



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

**DISEÑO DE UN SIMULADOR, MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN VIRTUAL DE LABVIEW,
PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO, EN LA
TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE
PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA**

Luis Raúl Velásquez Herrera

Asesorado por el PhD. Enrique Edmundo Ruiz Carballo

Guatemala, enero de 2012

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**DISEÑO DE UN SIMULADOR, MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN VIRTUAL DE LABVIEW,
PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO, EN LA
TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE
PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

LUIS RAÚL VELÁSQUEZ HERRERA

ASESORADO POR EL PHD. ENRIQUE EDMUNDO RUIZ CARBALLO

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO EN ELECTRÓNICA

GUATEMALA, ENERO DE 2012

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
VOCAL II	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL III	Ing. Miguel Ángel Dávila Calderón
VOCAL IV	Br. Juan Carlos Molina Jiménez
VOCAL V	Br. Mario Maldonado Muralles
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Byron Arrivillaga
EXAMINADOR	Ing. Luis Eduardo Durán
EXAMINADOR	Ing. Romeo Neftalí López
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivónne Véliz Vargas

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

DISEÑO DE UN SIMULADOR, MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN VIRTUAL DE LABVIEW, PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO, EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, el 12 de agosto de 2009.



Luis Raúl Velásquez Herrera



Ref. EIME 27. 2011
Guatemala, 06 de MAYO 2011.

FACULTAD DE INGENIERIA

Señor Director
Ing. Guillermo Antonio Puente Romero
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería, USAC.

Señor Director:

Me permito dar aprobación al trabajo de Graduación titulado: "DISEÑO DE UN SIMULADOR MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN VIRTUAL DE LABVIEW PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA," del estudiante Luis Raúl Velásquez Herrera, que cumple con los requisitos establecidos para tal fin.

Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para saludarle.

Atentamente,
ID Y ENSEÑAD A TODOS

Ing. Carlos Eduardo Guzman Salazar
Coordinador de Electrónica



CEGS/sro



REF. EIME 41. 2011.

El Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, después de conocer el dictamen del Asesor, con el Visto Bueno del Coordinador de Área, al trabajo de Graduación del estudiante; LUIS RAÚL VELÁSQUEZ HERRERA titulado: "DISEÑO DE UN SIMULADOR MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN VIRTUAL DE LABVIEW PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA", procede a la autorización del mismo.


Ing. Guillermo Antonio Puente Romero



GUATEMALA, 03 DE JUNIO 2011.



El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, al trabajo de graduación titulado: **DISEÑO DE UN SIMULADOR, MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN VIRTUAL DE LABVIEW, PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO, EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA**, presentado por el estudiante universitario **Luis Raúl Velásquez Herrera**, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Murphy Olimpo Paiz Recinos
DECANO



Guatemala, enero de 2012

/cc

AGRADECIMIENTOS A:

Mi familia y amigos

Porque todos los logros que pueda conseguir valen la pena por tenerlos a ustedes, podría escribir cientos de páginas agradeciendo, lo que me hace sentir muy afortunado. Aquí incluyo a todas las personas que quiero, espero estar cuando lo necesiten como ustedes han estado conmigo, gracias por todo.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	V
LISTA DE SÍMBOLOS	IX
GLOSARIO	XI
RESUMEN	XV
OBJETIVOS.....	XIX
INTRODUCCIÓN	XXI
1. MODULACIÓN DIGITAL	1
1.1. Modulación por desplazamiento binario de fase (BPSK)	1
1.1.1. Recepción de BPSK.....	3
1.1.2. Espectro de BPSK.....	6
1.2. Modulación por desplazamiento binario de la frecuencia (BFSK)	9
1.2.1. Espectro de BFSK.....	11
1.2.2. Receptor de señal para BFSK.....	13
2. DEFINICIÓN DE RUIDO	17
2.1. Fuentes de ruido	17
2.2. Representación del ruido en el dominio de la frecuencia.....	20
2.3. Componentes espectrales del ruido.....	25
2.4. Efecto de un filtro en la densidad espectral de potencia del ruido.....	29
2.5. Superposición de ruidos	30
2.6. Filtrado lineal.....	31
2.6.1. El filtro paso bajo RC.....	34

2.6.2.	El filtro paso bajo rectangular (ideal).....	35
2.6.3.	Filtro pasa banda rectangular	35
2.6.4.	Filtro diferenciador	36
2.6.5.	Filtro integrador.....	37
2.7.	Ancho de banda del ruido.....	38
3.	PROBABILIDAD DE ERROR EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS	41
3.1.	Transmisión de datos	41
3.2.	Receptor de señales de banda base	41
3.3.	Probabilidad de error	47
3.4.	El filtro óptimo.....	51
3.5.	El filtro acoplado	58
3.6.	Probabilidad de error del filtro acoplado	59
3.7.	Recepción coherente: correlación	61
3.8.	Probabilidad de error en sistemas PSK.....	64
3.9.	Probabilidad de error en sistemas FSK.....	65
4.	RUIDO EN SISTEMAS PCM.....	69
4.1.	Ruido de cuantización	72
4.2.	Potencia de la señal de salida	75
4.3.	Ruido térmico	77
4.4.	Relación señal a ruido en PCM	79
5.	DISEÑO DE UN SIMULADOR, MEDIANTE INSTRUMENTACION VIRTUAL DE LABVIEW, PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO, EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA.....	83

5.1.	Instrumentación virtual	83
5.2.	Introducción a <i>LabVIEW</i>	85
5.2.1.	Entorno de programación de <i>LabVIEW</i>	86
5.3.	Generación de señales	89
5.4.	Simulación de sistemas de modulación y transmisión de datos	95
5.4.1.	Operaciones entre señales	95
5.4.2.	Filtros	98
5.4.3.	Transmisión y recepción PSK	101
5.4.4.	Transmisión y recepción FSK	104
5.4.5.	Ruido y filtrado lineal	107
5.4.6.	Probabilidad de error.....	112
5.4.7.	Relación señal a ruido.....	116
5.5.	Modificación de parámetros de los sistemas	118
5.5.1.	Modificación de parámetros en la transmisión y recepción de PSK y FSK.....	124
5.5.2.	Modificación en los parámetros de ruido y filtrado	127
5.5.3.	Modificación de parámetros en la probabilidad de error.....	129
5.5.4.	Modificación de parámetros en la relación señal a ruido	132
5.6.	Herramientas visuales y gráficas	134
5.6.1.	Indicadores en la simulación de sistemas PSK y FSK	147
5.6.2.	Indicadores en la simulación de ruido y filtrado del ruido	154
5.6.3.	Indicadores en el análisis gráfico de la probabilidad de error.....	156
5.6.4.	Análisis grafico de la relación señal a ruido	159

CONCLUSIONES..... 161
RECOMENDACIONES 163
BIBLIOGRAFÍA..... 165

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Esquema para recuperar la señal de banda base en BPSK	4
2.	Densidad espectral de potencia de una señal de datos NRZ.....	6
3.	Densidad espectral de potencia de una señal binaria PSK.....	7
4.	Representación de una forma de generar una señal BFSK	10
5.	Densidad espectral de potencia de los términos individuales en la ecuación 17	13
6.	Un receptor para una señal BFSK.....	14
7.	(a) Un ejemplo de una onda de ruido. (b) Una onda periódica es generada repitiendo el intervalo en (a) de $-T/2$ a $T/2$	20
8.	Espectro de potencia de la onda $nTst$	23
9.	Densidad espectral de potencia del ruido blanco	32
10.	Un filtro es colocado antes de un demodulador para limitar la potencia del ruido en la entrada del demodulador.....	33
11.	Un filtro pasa banda rectangular.....	36
12.	Ilustración del ancho de banda del ruido de un filtro	39
13.	Ilustración de cómo el ruido puede causar un error en la determinación de un nivel de voltaje transmitido	43
14.	Un receptor para una señal binaria codificada	44
15.	(a) La señal de salida y (b) el ruido de salida del integrador de la figura 14	46
16.	Densidad de probabilidad gaussiana de la muestra de ruido $n_o(T)$	49
17.	Variación de P_e versus E_s/η	50
18.	Un receptor de señales codificadas en binario	52

19.	Un sistema coherente de recepción de señal	62
20.	Un codificador – decodificador binario PCM	69
21.	(a) Gráfica de mqt como una función de mt . (b) Gráfica de $e(t)$ como una función de mt	74
22.	Comparación de los sistemas de transmisión PCM	81
23.	Ejemplo de un <i>Front Panel</i>	88
24.	Ejemplo de un <i>Block Diagram</i>	89
25.	El <i>Block Diagram</i> y su Paleta de Funciones	91
26.	Algunos bloques para generar ondas	92
27.	Bloque que genera una onda senoidal, con sus terminales.....	93
28.	Ubicación del bloque <i>Simulate Signal</i> en la Paleta de Funciones.....	93
29.	Cuadro de diálogo de <i>Simulate Signal</i>	94
30.	Funciones aritméticas en la Paleta de Funciones	96
31.	Ejemplo de suma en <i>LabVIEW</i>	97
32.	Filtros en <i>LabVIEW</i>	98
33.	Ubicación del bloque <i>Filter</i>	99
34.	Propiedades del bloque <i>Filter</i>	100
35.	Transmisor PSK con <i>LabVIEW</i>	101
36.	Receptor PSK con <i>LabVIEW</i>	103
37.	Transmisor FSK con <i>LabVIEW</i>	105
38.	Receptor FSK con <i>LabVIEW</i>	106
39.	Generador de Onda de Ruido Blanco Uniforme.....	107
40.	Ruido Blanco y Filtro Paso Bajo RC.....	108
41.	Ruido Blanco y Filtro Paso Bajo Ideal	109
42.	Ruido Blanco y Filtro Pasa Banda Ideal.....	110
43.	Ruido Blanco y Filtro Diferenciador con Paso Bajo.....	111
44.	Ruido Blanco y Filtro Integrador.....	112
45.	Probabilidad de Error en función de la amplitud para un sistema PSK ...	113
46.	Probabilidad de Error en función de la amplitud para un sistema FSK ...	114

47.	Probabilidad de Error en función de la frecuencia de muestreo para un sistema PSK.....	115
48.	Probabilidad de Error en función de la energía de la señal para un sistema PSK.....	115
49.	Relación señal a ruido de cuantización para PSK y FSK	116
50.	Relación señal a ruido térmico para una señal PSK.....	117
51.	Relación señal a ruido total para una señal PSK.....	117
52.	Paleta de Controles del <i>Front Panel</i> de <i>LabVIEW</i>	119
53.	Controles numéricos de <i>LabVIEW</i>	120
54.	Bloques generados en el <i>Block Diagram</i> correspondientes a controles numéricos	121
55.	Controles Booleanos en <i>LabVIEW</i>	122
56.	Control para crear un menú en <i>LabVIEW</i>	123
57.	Controles para manipular la generación de señales PSK y FSK.....	125
58.	Menú para cambiar entre sistema PSK y FSK	126
59.	Conexión de menú con <i>Case</i>	126
60.	Controles numéricos con gráficas	127
61.	Controles para diseño de filtros	128
62.	Menú para seleccionar tipo de filtro.....	129
63.	Probabilidad de error en función de la relación E_s/η	130
64.	Probabilidad de error en función de la amplitud	131
65.	Probabilidad de error en función de la frecuencia	132
66.	Análisis de la Relación Señal a Ruido con <i>LabVIEW</i>	133
67.	Menú desplegado para el análisis de la relación señal a ruido	134
68.	Indicadores numéricos en <i>LabVIEW</i>	135
69.	Bloques de funciones de indicadores numéricos en <i>LabVIEW</i>	136
70.	Indicador de texto en <i>LabVIEW</i>	137
71.	<i>Waveform Chart</i>	138
72.	<i>Waveform Graph</i>	139

73.	<i>Express XY Graph</i>	139
74.	Bloques de función generados por indicadores gráficos	141
75.	Diagrama de bloques para graficar una señal en el tiempo	142
76.	Gráfica de una señal en el tiempo.....	143
77.	Bloque FFT <i>Power Spectral Density</i>	144
78.	Diagrama para obtener y graficar la densidad espectral de potencia de una señal.....	144
79.	Gráfica de la densidad espectral de potencia de una señal triangular	145
80.	Diagrama de bloques para generar la función $y = x$	146
81.	Gráfica de la función $y = x$	147
82.	Simulación de Sistemas de Transmisión PSK y FSK.....	150
83.	Simulación de Recepción de PSK.....	152
84.	Simulación de Recepción de FSK.....	153
85.	Simulación de Ruido y filtrado del Ruido.....	155
86.	Análisis gráfico de la probabilidad de error para PSK y FSK	158
87.	Análisis gráfico de la relación señal a ruido en PCM	160

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
A	Amplitud de una señal
B	Ancho de Banda de un filtro
θ	Ángulo de fase de una señal
$G(f)$	Densidad espectral de potencia de una señal
$\eta/2$	Densidad espectral de potencia del ruido blanco
E_S	Energía de una señal
ω	Frecuencia angular de una señal
f	Frecuencia de una señal
$H(f)$	Función de transferencia
T	Período de una señal
P_S	Potencia de una señal

GLOSARIO

ADC	Dispositivo electrónico capaz de convertir una entrada analógica de voltaje en un valor digital.
Amplitud	Medida de la desviación máxima de una onda periódica en el tiempo, con relación a su valor medio.
Armónicos	Ondas sinusoidales de voltaje o corriente. Poseen una frecuencia que es un múltiplo de la frecuencia de otra señal generada en un sistema eléctrico, las cuales causan distorsiones en dicho sistema.
Banda base	Conjunto de señales que no sufren ningún proceso de modulación a la salida de la fuente que las origina. Es decir, son señales transmitidas en su frecuencia original.
Bit	Unidad de información más básica que se puede manejar en un sistema digital pudiendo tomar uno de dos posibles estados: 1 ó 0.
Canal	Medio de transmisión por medio del cual viajan las señales portadoras de la información entre emisor y receptor.

Componente DC	Valor medio de amplitud de una señal periódica en un período completo de la misma.
Correlación	En probabilidad y estadística, es la medida de la fuerza y dirección de una relación lineal entre dos variables aleatorias.
Cuantización	Proceso por el cual se representa la amplitud de una muestra de una señal por la amplitud de un nivel discreto cercano, por medio de un código binario.
DAC	Elemento que recibe información de entrada digital (en forma de una palabra de "n" bits) y la transforma a señal analógica. Cada una de las combinaciones binarias de entrada es convertida en niveles lógicos de tensión de salida.
Demodulación síncrona	Demodulación en la cual el receptor debe conocer la frecuencia y la fase de la señal portadora para multiplicarla por la señal recibida y después recuperar la señal de banda base.
Demodulador	Dispositivo utilizado para recuperar la información transportada por una onda modulada.
Densidad de probabilidad gaussiana	Función de probabilidad que posee una gráfica de densidad en forma acampanada y es simétrica respecto a un determinado parámetro.

Densidad espectral de potencia	Función matemática que informa acerca de cómo está distribuida la potencia de una señal en las distintas frecuencias de las que está formada.
Fase	Medida de la diferencia de tiempo entre un punto característico de una onda con el mismo punto en una onda distinta. Dicha medida está normalizada para representarse en grados o radianes.
Frecuencia	Número de ciclos que completa la onda en un intervalo de tiempo.
Función de transferencia	Modelo matemático que, a través de un cociente, relaciona la respuesta modelada de un sistema a una señal de entrada o excitación, también modelada.
Función determinista	Se refiere a las funciones que devuelven el mismo resultado cada vez que se llaman con un conjunto específico de valores de entrada y cuando el estado de la base de datos es el mismo.
Material Semiconductor	Material que tiene la capacidad de permitir o no el paso de corriente eléctrica a través de él, dependiendo de diversos factores como, por ejemplo, el campo eléctrico o magnético, la presión, la radiación que le incide, o la temperatura del ambiente en el que se encuentre.

Modulador	Dispositivo utilizado para modificar las características de una onda, llamada portadora, en función de una señal de mensaje, con el fin de transmitir la información a través de un canal de comunicación.
PCM	Procedimiento de modulación utilizado para transformar una señal analógica en una secuencia de bits, donde se representa digitalmente la amplitud de la señal con un conjunto finito de valores, los cuales están codificados.
Serie de Fourier	Representación de una función periódica como una suma infinita de funciones periódicas que son armónicos de la primera.
Teorema de Nyquist	Teorema que estipula que la frecuencia de muestreo mínima requerida para poder recuperar una señal muestreada debe ser igual al doble de la frecuencia de la señal analógica que se pretenda muestrear.
Voltaje <i>Offset</i>	Voltaje de desplazamiento que se le aplica a una señal para cambiar su punto de referencia original.

RESUMEN

Uno de los métodos más importantes por medio del cual se convierte una señal analógica a un conjunto de datos digitales es la Modulación por Código de Pulso, o PCM (por sus siglas en inglés). En este tipo de modulación, la señal analógica es muestreada a intervalos regulares de tiempo. Dependiendo de la amplitud detectada en cada muestreo, se le asigna un código binario que representa un valor de amplitud cercano preestablecido. En PCM es importante establecer el número de niveles de cuantización N , que es el número de niveles de voltaje a los cuales se les asigna un código binario para muestrear la señal. Típicamente, un valor muy utilizado para los niveles de cuantización es $N=8$.

Después de haber modulado la señal analógica es de interés transmitir esta información ya sea a través de cables conductores o bien por radiofrecuencia, utilizando algún tipo de antena. En cualquier caso, lo más recomendable es modular la señal de datos con portadoras de alta frecuencia para su transmisión. Dos de las formas básicas para realizar esta modulación son la Modulación por Desplazamiento Binario de la Fase y la Modulación por Desplazamiento Binario de la Frecuencia (BPSK y BFSK, respectivamente, por sus siglas en inglés). Comúnmente es aceptado llamar a estas modulaciones sólo como PSK y FSK, aunque existen otros tipos de modulación por desplazamiento de fase y frecuencia que no son precisamente binarios.

La modulación PSK consiste en enviar una señal seno o coseno que represente al valor alto de la señal de datos; mientras que el valor bajo es representado por la misma señal pero con cierto ángulo de desfase. Por facilidad en la implementación del sistema PSK y aprovechando que sólo se

desea transmitir valores que representen unos o ceros, se escogen como portadores señales desfasadas en 90 grados para tener así una señal seno y una coseno representando a cada valor que pueden tomar los datos. La modulación FSK, por su parte, se basa en tener una portadora con una frecuencia central y una desviación de frecuencia que se le suma o resta a la frecuencia central dependiendo del dato que se desea transmitir.

Durante todo el proceso en el que se transmite la información, las señales se ven afectadas por diversos fenómenos, los cuales causan alteraciones en ellas y modifican los valores de voltaje transmitidos. A estas alteraciones se les llama Ruido y también resultan ser impredecibles en cualquier sistema de comunicación.

El ruido suele interferir en todas las componentes de frecuencia. Por ello, en vías de minimizar su efecto, se utilizan filtros cuidadosamente diseñados para dejar pasar las señales que son de interés y rechazar la mayor cantidad de frecuencias posibles que no entreguen información. En la recepción de la señal, según el tipo de modulación que se utilice, se puede construir un filtro acoplado, que es el filtro que minimiza la probabilidad de error en la detección de qué dato fue enviado por el transmisor. Esta probabilidad de error, para PSK y FSK, corresponde a 0.5 cuando se utiliza el filtro acoplado para cada caso.

Ante todo esto, la relación entre la potencia de la señal recibida y la potencia del ruido de salida (comúnmente llamada sólo como relación señal a ruido) es una cantidad que describe qué tan bien se comporta la señal de datos respecto al ruido. Además, entrega una medida que indica si se puede distinguir la información transmitida a pesar de las interferencias que pueda causar el ruido.

En un laboratorio, es posible observar las señales transmitidas y recibidas y ver cómo les afecta el ruido al variar los parámetros de las mismas. Sin embargo, es poco común poder observar en función de esos parámetros cómo se comportan la probabilidad de error y la relación señal a ruido, que son dos cantidades que marcan el funcionamiento de un sistema en su implementación real. Con el afán de crear una herramienta que ayude al estudio del comportamiento del ruido, se propone en este trabajo de graduación el diseño de un simulador basado en *software* que abarque la transmisión de datos de una modulación PCM, utilizando PSK y FSK.

En el simulador, diseñado para ejecutarse en una computadora personal, se incluyen partes dedicadas al estudio del ruido, la probabilidad de error y la relación señal a ruido. Para ello, se ofrece una interfaz dinámica que permita analizar el comportamiento de dichas cantidades en función de determinados parámetros modificables por el usuario.

Se ha utilizado el programa *LabVIEW* para el diseño del simulador. Ésta es una herramienta computacional diseñada especialmente para las ciencias y la ingeniería. Además, posee un lenguaje de programación gráfico que favorece el análisis de señales. El uso del simulador está destinado para ayudar a la comprensión de los temas expuestos cuando no se tiene acceso a determinados equipos para su experimentación. También puede significar un ahorro de tiempo y dinero en una implementación específica de un sistema en el que deseen ciertas características, ya que puede utilizarse para un análisis previo a elaborar diseños.

OBJETIVOS

General

Diseñar un programa de simulación que permita estudiar gráficamente la probabilidad de error y la relación señal a ruido de los sistemas de modulación PSK y FSK.

Específicos

1. Describir la transmisión y recepción de sistemas de modulación por desplazamiento binario de la fase y desplazamiento binario de la frecuencia.
2. Definir matemáticamente el ruido por su comportamiento en el dominio de la frecuencia.
3. Mostrar la probabilidad de error en un sistema de transmisión de datos utilizando modulación por desplazamiento de fase y desplazamiento de frecuencia.
4. Describir teórica y matemáticamente los efectos de los distintos tipos de ruido en una transmisión, utilizando modulación por código de pulsos y modulación por desplazamiento de fase o frecuencia.
5. Mostrar las ventajas y facilidades de la simulación de sistemas de transmisión por medio de software avanzado.

INTRODUCCIÓN

Cuando se elabora un sistema de comunicación de datos, las señales que se generan sufren alteraciones no deseadas, durante el proceso de transmisión y recepción de la información. A dichas alteraciones se les llama *Ruido*. Estas alteraciones dependen de varios factores por lo que las hay de diversos tipos. Además, siempre estarán presentes en la realidad. El objetivo final entonces de un sistema de comunicación es poder transmitir la información sin errores a pesar del ruido. Existen también muchas formas de transmitir una señal de datos. Este trabajo de graduación se centra en dos sistemas de modulación específicos: la Modulación por Desplazamiento Binario de la Fase y la Modulación por Desplazamiento Binario de la Frecuencia.

La base teórica y matemática de estas dos formas de modulación, y de cómo se comporta el ruido en las mismas, se ha estudiado ampliamente y se expone en el desarrollo de esta investigación. En la práctica, implementar un sistema de modulación de cualquiera de estos dos tipos puede tomar un tiempo considerable. Además, implicaría el incurrir en un gasto importante en la circuitería necesaria para llevarlo a cabo. Posteriormente, con el circuito ya construido, es muy común hacer un análisis gráfico de las señales involucradas en el sistema de comunicación utilizando osciloscopios y analizadores de espectro, instrumentos de laboratorio que no siempre están disponibles para las personas que desean estudiar estos fenómenos.

Además, aunque es posible ver las distorsiones que causa el ruido en la señal de información, es poco común encontrar un dispositivo que nos entregue un análisis dinámico de cómo se comporta la relación entre la señal y el ruido,

lo cual determina que tan eficiente es la comunicación. Todos estos aspectos, aunados al desarrollo de las herramientas computacionales, motivan a diseñar un programa específico que emule y analice estas situaciones con base en *software*. El objetivo es tener ayuda para el diseño y el estudio de estos sistemas previo a incurrir en gastos y aún sin tener acceso a ciertos aparatos de medición especiales para estos casos.

En este trabajo de graduación se muestra el diseño y el uso de un programa que permita examinar la transmisión y recepción de datos; y de cómo afecta el ruido a estos sistemas. Para ello se utiliza modulación por desplazamiento de fase y de frecuencia. El programa, basado en un entorno gráfico, permite visualizar varias señales simuladas por *software*. También incluye varios tipos de controles para modificar los parámetros de las señales generadas. De esta forma se consigue tener una interfaz dinámica que permita ver cómo se comportan los aspectos mencionados anteriormente. Con el programa se recrean aparatos y equipos de laboratorio para que el usuario pueda tener una buena aproximación de la realidad a través de la simulación.

1. MODULACIÓN DIGITAL

Cuando, para propósitos de transmisión, es necesario superponer una forma de onda binaria sobre una portadora, se pueden utilizar técnicas de modulación de amplitud (AM), modulación de fase (PM) o modulación de frecuencia (FM). Incluso, es ampliamente usada una combinación entre AM y PM.

La selección de un método de modulación en particular es determinada por la aplicación que se desea realizar o bien por las características del canal con el cual se dispone, como podría ser el ancho de banda. Si se pretende realizar una comunicación de radio, se debe tomar en cuenta las características de la antena. Cuando se desea transmitir datos utilizando la línea telefónica, debe tomarse en cuenta el hecho de que a menudo no podemos transmitir corriente directa y bajas frecuencias debido a los transformadores que pueden estar incluidos en la ruta de transmisión.

En cualquier caso, se necesita un modulador en el transmisor y un demodulador en el receptor para recuperar la señal en banda base. Por eso, es importante describir algunas de las técnicas de modulación y demodulación que existen con el fin de compararlas en base a su comportamiento espectral.

1.1. Modulación por desplazamiento binario de fase (BPSK)

En el desplazamiento binario de fase (BPSK), la señal transmitida es una onda senoidal de amplitud fija. Esta señal posee una fase fija cuando el dato a transmitir está en un nivel. Cuando el dato está en el otro nivel, la fase es

diferente en 180° . Si la senoide es de amplitud A tiene una potencia $P_s = \frac{1}{2}A^2$ de modo que $A = \sqrt{2P_s}$. Así la señal transmitida es

$$v_{BPSK}(t) = \sqrt{2P_s} \cos(\omega_0 t) \quad \text{Ec. 1}$$

o bien

$$v_{BPSK}(t) = \sqrt{2P_s} \cos(\omega_0 t + \pi) \quad \text{Ec. 2}$$

$$= -\sqrt{2P_s} \cos(\omega_0 t) \quad \text{Ec. 3}$$

En BPSK, la señal de datos $b(t)$ es un flujo de dígitos binarios con niveles de voltaje que, por conveniencia, diremos que puede ser $+1V$ y $-1V$. Cuando $b(t) = 1V$ se dice que está en el nivel lógico 1; y cuando $b(t) = -1V$ se dice que está en el nivel lógico 0. Por lo tanto $v_{BPSK}(t)$ se puede escribir, sin perder generalidad, como

$$v_{BPSK}(t) = b(t)\sqrt{2P_s} \cos \omega_0 t \quad \text{Ec. 4}$$

En la práctica, una señal BPSK es generada aplicando la forma de onda $\cos \omega_0 t$, como una portadora, a un modulador balanceado y aplicando la señal de banda base $b(t)$ como la señal moduladora. En este sentido, BPSK puede ser vista como una señal de amplitud modulada.

1.1.1. Recepción de BPSK

La señal recibida tiene la siguiente forma:

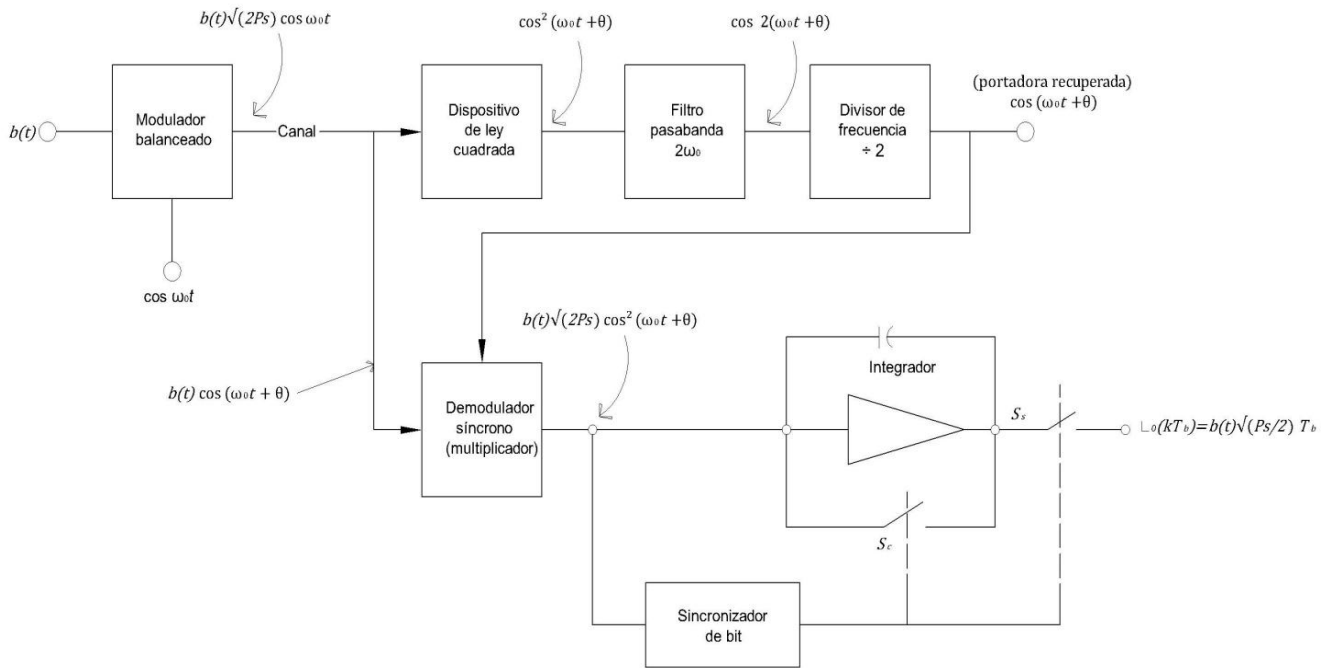
$$v_{BPSK}(t) = b(t)\sqrt{2P_s} \cos(\omega_0 t + \theta) = b(t)\sqrt{2P_s} \cos \omega_0(t + \theta/\omega_0) \quad \text{Ec. 5}$$

Aquí, θ es un cambio de fase nominal fijo correspondiente al tiempo de retardo θ/ω_0 el cual depende de la longitud de la trayectoria desde el transmisor al receptor y del cambio de fase producido por los amplificadores que preceden al demodulador en el receptor. La información original $b(t)$ es recuperada en el demodulador. La técnica de demodulación usualmente empleada es llamada demodulación síncrona y requiere que la señal $\cos(\omega_0 t + \theta)$ esté disponible en el demodulador. Un esquema de cómo generar la portadora en el demodulador para recuperar la señal de banda base se muestra en la figura 1.

La señal recibida se eleva al cuadrado para generar la señal

$$\cos^2(\omega_0 t + \theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \theta) \quad \text{Ec. 6}$$

Figura 1. Esquema para recuperar la señal de banda base en BPSK



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 251.

La componente dc es removida por el filtro pasabanda, el cual está centrado alrededor de $2f_0$. Entonces, se tiene la señal cuya forma de onda es la de $\cos 2(\omega_0 t + \theta)$. Un divisor de frecuencia es usado para regenerar la onda $\cos(\omega_0 t + \theta)$. Sólo las formas de onda de las señales de las salidas del elevador al cuadrado, el filtro y el divisor son relevantes para la presente discusión y no sus amplitudes. En la práctica, las amplitudes serán determinadas por las características de estos dispositivos. En todo caso, la portadora recuperada, se multiplica con la señal recibida para generar

$$b(t)\sqrt{2P_s} \cos^2(\omega_0 t + \theta) = b(t)\sqrt{2P_s} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \theta) \right] \quad \text{Ec. 7}$$

que entonces es aplicado al integrador que se muestra en la figura 1.

El sistema incluye un sincronizador de bit. Este dispositivo es capaz de reconocer el momento preciso que corresponde al final de un intervalo de tiempo asignado para un bit y el inicio del siguiente. En ese momento, el dispositivo cierra el interruptor S_c muy brevemente para descargar el capacitor del integrador y lo deja abierto durante todo el curso consiguiente del intervalo del bit. Lo cierra nuevamente del siguiente tiempo de bit; y así sucesivamente.

Se enfoca la atención ahora en la salida del integrador, al final de un intervalo de bit pero inmediatamente antes de cerrar el interruptor S_c . Esta señal está disponible por el interruptor S_c el cual muestrea el voltaje de salida justo antes de la descarga del capacitor. Se asume, por simplicidad, que el intervalo de bit T_b es igual a un número entero n de ciclos de la portadora de frecuencia f_0 . Esto es, $n \cdot 2\pi = \omega_0 T_b$. En este caso, el voltaje de salida $v_0(kT_b)$ al final de un intervalo de bit extendido desde el tiempo $(k-1)T_b$ hasta (kT_b) , es

$$\begin{aligned} v_0(kT_b) &= b(kT_b)\sqrt{2P_s} \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} \frac{1}{2} dt + b(kT_b)\sqrt{2P_s} \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} \frac{1}{2} \cos 2(\omega_0 t + \theta) dt \\ &= b(kT_b)\sqrt{\frac{P_s}{2}} T_b \end{aligned} \quad \text{Ec. 8}$$

ya que la integral de una senoide sobre un número entero de ciclos tiene valor cero. Así podemos ver que nuestro sistema reproduce a la salida del demodulador la secuencia de bits $b(t)$ transmitida.

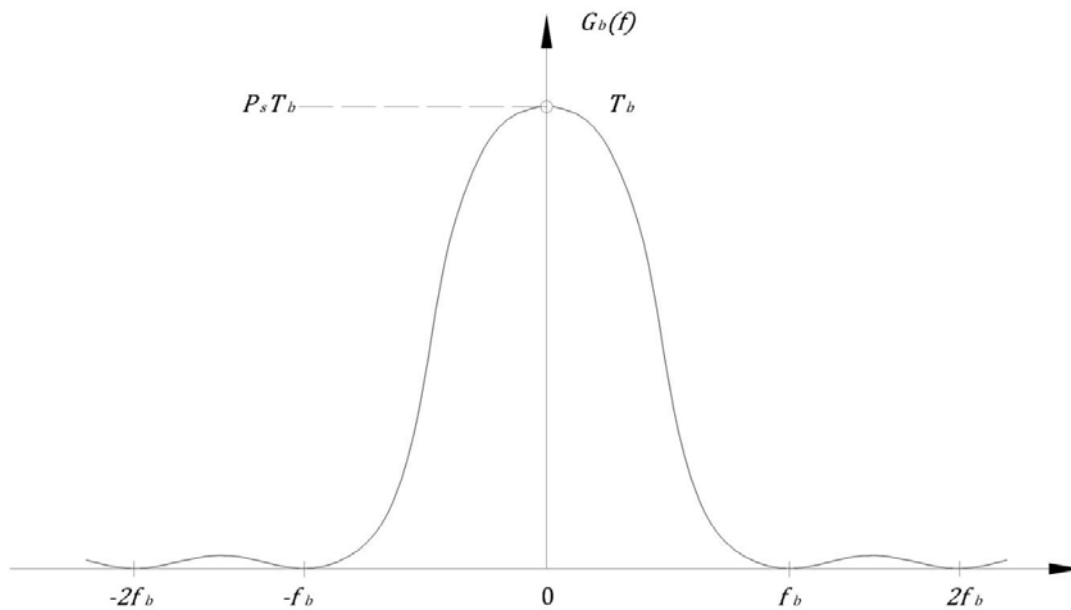
1.1.2. Espectro de BPSK

La forma de onda $b(t)$ es una onda binaria NRZ (no retorno a cero), que tiene una densidad espectral de potencia, para una onda que toma valores entre $+\sqrt{P_s}$ y $-\sqrt{P_s}$, dada por la siguiente ecuación:

$$G_b(f) = P_s T_b \left(\frac{\sin \pi f T_b}{\pi f T_b} \right)^2 \quad \text{Ec. 9}$$

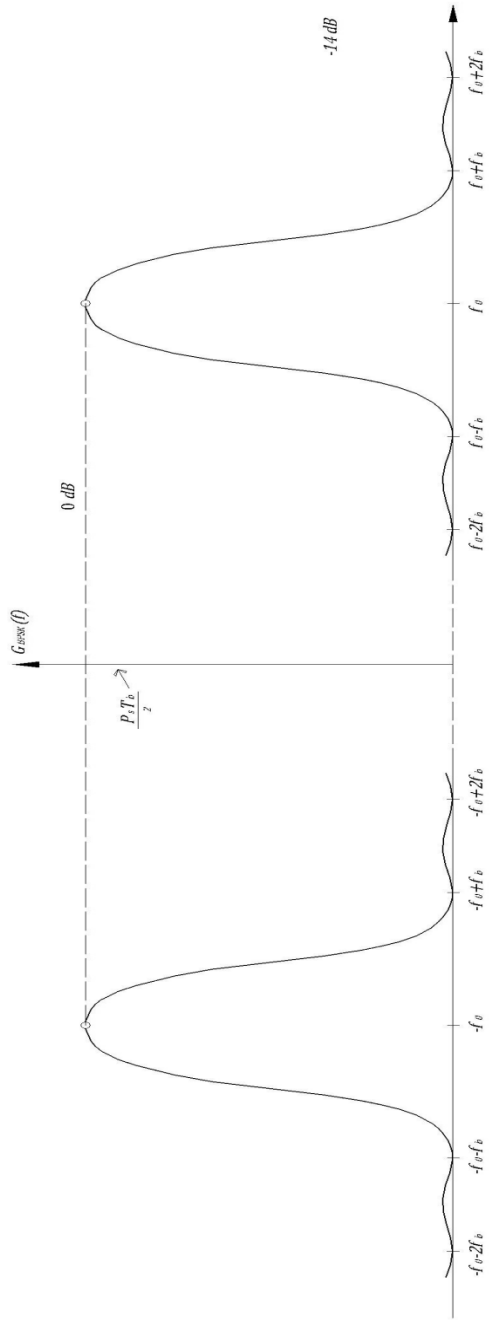
La ecuación anterior se grafica en la figura 2.

Figura 2. Densidad espectral de potencia de una señal de datos NRZ



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 254.

Figura 3. Densidad Espectral de Potencia de una señal binaria PSK



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 254.

La forma de onda de BPSK es la forma de onda NRZ multiplicada por $\sqrt{2} \cos \omega_0 t$. De aquí se encuentra que la densidad espectral de potencia de la señal BPSK es

$$G_{BPSK}(f) = \frac{P_s T_b}{2} \left\{ \left[\frac{\sin \pi(f-f_0)T_b}{\pi(f-f_0)T_b} \right]^2 + \left[\frac{\sin \pi(f+f_0)T_b}{\pi(f+f_0)T_b} \right]^2 \right\} \quad \text{Ec. 10}$$

y su densidad espectral de potencia se grafica en la figura 3.

Se puede notar, al menos en principio, que el espectro de $G_b(f)$ se extiende sobre todas las frecuencias como correspondientemente lo hace el espectro de $G_{BPSK}(f)$. Si se intentara multiplexar varias señales utilizando BPSK, con portadoras de diferentes frecuencias y distintas señales de banda base, inevitablemente se superpondrían los espectros de las diferentes señales. En consecuencia, un receptor sintonizado a una portadora también recibiría, aunque a un nivel inferior, una señal de un canal diferente.

La utilización eficaz del espectro es sumamente importante para maximizar el número de usuarios simultáneos en un sistema de comunicación multiusuario. Por ello, se requiere que los lóbulos laterales producidos en una señal BPSK sean reducidos por debajo de ciertos niveles específicos. Para lograr esto se emplea un filtro para restringir el ancho de banda permitido para la señal NRZ de banda base.

1.2. Modulación por desplazamiento binario de la frecuencia (BFSK)

En la modulación por desplazamiento binario de la frecuencia BFSK, la forma de onda binaria de datos $d(t)$ genera una señal binaria

$$v_{BFSK}(t) = \sqrt{2P_s} \cos[\omega_0 t + d(t)\Omega t] \quad \text{Ec. 11}$$

Aquí $d(t) = +1$ o -1 correspondientes a los niveles lógicos 1 y 0, de la señal de datos. La señal transmitida tiene una amplitud de $\sqrt{2P_s}$ y es

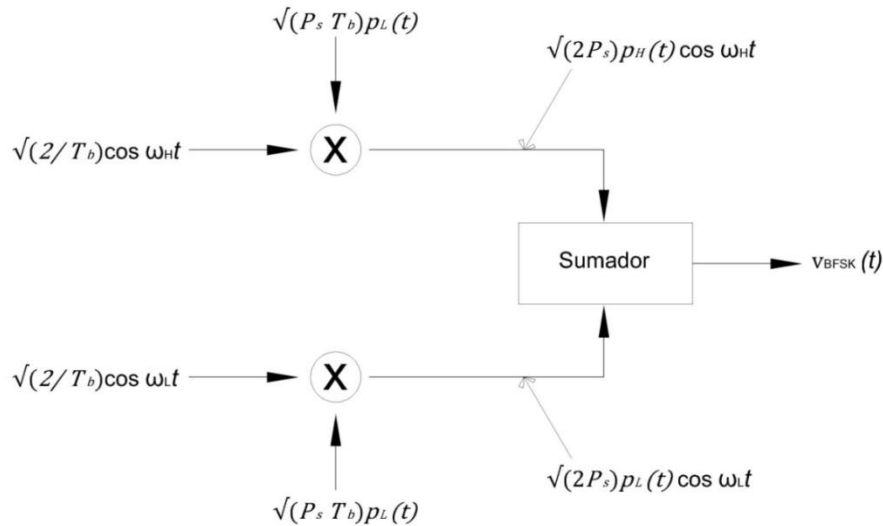
$$v_{BFSK}(t) = s_H(t) = \sqrt{2P_s} \cos(\omega_0 + \Omega)t \quad \text{Ec. 12}$$

o bien

$$v_{BFSK}(t) = s_L(t) = \sqrt{2P_s} \cos(\omega_0 - \Omega)t \quad \text{Ec. 13}$$

Por lo tanto, tiene una frecuencia angular de $\omega_0 + \Omega$ o $\omega_0 - \Omega$, con Ω una desviación constante de la frecuencia nominal de la portadora ω_0 . Estas frecuencias son llamadas frecuencia alta, ω_H , y frecuencia baja, ω_L , respectivamente. Se puede concebir que la señal BFSK es generada en la forma indicada en la figura 4.

Figura 4. Representación de una forma de generar una señal BFSK



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. Principles of communication systems. p. 276.

Dos moduladores balanceados son usados, uno con portadora ω_H y otro con portadora ω_L . Los valores de voltaje de $p_H(t)$ y de $p_L(t)$ están relacionados con los valores de voltaje de $d(t)$ en la siguiente forma:

$d(t)$	$p_H(t)$	$p_L(t)$
+1V	+1V	0V
-1V	0V	+1V

Por lo tanto, cuando $d(t)$ cambia de +1 a -1 p_H cambia de 1 a 0 y p_L de 0 a 1. En cualquier momento p_H o p_L pueden ser 1, pero no ambos al mismo tiempo. De ese modo, la señal generada posee una frecuencia angular alta o baja.

1.2.1. Espectro de BFSK

En términos de las variables p_H y p_L , la señal de BFSK se puede escribir como

$$v_{BFSK}(t) = \sqrt{2P_s}p_H \cos[\omega_H t + \theta_H] + \sqrt{2P_s}p_L \cos[\omega_L t + \theta_L] \quad \text{Ec. 14}$$

donde se asume que las dos señales son independientes y aleatorias, uniformemente distribuidas en fase. Los términos en la ecuación anterior se parecen a la señal $b(t)\sqrt{2P_s} \cos \omega_0 t$, la cual se encontró en BPSK y para la cual ya se ha deducido su espectro, pero existe una importante diferencia. En el caso de BPSK, $b(t)$ es bipolar; es decir, alterna entre los valores $+1$ y -1 . En tanto que en el presente caso p_H y p_L son unipolares, alternando entre los valores $+1$ y 0 . Sin embargo se puede describir p_H y p_L como la suma de una constante y una variable bipolar, de la siguiente forma:

$$p_H(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p'_H(t) \quad \text{Ec. 15}$$

$$p_L(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p'_L(t) \quad \text{Ec. 16}$$

donde p'_H y p'_L son bipolares, alternando entre $+1$ y -1 y además son complementarias. Cuando $p'_H = +1$, $p'_L = -1$ y viceversa. Se tiene entonces

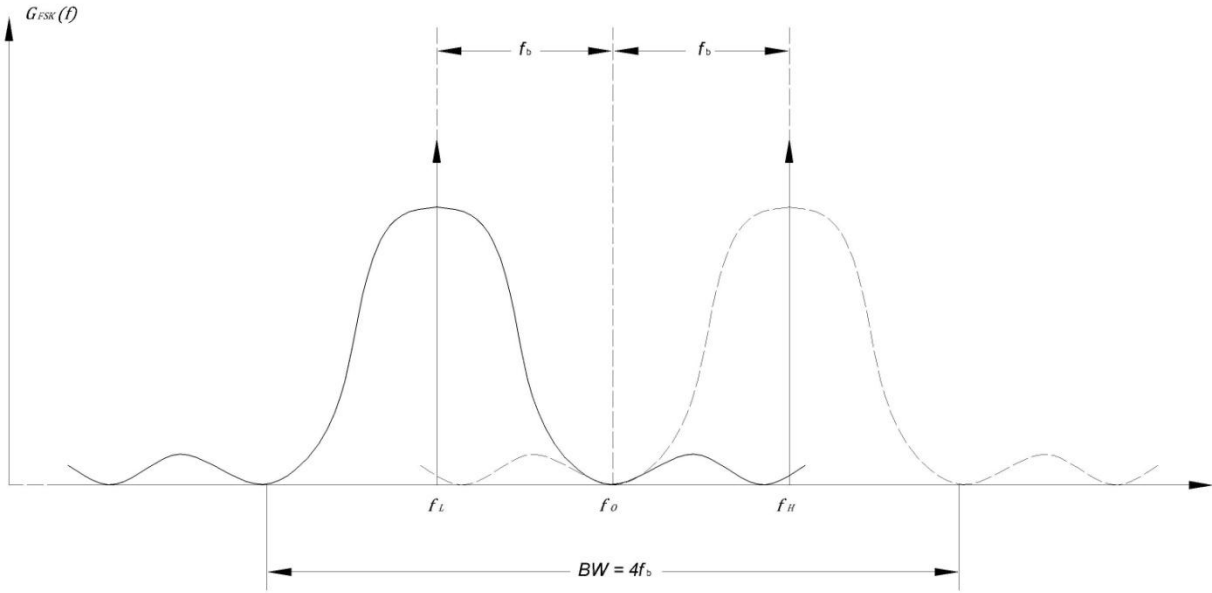
$$v_{BFSK}(t) = \sqrt{\frac{P_s}{2}} \cos(\omega_H t + \theta_H) + \sqrt{\frac{P_s}{2}} \cos(\omega_L t + \theta_L) + \sqrt{\frac{P_s}{2}} p'_H \cos(\omega_H t + \theta_H) + \sqrt{\frac{P_s}{2}} p'_L \cos(\omega_L t + \theta_L) \quad \text{Ec. 17}$$

Los primeros dos términos producen una densidad espectral de potencia que consiste en dos impulsos: uno, centrado en f_H ; y el otro, en f_L . Los últimos dos términos producen el espectro de dos señales binarias PSK: una, centrada alrededor de f_H ; y otra, alrededor de f_L . El patrón individual de la densidad espectral de potencia de los últimos dos términos se muestra en la figura 5 para el caso en que $f_H - f_L = 2f_b$. Para esta separación entre f_H y f_L se observa que el solapamiento entre las dos partes del espectro no es grande y se espera poder, sin mucha dificultad, distinguir los niveles de la forma de onda binaria $d(t)$. En cualquier caso, con esta separación el ancho de banda de BFSK es

$$BW(\text{BFSK}) = 4f_b \quad \text{Ec.18}$$

lo cual es el doble del ancho de bando de BPSK.

Figura 5. **Densidad espectral de potencia de los términos individuales en la ecuación 17**

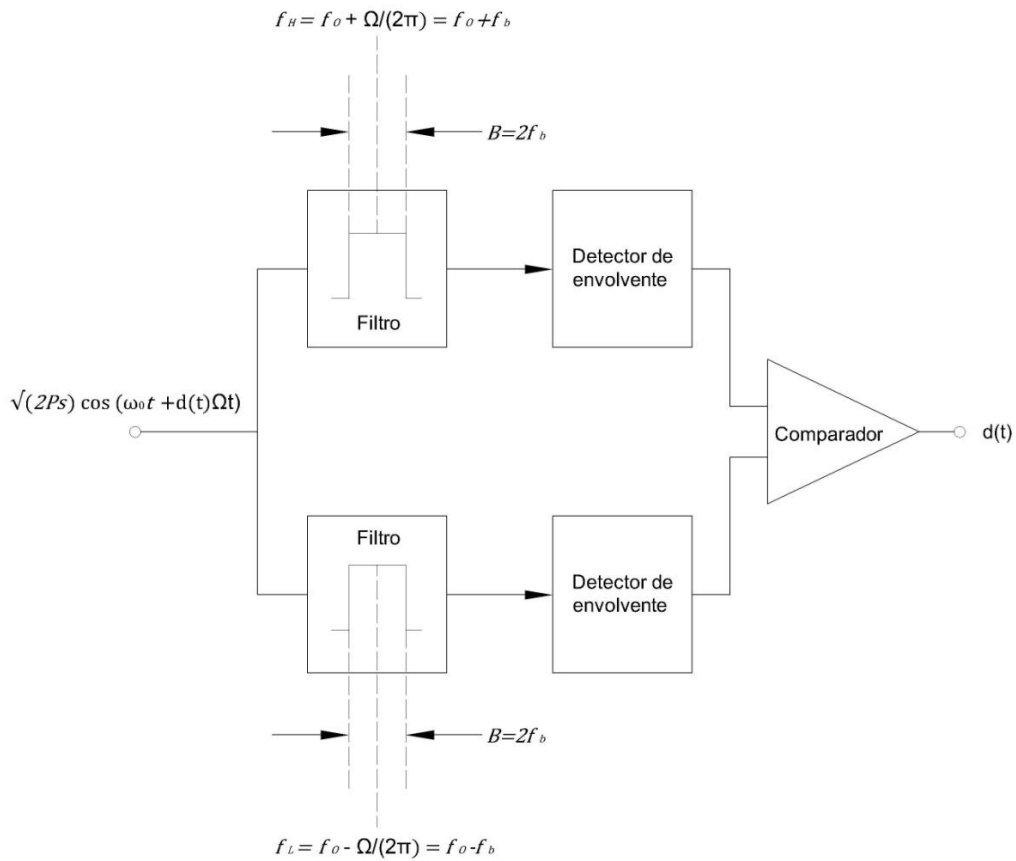


Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 278.

1.2.2. Receptor de señal para BFSK

La señal BFSK es demodulada típicamente por un sistema receptor como el de la figura 6.

Figura 6. Un receptor para una señal BFSK



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. P. 278.

La señal es aplicada a dos filtros pasabanda; uno, centrado a la frecuencia f_H ; y el otro, en f_L . Aquí asumiremos que $f_H - f_L = 2(\Omega/2\pi) = 2f_b$. Los rangos de frecuencia de los filtros no se superponen y cada filtro tiene una banda de paso con un ancho suficiente para abarcar el lóbulo principal en el espectro de la figura 5. Por lo tanto, un filtro pasa casi toda la energía en la transmisión a f_H , y el otro actúa de manera similar para la transmisión a f_L .

Las salidas de los filtros son aplicadas a detectores de envolvente y finalmente las salidas de los detectores de envolvente son comparadas mediante un comparador: circuito que acepta dos señales de entrada y genera una salida binaria, la cual está a un nivel u otro, dependiendo de qué entrada es más grande. Entonces, en la salida del comparador se reproducirá la señal de datos $d(t)$.

Cuando el ruido está presente, la salida del comparador puede variar debido a la respuesta de la señal al ruido del sistema. En consecuencia, los sistemas prácticos usan un bit de sincronía y un integrador; además, muestrean la salida del comparador solo una vez al final de cada intervalo de tiempo T_b .

2. DEFINICIÓN DE RUIDO

En todos los sistemas de comunicación se produce un hecho importante: en cualquier sistema real, cuando la señal de voltaje llega al demodulador, lo hace acompañada por una forma de onda de voltaje la cual varía con el tiempo en una forma totalmente impredecible. Esta forma de onda de voltaje impredecible es un proceso aleatorio llamado *ruido*. Una señal acompañada de dicha forma de onda es descrita como *contaminada* o *dañada* por el ruido. Con base en esto, se puede tener una nueva forma para comparar los sistemas de comunicación. Esta es la medida en la cual un sistema de comunicación es capaz de distinguir la señal del ruido y de esta forma poder reproducir la señal original con baja distorsión y pocos errores.

2.1. Fuentes de ruido

Una fuente de ruido es la agitación constante que prevalece en todo el universo a un nivel molecular. Así, una pieza de metal puede parecer, a grosso modo, completamente en reposo. Sin embargo, es sabido que las moléculas individuales están vibrando alrededor de sus posiciones de equilibrio en una red cristalina. Además, los electrones de conducción del metal están moviéndose al azar a través de todo el volumen del metal. De forma similar, las moléculas de un gas encerrado están en constante movimiento, colisionando unas con otras y colisionando también con las paredes del recipiente que las contiene. Estas agitaciones de las moléculas son llamadas agitaciones *térmicas* debido a que se incrementan con la temperatura.

Considere ahora un simple resistor. Esto es una resistencia, o más bien un conductor, porque dentro de él hay electrones de conducción los cuales están libres para moverse de forma aleatoria a través de todo el volumen del resistor. En promedio, estos electrones estarán uniformemente distribuidos en el volumen, al igual que los iones positivos, y toda la estructura será eléctricamente neutra. Sin embargo, a causa de los movimientos aleatorios e imprevisibles de los electrones, habrá *fluctuaciones estadísticas* lejos de la neutralidad.

Por lo tanto, en un tiempo u otro, la distribución de carga puede no ser uniforme, y una diferencia de potencial aparecerá entre las terminales del resistor. El voltaje aleatorio, variable e imprevisible que aparece es conocido como *ruido térmico del resistor*. Como es de esperarse, el ruido térmico aumenta con la temperatura. También aumenta con el valor de resistencia que posee el resistor, siendo cero en un conductor perfecto.

Un segundo tipo de ruido resulta de un fenómeno asociado con el flujo de corriente a través de las uniones de un semiconductor. Los portadores de carga, electrones o huecos, entran a la región de la unión de un lado, se derivan o aceleran a través de la unión, y son colectados en el otro lado. La corriente promedio de la unión determina el intervalo promedio que transcurre entre el momento cuando dos portadores sucesivos entran en la unión. Sin embargo, el intervalo exacto que transcurre está sujeto a fluctuaciones estadísticas aleatorias. Esta aleatoriedad da lugar a un tipo de ruido que se conoce como *ruido de disparo*.

Este también se encuentra como resultado de la aleatoriedad de emisión de electrones de una superficie calentada y, en consecuencia, también se asocia con dispositivos termoiónicos.

Cuando una señal llega a un receptor, puede llegar atenuada grandemente. Por ello es necesario proporcionar amplificación, lo cual se logra utilizando dispositivos activos (transistores, etc.) y resistencias. Por lo tanto, la señal es dañada por el ruido térmico y el de disparo. Incluso, puede estar contaminada por ruido como resultado de distintos tipos de disturbios aleatorios superpuestos en la señal durante su traslado sobre el canal de comunicación. La contaminación de la señal puede tomar varias formas. El ruido puede ser sumado a la señal, en cuyo caso es llamado ruido *aditivo*; o puede multiplicarse con la señal, en cuyo caso el efecto es llamado *desvanecimiento*.

Se limitará el interés en este trabajo de graduación al ruido que puede ser descrito como un proceso ergódico aleatorio. La característica de ergodicidad de interés aquí es que un proceso ergódico es también estacionario; esto es, las promedios estadísticos tomadas sobre un conjunto que representa el proceso proporcionan un resultado que es independiente del tiempo en el cual los promedios fueron evaluados. También se asumirá que la densidad de probabilidad del ruido es gaussiana.

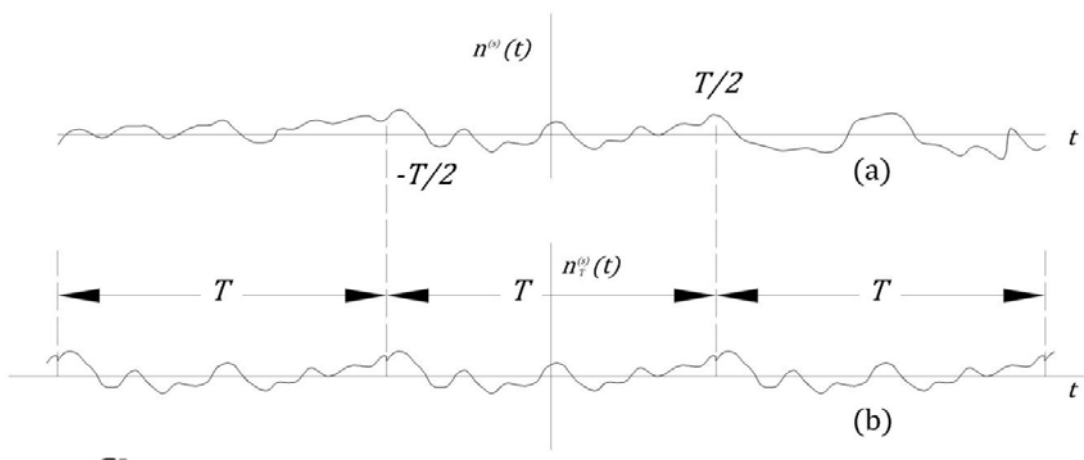
En muchos sistemas de comunicación y en una gran variedad de circunstancias, la suposición de una densidad gaussiana es justificable. Por otra parte, es necesario señalar que tal suposición no es universalmente válida. Por ejemplo, si el ruido gaussiano es aplicado a la entrada de un circuito rectificador, la salida no es gaussiana. Del mismo modo, es muy posible que el ruido detectado en una línea telefónica o en otros canales posea distorsiones cuya distribución de probabilidad no sea gaussiana.

2.2. Representación del ruido en el dominio de la frecuencia

El ruido en los sistemas de comunicación a menudo se transmite a través de filtros. Estos suelen describirse en términos de sus características en el dominio de la frecuencia. Por lo tanto, para determinar su influencia sobre el ruido, es conveniente tener una caracterización del ruido en el dominio de la frecuencia. Se establecerá dicha caracterización en el dominio de la frecuencia. Sobre la base de esta representación, se obtendrá la capacidad de definir una densidad espectral de potencia de una onda de ruido que tiene características similares a las de la densidad espectral de potencia de una onda determinística.

Se seleccionará una función de muestra particular del ruido, y se selecciona de la función de muestra un intervalo de duración T , que se extiende, digamos, desde $t = -T/2$ hasta $t = T/2$. La función de muestra del ruido $n^{(s)}(t)$ se muestra en la figura 7.a.

Figura 7. (a) Un ejemplo de una onda de ruido. (b) Una onda periódica es generada repitiendo el intervalo en (a) de $-T/2$ a $T/2$



Ahora se genera, como se muestra en la figura 7.b., una onda periódica en la cual la onda seleccionada en el intervalo es repetida cada T segundos. Esta onda periódica $n_T^{(s)}(t)$ puede representarse en una serie de Fourier, y dicha serie representará adecuadamente a $n^{(s)}(t)$ en el intervalo $-T/2$ a $T/2$. La frecuencia fundamental de la expansión es $\Delta f = 1/T$, y asumiendo que no posee componente dc, tenemos

$$n_T^{(s)}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos 2\pi k \Delta f t + b_k \sin 2\pi k \Delta f t) \quad \text{Ec. 19}$$

o, alternativamente,

$$n_T^{(s)}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(2\pi k \Delta f t + \theta_k) \quad \text{Ec. 20}$$

Aquí, a_k , b_k y c_k son los coeficientes constantes de los términos espectrales y θ_k es el ángulo de fase. Por supuesto,

$$c_k^2 = a_k^2 + b_k^2 \quad \text{Ec. 21}$$

y

$$\theta_k = -\tan^{-1} \frac{b_k}{a_k} \quad \text{Ec. 22}$$

El espectro de potencia de la expansión se muestra en la figura 8. La potencia asociada con cada término espectral es $c_k^2/2 = (a_k^2 + b_k^2)/2$. Ya que la potencia se expande a ambos lados del espectro, tanto positivo como negativo, cada línea espectral de potencia es de una altura $c_k^2/4$. El eje de frecuencias ha sido marcado en intervalos Δf , y una línea espectral de potencia es localizada

en el centro de cada intervalo. Ahora, se define la densidad espectral de potencia en la frecuencia $k\Delta f$ como la cantidad:

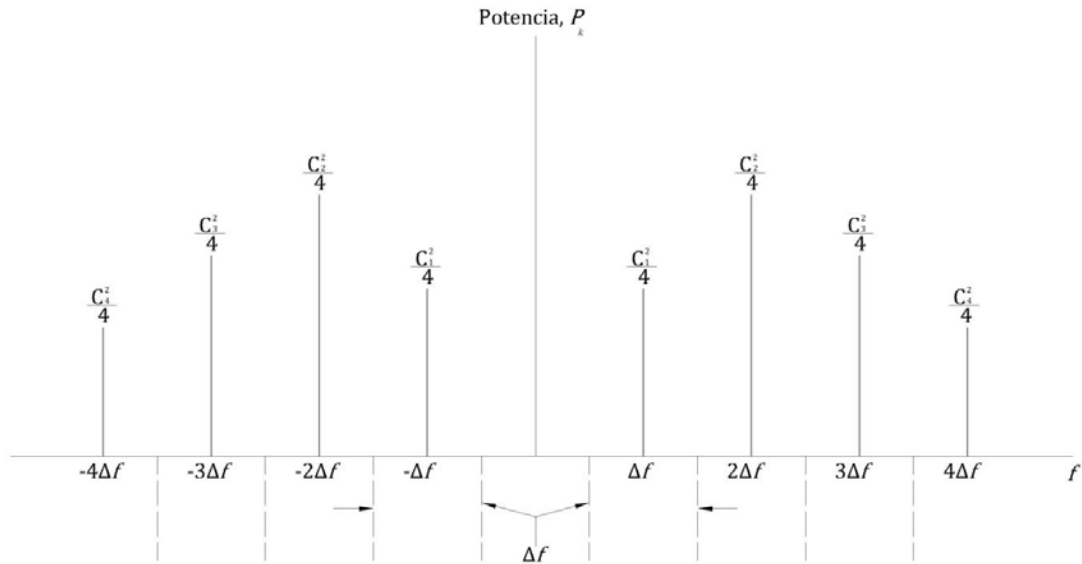
$$G_n(k\Delta f) \equiv G_n(-k\Delta f) \equiv \frac{c_k^2}{4\Delta f} = \frac{a_k^2 + b_k^2}{4\Delta f} \quad \text{Ec. 23}$$

La potencia total P_k , asociada con el intervalo de frecuencia Δf a la frecuencia $k\Delta f$ es

$$P_k = 2G_n(k\Delta f)\Delta f \quad \text{Ec. 24}$$

La mitad de la potencia, $P_k/2 = G_n(k\Delta f)\Delta f$, es asociada con la línea espectral en la frecuencia $k\Delta f$, la otra mitad con la línea a la frecuencia $-k\Delta f$. Así, $G_n(k\Delta f) \equiv G_n(-k\Delta f)$ es igual a la potencia en el intervalo positivo o negativo, dividido por el tamaño del intervalo. Por lo tanto $G_n(k\Delta f)$ es la densidad espectral de potencia media dentro de cada intervalo.

Figura 8. Espectro de potencia de la onda $n_T^{(s)}(t)$



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 318.

Para una función de muestra determinada del ruido, se obtienen valores específicos de los coeficientes a_k y b_k , o bien de los coeficientes c_k y de los ángulos θ_k . Diferentes funciones de muestra resultarán en diferentes coeficientes. Si con las ecuaciones anteriores se propone representar generalmente procesos aleatorios, concretamente el ruido periódico, se necesita considerar que los a_k 's, b_k 's, c_k 's y θ_k 's no son números fijos sino que son variables aleatorias. Por último, se deja que $T \rightarrow \infty$ ($\Delta f \rightarrow 0$), de tal forma que la función de muestra periódica del ruido se convierta en la verdadera función de muestra del ruido.

Entonces se tiene que el ruido $n(t)$ está representado por

$$n(t) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos 2\pi k \Delta f t + b_k \sin 2\pi k \Delta f t) \quad \text{Ec. 25}$$

o por

$$n(t) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(2\pi k \Delta f t + \theta_k) \quad \text{Ec. 26}$$

Ahora, sigue siendo válida la definición de densidad espectral de potencia del ruido $n(t)$, excepto que ahora se reemplaza c_k^2 por $\overline{c_k^2}$; esto es, por el valor medio esperado del cuadrado de la variable aleatoria c_k . Además, como $\Delta f \rightarrow 0$, las líneas espectrales discretas se acercan más y más, formando finalmente un espectro continuo. En la Ec. 23 se puede por lo tanto reemplazar $k\Delta f$ por la variable continua de frecuencia f . También se puede decir que

$$\overline{c_k^2} = \overline{a_k^2} + \overline{b_k^2} \quad \text{Ec. 27}$$

Así, finalmente, Ec. 23 se convierte en

$$G_n(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\overline{c_k^2}}{4\Delta f} = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\overline{a_k^2 + b_k^2}}{4\Delta f} \quad \text{Ec. 28}$$

La potencia en el rango de frecuencia de f_1 a f_2 es

$$P(f_1 \rightarrow f_2) = \int_{-f_2}^{-f_1} G_n(f) df + \int_{f_1}^{f_2} G_n(f) df = 2 \int_{f_1}^{f_2} G_n(f) df \quad \text{Ec. 29}$$

Mientras que la potencia total P_T es

$$P_T = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f)df = 2 \int_0^{\infty} G_n(f)df \quad \text{Ec. 30}$$

2.3. Componentes espectrales del ruido

Se ha representado el ruido $n(t)$ como una superposición de frecuencias del espectro del ruido. La componente espectral asociada con el k -ésimo intervalo de frecuencia está dado, en el límite conforme $\Delta f \rightarrow 0$, por $n_k(t)$ escrito como

$$n_k(t) = a_k \cos 2\pi k \Delta f t + b_k \sin 2\pi k \Delta f t \quad \text{Ec. 31}$$

o bien de la siguiente forma:

$$n_k(t) = c_k \cos(2\pi k \Delta f t + \theta_k) \quad \text{Ec. 32}$$

Las componentes espectrales que componen una onda determinista son también deterministas. Las componentes espectrales, como en el presente caso, que componen el ruido, son procesos aleatorios. Entonces, en las ecuaciones anteriores, a_k , b_k , c_k y θ_k son variables aleatorias, y $n_k(t)$ representa un conjunto de funciones de muestreo, una función de muestreo por cada posible valor dado de a_k y b_k o de c_k y θ_k . Las funciones de muestreo son formas de onda deterministas.

Son, de hecho, sinusoides puras que difieren una de la otra en fase y amplitud, dependiendo de los valores de θ_k y c_k . El proceso aleatorio $n_k(t)$ es estacionario; es decir, sus propiedades estadísticas no cambian con el tiempo.

Sin embargo, no es ergódico: los promedios de tiempo de la función de las muestras individuales del conjunto son diferentes el uno del otro.

Ahora, se verán algunas propiedades de las variables aleatorias a_k y b_k . La potencia normalizada P_k (varianza) de $n_k(t)$ se determina tomando el promedio sobre el conjunto de $[n_k(t)]^2$. Se encuentra entonces que

$$P_k = \overline{[n_k(t)]^2} = \overline{a_k^2} \cos^2 2\pi k \Delta f t + \overline{b_k^2} \sin^2 2\pi k \Delta f t + 2\overline{a_k b_k} \sin 2\pi k \Delta f t \cos 2\pi k \Delta f t \quad \text{Ec. 33}$$

Como se ha dicho, $n_k(t)$ es un proceso estacionario, de manera que $\overline{[n_k(t)]^2}$ no depende del tiempo elegido para su evaluación. Por lo tanto, se está en libertad para evaluar P_k , sustituyendo un valor $t = t_1$, para el cual $\cos 2\pi k \Delta f t_1 = 1$, en cuyo caso $\sin 2\pi k \Delta f t_1 = 0$. Tenemos entonces:

$$P_k = \overline{a_k^2} \quad \text{Ec. 34}$$

De manera similar, se puede mostrar que $P_k = \overline{b_k^2}$, de manera que

$$\overline{a_k^2} = \overline{b_k^2} \quad \text{Ec. 35}$$

De las Ec. 24, 27, 34 y 35 tenemos:

$$P_k = 2G_n(k\Delta f)\Delta f = 2G_n(-k\Delta f)\Delta f = \overline{a_k^2} = \overline{b_k^2} = \frac{\overline{a_k^2}}{2} + \frac{\overline{b_k^2}}{2} = \frac{\overline{c_k^2}}{2} \quad \text{Ec. 36}$$

Como $\overline{a_k^2} = \overline{b_k^2}$ la Ec. 33 se puede escribir

$$P_k = \overline{a_k^2} (\cos^2 2\pi k \Delta f t + \sin^2 2\pi k \Delta f t) + 2\overline{a_k b_k} \sin 2\pi k \Delta f t \cos 2\pi k \Delta f t \quad \text{Ec. 37}$$

Así

$$P_k = \overline{a_k^2} + \overline{2a_k b_k} \sin 2\pi k \Delta f t \cos 2\pi k \Delta f t \quad \text{Ec. 38}$$

Sin embargo hemos visto que $P_k = \overline{a_k^2}$ independientemente del tiempo. A fin de que la Ec. 35 sea consistente con este resultado, se requiere que

$$\overline{a_k b_k} = 0 \quad \text{Ec. 39}$$

Así, los coeficientes a_k y b_k no están correlacionados.

También se puede establecer que los coeficientes a_k y b_k son gaussianos. Para este propósito se usa la ecuación de $n_k(t)$ y se sustituye por t un valor $t = t_1$, para el cual $\cos 2\pi k \Delta f t_1 = 1$ y $\sin 2\pi k \Delta f t_1 = 0$. Entonces

$$n_k(t_1) = a_k \quad \text{Ec. 40}$$

Ahora $n_k(t_1)$ es una variable aleatoria gaussiana. Se obtiene este resultado de la consideración de que $n_k(t)$ puede ser vista como la salida de un filtro de banda muy angosta, cuya entrada es ruido gaussiano. Tal ruido a la salida es gaussiano y el voltaje de ruido en cualquier tiempo, como en $t = t_1$, tiene una densidad de probabilidad gaussiana. De aquí se pueden decir que a_k es también una variable aleatoria gaussiana. Del mismo modo, se puede establecer que b_k es gaussiano.

Se observa también que desde que $n_k(t)$ es la salida de un filtro de banda angosta a la frecuencia $k\Delta f$, este no tiene componente dc. A partir de esto se puede concluir que a_k no tiene componente dc; esto es, $\overline{a_k} = 0$, y por supuesto, de manera similar $\overline{b_k} = 0$.

Finalmente, considérese dos componentes espectrales del ruido: una, a la frecuencia $k\Delta f$; y la otra a la frecuencia $l\Delta f$. Así,

$$n_k(t) = a_k \cos 2\pi k\Delta f t + b_k \sin 2\pi k\Delta f t \quad \text{Ec. 41}$$

y

$$n_l(t) = a_l \cos 2\pi l\Delta f t + b_l \sin 2\pi l\Delta f t \quad \text{Ec. 42}$$

Si se forma el producto $n_k(t)n_l(t)$ de las ecuaciones anteriores, se encuentra que tiene cuatro términos (productos de senoides), todos los cuales son dependientes del tiempo, siempre que $k \neq l$. Los coeficientes de estos términos son $a_k a_l$, $a_k b_l$, $b_k a_l$ y $b_k b_l$. Ahora, se toma el valor promedio del producto del conjunto. Esto es $\overline{n_k(t)n_l(t)}$. Entonces, de nuevo, debido al carácter estacionario de los procesos aleatorios implicados, este promedio debe ser independiente del tiempo. De aquí tenemos que

$$\overline{a_k a_l} = \overline{a_k b_l} = \overline{b_k a_l} = \overline{b_k b_l} = 0 \quad \text{Ec. 43}$$

En otras palabras, cada uno de los coeficientes a_k y b_k no están correlacionados con los coeficientes a_l y b_l .

En resumen, se puede describir el ruido de la siguiente manera: el ruido $n(t)$ es un proceso aleatorio, gaussiano y ergódico. Puede representarse como la superposición lineal de componentes espectrales de la forma dada en la Ec. 31 con la comprensión, por supuesto, que la descripción se hace más precisa conforme $\Delta f \rightarrow 0$. Los coeficientes a_k y b_k son variables aleatorias gaussianas de valor promedio cero e igual varianza (potencia normalizada). Los coeficientes a_k y b_k no están correlacionados el uno con el otro y tampoco

están correlacionados con los coeficientes de una componente espectral a diferente frecuencia.

2.4. Efecto de un filtro en la densidad espectral de potencia del ruido

Sea la componente espectral del ruido $n_{k_i}(t)$ dada por la Ec. 31, la entrada a un filtro cuya función de transferencia a la frecuencia $k\Delta f$ es

$$H(k\Delta f) = |H(k\Delta f)|e^{j\varphi_k} = |H(k\Delta f)|\angle\varphi_k \quad \text{Ec. 44}$$

La correspondiente componente espectral de salida del ruido será $n_{k_i}(t)$

$$n_{k_i}(t) = |H(k\Delta f)|a_k \cos(2\pi k\Delta f t + \varphi_k) + |H(k\Delta f)|b_k \sin(2\pi k\Delta f t + \varphi_k) \quad \text{Ec. 45}$$

La potencia P_{k_i} asociada con $n_{k_i}(t)$ es

$$P_{k_i} = \frac{\overline{a_k^2} + \overline{b_k^2}}{2} \quad \text{Ec. 46}$$

Ya que $|H(k\Delta f)|$ es una función determinística, $\overline{[|H(k\Delta f)|a_k^2]} = |H(k\Delta f)|^2 \overline{a_k^2}$ y $\overline{[|H(k\Delta f)|b_k^2]} = |H(k\Delta f)|^2 \overline{b_k^2}$. De aquí, comparando la Ec. 45 con la Ec. 31, se encuentra que la potencia P_{k_o} asociada con $n_{k_o}(t)$ es

$$P_{k_o} = |H(k\Delta f)|^2 \frac{\overline{a_k^2} + \overline{b_k^2}}{2} \quad \text{Ec. 47}$$

Finalmente, a continuación, de las Ec. 46 y 47, usando también la Ec. 36, se tiene que las densidades espectrales de potencia en la entrada y la salida, $G_{n_i}(k\Delta f)$ y $G_{n_o}(k\Delta f)$, están relacionadas por

$$G_{n_o}(k\Delta f) = |H(k\Delta f)|^2 G_{n_i}(k\Delta f) \quad \text{Ec. 48}$$

En el límite cuando $\Delta f \rightarrow 0$ y $k\Delta f$ se reemplaza por la variable continua f , la ecuación anterior puede escribirse de la siguiente forma:

$$G_{n_o}(f) = |H(f)|^2 G_{n_i}(f) \quad \text{Ec. 49}$$

2.5. Superposición de ruidos

El concepto de espectro de potencia es útil porque permite resolver una forma de onda determinista, o un proceso aleatorio, $f(t)$ en una suma

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \dots \quad \text{Ec. 50}$$

De tal manera que la *superposición de potencia* se aplica; es decir, la potencia de $f(t)$ es la suma de las potencias de $f_1(t), f_2(t) \dots$. Cuando una onda determinista se resuelve en una serie de componentes espectrales, la superposición de potencia aplica gracias a la ortogonalidad de las componentes espectrales de las diferentes frecuencias.

También se ha representado una onda de ruido como una superposición de componentes espectrales, todas las cuales son armónicos de alguna frecuencia fundamental Δf ; la cual, en el límite, se aproxima a cero. Esta característica, por sí sola, habría sido suficiente para justificar la superposición de potencia del ruido tal y como se expresa en las Ec. 29 y 30. Pero bajo la

suposición de que tenemos dos procesos de ruido $n_1(t)$ y $n_2(t)$, cuyos rangos espectrales se superponen en parte o en su totalidad. Entonces, la potencia P_{12} de la suma $n_1(t) + n_2(t)$ sería

$$P_{12} = E\{[n_1(t) + n_2(t)]^2\} = E[n_1(t)^2] + E[n_2(t)^2] + 2E[n_1(t)n_2(t)] \quad \text{Ec. 51}$$

$$= P_1 + P_2 + 2E[n_1(t)n_2(t)] \quad \text{Ec. 52}$$

Donde P_1 y P_2 son las potencias, respectivamente, de los procesos de ruido $n_1(t)$ y $n_2(t)$, y $E[n_1(t)n_2(t)]$, lo cual es el valor esperado del producto, es la *correlación cruzada* de los procesos. Por lo tanto, la superposición de potencia, $P_{12} = P_1 + P_2$, sigue siendo de aplicación, siempre y cuando los procesos no estén correlacionados. Este podría ser el caso, por ejemplo, si $n_1(t)$ y $n_2(t)$ fueran ruidos térmicos de dos resistencias diferentes incluso en la mismas bandas de frecuencia.

2.6. Filtrado lineal

El ruido térmico tiene una densidad espectral de potencia que es bastante uniforme hasta frecuencias del orden de 10^{13} Hz. El ruido de disparo tiene una densidad espectral de potencia que es razonablemente constante hasta frecuencias que son del orden del recíproco del tiempo de tránsito de los portadores de carga a través de la unión. Similarmente otras fuentes de ruido tienen rangos espectrales muy amplios.

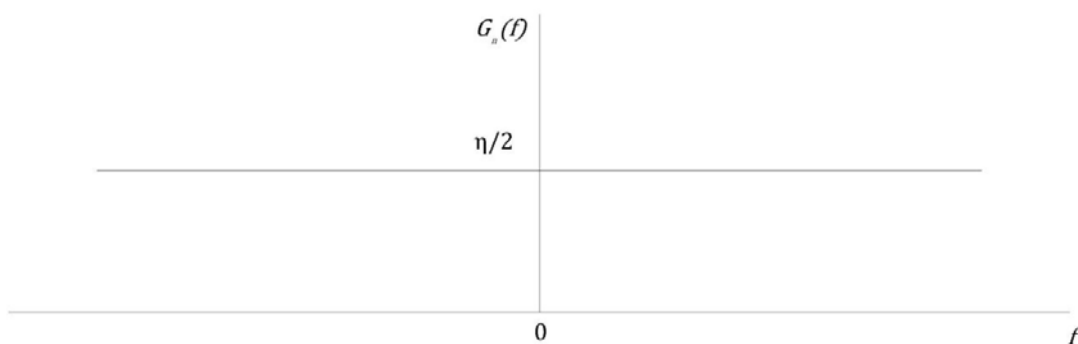
Se puede suponer, al discutir el efecto del ruido en los sistemas de comunicación, que se tiene que lidiar con ruido *blanco*. Este es ruido cuya densidad espectral de potencia es uniforme sobre todo el rango de frecuencia de interés. El término *blanco* es usado en analogía con la luz blanca, la cual es

una superposición de todas las componentes espectrales visibles. Se puede asumir entonces, como se muestra en la figura 9, que sobre todo el espectro, incluyendo frecuencias positivas y negativas

$$G_n(f) = \frac{\eta}{2} \quad \text{Ec. 53}$$

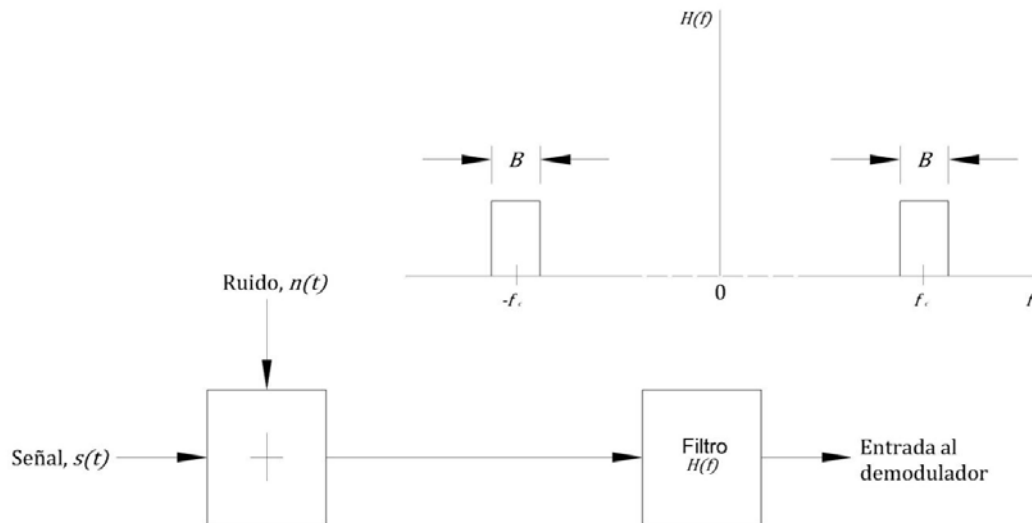
en donde η es una constante.

Figura 9. **Densidad espectral de potencia del ruido blanco**



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 328.

Figura 10. **Un filtro es colocado antes de un demodulador para limitar la potencia del ruido en la entrada del demodulador**



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 329.

Con el fin de minimizar la potencia del ruido que se presenta en el demodulador de un sistema receptor, se introduce un filtro antes del demodulador como se indica en la figura 10.

El ancho de banda B del filtro se hace lo más angosto posible para evitar transmitir cualquier ruido innecesario al demodulador. Por ejemplo, en un sistema AM en el cual la banda base se extiende a una frecuencia de f_M , el ancho de banda es $B = f_M$. En un sistema FM de banda ancha, el ancho de banda es proporcional al doble de la desviación de frecuencia. Es útil considerar el efecto de cierto tipo de filtros sobre el ruido. Uno de los filtros que se utiliza con mayor frecuencia es el filtro paso bajo RC simple.

2.6.1. El filtro paso bajo RC

Un filtro paso bajo RC con una frecuencia f_c a 3-dB tiene la función de transferencia

$$H(f) = \frac{1}{1+jf/f_c} \quad \text{Ec. 54}$$

Si el ruido de entrada hacia este filtro tiene una densidad espectral de potencia $G_{n_i}(f)$ y la densidad espectral de potencia del ruido de salida es $G_{n_o}(f)$, entonces, usando la Ec. 49, se tiene

$$G_{n_o}(f) = G_{n_i}(f)|H(f)|^2 \quad \text{Ec. 55}$$

Si el ruido es blanco $G_{n_i}(f) = \eta/2$ para todas las frecuencias, así la ecuación anterior se convierte en

$$G_{n_o}(f) = \frac{\eta}{2} \frac{1}{1+(f/f_c)^2} \quad \text{Ec. 56}$$

La potencia del ruido a la salida del filtro N_o es

$$N_o = \int_{-\infty}^{\infty} G_{n_o}(f)df = \frac{\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{1+(f/f_c)^2} \quad \text{Ec. 57}$$

Haciendo el cambio de variable $x \equiv f/f_c$, y observando que $\int_{-\infty}^{\infty} dx/(1+x^2) = \pi$, tenemos

$$N_o = \frac{\pi}{2} \eta f_c \quad \text{Ec. 58}$$

2.6.2. El filtro paso bajo rectangular (ideal)

Un filtro paso bajo *rectangular* tiene la función de transferencia

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq B \\ 0 & \text{en otra parte} \end{cases} \quad \text{Ec. 59}$$

Asumiendo que el ruido de entrada al filtro es *blanco*, la densidad espectral de potencia a la salida es

$$G_{n_o}(f) = \begin{cases} \frac{\eta}{2} & -B \leq f \leq B \\ 0 & \text{en otra parte} \end{cases} \quad \text{Ec. 60}$$

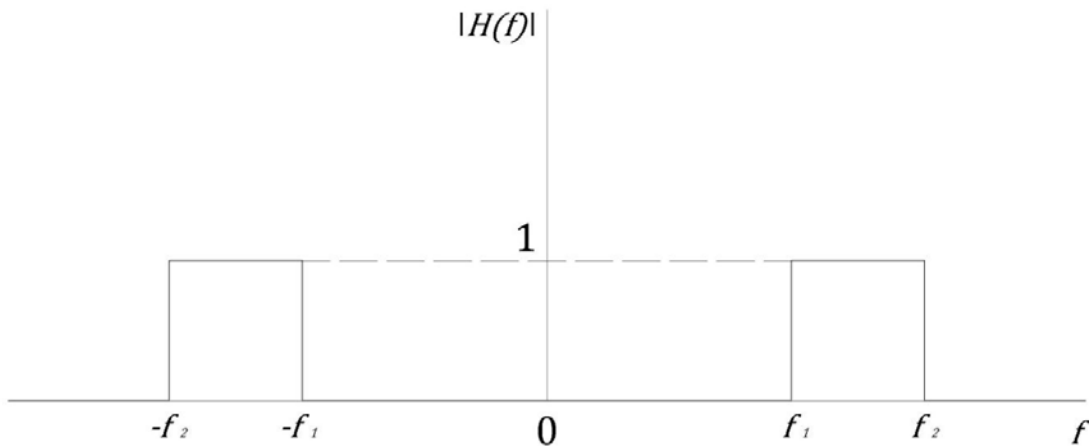
La potencia del ruido en la salida es

$$N_o = \eta B \quad \text{Ec. 61}$$

2.6.3. Filtro pasa banda rectangular

Un filtro pasa banda rectangular se muestra en la figura 11. El ancho de banda del filtro es $f_2 - f_1$.

Figura 11. **Un filtro pasa banda rectangular**



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 330.

Entonces, con ruido *blanco* en la entrada, la potencia del ruido de salida es

$$N_o = 2 \frac{\eta}{2} (f_2 - f_1) = \eta (f_2 - f_1) \quad \text{Ec. 62}$$

2.6.4. Filtro diferenciador

Un filtro diferenciador es una red que produce en su salida una onda que es proporcional a la derivada en el tiempo de la onda de entrada. Dicha red tiene una función de transferencia $H(f)$ la cual es proporcional a la frecuencia. Esto es

$$H(f) = j2\pi\tau f \quad \text{Ec. 63}$$

donde τ es una constante de proporcionalidad. Si el ruido blanco con $G_{n_i}(f) = \eta/2$ se pasa a través de dicho filtro, entonces la densidad espectral de potencia del ruido de salida es

$$G_{n_o}(f) = |H(f)|^2 G_{n_i}(f) = 4\pi^2 \tau^2 f^2 \frac{\eta}{2} \quad \text{Ec. 64}$$

Si el diferenciador es seguido por un filtro paso bajo rectangular con un ancho de banda B , la potencia del ruido a la salida del filtro paso bajo es

$$N_o = \int_{-B}^B 4\pi^2 \tau^2 f^2 \frac{\eta}{2} df = \frac{4\pi^2}{3} \eta \tau^2 B^3 \quad \text{Ec. 65}$$

2.6.5. Filtro integrador

Sea el ruido $n(t)$ aplicado a la entrada de un integrador en el tiempo $t = 0$. Calcularemos la potencia del ruido a la salida del integrador en el tiempo $t = T$. Una red que realiza la operación de integración tiene una función de transferencia $1/j\omega\tau$. Un retraso por un intervalo T es representado por el factor $e^{-j\omega T}$. Así, una red que realiza la integración sobre un intervalo T puede representarse por una red cuya función de transferencia es

$$H(f) = \frac{1}{j\omega\tau} - \frac{e^{-j\omega T}}{j\omega\tau} = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega\tau} \quad \text{Ec. 66}$$

donde τ es una constante. Se puede encontrar, con $\omega = 2\pi f$, que

$$|H(f)|^2 = \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 \left(\frac{\sin \pi T f}{\pi T f}\right)^2 \quad \text{Ec. 67}$$

La potencia del ruido de salida de dicho filtro con ruido blanco en la entrada de densidad espectral de potencia $\eta/2$ es (usando $x \equiv \pi\tau f$)

$$N_o = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta}{2} |H(f)|^2 df = \frac{\eta}{2} \left(\frac{T}{\tau}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin \pi T f}{\pi T f}\right)^2 df = \frac{\eta T}{2\pi\tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx \quad \text{Ec. 68}$$

La última integral tiene un valor de π , con lo que finalmente se obtiene

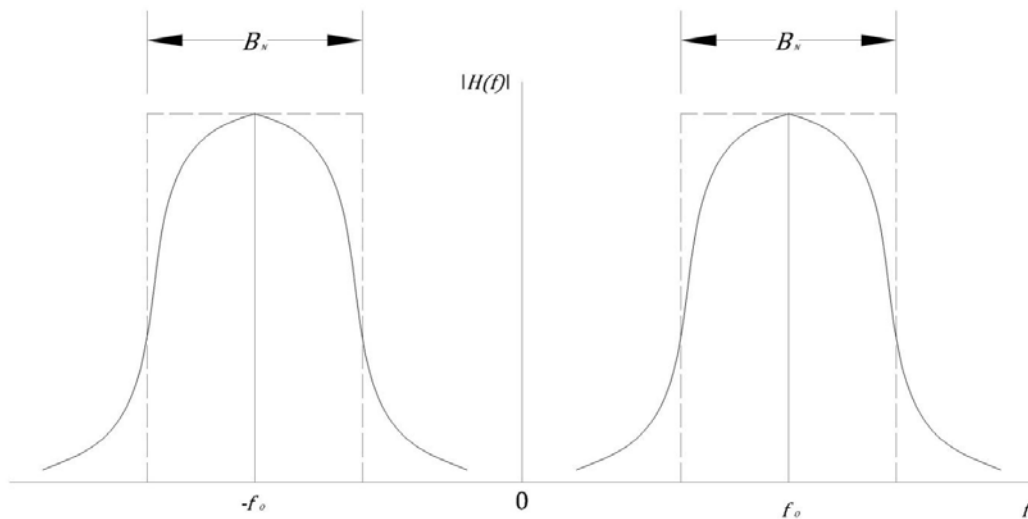
$$N_o = \frac{\eta T}{2\tau^2} \quad \text{Ec. 69}$$

2.7. Ancho de banda del ruido

Considérese que el ruido blanco se presenta a la entrada de un receptor. Supóngase también que un filtro con función de transferencia $H(f)$ centrado en f_0 , como se indica en la gráfica sólida de la figura 12, se utiliza para restringir la potencia de ruido que llega hasta el receptor.

Ahora, considere un filtro rectangular como se muestra por la gráfica punteada en la figura 12. Este filtro también está centrado en f_0 . Deje que el ancho de banda del filtro rectangular B_N se ajuste para que el filtro real y el rectangular transmitan la misma potencia de ruido. En este caso, el ancho de banda B_N es llamado el *ancho de banda del ruido* del filtro real. El ancho de banda del ruido entonces, es el ancho de banda de un filtro ideal (rectangular) el cual permite el paso de la misma potencia de ruido que el filtro real.

Figura 12. Ilustración del ancho de banda del ruido de un filtro



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 333.

Se puede ilustrar el concepto de ancho de banda del ruido considerando el caso del filtro paso bajo RC con función de transferencia dada en la Ec. 54. Para este filtro $H(f)$ alcanza su máximo valor $H(f) = 1$ en $f = 0$. Con ruido blanco en la entrada con densidad espectral de potencia $\eta/2$, el ruido de salida del filtro es

$$N_o(RC) = \frac{\pi}{2} \eta f_c \quad \text{Ec. 70}$$

En presencia de dicho ruido, un filtro paso bajo rectangular con $H(f) = 1$ sobre su banda de paso B_N produciría una potencia de ruido de salida

$$N_o(\text{rectangular}) = \frac{\eta}{2} 2B_N = \eta B_N \quad \text{Ec. 71}$$

Haciendo $N_o(RC) = N_o(\text{rectangular})$, se encuentra que el ancho de banda del ruido debe ser

$$B_N = \frac{\pi}{2} f_c \quad \text{Ec. 72}$$

Así, el ancho de banda del ruido del filtro RC es $\pi/2$ ($= 1.57$) veces su ancho de banda f_c a 3-dB.

3. PROBABILIDAD DE ERROR EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS

3.1. Transmisión de datos

Un sistema de transmisión de datos que utiliza la codificación binaria, transmite una secuencia de dígitos binarios; esto es, 1's y 0's. Estos dígitos pueden ser representados en un número diferente de formas. Por ejemplo, un 1 puede representarse por un voltaje V sostenido por un tiempo T , mientras que un cero puede representarse por un voltaje $-V$ sostenido por un tiempo igual. En general los dígitos binarios están codificados así que un 1 es representado por una señal $s_1(t)$ y un 0 por una señal $s_2(t)$, donde $s_1(t)$ y $s_2(t)$ tienen una duración cada una de T . La señal resultante puede transmitirse directamente o, como es el caso más general, se modula con una portadora. La señal recibida es contaminada por ruido, y por lo tanto existe una probabilidad finita de que el receptor produzca un error en determinar, dentro de cada intervalo de tiempo, si un 1 o un 0 ha sido transmitido.

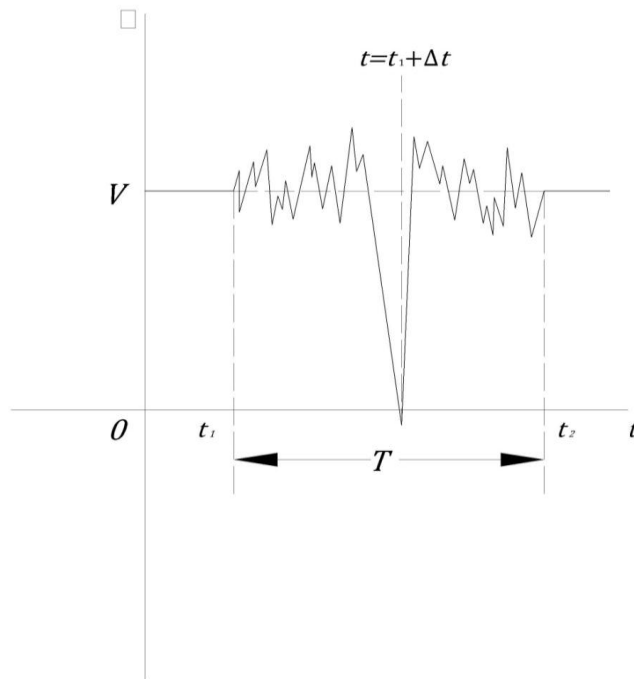
3.2. Receptor de señales de banda base

Considere que una señal binaria codificada consiste en una secuencia en el tiempo de niveles de voltaje $+V$ o $-V$. Existe un intervalo de guarda entre los bits, la señal forma una secuencia de pulsos positivos y negativos. En cada caso no hay ningún interés particular en la preservación de la forma de onda de la señal después de la recepción. El interés se limita solamente en conocer, dentro de cada intervalo de bit, si el voltaje transmitido fue $+V$ o $-V$. Con la presencia de ruido, la señal recibida y el ruido juntos producirán valores

generalmente diferentes de $\pm V$. En este caso, el problema radica en qué deducción hacer del valor tomado concerniente al bit transmitido.

Suponga que el ruido es gaussiano y por lo tanto el voltaje del ruido tiene una densidad de probabilidad la cual es totalmente simétrica respecto a cero voltios. Entonces, la probabilidad de que el ruido se haya incrementado en el valor de la muestra es la misma de que el ruido haya disminuido en su valor muestreado. Entonces, parece totalmente razonable que no se puede hacer otra cosa mejor que asumir que si el valor muestreado es positivo, el nivel transmitido fue $+V$. En cambio, si el valor muestreado es negativo, entonces el nivel transmitido fue $-V$. Es posible que en el tiempo de muestreo el voltaje del ruido sea de una magnitud más grande que V y de una polaridad opuesta a la asignada al bit transmitido. En este caso, se hará un error como se indica en la figura 13.

Figura 13. **Ilustración de cómo el ruido puede causar un error en la determinación de un nivel de voltaje transmitido**

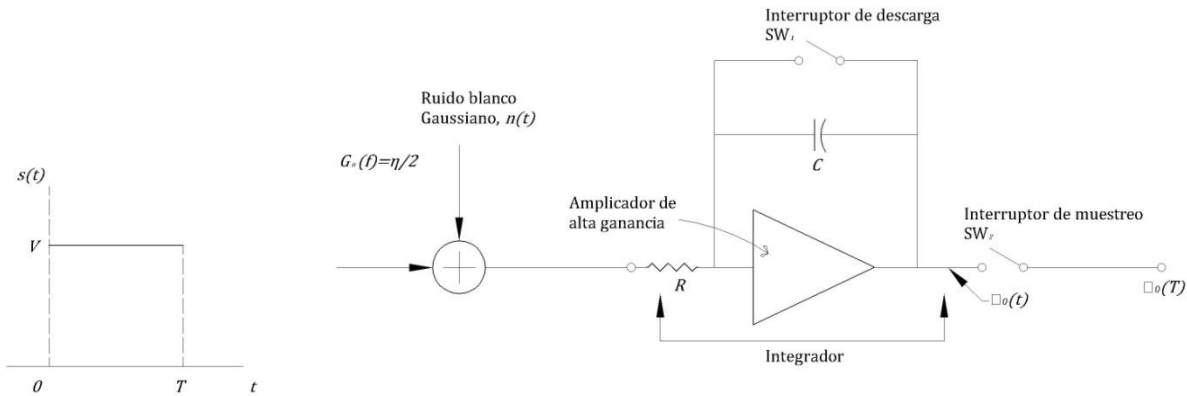


Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 442.

Aquí, el bit transmitido es representado por el voltaje $+V$ el cual es sostenido sobre un intervalo T de t_1 a t_2 . El ruido ha sido superpuesto sobre el nivel $+V$ así que el voltaje v representa la señal recibida y el ruido. Si ahora la toma de muestras pasa a ser en un tiempo $t = t_1 + \Delta t$, se producirá un error.

Se puede reducir la probabilidad de error procesando la señal recibida más el ruido en una manera tal que se sea capaz de encontrar un tiempo de muestreo donde el muestreo de voltaje debido a la señal este acentuado en relación con la muestra de voltaje debida al ruido. Tal procesador (receptor) se muestra en la figura 14.

Figura 14. Un receptor para una señal binaria codificada



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 443.

La señal de entrada dura un intervalo de bit como se indica. Por conveniencia se establece $t = 0$ como el inicio del intervalo. La onda de la señal $s(t)$ antes de $t = 0$ y después de $t = T$ no ha sido indicada ya que, como se verá, la operación del receptor durante cada intervalo de bit es independiente de los intervalos pasados o futuros de la onda.

La señal $s(t)$ con ruido blanco gaussiano $n(t)$ agregado, de densidad espectral de potencia $\eta/2$ se pasa por un integrador. En el tiempo $t = 0+$ se requiere que el capacitor C esté descargado. Tal condición de descarga puede asegurarse si se cierra brevemente el interruptor SW_1 en el tiempo $t = 0-$, liberando así al capacitor de cualquier carga que pueda haber adquirido durante el intervalo previo. La muestra es tomada a la salida del integrador mediante el cierre del interruptor de muestreo SW_2 . Esta muestra es tomada al final del intervalo de bit, en el tiempo $t = T$.

El integrador entrega una salida, la cual es la integral de su entrada multiplicada por $1/RC$. Usando $\tau = RC$ tenemos

$$v_o(T) = \frac{1}{\tau} \int_0^T [s(t) + n(t)] dt = \frac{1}{\tau} \int_0^T s(t) dt + \frac{1}{\tau} \int_0^T n(t) dt \quad \text{Ec. 73}$$

El voltaje muestreado debido a la señal es

$$s_o(T) = \frac{1}{\tau} \int_0^T V dt = \frac{VT}{\tau} \quad \text{Ec. 74}$$

El voltaje muestreado debido al ruido es

$$n_o(T) = \frac{1}{\tau} \int_0^T n(t) dt \quad \text{Ec. 75}$$

Este voltaje muestreado del ruido $n_o(T)$ es una variable aleatoria gaussiana a diferencia de $n(t)$, el cual es un proceso aleatorio gaussiano.

La potencia del ruido que equivale a la varianza de $n_o(T)$ se encontró anteriormente, la cual es

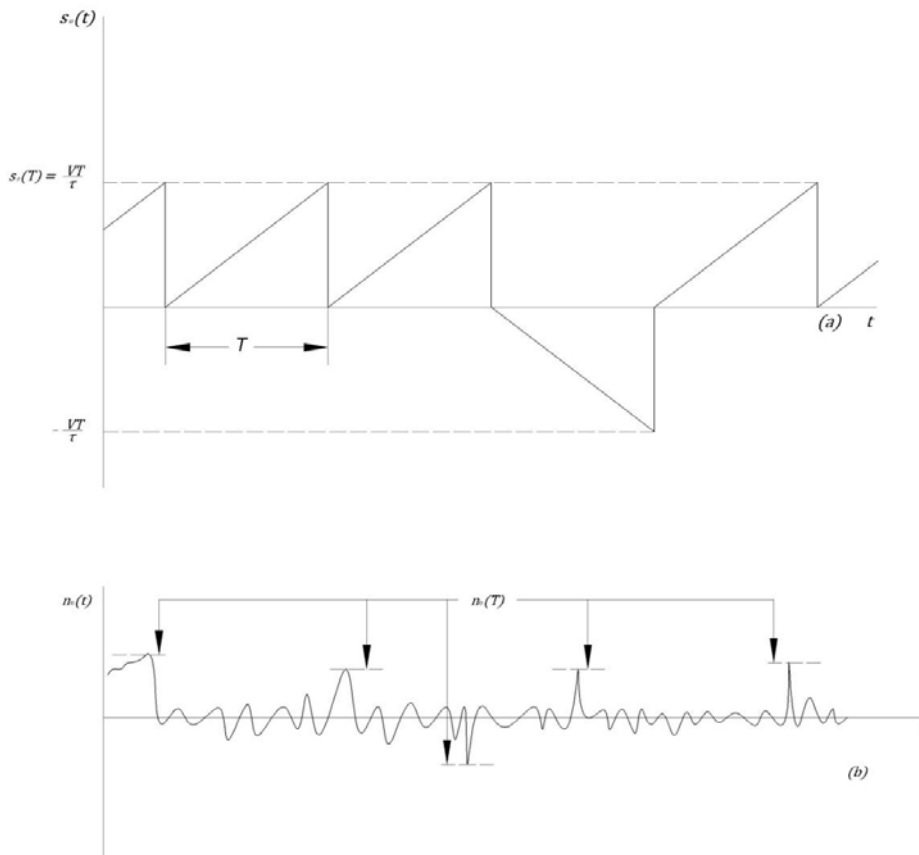
$$\sigma_o^2 = \overline{n_o^2(T)} = \frac{\eta T}{2\tau^2} \quad \text{Ec. 76}$$

La salida del integrador, antes del interruptor de muestreo, es $v_o(t) = s_o(t) + n_o(t)$. Como se muestra en la figura 15.a, la señal de salida $s_o(t)$ es una rampa, en cada intervalo de bit, de duración T . Al final del intervalo, la rampa alcanza el voltaje $s_o(T)$ el cual es $+VT/\tau$ o $-VT/\tau$, dependiendo de si el bit es un 1 o un 0. Al final de cada intervalo, el interruptor SW_1 , en la figura 14, se cierra momentáneamente para descargar el capacitor así que $s_o(t)$ cae a cero.

El ruido $n_o(t)$, que se muestra en la figura 15.b, también inicia cada intervalo con $n_o(0) = 0$ y posee el valor aleatorio $n_o(T)$ al final de cada intervalo. El interruptor de muestreo SW_2 se cierra brevemente justo antes de cerrar SW_1 y así lee el voltaje

$$v_o(t) = s_o(t) + n_o(t) \quad \text{Ec. 77}$$

Figura 15. (a) La señal de salida y (b) el ruido de salida del integrador de la figura 14



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 444.

Se pretende que el voltaje de la señal de salida sea lo más grande posible en comparación con el voltaje del ruido. Por lo tanto, una figura que amerita interés es la relación señal a ruido

$$\frac{[s_o(T)]^2}{[n_o(T)]^2} = \frac{2}{\eta} V^2 T \quad \text{Ec. 78}$$

Este resultado es calculado de las Ecs. 74 y 76. Vale la pena anotar que la relación señal a ruido crece cuando se incrementa la duración del bit T y esta depende de $V^2 T$, lo cual es la energía normalizada de la señal de bit. Por lo tanto, un bit representado por una señal estrecha y de amplitud alta y uno por una señal ancha y de amplitud baja serán igualmente efectivos, siempre que $V^2 T$ sea una constante.

3.3. Probabilidad de error

Ya que la función de un receptor de una transmisión de datos es poder distinguir el bit 1 del bit 0 en presencia del ruido, una característica muy importante es la probabilidad de que ocurra un error en dicha determinación. Se calculará esta probabilidad de error P_e para el receptor integrador de la figura 14. Se ha visto que la densidad de probabilidad de la muestra de ruido $n_o(T)$ es gaussiana, como aparece en la figura 16.

La densidad viene dada por

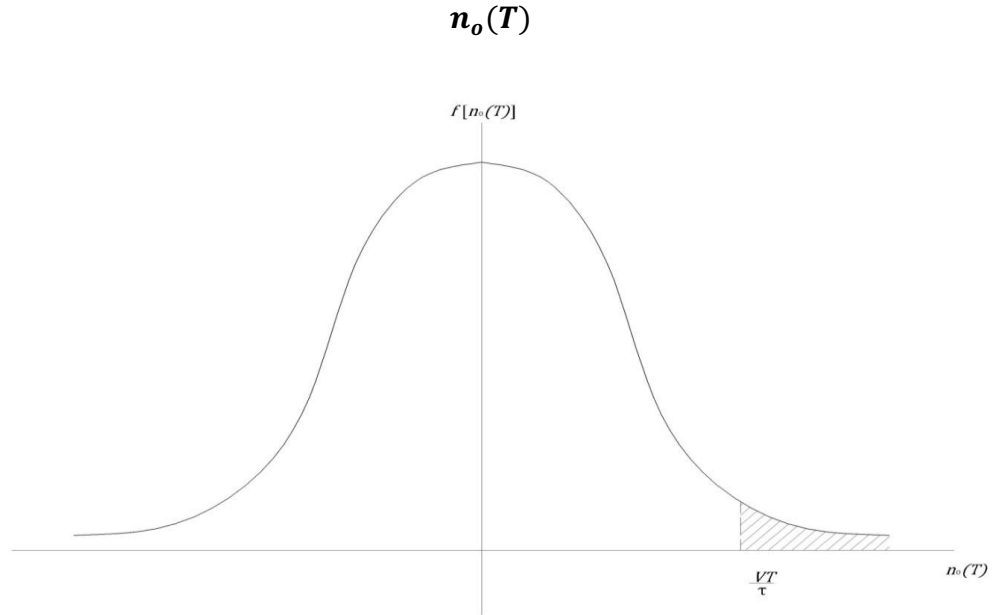
$$f[n_o(T)] = \frac{e^{-n_o^2(T)/2\sigma_o^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_o^2}} \quad \text{Ec. 79}$$

Donde σ_o^2 , la varianza, es $\sigma_o^2 \equiv \overline{n_o^2(T)}$. Suponga, entonces, que durante algún intervalo de bit el voltaje de la señal de entrada se mantiene, por ejemplo, a $-V$. Entonces, en el tiempo de muestreo, el voltaje de muestra de la señal es $s_o(T) = -VT/\tau$, mientras la muestra del ruido es $n_o(T)$. Si $n_o(T)$ es positivo y más grande en magnitud que VT/τ , el voltaje total muestreado $v_o(T) = s_o(T) + n_o(T)$ será positivo.

Como una muestra positiva de voltaje resultaría en un error, como se mencionó anteriormente, ya que se ha dado instrucciones al receptor para interpretar cualquier muestra positiva de voltaje como si el valor durante el intervalo de bit fue $+V$. La probabilidad de que esta mala interpretación ocurra es la probabilidad de que $n_o(T) > VT/\tau$, la cual es dada por el área de la región sombreada en la figura 16. La probabilidad de error es, usando la Ec. 79

$$P_e = \int_{VT/\tau}^{\infty} f[n_o(T)] dn_o(T) = \int_{VT/\tau}^{\infty} \frac{e^{-n_o^2(T)/2\sigma_o^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_o^2}} dn_o(T) \quad \text{Ec. 80}$$

Figura 16. **Densidad de probabilidad gaussiana de la muestra de ruido**



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 445.

Definiendo $x \equiv n_o(T)/\sqrt{2}\sigma_o$, y usando la Ec. 76, la Ec. 80 puede reescribirse como

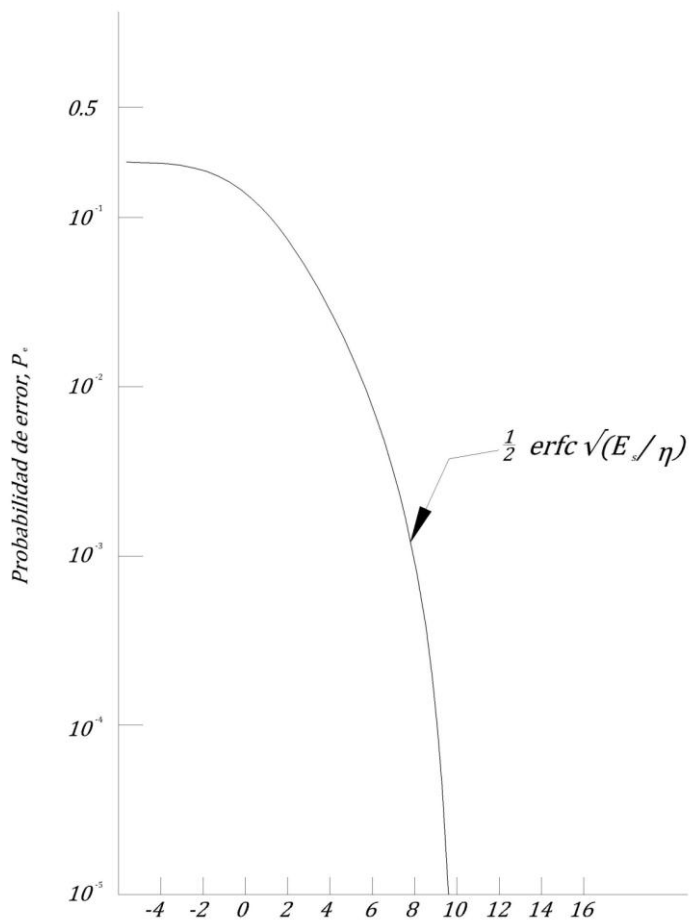
$$P_e = \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x=V\sqrt{T}/\eta}^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(V \sqrt{\frac{T}{\eta}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{V^2 T}{\eta} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E_s}{\eta} \right)^{1/2} \quad \text{Ec. 81}$$

En donde $E_s = V^2 T$ es la energía de señal de un bit.

Si la señal de voltaje se muestreara durante algún intervalo de bit $+V$, se puede ver claramente a partir de la simetría de la situación que la probabilidad de error estaría nuevamente dada por P_e en la Ec. 81, la cual da P_e de una forma general.

La probabilidad de error P_e se grafica en la figura 17. Note que P_e decrece rápidamente conforme E_s/η crece. El máximo valor de P_e es $\frac{1}{2}$. Así, aún si la señal se pierde por completo en el ruido de tal forma que cualquier determinación del receptor es pura suposición, el receptor no podrá estar mal más allá de la mitad del tiempo en promedio.

Figura 17. Variación de P_e versus E_s/η



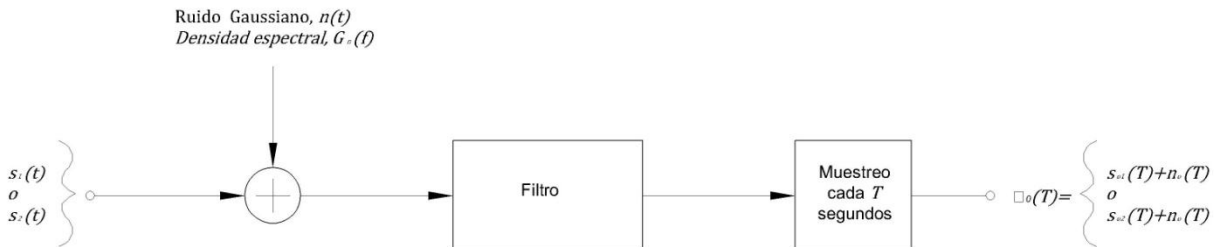
Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 446.

3.4. El filtro óptimo

En el sistema receptor de la figura 14 la señal es pasada a través de un filtro (el integrador), de tal forma que en el tiempo de muestreo el voltaje de la señal pueda acentuarse en comparación con el voltaje del ruido. Esto lleva a la pregunta si el integrador es el filtro óptimo para el propósito de minimizar la probabilidad de error. Se verá que para la señal recibida contemplada en el sistema de la figura 14 el integrador es de hecho el filtro óptimo. Sin embargo, antes de regresar específicamente al integrador, se discutirán los filtros óptimos de una forma general.

Asúmase que la señal recibida es una onda binaria. Un dígito binario (bit) es representado por una onda de señal $s_1(t)$ la cual persiste por un tiempo T , mientras que el otro bit es representador por la onda $s_2(t)$, la cual también tiene un intervalo de duración T . Por ejemplo, en el caso de transmisión en banda base, como se muestra en la figura 14, $s_1(t) = +V$, mientras $s_2(t) = -V$. Para otros sistemas de modulación diferentes ondas son transmitidas. Por ejemplo, para una señal PSK, $s_1(t) = A \cos \omega_0 t$ y $s_2(t) = -A \cos \omega_0 t$. Para el caso de una señal FSK, $s_1(t) = A \cos(\omega_0 + \Omega)t$ y $s_2(t) = A \cos(\omega_0 - \Omega)t$. Como se muestra en la figura 18, la entrada, que puede ser $s_1(t)$ o $s_2(t)$, es dañada por la adición del ruido $n(t)$.

Figura 18. **Un receptor de señales codificadas en binario**



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 447.

El ruido es gaussiano y tiene una densidad espectral $G(f)$. En la mayoría de los casos de interés, el ruido es blanco, así que $G(f) = \eta/2$. Sin embargo, se asumirá lo más general posible, sin que esto introduzca una mayor complicación. La señal y el ruido son filtrados y después muestreados al final de cada intervalo de bit. La muestra de salida puede ser $v_o(T) = s_{o1}(T) + n_o(T)$ o bien $v_o(T) = s_{o2}(T) + n_o(T)$. Se asume que inmediatamente después de cada muestra, todos los elementos que almacenan energía se descargan.

En la ausencia de ruido, la salida simplemente sería $v_o(T) = s_{o1}(T)$ o $s_{o2}(T)$. Cuando el ruido está presente, se ha visto que se minimiza la probabilidad de que un error ocurra asumiendo que $s_1(t)$ ha sido transmitido si $v_o(T)$ está más cercano a $s_{o1}(T)$ que a $s_{o2}(T)$. Similarmente, se asume que $s_2(t)$ ha sido transmitido si $v_o(T)$ está más cercano a $s_{o2}(T)$. El límite de la decisión está entonces a la mitad entre $s_{o1}(T)$ y $s_{o2}(T)$. Por ejemplo en el sistema de banda base de la figura 14, donde $s_{o1}(T) = VT/\tau$ y $s_{o2}(T) = -VT/\tau$, el límite de decisión es $v_o(T) = 0$. En general, el límite de decisión será

$$v_o(T) = \frac{s_{o1}(T) + s_{o2}(T)}{2} \quad \text{Ec. 82}$$

La probabilidad de error para este caso general puede deducirse con una extensión de las consideraciones usadas en el caso de banda base. Suponga que $s_{o1}(T) > s_{o2}(T)$ y que $s_2(t)$ se ha transmitido. Si, en el tiempo de muestreo, el ruido $n_o(T)$ es positivo y más grande en magnitud que la diferencia de voltaje $\frac{1}{2}[s_{o1}(T) + s_{o2}(T)] - s_{o2}(T)$, se producirá un error. Es decir, se tendrá un error si

$$n_o(T) \geq \frac{s_{o1}(T) - s_{o2}(T)}{2} \quad \text{Ec. 83}$$

La probabilidad de error es, entonces,

$$P_e = \int_{[s_{o1}(T) - s_{o2}(T)]/2}^{\infty} \frac{e^{-n_o^2(T)/2\sigma_o^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_o^2}} dn_o(T) \quad \text{Ec. 84}$$

Si se hace la sustitución $x \equiv n_o(T)/\sqrt{2}\sigma_o$, la ecuación anterior se transforma en

$$P_e = \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{[s_{o1}(T) - s_{o2}(T)]/2\sqrt{2}\sigma_o}^{\infty} e^{-x^2} dx \quad \text{Ec. 85}$$

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc} \left[\frac{s_{o1}(T) - s_{o2}(T)}{2\sqrt{2}\sigma_o} \right] \quad \text{Ec. 86}$$

La función de error complementario es una función que decrece monótonamente con su argumento. Por lo tanto, como era de anticiparse, P_e decrece conforme la diferencia $s_{o1}(T) - s_{o2}(T)$ se hace más grande y conforme el voltaje rms del ruido σ_o se hace más pequeño.

El filtro óptimo es, entonces, aquel que maximiza la relación

$$\gamma = \frac{s_{o1}(T) - s_{o2}(T)}{\sigma_o} \quad \text{Ec. 87}$$

Se calculará ahora la función de transferencia $H(f)$ de este filtro óptimo. Para facilitar los cálculos matemáticos se maximizará γ^2 en vez de γ .

El requisito fundamental que hacemos de un receptor de datos binarios codificados es que pueda distinguir los voltajes $s_1(t) + n(t)$ y $s_2(t) + n(t)$. Hemos visto que la capacidad de un receptor para hacer esto depende de qué tan grande puede hacer γ el receptor en particular. Es importante notar que γ no es proporcional a $s_1(t)$ ni a $s_2(t)$ sino más bien a la *diferencia* entre ellas. Por ejemplo, en el sistema de banda base representamos las señales por niveles de voltaje $+V$ y $-V$. Pero, claramente, si nuestro único interés consistía en distinguir los niveles, bien podría hacerse utilizando $+2$ voltios y 0 voltios, o $+8$ voltios y $+6$ voltios, etc. (Los niveles $+V$ y $-V$ tienen la ventaja de requerir la menor potencia promedio para ser transmitidos).

Por lo tanto, mientras $s_1(t)$ o $s_2(t)$ es la señal recibida, la señal que es comparada con el ruido, es decir, la señal que es relevante en todo el cálculo de la probabilidad de error, es la señal de diferencia

$$p(t) \equiv s_1(t) - s_2(t) \quad \text{Ec. 88}$$

Por lo tanto, con el fin de calcular la probabilidad mínima de error, se asume que la señal de entrada al filtro óptimo es $p(t)$.

La correspondiente *señal de salida* del filtro es entonces

$$p_o(t) \equiv s_{o1}(t) - s_{o2}(t) \quad \text{Ec. 89}$$

Ahora se hace que $P(f)$ y $P_o(f)$ sean las transformadas de Fourier, respectivamente, de $p(t)$ y $p_o(t)$.

Si $H(f)$ es la función de transferencia del filtro

$$P_o(f) = H(f) P(f) \quad \text{Ec. 90}$$

y

$$p_o(T) = \int_{-\infty}^{\infty} P_o(f) e^{j2\pi fT} df = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) P(f) e^{j2\pi fT} df \quad \text{Ec. 91}$$

El ruido de entrada al filtro óptimo es $n(t)$. El ruido de salida es $n_o(t)$ que tiene una densidad espectral de potencia $G_{n_o}(f)$ y está relacionada con la densidad espectral de potencia del ruido de entrada $G_n(f)$ por

$$G_{n_o}(f) = |H(f)|^2 G_n(f) \quad \text{Ec. 92}$$

Usando el teorema de Parseval, se encuentra que la potencia normalizada del ruido de salida, es decir, la varianza del ruido σ_o^2 es

$$\sigma_o^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G_{n_o}(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 G_n(f) df \quad \text{Ec. 93}$$

De las ecuaciones 91 y 93 se encuentra que

$$\gamma^2 = \frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)P(f)e^{j2\pi fT} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 G_n(f) df} \quad \text{Ec. 94}$$

La ecuación anterior no se altera por la inclusión o supresión del símbolo de valor absoluto en el numerador ya que la cantidad dentro del símbolo de magnitud $p_o(t)$ es un número real positivo. El símbolo ha sido incluido, sin embargo, a fin de permitir un mayor desarrollo de la ecuación a través del uso de la *desigualdad de Schwarz*.

La *desigualdad de Schwarz* dice que, dadas funciones arbitrarias complejas $X(f)$ y $Y(f)$, de una variable común f , entonces

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} X(f)Y(f)df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |Y(f)|^2 df \quad \text{Ec. 95}$$

El signo igual aplica cuando

$$X(f) = KY^*(f) \quad \text{Ec. 96}$$

Donde K es una constante arbitraria y $Y^*(f)$ es el complejo conjugado de $Y(f)$.

Ahora, se aplica la desigualdad de Schwarz a la Ec. 94 haciendo las identificaciones

$$X(f) \equiv \sqrt{G_n(f)}H(f) \quad \text{Ec. 97}$$

$$Y(f) = \frac{1}{\sqrt{G_n(f)}} P(f)e^{j2\pi fT} \quad \text{Ec. 98}$$

Usando las ecuaciones 97 y 98 y utilizando la desigualdad de Schwarz, la Ec. 94 se puede reescribir como

$$\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} X(f)Y(f)df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |Y(f)|^2 df \quad \text{Ec. 99}$$

Usando ahora la Ec. 98

$$\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |Y(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|P(f)|^2}{G_n(f)} df \quad \text{Ec. 100}$$

La razón $p_o^2(T)/\sigma_o^2$ alcanzará su valor máximo cuando se utilice el signo igual en la Ec. 100, como es el caso cuando $X(f) = KY^*(f)$. Se encuentra entonces, a partir de las ecuaciones 97 y 98, que el filtro óptimo que produce la máxima relación $p_o^2(T)/\sigma_o^2$ tiene una función de transferencia

$$H(f) = K \frac{P^*(f)}{G_n(f)} e^{-j2\pi fT} \quad \text{Ec. 101}$$

Correspondientemente, la máxima relación es

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|P(f)|^2}{G_n(f)} df \quad \text{Ec. 102}$$

3.5. El filtro acoplado

Un filtro óptimo que alcanza la máxima relación $p_o^2(T)/\sigma_o^2$ es llamado *filtro acoplado* cuando el ruido de entrada es *blanco*. En este caso $G_n(f) = \eta/2$, y la función de transferencia es, entonces,

$$H(f) = K \frac{P^*(f)}{\eta/2} e^{-j2\pi fT} \quad \text{Ec. 103}$$

La respuesta al impulso de este filtro es

$$h(t) = \frac{2K}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} P^*(f) e^{-j2\pi fT} e^{j2\pi ft} df \quad \text{Ec. 104}$$

$$= \frac{2K}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} P^*(f) e^{j2\pi f(t-T)} df \quad \text{Ec. 105}$$

Un filtro realizable físicamente debe tener una función de transferencia que sea real; es decir, no compleja. Por lo tanto $h(t) = h^*(t)$. Reemplazando el miembro del lado derecho de la última ecuación por su complejo conjugado, una operación que deja la ecuación inalterada, se tiene

$$h(t) = \frac{2K}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} P(f) e^{j2\pi f(T-t)} df = \frac{2K}{\eta} p(T-t) \quad \text{Ec. 106}$$

finalmente, como $p(t) \equiv s_1(t) - s_2(t)$ se obtiene

$$h(t) = \frac{2K}{\eta} [s_1(T-t) - s_2(T-t)] \quad \text{Ec. 107}$$

3.6. Probabilidad de error del filtro acoplado

La probabilidad de error que resulta cuando se utiliza un filtro acoplado, puede encontrarse evaluando la máxima relación señal a ruido $[p_o^2(T)/\sigma_o^2]_{max}$ dada por la Ec. 102. Con $G_n(f) = \eta/2$ se tiene

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = \frac{2}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} |P(f)|^2 df \quad \text{Ec. 108}$$

Del teorema de Parseval se tiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} |P(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} p^2(t) dt = \int_0^T p^2(t) dt \quad \text{Ec. 109}$$

En la última integral de la ecuación anterior, los límites se toman debido a la consideración del hecho que $p(t)$ perdura solo por un tiempo T . Con $p(t) = s_1(t) - s_2(t)$ y usando la Ec. 109, la Ec. 108 se puede escribir como

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = \frac{2}{\eta} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad \text{Ec. 110}$$

$$= \frac{2}{\eta} \left[\int_0^T s_1^2(t) dt + \int_0^T s_2^2(t) dt + \int_0^T s_1(t)s_2(t) dt \right] \quad \text{Ec. 111}$$

$$= \frac{2}{\eta} (E_{s1} + E_{s2} - 2E_{s12}) \quad \text{Ec. 112}$$

Aquí E_{s1} y E_{s2} son las energías, respectivamente, en $s_1(t)$ y $s_2(t)$, mientras que E_{s12} es la energía debida a la correlación entre $s_1(t)$ y $s_2(t)$.

Supóngase que se ha seleccionado $s_1(t)$, y sea E_{s1} la energía de $s_1(t)$. Entonces, se puede demostrar que si $s_2(t)$ tiene la misma energía, la opción óptima para $s_2(t)$ es

$$s_2(t) = -s_1(t) \quad \text{Ec. 113}$$

La elección es óptima, ya que produce una señal de potencia de salida máxima $p_o^2(T)$ para una energía de señal dada. Dejando $s_2(t) = -s_1(t)$, tenemos que

$$E_{s1} = E_{s2} = -E_{s12} \equiv E_s \quad \text{Ec. 114}$$

y la Ec. 112 se convierte en

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = \frac{8E_s}{\eta} \quad \text{Ec. 115}$$

Reescribiendo la Ec. 86, usando $p_o(T) = s_{o1}(T) - s_{o2}(T)$, se tiene

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{p_o(T)}{2\sqrt{2}\sigma_o} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{p_o^2(T)}{8\sigma_o^2} \right]^{1/2} \quad \text{Ec. 116}$$

Combinando la Ec. 116 con 115, se encuentra que la mínima probabilidad de error $(P_e)_{min}$ correspondiente al máximo valor de $p_o^2(T)/\sigma_o^2$ es

$$(P_e)_{min} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{1}{8} \left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} \right\}^{1/2} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E_s}{\eta} \right)^{1/2} \quad \text{Ec. 117}$$

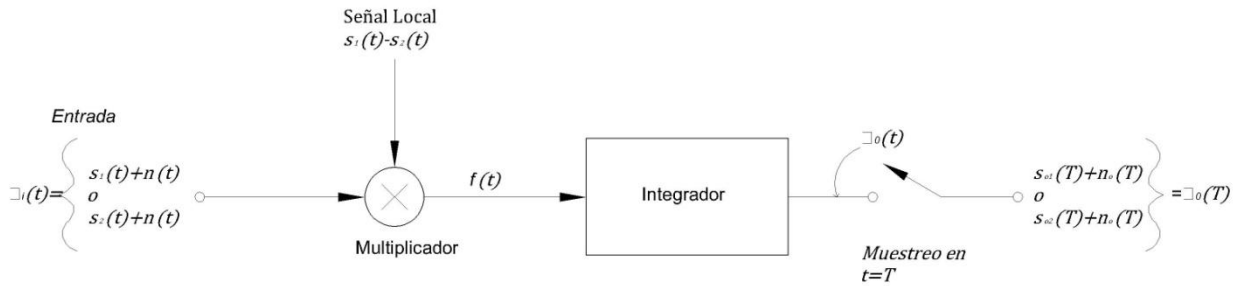
Este resultado establece más generalmente la idea de que la probabilidad de error depende únicamente de la energía de la señal y no de la forma de onda de la señal. Previamente se había establecido este punto pero solo para señales con niveles de voltaje constante. También se puede ver que este resultado entrega $(P_e)_{min}$ para el caso del filtro acoplado y cuando $s_2(t) = -s_1(t)$.

3.7. Recepción coherente: correlación

Se discutirá ahora un tipo alternativo de sistema de recepción que, como veremos, es idéntico en rendimiento con el receptor de filtro acoplado. De nuevo, como se muestra en la figura 19, la entrada es una onda binaria de datos $s_1(t)$ o $s_2(t)$ contaminada por ruido $n(t)$. La longitud del bit es T . La señal recibida más el ruido $v_i(t)$ es multiplicada por la onda $s_1(t) - s_2(t)$, generada localmente.

La salida del multiplicador se pasa a través de un integrador cuya salida se muestrea en el tiempo $t = T$. Como antes, inmediatamente después de cada muestreo, en el inicio de cada nuevo intervalo de bit, todos los elementos que almacenan energía en el integrador son descargados. Este tipo de receptor es llamado *correlador*, ya que correlaciona la señal recibida y el ruido con la onda $s_1(t) - s_2(t)$.

Figura 19. Un sistema coherente de recepción de señal



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 454.

Las salidas del correlador, tanto de señal como de ruido son

$$s_o(T) = \frac{1}{\tau} \int_0^T s_i(t)[s_1(t) - s_2(t)]dt \quad \text{Ec. 118}$$

$$n_o(T) = \frac{1}{\tau} \int_0^T n(t)[s_1(t) - s_2(t)]dt \quad \text{Ec. 119}$$

Donde $s_i(t)$ es bien $s_1(t)$ o $s_2(t)$, y donde τ es la constante del integrador. Se comparan ahora estas salidas con las salidas del filtro acoplado.

Si $h(t)$ es la respuesta al impulso del filtro acoplado, entonces la salida del filtro acoplado $v_o(t)$ puede encontrarse utilizando la integral de convolución, de la siguiente forma

$$v_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} v_i(\lambda)h(t - \lambda)d\lambda = \int_0^T v_i(\lambda)h(t - \lambda)d\lambda \quad \text{Ec. 120}$$

Los límites en la integral han sido cambiados a 0 y T ya que interesa la respuesta del filtro a un bit que se extiende solo sobre ese intervalo. Usando la Ec. 107, que proporciona $h(t)$ para el filtro acoplado, se tiene

$$h(t) = \frac{2K}{\eta} [s_1(T-t) - s_2(T-t)] \quad \text{Ec. 121}$$

entonces

$$h(t-\lambda) = \frac{2K}{\eta} [s_1(T-t+\lambda) - s_2(T-t+\lambda)] \quad \text{Ec. 122}$$

sustituyendo la Ec. 122 en la 107, se tiene

$$v_o(t) = \frac{2K}{\eta} \int_0^T v_i(\lambda) [s_1(T-t+\lambda) - s_2(T-t+\lambda)] d\lambda \quad \text{Ec. 123}$$

Como $v_i(\lambda) = s_i(\lambda) + n(\lambda)$ y $v_o(t) = s_o(t) + n_o(t)$, estableciendo que $t = T$ se tiene

$$s_o(T) = \frac{2K}{\eta} \int_0^T s_i(\lambda) [s_1(\lambda) - s_2(\lambda)] d\lambda \quad \text{Ec. 124}$$

donde $s_i(\lambda)$ es igual a $s_1(\lambda)$ o $s_2(\lambda)$. De forma similar, se encuentra que

$$n_o(T) = \frac{2K}{\eta} \int_0^T n(\lambda) [s_1(\lambda) - s_2(\lambda)] d\lambda \quad \text{Ec. 125}$$

Entonces $s_o(T)$ y $n_o(T)$, calculados a partir de las ecuaciones 118 y 119 para el receptor de correlación, y calculados a partir de las ecuaciones 124 y 125 por el receptor del filtro acoplado son idénticos. Entonces, el rendimiento de los dos sistemas es idéntico.

3.8. Probabilidad de error en sistemas PSK

Una aplicación importante del sistema de recepción coherente es usada en la modulación por desplazamiento de fase (PSK). Aquí la señal de entrada es

$$s_1(t) = A \cos \omega_0 t \quad \text{Ec. 126}$$

ó

$$s_2(t) = -A \cos \omega_0 t \quad \text{Ec. 127}$$

En el receptor, una señal local coherente $s_1(t) - s_2(t) = 2A \cos \omega_0 t$ necesita ser suministrada por el multiplicador, como se muestra en la figura 19.

Ya que en PSK $s_1(t) = -s_2(t)$, la Ec. 117 da la probabilidad de error. Entonces, en PSK, como en la transmisión de banda base,

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_s}{\eta}} \quad \text{Ec. 128}$$

Si la duración de un bit se extiende por un tiempo T , que abarca un número entero de ciclos, la energía de la señal es $E_s = A^2 T / 2$, y con esto, la probabilidad de error sería

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{A^2 T}{2\eta}} \quad \text{Ec. 129}$$

3.9. Probabilidad de error en sistemas FSK

En la modulación por desplazamiento de la frecuencia (FSK) la señal recibida puede ser

$$s_1(t) = A \cos(\omega_0 + \Omega)t \quad \text{Ec. 130}$$

ó

$$s_2(t) = A \cos(\omega_0 - \Omega)t \quad \text{Ec. 131}$$

Como se ha explicado anteriormente, una manera de sintetizar el filtro acoplado es construyendo el sistema receptor de correlación mostrado en la figura 19. Este receptor producirá precisamente el mismo rendimiento que el filtro acoplado, siempre que la onda local sea $s_1(t) - s_2(t)$. En FSK, la onda local requerida es

$$s_1(t) - s_2(t) = A \cos(\omega_0 + \Omega)t - A \cos(\omega_0 - \Omega)t \quad \text{Ec. 132}$$

Ya hemos calculado la probabilidad de error del filtro acoplado y llegado al resultado $P_e = \frac{1}{2} \sqrt{E_s/\eta}$. La derivación fue general y puede aplicarse al presente caso, excepto por el hecho de que anteriormente se asumió que $s_1(t) = -s_2(t)$. Esta suposición obviamente no es válida para FSK.

Para calcular la probabilidad de error para FSK se calculará nuevamente la relación máxima $p_o^2(T)/\sigma_o^2$. Empezando entonces con la Ec. 110

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = \frac{2}{\eta} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad \text{Ec. 133}$$

Sustituyendo $s_1(t)$ y $s_2(t)$ dadas por las Ecs. 130 y 131 en la 133 y realizando la integral indicada, se encuentra que

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = \frac{2A^2T}{\eta} \left[1 - \frac{\sin 2\Omega T}{2\Omega T} + \frac{1}{2} \frac{\sin[2(\omega_0 + \Omega)T]}{2(\omega_0 + \Omega)T} - \frac{1}{2} \frac{\sin[2(\omega_0 - \Omega)T]}{2(\omega_0 - \Omega)T} - \frac{\sin 2\omega_0 T}{2\omega_0 T} \right] \quad \text{Ec. 134}$$

Si se asume que la frecuencia del desplazamiento angular Ω es muy pequeña en comparación con la frecuencia angular de la portadora ω_0 , lo cual es una situación usualmente encontrada en un sistema físico, entonces, de los últimos tres términos en la Ec. 134, cada uno tiene la forma $(\sin 2\omega_0 T)/2\omega_0 T$. Esta relación se aproxima a cero conforme $\omega_0 T$ aumenta. Además, se asume, como generalmente es el caso, que $\omega_0 T \gg 1$. Por lo tanto, se pueden ignorar estos últimos tres términos. Por último, tenemos

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = \frac{2A^2T}{\eta} \left(1 - \frac{\sin 2\Omega T}{2\Omega T} \right) \quad \text{Ec. 135}$$

La cantidad $[p_o^2(T)/\sigma_o^2]_{max}$ en la ecuación anterior alcanza su valor máximo cuando Ω se escoge de tal forma que $2\Omega T = 3\pi/2$. Para este valor de Ω tenemos

$$\left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} = 2.42 \frac{A^2T}{\eta} = 4.84 \frac{(A^2/2)T}{\eta} \quad \text{Ec. 136}$$

La probabilidad de error, calculada usando la Ec. 116 con $[p_o^2(T)/\sigma_o^2]_{max}$ dada en la Ec. 136 es

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{1}{8} \left[\frac{p_o^2(T)}{\sigma_o^2} \right]_{max} \right\}^{1/2} \simeq \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(0.6 \frac{E_s}{\eta} \right)^{1/2} \quad \text{Ec. 137}$$

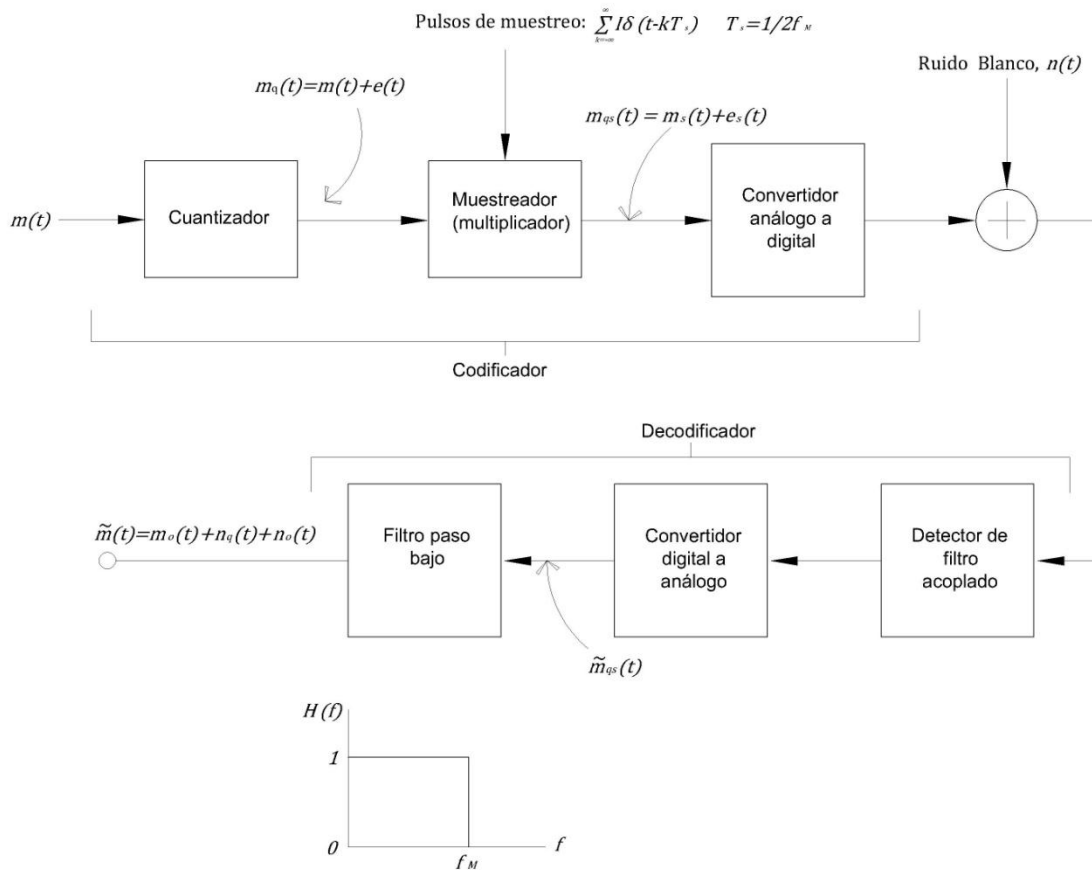
donde la energía de la señal es $E_s = A^2T/2$.

Comparando la probabilidad de error obtenida para FSK con la probabilidad de error obtenida para PSK, se puede ver que igual probabilidad de error en cada sistema puede alcanzarse si la energía de señal en la señal PSK es 0.6 veces más grande que la energía de la señal en FSK. Como resultado, un decremento de 2-dB en la potencia de la señal transmitida es requerido para FSK. La razón por la que FSK es inferior a PSK es que en PSK $s_1(t) = -s_2(t)$, mientras que en FSK esta condición no se satisface. Por lo tanto, aunque un filtro óptimo se utiliza en cada caso, PSK resulta considerablemente mejor comparado con FSK.

4. RUIDO EN SISTEMAS PCM

Un sistema de transmisión binaria PCM se muestra en la figura 20.

Figura 20. Un codificador – decodificador binario PCM



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 488.

La señal de banda base $m(t)$ es cuantizada, dando lugar a la señal cuantizada $m_q(t)$, donde

$$m_q(t) = m(t) + e(t) \quad \text{Ec. 138}$$

El término $e(t)$ es la señal de error la cual resulta del proceso de cuantización. La señal cuantizada posteriormente es muestreada. La toma de muestras se realiza a la tasa de Nyquist. El intervalo de muestreo es $T_s = 1/2f_M$, donde f_M es la frecuencia a la cual la señal $m(t)$ es limitada.

La toma de muestras se lleva a cabo multiplicando la señal $m_q(t)$ por una onda que consiste de un tren periódico de pulsos, los cuales están separados por el intervalo de muestreo T_s . Se puede asumir que los pulsos de muestreo son los suficientemente angostos como para considerar que el muestreo es instantáneo. Con dicho muestreo instantáneo, la señal muestreada puede ser reconstruida exactamente pasando la secuencia de muestras a través de un filtro paso bajo con una frecuencia de corte en f_M . Ahora, por conveniencia matemática, se representará cada pulso de muestra como un impulso. Tal impulso es infinitamente estrecho pero se caracteriza por tener un área finita. El área de un impulso se conoce como su **fuerza**, y un impulso con una **fuerza** I se escribe $I\delta(t)$. El tren de impulsos que usaremos para el muestreo es entonces $S(t)$, dado por

$$S(t) = I \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad T_s = \frac{1}{2f_M} \quad \text{Ec. 139}$$

De las ecuaciones 138 y 139, la señal cuantizada $m_q(t)$, después del muestreo se convierte en $m_{qs}(t)$ y se escribe como

$$m_{qs}(t) = m(t) I \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) + e(t) I \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad \text{Ec. 140}$$

$$= m_s(t) \quad \quad \quad + e_s(t) \quad \quad \quad \text{Ec. 141}$$

La señal muestreada y cuantizada $m_{qs}(t)$, la cual consiste en la suma de dos trenes de impulsos modulados en amplitud, es aplicada a la entrada de un convertidor análogo digital (ADC). En un sistema físico, la entrada al ADC es un tren de pulsos cuantizados, modulados en amplitud. La salida binaria del ADC es transmitida sobre un canal de comunicación y llega al receptor contaminada como resultado de la adición del ruido térmico blanco $n(t)$.

La transmisión puede ser directa, o bien, la señal de salida binaria puede ser usada para modular una portadora como en FSK o PSK. En cualquier caso, la señal recibida es detectada por un filtro acoplado para minimizar los errores en la determinación de cada bit binario y después a través de un convertidor digital a análogo (DAC). La salida del DAC es llamada $\widetilde{m}_{qs}(t)$. En ausencia de ruido térmico y asumiendo ganancia unitaria de la entrada del ADC a la salida del DAC, se tiene que $\widetilde{m}_{qs}(t) = m_{qs}(t)$.

Finalmente, la señal $\widetilde{m}_{qs}(t)$ se pasa por un filtro paso bajo de banda base. A la salida de este filtro se encuentra una señal $m_o(t)$ la cual, aparte de una posible diferencia en amplitud, es exactamente la onda de la señal original en banda base $m(t)$. Sin embargo esta señal de salida es acompañada por una onda de ruido $n_q(t)$, la cual se debe a la cuantización, y también por una onda de ruido adicional $n_{th}(t)$, debida al ruido térmico.

4.1. Ruido de cuantización

Se va a ignorar por ahora el efecto del ruido térmico y se va a calcular la potencia de salida debida al ruido de cuantización en el sistema PCM de la figura 20.

La onda de error de cuantización muestreada, como está dada por la Ec. 141, es

$$e_s(t) = e(t) I \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad \text{Ec. 142}$$

Es preciso señalar que, si la tasa de muestreo es seleccionada a la tasa de Nyquist para la señal de banda base $m(t)$, la tasa de muestreo será inadecuada para poder reconstruir la señal de error $e(t)$ a partir de las muestras de $e_s(t)$. Este caso se deduce claramente de la figura 21. En la figura 21.a se muestra la relación entre $m(t)$ y $m_{q_s}(t)$, mientras en la figura 21.b se muestra la onda de error $e(t)$ como una función de $m(t)$. Los niveles de cuantización están separados por una cantidad S . Se observa en la figura 21.b que $e(t)$ ejecuta un ciclo completo y exhibe una discontinuidad abrupta cada vez que $m(t)$ hace un recorrido de cantidad S . Aquí, el rango espectral de $e(t)$ se extiende mucho más allá del límite de banda f_M de $m(t)$

Para encontrar la potencia de salida del ruido de cuantización N_q , se necesita la densidad espectral de potencia del error de cuantización muestreado $e_s(t)$. Como $\delta(t - kT_s) = 0$ excepto cuando $t = kT_s$, $e_s(t)$, se puede escribir como

$$e_s(t) = I \sum_{k=-\infty}^{\infty} e(kT_s) \delta(t - kT_s) \quad \text{Ec. 143}$$

La onda de la Ec. 143 consiste en una secuencia de impulsos de área $A = e(kT_s)I$ ocurriendo a intervalos T_s . La cantidad $e(kT_s)$ es el error de cuantización en el tiempo de muestreo y es una variable aleatoria.

Debido a estas características, la densidad espectral de potencia $G_{e_s}(f)$ del ruido de cuantización muestreado es

$$G_{e_s}(f) = \frac{I^2}{T_s} \overline{e^2(kT_s)} \quad \text{Ec. 143}$$

Si los niveles de cuantización están separados por una cantidad S , entonces el error de cuantización está dado por

$$\overline{e^2(t)} = \frac{S^2}{12} \quad \text{Ec. 144}$$

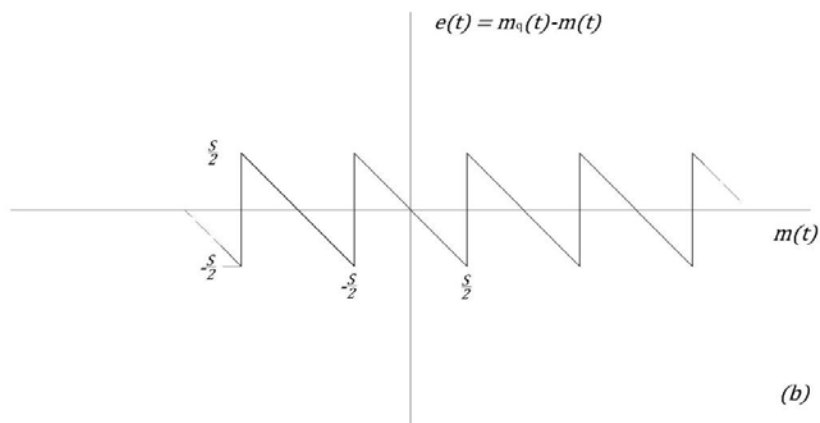
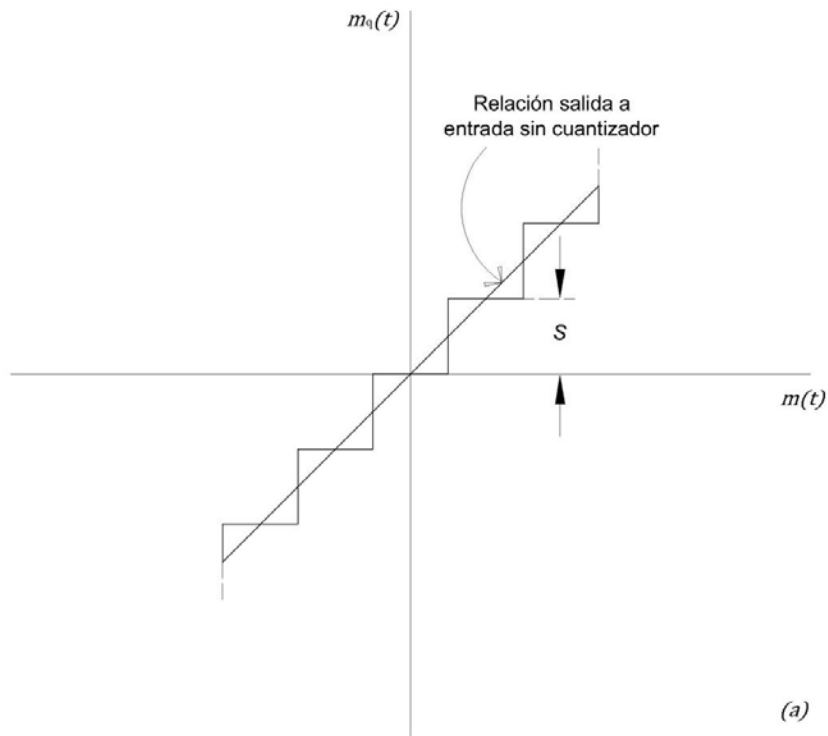
La Ec. 143 implica $\overline{e^2(kT_s)}$ más que $\overline{e^2(t)}$. Sin embargo, como la densidad de probabilidad de $e(t)$ no depende del tiempo, la varianza de $e(t)$ es igual a la varianza de $e(t = kT_s)$. Entonces,

$$\overline{e^2(t)} = \overline{e^2(kT_s)} = \frac{S^2}{12} \quad \text{Ec. 145}$$

La densidad espectral de potencia sería, entonces,

$$G_{e_s}(f) = \frac{I^2 S^2}{T_s 12} \quad \text{Ec. 146}$$

Figura 21. (a) Gráfica de $m_q(t)$ como una función de $m(t)$. (b) Gráfica de $e(t)$ como una función de $m(t)$



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 489.

Finalmente, el ruido de cuantización N_q es

$$N_q = \int_{-f_M}^{f_M} G_{e_s}(f) df = \frac{I^2 S^2}{T_s^2 12} 2f_M = \frac{I^2 S^2}{T_s^2 12} \quad \text{Ec. 147}$$

ya que $2f_M = 1/T_s$.

Más importante que el ruido de cuantización es la relación señal a ruido de cuantización. Para determinar esta relación se debe calcular la potencia de la señal de salida, expresada en términos del tamaño del paso de cuantización S .

4.2. Potencia de la señal de salida

La señal muestreada que aparece en la entrada del filtro de banda base mostrado en la figura 20 es dada por $m_s(t)$ como

$$m_s(t) = m(t) I \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad \text{Ec. 148}$$

Como el tren de impulsos es periódico puede representarse por una serie de Fourier. Ya que los impulsos tienen un área I y están separados por un tiempo T_s , el primer término en la serie de Fourier es la componente dc la cual es $1/T_s$. Entonces, la señal $m_o(t)$ a la salida del filtro de banda base es

$$m_o(t) = \frac{I}{T_s} m(t) \quad \text{Ec. 149}$$

Como $T_s = 1/2f_M$, los otros términos de la serie caen fuera de la banda de paso del filtro. La potencia de salida normalizada de la señal es

$$\overline{m_o^2} = \frac{I^2}{T_s^2} \overline{m^2(t)} \quad \text{Ec. 150}$$

Ahora, se va a expresar $\overline{m^2(t)}$ en términos del número de niveles de cuantización y el tamaño de paso S . Para hacer esto se asume que la señal puede variar de $-MS/2$ a $+MS/2$; es decir, se asume que el valor instantáneo de $m(t)$ puede caer en cualquier parte en un rango posible de MS voltios con igual probabilidad. Entonces, la densidad de probabilidad del valor instantáneo de m es $f(m)$ dada por

$$f(m) = \frac{1}{MS} \quad \text{Ec. 151}$$

La varianza de $m(t)$, es decir $\overline{m^2(t)}$, es

$$\overline{m^2(t)} = \int_{-MS/2}^{MS/2} m^2 f(m) dm = \int_{-MS/2}^{MS/2} \frac{m^2 dm}{MS} = \frac{M^2 S^2}{12} \quad \text{Ec. 152}$$

Por lo tanto, de la Ec. 150, la potencia de la señal de salida es

$$s_o = \overline{m_o^2} = \frac{I^2}{T_s^2} \frac{M^2 S^2}{12} \quad \text{Ec. 153}$$

De las ecuaciones 147 y 153 se puede encontrar que la relación señal a ruido de cuantización es

$$\frac{s_o}{N_q} = M^2 = (2^N)^2 = 2^{2N} \quad \text{Ec. 154}$$

donde N es el número de dígitos binarios necesarios para asignar individualmente los códigos binarios designados para los M niveles de cuantización.

4.3. Ruido térmico

El efecto del ruido térmico aditivo causa que el detector de filtro acoplado de la figura 20 produzca un error ocasional en la determinación de si un 1 binario o un 0 binario ha sido transmitido. Como ya se ha visto, si el ruido térmico es blanco y gaussiano, la probabilidad de un error depende de la relación E_b/η , donde E_b es la energía de la señal transmitida durante un bit y $\eta/2$ es la densidad espectral de potencia del ruido. La probabilidad de error depende también de la forma de modulación empleada, es decir, transmisión directa, PSK, FSK, etc.

Por lo general, los sistemas PCM operan con probabilidades de error lo suficientemente pequeñas como para poder ignorar la probabilidad de que más de un solo bit erróneo ocurra en una sola palabra. A manera de ejemplo, si la probabilidad de error $P_e = 10^{-5}$ y una palabra tiene 8 bits ($N = 8$), podemos esperar, en promedio, que una palabra tendrá error por cada 12,500 palabras transmitidas. En realidad, la probabilidad de que dos bits contengan error en la misma palabra de 8 bits cuando $P_e = 10^{-5}$ es $P_2 = \binom{8}{2} P_e^2 (1 - P_e)^6 \approx 28 \times 10^{-10}$.

Supóngase que una palabra código usada para identificar un nivel de cuantización tiene N dígitos binarios. Se supone, además, que la asignación de palabras código para los niveles es por orden de la importancia numérica de la palabra. Así se asigna 00...00 para el nivel más negativo, 00...01 para el siguiente nivel, así hasta que el nivel más positivo es asignado con la palabra código 11...11.

Un error que se produce en el bit menos significativo de la palabra código corresponde a una determinación incorrecta de la cantidad S en el valor cuantizado $m_s(t)$ de la señal muestreada. Un error en el siguiente bit

significativo corresponde a un error $2S$, en el siguiente nivel $4S$, etc. Se llamará al error Δm_s . Entonces, asumiendo que un error puede ocurrir con igual probabilidad en cualquier bit de la palabra, la varianza del error es

$$\overline{(\Delta m_s)^2} = \frac{1}{N} [S^2 + (2S)^2 + (4S)^2 + (8S)^2 + \dots + (2^{N-1}S)^2] \quad \text{Ec. 155}$$

La suma de la progresión geométrica en la Ec. 155 es

$$\overline{(\Delta m_s)^2} = \frac{2^{2N}-1}{3N} S^2 \cong \frac{2^{2N}}{3N} S^2 \quad \text{Ec. 156}$$

para $N \geq 2$.

La discusión anterior indica que el efecto de los errores del ruido térmico puede tomarse en cuenta sumando, en la entrada del ADC en la figura 20, un voltaje de error Δm_s , y borrando la fuente de ruido blanco en el filtro acoplado. Se asume ganancia unitaria de la entrada del ADC a la salida del DAC. Entonces, el mismo voltaje de error aparece en la entrada del filtro paso bajo de banda base. El resultado de una sucesión de errores es un tren de impulsos. Estos impulsos son de amplitud aleatoria y ocurren en un tiempo aleatorio.

Un impulso de error de ruido térmico ocurre en cada ocasión cuando una palabra tiene un error. Con P_e la probabilidad de error en un bit, la separación media entre bits que están en error es $1/P_e$ bits. Con N bits por palabra, la separación media entre palabras que tienen error es $1/NP_e$ palabras. Las palabras están separadas en el tiempo por el intervalo de muestreo T_s . Por lo tanto, el tiempo medio entre palabras que están en error es T , dado por

$$T = \frac{T_s}{NP_e} \quad \text{Ec. 157}$$

Podemos encontrar que la densidad espectral de potencia del tren de impulsos de error del ruido térmico es

$$G_{th}(f) = \frac{I^2 \overline{(\Delta m_s)^2}}{T} = \frac{NP_e I^2 \overline{(\Delta m_s)^2}}{T_s} \quad \text{Ec. 158}$$

Usando la Ec. 157 se tiene

$$G_{th}(f) = \frac{2^{2N} S^2 P_e I^2}{3T_s} \quad \text{Ec. 159}$$

Por último, la salida de potencia debida al error del ruido térmico es

$$N_{th} = \int_{-f_M}^{f_M} G_{th}(f) df = \frac{2^{2N} S^2 P_e I^2}{3T_s^2} \quad \text{Ec. 160}$$

ya que $T_s = 1/2f_M$.

4.4. Relación señal a ruido en PCM

La relación señal a ruido de salida, incluyendo tanto el ruido de cuantización como térmico, se encuentra combinando las ecuaciones 147, 153 y 160. El resultado es

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{S_o}{N_q + N_{th}} = \frac{(I^2/T_s^2)(M^2 S^2/12)}{(I^2/T_s^2)(S^2/12) + (I^2/T_s^2)(P_e 2^{2N} S^2/3)} = \frac{2^{2N}}{1 + 4P_e 2^{2N}} \quad \text{Ec. 161}$$

en donde hemos usado el hecho que $M = 2^N$.

En PSK o en transmisión directa se tiene que

$$(P_e)_{PSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{\eta}} \quad \text{Ec. 162}$$

Donde E_b es la energía de la señal de un bit y $\eta/2$ es la densidad espectral de potencia del ruido térmico. También para la recepción coherente de FSK se tiene que

$$(P_e)_{FSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{0.6 \frac{E_b}{\eta}} \quad \text{Ec. 163}$$

Para calcular E_b , notamos que si una muestra es tomada a intervalos de T_s , y la palabra de N bits ocupa el intervalo entero entre muestras, entonces un bit tiene una duración T_s/N . Si la potencia de la señal recibida es S_i , la energía E_b asociada con un solo bit es

$$E_b = S_i \frac{T_s}{N} = S_i \frac{1}{2f_M N} \quad \text{Ec. 164}$$

Combinando las ecuaciones 161, 162 y 164 encontramos

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{PSK} = \frac{2^{2N}}{1 + 2^{2N+1} \operatorname{erfc} \sqrt{(1/2N)(S_i/\eta f_M)}} \quad \text{Ec. 165}$$

Usando la ecuación 163 en lugar de 162 tenemos

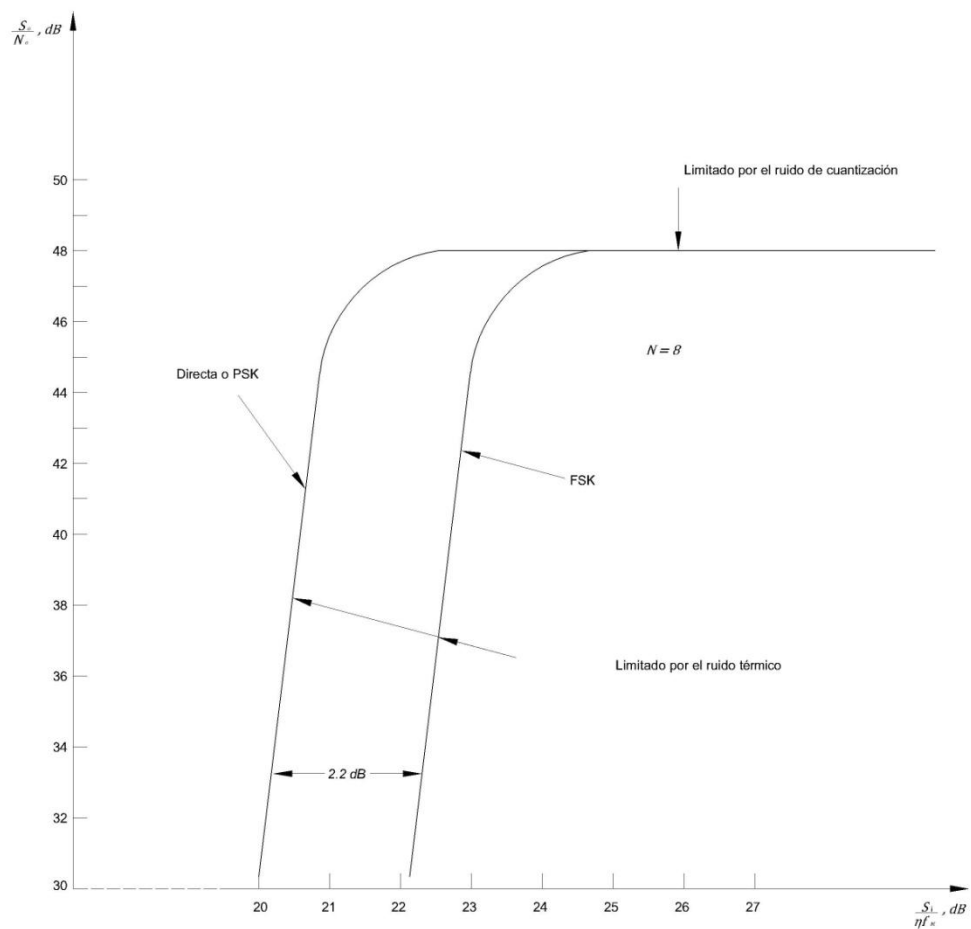
$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{FSK} = \frac{2^{2N}}{1 + 2^{2N+1} \operatorname{erfc} \sqrt{(0.3/N)(S_i/\eta f_M)}} \quad \text{Ec. 166}$$

Las ecuaciones 165 y 166 se grafican en la figura 22 para $N = 8$. Note que para $S_i/\eta f_M \gg 1$ y $N = 8$

$$\left(\frac{S_o}{N_o}\right)_{PSK,FSK} = 10 \log(2^{16}) = 48 \text{ dB} \quad \text{Ec. 167}$$

Observe que ambos sistemas PCM presentan un umbral. El umbral de FSK ocurre cuando $S_i/\eta f_M$ es 2.2 dB más grande que el de PSK.

Figura 22. **Comparación de los sistemas de transmisión PCM**



Fuente: Taub, Herbert; Schilling, Donald L. *Principles of communication systems*. p. 494.

5. DISEÑO DE UN SIMULADOR, MEDIANTE INSTRUMENTACION VIRTUAL DE LABVIEW, PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO, EN LA TRANSMISIÓN DE DATOS UTILIZANDO SISTEMAS DE MODULACIÓN POR CÓDIGO DE PULSOS CON TÉCNICAS DE DESPLAZAMIENTO DE FASE Y FRECUENCIA

5.1. Instrumentación virtual

Muchas veces, la realización de una medida requiere la intervención de varios instrumentos. Unos generan estímulos sobre el dispositivo que se pretende medir y otros recogen la respuesta a estos estímulos. Este conjunto de instrumentos que hace posible la realización de la medida recibe el nombre de sistema de instrumentación. Todo sistema de instrumentación consta de unos instrumentos, un sistema de interconexión de estos instrumentos y un controlador inteligente que gestiona el funcionamiento de todo el sistema y da las órdenes para que una medida se realice correctamente.

El concepto de instrumentación virtual nace a partir del uso de la computadora personal, como forma de reemplazar equipos físicos por software. Permite a los usuarios interactuar con la computadora como si estuviesen utilizando un instrumento real. El usuario manipula un instrumento que no es real, se ejecuta en una computadora, tiene sus características definidas por software pero realiza las mismas funciones que un equipo real. La idea es sustituir y ampliar elementos "*hardware*" por otros "*software*". Para ello se

emplea un procesador que ejecute un programa específico, este programa se comunica con los dispositivos para configurarlos y leer sus medidas. En muchas ocasiones, el usuario final del sistema de instrumentación solo ve la representación gráfica de los indicadores y botones de control virtuales en la pantalla del ordenador.

El concepto de instrumentación virtual implica adquisición de señales, el procesamiento, análisis, almacenamiento, distribución y despliegue de los datos e información relacionados con la medición de una o varias señales, interfaz hombre-máquina, visualización, monitoreo y supervisión remota del proceso, la comunicación con otros equipos, etc.

Un sistema de instrumentación virtual está enfocado a los instrumentos encargados de medir señales, registrar datos y decidir las acciones de control. Evidentemente, se requiere de una etapa de actuación, que conforma la interfaz entre la computadora y el sistema a controlar. Por tanto, esta etapa implicará *drivers* de potencia o transductores de señal especiales. Además, existen otras etapas auxiliares que no intervienen en el proceso de medida, como es el caso del subsistema de alimentación.

Los inicios de la instrumentación controlable desde el ordenador, y de hecho de los sistemas de instrumentación, se sitúan a mediados de los años 60 cuando Hewlett Packard, desarrolló su bus para instrumentación HP-IB (Hewlett Packard *Interface Bus*) que permitía conectar su gama de instrumentos programables a un ordenador. Esta interface ganó rápidamente gran popularidad y en 1975 fue aceptada como un estándar: el IEEE-488. Desde aquellos días hasta ahora, el estándar ha sufrido varias modificaciones y el bus GPIB (siglas de *General Purpose Interface Bus*, por el que se le conoce habitualmente) se ha convertido en uno de los más populares en el campo de la

instrumentación programable. La instrumentación virtual es un concepto introducido por la compañía *National Instruments* en el año 2001, los cuales crearon un *software* que le permitía a la computadora realizar mediciones.

El término "virtual" nace a partir del hecho de que cuando se utiliza el PC como "instrumento" es el usuario mismo quién, a través del *software*, define su funcionalidad y "apariciencia". Por ello decimos que "virtualizamos" el instrumento, ya que su funcionalidad puede ser definida una y otra vez por el usuario y no por el fabricante.

La modelación de la realidad que tiene lugar como resultado la simulación, no constituye un elemento determinante para penetrar en la esencia de la misma y llegar a conocerla. Es necesario el empleo de procedimientos que la complementen metodológicamente, y alcanzar entonces los objetivos y la escenificación de la misma. La simulación o virtualización consiste por tanto en la representación de la realidad.

5.2. Introducción a *LabVIEW*

LabVIEW, acrónimo de *Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*, es un entorno de programación en el cual se pueden crear programas utilizando notación gráfica, conectando nodos funcionales a través de cables por los cuales fluyen los datos. En este sentido, se diferencia de los lenguajes tradicionales de programación como C, C++ o *Java*, en los cuales se programa con texto. *LabVIEW* ha sido diseñado especialmente para las ciencias y la ingeniería, ya que es ideal para tomar medidas, analizar datos y presentar resultados al usuario. En vista de que posee una interfaz de usuario gráfica y versátil muy fácil de programar, se convierte en una herramienta

poderosa para las simulaciones, presentación de ideas, programación en general o bien para enseñar conceptos básicos de programación.

LabVIEW emula distintos instrumentos típicos encontrados en un laboratorio, a base de *software*, lo que permite configurarlos como instrumentos virtuales para que se adapten a nuestras necesidades. Todo esto, sin invertir en equipo costoso.

El entorno de desarrollo de *LabVIEW* se diferencia de las plataformas estándar como C ó *Java* en el sentido que los últimos utilizan un lenguaje de programación basado en texto para crear líneas de código, mientras que *LabVIEW* utiliza un lenguaje gráfico de programación para crear programas en forma de diagrama de bloques.

5.2.1. Entorno de programación de *LabVIEW*

Un programa en *LabVIEW* consiste en uno o más *instrumentos virtuales*, a los que llamaremos simplemente VI's por sus siglas en inglés. Un VI es llamado así debido a que su apariencia y operación logran imitar instrumentos físicos reales. Sin embargo, en el fondo, son parecidos a los programas principales, funciones y subrutinas de los lenguajes de programación como C o *Basic*.

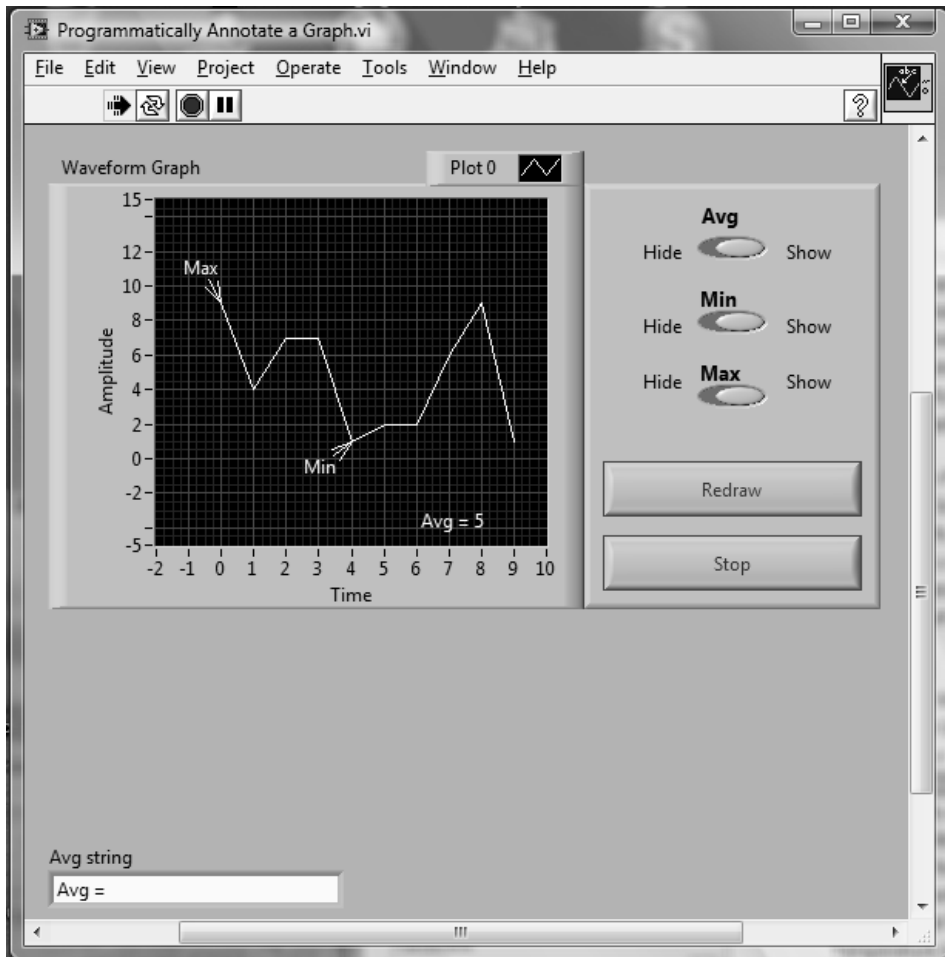
Un VI tiene dos partes principales: un *Front Panel* (panel frontal) y un *Block Diagram* (diagrama de bloques).

El *Front Panel* es la interface interactiva que maneja el usuario de un VI. Esta interface presenta y simula en pantalla diversos instrumentos físicos, como interruptores, botones, gráficos y muchos otros controles, los cuales serían las

entradas del programa. Aquí también se pueden incluir diversos indicadores que harían el papel de las salidas del programa. Un ejemplo de *Front Panel* se muestra en la figura 23.

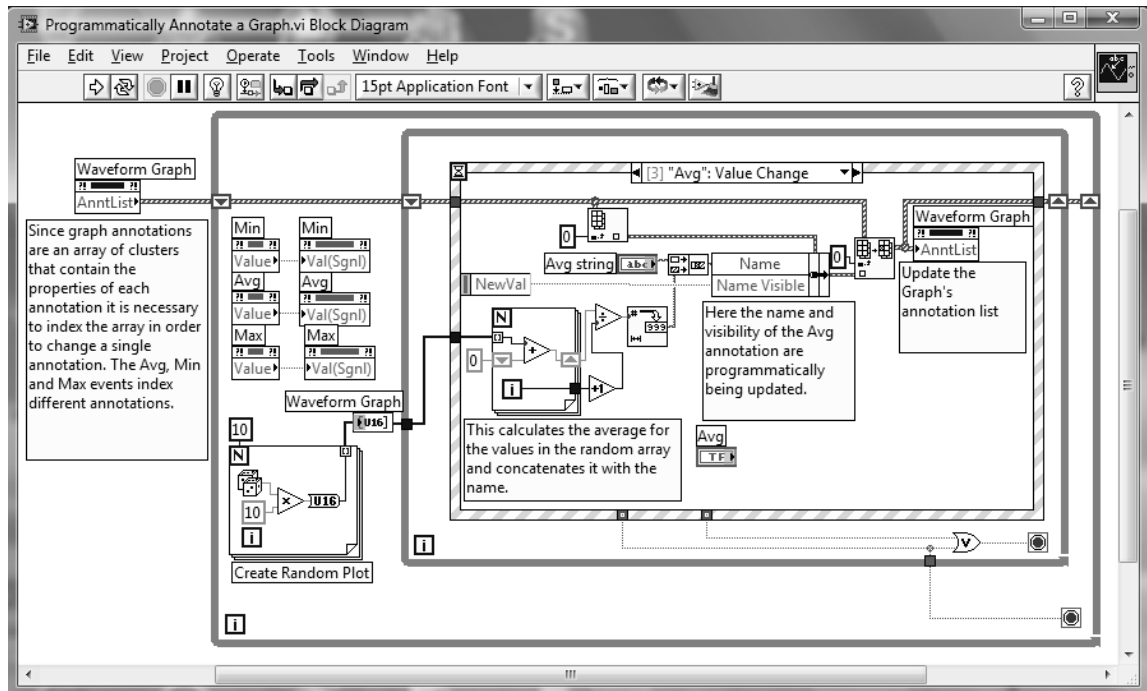
El *Block Diagram* es el código fuente de un VI, construido en el lenguaje de programación gráfico de *LabVIEW*. Podríamos decir que el *Block Diagram* es en realidad el programa ejecutable. Aquí se incluyen las funciones incorporadas del programa, constantes, estructuras de control para la ejecución de un programa, etc. Se pueden dibujar cables para conectar los objetos de forma apropiada y definir el flujo de datos entre ellos. Cada objeto en el *Front Panel* tiene su terminal correspondiente en el *Block Diagram* y así es como se logra que los datos pasen del usuario al programa y viceversa. Como ejemplo se muestra, en la figura 24, el *Block Diagram* correspondiente al *Front Panel* de la figura 23.

Figura 23. Ejemplo de un *Front Panel*



Fuente: ejemplo tomado de *LabVIEW*, versión 8.6.

Figura 24. Ejemplo de un *Block Diagram*



Fuente: ejemplo tomado de *LabVIEW*, versión 8.6.

5.3. Generación de señales

Ahora que se ha visto de forma general el funcionamiento de *LabVIEW* concentraremos la atención en las herramientas específicas para emular los sistemas de modulación FSK y PSK. Además, haremos un análisis de la relación señal a ruido utilizando dichos sistemas para una transmisión de datos.

LabVIEW dispone de varias formas para generar distintas señales. Con ellas se pueden generar fácilmente señales senoidales, cuadradas, triangulares, diente de sierra, de ruido y señales arbitrarias. Cabe resaltar que la generación de señales corresponde a la parte de software, por lo que solo necesitamos

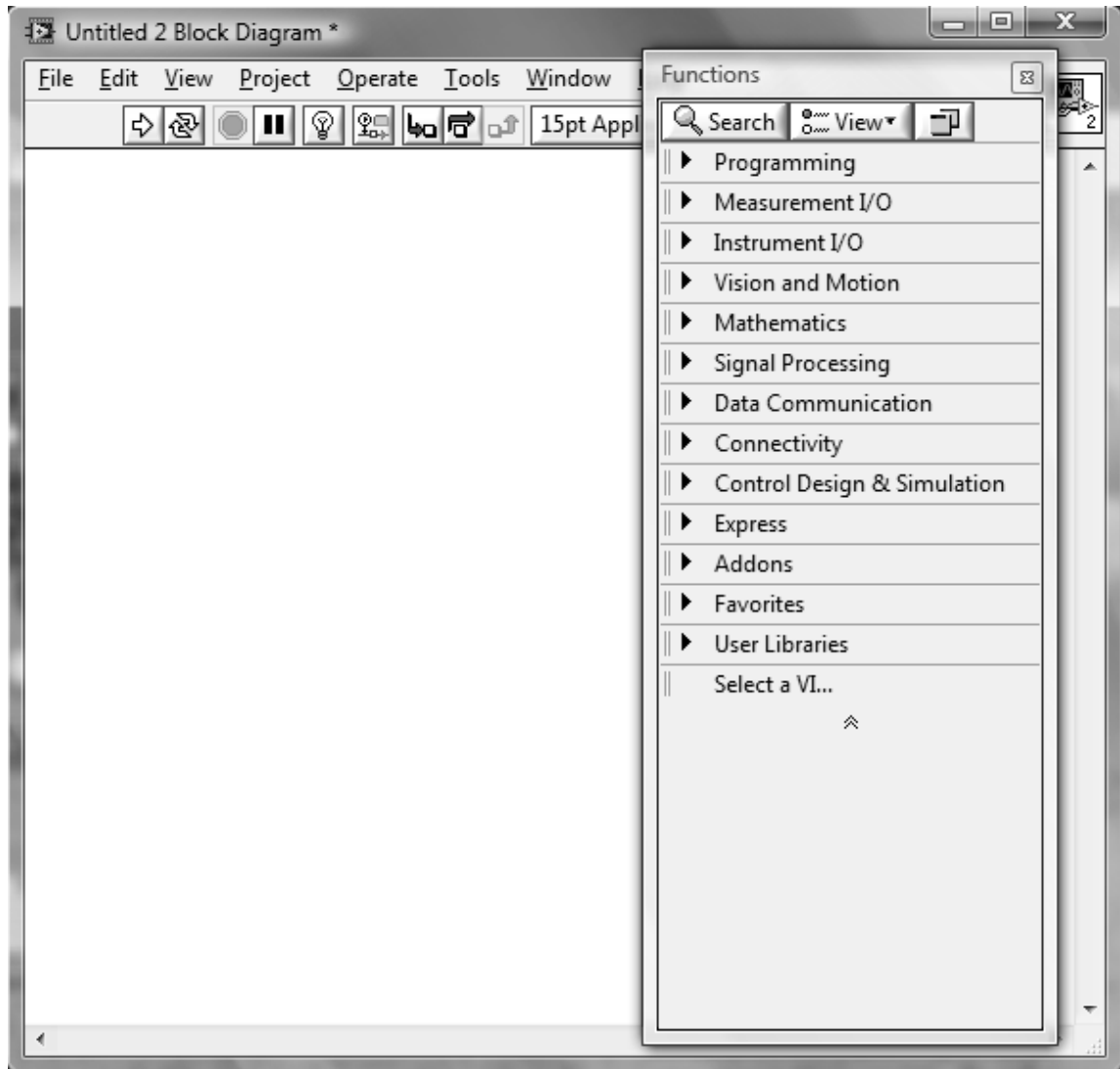
utilizar el *Block Diagram* para crear una señal, aunque se pueden modificar sus propiedades y graficarse en el *Front Panel*.

Para generar o simular una onda se debe buscar en la Paleta de Funciones (*Functions Palette*), que es donde se encuentran agrupadas todas las funciones que contiene *LabVIEW*. La Paleta de Funciones aparece inmediatamente al abrir el *Block Diagram*, o bien se puede activar en el menú *View* del programa. En la figura 25 se muestra la apariencia del *Block Diagram* con la Paleta de Funciones.

Como se puede observar, las funciones en la paleta están organizadas por tipos, lo que permite su rápida ubicación. Cada función específica está representada por un bloque, el cual solo debe colocarse en el *Block Diagram* para empezar a utilizarse. Esto es lo que convierte a *LabVIEW* en un lenguaje netamente gráfico. Sin embargo, a través de estos bloques pueden generarse las funciones típicamente utilizadas con los lenguajes de programación basados en texto, como lo son ciclos *for*, sentencias *if-else*, ciclos *while*, conversión de número a carácter o viceversa, formación de *arrays* y *matrices*, etc. Los grupos de funciones más usados serán *Programming*, *Mathematics* y *Signal Processing*.

En el grupo *Programming* se encuentran todas las funciones que sirven para estructurar de forma general nuestro programa y que son análogas a las funciones encontradas en los lenguajes de programación típicos. Con este grupo se podrán crear ciclos, estructuras, constantes, cadenas de caracteres, clases, comparadores y otros que ayudan a definir la secuencia del programa.

Figura 25. El *Block Diagram* y su Paleta de Funciones



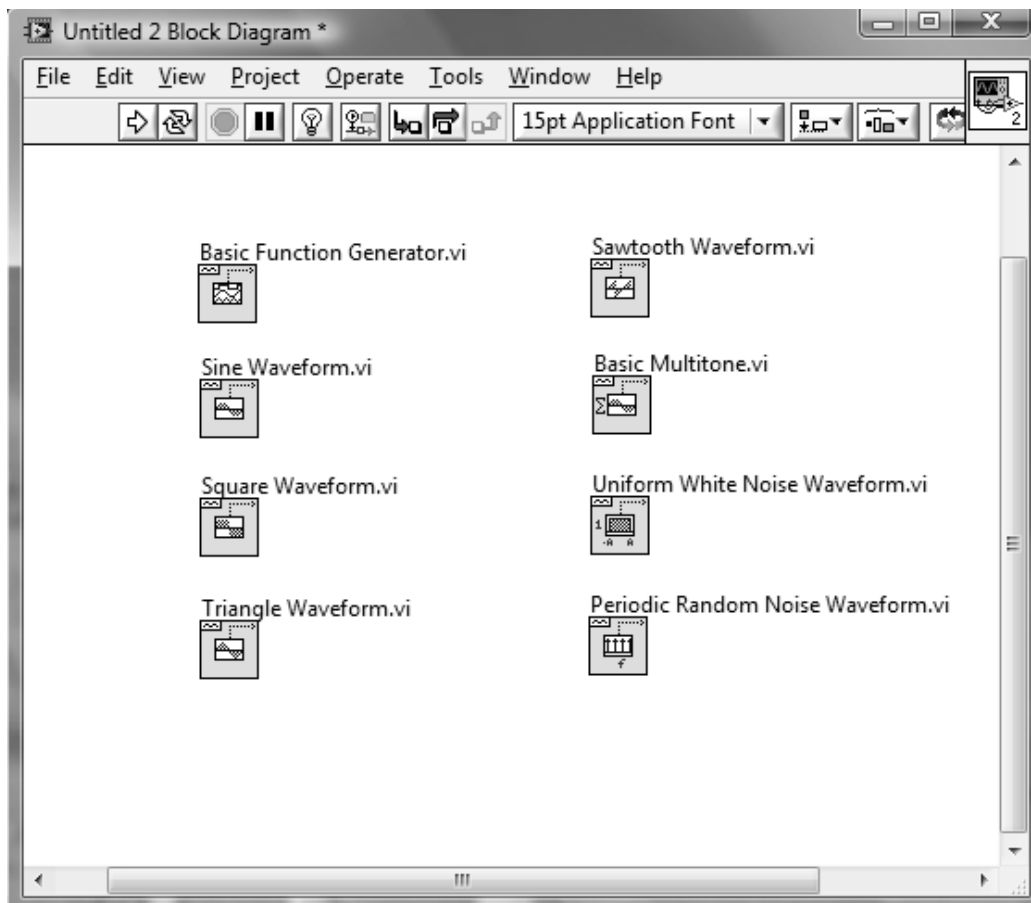
Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

El conjunto *Mathematics* es una vasta colección de funciones matemáticas, entre las que destacan las funciones aritméticas, exponenciales y logarítmicas, algebra lineal, diferenciación e integración, probabilidad y estadística, interpolación y extrapolación, ecuaciones diferenciales, etc. En

Signal Processing se encuentran las herramientas necesarias para generar y simular ondas y señales, realizar mediciones sobre ellas, hacer operaciones especiales como la convolución y aplicar diferentes tipos de transformadas, obtener el espectro de frecuencia, filtrar señales y otras más.

En el subgrupo *Waveform Generation* del grupo *Signal Processing*, se encuentran varios bloques que permiten generar ondas. En la siguiente figura se muestran los más destacados.

Figura 26. **Algunos bloques para generar ondas**



Fuente: elaboración propia.

Al posicionarse sobre cualquier bloque, se muestran sus terminales correspondientes, las cuales se pueden conectar a entradas o salidas, o bien a otros bloques. Mediante estas terminales pueden modificarse las distintas propiedades del bloque. En este caso, servirían para cambiar los parámetros de la onda generada.

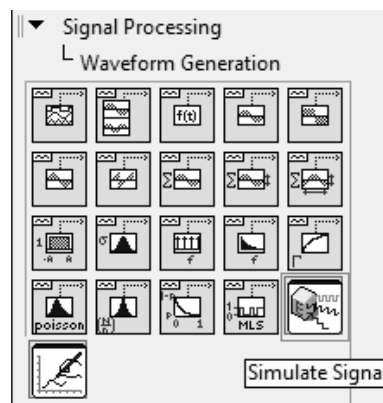
Figura 27. **Bloque que genera una onda senoidal, con sus terminales**



Fuente: elaboración propia.

En el mismo subgrupo de funciones existe el *Simulate Signal*: un bloque capaz de generar varios tipos de ondas; es el que se utilizará finalmente.

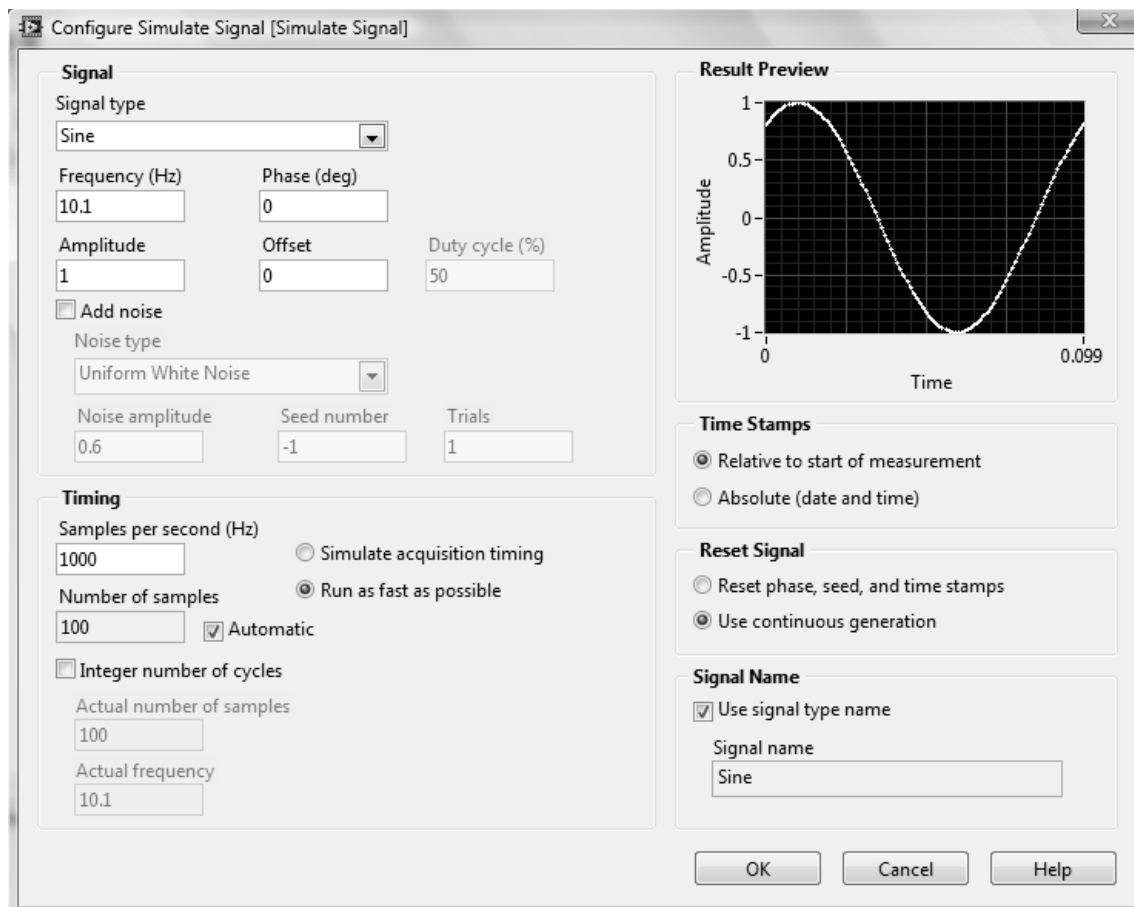
Figura 28. **Ubicación del bloque *Simulate Signal* en la Paleta de Funciones**



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

Al colocar el bloque *Simulate Signal* en el *Block Diagram*, automáticamente se abrirá un cuadro de diálogo en el cual se puede establecer las características de la onda que se está generando. Primero, permite escoger el tipo de onda, la cual puede ser senoidal, cuadrada, triangular, diente de sierra o DC. También permite escoger las características iniciales que tendrá la onda como la frecuencia, amplitud, fase y *offset*. Estas se pueden modificar posteriormente durante la ejecución del programa, agregando y conectando los controles necesarios al bloque *Simulate Signal*.

Figura 29. Cuadro de diálogo de *Simulate Signal*



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

5.4. Simulación de sistemas de modulación y transmisión de datos

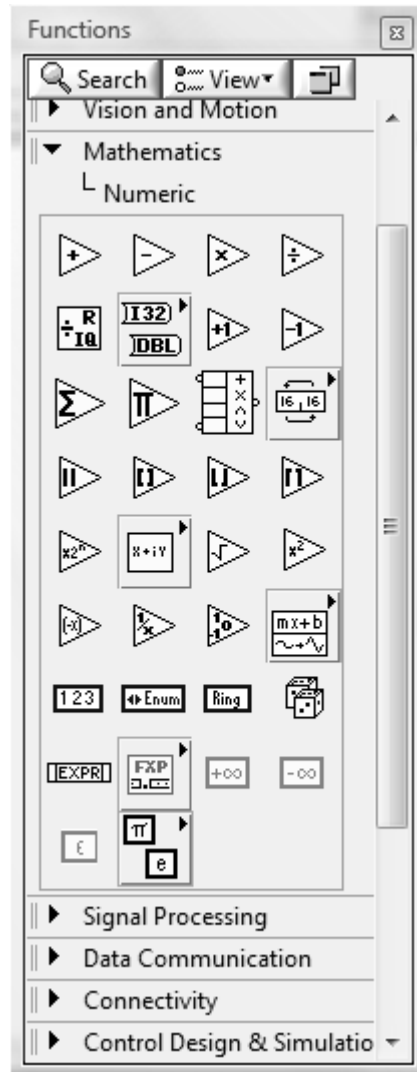
Con las herramientas anteriores para generar señales, se puede ahora simular sistemas de transmisión y recepción de señales PSK y FSK, vistos en el capítulo uno. En estos sistemas, son de especial importancia las operaciones aritméticas entre señales, realizadas en un sistema físico real por medio de moduladores balanceados, y el filtrado de las señales.

5.4.1. Operaciones entre señales

LabVIEW posee bloques específicos para realizar operaciones matemáticas básicas. Para tener acceso a ellos podemos buscar en el grupo de funciones *Mathematics* el subgrupo *Numeric*. Este grupo de funciones se muestra en la figura 30.

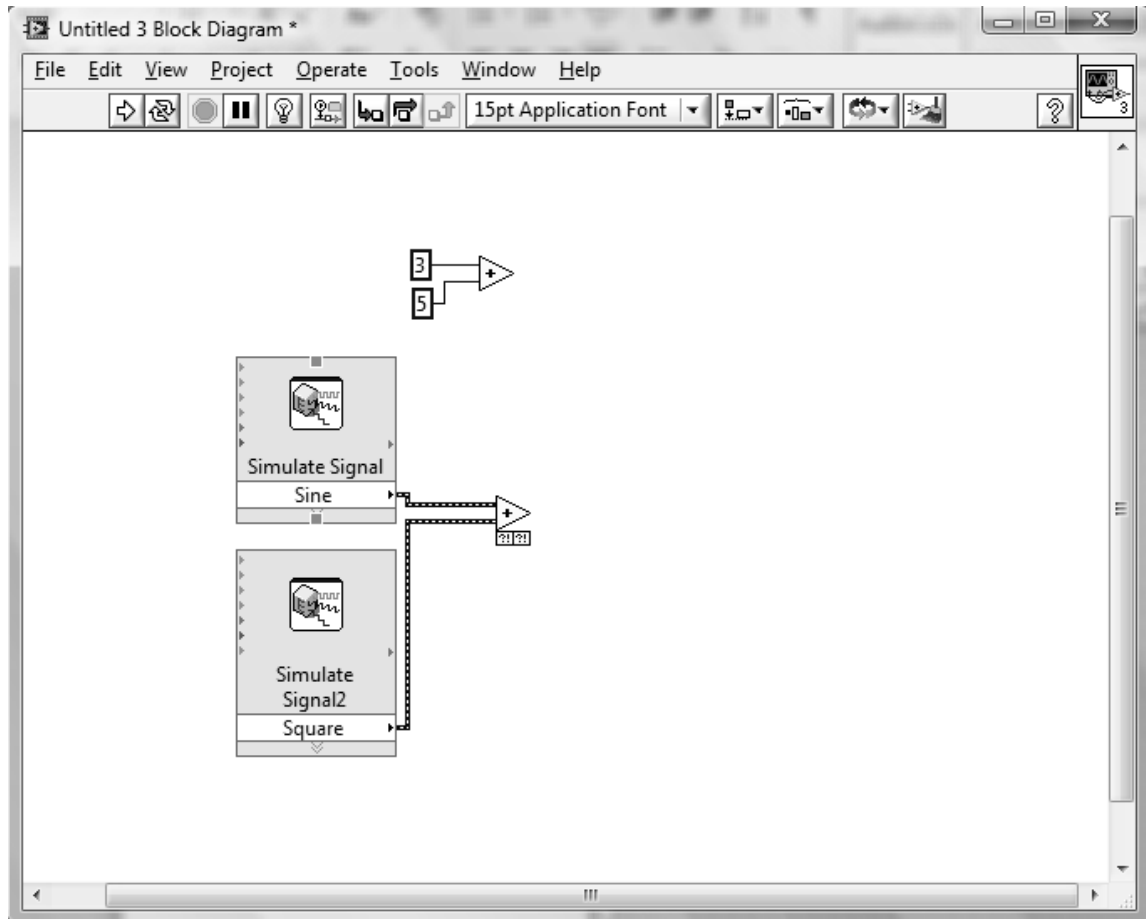
Una importante ventaja que ofrece *LabVIEW* es que los bloques mostrados en dicha figura pueden realizar las operaciones no importando el tipo de datos que tengan de entrada. Por ejemplo, se puede realizar una suma ya sea de números, matrices o señales con solo colocar los datos correspondientes en la entrada del bloque respectivo. *LabVIEW* automáticamente llevará a cabo las operaciones necesarias para entregar el resultado, sin que se tenga que agregar programación alguna.

Figura 30. **Funciones aritméticas en la Paleta de Funciones**



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

Figura 31. Ejemplo de suma en *LabVIEW*



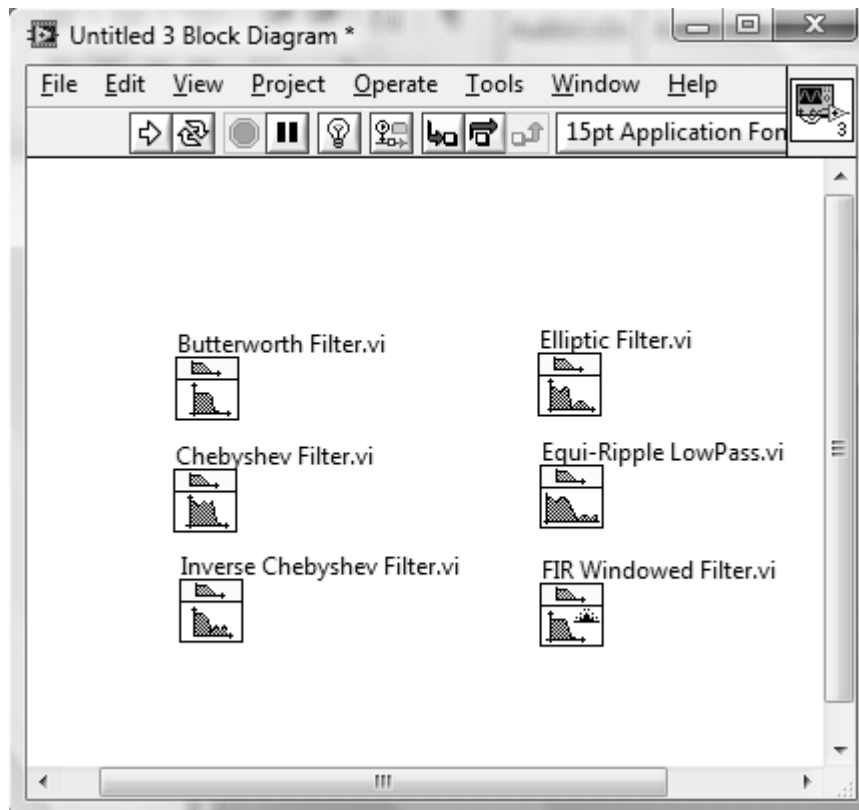
Fuente: elaboración propia.

En la figura anterior se ve cómo se utiliza el mismo bloque de suma para sumar dos tipos de datos distintos, con solo conectar las terminales respectivas. En la parte de arriba se realiza la suma de dos números enteros y en la parte de abajo la de dos señales, una senoidal y una cuadrada, como lo indican las etiquetas en inglés.

5.4.2. Filtros

En el grupo de funciones *Signal Processing* se encuentran múltiples opciones para filtrar una señal. Existen bloques específicos para emular filtros de distintos tipos, los cuales poseen entradas para establecer sus características. En la siguiente figura se incluyen en el *Block Diagram* algunos bloques del subgrupo *Filters* de *Signal Processing*.

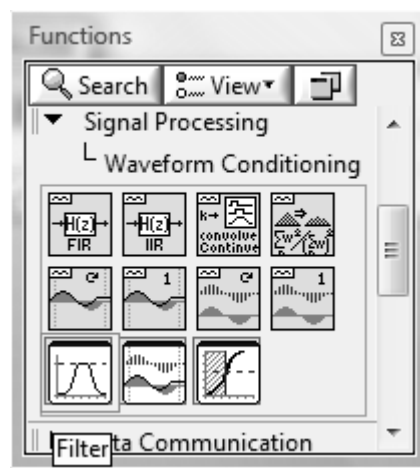
Figura 32. Filtros en *LabVIEW*



Fuente: elaboración propia.

Para la simulación de los sistemas PSK y FSK, se usa otra herramienta igualmente útil, pero que despliega un menú de propiedades para escoger el tipo de filtro que se quiere emular. Esta herramienta es el bloque *Filter*, ubicado en el subgrupo *Waveform Conditioning*.

Figura 33. Ubicación del bloque *Filter*



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

Al colocar este bloque en el *Block Diagram* aparecerá la ventana de propiedades. En ella se puede escoger el tipo de filtro que se desea, ya sea paso bajo, paso alto, pasa banda o rechaza banda. También se pueden escoger las frecuencias de corte inferior, superior o ambas según sea el caso. Además, tiene la opción de escoger la topología del filtro que deseamos utilizar entre los que están *Butterworth*, *Chebyshev*, *Chebyshev Inverso*, *Elíptico* y *Bessel*. Los valores de las frecuencias de corte pueden modificarse posteriormente durante la ejecución del programa, agregando controles a las entradas del bloque *Filter*.

La ventana de propiedades se muestra en la siguiente figura:

Figura 34. **Propiedades del bloque *Filter***



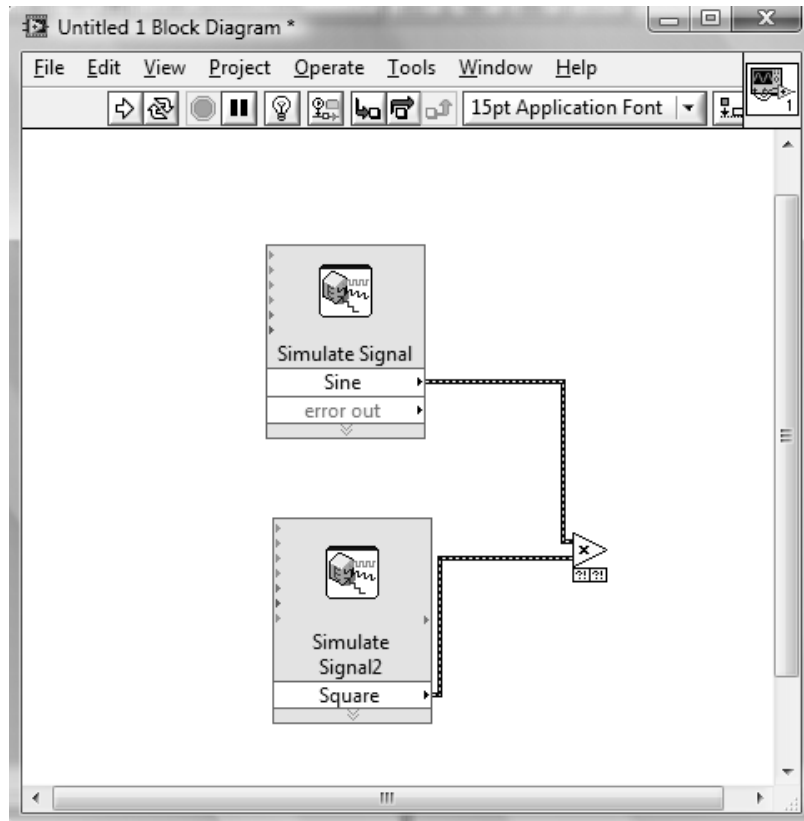
Fuente: Programa *LabVIEW*, versión 8.6

5.4.3. Transmisión y recepción PSK

Como se estudió en la sección 1.1, si se tiene una señal de datos bipolar y queremos modularla en PSK con una portadora seno o coseno, basta con multiplicar ambas señales, ya que el signo de la señal bipolar produciría un desfase de 180° entre las señales que representan un valor 1 o 0.

Con las herramientas de *LabVIEW* se puede simular un transmisor PSK, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 35. Transmisor PSK con *LabVIEW*

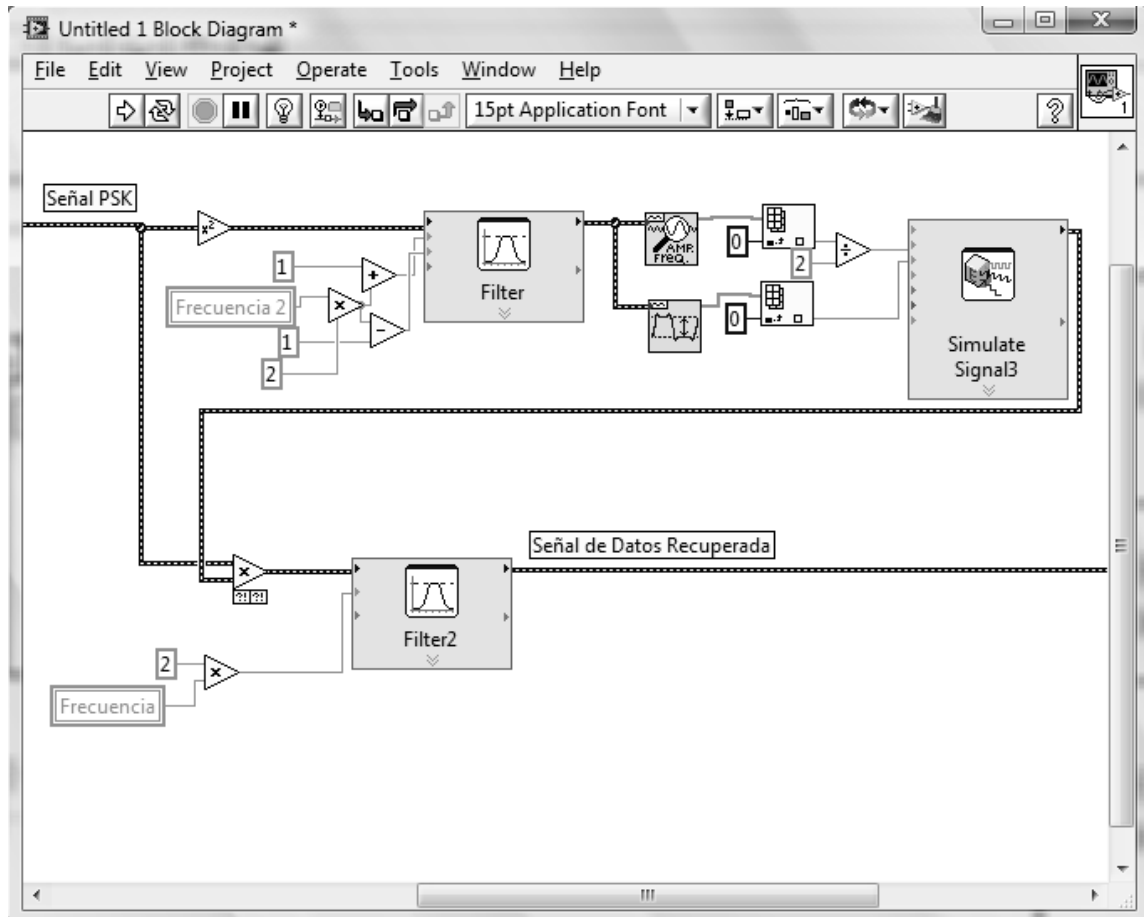


Fuente: elaboración propia.

En el diagrama, el bloque marcado como *Square* representaría la señal de datos y *Sine* la señal portadora. Las características de cada señal pueden preestablecerse y también modificarse durante la ejecución del programa, como veremos más adelante.

Para simular el receptor, se toma como base el diagrama de bloques mostrado en la figura 1. Lo anterior se debe a que varios de los dispositivos mostrados en ella se encuentran específicamente entre las funciones de *LabVIEW*; por ejemplo, el elevador al cuadrado, el filtro pasa banda y los moduladores balanceados que funcionan como multiplicadores. El divisor de frecuencia se obtiene a partir de otras funciones, como lo son un detector de pico, un detector de frecuencia y un generador de onda. El receptor de PSK puede realizarse como se muestra en la siguiente figura.

Figura 36. Receptor PSK con *LabVIEW*



Fuente: elaboración propia.

En la figura 36 el bloque marcado como *Filter2* realiza la función del integrador de la figura 1.

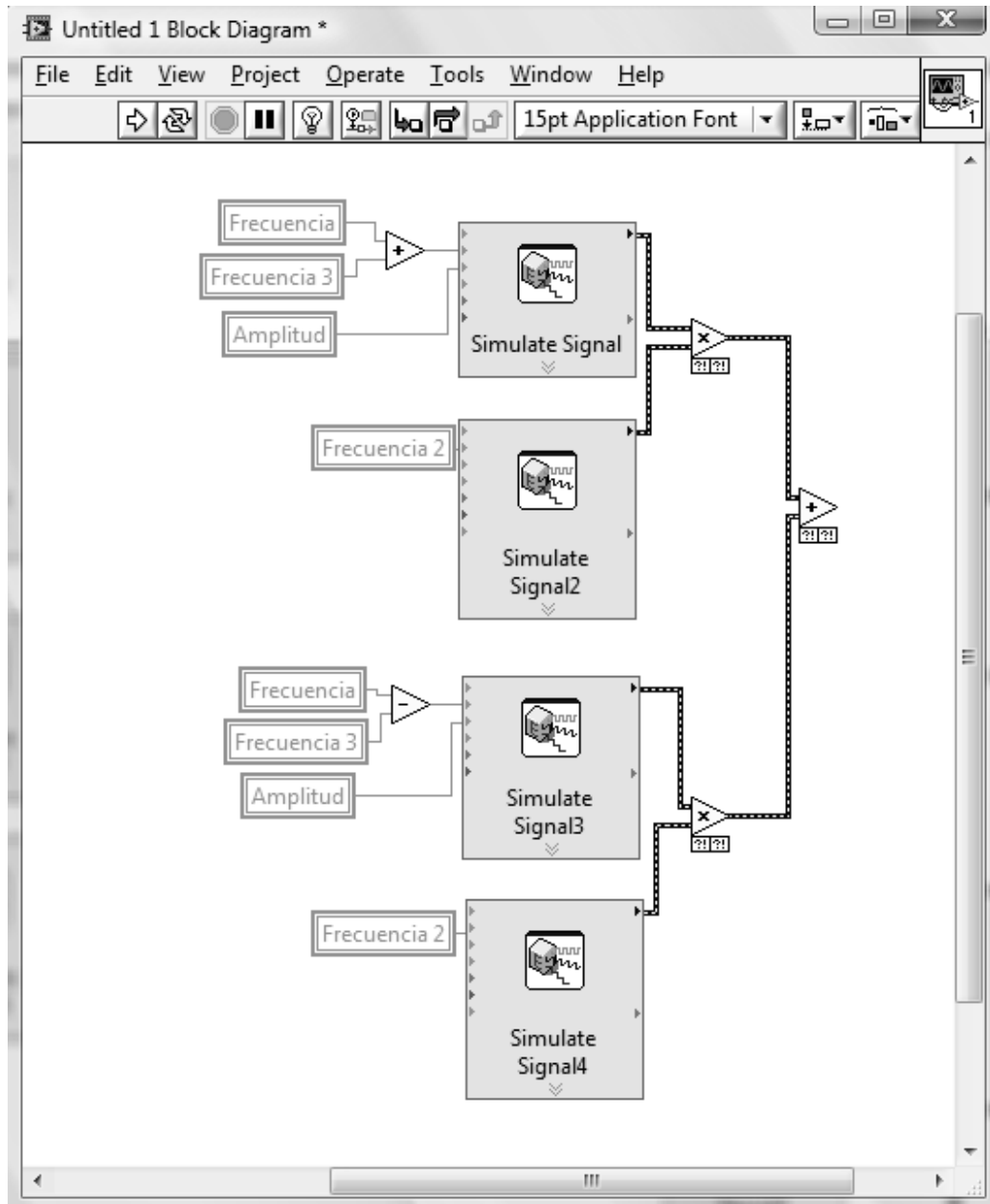
5.4.4. Transmisión y recepción FSK

Para diseñar el transmisor de FSK nos basamos en la figura 4. Se usan bloques aritméticos y generadores de funciones de *LabVIEW* para crear la señal modulada, como se muestra en la figura 36.

En esta figura, los bloques *Simulate Signal* y *Simulate Signal3* representan las portadoras de frecuencia alta y baja, respectivamente. Los bloques *Simulate Signal2* y *Simulate Signal4* representan a las señales $p_H(t)$ y $p_L(t)$ estudiadas en la sección 1.2. A la salida del bloque de suma se tendrá entonces una señal FSK.

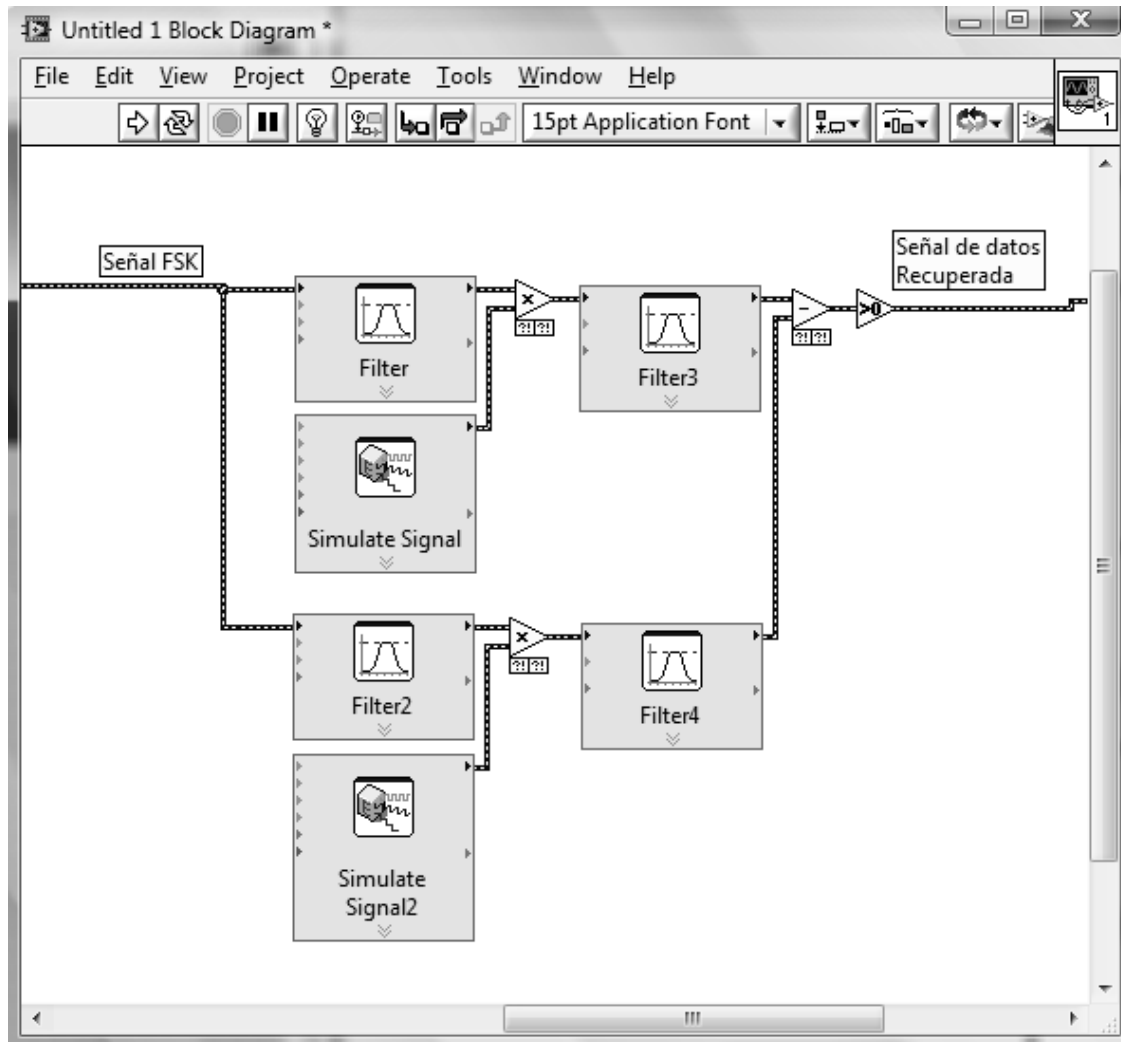
Para simular el receptor armamos en *LabVIEW* el diagrama que se muestra en la figura 6. Se utilizan filtros para simular los detectores de envolvente de dicha figura y no se comparan las señales de salida de los mismos directamente sino la resta de ellas.

Figura 37. Transmisor FSK con *LabVIEW*



Fuente: elaboración propia.

Figura 38. Receptor FSK con *LabVIEW*



Fuente: elaboración propia.

5.4.5. Ruido y filtrado lineal

Ahora se verá cómo construir un diagrama de bloques que nos permita hacer cálculos referentes al ruido blanco como los descritos en la sección 2.6, además de visualizar su comportamiento en el tiempo. Si recordamos, en la sección 2.6 se estudió el efecto de distintos filtros en el ruido y se analizó el espectro de potencia del mismo.

Antes que nada, cabe mencionar que *LabVIEW* cuenta con un bloque específico para generar una onda de ruido blanco uniforme, que se encuentra en el subgrupo de funciones *Waveform Generation* del grupo *Signal Processing*, el cual se muestra en la siguiente figura:

Figura 39. **Generador de Onda de Ruido Blanco Uniforme**



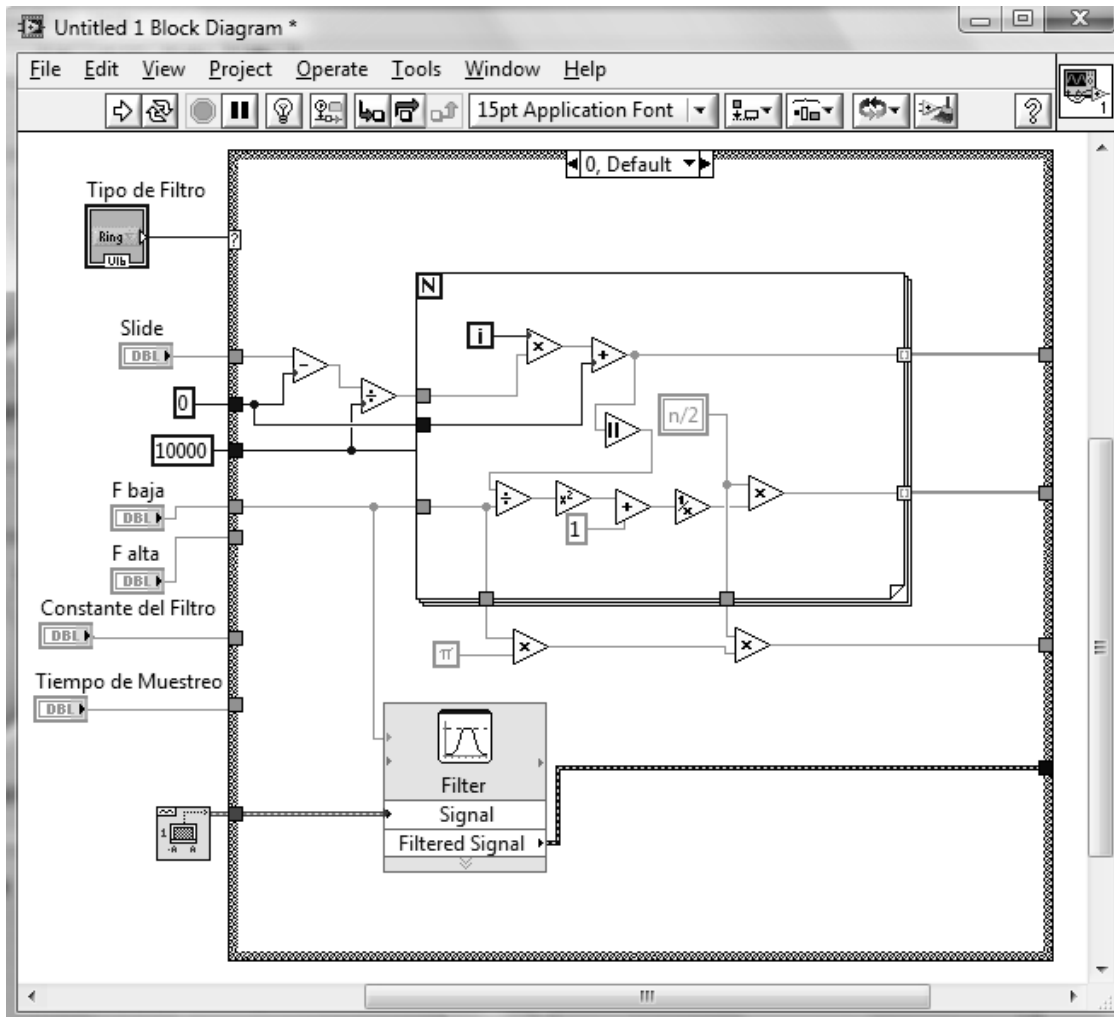
Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

Se puede colocar cualquier bloque que se haya utilizado para simular filtros a la salida del generador de ruido y así obtener la respuesta en el tiempo del filtro cuando es sometido a ruido blanco.

Para encontrar la respuesta en frecuencia del filtro así como la potencia de salida del ruido utilizamos métodos matemáticos formados por bloques de funciones aritméticas en *LabVIEW*. Como vimos en la sección 2.6, según el filtro que se utilice existen ciertos valores que afectan su funcionamiento, como la frecuencia de corte baja, frecuencia de corte alta, constante del filtro o el tiempo de muestreo, según sea el caso. Estos valores serán las entradas al

diagrama de bloques respectivo que realice las funciones anteriormente descritas. Gráficas en el dominio del tiempo y la frecuencia se pueden obtener de estas funciones. Más adelante se detallará cómo presentar las gráficas al usuario. En la siguiente gráfica se muestra el diagrama de bloques necesario para obtener los datos estudiados en la sección 2.6.1, lo que corresponde a someter el ruido blanco uniforme a un filtro paso bajo RC.

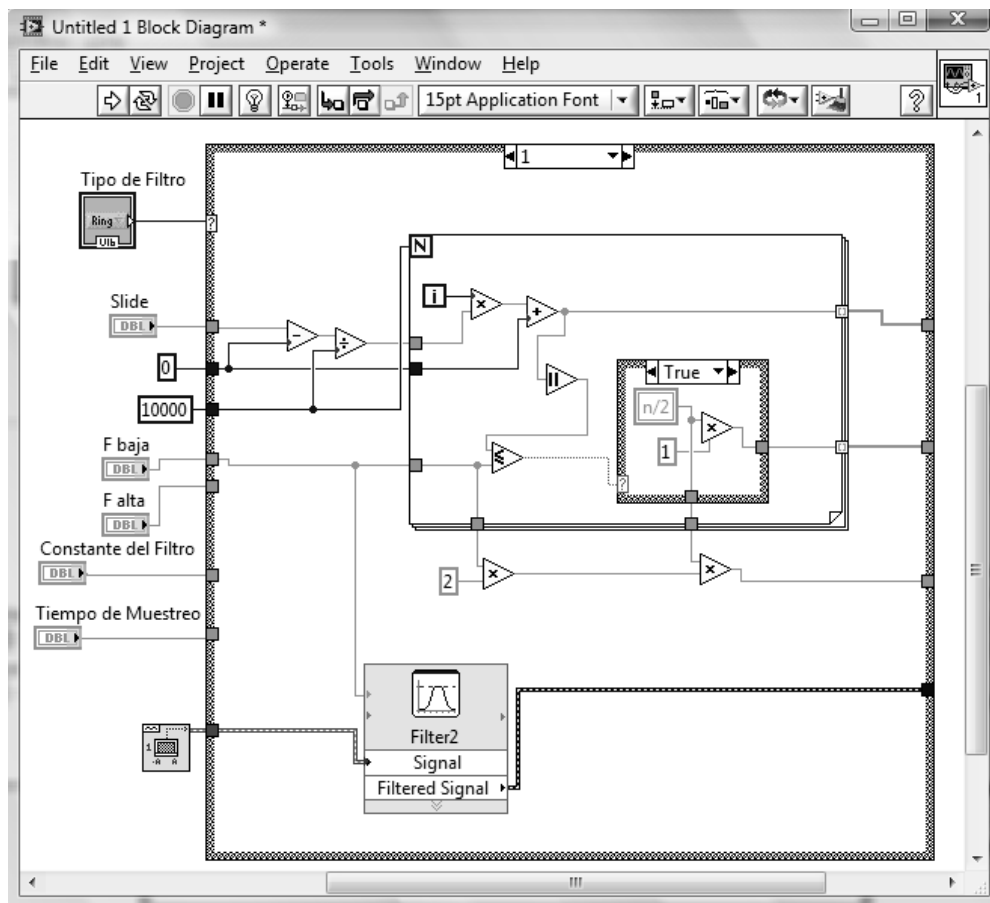
Figura 40. **Ruido Blanco y Filtro Paso Bajo RC**



Fuente: elaboración propia.

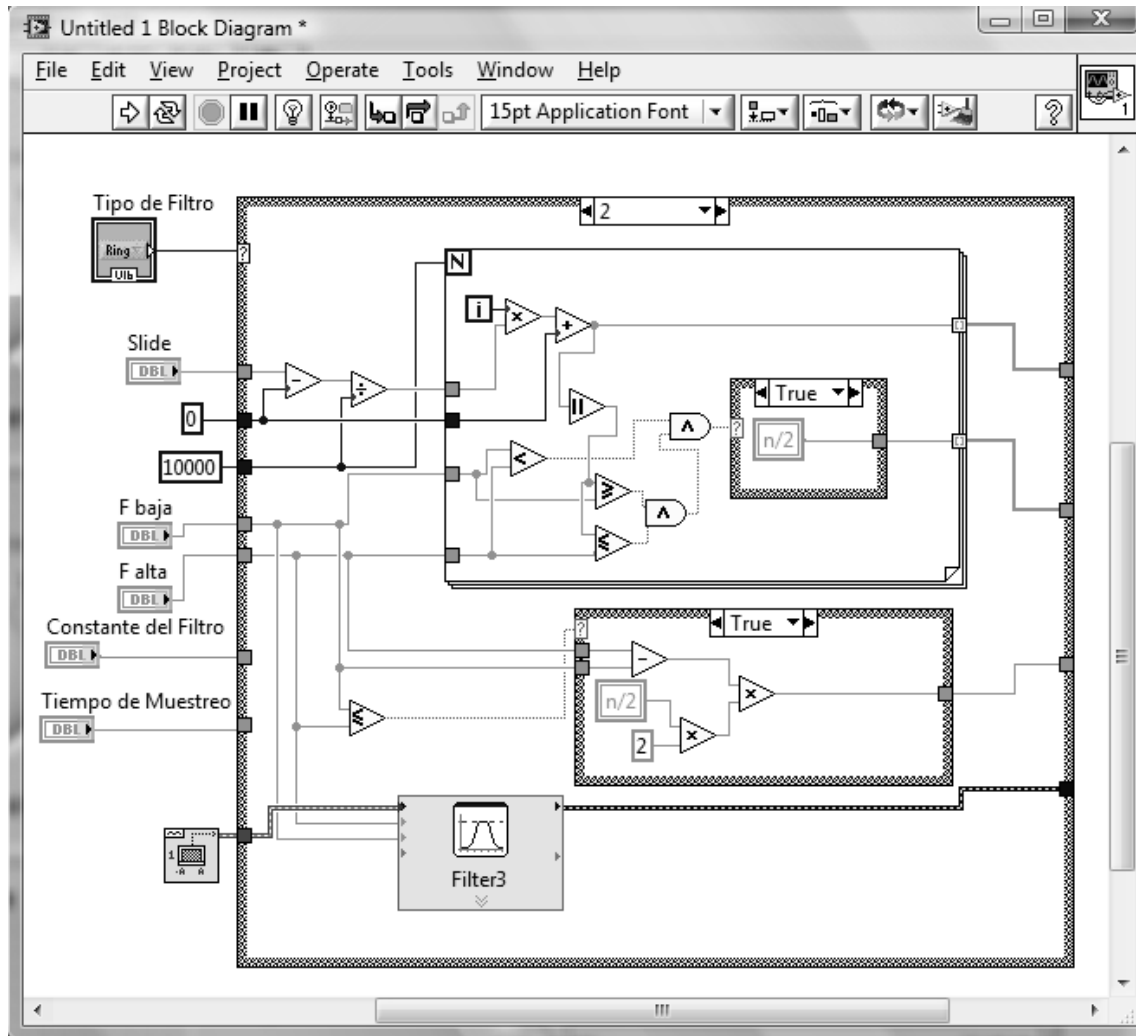
A la izquierda se puede ver los datos de entrada. La parte que se encuentra en el cuadro pequeño es la encargada de generar los datos que servirán para generar la respuesta en frecuencia del filtro y la potencia del ruido. En la parte inferior se tiene un bloque *Filter*, el cual ha sido modificado previamente en sus propiedades para que actúe como un filtro paso bajo RC y solo se le deba ingresar la frecuencia de corte. De manera similar, se obtienen los datos para los otros filtros detallados en la sección 2.6, y de los cuales se muestran los respectivos diagramas de bloques en las figuras 41 a 44.

Figura 41. **Ruido Blanco y Filtro Paso Bajo Ideal**



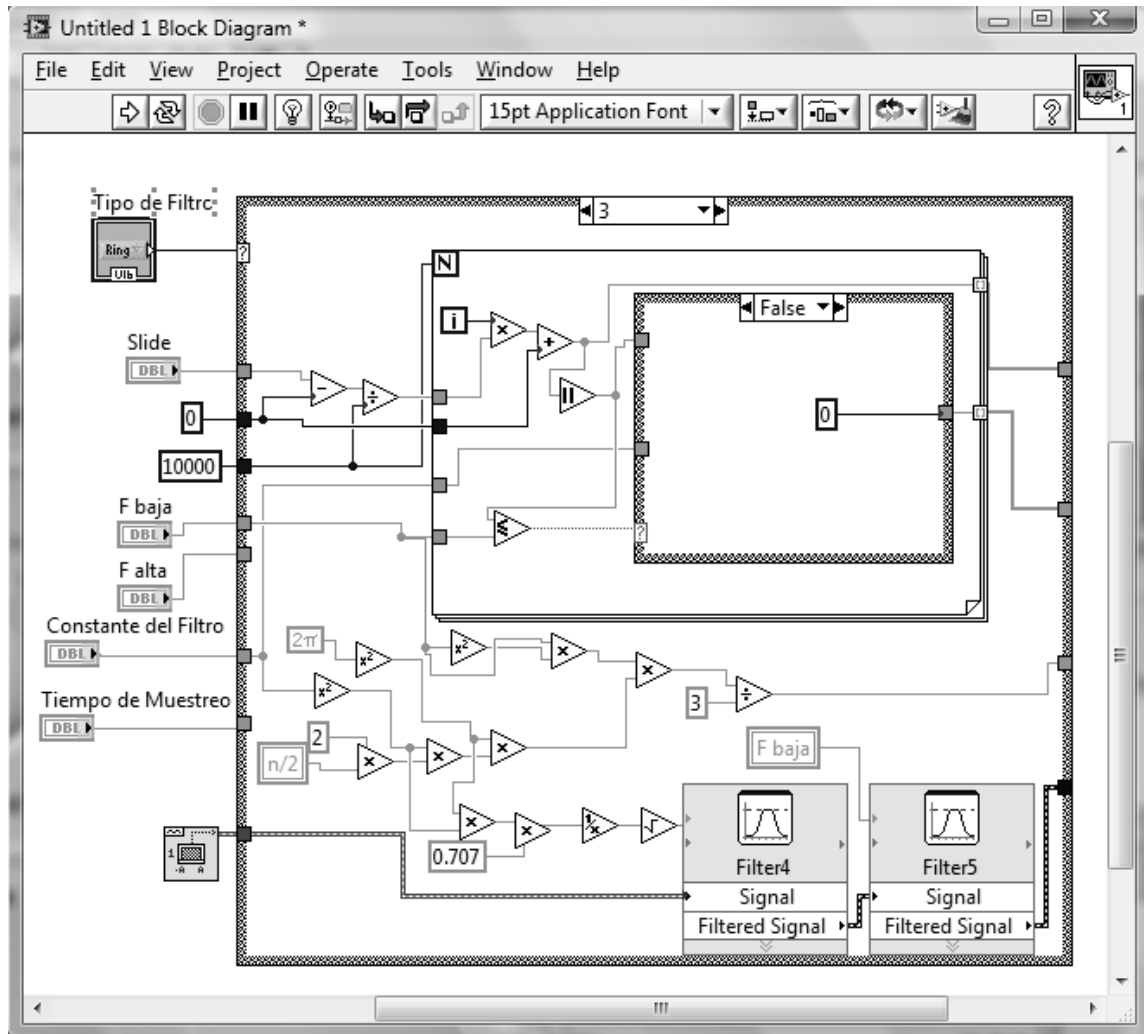
Fuente: elaboración propia.

Figura 42. Ruido Blanco y Filtro Pasa Banda Ideal



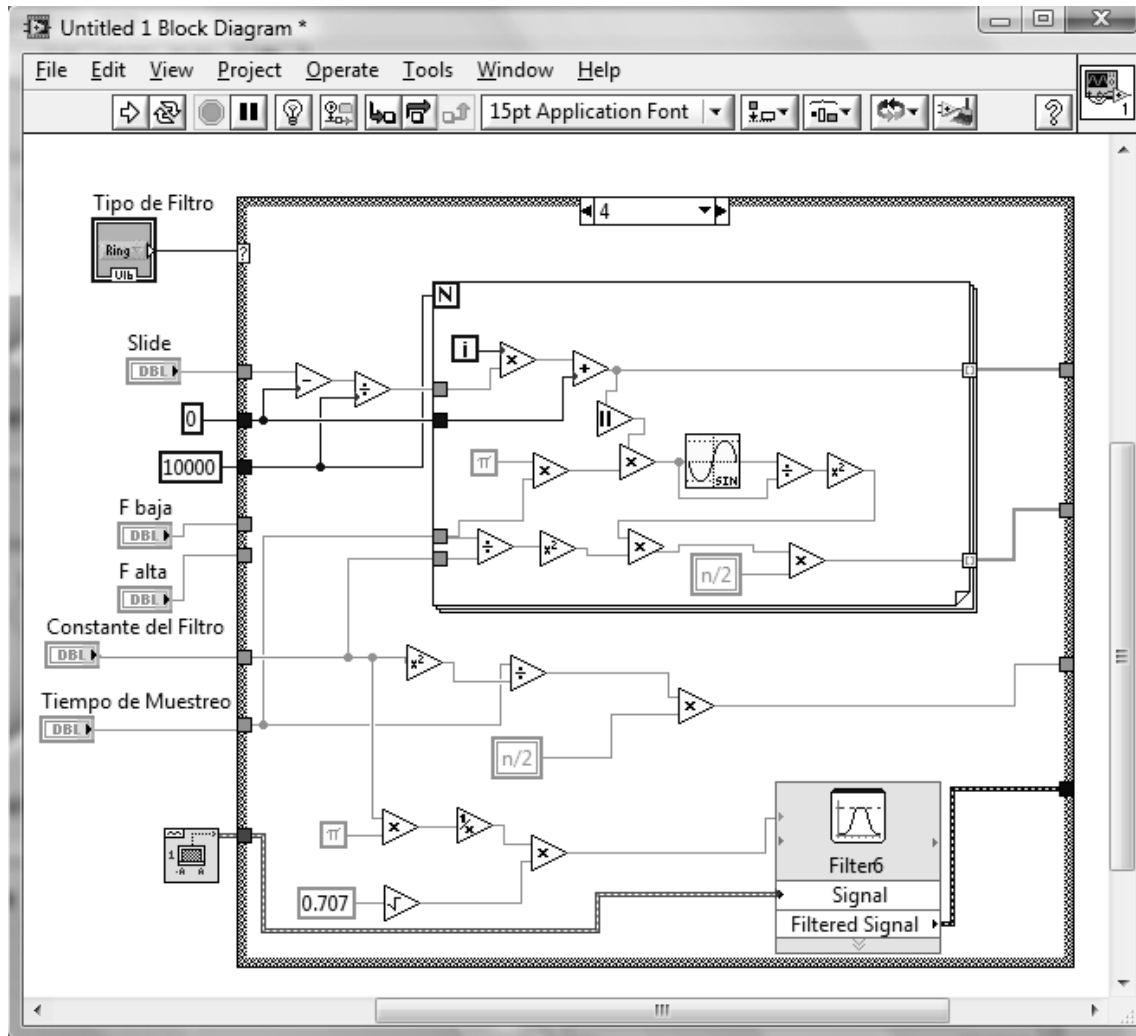
Fuente: elaboración propia.

Figura 43. Ruido Blanco y Filtro Diferenciador con Paso Bajo



Fuente: elaboración propia.

Figura 44. Ruido Blanco y Filtro Integrador



Fuente: elaboración propia.

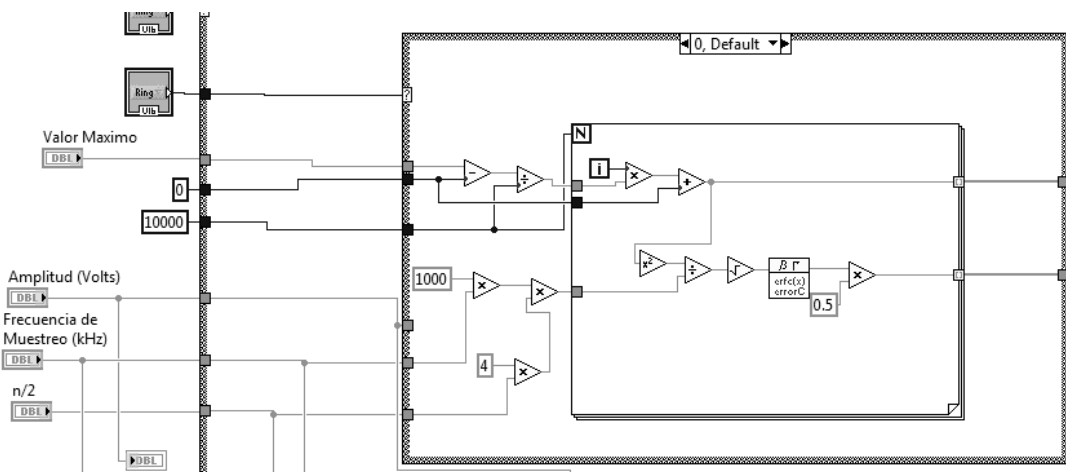
5.4.6. Probabilidad de error

Se construirá ahora, en *LabVIEW*, una herramienta que ayude en el análisis de la probabilidad de error en los sistemas PSK y FSK, que se base en las ecuaciones presentadas en las secciones 3.7 y 3.8, en donde se dedujo la

probabilidad de error para cada uno de los sistemas. En dichas ecuaciones puede verse que los valores de los cuales depende la probabilidad de error son la amplitud de la señal PSK o FSK, la frecuencia de muestreo, así como el valor numérico de $\eta/2$. Por ello, se utilizarán estos valores como entradas en nuestro diagrama de bloques. La idea final es ver gráficamente cómo cambia la probabilidad de error conforme cambia algunos de los valores mencionados.

En concreto, se graficará la probabilidad de error en función de la amplitud de la onda, la frecuencia de muestreo y la energía de la señal. Para ello, primero se debe generar un conjunto de valores que representen dichas relaciones para graficarlos posteriormente. En la siguiente figura se muestra el diagrama de bloques que generará los valores de la probabilidad de error en función de la amplitud en un sistema PSK.

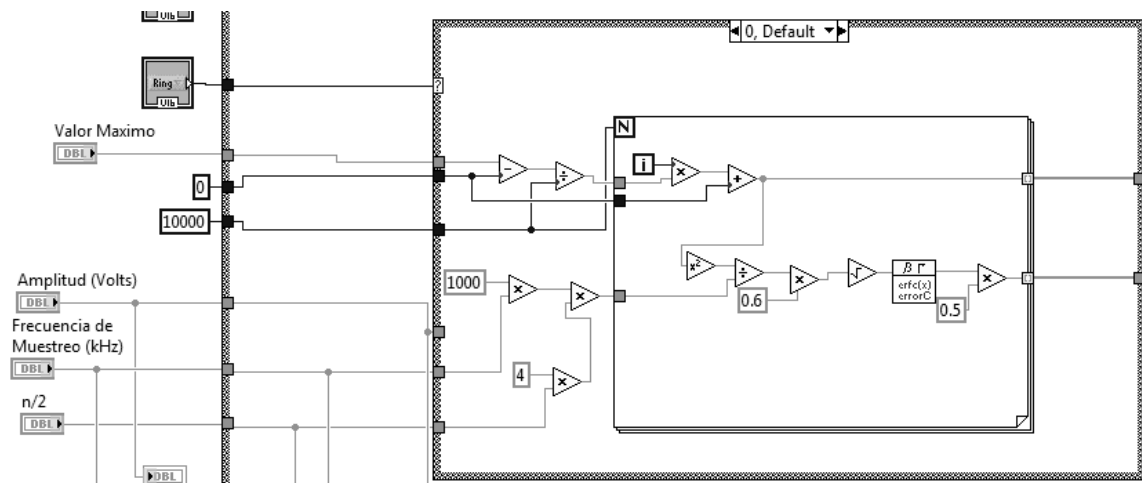
Figura 45. **Probabilidad de Error en función de la amplitud para un sistema PSK**



Fuente: elaboración propia.

En la parte izquierda de la figura se puede ver los valores de entrada, los cuales generan ciertos valores de probabilidad de error a partir de los bloques de funciones que se encuentran en el cuadro de la derecha. Para obtener los valores correspondientes de una onda FSK basta con cambiar la entrada del bloque que realiza la función de raíz cuadrada, reduciendo a 0.6 veces su amplitud original. Esto se logra agregando un bloque multiplicador antes del de raíz cuadrada, para realizar la multiplicación entre la señal que originalmente entraba al bloque por 0.6, como se muestra en la siguiente figura.

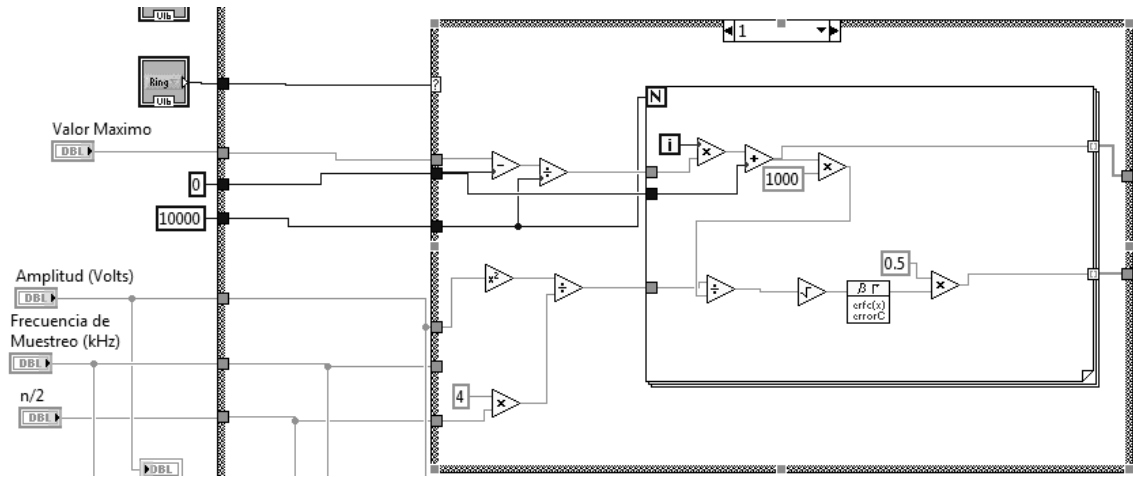
Figura 46. **Probabilidad de Error en función de la amplitud para un sistema FSK**



Fuente: elaboración propia.

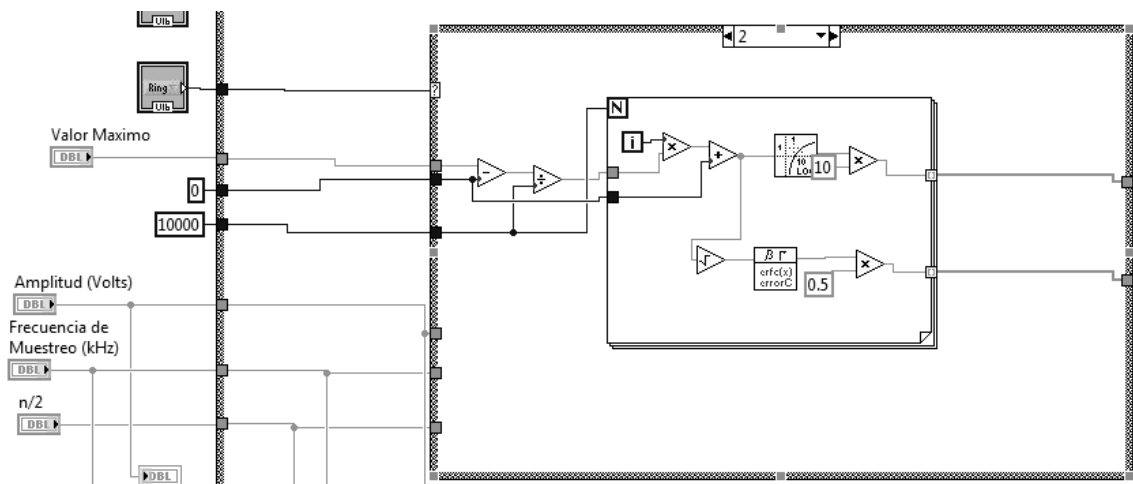
En las figuras 47 y 48 se muestran los diagramas con los que se obtienen los valores de la probabilidad de error en función de la frecuencia de muestreo y la energía de la señal, respectivamente, para una señal PSK. Para la señal FSK se debe hacer el cambio descrito en el párrafo anterior.

Figura 47. Probabilidad de Error en función de la frecuencia de muestreo para un sistema PSK



Fuente: elaboración propia.

Figura 48. Probabilidad de Error en función de la energía de la señal para un sistema PSK

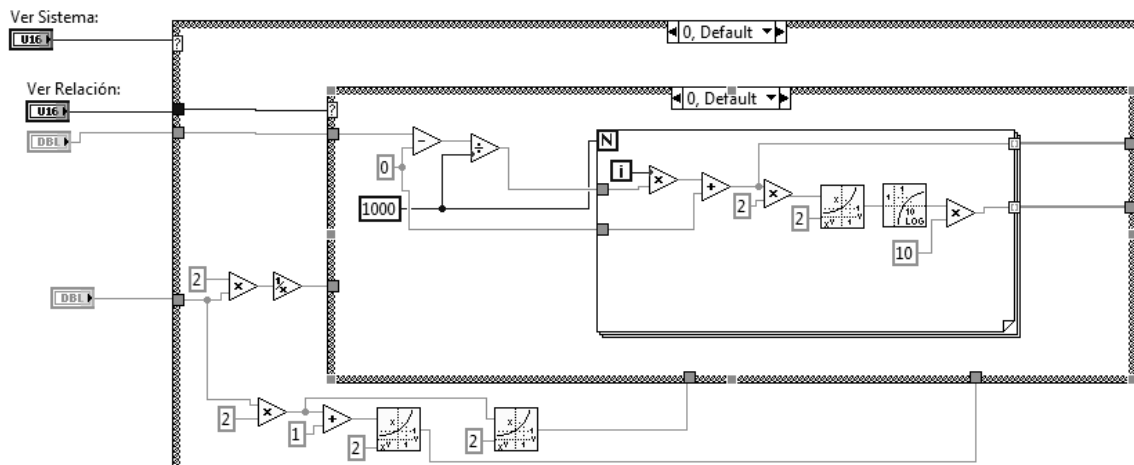


Fuente: elaboración propia.

5.4.7. Relación señal a ruido

Como en la sección anterior, aquí se mostrarán los arreglos de bloques necesarios para generar los datos que nos permitan posteriormente hacer un análisis gráfico sobre la relación señal a ruido en los sistemas PSK y FSK. Todo esto, basado en la explicación teórica dada en el capítulo 4. Se proveerá de las herramientas para analizar la relación señal a ruido de cuantización, señal a ruido térmico y señal a ruido total. Los bloques para generar los datos de la relación señal a ruido de cuantización se muestran en la siguiente figura. Esta relación es igual para PSK y FSK, por lo que el mismo conjunto de bloques representa es utilizado en el análisis de ambos sistemas.

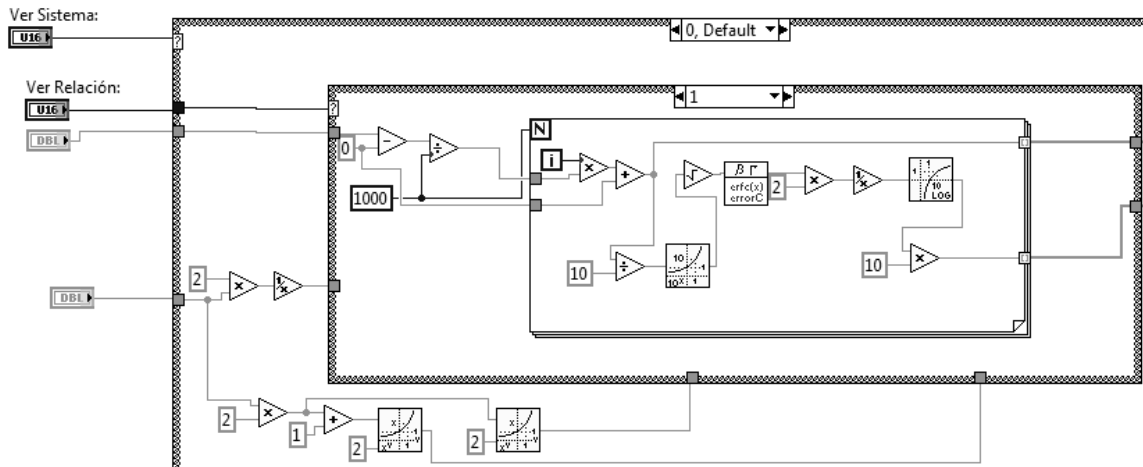
Figura 49. Relación señal a ruido de cuantización para PSK y FSK



Fuente: elaboración propia.

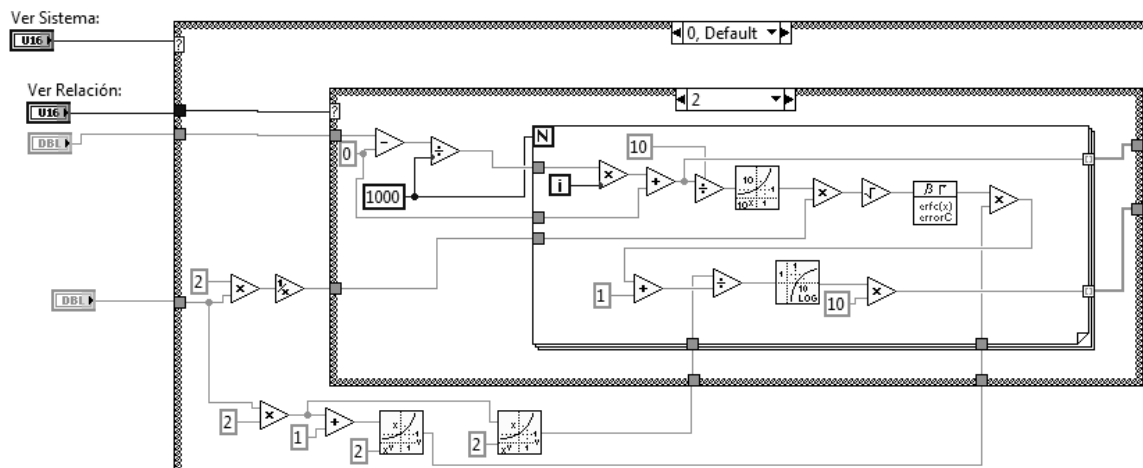
En las figuras 50 y 51 se muestran los diagramas que proporcionan los datos de la relación señal a ruido térmico y la relación señal a ruido de total, para un sistema PSK.

Figura 50. Relación señal a ruido térmico para una señal PSK



Fuente: elaboración propia.

Figura 51. Relación señal a ruido total para una señal PSK



Fuente: elaboración propia.

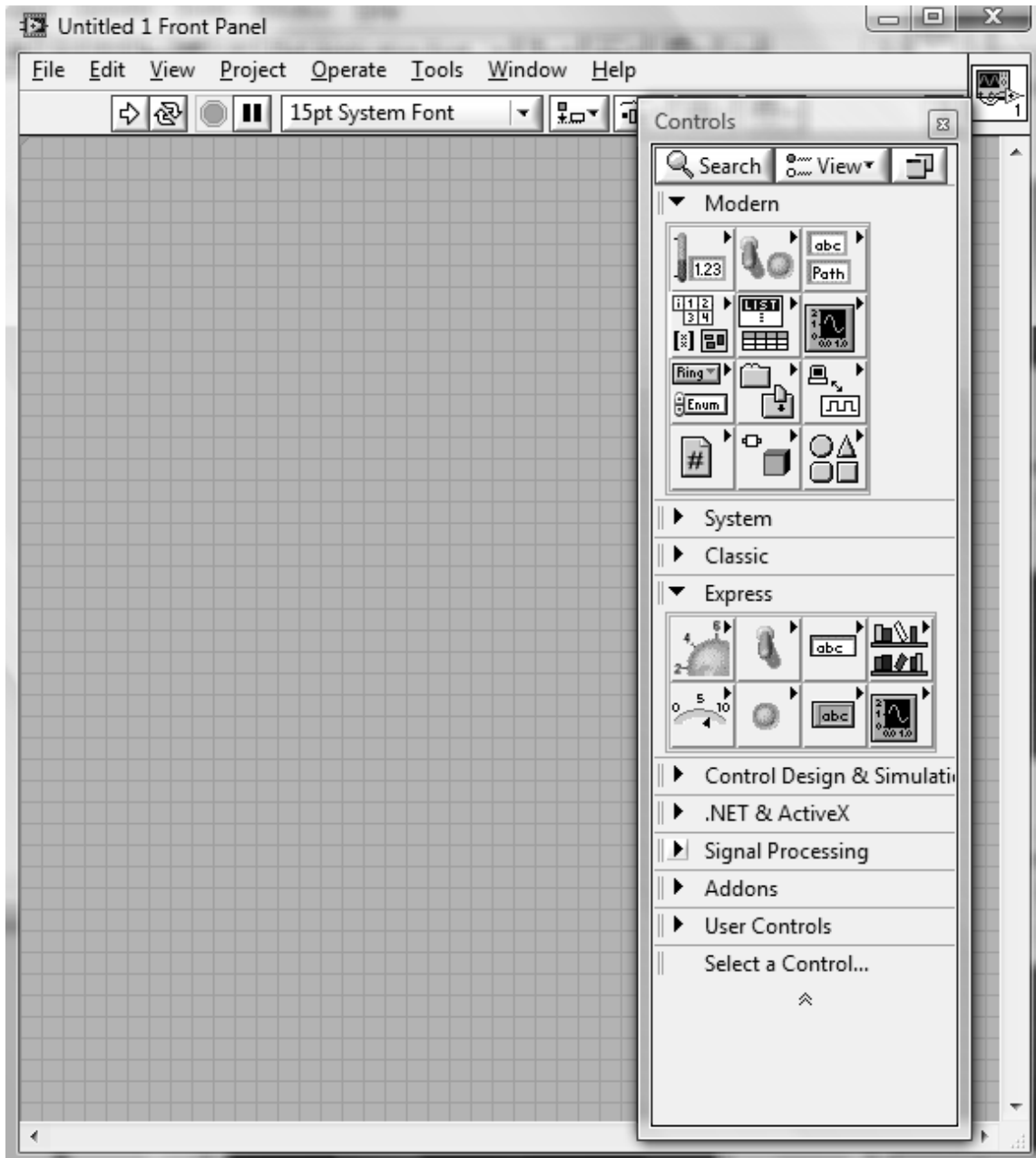
Para elaborar el diagrama de bloques correspondiente a una señal FSK, se debe realizar el ajuste hecho en la sección 5.4.6: reducir la señal de entrada al bloque que realiza la función de raíz cuadrada a 0.6 veces su amplitud original.

5.5. Modificación de parámetros de los sistemas

Un objetivo primordial en la elaboración de un programa de simulación es proveer las herramientas necesarias para modificar las características de los sistemas simulados, así como poder observar la forma en que repercuten estos cambios en los resultados esperados. Para brindar la posibilidad de modificar parámetros al usuario se deben crear entradas que se conectarán a los diagramas de bloques anteriormente estudiados. Se hará referencia ahora al *Front Panel*, que es la interface directa entre el programa y el usuario. Análogo a la Paleta de Funciones del *Block Diagram*, existe la Paleta de Controles en el *Front Panel*.

En caso de no aparecer al abrirse un VI puede activarse en el menú *View*, seleccionando después *Controls Palette*. En la Paleta de Controles podemos escoger diversos tipos de controles que podemos utilizar como entradas: botones, perillas, controles numéricos, controles en forma de barra, interruptores, listas, etc. Aquí también se pueden encontrar elementos que servirán como salidas y presentarán resultados numéricos, entre los que se pueden mencionar gráficas, indicadores numéricos, desplegados de texto, luces piloto y otros. En la siguiente figura se muestra la Paleta de Controles con algunos de sus subgrupos desplegados.

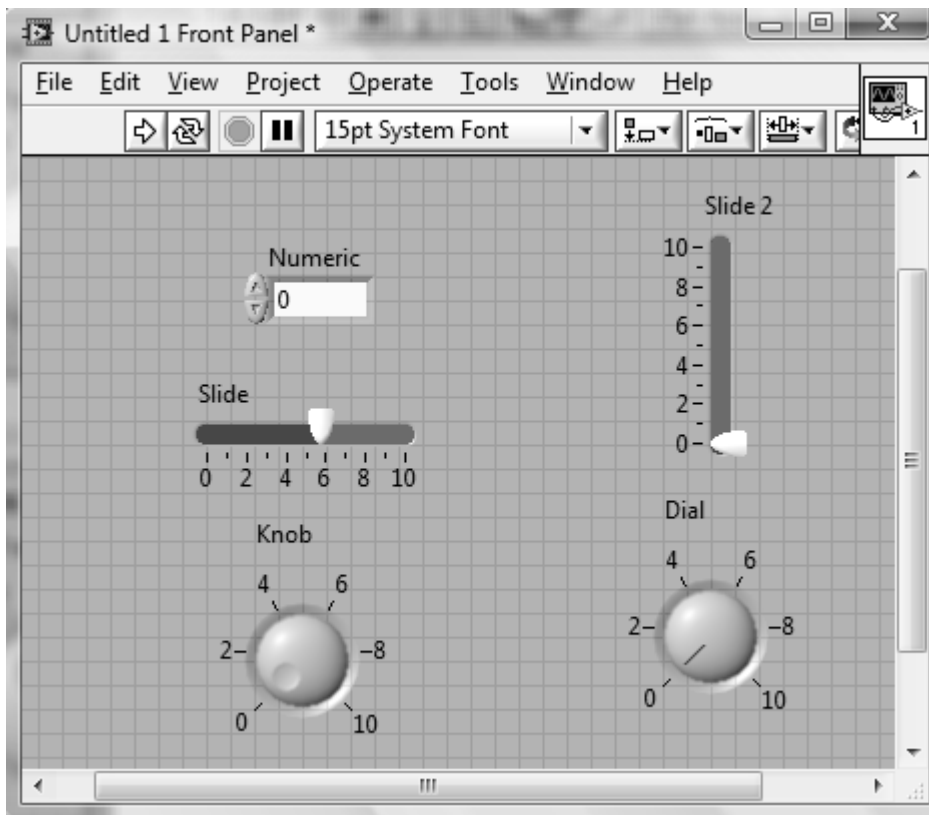
Figura 52. Paleta de Controles del *Front Panel* de *LabVIEW*



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

Entre los controles más comunes disponibles, *LabVIEW* los clasifica en numéricos, booleanos y de texto. A continuación se muestran algunos de los controles numéricos que comúnmente se utilizan, colocados en el *Front Panel*.

Figura 53. **Controles numéricos de *LabVIEW***

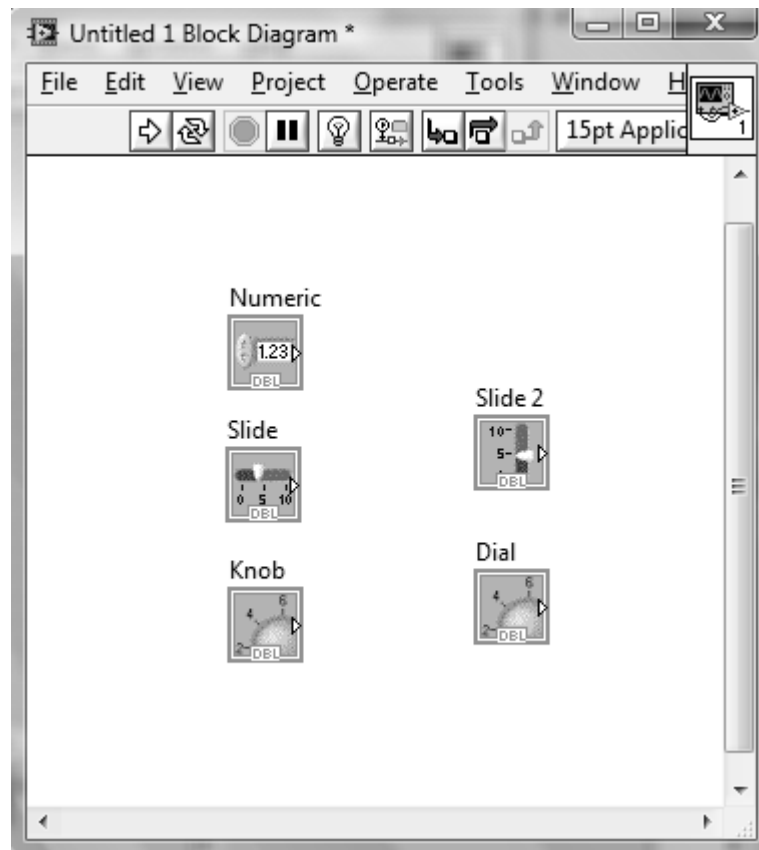


Fuente: elaboración propia.

Cada control tiene un cuadro de propiedades en el cual se puede cambiar parámetros como valores máximos y mínimos, valores de incremento, visualización y nombre del control, entre otros. Cuando se coloca un control en el *Front Panel* se genera un bloque correspondiente en el *Block Diagram*, para poder ser leído por el programa y registrar los cambios que haga el usuario con

dicho control. Los bloques correspondientes a los controles de la figura 53 se muestran en la figura 54.

Figura 54. **Bloques generados en el *Block Diagram* correspondientes a controles numéricos**

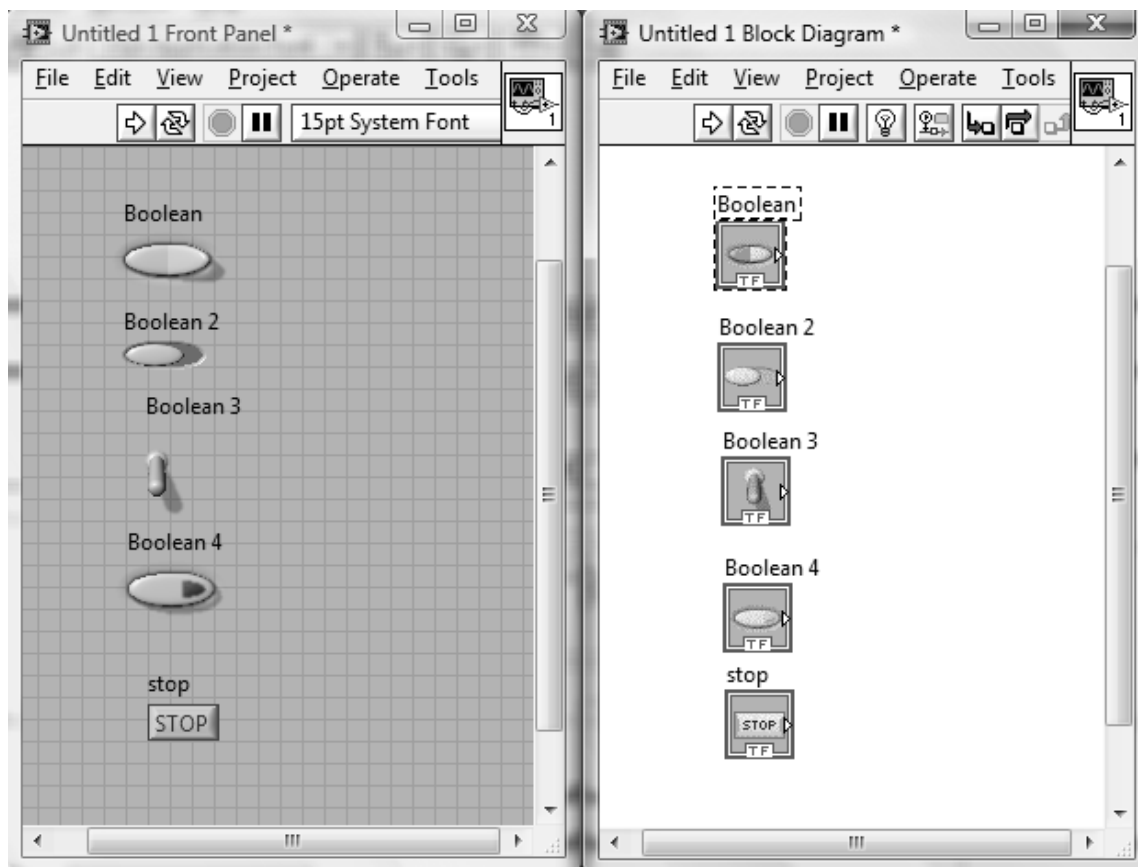


Fuente: elaboración propia.

Podemos acceder a este tipo de controles en el grupo *Express* de la Paleta de Controles; específicamente, en el subgrupo *Numeric Controls*. Los controles booleanos se encuentran en el subgrupo *Buttons & Switches*, ubicado en el mismo grupo *Express*. Tales controles están representados por diversos tipos de botones e interruptores. Los estados de dichos interruptores o botones

serán interpretados por el programa como una señal binaria. Igual que los controles numéricos, los booleanos generan cada uno un bloque respectivo en el *Block Diagram*. En la siguiente figura se muestran algunos ejemplos de estos controles colocados en el *Front Panel*, con su respectivo bloque de funciones en el *Block Diagram*.

Figura 55. **Controles Booleanos en LabVIEW**

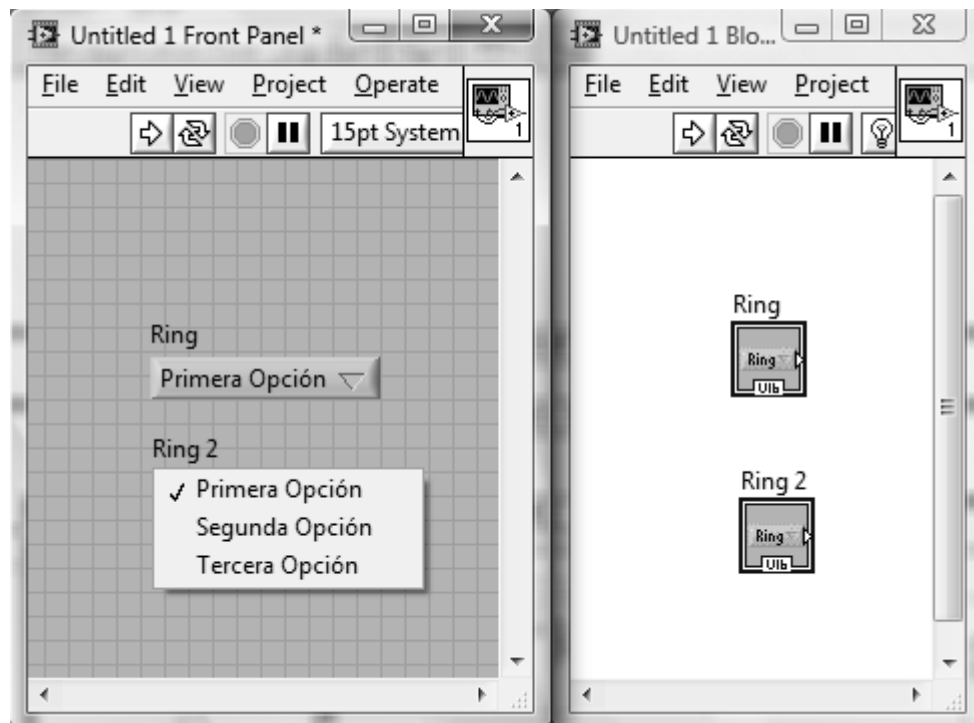


Fuente: elaboración propia.

La última clase de controles, los controles de texto, permite desplegar una cadena de caracteres o bien desplegar un menú en el cual se le presenten

varias opciones al usuario, siendo este último el que más se utilizará. Es importante notar que el control tipo menú, que en el *Front Panel* aparece como un desplegado entre distintas opciones de cadenas de caracteres, en realidad es leído por el programa como un valor numérico, asignando un número a cada opción del menú. En la figura 56 se muestra un *Menu Ring*, que es el control que nos ayuda a crear un menú, y su respectivo bloque de función. *Ring* muestra el control sin desplegar, y *Ring2* lo muestra desplegado después de accionarlo con el ratón.

Figura 56. **Control para crear un menú en LabVIEW**



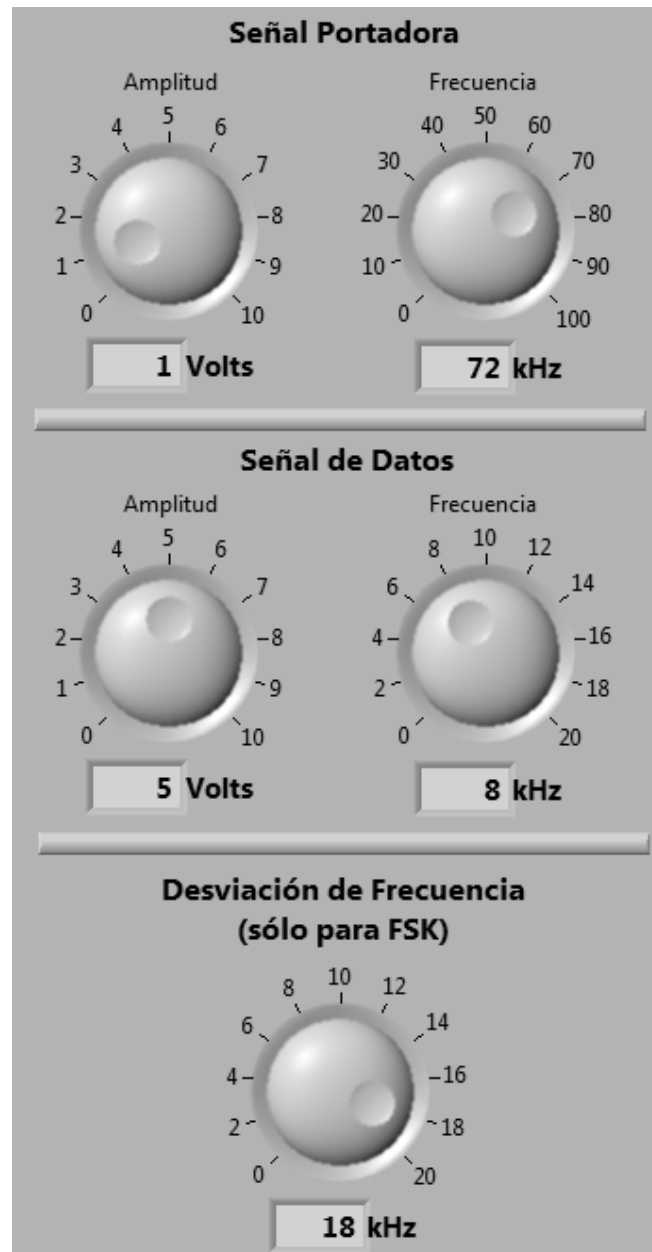
Fuente: elaboración propia.

5.5.1. Modificación de parámetros en la transmisión y recepción de PSK y FSK

Ahora que hemos visto los controles principales, podemos ver las formas específicas con las cuales se interactuará con el programa, empezando por la transmisión y recepción de señales PSK y FSK. En este caso, se puede modificar la amplitud y la frecuencia de la señal portadora y la señal de datos, así como la desviación de frecuencia en el caso de una señal FSK. En la figura 57 se muestra el esquema de cómo se ubicarán estos controles . Durante la ejecución del programa se podrá variar individualmente cada parámetro ya sea de la señal portadora o la señal de datos, y ver de inmediato de una forma gráfica cómo afecta esto a nuestro sistema.

Los bloques de funciones de los controles anteriores, que aparecen en el *Block Diagram*, deben conectarse como entradas de los diagramas de bloques de las secciones 5.4.3 y 5.4.4, para que puedan realizarse cambios en las características de las señales durante la ejecución del programa.

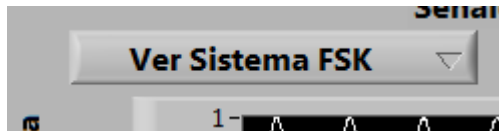
Figura 57. **Controles para manipular la generación de señales PSK y FSK**



Fuente: elaboración propia.

Para poder cambiar entre una señal PSK y una FSK se colocará un menú para escoger entre una u otra, el cual se muestra en la siguiente figura.

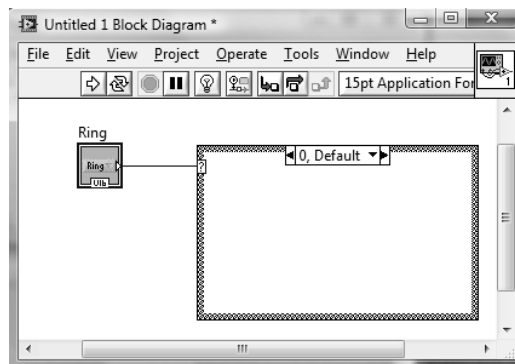
Figura 58. **Menú para cambiar entre sistema PSK y FSK**



Fuente: elaboración propia.

Para utilizar el control tipo menú, el bloque de función que genera éste en el *Block Diagram* se conectará a un bloque *Case* que controle la ejecución del programa. La función *Case* puede encontrarse en el subgrupo *Structures* del grupo *Programming*. La forma de conectar el menú con la estructura se muestra a continuación.

Figura 59. **Conexión de menú con Case**

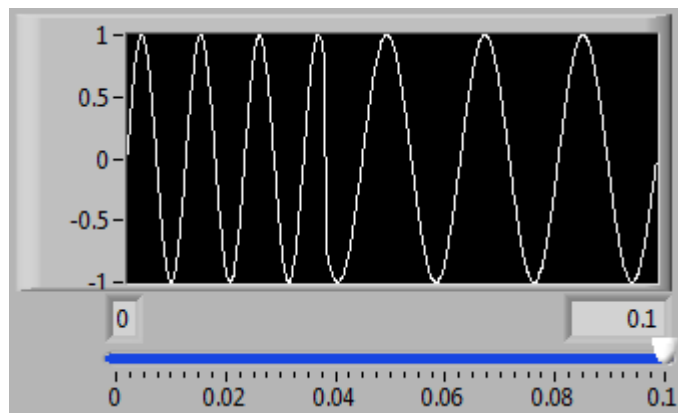


Fuente: elaboración propia.

El cambio entre sistemas puede realizarse durante la ejecución del programa en cualquier momento.

El resto de controles que aparecen en esta parte son numéricos que se colocan debajo de cada gráfica y sirven para modificar la escala a la cual se está graficando una señal en específico. En la siguiente figura se puede ver un ejemplo de estos controles.

Figura 60. **Controles numéricos con gráficas**



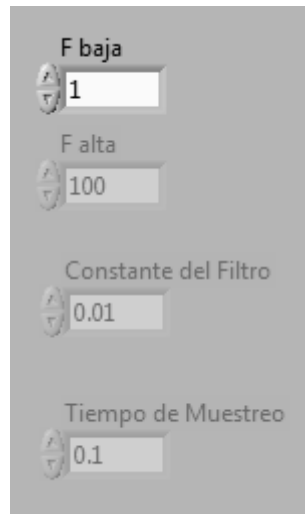
Fuente: elaboración propia.

5.5.2. **Modificación en los parámetros de ruido y filtrado**

En esta sección interesa ver cómo se comporta el ruido al pasarlo por un filtro, como se estudió en el capítulo 2. Según las ecuaciones que se muestran en dicho capítulo, los valores de interés que se pueden manejar como entradas son, según el tipo de filtro que se use, frecuencia de corte baja, frecuencia de corte alta, constante del filtro y el valor de $\eta/2$. Se crearán controles que manejen estos valores, los cuales se activarán o desactivarán, dependiendo del

tipo de filtro que se esté utilizando. La siguiente figura muestra los controles creados.

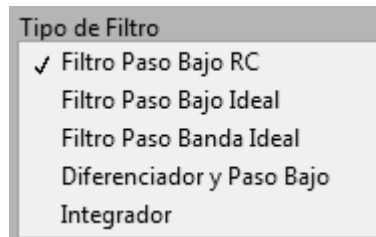
Figura 61. **Controles para diseño de filtros**



Fuente: elaboración propia.

Estos controles se conectan a los bloques mostrados en la sección 5.4.5 para que el programa realice los cálculos necesarios y el usuario pueda modificar los datos en tiempo real. También se incluye un control tipo menú para escoger el tipo de filtro a utilizar, el cual se muestra, en su forma desplegada, en la siguiente figura.

Figura 62. **Menú para seleccionar tipo de filtro**



Fuente: elaboración propia.

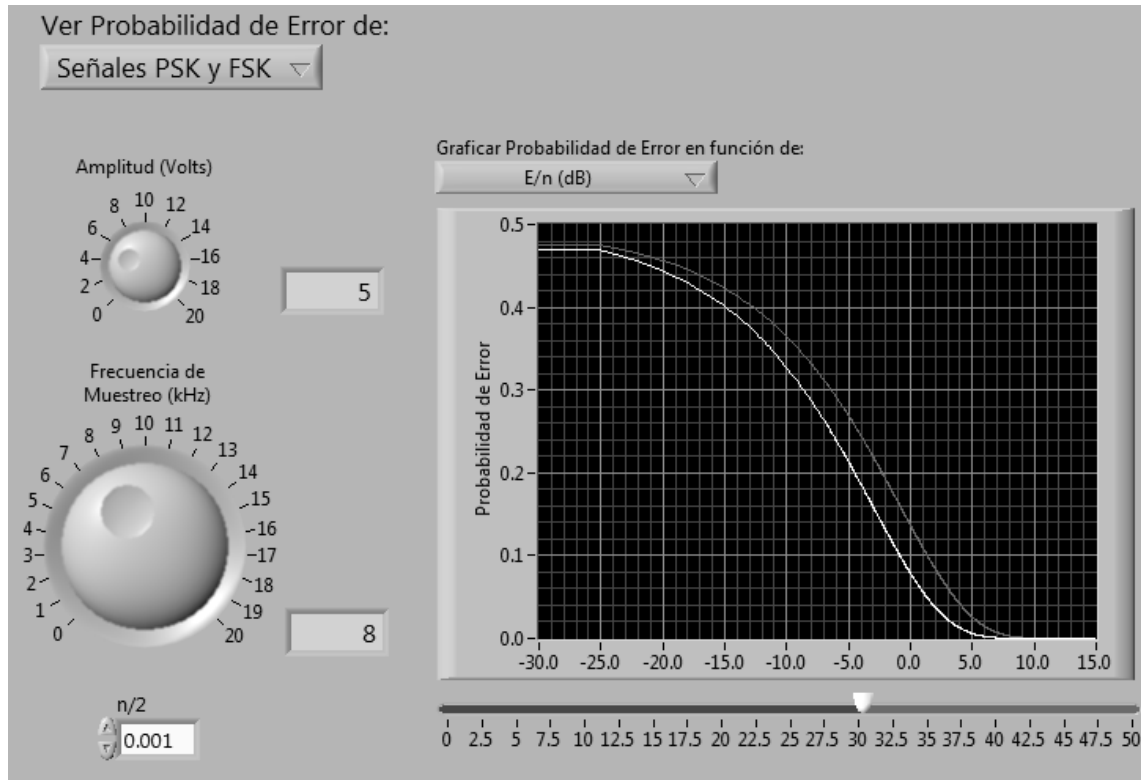
En esta parte del programa también se incluyen controles numéricos para manejar las escalas de las gráficas como se mostró en la sección 5.5.1.

5.5.3. Modificación de parámetros en la probabilidad de error

Como se vio en el capítulo 3, la probabilidad de error en PSK y FSK depende del valor de $\eta/2$, así como de la energía de la señal. Esta, a su vez, depende de la amplitud de la onda modulada y del tiempo de muestreo. Por ello, se centrará el análisis de la probabilidad de error partiendo de estas cantidades.

En la figura 63 se ve la probabilidad de error para las señales PSK y FSK en función de la relación E_s/η , como se muestra en las ecuaciones 128 y 137. La señal PSK es la representada en la gráfica por la línea blanca. Con los controles numéricos mostrados se puede variar los parámetros durante la ejecución del programa y ver el comportamiento de la señal en el gráfico.

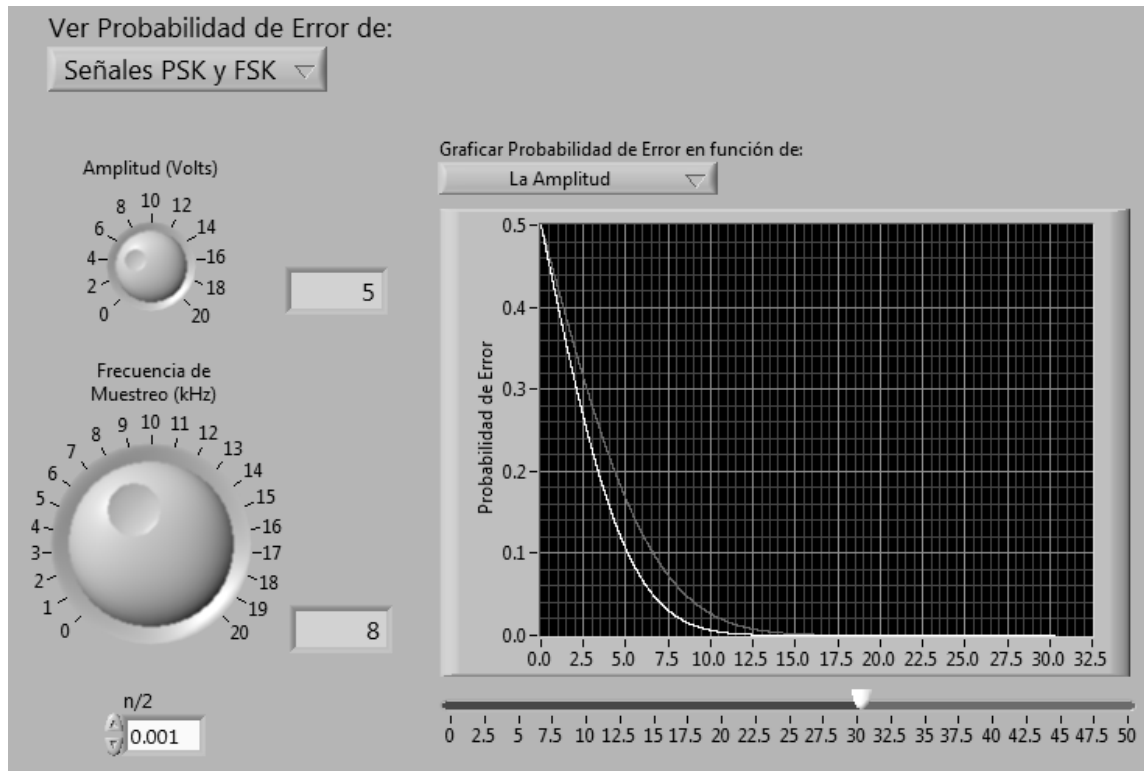
Figura 63. Probabilidad de error en función de la relación E_s/η



Fuente: elaboración propia.

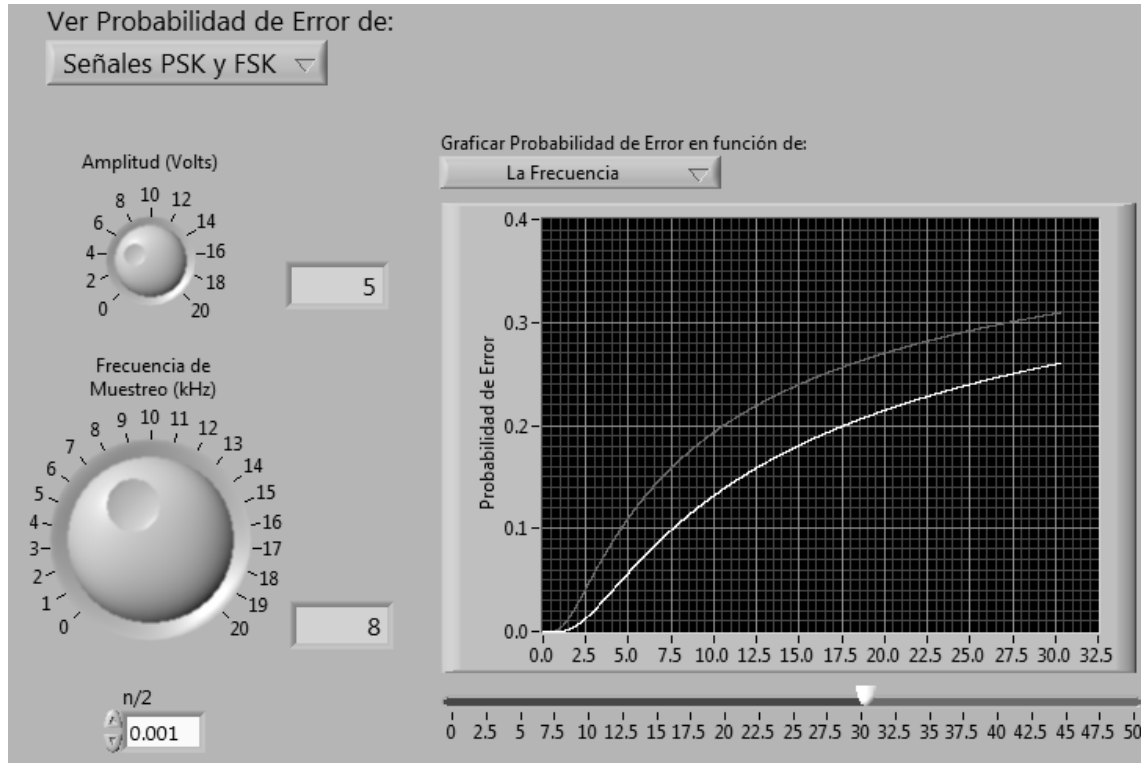
Sobre la gráfica se encuentra un menú para ver la probabilidad de error en función de la amplitud o la frecuencia, además de la mostrada en la figura 62. La probabilidad de error en función de la amplitud y la frecuencia de muestreo se muestran en la figuras 64 y 65, respectivamente. Sigue siendo válido modificar los parámetros durante la ejecución del programa. Aunque se muestra la probabilidad de error para señales PSK y FSK, al mismo tiempo se puede modificar esto en el control tipo menú que aparece en la parte superior de las figuras, para visualizar el análisis gráfico referente a una de las dos señales.

Figura 64. Probabilidad de error en función de la amplitud



Fuente: elaboración propia.

Figura 65. Probabilidad de error en función de la frecuencia



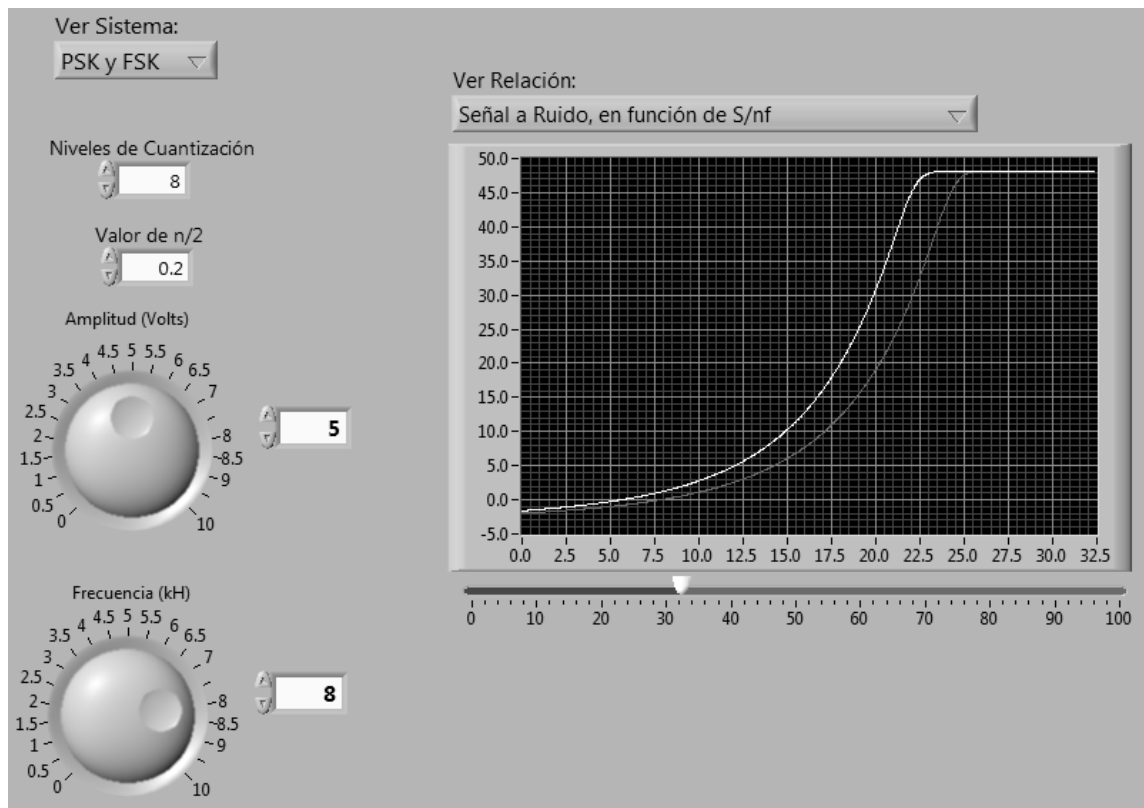
Fuente: elaboración propia.

5.5.4. Modificación de parámetros en la relación señal a ruido

Los controles que se agregan a esta parte son casi los mismos que se agregaron a la parte de probabilidad de error. Se añade únicamente un control que indique el número de niveles de cuantización con los que se quiere realizar los cálculos respectivos. Como se vio en el capítulo 4 es importante ver el efecto del ruido de cuantización y del ruido térmico en la relación señal a ruido total de la señal. Por ello, en esta parte se modifica el menú para escoger la gráfica que se quiere ver con el fin de dar más opciones de análisis y visualización al usuario. Igual que en la parte de probabilidad de error se puede

escoger entre un análisis para una señal PSK, una FSK o ambas al mismo tiempo. Una imagen de los controles e indicadores de la parte de la relación señal a ruido se muestra en la siguiente figura.

Figura 66. **Análisis de la Relación Señal a Ruido con *LabVIEW***

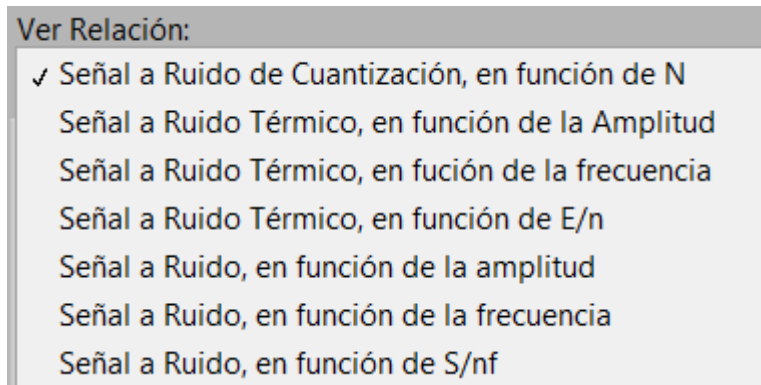


Fuente: elaboración propia.

Como ya se dijo, en esta parte se pretende analizar las relaciones señal a ruido de cuantización, señal a ruido térmico y señal a ruido total. Además se persigue poder variar los parámetros correspondientes y ver el efecto en cada una de las relaciones. Por esta razón, el menú que aparece en la parte de arriba de la gráfica ahora se hace mucho más amplio, tratando de brindar las

herramientas más importantes para realizar un análisis completo. Dicho menú se muestra en su forma desplegada en la siguiente figura.

Figura 67. **Menú desplegado para el análisis de la relación señal a ruido**



Fuente: elaboración propia.

5.6. Herramientas visuales y gráficas

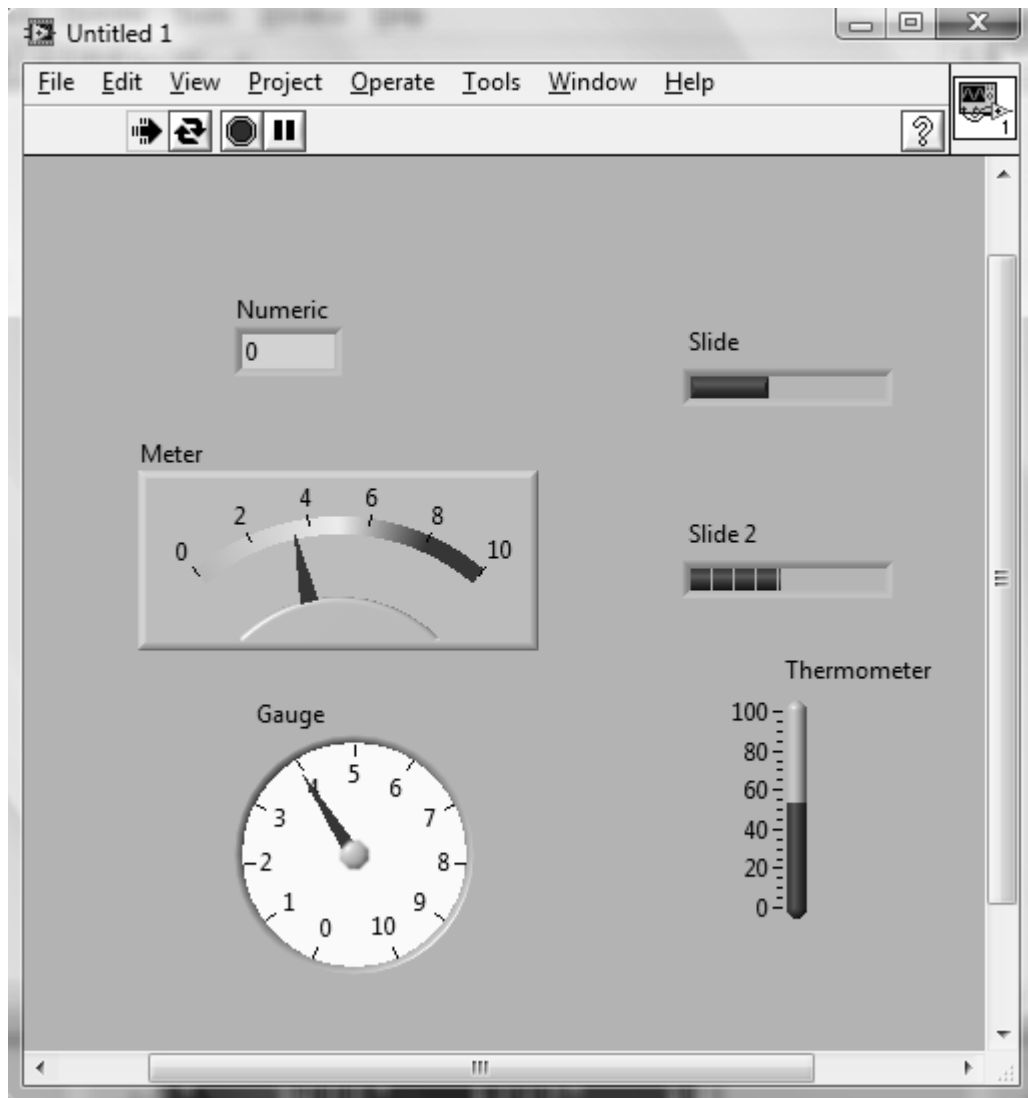
LabVIEW posee múltiples herramientas para poder presentar los resultados al usuario. Veamos, como primer punto, los indicadores, los cuales pueden ser numéricos, de texto o tipo *led*.

Los indicadores numéricos muestran al usuario resultados de operaciones realizadas con cualquier tipo de número. Existen indicadores numéricos especiales que facilitan la interpretación de resultados en algunas aplicaciones particulares, como lo son barras que se llenan progresivamente, termómetros, tacómetros, etc. Al igual que los controles, cuando se coloca un indicador en el *Front Panel* se genera un bloque de función en el *Block Diagram*, el cual puede conectarse a los diagramas estudiados en las secciones anteriores para

recoger los datos y mostrarlos al usuario durante la ejecución del programa. En otras palabras, mostrarán las salidas del programa.

Algunos de los indicadores numéricos se muestran en la siguiente figura.

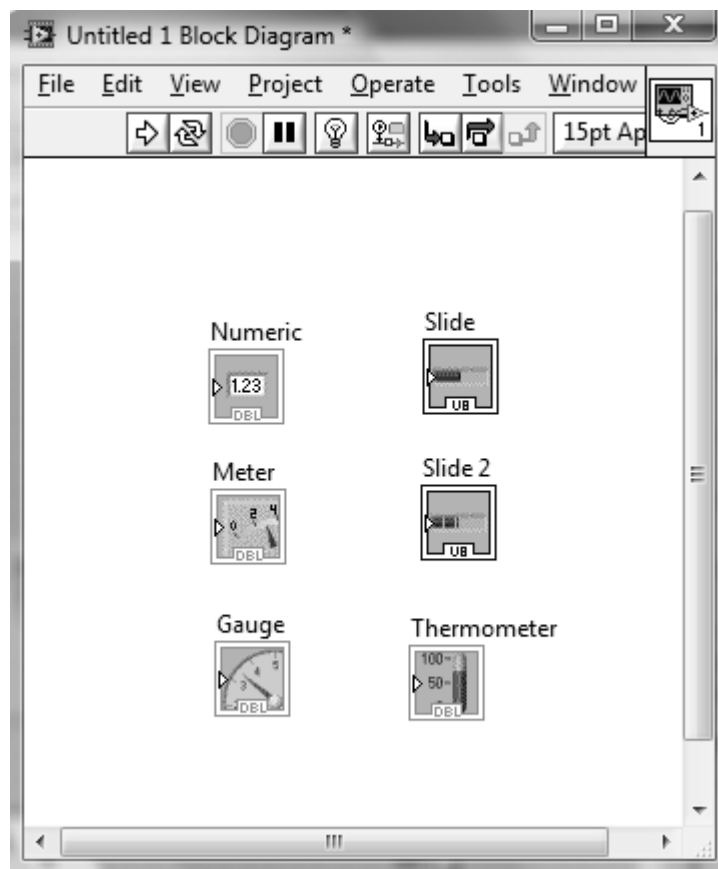
Figura 68. **Indicadores numéricos en *LabVIEW***



Fuente: elaboración propia.

Para acceder a estos controles en el *Front Panel*, se debe buscar en el subgrupo *Numeric Indicator*, en el menú marcado como *Express* de la Paleta de Controles. Los bloques de función generados por estos indicadores se muestran a continuación.

Figura 69. **Bloques de funciones de indicadores numéricos en *LabVIEW***



Fuente: elaboración propia.

Los indicadores de texto sirven para mostrar una cadena de caracteres al usuario. La cadena a mostrar se define en el *Block Diagram*. Un indicador de texto en el *Front Panel* con su respectivo bloque de función se muestra en la siguiente figura.

Figura 70. **Indicador de texto en LabVIEW**



Fuente: elaboración propia.

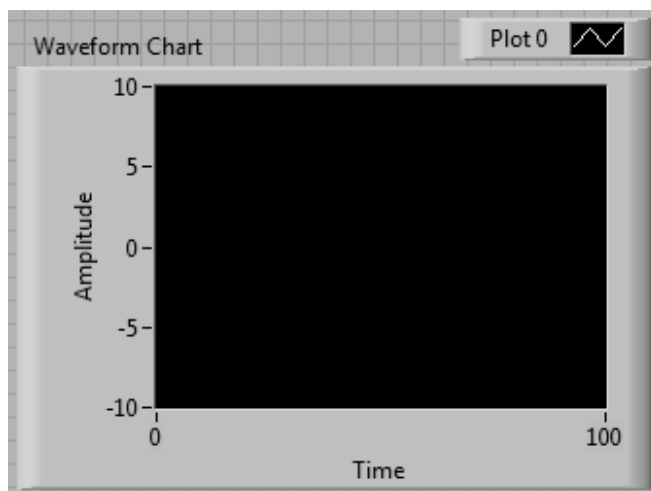
Los indicadores tipo *led* sirven para representar salidas binarias del programa y simulan ser luces que se encienden o apagan según sea el dato que les corresponde.

El grupo de indicadores que más se utilizará en el programa es el de los indicadores gráficos; en especial, el de los tipos *Waveform Chart*, *Waveform Graph* y *Express XY Graph*. Cada uno de estos genera uno o más bloques de función en el *Block Diagram* cuando se colocan en el *Front Panel*. *Waveform Chart* y *Waveform Graph* pueden graficar el mismo tipo de señales, con la

diferencia que un *Chart* genera la gráfica en tiempo real y recopila en cada instante los datos a graficar, mientras que un *Graph* pregenera todos los valores que mostrará en pantalla. Un *Express XY Graph* es ideal para graficar parejas ordenadas de datos, por lo que generalmente se usa con grupos de vectores en los cuales uno representa el eje x y otro el eje y.

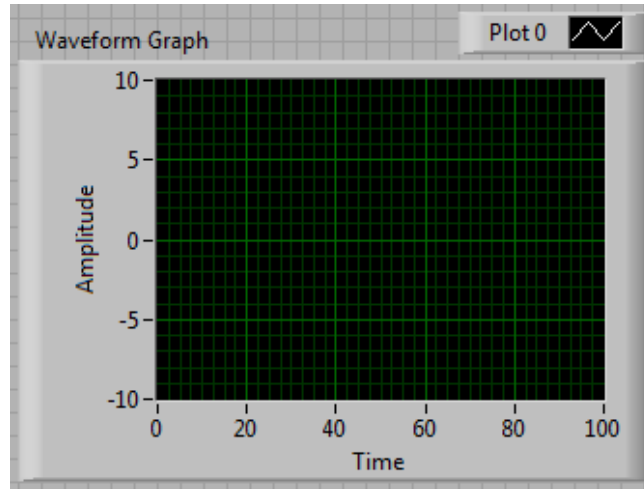
Los tres tipos de gráficos mencionados se muestran en las siguientes gráficas.

Figura 71. **Waveform Chart**



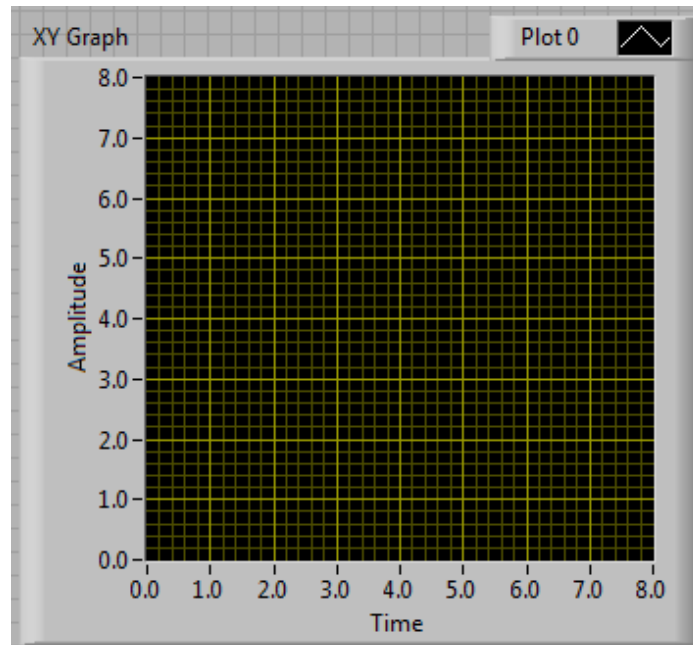
Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

Figura 72. **Waveform Graph**



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

Figura 73. **Express XY Graph**



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

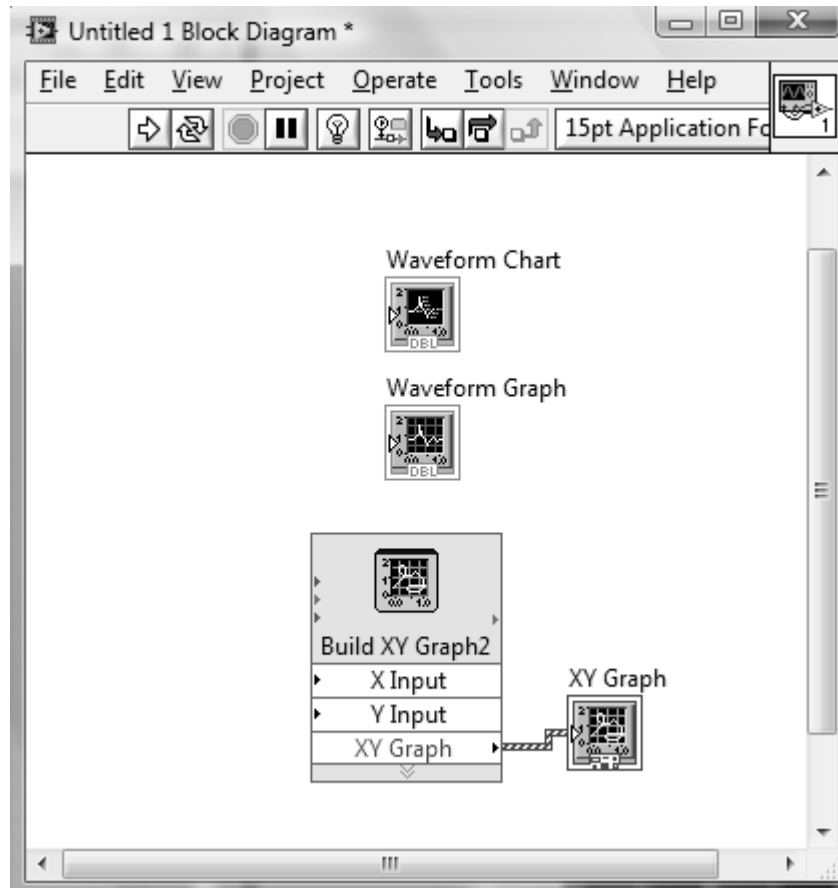
A pesar de las diferencias funcionales descritas entre los tres indicadores, visualmente son muy parecidos, por lo que el usuario podría no notar la diferencia de si está usando alguno en especial. Por ello, la decisión sobre cual usar estriba en la forma en que se esté programando.

Aunque en las tres figuras anteriores los ejes de los tres indicadores están etiquetados como amplitud y tiempo, éstos son capaces de graficar otro tipo de señales, como los son espectros de frecuencias y armónicos, ecuaciones paramétricas, parejas ordenadas de datos, funciones matemáticas no dependientes del tiempo, etc.

Los bloques de función generados por los tres indicadores se muestran en la figura 74.

Como se puede ver en la figura 74, *Waveform Chart* y *Waveform Graph* solo generan un bloque de función. Por ello, solo se tiene que conectar la señal que se quiere graficar a la entrada del bloque y el indicador automáticamente hará los ajustes necesarios y mostrará el resultado. El *Express XY Graph* genera dos bloques. El primero recolecta los datos para la gráfica y el segundo los muestra en la gráfica al usuario. Con este indicador, la señal se debe armar a partir de dos vectores: uno que represente el eje X y otro el eje Y. Ambos pueden relacionarse matemáticamente de una manera sencilla en la programación de bloques.

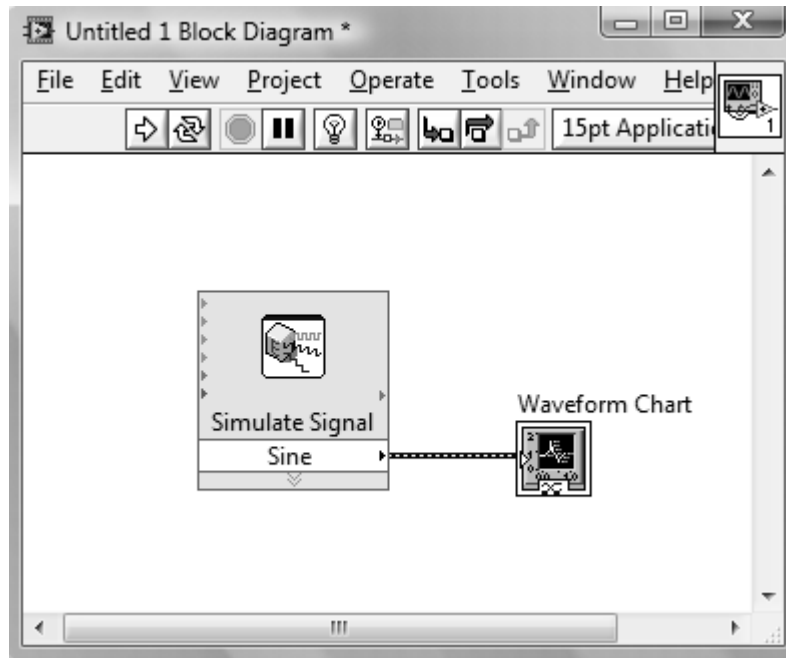
Figura 74. Bloques de función generados por indicadores gráficos



Fuente: elaboración propia.

Como ejemplo de cómo graficar una señal en el dominio del tiempo se tiene el siguiente diagrama de bloques, en el cual utilizamos un *Waveform Chart*.

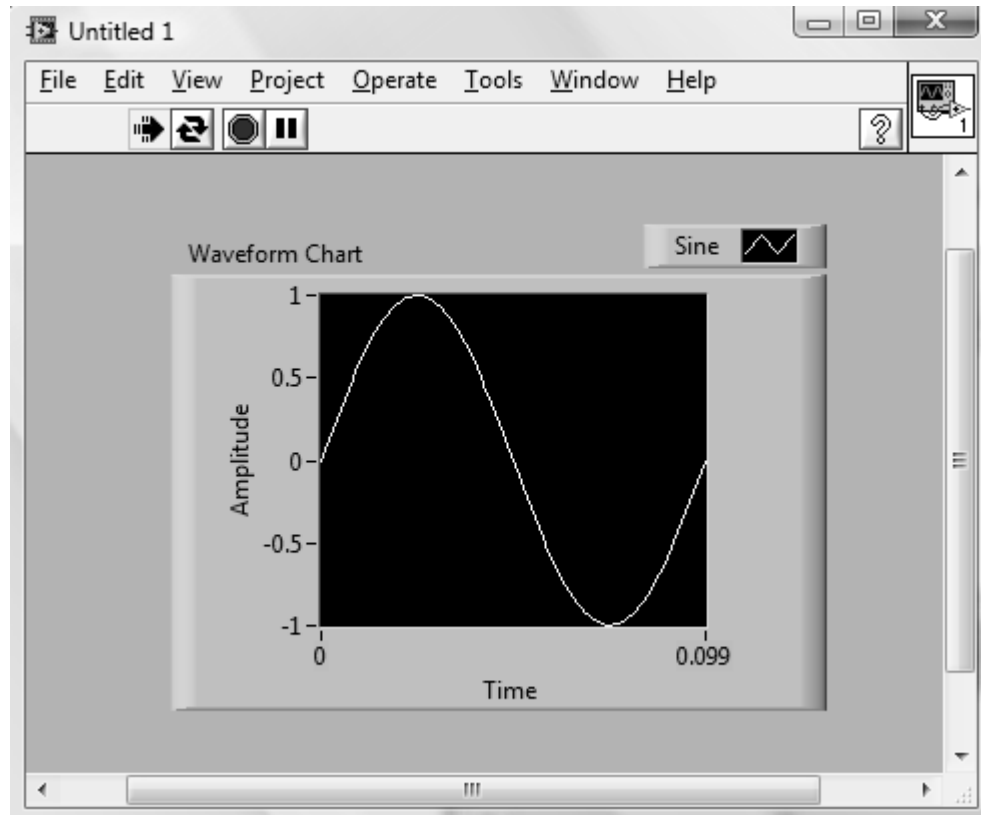
Figura 75. **Diagrama de bloques para graficar una señal en el tiempo**



Fuente: elaboración propia.

En este caso se ha simulado una señal senoidal en el tiempo, con el *Simulate Signal* utilizado anteriormente. Puede graficarse distintas funciones y no solo las que sean salidas de un bloque específico para generar señales. Así podemos obtener gráficas de salidas de filtros o de un bloque que realice una o más operaciones entre varias señales. La gráfica generada por los bloques de la figura 75 se muestra en la siguiente figura, lo cual corresponde a la interfaz del usuario en el *Front Panel*.

Figura 76. Gráfica de una señal en el tiempo



Fuente: elaboración propia.

Para el análisis de la relación señal a ruido es de vital importancia realizar un análisis gráfico en el dominio de la frecuencia. En especial, de la densidad espectral de potencia de las señales generadas. Se utilizarán los indicadores *Waveform Graph* para presentar el comportamiento de las señales en el dominio de la frecuencia. Para ello se debe usar, junto con el bloque *Waveform Graph*, un bloque que genera la densidad espectral de potencia. Este bloque se encuentra en el grupo de funciones *Signal Processing*, en el apartado *Waveform Measurements* y se muestra en la figura 77.

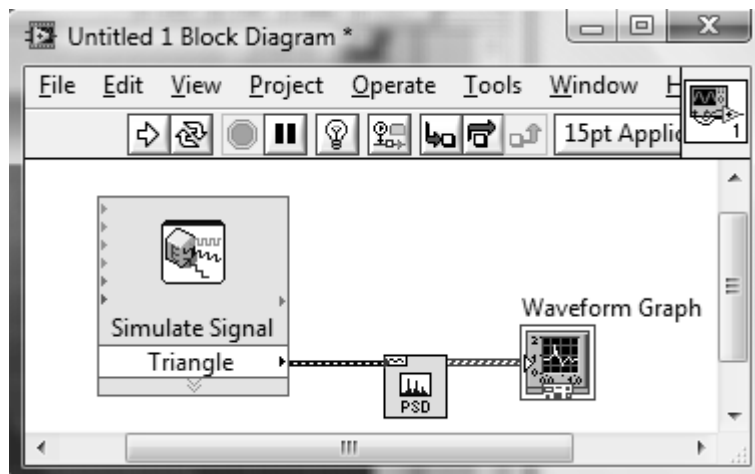
Figura 77. **Bloque FFT *Power Spectral Density***



Fuente: programa *LabVIEW*, versión 8.6.

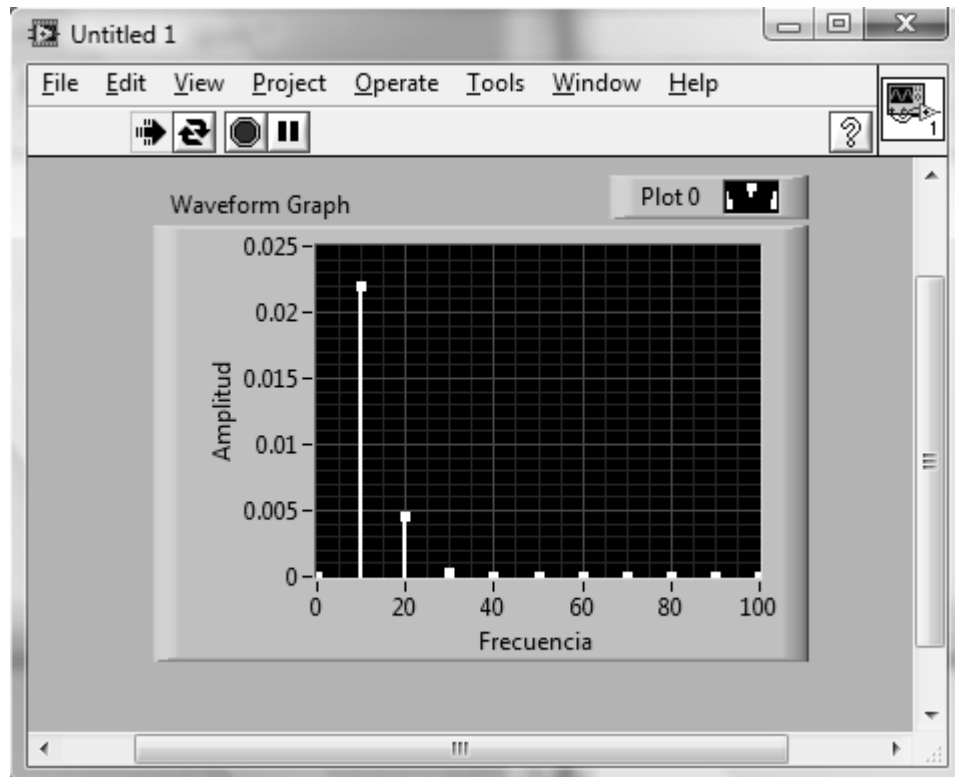
A continuación se muestra cómo se utilizaría el bloque para encontrar la densidad espectral de potencia de una señal triangular de 10 Hz, y también cómo se ve esta representación en la interfaz del usuario.

Figura 78. **Diagrama para obtener y graficar la densidad espectral de potencia de una señal**



Fuente: elaboración propia.

Figura 79. **Gráfica de la densidad espectral de potencia de una señal triangular**



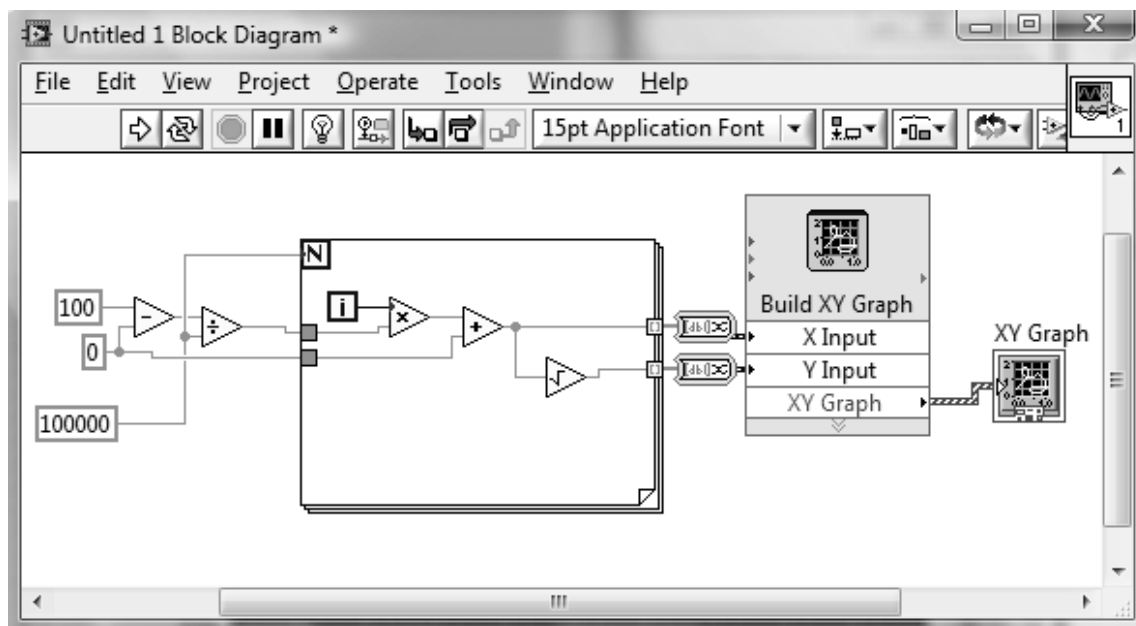
Fuente: elaboración propia.

Para generar una gráfica con un indicador *Express XY Graph* el método no es tan directo como en los dos casos anteriores. Como ya se dijo, tal indicador está orientado a graficar funciones matemáticas, por lo que se debe indicar en el programa los valores del eje x que se desean incluir en la gráfica. Además, se deben generar los valores respectivos para el eje y.

La forma de indicar estos valores es por medio de vectores, los cuales se facilita formarlos a través de un ciclo *For*. En la figura 80 se muestra el programa para presentar la gráfica de la función $y = \sqrt{x}$. La estructura que se

muestra es necesaria para formar los vectores. El recuadro con funciones matemáticas dentro de él representa el ciclo *for*, el cual, a su salida, convierte automáticamente los datos de las operaciones de los bloques en los vectores de entrada al indicador gráfico.

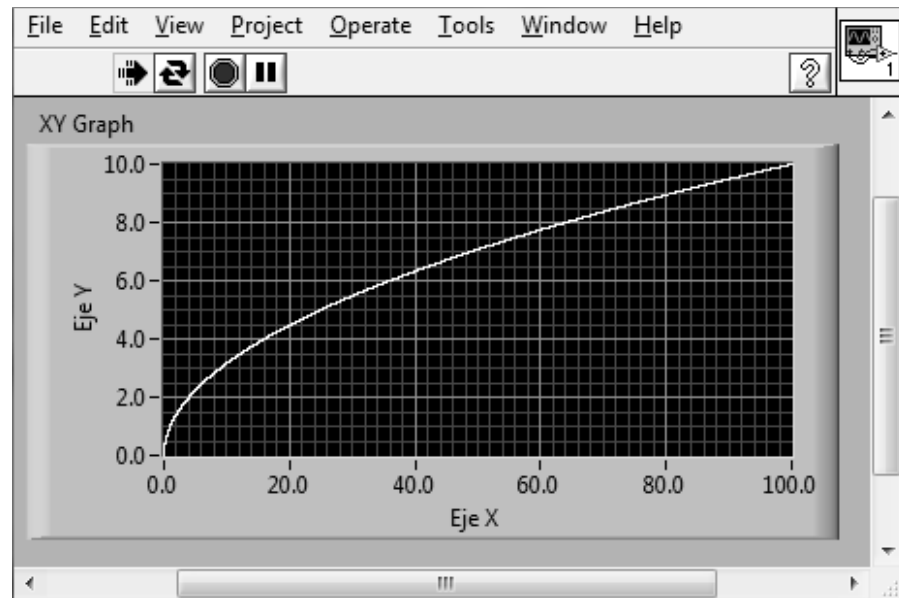
Figura 80. **Diagrama de bloques para generar la función $y = \sqrt{x}$**



Fuente: elaboración propia.

La gráfica respectiva en el *Front Panel* se muestra a continuación.

Figura 81. **Gráfica de la función $y = \sqrt{x}$**



Fuente: elaboración propia.

Ahora, se explicará la forma en que se utilizan estos indicadores en el programa final.

5.6.1. Indicadores en la simulación de sistemas PSK y FSK

La figura 82 muestra la apariencia del programa al iniciar la simulación. Al lado izquierdo aparecen los controles con los cuales se pueden seleccionar la amplitud y la frecuencia de la señal de datos y la portadora que se desea simular. También existe un control para escoger la desviación de frecuencia en un sistema FSK, por lo que solo estará activado cuando se esté simulando esta señal. Tales controles están a la vista del usuario, sin importar en qué punto del programa se encuentre.

En el lado derecho se encuentra una herramienta la cual permite mostrar varias fichas. Entre ellas, la primera, empezando por la superior, se centra en la transmisión de una señal PSK o una FSK. El control (en la parte superior de esta ficha) permite escoger entre una de las dos señales.

Después, se muestran seis indicadores gráficos. Los gráficos de la izquierda muestran señales en el dominio del tiempo y los de la derecha en el dominio de la frecuencia. Concretamente, muestran la densidad espectral de potencia de las señales mostradas en la izquierda. Las gráficas que se encuentran en la parte superior representan a la señal portadora. Bajo ellas se representa a la señal de datos y por último se encuentran las gráficas respectivas de la señal modulada según el sistema que se haya escogido con anterioridad. Los controles numéricos bajo cada indicador gráfico cambian la escala del eje X en cada gráfica. El eje Y es calculado automáticamente por el programa, dependiendo de los valores de la señal a graficar.

Los controles de la frecuencia y amplitud de las señales pueden modificarse en cualquier instante y ver el cambio que producen en las señales en tiempo real. Con ello, se facilita la comprensión y análisis de cada uno de los sistemas estudiados. Por ejemplo, para un sistema FSK, se puede observar que, si disminuye la desviación de frecuencia a un valor menor que la frecuencia de la señal de datos, los espectros de las señales de frecuencia superior e inferior empieza a superponerse, lo que causaría errores en la transmisión de datos.

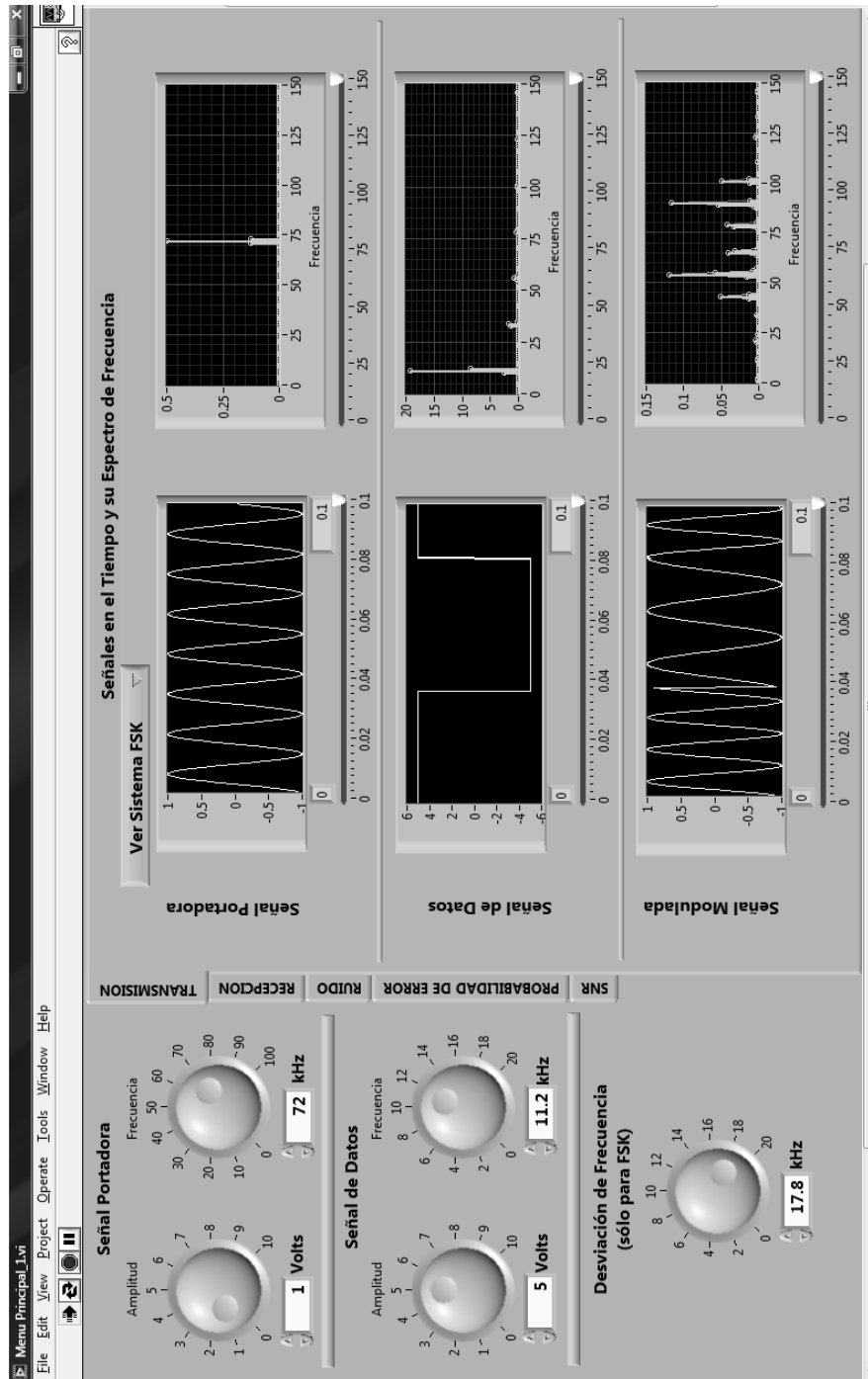
Para la ficha de recepción, la cual se muestra en las figuras 83 y 84, se presentan cuatro gráficas. Todas ellas muestran señales en función del tiempo. Dependiendo del sistema que se escoja, PSK o FSK, así son las señales que se muestran. Esto se debe a que se grafican puntos específicos de cada

sistema mostrados en diagramas de bloques de las figuras 1 y 6, donde se han expuesto los receptores de PSK y FSK respectivamente.

Cuando se ha escogido la recepción de PSK, la gráfica colocada arriba, a la izquierda, muestra la salida del filtro de banda angosta centrado en el doble de la frecuencia de la portadora, que aparece en el diagrama de bloques de la figura 1. Por ello, debe ser una señal senoidal pura. La gráfica abajo, a la izquierda, presenta la salida del bloque Demodulador Síncrono de la misma figura, el cual realiza la multiplicación de la señal portadora recuperada y la señal PSK. La gráfica de arriba, a la derecha, enseña la señal recuperada de datos del receptor PSK. Debajo de esta aparece la señal de datos original, lo cual facilita la comparación entre ambas.

La amplitud y la frecuencia de la señal de datos y la portadora pueden modificarse y así ver el efecto en estas nuevas señales, sobre todo la señal recuperada; y ver para qué valores esta es acorde a la señal original.

Figura 82. Simulación de Sistemas de Transmisión PSK y FSK



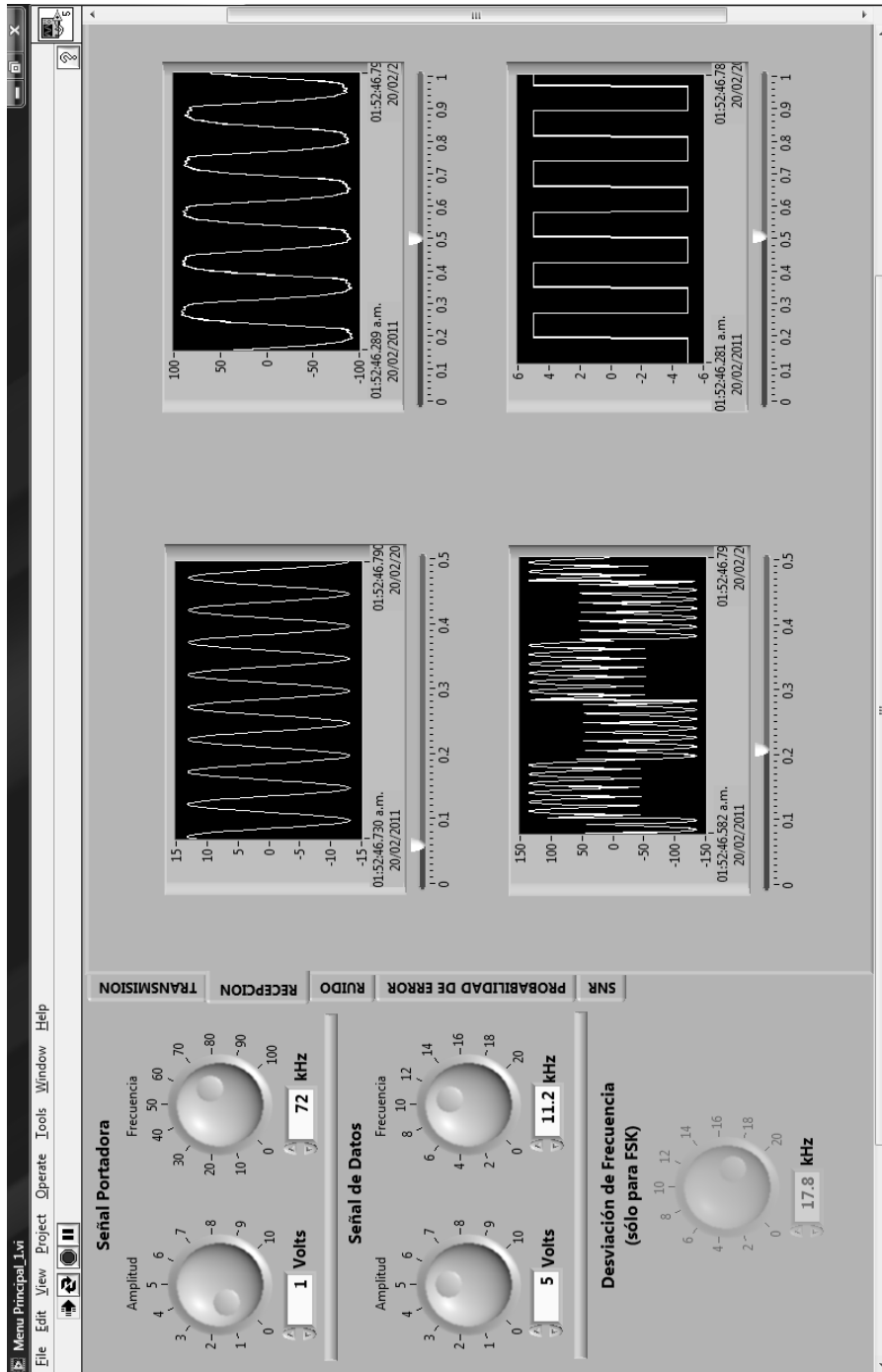
Fuente: elaboración propia.

Para el caso de una señal FSK, los puntos a graficar están basados en el diagrama de bloques mostrado en la figura 6. La gráfica superior, a la izquierda, muestra la señal de salida del filtro pasa banda centrado en la frecuencia alta. Por su parte, la de la parte inferior muestra la salida del filtro centrado en la frecuencia baja.

La gráfica que se encuentra en la parte superior, a la derecha, muestra tres señales a la vez. La señal dibujada con color rojo es la salida del detector de envolvente para la portadora de frecuencia alta. La de color blanco corresponde al detector de envolvente de la portadora de frecuencia baja. La onda de color verde es la señal recuperada por el receptor de FSK, la cual es la salida de un comparador de las dos señales anteriores. Abajo, a la derecha, se tiene la señal de datos original por lo que permanece igual que cuando se analiza una señal PSK.

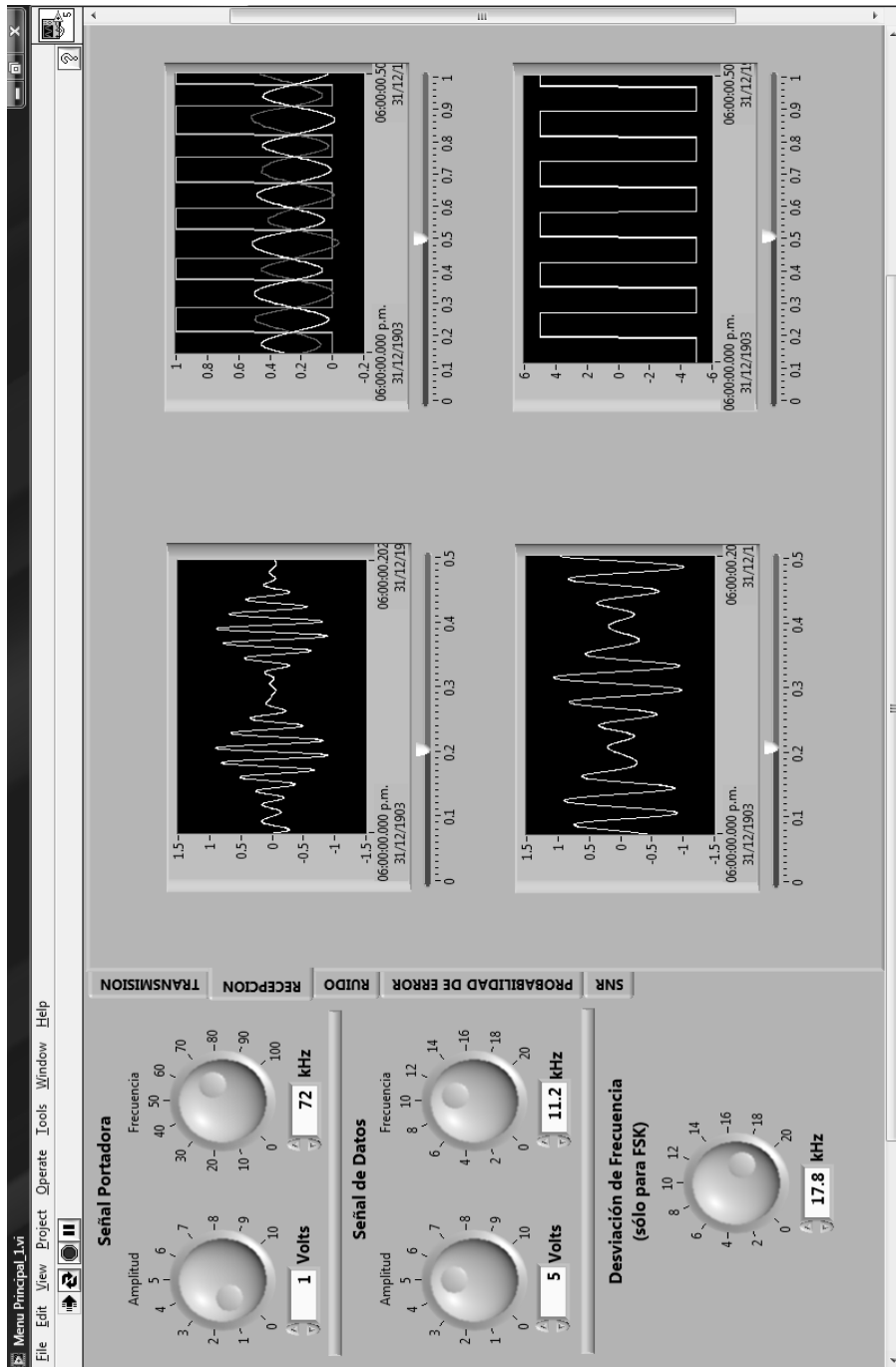
Todos los indicadores gráficos de esta parte cuentan con controles numéricos para disminuir o aumentar el rango de tiempo en el cual se quieren graficar las señales.

Figura 83. Simulación de Recepción de PSK



Fuente: elaboración propia.

Figura 84. Simulación de Recepción de FSK



Fuente: elaboración propia.

5.6.2. Indicadores en la simulación de ruido y filtrado del ruido

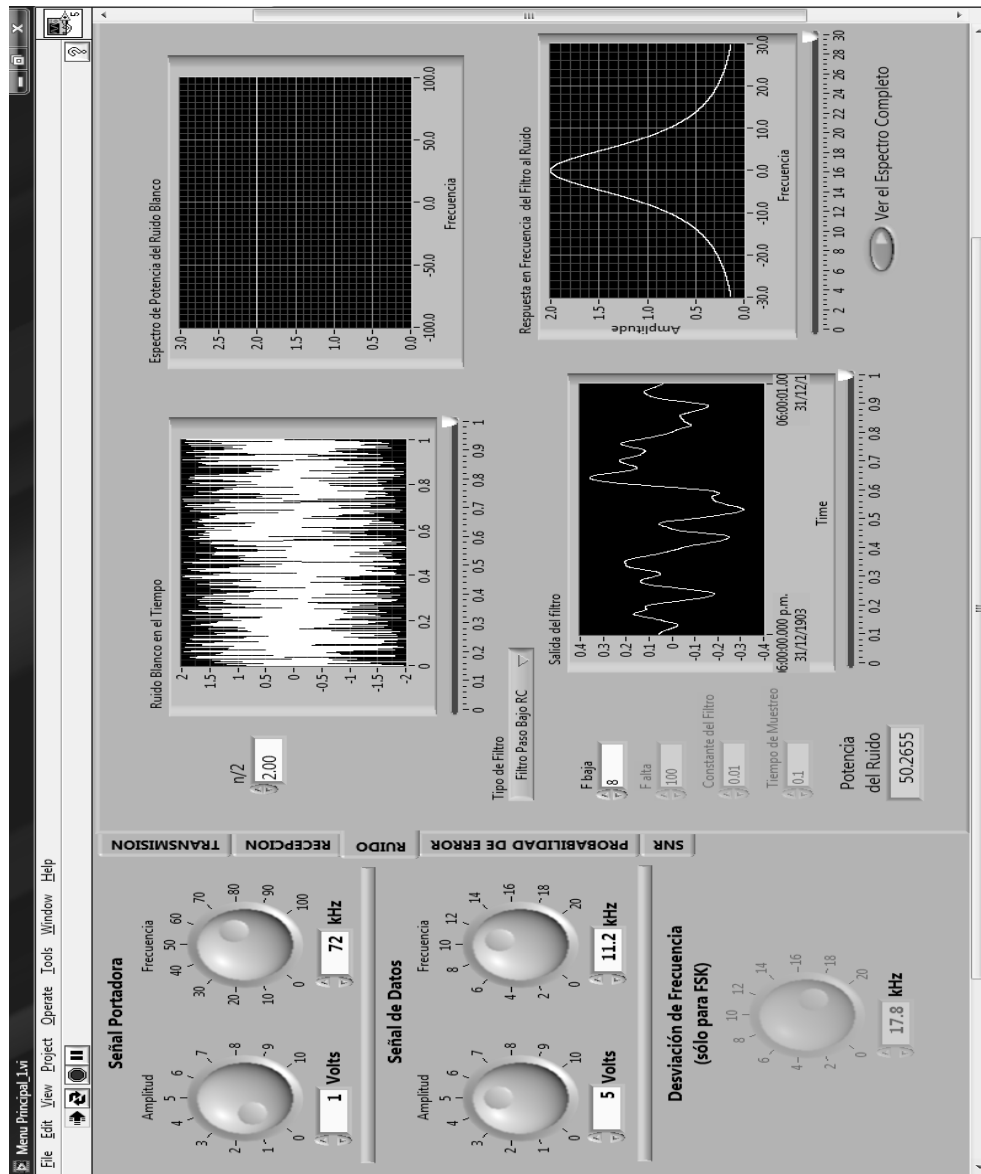
El programa trabajando en la ficha de Ruido se muestra en la figura 85. Aquí se encontrarán cuatro gráficas: dos en el dominio del tiempo y dos en el dominio de la frecuencia. En la parte superior izquierda se encuentra un control numérico para escoger un valor determinado para $\eta/2$. La gráfica que se encuentra en la parte superior izquierda muestra una fuente de ruido blanco aleatorio en el tiempo. En tanto, la parte superior a la derecha muestra la densidad espectral de potencia de dicho ruido, la que resulta ser constante en todo el espectro, como se vio en el capítulo 2.

En las gráficas de la parte inferior se enseña el comportamiento que tendría la señal al pasarse por un filtro. En un control tipo menú podemos escoger entre cualquiera de los filtros expuestos en la sección 2.6. Al escoger un tipo de filtro, se activarán los controles numéricos necesarios para modificar las características del mismo. Dichos controles, los encontramos en la parte izquierda de la ficha. La gráfica que aparece en la parte de abajo, a la izquierda, muestra la señal de ruido al pasar por el filtro. Por su parte, la de abajo, a la derecha, muestra la respuesta en frecuencia del filtro.

Los indicadores gráficos poseen controles numéricos para cambiar la escala del eje X de las gráficas a mostrar. En la esquina inferior izquierda de la ficha se encuentra un indicador numérico, el cual nos mostrará la potencia del ruido de salida del filtro, que posea las características que se le establezcan en el programa. Debajo del indicador gráfico que se encuentra en la parte inferior, a la derecha, se tiene un botón que permite cambiar entre ver el espectro completo o solamente la parte positiva de la respuesta en frecuencia del filtro.

Al igual que con las funciones de transmisión y recepción de señales PSK y FSK, los parámetros contenidos en esta ficha pueden modificarse durante la ejecución del programa y ver los cambios que esto produce en tiempo real.

Figura 85. Simulación de Ruido y filtrado del Ruido



Fuente: elaboración propia.

5.6.3. Indicadores en el análisis gráfico de la probabilidad de error

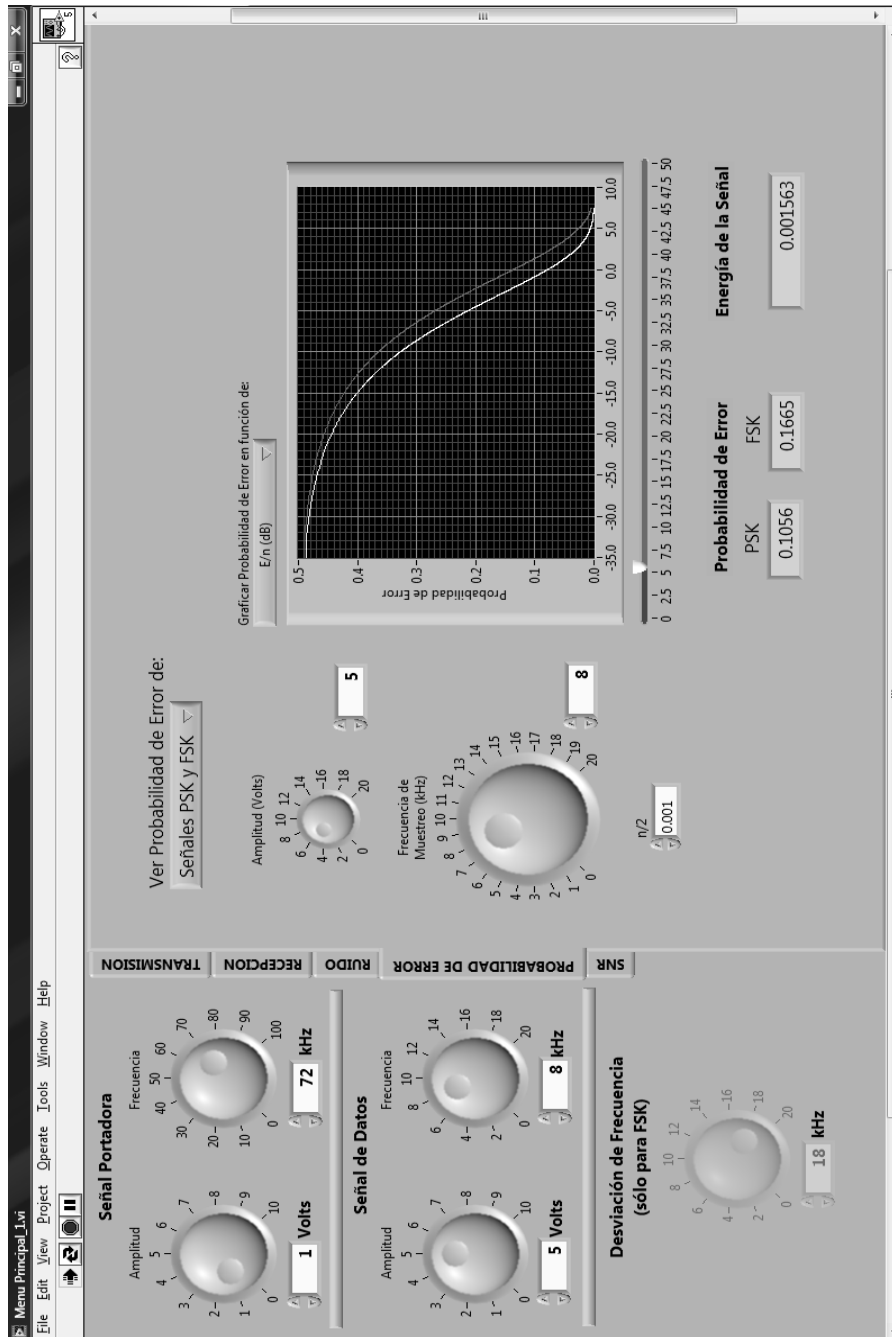
En la ficha de Probabilidad de Error se encuentra una gráfica que muestra el comportamiento de dicha probabilidad en los sistemas PSK y FSK, ya sea en función de la amplitud de la señal, de la frecuencia de muestreo o bien de la energía de la señal. La apariencia de esta parte del programa se muestra en la figura 85.

En la parte superior de la ficha se encuentran dos controles tipo menú. El primero, brinda la posibilidad de ver el comportamiento de la probabilidad de error en un sistema PSK, FSK o de ambos al mismo tiempo. Cuando se escoge analizar ambas señales, la gráfica trazada con blanco corresponde a PSK y la roja a FSK. El control, ubicado sobre la gráfica, permite escoger entre ver la probabilidad de error en función de la amplitud, de la frecuencia o de la relación E_s/η dada en decibeles. Las gráficas son elaboradas a partir de la explicación matemática mostrada en las secciones 3.7 y 3.8.

En la parte izquierda se muestran tres controles numéricos los cuales permiten simular los parámetros de la señal sobre la cual se está analizando la probabilidad de error. Estos parámetros son la amplitud de la señal, la frecuencia de muestreo y el valor de $\eta/2$. Al modificar cualquiera de estos parámetros se puede ver inmediatamente en la gráfica el efecto que esto tiene en la probabilidad de error. En la parte inferior de la gráfica se encuentra un control numérico para cambiar el rango en el cual se quiere analizar la probabilidad de error. El eje Y de esta gráfica se ajusta de manera automática por el programa.

En la parte inferior de la ficha se tienen tres indicadores numéricos. Éstos permiten ver, durante toda la ejecución del programa, los valores de la probabilidad de error para los sistemas PSK y FSK, y la energía de la señal de cualquiera de los dos sistemas. Estos valores están calculados por el programa con base en las ecuaciones 129 y 137, las cuales se explicaron en el capítulo 3. Para la energía de la señal solo aparece un indicador numérico ya que es la misma para FSK y PSK. Los valores que se muestran en cada momento son los entregados por los parámetros que se escogen en los controles de la izquierda de la ficha. Por ello, los resultados cambian en cada instante en que se hace una modificación en el programa.

Figura 86. Análisis gráfico de la probabilidad de error para PSK y FSK



Fuente: elaboración propia.

5.6.4. Análisis gráfico de la relación señal a ruido

La última ficha del programa se muestra en la figura 86 y presenta un análisis gráfico de la relación señal a ruido para PCM, utilizando los sistemas PSK y FSK. Esta parte es muy parecida a la de probabilidad de error, ya que cuenta con los mismos controles de amplitud, frecuencia y valor de $\eta/2$. También es posible hacer el análisis para las señales PSK y FSK por separado o simultáneamente.

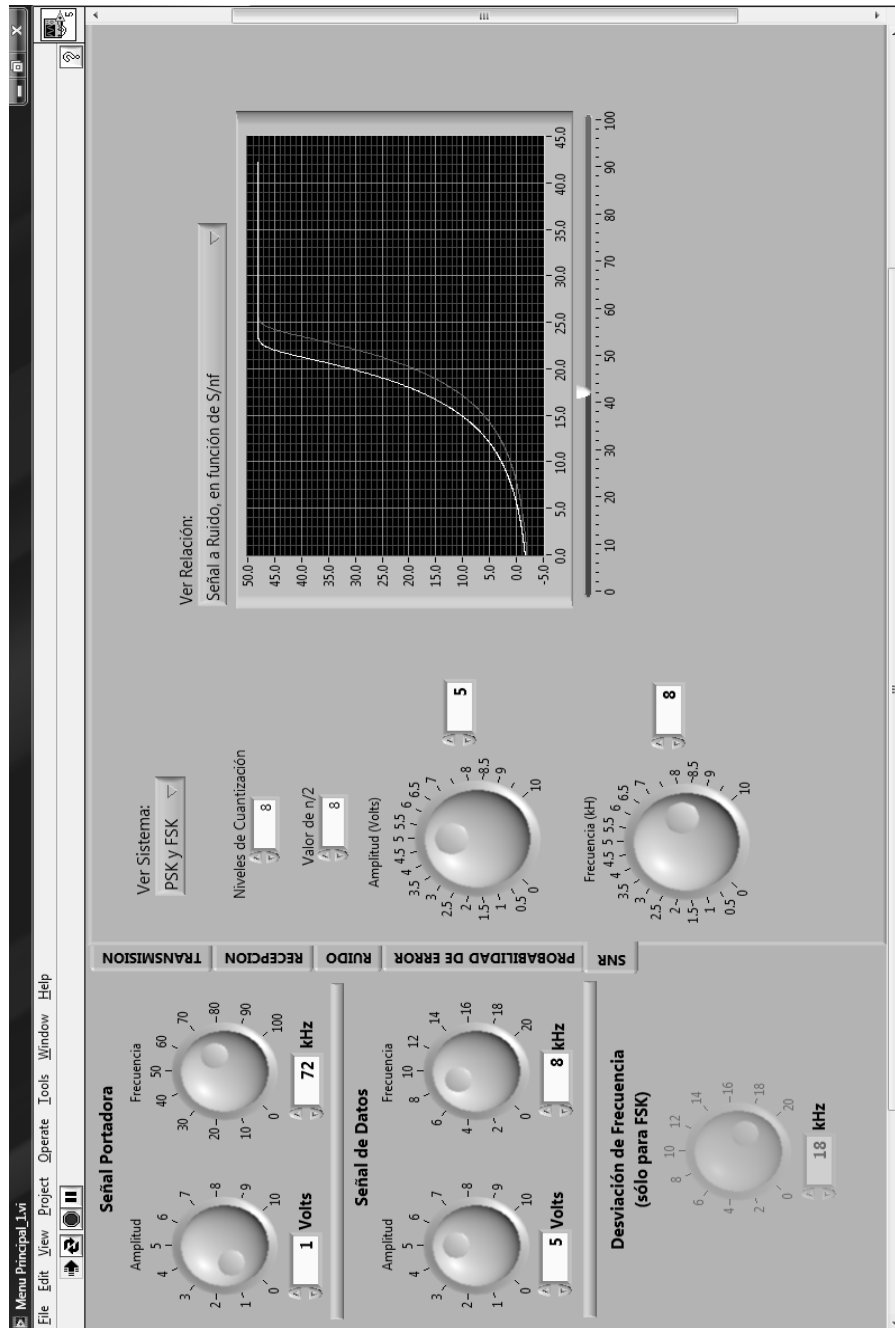
Cuando se muestre el análisis para ambas señales, la gráfica se trazará en color blanco para PSK y en rojo para FSK. Aquí aparece también un control numérico para escoger el número de niveles de cuantización que se habrían utilizado en la modulación PCM.

El gráfico en esta ficha siempre nos mostrará la relación señal a ruido como variable dependiente. Sin embargo, puede especializarse el análisis gracias al control tipo menú que aparece sobre la gráfica. Así se puede escoger entre ver la relación señal a ruido de cuantización, señal a ruido térmico en función de ciertos parámetros y señal a ruido total también en función de varios parámetros, dando un total de 7 opciones de visualización.

Al igual que los indicadores descritos anteriormente, se pueden observar gráficamente cómo repercuten los cambios de los parámetros manejados por los controles numéricos de una forma inmediata.

Los cálculos necesarios para obtener estas gráficas están basados en las ecuaciones 165 y 166, estudiadas en el capítulo 4.

Figura 87. Análisis gráfico de la relación señal a ruido en PCM



Fuente: elaboración propia.

CONCLUSIONES

1. El programa *LabVIEW* permite desarrollar aplicaciones con base en *software* que simulan muy bien los instrumentos encontrados dentro de un laboratorio.
2. Una buena simulación de los sistemas de transmisión y recepción de datos permite observar previamente cómo se comportará el sistema. Esto ayuda a ahorrar tiempo y dinero en la implementación física de los mismos.
3. La interfaz dinámica del simulador convierte el programa en una herramienta didáctica que ayuda a ampliar la comprensión del comportamiento del ruido en los sistemas de transmisión de datos.
4. Los resultados y gráficos entregados con el programa, contrastados con la descripción teórica de la probabilidad de error y la relación señal a ruido de los sistemas, muestran que es posible realizar un análisis correcto a través de la simulación ya que los resultados obtenidos concuerdan con los esperados.
5. La versatilidad de las herramientas de programación de *LabVIEW* permiten simular una diversidad de fenómenos y no se limita solamente al área de telecomunicaciones y electrónica.

RECOMENDACIONES

1. Estimular el uso de la instrumentación virtual para el estudio e investigación de los fenómenos relacionados con la electrónica. Como se demostró, representa una alternativa económica y accesible para ilustrar los conceptos que se quieren aprender.
2. Utilizar la simulación como un complemento en el estudio y diseño de sistemas de comunicación. Se debe tener en cuenta que la simulación es una aproximación a la realidad y un sistema real se verá afectado por factores que no pueden preverse en la simulación.
3. Promover el uso de lenguajes de programación gráficos como *LabVIEW* ya que permiten crear herramientas versátiles y dinámicas que se pueden adaptar a necesidades específicas.
4. Estudiar a profundidad los efectos que causa el ruido en los sistemas de comunicación ya que es un aspecto fundamental para lograr una transmisión eficiente.
5. Desarrollar aplicaciones con instrumentación virtual que puedan establecer conexiones con dispositivos externos para hacer de la simulación una herramienta interactiva de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

1. CARLSON, Bruce A.; CRILLY, Paul B.; RUTLEDGE, Janet C. *Sistemas de comunicación*. 4a ed. México: McGraw-Hill/Interamericana, 2007. 850 p.
2. COUCH II, Leon W. *Sistemas de comunicación digitales y analógicos*. 5a ed. México: Prentice Hall Hispanoamericana, 1998. 742 p.
3. LATHI, B. P. *Introducción a la teoría y sistemas de comunicación*. México: Limusa, 1991. 409 p.
4. SHANMUGAM, K. Sam. *Digital and analog communication systems*. Estados Unidos de América: John Wiley & Sons, 1979. 600 p.
5. STREMLER, Ferrel G. *Sistemas de comunicación*. México: Fondo Educativo Universitario, 1985. 611 p.
6. TAUB, Herbert; SCHILLING, Donald L. *Principles of communication systems*. 2a ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 1986. 759 p.
7. TRAVIS, Jeffrey; KRING, Jim. *LabVIEW for everyone: graphical programming made easy and fun*. 3a ed. Estados Unidos: Prentice Hall, 2006. 1032 p.

