Flujo de potencia	Cantidad de potencia eléctrica que circula en un segmento de red.
Flujo preponderante	Flujo de potencia dominante en una red de energía eléctrica.
Flujo de dispersión	Flujo magnético que queda fuera del núcleo magnético y no es aprovechado por las máquinas eléctricas.
Forward and backward sweeps	Método iterativo para el análisis de flujo de carga en redes de distribución que consiste básicamente de dos barridos a la red.
Fuerza contra electromotriz	Voltaje inducido en las bobinas eléctricas que se opone al cambio del campo magnético que circula en estas bobinas.

Generación distribuida	Generación de escala media o pequeña conectada directamente al sistema de distribución.
Generación distribuida renovable	Modalidad de generación de electricidad producida por unidades tecnológicas de generación con recursos renovables, conectadas directamente a la red de distribución.
Generador de compensación (<i>Slack</i>)	Modelo de generadores con potencia infinita que absorbe las pérdidas del sistema. En sistemas de distribución se usa el alimentador para este propósito.
Generador de potencia constante (PQ)	Modelo de generadores que tiene una cantidad definida de inyección de potencia activa y reactiva y mantiene el ángulo del factor de potencia constante de forma independiente a los cambios del voltaje.
Generador de voltaje controlado (PV)	Modelo de generadores que tiene una cantidad definida de inyección de potencia activa y regula su inyección de potencia reactiva para mantener el voltaje del nodo al que está conectado dentro de valores específicos.
GUI	Siglas en inglés: Graphic User interface. Interfaz gráfica de usuario.

Histéresis	Fenómeno creado en el núcleo ferromagnético del transformador por el cambio continuo de los dominios magnéticos del mismo y un retraso en su reorientación.
IEEE	Siglas en inglés: International Electrical and Electronic Engineers. Instituto Internacional de Ingenieros eléctricos y electrónicos
Impedancia	Oposición al flujo de corriente alterna.
Impedancia de compensación	Impedancia equivalente a la impedancia total entre el compensador de caída de línea y el centro de carga.
Interruptores	Elementos encargados de interrumpir el flujo de corriente y extinguir el arco eléctrico.
Inductancia	Cantidad de enlaces de flujo por ampere.
Iteración	Repetición de un método numérico para aproximarse a la solución real de un problema.
Ladder Iterative Technique	Método iterativo para el análisis de flujo de carga en redes de distribución.
Ley de corrientes de Kirchoff	Establece que la suma algebraica de las corrientes que entran a un nodo es igual a cero.

Ley de Lenz	Oposición de voltajes inducidos a los cambios en la corriente que los induce.
Ley de Ohm	Establece que el voltaje en un circuito es directamente proporcional a la corriente que atraviesa el circuito e inversamente proporcional a la impedancia del mismo.
Ley de voltajes de Kirchoff	Establece que la suma algebraica de caídas de voltaje dentro de una malla es igual a cero.
Líneas de distribución	Son las encargadas de transportar la energía eléctrica desde las subestaciones de distribución hasta los diferentes centros de consumo.
Líneas de transmisión	Son las encargadas de transportar la energía eléctrica desde los puntos de generación hasta las subestaciones de transformación.
Matlab	Matrix laboratory, laboratorio de matrices, software especializado en realización de cálculos matemáticos con matrices.
Matrices generalizadas	Matrices características de los diferentes componentes de un sistema de distribución que relacionan voltajes y corrientes de dos nodos consecuentes.

Matriz de admitancias en derivación	Matriz que contiene el las admitancias en derivación equivalentes para un segmento de línea.
Matriz de capacitancias de fase	Matriz que contiene las capacitancias equivalentes de un segmento de línea.
Matriz de coeficientes de de potencial de fase	Matriz que contiene las los coeficientes de potencial equivalentes de un segmento de línea.
Matriz de coeficientes de potencial primitivos	Matriz que contiene los coeficientes de potencial propios y mutuos entre fases y neutrales de un segmento de línea.
Matriz de impedancias de fase	Matriz que contiene las impedancias equivalentes de un segmento de línea.
Matriz de impedancias primitivas	Matriz que contiene las impedancias propias y mutuas de las fases y los neutrales de un segmento de línea.
Matriz sensitiva	Matriz de impedancias que relaciona de forma lineal el valor incremental de la corriente que debe inyectar un generador para suprimir la diferencia de voltaje en el nodo en que está conectado.

Método de componentes simétricas	Método desarrollado por Fortescue el cual establece que los voltajes y corrientes de un sistema trifásico desbalanceado pueden ser representados por un grupo de tres sistemas trifásicos balanceados llamados componentes simétricos.
Método de las imágenes	Método para calcular la distribución de campo eléctrico entre conductores cilíndricos y una superficie plana.
NTGDR	Norma técnica de generación distribuida renovable.
Núcleo magnético	Núcleo de las máquinas eléctricas hecho de material ferromagnético para aumentar y conducir el flujo magnético en el proceso de conversión de energía.
Octave	Software libre, una versión no comercial de Matlab.
Pararrayos	Elementos encargados de proteger el equipo eléctrico contra descargas electroatmosféricas. En Guatemala se usan como sinónimos los términos pararrayos y apartarrayos, aunque en otros países se usa apartarrayos para los equipos que evitan que la descarga llegue a las líneas y equipos de la subestación y pararrayos a los equipos que drenan a tierra la corriente de una descarga electroatmosférica.

Permeabilidad	Constante física que relaciona el campo magnético en un objeto con el material.
Permitividad	Capacidad que posee una sustancia o medio para atraer o hacer pasar a través de ella campos magnéticos.
PES	Siglas en inglés: Power Engineering Society. Sociedad de ingenieros de potencia
Protecciones	Elementos encargados de proteger el sistema eléctrico contra sobre corrientes y fallas. Por ejemplo fusibles, <i>Circuit Breakers</i> , etc.
Punto de conexión	Lugar del sistema de distribución de energía eléctrica donde está conectado un generador distribuido.
Radial Distribution Analysis Package	Programa desarrollado por William Kersting, que resuelve flujo de carga en redes trifásicas desbalanceadas.
Radio medio geométrico (RMG)	Nombre común con el que se llama a la distancia media geométrica propia.
Reactancia	Parte compleja de la impedancia, se usa para representar los elementos capacitivos e inductivos.

Red radial	Red de distribución con alimentación únicamente por uno de sus extremos y la transmisión de energía a la carga de forma radial desde el alimentador.
Red en anillo abierto	Red de distribución en la cual la carga puede ser alimentada desde dos posibles caminos eléctricos, pero sólo uno es efectivo.
Red en anillo cerrado	Red de distribución que posee alimentadores en dos de sus extremos.
Reducción de Kron	Reducción de variables en una matriz aprovechando los valores iguales a cero dentro de la matriz.
Reguladores de voltaje	Transformadores o autotransformadores de <i>taps</i> variables encargados de mantener el nivel de voltaje de un nodo dentro de niveles aceptables.
Regulador de voltaje por etapas	Transformador regulante con <i>taps</i> variables que puede modificar su relación de transformación con el objetivo de regular su voltaje de salida.
Regulador de voltaje por inducción	Transformador regulante con un devanado giratorio que adquiere diversas posiciones respecto al otro y así cambia el nivel de voltaje que induce un bobinado en el otro.
Relación de transformación	Relación entre los voltajes del lado del primario y secundario de un transformador.

Resistencia	Oposición de un material al flujo de corriente eléctrica.
RLGE	Reglamento de la Ley General de Electricidad.
Seccionadores	Elementos encargados de dividir una red eléctrica en partes para coordinar la operación de alimentación de energía eléctrica.
Sistema de distribución	Sistema eléctrico con voltajes relativamente bajos que se encarga de entregar energía eléctrica a los usuarios finales.
<i>Step Down Connection</i>	Conexión de transformadores que causa un atraso en la onda de voltaje del secundario con respecto al primario de 30 grados.
<i>Step Up Connection</i>	Conexión de transformadores que causa un adelanto en la onda de voltaje del secundario respecto al primario de 30 grados.
Suceptancia	Inverso de la reactancia, es la capacidad de un objeto para permitir el paso de corriente reactiva.
Superficie equipotencial	Superficie con un nivel de potencial constante que rodea a un conductor cargado eléctricamente.
Tecnologías con recursos renovables	Tecnologías usadas para la generación de energía eléctrica.

Tolerancia	Valor máximo aceptado para la magnitud del error usado como criterio de convergencia en la solución de métodos numéricos.
Transformador	Máquina eléctrica estática encargada de transformar el voltaje de una red de un nivel a otro manteniendo la potencia constante.
Transformador de corriente	Transformador usado para la medición de corriente en sistemas eléctricos de potencia.
Transformador de potencial	Transformador usado para la medición de voltaje en sistemas eléctricos de potencia.
Transformador trifásico	Transformador o conjunto de transformadores conectados para transformar voltajes trifásicos de un determinado nivel a otro.
Transposición	Configuración de líneas eléctricas donde cada fase ocupa la misma posición física un tercio de la longitud total de la línea.
Valores por unidad	Razón entre magnitudes eléctricas reales y sus valores nominales usados como valores base para el sistema, de forma que los resultados se conviertan en valores porcentuales respecto al valor nominal.

RESUMEN

En el presente trabajo de graduación se desarrolla un modelo para el análisis de flujo de carga en redes de distribución, considerando las características distintivas de las mismas: naturaleza desbalanceada (no siempre son transpuestas y suelen tener alimentadores que sirven cargas monofásicas y bifásicas, lo que puede generar un gran desbalance en la líneas). Por otro lado, cuentan con relaciones de línea reactancia resistencia X/R muy bajas, por lo que los modelos clásicos de flujo de carga no son adecuados para las condiciones reales de operación de estos sistemas. Se incorpora al modelo la generación distribuida, que está en auge en Guatemala y que debe conectarse directamente a la red de distribución. Debido a estas características se usa el método iterativo Forward and Backward sweeps para el desarrollo del modelo de flujo de carga.

En los primeros cinco capítulos del presente se desarrollan los modelos matemáticos usados para representar los diferentes elementos del sistema de distribución

En el capítulo 6 se presenta el algoritmo para la solución de flujo de carga, considerando los modelos desarrollados en los capítulos previos. En el algoritmo de flujo de carga propuesto es necesario reordenar los nodos con una numeración según el número de capas que caracteriza el sistema de distribución. La modelación del flujo de carga puede realizarse dividiendo el problema en modelos más pequeños para cada uno de los componentes en serie y en derivación, con el fin de integrar cada uno de estos modelos en el proceso iterativo tipo escalera (Ladder iterative technique).

Para la construcción del modelo se clasifican los componentes según su conexión con los nodos; en serie o en derivación (también llamados en paralelo). Los elementos en serie requieren para su análisis el uso de matrices generalizadas para relacionar los voltajes y corrientes de dos nodos consecuentes y así poder considerar cada elemento de la red como un bloque, al que entran y salen corrientes.

Los componentes en serie son los segmentos de líneas, los transformadores (monofásicos, bifásicos o trifásicos), los reguladores de voltaje, los interruptores de potencia y las cargas distribuidas. Los componentes en derivación son las cargas puntuales, los bancos de capacitores y los generadores distribuidos.

En el capítulo 7 se presenta la validación de los modelos usados para el análisis de flujo de carga. El modelo se diseñó y construyó en ambiente Matlab y para su validación se utilizan los sistemas de prueba IEEE: Radial test Feeders del Distribution Test Feeder Working Group perteneciente al IEEE PES Distribution System Analysis Subcommittee.

OBJETIVOS

General

Desarrollar un algoritmo con el que se pueda simular virtualmente el flujo de carga en sistemas trifásicos desbalanceados con generación distribuida.

Específicos

1. Desarrollar un modelo matemático para la regulación del voltaje por medio de transformadores de *taps* variables.
2. Construir un modelo matemático para los diferentes tipos de transformadores que considere el desbalance entre las fases.
3. Simular la inyección de potencia en redes trifásicas desbalanceadas.
4. Probar computacionalmente los modelos matemáticos desarrollados para el análisis de flujo de carga.
5. Validar los modelos con los formatos de prueba estandarizados IEEE para redes de distribución.
6. Analizar las ventajas y desventajas de la generación distribuida al conectarse a las redes de distribución.

INTRODUCCIÓN

Para el desarrollo de proyectos en el área de distribución y transmisión de energía eléctrica se requiere una diversidad de estudios, entre los más importantes se encuentran los estudios eléctricos; que se enfocan en las características físicas de generadores, subestaciones eléctricas, transformadores y líneas de transmisión o distribución, su fuente primaria de energía en el caso de generadores y el análisis del comportamiento transitorio y de estado estable de cada componente del sistema y de este como un conjunto. El presente trabajo de graduación se enfoca en el comportamiento de la red de distribución en estado estable, considerando generación distribuida y el efecto de la inyección de potencia en la misma.

Es importante conocer el comportamiento de las redes de distribución al conectar generación distribuida, ya que esto cambia los flujos de potencia en estas redes y si es mucha la generación distribuida puede afectar, además el comportamiento de las redes de transmisión. Es necesario conocer el comportamiento de las redes en estado estable para identificar los beneficios y/o perjuicios que puede crear un determinado cambio en la red, como el agregar un generador distribuido. El enfoque del estado de las redes de distribución, así como su posible respuesta ante la inyección de potencia, demuestra que no es un simple estudio de flujo de carga, ya que las redes de distribución son naturalmente desbalanceadas, además pueden tener más problemas en la regulación del voltaje debido a la gran cantidad de ramificaciones. Pero existen métodos matemáticos para conocer el comportamiento de las redes de distribución; aún considerando la naturaleza desbalanceada de estas, aunque no es común en Guatemala el caso de

generadores conectados a estas redes, por lo que se desconocen el comportamiento y la respuesta del sistema al agregar una cantidad relativamente grande de generación desde la red de distribución.

La importancia de los análisis de flujo de potencia se encuentra, principalmente, en el área de planificación y expansión, debido a que se prevé que se comiencen a conectar más generadores distribuidos renovables a la red de distribución en Guatemala; y esto teóricamente debe ayudar a la electrificación de áreas rurales y a la regulación del voltaje, ya que el flujo de potencia inyectado por el generador debería ser opuesto al flujo preponderante, lo cual disminuye las pérdidas en las líneas, aunque no existen modelos fieles que lo comprueben. Con base en estudios de flujo de carga se podrá analizar si las redes de transmisión y distribución son físicamente adecuadas en un escenario con una gran cantidad de generación distribuida.

El modelo de flujo de carga desbalanceado es necesario para analizar las redes de distribución, ya que estas poseen una naturaleza desbalanceada, radialidad, relaciones X/R relativamente bajas y en la actualidad existen pocos programas que resuelven flujos de carga en redes trifásicas desbalanceadas. Por ejemplo: Radial Distribution Analysis Package desarrollado por William Kersting, es un programa que resuelve flujo de carga en redes trifásicas desbalanceadas, pero no considera generación distribuida y es difícil de usar. Para modelar las redes desbalanceadas se creará un programa con base en los modelos presentados en "Distribution system Modeling and analysis"¹, y además se incorporará el modelo de generación distribuida, usando Matlab, que es compatible con Octave que es su versión no comercial, de acceso libre y con el cual se podrá hacer programas desarrollados.

¹ KERSTING, William. "*Distribution System Modeling and Analysis*".

1. SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

1.1. Generalidades

La red de distribución de energía eléctrica es la parte del sistema eléctrico que se encarga de suministrar la energía eléctrica desde la subestación de distribución hasta los usuarios finales. Los sistemas de distribución son por naturaleza desbalanceados, no siempre son transpuestos y suelen tener alimentadores que sirven cargas monofásicas y trifásicas, lo que puede generar un gran desbalance en las líneas, además poseen cargas muy variables en el tiempo con una independencia de fases. Por otro lado, cuentan con relaciones de línea de reactancia/resistencia (X/R) muy bajas, por lo que los modelos clásicos de flujo de carga no son adecuados para las condiciones reales de operación de estos sistemas.

Los sistemas de distribución brindan servicio al área industrial y domiciliar, por lo que no es posible controlar un balance perfecto entre las fases, ya que los consumidores del área domiciliar se alimenta, comúnmente de una línea monofásica o bifásica y los consumidores del área industrial rara vez se preocupan por mantener un consumo balanceado entre las fases ni la calidad de la energía que utilizan, sumado a esto no se puede aplicar la transposición de las líneas a toda la red debido a que existen segmentos que sirven cargas monofásicas y bifásicas, esto principalmente hace a los sistemas de distribución naturalmente desbalanceados.

Los tipos más comunes de redes eléctricas son:

- Red radial: se caracteriza por la alimentación por uno solo de sus extremos, transmitiendo la energía en forma radial del alimentador hacia los consumidores.

Una de sus principales ventajas es su simplicidad y la facilidad que presentan para ser equipadas de protecciones selectivas. Pero no tienen garantía de servicio.

- Red en anillo abierto: en esta cualquier punto de consumo puede ser alimentado por dos posibles caminos eléctricos, pero solo uno de estos dos caminos es efectivo. Este sistema posee todas las ventajas de la distribución en redes radiales y además, la posibilidad de alimentar alternativamente de una fuente u otra. Ante situaciones de falla y utilizando los reconectores, quedaría siempre fuera de servicio la zona en falla más pequeña posible y el resto de la línea en servicio.
- Red en anillo cerrado: se caracteriza por tener dos de sus extremos alimentados, quedando estos puntos intercalados en el anillo o bucle. Como ventaja fundamental se puede citar su seguridad de servicio y facilidad de mantenimiento

En Guatemala, algunas de las empresas distribuidoras de energía son la Empresa Eléctrica de Guatemala S.A. (EEGSA) y Energuate entre otras. La alimentación en el sistema de distribución guatemalteco posee una estructura radial, esto quiere decir que, únicamente existe un camino para el flujo de potencia. Pero se están desarrollando rápidamente las tecnologías de generación de energía eléctrica de fuentes dispersas, por ejemplo, la energía

solar y eólica, que pueden conectarse directamente en los puntos de consumo, lo que cambia radicalmente la estructura de los sistemas de distribución, transformándolos de un sistema clásicamente radial a uno en anillo cerrado con más de una fuente de alimentación.

Es evidente entonces, que tanto para la operación como para la planeación de mediano y largo plazo de las redes de distribución, se requiere de un modelo, que por un lado sea capaz de representar con suficiente precisión la operación de la red de distribución y por otro lado, sea lo suficientemente flexible, para permitir la implementación de algoritmos por medio de los cuales se pueda planificar la explotación óptima de las redes en el mediano y largo plazo.

Todo esto representa desafíos importantes tanto para los operadores como para los planeadores dentro del área de distribución, surgiendo de ahí la necesidad de contar con un modelo de flujo de carga para redes trifásicas desbalanceadas para su uso en operación y planeación de redes de distribución, que sea capaz de adaptarse a las condiciones antes expuestas y lo suficientemente flexible para permitir futuros desarrollos (*add-ins*) que coadyuven a otras investigaciones relacionadas con la materia.

1.1.1. Componentes de un sistema de distribución

Entre los elementos más importantes de una red de distribución están:

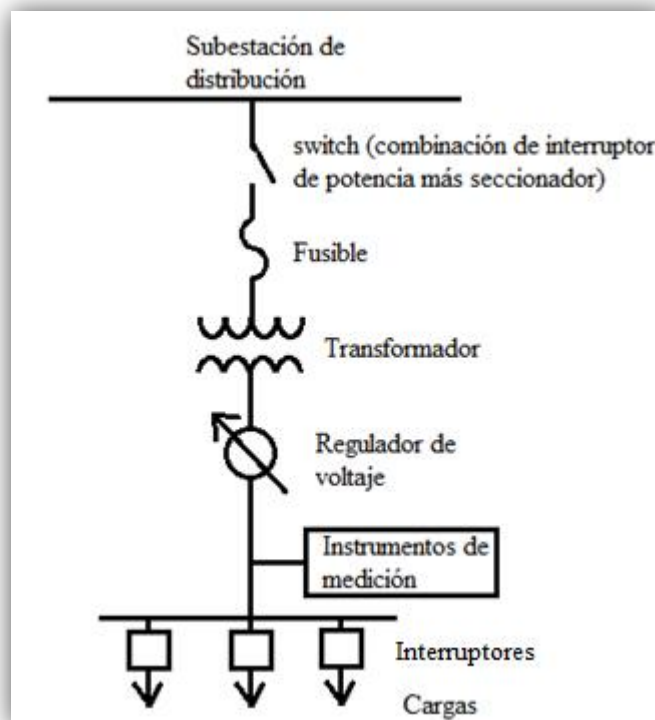
- Subestaciones; de subtransmisión o de distribución (también llamados alimentadores): son los encargados de suministrar de energía eléctrica a los consumidores finales.

- Seccionadores: se encargan de dividir una red eléctrica en partes, para coordinar la operación de alimentación de energía eléctrica. Se usan también para aislar áreas en estado de falla.
- Interruptores: son los encargados de interrumpir el flujo de corriente y extinguir el arco eléctrico.
- Protecciones: fusibles, interruptores termomagnéticos, contactores, dispositivos electrónicos inteligentes, etc. Encargados de proteger el sistema contra sobre corrientes y fallas.
- Transformadores: Cambian los niveles de voltaje y corriente en la red y permiten brindar servicios a los consumidores a diferentes niveles de voltaje.
- Reguladores de voltaje (también transformadores o autotransformadores, pero con *taps* variables): cambia el nivel de voltaje de un nodo según las variaciones en la carga, esto lo hace al cambiar de derivaciones en el lado de bajo voltaje a modo de modificar la relación de transformación proporcionalmente al cambio de carga.
- Transformadores de medición: transformadores de corriente (CT's) y de potencial (PT's), que transforman las magnitudes de una fuente primaria a valores menores que pueden ser usados directamente en un dispositivo inteligente.
- Pararrayos: se encargan de proteger los equipos contra descargas electroatmosféricas. En Guatemala se usan como sinónimos los términos pararrayos y apartarrayos, aunque en otros países se usa apartarrayos

para los equipos que evitan que la descarga llegue a las líneas y equipos de la subestación y pararrayos a los equipos que drenan a tierra la corriente de una descarga electroatmosférica.

- Generadores distribuidos: generadores que alimentan a la red de distribución internamente, ayudando a la regulación de voltaje.

Figura 1. **Diagrama unifilar de los elementos básicos de un sistema de distribución**

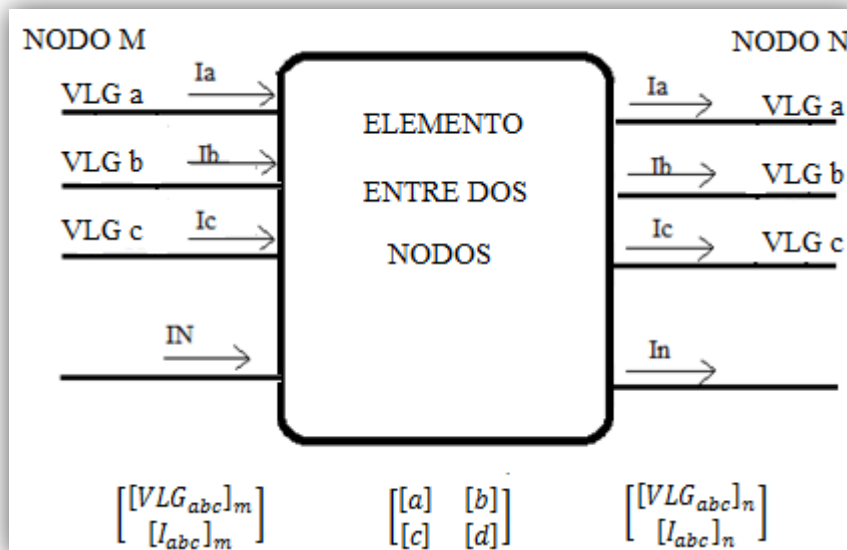


Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

1.2. Matrices generalizadas

Se llama así a las matrices que relacionan el voltaje y corriente de dos nodos consecuentes, considerando al elemento en serie entre los dos nodos de la red como un bloque al que entran voltajes y corrientes y salen otros con diferentes valores. La aplicación de estas matrices se verá en el capítulo 6, después de ser explicados los modelos para los componentes de un sistema de distribución.

Figura 2. **Representación de las matrices generalizadas para cualquier elemento entre dos nodos m y n**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

En la figura 2 se observa que cualquier elemento de una red de distribución ubicado entre dos nodos, se puede representar como un bloque al que por una lado (nodo M) entran corrientes a un determinado nivel de voltaje y

del otro lado salen corrientes a otro nivel de voltaje (nodo N). La matriz [a] relaciona el vector de voltajes del nodo m con el vector de voltajes del nodo n, la matriz [b] relaciona el vector de voltajes del nodo m con el vector de corrientes que salen del nodo n, la matriz [c] relaciona el vector de corrientes que entran al nodo m con el vector de voltajes del nodo n y la matriz [d] relacionan el vector de corrientes que entran al nodo m con el vector de corrientes que salen del nodo n (1-1).

Estas matrices dependen del elemento en serie que se esté modelando, es común que sean independientes del voltaje y la corriente y dependan casi exclusivamente de las características de la red;

$$\begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

También es posible relacionar las variables del nodo n (aguas abajo) con las variables del nodo m:

$$\begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [C] & [D] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

Donde [A] y [B] son matrices que relacionan el vector de voltajes del nodo n con los vectores de voltajes y corrientes del nodo m, [C] y [D] son matrices que relacionan el vector de corrientes del nodo n con las variables del nodo m.

Como se explicará más adelante en el capítulo 6, el método iterativo de solución de flujo de carga únicamente requiere las relaciones del voltaje del nodo n en función del voltaje del nodo m de la iteración actual (K) y las corrientes que entran al nodo n en la iteración anterior (1-3), esto con el fin de

actualizar los valores del voltaje considerando las corrientes calculadas en la iteración anterior.

$$[VLG_{abc}]_n^{(K)} = [A] * [VLG_{abc}]_m^{(K)} - [B] * [I_{abc}]_n^{(K-1)} \quad (1-3)$$

Donde [A] y [B] son matrices que relacionan el vector de voltajes del nodo n con el vector de voltajes del nodo m y el vector de corrientes que entran al nodo n. En este caso no se incluyen las relaciones para hallar las corrientes entrantes al nodo n, ya que se usan las corrientes calculadas en la iteración anterior, en el capítulo 6 se explica el algoritmo de solución de flujo de carga que aclara este hecho.

2. MODELO DE LÍNEA DE DISTRIBUCIÓN

2.1. Líneas de transmisión y distribución

Las líneas de transmisión son las encargadas de transportar la energía eléctrica desde las subestaciones de generación hasta las subestaciones de transformación, donde se cambia el nivel de voltaje de uno alto (de transmisión) a uno más bajo (para subtransmisión o distribución), las líneas de distribución (o subtransmisión) se encargan de transportar la energía eléctrica desde las subestaciones de distribución hasta los diferentes centros de consumo. Haciendo esta distinción, se hace evidente que ambos tipos de líneas cumplen esencialmente el mismo objetivo: transportar energía eléctrica, pero son muy diferentes.

Las principales diferencias entre las líneas de transmisión y distribución son:

- Las líneas de distribución sirven cargas altamente desbalanceadas, mientras que las de transmisión sirven cargas levemente desbalanceadas (que comúnmente se asumen balanceadas).
- Las líneas de distribución son relativamente cortas, comparadas con las líneas de transmisión, por lo que su relación resistencia-reactancia (R/X) es alta.

- Las líneas de distribución no siempre son líneas transpuestas, lo que acentúa el desbalance entre las fases, mientras que las líneas de transmisión son casi siempre transpuestas.
- Las líneas de distribución contienen más segmentos subterráneos que las líneas de transmisión, por lo que el efecto capacitivo entre fases y fases con tierra aumenta.

Estas diferencias hacen evidente que se debe usar un modelo más exacto para líneas de distribución, considerando las propiedades de la línea.

El modelo que se presenta en el siguiente capítulo se puede extender para líneas de transmisión, ya que los fenómenos que afectan a los dos tipos de líneas son esencialmente los mismos, pero están más acentuados en las líneas de distribución.

Las líneas de transmisión y distribución se pueden modelar considerando cuatro factores relacionados con la capacidad para conducir la corriente, estos son: resistencia, reactancia, capacitancia y conductancia; la conductancia toma en cuenta las corrientes de fuga en los aisladores y en el aire. Es común que se ignore esta corriente, ya que su magnitud es despreciable comparada con la corriente que atraviesa la línea y no existe un método efectivo para su medición, debido a que depende de factores variables, como la densidad y humedad del aire, la contaminación y el efecto corona.

2.1.1. Tipos de conductores

En la actualidad se usan más los conductores de aluminio, aunque estos podrían ser reemplazados en un futuro con conductores tecnológicamente más avanzados y con mejores características para el transporte de energía. Los conductores de aluminio son usados debido a su menor costo y ligereza con respecto a los de cobre para un mismo valor de resistencia. Además tienen un diámetro mayor, lo que implica un menor gradiente de voltaje en la superficie del conductor, y una menor tendencia a ionizar el aire que rodea al conductor. Es posible clasificar los conductores de aluminio de la siguiente manera:

- AAC: todos los conductores son de aluminio
- AAAC: todos los conductores son de aleación de aluminio
- ACSR: conductores de aluminio con refuerzo (alma) de acero
- ACAR: conductores de aluminio con refuerzo de aleación

Los conductores más usados para líneas subterráneas son de tipo neutrales concéntricos y blindaje tipo cinta.

Los conductores de neutrales concéntricos consisten de un conductor de fase central, cubierto por una pequeña película de material semiconductor que está unida al material aislante. El material aislante está cubierto por una pantalla aislante de material semiconductor, y los hilos sólidos de neutral concéntrico están enrollados alrededor de esta capa. Los conductores del blindaje tipo cinta consisten de un conductor de fase central cubierto por una fina película de semiconductor no metálico unida al material aislante, el aislante está cubierto por otra pantalla de material semiconductor, sobre la cual está puesto el neutral tipo cinta. Un cobertor aislante es comúnmente puesto sobre el neutral.

2.1.2. Resistencia

La resistencia depende, principalmente de las características físicas de los conductores y es la causa más importante de pérdidas de potencia en las líneas de transmisión. En corriente directa la resistencia es directamente proporcional a la longitud e inversamente proporcional al área de la sección transversal:

$$R_{DC} = \rho \frac{l}{A} \quad (2-1)$$

La resistencia en conductores trenzados es mayor que la resistencia en DC, ya que la configuración en espiral de los hilos conductores los hace más largos que un conductor no trenzado. El aumento de la resistencia debido al trenzado varía entre 1 y 2 por ciento.

La resistencia varía con la temperatura de una forma no lineal, pero con fines prácticos se puede tener una buena aproximación de la variación de la resistencia con la temperatura aproximando la curva $\rho-T$ a una línea recta. La variación de la resistencia con la temperatura es prácticamente lineal dentro de cierto rango de temperaturas y depende, principalmente del cambio de resistividad en función de los cambios de temperatura:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0) \quad (2-2)$$

$$\Delta\rho = \rho_0 \alpha \Delta T \quad (2-3)$$

Donde α es el coeficiente de la resistividad con la temperatura

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dT} \quad (2-4)$$

La distribución uniforme de la corriente en la sección transversal de un conductor, solamente se presenta en corriente directa, en cambio para corriente alterna conforme aumenta la frecuencia se acentúa más la no uniformidad de la corriente en la sección, a este fenómeno se llama efecto piel y en conductores circulares la densidad de corriente se incrementa desde el interior hacia la superficie. Los flujos alternos de corriente inducen mayores voltajes en el interior del conductor que en la superficie, y por la Ley de Lenz los voltajes inducidos se oponen a los cambios de corriente que los producen, creando voltajes inducidos más elevados en el interior del conductor causando una mayor densidad de corriente en la superficie.

Esta variación de la densidad de corriente con la frecuencia es equivalente a un aumento promedio de la resistencia del conductor, debido al cambio del área efectiva del conductor. La profundidad de penetración o profundidad de la piel² es:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (2-5)$$

Para el cobre $\delta = 8,53$ milímetros a una frecuencia de 60 Hertz. Cualquier densidad de corriente o intensidad de campo eléctrico establecida en la superficie de un buen conductor disminuye rápidamente a medida que penetra en el conductor. La energía electromagnética se transmite en la región que rodea al conductor, este lo que hace es guiar las ondas electromagnéticas.

Estos factores afectan la resistencia de los conductores y deben considerarse siempre que el fabricante no proporcione las tablas características

² El desarrollo matemático de la profundidad del efecto piel se encuentra en HYAT, William, *Teoría electromagnética*. p. 369-376.

de sus conductores. Para fines prácticos se puede usar un valor de resistencia efectiva que toma en cuenta todos los factores explicados anteriormente:

$$R = \frac{\text{PÉRDIDAS DE POTENCIA EN EL CONDUCTOR}}{|I_{RMS}|^2} \quad (2-6)$$

2.1.3. Inductancia

La inductancia de una línea de transmisión o distribución se calcula como los enlaces de flujo por ampere

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\lambda}{I} \quad (2-7)$$

Para obtener el valor aproximado de inductancia de una línea es necesario considerar los enlaces de flujo externos e internos al conductor³. Para esto se hacen las siguientes ciertas suposiciones:

- La densidad de corriente es uniforme en toda la superficie de cada hilo conductor. Con base en esto se puede hallar la inductancia para un hilo de un conductor:

$$L_1 = \frac{\lambda}{I} = 2 * 10^{-7} \ln\left(\frac{D}{r_1'}\right) \text{ H/m} \quad (2-8)$$

Donde $r_1' = r_1 * \varepsilon^{-1/4} = 0,778 8 * r_1$ es el radio de un conductor ficticio que se supone sin flujo interno, pero con la misma inductancia que tiene el conductor de radio real.

³ El desarrollo de las ecuaciones de inductancia para una línea de transmisión excede los límites de este trabajo, pero se puede encontrar en GRAINGER, John y STEVENSON, William. *Análisis de sistemas de potencia*. p. 136-154. Y GLOVER, Duncan, SARMA, Mulukutla y OVERBYE Thomas. *Power System Analisis and Design*. p. 154-170.

- Todos los hilos de un conductor tienen el mismo radio y una fracción de la corriente total I/n .

Expandiendo la expresión para un conductor de n hilos con una corriente igual en cada hilo se obtiene la expresión:

$$L_X = 2 * 10^{-7} \ln \left(\frac{D_m}{D_s} \right) H / m \quad (2-9)$$

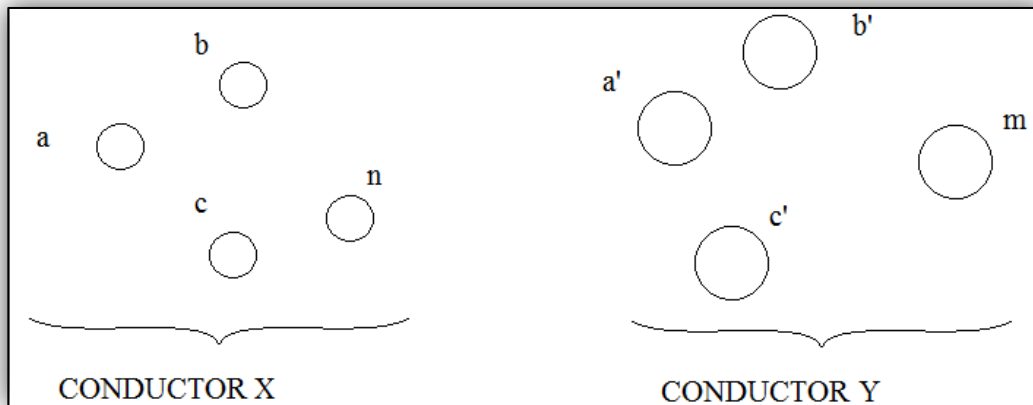
Donde D_m es la distancia media geométrica mutua: es la raíz mn -ésima de mn términos que son productos de las distancias desde todos los n hilos del conductor X a todos los hilos del conductor Y

$$D_m = \sqrt[mn]{(D_{aa'}D_{ab'}D_{ac'} \dots D_{am'}) (D_{ba'}D_{bb'}D_{bc'} \dots D_{bm'}) \dots (D_{na'}D_{nb'}D_{nc'} \dots D_{nm'})} \quad (2-10)$$

D_s es la distancia media geométrica propia: raíz n^2 -ésima de los productos de las distancias de cada hilo del conductor hacia sí mismo y a cada uno de los otros hilos, también llamada radio medio geométrico (RMG)

$$D_s = \sqrt[n^2]{(D_{aa}D_{ab}D_{ac} \dots D_{an}) (D_{ba}D_{bb}D_{bc} \dots D_{bn}) \dots (D_{na}D_{nb}D_{nc} \dots D_{nn})} \quad (2-11)$$

Figura 3. Configuración de conductores representativa para las ecuaciones (2-10) y (2-11)



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

2.1.4. Ecuaciones de Carson

La ecuación (2-9) es válida, únicamente, para líneas transpuestas (donde cada fase ocupa la misma posición física un tercio de la longitud total de la línea) con un equilibrio de corriente entre las fases. Pero como los sistemas de distribución consisten de segmentos monofásicos y bifásicos, deben considerarse como no transpuestos sirviendo cargas desbalanceadas. Debe además, considerarse el retorno de la corriente por tierra, ya que la carga desbalanceada permite un retorno por el neutral y/o tierra.

John Carson⁴ desarrolló a partir de la ecuación (2-9) y el método de las imágenes ecuaciones para calcular la impedancia propia (2-12) y mutua (2-13) de las líneas para cualquier configuración de fases, incluyendo el retorno de la corriente por tierra, considerando a esta como un conductor sólido, uniforme, infinito, con una superficie plana y una resistividad constante.

$$\hat{Z}_{ii} = r_i + 4\omega P_{ii}G + j \left(X_i + 2\omega G * \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 4\omega Q_{ii}G \right) \Omega/milla \quad (2-12)$$

$$\hat{Z}_{ij} = 4\omega P_{ij}G + j \left(2\omega G * \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + 4\omega Q_{ij}G \right) \Omega/milla \quad (2-13)$$

Donde:

\hat{Z}_{ii} = impedancia propia del conductor i en $\Omega/milla$

\hat{Z}_{ij} = impedancia mutua entre los conductores i y j en $\Omega/milla$

r_i = resistencia efectiva en AC del conductor i en $\Omega/milla$

ω = $2\pi f$ = frecuencia angular del sistema en radianes por segundo

G = $0,160\ 934\ 4 * 10^{-3}$ $\Omega/milla$

RD_i = radio del conductor i en pies

GMR_i = radio medio geométrico en pies

f = frecuencia del sistema en Hertz

ρ = resistividad de la tierra en Ω -metro

θ_{ij} = ángulo entre un par de líneas desde el conductor i hacia su imagen hasta la imagen del conductor j.

D_{ij} = distancia entre los conductores i y j en pies

S_{ij} = distancia entre el conductor i y la imagen j en pies

⁴ CARSON, John, Wave propagation in overhead wires with ground return, *Bell System Technical Journal*. Vol. 5. p. 65-80.

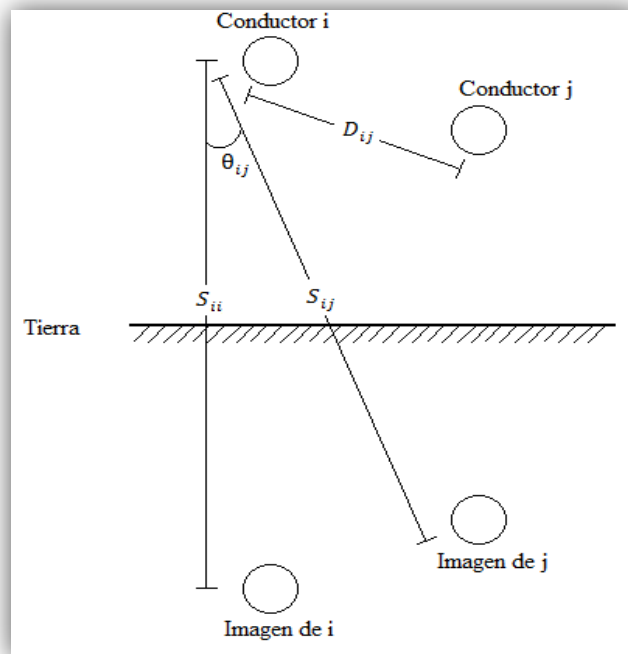
$$X_i = 2\omega G * \ln \frac{RD_i}{GMR_i} \quad (2-14)$$

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \cos(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^2}{16} \cos(2\theta_{ij}) \left(0.6728 + \ln \frac{2}{k_{ij}} \right) \quad (2-15)$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{k_{ij}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \cos(\theta_{ij}) \quad (2-16)$$

$$k_{ij} = 8.565 * 10^{-4} S_{ij} \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (2-17)$$

Figura 4. **Método de las imágenes aplicado a dos conductores i y j donde se evidencian las distancias usadas en las ecuaciones de Carson**



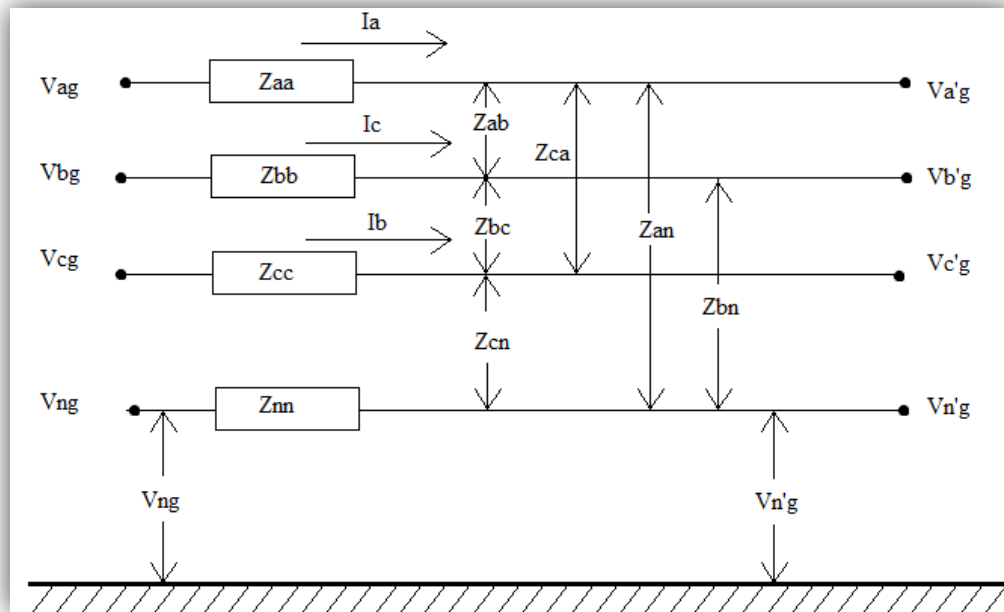
Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

Para el modelo de la línea se usan las ecuaciones modificadas de Carson⁵, en las que se usa únicamente el primer término de P y Q y se sustituyen los valores de $\rho = 100 \Omega\text{-metro}$, π y $f = 60$ Hertz:

$$\hat{Z}_{ii} = r_i + 0,095\ 30 + j0,121\ 34 \left(\ln \frac{1}{GMR_i} + 7,934\ 02 \right) \Omega/\text{milla} \quad (2-18)$$

$$\hat{Z}_{ij} = 0,095\ 30 + j0,121\ 34 \left(\ln \frac{1}{D_{ij}} + 7,934\ 02 \right) \Omega/\text{milla} \quad (2-19)$$

Figura 5. **Impedancias propias y mutuas de un segmento de línea de distribución**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

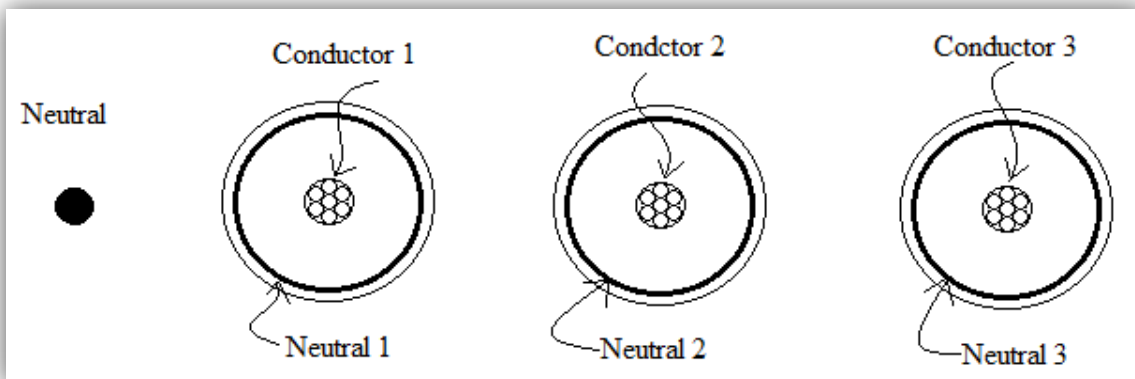
⁵ Una explicación amplia del desarrollo de las ecuaciones modificadas de Carson puede ser consultada en: CARSON, John, Wave propagation in overhead wires with ground return, *Bell System Technical Journal*. Vol. 5. p. 65-80.

Esta formulación considera que el retorno de la corriente y la concatenación de flujos magnéticos entre fases y entre fases y neutro. Es posible utilizarlas para crear un modelo de línea que considera los desbalances de corrientes y su efecto en la línea, ya que al cambiar la corriente en cualquiera de las fases cambia su campo magnético asociado y esto afecta a las otras fases del sistema. Este efecto se manifiesta como una impedancia entre fases, tal como se muestra en la figura 4.

2.1.5. Impedancia en serie de un segmento de línea

Con las ecuaciones de Carson se puede calcular la impedancia propia y mutua para un sistema de $n \times m$ conductores. En sistemas de distribución la mayor matriz que se obtiene, comúnmente es de 7×7 para una línea subterránea de tres conductores con 4 neutrales; uno para cada fase y un neutral de retorno, véase figura 6.

Figura 6. **Configuración de conductores subterráneos del con blindaje tipo cinta y neutral adicional**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

Con las impedancias de un segmento de línea es posible construir una matriz de impedancias primitivas de la siguiente forma:

$$[\hat{Z}_{Primitiva}] = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc|ccc} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} & \hat{Z}_{an1} & \hat{Z}_{an2} & \hat{Z}_{anm} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} & \hat{Z}_{bn1} & \hat{Z}_{bn2} & \hat{Z}_{bnm} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cn1} & \hat{Z}_{cn2} & \hat{Z}_{cnm} \\ \hat{Z}_{n1a} & \hat{Z}_{n1b} & \hat{Z}_{n1c} & \hat{Z}_{n1n1} & \hat{Z}_{n1n2} & \hat{Z}_{n1nm} \\ \hat{Z}_{n2a} & \hat{Z}_{n2b} & \hat{Z}_{n2c} & \hat{Z}_{n2n1} & \hat{Z}_{n2n2} & \hat{Z}_{n2nm} \\ \hat{Z}_{nma} & \hat{Z}_{nmb} & \hat{Z}_{nmc} & \hat{Z}_{nmn1} & \hat{Z}_{nmn2} & \hat{Z}_{nmnm} \end{array} \right] \end{array} \quad (2-20)$$

$$[\hat{Z}_{Primitiva}] = \left[\begin{array}{c|c} [\hat{Z}_{ij}] & [\hat{Z}_{in}] \\ \hline [\hat{Z}_{nj}] & [\hat{Z}_{nm}] \end{array} \right] \quad (2-21)$$

Donde los subíndices ni (i=1,2,3...m) indican el neutral que se esté trabajando.

Esta matriz es muy descriptiva, ya que muestra como es el comportamiento de un segmento de línea y cómo interactúan sus fases entre sí y con los neutrales, pero rara vez una matriz de este tipo sirve para el análisis de flujo de carga debido a sus dimensiones, por lo que se debe transformar a un equivalente de nxn, donde n es el número de fases del sistema que se va a trabajar (comúnmente 3).

Para transformar esta matriz se usa la reducción de Kron, que no es más que una reducción de variables en una matriz aprovechando el hecho que una o más variables son cero, para este caso se considera que el neutral está múltiplemente aterrizado y se toma su voltaje como cero. De esta manera se puede obtener una matriz de 3x3 comúnmente llamada matriz de impedancias de fase, para una configuración de tres conductores con n neutrales:

$$[Z_{abc}] = [\hat{Z}_{ij}] - [\hat{Z}_{in}] * [\hat{Z}_{nn}]^{-1} * [\hat{Z}_{nj}] \quad (2-22)$$

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \Omega/\text{milla} \quad (2-23)$$

En el caso de una configuración en delta (sin neutrales), la matriz de impedancias de fase $[Z_{abc}]$ es igual a la matriz primitiva, por lo que no es necesario usar la reducción de Kron.

Para trabajar los conductores subterráneos es necesario tomar en cuenta que la inductancia se ve afectada por la configuración de los neutrales del blindaje cobertor, es evidente que todo el campo eléctrico se queda confinado al interior del blindaje, sin importar el tipo de cable subterráneo. Por lo que es necesario conocer la resistencia y radio medio geométrico de los conductores para aplicar las ecuaciones modificadas de Carson.

El radio medio geométrico del neutral, para los conductores con neutrales concéntricos es:

$$RMG_{cn} = \sqrt[k]{RMG_s * k * r^{k-1}} \quad ft \quad (2-24)$$

Donde $r = \frac{d}{2} = \frac{d_{od}-d_s}{24}$ es el radio del círculo que pasa a través de todos los neutrales concéntricos (véase figura.6), k es el número de hilos neutrales y RMG_s es el radio medio geométrico para un hilo neutral.

Y la resistencia equivalente del neutral concéntrico es

$$R_{cn} = \frac{R_s}{k} \quad (2-25)$$

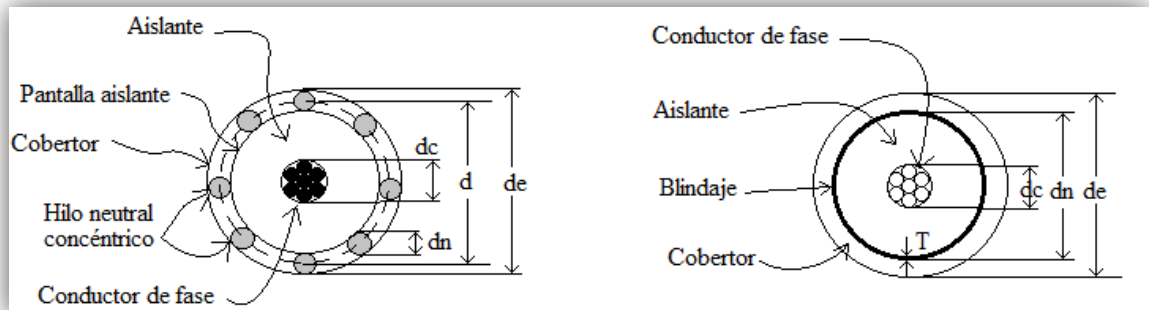
Donde R_s es la resistencia de un hilo neutral.

La distancia media geométrica mutua entre un conductor de fase y un neutral concéntrico es:

$$DMG_{ij} = \sqrt[k]{D_{nm}^k - r^k} \quad (2-26)$$

Donde D_{nm} es la distancia entre centros de dos conductores de fase

Figura 7. **Conductor subterráneo con neutrales concéntricos (izquierda) y conductor subterráneo con blindaje tipo cinta (derecha)**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

Para los conductores con blindaje tipo cinta la resistencia se encuentra con la ecuación (2-1), que para un blindaje de aluminio con una resistividad en Ω – metro a 50° centigrados, el diámetro externo d_n en pulgadas y el ancho del blindaje t en circular-mils:

$$R_{Blindaje} = 7,9385 * 10^8 \frac{\rho}{d_{st}} \quad \Omega/milla \quad (2-27)$$

El radio medio geométrico es el radio del círculo que pasa en medio del blindaje (figura. 6):

$$RMG_{Blindaje} = \frac{d_n \frac{T}{1000}}{24} ft \quad (2-28)$$

2.1.6. Admitancia en derivación

La admitancia en derivación está conformada por una conductancia y una capacitancia, pero como se explicará más adelante la conductancia se desprecia y el modelo de admitancia se transforma en una capacitancia.

2.1.6.1. Conductancia

La conductancia representa la pérdida de potencia en las líneas entre los conductores o entre los conductores y tierra, estas pérdidas se deben a las corrientes de fuga en los aisladores y al efecto corona. La corriente de fuga de los aisladores depende de factores como la suciedad en los mismos, factores meteorológicos (humedad, densidad del aire, temperatura, etc.).

El efecto corona ocurre cuando la intensidad del campo eléctrico hace que el aire se ionice eléctricamente y se vuelva conductor. Las pérdidas debidas a la conductancia en derivación comúnmente se desprecian, debido a que su efecto es mucho menor al generado por la resistencia en serie, pero principalmente debido a la dificultad para su medición, ya que es muy variable al depender de las condiciones meteorológicas entre otras.

2.1.6.2. Capacitancia

La capacitancia es el resultado de la diferencia de potencial entre conductores y entre conductores con tierra, y hace que estos se carguen de manera similar a como lo hace un capacitor de placas paralelas cuando hay una diferencia de potencial entre ellas. El voltaje alterno en la línea tiene como consecuencia que la carga de los conductores aumente y disminuya de forma alterna igual que el voltaje. Para el modelo de la capacitancia se asume que la carga se distribuye de manera uniforme a lo largo de la periferia del conductor y que el aire en el que está es un medio uniforme con una permitividad relativa de $\epsilon_R = 1,000\ 54$, por lo que se puede usar la permitividad del vacío $\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} F/m$ con una muy buena exactitud.

Esto produce un campo eléctrico radial, y con superficies equipotenciales cilíndricas, con un campo eléctrico:

$$E = \frac{q}{2\pi x \epsilon} V/m \quad (2-29)$$

Donde q es la carga del conductor y x es la distancia a la cual se calcula el campo eléctrico. La diferencia de potencial entre los conductores se encuentra integrando la ecuación (2-29) desde D1 hasta una distancia D2:

$$V = \frac{q}{2\pi \epsilon} \ln \frac{D_2}{D_1} V \quad (2-30)$$

Expandiendo (2-30) para n conductores resulta:

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi \epsilon} \sum_{n=1}^N q_n \ln \frac{D_{nj}}{D_{ni}} = \sum_{n=1}^N q_n P_n \quad (2-31)$$

$$V_{ij} = q_i \hat{P}_{ii} + q_j \hat{P}_{ij} \quad (2-32)$$

Donde q_n , D_{ni} , D_{nj} son respectivamente la carga del conductor y las distancias entre los conductores n e i y entre los conductores n y j. Los coeficientes de potencial P representan la configuración en el espacio de los conductores y las condiciones del medio (para este caso el aire).

Conociendo el voltaje de cada uno de los conductores es posible encontrar la capacitancia de la línea, usando la ecuación (2-33) para cada conductor, sustituyendo en esta (2-30)

$$C = \frac{q}{V} \quad (2-33)$$

Es importante recordar que la capacitancia es un factor geométrico que no depende directamente de la carga de los conductores, ni de la diferencia de voltaje entre estos, sino más bien de la configuración de los mismos y del medio entre estos, por lo que el método elegido para calcular la capacitancia de un segmento de línea es el que considera los coeficientes de potencial:

$$\hat{P}_{ii} = 11,1789 * \ln \frac{S_{ii} \text{ millas}}{RD_i} / \mu F \quad (2-34)$$

$$\hat{P}_{ij} = 11,1789 * \ln \frac{S_{ij} \text{ millas}}{D_{ij}} / \mu F \quad (2-35)$$

Donde S_{ii} es la distancia del conductor i hacia su imagen y S_{ij} es la distancia del conductor i hacia la imagen del conductor j, RD_i es el radio del conductor en pies y D_{ij} es la distancia entre los conductores i y j en pies

Nuevamente se usa el método de las imágenes, para considerar el efecto que crea el suelo sobre el campo eléctrico de los conductores; considerando que el suelo es un conductor uniforme, perfecto y con una longitud infinita, en este caso se considera que los conductores tienen una carga definida para un instante dado y que las imágenes contienen cargas iguales a las de los conductores pero con signos opuestos. Con este método se puede formar primero una matriz de coeficientes de potencial primitivos (2-36) y (2-37), para después aplicar la reducción de Kron (2-38) y tener una matriz de coeficientes de potencial útil para el modelo (2-39), de forma análoga a la formación de la matriz de impedancias de fase.

$$[\hat{P}_{Primitiva}] = \begin{bmatrix} \hat{P}_{aa} & \hat{P}_{ab} & \hat{P}_{ac} & | & \hat{P}_{an} \\ \hat{P}_{ba} & \hat{P}_{bb} & \hat{P}_{bc} & | & \hat{P}_{bn} \\ \hat{P}_{ca} & \hat{P}_{cb} & \hat{P}_{cc} & | & \hat{P}_{cn} \\ \hat{P}_{na} & \hat{P}_{nb} & \hat{P}_{nc} & | & \hat{P}_{nn} \end{bmatrix} \quad (2-36)$$

O de forma compacta

$$[\hat{P}_{Primitiva}] = \begin{bmatrix} [\hat{P}_{ij}] | [\hat{P}_{in}] \\ [\hat{P}_{nj}] | [\hat{P}_{nm}] \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

$$[P_{abc}] = [\hat{P}_{ij}] - [\hat{P}_{in}] * [\hat{P}_{nn}]^{-1} * [\hat{P}_{nj}] \quad (2-38)$$

$$[P_{abc}] = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} \end{bmatrix} \Omega/\text{milla} \quad (2-39)$$

Finalmente se obtiene la matriz de capacitancias de fase del segmento de la línea (2-40)

$$[C_{abc}] = [P_{abc}]^{-1} \quad (2-40)$$

La admitancia en derivación es la capacitancia, ya que como se explicó con anterioridad, la conductancia en derivación es despreciable.

Para el caso de los conductores subterráneos con neutrales concéntricos es necesario calcular la diferencia de potencial entre el conductor de fase y cada uno de los hilos neutrales, se asume que cada hilo neutral tiene una fracción $1/n$ de la corriente y la carga total por el neutral, de manera que el calculo se reduce al del potencial entre el conductor de fase y un neutral:

$$V_{cn1} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left[\ln \frac{r}{r_c} - \frac{1}{k} \left(\ln \frac{kr_n}{r} \right) \right] \quad (2-41)$$

De esta forma la capacitancia de un conductor de fase subterráneo es:

$$C = \frac{q}{V_{cn1}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{r}{r_c} - \frac{1}{k} \left(\ln \frac{kr_n}{r} \right)} \quad (2-42)$$

Donde k es el número de hilos del neutral, r es el radio del círculo que pasa por el centro de todos los neutrales, r_c es el radio del conductor y r_n es el radio de un hilo neutral.

Para el caso del conductor subterráneo con blindaje tipo cinta se puede considerar como un conductor con una cantidad infinita de hilos neutrales, por lo que al aplicar (2-42) el segundo término del denominador se aproxima a cero:

$$C = \frac{q}{V_{cn1}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{r}{r_c}} \quad (2-43)$$

En el caso de conductores subterráneos se debe tener en cuenta que la permitividad del medio no es aproximadamente igual a 1, sino que es la permitividad del material aislante entre el conductor de fase y el neutral. Para el caso de las capacitancias mutuas entre fases es evidente que se vuelven nulas, ya que el campo eléctrico se queda confinado al interior de los neutrales, por lo que los términos fuera de la diagonal de la matriz de capacitancias son cero.

Finalmente, considerando que la conductancia de la línea es despreciable, la matriz de admitancias en derivación de la línea es aproximadamente igual a la reactancia capacitiva de la línea:

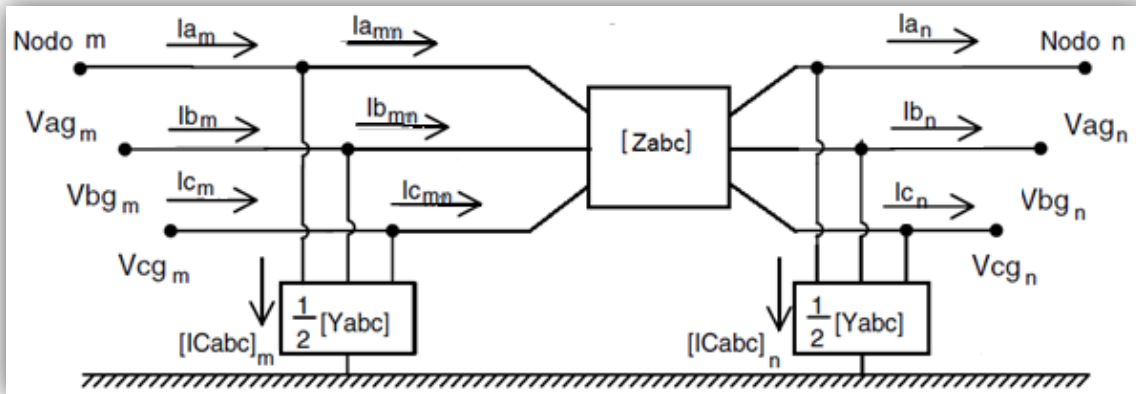
$$[Y_{abc}] = 2\pi f * [C_{abc}] \quad (2-44)$$

2.1.7. Representación de las líneas de distribución

Para la representación de la línea se usa un modelo con parámetros concentrados, ya que las líneas de distribución entran en su mayoría dentro del grupo de líneas de transmisión cortas; se desprecia además, la conductancia en derivación. La capacitancia en derivación se puede despreciar para el caso de líneas aéreas y cortas (longitud menor a 80 kilómetros), pero no en el caso de líneas subterráneas, por esta razón en el modelo usado en este trabajo no se va a despreciar la capacitancia en derivación en ningún caso para tener mayor exactitud en los resultados.

El modelo usado se asemeja más al de las líneas de transmisión medias (longitud entre 80 y 250 kilómetros) esto debido a que se considera el efecto causado por la admitancia en derivación. Para modelar la línea se divide la matriz de admitancias en derivación (que son admitancias concentradas) y se ubica la mitad en cada extremo de la línea (figura 8).

Figura 8. **Modelo de línea de distribución**



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*.p. 126.

Conociendo el modelo de la línea es posible ahora encontrar las matrices generalizadas para un segmento de línea. Básicamente el segmento de línea es una combinación de un elemento en serie; la matriz de impedancias de fase y dos elementos en paralelo; la mitad de la matriz de admitancias en derivación.

Sabiendo esto se pueden encontrar las matrices generalizadas para un segmento de línea⁶:

$$[a] = [U] + \frac{1}{2}[Z_{abc}][Y_{abc}] \quad (2-45)$$

$$[b] = [Z_{abc}] \quad (2-46)$$

$$[c] = [Z_{abc}] + \frac{1}{4}[Y_{abc}][Z_{abc}][Y_{abc}] \quad (2-47)$$

⁶El desarrollo de estas ecuaciones está ampliamente explicado en: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 125-129. Y para líneas de transmisión balanceadas en: GLOVER, Duncan, SARMA, Mulukutla y OVERBYE Thomas. *Power System Analysis and Design*. p. 145-192.

$$[d] = [U] + \frac{1}{2}[Z_{abc}][Y_{abc}] \quad (2-48)$$

$$[A] = [a]^{-1} \quad (2-49)$$

$$[B] = [a]^{-1}[b] \quad (2-50)$$

Donde:

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

3. MODELO DE CARGAS

Carga es todo aquello que representa un consumo de potencia para el sistema eléctrico, en otras palabras un consumo de corriente eléctrica a un determinado nivel de voltaje. Las cargas varían a lo largo del tiempo, y mientras más cerca del consumidor se analiza el sistema más grandes son los cambios en la carga. Existen una diversidad de factores usados para representar el tipo de las cargas y su consumo de energía, pero para el análisis de sistemas de potencia (en este caso sistemas de distribución), en régimen permanente, principalmente interesa la carga máxima que puede existir en un determinado punto, aunque es evidente que el estado estable es inalcanzable, principalmente en sistemas de distribución donde las variaciones son más marcadas debido a la proximidad con los centros de carga.

Para el modelo la carga hace referencia a la demanda máxima diversificada, que es el máximo de la suma de demandas impuestas por un grupo de cargas en un período particular de tiempo. Ya que es la máxima demanda que puede haber en el sistema en un determinado instante bajo condiciones normales de operación.

Las cargas en un sistema de distribución pueden estar conectadas en estrella (Y) o en delta, trifásicas, bifásicas o monofásicas con cualquier grado de desbalance para los primeros dos casos. Los modelos de las cargas pueden ser divididos en 4 tipos más específicos, independientemente de la conexión que estas posean:

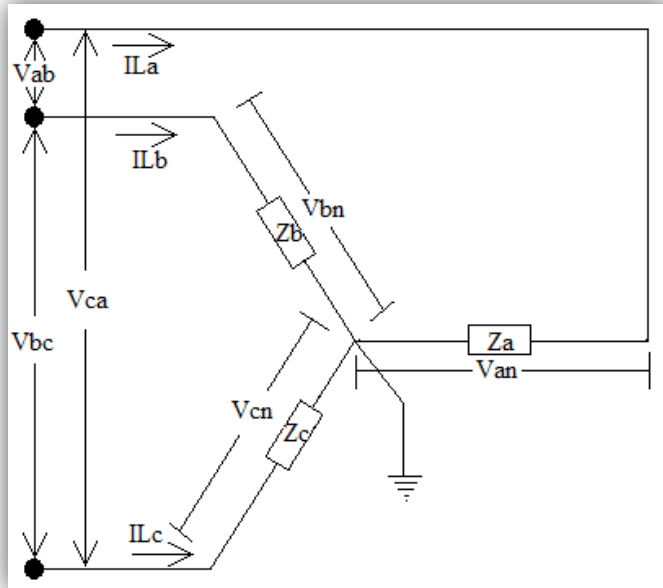
- Potencia activa y reactiva constante
- Corriente constante
- Impedancia constante
- Cualquier combinación de las anteriores

3.1. Cargas conectadas en Y

Las cargas dependen, principalmente del voltaje aplicado, ya que independientemente del tipo de carga que se trate, la potencia consumida es proporcional al voltaje y este es siempre variable a lo largo del tiempo, por lo que es necesario modelar el comportamiento de las cargas ante este cambio continuo de voltaje, básicamente se observan tres diferentes comportamientos en las cargas:

- Cargas que mantienen constante su consumo de corriente sin importar su impedancia ni su voltaje.
- Cargas que mantienen su consumo de potencia constante, independientemente de las variaciones en el voltaje.
- Cargas que mantienen su impedancia constante sin importar las variaciones del voltaje ni corriente.

Figura 9. **Cargas conectadas en Y**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

3.1.1. **Cargas de potencia constante**

Este tipo de cargas represente un consumo de potencia constante para el sistema de distribución, ya sea activa, reactiva o aparente y es el tipo más común de carga. El consumo de corriente para cada una de las fases en función del voltaje del sistema y su consumo de potencia nominal es:

$$\begin{aligned}
IL_a &= \left(\frac{S_a}{V_{an}} \right)^* = |IL_a| \angle \delta_a - \theta_a \\
IL_b &= \left(\frac{S_b}{V_{bn}} \right)^* = |IL_b| \angle \delta_b - \theta_b \\
IL_c &= \left(\frac{S_c}{V_{cn}} \right)^* = |IL_c| \angle \delta_c - \theta_c
\end{aligned} \tag{3-1}$$

Donde δ es el ángulo de voltajes de línea a neutro y θ es el ángulo de factor de potencia.

3.1.2. Cargas de impedancia constante

Este tipo de cargas consumen corriente variable porque las variaciones del voltaje afectan de manera directa el consumo de corriente, pero mantienen el valor de su impedancia constante. Para obtener el valor de la impedancia de las cargas en función del voltaje nominal del sistema y su consumo nominal de potencia se usan las ecuaciones (3-2):

$$\begin{aligned}
Z_a &= \frac{|V_{an}|^2}{S_a^*} = \frac{|V_{an}|^2}{|S_a|} \angle \theta_a = Z_a \angle \theta_a \\
Z_b &= \frac{|V_{bn}|^2}{S_b^*} = \frac{|V_{bn}|^2}{|S_b|} \angle \theta_b = Z_b \angle \theta_b \\
Z_c &= \frac{|V_{cn}|^2}{S_c^*} = \frac{|V_{cn}|^2}{|S_c|} \angle \theta_c = Z_c \angle \theta_c
\end{aligned} \tag{3-2}$$

Para obtener el consumo de corriente en este caso, es necesario usar la ley de Ohm, que es aplicable únicamente para el caso de cargas con impedancia constante:

$$IL_a = \frac{V_{an}}{Z_a} = \left| \frac{V_{an}}{Z_a} \right| \angle \delta_a - \theta_a = |IL_a| \angle \delta_a - \theta_a$$

$$IL_b = \frac{V_{bn}}{Z_b} = \left| \frac{V_{bn}}{Z_b} \right| \angle \delta_b - \theta_b = |IL_b| \angle \delta_b - \theta_b \quad (3-3)$$

$$IL_c = \frac{V_{cn}}{Z_c} = \left| \frac{V_{cn}}{Z_c} \right| \angle \delta_c - \theta_c = |IL_c| \angle \delta_c - \theta_c$$

3.1.3. Cargas de corriente constante

Este tipo de cargas representan un consumo de corriente constante, pero el ángulo de la corriente varía de forma proporcional al ángulo del voltaje aplicado. Para este caso se encuentra la magnitud de la corriente usando el conjunto de ecuaciones (3-1) y el ángulo de la corriente se actualiza dependiendo del voltaje aplicado con el conjunto de ecuaciones (3-4).

$$IL_a = |IL_a| \angle \delta_a - \theta_a$$

$$IL_b = |IL_b| \angle \delta_b - \theta_b \quad (3-4)$$

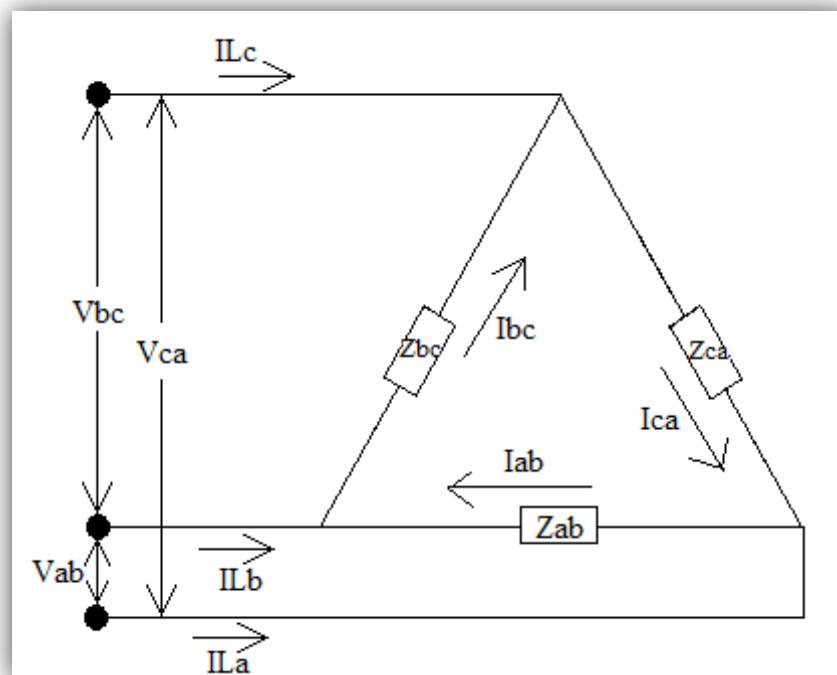
$$IL_c = |IL_c| \angle \delta_c - \theta_c$$

3.2. Cargas conectadas en Delta

Al igual que las cargas conectadas en Y es posible modelar las cargas conectadas en delta de tres formas diferentes, la diferencia es que los voltajes en las cargas son voltajes entre líneas, por lo que después de obtener las corrientes en cada carga es necesario encontrar la corriente que entra en cada línea. Esto se hace con la ecuación (3-5) que relaciona las corrientes de línea y las corrientes de fase en una conexión delta.

$$\begin{bmatrix} IL_a \\ IL_b \\ IL_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Figura 10. Cargas conectadas en Delta



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

3.2.1. Cargas de potencia constante

De forma análoga al caso en Y, en esta conexión la corriente depende de las variaciones de voltaje entre líneas y de la potencia de la carga, la corriente entre fases se encuentra con las ecuaciones (3-6) y con estas corrientes se encuentra la corriente en las líneas con la ecuación (3-5).

$$I_{ab} = \left(\frac{S_{ab}}{V_{ab}} \right)^* = |I_{ab}| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab}$$

$$I_{bc} = \left(\frac{S_{bc}}{V_{bc}} \right)^* = |I_{bc}| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} \quad (3-6)$$

$$I_{ca} = \left(\frac{S_{ca}}{V_{ca}} \right)^* = |I_{ca}| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}$$

3.2.2. Cargas de voltaje constante

La impedancia de la carga depende del voltaje nominal entre fases y de la potencia nominal de la carga:

$$Z_{ab} = \frac{|V_{ab}|^2}{S_{ab}^*} = \frac{|V_{ab}|^2}{|S_{ab}|} \angle \theta_{ab} = Z_{ab} \angle \theta_{ab}$$

$$Z_{bc} = \frac{|V_{bc}|^2}{S_{bc}^*} = \frac{|V_{bc}|^2}{|S_{bc}|} \angle \theta_{bc} = Z_{bc} \angle \theta_{bc} \quad (3-7)$$

$$Z_{ca} = \frac{|V_{ca}|^2}{S_{ca}^*} = \frac{|V_{ca}|^2}{|S_{ca}|} \angle \theta_{ca} = Z_{ca} \angle \theta_{ca}$$

Para encontrar el consumo de corriente en un momento dado hay que valerse nuevamente de la ley de Ohm, y usar la impedancia entre fases encontrada con las ecuaciones (3-7) y el voltaje aplicado entre fases:

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \left| \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} \right| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |I_{ab}| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab}$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_c} = \left| \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} \right| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |I_{bc}| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} \quad (3-8)$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \left| \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} \right| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |I_{ca}| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}$$

3.2.3. Cargas de corriente constante

De forma análoga al caso conectado en Y, la magnitud de la corriente consumida por este tipo de cargas se encuentra con el conjunto de ecuaciones (3-6). La magnitud de la corriente calcula se mantiene constante sin importar las variaciones en el voltaje, pero cambia su dirección de forma proporcional al ángulo del voltaje (3-9), posteriormente se encuentra la corriente en las líneas con (3-5).

$$I_{ab} = |I_{ab}| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab}$$

$$I_{bc} = |I_{bc}| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} \quad (3-9)$$

$$I_{ca} = |I_{ca}| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}$$

3.3. Bancos de capacitores

Los bancos de capacitores son, principalmente usados para la regulación de voltaje en los sistemas de potencia, ya que aportan potencia reactiva al sistema. Estos son un caso especial de las cargas con impedancia constante, donde la impedancia es una reactancia capacitiva constante, aunque es común que existan bancos regulantes que pueden cambiar el valor de su potencia nominal, en el modelo propuesto se consideran constantes los valores de potencia, ya que los cambios que pueden realizar estos capacitores son escalonados, por lo que la potencia que estos pueden inyectar tiene un conjunto de valores discretos bien definidos.

Los bancos de capacitores pueden conectarse en Y o en Delta, entre las principales diferencias entre las dos conexiones tenemos:

- El voltaje en la conexión en estrella es el voltaje de línea a neutro, mientras que en la conexión en delta el voltaje es el voltaje entre líneas.
- El consumo de corriente en la conexión en delta se debe transformar de un consumo entre fases a un consumo en cada línea usando la ecuación (3-5).

Los bancos de capacitores son un caso especial de carga, y se consideran como susceptancias que entregan potencia reactiva a la red; en el modelo propuesto la única diferencia con una carga puntual es que se considera como una carga negativa (aporta corriente reactiva) y que la impedancia debe ser puramente reactiva.

La impedancia de los bancos de capacitores conectados en estrella es:

$$Z_{cap_a} = \frac{V_{an}^2}{S_a^*}$$

$$Z_{cap_b} = \frac{V_{bn}^2}{S_b^*} \quad (3-10)$$

$$Z_{cap_c} = \frac{V_{cn}^2}{S_c^*}$$

Y la corriente de los capacitores conectados en Y de acuerdo a la ley de Ohm es:

$$I_{C_a} = -j \frac{V_a}{Z_{cap_a}}$$

$$I_{C_b} = -j \frac{V_b}{Z_{cap_b}} \quad (3-11)$$

$$I_{C_c} = -j \frac{V_c}{Z_{cap_c}}$$

De forma análoga la impedancia de los bancos de capacitores conectados en delta es:

$$Z_{cap_{ab}} = \frac{V_{ab}^2}{S_{ab}^*}$$

$$Z_{cap_{bc}} = \frac{V_{bc}^2}{S_{bc}^*} \quad (3-12)$$

$$Z_{cap_{ca}} = \frac{V_{ca}^2}{S_{ca}^*}$$

Y la corriente de los capacitores conectados en delta es:

$$I_{C_{ab}} = -j \frac{V_{ab}}{Z_{cap_{ab}}}$$
$$I_{C_{bc}} = -j \frac{V_{bc}}{Z_{cap_{bc}}} \quad (3-13)$$
$$I_{C_{ca}} = -j \frac{V_{ca}}{Z_{cap_{ca}}}$$

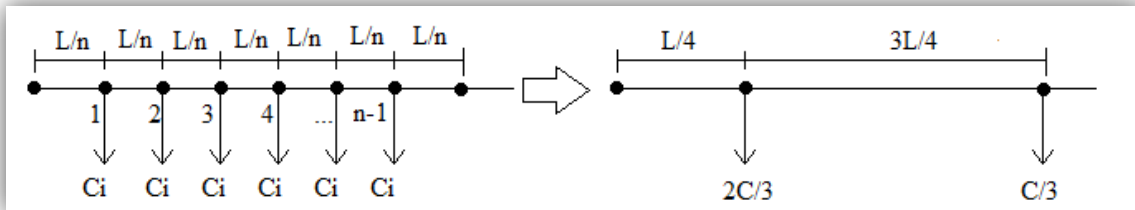
Para convertir la corriente dentro de la delta a una corriente de línea se usa la ecuación (3-5), al igual que en el caso de las cargas conectadas en delta.

3.4. Cargas distribuidas

Se llaman cargas distribuidas a un conjunto de cargas del mismo tipo con un consumo de potencia igual, que se encuentran uniformemente espaciadas respecto a una longitud de línea, estas cargas pueden ser monofásicas, bifásicas o trifásicas y estar conectadas en Y o delta.

Para cargas, uniformemente distribuidas se considera el concepto de que todas las cargas son iguales tanto en espaciamiento como en su consumo de corriente. Es posible modelar este tipo de carga considerando que un tercio de la misma se encuentra al final del segmento de línea y los dos tercios restantes se encuentran a un cuarto de la distancia entre los dos nodos del segmento de línea (fig. 11).

Figura 11. **Modelo equivalente de cargas distribuidas**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

Este tipo de carga se considera como una mezcla de un elemento en derivación y uno en serie, ya que se encuentra entre dos nodos y su modelo ubica una parte de la carga en el nodo final y la otra entre los dos nodos.

A continuación en la tabla I se presentan de forma resumida las ecuaciones usadas para el cálculo del consumo de potencia en cada una de las configuraciones posibles para las cargas:

Tabla I. Tipos de cargas

Tipo	Conexión en Y	Conexión en Delta
Cargas PQ cte. Los voltajes cambian con cada iteración	$IL_X = \left(\frac{S_X}{V_{Xn}}\right)^* = IL_X \angle \delta_X - \theta_X$	$IL_{XY} = \left(\frac{S_{XY}}{V_{XY}}\right)^* = IL_{XY} \angle \delta_{XY} - \theta_{XY}$
Cargas Z cte. Los voltajes cambian con cada iteración Pero Z se mantiene constante	$Z_X = \frac{ V_{Xn} ^2}{S_X^*} = \frac{ V_{Xn} ^2}{ S_X } \angle \theta_X$ $= Z_X \angle \theta_X$ $IL_X = \frac{V_{Xn}}{Z_X} = \left \frac{V_{Xn}}{Z_X}\right \angle \delta_X - \theta_X$ $= IL_X \angle \delta_X - \theta_X$	$Z_{XY} = \frac{ V_{XY} ^2}{S_{XY}^*} = \frac{ V_{XY} ^2}{ S_{XY} } \angle \theta_{XY}$ $= Z_{XY} \angle \theta_{XY}$ $IL_{XY} = \frac{V_{XY}}{Z_{XY}} = \left \frac{V_{XY}}{Z_{XY}}\right \angle \delta_{XY} - \theta_{XY}$ $= IL_{XY} \angle \delta_{XY} - \theta_{XY}$
Cargas I cte. I se mantiene constante pero cambia el ángulo del voltaje	$IL_X = IL_X \angle \delta_X - \theta_X$	$IL_{XY} = IL_{XY} \angle \delta_{XY} - \theta_{XY}$
Capacitores Son un caso especial de las cargas Z constante	$Z_{cap_X} = \frac{V_{Xn}^2}{S_X^*}$ $IC_X = -j \frac{V_X}{Z_{cap_X}}$	$Z_{cap_{XY}} = \frac{V_{XY}^2}{S_{XY}^*}$ $IC_{XY} = -j \frac{V_{XY}}{Z_{cap_{XY}}}$
Cargas distribuidas	Se considera que dos tercios de la carga se encuentran a L/4 y el tercio restante se encuentra al final del segmento	

Fuente: elaboración propia.

4. MODELO DE TRANSFORMADORES Y REGULADORES DE VOLTAJE

4.1. Transformadores

El transformador es una máquina eléctrica estática encargada de transformar la energía eléctrica con magnitudes de voltaje y corriente determinadas a otras de diferente valor, pero con un valor de potencia que permanece esencialmente constante. La transmisión de energía eléctrica desde las centrales generadoras hasta los puntos de consumo es más económica mientras más alto sea el voltaje de transmisión, ya que de esta forma se hace menor la corriente y se reduce la sección de los conductores. Únicamente se considera la transmisión de potencia con corriente alterna debido a que el uso de corriente directa es nulo en Guatemala.

La función del transformador es, básicamente la de aumentar y disminuir el nivel de voltaje de acuerdo a las necesidades del sistema: reducir la corriente y las pérdidas en el sistema de transmisión y aumentar la corriente en los centros de generación y puntos de consumo.

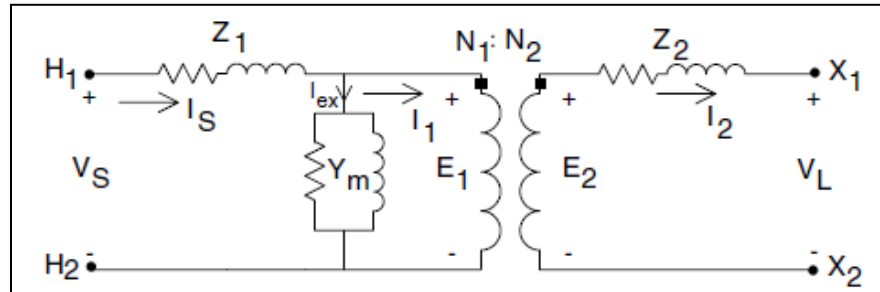
4.1.1. Transformador monofásico

El transformador monofásico está constituido, principalmente por un núcleo magnético y dos arrollamientos; primario y secundario con número de espiras N_1 y N_2 respectivamente. Debido a que se trabaja con redes de distribución el primario absorbe potencia eléctrica de la red y el secundario suministra corriente y potencia al centro de carga.

Los factores que deben tomarse en cuenta para el modelado de transformadores son:

- Las resistencias óhmicas de los devanados primario y secundario, que representan pérdidas de potencia por efecto joule. Para el modelo del transformador estas pérdidas en los devanados se ilustran como resistencias en serie con cada devanado del transformador (véase figura 12).
- Existe flujo disperso (o flujo de dispersión), esto significa que no todo el flujo magnético está confinado al núcleo magnético y por tanto no todo el flujo atraviesa las bobinas ni induce una corriente en estas. Este efecto es equivalente al efecto que produce una bobina conectada en serie con cada devanado.
- Existen pérdidas en el hierro debido a las corrientes de Foucault: pérdidas por efecto joule debidas a corrientes eléctricas generadas por el flujo magnético alterno en el hierro del transformador. Estas pérdidas son representadas en el modelo como resistencias en paralelo al devanado primario.
- Pérdidas en el núcleo por histéresis: son pérdidas debidas al continuo cambio de orientación de los dominios magnéticos dentro de un material ferromagnético. Este efecto es representado como una reactancia inductiva en paralelo con el devanado del primario.

Figura 12. **Modelo equivalente exacto del transformador monofásico**



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 147.

Uniendo los efectos explicados anteriormente, es posible construir el modelo equivalente exacto para un transformador monofásico como se muestra en la figura 12.

Teniendo el modelo del transformador se puede encontrar matrices generalizadas para el transformador monofásico, el procedimiento es básicamente usar las relaciones de transformación:

$$n_t = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} \quad (4-1)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (4-2)$$

Donde E_1 y E_2 representan la fuerza contraelectromotriz del devanado primario y secundario respectivamente, I_1 e I_2 son las corrientes que atraviesan el devanado primario y secundario respectivamente y n_t es la relación de transformación del transformador. Con estas ecuaciones y las leyes básicas de circuitos eléctricos es posible encontrar los voltajes y corrientes del lado del primario en función de los del secundario:

$$V_1 = V_2 n_t(1 + Z_1 Y_m) + I_2(n_t Z_2 + n_t Z_1 Z_2 Y_m + Z_1/n_t) \quad (4-3)$$

$$I_1 = V_2 (n_t Y_m) + I_2(n_t Z_2 Y_m + 1/n_t) \quad (4-4)$$

De forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_t(1 + Z_1 Y_m) & (n_t Z_2 + n_t Z_1 Z_2 Y_m + Z_1/n_t) \\ (n_t Y_m) & (n_t Z_2 Y_m + 1/n_t) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

De esta forma es posible definir las matrices generalizadas para el caso del transformador monofásico como:

$$[a] = [n_t(1 + Z_1 Y_m)] \quad (4-6)$$

$$[b] = [(n_t Z_2 + n_t Z_1 Z_2 Y_m + Z_1/n_t)] \quad (4-7)$$

$$[c] = [n_t Y_m] \quad (4-8)$$

$$[d] = [n_t Z_2 Y_m + 1/n_t] \quad (4-9)$$

Donde Z_1 y Z_2 son las impedancias de los devanados del primario y secundario respectivamente, n_t es la relación de transformación y Y_m es la admitancia en derivación que representa las pérdidas del núcleo.

Como se verá en el capítulo 6 es necesario conocer el voltaje del lado del secundario en función de las magnitudes del lado del primario; de forma similar al procedimiento anterior es posible encontrar el voltaje y corriente del lado secundario en función de los del primario:

$$V_2 = V_1 (1/n_t + n_t Z_2 Y_m) - I_1 \left(\frac{Z_1}{n_t} + (1 - Z_1 Y_m) n_t Z_2 \right) \quad (4-10)$$

$$I_2 = -V_1 (n_t Y_m) + I_1 n_t (1 - Z_1 Y_m) \quad (4-11)$$

Para este caso las matrices generalizadas son:

$$[A] = [1/n_t + n_t Z_2 Y_m] \quad (4-12)$$

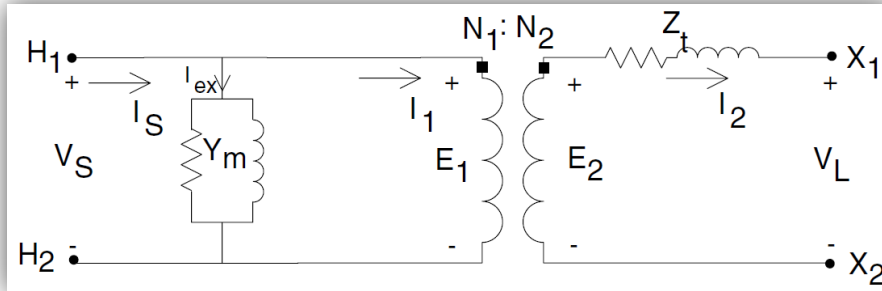
$$[B] = \left[\frac{Z_1}{n_t} + (1 - Z_1 Y_m) n_t Z_2 \right] \quad (4-13)$$

Un método equivalente para obtener las matrices generalizadas del transformador monofásico es presentado en *Distribution system modeling and analysis*⁷, en este procedimiento básicamente lo que se hace es trasladar la impedancia del devanado primario hacia el secundario, combinar ambas impedancias en una impedancia única para el transformador y a partir de este modelo hallar las matrices generalizadas. Este procedimiento para el transformador monofásico permite obtener ecuaciones más simples creando mayor velocidad de cómputo pero sacrificando un poco de exactitud.

Es importante conocer modelos equivalentes que permiten mayor velocidad de cómputo, algunos autores simplifican más el modelo ignorando la rama en derivación, pero esto reduce exactitud en los resultados.

⁷ KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 147-150.

Figura 13. **Modelo aproximado del transformador monofásico**



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis* p. 148.

Las matrices generalizadas trasladando la impedancia del primario al secundario son:

$$[a] = [1/n_t] \quad (4-14)$$

$$[b] = [Z_t/n_t] \quad (4-15)$$

$$[c] = [Y_m/n_t] \quad (4-16)$$

$$[d] = \left[\frac{Z_t Y_m}{n_t} + n_t \right] \quad (4-17)$$

$$[A] = [a] \quad (4-18)$$

$$[B] = [Z_t] \quad (4-19)$$

Al comparar las ecuaciones (4-6)-(4-9), (4-12) y (4-13) con las (4-14)- (4-19) se observa fácilmente que las últimas son mucho más sencillas, pero

conlleven un error de aproximadamente 0,1 por ciento, lo que puede ser importante en sistemas grandes o situaciones que requieran mucha exactitud debido a que se trabaja con magnitudes de miles de voltios aún hablando de sistemas de distribución, que poseen voltajes relativamente bajos.

4.1.2. Modelo de transformadores trifásicos

La transformación de la energía en sistemas trifásicos puede realizarse de dos maneras diferentes: una es conectar tres unidades monofásicas juntas de manera que formen tres circuitos magnéticos independientes y la segunda es usar una sola unidad trifásica, esta unidad posee un único núcleo magnético con todos los devanados necesarios para la transformación. En este caso el sistema está formado por tres columnas iguales sobre las que se arrollan las espiras que forman los devanados primario y secundario de cada fase.

Para el modelado de transformadores trifásicos no afecta el hecho de que la conexión se realice con una unidad trifásica o tres monofásicas, ya que al final el factor más importante es la conexión de los devanados entre sí. Las conexiones más comunes para sistemas de distribución radiales son:

- Delta-Y aterrizada
- Y-Delta
- Y aterrizada-Y aterrizada
- Delta-Delta
- Y abierta-Delta abierta

El aterrizamiento en tres de las conexiones anteriores se debe a que para servir cargas desbalanceadas con una conexión en estrella es necesario el retorno de la corriente por tierra, mientras que para una conexión en delta la

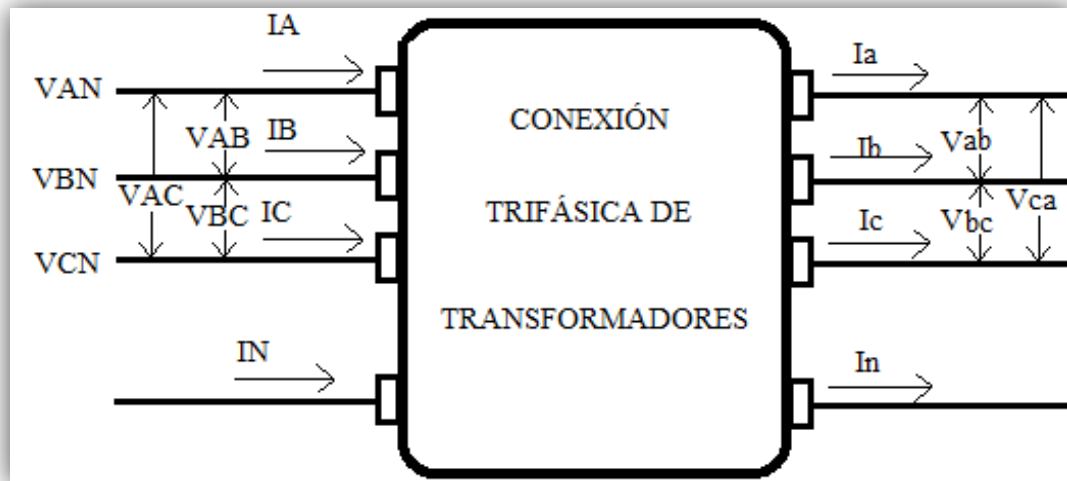
corriente generada por el desbalance se queda circulando dentro de la delta. Se debe tener especial cuidado con el desfaseamiento generado por los diferentes tipos de conexión de los transformadores, ya que cada conexión introduce un desfase diferente en la onda de voltaje y corriente del secundario respecto al primario en un múltiplo de 30 grados.

Las conexiones Y aterrizado-Y aterrizado y Delta-Delta únicamente pueden introducir desfases de 120 y 240 grados, pero las conexiones Y-Delta, Y abierta-Delta abierta y Delta-Y pueden introducir desfases en múltiplos de 30 grados, siendo los desfases más comunes de 30 y -30 grados, llamados comúnmente *Step Up* y *Step Down Connection*, respectivamente.

En el presente trabajo únicamente se desarrollará el modelo para las conexiones *Step Up* y *Step Down* de las conexiones que corresponde, debido a que son las más comunes y que la deducción para las conexiones con desfaseamientos mayores se pueden encontrar de forma similar a estas dos.

Para la modelación de los transformadores trifásicos se hará uso nuevamente del concepto de matrices generalizadas, en el cual el objetivo es relacionar los voltajes y corrientes de entrada a la conexión de transformadores con los voltajes y corrientes de salida como se muestra en la figura 14.

Figura 14. **Bloque representativo de una conexión cualquiera de transformadores trifásicos**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

Al igual que para el modelo propuesto de la línea de distribución se usan las ecuaciones (1-1) y (1-3), para relacionar los voltajes y corrientes de entrada a la conexión de transformadores con los de salida, de manera que se deben desarrollar las matrices generalizadas [a], [b], [c], [d], [A] y [B], para cada una de las diferentes conexiones de transformadores para completar el modelo de transformadores y poder relacionar voltajes y corrientes de entrada y salida a la conexión de transformadores especificando únicamente el tipo conexión.

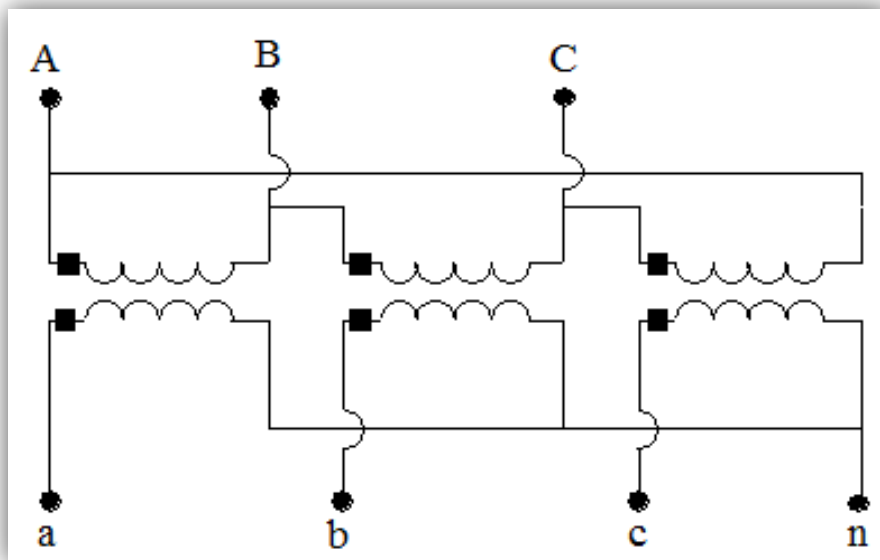
4.1.2.1. **Conexión Delta-Y aterrizada**

Esta conexión es, comúnmente usada en subestaciones de distribución para servir sistemas o segmentos de 4 hilos conectados en Y. Esto es muy útil para sistemas de cargas monofásicas, debido al acentuado desbalance que

estas presentan. Como se mencionó en la sección anterior es posible conectar los transformadores de manera que el voltaje y corriente del primario se adelanten o atrasen respecto de las conexiones del secundario.

Para que el voltaje y la corriente del primario se atrasen al voltaje y corriente del secundario *Step Up Connection* la conexión debe ser de la siguiente forma:

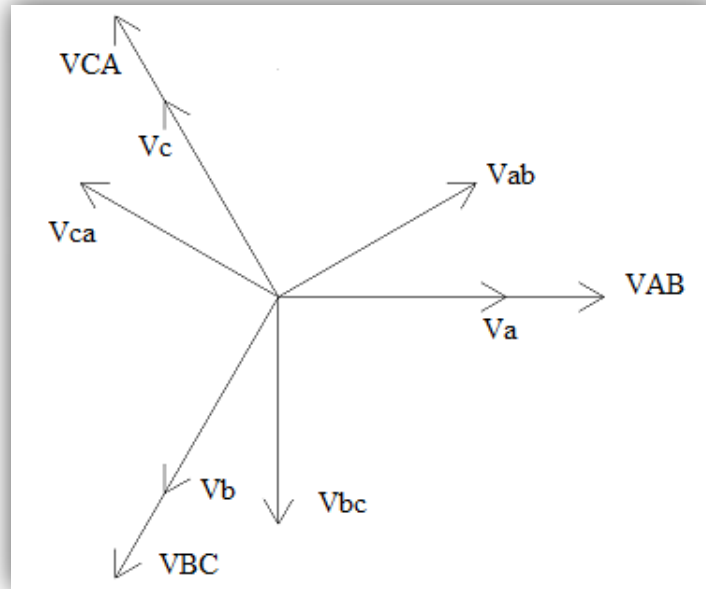
Figura 15. **Conexión Delta-Y aterrizada *Step Up Connection***



Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*.<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

Las impedancias equivalentes en serie con los devanados no se representan en la gráfica pero deben estar ubicadas justo después de cada devanado y antes de realizar la conexión.

Figura 16. Diagrama fasorial de la conexión Delta-Y aterrizada *Step Up Connection*



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

Para obtener las matrices generalizadas de esta conexión se inicia con la relación de transformación que relaciona el voltaje del lado del primario con el del lado del secundario:

$$n_t = \frac{V_{LL} \text{Lado de alto voltaje}}{V_{LN} \text{Lado de bajo voltaje}} \quad (4-20)$$

De forma matricial se puede relacionar los voltajes del primario del transformador en función de los del secundario:

$$\begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (4-21)$$

Ahora, haciendo uso del método de las componentes simétricas desarrollado por Fortescue se puede relacionar el voltaje de línea a neutro del lado primario con el voltaje de línea a neutro del lado del secundario de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \beta^2 & \beta \\ 1 & \beta & \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{LL0} \\ V_{LL1} \\ V_{LL2} \end{bmatrix} \quad (4-22)$$

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \beta^2 & \beta \\ 1 & \beta & \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{LN0} \\ V_{LN1} \\ V_{LN2} \end{bmatrix} \quad (4-23)$$

Donde: $\beta = 1e^{j120}$

Es posible relacionar los voltajes de secuencia positiva, negativa y cero entre línea con los voltajes de secuencia de fase a tierra de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} V_{LL0} \\ V_{LL1} \\ V_{LL2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{t}^* & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{t} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{LN0} \\ V_{LN1} \\ V_{LN2} \end{bmatrix} \quad (4-24)$$

Donde: $\mathbf{t} = \frac{1}{\sqrt{3}}e^{j30}$ que no es mas que la relación entre voltajes de línea a línea y línea a neutro de un sistema trifásico balanceado. Para el caso de los voltajes de secuencia cero se considera que $V_{LL} = V_{LN}$, ya que las corrientes y voltajes de este tipo están en fase.

Ahora, despejando en (4-24) los voltajes de secuencia y sustituyendo estos en (4-23) se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & t^* & 0 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{LL0} \\ V_{LL1} \\ V_{LL2} \end{bmatrix} \quad (4-25)$$

Ahora despejando los voltajes de secuencia de (4-22) y sustituyéndolos en (4-25):

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & t^* & 0 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} \quad (4-26)$$

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

Despejando ahora los voltajes del lado del secundario en (4-21) y sustituyéndolos en (4-27) se tiene la relación de los voltajes de línea a neutro del lado primario con el secundario para esta conexión:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (4-28)$$

Ahora, considerando que los transformadores tienen una impedancia concentrada en el lado del secundario se pueden relacionar los voltajes de los dos lados del transformador considerando de manera aproximada las pérdidas en el transformador:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \right) \quad (4-29)$$

De la ecuación (4-29) se hace evidente la obtención de las dos primeras matrices generalizadas:

$$[a] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4-30)$$

$$[b] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 2Z_a & Z_b & 0 \\ 0 & 2Z_b & Z_c \\ Z_a & 0 & 2Z_b \end{bmatrix} \quad (4-31)$$

Ahora, para obtener los voltajes del lado secundario en función de las magnitudes del lado primario se debe relacionar los voltajes de línea-línea con los de línea a neutro del lado primario:

$$\begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} \quad (4-32)$$

Despejando en la ecuación (4-32) los voltajes de línea a neutro y sustituyendo el equivalente para los voltajes de línea a línea (4-21) se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (4-33)$$

Por último, se incluye en la ecuación (4-34) las caídas de voltaje en la impedancia equivalente del lado secundario para obtener el voltaje del lado secundario del transformador en función del lado primario:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

De esta forma se encuentran las matrices generalizadas [A] y [B]:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-35)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \quad (4-36)$$

Para el caso de las corrientes aplicando la ley de corrientes de Kirchoff, se relacionan primero las corrientes de entrada al transformador con las corrientes en la delta:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{AB} \\ I_{BC} \\ I_{CA} \end{bmatrix} \quad (4-37)$$

Ahora, considerando la relación de transformación entre las corrientes del lado del primario y el secundario:

$$\begin{bmatrix} I_{AB} \\ I_{BC} \\ I_{CA} \end{bmatrix} = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-38)$$

Ahora sustituyendo la ecuación la ecuación (4-38) en (4-37) se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

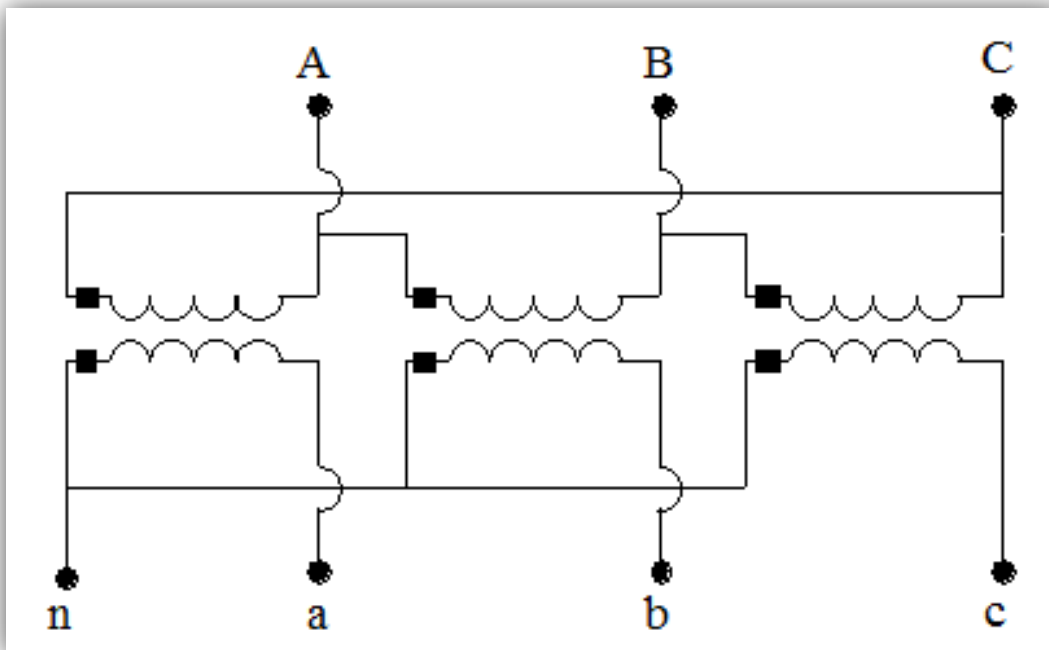
De aquí resulta evidente que:

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

$$[d] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-41)$$

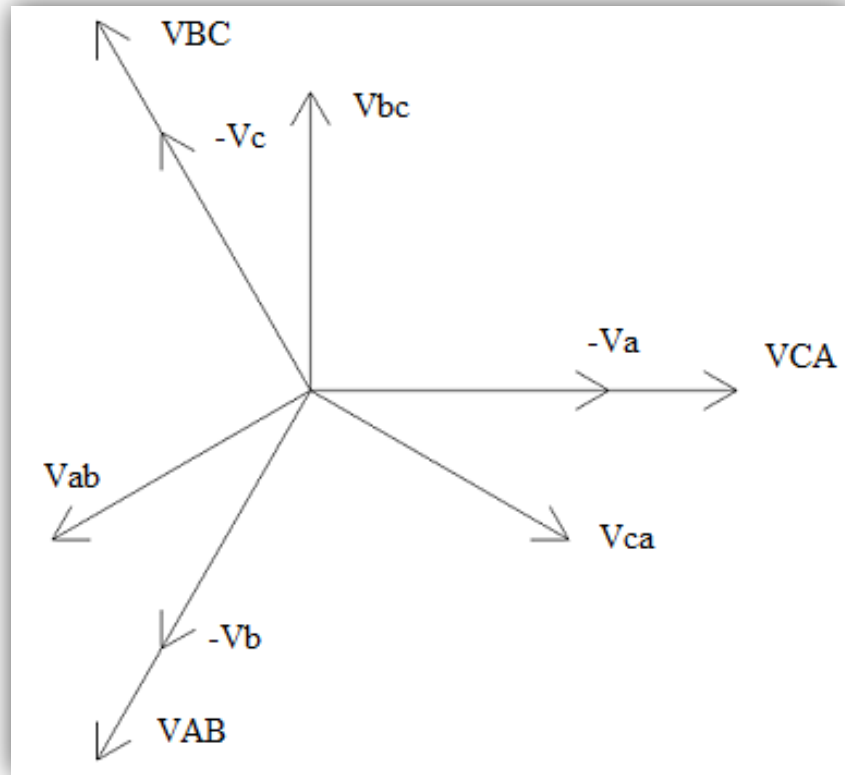
La conexión Delta-Y aterrizada *Step Down* (figura17) hace que el voltaje y la corriente del primario se adelanten 30 grados al voltaje y corriente del secundario (figura 18).

Figura 17. **Conexión Delta-Y aterrizada *Step Down***



Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*.<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

Figura 18. Diagrama fasorial de la conexión Delta-Y aterrizada *Step Down Connection*



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

De forma similar a como se encontraron las matrices generalizadas para la conexión delta-Y aterrizada *Step Up* se pueden encontrar para la conexión *Step Down*⁸:

$$[a] = -\frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-42)$$

⁸ El proceso para la obtención de estas matrices en la conexión *Step down* está ampliamente explicado en: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 201-208.

$$[b] = -\frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 0 & 2Z_b & Z_c \\ Z_a & 0 & 2Z_c \\ 2Z_a & Z_b & 0 \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-44)$$

$$[d] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-45)$$

$$[A] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-46)$$

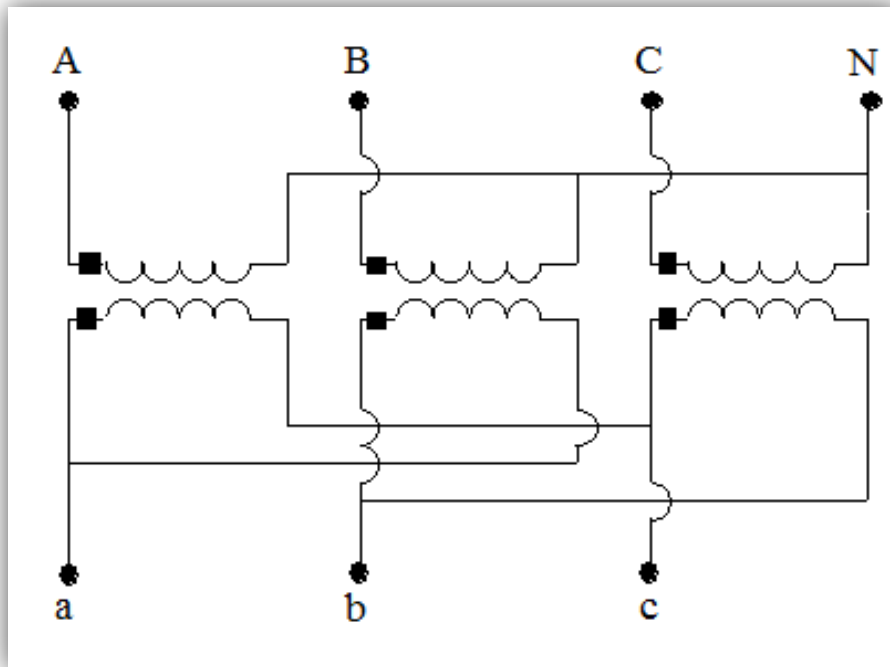
$$[B] = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \quad (4-47)$$

4.1.2.2. Conexión Y-Delta

La conexión Y-Delta puede realizarse con o sin el primario aterrizado. Una conexión con el primario aterrizado permite la circulación de las corrientes de secuencia cero en el caso de fallas y grandes desbalances, esto hace que el transformador sea susceptible a corrientes elevadas, lo cual puede generar una falla en los mismos, pero una ventaja de usar una conexión aterrizada es que se puede realizar posteriormente una conexión Y abierta-Delta abierta, que permite alimentar cargas trifásicas con dos transformadores, en el caso de que el tercero falle.

La conexión más común es con el primario no aterrizado y permite alimentar combinaciones de cargas monofásicas ligeras y trifásicas pesadas.

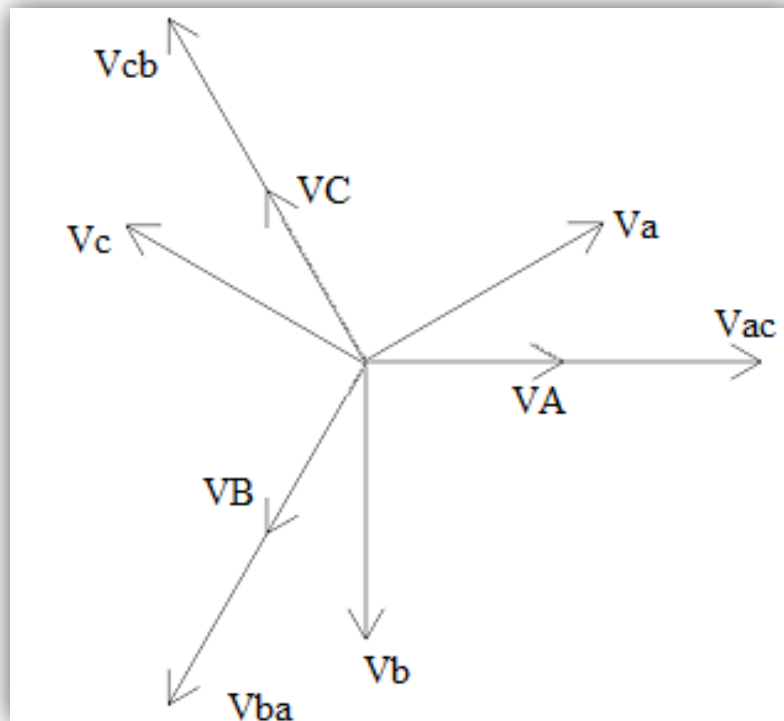
Figura 19. **Conexión Y- Delta Step Up**



Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*.<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

Las impedancias equivalentes en serie con los devanados no se representan en la gráfica pero deben estar ubicadas justo después de cada devanado y antes de realizar la conexión.

Figura 20. **Diagrama fasorial de la conexión Y-Delta *Step Up***



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

Para el desarrollo de las matrices generalizadas se parte de la relación de transformación:

$$n_t = \frac{V_{LN} \text{Lado de alto voltaje}}{V_{LL} \text{Lado de bajo voltaje}} \quad (4-48)$$

De forma matricial se puede relacionar los voltajes del primario del transformador en función de los del secundario:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ac}' \\ V_{ba}' \\ V_{cb}' \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ca}' \\ V_{ab}' \\ V_{bc}' \end{bmatrix} \quad (4-49)$$

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ab}' \\ V_{bc}' \\ V_{ca}' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-50)$$

Reordenando la ecuación 4-48 y despejando para los voltajes del lado del secundario:

$$\begin{bmatrix} V_{ab}' \\ V_{bc}' \\ V_{ca}' \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_t \\ n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} \quad (4-51)$$

Relacionando las corrientes dentro de la delta del secundario con las que salen del transformador se puede formar la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ac} \\ I_{ba} \\ I_{cb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-52)$$

La matriz que 3x3 en la ecuación (4-52) es una matriz singular, por lo que no tiene una matriz inversa, debido a esto es necesario modificar esta ecuación.

Esto se puede hacer únicamente, para la conexión Y-Delta no aterrizada, ya que la corriente no puede circular hacia tierra, de forma que la suma dentro de la delta del transformador debe ser cero:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-53)$$

De esta manera se puede incluir otra ecuación independiente que relaciona las corrientes dentro y fuera de la delta:

$$\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-54)$$

Es posible incluir la corriente en la fase c considerando que, para que una multiplicación sea cero cualquiera de sus productos debe ser cero:

$$\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-55)$$

Se pueden relacionar las corrientes que entran a los devanados con las que salen de los mismos:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \\ n_t & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-56)$$

Ahora se debe sustituir la ecuación (4-55) en (4-56)

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \\ n_t & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} * \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-57)$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-58)$$

En este caso se tuvo que encontrar primero las matrices generalizadas:

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-59)$$

$$[d] = \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-60)$$

Ahora sustituyendo (4-51) y (4-56) en (4-50) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_t \\ n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (4-61)$$

Despejando ahora los voltajes del lado del primario:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (4-62)$$

Usando ahora la ecuación (4-26) para encontrar los voltajes de línea a neutro del lado del lado del secundario y sustituyendo los voltajes de línea a línea por su equivalente de línea a neutro:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} + n_t^2 \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-63)$$

De aquí surgen las matrices generalizadas que relacionan el voltaje del lado del primario con el voltaje y corriente del secundario:

$$[a] = \begin{bmatrix} n_t & 0 & -n_t \\ -n_t & n_t & 0 \\ 0 & -n_t & n_t \end{bmatrix} \quad (4-64)$$

$$[b] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} -2Z_{ca} & -Z_{ca} & 0 \\ Z_{ab} & -Z_{ab} & 0 \\ Z_{bc} & 2Z_{bc} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-65)$$

Para el desarrollo de las dos matrices generalizadas faltantes se usa la ecuación (4-61):

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_t \\ n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (4-66)$$

Usando ahora la ecuación (4-27) para encontrar los voltajes de línea a neutro del lado del lado del secundario:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-67)$$

Sustituyendo (4-67) en (4-66) y despejando para los voltajes del lado del secundario:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_t \\ n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (4-68)$$

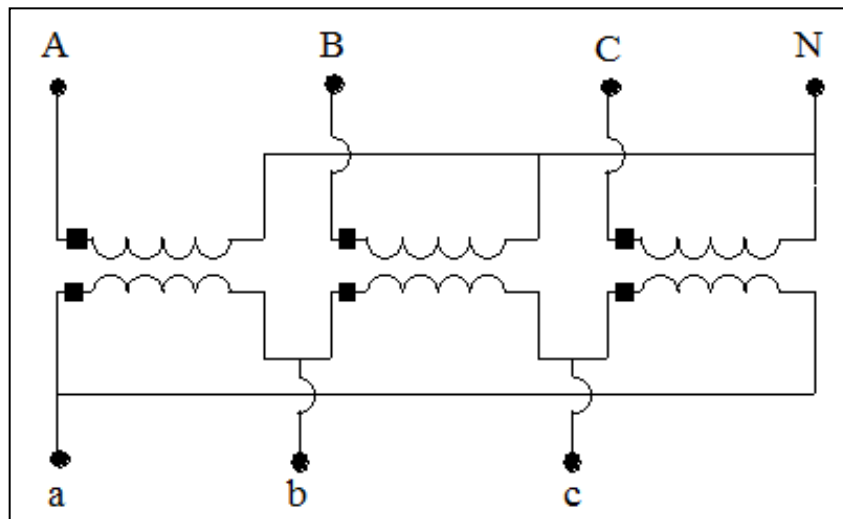
De (4-68) se obtienen las matrices que relacionan el voltaje del secundario con la corriente y voltaje del primario:

$$[A] = -\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-69)$$

$$[B] = -\frac{1}{9} \begin{bmatrix} Z_{bc} - 4Z_{ab} & -2Z_{ab} - Z_{bc} & 0 \\ 2Z_{bc} + Z_{ca} & 2Z_{ca} - 2Z_{bc} & 0 \\ 2Z_{ca} - 2Z_{ab} & 4Z_{ca} - Z_{ab} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-70)$$

De forma similar es posible encontrar las matrices generalizadas para la conexión Y-Delta *Step Down*⁹, figura 21.

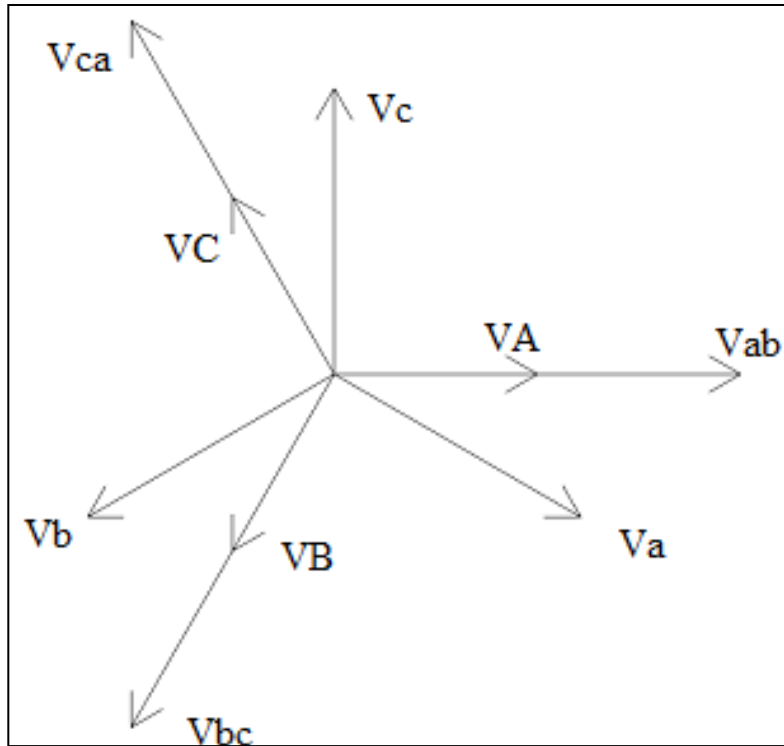
Figura 21. **Conexión Y-D Step Down Connection**



Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

⁹ Las matrices generalizadas para la conexión Y-Delta *Step down connection* están ampliamente desarrolladas en: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 212-218.

Figura 22. Diagrama fasorial de voltajes en la conexión Y-D *Step Down*



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

$$[a] = n_t \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-71)$$

$$[b] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} Z_{ab} & -Z_{ab} & 0 \\ Z_{bc} & 2Z_{bc} & 0 \\ -2Z_{ca} & -Z_{ca} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-72)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-73)$$

$$[d] = \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-74)$$

$$[A] = \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4-75)$$

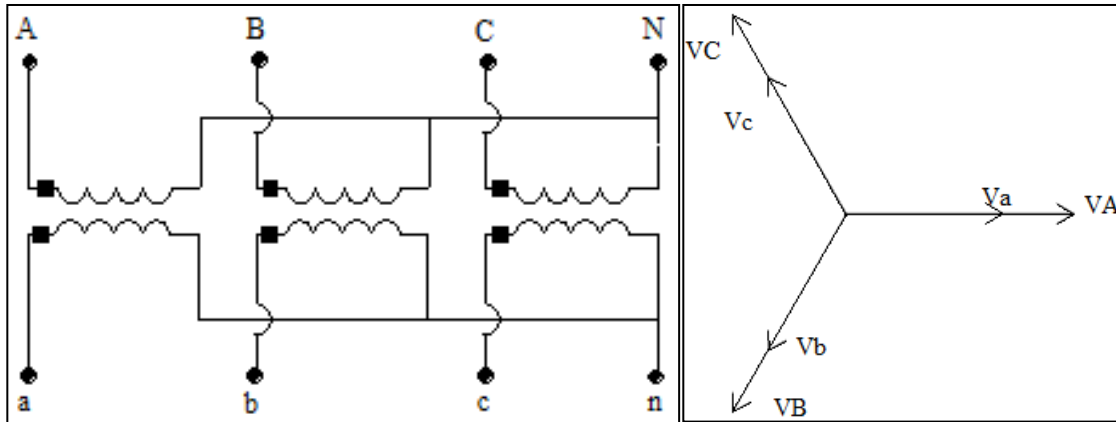
$$[B] = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 2Z_{ab} + Z_{bc} & 2Z_{bc} - 2Z_{ab} & 0 \\ 2Z_{bc} - 2Z_{ca} & 4Z_{bc} - Z_{ca} & 0 \\ Z_{ab} - 4Z_{ca} & -Z_{ab} - 2Z_{ca} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-76)$$

4.1.2.3. Conexión Y-Y

Esta conexión es usada, principalmente, para alimentar cargas monofásicas y trifásicas, debido a esto es común que sea una conexión con neutrales aterrizados aunque la conexión se puede realizar con o sin el neutral aterrizado, en este tipo de conexiones los desfases que se pueden conseguir son únicamente de 120 y – 120 grados, pero son raramente usados con tales desfases (figura 23), es más común que se usen sin desfase alguno.

Esta configuración se puede ver afectada por el comportamiento de los armónicos y por altas corrientes de secuencia cero debido a la conexión aterrizada, esto puede ocasionar condiciones peligrosas y nocivas para los transformadores.

Figura 23. **Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión de transformadores Y-Y**



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

Las matrices generalizadas para esta conexión¹⁰ son:

$$[a] = \begin{bmatrix} n_t & 0 & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ 0 & 0 & n_t \end{bmatrix} \quad (4-77)$$

$$[b] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} n_t Z_a & 0 & 0 \\ 0 & n_t Z_b & 0 \\ 0 & 0 & n_t Z_c \end{bmatrix} \quad (4-78)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-79)$$

$$[d] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-80)$$

¹⁰ Las matrices generalizadas para la conexión Y-Y están ampliamente desarrolladas en: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 222-224.

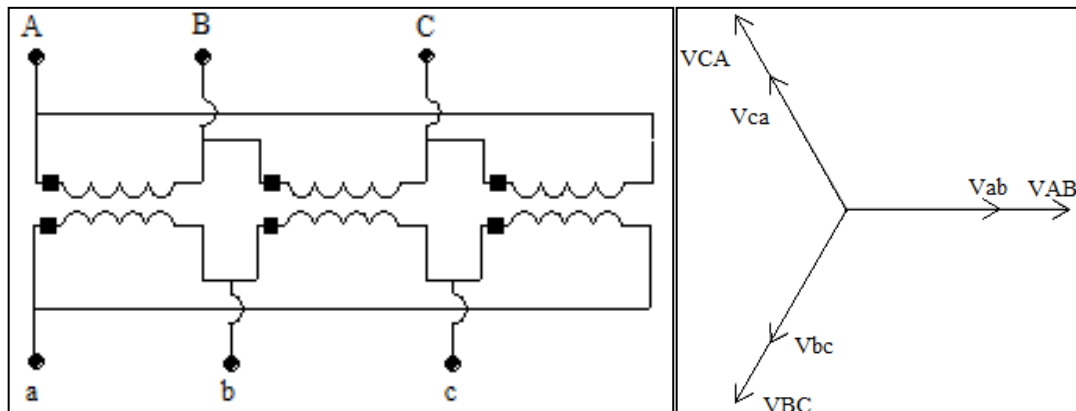
$$[A] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-81)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \quad (4-82)$$

4.1.2.4. Conexión Delta-Delta

Esta conexión es usada para alimentar, principalmente cargas trifásicas, o una combinación de cargas trifásicas y monofásicas. Se puede usar cuando no se requiere una conexión del neutral a tierra o cuando la corriente que debe atravesar los devanados es muy alta.

Figura 24. **Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión de transformadores Delta-Delta**



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

Las matrices generalizadas para la conexión Delta-Delta¹¹ son:

$$[a] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4-83)$$

$$[b] = \frac{n_t}{9(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix}^*$$

$$\begin{bmatrix} Z_{ab} & -Z_{ab} & 0 \\ Z_{bc} & 2Z_{bc} & 0 \\ -2Z_{ca} & -Z_{ca} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ca} & -Z_{bc} & 0 \\ Z_{ca} & Z_{ab} + Z_{ca} & 0 \\ -Z_{ab} - Z_{bc} & -Z_{bc} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-84)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-85)$$

$$[d] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-86)$$

$$[A] = \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad (4-87)$$

$$[B] = \frac{n_t}{9(Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca})} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix}^*$$

$$\begin{bmatrix} Z_{ab} & -Z_{ab} & 0 \\ Z_{bc} & 2Z_{bc} & 0 \\ -2Z_{ca} & -Z_{ca} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{ca} & -Z_{bc} & 0 \\ Z_{ca} & Z_{ab} + Z_{ca} & 0 \\ -Z_{ab} - Z_{bc} & -Z_{bc} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-88)$$

¹¹ Las matrices generalizadas para la conexión Delta-Delta están ampliamente desarrolladas en: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 224-231.

Las ecuaciones (4-83) y (4-88) se expresan como un producto indicado porque no se pueden reducir a una forma más simple.

4.1.2.5. Conexión Y abierta-Delta abierta

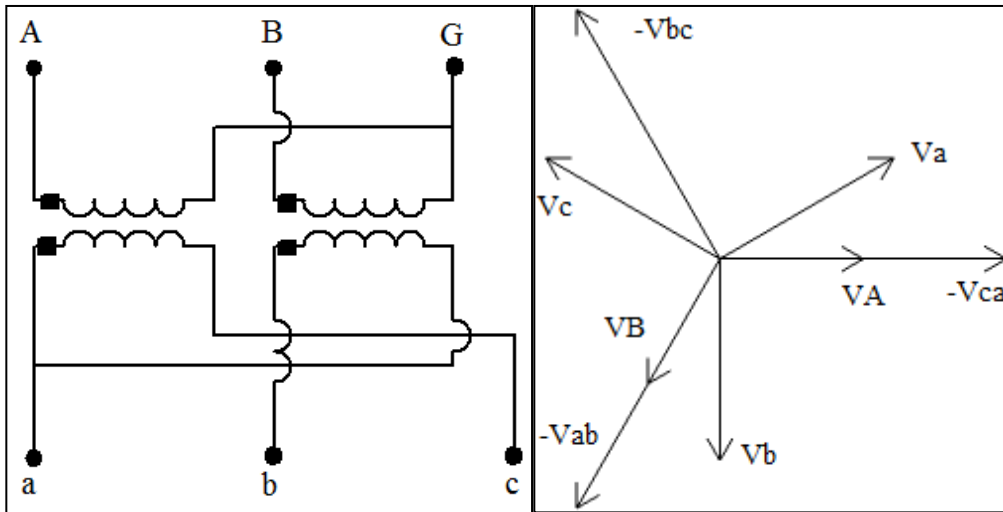
Esta conexión puede ser usada para alimentar una combinación de cargas monofásicas y trifásicas, pero es más común en la alimentación de una carga monofásica pesada y una carga trifásica ligera. Esta conexión muchas veces se usa en casos de emergencia cuando la conexión Y-Delta pierde un transformador y se requiere seguir alimentando la carga a una capacidad de carga reducida, en caso de perder una fase la potencia total del banco se reduce a 57,7 por ciento de la capacidad nominal y el factor de utilización se reduce a 86,6 por ciento para los dos transformadores restantes.

La ventaja de esta conexión es que, únicamente se requiere del uso de dos transformadores. También es usada cuando se espera que la demanda en una zona aumente de forma significativa, de manera que para suplir dicha demanda, únicamente será necesario agregar un transformador adicional.

Debido a los desfases inherentes de las conexiones Y-Delta la conexión Y abierta-Delta abierta permite tener desfases entre las magnitudes del primario y secundario en múltiplos de 30 grados, por lo que al igual que con la conexión Y-Delta se analizarán los desfases de 30 y -30 grados. Adicional a esto, existen tres posibles combinaciones para esta conexión, según las fases que estén conectadas a los transformadores; pudiendo estar conectadas las fases A y B, B y C o A y C, de manera que resultan 6 posibles combinaciones para la conexión Y abierta-Delta abierta.

Únicamente se desarrollan las matrices generalizadas para la conexión de transformadores Y abierta- Delta abierta conectada en las fases A y B, las demás conexiones se obtienen de forma equivalente.

Figura 25. **Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión Y abierta-Delta abierta *Step Up Connection* usando las fases A y B en el lado del primario**



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

Usando como base la figura 25 se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab}' \\ V_{bc}' \\ V_{ca}' \end{bmatrix} \quad (4-89)$$

Las corrientes se relacionan de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_t & -n_t & 0 \\ 0 & n_t & 0 \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (4-90)$$

Ahora, para encontrar los voltajes fuera del transformador se considera la impedancia concentrada reducida al lado del secundario:

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ab}' \\ V_{bc}' \\ V_{ca}' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-91)$$

Sustituyendo ahora la ecuación (4-89) en (4-91)

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-92)$$

Ahora considerando que:

$$I_{ca} = -I_c \quad (4-93)$$

$$I_{ab} = I_b \quad (4-94)$$

$$-I_b - I_c = I_a \quad (4-95)$$

$$I_a = -I_{ab} + I_{ca} \quad (4-96)$$

Sustituyendo (4-93) y (4-94) y despejando el voltaje del primario:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_{ab} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Z_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-97)$$

No se considera la corriente en la fase a I_a del lado del secundario por que los voltajes V_A y V_B del lado del primario se pueden expresar en función únicamente de las corrientes I_b e I_c . Los voltajes de línea a línea del secundario pueden ser sustituidos por los voltajes de línea a neutro:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_{ab} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Z_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-98)$$

De esta forma se obtienen las matrices:

$$[a] = \begin{bmatrix} n_t & 0 & -n_t \\ -n_t & n_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-99)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_t Z_{ca} \\ 0 & -n_t Z_{ab} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-100)$$

La relación entre las corrientes del lado del primario y el secundario es:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{n_t} \\ 0 & \frac{1}{n_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-101)$$

De esta forma surgen:

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-102)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{n_t} \\ 0 & \frac{1}{n_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-103)$$

Usando ahora (4-92), sustituyendo el voltaje V_{ca} que debe ser igual a la suma del negativo de los dos voltajes restantes y considerando una combinación de las ecuaciones (4-93), (4-94) y (4-96), para sustituir las corrientes de línea a línea con las de línea a neutro:

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{-n_t} & 0 \\ \frac{1}{n_t} & \frac{1}{n_t} & 0 \\ \frac{1}{-n_t} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -Z_{ab} & 0 \\ 0 & Z_{ab} & -Z_{ca} \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-104)$$

Ahora usando la ecuación (4-27) se pueden encontrar los voltajes del lado del secundario en función de las magnitudes del secundario:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{3}\right) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{-n_t} & 0 \\ \frac{1}{n_t} & \frac{1}{n_t} & 0 \\ \frac{1}{-n_t} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} - \left(\frac{1}{3}\right) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -Z_{ab} & 0 \\ 0 & Z_{ab} & -Z_{bc} \\ 0 & 0 & Z_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (4-105)$$

De aquí surgen las matrices generalizadas:

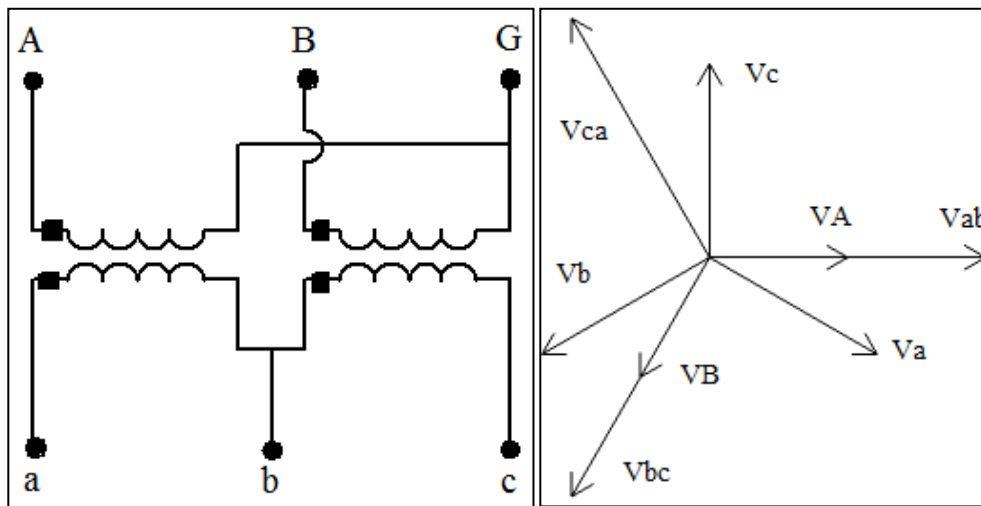
$$[A] = \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-106)$$

$$[B] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & -Z_{ab} & -Z_{ca} \\ 0 & 2Z_{ab} & -Z_{ca} \\ 0 & -Z_{ab} & 2Z_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-107)$$

De forma análoga al desarrollo de las matrices generalizadas, para la conexión Y abierta-Delta abierta *Step Up Connection* es posible desarrollar las

matrices para la conexión Y abierta-Delta abierta *Step Down*¹² (4-108) a (4-113) mostrada en la figura 26.

Figura 26. **Conexión (izquierda) y diagrama fasorial (derecha) de la conexión Y abierta-Delta abierta *Step Down Connection* usando las fases A y B en el lado del primario**



Fuente: elaboración propia, con programa Google Sketchup 8.

$$[a] = \begin{bmatrix} n_t & -n_t & 0 \\ 0 & n_t & -n_t \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-108)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} -n_t Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_t Z_{bc} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-109)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-110)$$

¹² El proceso para la obtención de estas matrices en la conexión *Step down* está ampliamente explicado en: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 236-240.

$$[d] = \begin{bmatrix} \frac{1}{n_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{n_t} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-111)$$

$$[A] = \frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-112)$$

$$[B] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2Z_{ab} & 0 & -Z_{bc} \\ -Z_{ab} & - & -Z_{bc} \\ -Z_{ab} & 0 & 2Z_{bc} \end{bmatrix} \quad (4-113)$$

En la tabla II se resumen las matrices generalizadas para las distintas conexiones de transformadores desarrolladas.

Donde:

$$[Zt_{abc}] = \begin{bmatrix} Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ca} \end{bmatrix} \quad (4-114)$$

Es la impedancia equivalente referida al lado del secundario para la conexión Delta.

$$[x] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-115)$$

$$[y] = \begin{bmatrix} 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-116)$$

$$[Z] = \frac{1}{Z_{ab}+Z_{bc}+Z_{ca}} * \begin{bmatrix} Z_{ca} & -Z_{bc} & 0 \\ Z_{ca} & Z_{ab} + Z_{ca} & 0 \\ -Z_{ab} - Z_{bc} & -Z_{bc} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-117)$$

n_t es la relación de vueltas entre el embobinado del lado primario y el secundario, por lo que puede ser relación de voltajes línea-línea/línea-neutro, línea-neutro/línea a línea, línea-línea/línea-línea o línea-neutro/línea-neutro según la conexión de transformadores.

Tabla II. **Matrices generalizadas para las diferentes conexiones de transformadores**

Conexión.	[a]	[b]	[c]	[d]	[A]	[B]
D-YG Step Up	$n_t \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	$n_t \begin{bmatrix} 2Z_a & Z_b & 0 \\ 0 & 2Z_b & Z_c \\ Z_a & 0 & 2Z_b \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix}$
D-YG Step Down	$-\frac{n_t}{3} * \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$-\frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 0 & 2Z_b & Z_c \\ Z_a & 0 & 2Z_c \\ 2Z_a & Z_b & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix}$
Y-D Step Up	$n_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	$n_t \begin{bmatrix} -2Z_{ca} & -Z_{ca} & 0 \\ Z_{ab} & -Z_{ab} & 0 \\ Z_{bc} & 2Z_{bc} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	$-\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$-\frac{1}{9} \begin{bmatrix} Z_{bc} - 4Z_{ab} & -2Z_{ab} - Z_{bc} & 0 \\ 2Z_{bc} + Z_{ca} & 2Z_{ca} - 2Z_{bc} & 0 \\ 2Z_{ca} - 2Z_{ab} & 4Z_{ca} - Z_{ab} & 0 \end{bmatrix}$
Y-D Step Down	$n_t \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$n_t \begin{bmatrix} Z_{ab} & -Z_{ab} & 0 \\ Z_{bc} & 2Z_{bc} & 0 \\ -2Z_{ca} & -Z_{ca} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 2Z_{ab} + Z_{bc} & 2Z_{bc} - 2Z_{ab} & 0 \\ 2Z_{bc} - 2Z_{ca} & 4Z_{bc} - Z_{ca} & 0 \\ Z_{ab} - 4Z_{ca} & -Z_{ab} - 2Z_{ca} & 0 \end{bmatrix}$
YG-YG	$n_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$n_t \begin{bmatrix} Zt_a & 0 & 0 \\ 0 & Zt_b & 0 \\ 0 & 0 & Zt_c \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix}$
D-D	$\frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$	$[x][y][Zt_{abc}][z]$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$	$[x][Zt_{abc}][z]$
OY-OD Step Up	$n_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & n_t Z_{ca} \\ 0 & -n_t Z_{ab} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & -Z_{ab} & -Z_{ca} \\ 0 & 2Z_{ab} & -Z_{ca} \\ 0 & -Z_{ab} & 2Z_{ca} \end{bmatrix}$
OY-OD Step Down	$n_t \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} n_t Z_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_t Z_{bc} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2Z_{ab} & 0 & -Z_{bc} \\ -Z_{ab} & 0 & -Z_{bc} \\ -Z_{ab} & 0 & 2Z_{bc} \end{bmatrix}$

Fuente: elaboración propia.

4.2. Reguladores de voltaje

Los reguladores de voltaje, también son llamados transformadores regulantes, ya que pueden realizar pequeños ajustes en las magnitudes de voltaje (comúnmente de ± 10 por ciento) o en los ángulos de fase.

Existen dos tipos principales de reguladores de voltaje: el regulador por etapas y por inducción.

El regulador por etapas (figura 27) suele consistir de un autotransformador, con *taps* (o tomas) variables, el regulador por inducción es en esencia un transformador, con un devanado montado de manera que puede girarse para adquirir posiciones diferentes respecto al otro y así cambiar la inducción entre devanados. Este regulador es muy poco usado en Guatemala debido a su mayor costo, por lo que su modelo no será desarrollado en este trabajo.

4.2.1. El regulador de voltaje por etapas

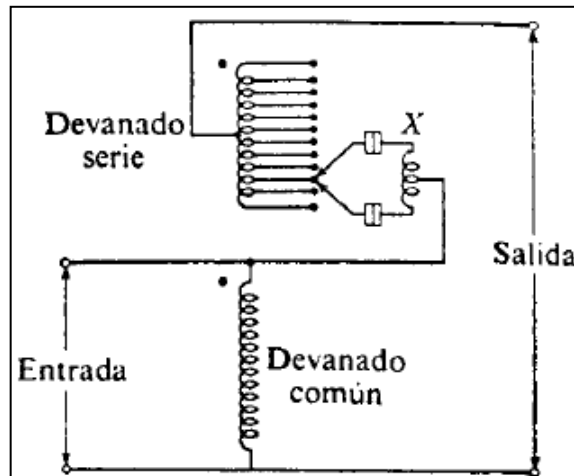
Estos están conformados de un transformador o un autotransformador con tomas y un mecanismo de cambio. Como es más común el uso de autotransformadores para la regulación, se desarrollará el modelo para un regulador por etapas conformado por autotransformadores (figura 27), la única diferencia es el principio de funcionamiento de los transformadores, ya que el cambio de derivaciones es igual en ambos casos, dado que al cambiar el número de *taps* cambia la relación de transformación sin importar si es un transformador o un autotransformador.

Los autotransformadores están formados por dos devanados, un devanado en serie que es equivalente al devanado secundario y el devanado común que es equivalente al devanado primario.

El devanado en serie del autotransformador posee cierto número de tomas (comúnmente 32). La cantidad de taps o tomas y el rango de regulación de voltaje dependen de las características constructivas del transformador, estas pueden cambiarse bajo carga y son controladas por motores accionados por un circuito de relevadores ajustados a ciertos niveles de voltaje siempre dentro de un rango aceptable, comúnmente 5 por ciento del valor nominal. Los transformadores reguladores de voltaje que pueden realizar los cambios de relación de transformación mientras están energizados son comúnmente llamados Transformadores de cambio de derivación con carga (TCC).

El devanado en serie de los reguladores está conectado de tal forma que su voltaje se suma o resta del devanado común. Las tomas las seleccionan dos cursores que se deslizan sobre una serie de contactos fijos, la bobina de reacción X (figura 27), limita la corriente en las bobinas cortocircuitadas cuando los cursores se hallan entre dos tomas sucesivas. Cuando la corriente es demasiado grande para ser interrumpida por los cursores se usan contactos auxiliares conectados en serie.

Figura 27. **Esquema del circuito para regulador por etapas**



Fuente: Departamento de Ingeniería eléctrica del *Massachusetts Institute of Technology*, *Circuitos magnéticos y transformadores*. p. 489.

La regulación se obtiene al cambiar de posición los cursores lo que da lugar a un cambio en el número de espiras del devanado secundario, creando una nueva relación de transformación y por ende un nuevo voltaje de salida. La posición del cursor se determina por un circuito de control llamado compensador de caída de línea.

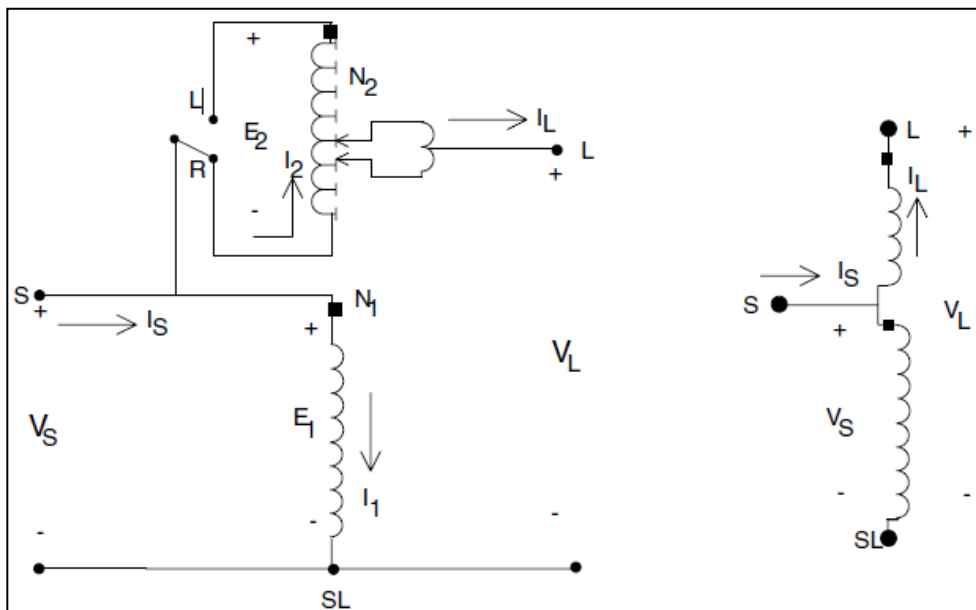
4.2.2. **Modelo de reguladores de voltaje**

Los reguladores de tomas se pueden conectar como una conexión tipo A o una conexión tipo B¹³ (figuras 28 y 29). Cada una de estas conexiones permite que el regulador se conecte en una posición aumentadora o reductora de voltaje. La posición que se elija determina el sentido de la corriente en los devanados, lo que hace que se sume o se reste el voltaje del devanado en serie

¹³ De acuerdo al Standard ANSI/IEEE C57.15-1986.

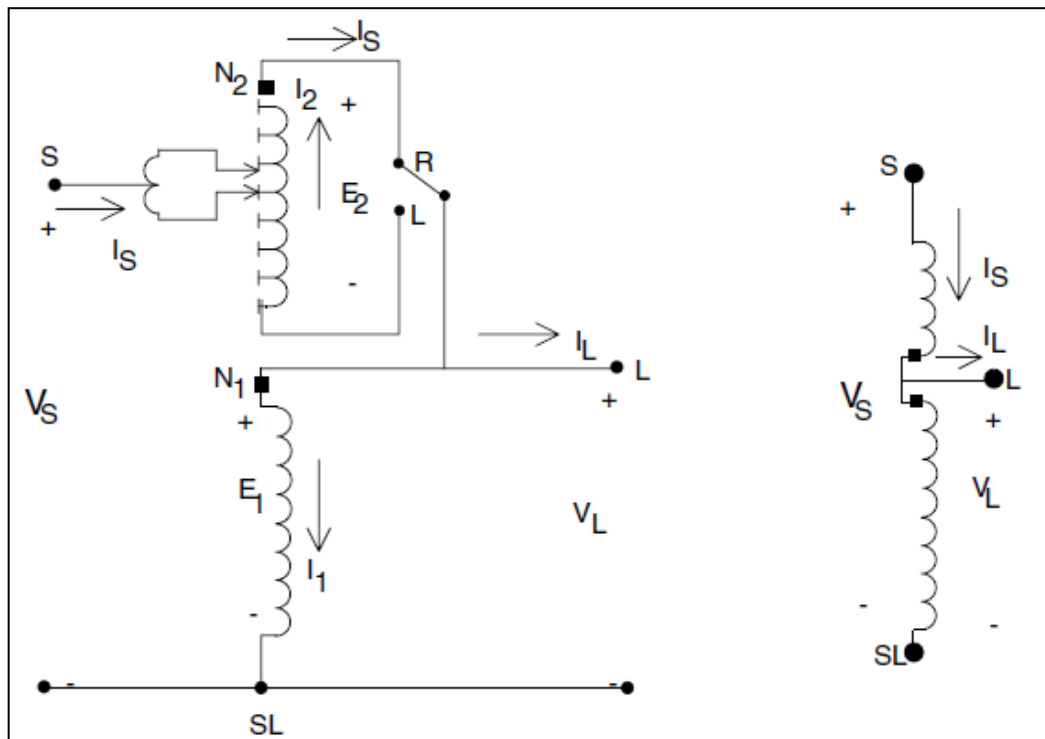
al voltaje del devanado común, ya sea para aumentar o disminuir el voltaje a la salida regulador.

Figura 28. **Circuito equivalente (izquierda) y circuito equivalente abreviado (derecha) de un regulador de voltaje en su conexión tipo A en posición aumentadora**



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 164.

Figura 29. **Circuito equivalente (izquierda) y circuito equivalente abreviado (derecha) de un regulador de voltaje en su conexión tipo B en posición aumentadora**



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 162.

La impedancia en serie y la admitancia en derivación del regulador de voltaje son pequeñas, por lo que en el modelo propuesto no se toman en cuenta. Los voltajes y corrientes de entrada y salida¹⁴ se relacionan como se observa en la tabla III.

¹⁴ KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 168.

Tabla III. **Relación entre voltajes y corrientes de entrada con los de salida para las diferentes conexiones de reguladores de voltaje**

Conexión	Voltajes	Corrientes
Tipo A	$V_1 = \left(\frac{1}{a_R}\right) * V_2$	$I_1 = a_R * I_2$
Tipo B	$V_1 = a_R * V_2$	$I_1 = \left(\frac{1}{a_R}\right) * I_2$

Fuente: elaboración propia.

Donde a_R está dado por la ecuación:

$$a_R = 1 \pm 0,00625 * Tap \quad (4-118)$$

El signo de la ecuación (4-118) depende del tipo de conexión del regulador, de acuerdo a la convención dada en la tabla IV.

La ecuación (4-118) es para un regulador de 32 *taps* y una regulación de ± 10 voltios, lo que equivale a una regulación de 10 por ciento por cada 16 *taps*, o 0,625 por ciento del voltaje por cada *tap*. Con diferentes características constructivas para el regulador cambia la ecuación para la relación de transformación a_R .

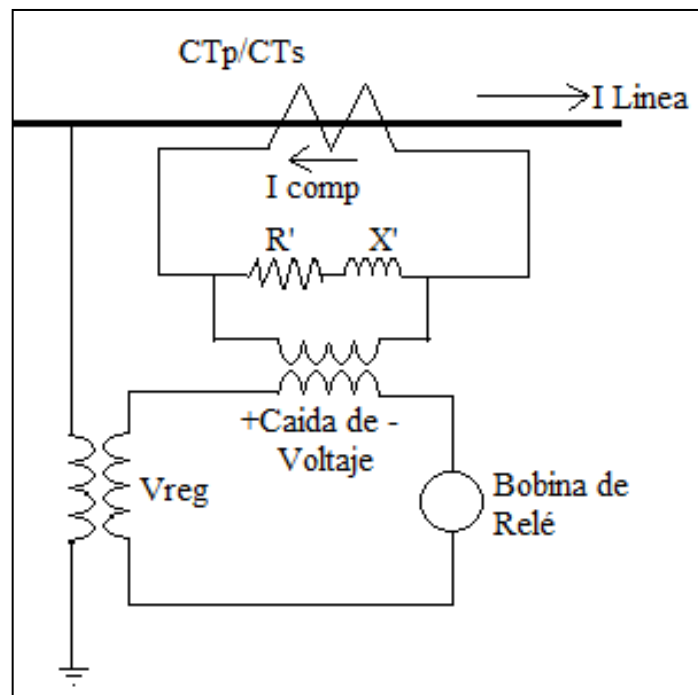
Tabla IV. **Convención de signos para a_R**

Conexión	Tipo A	Tipo B
Aumento	+	-
Disminución	-	+

Fuente: elaboración propia.

El número de *taps* lo determina el compensador de caída de línea (figura 30), que detecta cambios en la corriente representativos de las caídas de voltaje en la línea por medio de un CT (Transformador de corriente), un PT (transformador de potencial) y una impedancia de compensación que es equivalente a la impedancia total que debe existir entre el regulador y el centro de carga. El compensador detecta si el voltaje en el centro de carga se encuentra dentro de valores aceptables, si no es así activa un motor encargado de cambiar la posición de *taps* en el transformador para ajustar el voltaje siempre con el propósito de mantener el voltaje en el centro de carga lo más cercano al nominal.

Figura 30. **Esquema básico de un compensador de caída de línea**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

El compensador de caída de línea detecta la diferencia entre el voltaje de la línea (referido al voltaje usado en la carga) y la caída de voltaje equivalente representado por la caída de voltaje dada en $R'+j X'$. Si el voltaje en la bobina del relé es diferente al que debe existir (que comúnmente es equivalente al de la carga) el relé cambia los *taps* del transformador y los ajusta a una posición en la cual el voltaje en la carga sea aproximadamente igual al requerido.

El compensador es un circuito análogo, que es un modelo a escala del circuito de la línea y el centro de carga, usa la caída de voltaje en $R'+j X'$ para tener una referencia de cómo se encuentra el voltaje en el centro de carga, por lo que la determinación de los valores de R' y X' se debe hacer considerando todos los elementos intermedios entre el compensador y el centro de carga.

Para el caso sencillo de un segmento de línea los parámetros de R' y X' son equivalentes a las pérdidas en la línea:

$$\Delta V = (R' + jX')_{Línea} * I_{CTp} \quad (4-119)$$

Donde I_{CTp} es la corriente el segmento de línea detectado por el CT.

Se transforma la impedancia de la línea a una impedancia equivalente referida al lado del compensador, usando para eso la impedancia base de la línea y la impedancia base del compensador:

$$Z_{eq} = \frac{(R' + jX')_{Línea}}{Z_{base}} * Z_{base_{comp}} \quad (4-120)$$

$$Z_{eq} = \frac{(R' + jX')_{Línea}}{V_{línea}/I_{CTp}} * \frac{V_{línea}}{N_{PT}I_{CTS}} \quad (4-121)$$

Ahora se transforma la corriente de la línea a una corriente equivalente referida al lado del compensador:

$$I_{eq} = I_{CTp} * \frac{I_{CTS}}{I_{CTp}} \quad (4-122)$$

Ahora se sustituyen (4-121) y (4-122) en (4-119)

$$\Delta V = \frac{(R' + jX')_{Línea}}{V_{línea}/I_{CTp}} * \frac{V_{línea}}{N_{PT}I_{CTS}} * I_{CTp} * \frac{I_{CTS}}{I_{CTp}} \quad (4-123)$$

Simplificando se obtiene una expresión sencilla para los valores de R' y X' en voltios en el compensador:

$$\Delta V = (R' + jX')_{Línea} * \frac{I_{CTp}}{N_{PT}} \quad (4-124)$$

Esta caída de voltaje representada como R'+jX' (ver figura 30), es usada por el circuito compensador para cuantificar las caídas de voltaje hasta el centro de carga, por lo que dependiendo de la magnitud de R'+jX', así será la cantidad de *taps* que el circuito cambiará para ajustar el voltaje.

Para la modelación se requiere conocer el nivel de voltaje, un ancho de banda, que es el rango de voltaje aceptable para el centro de carga y los parámetros de un compensador de caída de línea.

Los reguladores de voltaje se pueden conectar de las siguientes formas:

- Conexión monofásica
- Dos reguladores conectados en Y abierta
- Tres reguladores conectados en estrella

- Dos reguladores conectados en delta abierta
- Tres reguladores conectados en delta cerrada

4.2.2.1. Reguladores de voltaje monofásicos y reguladores conectados en estrella abierta

Los reguladores monofásicos y bifásicos conectados en estrella abierta simplemente transforman el nivel de voltaje y corriente del lado del primario a un nivel proporcional a la relación de transformación en el lado del secundario, de manera que las ecuaciones en la tabla IV se pueden usar directamente, pero para usar las matrices generalizadas es necesario ubicar los voltajes en la posición correcta dependiendo de la fase que se esté usando, por ejemplo, si se usa un regulador monofásico en la fase B con una conexión de tipo B en un segmento de línea, las matrices generalizadas para este segmento son:

$$[a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-125)$$

$$[b] = [c] = [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-126)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-127)$$

$$[A] = [d] \quad (4-128)$$

Si el regulador estuviera en una conexión de tipo A conectado en la fase C las matrices generalizadas serían:

$$[a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_R} \end{bmatrix} \quad (4-129)$$

$$[b] = [c] = [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-130)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_R \end{bmatrix} \quad (4-131)$$

$$[A] = [d] \quad (4-132)$$

De forma análoga, para una conexión de dos reguladores conectados en Y abierta, independientemente de las fases donde estuviesen conectados los reguladores, las matrices generalizadas presentan el mismo comportamiento que para el caso monofásico. Esta simplicidad se debe a la conexión en estrella, que permite que los reguladores se comporten casi individualmente estando conectados y aterrizados, es más, estas matrices fácilmente podrían modificarse para agregar una impedancia concentrada referida al lado del secundario como en el modelo de transformadores conectados en GY-GY.

Para el presente modelo se usarán los modelos más simples del regulador, que pueden ser fácilmente adaptados para considerar un modelo más completo de reguladores y transformadores.

Las matrices generalizadas para dos reguladores conectados en Y abierta en las fases A y B, con una conexión del tipo B en los transformadores son:

$$[a] = \begin{bmatrix} a_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-133)$$

$$[b] = [c] = [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-134)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Ra}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{Rb}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-135)$$

$$[A] = [d] \quad (4-136)$$

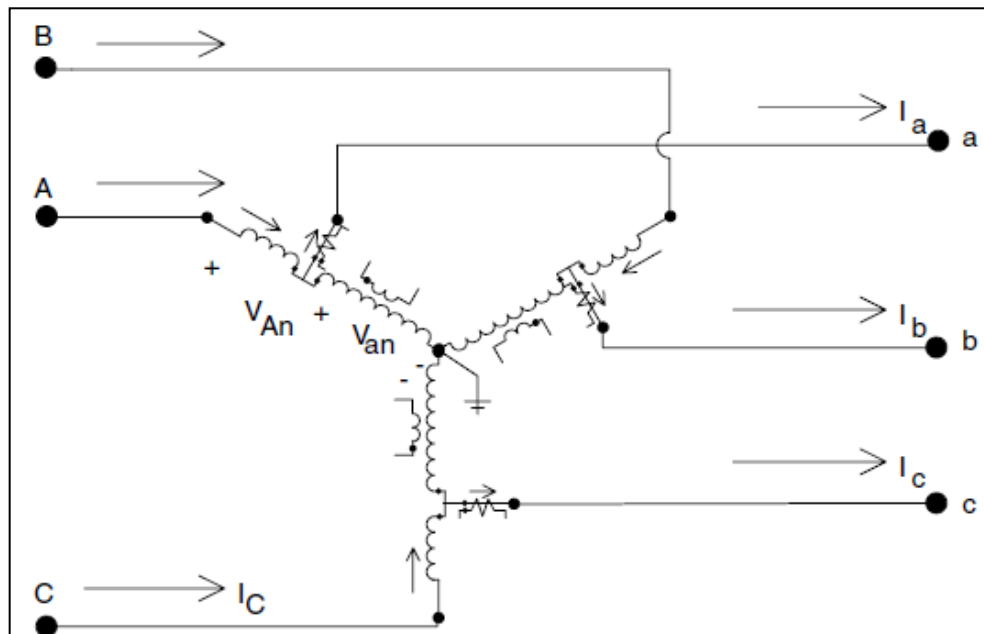
Las matrices generalizadas para dos reguladores conectados en estrella abierta en las fases A y B con conexiones tipo A en los reguladores son inversas a las ecuaciones para los reguladores del tipo B, esto debido a que la conexión tipo B es como si se usara el mismo regulador que en la conexión A, pero alimentado desde el devanado en serie, mientras que en la conexión tipo A se alimenta al regulador desde el devanado común.

Es importante tomar en cuenta que las conexiones de dos reguladores pueden estar en las fases A y B, A y C o B y C, para el presente trabajo, únicamente se presentan las matrices generalizadas para dos reguladores conectados en Y abierta conectados en las fases A y B debido a que las matrices generalizadas para las demás conexiones son análogas a las presentadas.

4.2.2.2. Reguladores de voltaje conectados en estrella

Los reguladores conectados en estrella (figura 31) y en delta pueden hacer uso de uno o tres circuitos compensadores eso dependiendo si se usa un regulador trifásico o tres reguladores monofásicos, cada uno con su correspondiente compensador, la ventaja de tener tres compensadores es que cada fase va a regular su voltaje de acuerdo a las necesidades del sistema, la desventaja es el costo más elevado, ya que usar tres unidades monofásicas siempre es más costoso que una unidad trifásica. Independientemente si se usa una unidad trifásica o tres unidades monofásicas las matrices generalizadas son iguales para ambos casos.

Figura 31. Reguladores de voltaje conectados en estrella



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 175.

En la conexión mostrada (figura 31) cada regulador está conectado en su posición aumentadora y tiene su propio circuito compensador de caída de línea.

Como la relación de transformación está dada por la ecuación (4-118), el signo de a_R depende de la convención establecida en la tabla IV dependiendo de cómo esté conectado el regulador, es posible obtener las matrices generalizadas para una conexión en estrella para los reguladores en una conexión tipo A o tipo B.

Las matrices generalizadas para el modelo propuesto de un regulador tipo autotransformador conectado en Y, para los reguladores con una conexión tipo A son:

$$[a] = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Ra}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{Rb}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_{Rc}} \end{bmatrix} \quad (4-137)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-138)$$

$$[c] = [b] \quad (4-139)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} a_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & a_{Rc} \end{bmatrix} \quad (4-140)$$

$$[A] = [a]^{-1} \quad (4-141)$$

$$[B] = [b] \quad (4-142)$$

Las matrices generalizadas para una conexión de reguladores trifásicos en Y formada por reguladores con una conexión tipo B son:

$$[a] = \begin{bmatrix} a_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & a_{Rc} \end{bmatrix} \quad (4-143)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-144)$$

$$[c] = [b] \quad (4-145)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Ra}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{Rb}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_{Rc}} \end{bmatrix} \quad (4-146)$$

$$[A] = [a]^{-1} \quad (4-147)$$

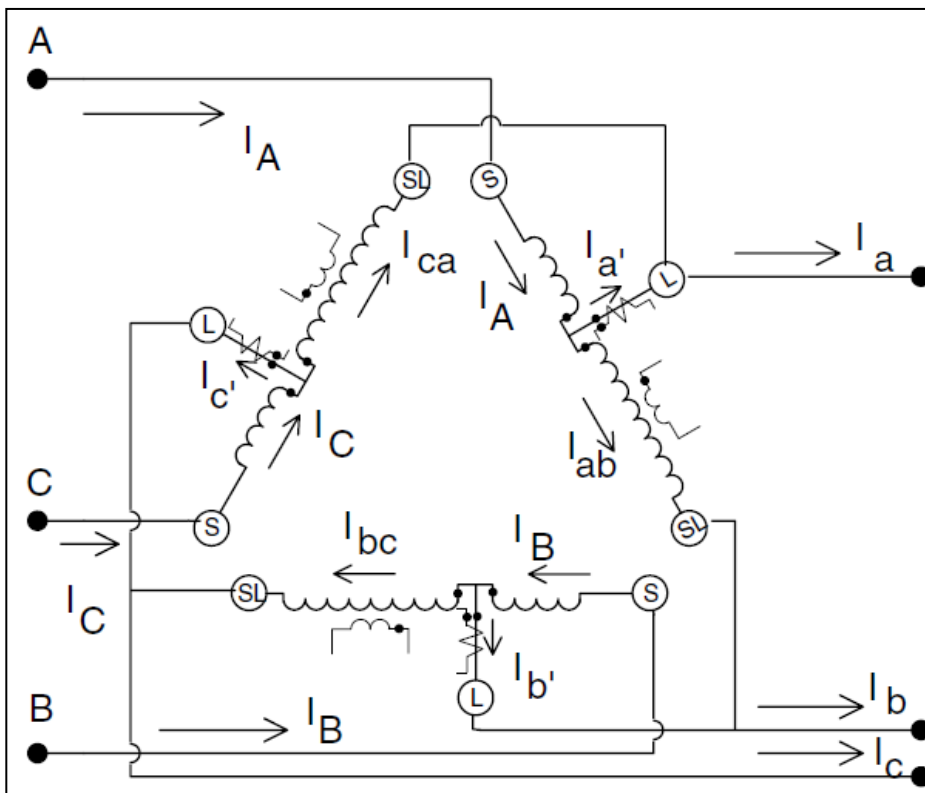
$$[B] = [b] \quad (4-148)$$

En estas matrices generalizadas se observa que hay una relación de transformación diferente para cada fase, esto es debido a que se considera el caso general de reguladores en el que cada regulador tiene un compensador de caída de línea, lo que da lugar a relaciones de transformación diferentes para cada fase.

4.2.2.3. Reguladores de voltaje conectados en delta

Este tipo de reguladores es usado cuando el circuito que se va a alimentar es una conexión trifásica de tres hilos. En la figura 32 se observa que cada regulador tiene su compensador, lo que indica que cada fase se regula de forma independiente. Al igual que en el caso de la estrella es posible usar únicamente, una fase de monitoreo y regular las tres fases con base al comportamiento de la fase monitoreada.

Figura 32. Reguladores de voltaje conectados en delta



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 181.

En la conexión mostrada (figura 32) cada regulador está conectado en su posición aumentadora y tiene su propio circuito compensador de caída de línea.

Las matrices generalizadas para el regulador conectado en delta, para los reguladores en una conexión tipo A son:

$$[a]^{-1} = \begin{bmatrix} a_{Rab} & 0 & 1 - a_{Rca} \\ 1 - a_{Rab} & a_{Rbc} & 0 \\ 0 & 1 - a_{Rbc} & a_{Rca} \end{bmatrix} \quad (4-149)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-150)$$

$$[c] = [b] \quad (4-151)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} a_{Rab} & 0 & 1 - a_{Rca} \\ 1 - a_{Rab} & a_{Rbc} & 0 \\ 0 & 1 - a_{Rbc} & a_{Rca} \end{bmatrix} \quad (4-152)$$

$$[A] = [d] \quad (4-153)$$

$$[B] = [b] \quad (4-154)$$

Las matrices generalizadas para una conexión de reguladores trifásicos en delta con reguladores en una conexión tipo B son:

$$[a] = \begin{bmatrix} a_{Rab} & 0 & 1 - a_{Rca} \\ 1 - a_{Rab} & a_{Rbc} & 0 \\ 0 & 1 - a_{Rbc} & a_{Rca} \end{bmatrix} \quad (4-155)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-156)$$

$$[c] = [b] \quad (4-157)$$

$$[d]^{-1} = \begin{bmatrix} a_{Rab} & 0 & 1 - a_{Rca} \\ 1 - a_{Rab} & a_{Rbc} & 0 \\ 0 & 1 - a_{Rbc} & a_{Rca} \end{bmatrix} \quad (4-158)$$

$$[A] = [a]^{-1} \quad (4-159)$$

$$[B] = [b] \quad (4-160)$$

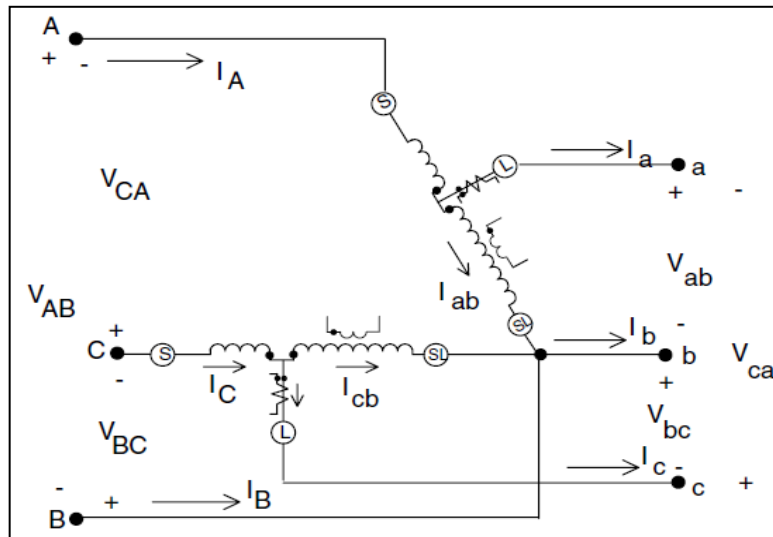
En estos casos se dejó indicada la matriz inversa porque la operación no da una expresión simple, pero cuando las relaciones de transformación a_R tengan valores constantes, la matriz inversa resultará una expresión simple.

La conexión en delta tiene la particularidad de que los voltajes de fase no son independientes, por lo que aún teniendo un compensador en cada fase, los voltajes de salida siempre se verán afectados por el comportamiento de las demás fases.

4.2.2.4. Reguladores de voltaje conectados en delta abierta

Como se explicó, para los transformadores conectados en Y abierta delta abierta, los reguladores conectados en delta abierta pueden conectarse entre las fases AB y BC, AB y CA o BC y CA, pero en el presente trabajo únicamente se usa la conexión con AB y BC.

Figura 33. Reguladores de voltaje conectados en delta abierta



Fuente: KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. p. 184.

En la conexión mostrada (figura 33) cada regulador está conectado en su posición aumentadora y tiene su propio circuito compensador de caída de línea.

Las matrices generalizadas para la conexión de reguladores en delta abierta, con una conexión tipo A, para los reguladores es:

$$[a] = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Rab}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{Rcb}} & 0 \\ -\frac{1}{a_{Rab}} & -\frac{1}{a_{Rcb}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-161)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-162)$$

$$[B] = [c] = [b] \quad (4-163)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} a_{Rab} & 0 & 0 \\ -a_{Rab} & 0 & -a_{Rcb} \\ 0 & 0 & a_{Rcb} \end{bmatrix} \quad (4-164)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{Rab} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rcb} & 0 \\ -a_{Rab} & -a_{Rcb} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-165)$$

$$[B] = [a] \quad (4-166)$$

Las matrices generalizadas para una conexión de reguladores trifásicos en Y con reguladores en una conexión tipo B son:

$$[a] = \begin{bmatrix} a_{Rab} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rcb} & 0 \\ -a_{Rab} & -a_{Rcb} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-167)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-168)$$

$$[B] = [c] = [b] \quad (4-169)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Rab}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{a_{Rab}} & 0 & -\frac{1}{a_{Rcb}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_{Rcb}} \end{bmatrix} \quad (4-170)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Rab}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{Rcb}} & 0 \\ -\frac{1}{a_{Rab}} & -\frac{1}{a_{Rcb}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4-171)$$

5. MODELO DE GENERACIÓN DISTRIBUIDA

5.1. Generación distribuida

Generación distribuida (GD) se refiere a la producción de energía eléctrica lo más cerca posible del centro de carga y su conexión directa al sistema eléctrico de distribución. La ubicación cerca de las cargas es para evitar las pérdidas de transporte y aprovechar fuentes de energía pequeñas que comúnmente se encuentran dispersas y eran despreciadas. Comúnmente la generación distribuida es de escala media o pequeña y de naturaleza intermitente, ya que las fuentes primarias de energía dependen de recursos naturales como la energía solar y la eólica.

Se denomina generación distribuida renovable (GDR) a la modalidad de generación de electricidad producida por unidades tecnológicas de generación con recursos renovables, que se conectan a instalaciones de distribución cuyo aporte de potencia neto es inferior o igual al que establece el reglamento de la ley general de electricidad.

Se llaman tecnologías con recursos renovables a las que son usadas para la generación de energía eléctrica usando fuentes como:

- Biomasa: energía derivada de cualquier tipo de materia orgánica y biodegradable, de origen vegetal o animal que puede usarse directamente como combustible o ser convertida en otras fuentes energéticas antes de la combustión.

- Eólica: energía producida por el caudal de viento.
- Geotérmica: energía producida por medio del calor natural de la tierra, que puede extraerse del vapor, agua, gases, excluidos los hidrocarburos, o a través de fluidos inyectados para este fin.
- Hidráulica: energía producida por un caudal de agua.
- Solar: energía obtenida de la radiación solar
- Otras que determine posteriormente el Ministerio de Energía y Minas.

. En Guatemala se permite que los generadores renovables se conecten directamente a la red de distribución con rangos de potencia que oscilan alrededor de 5MW, esto con el fin de evitar la saturación de las líneas de la red de distribución. El rango de potencia para Guatemala se establece en el reglamento de la ley general de electricidad, por lo que puede aumentar con el desarrollo de las redes de distribución y la tecnología, aunque en la actualidad está normado como no mayor a 5MW.

Punto de conexión se le llama al lugar del sistema de distribución de energía eléctrica en donde está conectado el GD. Este punto debe tener la capacidad para soportar la inyección de potencia eléctrica, o debe poder modificarse para tal propósito.

Para las distribuidoras pueden surgir una serie de problemas al considerar la conexión de los generadores distribuidos:

- Confiabilidad de la red.

- Seguridad del personal operativo.
- Control de calidad de la energía (dependiendo del tipo de tecnología de generación).
- Saturación de las líneas.

Por lo que se requiere que los proyectos sean analizados desde el punto de vista de la red, considerando el desbalance inherente de las líneas de distribución y las características distintivas de la red de distribución, para evitar que se genere cualquiera de estos problemas.

5.1.1. Conexión de un generador distribuido a un sistema de distribución

Las líneas de distribución son principalmente radiales, lo que significa que tienen una sola fuente de alimentación, pero si se desean conectar generadores distribuidos se crearían dos o más caminos para el flujo de potencia, lo que cambia totalmente el esquema de las redes de distribución. Esto requiere importantes modificaciones en las protecciones del sistema y una posible reestructuración para soportar la nueva inyección de potencia. Los pequeños generadores en Guatemala se interconectan a las líneas de distribución con voltajes de 13.8 kilovoltios.

Para conectar los GD's a la red de distribución según norma técnica para la conexión, operación, control y comercialización de la Comisión Nacional de Energía Eléctrica, se requiere de protecciones y líneas de transmisión entre el generador y la red capaces de soportar la magnitud de los nuevos flujos de potencia y dependiendo del tipo de generación transformadores. Los relés de

protección deberán ser aplicados tanto al generador como a la interconexión eléctrica y deberán ser coordinados con la empresa eléctrica distribuidora.

Las operaciones que debe realizar un circuito alimentador son:

- Aperturas y recierres: son frecuentes y pueden ser causados por tormentas, caídas de líneas (fallas), etc.
- Trabajos de mantenimiento en líneas: el generador distribuido deberá desconectarse inmediatamente a la apertura del interruptor del alimentador.
- El generador distribuido deberá asegurar la salida de línea bajo esta circunstancia evitando energizar inadvertidamente el circuito que se esté trabajando; la seguridad es prioritaria.

5.1.2. Tipos de generación

La generación distribuida se puede clasificar, principalmente según su forma de generación de energía y su forma de almacenamiento. También según los tipos de generación y el tipo de máquina rotatoria, cuyas fuentes de energía mecánica pueden ser: turbinas de agua, de gas, vapor, motores de combustión. Se pueden, además clasificar según el tipo de generador al que estén acopladas las máquinas rotatorias, los cuales pueden ser síncronos o asíncronos y estos pueden ser monofásicos o trifásicos.

En el caso de generación con paneles solares, las fuentes de energía la transforman de energía térmica a energía eléctrica con un voltaje de corriente directa, que cambia a una forma de onda senoidal a base de inversores y

baterías. Esto permite una inyección de potencia desbalanceada, lo que hasta cierto punto puede beneficiar al sistema de distribución al minimizar el desbalance entre las líneas, pero puede perjudicar la calidad de la energía en ese punto al introducir armónicos en el sistema.

Aunque para su modelación, la generación se divide según las variables que se conocen para el análisis de la red sin importar las fuentes primarias de energía. Los tipos de generación para la modelación son: de potencia constante PQ si se conoce la potencia aparente de salida del generador, PV o de voltaje controlado si se conocen la potencia real y el voltaje del generador y de *slack* o compensación cuando el generador es usado para compensar las pérdidas de potencia en la red y cuando se conoce el ángulo de los voltajes trifásicos del generador.

5.2. Modelo de generación distribuida

Para la modelación de los generadores distribuidos se deben tomar en cuenta los tres diferentes tipos de generadores PQ, PV y *slack*.

5.2.1. Nodo de compensación o *slack*

Para los sistemas de distribución el nodo con el generador *Slack* es el alimentador, que aunque no posee un generador directamente conectado en él se considera como un generador ideal de potencia infinita y con magnitud y dirección de voltaje determinados, de forma muy similar también a una barra de potencia infinita, la cual debe tener especificado el voltaje y el ángulo de sus tres fases y sirve como referencia para todo el sistema. Es importante recordar que las magnitudes eléctricas en un sistema de corriente alterna se mantienen continuamente cambiando respecto al tiempo, pero que las diferentes variables

mantienen relación entre sí, de esta forma si se conoce la magnitud y ángulo de una de ellas es posible ubicar las demás respecto a esta.

Existen modelos para el análisis de un nodo *slack*, pero el desarrollo de ese modelo excede la temática del presente trabajo, ya que es el inicio para el análisis de despacho económico en redes de distribución. De forma que el alimentador o generador *slack* se considerará como una barra de potencia infinita con voltajes trifásicos determinados.

5.2.2. Modelo de generadores con potencia constante o PQ

Los generadores del tipo PQ son generadores que aportan una cantidad específica de potencia activa y reactiva sin importar el nivel de voltaje, debido a esto se pueden modelar como cargas negativas inyectando corriente a la red, ya que no poseen ninguna restricción adicional.

Si los devanados del generador se encuentran conectados en estrella se puede modelar la inyección de corriente para cada una de las fases en función del voltaje del sistema y su aporte de potencia nominal:

$$\begin{aligned}
 IG_a &= -\left(\frac{S_a}{V_{an}}\right)^* = |IG_a|\angle\theta_a - \delta_a \\
 IG_b &= -\left(\frac{S_b}{V_{bn}}\right)^* = |IG_b|\angle\theta_b - \delta_b \\
 IG_c &= -\left(\frac{S_c}{V_{cn}}\right)^* = |IG_c|\angle\theta_c - \delta_c
 \end{aligned}
 \tag{5-1}$$

Donde δ es el ángulo de voltajes de línea a neutro y θ es el ángulo de factor de potencia. El signo menos indica que se está inyectando corriente a la red, mientras que para el caso de las cargas se consideraba el consumo con signo positivo.

Si los devanados del generador están conectados en delta la inyección de corriente para cada una de las fases en función del voltaje del sistema y su aporte de potencia nominal es:

$$\begin{aligned}
 IG_{ab} &= -\left(\frac{S_{ab}}{V_{ab}}\right)^* = |IG_{ab}| \angle \theta_{ab} - \delta_{ab} \\
 IG_{bc} &= -\left(\frac{S_{bc}}{V_{bc}}\right)^* = |IG_{bc}| \angle \theta_{bc} - \delta_{bc} \\
 IG_{ca} &= -\left(\frac{S_{ca}}{V_{ca}}\right)^* = |IG_{ca}| \angle \theta_{ca} - \delta_{ca}
 \end{aligned} \tag{5-2}$$

Donde δ es el ángulo de voltajes de línea a línea y θ es el ángulo de factor de potencia. El signo menos significa que el generador aporta esa corriente a la red.

Para obtener la inyección de corriente en las líneas es necesario recurrir nuevamente a la ecuación (3-5), para cargas conectadas en delta, reescrita a continuación:

$$\begin{bmatrix} IG_a \\ IG_b \\ IG_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} IG_{ab} \\ IG_{bc} \\ IG_{ca} \end{bmatrix} \tag{5-3}$$

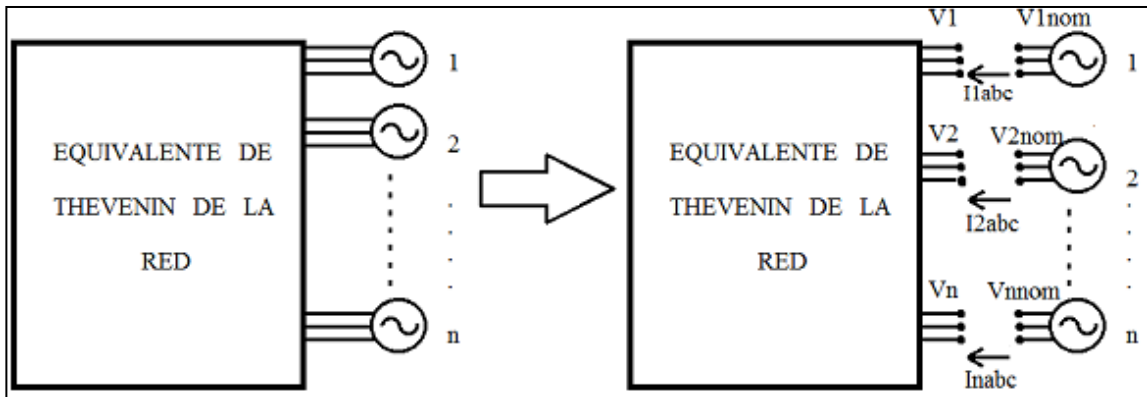
5.2.3. Modelo de generadores tipo PV

Los generadores de tipo PV mantienen el voltaje de sus terminales a un nivel determinado inyectando o absorbiendo potencia reactiva de la red; este comportamiento se puede representar como un voltaje controlado por una fuente de corriente desbalanceada. Un desbalance muy grande es dañino para la operación de un generador trifásico, por lo que se debe evitar contemplando las protecciones necesarias en caso de desbalances en los niveles de voltaje.

Para calcular la inyección de corriente se va a hacer uso de la versión trifásica de la matriz sensitiva. Originalmente la matriz sensitiva es desarrollada para calcular la corriente en los puntos de ruptura de mallas para la conversión de una red mallada a una red radial.

Esta idea fue extendida al caso de generadores (figura 34), considerando que en las terminales del generador existe un voltaje igual al nominal del generador, y del otro lado se tiene el voltaje de red. El voltaje en los nodos en los que están conectados los generadores aumenta a medida que se incrementa la inyección de potencia reactiva de estos hacia la red.

Figura 34. **Uso del multiport based method para crear la matriz sensitiva**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

Este método propone usar un equivalente de Thevenin de la red para crear una relación incremental entre la corriente que inyectan los generadores y la diferencia de voltaje

$$\Delta V = Z_S * \Delta I_q \quad (5-4)$$

Donde ΔV es el vector de diferencias de voltaje de los n generadores de tipo PV conectados a la red, Z_S es la matriz sensitiva, para redes balanceadas los elementos de la diagonal están formados por la suma del módulo de las impedancias de secuencia positiva de todos los elementos entre el generador i y el alimentador, y los elementos fuera de la diagonal son la suma del módulo de las impedancias de secuencia positiva del camino común entre el generador i y el generador j.

La ecuación (5-5), que es una expansión de la ecuación (5-4) para sistemas trifásicos desbalanceados, las submatrices $[Z_{ij}]$ son matrices de 3x3,

siendo los elementos dentro de la diagonal la suma de matrices de impedancias de los elementos entre el generador i y el alimentador y los elementos fuera de la diagonal son la suma de las matrices de impedancias de los elementos en común entre los generadores i y j . El vector de corrientes de tamaño $(n \times 1)$ que multiplica a la matriz sensitiva contiene n subvectores de (3×1) , que corresponden a los incrementos de la corriente en las tres fases de un nodo. El vector de tamaño $(n \times 1)$ de diferencias de voltaje contiene n subvectores de (3×1) que alojan los incrementos del voltaje en las tres fases de cada generador.

$$\begin{bmatrix} [Z_{11}] & [Z_{12}] & [Z_{13}] & \dots & [Z_{1n}] \\ [Z_{21}] & [Z_{22}] & [Z_{23}] & \dots & [Z_{2n}] \\ [Z_{31}] & [Z_{32}] & [Z_{33}] & \dots & [Z_{3n}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [Z_{n1}] & [Z_{n2}] & [Z_{n3}] & \dots & [Z_{nn}] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [\Delta I_1] \\ [\Delta I_2] \\ [\Delta I_3] \\ \dots \\ [\Delta I_n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Delta V_1] \\ [\Delta V_2] \\ [\Delta V_3] \\ \dots \\ [\Delta V_n] \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

Las diferencias de voltaje se calculan de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} [\Delta V_1] \\ [\Delta V_2] \\ [\Delta V_3] \\ \dots \\ [\Delta V_n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_1]_{nominales} - [V_1]_{calculados} \\ [V_2]_{nominales} - [V_2]_{calculados} \\ [V_3]_{nominales} - [V_2]_{calculados} \\ \dots \\ [V_n]_{nominales} - [V_2]_{calculados} \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

Las ecuaciones (5-4) y (5-5) son únicamente válidas para sistemas lineales, y relacionan los incrementos de voltaje con los incrementos de corriente en un sistema. Las ecuaciones (5-4) y (5-5) no pueden ser usadas directamente, ya que las redes de energía eléctrica poseen variables no lineales, como es el caso de la corriente, por lo que se hace uso de estas ecuaciones de una forma iterativa, actualizando las inyecciones de corriente en cada iteración.

Para la incorporación de los generadores al modelo propuesto se debe agregar un proceso iterativo independiente del flujo de carga:

Primero se realiza el flujo de carga hasta su convergencia, al tener el perfil de voltajes se usa la ecuación (5-6) para saber si es necesaria la inyección de corriente por parte de generadores, si el voltaje del nodo al que está conectado el generador se encuentra fuera de sus límites de operación aceptables se debe calcular la potencia reactiva de compensación que el generador debe inyectar para mantener el voltaje suficientemente cerca al valor especificado.

La corriente que se debe inyectar en cada fase para aumentar el voltaje en las terminales del generador depende de las características del sistema, este efecto se evidencia en las ecuaciones (5-4) y (5-5). La ecuación de la inyección de corriente se hace despejando ΔI en las ecuaciones (5-4) y (5-5), para sistemas balanceados y sistemas desbalanceados respectivamente:

$$\Delta I_q = Z^{-1} * \Delta V \quad (5-7)$$

$$\begin{bmatrix} [\Delta I_{q1}] \\ [\Delta I_{q2}] \\ [\Delta I_{q3}] \\ \dots \\ [\Delta I_{qn}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{11}] & [Z_{12}] & [Z_{13}] & \dots & [Z_{1n}] \\ [Z_{21}] & [Z_{22}] & [Z_{23}] & \dots & [Z_{2n}] \\ [Z_{31}] & [Z_{32}] & [Z_{33}] & \dots & [Z_{3n}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ [Z_{n1}] & [Z_{n2}] & [Z_{n3}] & \dots & [Z_{nn}] \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} [\Delta V_1] \\ [\Delta V_2] \\ [\Delta V_3] \\ \dots \\ [\Delta V_n] \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

Como el cambio de voltaje se produce, únicamente por la inyección de corriente reactiva de los generadores, se asume que la corriente que debe inyectarse para producir dichos cambios es únicamente reactiva en las ecuaciones (5-7) y (5-8).

La inyección de corriente para cada fase es de la siguiente forma:

$$\Delta I_{qa} = |\Delta I_{qa}| e^{j(\pm 90^\circ + dV_a)}$$

$$\Delta I_{qb} = |\Delta I_{qb}| e^{j(\pm 90^\circ + dV_b)} \quad (5-9)$$

$$\Delta I_{qc} = |\Delta I_{qc}| e^{j(\pm 90^\circ + dV_c)}$$

En caso de que se trate de un sistema balanceado la inyección de corriente es igual en las tres fases, pero siempre a 90 grados del voltaje de la fase correspondiente.

En la ecuación (5-9) se evidencia que el incremento de corriente se realiza a ± 90 grados de la dirección que posee el voltaje de cada fase. El signo depende de si el generador está aportando o absorbiendo potencia a la red, y depende del signo de la diferencia de voltaje (5-6), ya que si el voltaje en el nodo donde está un generador es menor al que debería ser, el generador comienza a generar potencia reactiva para compensar esta diferencia de voltaje.

Las corrientes calculadas con (5-9) se agregan a las corrientes calculadas en las iteraciones anteriores y a la corriente de carga en el nodo hasta que el proceso converge.

Después de actualizar el valor de las corrientes se procede a calcular la potencia reactiva inyectada con las siguientes ecuaciones:

$$Q_{inya} = V_a I_{qa}^*$$

$$Q_{inyb} = V_b I_{qb}^* \quad (5-10)$$

$$Q_{inyc} = V_c I_{qc}^*$$

Los generadores PV poseen un límite de generación de potencia reactiva y al sobrepasar ese límite se convierten en generadores tipo PQ, entregando la potencia reactiva máxima. De esta forma si el generador excede los límites de inyección de potencia de cualquiera de las tres fases se ajusta la salida de potencia del generador al límite excedido y se cambia el tipo del generador de un PV a un PQ, ya que no puede continuar regulando el voltaje en el nodo al que está conectado.

$$Q_{min} \leq Q_{inyc} \leq Q_{max} \quad (5-11)$$

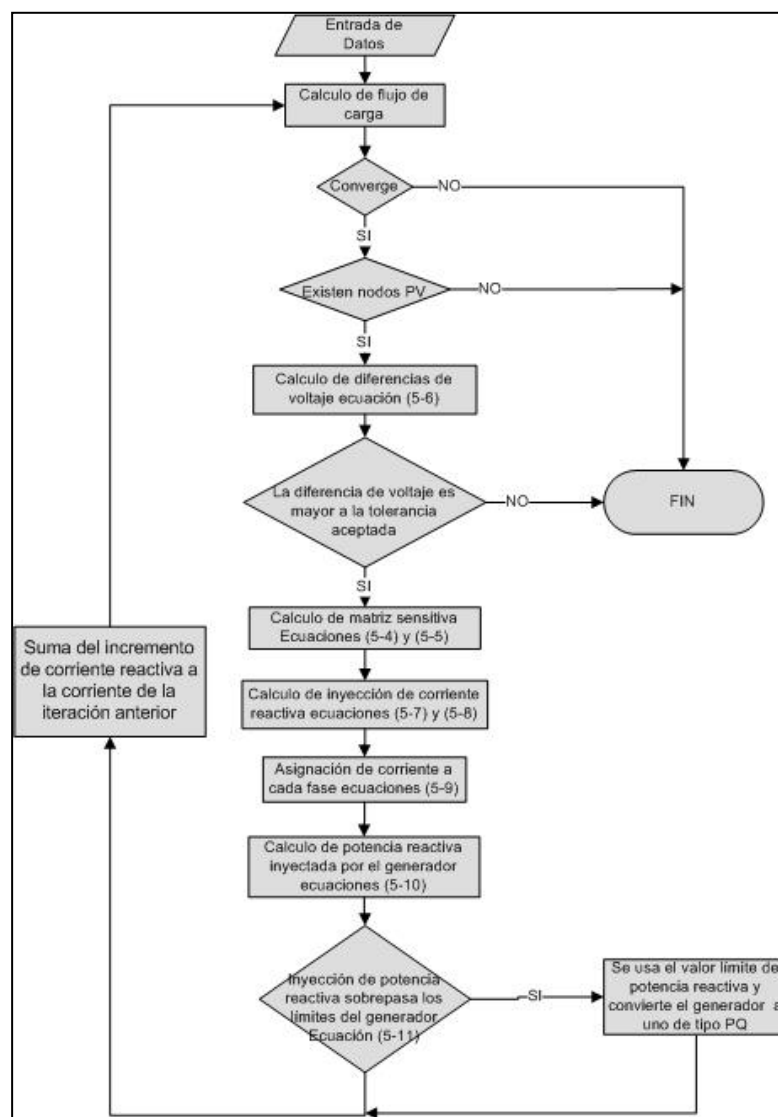
El límite de potencia reactiva se puede determinar con la ecuación (5-12):

$$Lim |\Delta I_q| = \frac{\frac{1}{3} Q_{lim}}{|V|} \quad (5-12)$$

El proceso iterativo se repite hasta que las diferencias de voltaje encontradas con la ecuación (5-6) sean menor a una tolerancia aceptada, o hasta que todos los generadores entreguen su límite de potencia reactiva, convirtiéndose en generadores PQ. La regulación de voltaje en el sistema es mucho mejor al usar un generador tipo PV que cualquiera de los otros métodos de regulación; transformadores reguladores de voltaje, bancos de capacitores o generadores PQ, porque ayuda a mantener el voltaje no solo en los nodos subsiguientes, sino también, en los nodos anteriores al disminuir la corriente

que circula en las líneas de los nodos anteriores inyectando corriente desde el punto donde está conectado. El algoritmo para el cálculo de la inyección de potencia reactiva para generadores de tipo PV se presenta a continuación:

Figura 35. **Algoritmo para el cálculo iterativo de inyección de potencia reactiva de los generadores tipo PV**



Fuente: elaboración propia, con programa Microsoft Office Visio 2003.

6. MODELO PARA EL ANÁLISIS DE FLUJO DE CARGA

La modelación del flujo de carga en redes trifásicas desbalanceadas se aplica, principalmente a redes de distribución, ya que el desbalance que presentan dichas redes suele ser mucho mayor que el de las líneas de transmisión.

Estas redes son predominantemente radiales, y suelen poseer poca o nula generación distribuida. Existen básicamente, dos formas de hallar el flujo de potencia en redes de distribución, una es una modificación de los métodos tradicionales; Newton Raphson y Gauss-Seidel¹⁵, el otro es un método desarrollado exclusivamente, para el análisis de redes radiales con desbalance entre las fases, este es un método de barridos a la red generado desarrollado tomando como base las ecuaciones de Kirchoff y puede ser usado con sumatoria de corrientes o la sumatoria de potencias. Debido a estas características se usa para el desarrollo del modelo de flujo de carga el método iterativo Forward and Backward sweeps, también conocido como ladder iterative technique que ha adquirido mucha popularidad para el análisis de redes de distribución.

Este método, ha sido levemente modificado a lo largo del tiempo, aunque la idea básica del método sigue siendo la misma, los estudios posteriores han ido agregando modelos para el análisis de los diversos componentes que



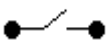

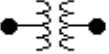



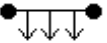
¹⁵ Estos métodos tradicionales de flujo de carga están ampliamente desarrollados en: GRAINGER, John y STEVENSON, William. Análisis de sistemas de potencia.

integran una red de distribución para una representación más exacta del modelo.

Este método, básicamente divide los componentes de una red de distribución en dos tipos, los componentes en serie y los componentes en derivación (véase tabla V), los componentes en serie son las líneas de distribución, los transformadores y los reguladores de voltaje.

Los componentes en derivación son las cargas puntuales, los bancos de capacitores, los motores de inducción, los generadores, las cargas distribuidas se consideran como una mezcla entre componentes en serie y en derivación, ya que están ubicados entre dos líneas; no obstante su modelación permite considerarlas como dos cargas puntuales, una de las cuales se ubicada en el nodo final y otra en un nodo ficticio. Los motores de inducción son un tipo especial de cargas y pueden incluirse en un grupo más general, por lo que en el modelo propuesto pueden o no modelarse de manera individual dependiendo de la naturaleza de los estudios de la red.

Tabla V. **Clasificación de los elementos de un sistema de distribución**

Elementos en serie		Elementos en derivación	
Símbolo	Elemento	Símbolo	Elemento
	Segmento de línea		Subestación de distribución (alimentador)
	Switch (combinación de interruptor y seccionador)		Carga puntual
	Transformador		Banco de capacitores
	Regulador de voltaje		Generador distribuido
	Cargas distribuidas		

Fuente: elaboración propia.

6.1. Método iterativo de escalera Ladder iterative technique

Este método, también es conocido como método Forward and Backward sweeps debido a la secuencia necesaria para el análisis de la red.

Comúnmente los datos conocidos para cualquier sistema de distribución son los voltajes de la subestación, la potencia activa y reactiva de las cargas y el tipo de carga, pero pueden conseguirse los datos nominales de los segmentos de líneas, los transformadores, generadores distribuidos y reguladores de voltaje, de manera que se pueden aplicar perfectamente los modelos desarrollados en los capítulos 1-5.

La formulación de este método surge, básicamente de la aplicación de las leyes de Kirchoff en dos barridos consecutivos a la red, su origen es el método de red en escalera para el análisis de circuitos eléctricos lineales (por eso se le llama también ladder iterative technique), aunque debido a la presencia de cargas de potencia constante y generadores no es posible aplicar directamente las leyes desarrolladas para sistemas lineales, lo que lo vuelve un método iterativo para el análisis de redes no lineales, de forma que cada corriente y voltaje calculado con estas ecuaciones es una aproximación lineal a los valores reales.

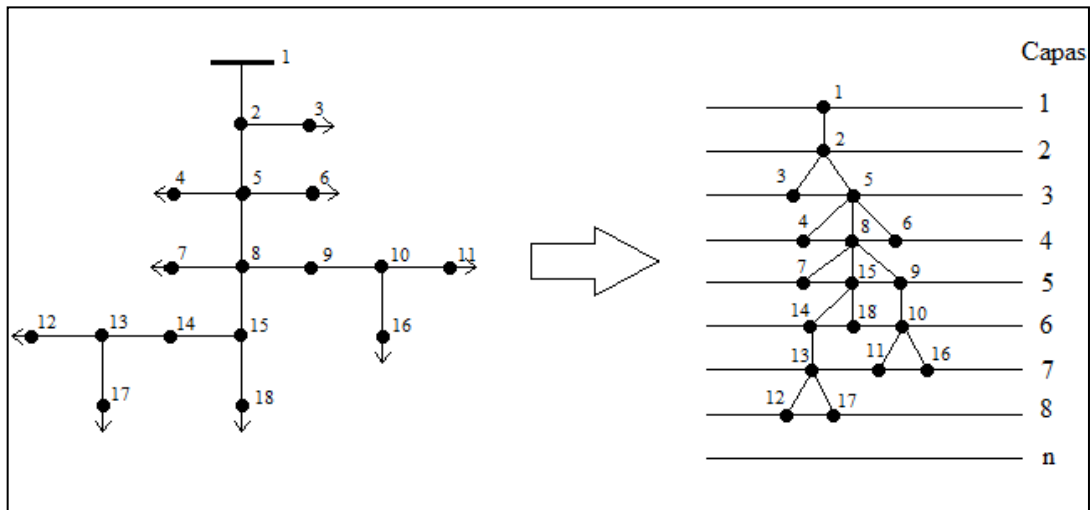
Este método se aplica, principalmente a redes con estructura radial o ligeramente mallada, y se puede usar para redes trifásicas balanceadas y desbalanceadas. La solución de sistemas levemente mallados y/o sistemas con generadores de tipo PV vuelve menos lineales las redes, y aumenta considerablemente el número de iteraciones necesarias para lograr la convergencia, ya que la eficiencia numérica se reduce con el aumento de mallas que deben romperse para convertir una red mallada a una red radial y con el número de generadores de tipo PV, aunque según: *A compensation based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks*¹⁶ el método sigue siendo más eficiente que el método de Newton Raphson y converge a la misma solución.

La aplicación de este método inicia realizando un reordenamiento del sistema de distribución. Se ordenan los nodos según su distancia con el alimentador, cada segmento de red representa un nivel o capa más lejos del alimentador (figura 36). El reordenamiento de los nodos permite realizar de una

¹⁶ SHIRMOHAMMADI, HONG, SEMLYEN y LUO, A compensation based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks, *IEEE Transactions on Power Systems*. p. 753-759

manera secuencial el análisis de la red, ya que posibilita trabajar por capas, independientemente de la configuración del sistema.

Figura 36. **Reordenamiento de los nodos según el número de capas**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

El método se puede dividir en tres pasos:

- Primero: hallar la corriente que consume o inyecta cada nodo,
- Segundo: llamado *backward sweep*, comenzando en el nivel o capa más alejado del alimentador (capa 8 en la figura 36)
- Tercero: llamado *forward sweep*, inicia en el nodo inicial o alimentador (capa 1 en la figura 36).

Teniendo el voltaje del alimentador se asume un arranque plano para todos los nodos del sistema y el algoritmo de solución sigue los pasos mencionados anteriormente:

- Cálculo de la corriente en los nodos: esta corriente se calcula considerando los modelos de las cargas desarrollados en el capítulo tres, se calcula primero la impedancia nominal o corriente nominal dependiendo del modelo de cargas puntuales, cargas distribuidas y además, la admitancia de los bancos de capacitores y se toman en cuenta los generadores conectados a los nodos, estos generadores se consideran como cargas negativas si son de tipo PQ o como una mezcla de cargas negativas de potencia real y cargas negativas de corriente constante en el caso de generadores tipo PV.

El cálculo de la corriente se hace con un arranque plano si es la primera iteración o con el voltaje hallado en la última iteración.

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^{(K)}_{\text{Derivación}} = \begin{bmatrix} \frac{S_{ia}}{V_{ia}^{(K-1)}} \\ \frac{S_{ib}}{V_{ib}^{(K-1)}} \\ \frac{S_{ic}}{V_{ic}^{(K-1)}} \end{bmatrix}^* - \begin{bmatrix} Y_{ia} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ib} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{ic} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(K-1)} + \begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

Donde K es el número de iteración, i es el número de nodo, S_{ia} , S_{ib} y S_{ic} es la potencia programada para las fases a, b y c respectivamente, esta potencia se obtiene de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} S_{ia} \\ S_{ib} \\ S_{ic} \end{bmatrix}_{\text{Programada}} = \begin{bmatrix} S_{ia} \\ S_{ib} \\ S_{ic} \end{bmatrix}_{\text{Generada}} - \begin{bmatrix} S_{ia} \\ S_{ib} \\ S_{ic} \end{bmatrix}_{\text{Consumida}} \quad (6-2)$$

La matriz de admitancias es una matriz equivalente de las admitancias de los capacitores y las admitancias de la carga de impedancia constante según el modelo del capítulo 3.

El vector de corrientes es la resta de la inyección de corriente reactiva de los generadores tipo PV, menos las cargas de corriente constante según los modelos expuestos en los capítulos 3 y 5:

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{qia} \\ I_{qib} \\ I_{qic} \end{bmatrix}_{Generada} - \begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}_{Consumida} \quad (6-3)$$

Como puede haber combinaciones de cargas, bancos de capacitores y generadores conectados en delta con los conectados en estrella se va a usar la corriente que estos inyectan a las líneas, primero se hallan las corrientes que circulan por la delta con la ayuda de los modelos desarrollados en los capítulos 3 y 5 y posteriormente, con la ecuación (3-5) reescrita a continuación, se van a transformar estas corrientes a corrientes de línea:

$$\begin{bmatrix} IL_a \\ IL_b \\ IL_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix} \quad (6-4)$$

Y las corrientes de línea halladas con (6-4) se pueden agregar directamente a la ecuación (6-1) con signo positivo si se trata de generadores y signo negativo si se trata de cargas.

- *Backward sweep*: se inicia desde la última capa (capa 8 en la figura. 36) y se avanza a través de las líneas hasta llegar al alimentador, hallando la

corriente total que entra a cada nodo, siendo esta la suma de las corrientes de todas las líneas que salen del nodo más el consumo de corriente en ese nodo (ecuación (6-5)).

$$\begin{bmatrix} IL_{ia} \\ IL_{ib} \\ IL_{ic} \end{bmatrix}_{\text{Entra al nodo}}^{(K)} = - \begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}_{\text{Derivación}}^{(K)} + \sum \text{Corriente de las líneas que salen del nodo} \quad (6-5)$$

Donde $\begin{bmatrix} IL_{ia} \\ IL_{ib} \\ IL_{ic} \end{bmatrix}_{\text{Entra al nodo}}^{(K)}$ es la corriente total que entra al nodo i y su

cálculo es una aplicación directa de la ley de corrientes de Kirchoff y

$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}_{\text{Derivación}}^{(K)}$ se obtiene de la ecuación (6-1).

Después de calcular las corrientes para todos los nodos del último nivel se avanza al siguiente nivel (capa 7 en la figura 36), esto se hace con las matrices generalizadas desarrolladas para todos los elementos en serie ecuación (6-6), entendiéndose elemento en serie transformadores, segmentos de línea, reguladores de voltaje, *switchs* y cargas distribuidas. De esta forma se pueden calcular los voltajes de los nodos siguientes (capa 7 de la figura 36) y la corriente que sale de cada uno de los nodos de la capa 7 hacia los nodos de la capa 8 (véase figura 36).

Para este caso se usan las matrices generalizadas [a], [b], [c] y [d] que dependen del elemento en serie que se esté modelando; capítulo 2 para los segmentos de líneas y capítulo 4 para transformadores y reguladores

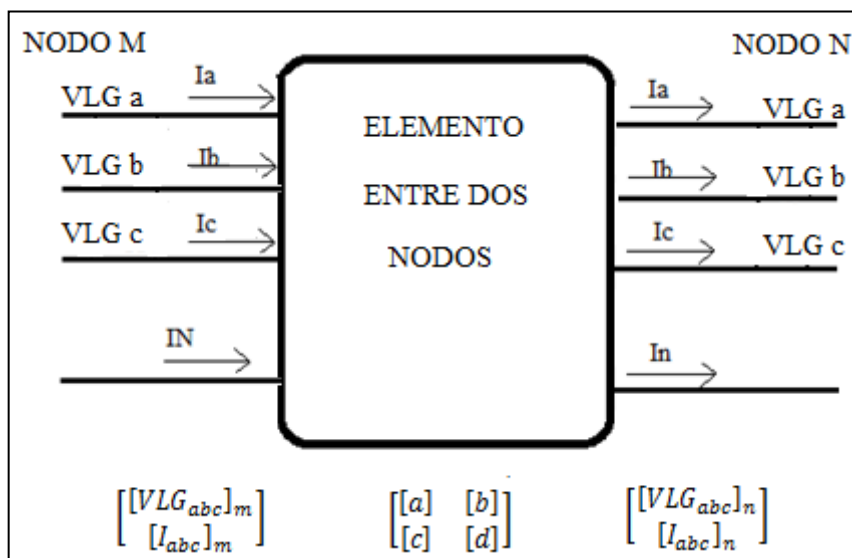
de voltaje, estas relacionan los voltajes y corrientes del nodo M con los voltajes y corrientes del nodo N (figura 37) de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix} \quad (6-6)$$

En la ecuación (6-6) se omiten los subíndices (k) para el número de iteración por que todos los valores deben obtenerse de la iteración actual.

En la figura 37 se puede observar cómo se relacionan los voltajes y corrientes de un nodo cualquiera m con los voltajes y corrientes de un nodo consecuente n independientemente del modelo que se esté trabajando:

Figura 37. **Representación de las matrices generalizadas para cualquier elemento entre dos nodos consecuentes**



Fuente: elaboración propia, con programa de Paint 2007.

Se calculan nuevamente las corrientes que salen de todos los nodos del nivel actual (nivel o capa 7 según la figura 36), considerando todos los componentes en paralelo, y las corrientes que salen de los nodos por medio de los componentes en serie hacia otros nodos, estos componentes pueden estar de manera individual o como una combinación de componentes.

El proceso se repite hasta llegar al alimentador del sistema, donde termina el primer barrido *backward sweep*.

Inicialmente se usaban las diferencias de potencia activa y reactiva en todos los nodos como criterio de convergencia, pero es mucho más simple usar como criterio de convergencia la diferencia de voltaje en el alimentador entre el voltaje en valores por unidad de la iteración actual con el de la iteración anterior, ya que de esta forma se considera implícitamente el error de toda la red.

Al terminar con el *backward sweep* se encuentra el error para el nodo inicial o alimentador con la ecuación:

$$Error = |V_{PU}^{(K)} - V_{PU}^{(K-1)}|_{Alimentador} \quad (6-7)$$

Un error aceptable es comúnmente de 0,001 PU. Si el error es menor a la tolerancia aceptada el método termina porque se ha alcanzado la convergencia y encontrado la solución, de lo contrario se procede a calcular el *forward sweep*.

- *Forward sweep*: se actualizan los voltajes en un barrido desde el alimentador hasta los nodos de la capa final. El voltaje se actualiza usando el calculado para el nodo en la capa superior.

El *forward sweep* inicia con el voltaje nominal del alimentador y usa las corrientes calculadas en el *backward sweep* para actualizar los voltajes de la red. Esto se hace con las matrices generalizadas [A] y [B] desarrolladas en los capítulos 2 y 4:

$$[VLG_{abc}]_n^{(K)} = [A] * [VLG_{abc}]_m^{(K)} - [B] * [I_{abc}]_n^{(K-1)} \quad (6-8)$$

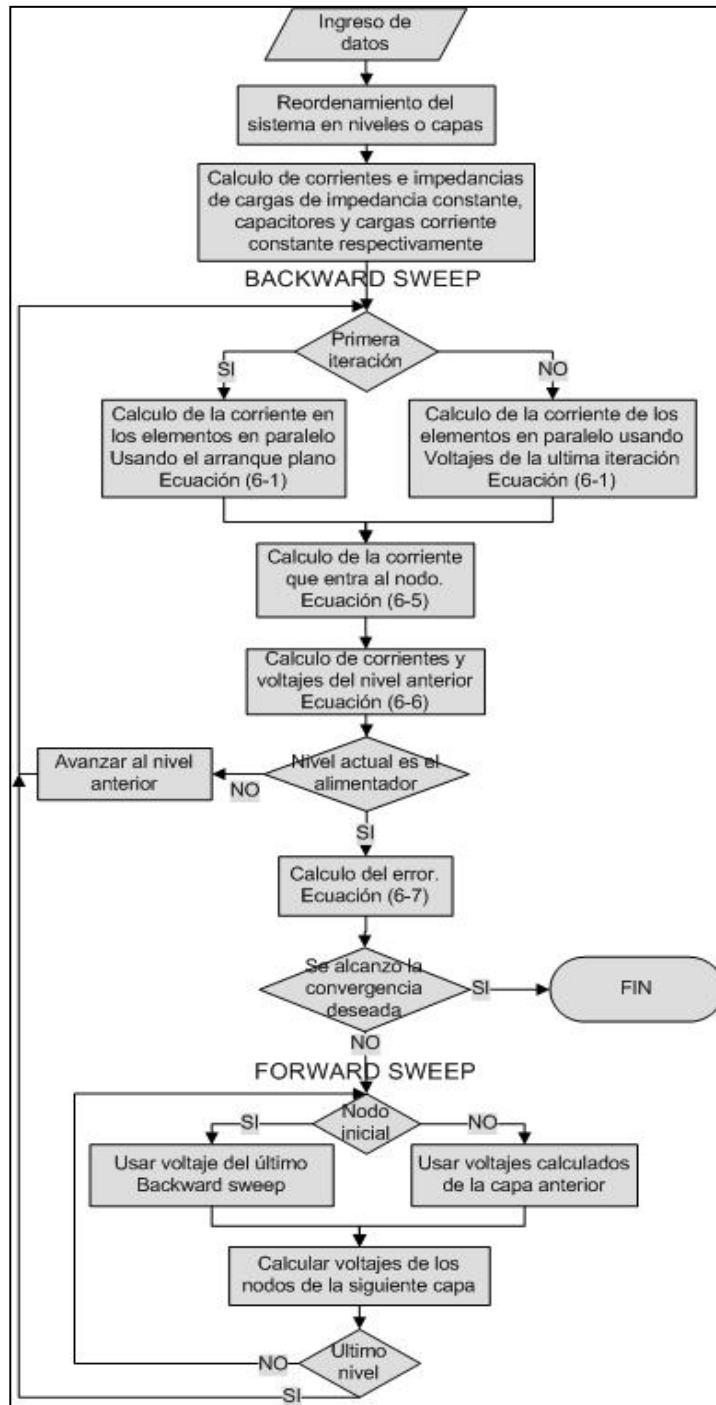
La ecuación (6-8) es una modificación de la ley de voltajes de Kirchoff, que ayuda a relacionar de forma sencilla los voltajes de un nodo con las corrientes y voltajes del nodo anterior.

Únicamente se requieren las corrientes calculadas del *backward sweep* para actualizar los voltajes, de esta forma se comienza el proceso iterativo de corrección, en el que cada voltaje es más cercano al voltaje real del sistema. El proceso continúa hasta llegar al nivel más alejado del alimentador, de forma que se actualizan todos los voltajes del sistema.

Al terminar con el *forward sweep* termina la primera iteración. En la siguiente iteración, en lugar de usar los voltajes nominales de los nodos en el nivel más alejado del alimentador se usa el voltaje calculado para estos nodos en el último *forward sweep*, De esta forma se actualizan las corrientes entre los nodos y se aproximan más a las corrientes reales del sistema.

El método se repite hasta que el error alcanza la tolerancia especificada.

Figura 38. Algoritmo de solución de flujo de carga en redes de distribución



Fuente: elaboración propia, con programa Microsoft Office Visio 2003.

Las principales ventajas de este método ante los métodos tradicionales para el análisis de flujo de carga son:

- Es capaz de analizar de manera efectiva redes trifásicas desbalanceadas.
- Es muy robusto, sin importar el tamaño de la red comparado al método de Gauss Seidel que se vuelve muy ineficiente al aumentar el tamaño de la red analizada.
- Para el método genérico de newton Raphson y desacoplado rápido se encuentra divergencia al estudiar redes poco malladas y con características de redes de distribución.
- El tiempo de solución de los sistemas es mayor con los métodos clásicos.
- La extensión de los modelos clásicos para redes trifásicas deteriora considerablemente, la eficiencia numérica de los modelos, esto los hace menos eficientes al modelo propuesto.

7. VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

7.1. Características del modelo

Para la validación del modelo se desarrolló un programa considerando los algoritmos presentados en los capítulos 5 y 6, y los modelos desarrollados en los capítulos del 1 al 5. El programa se construyó en el ambiente de matlab, debido a la facilidad de este para la resolución de operaciones con matrices comparada con otros programas en los cuales hubiese sido necesario un paquete extra para la solución de matrices y el desarrollo de uno que se adapte a los requisitos de los modelos excede el propósito de este trabajo.

El programa es compatible con el software Octave que es la versión no comercial de Matlab.

Para la validación del modelo se utilizan los sistemas de prueba IEEE Radial test Feeders. Se utilizaron los sistemas de prueba IEEE de 4, 13, 34, 37 y 123 nodos del Distribution Test Feeder Working Group perteneciente al IEEE PES Distribution System Analysis Subcommittee.

El programa es capaz de trabajar una red de cualquier cantidad de nodos, pero con la restricción de que sea una red radial, ya que está diseñado para trabajar exclusivamente con estas, aunque existe un algoritmo adicional¹⁷ para

¹⁷El algoritmo para la solución de redes ligeramente malladas se presenta en: LUO Y SEMLYEN, Efficient load flow for large weakly meshed networks. p. 1309-1316. Y en: SHIRMOHAMMADI, HONG, SEMLYEN y LUO, A compensation based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. p. 753-759.

el caso de redes ligeramente malladas que se puede incorporar de una manera sencilla debido a su similitud con el modelo de generadores.

El programa puede trabajar las conexiones de transformadores estrella-delta, delta-delta, delta-estrella aterrizada, estrella aterrizada- estrella aterrizada y la conexión estrella abierta-delta abierta únicamente conectada entre las fases AB en el primario, pero la extensión para esta conexión a las otras combinaciones de fases es sencilla. Todos los modelos de transformadores donde corresponda pueden usarse en conexiones *Step Up* y *Step Down*, que implica un desfase de 30 grados entre el primario y el secundario.

El modelo de reguladores de voltaje considera autotransformadores ideales, debido a que no se encontraron resultados para validar modelos con admitancia en derivación e impedancias para los devanados, aunque las impedancias de los devanados se pueden agregar de manera similar a como se hizo en el caso de transformadores trifásicos. Para el caso de admitancias en derivación es un poco más complicado, ya que hay que usar un modelo más elaborado¹⁸ tanto para el caso de reguladores de voltaje como para transformadores, aunque tampoco hay resultados para validar los modelos ni datos para la simulación de las admitancias.

Los modelos de generadores consideran generadores ideales, aunque es posible extender el modelo para considerar las inductancias y resistencias de los generadores y el modelo no se vería muy afectado por este cambio, ya que la regulación del voltaje en los nodos se considera desde las terminales de los generadores y no desde las bobinas.

¹⁸ El modelo para transformadores con admitancias en derivación se encuentra en: WANG, Zhuding, CHEN, Fen y LI, Jingui, Implementing Transformer Nodal Admittance Matrices Into Backward/Forward Sweep-Based Power Flow Analysis for Unbalanced Radial Distribution Systems. p. 1831-1836.

El modelo de generadores permite la incorporación de cualquier cantidad de generadores, pero se debe tener en cuenta que la eficiencia numérica del programa se ve afectada directamente por la cantidad de generadores que sean agregados.

7.2. Validación de los modelos

La validación de los modelos usados en el algoritmo de flujo de carga se realizó con los casos de prueba para redes de distribución presentados por el IEEE Distribution System Analysis Subcommittee perteneciente al IEEE PES:

- IEEE 4 node test feeder
- IEEE 13 node test feeder
- IEEE 34 node test feeder
- IEEE 37 node test feeder
- IEEE 123 node test feeder

Aunque en el presente trabajo únicamente se muestran los resultados para los casos más representativos. Para el caso de generadores distribuidos no existe un caso que los tome en cuenta, así que solo se verifica la incorporación de este al modelo, su comportamiento y su convergencia con varios generadores en la red.

7.2.1. Validación del modelo de línea

Para la validación del modelo de línea se usaron los casos de prueba IEEE 34 y IEEE37 presentados en por el Distribution System Analysis Subcommitee perteneciente al IEEE PES. El caso IEEE 34 node test feeder tiene cinco diferentes configuraciones de segmentos de líneas aéreas y el caso IEEE 37 node test feeder contiene cuatro diferentes configuraciones de conductores subterráneos, con lo cual se validan los modelos: aéreos y subterráneos de los segmentos de línea. En las tablas VI y VII se muestra de manera resumida la comparación de los resultados obtenidos con el programa y los presentados en los casos IEEE 34 node test feeder e IEEE 37 node test feeder.

En las tablas VI y VII se comparan las matrices de impedancias de fase y las matrices de admitancias en derivación equivalentes de las diferentes configuraciones presentadas en los casos IEEE34 node test feeder e IEEE37 node test feeder. Los resultados obtenidos con el programa desarrollado se encuentran en las columnas de la derecha.

Tabla VI. Comparación de las matrices de impedancias y admitancias para el caso IEEE34 node test feeder

IEEE 34 node test feeder			Resultados Modelo			
Configuración 300	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	1,336 8+1,334 3i	0,210 1+0,577 9i	0,213 0+0,501 5i	1,336 8+1,334 3i	0,210 1+0,577 9i	0,213 0+0,501 5i
		1,323 8+1,356 9i	0,206 6+0,459 1i	0,210 1+0,577 9i	1,323 8+1,356 9i	0,206 6+0,459 1i
			1,329 4+1,347 1i	0,213 0+0,501 5i	0,206 6+0,459 1i	1,329 4+1,347 1i
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	5,335 0i	-1,531 3i	-0,994 3i	5,338 3i	1,527 3i	0,990 2i
	5,097 9i	-0,621 2i	1,527 3i	5,102 8i	0,616 6i	
		4,888 0i	0,990 2i	0,616 6i	4,893 4i	
Configuración 301	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	1,930 0+1,411 5i	0,232 7+0,644 2i	0,235 9+0,569 1i	1,930 0+1,411 5i	0,232 7+0,644 2i	0,235 9+0,569 1i
		1,915 7+1,428 1i	0,228 8+0,523 8i	0,232 7+0,644 2i	1,915 7+1,428 1i	0,228 8+0,523 8i
			1,921 9+1,420 9i	0,235 9+0,569 1i	0,228 8+0,523 8i	1,921 9+1,420 9i
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	5,120 7i	-1,436 4i	-0,940 2i	5,124 0i	1,432 5i	0,936 2i
	4,905 5i	-0,595 1i	1,432 5i	4,910 2i	0,590 5i	
		4,715 4i	0,936 2i	0,590 5i	4,720 7i	
Configuración 302	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	2,799 5+1,485 5i	0,000 0	0,000 0	2,799 5+1,485 5i	0,000 0	0,000 0
		0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
			0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	4,225 1i	0,000 0	0,000 0	4,233 8i	0,000 0	0,000 0
	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	
		0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	
Configuración 303	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
		2,799 5+1,485 5i	0,000 0	0,000 0	2,799 5+1,485 5i	0,000 0
			0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
	4,225 1i	0,000 0	0,000 0	4,233 8i	0,000 0	
		0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	
Configuración 304	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
		1,921 7+1,421 2i	0,000 0	0,000 0	1,921 7+1,421 2i	0,000 0
			0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0
	4,363 7i	0,000 0	0,000 0	4,372 7i	0,000 0	
		0,000 0	0,000 0	0,000 0	0,000 0	

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.
<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla VII. Comparación de las matrices de impedancias y admitancias para el caso IEEE37 node test feeder

	IEEE 37 node test feeder			Resultados Modelo		
Configuración 721	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	0,292 6+0,197 3i	0,067 3-0,036 8i	0,033 7-0,041 7i	0,292 6+0,197 3i	0,067 3-0,036 8i	0,033 7-0,041 7i
		0,264 6+0,190 0i	0,067 3-0,036 8i	0,067 3-0,036 8i	0,264 6+0,190 0i	0,067 3-0,036 8i
			0,292 6+0,197 3i	0,033 7-0,041 7i	0,067 3-0,036 8i	0,292 6+0,197 3i
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	159,791 9	0,000 0	0,000 0	159,050 0i	0,000 0	0,000 0
	159,791 9	0,000 0	0,000 0	159,050 0i	0,000 0	
		159,791 9	0,000 0	0,000 0	159,050 0i	
Configuración 722	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	0,475 1+0,297 3	0,162 9-0,032 6i	0,123 4-0,060 7i	0,475 1+0,297 3i	0,162 9-0,032 6i	0,123 4-0,060 7i
		0,448 8+0,267 8i	0,162 9-0,032 6i	0,162 9-0,032 6i	0,448 8+0,267 8i	0,162 9-0,032 6i
			0,475 1+0,297 3i	0,123 4-0,060 7i	0,162 9-0,032 6i	0,475 1+0,297 3i
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	127,830 6	0,000 0	0,000 0	127,460 0i	0,000 0	0,000 0
	127,830 6	0,000 0	0,000 0	127,460 0i	0,000 0	
		127,830 6	0,000 0	0,000 0	127,460 0i	
Configuración 723	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	1,293 6+0,671 3i	0,487 1+0,211 1i	0,458 5+0,152 1i	1,293 6+0,671 3i	0,487 1+0,211 2i	0,458 5+0,152 1i
		1,302 2+0,632 6i	0,487 1+0,211 1i	0,487 1+0,211 2i	1,302 0+0,632 6i	0,487 1+0,211 2i
			1,293 6+0,671 3i	0,458 5+0,152 1i	0,487 1+0,211 2i	1,293 6+0,671 3i
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	74,840 5	0,000 0	0,000 0	73,932 0i	0,000 0	0,000 0
	74,840 5	0,000 0	0,000 0	0+73,932 0i	0,000 0	
		74,840 5	0,000 0	0,000 0	73,932 0i	
Configuración 724	Matriz de impedancias de fase (Ω /milla)					
	2,095 2+0,775 8i	0,520 4+0,273 8i	0,492 6+0,212 3i	2,094 2+0,776 2i	0,520 4+0,273 8i	0,492 6+0,212 3i
		2,106 8+0,739 8i	0,520 4+0,273 8i	0,520 4+0,273 8i	2,105 8+0,740 3i	0,520 4+0,273 8i
			2,095 2+0,775 8i	0,492 6+0,212 3i	0,520 4+0,273 8i	2,094 2+0,776 2i
	Matriz de admitancias en derivación (μ Siemens/milla)					
	60,248 3	0,000 0	0,000 0	59,755 0i	0,000 0	0,000 0
	60,248 3	0,000 0	0,000 0	59,755 0i	0,000 0	
		60,248 3	0,000 0	0,000 0	59,755 0i	

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

7.3. Validación del modelo de cargas

Para la validación del modelo de cargas no hay ningún documento que permita corroborar si las corrientes calculadas con base en los datos de las cargas son las correctas, la única manera es resolviendo el problema completo, de manera que la validación de este modelo está implícita en la validación del modelo de flujo de carga, debido a que siendo las corrientes en las cargas correctas habrá corrientes correctas en los segmentos de líneas y así sucesivamente las corrientes que alimentan las cargas afectan de manera indirecta los voltajes de los nodos, ya que estos dependen de las caídas de voltaje en los segmentos de líneas, de modo que corrientes aceptables en las cargas son una condición necesaria para la resolución del problema.

La validación del modelo de flujo de carga se encuentra en el apartado 7.6, por lo que en este apartado se validan simultáneamente el modelo de cargas y el modelo de flujo de potencia.

7.4. Validación del modelo de transformadores

Para la validación del modelos de transformadores se usó el caso de prueba IEEE4 node test feeder del Distribution System Analysis Subcommittee perteneciente al IEEE PES, el cual presenta una configuración de 4 nodos con cargas balanceadas y desbalanceadas y resultados para las 5 diferentes conexiones de transformadores presentadas en el capítulo 4, para su conexión *Step Up* y *Step Down*. Se usaron únicamente las conexiones desbalanceadas debido a su mayor complejidad.

Los resultados presentados por el IEEE4 node test feeder muestran dos tipos de desfaseamiento *Step Up* y *Step Down*, para las conexiones Y aterrizada-

Y aterrizada, y Delta-Delta, pero como se explica en el capítulo 4 estas conexiones únicamente puede presentar dos desfases: de 120 y -120 grados, lo cual no cumple con el American Standard Thirty-Degree, en el cual se especifica que solo las conexiones Y-delta y Delta-Y pueden tener desfases de múltiplos de 30 grados (llamados comúnmente *Step Down* y *Step Up*), dependiendo de si el voltaje del primario se adelanta al del secundario o viceversa, pero este desfaseamiento no es posible con las conexiones Y aterrizada-Y aterrizada y Delta- Delta.

Es importante tomar este dato en consideración, ya que los resultados presentados en [5] son para la misma conexión GY-GY y Delta-Delta sin desfaseamientos, pero considerando las diferencias entre los transformadores usados para la conexión *Step Up* y *Step Down*. A continuación en las tablas VIII-XV se muestra una comparación entre los resultados obtenidos con el programa y los resultados presentados en el caso de prueba IEEE 4 node test feeder para todas las conexiones desarrolladas.

Tabla VIII. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y aterrizada-Y aterrizada**

Nodo	IEEE4 Node test Feeder			Modelo		
	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)
2	7 164,00/-0,10	7 110,00/-120,20	7 082,00/119,30	7 163,70/-0,14	7 110,40/-120,19	7 082,30/119,27
3	2 305,00/-2,30	2 255,00/-123,60	2 203,00/114,80	2 305,50/-2,26	2 254,50/-123,63	2 203,10/114,79
4	2 175,00/-4,10	1 930,00/-126,80	1 833,00/102,80	2 174,70/-4,12	1 929,40/-126,81	1 833,80/102,87
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	230,10/-35,90	345,70/-152,60	455,10/84,70	230,08/-35,89	345,89/-152,65	454,48/84,67
1 a 3	-	-	-	230,09/-35,90	345,90/-152,65	454,49/84,67
1 a 4	689,70/-35,90	1 036,00/-152,60	1 364,00/84,70	689,73/-35,90	1 036,90/-152,65	1 362,40/84,67

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla IX. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Delta-Y aterrizada *Step Down Connection***

Nodo	IEEE Node test Feeder			Modelo		
	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)
2	12 350,00/29,60	12 314,00/-90,40	12 333,00/149,80	12 350,00/29,60	12 314,00/-90,39	12 333,00/149,75
3	2 290,00/-32,40	2 261,00/-153,80	2 214,00/85,20	2 290,30/-32,40	2 261,50/-153,81	2 214,10/85,18
4	2 157,00/-34,20	1 936,00/-157,00	1 849,00/73,40	2 156,70/-34,24	1 935,90/-157,04	1 850,10/73,41
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	285,70/-27,60	402,70/-149,60	349,10/74,40	285,71/-27,61	402,50/-149,61	348,93/74,37
1 a 3	-	-	-	285,73/-27,61	402,51/-149,61	348,95/74,37
1 a 4	695,5/-66,00	1 033,00/177,10	1 352,00/55,20	695,50/-66,03	1 033,30/177,12	1 350,70/55,21

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla X. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Delta-Delta**

Nodo	IEEE Node test Feeder			Modelo		
	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)
2	12 341,00/29,80	12 370,00/-90,50	12 302,00/149,50	12 341,00/29,81	12 370,00/-90,48	12 302,00/149,55
3	3 902,00/27,20	3 972,00/-93,90	3 871,00/145,70	3 901,80/27,20	3972,50/-93,91	3 871,50/145,74
4	3 431,00/24,30	3 647,00/-100,40	3 294,00/138,60	3 430,90/24,28	3 647,60/-100,36	3 294,00/138,62
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	361,70/-41,00	283,50/-153,00	366,50/93,20	361,68/-41,02	283,50/-153,01	366,53/93,17
1 a 3	-	-	-	361,55/-41,03	283,39/-153,03	366,39/93,16
1 a 4	1 084,00/-41,00	849,7/-153,00	1 099,00/93,20	1 083,80/-41,03	849,49/-153,03	1 098,30/93,16

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla XI. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y-Delta *Step Down Connection***

	IEEE Node test Feeder			Modelo		
Nodo	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)
2	7 112,00/-0,20	7 144,00/-120,40	7 112,00/119,50	7 111,20/-0,20	7 143,70/-120,43	7 111,20/119,54
3	3 896,00/-2,80	3 972,00/-123,80	3 874,00/115,70	3 896,40/-2,82	3 972,20/-123,83	3 875,20/115,70
4	3 425,00/-5,80	3 646,00/-130,30	3 298,00/108,60	3 425,80/-5,76	3 646,70/-130,27	3 297,90/108,59
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	309,80/-41,70	315,50/-145,20	387,20/85,90	309,65/-41,68	315,43/-145,18	387,03/85,90
1 a 3	-	-	-	309,66/-41,69	315,44/-145,18	387,04/85,90
1 a 4	1 083,80/-71,00	849,90/177,00	1 098,70/63,10	1 083,40/-71,03	849,59/176,98	1 098,30/63,14

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla XII. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y abierta-Delta abierta *Step Down Connection***

	IEEE Node test Feeder			Modelo		
Nodo	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)
2	6 952,00/0,70	7 172,00/-122,00	7 313,00/120,50	6 951,90/0,70	7 171,50/-122,00	7 312,70/120,54
3	3 632,00/0,10	4 121,00/-127,60	3 450,00/108,90	3 632,00/0,06	4 121,10/-127,56	3 449,60/108,94
4	3 307,00/-1,50	3 907,00/-131,90	3 073,00/103,10	3 306,40/-1,47	3 906,20/-131,90	3 072,50/103,11
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	424,80/-73,80	440,30/-118,50	0,00/0,00	424,83/-73,83	440,39/-118,53	0,002/-177,28
1 a 3	-	-	-	424,85/-73,83	440,39/-118,53	0,00/0,00
1 a 4	735,20/-73,80	569,90/176,30	762,00/61,50	735,31/-73,83	570,02/176,32	762,21/61,47

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla XIII. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Delta-Y Step Up Connection**

Nodo	IEEE Node test Feeder			Modelo		
	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)
2	12 364,00/29,80	12 391,00/-90,50	12 333,00/149,60	12 364,00/29,78	12 391,00/-90,46	12 333,00/149,55
3	13 792,00/27,70	13 733,00/-93,50	13 641,00/145,40	13 793,00/27,71	13 734,00/-93,46	13 642,00/145,44
4	13 768,00/27,70	13 684,00/-93,60	13 600,00/145,20	13 769,00/27,68	13 685,00/-93,55	13 602,00/145,17
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	309,30/-35,20	249,50/-146,50	319,30/98,10	309,29/-35,14	249,47/-146,42	319,16/98,12
1 a 3	-	-	-	309,16/-35,15	249,35/-146,44	319,02/98,11
1 a 4	109,00/-4,10	146,20/-119,40	183,80/127,00	108,90/-4,08	146,08/-119,36	183,70/127,04

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla XIV. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y-Delta Step Up Connection**

Nodo	IEEE Node test Feeder			Modelo		
	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)
2	7 120,00/-0,40	7 147,00/-120,30	7 150,00/119,60	7 119,80/-0,39	7 146,90/-120,27	7 149,70/119,55
3	23 703,00/57,20	24 040,00/-63,60	23 576,00/176,10	23 704,00/57,22	24 041,00/-63,60	23 577,00/176,10
4	23 637,00/57,10	23 995,00/-63,80	23 495,00/175,90	23 638,00/57,14	23 996,00/-63,75	23 496,00/175,94
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	333,50/-28,20	269,60/-155,40	274,30/100,20	333,43/-28,21	269,50/-155,36	274,33/100,26
1 a 3	-	-	-	333,44/-28,21	269,50/-155,37	274,32/100,26
1 a 4	156,40/-4,80	124,20/117,20	158,40/128,70	156,34/-4,81	124,22/-117,16	158,43/128,71

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla XV. **Comparación entre los voltajes y las corrientes para la conexión Y abierta - Delta abierta *Step Up Connection***

Nodo	IEEE Node test Feeder			Modelo		
	Va (V)	Vb (V)	Vc (V)	Vab (V)	Vbc (V)	Vca (V)
2	7 001,00/0,01	7 207,00/-121,30	7 264,00/120,50	7 000,10/0,02	7 206,00/-121,32	7 264,20/120,51
3	24 762,00/55,00	22 756,00/-68,80	22 455,00/177,60	24 763,00/54,97	22 751,00/-68,84	22 446,00/177,60
4	24 716,00/54,90	22 728,00/-68,90	22 398,00/177,50	24 717,00/54,92	22 723,00/-68,95	22 390,00/177,49
	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)	Ia (A)	Ib (A)	Ic (A)
1 a 2	368,90/-52,60	295,50/-119,50	0,00/0,00	370,02/-52,57	296,62/-119,41	0,00/0,00
1 a 3	-	-	-	370,04/-52,57	296,61/-119,42	0,00/0,00
1 a 4	107,30/-5,60	85,4/-119,50	106,70/127,40	107,67/-5,50	85,77/-119,42	107,00/127,43

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.
<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

7.5. Validación del modelo de reguladores de voltaje

Para la validación del modelo de reguladores de voltaje se usaron los casos de prueba IEEE13 node test feeder, para la conexión de reguladores en estrella e IEEE37 node test feeder, para la conexión de reguladores en delta abierta. Lastimosamente no hay un caso de prueba con los reguladores de voltaje conectados en delta, esto posiblemente se debe a la relativa simpleza de los modelos explicada en el capítulo 4, derivada de no haber tomado en cuenta la impedancia en serie y la admitancia en derivación del autotransformador.

Los dos casos de prueba usados poseen reguladores de voltaje con conexiones de tipo B. Para la conexión en estrella las tres fases se regulan de manera independiente, de modo que cada fase tiene su correspondiente compensador de caída de línea. Los resultados para la conexión en estrella se resumen en la tabla XVI:

Tabla XVI. **Comparación entre los voltajes y las corrientes un regulador de voltaje de tipo B conectado en estrella con una regulación independiente en las fases**

	Fase	Volt	R Volt	X Volt	PT Ratio	CT rate	Tap
Modelo	1	122	3	9	20	700	10
	2	122	3	9	20	700	8
	3	122	3	9	20	700	11
IEEE 13 <i>node test feeder</i>	1	122	3	9	20	700	10
	2	122	3	9	20	700	8
	3	122	3	9	20	700	11

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

En la tabla XVI los datos más importantes son los del número de *taps*, ya que son los que determinan cuál será el nivel de la regulación del voltaje de acuerdo a la ecuación (4-117)

En realidad, con el programa se encontró que el nivel exacto de *taps* para mantener el valor del voltaje en el centro de carga dentro de los límites establecidos es de 9,779 9 para la fase A, 7,067 5 para la fase B y 10,291 5 para la fase C, pero como el número de *taps* es una cantidad discreta, se aproxima al número entero inmediato superior, de este modo resultan ser 10, 8 y 11 los *taps* necesarios para la regulación, y el valor de voltaje se sigue manteniendo dentro de los límites aceptables.

Para la conexión en delta abierta, únicamente se usan dos reguladores para la controlar las tres fases, por lo que al estar los reguladores entre las

fases AB y CB la regulación del voltaje CA se realiza como una combinación de los otros dos voltajes.

El programa encontró que no es necesario cambiar el regulador conectado entre CB hasta el *tap* 4 como se muestra en la tabla XVII, sino que ubicando el regulador en el *tap* 3 se mantiene el voltaje dentro de los límites establecidos.

Tabla XVII. **Comparación entre los voltajes y las corrientes un regulador de voltaje de tipo B conectado en delta abierta entre las fases AB y CB con una regulación independiente en las fases**

	Fase	Volt	R Volt	X Volt	PT Ratio	CT rate	Tap
Modelo	1	122	1,5	9	20	350	7
	3	122	3	9	20	350	3
IEEE 13 node test feeder	1	122	1,5	3	40	350	7
	3	122	1,5	3	40	350	4

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommittee, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.
<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

El valor de los *taps* se obtiene por medio del compensador de caída de línea de la siguiente manera:

- Primero: se transforma el voltaje de entrada al regulador a un voltaje referido a 120 V, usando la relación de transformación del PT:

$$VLL_{120} = \frac{1}{40} \begin{bmatrix} 4\,800,8 \angle -0,001 \\ 4\,800,1 \angle -120 \\ 4\,800,6 \angle 120,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120,02 \angle -0,001 \\ 120 \angle -120 \\ 120,01 \angle 120,1 \end{bmatrix}$$

- Seguidamente: se calcula la caída de voltaje equivalente entre el regulador y el centro de carga con los valores de R' y X', la corriente de salida del regulador y la corriente nominal del primario del CT, la corriente del secundario no es importante para los cálculos, ya que se elimina en el proceso:

$$\Delta V = \frac{1}{350} \begin{bmatrix} 1,5 + 3j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,5 + 3j \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 373,36 \angle -63,044 \\ 276,14 \angle -178,63 \\ 355,81 \angle 72,53 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,578 \angle 0,39119 \\ 3,4098 \angle 135,96 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Ahora: es posible calcular un voltaje equivalente al del centro de carga referido a un nivel de 120 volts de línea a línea, es importante considerar que el voltaje en el regulador es el negativo del voltaje Vbc.

$$VLL_{120} = \begin{bmatrix} 120,02 \angle -0,001 \\ -120 \angle -120 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,578 \angle 0,39119 \\ 3,4098 \angle 135,96 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 116,44 \angle -0,01325 \\ 119,22 \angle 58,41 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Ahora: se compara si el voltaje en el centro de carga está dentro de los límites establecidos (para este caso un voltaje entre 121-123 volts), si el voltaje no está dentro de los límites permitidos se calcula el número de *taps* necesarios para que el voltaje se encuentre dentro de los límites:

$$Tap = \frac{1}{0,75} \left(\begin{bmatrix} 121 \\ 121 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 116,44 \\ 119,22 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 6,0772 \\ 2,3725 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como el valor de los *taps* no es una cantidad continua se aproxima al valor inmediato superior para asegurar que el voltaje en el centro de carga se encuentre dentro del rango permitido, ya que si se aproximase de la forma usual puede que el voltaje resultante quede fuera del rango si se aproximan

valores menores a 0,5 a su valor inmediato inferior. De esta forma el valor resultante de *taps* es:

$$Taps = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Al calcular el voltaje referido a 120 volts en el centro de carga se observa que al usar el número de *taps* calculado el voltaje aún se encuentra dentro de valores aceptables:

$$VLL = \begin{bmatrix} 125,27\angle -0,001 \\ -122,25\angle -120 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{350} \begin{bmatrix} 1,5 + 3j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,5 + 3j \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 382,33\angle -62,283 \\ 283,82\angle -179,58 \\ 356,66\angle 72,712 \end{bmatrix}$$

$$VLL = \begin{bmatrix} 121,607\angle -0,03573 \\ 121,477\angle 58,4346 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De esta forma se evidencia que es posible usar en el regulador conectado entre las fases CB con el número de *taps* en una posición de 3 *taps* para mantener el voltaje dentro del rango aceptable. Los datos de entrada del voltaje y la corriente son correctos, ya que al resolver el sistema asignando el número de *taps* 7 y 4 para los reguladores conectados entre las fases AB y CB se obtienen como se verá en la siguiente sección resultados muy precisos.

7.6. Validación del modelo para el análisis de flujo de carga

Para la validación del modelo de flujo de carga se eligió el caso de prueba IEEE37 node test feeder debido a que es un caso de un tamaño medio. Considerando que ya se validaron los modelos para las líneas y los transformadores solo resta validar la integración del modelo. A continuación en

la tabla XVIII se muestra la comparación de los perfiles de voltaje obtenidos con el modelo y los mostrados en el caso IEEE37 node test feeder.

Tabla XVIII. Comparación de los perfiles de voltaje del caso IEEE37 node test feeder obtenidos con el programa y los presentados en el caso de prueba

Nodo	Test Feeders		Calculado		Test Feeders		Calculado		Test Feeders		Calculado	
	VPU AB	ángulo	VPU AB	ángulo	VPU BC	Ángulo	VPU BC	Ángulo	VPU CA	ángulo	VPU CA	Ángulo
799	1,000 0	0,000 0	1,000 0	0,000 0	1,000 0	-120,000 0	1,000 0	-120,000 0	1,000 0	120,000 0	1,000 0	120,000 0
RG7	1,043 7	0,000 0	1,043 7	0,000 0	1,025 0	-120,000 0	1,025 0	-120,000 0	1,034 5	120,900 0	1,034 5	120,900 0
701	1,031 7	-0,080 0	1,031 7	-0,076 3	1,014 4	-120,390 0	1,014 5	-120,390 0	1,018 3	120,610 0	1,018 4	120,610 0
702	1,024 8	-0,140 0	1,024 8	-0,136 8	1,008 8	-120,580 0	1,008 9	-120,580 0	1,010 1	120,430 0	1,010 1	120,430 0
703	1,017 8	-0,170 0	1,017 8	-0,174 1	1,005 1	-120,700 0	1,005 1	-120,700 0	1,003 4	120,200 0	1,003 4	120,200 0
727	1,016 7	-0,160 0	1,016 7	-0,155 6	1,004 4	-120,690 0	1,004 4	-120,690 0	1,002 5	120,190 0	1,002 5	120,190 0
744	1,016 0	-0,160 0	1,016 0	-0,156 4	1,004 1	-120,680 0	1,004 1	-120,680 0	1,002 1	120,170 0	1,002 1	120,170 0
728	1,015 6	-0,150 0	1,015 6	-0,152 4	1,003 7	-120,680 0	1,003 7	-120,680 0	1,001 7	120,180 0	1,001 7	120,180 0
729	1,015 7	-0,150 0	1,015 7	-0,153 0	1,004 0	-120,670 0	1,004 0	-120,670 0	1,001 9	120,170 0	1,002 0	120,170 0
730	1,012 7	-0,120 0	1,012 8	-0,118 6	1,002 1	-120,730 0	1,002 2	-120,730 0	0,998 1	120,100 0	0,998 1	120,100 0
709	1,011 1	-0,110 0	1,011 1	-0,106 8	1,001 2	-120,730 0	1,001 2	-120,730 0	0,996 7	120,070 0	0,996 7	120,070 0
708	1,008 7	-0,080 0	1,008 7	-0,077 4	1,000 2	-120,730 0	1,000 2	-120,730 0	0,994 5	120,020 0	0,994 5	120,020 0
732	1,008 6	-0,070 0	1,008 6	-0,066 4	1,000 1	-120,740 0	1,000 1	-120,740 0	0,994 1	120,020 0	0,994 1	120,020 0
733	1,006 3	-0,050 0	1,006 3	-0,053 5	0,999 3	-120,730 0	0,999 3	-120,730 0	0,992 5	119,960 0	0,992 6	119,960 0
734	1,002 9	-0,010 0	1,002 9	-0,008 8	0,997 8	-120,740 0	0,997 8	-120,740 0	0,989 3	119,880 0	0,989 3	119,880 0
710	1,002 4	0,010 0	1,002 4	0,013 5	0,996 8	-120,770 0	0,996 8	-120,770 0	0,987 8	119,910 0	0,987 8	119,910 0
735	1,002 3	0,030 0	1,002 3	0,027 4	0,996 6	-120,780 0	0,996 6	-120,780 0	0,987 3	119,910 0	0,987 3	119,910 0
736	1,001 9	-0,020 0	1,001 9	-0,019 9	0,995 1	-120,750 0	0,995 2	-120,750 0	0,987 5	119,950 0	0,987 5	119,950 0
737	0,999 6	0,020 0	0,999 6	0,018 8	0,996 9	-120,710 0	0,996 9	-120,710 0	0,987 2	119,790 0	0,987 2	119,790 0
738	0,998 5	0,040 0	0,998 5	0,038 2	0,996 5	-120,710 0	0,996 5	-120,710 0	0,986 1	119,760 0	0,986 1	119,760 0
711	0,998 2	0,060 0	0,998 2	0,059 5	0,996 3	-120,740 0	0,996 3	-120,740 0	0,985 2	119,760 0	0,985 2	119,760 0
740	0,998 1	0,070 0	0,998 1	0,073 5	0,996 1	-120,750 0	0,996 2	-120,750 0	0,984 7	119,760 0	0,984 7	119,760 0
741	0,998 1	0,070 0	0,998 1	0,066 7	0,996 2	-120,750 0	0,996 3	-120,750 0	0,984 9	119,760 0	0,984 9	119,760 0
731	1,010 9	-0,130 0	1,010 9	-0,126 3	1,000 4	-120,740 0	1,000 4	-120,740 0	0,996 4	120,100 0	0,996 4	120,100 0
XF7	1,011 1	-0,110 0	1,011 1	-0,106 8	1,001 2	-120,730 0	1,001 2	-120,730 0	0,996 7	120,070 0	0,996 7	120,070 0
775	1,011 1	-0,110 0	1,011 1	-0,106 8	1,001 2	-120,730 0	1,001 2	-120,730 0	0,996 7	120,070 0	0,996 7	120,070 0
705	1,024 1	-0,130 0	1,024 1	-0,130 6	1,007 5	-120,590 0	1,007 5	-120,590 0	1,008 8	120,460 0	1,008 8	120,460 0
712	1,024 0	-0,110 0	1,024 0	-0,114 8	1,007 3	-120,610 0	1,007 4	-120,610 0	1,008 2	120,460 0	1,008 2	120,460 0
742	1,023 8	-0,150 0	1,023 8	-0,146 8	1,006 7	-120,590 0	1,006 7	-120,590 0	1,008 6	120,480 0	1,008 6	120,480 0
713	1,023 4	-0,150 0	1,023 4	-0,145 0	1,007 0	-120,600 0	1,007 0	-120,600 0	1,008 3	120,440 0	1,008 3	120,440 0
704	1,021 7	-0,170 0	1,021 7	-0,174 3	1,004 4	-120,610 0	1,004 4	-120,610 0	1,006 5	120,460 0	1,006 5	120,460 0
714	1,021 4	-0,170 0	1,021 4	-0,173 4	1,004 3	-120,600 0	1,004 3	-120,600 0	1,006 4	120,460 0	1,006 4	120,450 0
718	1,020 1	-0,160 0	1,020 1	-0,162 6	1,004 1	-120,570 0	1,004 1	-120,570 0	1,006 0	120,420 0	1,006 0	120,420 0
720	1,020 5	-0,210 0	1,020 5	-0,208 5	1,001 1	-120,660 0	1,001 1	-120,660 0	1,004 1	120,530 0	1,004 1	120,530 0
706	1,020 4	-0,220 0	1,020 4	-0,218 1	1,000 7	-120,660 0	1,000 7	-120,660 0	1,003 9	120,540 0	1,003 9	120,540 0
725	1,020 2	-0,230 0	1,020 2	-0,225 3	1,000 3	-120,650 0	1,000 3	-120,660 0	1,003 9	120,550 0	1,003 9	120,550 0
707	1,018 7	-0,300 0	1,018 7	-0,296 2	0,995 9	-120,620 0	0,995 9	-120,620 0	1,002 5	120,670 0	1,002 5	120,670 0
722	1,018 5	-0,300 0	1,018 5	-0,304 6	0,995 4	-120,620 0	0,995 4	-120,620 0	1,002 3	120,680 0	1,002 3	120,680 0
724	1,018 4	-0,320 0	1,018 4	-0,315 8	0,995 0	-120,610 0	0,995 0	-120,610 0	1,002 3	120,690 0	1,002 3	120,690 0

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.
<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

En la tabla XIX se muestra la comparación de las corrientes entre nodos para el caso IEEE37 node test feeder. La columna titulada ID hace referencia a

qué tipo de elemento es, los números enteros son segmentos de línea, donde el número corresponde a la configuración de línea usada, los números 0,5, 1,5 y 2,5 identifican si el segmento de red tiene un *switch*, un transformador o un regulador de voltaje respectivamente.

Tabla XIX. Comparación entre las corrientes obtenidas con el programa y las presentadas en el caso de prueba IEEE37 node test feeder

De	A	ID	Test feeder		Calculado		Test feeder		Calculado		Test feeder		Calculado	
			I A (A)	Ángulo	I A (A)	Ángulo	IB (A)	Ángulo	IB (A)	Ángulo	I C (A)	Ángulo	I C (A)	Ángulo
701	702	2	267,630	-59,370	267,628	-59,375	218,840	-178,930	218,846	-178,927	248,480	70,620	248,486	70,615
702	705	4	20,460	-80,150	20,463	-80,155	20,700	-150,320	20,697	-150,323	33,680	64,530	33,682	64,532
702	713	3	59,470	-64,410	59,471	-64,414	72,390	-163,240	72,393	-163,245	86,350	59,650	86,347	59,645
702	703	2	189,700	-55,620	189,695	-55,620	134,290	168,370	134,296	168,369	131,760	79,320	131,764	79,319
703	727	4	42,390	-50,100	42,386	-50,096	34,990	167,200	34,993	167,196	25,710	74,360	25,712	74,360
703	730	3	147,600	-57,230	147,604	-57,235	99,370	168,740	99,371	168,743	106,190	80,470	106,186	80,472
704	714	4	23,880	-25,320	23,880	-25,320	26,670	163,650	26,666	163,648	4,830	34,060	4,830	34,057
704	720	3	24,240	-84,530	24,238	-84,533	52,130	-147,060	52,130	-147,059	66,860	51,700	66,865	51,702
705	742	4	1,910	-26,400	1,908	-26,405	20,700	-150,380	20,697	-150,379	19,690	34,230	19,694	34,230
705	712	4	19,410	-84,730	19,406	-84,728	0,010	-60,620	0,008	-60,626	19,410	95,280	19,413	95,281
706	725	4	0,010	60,450	0,009	60,432	9,780	-147,170	9,780	-147,168	9,770	32,810	9,772	32,808
707	724	4	0,020	60,470	0,024	60,456	9,740	-147,040	9,735	-147,039	9,710	32,900	9,714	32,896
707	722	4	4,840	-84,760	4,843	-84,756	32,610	-147,180	32,610	-147,179	35,110	39,840	35,115	39,842
708	733	3	122,580	-50,730	122,576	-50,734	86,790	159,470	86,789	159,473	64,570	86,720	64,574	86,718
708	732	4	9,830	-86,510	9,833	-86,513	0,010	-60,520	0,010	-60,534	9,840	93,510	9,842	93,512
709	731	3	0,020	60,240	0,023	60,228	19,580	-145,870	19,581	-145,869	19,560	34,100	19,560	34,101
709	708	3	130,670	-53,250	130,675	-53,250	86,770	159,480	86,771	159,482	74,360	87,630	74,355	87,625
710	735	4	19,820	-85,280	19,818	-85,279	0,010	-60,450	0,006	-60,458	19,820	94,730	19,824	94,729
710	736	4	0,040	60,240	0,040	60,215	9,740	-147,080	9,738	-147,079	9,700	32,810	9,702	32,813
711	741	3	9,770	-86,760	9,770	-86,761	0,020	-60,350	0,016	-60,359	9,780	93,280	9,784	93,280
711	740	4	19,870	-85,430	19,871	-85,431	0,010	-60,350	0,006	-60,359	19,880	94,580	19,876	94,577
713	704	3	41,830	-55,140	41,827	-55,143	72,400	-163,250	72,396	-163,256	71,470	50,540	71,470	50,541
714	718	4	19,970	-25,320	19,965	-25,316	19,950	154,660	19,951	154,664	0,020	179,930	0,016	179,948
720	707	4	4,800	-84,390	4,799	-84,391	42,350	-147,110	42,347	-147,108	44,750	38,360	44,750	38,361
720	706	3	0,030	60,450	0,033	60,431	9,780	-147,030	9,781	-147,030	9,750	32,880	9,753	32,881
727	744	3	35,000	-40,610	35,001	-40,611	35,000	167,190	34,998	167,186	16,810	63,300	16,814	63,297
730	709	3	130,660	-53,240	130,662	-53,238	99,380	168,730	99,387	168,732	87,410	77,270	87,408	77,264
733	734	3	105,250	-55,330	105,251	-55,328	67,310	160,840	67,313	160,839	64,570	86,710	64,574	86,707
734	737	3	81,060	-44,690	81,063	-44,687	61,840	153,680	61,845	153,676	29,660	94,260	29,663	94,255
734	710	4	19,770	-85,190	19,772	-85,186	9,740	-146,940	9,739	-146,946	25,850	75,430	25,846	75,425
737	738	3	51,100	-56,170	51,104	-56,174	29,260	153,900	29,257	153,896	29,660	94,210	29,661	94,208
738	711	3	29,630	-85,850	29,626	-85,853	0,040	-60,350	0,037	-60,359	29,660	94,180	29,660	94,178
744	728	4	16,820	-56,760	16,825	-56,761	16,820	-176,770	16,824	-176,768	16,820	63,240	16,823	63,237
744	729	4	9,780	-26,670	9,783	-26,666	9,780	153,310	9,775	153,311	0,010	179,690	0,009	179,701
799	701	1	366,200	-62,280	366,201	-62,285	274,030	-178,410	274,030	-178,412	347,580	72,660	347,584	72,656
799	701	2.5	382,220	-62,280	382,222	-62,285	283,970	-179,650	283,971	-179,656	356,270	72,660	356,274	72,656
709	775	1.5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

Tabla XX. Flujo de potencia activa y reactiva caso IEEE37 node test feeder

De	A	Fase A		Fase B		Fase C	
		Pa (KW)	Qa (KVar)	Pb (KW)	Qb (KVar)	Pc (KW)	Qc (KVar)
799	701	895,486	565,779	683,881	389,384	942,446	294,325
701	702	661,666	379,798	546,551	295,762	656,179	233,093
702	705	36,778	44,676	58,446	-0,294	84,677	40,214
702	713	138,108	95,975	199,485	44,714	207,508	121,211
702	703	482,146	235,185	286,130	248,911	360,443	67,560
705	742	5,384	-0,299	58,395	-0,251	30,829	45,220
705	712	31,341	44,994	0,000	-0,022	53,713	-5,017
713	704	106,575	50,916	199,194	44,604	153,425	125,981
703	727	111,537	41,354	72,883	66,011	68,688	18,854
703	730	367,501	191,166	211,957	181,799	290,349	47,221
704	714	67,145	-5,034	52,409	53,676	7,506	11,083
704	720	39,273	55,932	146,364	-9,232	145,527	114,710
727	744	96,357	18,488	72,795	66,006	41,690	20,702
730	709	334,394	145,219	211,043	181,392	235,664	51,560
714	718	56,127	-4,216	32,446	45,783	0,000	-0,045
720	707	7,785	11,045	118,630	-7,539	76,752	96,876
720	706	0,000	-0,092	27,399	-1,778	14,634	22,613
744	728	41,998	21,399	42,373	20,816	41,680	20,748
744	729	27,368	-1,479	15,306	22,763	0,000	-0,024
709	731	0,000	-0,065	54,576	-4,490	30,562	44,431
709	708	333,845	145,001	156,161	185,747	204,880	6,991
709	775	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
707	724	0,000	-0,068	27,156	-1,799	14,467	22,471
707	722	7,777	11,194	90,978	-5,804	61,737	74,307
706	725	0,000	-0,025	27,390	-1,717	14,626	22,673
708	733	317,989	121,709	155,789	185,618	177,586	8,717
708	732	14,986	22,834	0,000	-0,028	27,033	-1,883
733	734	263,172	125,621	123,936	140,900	177,391	8,604
734	737	216,242	57,375	96,503	142,413	81,127	-6,878
734	710	31,018	44,895	27,040	-1,654	68,839	17,142
737	738	126,031	62,280	45,732	67,102	81,046	-6,879
710	735	30,955	45,028	0,000	-0,017	54,093	-5,045
710	736	0,000	-0,110	27,026	-1,596	14,642	22,195
738	711	45,544	67,449	0,000	-0,104	80,993	-6,875
711	741	14,647	22,466	0,000	-0,043	26,731	-1,860
711	740	30,842	44,990	0,000	-0,017	54,206	-5,007

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXI. Consumo de potencia aparente de las cargas caso IEEE37 node test feeder

Nodo	Fase A		Fase B		Fase C	
	Pa (KW)	Qa (KVar)	Pb (KW)	Qb (KVar)	Pc (KW)	Qc (KVar)
799	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
701	216,158	185,632	141,118	68,868	272,724	60,501
702	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
705	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
713	31,316	44,985	0,000	0,000	53,684	-4,985
703	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
742	5,383	-0,270	58,354	-0,234	30,792	45,236
712	31,314	45,006	0,000	0,000	53,686	-5,006
704	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
727	15,047	22,846	0,000	0,000	26,953	-1,846
730	31,002	44,830	0,000	0,000	53,685	-4,977
714	11,004	-0,815	19,945	7,895	7,506	11,135
720	31,400	45,021	0,000	0,000	53,600	-5,021
744	26,937	-1,430	15,063	22,430	0,000	0,000
709	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
718	56,065	-4,189	32,384	45,812	0,000	0,000
707	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
706	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
728	41,980	21,412	42,356	20,829	41,663	20,760
729	27,360	-1,457	15,298	22,786	0,000	0,000
731	0,000	0,000	54,541	-4,443	30,527	44,475
708	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
775	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
724	0,000	0,000	27,135	-1,739	14,446	22,529
722	7,775	11,204	90,939	-5,804	61,693	74,303
725	0,000	0,000	27,382	-1,694	14,618	22,694
733	54,054	-4,308	31,482	44,560	0,000	0,000
732	14,976	22,859	0,000	0,000	27,024	-1,859
734	14,922	22,850	0,000	0,000	27,078	-1,850
737	89,551	-5,211	50,394	75,184	0,000	0,000
710	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
738	80,321	-5,222	45,679	67,222	0,000	0,000
735	30,931	45,036	0,000	0,000	54,069	-5,036
736	0,000	0,000	26,989	-1,495	14,606	22,292
711	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
741	14,641	22,505	0,000	0,000	26,725	-1,822
740	30,818	44,999	0,000	0,000	54,182	-4,999

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXII. **Comparación entre las pérdidas halladas con el programa y las presentadas en el caso de prueba IEEE37 node test feeder**

De	A	Calculado			Test Feeders		
		Fase A (KW)	Fase B (KW)	Fase C (KW)	Fase A (KW)	Fase B (KW)	Fase C (KW)
799	701	11,803	5,193	10,443	11,802	5,192	10,443
701	702	4,634	2,489	3,552	4,633	2,490	3,552
702	705	0,053	0,051	0,135	0,053	0,051	0,135
702	713	0,217	0,291	0,398	0,217	0,292	0,399
702	703	3,108	1,289	1,405	3,108	1,290	1,405
705	742	0,000	0,041	0,037	0,000	0,041	0,037
705	712	0,027	0,000	0,027	0,027	0,000	0,027
713	704	0,158	0,421	0,391	0,158	0,421	0,391
703	727	0,132	0,088	0,046	0,132	0,088	0,046
703	730	2,105	0,915	1,000	2,106	0,915	1,000
704	714	0,014	0,017	0,000	0,014	0,017	0,000
704	720	0,087	0,336	0,541	0,087	0,336	0,542
727	744	0,054	0,053	0,011	0,054	0,053	0,011
730	709	0,549	0,305	0,222	0,549	0,305	0,222
714	718	0,062	0,062	0,000	0,062	0,062	0,000
720	707	0,009	0,495	0,548	0,009	0,496	0,549
720	706	0,000	0,009	0,009	0,000	0,009	0,009
744	728	0,018	0,017	0,016	0,018	0,017	0,016
744	729	0,008	0,008	0,000	0,008	0,008	0,000
709	731	0,000	0,036	0,035	0,000	0,036	0,035
709	708	0,870	0,372	0,261	0,870	0,372	0,261
709	775	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
707	724	0,000	0,022	0,021	0,000	0,022	0,021
707	722	0,001	0,038	0,044	0,001	0,038	0,044
706	725	0,000	0,008	0,008	0,000	0,008	0,008
708	733	0,764	0,372	0,195	0,764	0,372	0,195
708	732	0,009	0,000	0,009	0,009	0,000	0,009
733	734	0,990	0,392	0,347	0,990	0,392	0,347
734	737	0,660	0,378	0,081	0,660	0,378	0,081
734	710	0,063	0,015	0,104	0,063	0,015	0,104
737	738	0,166	0,053	0,053	0,166	0,053	0,053
710	735	0,024	0,000	0,024	0,024	0,000	0,024
710	736	0,000	0,036	0,036	0,000	0,037	0,036
738	711	0,056	0,000	0,056	0,056	0,000	0,056
711	741	0,006	0,000	0,006	0,006	0,000	0,006
711	740	0,024	0,000	0,024	0,024	0,000	0,024

Fuente: IEEE Power Engineering Society Distribution, system Analysis Subcommite, *Radial Test Feeders*. Consulta. 15 de septiembre de 2011.

<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>.

En las tablas XX y XXI se muestra la comparación entre los flujos de potencia calculados con el programa y los presentados en el caso de prueba IEEE 37 node test feeder. En la tabla XXII se muestra la comparación entre las pérdidas en el sistema halladas con el programa y las presentadas en el IEEE 37 node test feeder.

La gran exactitud de los resultados mostrados en las tablas XVIII, XIX y XXII valida el modelo de flujo de carga y la integración de los demás modelos desarrollados a lo largo del presente trabajo.

La validación del modelo de la carga se realizó de manera implícita, ya que una corriente exacta en las cargas es una condición necesaria para la solución del flujo de potencia.

7.7. Validación del modelo de generadores

Lastimosamente no existe un caso de prueba para generadores y no se encontró información detallada para la validación del modelo de estos, por lo que se presentan los resultados de pruebas realizadas al modelo con generación distribuida en nodos al azar, demostrando la capacidad del modelo para regular el voltaje en el nodo en el que se conecta un generador.

El modelo de generadores se puede probar fuera del flujo de carga, de manera que no afecta en lo absoluto la validación de los demás modelos (figura 35).

Lo que se desea es probar la capacidad del modelo para encontrar la inyección de potencia en los generadores y así mantener los voltajes en los nodos de los generadores lo más cercanos a los valores asignados. Para esto

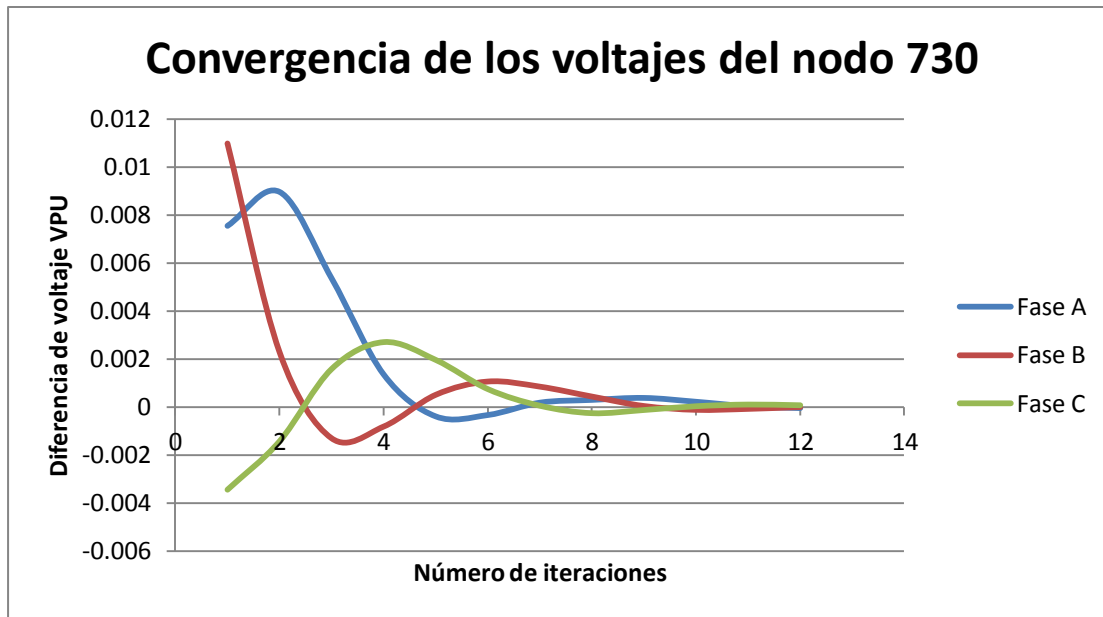
se realizaron dos pruebas al caso IEEE 37 node test feeder, una con un generador conectado en el nodo 730, y otra con tres generadores conectados en los nodos 720, 727 y 730.

Los generadores usados son de tipo PV por que el modelo del tipo PQ es igual al modelo de las cargas de potencia constante y se usó un límite de potencia reactiva alto en los generadores para demostrar la capacidad reguladora de estos. La conexión de los generadores es en estrella para regular los voltajes de línea a neutro. Los generadores son probados con el modelo de regulación independiente en las fases.

Si los generadores tuviesen una conexión en delta, el voltaje en las fases no se podría regular de forma adecuada, ya que por ser un sistema desbalanceado no es posible mantener los voltajes de línea a neutro y los voltajes entre líneas en valores cercanos a los nominales simultáneamente, esto debido a que los ángulos entre los voltajes no mantienen diferencia de 120 grados entre sí. Para regular simultáneamente los voltajes entre líneas y los voltajes de línea a neutro sería necesario un generador compensador de corriente activa y reactiva, pero eso no es posible, ya que la potencia activa de los generadores convencionales se adquiere directamente de la fuente primaria de potencia, y esta no se puede modificar a la velocidad que cambian las magnitudes eléctricas.

En la figura 39 se muestra el comportamiento de la convergencia para el sistema IEEE37 node test feeder con un generador de tipo PV en el nodo 730. La convergencia se alcanza en la iteración 12 con valores menores a 0,000 1 VPU. Esta diferencia de voltaje es igual al voltaje calculado en el nodo menos el voltaje que debe mantener el generador distribuido.

Figura 39. **Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 730**

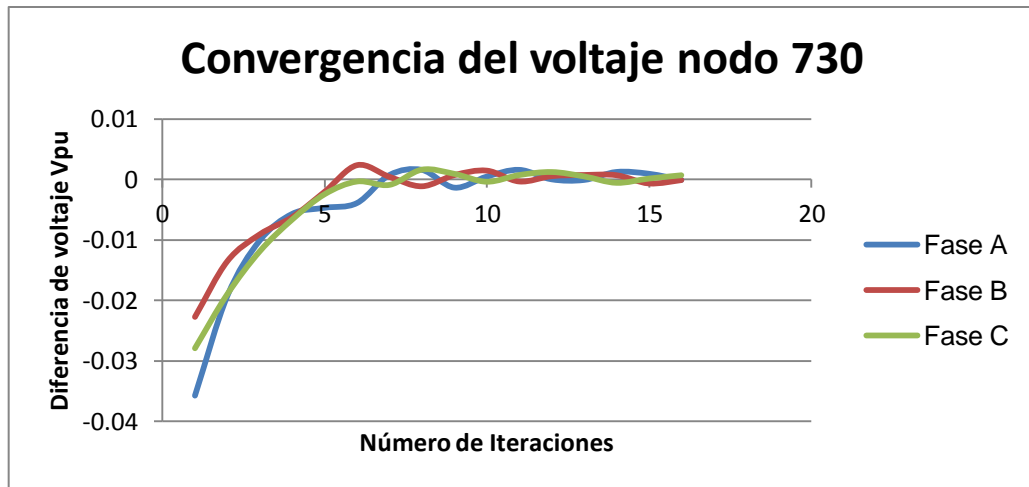


Fuente: elaboración propia.

En las figuras 40, 41 y 42 se muestra la convergencia del caso IEEE 37 node test feeders con tres generadores de tipo PV conectados en los nodos 730, 734 y 720, respectivamente.

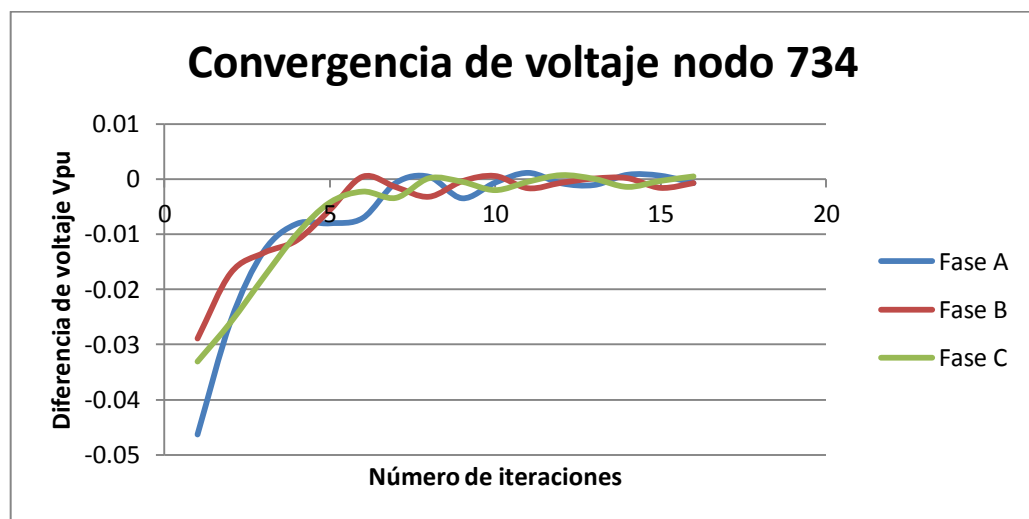
En realidad el cálculo de las diferencias de voltaje y la inyección de potencia se hacen de manera conjunta para todos los generadores tipo PV que se encuentren conectados a un sistema, ya que las variaciones en cualquiera de las fases de cualquier nodo afectan de manera directa al voltaje de los demás nodos.

Figura 40. **Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 730**



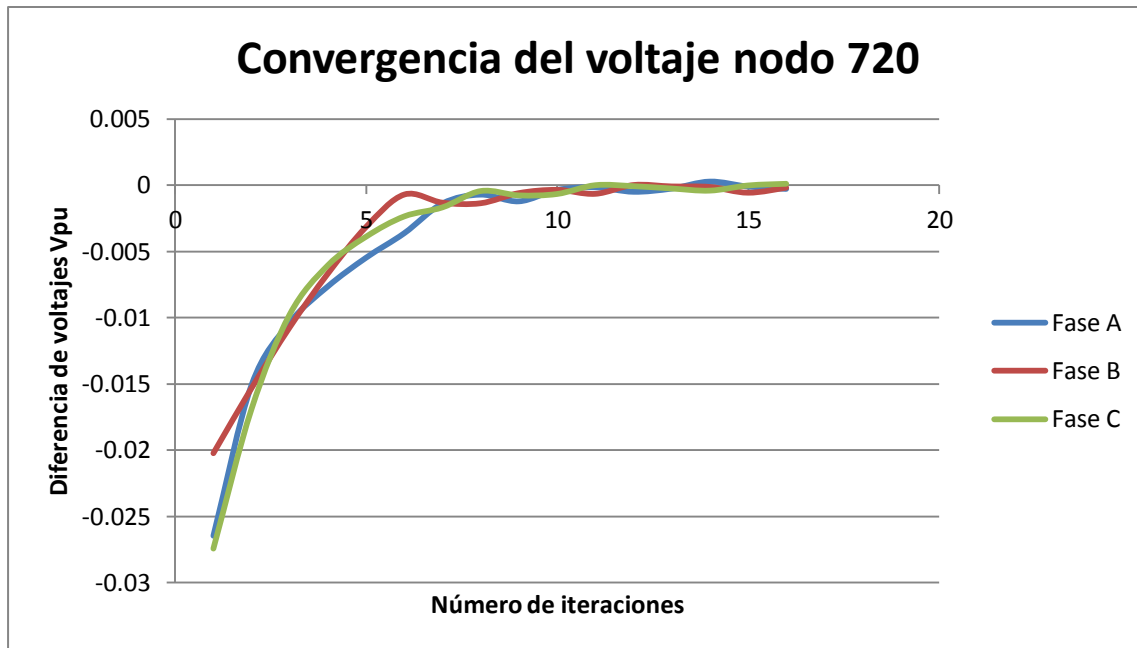
Fuente: elaboración propia.

Figura 41. **Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 734**



Fuente: elaboración propia.

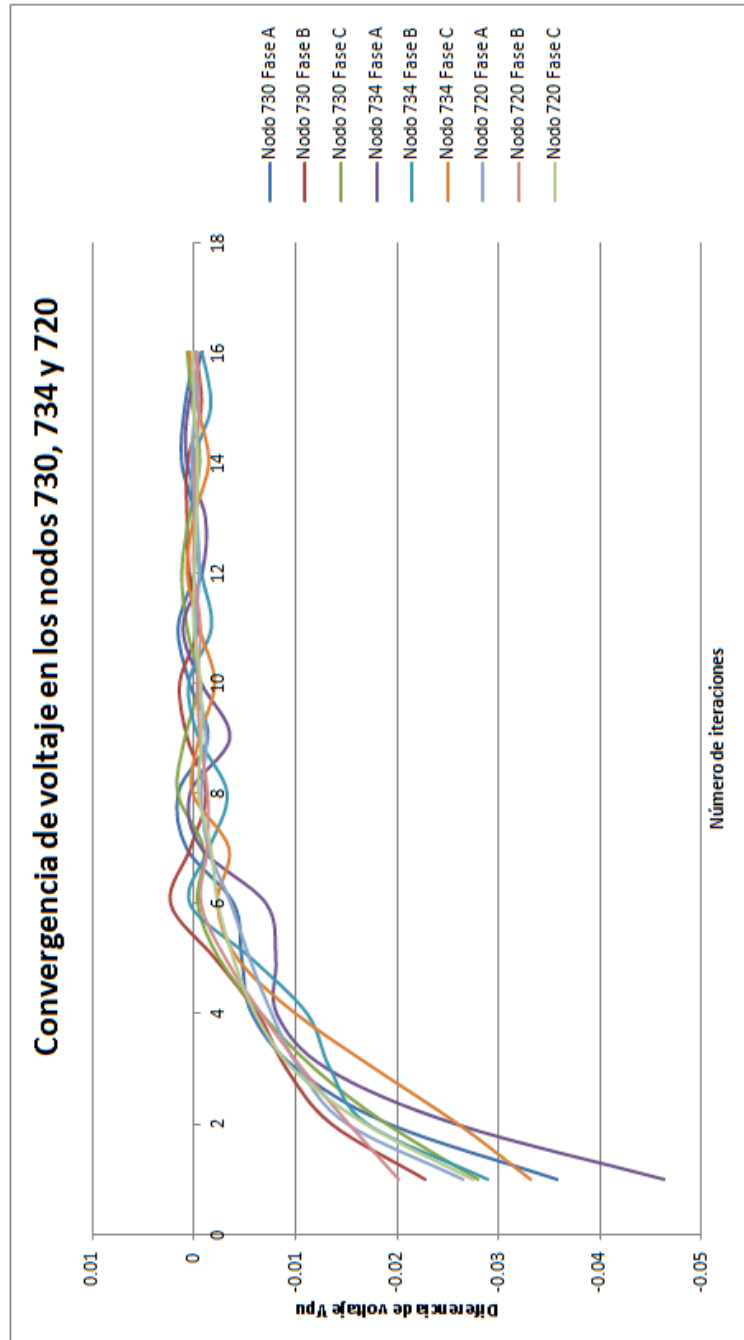
Figura 42. **Comportamiento de la convergencia en valores por unidad del voltaje en el nodo 720**



Fuente: elaboración propia.

En la figura 43 se muestra el comportamiento de la convergencia del caso IEEE 37 node test feeder con tres generadores conectados en los nodos 730, 734 y 720. En esta gráfica se observa como el aumento de las diferencias de voltaje en las fases se relaciona entre sí. Esta gráfica muestra una leve oscilación en la convergencia de las fases, pero es evidente que posee un comportamiento decreciente y estable, de modo que se prueba como el modelo propuesto para los generadores es capaz de calcular la inyección de potencia reactiva de los generadores para mantener el voltaje en un rango determinado.

Figura 43. Comportamiento de la convergencia de voltaje en los nodos 730, 734 y 720 del caso IEEE 37 Node test feeder



Fuente: elaboración propia.

En la tabla XXIII se muestran los perfiles de voltaje del caso IEEE 37 node test feeder, para cuatro situaciones diferentes:

- Perfiles de voltaje sin regulación.
- Perfiles de voltaje con un regulador de voltaje entre los nodos 799 y 701.
- Perfiles de voltaje con un generador conectado en el nodo 730.
- Perfiles de voltaje con tres generadores conectados en los nodos 730, 734 y 720.

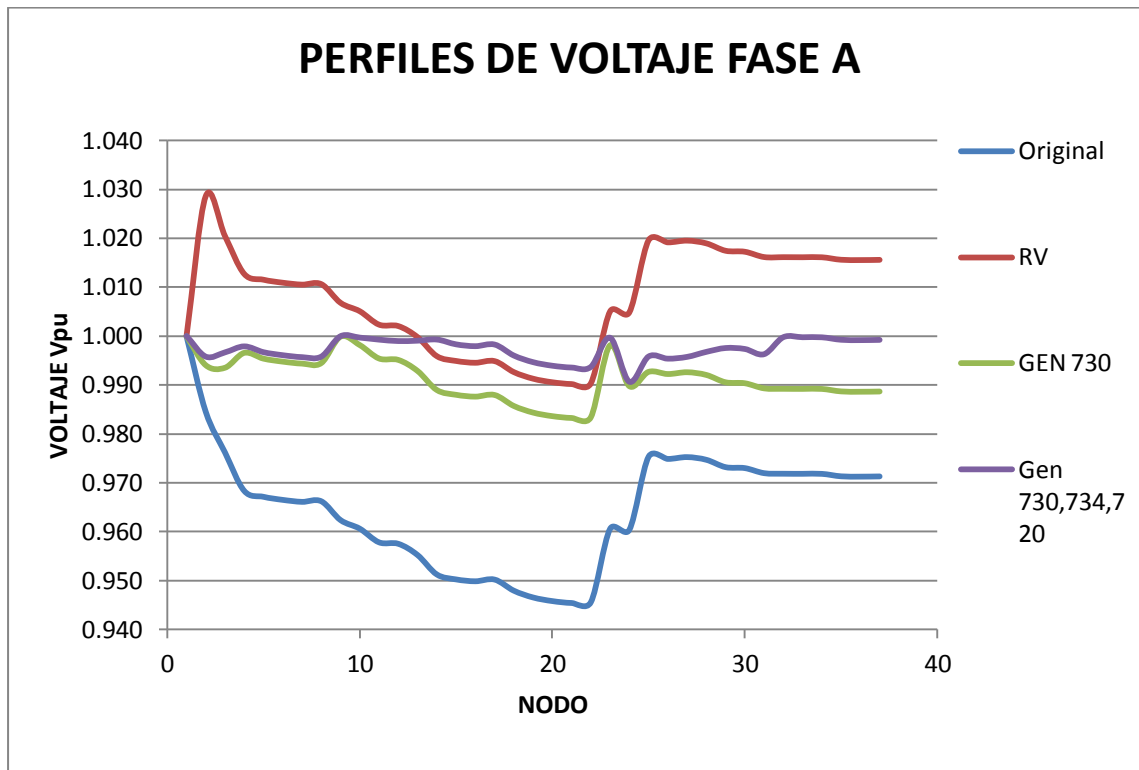
Tabla XXIII. Comparación de los perfiles de voltaje caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes

No.	Nodo	Sin Regulador de voltaje			Con regulador de voltaje			Con generador en el nodo 730			Con generador en los nodos 730, 734 y 720		
		Va (Vpu)	Vb (Vpu)	Vc (Vpu)	Va (Vpu)	Vb (Vpu)	Vc (Vpu)	Va (Vpu)	Vb (Vpu)	Vc (Vpu)	Va (Vpu)	Vb (Vpu)	Vc (Vpu)
1	799	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	701	0,985	0,990	0,986	1,029	1,025	1,011	0,994	0,998	0,995	0,996	0,999	0,998
3	702	0,976	0,984	0,979	1,020	1,019	1,004	0,994	0,997	0,995	0,997	1,000	0,999
4	703	0,968	0,979	0,974	1,013	1,014	1,000	0,997	0,999	0,999	0,998	1,000	1,001
5	727	0,967	0,979	0,973	1,012	1,013	0,999	0,995	0,999	0,998	0,997	1,000	1,000
6	744	0,967	0,978	0,973	1,011	1,013	0,999	0,995	0,998	0,998	0,996	0,999	1,000
7	728	0,966	0,978	0,973	1,011	1,012	0,998	0,994	0,998	0,998	0,996	0,999	1,000
8	729	0,966	0,978	0,973	1,011	1,012	0,999	0,995	0,998	0,998	0,996	0,999	1,000
9	730	0,962	0,976	0,970	1,007	1,010	0,996	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,001
10	709	0,961	0,975	0,969	1,005	1,009	0,995	0,998	0,999	0,999	1,000	1,000	1,000
11	708	0,958	0,973	0,968	1,002	1,008	0,994	0,995	0,997	0,998	0,999	0,999	1,000
12	732	0,958	0,973	0,968	1,002	1,008	0,993	0,995	0,997	0,997	0,999	0,999	1,000
13	733	0,955	0,971	0,967	1,000	1,006	0,992	0,993	0,996	0,996	0,999	0,999	1,000
14	734	0,951	0,969	0,965	0,996	1,004	0,990	0,989	0,993	0,994	0,999	0,999	1,001
15	710	0,950	0,969	0,963	0,995	1,003	0,989	0,988	0,993	0,993	0,998	0,999	0,999
16	735	0,950	0,969	0,963	0,995	1,003	0,988	0,988	0,993	0,992	0,998	0,999	0,999
17	736	0,950	0,967	0,962	0,995	1,002	0,988	0,988	0,991	0,992	0,998	0,997	0,998
18	737	0,948	0,967	0,964	0,993	1,002	0,990	0,986	0,991	0,994	0,996	0,997	1,000
19	738	0,947	0,966	0,963	0,991	1,001	0,989	0,984	0,990	0,993	0,995	0,996	0,999
20	711	0,946	0,966	0,963	0,991	1,001	0,988	0,984	0,990	0,992	0,994	0,996	0,998
21	740	0,945	0,966	0,962	0,990	1,001	0,988	0,983	0,990	0,992	0,994	0,996	0,998
22	741	0,946	0,966	0,962	0,990	1,001	0,988	0,983	0,990	0,992	0,994	0,996	0,998
23	731	0,961	0,974	0,969	1,005	1,009	0,994	0,998	0,998	0,998	1,000	0,999	1,000
24	775	0,960	0,975	0,969	1,005	1,009	0,995	0,990	0,998	1,008	0,991	1,000	1,009
25	705	0,975	0,984	0,977	1,020	1,018	1,003	0,993	0,996	0,993	0,996	0,999	0,997
26	712	0,975	0,984	0,977	1,019	1,018	1,002	0,992	0,996	0,993	0,995	0,999	0,997
27	742	0,975	0,983	0,977	1,020	1,017	1,002	0,993	0,996	0,993	0,996	0,998	0,997
28	713	0,975	0,983	0,977	1,019	1,017	1,002	0,992	0,996	0,993	0,997	1,000	0,999
29	704	0,973	0,981	0,975	1,017	1,015	1,000	0,991	0,993	0,990	0,998	0,999	0,999
30	714	0,973	0,980	0,974	1,017	1,015	1,000	0,990	0,993	0,990	0,997	0,999	0,999
31	718	0,972	0,980	0,975	1,016	1,014	1,000	0,989	0,992	0,990	0,996	0,998	0,999
32	720	0,972	0,978	0,971	1,016	1,013	0,997	0,989	0,991	0,987	1,000	1,000	1,000
33	706	0,972	0,978	0,971	1,016	1,013	0,996	0,989	0,991	0,987	1,000	1,000	1,000
34	725	0,972	0,978	0,970	1,016	1,012	0,996	0,989	0,990	0,986	1,000	0,999	1,000
35	707	0,971	0,974	0,967	1,016	1,009	0,993	0,989	0,987	0,983	0,999	0,996	0,996
36	722	0,971	0,974	0,967	1,016	1,008	0,992	0,989	0,987	0,983	0,999	0,995	0,996
37	724	0,971	0,974	0,967	1,016	1,008	0,992	0,989	0,986	0,982	0,999	0,995	0,996

Fuente: elaboración propia.

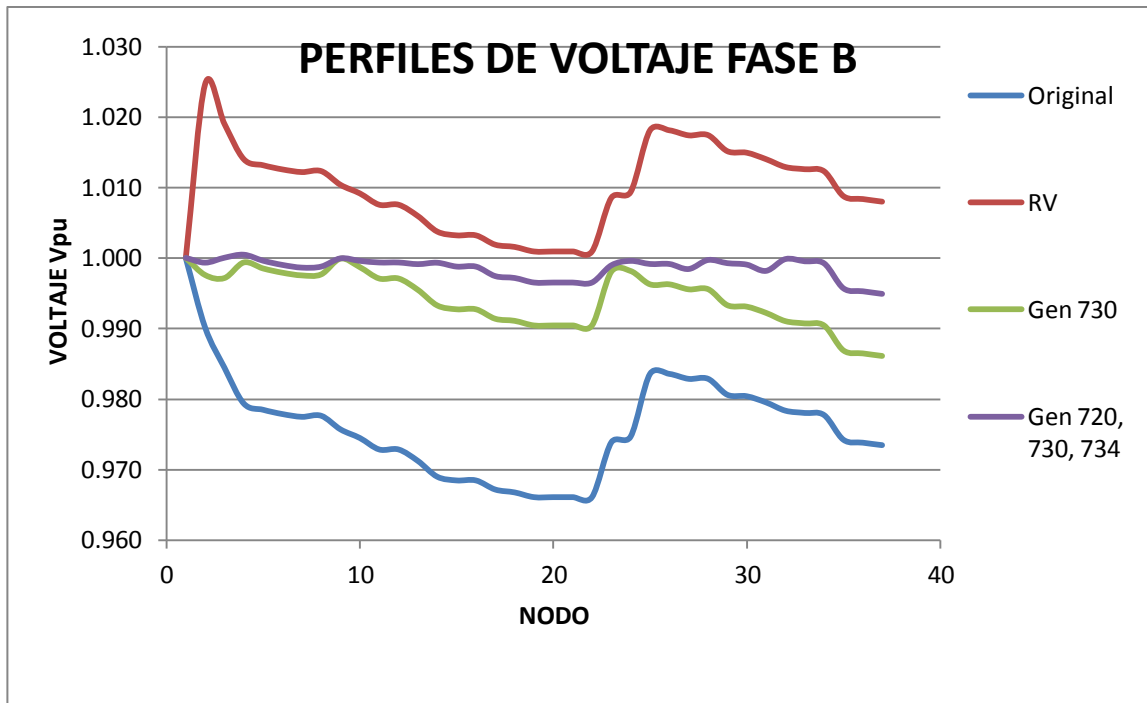
En las figuras 44, 45 y 46 se muestran la comparación de los perfiles de voltaje de cada fase para las situaciones detalladas anteriormente.

Figura 44. **Comparación de los perfiles de voltaje de la fase A del caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes**



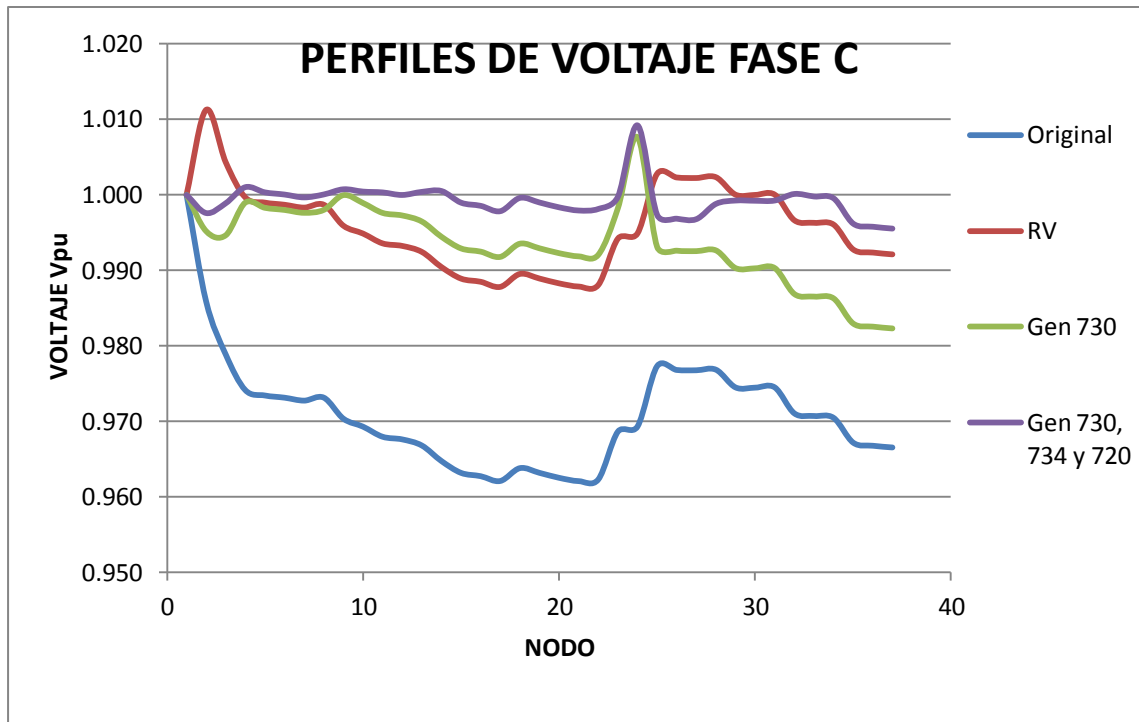
Fuente: elaboración propia.

Figura 45. **Comparación de los perfiles de voltaje de la fase B del caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes**



Fuente: elaboración propia.

Figura 46. **Comparación de los perfiles de voltaje de la fase C del caso IEEE37 node test feeder con tres escenarios diferentes**



Fuente: elaboración propia.

En las figuras 44 45 y 46 se observa que el voltaje posee una mejor regulación usando uno o más generadores en la red, debido a la corriente que estos inyectan a la red para mantener el nivel de voltaje del nodo al que están conectados dentro de un rango aceptable.

La inyección de corriente de los generadores a la red provoca una disminución de la corriente que se inyecta desde el alimentador hasta la carga, lo que causa menores caídas de voltaje y consiguientemente una mejor regulación del voltaje.

CONCLUSIONES

1. El análisis de flujo de carga en redes de distribución se debe realizar con modelos especializados y desarrollados para este tipo de problemas, debido a las características distintivas de las redes de distribución.
2. La inyección de potencia de los generadores de voltaje controlado se puede modelar de forma adecuada con la matriz sensitiva, aunque este método se vuelve menos eficiente conforme aumenta la cantidad de generadores en el sistema.
3. Existen muchas formas de modelar los transformadores de potencia, independientemente de la conexión que tengan, pero cada modelo presenta características diferentes de exactitud y complejidad, por lo que se debe elegir el modelo según los requerimientos que la aplicación posea.
4. Un modelo exacto del compensador de caída de línea es vital para la modelación de reguladores de voltaje de *tap's* variables, porque es el encargado de detectar las variaciones en la carga y realizar una acción correctiva.
5. La generación distribuida es el mejor método para la regulación de voltaje de un sistema de distribución, ya que al disminuir el flujo de corriente desde el alimentador de una forma controlada se mantienen los perfiles de voltaje en niveles aceptables en nodos subsiguientes y precedentes al nodo donde está el generador.

6. El método iterativo Forward and Backward sweeps posee muy buenas características de convergencia, aunque estas se reducen considerablemente, conforme aumenta el número de generadores en el sistema.

RECOMENDACIONES

1. A los estudiantes interesados en el estudio de flujo de carga en sistemas de distribución se les insta a investigar más sobre los métodos de solución de redes trifásicas desbalanceadas, ya que el método presentado es solo uno de varios desarrollados para este tipo de problemas.
2. A las personas interesadas en el uso del modelo de generadores de voltaje controlado se les sugiere desarrollar modelos más eficientes, ya que la eficiencia del modelo presentado se reduce a medida que se agregan más generadores a la red.
3. El modelo de transformadores se debe elegir de acuerdo a la aplicación que se le pretenda dar, considerando de forma óptima la relación entre la velocidad de cómputo y la exactitud necesaria.
4. Para la modelación de los compensadores de caída de línea de los reguladores de voltaje de *tap's* variables se debe usar el modelo más exacto para obtener resultados adecuados.
5. Usar preferentemente, generadores distribuidos para la regulación de voltaje en sistemas de distribución, siempre que las características físicas y económicas del caso lo permitan.

6. A las personas interesadas en el desarrollo de software para el análisis de flujo de carga se les propone usar de manera equilibrada la relación entre exactitud y velocidad de cómputo, considerando la aplicación que se le piense dar al software.

BIBLIOGRAFÍA

1. CARSON, John. "Wave propagation in overhead wires with ground return". *Bell System Technical Journal*. Nueva York: 1926. p. 539 - 554.
2. CHENG, Carol; SHIRMOHAMMADI, Dariush. *A three phase power flow method for real time distribution system analysis*. *IEEE Transactions on Power Systems*. USA: IEEE, 1995. p. 671-679.
3. Comisión Nacional de Energía Eléctrica. *Norma técnica para la conexión, operación control y comercialización de la generación distribuida renovable -ntgdr- y usuarios autoprodutores con excedentes de energía*. Resolución CNEE No. 171-2008, Guatemala: CNEE, 2008. 10 p.
4. E.E. Staff del MIT. *Circuitos magnéticos y transformadores*. Barcelona: Reverté, 1981. 695 p.
5. EMINOGLU, Ulas; HOCAOGLU, Hakan. *Three- Phase controlled Q updating method for Forward/backward sweeps- based Distribution Systems Power Flow Algorithms*. Lausanne: IEEE, 2006. 5 p.
6. GALLEGO, Luis; LÓPEZ, Jesús; MEJÍA, Diego. "Flujo de potencia trifásico desbalanceado en un sistema de distribución con generación distribuida": *Scientia et Technica*, año XV, num. 43. 2009. Universidad Tecnológica de Pereira. p. 43 – 48.

7. GLOVER, Duncan; SARMA, Mulukutla; OVERBYE, Thomas. *Power system analysis and design*. 4a ed. USA: Thomson Learning, 2008. 752 p. ISBN: 0-534-54884-9.
8. GRAINGER, John; STEVENSON, William. *Análisis de sistemas de potencia*. Jozano, Carlos (trad). México: McGraw-Hill/Interamericana, 1996. 731 p. ISBN: 970-10-0908-8.
9. Guatemala. Congreso de la República. *Ley general de electricidad: Decreto No. 93-96*. Guatemala: Congreso de la República, 1996. 18 p.
10. HAYT, William; Hart; BUCK, John A. *Teoría electromagnética*. 6a ed. México: McGraw-Hill/Interamericana, 2001. 561 p.
11. IEEE Power Engineering Society Distribution, System Analysis Subcommite. *Radial Test Feeders*. [en línea]. <<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>> [Consulta: 15 de septiembre de 2011].
12. KERSTING, William. *Distribution System Modeling and Analysis*. Las Cruces Nuevo México: CRC Press, 2002. 314 p.
13. PHILLIPS, Howard. "Distribution Feeder Line Models". *IEEE Transactions on Industry application*. 1995, vol 31, num. 4, julio/agosto 1995. p. 715-720.

14. KHUSHALANI, Sarika, *Development of power flow with distributed generators and reconfiguration for restoration of unbalanced distribution systems*. Director: Noel Schulz. Department of Electrical and Computer Engineering, Mississippi State University, 2006. 107 p.
15. SOLANKI, Jignesh; SCHULZ, Noel. *Development of three-phase unbalanced powerflow using PV and PQ models for distributed generation and study of the impact of DG models*. Mississippi: *IEEE Transactions On Power Systems*. 2007. p. 1019-1025.
16. LUO, G. X; SEMLYEN, A. Efficient load flow for large weakly meshed networks. Toronto: *IEEE Transactions On Power Systems*, 1990. p. 1309-1316.
17. MORA, Jesús, *Máquinas eléctricas*. 5a ed. España: McGraw-Hill/Interamericana de España, 2003. 757 p. ISBN: 84-481-3913-5
18. RESNICK, Robert; HALLIDAY, David; KRANE Kenneth. *Física*. Alatorre, Efrén (trad.), 5a ed. México: CECOSA, 2003. 758 p. ISBN: 0-471-32057-9.
19. SHIRMOHAMMADI; LUO, G. X; SEMLYEN, A. *A compensation based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks*. USA: *IEEE Transactions on Power Systems*, 1988. p. 753-759.

20. TENG. *Modeling distributed generators in three phase distribution load flow*. Institution of Engineering and Technology Generation, Transmission and Distribution. 2008, vol. 2, num. 3. p.330-340.
21. TONG, Shiqiong; KLEINBERG, Michael; MIU, Karen. *A distributed slack bus Model and Its impact on distribution system application techniques*. USA: Centro de Ingeniería Eléctrica de Potencia Drexel University Philadelphia. 2005. p. 4743-4746.
22. WANG, Zhuding; CHEN, Fen; LI, Jingui, *Implementing Transformer Nodal Admittance Matrices Into Backward/Forward Sweep-Based Power Flow Analysis for Unbalanced Radial Distribution Systems*. USA: *IEEE Transactions On Power Systems*, 2004. p. 1831-1836.