



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA CAJA REDUCTORA DE
VELOCIDAD DE ENGRANE Y TORNILLO SINFIN EN BAÑO DE
ACEITE CON RELACIÓN DE 40:1**

CARLOS FRANCISCO AMADO CONTRERAS
ASESORADO POR: ING. GILBERTO ENRIQUE MORALES BAIZA

GUATEMALA, OCTUBRE DE 2003

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA CAJA REDUCTORA
DE VELOCIDAD DE ENGRANE Y TORNILLO SINFIN EN BAÑO
DE ACEITE CON RELACIÓN DE 40:1**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

CARLOS FRANCISCO AMADO CONTRERAS

ASESORADO POR EL ING. GILBERTO ENRIQUE MORALES BAIZA
AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO MECÁNICO

GUATEMALA, OCTUBRE DE 2003

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Sydney Alexander Samuels Milson
VOCAL I	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL II	Lic. Amahám Sánchez Álvarez
VOCAL III	Ing. Julio David Galicia Celada
VOCAL IV	Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz
VOCAL V	Br. Elisa Yazminda Vides Leiva
SECRETARIO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Julio Ismael González Podszueck
EXAMINADOR	Ing. Jesús Horacio Guerra S.
EXAMINADOR	Ing. Carlos Aníbal Chicojay Coloma
EXAMINADOR	Ing. Luis Gerardo Guzmán Rodas
SECRETARIO	Ing. Francisco Javier González López

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA CAJA REDUCTORA DE VELOCIDAD DE ENGRANE Y TORNILLO SINFÍN EN BAÑO DE ACEITE CON RELACIÓN DE 40:1

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica con fecha 28 de febrero de 1997.

CARLOS FRANCISCO AMADO CONTRERAS

ACTO QUE DEDICO

A DIOS

A MIS PADRES Rogelio Amado Salazar y Obelina Contreras de Amado

A MIS HERMANOS Maria y Arnoldo

A MIS TÍAS Arceli y Colomba

A MIS SOBRINOS Marizabel, David, Francisco, Jennifer, Mercedes

A TODOS MIS FAMILIARES

A TODOS MIS AMIGOS

AGRADECIMIENTOS

A DIOS

Por su inmensa misericordia e infinito amor.

A MIS PADRES

Quienes con sus consejos, ejemplo y amor me han apoyado a lo largo de mi vida.

- A MIS HERMANOS** Por su amor y apoyo incondicional.
- A MIS SOBRINOS** Por su amor y apoyo incondicional.
- A MIS TÍAS** Por su amor y apoyo incondicional.
- A WILLIAM GIRÓN** Por su amistad, apoyo y colaboración incondicional.
- A JORGE DE LEÓN** Por su amistad, apoyo y colaboración incondicional.
- A GILBERTO MORALES** Por su amistad, apoyo y colaboración en el asesoramiento de este trabajo de graduación.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	VII
LISTA DE SÍMBOLOS	XI
GLOSARIO	XV

RESUMEN	XVII
OBJETIVOS	XIX
INTRODUCCIÓN	XXI

1. ENGRANAJES	1
1.1. Introducción y terminología de los engranajes	1
1.1.1. Ley fundamental del engranaje	1
1.1.2. El perfil de involuta para dientes de engrane	3
1.1.3. Cambio de la distancia entre centros	6
1.1.4. Ángulo de presión	7
1.1.5. Juego	8
1.1.6. Nomenclatura de los engranajes	10
1.1.7. Interferencia y rebaje entre dientes	14
1.2. Engranajes rectos	16
1.3. Engranajes helicoidales	16
1.4. Engranajes cónicos	18
1.4.1. Engranajes cónicos rectos	18

2. MÁQUINAS Y ACCESORIOS COMÚNMENTE UTILIZADOS EN LA FABRICACIÓN DE ENGRANAJES	21
2.1. Fresadoras verticales	21
2.1.1. Fresadora de husillo vertical	21
2.1.2. Herramienta de corte para fresadoras verticales	25
2.1.3. Preparación de la fresadora vertical para	

	el corte de un engranaje para tornillo sinfín	28
2.2.	Tornos	28
2.2.1.	Conocimientos generales sobre esta máquina	28
2.2.2.	Corte de roscas del tipo para tornillo sinfín en el torno	34
2.3.	Dispositivos divisores	35
2.3.1.	Cabezas divisoras y mesas giratorias	35
2.3.2.	Indicación de divisiones simple y directa	38
2.3.3.	División angular	41
3.	PROYECTO	45
3.1.	Consideraciones cinemáticas de mecanismos de tornillo sinfín	45
3.2.	Mecanismo del tornillo sinfín, análisis de fuerzas	50
3.3.	Capacidades de potencia de un mecanismo de tornillo sinfín	56
3.4.	Capacidad térmica de las reducciones de tornillo Sinfín	60
3.5.	Diseño de ejes	62
3.5.1.	Torsión de un eje circular	63
3.6.	Potencia	66
3.7.	Máxima tensión cortante estática	68
3.8.	Materiales dúctiles sometidos a tensiones fijas y alternativas combinadas	69
3.9.	Teoría de la cortadura máxima para cargas variables	73
3.10.	Chavetas	75
3.10.1.	Concentración de tensiones	77
3.11.	Rodamientos	78
3.11.1	Dimensionado y duración de servicio	78

3.11.2	Dimensionado de los cojinetes	78
3.11.2.1.	El rodamiento solicitado estáticamente	78
3.11.2.2.	El rodamiento solicitado dinámicamente	79
3.11.2.3.	Rodamientos de rodillos cónicos	81
3.11.2.3.1.	Carga dinámica equivalente	81
4.	CÁLCULO DE LOS ELEMENTOS DEL PROYECTO	85
4.1.	Cálculo de las dimensiones del mecanismo de engrane y tornillo sinfín	85
4.1.1.	Cálculos sobre la base de un módulo 3.5	85
4.1.2.	Cálculos sobre la base de un módulo 3.0	91
4.1.3.	Cálculos sobre la base de un módulo 2.5	97
4.2.	Análisis de fuerzas del mecanismo sobre la base de los datos obtenidos con el módulo 3	103
4.3.	Cálculo de las reacciones en los apoyos, cortante y momento flexionante en el tornillo sinfín	106
4.3.1.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y negativo	110
4.3.2.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y positivo	113
4.3.3.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje X positivo	116
4.3.4.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje X negativo	119
4.4.	Cálculo de los diámetros del tornillo sinfín	122
4.4.1.	Verificando el diámetro al centro del tornillo sinfín	124
4.4.2.	Para el diámetro (D3) de 25mm con un	

	radio de acorde (r) de 1mm	126
4.4.3.	Para el diámetro (D2) de 24mm con un radio de acorde (r) de 1mm	128
4.4.4.	Para el diámetro (D1) de 20mm con un radio de acorde (r) de 1mm	129
4.5.	Cálculos referentes al chavetero del tornillo sinfín	130
4.6.	Cálculo de los rodamientos en el tornillo sinfín	133
4.7.	Cálculo de las reacciones en los apoyos, cortante y momento flexionante en el eje de la corona dentada	136
4.7.1.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y negativo	140
4.7.2.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y positivo	144
4.7.3.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Z positivo	148
4.7.4.	Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Z negativo	152
4.8.	Cálculo de los diámetros del eje de la corona dentada	156
4.8.1.	Para el diámetro de 30mm a 24mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm	159
4.8.2.	Para el diámetro de 40mm a 42mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm	161
4.8.3.	Para el diámetro de 35mm a 60mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm	162
4.8.4.	Para el diámetro de 35mm a 77mm de la izquierda	164
4.8.5.	Para el diámetro de 34mm a 95mm de la izquierda con un radio de acorde (r) de 1mm	165
4.8.6.	Para el diámetro de 32mm a 115mm de la	

	izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm	166
4.8.7.	Para el diámetro de 32mm a 125mm de la izquierda, lugar donde se inicia el chavetero	167
4.9.	Cálculos referentes al chavetero de la rueda dentada	169
4.10.	Cálculo de los rodamientos en el eje del engrane del tornillo sinfín	171
4.11.	Desarrollo de los planos de la caja reductora	175
5.	CONSTRUCCIÓN DE LA CAJA REDUCTORA	197
5.1.	Ensamble de los elementos de la caja reductora	197
5.2.	Prueba de funcionamiento	205
5.3.	Lubricación y mantenimiento	205
5.3.1.	Lubricación	205
5.3.2.	Mantenimiento	205
	CONCLUSIONES	207
	RECOMENDACIONES	209
	BIBLIOGRAFÍA	211
	ANEXOS	213

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1	Desarrollo de la curva denominada involuta	2
2	Configuración de contacto en dientes de involuta y el ángulo de presión	5
3	Punto de paso en el caso de dientes de involuta	6
4	Cambio de la distancia entre centros en los engranajes	9
5	Nomenclatura de los dientes de engrane	12

6	Indicación de la interferencia y el rebaje	15
7	Engranaje común cilíndrico recto	17
8	Engranajes helicoidales de ejes paralelos	17
9	Los engranes cónicos se basan en conos rodantes conectados	19
10	Engranes cónicos rectos	19
11	La fresadora vertical y sus componentes	22
12	Nomenclatura de la fresa de extremo plano	26
13	Tipos de dientes de las fresas de extremo plano	26
14	Fresadora tallando un engranaje sinfín	29
15	Torno paralelo	30
16	Corte de una rosca para tornillo sinfín en el torno	35
17	Sección transversal de una cabeza divisora	37
18	Mesa giratoria	38
19	Mecanismo de tornillo sinfín de tipo simplemente envolvente	46
20	Nomenclatura de un mecanismo de tornillo sinfín	47
21	Ancho de cara FG de la rueda del sinfín	49
22	Esquema del cilindro de paso de un sinfín	52
23	Componentes de velocidad en un mecanismo de sinfín	55
24	Valores representativos del coeficiente de fricción	55
25	Capacidad de disipación de calor en la envolvente	62
26	Eje circular sometido a un momento torsor	65
27	Relaciones entre las ecuaciones de potencia	67
28	Tensiones en un elemento de la superficie de un eje	68
29	Diagrama de tensiones de trabajo para carga no constante	71
30	Relación entre límite de fatiga y resistencia a la tracción	71
31	Elemento cargado por tensiones variables	73
32	Tipos de chavetas	76
33	Fuerzas que actúan sobre la chaveta	76
34	Tipos de chaveteros ensayados para determinar los	

	efectos de las concentraciones de tensiones	77
35	Condiciones de carga en los rodamientos cónicos	82
36	Esquema de distribución de fuerzas del mecanismo de engrane y tornillo sinfín	104
37	Dibujo previo del engrane y tornillo sinfín	107
38	Esquema de fuerzas en el tornillo sinfín	109
39	A y B Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y X con la carga F en dirección de Y negativa	111
40	A y B Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y X con la carga F en dirección de Y positiva	114
41	A y B Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y X con la carga F en dirección de X positiva	117
42	A y B Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y X con la carga F en dirección de X negativa	120
43	Eje y corona dentada	137
44	Esquema de fuerzas en la corona dentada	139
45	A y B diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y Z con la carga F en dirección de Y negativa	142
46	A y B diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y Z con la carga F en dirección de Y positiva	146
47	A y B diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y Z con la carga F en dirección de Z positiva	150
48	A y B diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y y Z con la carga F en dirección de Z negativa	154
49	Eje tornillo sinfín	175
50	Eje corona dentada	177
51	Corona dentada	179
52	Estructura de la caja lado eje de corona	181
53	Estructura de la caja lado tornillo sinfín	183

54	Estructura superior e inferior de la caja	185
55	Soportes, estructura de la caja	187
56	Brida de sujeción tornillo sinfín	189
57	Brida de sujeción eje corona	191
58	Brida de sujeción eje corona	193
59	Ensamble de la carcasa	195
60	Carcasa y sus componentes	199
61	Eje corona dentada y sus componentes	201
62	Tornillo sinfín y sus componentes	203
63	Coefficiente de concentración K	213
64	Coefficiente de concentración Kt	214

TABLAS

I	Especificaciones AGMA para dientes de engrane a altura total	13
II	Número de dientes mínimo para evitar el rebaje o penetración	16
III	Aplicaciones de las fresas	27
IV	Ángulos de presión y alturas de diente recomendados para mecanismos de tornillo sinfín	48
V	Eficiencia del mecanismo de tornillo sinfín para $\mu = 0.05$	53
VI	Valores del factor de forma y para mecanismos de tornillo sinfín	57
VII	Factor de materiales K_s para mecanismos de tornillo sinfín	58
VIII	Factor de corrección de la relación de velocidades K_m	59
IX	Factor de velocidad k_v	59
X	Fuerza axial F_a , que debe tomarse en el calculo de carga	

	dinámica equivalente	83
XI	Coeficientes de concentración de fatiga respecto al modulo de la sección del área completa para ejes con chaveteros y cargados por flexión	214
XII	Valores de orientación para f_L y valores usuales en el calculo	215
XIII	Características de los rodamientos FAG de rodillos cónicos	216
XIV	Propiedades típicas de algunas aleaciones a base de cobre	217
XV	Diámetros mínimos recomendados de las poleas	218
XVI	Especificaciones acerca del acero VCN	219
XVII	Factor de velocidad f_v para rodamientos de rodillos	220

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
θ_n	Ángulo de presión
η	Eficiencia
λ	Ángulo de avance
σ	Esfuerzo por flexión
μ	Coeficiente de fricción
ψ_c	Ángulo de la helice
Ac	Superficie de la caja o envolvente
AT	Diferencia de temperatura

C	Distancia entre de centros
Co	Capacidad de carga estática
C₁	Velocidad de enfriamiento
CS	Coefficiente de seguridad
d	Diámetro
d_G	Diámetro de paso del engranaje
d_w	Diámetro de paso del tornillo sinfín
D_w	Diámetro exterior del tornillo sinfín
D_G	Diámetro exterior del engranaje
F_a	Fuerza axial
F_G	Ancho de cara de la rueda del sinfín
F_r	Fuerza radial
FS	Factor de seguridad
f_s	Factor de esfuerzos estáticos
f_L	Factor de esfuerzos dinámicos
f_n	Factor de velocidad
G	Módulo de elasticidad en cortadura
J	Momento polar de inercia
K	Ceficientede concentracion de tensiones en flexión
K_t	Coeficiente de concentración de tensiones en torsión
L	Avance
M	Momento flexionante
M_{av}	Momento medio
M_r	Momento variable
m	Módulo
N	Número de dientes
N_w	Número entradas sinfín

P	Carga dinámica equivalente
P_o	Carga estática equivalente
PT	Paso transversal circular
PX	Paso axial
p_c	Paso circular
p_d	Paso diámetro
R_v	Relación de velocidad
r_{ent}	Radio de entrada
r_{sal}	Radio de salida
S_{av}	Esfuerzo medio
S_s	Esfuerzo cortante
S_{smax}	Esfuerzo cortante máximo
S_r	Esfuerzo variable
S_{yp}	Esfuerzo de fluencia
T	Torque
T_{av}	Torque medio
T_{ent}	Torque de entrada
T_{sal}	Torque salida
T_r	Torque variable
VG	Velocidad en la línea de paso de engrane
VM	Ventaja mecánica
V_w	Velocidad en la línea de paso del sinfín
W	Carga puntual
W_f	Fuerza de fricción
W_{WT}	Carga tangencial del sinfín
W_{GTF}	Carga máxima a transmitir de acuerdo al esfuerzo de fluencia
w	Velocidad angular

W_{sal}

Velocidad angular de salida

W_{ent}

Velocidad angular de entrada

GLOSARIO

Bisel	Corte que se le hacen a todas aquellas piezas en sus orillas o filos.
Brida	Son aquellos elementos estructurales que sirven de sujeción para los otros elementos de un mecanismo.
Carcasa	Se llama así al cuerpo o estructura donde se alojan los elementos de que consta un mecanismo.
Cinemática	Estudio del movimiento sin consideración de las fuerzas.
Circunferencia de paso	Es el elemento geométrico en que generalmente se basan todos los cálculos de un engranaje.

Involuta	Es la curva por la cual se genera el perfil del diente de un engranaje.
Módulo	Es la razón del diámetro de paso al número de dientes.
Paso circular	Es la distancia medida sobre la circunferencia de paso, entre determinado punto de un diente y el correspondiente en un diente inmediato.
Paso diametral	Es la razón del número de dientes al diámetro de paso
Potencia	Velocidad a que se realiza un trabajo
Torsión	Deformación de un elemento, producida por la acción de un elemento externo que actúa alrededor de su eje longitudinal.

RESUMEN

Para el diseño y construcción de una caja reductora de engrane y tornillo sinfín, se debe tener diversos conocimientos sobre las diferentes áreas de la ingeniería mecánica, principalmente las de diseño de elementos de máquinas y procesos de manufactura.

Para que el lector se familiarice con el desarrollo de este trabajo, primeramente se dan los conocimientos básicos acerca de lo que son los engranajes, su funcionamiento, las normas por las cuales se rige su diseño, los diferentes tipos, su aplicación y funcionamiento.

También se da a conocer los diferentes procesos de manufactura y un conocimiento general sobre fresadoras verticales, tornos paralelos y cabezales divisores que constituyen las principales máquinas herramientas que se utilizan para la elaboración de un proyecto de este tipo en un taller.

En lo que se refiere al proyecto en si, se procede a una recopilación teórica sobre el diseño de: tornillo sinfín, engranes para tornillo sinfín, ejes, chaveteros,

rodamientos y otros, así como los métodos a utilizar para el cálculo de cada uno de los elementos que conformaran el mecanismo reductor.

En el trabajo de graduación, se elaboran los diferentes planos para la fabricación del proyecto así como una guía para el ensamblaje del mismo.

OBJETIVOS

- **General**

Dejar al estudiante de ingeniería o lector, un texto que le pueda servir de ayuda para ampliar sus conocimientos en las áreas de diseño y procesos de manufactura. Este trabajo de graduación, tiene el objeto de explicar las bases sobre las cuales se diseñan los mecanismos reductores de velocidad y el origen de las fórmulas que rigen su cálculo y poder dar a conocer el método mas común por medio del cual se pueden fabricar estos mecanismos en un taller de máquinas herramientas

- **Específicos**

1. El análisis y estudio de los temas necesarios que servirán de base para la ejecución del proyecto.
2. Mostrar al lector los tipos de engranajes de mayor uso en la transmisión de potencia, las bases sobre las cuales se diseñan, las partes de que se conforman, así como las fórmulas para su cálculo.

3. Mostrar al lector las máquinas y accesorios comúnmente utilizados para la fabricación de engranajes, las partes que los conforman, sus funciones básicas, así como la preparación de los mismos para la fabricación del mecanismo de engrane y tornillo sinfín.
4. Hacer un estudio y análisis por separado de cada uno de los elementos del mecanismo, hacer las consideraciones necesarias sobre las cuales determinará su diseño, así como la deducción de los parámetros y fórmulas que servirán para el cálculo de las dimensiones del mecanismo.
5. Calcular las dimensiones y determinar los materiales para la fabricación de cada uno de los elementos del proyecto, como también la elaboración de sus respectivos planos.
6. Mostrar la forma en que se ensamblaron los diferentes elementos de la caja reductora de velocidad, así como su mantenimiento regular.

INTRODUCCIÓN

Con respecto a las cajas reductoras de velocidad, es difícil encontrar literatura específica sobre su diseño y fabricación, aunque si se puede encontrar datos sobre el diseño y fabricación por separado de cada uno de los elementos que constituyen una caja reductora de velocidad en cualquier libro de diseño de elementos de ingeniería mecánica, ya que el propósito de este trabajo de graduación es combinar todos estos elementos entre sí, para poder llevar a cabo la fabricación del mecanismo reductor.

Este es un proyecto en el cual se pondrá en práctica varios de los conocimientos teóricos, obtenidos en el área de diseño de ingeniería mecánica, así como del área de procesos de manufactura y dibujo técnico, puesto que el trabajo contempla el diseño y fabricación del mecanismo reductor.

El análisis, estudio y cálculo de los diferentes elementos que constituyen la caja reductora, se hace por separado sobre una base teórica desarrollada con anterioridad.

Para que el lector tenga una idea más clara de la fabricación y ensamblaje de la caja reductora, el trabajo se complementa con la elaboración de una serie de planos y un despliegue general de todas las piezas, así como las recomendaciones

para su fabricación.

1. ENGRANAJES

1.1. Introducción y terminología de los engranajes

Los engranajes o transmisiones de engranes se utilizan ampliamente en diversos mecanismos y máquinas siempre que es necesario un cambio en la velocidad o en el torque (momento de rotación) de un dispositivo rotatorio, generalmente se usará una transmisión de engranes, banda o cadena. En este capítulo se describirá la teoría de la acción de los dientes de engrane, así como el diseño de los mismos. La forma de un diente de engrane ha llegado a ser completamente estandarizada por buenas razones cinemáticas, las cuales describiremos más adelante.

1.1.1. Ley fundamental del engranaje

Los dientes de engrane de cualquier forma evitarán el resbalamiento entre los elementos rodantes en contacto. En los antiguos molinos impulsados por ruedas hidráulicas, y en las ruedas de viento, se usaban engranes de madera, cuyos dientes eran solo espigas redondas de madera fijadas a la periferia de los cilindros conectados (engranes rudimentarios).

Aun sin considerar lo basto o burdo de la construcción de estos primitivos ejemplos de engranajes no había una posibilidad de una transmisión suave de velocidad por que la configuración de los dientes de espiga infringía la **ley**

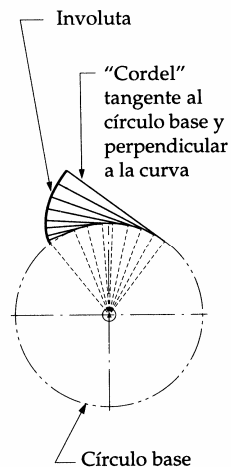
fundamental del engranaje, que expresa que la relación de velocidad angular entre los elementos de una transmisión de engranes debe permanecer constante en toda la conexión. La **relación de velocidad** (angular) (RV). equivale a la razón del radio del engrane de entrada (r_{ent}) al engrane de salida (r_{sal}):

$$RV = \frac{w_{sal}}{w_{ent}} = \pm \frac{r_{ent}}{r_{sal}} \quad (\text{EC. 1.1a})$$

La **ventaja mecánica** (VM) es la **relación de torque**, y muestra que un engranaje es un dispositivo para intercambiar torque por velocidad, o viceversa. Véase la ecuación 1.1b:

$$VM = \frac{W_{ent}}{W_{sal}} = \pm \frac{r_{ent}}{r_{sal}} = \pm \frac{T_{sal}}{T_{ent}} \quad (\text{EC. 1.1b})$$

Figura 1. Desarrollo de la curva denominada involuta



Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 440.

La aplicación más común es para reducir la velocidad y aumentar el torque

o momento rotatorio, con el fin de impulsar cargas pesadas, como ocurre en la transmisión de un automóvil. Otras aplicaciones requieren un incremento en la velocidad, para lo cual hay que admitir un decremento en el torque. En uno u otro caso, suele convenir mantener una RV constante entre los engranes a medida que gira. Toda variación en la RV aparecerá como una oscilación en la velocidad y el torque, ambos de salida, aun si los valores de entrada son constantes. Los radios en las ecuaciones 1.1(a, b) son los de los cilindros rodantes a los que se agregaron dientes. El signo positivo o negativo corresponde a que se trate de una conexión interna o externa, una conexión externa invierte el sentido de rotación entre los cilindros y requiere el signo negativo. En un engranaje interno se tiene el mismo sentido de rotación entre los ejes conectados y se requiere el signo positivo en las ecuaciones 1.1. Las superficies de contacto de los cilindros rodantes se convertirán en las determinadas por los círculos (o circunferencias) de paso (también llamados, *círculos primitivos*). El punto de contacto entre los cilindros está en la línea de centros, y se le llama **punto de paso**.

Con el fin de que se verifique la ley fundamental del engranaje, los perfiles de los dientes que se engranan deben ser conjugados entre sí. Hay un número infinito de pares conjugados posibles que podrían usarse, pero sólo algunas curvas tienen aplicación práctica en los dientes de engrane. La **cicloide** se usa aún como perfil de diente en los relojes (de pulsera o de mesa), pero en la mayor parte de los engranes de máquina, se emplea la curva llamada **involuta** o envolvente, en el contorno de los dientes.

1.1.2. El perfil de involuta para dientes de engrane

La **involuta** (o envolvente) es una curva que se puede generar al desenrollar un cordel tirante desde un cilindro de enrollado, como se ve en la figura 1, observe lo siguiente acerca de tal curva:

El cordel siempre es tangente a la superficie de enrollado.

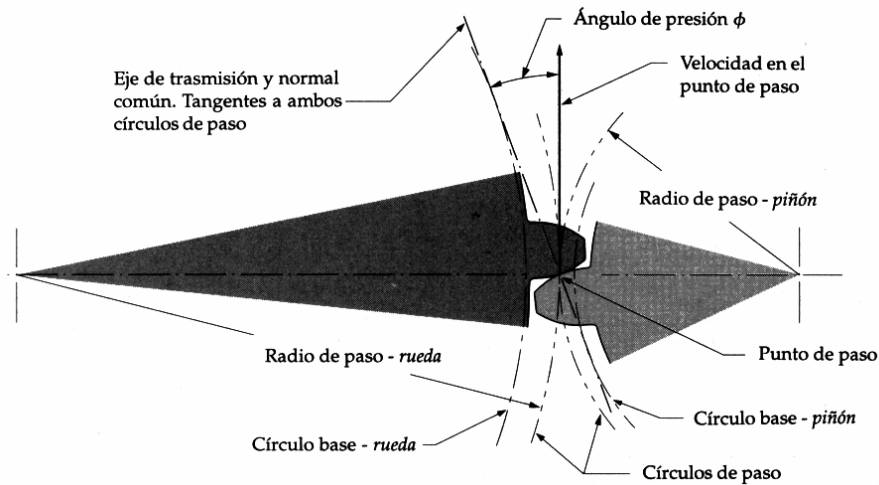
El centro de curvatura de la involuta se halla siempre en el punto de tangencia del cordel con el cilindro.

Una recta tangente a la involuta siempre es perpendicular al cordel generante, el cual es el radio de curvatura instantáneo de dicha curva.

La figura 2, muestra dos involutas en cilindros separados, en contacto o en engranamiento. Tales curvas envolventes representan los dientes de engrane. Las periferias de los cilindros desde los cuales se desenrollan los cordeles, se denominan **círculos base** de los respectivos engranes. Nótese que el círculo base es necesariamente menor que el de paso, y que los dientes deben proyectarse hacia abajo y hacia arriba de la superficie (para el círculo de paso) del cilindro rodante original; La involuta sólo existe fuera del círculo base.

En la configuración de esta interfaz diente-diente hay una tangente común a ambas curvas en el punto de contacto, y una normal común perpendicular a citada tangente. Obsérvese que la normal común es, de hecho, los cordeles de ambas involutas, las cuales son colineales. Por tanto, la **normal común**, que es así mismo el **eje de transmisión**, siempre pasa por el punto de paso independientemente de donde estén en contacto los dos dientes engranados. En la figura 3, se muestran los mismos dos perfiles de involuta en dientes, en otras dos posiciones, antes de empezar el contacto y a punto de salir de él. Los normales comunes a ambos puntos de contacto tienen todavía el mismo punto de paso. Es tal propiedad de la involuta (o envolvente) que la hace que obedezca a la ley fundamental del engranaje. La razón o relación del radio del engrane impulsor, al de engrane impulsado, permanece constante a medida que los dientes entran y salen del engranado.

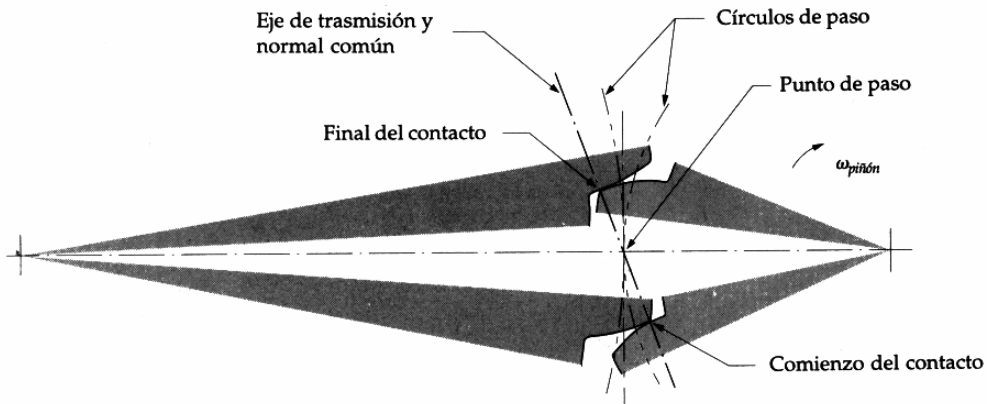
Figura 2. Configuración de contacto en dientes de involuta y el ángulo de presión



Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 442.

A partir de esta observación del comportamiento de la involuta, podemos enunciar también la **ley fundamental del engranaje**, de modo más formalmente cinemático, como sigue: La normal común a los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto dentro del engranado, deben pasar siempre por un punto fijo en la línea de centros, llamado punto de paso. La razón de velocidad (RV) del engranaje será entonces una constante definida por el cociente de los radios respectivos de las ruedas dentadas hasta el punto de paso.

Figura 3. Todos los puntos de contacto en el engranado se hallan en la normal común que pasa por el punto de paso, en el caso de dientes de involuta



Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 443.

1.1.3. Cambio de la distancia entre centros

Cuando se forman dientes de involuta (o de cualquier otra forma) en un cilindro, con respecto a un círculo base en particular, para crear un engranaje único, no se tiene aun un círculo de paso. Tal circunferencia resulta cuando se conecta aquel con otro para constituir un par de engranes o engranaje. Habrá un cierto intervalo de distancias de centro a centro con las cuales se puede lograr el engranado de las ruedas dentadas. Habrá también una distancia intercentral ideal que aporte los diámetros de paso nominales para los cuales fueron diseñados los engranes. Sin embargo, las limitaciones del proceso de manufactura dan una baja probabilidad de que se podrá tener exactamente dicha distancia entre centros en todo caso. Más probablemente habrá un cierto error en la distancia, aun de pequeño valor.

¿Qué sucederá a la adhesión respecto de la ley fundamental del engranaje,

si hay error en la localización de los centros de engranes? Si el perfil de diente de engrane no es involuta, entonces un error en la distancia ínter central infringiría dicho principio fundamental, y ocurrirá una alteración pulsante, o “cresta”, en la velocidad de salida. La velocidad angular de salida no será constante para una velocidad de entrada invariable. No obstante en el caso de un **perfil de involuta**, los errores en la distancia entre centros no afectan la relación de velocidad. Tal es la principal ventaja de la involuta sobre todas las otras formas posibles de diente, y la razón por la cual se utiliza casi universalmente para los dientes de engrane. En la figura 4, se muestra que sucede cuando la distancia entre centros varía en un engranaje de involuta. Nótese que la perpendicular o normal común todavía pasa por un punto de paso, común a todos los puntos de contacto dentro del engranado. Solo el ángulo de presión es afectado por el cambio en la distancia entre centros.

1.1.4. Ángulo de presión

El **ángulo de presión** en un engranaje se define como el ángulo entre el eje de transmisión (normal común) y la dirección de la velocidad en el punto de contacto (punto de paso); como se indica en la figura 6.

En la figura 4, se muestran también los ángulos de presión para dos diferentes distancias entre centros. A medida que aumenta la distancia, también lo hace el ángulo de presión, y viceversa. Este es un resultado de cambio, o error en la distancia ínter central cuando se utilizan dientes de involuta. Obsérvese que la ley fundamental de engranaje rige todavía en el caso de la distancia entre centros modificada. La normal común es todavía tangente a los dos círculos base y pasa aun por el punto de paso.

Este se ha desplazado pero en proporción al cambio en la distancia entre centros y radios de engrane. La razón de velocidad permanece invariable a pesar del desplazamiento de la distancia entre centros. La relación de velocidad de los

engranes de involuta la determina el cociente de los diámetros de los círculos base que son invariables una vez formado el engrane.

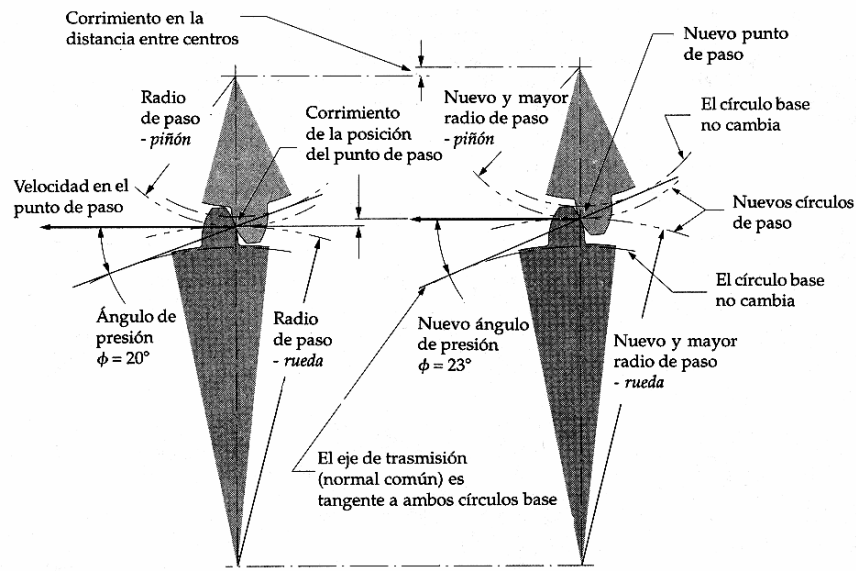
Los ángulos de presión en los engranajes se tienen estandarizados en unos pocos valores por los fabricantes de engranes. Están definidos por la distancia entre centros nominales para el engrane, como ha sido cortado. Los valores estándares son de 14.5, 20 y 25 grados, y 20 es el más comúnmente utilizado. Puede tomarse cualquier valor de ángulo de presión, pero escasamente se justifica su mayor costo sobre el de los engranes disponibles en el comercio, que tienen ángulos de presión estándares, para ello se requieren la construcción de cortadores especiales; las dos o más ruedas dentadas de un engranaje deben haber sido cortadas para el mismo ángulo nominal de presión.

1.1.5. Juego

Otro factor que es afectado por el cambio en la distancia entre centros (DC) es el juego. El aumento en la DC aumenta el juego, y viceversa, esta magnitud el juego se define como la holgura entre dientes engranantes medida sobre la circunferencia del círculo de paso. Las tolerancias de fabricación evitan que haya una holgura cero, ya que todos los dientes no pueden estar hechos exactamente a las mismas dimensiones, y todos deben engranar. Así que debe haber una pequeña diferencia entre el grosor de diente y la anchura del espacio interdental, que se indican en la figura 5. En tanto el engranaje opere por impulso de un torque no reversivo, el juego no debe ser un problema. Cuando el torque cambia de sentido, los dientes se mueven de modo que el contacto cambia de un lado a otro de los dientes. El juego o espacio libre circunferencial será recorrido en sentido contrario, y ocurrirá un choque que produce un ruido perceptible, así como mayores esfuerzos y desgaste, el juego puede causar indeseable error de posición en algunas aplicaciones.

Figura 4. El cambio en la distancia entre centros de los engranes de involuta modifica solo el ángulo de presión

a) Distancia entre de centros correcta b) distancia entre de centros aumentada



Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 444.

En los servomecanismos, donde hay motores que accionan, por ejemplo, las superficies de control en los aviones, el juego puede originar una oscilación o golpeteo potencialmente destructivo, en el cual el sistema de control trata en vano de corregir los errores de posición debidos a la presencia del espacio libre en el sistema de impulsión mecánica.

Tales aplicaciones requieren **engranes antijuego** que son dos ruedas dentadas que se montan adosadas sobre el mismo eje, que pueden girar un poco entre si en el ensamble, y luego se fijan para contrarrestar el juego. En aplicaciones menos críticas, como en el caso de la impulsión del eje de una lancha

o bote de motor, el juego que se produce al invertir la marcha no es perceptible.

La *American Gear Manufactures Association* (**AGMA**) (Asociación de fabricantes de engranes de estados unidos) define las normas para el diseño y manufacturas de ruedas dentadas. Ha establecido una gama de valores de calidad y tolerancia que van desde la mínima (3) a la más alta precisión (16). Obviamente el costo, de un engrane estará en función directa de este índice de calidad.

1.1.6. Nomenclatura de los engranes

En la figura 5, se muestran los dientes de un engrane y sus detalles estructurales, y se indica la terminología estándar. El **círculo de paso** (o **primitivo**) y el **círculo base** ya se han definido antes. La altura total de un diente es la suma de las distancias radiales llamadas **adendo** (que se suma) y **dedendo** (que se resta), referidos al círculo de paso nominal (el adendo queda por fuera, y el dedendo, por dentro de la circunferencia de paso). El dedendo es ligeramente mayor que el adendo y ello proporciona la **holgura** o **claro**, separación entre el tope de un diente (círculo del adendo) y el fondo del espacio entre dientes del engrane conectado (círculo del dedendo). La circunferencia que limita los topes de dientes se llama **círculo de adendo** (o de extremos), y la que corresponde a los fondos de espacio, **círculo de dedendo** (o de raíz). La **altura de trabajo** de un diente es su altura total menos la holgura. El **grosor de diente** es su extensión medida sobre el círculo de paso.

El **ancho de espacio** es la separación entre dientes contiguos, medida también en el círculo de paso; es ligeramente mayor que el grosor, y la diferencia respecto a este da el **juego**. El **ancho de cara** de un diente de engrane se mide a lo largo del eje del engrane. El **paso circular** (o paso a secas) es la longitud de arco en la circunferencia de paso, que va desde un punto dado en un diente, hasta

el punto análogo en el diente contiguo. El paso circular es una medida que determina el tamaño de los dientes de un engrane. Otras dimensiones de dientes se tienen estandarizadas con base en otro concepto de paso como se ilustra en la tabla I. la definición de paso circular p_c es:

$$p_c = \frac{\pi d}{N} \quad (\text{EC. 1-2})$$

En donde

d = diámetro de paso

N = numero de dientes

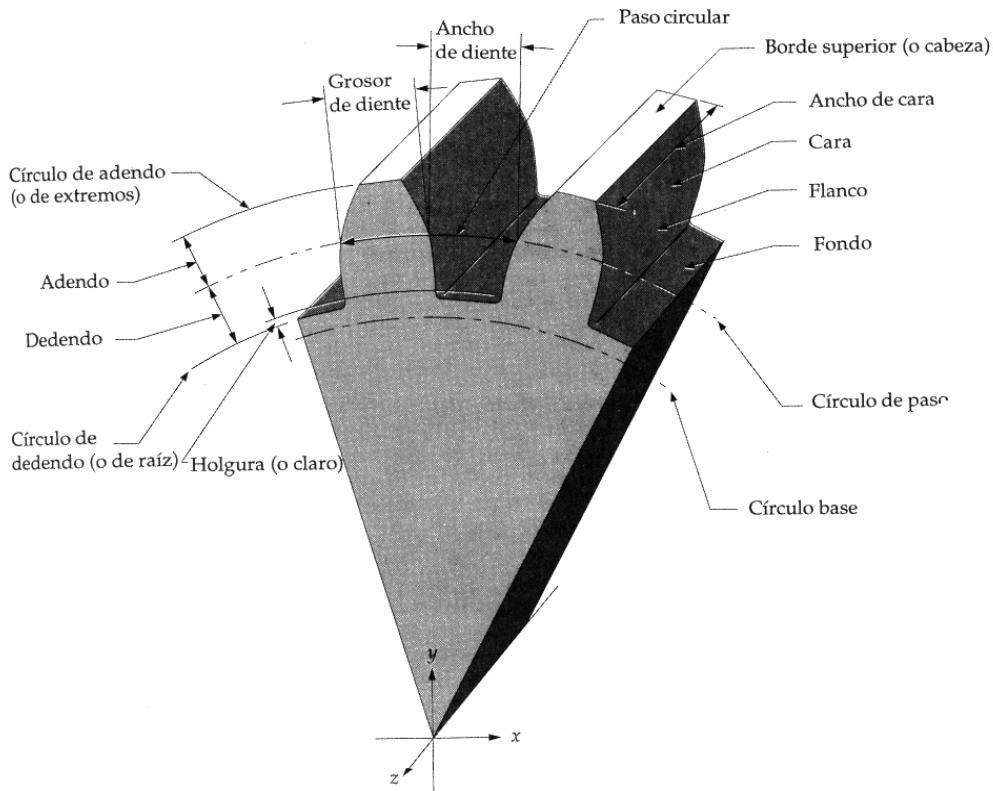
Las unidades del p_c pueden ser pulgadas o milímetros. Un modo más conveniente para establecer y relacionar el tamaño de los dientes de un engrane es con referencia al diámetro del círculo de paso, en lugar de respecto a su circunferencia el llamado **paso diametral** p_d se define como.

$$p_d = \frac{N}{d} \quad m = \frac{d}{N}$$

(EC. 1.3, 1.4)

La unidad de p_d es el recíproco de la unidad de longitud. Como esta medida se usa únicamente en los engranes con diseño y fabricación en el sistema Inglés, tal unidad es el recíproco de pulgada. Por su definición, el paso diametral, también indicado por (PD) equivale al número de dientes por pulgada (de diámetro de paso).

Figura 5. Nomenclatura de los dientes de engrane



Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 447.

Para los engranes que se diseñan y fabrican según el sistema internacional de unidades (SI), se define el parámetro denominado **módulo**, según se ve en la ecuación (1.4), en el que el diámetro de paso debe estar en milímetros. Se ve que el módulo es el recíproco de paso diametral, y queda expresado también en milímetros. Los engranes métricos no son intercambiables respecto a los engranes en pulgadas, aunque ambos tengan dientes con perfil de involuta, ya que sus parámetros de especificación son diferentes.

En el sistema inglés, los tamaños de diente quedan especificados por el paso diametral (En la cifra de dientes por pulgada). El paso circular también está en pulgadas, se cumple la expresión $pc = \pi/pd$.

La relación de velocidad (RV) de un engranaje puede expresarse de modo más conveniente al sustituir la ecuación 1.3 en la ecuación 1.1, notando que el paso diametral (pd) de engranes conectados debe ser el mismo:

$$RV = \pm \frac{r_{ent}}{r_{sal}} = \pm \frac{d_{ent}}{d_{sal}} = \pm \frac{N_{ent}}{N_{sal}} \quad (\text{EC. 1-5})$$

Por lo tanto, la relación de velocidad RV puede calcularse a partir del número de dientes en los engranes conectados, que son cantidades enteras. Obsérvese que un signo menos implica un engranaje de conexión exterior, y un positivo, un engranaje de conexión interior, que se ilustra en la figura 1. La tabla I presenta las dimensiones estandarizadas de dientes de engranes de altura completa, según lo define la **AGMA**.

Tabla I. Especificaciones AGMA para dientes de engrane a altura total

Magnitud	Paso basto ($Pd < 20$)	Paso fino ($Pd \geq 20$)
Ángulo de presión ϕ	20° o 25°	20°
Adendo a	$1.000/pd$	$1.000/pd$
Dedendo d	$1.250/pd$	$1.250/pd$
Continuación		
Altura de trabajo hk	$2.000/pd$	$2.000/pd$

Altura total mínima ht	$2.250/pd$	$(2.200/pd) + 0.002$ in
Holgura básica mínima c	$0.250/pd$	$(.200/pd) + 0.002$ in
Holgura dientes (esmerilados o pulidos) c	$0.350/pd$	$(0.350/pd) + 0.002$ in
Ancho mínimo de tope to	$0.250/pd$	no estandarizado

Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 448.

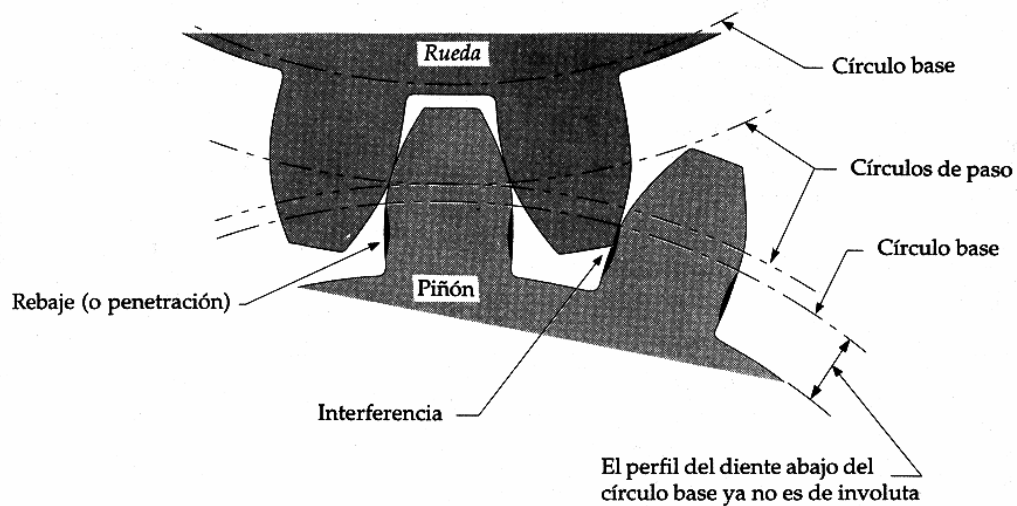
1.1.7. Interferencia y rebaje entre dientes

El perfil de involuta (o envolvente) sólo está definido fuera del círculo base. En algunos casos, el dedendo será lo suficientemente grande que se extienda por debajo de tal círculo. Si fuera así, entonces la porción de diente abajo del círculo base no será de envolvente en su contorno, e **interferirá** con la punta del diente del engrane conectado, que es de involuta. Si el engrane ha sido tallado mediante un cortador (hob) estándar, la herramienta de corte también interferiría con la porción de diente situada abajo del círculo base, y desprenderá el material interferente. Esto origina al rebaje (o penetración) la superficie lateral de los dientes, como se indica en la figura 6.

Tal penetración (en inglés, *undercutting*) debilita un diente por la remoción de material en su tronco. El momento flexionante máximo y la fuerza cortante máxima en el diente, considerado como un elemento voladizo, ocurren ambos en

esta región. Un rebaje severo ocasionará la temprana ruptura o falla en un diente de engrane en esta región. Tal problema de rebaje o penetración se puede impedir al evitar simplemente el uso de engranes con muy pocos dientes. Si una rueda dentada tiene un número grande de dientes, éstos serán pequeños comparados con su diámetro. Si el número de dientes se reduce para un diámetro fijo de engrane, el tamaño de aquellos aumentará. En algún momento, el dedendo excederá la distancia radial entre el círculo base y el de paso, y ocurrirá la interferencia. La tabla II, presenta el número mínimo necesario de dientes para que no haya rebaje, en función del ángulo de presión; asimismo, indica el número mínimo recomendable para un grado aceptable de rebaje.

Figura 6. Indicación de la interferencia y el rebaje (o penetración)



Fuente: Robert L. Norton, *Diseño de maquinaria*, p. 449.

Tabla II. Número mínimo de dientes para evitar el rebaje o penetración

Ángulo de presión	Número mínimo para evitar el rebaje	Número mínimo recomendado

14.5°	32	20
20°	18	14
25°	12	10

Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 450.

1.2. Engranajes rectos

Son los de contorno cilíndrico en el que los dientes son paralelos al eje de simetría del engrane. Un engrane cilíndrico recto (o de espuela) (en inglés, *spur gear*) es la rueda dentada más simple y de menor costo de fabricación. Los engranes rectos, solo pueden conectarse si sus ejes de rotación son paralelos. En la figura 7, se ilustra uno de estos engranes.

1.3. Engranajes helicoidales

En estas ruedas cilíndricas, la configuración de sus dientes es la de una hélice con un ángulo de orientación Ψ respecto al eje del engrane. En la figura 8, se ilustra un par de engranes helicoidales de orientación opuesta; sus ejes de rotación son paralelos. Dos engranes helicoidales cruzados de la misma orientación, pueden conectarse con sus ejes formando un cierto ángulo.

Los ángulos de hélice pueden diseñarse de modo que permitan un cierto ángulo de desvío entre los ejes de rotación no intersectar

Figura

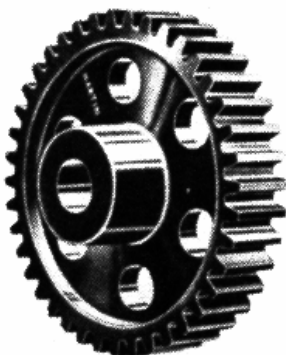


Figura 8. En
de



les

Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 450.

Los engranes helicoidales son de manufactura más costosa que los engranes rectos, pero ofrecen ciertas ventajas. Son de operación más silenciosa que los rectos, debido al contacto más suave y gradual entre las superficies anguladas de los dientes, cuando estos entran en contacto. En los engranes rectos, los dientes entran de inmediato en contacto sobre todo el ancho de cara, el impacto repentino de diente contra diente produce una vibración particular que se oye como el gemido característico de los engranes rectos en operación, el cual no se percibe en los engranajes helicoidales cuando trabajan. De igual modo, para los mismos diámetros de engrane y paso diametral, un engranaje helicoidal es más resistente debido a la forma ligeramente más gruesa del diente, en un plano perpendicular al eje de rotación.

1.4. Engranajes cónicos

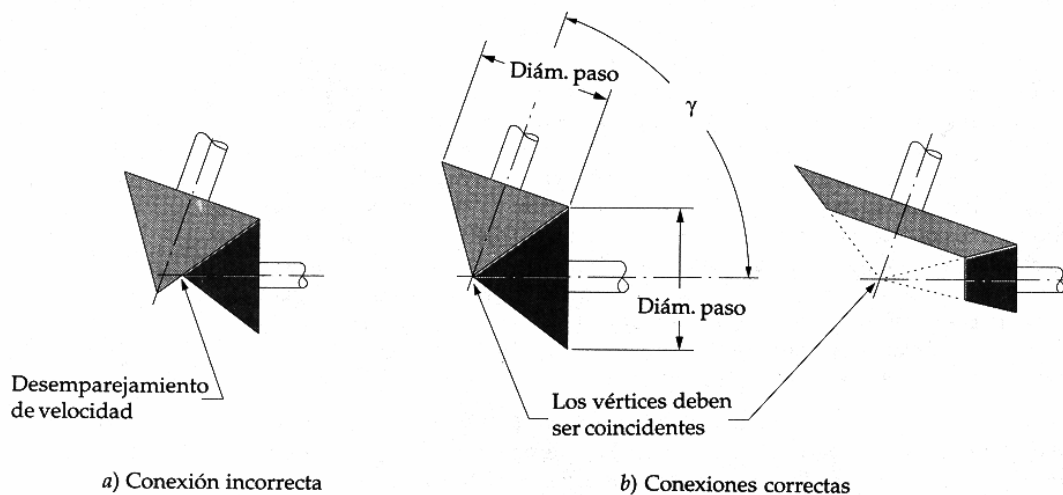
Para las transmisiones de engranes en ángulo recto pueden utilizarse los engranajes helicoidales cruzados o los mecanismos de gusano. Cuando se requiere una transmisión entre ejes oblicuos o cualquier ángulo, incluso de 90° , los engranes cónicos (o biselados) (en inglés, *bevel gears*) pueden ser la solución. Así como los engranes cilíndricos comunes se basan en cilindros rodantes en contacto, los engranes cónicos lo hacen en conos rodantes conectados los esquemas de la figura 9, ilustran lo anterior. El ángulo entre los ejes de rotación de los conos, y los ángulos en el vértice de estos pueden tener cualesquiera valores compatibles, en tanto coincidan los vértices de las superficies cónicas. Si no lo hacen, ocurre un desemparejamiento de velocidad en la interfaz. El vértice (o ápice) de cada cono tiene un radio de rotación nulo, y por tanto velocidad igual a cero. Todos los otros puntos de la superficie cónica tendrán velocidades diferentes a cero. La relación de velocidad (RV) en los engranes cónicos esta definida por la

ecuación 1-1, utilizando los diámetros de paso en cualquier punto de intersección común de diámetros de cono, o el número de dientes de uno respecto del otro.

1.4.1. Engranajes cónicos rectos

Un engrane cónico provisto de dientes con borde rectilíneo que apunten hacia la misma posición en su eje, es un **engrane cónico recto**. Un engrane de este tipo se ilustra en la figura 10. Tales engranes suelen llamarse engranes cónicos a secas.

Figura 9. Los engranes cónicos se basan en conos rodantes conectados



Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 454.

Figura 10. Engranés cónicos rectos



Fuente: Robert L. Norton, **Diseño de maquinaria**, p. 454.

2. MÁQUINAS Y ACCESORIOS COMÚNMENTE UTILIZADOS EN LA FABRICACIÓN DE ENGRANAJES

2.1. Fresadoras verticales

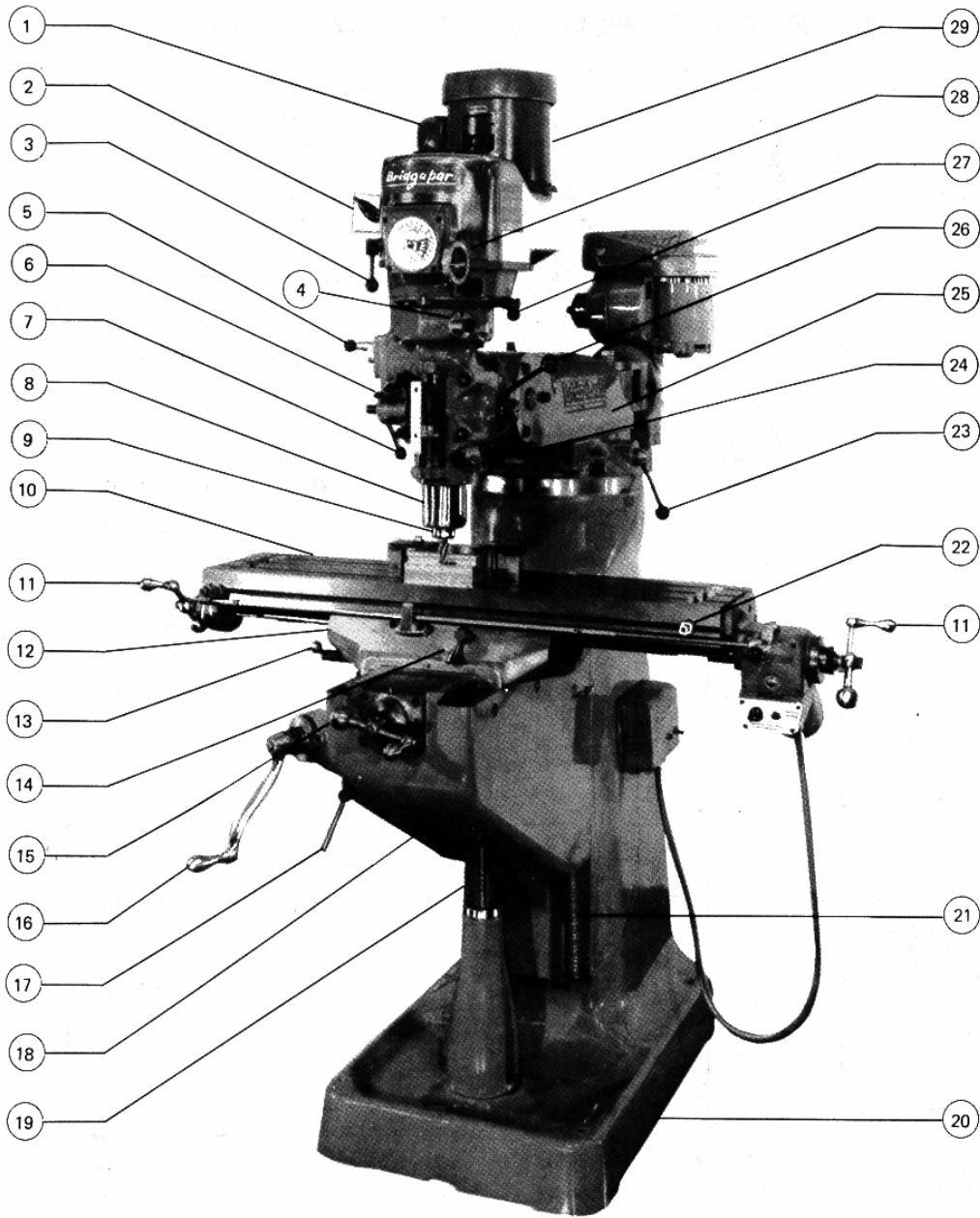
2.1.1. Fresadora de husillo vertical

La fresadora vertical es una herramienta muy versátil conveniente para usarse para diversas operaciones, como taladrado, mandrilado y ranurado así como fresado. En algunos aspectos, es aún más versátil que el torno, por que en sus diversas formas y con adaptaciones, se asemeja mucho a una máquina herramienta que puede reproducirse a sí misma.

En la figura 11, se identifican muchas de sus partes importantes. La columna es la espina dorsal de la máquina y descansa sobre la base. La parte frontal o cara de la columna tiene maquinado de precisión para servir de guía para el viaje vertical de la consola.

La parte superior de la columna está maquinada para proporcionar cierta capacidad de giro u oscilación al ariete o carnero. La consola soporta y guía al carro; éste proporciona un recorrido transversal a la máquina y sirve de soporte y guía a la mesa longitudinal. La mesa da un viaje longitudinal a la máquina y sostiene a la pieza de trabajo o a los dispositivos de sujeción de ésta.

Figura 11. La fresadora vertical y sus componentes



Fuente: Clifford Oliver, **Manual de operaciones con máquinas-herramientas**, p. 115.

1 Barra de tracción	11 Manivela del avance longitudinal de la mesa	21 Columna
2 Interruptor del motor	12 Carro transversal	22 Tope de la mesa
3 Freno del husillo	13 sujetador del carro transversal	23 Palanca posicionadora del ariete
4 Perilla embrague avance automático	14 Palanca de fijación de la mesa	24 Seguro de la camisa (manguito)
5 Palanca selectora avance automático	15 Manivela avance transversal de la mesa	25 Ariete con cola de milano
6 Perilla de avance en reversa	16 Palanca para elevar la mesa	26 Palanca de avance de la camisa (manguito)
7 Palanca para el control del avance	17 Palanca para bloquear la consola	27 Control del engrane reductor
8 Camisa (manguito)	18 Consola	28 Control de la velocidad variable
9 Husillo	19 Tornillo para elevación de la consola	29 Motor
10 Mesa	20 Base	

La cabeza de la máquina va sujeta al extremo del carnero. Esta cabeza puede girarse en algunas fresadoras en uno o dos planos. Los seis ensambles o conjuntos que se mencionan son los componentes más importantes de la fresadora vertical. La mayoría de estos componentes tienen controles o partes que se deben conocer.

La cabeza de la máquina contiene al motor, el cual impulsa al husillo. Los

cambios de velocidad se hacen con bandas V, engranes o transmisiones de velocidad variable. Cuando se hace el cambio de velocidad al intervalo de baja o de alta, se tiene que parar el husillo. Esto es válido para los cambios que se hacen con bandas V o con transmisiones de engranes. Tratándose de transmisiones variables el husillo tiene que estar girando mientras se hacen los cambios de velocidad. El husillo principal esta contenido en una camisa hueca (manguito). Esta camisa puede extenderse o retraerse hacia la cabeza de la máquina por medio de una palanca de mano para el avance de la misma o por medio de una manivela también. La palanca de alimentación de la camisa se usa para colocarla rápidamente o para taladrar agujeros. Las manivelas o palancas de alimentación dan una alimentación lenta y controlada en forma manual según sea necesaria al taladrar o mandrilar agujeros.

El avance motorizado o automático de la camisa se obtiene accionando la palanca de control del avance. Hay diferentes avances para la alimentación automática a disposición que pueden ajustarse con la palanca de cambio de avance automático. El avance automático se desembraga también automáticamente cuando el sujetador del husillo hace contacto con el tope ajustable micrometrico para profundidad; cuando se está alimentando hacia arriba, el avance automático se desembraga cuando llega la camisa a su límite superior. La sujeción de la camisa se usa para asegurarla a la cabeza con objeto de lograr la máxima rigidez al fresar. El freno del husillo o seguro del husillo se necesita para impedir que gire el husillo al instalar o quitar herramientas del mismo.

La cabeza de la máquina se gira sobre el carnero aflojando las tuercas de sujeción que van sobre la cabeza y girando luego el ajuste de giro hasta obtener el ángulo deseado.

El carnero se acerca a la columna o aleja de ésta mediante el piñón posicionador del mismo. El carnero también gira sobre la columna al aflojar las

piezas de sujeción de la torre.

La mesa se mueve manualmente con la manivela de movimiento transversal de la misma. El movimiento de la mesa hacia la columna o alejándose de ella se logra con la manivela de recorrido transversal. La operación de alzar y bajar la consola se realiza con la manivela de recorrido vertical. Cada uno de estos tres ejes de recorrido pueden ajustarse en incrementos de 0.001 pulg. con carátulas micrométricas. La mesa longitudinal, y la consola pueden asegurarse firmemente en posición con las palancas de sujeción que aparecen en la figura 11, (13,14,17).

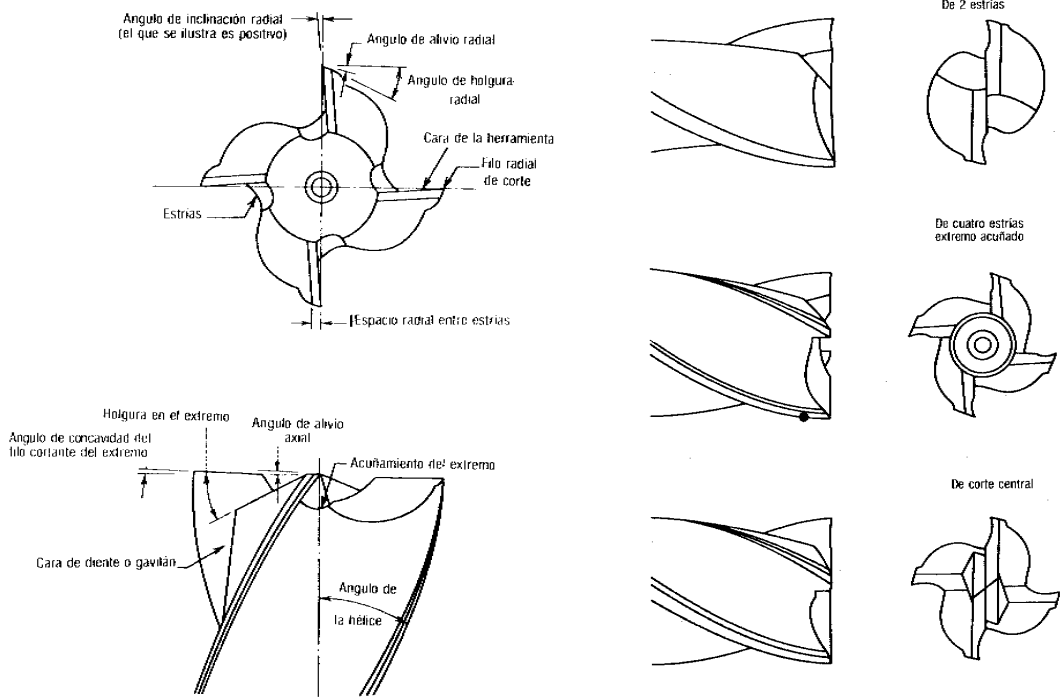
Durante el máquinado deben asegurarse todos los ejes, excepto los que estén en movimiento. Esto aumentará la rigidez del montaje. No utilice estos positivos de fijación para compensar el desgaste de las correderas de la máquina.

2.1.2. Herramientas de corte para fresadoras verticales

La herramienta que se usa con mayor frecuencia en una fresadora vertical es la fresa de extremo plano (end mill). La figura 12, ilustra el extremo cortante de una fresa de extremo plano de cuatro estrías. Estas fresas se hacen para corte derecho y para corte izquierdo. Su identificación se hace viendo el cortador desde su extremo de corte. Un cortador derecho gira en sentido contrario al del reloj. La hélice de las estrías también puede ser izquierda o derecha; una hélice derecha avanza hacia la derecha la figura 13 ilustra una fresa de extremo plano de corte derecho y hélice derecha.

Figura 12. Nomenclatura de la fresa de extremo plano

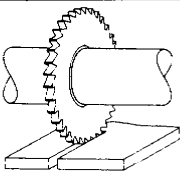
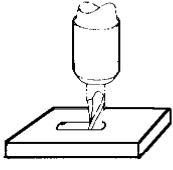
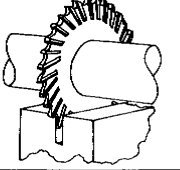
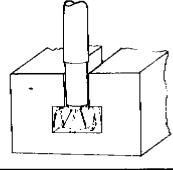
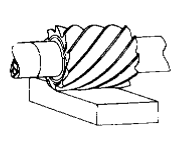
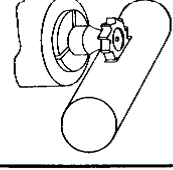
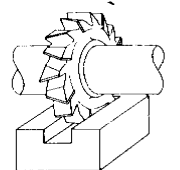
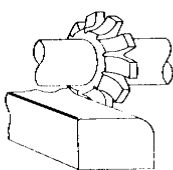
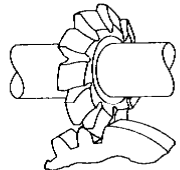
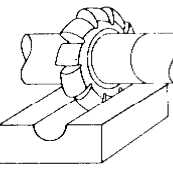
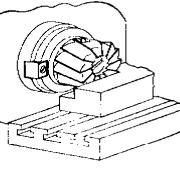
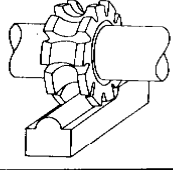
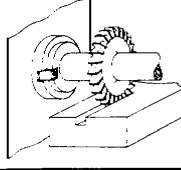
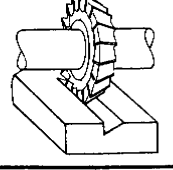
Figura 13. Tipos de dientes de las fresas de extremo plano



Fuente: Richard R. Kibbe, **Manual de máquinas-herramientas**, p. 187.

Los dientes de una fresa de extremo plano pueden ser diferentes, dependiendo del corte que se va a efectuar según se puede observar en la figura 13. Las fresas de extremo plano de dos estrías son de corte centrado, lo cual significa que pueden hacer su propio agujero iniciador. A esto se le llama corte de penetración. Las de cuatro estrías pueden tener dientes para corte centrado, o bien pueden tener su extremo plano taladrado en el centro. Las fresas con taladrado en el centro o con extremos totalmente planos no se pueden usar para penetrar cortando sus propios agujeros iniciadores, estas fresas solo cortan con los dientes de la periferia. En la tabla III, se muestran algunas de las diferentes aplicaciones de las fresas.

Tabla III. Aplicaciones de las fresas

<i>Tipos de cortadores de acero alta velocidad</i>		<i>Aplicaciones</i>	<i>Tipos de cortadores de acero alta velocidad</i>		<i>Aplicaciones</i>
Sierra circular sencilla		Se emplea para el corte de material delgado y tubería pequeña, y también para el maquinado de ranuras poco profundas. Use sierras de dientes alternados y con claro lateral para desalojar rebabas en los cortes más profundos.	Fresa vertical		La fresa vertical se usa para fresar los bordes de las piezas, ranuras, agujeros, cavidades y refrentar. La fresa de dos labios se usa generalmente para maquinar aluminio y la fresa de labios múltiples se emplea para acero.
Sierra circular de dientes alternados con claro lateral para desalojar rebabas		Esta sierra se emplea para maquinar ranuras profundas y en operaciones de aserrado total. Se recomiendan para maquinar ranuras de 3/16 de pulgada o más anchas.	Fresa para maquina ranuras en "T"		La fresa para ranuras en "T" está diseñada para maquinar ranuras en "T" en las mesas de las máquinas-herramienta. Se debe maquinar primero una ranura a fin de tener el claro adecuado para el zanco de la fresa.
Fresa plana		La fresa plana para trabajo pesado tiene una hélice a la izquierda de 45° y se emplea para cortes planos pesados y cortes de refrentado sobre aceros suaves.	Cortador para cuñero Woodruff		El cortador para cuñeros maquina una ranura circular en una flecha para la sujeción de una cuña tipo Woodruff, la que a su vez servirá para asegurar una polea o una pieza a la flecha.
Fresa escalonada		Esta fresa está diseñada para operaciones de ranurado profundo en acero. Los dientes alternados en hélice de corte hacia la izquierda y hacia la derecha dan un espacio amplio para la eliminación de viruta.	Cortador para redondear esquinas		Los cortadores para redondear esquinas se usan para dar forma al borde de una pieza a un radio especificado. Estos cortadores se pueden adquirir ya sea del tipo de zanco o de árbol.
Cortador para engranes		El cortador de engranes del tipo de árbol que se muestra en la ilustración se usa en una fresadora del tipo horizontal para maquinar engranes cilíndricos rectos y engranes cilíndricos helicoidales.	Cortador convexo		Un cortador convexo se usa para producir superficies cóncavas de radios exactos. Este cortador se usa para fresar medios círculos y se afila sin cambiar su forma mediante el rectificado de la cara de cada diente.
Fresa de caja		La fresa de caja se monta sobre un árbol y se emplea para fresar los bordes de una pieza, para refrentar superficies planas y grandes, y para fresar un escalón a escuadra como se muestra en la ilustración.	Cortador cóncavo		Los cortadores cóncavos se usan para producir superficies convexas de radios exactos. Este cortador se emplea para fresar medios círculos y se afila sin cambiar su forma mediante el rectificado de la cara de cada diente.
Fresa de tres caras		Las fresas de tres caras se emplean para ranurado de poca profundidad, para operaciones de fresado lateral y también para operaciones de fresado múltiple poco profundo.	Cortador angular sencillo		Los cortadores angulares sencillos se usan para los cortes llamados cola de milano y para maquinar dientes de trinquete. Este cortador se fabrica como una herramienta del tipo de zanco o de árbol, con un ángulo incluido de 45° ó 60°.

Fuente: Clifford Oliver, **Manual de operaciones con máquinas-herramientas**, p. 137.

2.1.3. Preparación de la fresadora vertical para el corte de un

engranaje para tornillo sinfín

Primero se procede a tallar el eje sobre el cual se va a montar la masa del engranaje del sinfín, en un torno, la masa también se talla en un torno de acuerdo a las dimensiones determinadas en los cálculos.

Posteriormente se procede a montar y preparar el equipo y herramientas de corte necesarios para el talle de los dientes del engranaje, el equipo necesario a montar sobre la mesa será en este caso el cabezal divisor y su respectivo contrapunto y como herramienta de corte se colocara en el husillo de la maquina una barra con su buril afilado a 29° como si fuese a cortar roscas del tipo acme, con un radio la barra y buril correspondiente al diámetro exterior del tornillo sinfín que en este caso es igual a 31mm.

Después se procede a la inclinación del cabezal de la fresadora vertical de acuerdo al ángulo de complemento del tornillo sin fin en este caso 7.13° , el cabezal divisor deberá estar ajustado para el numero de divisiones o dientes del engranaje en este caso 40 divisiones o dientes. En la figura 14 se muestra una fresadora tallando un engranaje para tornillo sin fin donde se puede observar la inclinación del cabezal.

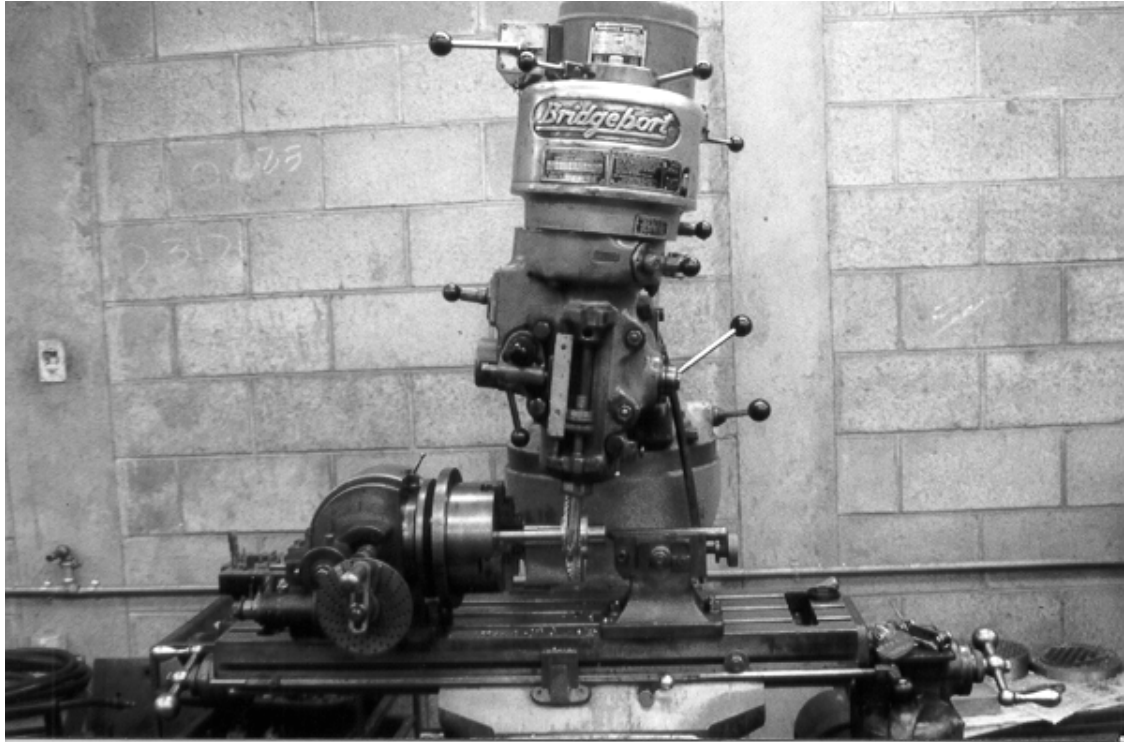
2.2. Tornos

2.2.1. Conocimientos generales sobre esta máquina

El torno accionado a motor es realmente el precursor de todas las máquinas herramientas. Con aditamentos adecuados el torno puede usarse para torneear, roscar, mandrilar, taladrar, escariar, refrentar, conformar a rotación y rectificar a esmeril, aunque muchas de estas operaciones se efectúan de preferencia en máquinas especializadas. Su tamaño varía desde los pequeños tornos para relojeros hasta los tornos masivos que se usan para el maquinado de gigantescas

piezas forjadas.

Figura 14. Fresadora tallando un engranaje sinfin

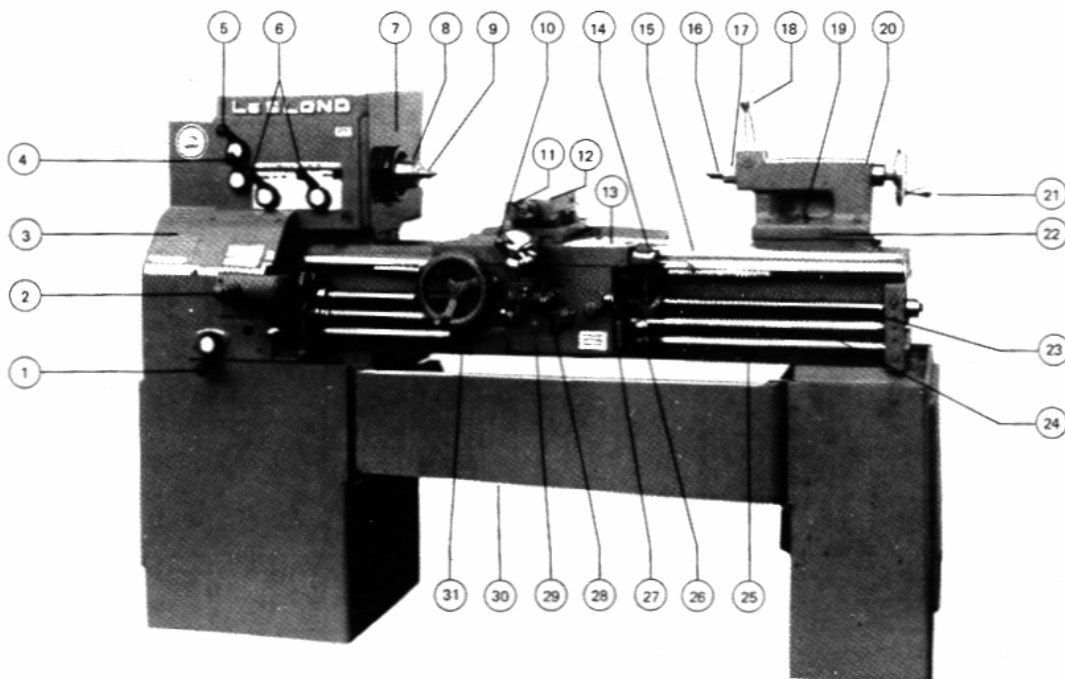


Los tornos accionados a motor los usan los operarios para producir partes de fabricación especial o unas cuantas piezas para una corrida breve de producción. También se usan para la fabricación de herramientas, la reparación de máquinas y para el mantenimiento.

La figura 15, muestra un torno con la identificación de sus partes más importantes. Un torno consta de los siguientes grupos importantes de componentes: cabeza, carro de la bancada, contrapunto, caja de engranajes para cambio rápido de velocidad y base o pedestal. La cabeza esta fija en el lado izquierdo de la bancada o banco del torno. Contiene el husillo que mueve los

diversos dispositivos de sujeción de la pieza de trabajo. El husillo esta sostenido por rodamientos en sus extremos. Si son cojinetes del tipo buje o de rodamiento, se emplea también un cojinete axial para que acepte el juego hacia el extremo. A menudo se emplean rodamientos de rodillos cónicos en el husillo en los tornos modernos. También se hacen cambios de velocidad del husillo en la cabeza del torno, ya sea por medio de bandas o de engranes. Los mecanismos de corte de rosca y de avance se impulsan también desde la cabeza o de la caja Norton.

Figura 15. Torno paralelo.



Fuente: Clifford Oliver, **Manual de operaciones con máquinas-herramientas**, p. 83.

- | | | |
|---------------------|-------------------|---------------------|
| 1 palanca de avance | 12 carro auxiliar | 23 tornillo patrón |
| 2 palanca de tambor | 13 silleta | 24 barra de avances |

3	caja de engranes de cambio rápido	14	cuadrante para roscado	25	bancada
4	palanca de avance	15	guías de la bancada	26	accionamiento del husillo
5	palanca para avance en reversa	16	contra punto	27	accionamiento de la tuerca partida
6	palancas de cambio de velocidad	17	husillo del contra cabezal	28	palanca de avance automático
7	cabezal	18	palanca de sujeción del contrapunto	29	delantal
8	husillo del cabezal	19	tuerca de sujeción del contrapunto	30	charola recogedora de virutas
9	centro giratorio	20	contra cabezal	31	manivela del carro
10	manivela para el avance transversal	21	manivela del contrapunto		
11	manivela para el avance del carro auxiliar	22	tornillo de ajuste del contrapunto		

El husillo es hueco para poder hacer pasar por él las piezas de trabajo largas y esbeltas. Al extremo del husillo que da hacia la cabeza se le llama nariz del husillo. Los mandriles para torno y demás dispositivos de sujeción de la pieza de trabajo van sujetos a la nariz del husillo y son movidos por ésta.

El agujero que tiene la nariz del husillo generalmente tiene una conicidad morse estándar. El tamaño del cono varía con el tamaño del torno.

El banco o bancada del torno constituye la superficie de apoyo y la columna

vertebral de un torno. Su rigidez y alineación afectan la precisión de las partes maquinadas en torno por lo anterior, las guías prismáticas de torno se construyen calculados para soportar los esfuerzos que generan los cortes fuertes del maquinado. Encima de la bancada se encuentran las guías prismáticas, las cuales consisten generalmente en dos “ves” invertidas y dos superficies planas de apoyo.

Las guías de los tornos son piezas maquinadas con gran exactitud por rectificado o por fresado o cepillado y rasqueteado manual. Cuando las guías están desgastadas o tienen algún daño, se afecta la precisión de las piezas maquinadas en el torno que tiene dichas guías. Abajo de la guía frontal del torno va sujeta una cremallera. Los engranes que unen la manivela del carro con dicha cremallera, hacen posible el movimiento longitudinal del carro, el cual se logra con la mano.

El carro principal está formado por el carro transversal y el delantal. El carro se desliza sobre la parte superior de las guías y tiene corredera transversal y el carro auxiliar. El carro transversal se mueve perpendicularmente al eje del torno en forma manual, girando la manivela del avance transversal o embragando la palanca de avance transversal automático. El carro auxiliar va montado sobre el carro transversal y puede ser girado a cualquier ángulo horizontal respecto al eje del torno para maquinar biseles y conos. El carro auxiliar solo puede moverse manualmente girando la manivela de tornillo para su avance.

El buril o herramienta cortante se sujeta en un poste para la herramienta que esta situado sobre el carro auxiliar.

El delantal es la parte del carro que da hacia el operador. Contiene a los engranes y los embragues de avance que transmiten el movimiento de tornillo de avance al carro longitudinal y transversal. Sujeto al delantal se tiene también el

reloj para corte de roscas, el cual indica el momento exacto en el que deben embragarse las medias tuercas al estar cortando una rosca. La palanca de las medias tuercas se usa únicamente para cortar roscas. El carro entero puede moverse a lo largo de la bancada del torno en forma manual, dando vuelta a la manivela, o en forma automática, embragando los controles de avance automático en el delantal. Una vez en posición, puede fijarse el carro a la bancada apretando el tornillo de fijación correspondiente.

El contrapunto se usa para soportar un extremo de la pieza de trabajo durante el maquinado, o para sostener diversas herramientas de corte como brocas, escariadores y machuelos. El contrapunto se desliza sobre las guías prismáticas y puede fijarse en cualquier posición a lo largo de la bancada. Tiene un husillo deslizante que se mueve mediante una manivela y cuya posición se fija con una palanca, este husillo tiene un agujero maquinado para recibir un zanco con conicidad morse estándar. El contrapunto consta de dos unidades, una superior y otra inferior y puede ajustarse para maquinar piezas cónicas girando los tornillos de ajuste que hay en la pieza base.

La caja de engranes para cambio rápido de velocidad es el elemento de unión que transmite la potencia entre el husillo y el carro. Accionando las palancas de cambio de velocidad de esta caja, se pueden seleccionar los diferentes avances. La potencia se transmite al carro a través de una barra o tornillo de avance, o bien, como en los tornos pequeños, por medio de un tornillo guía con cuñero. La placa indicadora que tiene la caja de engranes para cambio de velocidad, indica el avance.

La base de la máquina se usa para nivelar el torno y asegurarlo al piso. El motor del torno generalmente va montado en la base

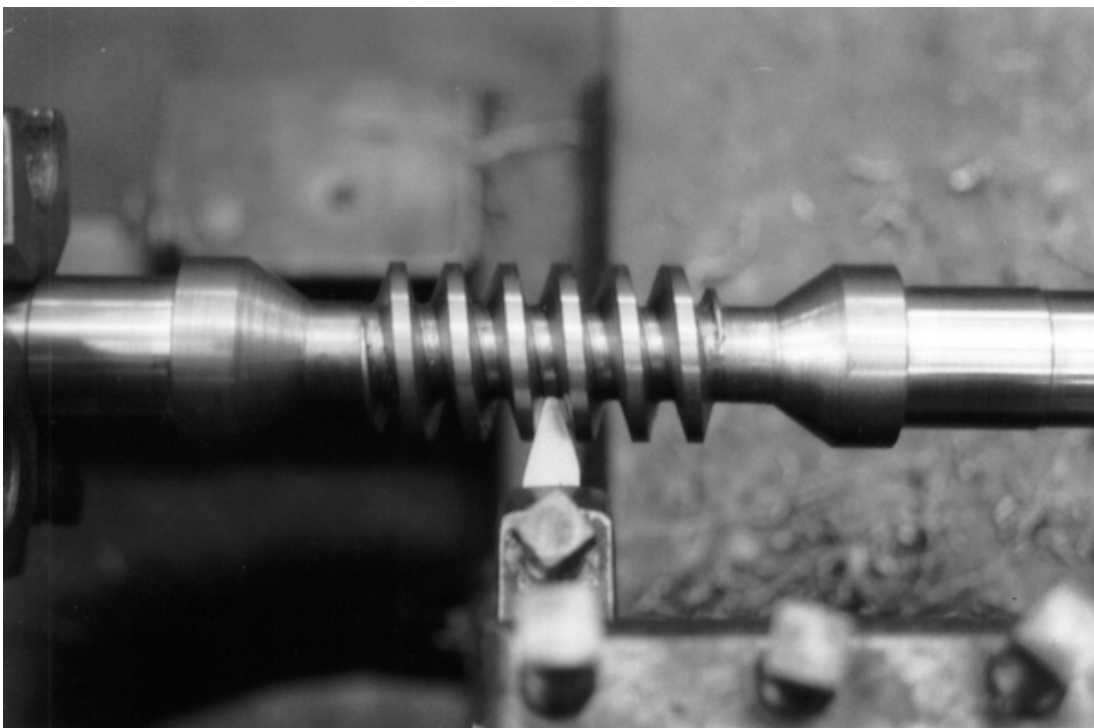
2.2.2. Corte de roscas del tipo para tornillo sinfín en el torno

Primeramente se procede a darle forma al eje sobre el cual se va a filetear la rosca del tornillo sinfín. Las especificaciones de este eje las podemos obtener de la figura 49, de los datos de este plano nos damos cuenta que en una rosca tipo acme de 29° para lo cual hay que preparar una herramienta de corte (buril) conforme al perfil mostrado en el plano.

Posteriormente hay que girar el carro auxiliar del torno a 14.5° puesto que el corte del tornillo sinfín se realiza recostado sobre la cara del filete.

Se procede a colocar por medio de la caja norton el avance del tornillo que en este caso es igual a paso modular 3. y se procede al corte del filete del tornillo sinfín accionando el mecanismo de la tueca partida, procediendo a alimentar el corte de la rosca por medio del carro auxiliar en varios cortes. En la figura 16 se muestra el corte de una rosca para tornillo sinfín.

Figura 16. Corte de una rosca para tornillo sinfín en el torno



2.3. Dispositivos divisores

2.3.1. Cabezas divisoras y mesas giratorias

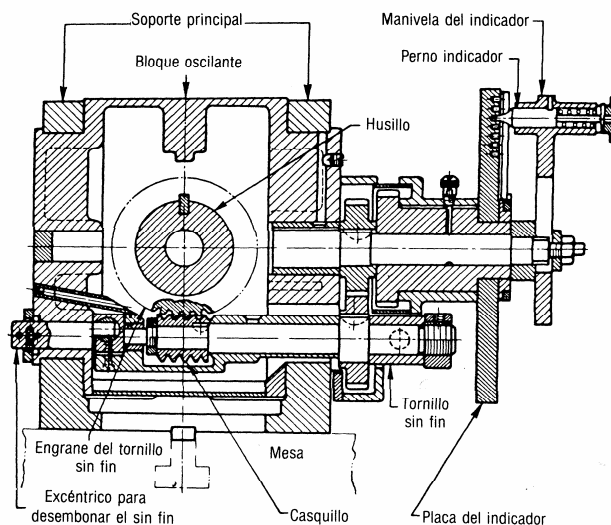
La cabeza divisora y la mesa giratoria son aditamentos de precisión para la fresadora. Sirven para hacer girar con exactitud una fracción de vuelta o una vuelta completa a una pieza de trabajo. Estos dispositivos se utilizan para cortar dientes de engranes, estrías cuñeros o agujeros que deban quedar separados por distancias angulares específicas.

La cabeza divisora, a la que también se le conoce como cabeza indicadora, se emplea para dar movimiento de rotación a las piezas de trabajo en las operaciones de fresado. Su parte importante es la caja o alojamiento, la cual contiene el husillo como lo podemos ver en la figura 17, el husillo tiene un mecanismo de corona y tornillo sin fin. El tornillo sin fin da vueltas por la acción de un grupo de engranes que se mueven con la manivela del instrumento, o por medio de un tren de engranes conectado mecánicamente al tornillo de guía de la fresadora. El eje del husillo se puede desplazar en un plano vertical para permitir la sujeción de las piezas de trabajo en posición horizontal o vertical. Una vez ajustado el eje del husillo, se aprietan las abrazaderas de sujeción para asegurar al husillo en esta posición. En la mayoría de las cabezas divisoras el tornillo sin fin puede desengranarse de la corona y dicha operación se hace dando vueltas a un collarín excéntrico. Cuando esta desengranado el tornillo sin fin, el husillo puede girarse fácilmente con la mano mientras se monta la pieza o cuando se utiliza el instrumento para hacer división directa. Al hacer división directa, se usa el émbolo para embonar el perno para división directa en un agujero del círculo de agujeros de división directa que se encuentra en la nariz del husillo.

Cuando esta engranado el tornillo sinfín, la rotación del husillo se obtiene girando la manivela de la cabeza indicadora. La relación de indicación que es de uso mas frecuente entre la manivela de la cabeza y el husillo es de 40:1. Esto significa que la manivela de la cabeza necesita girar 40 revoluciones para que de una revolución el husillo. La manivela en la cabeza tiene una especie de émbolo que mueve un perno de indicación o de división hacia adentro y hacia afuera de un agujero del plato indicador. El plato indicador tiene varios círculos de agujeros igualmente espaciados, y se utiliza para obtener revoluciones parciales precisas de la manivela de la cabeza. A menudo, el plato indicador tiene un juego diferente de círculos de agujeros en el lado inverso.

Para algunas cabezas divisoras se obtienen platos indicadores de números grandes de agujeros y de varios círculos diferentes de agujeros. Cuando solo se da una revolución parcial a la manivela de la cabeza divisora, el compás del sector se separa una distancia igual a esa vuelta parcial para evitar el tener que contar los espacios para cada vuelta del divisor.

Figura 17. Sección transversal de una cabeza divisora en la que se ve el tornillo sin fin y la flecha del mismo



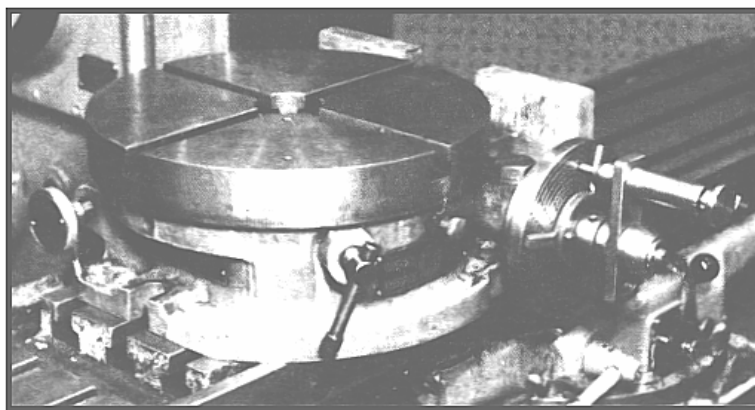
Fuente: Richard R. Kibbe, **Manual de máquinas-herramientas**, p. 270.

Otro dispositivo de uso común es la mesa giratoria figura 18. Las relaciones de indicación de las mesas giratorias varían de 120:1, 80:1, 90:1 ó 40:1. Por lo general la mesa esta dividida y graduada en grados, mientras que la manivela tiene graduaciones de 1 minuto.

La manivela indicadora se debe de ajustar cuidadosamente de manera que el perno indicador se deslice con facilidad en los agujeros, en cualquier circulo de agujeros que se use.

Una vez que se inicia una operación de división, la manivela indicadora se debe girar solo en una dirección (por lo regular en el sentido de las manecillas del reloj). Si se gira la manivela indicadora en el sentido de las manecillas del reloj y luego en sentido contrario, se permitirá que el juego que hay entre el tornillo sinfín y la corona afecte la exactitud de la división.

Figura 18. Mesa giratoria



Fuente: Richard R. Kibbe, **Manual de máquinas-herramientas**, p. 271.

2.3.2. Indicación de divisiones simple y directa

La indicación de división directa es el método más fácil de dividir una pieza de trabajo en un número dado de divisiones iguales. El número de divisiones obtenido por indicación directa está limitado por el número de agujeros que tiene el círculo de indicación directa de la nariz del husillo. Los círculos de agujeros disponibles tienen 24, 30 o 36 agujeros. Para efectuar rápidamente la indicación directa, se debe desengranar el tornillo sin fin de la corona para dejar que el husillo pueda moverse con la mano. Cuando se usa un círculo de 24 agujeros se pueden hacer divisiones iguales de 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24 espacios.

La indicación de división simple comprende también la operación de dar vueltas a la manivela del indicador para hacer girar el husillo. En la mayoría de las cabezas divisoras, por cada 40 vueltas de la manivela del indicador da una revolución el husillo y por tanto la pieza de trabajo. Para obtener un número específico de espacios en la circunferencia de una pieza de trabajo, se divide 40 entre ese número de vueltas completas o parciales de la manivela del indicador que requiere cada división. Para hacer 20 divisiones iguales en una pieza de trabajo se divide 40 entre 20 lo cual da $40/20 = 2$. El 2 representa 2 vueltas completas de la manivela del indicador. Para cortar 80 dientes en un engrane, se escribe $40/80 = \frac{1}{2}$, o sea que se requiere $\frac{1}{2}$ revolución de la manivela del indicador para cada diente.

Cuando se necesita dar una parte de vuelta con la manivela del indicador, se emplea un plato indicador con varios círculos de diferentes números de agujeros. Se obtienen platos indicadores con los siguientes números de agujeros: 24, 25, 28, 30, 34, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 46, 47, 49, 51, 53, 54, 57, 58, 59, 62 y 66. Para obtener $\frac{1}{2}$ revolución de la manivela indicadora se puede usar cualquier

círculo de agujeros que sea divisible entre 2. Si se usa el círculo de 30 agujeros, el perno del indicador de la manivela debe hacerse avanzar 15 agujeros cada vez.

Para hacer 27 divisiones, se procede como sigue. Se divide 40 entre 27, lo cual da $40/27 = 1 \frac{13}{27}$ el 1 representa una vuelta completa de la manivela del indicador. El denominador 27 podría ser el círculo de agujeros a usar y el numerador 13 el número de agujeros por avanzar. La revisión de los círculos de agujeros disponibles indica que no hay uno de 27, pero en cambio hay uno de 54, número que es múltiplo de 27. Para conservar intacta la fracción $13/27$ e incrementar el denominador a 54, se multiplican por 2 tanto el denominador así como el numerador.

Resultara lo siguiente: $\frac{13 \times 2}{27 \times 2} = \frac{26}{54}$, y esto significa 26 agujeros en el círculo

de 54 agujeros. Entonces para cada división debe darse una vuelta más 26 agujeros en el círculo de 54 agujeros.

Cuando se requieren 52 divisiones, se divide 40 entre 52, y se reduce a la fracción más pequeña posible: $\frac{40 \div 4}{52 \div 4} = \frac{10}{13}$. No hay círculo de 13 agujeros, pero en

cambio hay uno de 39. ahora se eleva la fracción a la de un denominador de 39 multiplicándola por 3, $\frac{10 \times 3}{13 \times 3} = \frac{30}{39}$, o sea 30 agujeros en el círculo de 39. La

exactitud máxima de indicación se logra cuando se emplea el círculo de agujeros del mayor número de agujeros en el que se pueda acomodar el denominador de la fracción. Para obtener 51 divisiones, se escribe $40/51$. Hay un círculo de 51 agujeros, lo cual significa que no hay necesidad de hacer ningún cálculo. Se necesitan recorrer 40 agujeros en el círculo de 51 por cada división.

Sería muy laborioso contar el número de agujeros para cada operación de

indicación. Por esto se tiene el compás de sector en el plato indicador. Este compás puede ajustarse para formar diferentes ángulos aflojando su tornillo de fijación. Uno de los lados del compás es biselado. El número de agujeros de la vuelta parcial que se necesitan se localiza dentro de estos lados biselados.

2.3.3. División angular

La pieza de trabajo se puede someter a indicación para producir un número dado de espacios en la circunferencia, o bien, puede indicarse la separación como una distancia angular media en grados.

La indicación por grados se puede hacer en una cabeza divisora por el método de indicación de división directa y simple.

Una revolución completa del husillo de la cabeza divisora es igual a 360 grados. Si el círculo de indicación directa tiene 24 agujeros, el espaciamiento angular de un agujero a otro es de $360/24 = 15$ grados. Puede hacerse cualquier división que requiera intervalos de 15 grados. Para taladrar dos agujeros separados por un ángulo de 75 se divide 75 entre de 15, y se obtiene 5. El 5 representa 5 agujeros en el círculo de 24. Recuérdese que no debe contarse el agujero en el que esta el perno. Si tiene que indicarse ángulos diferentes de 15 grados, puede usarse el método de indicación simple para obtener una revolución de 360 grados del husillo de la cabeza divisora, se necesitan 40 vueltas de manivela indicadora. Una vuelta de manivela da origen a un movimiento de $360/40 = 9$ grados del husillo de la cabeza divisora. Se puede usar cualquier círculo de agujeros del plato indicador que sea divisible entre de 9 para hacer indicación por grados.

Con un círculo de 27 agujeros se necesitan 3 agujeros para 1 grado, lo cual significa que 1 agujero representa 20 minutos.

Con un círculo de 36 agujeros se necesitan 4 agujeros para 1 grado, lo que significa que un agujero representa 15 minutos.

Con un círculo de 45 agujeros se necesitan 5 agujeros para 1 grado, lo cual significa que 1 agujero representa 12 minutos.

Con un círculo de 54 agujeros se necesitan 6 agujeros para 1 grado, lo que significa que 1 agujero representa 10 minutos.

Cuando se hacen las indicaciones en grados, la fórmula que da el número de vueltas de la manivela es (grados requeridos / 9). Como ejemplo, se tienen que hacer dos cortes separados por 37 grados. Entonces tenemos: $\frac{37}{9} = 4\frac{1}{9}$; lo cual significa que hay que dar cuatro vueltas completas y $\frac{1}{9}$ de vuelta. El $\frac{1}{9}$ se expande para medirlo en un círculo de 54 agujeros, $\frac{1}{9} \times \frac{6}{6} = \frac{6}{54}$. Entonces el movimiento total que se requiere es de 4 vueltas y 6 agujeros en el círculo de 54.

La indicación de división también se puede hacer en minutos, con la fórmula (minutos requeridos/540) El denominador 540 se obtiene multiplicando 9 grados por 60 minutos que tiene 1 grado, o sea el número de minutos que hay en una revolución de la manivela indicadora.

Cuando se aplica esta fórmula se hace necesario convertir los grados y las partes de grado en minutos.

Como ejemplo, se tienen que taladrar dos agujeros separados por un ángulo

de 8 grados 50 minutos. El ángulo de 8 grados y 50 minutos es igual a 530 minutos. Sustituyendo este valor en la ecuación, se obtiene la fracción $530/540$. para usar el círculo de 54 agujeros se tiene que reducir esta fracción $\frac{530}{540} \div \frac{10}{10} = \frac{53}{54}$. El resultado es un movimiento de la manivela indicadora de 53 agujeros en el círculo de 54.

Cuando los minutos requeridos no son exactamente divisibles entre 10, la separación requerida solamente se puede aproximar con un pequeño error. Como ejemplo, calcúlese el movimiento de la manivela indicadora para una separación de 1 grado y 35 minutos. Los círculos de agujeros disponibles son: 38, 39, 41, 42, 43, 46, 47, 49, 51, 53, 54, 57, 58, 59, 62 y 66. Hay que convertir el número mixto a minutos lo cual nos da $60+35 = 95$ min. con este valor se entra a la ecuación $95/540 = 1/5.685$. No hay ningún círculo con 5.685 agujeros, por lo cual hay que recurrir al método de tanteos para desarrollar esta fracción:

$$\frac{1}{5.685} \times \frac{7}{7} = \frac{7}{39.7949}$$

$$\frac{1}{5.685} \times \frac{8}{8} = \frac{8}{45.4799}$$

$$\frac{1}{5.685} \times \frac{9}{9} = \frac{9}{51.1649}$$

$$\frac{1}{5.685} \times \frac{10}{10} = \frac{10}{56.85}$$

Se ve que el número 51.1649 es el más próximo al círculo disponible de 51 agujeros. Cada agujero del círculo de 51 agujeros representa $540/51$, o sea que hay una separación de 10.588 min entre un agujero y otro. Si se hace un movimiento de 9 agujeros en el círculo de 51 se obtiene un ángulo de $10.588 \times 9 = 95.292$ minutos, o sea 95 minutos con 17 segundos con lo cual se incurre en un error de solo 17 segundos.

Los platos indicadores de alta numeración o los divisores de gama amplia dan una mejor selección para espaciamientos angulares de precisión.

3. PROYECTO

“Diseño y construcción de una caja reductora de velocidad de engrane y tornillo sinfin en baño de aceite con relación de 40:1 para una potencia nominal de 1HP.”

3.1. Consideraciones cinemáticas de mecanismos de tornillo sinfín.

La figura 19, muestra un mecanismo de tornillo sinfín, debe notarse que los ejes no se cortan y que el ángulo entre los mismos es de 90° , éste es el ángulo usual entre ejes, aunque pueden utilizarse otros. El tornillo sinfín, a veces llamado simplemente sinfín, se distingue por la figura que tiene, quizá cinco o seis dientes o hilos de rosca. Un gusano de un diente se asemejaría mucho a un hilo de rosca de tornillo Acmé.

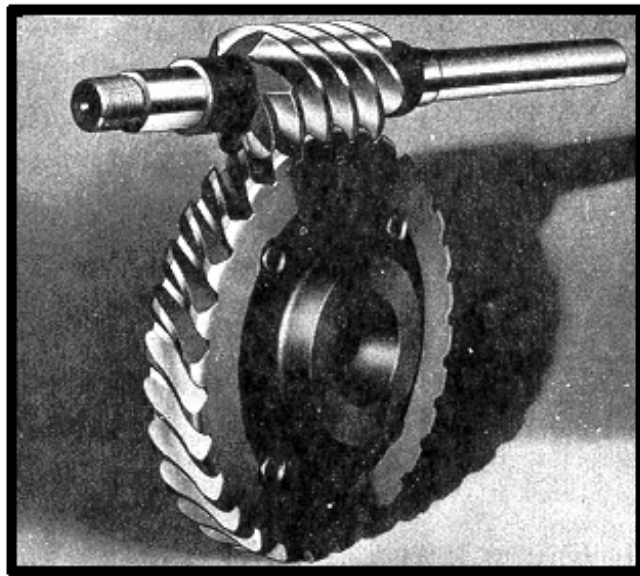
Los mecanismos de tornillo sinfín pueden ser simple o doblemente envolventes. Los del primer tipo son aquellos en los que la rueda envuelve o encierra parcialmente al tornillo, como se muestra en la figura 19. El mecanismo en el que cada elemento envuelve parcialmente uno al otro, desde luego son los doblemente envolventes. La diferencia más importante que hay entre los dos es que existe contacto de superficie entre los dientes de los elementos doblemente envolventes y sólo contacto de línea entre los elementos simplemente envolventes.

En la figura 20, se ilustran los nombres que se dan a las partes de los

mecanismos de tornillo sinfín.

Los elementos del mecanismo tienen el mismo sesgo de hélice que los engranes helicoidales cruzados, pero los ángulos de hélice suelen ser completamente diferentes.

Figura 19. Mecanismo de tornillo sinfín de tipo simplemente envolvente



Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 540.

Generalmente el ángulo de hélice del tornillo es bastante grande y el de la rueda muy pequeño. Debido a esto, es usual especificar el ángulo de avance λ para el gusano y el ángulo de hélice Ψ_G para el engrane; los dos ángulos son iguales cuando se tiene un ángulo entre de ejes de 90° . El ángulo de avance del tornillo es el complemento de su ángulo de hélice como se indica en la figura 20.

Al especificar el paso en los mecanismos de tornillo sin fin se acostumbra enunciar el paso axial, P_x , del tornillo y el paso circular transversal, P_t , (a veces

llamado simplemente paso circular) del engrane conectado. Estos pasos son iguales cuando el ángulo entre ejes es de 90°. El diámetro de paso del engrane es el diámetro medido sobre un plano que contiene al eje del gusano, como se muestra en la figura 20, es el mismo que para los engranes cilíndricos y vale

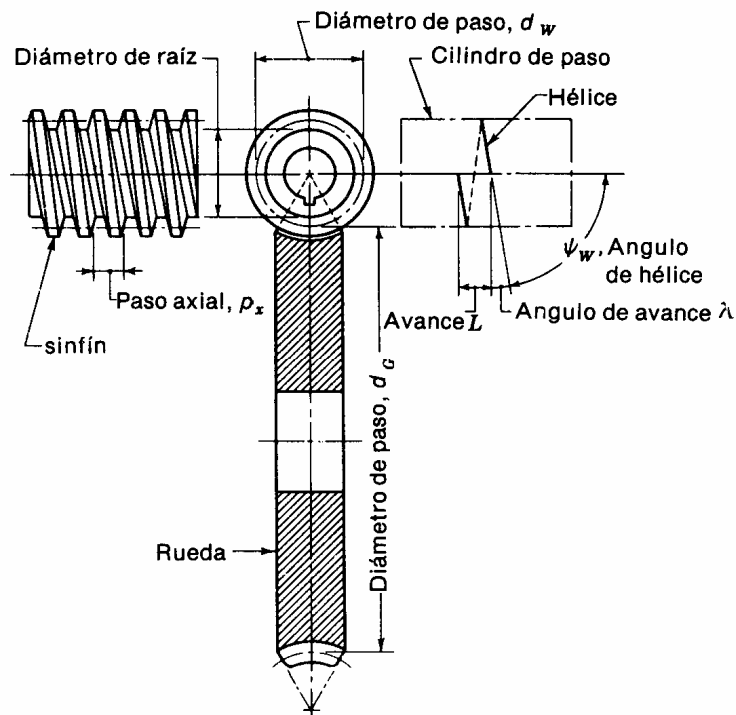
$$d_G = mN$$

EC. 3-1.

$$d_G = \frac{N_G P_t}{\pi}$$

EC. 3-2.

Figura 20. Nomenclatura de un mecanismo de tornillo del tipo simplemente envolvente



Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 541.

Puesto que no hay relación con el número de dientes, el tornillo sinfín puede tener cualquier diámetro de paso; sin embargo, este diámetro debe ser igual al diámetro de paso del cortador utilizado para formar los dientes del engrane del gusano. Por lo general hay que seleccionar el diámetro de paso del sinfín, de modo que quede dentro del intervalo

$$\frac{C^{0.875}}{3.0} \leq d_w \leq \frac{C^{0.875}}{1.7}$$

EC. 3-3.

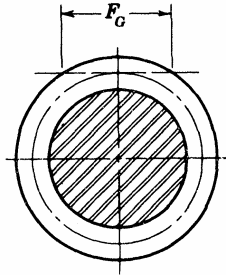
Donde C es la distancia entre centros. Estas proporciones dan como resultado la capacidad óptima de potencia del mecanismo.

Tabla IV. Ángulos de presión y alturas de diente recomendados para mecanismos de tornillo sinfín

Ángulo de avance λ , en grados	Ángulo de presión ϕ_n , en grados	Adendo a	Dedendo D
0-15	14 1/2	0.3683PX	0.3683PX
15-30	20	0.3683PX	0.3683PX
30-35	25	0.2865PX	0.3314PX
35-40	25	0.2546PX	0.2947PX
40-45	30	0.2228PX	0.2578PX

Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 542.

Figura 21. Ancho de cara FG de la rueda del sinfín



Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 542.

El avance L y el ángulo de avance λ del sinfín tiene las siguientes relaciones:

$$L = P_x N_w \quad \text{EC. 3-4}$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w} \quad \text{EC. 3-5}$$

Las formas de dientes para los mecanismos de gusano no han sido ampliamente estandarizadas, quizá por que se emplean cada vez menos y no ha sido muy necesario. Los ángulos de presión empleados dependen de los ángulos de avance, y deben de ser lo suficientemente grandes para evitar el rebaje por corte de los de los dientes del engrane en el lado en que termina el contacto. Una altura de diente satisfactoria, que guarde la proporción correcta con el ángulo de avance, puede obtenerse dando a la altura un valor en proporción al de paso circular axial. La tabla IV, resume lo que se consideraría buena práctica para los valores de ángulos de presión y de altura de dientes.

El ancho de cara F_G de la rueda del sinfín debe de ser igual a la longitud de

una tangente a la circunferencia de paso del sinfín entre sus puntos de intersección con la circunferencia de adendo, como se indica en la figura 21, de la cual se deriva la ecuación 3-6.

$$F_G = \sqrt{Dw^2 - dw^2}$$

EC. 3-6

3.2. Mecanismo del tornillo sinfin, análisis de fuerzas

Si se desprecia la fricción, entonces la única fuerza ejercida por el engranaje sería W Figura 22, que tiene tres componentes ortogonales: W^x , W^y , W^z . Por la configuración geométrica de la figura se aprecia que:

$$\begin{aligned} W^x &= W \cos \phi_n \sin \lambda \\ W^y &= W \sin \phi_n \\ W^z &= W \cos \phi_n \cos \lambda \end{aligned}$$

EC. 3-7

Ahora se utilizan los subíndices W y G para indicar las fuerzas que actúan contra el gusano y el engrane, respectivamente. Se observa que W^y es la fuerza radial, o de separación, para el gusano y la rueda. La fuerza tangencial que actúa sobre el tornillo sin fin W^x y sobre el engrane es W^z , suponiendo que el ángulo entre ejes es de 90° . La fuerza axial sobre el sin fin es W^z y sobre la rueda W^x . Puesto que las fuerzas en el engranaje son opuestas a las que actúan en el tornillo, estas relaciones se resumen como sigue:

$$\begin{aligned} W_{wt} &= -W_{Ga} = W^x \\ W_{wr} &= -W_{Gr} = W^y \\ W_{wa} &= -W_{Gt} = W^z \end{aligned}$$

EC. 3-8

Al utilizar las ecuaciones 3-7 y 3-8 es útil observar que el eje de la rueda es paralelo a la dirección X, que eje del sinfín es paralelo a la dirección Z, y que se ha empleado un sistema derecho de coordenadas.

En el estudio de los dientes de engranes cilíndricos rectos se vio que el movimiento de un diente relativo al del diente embonante es un rodamiento, principalmente; de hecho, cuando el contacto ocurre en el punto de paso, el movimiento es una rodadura simple. En contraste, el movimiento relativo entre los dientes del gusano y rueda es un deslizamiento puro y, así, es de esperar que la fricción tenga una función importante en el funcionamiento de un mecanismo sinfín. Introduciendo el coeficiente de fricción μ se obtiene otro conjunto de relaciones similar al de las ecuaciones 3-7.

En la figura 22, se ve la fuerza W, normal al perfil del diente del sinfín, produce una fuerza de fricción $W_f = \mu W$, que tiene una componente $\mu W \cos \lambda$, en la dirección negativa de x, y otra componente $\mu W \sin \lambda$, en la dirección positiva de z. Por tanto, la ecuación 3-7 se convierte en:

$$W^x = W(\cos \phi_n \sin \lambda + \mu \cos \lambda)$$

$$W^y = W \sin \phi_n$$

$$W^z = W(\cos \phi_n \cos \lambda - \mu \sin \lambda)$$

EC.3-9

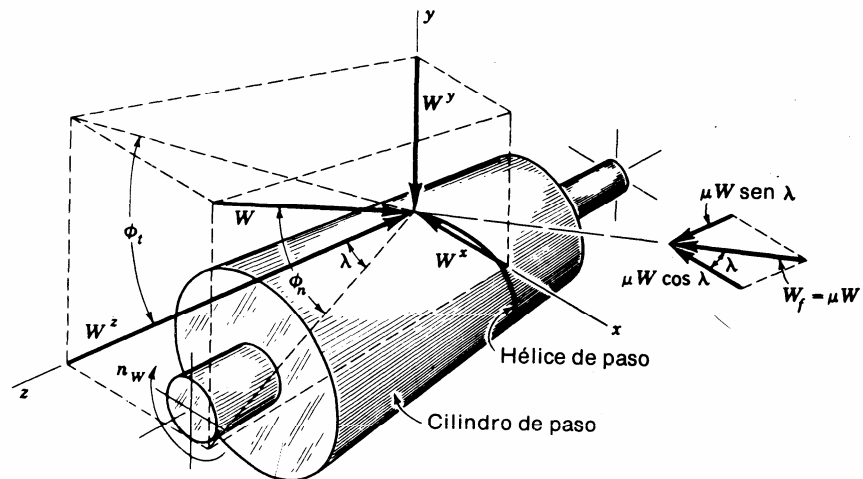
Desde luego, la ecuación 3-8 sigue siendo válida.

Si se substituye W^z en la tercera de las ecuaciones 3-8 y se multiplican ambos miembros por μ , se halla que la fuerza de fricción o de rozamiento es

$$W_f = \mu W = \frac{\mu W_{Gt}}{\mu \operatorname{sen} \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda}$$

EC.3-10

Figura 22. Esquema del cilindro de paso de un sinfín en el que se indican las fuerzas que ejerce la rueda sobre él



Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 544.

Hay otra relación útil que puede obtenerse resolviendo simultáneamente la primera y tercera ecuaciones de 3-8, para tener una relación entre las dos fuerzas tangenciales. El resultado es

$$W_{Wt} = W_{Gt} \frac{\cos \phi_n \operatorname{sen} \lambda + \mu \cos \lambda}{\mu \operatorname{sen} \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda}$$

EC.3-11

La eficiencia η se puede definir por la ecuación

$$\eta = \frac{W_{wr} (\text{sin fricción})}{W_{wr} (\text{con fricción})}$$

EC.3-12

Si se sustituye la ecuación 3-11, con $\mu = 0$, en el numerador de la ecuación 3-12, y la misma ecuación, sin cambio alguno, en el denominador de ésta. Después de reordenar resulta que la eficiencia es

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - \mu \tan \lambda}{\cos \phi_n + \mu \cot \lambda}$$

EC.3-13

Si se selecciona un valor típico del coeficiente de fricción, por ejemplo, $\mu = 0.05$, y los ángulos de presión de la tabla VI, se usará la ecuación 3-13 para obtener información útil de diseño. Al resolver esta ecuación, despejando los ángulos de hélice de 1° a 30° , se llega a los interesantes resultados que se muestran en la tabla V.

Tabla V. Eficiencia del mecanismo de tornillo sinfín para $\mu = 0.05$

Ángulo de hélice ψ, grados	Eficiencia η, %
1.0	25.2
2.5	46.8
5.0	62.6
7.5	71.2

Continuación

10.0	76.8
15.0	82.7
20.0	86.0
25.0	88.0
30.0	89.2

Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 545.

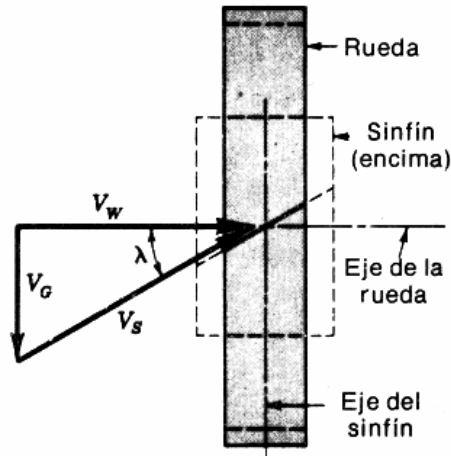
Muchos experimentos han demostrado que el coeficiente de fricción depende de la velocidad relativa o de deslizamiento. En la figura 23, V_G es la velocidad en la línea de paso de la rueda y V_w es la velocidad en la línea de paso del sinfín, en consecuencia vectorialmente se tiene $V_s = V_G + V_w$; y por tanto

$$V_s = \frac{V_w}{\cos \lambda}$$

EC. 3-14

Los valores publicados del coeficiente de fricción varían hasta un 20%, debido sin duda a las diferencias en el acabado de superficie, materiales y lubricación. Los valores en el diagrama de la figura 24, son representativos e indican la tendencia general.

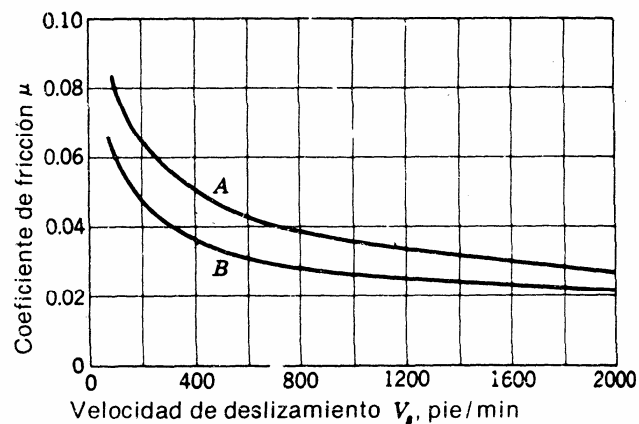
Figura 23. Componentes de velocidad en un mecanismo de sinfín



Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 546.

Figura 24. Valores representativos del coeficiente de fricción para mecanismos de sinfín, basados en la existencia de una buena lubricación

La curva B es para materiales de alta calidad, por ejemplo, un sinfín con temple de superficie conectado a una rueda de bronce fosforado. La curva A se emplea cuando es de esperar mayor fricción, como en el caso de sinfín sin templar y rueda de hierro colado.



Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 546.

3.3. Capacidades de potencia de un mecanismo de tornillo sinfín

Cuando se utilizan estos dispositivos intermitentemente o a velocidades bajas de la rueda, la resistencia a la flexión de los dientes del engrane pueden llegar a ser factor de diseño principal. Puesto que los dientes del sinfín son intrínsecamente más resistentes que los de su rueda, por lo general no se los calcula, aunque pueden utilizarse diferentes métodos para el cálculo de los esfuerzos en los dientes de un tornillo. Los dientes de las ruedas del sinfín son gruesos y cortos en los dos bordes de la cara y delgados en el plano central; esto hace difícil determinar el esfuerzo por flexión. Buckingham adapta la ecuación de Lewis como sigue:

$$\sigma = \frac{W_{Gtf}}{p_n F_G y}$$

EC.3-15

$$p_n = p_x \cos \lambda$$

EC. 3-16

Donde

σ = esfuerzo por flexión, kg / mm^2

W_{Gtf} = carga transmitida, kg

P_n = paso circular normal, mm

P_x = paso circular axial, mm

F_G = ancho de cara de la rueda, mm

y = factor de forma de lewis relacionado con el paso circular

λ = ángulo de avance

puesto que la ecuación solo es una aproximación poco precisa, no se considera la concentración de esfuerzos. También por esta razón, los factores de forma no están relacionados con el número de dientes, sino solamente con el ángulo de presión normal. Los valores de y se tienen en la tabla VI.

Tabla VI. Valores del factor de forma y para mecanismos de tornillo sinfín

Ángulo de presión Normal ϕ_n , grados	Factor de forma y
14 ½	0.100
20	0.125
25	0.150
30	0.175

Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 552.

La ecuación de la AGMA para la potencia nominal de entrada en HP, de un mecanismo de tornillo sin fin es

$$P = \frac{W_{Gt} d_G n_w}{1454727 m_G} + \frac{V_s W_f}{4566}$$

EC. 3-17

El primer término del segundo miembro es la potencia de salida y el segundo es la pérdida de potencia. La carga transmitida permisible W_{Gt} se calcula con la ecuación

$$W_{Gt} = \frac{K_s d_G^{0.8} F_e K_m K_v}{743}$$

EC. 3-18

La notación en las ecuaciones (3-17) y (3-18) es como sigue:

W_{Gt} = carga a transmitir, kg

d_G = diámetro de paso de la rueda, mm

n_w = velocidad del tornillo, rpm

m_G = relación de transmisión = N_G/N_w

V_s = velocidad de deslizamiento en el diámetro medio del tornillo, mts/min

W_f = fuerza de fricción, kg

K_s = factor de corrección por tamaño y materiales

F_e = ancho de cara efectivo; esta dimensión es el ancho de cara de la rueda o dos tercios del diámetro de paso del sinfín; se usa el menor de estos dos

K_m = factor de corrección de la relación de velocidades

K_v = factor de velocidad.

Tabla VII. Factor de materiales K_s , para mecanismos de tornillo sin fin cilíndricos

Para engranes de bronce de cobre estaño y cobre-estaño-niquel que trabajan con sinfines de acero con temple de superficie a la dureza Rockwell 58C como mínimo.

Ancho de cara de la rueda, F_G , mm	Bronce colado en arena	Bronce colado Frío estático	Bronce colado Centrifugo
Hasta 76.2	700	800	1000
101.6	665	780	975
127.0	640	760	940
152.4	600	720	900
177.8	570	680	850
203.2	530	640	800
228.6	500	600	750

Fuente: Joseph E. Shigley, *Diseño en ingeniería mecánica*, p. 553.

Tabla VIII. Factor de corrección de la relación de velocidades K_m

Razón mG	Km	Razón mG	Km	Razón mG	Km
3.0	0.500	8.0	0.724	30.0	0.825
3.5	0.554	9.0	0.744	40.0	0.815
4.0	0.593	10.0	0.760	50.0	0.785
4.5	0.620	12.0	0.783	60.0	0.745
5.0	0.645	14.0	0.799	70.0	0.687
6.0	0.679	16.0	0.809	80.0	0.622
7.0	0.706	20.0	0.820	100.0	0.490

Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 554.

Los valores del factor de materiales para gusanos de acero templado que embonan con ruedas de bronce se indican en la tabla VII. Debe observarse el efecto del factor de corrección por tamaño mientras aumenta el ancho de cara.

Los valores del factor de corrección de la relación de velocidades K_m y el factor de velocidad K_v se encuentra en las tablas VIII y IX, respectivamente.

Tabla IX. Factor de velocidad k_v

Velocidad Vs, Mts./min.	K_v	Velocidad Vs, Mts./min.	K_v	Velocidad Vs, Mts./min.	K_v
0.3048	0.649	91.44	0.472	426.72	0.216
0.4572	0.647	106.68	0.446	487.68	0.200

Continuación

3.048	0.644	121.92	0.421	548.64	0.187
-------	-------	--------	-------	--------	-------

6.096	0.638	137.16	0.398	609.6	0.175
9.144	0.631	152.4	0.378	670.56	0.165
12.19	0.625	167.64	0.358	731.52	0.156
18.29	0.613	182.88	0.340	792.48	0.148
24.38	0.600	213.36	0.310	853.44	0.140
30.48	0.588	243.84	0.289	914.4	0.134
45.72	0.558	274.32	0.269	1219.2	0.106
60.96	0.528	304.8	0.258	1524.0	0.089
70.2	0.500	365.76	0.235	1828.8	0.079

Fuente: Joseph E. Shigley, **Diseño en ingeniería mecánica**, p. 554.

3.4. Capacidad térmica de las reducciones de tornillo sinfín

La potencia de una reducción por tornillo sinfín en funcionamiento continuo esta limitada usualmente por la capacidad de disipación de calor de la caja o envolvente. La velocidad de enfriamiento para envolventes rectangulares o de tipo de caja puede estimarse por las curvas de la figura 25. La velocidad de enfriamiento es mayor a velocidades elevadas del eje del tornillo, lo que da lugar a mejor circulación del aceite dentro de la caja. La velocidad de enfriamiento puede aumentarse mediante un ventilador que dirija una corriente de aire sobre los lados de la caja.

La velocidad de enfriamiento C_1 se expresa en kilocalorías/hora/m²/°C. Los valores de la curva pueden dividirse por 60 para obtener el calor perdido por minuto.

La pérdida total del calor depende de la superficie de la envolvente A_c en metros cuadrados (M²) y la diferencia de la temperatura ΔT entre la superficie de la envolvente y el aire circundante. La energía perdida expresada en potencia es

$$HP_c = \frac{59}{60 \times 4500} 427 C_1 A_c \Delta T$$

pues,

EC.3-19

La envolvente debe ser suficientemente amplia para evitar el batido del aceite y permitir la disipación del calor. La superficie de enfriamiento en metros cuadrados (m²) puede estimarse mediante la ecuación siguiente:

$$A_c = \frac{114C^{1.7}}{10^6}$$

EC.3-20

C = distancia entre de centros mm.

La potencia perdida es igual a la diferencia entre la potencia de entrada y de salida. La potencia de salida es igual a la de entrada multiplicada por el rendimiento. Por lo tanto,

$$hp_c = hp_i - hp_o = hp_i - hp_i \times \eta = hp_i(1 - \eta)$$

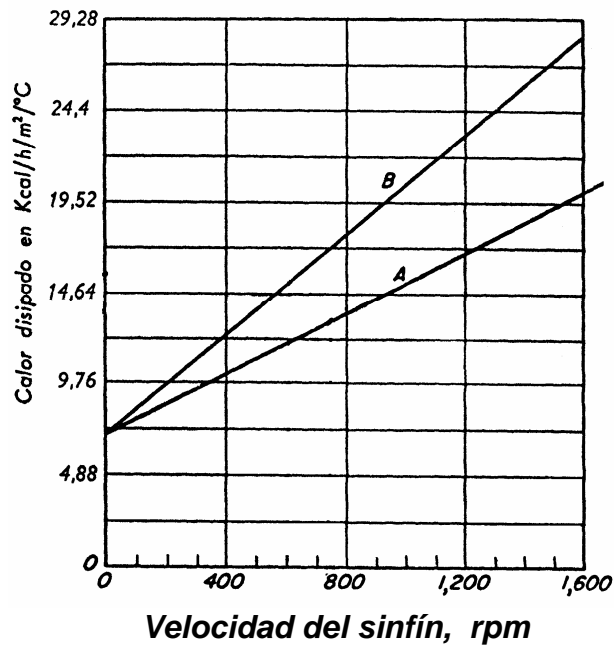
o sea,

$$hp_i = \frac{hp_c}{1 - \eta}$$

EC. 3-21

La temperatura del aceite no debe de superar los 82°C.

Figura 25. Capacidad de disipación de calor en la envolvente de los tornillos A, sin ventilador; B, con ventilador en el eje del tornillo



Fuente: M. F. Spotts, *Diseño de elementos de máquinas*, p. 494.

3.5. Diseño de ejes

Los ejes se emplean en máquinas y dispositivos mecánicos de todas clases. Aunque la teoría elemental correspondiente a un eje circular sometido a cargas de torsión estáticas es útil, la mayor parte de los ejes están sometidos a cargas variables combinadas de flexión y torsión con diversos grados de concentración de tensiones. En tales ejes, el problema es fundamentalmente de fatiga. Además del eje en sí, el proyecto debe incluir usualmente los cálculos de las chavetas y acoplamientos necesarios.

3.5.1. Torsión de un eje circular

La figura 26, muestra un eje circular de sección transversal uniforme cargado en los extremos por los pares T que lo tuercen alrededor del eje longitudinal. Se supone que el eje es mucho más largo respecto al diámetro de lo que la figura indica. Puede verse experimentalmente que las secciones transversales perpendiculares al eje después de la aplicación de las cargas T . El diámetro de la barra no cambia y las líneas radiales permanecen rectas y radiales después de la torsión.

La única deformación de la barra es la rotación relativa de las secciones transversales. Como se ve en la figura 26, la sección transversal inferior ha girado respecto a la superior un ángulo ϕ .

Los lados de un elemento de la superficie cilíndrica de radio r_1 no cambian de longitud pero los ángulos en los extremos cambian en un ángulo γ respecto a sus valores originales de 90° . De esta forma, el elemento queda sometido a tensión de cortadura pura. Como indica la figura 26, $r_1\phi = l\gamma$. Sustituyendo γ por su valor según la ley de hooke, donde $\gamma = s_s / G$, siendo G el módulo de elasticidad en cortadura. Como ϕ , G y l son constantes en la figura 26, el valor de la tensión cortante s_s varía directamente con el radio r_1 .

$$s_s = \frac{\phi G r_1}{l}$$

EC. 3-22

Si se suprimiera la porción de la barra sobre el elemento dA de la figura 26, el par de la tensión cortante s_s , si se integrara en la totalidad de la sección transversal, sería igual al par aplicado T .

$$T = \int_0^r s_s r_1 dA$$

Por tanto, (a)

Multipliquemos y dividamos el segundo miembro por r_1 ; Por la ecuación (3-22) la razón s_s/r_1 es constante y puede sacarse de la integral. Por lo tanto,

$$T = \int_0^r \frac{s_s}{r_1} r_1^2 dA = \frac{s_s}{r_1} \int_0^r r_1^2 dA = \frac{s_s}{r_1} J$$

(b)

En la última forma de la ecuación (b) hemos sustituido la integral $\int r_1^2 dA$, por el símbolo J , llamado momento polar de inercia.

El valor máximo de la tensión cortante se produce en la superficie exterior donde $r_1 = r$. Por lo tanto de la ecuación (b)

$$s_s = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

EC. 3-23

Para una sección transversal circular maciza,

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi r^4}{2}$$

EC. 3-24

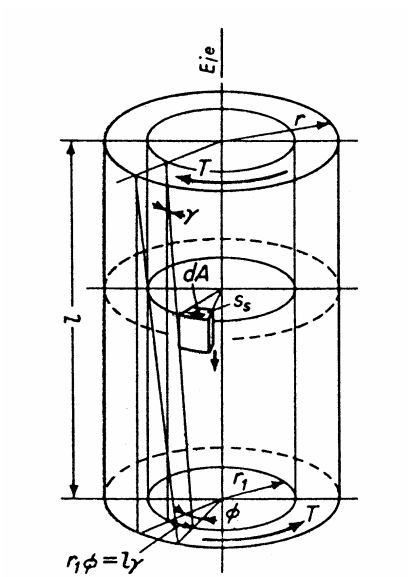
Para un eje hueco con un diámetro exterior d_o y un diámetro interior d_i , el valor neto del momento polar de inercia es igual al valor de J correspondiente al

círculo exterior menos el correspondiente al círculo interior. Por lo tanto, para un eje hueco,

$$J = \frac{\pi}{32} (d_o^4 - d_i^4) = \frac{\pi}{2} (r_o^4 - r_i^4)$$

EC. 3-25

Figura 26. Eje circular sometido a un momento torsor



Fuente: M. F. Spotts, **Diseño de elementos de máquinas**, p. 130.

Eliminando \$s_s\$ de las ecuaciones (b) y (1) se obtiene,

$$\phi = \frac{Tl}{JG}$$

EC. 3-26

El ángulo \$\phi\$ está medido en radianes. Debe recordarse que un grado es igual a \$\pi/180\$ radianes, o sea, un radian = \$57,296^\circ\$.

Para que las ecuaciones anteriores sean válidas en la proximidad de los extremos, los momentos T deben aplicarse mediante tensiones que varíen en intensidad con la distancia al eje. Como esta condición rara vez se cumple en la práctica, la ecuación (3-23) solamente da resultados correctos en las secciones transversales algo alejadas de los puntos en que se aplican las cargas T .

3.6. Potencia

Se define la potencia como la velocidad a que se realiza un trabajo.

La unidad de potencia es el caballo de vapor que es igual a 75 kilográmetros por segundo. Si una fuerza de F kilos actúa a una velocidad de V m/s el trabajo realizado por segundo es FV y la ecuación que da la potencia en caballos es:

$$HP = \frac{FV}{75}$$

EC. 3-27

En la maquinaria en que la potencia se transmite a través de ejes es necesario transformar la ecuación (3-27) a dimensiones angulares. Si la fuerza F actúa en el extremo de un radio de r m, como se indica en la figura 43, la velocidad angular ω rad/seg es igual a

$$\omega = \frac{V}{r}$$

EC. 3-28

Ahora se puede sustituir el valor de V obtenido en la ecuación (3-28) en la ecuación (3-27) dando,

$$HP = \frac{T\omega}{75}$$

EC. 3-29

En la ecuación (3-29) se ha sustituido el producto Fr por el par T cuyas dimensiones son m/kg.

La velocidad V en la figura 27 vale,

$$V = \frac{\pi dn}{60} = \frac{2\pi rn}{60}$$

EC. 3-30

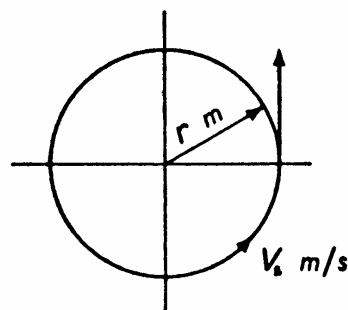
Donde n es r.p.m. o vueltas por minuto. Haciendo esta sustitución en la ecuación (3-27) se obtiene la ecuación siguiente:

$$HP = \frac{Tn}{716}$$

EC. 3-31

Las dimensiones del par T en esta ecuación son m-kg.

Figura 27. Relaciones entre las ecuaciones de potencia



Fuente: M. F. Spotts, **Diseño de elementos de máquinas**, p. 134.

3.7. Máxima tensión cortante estática

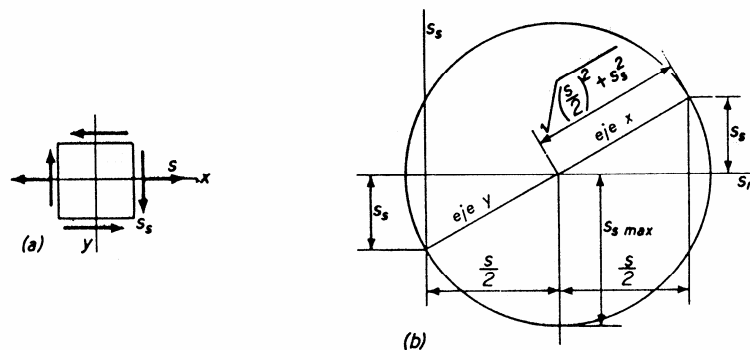
Muchos ejes soportan cargas combinadas de flexión y torsión. El momento flector M produce una tensión normal en la dirección axial del eje designada por s en la figura 28 (a) y el momento torsor T produce la tensión cortante s_s . La tensión normal en la dirección y , o sea, perpendicularmente al eje, es en general igual a cero.

A partir del círculo de Mohr para este elemento, indicado en la figura 28 (b), se deduce que el valor de la máxima tensión cortante para carga estática viene dado por la ecuación

$$s_{smax} = \frac{0.5s_{yp}}{CS} = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + s_s^2}$$

EC. 3-32

Figura 28. Tensiones en un elemento de la superficie de un eje



Fuente: M. F. Spotts, **Diseño de elementos de máquinas**, p. 135.

Ahora podemos sustituir en la ecuación (3-32) las ecuaciones que dan las tensiones para un eje circular macizo

$$s = \frac{32M}{\pi d^3} \quad \text{y} \quad s_s = \frac{16T}{\pi d^3}$$

EC. 3-33

Obteniendo la siguiente ecuación que da la máxima tensión cortante para cargas estáticas

$$s_{smax} = \frac{0.5s_{yp}}{CS} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2}$$

EC. 3-34

3.8 Materiales dúctiles sometidos a tensiones fijas y alternativas combinadas

En la mayor parte de los problemas de resistencia de los materiales las componentes más importantes de las tensiones son fijas y a ellas se superponen tensiones alternativas conocidas con menos precisión. Muchas de las roturas tienen su origen en tensiones de este tipo. El problema presenta grandes dificultades como consecuencia de los procesos de rotura fundamentalmente diferentes debidos a ambos tipos de tensiones.

Supongamos que la carga de tracción P sobre la barra de la figura 29(a) varíe continuamente en magnitud como indica el gráfico de la figura 29(b). Esta carga puede considerarse compuesta de dos partes: la carga constante o media P_{av} y la carga variable P_r .

Como indica la figura, la carga máxima es igual a la carga media más la

variable; la carga mínima es igual a la media menos la variable. Las tensiones normales s_{av} y s_r se encuentran dividiendo las cargas P_{av} y P_r por la sección transversal A . Cuando la tensión media es elevada, el material soportará con seguridad solamente una pequeña componente variable. Sin embargo, si la tensión media es pequeña puede admitirse una componente variable mayor.

Para estudiar el ilimitado número de combinaciones de tensiones fijas y variables debe emplearse la línea de rotura del material. Se ensayan probetas con cargas variables suficientemente bajas para permitir su trabajo continuo pero suficientemente elevadas para que cualquier incremento de la tensión media o variable pueda producir la rotura. La tensión media s_{av} utilizada en el ensayo se representa como la abscisa y la tensión variable s como ordenada. De esta forma se determina un punto característico F como en la figura 29(c). Después de determinar otras combinaciones de s_{av} y s_r , se unen los puntos formando la curva de rotura. El punto A en que la tensión media es cero representa el límite de fatiga o indurancia para tensión alternativa dado por el valor s_e de la figura 30. El punto B en que la tensión variable alternativa es nula representa la resistencia de rotura del material por carga estática.

Como usualmente no se dispone de datos experimentales para el trazo de la línea de rotura, es corriente dar un margen de seguridad suponiendo que es una línea recta. Para estar aún más seguros se traza la línea desde el límite de indurancia A al punto C , que representa el punto de fluencia y no al punto B correspondiente a la carga de rotura. Se dibuja la línea que representa las tensiones admisibles en el material después de dividir s_e y s_{yp} por el coeficiente de seguridad CS , como se indica en la figura 29(c).

Si existe una concentración de tensión como representa la figura 29(d) en la sección transversal para la que se están calculando las tensiones, se prescinde usualmente de ella en cuanto se refiere a la tensión media s_{av} .

Sin embargo, como es necesario tenerla en cuenta para las tensiones alternativas, la tensión variable s_r debe de multiplicarse por el coeficiente de concentración de tensiones K antes de representar el punto correspondiente. Si un punto determinado por s_{av} y Ks_r como coordenadas cae sobre la línea de tensiones de trabajo o por debajo de ella, se supone que la pieza puede someterse con seguridad a un trabajo continuo.

El problema puede resolverse también de un modo adecuado mediante el cálculo de la forma siguiente. Todos los puntos a lo largo de la línea DE pueden suponerse en iguales condiciones de seguridad. Entre ellos se incluye, naturalmente, el punto K . La tensión OE , o sea $s = s_{yp} / CS$, puede considerarse como la tensión estática equivalente a la tensión variable $s_{av} \pm Ks_r$. Por semejanza de triángulos, es fácil demostrar que GE es igual a $s_{yp}Ks_r / s_e$. Por lo tanto,

$$\frac{s_{yp}}{CS} = s = s_{av} + \frac{Ks_{yp}}{s_e} s_r$$

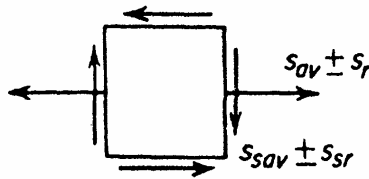
EC. 3-35

ecuación que suele llamarse de Soderberg. Cuando se obtiene la tensión s puede emplearse el primer término de esta ecuación para determinar el coeficiente de seguridad.

3.9. Teoría de la cortadura máxima para cargas variables

Ahora veremos que la teoría de rotura por cortadura máxima puede aplicarse cuando las tensiones normal y de cortadura en un eje varían. En la figura 31, se indica la carga para un elemento situado en la superficie del eje. Las tensiones normales al eje geométrico son nulas. Se supone que las tensiones normales y de cortadura alcanzan sus valores máximo y mínimo simultáneamente.

Figura 31. Elemento cargado por tensiones variables



Fuente: M. F. Spotts, **Diseño de elementos de máquinas**, p. 137.

La ecuación 3-35 de Soderberg aplicada a la tensión normal variable de la figura 31 indica que la tensión normal estática equivalente s es:

$$s = s_{av} + \frac{K_{Syp}}{S_e} s_r \quad (a)$$

La tensión cortante estática equivalente s_s para la figura 31 tiene el valor,

$$s_s = s_{sav} + \frac{K_t S_{yp}}{S_e} s_{sr} \quad (b)$$

A continuación se ponen las ecuaciones (a) y (b) en la ecuación (3-32) para dar la

tensión cortante estática resultante s_s máx.

$$s_{smax} = \frac{0.5s_{yp}}{CS} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(s_{av} + \frac{Ks_{yp}}{s_e} s_r \right)^2 + \left(s_{sav} + \frac{K_t s_{yp}}{s_e} s_{sr} \right)^2}$$

EC. 3-36

$$s_{smax} = \frac{0.5s_{yp}}{CS} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{\left(M_{av} + \frac{Ks_{yp}}{s_e} M_r \right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_t s_{yp}}{s_e} T_r \right)^2}$$

EC. 3-37

El coeficiente de concentración de tensión K se puede obtenerse de la figura 63 y el coeficiente K_t de la figura 64 del anexo.

Las ecuaciones anteriores se aplican a ejes circulares macizos. Cuando existe un chavetero en la sección para la que se realizan los cálculos, la resistencia se reduce no solo como consecuencia de la concentración de tensiones, sino también por la pérdida sección transversal.

La determinación teórica de esta última cantidad sería muy complicada, y quizás la mejor forma de resolver esa situación en el proyecto es emplear un valor mas bajo de la tensión de trabajo por cortadura. Afortunadamente, la forma de la ecuación es tal que la corrección puede ser considerablemente errónea sin producir gran diferencia en el diámetro resultante del eje.

3.10. Chavetas

Los ejes y acoplamientos se unen usualmente mediante chavetas. En la figura 32 se indican varios tipos diferentes de chavetas, nosotros en este proyecto utilizaremos la más común que es la de tipo cuadrada.

La práctica usual consiste en elegir una chaveta cuyo tamaño sea un cuarto del diámetro del eje. Entonces se ajusta la longitud de la pieza, según la longitud del cubo de la pieza montada y la resistencia requerida.

A veces es necesario utilizar dos chavetas para obtener la resistencia que se desee.

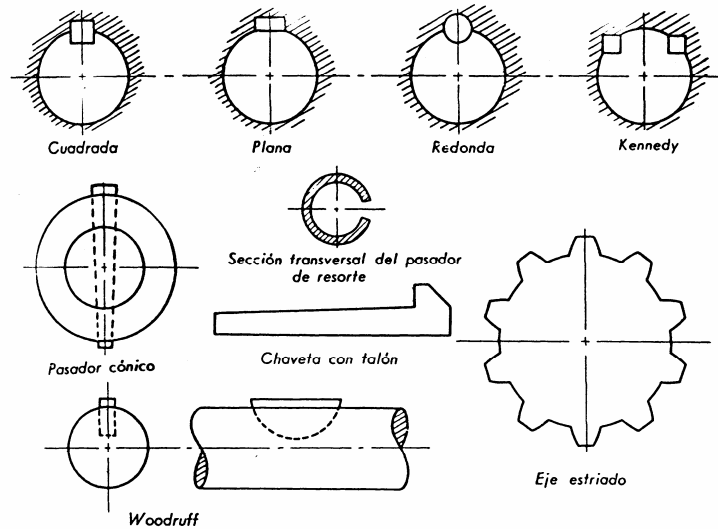
La distribución de la fuerza en la superficie de las chavetas es muy complicada. Depende del ajuste de la chaveta en las ranuras del eje y cubo como indican las figuras 33(a) y (b) en que se indican las cargas distribuidas por flechas simples. Además, las tensiones no son uniformes a lo largo de la chaveta en dirección axial siendo máximas cerca de los extremos.

Como consecuencia de muchas indeterminaciones, generalmente no puede hacerse un estudio exacto de las tensiones. Los ingenieros suponen usualmente que todo el par es absorbido por una fuerza tangencial F situada en la superficie del eje. Esto es,

$$T = Fr$$

EC.3-38

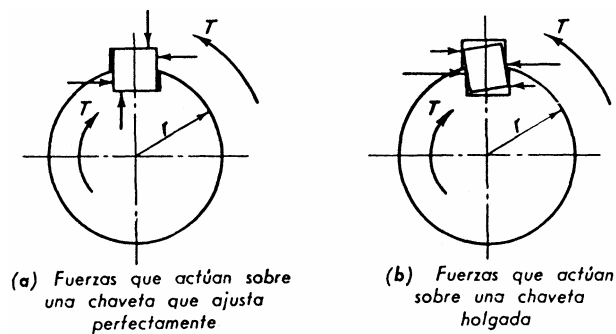
Figura 32. Tipos de chavetas



Fuente: M. F. Spotts, **Diseño de elementos de máquinas**, p. 140.

Las tensiones de cortadura y de compresión en la chaveta se calculan a partir de la fuerza F y se emplea un coeficiente de seguridad suficientemente grande.

Figura 33. Fuerzas que actúan sobre la chaveta



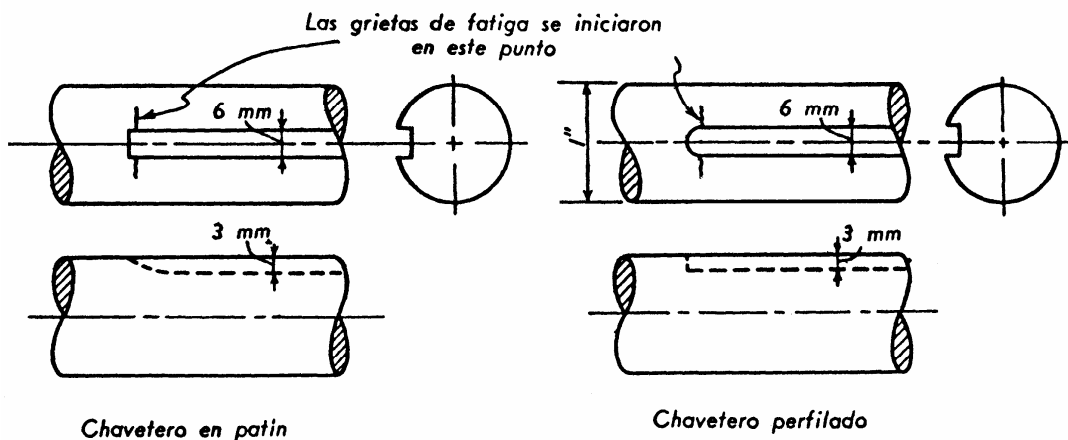
Fuente: M. F. Spotts, **Diseño de elementos de máquinas**, p. 141.

3.10.1. Concentración de tensiones

En la tabla XI del anexo, se dan los diferentes coeficientes, de concentración de tensiones para las diferentes aplicaciones y formas de los materiales.

Los factores geométricos de concentración de tensiones, correspondientes a ranuras de chaveta (chaveteros o cuñeros), cuando el eje trabaja en flexión son, según Peterson, 1.79 para un chavetero perfilado figura 34, y 1.38 para un cuñero en patin (“sled-runner”); $K_t = 3$ se debe utilizar cuando los ejes están sometidos a flexión y torsión combinadas.

Figura 34. Tipos de chaveteros ensayados para determinar los efectos de las concentraciones de tensiones



Fuente: M. F. Spotts, *Diseño de elementos de máquinas*, p. 145.

3.11. Rodamientos

3.11.1. Dimensionado y duración de servicio

Al dimensionar un rodamiento hay que distinguir si está solicitado estáticamente o dinámicamente. Una sollicitación estática tiene lugar si el rodamiento está en reposo o gira muy lentamente. Si el rodamiento gira se habla de una sollicitación dinámica.

3.11.2. Dimensionado de los cojinetes

3.11.2.1. EL rodamiento solicitado estáticamente

Al actuar una carga estática se calcula el factor de esfuerzos estáticos f_s , para demostrar que un rodamiento tiene la suficiente capacidad estática.

$$f_s = \frac{C_o}{P_o}$$

EC. 3-39

f_s es el factor de esfuerzos estáticos. Se toma como valor de seguridad contra deformaciones Plásticas demasiado elevadas en los puntos de contacto en los cuerpos rodantes. Para rodamientos que deban girar con gran suavidad y facilidad deberá elegirse un factor de esfuerzos estáticos f_s elevado. Si las exigencias referentes a la suavidad de marcha son mas reducidas bastan valores más pequeños. En general se pretende conseguir los siguientes valores:

$f_s = 1.2$ hasta 2.5 para exigencias elevadas

$f_s = 0.8$ hasta 1.2 para exigencias normales

$f_s = 0.5$ hasta 0.8 para exigencia reducidas

C_o es la capacidad de carga estática kg. Viene indicada en las tablas para cada rodamiento. Una de igual magnitud origina dentro de los cuerpos rodantes y el camino de rodadura en un punto de contacto una deformación plástica igual a

1/10,000 del diámetro del cuerpo rodante.

Po es la carga estática equivalente (kg). Este es un valor ficticio que se calcula en el caso de actuar una carga combinada, es decir cuando el rodamiento esta solicitado radial y axialmente, mediante la fórmula siguiente:

$$P_o = X_o * F_r + Y_o * F_a \text{ (kg)}$$

EC. 3-40

Fr es la carga radial (kg)

Fa es la carga axial (kg)

Xo es el factor radial

Yo es el factor axial

Las fórmulas especiales para los diferentes tipos de rodamientos se indican en los textos preliminares para cada tipo de rodamiento.

3.11.2.2 El rodamiento solicitado dinámicamente

Si un rodamiento solicitado dinámicamente está suficientemente dimensionado, puede apreciarse con la ayuda del factor de esfuerzos dinámicos f_L . Este factor se calcula según la fórmula

$$f_L = \frac{C}{P} f_n$$

EC. 3-41

f_L es el valor de esfuerzos dinámicos. El valor f_L que debe alcanzarse se obtiene a raíz de otros valores empíricos, conocidos por la experiencia, que sean similares o iguales a otras aplicaciones de rodamientos ya realizadas y que hayan demostrado su eficacia en la práctica. Estos valores obtenidos por experiencia

aseguran, que los rodamientos no sean ni demasiado ligeros ni demasiado grandes. En la tabla XII del anexo, se indican los valores de fL que deben de alcanzarse en los diversos casos de aplicación. Estos valores tienen en cuenta no sólo el tiempo de marcha a la fatiga sino también otras exigencias como son la rigidez, un peso reducido en construcciones ligeras, fácil adaptación a piezas anexas ya dadas, puntas de carga extremas y extraordinarias y otras. Siempre que sea necesario los valores de fL se adaptan al desarrollo técnico.

Al comparar con una aplicación de rodamientos ya realizada con éxito es lógico calcular las cargas según el mismo método usado en este caso. Aparte de los valores de fL que deben alcanzarse, en las tablas se indican los valores y métodos usuales de cálculo para cada caso.

En todos aquellos casos en los que sea necesario aplicar factores de corrección se indican los valores de fz .

A base del valor fL calculado se determina el valor nominal de la vida del rodamiento Lh (según DIN 622)

3.11.2.3. Rodamientos de rodillos cónicos

3.11.2.3.1. Carga dinámica equivalente

Rodamientos con una hilera de rodillos cónicos:

$$P = F_r \quad (\text{kN}) \quad \text{para} \quad \frac{F_a}{F_r} \leq e \quad \text{EC. 3-42}$$

$$P = 0.4 * F_r + Y * F_a \quad (\text{kN}) \quad \text{para} \quad \frac{F_a}{F_r} > e \quad \text{EC. 3-43}$$

Rodamientos de rodillos cónicos montados por parejas:

$$P = F_r + Y * F_a \quad (\text{kN}) \quad \text{para} \quad \frac{F_a}{F_r} \leq e \quad \text{EC. 3-44}$$

$$P = 0.67 * F_r + Y * F_a \quad (\text{kN}) \quad \text{para} \quad \frac{F_a}{F_r} > e \quad \text{EC. 3-45}$$

Para F_r y F_a se tomaran las fuerzas que actúan sobre el rodamiento.

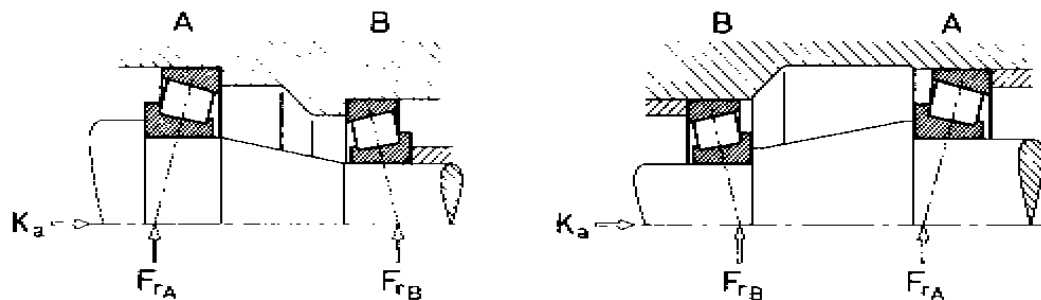
Los valores de “Y” y de “e” se indican en la tabla XIII del apéndice. En los rodamientos ajustados uno contra el otro, valen para la pareja de rodamientos.

Debido a la inclinación de los caminos de rodadura, una carga radial que actúe sobre un rodamiento de rodillos cónicos origina fuerzas axiales de reacción, que hay que tener en cuenta al determinar la carga dinámica equivalente según la figura 35. La fuerza axial se calcula con ayuda de las fórmulas de la tabla X. El rodamiento que recibe la carga axial exterior, si se supone que no actúa carga

radial, se denomina rodamiento “A”, el otro, rodamiento “B”.

Para todos los casos de sollicitación, para los que no se indican fórmulas, no se tiene en cuenta la fuerza axial, ya que $F_a / F_r < e$.

Figura 35. Condiciones de carga en los rodamientos cónicos



Fuente: Kugelfischer Georg Schafer & Co. Programa standard FAG, catalogo 41500 SA, p.182.

- C_o = Capacidad de carga estática
- P_o = Carga estática equivalente
- f_L = Factor de esfuerzos dinámicos
- F_n = Factor de velocidad
- P = Carga dinámica equivalente
- F_r = Fuerza radial
- F_a = Fuerza axial

Tabla X. Fuerza axial F_a , que debe tomarse en el cálculo de la carga dinámica equivalente

	Rodamiento A	Rodamiento B
$\frac{F_{rA}}{Y_A} \leq \frac{F_{rB}}{Y_B}$	$F_o = K_o + 0,5 \cdot \frac{F_{rB}}{Y_B}$	–
$\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_o > 0,5 \cdot \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} - \frac{F_{rB}}{Y_B} \right)$	$F_o = K_o + 0,5 \cdot \frac{F_{rB}}{Y_B} \checkmark$	–
$\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_o \leq 0,5 \cdot \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} - \frac{F_{rB}}{Y_B} \right)$	–	$F_o = 0,5 \cdot \frac{F_{rA}}{Y_A} - K_o$

Fuente: Kugelfischer Georg Schafer & Co. **Programa standard FAG**, catalogo 41500 SA, p. 182.

4. CÁLCULO DE LOS ELEMENTOS DEL PROYECTO

4.1. Cálculo de las dimensiones del mecanismo de tornillo sinfín y corona dentada

El cálculo de las dimensiones del proyecto se hará sobre la base del sistema métrico decimal.

La determinación del módulo (tamaño del diente) a utilizar en el diseño del mecanismo se hará basándose en la experiencia, haciendo los cálculos para un módulo que supere las expectativas de carga del mecanismo y de allí reduciendo el modulo hasta encontrar el optimo de acuerdo a la carga a la que se someterá el mecanismo.

4.1.1. Cálculos sobre la base de un módulo 3.5

De la ecuación 3-1

$$m = \frac{d_G}{N} \Rightarrow d_G = mN \Rightarrow d_G = 3.5 * 40 \Rightarrow d_G = 140$$

$P_x = P_t$ cuando el ángulo entre de ejes es igual a 90° de donde tenemos:

$$P_x = P_t = \pi * m = \pi * 3.5 = 11.0 \text{ mm}$$

suponiendo un diámetro primitivo en el tornillo sin fin (d_w) de 25mm tenemos:

$$C = \frac{d_w + d_G}{2}$$

$$C = \frac{25 + 140}{2} \Rightarrow C = 82.5 \text{ mm}$$

Verificando si d_w esta dentro de sus límites:

$$\frac{C^{.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{C^{.875}}{1.7} \quad \text{EC. 3-3}$$

$$\frac{82.5^{0.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{82.5^{0.875}}{1.7} \Rightarrow 15.8 \leq 25 \leq 28.0$$

de donde si al diámetro primitivo del sinfín (d_w) le asignamos un tamaño de 25mm este se encuentra dentro de sus límites, según la ecuación 3-3.

El avance (L) del tornillo sinfín es igual al paso cuando el tornillo es de una entrada o filete y la relación del avance con el ángulo de avance (λ) viene dado por las siguientes ecuaciones de donde:

$$L = P_x N_w \quad \text{EC. 3-4}$$

$$L = 11.0 * 1 \Rightarrow L = 11.0 \text{mm}$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w} \quad \text{EC. 3-5}$$

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{L}{\pi d_w} \Rightarrow \lambda = \tan^{-1} \frac{11.0}{\pi * 25} \Rightarrow \lambda = 8.0^\circ$$

Calculando el tamaño del diente de la rueda dentada y la profundidad del hilo del tornillo sinfín según la tabla VI, para un avance (λ) de 0-15 y un ángulo de presión de $\theta \approx 14.5^\circ$

Adendo = Dedendo

$$\text{Adendo} = 0.3683 * P_x \Rightarrow \text{Adendo} = 0.3683 * 11.0 \Rightarrow \text{Adendo} = 4.1\text{mm}$$

$$\text{Dedendo} = 4.1\text{mm}$$

Diametro exterior del tornillo sinfin (D_w)

$$D_w = d_w + 2 * \text{adendo}$$

$$D_w = 25 + 2 * 4.1 \Rightarrow D_w = 33.2\text{mm}$$

Diámetro interior o en la raíz del tornillo sinfin (D_r)

$$D_{wr} = d_{wr} - 2 * \text{dedendo}$$

$$D_{wr} = 25 - 2 * 4.1 \Rightarrow D_{int} = 16.8\text{mm}$$

Diametro exterior de la rueda dentada (D_G)

$$D_G = d_G + 2 * \text{adendo}$$

$$D_G = 140 + 2 * 4.1 \Rightarrow D_G = 148.2\text{mm}$$

Diámetro interior de la rueda dentada (D_{Gr})

$$D_{Gr} = d_G - 2 * \text{dedendo}$$

$$D_{Gr} = 140 - 2 * 4.1 \Rightarrow D_{Gr} = 131.8\text{mm}$$

Ancho de cara (F_G) figura 35

$$F_G = \sqrt{D_w^2 - d_w^2} \quad \text{EC. 3-6}$$

$$F_G = \sqrt{33.2^2 - 25.0^2} \Rightarrow F_G = 21.9\text{mm}$$

A continuación procedemos a calcular la velocidad de deslizamiento en el diámetro primitivo del sinfín a las 2 principales velocidades de los motores eléctricos existentes comercialmente las cuales son de 1720 y 3600 R.P.M.

$$V_s = \frac{V_w}{\cos \lambda} \quad \text{EC. 3-14}$$

$$V_w = \frac{d_w * \pi * rpm.}{1000} \quad \text{mt/min}$$

$$V_{w1720} = \frac{25 * \pi * 1720}{1000} \Rightarrow V_{s1720} = 135.1\text{mt} / \text{min}$$

$$V_{s1720} = \frac{135.1}{\cos 8.0^\circ} \Rightarrow V_{s1720} = 136.4\text{mt} / \text{min}$$

$$V_{w3600} = \frac{25 * \pi * 3600}{1000} \Rightarrow V_{w3600} = 282.7\text{mt} / \text{min}$$

$$V_{s3600} = \frac{282.7}{\cos 8.0^\circ} \Rightarrow V_{s3600} = 285.5\text{mt} / \text{min}$$

A continuación procedemos a calcular la carga a transmitir por el mecanismo en kg. :

$$W_{Gt} = \frac{K_s d_G^{0.8} F_e K_m K_v}{743} \quad \text{EC. 3-18}$$

$$W_{Gt1720} = \frac{800 * 140^{0.8} * 16.7 * 0.815 * 0.399}{743} \Rightarrow W_{Gt1720} = 304.7kg$$

$$W_{Gt3600} = \frac{800 * 140^{0.8} * 16.7 * 0.815 * 0.265}{743} \Rightarrow W_{Gt3600} = 202.4kg$$

Calculando la fuerza de fricción en kg (W_f)

En condiciones de una rueda dentada en bronce y tornillo sinfín en acero endurecido Fig. 24 curva B.

$$\mu_{1720} = 0.037$$

$$\mu_{3600} = 0.027$$

$$W_f = \mu W = \frac{\mu W_{Gt}}{\mu \operatorname{sen} \lambda - \cos \varphi_n \cos \lambda} \quad \text{EC. 3-10}$$

$$W_{f1720} = \frac{0.037 * 304.7}{0.037 * \operatorname{sen} 8.0 - \cos 14.5 * \cos 8.0} \Rightarrow W_{f1720} = -11.8kg$$

$$W_{f3600} = \frac{0.027 * 202.4}{0.027 * \operatorname{sen} 8.0 - \cos 14.5 * \cos 8.0} \Rightarrow W_{f3600} = -5.7kg$$

Calculando la potencia nominal de entrada en HP.

$$P = \frac{W_{Gt} d G n_w}{1454727 * m_g} + \frac{V_s W_f}{4566} \quad \text{EC. 3-17}$$

$$P_{1720} = \frac{304.7 * 140 * 1720}{1454727 * 40} + \frac{136.4 * 9.6}{4566} \Rightarrow P_{1720} = 1.26 + 0.35 \Rightarrow P_{1720} = 1.61HP.$$

$$P_{3600} = \frac{202.4 * 140 * 3600}{1454727 * 40} + \frac{285.5 * 5.7}{4566} \Rightarrow P_{1720} = 1.75 + 0.36 \Rightarrow P_{3600} = 2.11HP.$$

Cálculo de la carga máxima a transmitir, o permisible de la rueda dentada. De acuerdo al esfuerzo por fluencia del material de la rueda, (Bronce duro) tabla XIV del Anexo

$$\sigma_{fluencia} = 380MPa = 380Nt / mm^2 * 1kg / 9.81Nt = 38.74kg / mm^2$$

$$\sigma = \frac{W_{Gif}}{P_n F_{Gy}} \Rightarrow W_{Gif} = \sigma P_n F_{Gy} \quad EC. 3-15$$

$$P_n = P_x \cos \lambda \quad EC. 3-16$$

$$P_n = 11.0 * \cos 8.0 \Rightarrow P_n = 10.9$$

$$W_{Gif} = 38.74 * 10.9 * 21.9 * 0.100 \Rightarrow W_{Gif} = 924.8kg$$

De acuerdo al esfuerzo por flexión la carga máxima a transmitir es igual a 710.7 Kg. que es superior a las cargas a las cuales por lo regular estará sometido el mecanismo reductor.

De este dato podemos obtener una importante relación a la cual se podrá denominar factor de seguridad del diente en flexión, que estaría dada al dividir la carga máxima a transmitir en flexión, dentro de las cargas máximas de trabajo lo cual nos da:

$$FS = \frac{W_{Gf}}{W_{Gt}}$$

$$FS_{1720} = \frac{924.8}{304.7} \Rightarrow FS = 3.04$$

$$FS_{3600} = \frac{924.8}{202.4} \Rightarrow FS_{3600} = 4.6$$

4.1.2. Cálculos sobre la base de un módulo 3.0

De la ecuación 3-1

$$m = \frac{d_G}{N} \Rightarrow d_G = mN \Rightarrow d_G = 3 * 40 \Rightarrow d_G = 120$$

$P_x = P_t$ cuando el ángulo entre de ejes es igual a 90° de donde tenemos:

$$P_x = P_t = \pi * m = \pi * 3 = 9.43 \text{ mm.}$$

suponiendo un diámetro primitivo en el tornillo sinfín (d_w) de 24mm tenemos:

$$C = \frac{d_w + d_G}{2}$$

$$C = \frac{24 + 120}{2} \Rightarrow C = 72.0 \text{ mm}$$

Verificando si d_w esta dentro de sus límites:

$$\frac{C^{.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{C^{.875}}{1.7} \quad \text{EC. 3-3}$$

$$\frac{72.0^{0.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{72.0^{0.875}}{1.7} \Rightarrow 14.1 \leq 24 \leq 24.8$$

de donde si al diámetro primitivo del sinfín (d_w) le asignamos un tamaño de 24mm este se encuentra dentro de sus límites según la ecuación 3-3.

El avance (L) del tornillo sinfín es igual al paso cuando el tornillo es de una entrada o filete y la relación del avance con el ángulo de avance (λ) viene dado por las siguientes ecuaciones de donde:

$$L = P_x N_w \quad \text{EC. 3-4}$$

$$L = 9.43 * 1 \Rightarrow L = 9.43 \text{mm}$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w} \quad \text{EC. 3-5}$$

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{L}{\pi d_w} \Rightarrow \lambda = \tan^{-1} \frac{9.43}{\pi * 24} \Rightarrow \lambda = 7.13^\circ$$

Calculando el tamaño del diente de la rueda dentada y la profundidad del hilo del tornillo sinfín según la tabla VI para un avance (λ) de 0-15 y un ángulo de presión de $\theta_t 14.5^\circ$

Adendo = Dedendo

$$\text{Adendo} = 0.3683 * P_x \Rightarrow \text{Adendo} = 0.3683 * 9.43 \Rightarrow \text{Adendo} = 3.5 \text{mm}$$

Dedendo = 3.5mm

Diametro exterior del tornillo sinfin (D_w)

$$D_w = d_w + 2 * \text{adendo}$$

$$D_w = 24 + 2 * 3.5 \Rightarrow D_w = 31.0 \text{mm}$$

Diámetro interior o en la raíz del tornillo sinfin (D_r)

$$D_{wr} = d_{wr} - 2 * \text{dedendo}$$

$$D_{wr} = 24 - 2 * 3.5 \Rightarrow D_{int} = 17.0 \text{mm}$$

Diametro exterior de la rueda dentada (D_G)

$$D_G = d_G + 2 * \text{adendo}$$

$$D_G = 120 + 2 * 3.5 \Rightarrow D_G = 127.0 \text{mm}$$

Diámetro interior de la rueda dentada (D_{Gr})

$$D_{Gr} = d_G - 2 * \text{dedendo}$$

$$D_{Gr} = 120 - 2 * 3.5 \Rightarrow D_{Gr} = 113.0 \text{mm}$$

Ancho de cara (F_G) figura 35

$$F_G = \sqrt{D_w^2 - d_w^2} \quad \text{EC. 3-6}$$

$$F_G = \sqrt{31.0^2 - 24.0^2} \Rightarrow F_G = 20.0 \text{mm}$$

A continuación procedemos a calcular la velocidad de deslizamiento en el diámetro primitivo del sinfín a las 2 principales velocidades de los motores eléctricos existentes comercialmente las cuales son de 1720 y 3600 R.P.M.

$$V_s = \frac{V_w}{\cos \lambda} \quad \text{EC. 3-14}$$

$$V_w = \frac{d_w * \pi * rpm.}{1000} \quad \text{mt/min}$$

$$V_{w1720} = \frac{24 * \pi * 1720}{1000} \Rightarrow V_{s1720} = 130.0 \text{ mt / min}$$

$$V_{s1720} = \frac{118.9}{\cos 7.13^\circ} \Rightarrow V_{s1720} = 130.7 \text{ mt / min}$$

$$V_{w3600} = \frac{24 * \pi * 3600}{1000} \Rightarrow V_{w3600} = 271.4 \text{ mt / min}$$

$$V_{s3600} = \frac{271.4}{\cos 7.13^\circ} \Rightarrow V_{s3600} = 273.6 \text{ mt / min}$$

A continuación procedemos a calcular la carga a transmitir por el mecanismo en kg. :

$$W_{Gt} = \frac{K_s d_G^{0.8} F_e K_m K_v}{743} \quad \text{EC. 3-18}$$

$$W_{Gt1720} = \frac{800 * 120^{0.8} * 16.0 * 0.815 * 0.408}{743} \Rightarrow W_{Gt1720} = 263.9 \text{ kg}$$

$$W_{Gt3600} = \frac{800 * 120^{0.8} * 16.0 * 0.815 * 0.269}{743} \Rightarrow W_{Gt3600} = 174.0kg$$

Calculando la fuerza de fricción en kg (W_f)

En condiciones de una rueda dentada en bronce y tornillo sinfín en acero endurecido Fig. 24 curva B.

$$\mu_{1720} = 0.038$$

$$\mu_{3600} = 0.028$$

$$W_f = \mu W = \frac{\mu W_{Gt}}{\mu \operatorname{sen} \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda} \quad \text{EC. 3-10}$$

$$W_{f1720} = \frac{0.038 * 263.9}{0.038 * \operatorname{sen} 7.13 - \cos 14.5 * \cos 7.13} \Rightarrow W_{f1720} = -10.5kg$$

$$W_{f3600} = \frac{0.028 * 174.0}{0.028 * \operatorname{sen} 7.13 - \cos 14.5 * \cos 7.13} \Rightarrow W_{f3600} = -5.1kg$$

Calculando la potencia nominal de entrada en HP.

$$P = \frac{W_{Gt} d G n_w}{1454727 * m_g} + \frac{V_s W_f}{4566} \quad \text{EC. 3-17}$$

$$P_{1720} = \frac{263.9 * 120 * 1720}{1454727 * 40} + \frac{130.7 * 10.5}{4566} \Rightarrow P_{1720} = 0.94 + 0.30 \Rightarrow P_{1720} = 1.24HP.$$

$$P_{3600} = \frac{174.0 * 120 * 3600}{1454727 * 40} + \frac{273.6 * 5.1}{4566} \Rightarrow P_{1720} = 1.29 + 0.31 \Rightarrow P_{3600} = 1.60HP.$$

Calculo de la carga máxima a transmitir, o permisible de la rueda dentada. De acuerdo al esfuerzo por fluencia del material de la rueda, (Bronce duro) tabla XVI del anexo

$$\sigma_{fluencia} = 380MPa = 380Nt / mm^2 * 1kg / 9.81Nt = 38.74kg / mm^2$$

$$\sigma = \frac{W_{Gtf}}{P_n F_{Gy}} \Rightarrow W_{Gtf} = \sigma P_n F_{Gy} \quad EC. 3-15$$

$$P_n = P_x \cos \lambda \quad EC. 3-16$$

$$P_n = 9.43 * \cos 7.13 \Rightarrow P_n = 9.36$$

$$W_{Gtf} = 38.74 * 9.36 * 19.6 * 0.100 \Rightarrow W_{Gtf} = 710.7kg$$

De acuerdo al esfuerzo por flexión la carga máxima a transmitir es igual a 710.7 kg. que es superior a las cargas a las cuales por lo regular estará sometido el mecanismo reductor.

De este dato podemos obtener una importante relación a la cual se podrá denominar factor de seguridad del diente en flexión que estaría dada al dividir la carga máxima a transmitir en flexión, dentro de las cargas máximas de trabajo lo cual nos da:

$$FS = \frac{W_{Gtf}}{W_{Gt}}$$

$$FS_{1720} = \frac{710.7}{263.9} \Rightarrow FS = 2.7$$

$$FS_{3600} = \frac{710.7}{174.0} \Rightarrow FS_{3600} = 4.1$$

4.1.3. Cálculos sobre la base de un MÓDULO 2.5

De la ecuación 3-1

$$m = \frac{d_G}{N} \Rightarrow d_G = mN \Rightarrow d_G = 2.5 * 40 \Rightarrow d_G = 100$$

$P_x = P_t$ cuando el ángulo entre de ejes es igual a 90° de donde tenemos:

$$P_x = P_t = \pi * m = \pi * 2.5 = 7.85 \text{ mm}$$

suponiendo un diámetro primitivo en el tornillo sinfín (d_w) de 19mm tenemos:

$$C = \frac{d_w + d_G}{2}$$

$$C = \frac{19 + 100}{2} \Rightarrow C = 59.5 \text{ mm}$$

Verificando si d_w esta dentro de sus límites:

$$\frac{C^{.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{C^{.875}}{1.7} \quad \text{EC. 3-3}$$

$$\frac{59.5^{0.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{59.5^{0.875}}{1.7} \Rightarrow 11.9 \leq 19 \leq 21.0$$

de donde si al diámetro primitivo del sinfín (d_w) le asignamos un tamaño de

19mm este se encuentra dentro de sus límites según la ecuación 3-3.

El avance (L) del tornillo sinfín es igual al paso cuando el tornillo es de una entrada o filete y la relación del avance con el ángulo de avance (λ) viene dado por las siguientes ecuaciones de donde:

$$L = P_x N_w \quad \text{EC. 3-4}$$

$$L = 7.85 * 1 \Rightarrow L = 7.85 \text{ mm}$$

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w} \quad \text{EC. 3-5}$$

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{L}{\pi d_w} \Rightarrow \lambda = \tan^{-1} \frac{7.85}{\pi * 19} \Rightarrow \lambda = 7.5^\circ$$

Calculando el tamaño del diente de la rueda dentada y la profundidad del hilo del tornillo sinfín según la tabla VI para un avance (λ) de 0-15 y un ángulo de presión de $\theta = 14.5^\circ$

Adendo = Dedendo

$$\text{Adendo} = 0.3683 * P_x \Rightarrow \text{Adendo} = 0.3683 * 7.85 \Rightarrow \text{Adendo} = 2.9 \text{ mm}$$

Dedendo = 2.9mm

Diámetro exterior del tornillo sinfín (D_w)

$$D_w = d_w + 2 * \text{adendo}$$

$$D_w = 19 + 2 * 2.9 \Rightarrow D_w = 24.8 \text{ mm}$$

Diámetro interior o en la raíz del tornillo sinfín (D_{wr})

$$D_{wr} = d_w - 2 * \text{dedendo}$$

$$D_{wr} = 19 - 2 * 2.9 \Rightarrow D_{int} = 13.2 \text{ mm}$$

Diámetro exterior de la rueda dentada (D_G)

$$D_G = d_G + 2 * \text{adendo}$$

$$D_G = 100 + 2 * 2.9 \Rightarrow D_G = 105.8 \text{ mm}$$

Diámetro interior de la rueda dentada (D_{Gr})

$$D_{Gr} = d_G - 2 * \text{dedendo}$$

$$D_{Gr} = 100 - 2 * 2.9 \Rightarrow D_{Gr} = 94.2 \text{ mm}$$

Ancho de cara (F_G) figura 35

$$F_G = \sqrt{D_w^2 - d_w^2} \quad \text{EC. 3-6}$$

$$F_G = \sqrt{24.8^2 - 19.0^2} \Rightarrow F_G = 16.0 \text{ mm}$$

A continuación procedemos a calcular la velocidad de deslizamiento en el diámetro primitivo del sinfín a las 2 principales velocidades de los motores

eléctricos existentes comercialmente las cuales son de 1720 y 3600 R.P.M.

$$V_s = \frac{V_w}{\cos \lambda} \quad \text{EC. 3-14}$$

$$V_w = \frac{d_w * \pi * rpm.}{1000} \quad \text{mt/min}$$

$$V_{w1720} = \frac{19 * \pi * 1720}{1000} \Rightarrow V_{s1720} = 102.7 \text{ mt / min}$$

$$V_{s1720} = \frac{102.7}{\cos 7.5^\circ} \Rightarrow V_{s1720} = 103.6 \text{ mt / min}$$

$$V_{w3600} = \frac{19 * \pi * 3600}{1000} \Rightarrow V_{w3600} = 214.9 \text{ mt / min}$$

$$V_{s3600} = \frac{214.9}{\cos 7.5^\circ} \Rightarrow V_{s3600} = 216.7 \text{ mt / min}$$

A continuación procedemos a calcular la carga a transmitir por el mecanismo en kg. :

$$W_{Gt} = \frac{K_s d_G^{0.8} F_e K_m K_v}{743} \quad \text{EC. 3-18}$$

$$W_{Gt1720} = \frac{800 * 100^{0.8} * 12.7 * 0.815 * 0.451}{743} \Rightarrow W_{Gt1720} = 200.0 \text{ kg}$$

$$W_{Gr3600} = \frac{800 * 100^{0.8} * 12.7 * 0.815 * 0.308}{743} \Rightarrow W_{Gr3600} = 136.7kg$$

Calculando la fuerza de fricción en kg (W_f)

En condiciones de una rueda dentada en bronce y tornillo sinfín en acero endurecido Fig. 24 curva B.

$$\mu_{1720} = 0.039$$

$$\mu_{3600} = 0.03$$

$$W_f = \mu W = \frac{\mu W_{Gt}}{\mu \operatorname{sen} \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda} \quad \text{EC. 3-10}$$

$$W_{f1720} = \frac{0.039 * 200.0}{0.039 * \operatorname{sen} 7.5 - \cos 14.5 * \cos 7.5} \Rightarrow W_{f1720} = -8.2kg$$

$$W_{f3600} = \frac{0.03 * 136.7}{0.03 * \operatorname{sen} 7.5 - \cos 14.5 * \cos 7.5} \Rightarrow W_{f3600} = -4.3kg$$

Calculando la potencia nominal de entrada en HP.

$$P = \frac{W_{Gt} d_G n_w}{1454727 * m_G} + \frac{V_s W_f}{4566} \quad \text{EC. 3-17}$$

$$P_{1720} = \frac{200.0 * 100 * 1720}{1454727 * 40} + \frac{103.6 * 8.2}{4566} \Rightarrow P_{1720} = 0.59 + 0.19 \Rightarrow P_{1720} = 0.78HP.$$

$$P_{3600} = \frac{136.7 * 100 * 3600}{1454727 * 40} + \frac{216.7 * 4.3}{4566} \Rightarrow P_{1720} = 0.85 + 0.20 \Rightarrow P_{3600} = 1.05HP.$$

Cálculo de la carga máxima a transmitir, o permisible de la rueda dentada. De acuerdo al esfuerzo por fluencia del material de la rueda, (Bronce duro) tabla XIV, del anexo.

$$\sigma_{fluencia} = 380MPa = 380Nt / mm^2 * 1kg / 9.81Nt = 38.74kg / mm^2$$

$$\sigma = \frac{W_{Gtf}}{P_n F_{Gy}} \Rightarrow W_{Gtf} = \sigma P_n F_{Gy} \quad \text{EC. 3-15}$$

$$P_n = P_x \cos \lambda \quad \text{EC. 3-16}$$

$$P_n = 7.85 * \cos 7.5 \Rightarrow P_n = 7.78$$

$$W_{Gtf} = 38.74 * 7.78 * 16.0 * 0.100 \Rightarrow W_{Gtf} = 482.2kg$$

De acuerdo al esfuerzo por flexión la carga máxima a transmitir es igual a 482.2 Kg. que es superior a las cargas a las cuales por lo regular estará sometido el mecanismo reductor.

De este dato podemos obtener una importante relación a la cual se podrá denominar factor de seguridad del diente en flexión que estaría dada al dividir la carga máxima a transmitir en flexión, dentro de las cargas máximas de trabajo lo cual nos da:

$$FS = \frac{W_{Gtf}}{W_{Gt}}$$

$$FS_{1720} = \frac{482.2}{200.0} \Rightarrow FS = 2.4$$

$$FS_{3600} = \frac{482.2}{136.7} \Rightarrow FS_{3600} = 3.5$$

De acuerdo a los cálculos anteriores, el tamaño del diente, más eficiente para la potencia a que funcionara la corona y tornillo sinfín es el módulo 3.0 y sobre la base de estos cálculos realizaremos el mecanismo reductor.

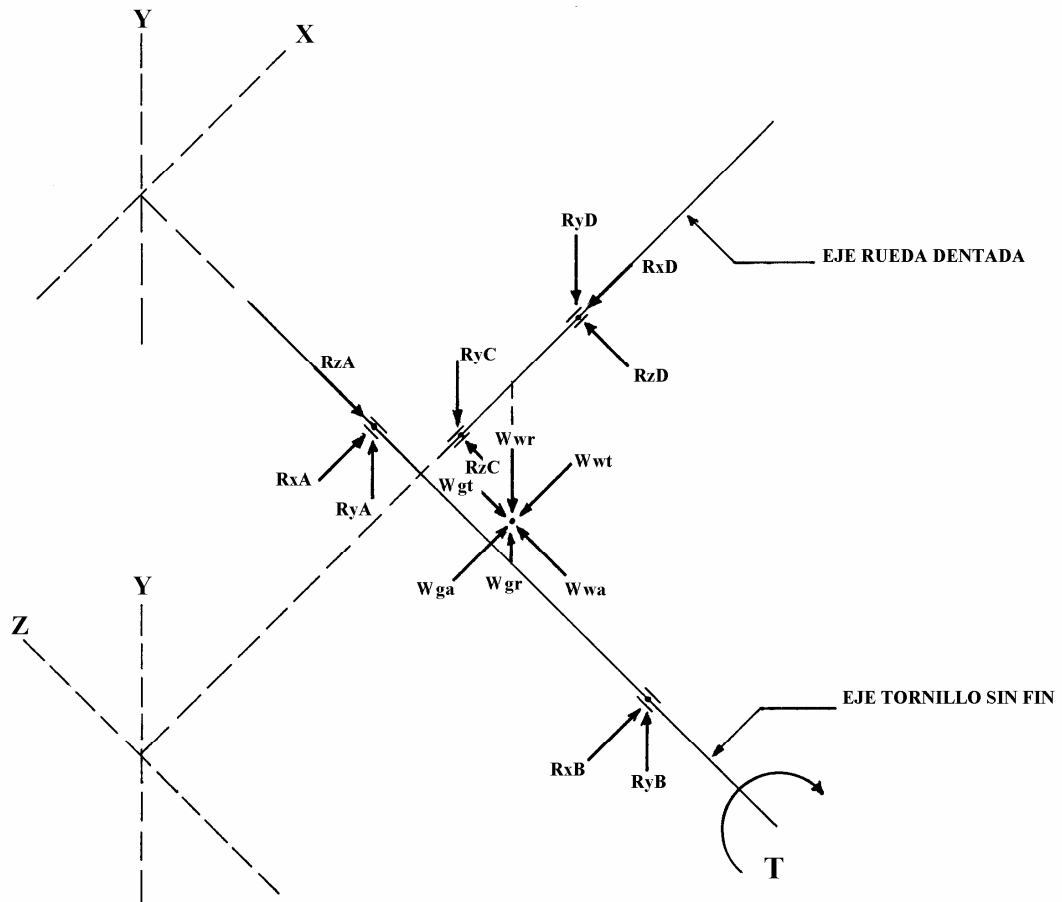
4.2. Análisis de fuerzas del mecanismo sobre la base de los datos obtenidos con el módulo 3.0

Para determinar las fuerzas se partirá de la fórmula de la potencia:

$$HP = \frac{FV}{75} \Rightarrow F = W_{wt} = \frac{75HP}{V} \quad \text{EC. 3-27}$$

$$W_{wt1720} = \frac{75HP}{V_s} = \frac{75 * 1 * 60}{130.7 \text{ mts} / \text{min}} \Rightarrow W_{wt} = 34.4 \text{ kg}$$

Figura 36. Esquema de distribución de fuerzas del mecanismo de engrane y tornillo sinfín



$$W_{wt3600} = \frac{75HP}{V_s} = \frac{75 * 1 * 60}{273.6 \text{ mts} / \text{min}} \Rightarrow W_{wt} = 16.5 \text{ kg}$$

Esta fuerza actúa en dirección negativa de X, igual que en la figura 22 y utilizando la primera parte de la ecuación 3-9 se haya que la carga $W_{wt1720} = 34.4 \text{ kg}$ (la cual utilizaremos en este caso por ser la mayor) W tiene un valor de:

Sí $W_{wr} = W^x$ entonces:

$$W = \frac{W^x}{\cos \phi_h \sin \lambda + \mu \cos \lambda} \Rightarrow W = \frac{34.4}{\cos 14.5^\circ * \sin 7.13^\circ + 0.038 \cos 7.13^\circ} \Rightarrow W = 217.9 \text{kg}$$

Asimismo de la continuación de la ecuación 3-9 tenemos:

$$W_{wr} = W^y = W \sin \phi_h \Rightarrow W^y = 217.9 * \sin 14.5^\circ \Rightarrow W^y = 54.6 \text{kg}.$$

$$W_{wa} = W^z = W (\cos \phi_h \cos \lambda - \mu \sin \lambda) \Rightarrow$$

$$W^z = 217.9 (\cos 14.5^\circ * \cos 7.13^\circ - 0.038 * \sin 7.13^\circ) \Rightarrow W^z = 208.3 \text{kg}.$$

Resumiendo los datos obtenidos en base a la ecuación 3-9 tenemos:

$$W_{wr} = W^x = W_{ga} = -34.4 \text{kg}.$$

$$W_{wr} = W^y = W_{gr} = -54.6 \text{kg}.$$

$$W_{wa} = W^z = W_{gt} = 208.3 \text{kg}.$$

De acuerdo a los resultados obtenidos de la ecuación 3-9 se procede a calcular las reacciones en los apoyos, primeramente para el tornillo sinfín y luego para el eje de la corona dentada, para lo cual se hace un diagrama de fuerzas individualmente para ambos, con sus dimensiones las cuales algunas serán las calculadas en la sección anterior para el modulo 3.0, otras de acuerdo al criterio del proyectista y las diferentes secciones de los ejes se calcularan posteriormente de acuerdo a las reacciones, momento flexionante y torque obtenidos en los diferentes cálculos del proyecto.

La longitud en las diferentes secciones de los ejes será determinada a

criterio del proyectista con la finalidad del mejor acomodamiento de los elementos dentro de la caja y una practica utilización, mantenimiento y montaje de la caja reductora en su lugar de operación.

4.3. Calculo de las reacciones en los apoyos, cortante y momento flexionante en el tornillo sinfín:

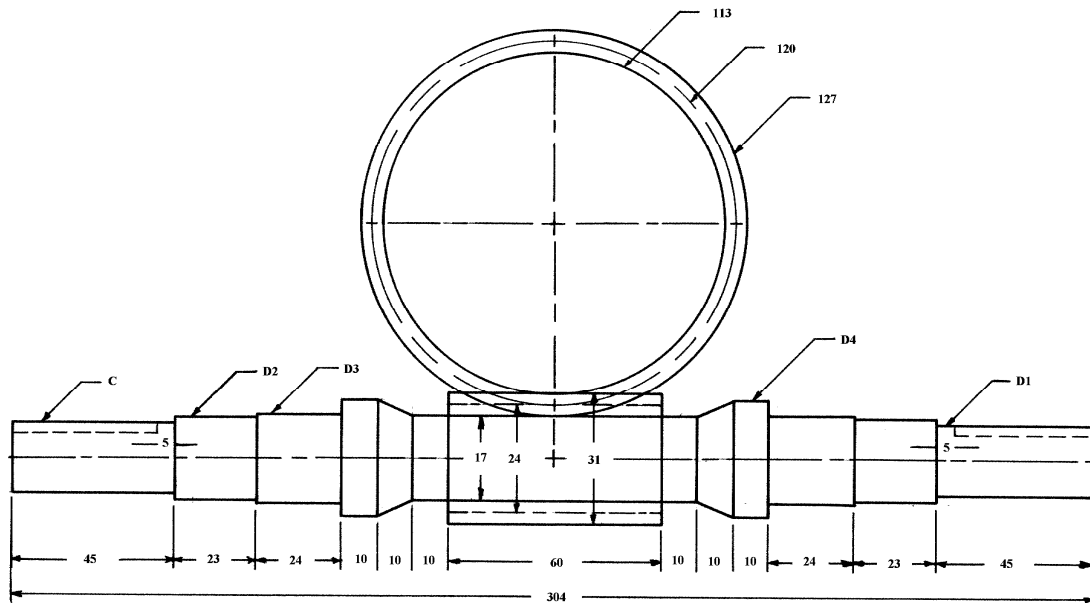
Para darnos una idea de lo que será el mecanismo de corona y tornillo sinfín realizaremos un dibujo (figura 37) el cual tendrá las cotas de las medidas calculadas para el módulo 3.0 en lo que son los diámetros de la corona y la rosca del tornillo sin fin.

Las cotas de las longitudes del tornillo sinfín son determinadas de acuerdo al criterio del proyectista y los diámetros del eje del tornillo sin fin se identificaran con la letra D y que se calcularan posteriormente.

El tornillo sinfín por lo regular recibe la fuerza directamente del motor por medio de un acople, o una correa con sus respectivas poleas. En este proyecto se analizara el caso de una transmisión por correas por ser más crítica, por generar esta una fuerza al eje y esta fuerza una flexión.

Para el cálculo de la fuerza generada por la correa utilizaremos el diámetro mínimo recomendado de la polea según la tabla XV del anexo, por ser este diámetro de polea el que mayor fuerza de tracción transmite sobre el eje.

Figura 37. Dibujo previo del engrane y tornillo sinfín



Tenemos de la figura 38 que la fuerza la cual se aplicará al eje como una carga puntual estará dada por la T_1 y T_2 .

T_1 se halla de la ecuación de la potencia

$$HP = \frac{(T_1 - T_2)V}{75} \quad \text{EC. 3-27}$$

Donde $T_1/T_2=5$, cuando la patea impulsora e impulsada son iguales.
La velocidad en la patea esta dada por:

$$V = \frac{\pi dn}{6000} \quad \text{EC. 3-30}$$

$$V = \frac{\pi dn}{6000} \Rightarrow V = \frac{\pi * 5.59 * 1720}{6000} \Rightarrow V = 5.0 \text{mts} / \text{seg}$$

Con estos datos procedemos a calcular la tensión 1 y tensión 2 en la faja y la suma de estas dos que estará representada por la carga puntual F en el esquema de fuerzas del eje del sinfín.

$$(T1 - T2) = \frac{75HP}{V} \Rightarrow (T1 - T2) = \frac{75 * 1}{5.0} \Rightarrow (T1 - T2) = 15.0 \text{kg}$$

$$T1 - 0.2T1 = 15.0 \Rightarrow T1 = \frac{15.0}{0.8} \Rightarrow T1 = 18.8 \text{kg}$$

$$T2 = T1 - 15.0 \Rightarrow T2 = 18.8 - 15.0 \Rightarrow T2 = 3.8 \text{kg}$$

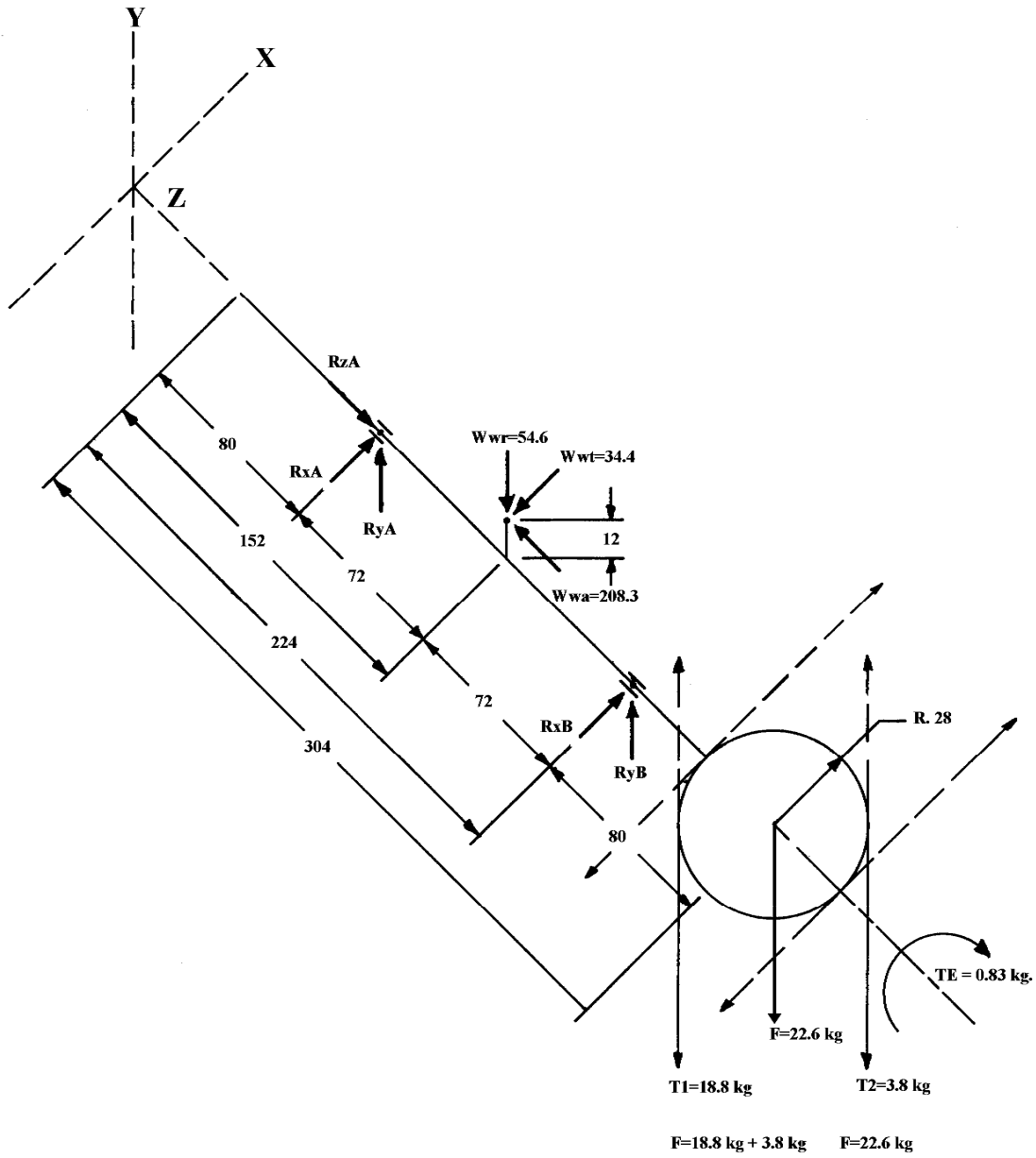
$$F = T1 + T2 \Rightarrow F = 18.8 + 3.8 \Rightarrow F = 22.6 \text{kg}$$

A continuación procedemos a realizar un esquema de las fuerzas en el eje del tornillo sinfín con la finalidad de analizar estas para el cálculo de la cortante y momento flexionante.

Como podemos observar en el esquema de fuerzas el sistema posee fuerzas en dos planos, los cuales se analizaran por separado para luego combinar ambos y obtener así el máximo momento torsor.

En el extremo del eje en el lugar donde se sitúa la polea se aplica una carga F proveniente del motor por medio de la faja, la cual puede tener cualquier dirección por lo cual nosotros analizaremos el sistema para las cuatro principales direcciones de los dos planos sobre las cuales se realizan las fuerzas.

Figura 38. Esquema de fuerzas en el tornillo sinfín



4.3.1. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y negativo

analizando el plano Y:

Tomando momentos con respecto al eje X en A tenemos:

$$\begin{aligned} -54.6 * 72 + R_{yB} * 144 - 22.6 * 224 + 208.3 * 12 &= 0 \\ R_{yB} &= 45.1kg \end{aligned}$$

Tomando momentos con respecto al eje X en B:

$$\begin{aligned} -R_{yA} * 144 + 54.6 * 72 - 22.6 * 80 + 208.3 * 12 &= 0 \\ R_{yA} &= 32.1kg \end{aligned}$$

Analizando el plano X:

$$\begin{aligned} R_{xA} &= 17.2kg \\ R_{xB} &= 17.2kg \end{aligned}$$

Analizando el plano Z:

$$R_{zA} = 208.3kg$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano Y y X tenemos:

Figura 39A. Diagrama de la cortante y momento Flexionante en el plano Y

con la carga F en dirección de Y negativa

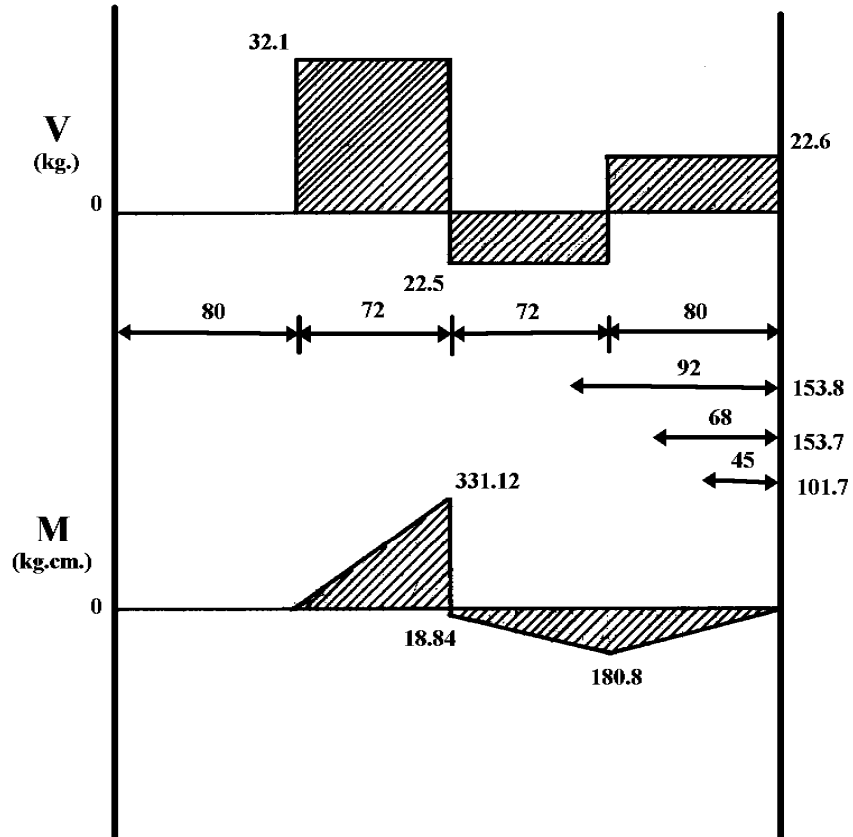
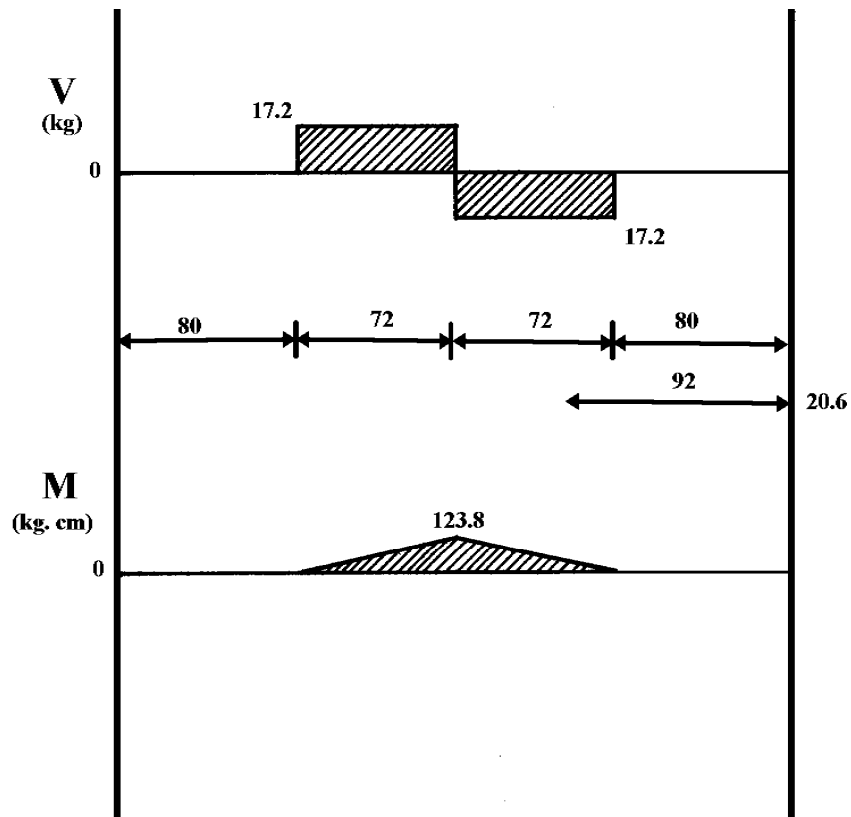


Figura 39B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano X con la carga F en dirección de Y negativa



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce al centro del eje con un valor de:

$$M_{max} = \sqrt{331.1^2 + 123.8^2} \Rightarrow M_{max} = 353.5 \text{ kg.cm}$$

Y el punto B o A de acuerdo donde se encuentre la polea:

$$M_{BoA} = 180.8kg.cm$$

4.3.2. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y positivo

Analizando el plano Y:

Tomando momentos con respecto al eje X en A tenemos:

$$\begin{aligned} -54.6 * 72 + R_{yB} * 144 + 22.6 * 224 + 208.3 * 12 &= 0 \\ R_{yB} &= -25.2kg \end{aligned}$$

Tomando momentos con respecto al eje X en B:

$$\begin{aligned} -R_{yA} * 144 + 54.6 * 72 + 22.6 * 80 + 208.3 * 12 &= 0 \\ R_{yA} &= 57.2kg \end{aligned}$$

Analizando el plano X:

$$\begin{aligned} R_{xA} &= 17.2kg \\ R_{xB} &= 17.2kg \end{aligned}$$

Analizando el plano Z:

$$R_{zA} = 208.3kg$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano Y y X tenemos:

Figura 40A. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y con la carga F en dirección de Y positiva

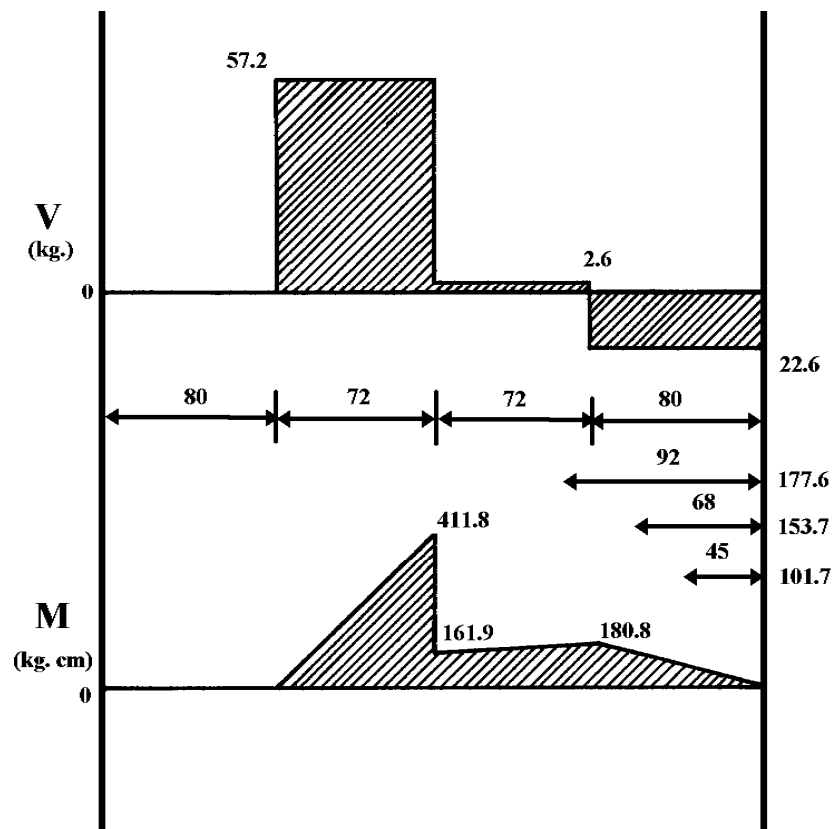
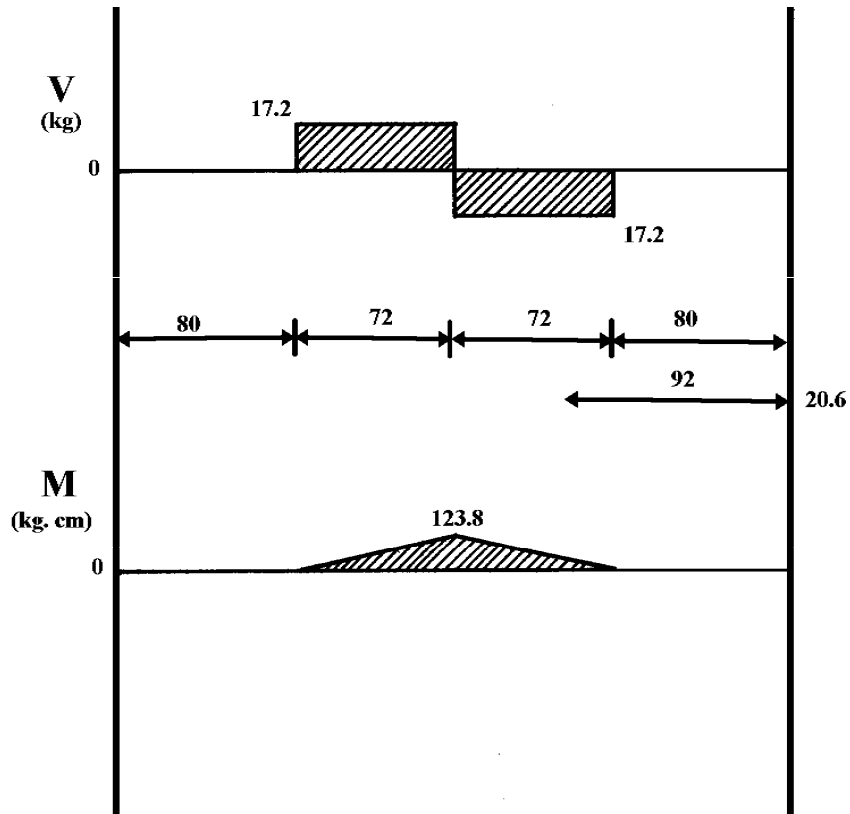


Figura 40B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano X con la carga F en dirección de Y positiva



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce al centro del eje con un valor de:

$$M_{max} = \sqrt{411.8^2 + 123.8^2} \Rightarrow M_{max} = 430.0 \text{ kg.cm}$$

Y el punto B o A de acuerdo donde se encuentre la polea:

$$M_{BoA} = 180.8 \text{ kg.cm}$$

4.3.3. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje X positivo

Analizando el plano Y:

Tomando momentos con respecto al eje X en A tenemos:

$$-54.6 * 72 + R_{yB} * 144 + 208.3 * 12 = 0$$

$$R_{yB} = 9.9kg$$

Tomando momentos con respecto al eje X en B:

$$-R_{yA} * 144 + 54.6 * 72 + 208.3 * 12 = 0$$

$$R_{yA} = 44.7kg$$

Analizando el plano X:

Tomando momentos con respecto al eje Y en A tenemos:

$$-34.4 * 72 + R_{xB} * 144 + 22.6 * 224 = 0$$

$$R_{xB} = -18.0kg$$

Tomando momentos con respecto al eje Y en B tenemos:

$$-R_{xA} * 144 + 34.4 * 72 + 22.6 * 80 = 0$$

$$R_{xA} = 29.8kg$$

Analizando el plano Z:

$$R_{zA} = 208.3kg$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano

Y y X tenemos:

Figura 41A. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y con la carga F en dirección de X positiva

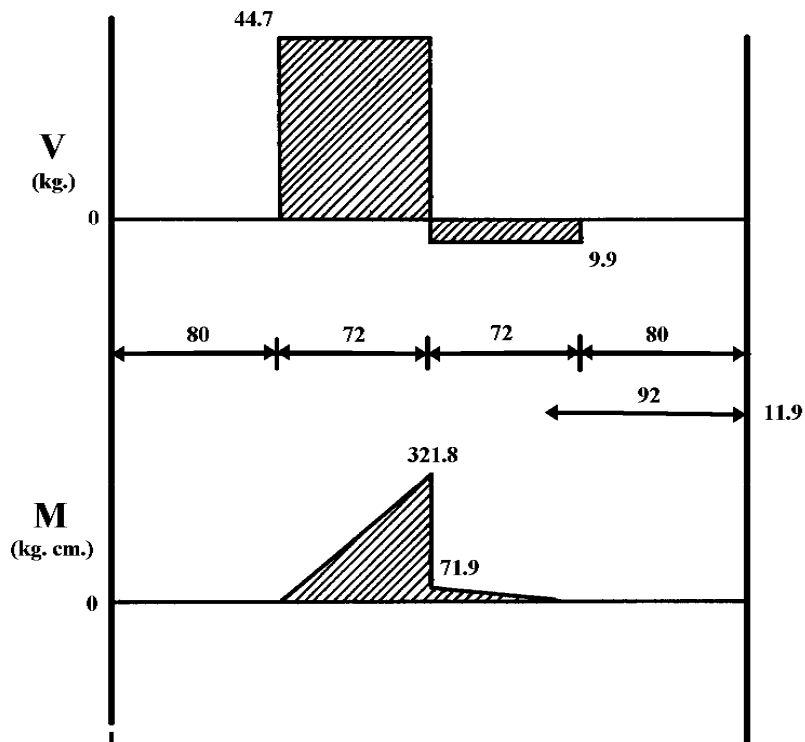
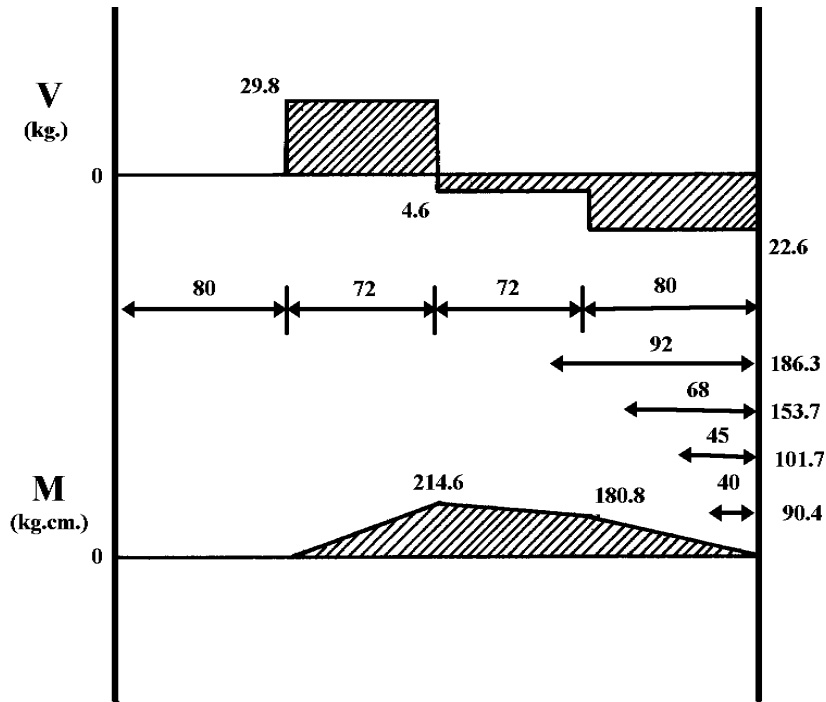


Figura 41B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano X con la carga F en dirección de X positiva



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce al centro del eje con un valor de:

$$M_{max} = \sqrt{321.8^2 + 214.6^2} \Rightarrow M_{max} = 386.8 \text{ kg.cm}$$

Y el punto B o A de acuerdo donde se encuentre la polea:

$$M_{BoA} = 180.8 \text{ kg.cm}$$

4.3.4. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje X negativo

Analizando el plano Y:

Tomando momentos con respecto al eje X en A tenemos:

$$\begin{aligned} -54.6 * 72 + R_{yB} * 144 + 208.3 * 12 &= 0 \\ R_{yB} &= 9.9kg \end{aligned}$$

Tomando momentos con respecto al eje X en B:

$$\begin{aligned} -R_{yA} * 144 + 54.6 * 72 + 208.3 * 12 &= 0 \\ R_{yA} &= 44.7kg \end{aligned}$$

Analizando el plano X:

Tomando momentos con respecto al eje Y en A tenemos:

$$\begin{aligned} -34.4 * 72 + R_{xB} * 144 - 22.6 * 224 &= 0 \\ R_{xB} &= 52.4kg \end{aligned}$$

Tomando momentos con respecto al eje Y en B tenemos:

$$\begin{aligned} -R_{xA} * 144 + 34.4 * 72 - 22.6 * 80 &= 0 \\ R_{xA} &= 52.4kg \end{aligned}$$

Analizando el plano Z:

$$R_{zA} = 237kg$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano

Y y X tenemos:

Figura 42A. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y con la carga F en dirección de X negativa

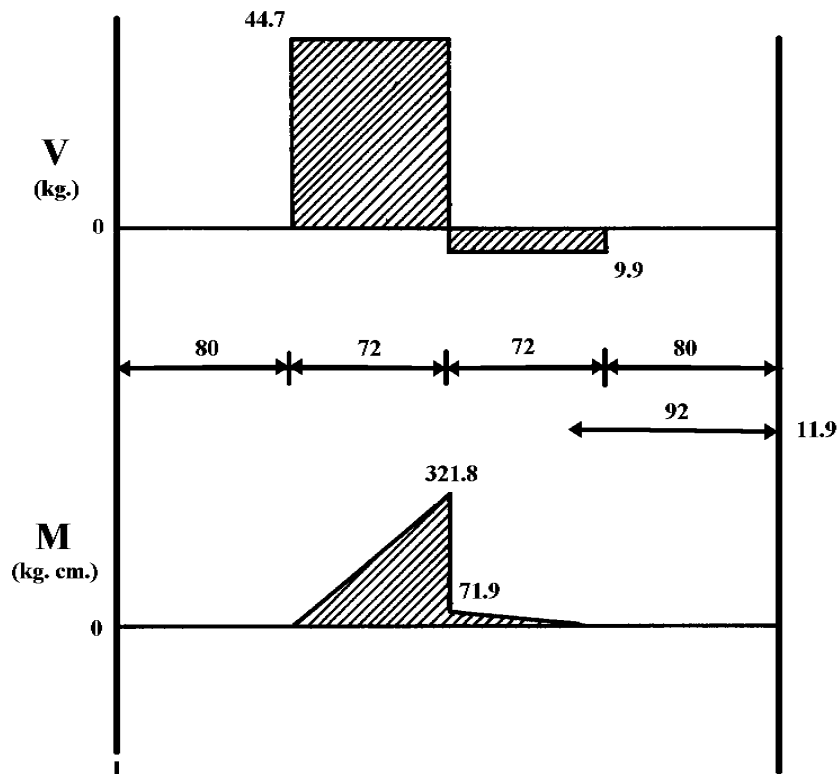
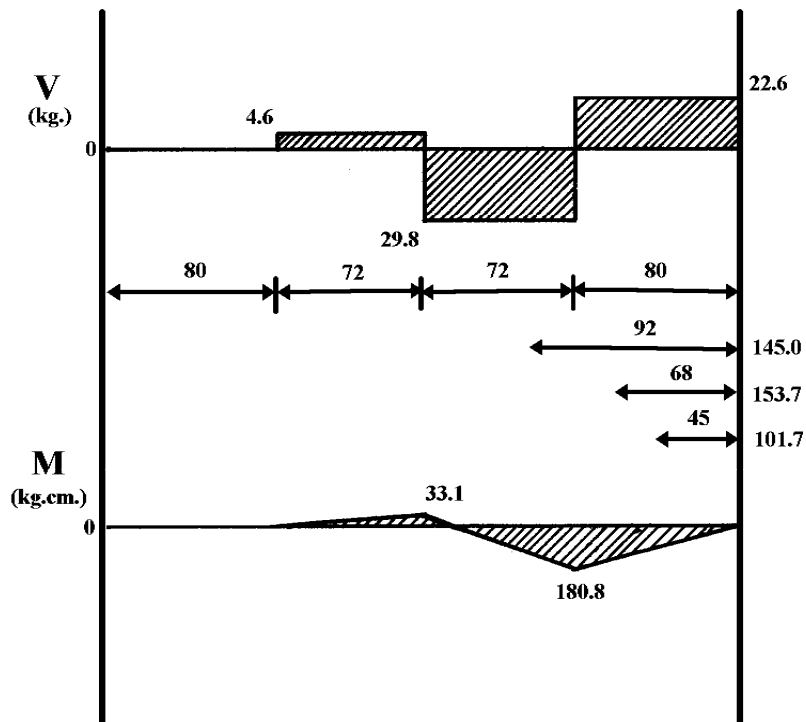


Figura 42B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano X con la carga F en dirección de X negativa



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce al centro del eje con un valor de:

$$M_{max} = \sqrt{321.8^2 + 33.1^2} \Rightarrow M_{max} = 323.5 \text{ kg.cm}$$

Y el punto B o A de acuerdo donde se encuentre la polea:

$$M_{BoA} = 180.8 \text{ kg.cm}$$

El material a utilizar para la fabricación del tornillo sinfín será un tipo de acero bonificado al cromo-níquel-molibdeno denominado por el fabricante (BOHLER) como VCN y los datos y especificaciones del mismo los podemos

encontrar en la tabla XVI del anexo.

4.4. Cálculo de los diámetros del tornillo sinfin

El cálculo se realiza en los cambios de sección de la figura 37 por medio de la teoría de la cortadura máxima para cargas variables.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$s_{max} = \frac{0.5s_{yp}}{CS} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{\left(M_{av} + \frac{Ks_{yp}}{s_e} M_r\right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_t s_{yp}}{s_e} T_r\right)^2}$$

$$d = \left(\frac{16CS}{0.5\pi s_{yp}} \sqrt{\left(M_{av} + \frac{Ks_{yp}}{s_e} M_r\right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_t s_{yp}}{s_e} T_r\right)^2} \right)^{1/3}$$

a continuación procedemos a recopilar los datos a utilizar en esta ecuación:

CS: coeficiente de seguridad, este dato es de acuerdo al criterio y experiencia del proyectista. En este caso utilizaremos un CS=3.

Syp: límite de fluencia de acuerdo a las características mecánicas en estado bonificado del material (VCN) Tabla XVIII del anexo $S_{yp} = 885 \text{ Nt/mm}^2 = 9021 \text{ Kg/cm}^2$.

Mav: momento flexionante medio o constante $M_{av} = 0$ puesto que es un eje que gira.

K: factor de concentración de tensiones por flexión este cambiara conforme

a cada cambio de sección que se dé en los diferentes cálculos, de acuerdo a la figura 63 del anexo.

Se: límite de fatiga de conformidad con la figura 30 y las características mecánicas del material (VCN) para un estado rectificado $Se = 4100 \text{ Kg} / \text{cm}^2$.

Mr: momento flexionante variable, cambia de acuerdo a la sección analizada, conforme a los datos obtenidos del análisis de los diagramas de las figuras 38 a 42, a continuación se muestran los máximos momentos obtenidos de los diagramas a las diferentes distancias a las cuales será analizado el eje de la figura 37, de derecha a izquierda.

$$45\text{mm} = 101.7 \text{ Kg. cm.}$$

$$68 \text{ mm} = 153.7 \text{ Kg. cm.}$$

$$92 \text{ mm} = \sqrt{186.3^2 + 11.9^2} = 186.7 \text{ Kg. cm. (figura 41 A y B)}$$

$$152\text{mm} = \sqrt{411.8^2 + 123.8^2} = 430.0 \text{ Kg. cm. (figura 40 A y B)}$$

Tav: momento torsor medio, el cual se origina de la fuerza transmitida por el motor acoplado al eje de la ecuación 3-31:

$$HP = \frac{Tn}{716} \Rightarrow T = \frac{716HP}{n} \quad \text{con } n = 1720 \text{ R.P.M. por dar con estas}$$

revoluciones el torque mas elevado.

$$T = \frac{716 * 1}{1720} = 0.42 \text{Kg.M} * \frac{100 \text{Cm}}{1 \text{M}} = 42 \text{Kg.Cm}$$

Tr: momento torsor variable, estimando en el mecanismo por funcionamiento una variación en el torque de un 30% tenemos:

$$T_r = 42 * 0.30 \Rightarrow T_r = 12.6 \text{Kg.Cm}$$

Tr: momento torsor variable, estimando en el mecanismo por funcionamiento una variación en el torque de un 30% tenemos:

$$T_r = 42 * 0.30 \Rightarrow T_r = 12.6 \text{Kg.Cm}$$

Kt: factor de concentración de tensiones por torsión, estos factores cambian de acuerdo a la sección del eje analizada de acuerdo a la figura 64 del anexo.

4.4.1. Verificando el diámetro al centro del tornillo sinfín

En los libros de diseño recomiendan utilizar en el diseño de roscas un factor de concentración de tensiones que sea igual o mayor que 2, en este caso utilizaremos un factor de concentración de tensiones igual a 2 para K y Kt y con estos datos procedemos al cálculo del diámetro en el centro:

De la ecuación 3-37

$$d = \left(\frac{16CS}{0.5\pi s_{yp}} \sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{s_e} M_r \right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{s_e} T_r \right)^2} \right)^{1/3}$$

Sustituyendo los datos:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{2 * 9021}{4100} 430.0 \right)^2 + \left(42 + \frac{2 * 9021}{4100} 12.6 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 1.62 \text{cm.} = 16.2 \text{mm.}$$

De donde 17 milímetros es lo que tiene el tornillo sinfín en el diámetro interior según se puede ver en la figura 37, al optar por un diámetro interior del tornillo sin fin de 17mm. El diámetro exterior del mismo será de 31mm, ahora para el cálculo de los diámetros de las otras secciones del eje el método a utilizar será basándonos en un diámetro máximo de 32mm, y tratando de no crear escalonamientos en los diámetros de las secciones tan pronunciados, los cuales puedan crear un factor demasiado alto de concentración de tensiones las cuales podrían favorecer al fallo del eje.

Partiendo del diámetro exterior de 31mm. en la región central del eje según la figura 37. A continuación procedemos a realizar un resumen de las dimensiones de los diámetros y las distancias a las cuales se ubican las secciones de análisis, de derecha a izquierda:

Diámetro	Distancia	M_r
D4 = 32mm	102mm	192.2 Kg. cm.
D3 = 25mm	92mm	186.7 Kg. cm.
D2 = 24mm	68mm	153.7 Kg. cm.
D1 = 20mm	45mm	101.7 Kg. cm.

El resumen de estas medidas lo podemos visualizar en la figura 37. Ubicándose en los cambios de sección, ahora solo nos queda verificar si dichas secciones soportaran los esfuerzos a las cuales serán sometidas.

El diámetro de 32mm (D4) por ser este un diámetro mayor que el del centro del eje, por estar sometido a menores esfuerzos y no poseer ningún factor de concentración de esfuerzos por ser utilizado este prácticamente solo como un tope

para el cojinete no lo analizaremos.

Para el análisis de los demás diámetros utilizaremos la ecuación 3-37, con los valores de $S_{yp} = 9021 \text{Kg} / \text{cm}^2$ y $S_e = 4100 \text{Kg} / \text{cm}^2$ por pertenecer estos a las características del material, $T = 42 \text{Kg. cm.}$ Y $Tr = 12.6$ por ser constantes a lo largo de todo el eje.

4.4.2. Para el diámetro (D3) de 25mm con un radio de acorde (r) de 1mm

$$r/d = 1/25 = 0.04$$

$$D/d = 32/25 = 1.28$$

$$CS = 3$$

$M_{av} = 0$ eje giratorio.

$K = 2.18$, según la figura 63 del apéndice

$$M_r = \sqrt{186.3^2 + 11.9^2} = 186.7 \text{kg.cm.} \quad (\text{figura 57 A y B})$$

$K_t = 1.75$ según la figura 64 del apéndice

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 3}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{2.18 * 9021}{4100} 186.7 \right)^2 + \left(42 + \frac{1.75 * 9021}{4100} 12.6 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 1.72 \text{cm.} = 17.2 \text{mm.}$$

Vemos que para los requerimientos del eje en esta sección bastaría con un diámetro de 17.2 mm. Pero no tendría razón maquinar el eje a este diámetro, por varios factores entre los cuales podemos mencionar: que al haber un cambio tan

brusco de sección este generará una mayor concentración de tensiones, que con un diámetro tan pequeño en esta sección donde se alojaran los cojinetes no podría seleccionarse un cojinete suficiente para el apoyo del eje y un costo mayor en el maquinado por tener que eliminar mayor material en su fabricación entre otros.

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro 25mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5S_{yp}\pi d^3}{16\sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{S_e}M_r\right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{S_e}T_r\right)^2}}$$

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 2.5^3}{16\sqrt{\left(0 + \frac{2.18 * 9021}{4100} 186.7\right)^2 + \left(42 + \frac{1.75 * 9021}{4100} 12.6\right)^2}}$$

$$CS = 15.4$$

4.4.3. Para el diámetro (D2) de 24mm con un radio de acorde (r) de 1mm

$$r/d = 1/24 = 0.04$$

$$D/d = 25/24 = 1.04$$

$$CS = 3$$

Mav = 0 eje giratorio.

K = 1.88, según la figura 63 del apéndice

Mr = 153.7kg. cm. (figura 55 B)

Kt = 1.2 según la figura 64 del apéndice

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 3}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{1.88 * 9021}{4100} 153.7 \right)^2 + \left(42 + \frac{1.2 * 9021}{4100} 12.6 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 1.3 \text{ cm.} = 13 \text{ mm.}$$

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro 24mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 S_{yp} \pi d^3}{16 \sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{S_e} M_r \right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{S_e} T_r \right)^2}}$$

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 2.4^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{1.88 * 9021}{4100} 153.7 \right)^2 + \left(42 + \frac{1.2 * 9021}{4100} 12.6 \right)^2}}$$

$$CS = 19$$

4.4.4. Para el diámetro (D1) de 20mm con un radio de acorde (r) de 1mm

$$r/d = 1/20 = 0.05$$

$$D/d = 24/20 = 1.2$$

$$CS = 3$$

$M_{av} = 0$ eje giratorio.

$K = 2.18$, según la figura 63 del apéndice

$M_r = 101.7$ Kg cm. (figura 55 B)

$K_t = 1.6$ según la figura 64 del apéndice

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 \cdot 3}{0.5 \cdot \pi \cdot 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{2.18 \cdot 9021}{4100} 101.7 \right)^2 + \left(42 + \frac{1.6 \cdot 9021}{4100} 12.6 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 1.2 \text{ cm.} = 12 \text{ mm.}$$

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro 20mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 S_{yp} \pi d^3}{16 \sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{S_e} M_r \right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{S_e} T_r \right)^2}}$$

$$CS = \frac{0.5 \cdot 9021 \cdot \pi \cdot 2.0^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{2.18 \cdot 9021}{4100} 101.7 \right)^2 + \left(42 + \frac{1.6 \cdot 9021}{4100} 12.6 \right)^2}}$$

$$CS = 14$$

4.5. Cálculos referentes al chavetero del tornillo sinfín

Para el chavetero, según Peterson (capítulo III sección chaveteros) es aconsejable utilizar un factor de concentración de tensiones igual a 3 para chaveteros sometidos a flexión y torsión combinadas a continuación calculamos el factor de seguridad sobre la región del chavetero para ver como este afecta la resistencia del eje, con un momento flexionante igual a 90.4 Kg cm. Calculado de la figura 41B.

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 2.0^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 90.4\right)^2 + \left(42 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 12.6\right)^2}}$$

$$CS = 11.6$$

Como podemos ver el coeficiente de seguridad en el inicio del chavetero es alto lo que nos da una certeza de que el eje tiene un diámetro suficiente en la región del chavetero.

La chaveta por lo regular es igual a la cuarta parte del diámetro del eje y de perfil cuadrado, en este caso la cuarta parte del eje en que se colocará la chaveta es igual a 5mm y con una longitud igual a 40mm de acuerdo con la figura 37. Se procede a calcular la capacidad del chavetero y chaveta de acuerdo a estas dimensiones utilizando un coeficiente de seguridad de 3:

Calculando la carga a soportar por el eje:

$$S_{y\text{p}\text{e}\text{j}\text{e}} = 9021 \text{Kg} / \text{cm}^2$$

$$\text{Tensión de trabajo} = \frac{S_{yp}}{3} = \frac{9021}{3} = 3007 \text{ Kg} / \text{cm}^2$$

El área de apoyo de la chaveta en el eje es igual a:

$$0.25\text{cm} * 4\text{cm} = 1\text{cm}^2$$

de donde la fuerza a soportar por la cara del chavetero del eje en aplastamiento es igual a:

$$3007\text{kg} / \text{cm}^2 * 1\text{cm}^2 = 3007\text{kg}$$

Calculando la carga a soportar por la chaveta:

Las chavetas por lo regular se hacen de un material con un esfuerzo de fluencia más bajo (hierro) que el del eje con la finalidad de que la chaveta ceda en el momento de una sobrecarga y así no dañar el eje.

El material a utilizar para la chaveta tiene las siguientes características:

Acero de bajo contenido de carbono (hierro) numero de identificación 1020 estirado en frío con un esfuerzo máximo de $4850\text{kg} / \text{cm}^2$ y un esfuerzo de fluencia de $3350\text{Kg} / \text{cm}^2$

Apoyo en la chaveta:

$$\text{Tensión de trabajo de la chaveta} = \frac{S_{ypchav}}{3} = \frac{3350}{3} = 1116\text{Kg} / \text{cm}^2$$

Donde la carga por aplastamiento que puede soportar la chaveta es igual a:

$$1116Kg / cm^2 * 1cm^2 = 1116Kg$$

a continuación procedemos a calcular la capacidad de la chaveta en cortante:

$$S_{syp} = 0.5S_{yp} \Rightarrow S_{sypchav} = 0.5 * 1116Kg / cm^2 = 558Kg / cm^2$$

donde la carga a soportar por cortante es igual a:

$$558Kg / cm^2 * 0.5cm * 4cm = 1116Kg$$

ahora el eje estará sometido a un torque igual a 42 Kg*cm, y a una carga igual a:

$$T=Fr \quad \text{EC. 3-38}$$

$$F = \frac{T}{r} \Rightarrow F = \frac{42Kg * cm}{1cm} \Rightarrow F = 42Kg.$$

Lo cual es una fuerza baja en comparación a lo que puede soportar el chavetero, con lo cual queda probado que el chavetero soportara la carga de trabajo.

4.6. Cálculo de los rodamientos en el tornillo sinfín

A continuación procedemos a calcular los rodamientos a utilizar en el eje del

tornillo sinfin, en la figura 37, podemos visualizar la región, con un diámetro de 25mm (D3) en la que se alojaran los rodamientos en el eje.

Primeramente averiguamos las fuerzas máximas en los apoyos, a las cuales estarán sometidos los rodamientos en el eje. Cuando el sistema es analizado con la carga F en dirección del eje Y positivo (sección 4.3.2.). Tenemos $R_{yA} = 57.2$ Kg. $R_{xA} = 17.2$ Kg. y $R_{zA} = 208.3$ Kg. como el eje es simétrico, y la carga F puede ser aplicada tanto a la derecha como a la izquierda del eje, estas reacciones se pueden dar en algún momento en el apoyo B, de donde ambos apoyos llevaran el mismo tipo y tamaño de rodamiento.

La carga total a la que estarán sometidos los rodamientos es:

$$F_{rA} = \sqrt{R_{yA}^2 + R_{xA}^2} = \sqrt{57.2^2 + 17.2^2} \Rightarrow F_r = 59.7kg = 0.59kN$$

$$F_{rB} = \sqrt{R_{yB}^2 + R_{xB}^2} = \sqrt{25.2^2 + 17.2^2} \Rightarrow F_r = 30.5kg = 0.3kN$$

$$F_a = R_{zA} = 208.3kg = 2.04kN$$

de la ecuación 3-41

$$f_L = \frac{C}{P} f_n$$

f_L =Factor de esfuerzos dinámicos.

Según la tabla XIV del apéndice en la sección de accionamientos de maquinaria en general, en engranajes universales, nos da un parámetro para

f_L de $2 < f_L < 3$

f_n = Factor de velocidad de giro (1720 r.p.m.)
de la tabla XIX del apéndice
para rodamientos de rodillos $f_n =$
0.307

C = capacidad de carga dinámica

P = carga dinámica equivalente

Fa = fuerza axial

Fr = fuerza radial

El rodamiento mas adecuado a utilizar en situaciones de carga axial y radial combinadas es el de rodillos cónicos.

De la tabla XIII del anexo seleccionamos el cojinete con la denominación 32205 con medidas de 25-52-19.25 y procedemos a verificar si soporta las cargas a las que será sometido.

De la tabla XIII $e = 0.33$, $Y=1.8$, $C=27.5$

$Fa/Fr = 2.04/0.59=3.5$ de donde $Fa/Fr > e$

De la ecuación 3-43

$$P = 0.4 * Fr + Y * Fa$$

Fr se calcula de acuerdo a las condiciones de carga estipuladas en la tabla X

$$F_a = K_a + 0.5 * \frac{F_{rB}}{Y_B} \Rightarrow F_a = 2.04 + 0.5 * \frac{0.30}{1.8} \Rightarrow F_a = 2.1kN$$

$$P = 0.4 * Fr + Y * Fa \Rightarrow P = 0.4 * 0.59 + 1.8 * 2.1 \Rightarrow P = 4.02kN$$

$$f_L = \frac{C}{P} f_n \Rightarrow f_L = \frac{27.5}{4.02} 0.307 \Rightarrow F_L = 2.1 \Rightarrow 2 < 2.1 > 3$$

De donde f_L si se encuentra dentro del parámetro recomendado indicándonos que el rodamiento si soporta las condiciones de carga del eje del tornillo sinfin, y este será el rodamiento a utilizar para ambos lados del eje pues en ambos lados del eje se pueden dar estas condiciones de carga dependiendo cual de ellos sea el seleccionado para tomar la fuerza para generar el movimiento del mecanismo reductor.

4.7. Cálculo de las reacciones en los apoyos, cortante y momento

Flexionante en el eje de la corona dentada del mecanismo reductor

Para darnos una idea del eje de la corona dentada nos referimos a la figura 43, la cual tendrá las cotas de las medidas calculadas para el módulo 3.0 en lo referente a la corona dentada, las cotas de las longitudes y diámetros del eje son determinadas de acuerdo al criterio del proyectista y posteriormente verificados y en su defecto rectificadas si estos no soportaran los esfuerzos a los cuales serán sometidos.

La forma en que el eje de la corona sinfín transmite la potencia puede ser muy variada pero la más común y critica es por medio de una polea y su respectiva faja, por que dichos elementos someten al eje a torsión y flexión combinadas.

De la figura 38 vemos que la carga transmitida por el tornillo sinfín a la corona dentada (Wwa) es igual a 208.3 kg. lo cual multiplicado por el radio primitivo nos da el torque de salida que es igual a:

$$T = 208.3kg * 0.06mts \Rightarrow T = 12.5kg.m$$

Entonces de la ecuación 3-31 obtenemos la potencia de salida del mecanismo reductor (HPs), desestimando la fricción en los rodamientos la cual es mínima.

$$HP_s = \frac{T_s n_s}{716}$$

$$HP_s = \frac{12.5 * 1720 / 40}{716} \Rightarrow HP_s = 0.751hp$$

Si dividimos la potencia de salida entre la potencia de entrada obtenemos la eficiencia del mecanismo teórica, la cual es de:

$$e = \frac{HP_s}{HP_E} \Rightarrow e = \frac{0.751}{1} \Rightarrow e = 0.727 = 75.1\%$$

$$HP = \frac{(T1 - T2)V}{75} \quad \text{EC. 3-23}$$

Donde $T1/T2=5$, cuando la polea impulsora e impulsada son iguales.
La velocidad en la polea esta dada por:

$$V = \frac{\pi dn}{6000} \quad \text{EC. 3-26}$$

$$V = \frac{\pi dn_s}{6000} \Rightarrow V = \frac{\pi * 5.59 * 1720 / 40}{6000} \Rightarrow V = 0.13 \text{mts / seg}$$

Con estos datos procedemos a calcular la tensión 1 y tensión 2 en la faja y la suma de estas dos que esta representada por la carga puntual F en el esquema de fuerzas del eje del sinfín.

$$(T1 - T2) = \frac{75HP}{V} \Rightarrow (T1 - T2) = \frac{75 * 0.751}{0.13} \Rightarrow (T1 - T2) = 433.3 \text{kg}$$

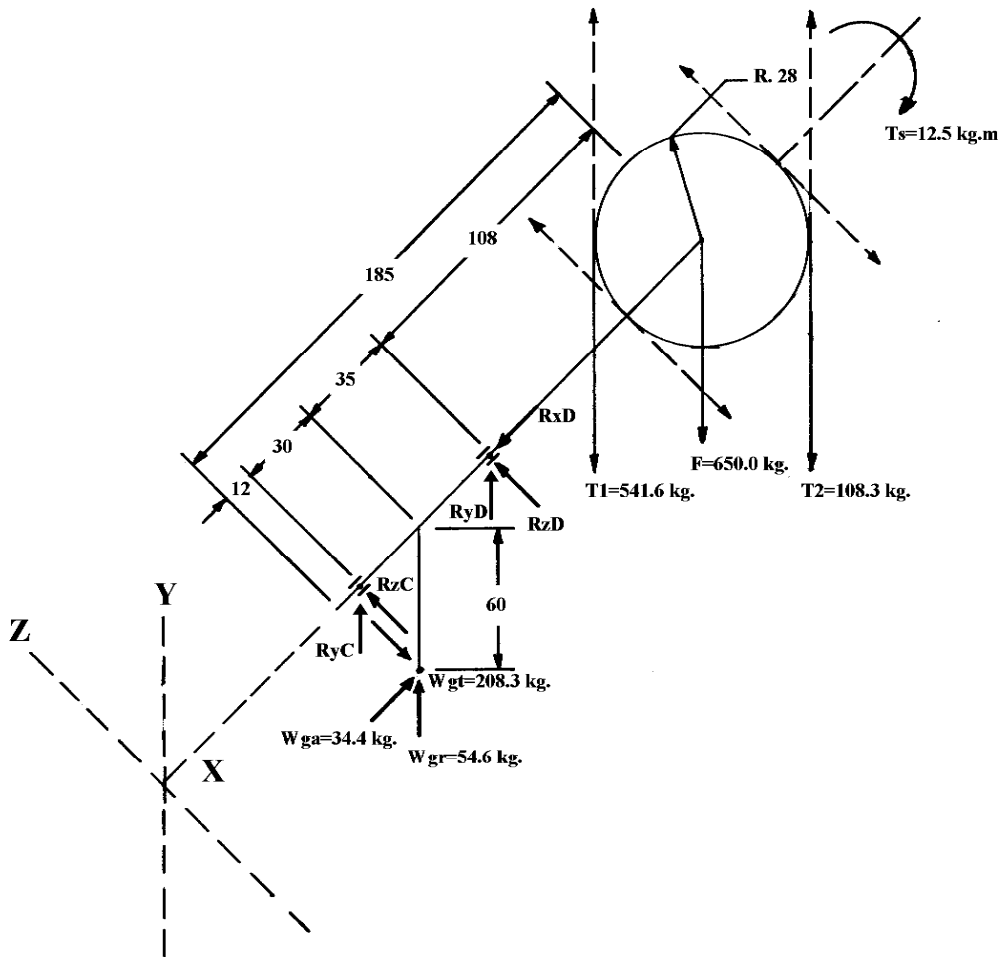
$$T1 - 0.2T1 = 433.3 \Rightarrow T1 = \frac{433.3}{0.8} \Rightarrow T1 = 541.6 \text{kg}$$

$$T2 = T1 - 433.3 \Rightarrow T2 = 541.6 - 433.3 \Rightarrow T2 = 108.3 \text{kg}$$

$$F = T1 + T2 \Rightarrow F = 541.6 + 108.3 \Rightarrow F = 650.0 \text{kg}$$

A continuación procedemos a realizar un esquema de la figura 44 de las fuerzas en el eje de la corona dentada, con la finalidad de analizar éstas para el cálculo de la cortante y momento flexionante.

Figura 44. Esquema de fuerzas en la corona dentada



El esquema de fuerzas del eje de la rueda dentada se analizará de igual manera que el eje del tornillo sinfín con la diferencia que la polea situada en un extremo del eje en esta ocasión entrega la potencia en lugar de recibirla, y siempre se analizará esta potencia entregada en las cuatro principales direcciones de los dos planos sobre las cuales se realizan las fuerzas.

4.7.1. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y negativo

Analizando el plano Y:

Tomando momentos con respecto al eje Z en C:

$$54.6 * 30 + 34.4 * 60 + R_{yD} * 65 - 650 * 173 = 0$$
$$R_{yD} = 1673.0kg$$

Tomando momentos con respecto al eje Z en D:

$$- R_{yC} * 65 - 54.6 * 35 + 34.4 * 60 - 650 * 108 = 0$$
$$R_{yC} = -1077.6kg$$

Analizando el plano Z:

Tomando momentos respecto al eje Y en C:

$$- 208.3 * 30 + R_{zD} * 65 = 0$$
$$R_{zD} = 96.1kg$$

Tomando momentos respecto al eje Y en D:

$$- R_{zC} * 65 + 208.3 * 35 = 0$$
$$R_{zC} = 112.2kg$$

Analizando el plano X:

$$R_{xD} = 34.4kg$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano

Y y X tenemos:

Figura 45A. Diagrama de la cortante y momento Flexionante en el plano Y con la carga F en dirección de Y negativa

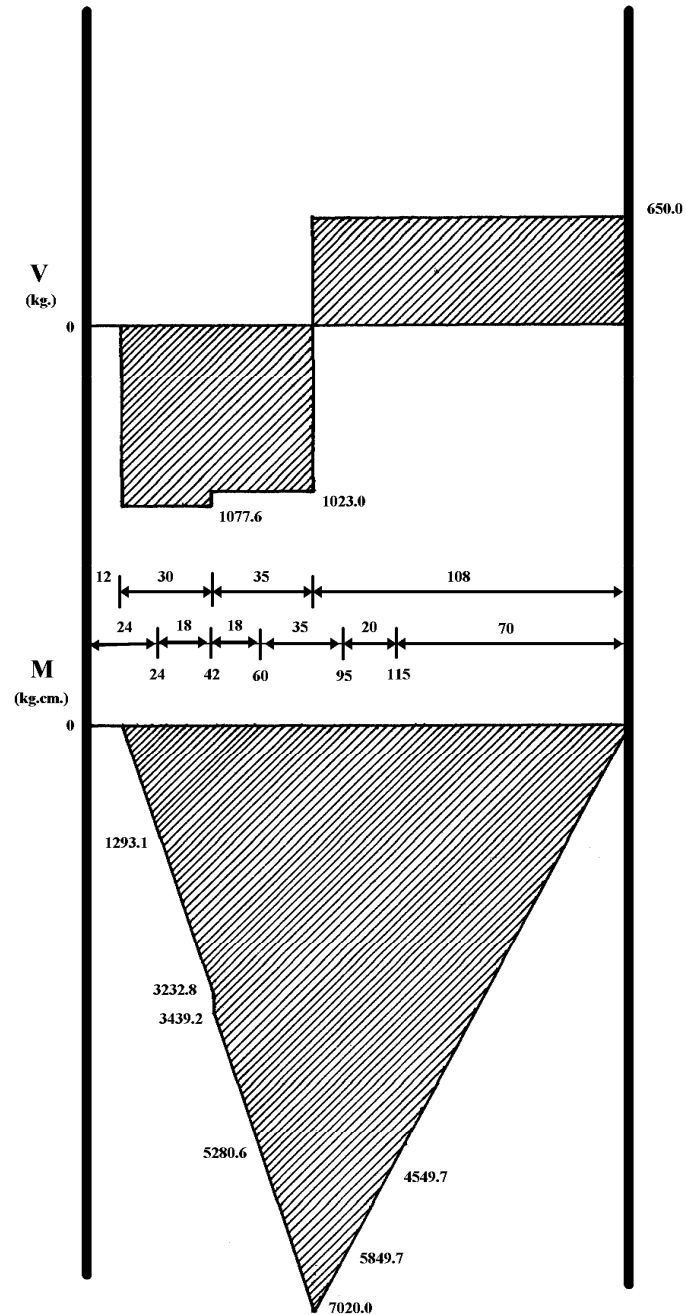
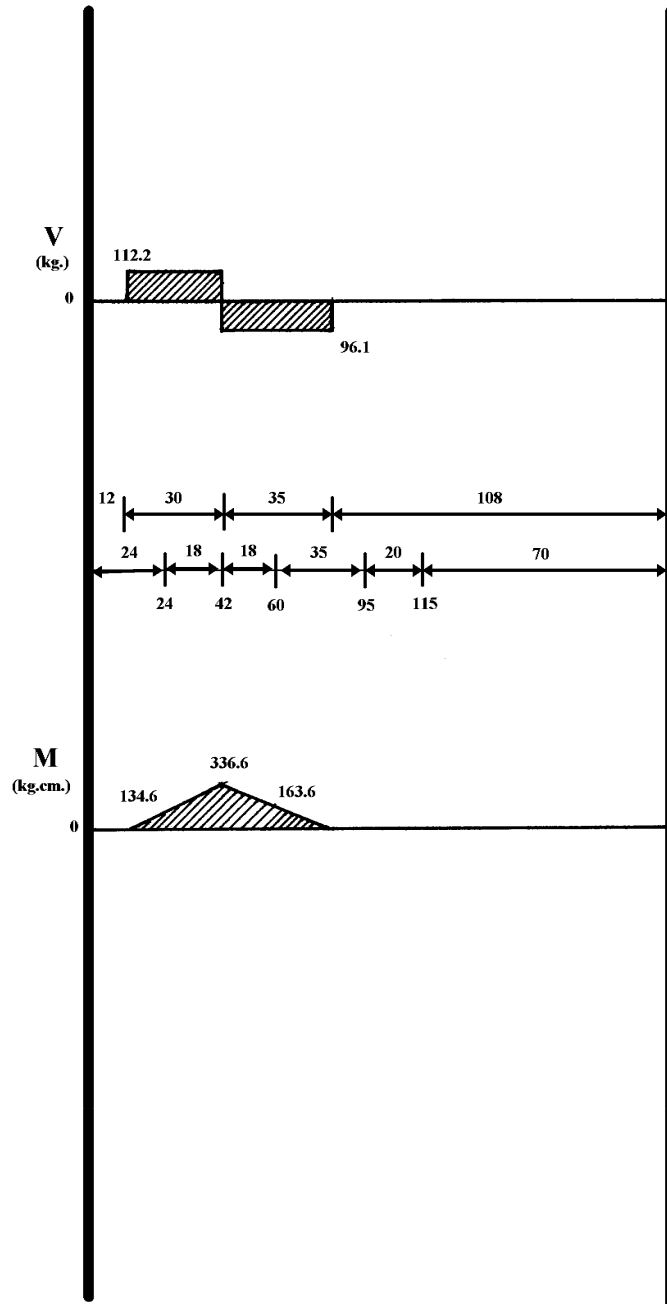


Figura 45B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Z con la carga F en dirección de Y negativa



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce en el punto D a 77 mm del extremo izquierdo del eje con un valor de:

$$M_{max} = 7020.0kg.cm$$

El momento flector a 24mm y a 60mm de la izquierda lugar donde se produce un cambio de sección y a 42mm en el centro de la corona dentada tienen un valor de:

$$M_{24} = \sqrt{1293.1^2 + 134.6^2} \Rightarrow M_{24} = 1300.1kg.cm.$$

$$M_{42} = \sqrt{3439.2^2 + 336.6^2} \Rightarrow M_{42} = 3455.6kg.cm.$$

$$M_{60} = \sqrt{5280.6^2 + 163.6^2} \Rightarrow M_{60} = 5283.1kg.cm.$$

4.7.2. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Y positivo

Analizando el plano Y:

Tomando momentos con respecto al eje Z en C:

$$54.6 * 30 + 34.4 * 60 + R_{yD} * 65 + 650.0 * 173 = 0$$

$$R_{yD} = -1787.0kg$$

Tomando momentos con respecto al eje Z en D:

$$-R_{yC} * 65 + 34.4 * 60 - 54.6 * 35 + 650 * 108 = 0$$

$$R_{yC} = 1082.4kg$$

Analizando el plano Z:

$$R_z D = 96.1kg$$

$$R_z C = 112.2kg$$

Analizando el plano X:

$$R_x D = 34.4kg$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano Y y Z tenemos:

Figura 46A. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y con la carga F en dirección de Y positiva

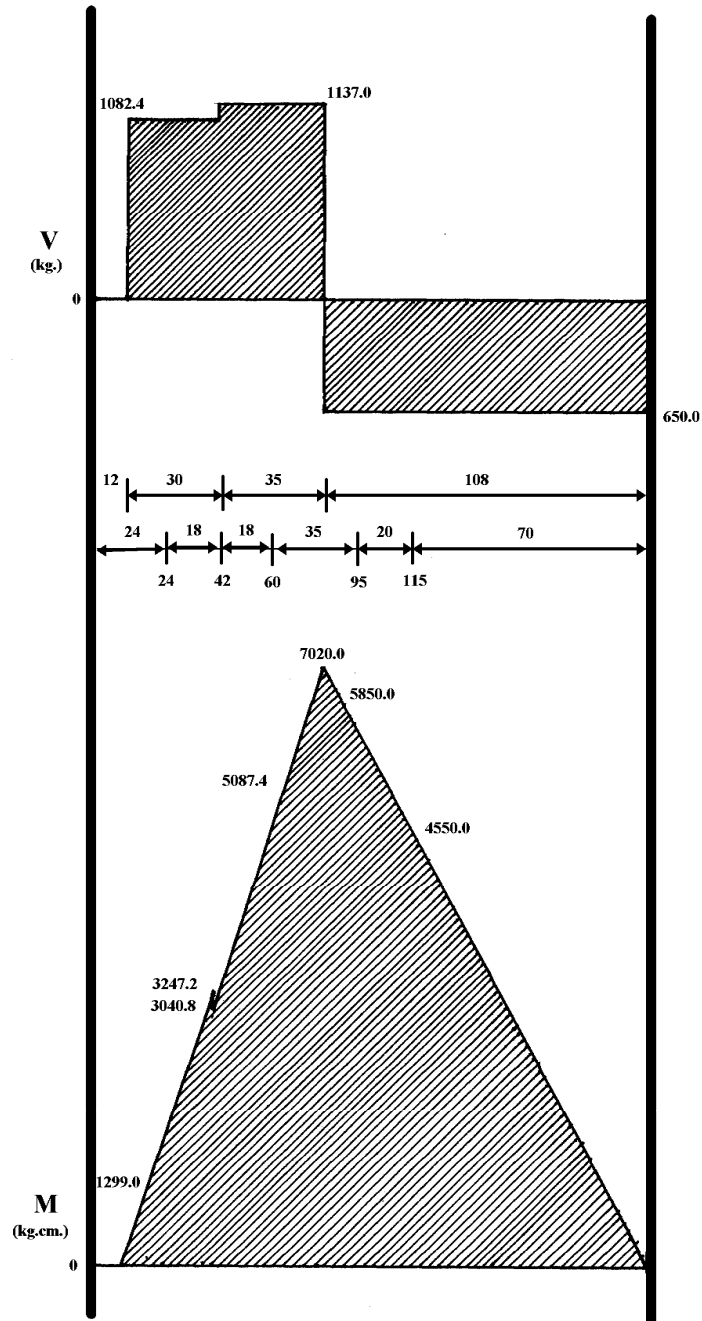
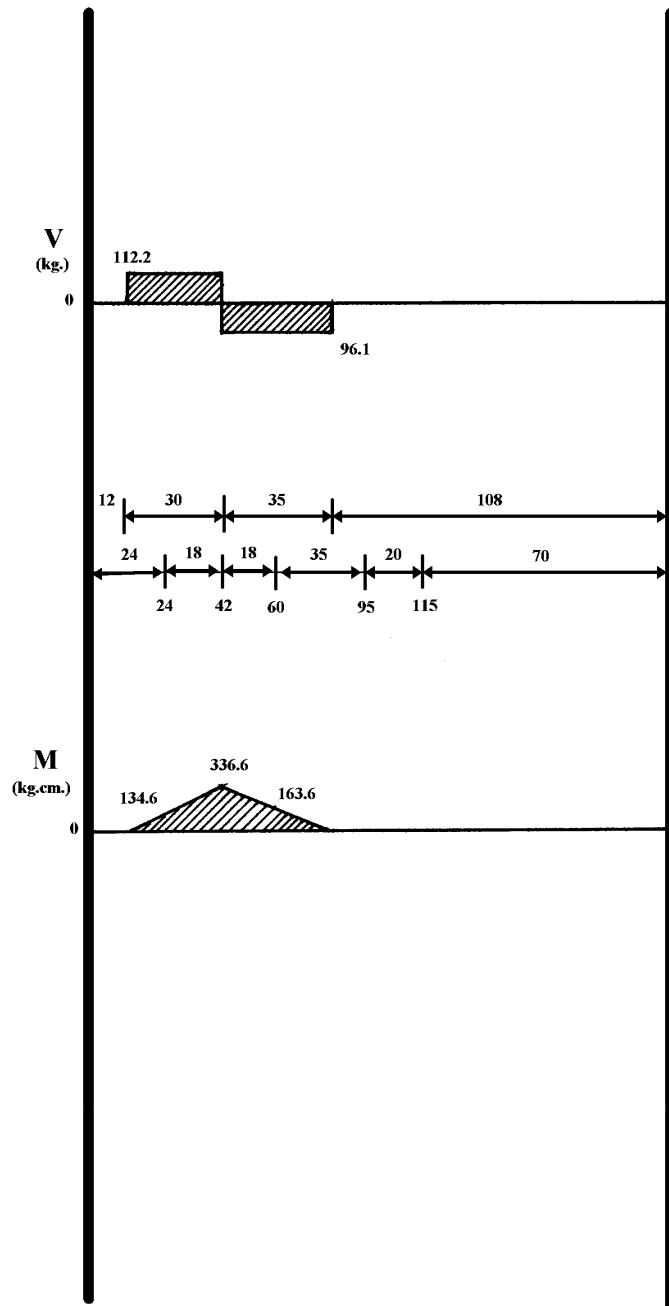


Figura 46B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Z con la carga F en dirección de Y positiva



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce en el punto D a 77 mm del extremo izquierdo del eje con un valor de:

$$M_{max} = 7020.0kg.cm$$

El momento flector a 24mm y a 60mm de la izquierda lugar donde se produce un cambio de sección y a 42mm en el centro de la corona dentada tienen un valor de:

$$M_{24} = \sqrt{1299.0^2 + 134.6^2} \Rightarrow M_{24} = 1306.0kg.cm.$$

$$M_{42} = \sqrt{3247.2^2 + 336.6^2} \Rightarrow M_{42} = 3264.6kg.cm.$$

$$M_{60} = \sqrt{5087.4^2 + 163.6^2} \Rightarrow M_{60} = 5090.0kg.cm.$$

4.7.3. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Z positivo

Analizando el plano Y:

Tomando momentos con respecto al eje Z en C:

$$54.6 * 30 + 34.4 * 60 + RyD * 65 = 0$$

$$RyD = 57.0kg$$

Tomando momentos con respecto al eje Z en D:

$$- RyC * 65 + 34.4 * 60 - 54.6 * 35 = 0$$

$$RyC = 2.4kg$$

Analizando el plano Z:

Tomando momentos con respecto al eje Y en C:

$$-208.3 * 30 + R_{zD} * 65 + 650.0 * 173 = 0$$

$$R_{zD} = -1633.9kg$$

Tomando momentos con respecto al eje Y en D:

$$-R_{zC} * 65 + 208.3 * 35 + 650.0 * 108 = 0$$

$$R_{zC} = 1192.2kg$$

Analizando el plano X:

$$R_{xD} = 34.4kg.$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano Y y Z tenemos:

Figura 47A. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y con la carga F en dirección de Z positiva

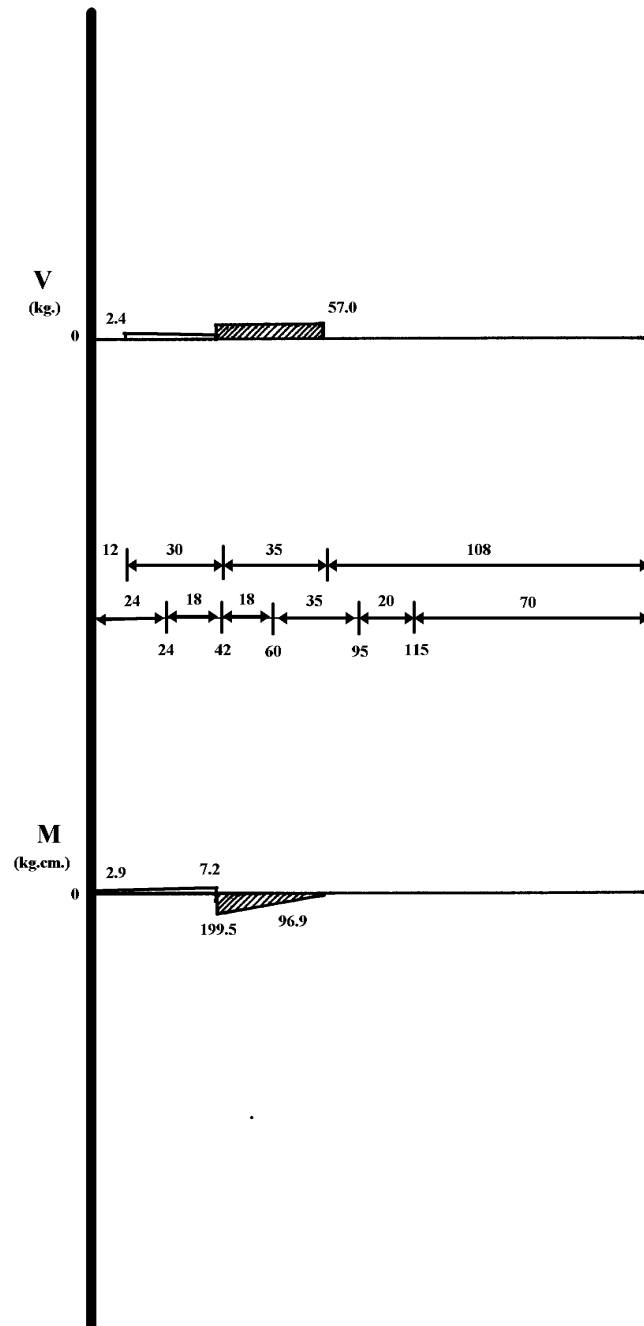
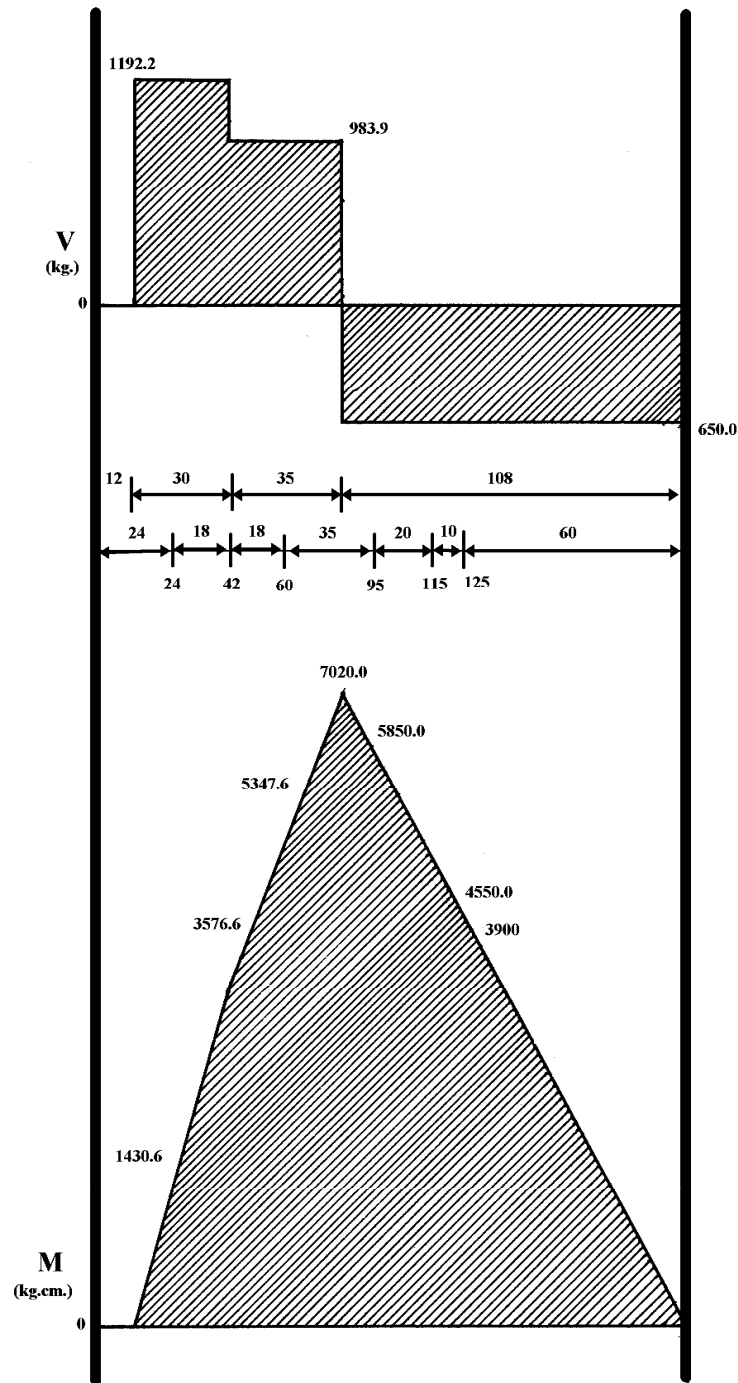


Figura 47B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Z con la carga F en dirección de Z positiva



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce en el punto D a 77 mm del extremo izquierdo del eje con un valor de:

$$M_{max} = 7020.0kg.cm$$

El momento flector a 24mm y a 60mm de la izquierda lugar donde se produce un cambio de sección y a 42mm en el centro de la corona dentada tienen un valor de:

$$M_{24} = \sqrt{1430.6^2 + 2.9^2} \Rightarrow M_{24} = 1430.6kg.cm.$$

$$M_{42} = \sqrt{3576.6^2 + 199.5^2} \Rightarrow M_{42} = 3582.2kg.cm.$$

$$M_{60} = \sqrt{5347.6^2 + 96.9^2} \Rightarrow M_{60} = 5348.5kg.cm.$$

4.7.4. Analizando el sistema con la carga F en dirección del eje Z negativo

Analizando el plano Y:

$$R_{yD} = -57.0kg$$

$$R_{yC} = 2.4$$

Analizando el plano Z:

Tomando momentos con respecto al eje Y en C:

$$-208.3 * 30 + R_{zD} * 65 - 650.0 * 173 = 0$$

$$R_{zD} = 1826.0kg$$

Tomando momentos con respecto al eje Y en D:

$$-R_{zC} * 65 + 208.3 * 35 - 650.0 * 108 = 0$$

$$R_{zC} = -967.7kg$$

Analizando el plano X:

$$R_{xD} = 34.4kg$$

Analizando los diagramas de la cortante y momento flexionante en el plano Y y Z tenemos:

Figura 48A. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Y con la carga F en dirección de Z negativa

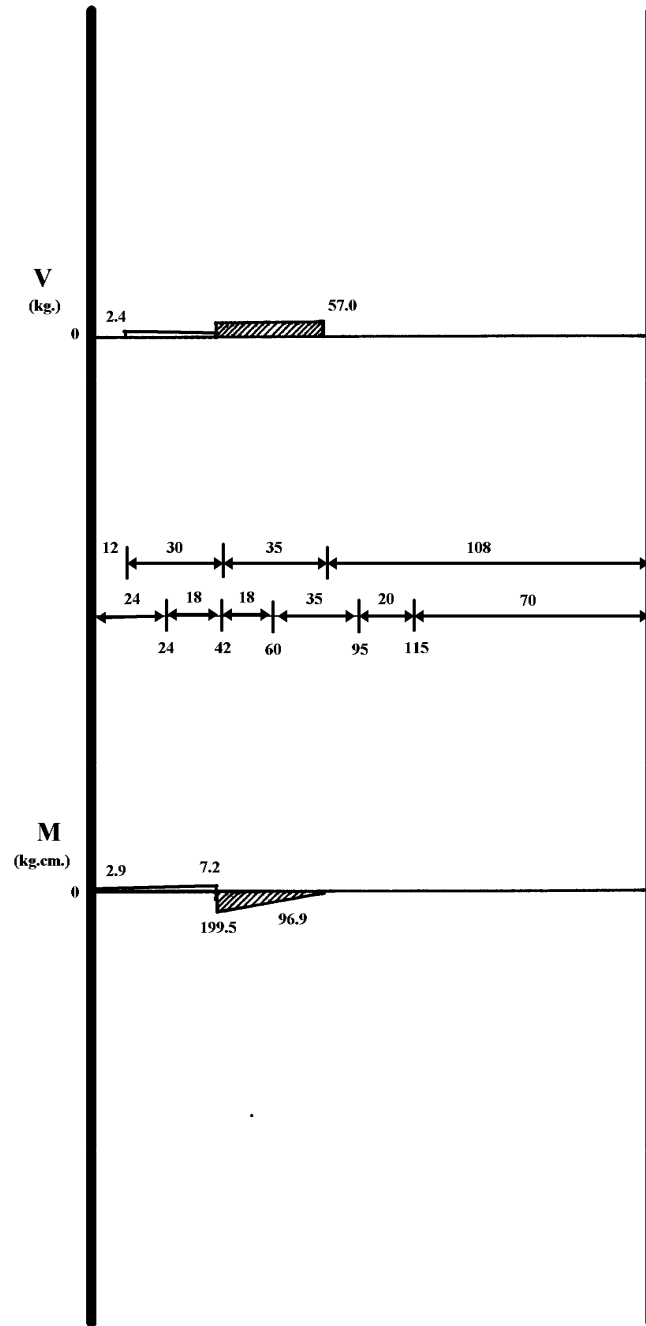
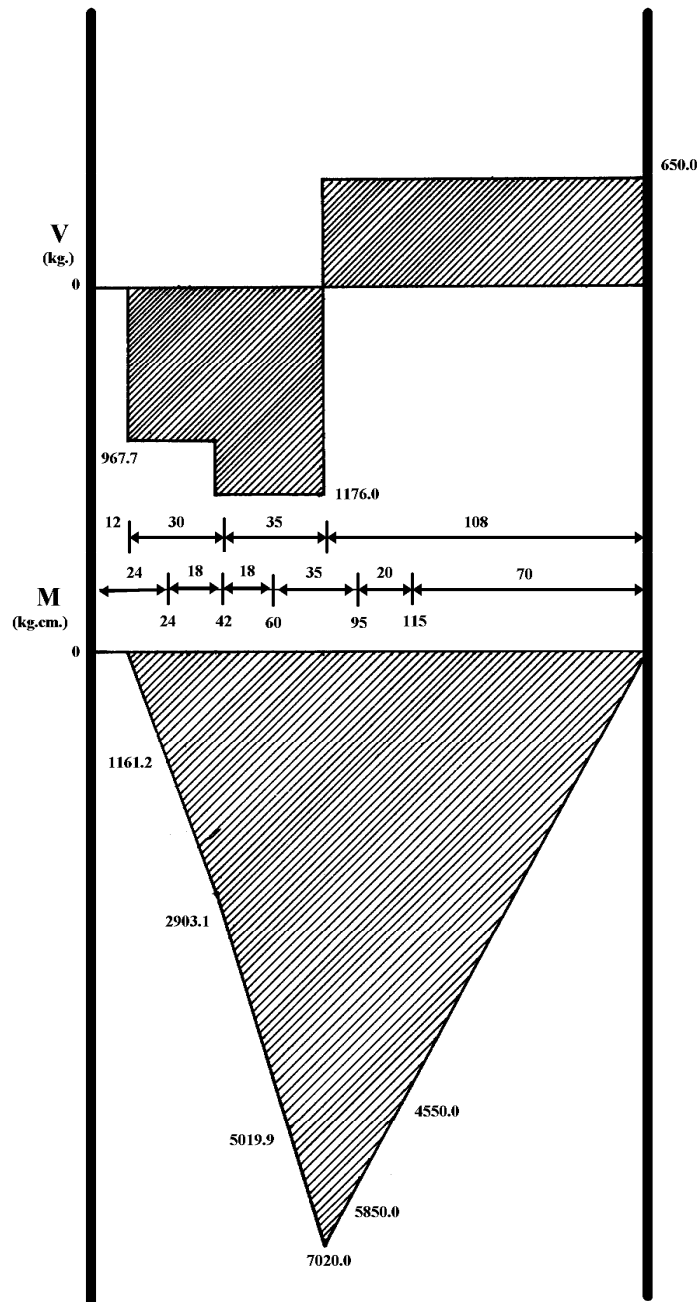


Figura 48B. Diagrama de la cortante y momento flexionante en el plano Z con la carga F en dirección de Z negativa



Bajo las condiciones mostradas en los diagramas de la cortante y momento

flexionante de ambos planos, el máximo momento flector se produce en el punto D a 77 mm del extremo izquierdo del eje con un valor de:

$$M_{max} = 7020.0kg.cm$$

El momento flector a 24mm y a 60mm de la izquierda lugar donde se produce un cambio de sección y a 42mm en el centro de la corona dentada tienen un valor de:

$$M_{24} = \sqrt{1161.2^2 + 2.9^2} \Rightarrow M_{24} = 1161.2kg.cm.$$

$$M_{42} = \sqrt{2903.1^2 + 199.5^2} \Rightarrow M_{42} = 2909.9kg.cm.$$

$$M_{60} = \sqrt{5019.9^2 + 96.9^2} \Rightarrow M_{60} = 5020.8kg.cm.$$

El material a utilizar para la fabricación del tornillo sin fin será un tipo de acero bonificado al cromo-níquel-molibdeno denominado por el fabricante (BOHLER) como VCN y los datos y especificaciones del mismo los podemos encontrar en Tabla XVI del anexo.

4.8. Cálculo de los diámetros del eje de la corona dentada

A continuación se procede al cálculo de los diámetros del eje de la corona dentada en los cambios de sección de la figura 43 por medio de la teoría de la cortadura máxima para cargas variables.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$s_{smax} = \frac{0.5S_{yp}}{CS} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{s_e} M_r\right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{s_e} T_r\right)^2}$$

$$d = \left(\frac{16CS}{0.5\pi s_{yp}} \sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{s_e} M_r\right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{s_e} T_r\right)^2} \right)^{1/3}$$

a continuación procedemos a recopilar los datos a utilizar en esta ecuación:

CS: coeficiente de seguridad, este dato es de acuerdo al criterio y experiencia del proyectista. En este caso utilizaremos un CS=3.

Syp: límite de fluencia de acuerdo a las características mecánicas en estado bonificado del material (VCN) tabla XVI del anexo $S_{yp} = 885 \text{ N/mm}^2 = 9021 \text{ Kg/cm}^2$.

Mav: momento flexionante medio o constante $M_{av} = 0$ puesto que es un eje que gira.

K: factor de concentración de tensiones por flexión este cambiara conforme a cada cambio de sección que se de en los diferentes cálculos, de acuerdo a la figura 63 del anexo.

Se: límite de fatiga de conformidad con la figura 30 y las características mecánicas del material (VCN) $S_e = 4100 \text{ Kg/cm}^2$.

Mr: momento flexionante variable cambia de acuerdo a la sección analizada conforme a los datos obtenidos del análisis de los diagramas de las figuras 45 a 48, a continuación se muestran los máximos momentos obtenidos de los

diagramas a las diferentes distancias a las cuales será analizado el eje figura 47 A y B y basándose en estas condiciones de carga se analizará el eje.

$$24 \text{ mm} = 1430.6 \text{ kg. cm.}$$

$$42 \text{ mm} = 3582.2 \text{ kg. cm.}$$

$$60 \text{ mm} = 5348.5 \text{ kg. cm.}$$

$$77 \text{ mm} = 7020.0 \text{ kg. cm.}$$

$$95 \text{ mm} = 5850.0 \text{ kg. cm.}$$

$$115 \text{ mm} = 4550.0 \text{ kg. cm.}$$

$$125\text{mm} = 3900.0 \text{ kg. cm.}$$

Tav: momento torsor medio, el cual se origina de la fuerza transmitida por el tornillo sin fin (Wwa) a la corona dentada de la figura 38, la cual es igual a 208.3 Kg. lo cual multiplicado por el radio primitivo nos da el torque de salida que es igual a:

$$T = 208.3\text{kg} * 6.0\text{cm} \Rightarrow T = 1250.0\text{kg.cm.}$$

Tr: momento torsor variable, estimando en el mecanismo por funcionamiento una variación en el torque de un 30% tenemos:

$$T_r = 1250.0 * 0.30 \Rightarrow T_r = 375.0\text{Kg.Cm}$$

Kt: factor de concentración de tensiones por torsión, estos factores cambian de acuerdo a la sección del eje analizada conforme las figura 64 del anexo.

A continuación procedemos a verificar si los diámetros (seleccionados a criterio del proyectista) del eje de la corona dentada son los adecuados:

De la ecuación 3-37

$$d = \left(\frac{16CS}{0.5\pi S_{yp}} \sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{s_e} M_r \right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{s_e} T_r \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$CS = \frac{0.5S_{yp}\pi d^3}{16 \sqrt{\left(M_{av} + \frac{K_{Syp}}{s_e} M_r \right)^2 + \left(T_{av} + \frac{K_{tSyp}}{s_e} T_r \right)^2}}$$

4.8.1. Para el diámetro de 30mm a 24mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm

$$r/d = 1/30 = 0.033$$

$$D/d = 42/30 = 1.33$$

$$CS = 2.0$$

$M_{av} = 0$ eje giratorio.

$K = 2.2$ según la figura 63 del anexo

$M_r = 1430.6$ kg. cm.

$K_t = 2.0$ según la figura 64 del anexo

$T_{av} = 0$ puesto que el eje en esta sección no está sometido a ninguna torsión

$$T_r = 0$$

$S_e = 4100$ kg./cm.

$S_{yp} = 9021$ Kg./cm.

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{2.2 * 9021}{4100} 1430.6 \right)^2 + \left(0 + \frac{2.0 * 9021}{4100} 0 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 2.5 \text{ cm.} = 25.0 \text{ mm.}$$

Vemos que para los requerimientos del eje en esta sección bastaría con un diámetro de 25.0 mm, pero no tendría razón maquinar el eje a este diámetro, por varios factores entre los cuales podemos mencionar: que al haber un cambio tan brusco de sección este generará una mayor concentración de tensiones, que con un diámetro tan pequeño en esta sección donde se alojaran los rodamientos no podría seleccionarse un rodamiento suficiente para el apoyo del eje y entre otros un costo mayor en el maquinado por tener que eliminar mayor material en su fabricación.

De los datos anteriores, podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro de 30mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 3.0^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{2.2 * 9021}{4100} 1430.6 \right)^2 + \left(0 + \frac{2.0 * 9021}{4100} 0 \right)^2}}$$

$$CS = 3.5$$

4.8.2. Para el diámetro de 40mm a 42mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm

$$r/d = 0/42 = 0.0$$

$$D/d = 42/42 = 1.0$$

$$CS = 2.0$$

$$M_{av} = 0 \text{ eje giratorio.}$$

K = 3.0 cuando hay chaveteros sometidos a momentos de flexión y torsión combinados

$$M_r = 3582.2 \text{ kg. cm.}$$

Kt = 3.0 cuando hay chaveteros sometidos a momentos de flexión y torsión combinados

$$T_{av} = 1250.0$$

$$T_r = 375.0$$

$$S_e = 4100 \text{ kg./cm.}$$

$$S_{yp} = 9021 \text{ Kg./cm.}$$

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 3582.2 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 375.0 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 3.78 \text{ cm.} = 37.8 \text{ mm.}$$

El diámetro obtenido en este cálculo lo podemos aproximar a 42mm como esta en el prediseño.

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro de 42mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 4.2^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 3582.2\right)^2 + \left(1250.0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 375.0\right)^2}}$$

$$CS = 2.74$$

4.8.3. Para el diámetro de 35mm a 60mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm tenemos

$$r/d = 1/35 = 0.03$$

$$D/d = 42/35 = 1.2$$

$$CS = 2.0$$

Mav = 0 eje giratorio.

K = 2.2 según la figura 63 del anexo

Mr = 5348.5 kg. cm.

Kt = 1.8 según la figura 64 del anexo

$$Tav = 1250.0$$

$$Tr = 375.0$$

Se = 4100 kg./cm.

Syp = 9021 Kg./cm.

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{2.2 * 9021}{4100} 5348.5 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.8 * 9021}{4100} 375.0 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 3.88 \text{ cm.} = 38.8 \text{ mm.}$$

Los requerimientos del eje en esta sección según el cálculo con un coeficiente de seguridad de 2 es 3.8mm mayor que en el prediseño la razón por la cual no podemos dejar que el diámetro en esta sección sea de 38.8mm es por que no encontraríamos un rodamiento de 38.8mm en existencia, por lo cual procedemos a aproximarlo a 35mm.

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro de 35mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 3.5^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{2.2 * 9021}{4100} 5348.5 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.8 * 9021}{4100} 375.0 \right)^2}}$$

$$CS = 1.5$$

4.8.4. Para el diámetro de 35mm a 77mm de la izquierda, lugar donde ocurre el mayor momento flexionante en el eje

$$r/d = 0/35 = 0.0$$

$$D/d = 35/35 = 1.0$$

$$CS = 2.0$$

Mav = 0 eje giratorio.

K = 1.0 según la figura 63 del apéndice

$$Mr = 7020.0 \text{ kg. cm.}$$

$K_t = 1.0$ según la figura 64 del apéndice

$T_{av} = 1250.0$

$T_r = 375.0$

$S_e = 4100 \text{ kg./cm.}$

$S_{yp} = 9021 \text{ Kg./cm.}$

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{1.0 * 9021}{4100} 7020.0 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.0 * 9021}{4100} 375.0 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 3.3 \text{ cm.} = 33.0 \text{ mm.}$$

Este cálculo es realizado solamente para verificar si la sección calculada anteriormente soporta el máximo momento flector que se da en el eje.

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro de 35mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 3.5^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{1.0 * 9021}{4100} 7020.0 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.0 * 9020}{4100} 375.0 \right)^2}}$$

$$CS = 2.4$$

4.8.5. Para el diámetro de 34mm a 95mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm

$$r/d = 1/34 = 0.03$$

$$D/d = 35/34 = 1.03$$

$$CS = 2.0$$

$M_{av} = 0$ eje giratorio.

$K = 1.9$ según la figura 63 del apéndice

$M_r = 5850.0$ kg cm.

$K_t = 1.2$ según la figura 64 del apéndice

$T_{av} = 1250.0$

$T_r = 375.0$

$S_e = 4100$ kg./cm.

$S_{yp} = 9021$ Kg./cm.

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{1.9 * 9021}{4100} 5850.0 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.2 * 9021}{4100} 375.0 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 3.81 \text{ cm.} = 38.1 \text{ mm.}$$

El eje en esta sección a pesar de estar sometido a un menor momento flector que en el cálculo anterior (a 77mm de la izquierda) requiere de un diámetro mayor, lo cual se debe a los coeficientes de concentración de tensiones originados por el cambio de sección.

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estará trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro de 34mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 3.4^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{1.9 * 9021}{4100} 5850.0\right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.2 * 9021}{4100} 375.0\right)^2}}$$

$$CS = 1.42$$

4.8.6. Para el diámetro de 32mm a 115mm de la izquierda, con un radio de acorde (r) de 1mm

$$r/d = 1/30 = 0.031$$

$$D/d = 34/30 = 1.06$$

$$CS = 2.0$$

Mav = 0 eje giratorio.

K = 2.0 según la figura 63 del anexo

Mr = 4550.0 kg. cm.

Kt = 1.3 según la figura 64 del anexo

Tav = 1250.0

Tr = 375.0

Se = 4100 kg./cm.

Syp = 9021 Kg./cm.

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{2.0 * 9021}{4100} 4550.0\right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.3 * 9021}{4100} 375.0\right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 3.57 \text{ cm.} = 35.7 \text{ mm.}$$

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro de 32mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 3.2^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{2.0 * 9021}{4100} 4550.0\right)^2 + \left(1250.0 + \frac{1.3 * 9021}{4100} 375.0\right)^2}}$$

$$CS = 1.44$$

4.8.7. Para el diámetro de 32mm a 125mm de la izquierda lugar donde se inicia el chavetero

$$r/d = 0/30 = 0.0$$

$$D/d = 30/30 = 1.0$$

$$CS = 2.0$$

Mav = 0 eje giratorio.

K = 3.0 cuando hay chaveteros sometidos a momentos de flexión y torsión combinados

$$Mr = 3900 \text{ kg. cm.}$$

Kt = 3.0 cuando hay chaveteros sometidos a momentos de flexión y torsión combinados

$$Tav = 1250.0$$

$$Tr = 375.0$$

$$Se = 4100 \text{ kg./cm.}$$

$$Syp = 9021 \text{ Kg./cm.}$$

De la ecuación 3-37:

$$d = \left(\frac{16 * 2}{0.5 * \pi * 9021} \sqrt{\left(0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 3900.0 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 375.0 \right)^2} \right)^{1/3}$$

$$d = 3.88 \text{cm.} = 38.8 \text{mm.}$$

De los datos anteriores podemos averiguar el coeficiente de seguridad al cual estaría trabajando el eje en esta sección al tener un diámetro de 35mm.

De la ecuación 3-37 tenemos:

$$CS = \frac{0.5 * 9021 * \pi * 3.2^3}{16 \sqrt{\left(0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 3900.0 \right)^2 + \left(1250.0 + \frac{3.0 * 9021}{4100} 375.0 \right)^2}}$$

$$CS = 1.12$$

4.9. Cálculos referentes al chavetero de la rueda dentada

La chaveta por lo regular es igual a la cuarta parte del diámetro del eje y de perfil cuadrado, en este caso la cuarta parte del eje en que se colocará la chaveta es igual a 8.0mm y con una longitud de 60mm de acuerdo con la figura 43. A continuación procedemos a calcular la capacidad del chavetero y chaveta de acuerdo a estas dimensiones utilizando un coeficiente de seguridad de 3:

Calculando la carga a soportar por el eje:

$$S_{yp\text{eje}} = 9021 \text{Kg} / \text{cm}^2$$

$$\text{Tensión de trabajo} = \frac{S_{yp}}{3} = \frac{9021}{3} = 3007 \text{Kg} / \text{cm}^2$$

El área de apoyo de la chaveta en el eje es igual a:

$$0.4\text{cm} * 6\text{cm} = 2.4\text{cm}^2$$

de donde la fuerza a soportar por la cara del chavetero del eje es igual a:

$$3000\text{kg} / \text{cm}^2 * 2.4\text{cm}^2 = 7200\text{kg}$$

Calculando la carga a soportar por la chaveta:

Las chavetas por lo regular se hacen de un material con un esfuerzo de fluencia más bajo (hierro) que el del eje con la finalidad de que la chaveta ceda en el momento de una sobrecarga y así no dañar el eje.

El material a utilizar para la chaveta tiene las siguientes características:

Acero de bajo contenido de carbono (hierro) número de identificación 1020 estirado en frío con un esfuerzo máximo de $4850\text{kg} / \text{cm}^2$ y un esfuerzo de fluencia de $3350\text{Kg} / \text{cm}^2$

Apoyo en la chaveta:

$$\text{Tensión de trabajo de la chaveta} = \frac{S_{yp\text{chav}}}{3} = \frac{3350}{3} = 1116 \text{Kg} / \text{cm}^2$$

Donde la carga por aplastamiento que puede soportar la chaveta es igual a:

$$1116Kg / cm^2 * 2.4cm^2 = 2678.4Kg$$

A continuación procedemos a calcular la capacidad de la chaveta en cortante:

$$S_{syp} = 0.5S_{yp} \Rightarrow S_{sypchav} = 0.5 * 1116Kg / cm^2 = 558Kg / cm^2$$

Donde la carga a soportar por cortante es igual a:

$$558Kg / cm^2 * 0.8cm * 6cm = 2678.4Kg$$

Ahora el eje estará sometido a un torque igual a 1250 kg.cm, y con un estimando de un 30% más o menos debido a fluctuaciones en la carga, podemos tener una carga máxima de 1625 kg.cm, de donde:

$$T=Fr \quad \text{EC. 3-38}$$

$$F = \frac{T}{r} \Rightarrow F = \frac{1625Kg * cm}{1.6cm} \Rightarrow F = 1015.6Kg.$$

Lo cual es una fuerza baja en comparación a lo que puede soportar el chavetero, con lo cual queda probado que el chavetero soportara la carga de trabajo.

4.10. Cálculo de los rodamientos en el eje de la corona del tornillo sinfín

A continuación procedemos a calcular los rodamientos a utilizar en el eje de

la rueda dentada, en la figura 43, podemos visualizar las secciones, con un diámetro de 30mm y 35mm aledaños a la corona dentada en donde se alojaron los rodamientos en el eje.

Primeramente averiguamos las fuerzas máximas en los apoyos, a las cuales estarán sometidos los rodamientos en el eje. Para la sección de 30mm a la izquierda del eje la máxima carga, FrC se da de acuerdo a las condiciones de las figuras 47 A y B. Y en la sección de 35mm la máxima carga, FrD se da de acuerdo a las condiciones de las figuras 48 A y B.

La carga total a la que estarán sometidos los rodamientos es:

$$F_{rC} = \sqrt{R_y C^2 + R_z C^2} = \sqrt{2.4^2 + 1192.2^2} \Rightarrow F_{rC} = 1192.2 \text{ kg} = 11.7 \text{ kN}$$

$$F_{rD} = \sqrt{R_y D^2 + R_z D^2} = \sqrt{57.0^2 + 1826.0^2} \Rightarrow F_{rD} = 1826.7 \text{ kg} = 17.9 \text{ kN}$$

$$F_a = R_x D = 34.4 \text{ kg} = 0.34 \text{ kN}$$

de la ecuación 3-41

$$f_L = \frac{C}{P} f_n$$

f_L = Factor de esfuerzos dinámicos.

Según la tabla XII del anexo en la sección de accionamiento en maquinaria en general, en engranajes universales, nos da un parámetro para f_L de $2 < f_L > 3$

f_n = Factor de velocidad de giro (1720/40=43)

r.p.m.)De la tabla XIII del apéndice Para
rodamientos de rodillos $f_n = 0.742$

C= capacidad de carga dinámica

P= carga dinámica equivalente

Fa= fuerza axial

Fr= fuerza radial

En condiciones normales, es probable que un rodamiento de bolas soporte la carga puesto que en este caso la carga axial es baja, pero por ser este el eje de salida y por no saber las condiciones de carga a la cual será sometido nos inclinamos a usar en este eje también rodamientos cónicos por su alta capacidad de absorber carga axial y radial y de esta manera obtener un diseño más confiable.

A continuación procedemos a seleccionar un cojinete de rodillos cónico. De la tabla XIII del anexo seleccionamos el cojinete con la denominación 32006 con medidas de 30-55-17 y procedemos a verificar si soporta las cargas a las que será sometido.

De la tabla XIII $e = 0.43$ y $C = 32.5\text{kN}$

$Fa/Fr = 0.34/11.7=0.029$ de donde $Fa/Fr < e$

De la ecuación 3-42

$P=Fr \Rightarrow P=11.7\text{kN}$

De la ecuación 3-41

$$f_L = \frac{C}{P} f_n \Rightarrow f_L = \frac{32.5}{11.7} 0.919 \Rightarrow F_L = 2.55 \Rightarrow 2 < 2.55 > 3$$

De donde f_L si se encuentra dentro del parámetro recomendado indicándonos que el rodamiento si soporta las condiciones de carga a las cuales es sometido. Y este será el rodamiento a utilizar en la sección del eje que tiene 30mm.

Para la sección de 35mm. Tenemos:

A continuación procedemos a seleccionar un cojinete de rodillos cónico. De la tabla XIII del anexo seleccionamos el cojinete con la denominación 30207 con medidas de 35-72-18.25 y procedemos a verificar si soporta las cargas a las que será sometido.

De la tabla XIII $e = 0.37$ y $C = 45.5\text{kN}$.

$$F_a/F_r = 0.34/17.9 = 0.019 \text{ de donde } F_a/F_r < e$$

De la ecuación 3-42

$$P = F_r \Rightarrow P = 17.9\text{kN}$$

De la ecuación 3-41

$$f_L = \frac{C}{P} f_n \Rightarrow f_L = \frac{45.5}{17.9} 0.919 \Rightarrow F_L = 2.34 \Rightarrow 2 < 2.34 > 3$$

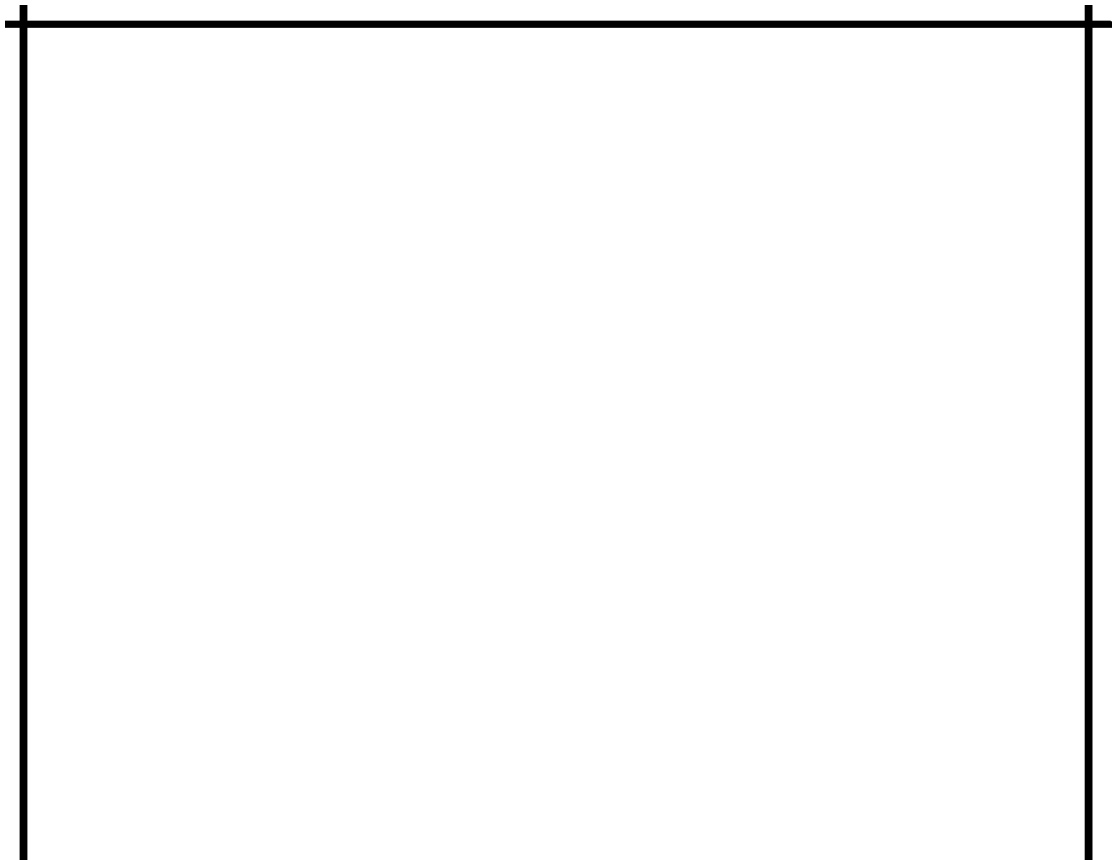
De donde f_L si se encuentra dentro del parámetro recomendado indicándonos que el rodamiento si soporta las condiciones de carga a las cuales es sometido. Y este será el rodamiento a utilizar en la sección del eje que tiene

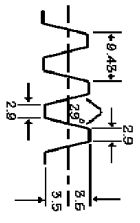
35mm.

A continuación procedemos a desarrollar los dibujos, basados en los cálculos desarrollados a lo largo de este estudio para la fabricación de la caja reductora.

4.11. Desarrollo de los planos de la caja reductora

Figura 49. Eje tornillo sinfín





ROSCA TIPO ACME MODULO 3.

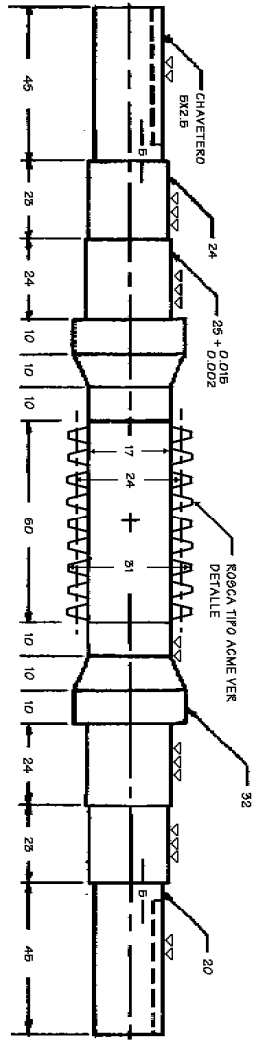


Figura 50. Eje corona dentada



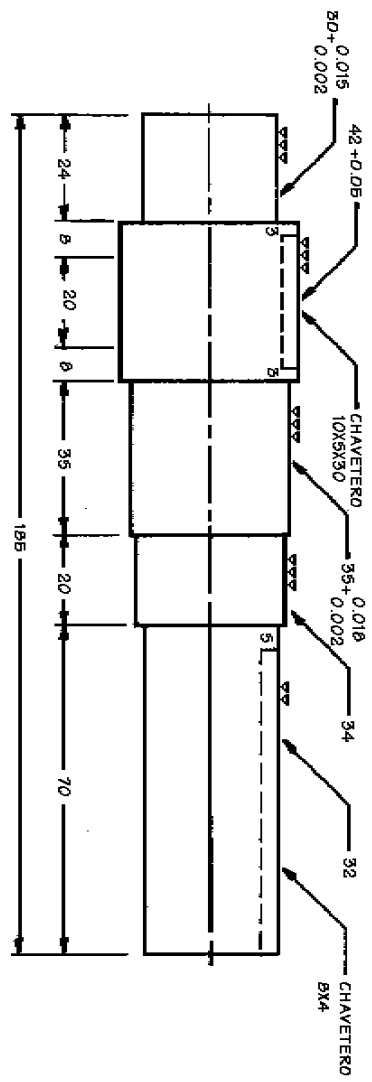
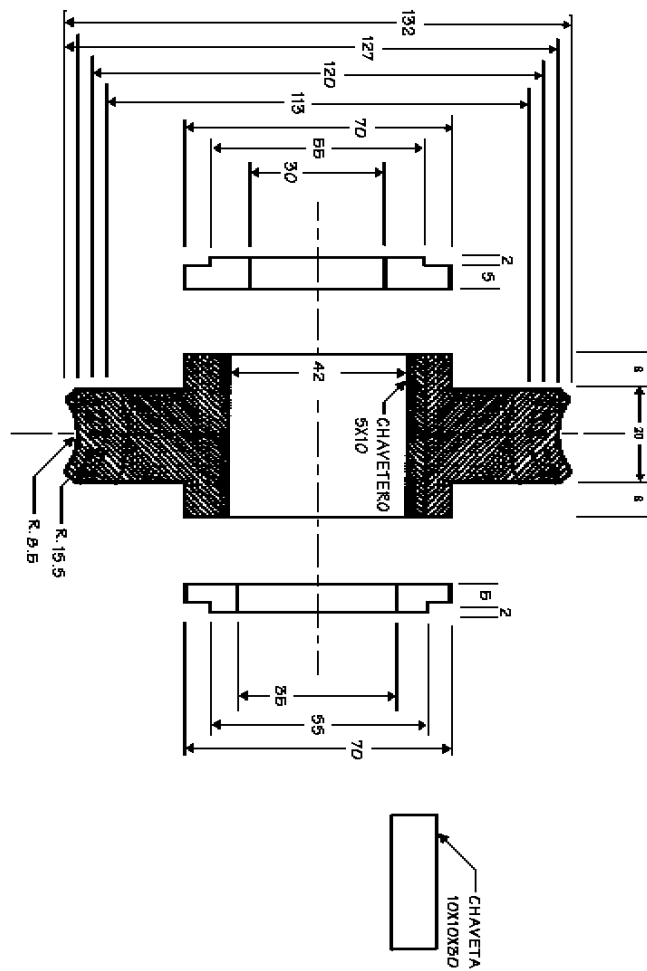


Figura 51. Corona dentada



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS FACULTAD DE INGENIERIA	ESCALA 1:2	COTAS EN MILIMETROS	
DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA CAJA REDUCTORA DE 40:1	CORONA DENTADA		

Figura 52. Estructura de la caja lado eje de corona



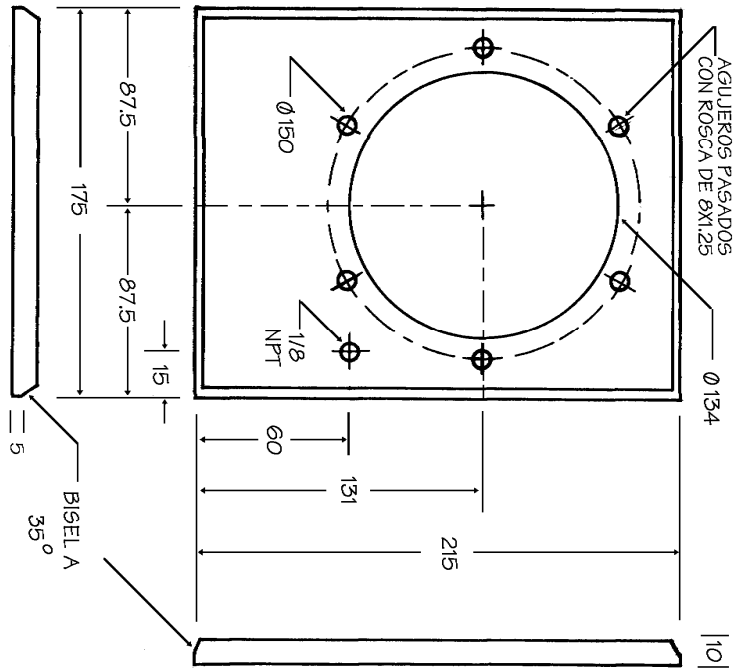


Figura 53. Estructura de la caja lado tornillo sinfín



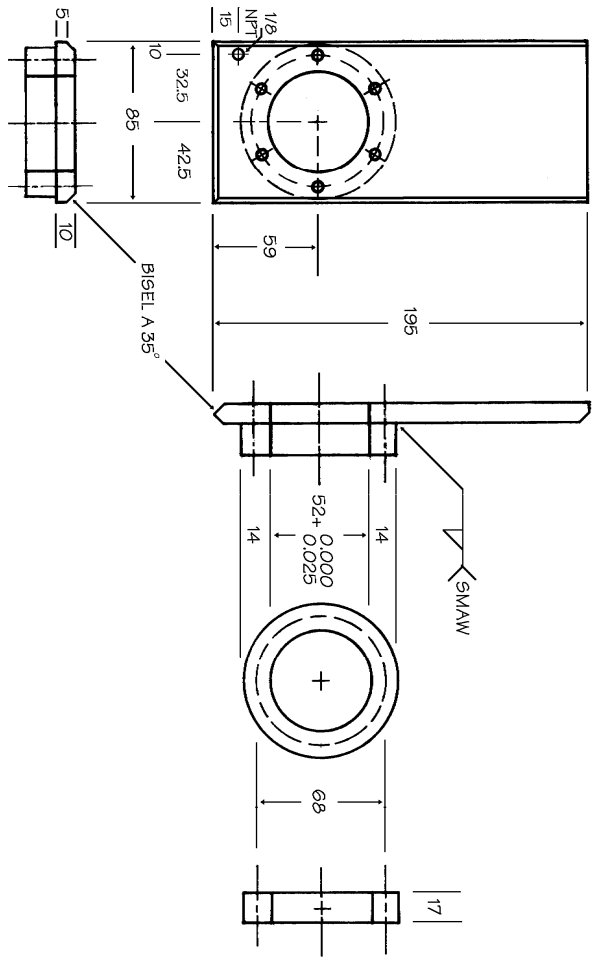


Figura 54. Estructura superior e inferior de la caja



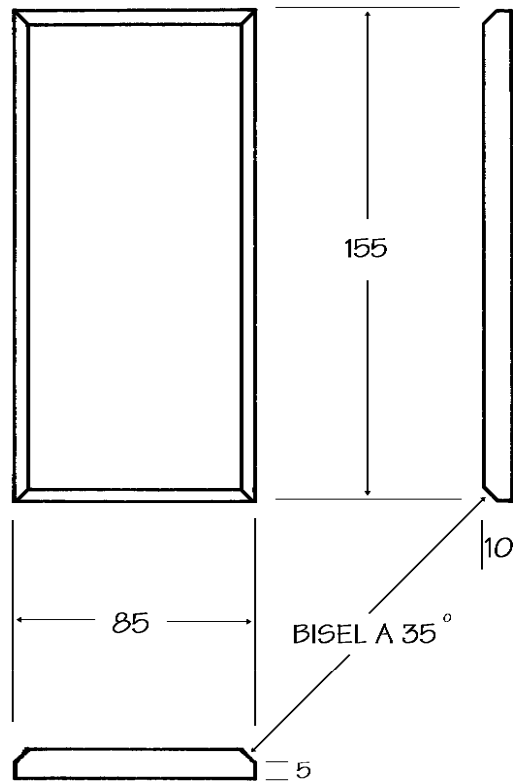


Figura 55. Soportes estructura de la caja



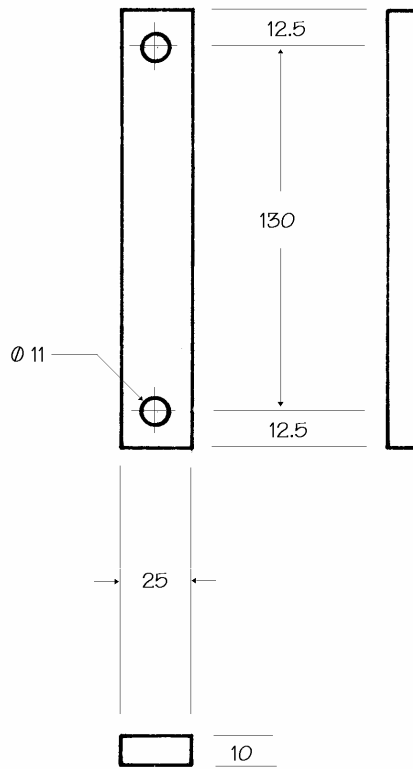


Figura 56. Brida de sujeción tornillo sinfín



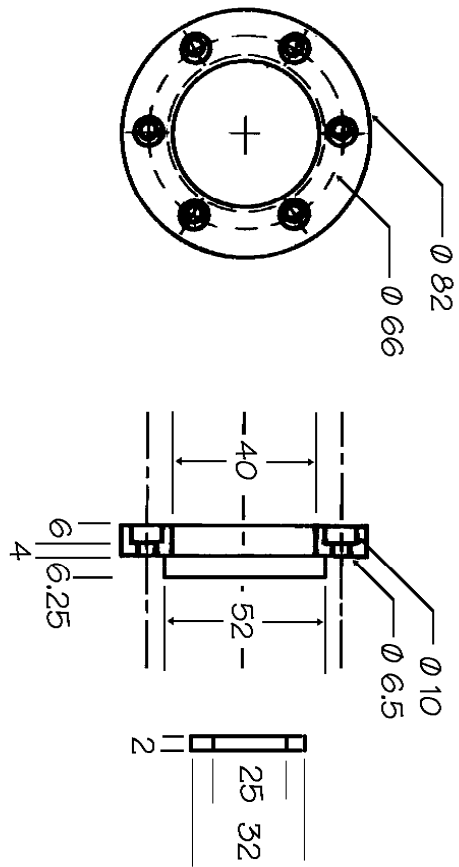
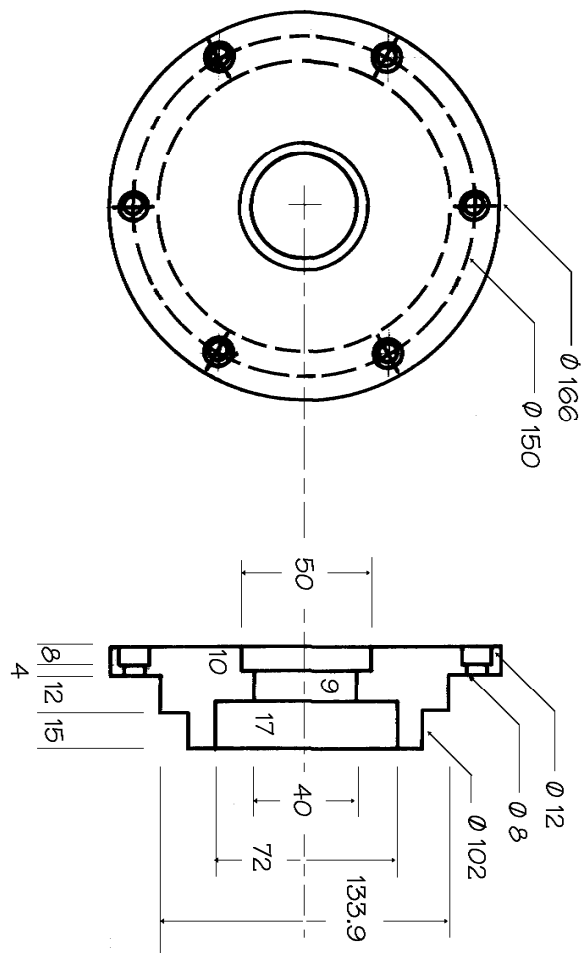


Figura 57. Brida de sujeción eje corona



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
FACULTAD DE INGENIERIA

ESCALA
1:3

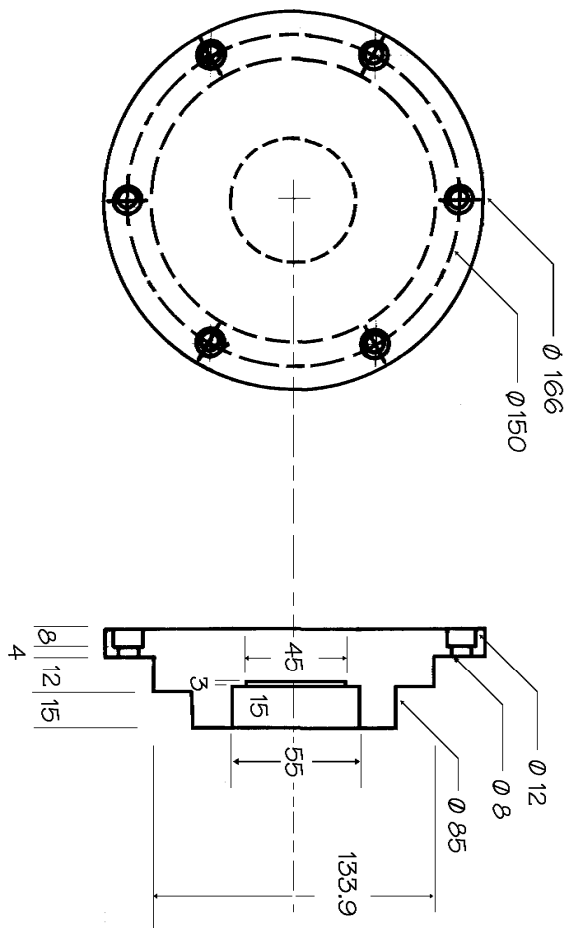
COTAS EN
MILIMETROS

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA
CAJA REDUCTORA DE 40:1

BRIDA DE SUJECIÓN
EJE CORONA

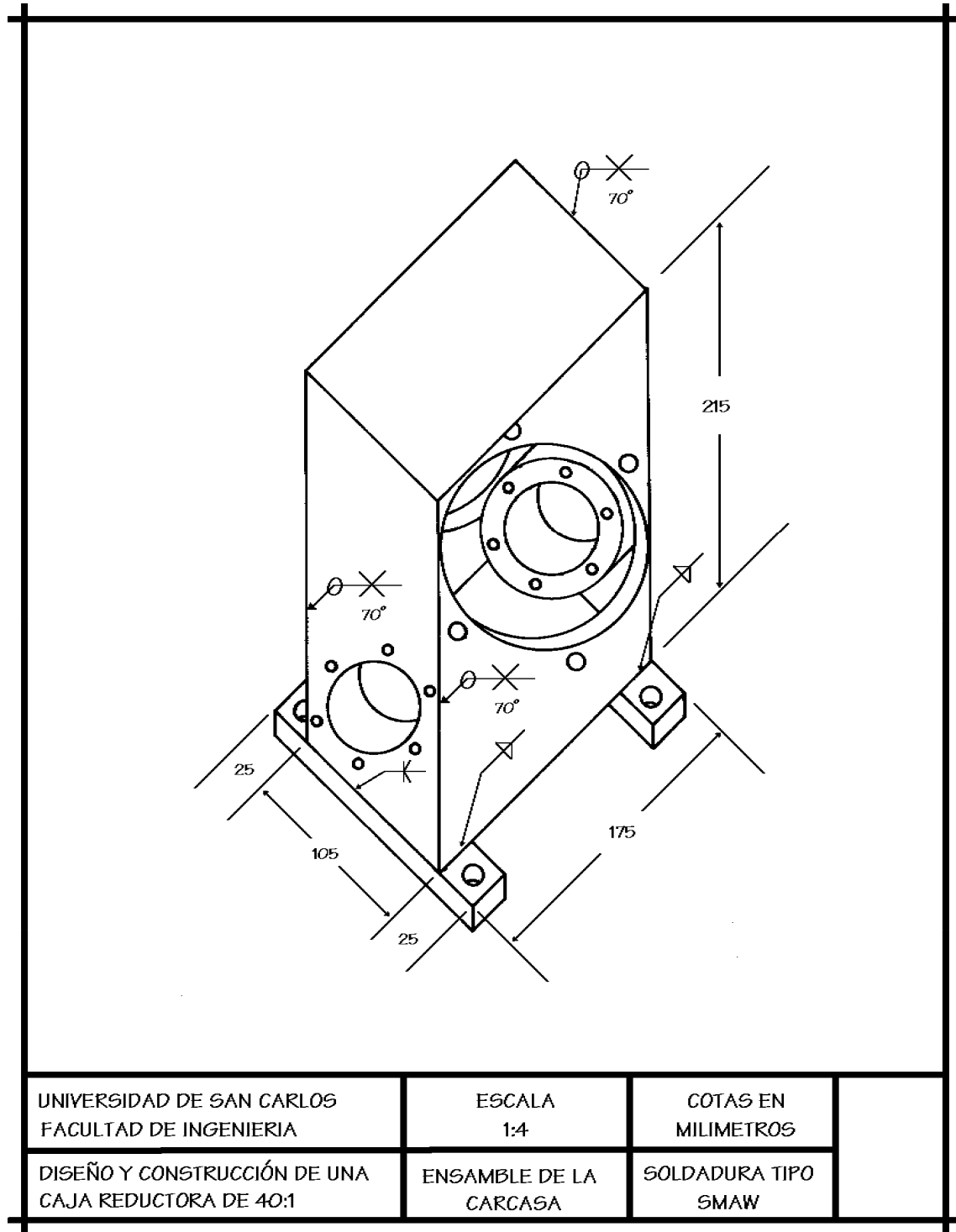
1 PIEZA

Figura 58. Brida de sujeción eje corona



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS FACULTAD DE INGENIERIA	ESCALA 1:3	COTAS EN MILIMETROS	
DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA CAJA REDUCTORA DE 40:1	BRIDA DE SUJECIÓN TORNILLO SINFIN	2 PIEZAS	

Figura 59. Ensamble de la carcasa



5. CONSTRUCCIÓN DE LA CAJA REDUCTORA

5.1. Ensamble de los elementos de la caja reductora

Ya mecanizadas todas las piezas de acuerdo a los planos procedemos a su ensamblaje para lo cual desarrollamos una serie de dibujos que muestran un despliegue de cada una de las piezas que conforman la caja reductora de velocidad y sobre los cuales nos basamos para su ensamblaje.

Primer paso: se procede al armado del eje de la corona dentada figura 61. En dicho eje se ensamblan las siguientes piezas en el siguiente orden, al eje (12), se le coloca la chaveta (14), luego con la ayuda de una prensa hidráulica se monta la corona dentada (17) en el eje (12), luego colocamos los espaciadores (15), y luego con la ayuda de una prensa hidráulica se colocan los conos de los cojinetes cónicos (16) y (18).

Segundo paso: armado del tornillo sinfín figura 62. Al tornillo sinfín (20), se le montan los espaciadores (21), y luego con la ayuda de una prensa hidráulica se montan los conos de los cojinetes cónicos (22).

Tercer paso: colocación de las cunas de los cojinetes cónicos figura 61. A las bridas figura 60. A la brida (6), se le coloca la cuna (16), y a la brida (3), la cuna (18), a esta brida también se le coloca el retenedor (4), a las bridas (9), se les colocan los retenedores (11).

Cuarto paso: se monta el tornillo sinfín pre-ensamblado en la caja y

posteriormente se montan sus respectivas cunas (22) en los alojamientos de la caja y las bridas (9), que ya tienen montados los retenedores (11), se montan junto con los empaque (7) haciendo uso de los tornillos (10).

Quinto paso: se monta el eje de la corona sinfín pre-ensamblado dentro de la caja engranando ya con el tornillo y luego se montan las bridas (6) y (3) con sus respectivos empaques por medio de los tornillos (5).

Sexto paso: colocamos los dos tapones de desagüe (8), y luego se llena la caja con aceite hasta que este rebalse en los agujeros roscados que controlan el nivel de aceite y luego se colocan sus respectivos tapones (8).

Figura 60. Carcasa y sus componentes

Despliegue de las piezas de la caja reductora

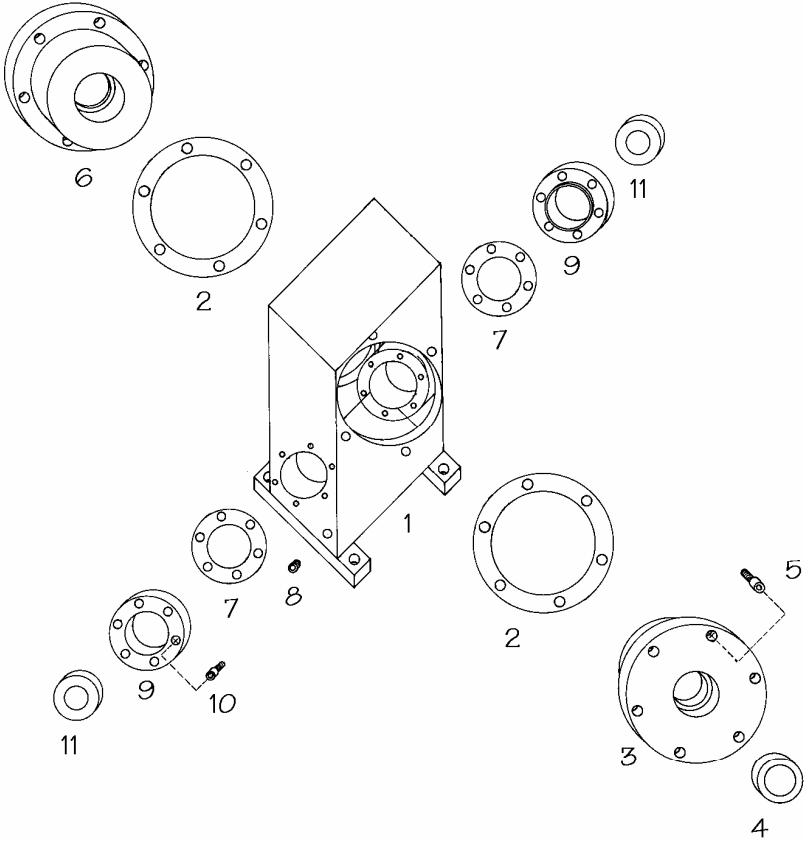


Figura 61. Eje corona dentada y sus componentes

Despliegue de las piezas de la caja reductora

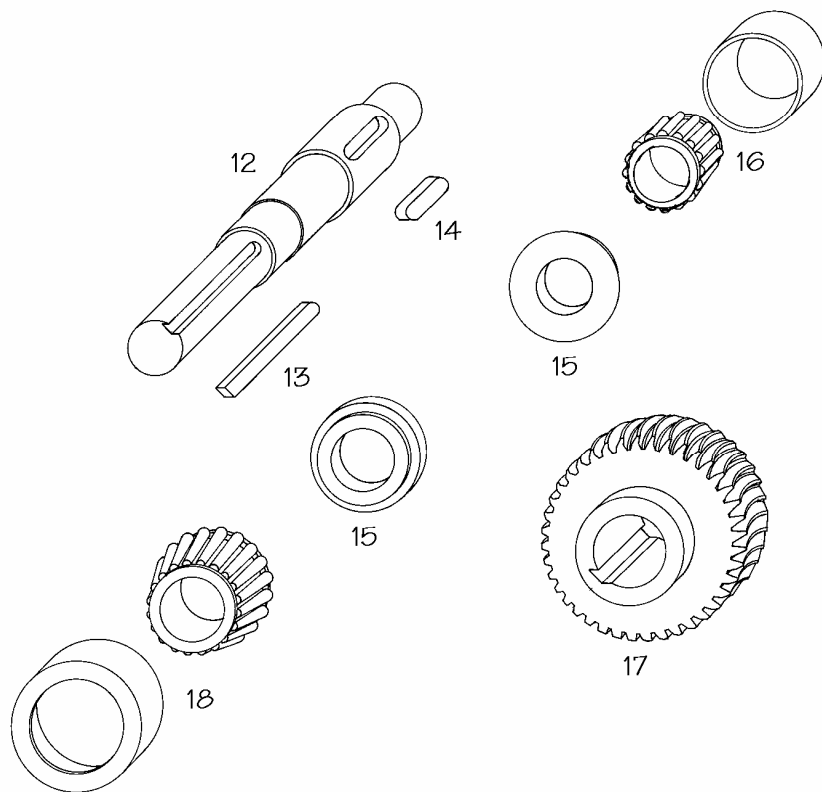
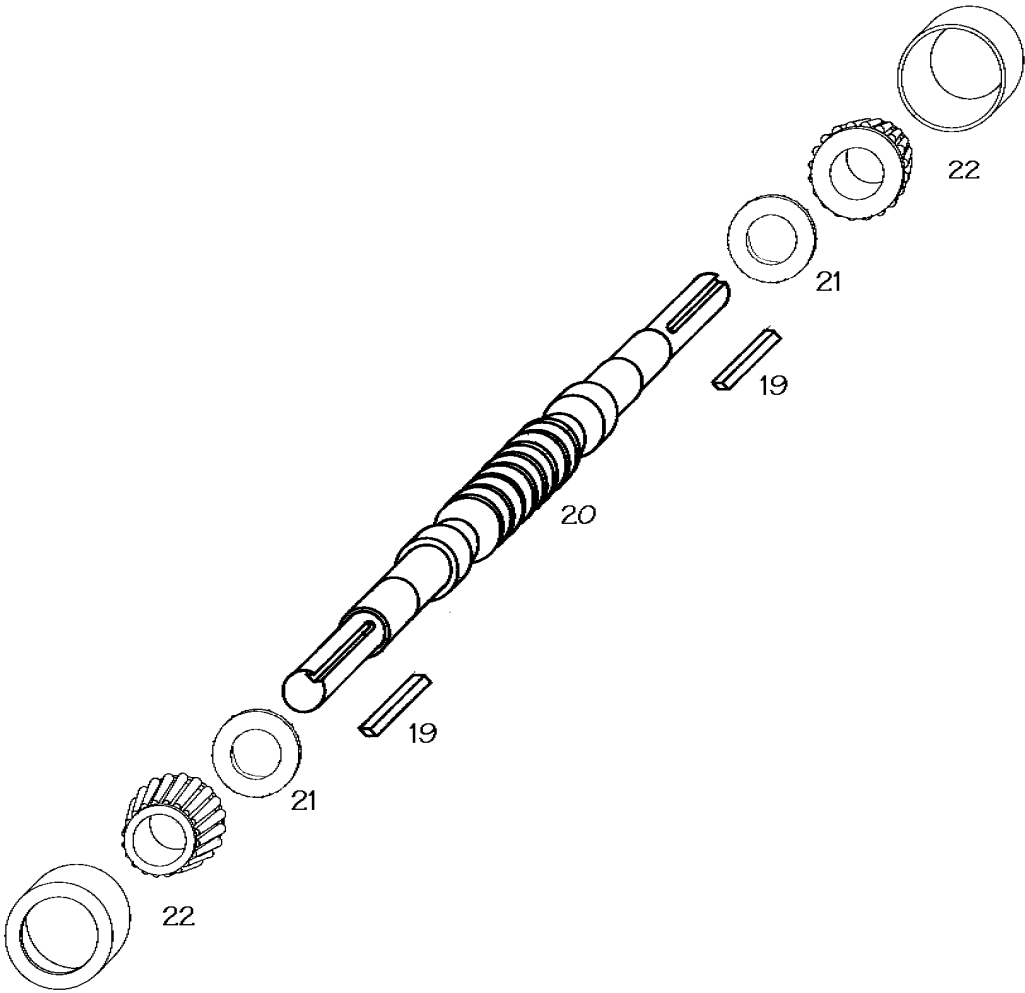


Figura 62. Tornillo sinfín y sus componentes

Despliegue de las piezas de la caja reductora



Continuación

**DESCRIPCIÓN DE LAS PIEZAS QUE CONFORMAN LA
CAJA REDUCTORA**

NÚMERO	CANTIDAD	DESCRIPCIÓN
1	1	Carcasa.
2	2	Empaque.
3	1	Brida con salida, eje corona sinfín.
4	1	Retenedor, 34x50x10 (mm).
5	12	Tornillo allen, 8x15 P 1.25 (mm).
6	1	Brida sin salida, eje corona
7	2	Empaque.
8	4	Tapon allen, 1/8 NPT.
9	2	Brida con salida, tornillo sinfín.
10	12	tornillo allen, 6 x15 P 1.0 (mm).
11	2	Retenedor, 24x40x10 (mm).
12	1	Eje corona sinfín.
13	1	Chaveta cuadrada, 8x65 (mm).
14	1	Chaveta cuadrada, 10x30 (mm).
15	2	Espaciador.
16	1	Juego de cuna y cojinete cónicos 32006 30x55x17 (mm).
17	1	Corona dentada.
18	1	Juego de cuna y cojinete cónicos 30207 35x72x18.25 (mm).
19	2	Chaveta cuadrada, 5x40 (mm).
20	1	Eje tornillo sinfín.
Continuación		
21	2	Roldana espaciadora tornillo sinfín.

5.2. Prueba de funcionamiento

La caja reductora fue fabricada y ensamblada de acuerdo a lo estipulado en el desarrollo de este trabajo y fue puesta en funcionamiento cumpliendo con todas las expectativas para las cuales fue diseñada.

5.3. Lubricación y mantenimiento

5.3.1. Lubricación

El aceite recomendado para el uso en este tipo de cajas, puede ser un aceite que cumpla con las normas S.A.E. con una viscosidad de grado 80 ó 90.

5.3.2. Mantenimiento

Revisar semanalmente en la búsqueda de fugas.

Se recomienda que la caja reductora tenga un mantenimiento preventivo cada 200 horas de trabajo o cada 6 meses, el cual consiste en un cambio de aceite y chequeo de fugas en los retenedores, haciendo las reparaciones respectivas.

Se recomienda también un chequeo general de la caja cada 500 horas de trabajo lo cual consiste en desarmarla para revisar el estado de la corona dentada, tornillo sinfín, cojinetes y cambio de retenedores y hacer las reparaciones

respectivas.

CONCLUSIONES

1. Los mecanismos reductores de velocidad de corona dentada y tornillo

sinfín, tienen las cualidades de ofrecer amplios rangos de reducción en la velocidad de giro, aumento de torque en la salida, relación de reducción constante, útil en aquellos casos en que se desea conservar la sincronía de un ciclo y requieren de poco mantenimiento.

2. Al calcular mecanismos de corona dentada y tornillo sinfín, el cálculo de la resistencia del mecanismo es directamente sobre la corona dentada, por estar ésta tallada por lo regular en bronce o hierro fundido y el tornillo en acero, ésta fue la razón por la cual al tornillo sinfín no se le analizó su resistencia a las condiciones de carga.
3. La potencia a absorber por el mecanismo reductor es proporcional al número de revoluciones y esto se debe a que la resistencia del mecanismo reductor se basa principalmente al esfuerzo de flexión al que son sometidos los dientes de la corona; puesto que a menor velocidad habrá mas carga y fricción para una misma potencia y viceversa.
4. El tornillo sinfín en los mecanismos reductores no puede trabajar a un número muy elevado de revoluciones puesto que aunque la carga sea mínima, la lubricación se vuelve crítica a consecuencia de la velocidad periférica del tornillo sinfín, lo cual podría generar un desgaste prematuro en la corona del engrane.
5. En el diseño del mecanismo reductor en varias ocasiones hubo que condicionar el cálculo y el diseño de los elementos del mecanismo por el uso de elementos de máquinas ya existentes en el mercado, tales como cojinetes, retenedores, tornillos, etc. Para lo cual queda a criterio del

proyectista y de sus experiencias anteriores con mecanismos similares la decisión a tomar.

RECOMENDACIONES

1. El ingeniero al diseñar elementos de máquinas debe hacer un análisis del mecanismo y seccionarlo de acorde a la forma en que va a calcular cada uno de sus elementos. En los diferentes libros de diseño de elementos

de máquinas, el ingeniero o diseñador podrá encontrar la suficiente teoría para el cálculo de los diferentes elementos del mecanismo y posteriormente combinarlos entre si.

2. Siempre al diseñar un mecanismo de este tipo o de cualquier otro, es indispensable realizar una serie de planos, de preferencia a escala natural, si es posible, puesto que estos ayudan a evitar incongruencias en el diseño y a darle al diseñador una idea más clara de cómo quedará su proyecto ya finalizado.
3. Al diseñar un mecanismo de cualquier tipo, el Ingeniero deberá tener conocimiento de los diferentes procesos de manufactura que necesitará el proyecto para su elaboración y de esta manera poder asesorar en la fabricación del mismo.
4. Siempre para el buen funcionamiento de un mecanismo reductor de engrane y tornillo sinfín, es indispensable cumplir con las recomendaciones para el mantenimiento del mismo.

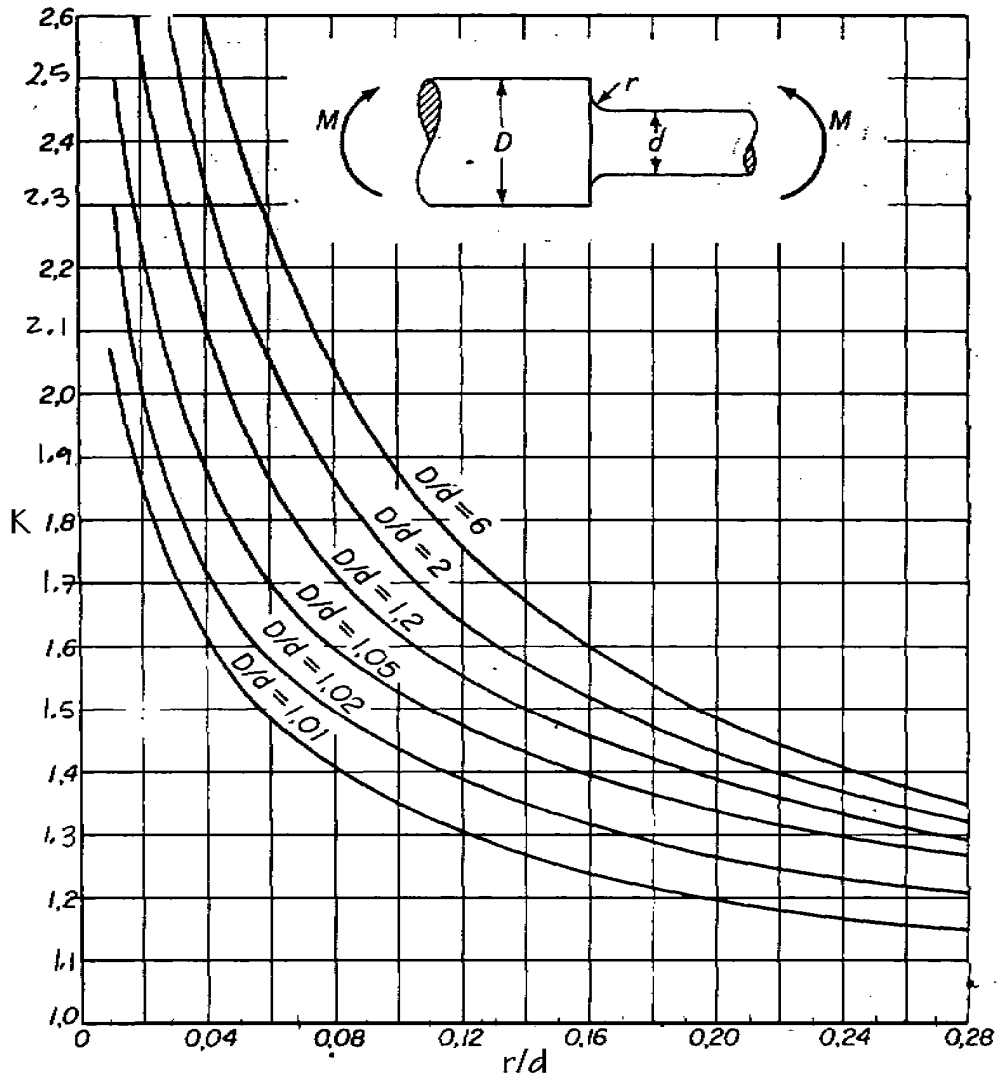
BIBLIOGRAFÍA

1. Shigley, Joseph Edward. **Diseño en ingeniería mecánica.** 2^a ed. México: Editorial McGraw-Hill, 1979. 785pp.
2. Norton, Robert L. **Diseño de Maquinaria.** 1^a ed. Mexico: Editorial McGraw-Hill, 1995. 794pp.

3. Spotts, M.F. **Diseño de elementos de maquinas.** 4^a ed. Barcelona: Editorial Reverté, 1982. 683pp.
4. Clifor, Oliver. **Manual de operaciones con Máquinas-Herramienta.** 1^a ED. México: Editorial Limusa, 1988. 269pp.
5. Kibbe, Richard R y otros. **Manual de máquinas Herramientas.** 1^a ed. México: Editorial Limusa Noriega, 1990. 562pp.

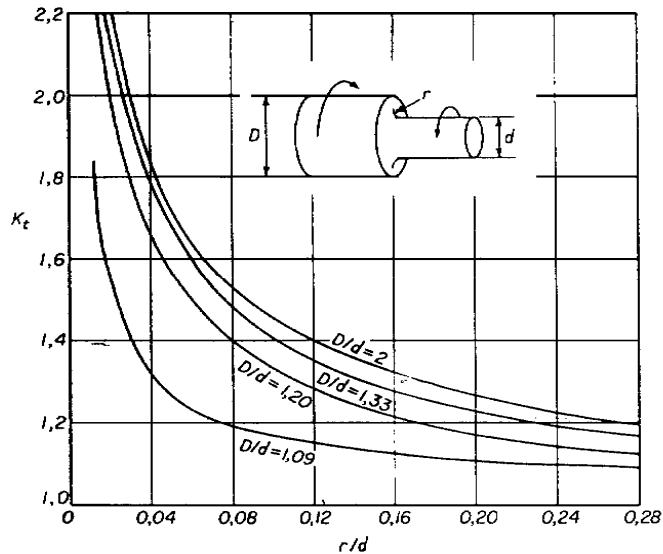
ANEXOS

Figura 63. Coeficiente de concentración de tensión K para diferentes valores del radio r para barra redonda en flexión al aplicar la tensión en la sección del diámetro d .



Fuente: M.F. Spotts, Diseño de elementos de maquinas, p. 87

Figura 64. Coeficientes de concentración de tensiones K_t para ejes circulares de dos diámetros al aplicar el esfuerzo cortante en la sección de diámetro d .



Fuente: M.F. Spotts, Diseño de elementos de maquinas, p. 142

Tabla XI. Coeficientes de concentración de tensiones de fatiga respecto al módulo de la sección del área completa para ejes con chaveteros y cargados por flexión

Acero	Resistencia a tracción, kg/cm ²	Tensión de fluencia, (Def. plástica 0,2 %)	Para tensiones de flexión con inversión de sentido	Al cromo-níquel con tratamiento termico		Medio al carbono normalizado	
				Limite de fatiga, kg/cm ²	Coefficiente de concentración de tensiones K	Limite de fatiga, kg/cm ²	Coefficiente de concentración de tensiones K
Cromo-níquel (Aprox. SAE 3140)	7 245	4 900	Sin chavetero, probeta normal en cuña	4 060		2 590	
			Chavetero de extremos en patín	2 520	1,61	1 960	1,32
Medio al carbono (Aprox. SAE 1045)	5 600	3 150	Chavetero de extremos perfilados	1 960	2,07	1 610	1,61
			Orificio transvers, de 6,35 mm			850	3,06

Fuente: M.F. Spotts, Diseño de elementos de maquinas, p. 144

Tabla XII. Valores de orientación para f_L y valores usuales en el cálculo

Dimensionado

Valores de orientación para f_L y valores usuales en el cálculo

Lugar de aplicación	Valor de f_L que debe alcanzarse	Valores usuales de cálculo
Accionamientos en maquinaria en general		
Engranajes universales	2...3	Potencia nominal; número de revoluciones nominal
Motores de accionamientos	2...3	Potencia nominal; número de revoluciones nominal
Grandes engranajes estacionarios	3...4,5	Potencia nominal; número de revoluciones nominal
Mecanismos de transporte y extracción		
Cintas transportadoras para extracción a cielo abierto, accionamiento	4,5...5,5	Potencia nominal; número de revoluciones nominal
Rodillos para cintas transportadoras para extracción a cielo abierto	4,3...4,6	Peso de la cinta y carga; número de revoluciones en servicio
Rodillos para cintas transportadoras en general	2,7...3,4	Peso de la cinta y carga; número de revoluciones en servicio
Tambores para cinta transportadora	3,8...4,5	Tiro de la cinta, peso de la cinta y carga; número de revoluciones en servicio
Excavadoras de rueda de paletas, accionamiento de marcha	2...3,5	Potencia nominal; número de revoluciones nominal
Excavadoras de rueda de paletas, rueda de paletas	4,5...6	Resistencia a la excavación, peso; número de revoluciones en servicio
Excavadoras de rueda de paletas, accionamiento de la rueda	4...5	Potencia nominal; número de revoluciones nominal
Poleas de extracción	4...4,5	Carga en el cable; número de revoluciones nominal según DIN 22410
Bombas, ventiladores, compresores		
Ventiladores, máquinas sopladoras	3...5,5	Empuje radial o axial, peso del rotor, masa desequilibrada Masa desequilibrada = peso del rotor · f_x ; número de revoluciones nominal Factor $f_x = 0,5$ para máquinas sopladoras de aire fresco $f_x = 0,8$ a 1 para máquinas sopladoras de humos Empuje axial, peso del rotor; número de revoluciones nominal
Bombas centrífugas	3...4,5	
Máquinas hidráulicas de émbolo axiales y radiales	1...2,5	Presión nominal; número de revoluciones nominal
Bombas de ruedas dentadas	1...2,5	Presión en servicio; número de revoluciones nominal
Compresores	2...3,5	Presión en servicio, fuerzas másicas; número de revoluciones nominal
Centrifugadoras, batidoras		
Centrifugadoras	2,5...3	Peso, masa desequilibrada; número de revoluciones nominal
Grandes batidoras	3,5...4	Peso, fuerza de accionamiento; número de revoluciones nominal
Machacadoras, molinos, cribas y similares		
Machacadoras de mandíbulas	3...3,5	Potencia de accionamiento, radio de excéntrica; número de revoluciones nominal
Machacadoras giratorias, machacadoras de cilindros	3...3,5	Fuerza de triturado; número de revoluciones nominal
Desintegradores de martillos	3,5...4,5	Peso del rotor · f_x ; número de revoluciones nominal; $f_x = 2$ a 2,5

Fuente: Kugelfischer Georg Schafer & Co. Programa estándar FAG, catalogo 41500 SA, p. 182.

Tabla XIII. Características de los rodamientos FAG de rodillos cónicos

Eje	Dimensiones								Capacidades de carga · Factores					Núm. límite de revoluciones		Denominación abreviada	Peso _{aprox.}
	d	D	B	C	T	r	r ₁	a	dínám. C	e	Y	estát. C ₀	Y ₀	Grasa	Aceite		
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	kN	mm	mm	kN	mm	min ⁻¹	min ⁻¹		
15	15	35	11	10	11,75	1	0,3	8	10,8	0,46	1,3	7,1	0,7	12000	17000	30202	0,056
	15	42	13	11	14,25	1,5	0,5	10	19,6	0,29	2,1	12,9	1,1	10000	15000	30302A	0,103
17	17	40	12	11	13,25	1,5	0,5	10	17	0,35	1,7	11,8	0,9	10000	15000	30203A	0,083
	17	47	14	12	15,25	1,5	0,5	10	24	0,29	2,1	16	1,1	9000	13000	30303A	0,139
	17	47	19	16	20,25	1,5	0,5	12	31	0,29	2,1	22,4	1,1	9000	13000	32303A	0,188
20	20	47	14	12	15,25	1,5	0,5	11	24	0,35	1,7	17,3	0,9	8500	12000	30204A	0,133
	20	52	15	13	16,25	2	0,8	11	29	0,3	2	20,4	1,1	8000	11000	30304A	0,181
	20	52	21	16	22,25	2	0,8	14	39	0,3	2	30	1,1	8000	11000	32304A	0,255
25	25	47	15	11,5	15	1	0,3	12	22,8	0,43	1,4	19	0,8	8000	11000	32005X	0,12
	25	52	15	13	16,25	1,5	0,5	13	27,5	0,37	1,6	20,4	0,9	7500	10000	30205A	0,163
	25	52	18	15	19,25	1,5	0,5	13	27,5	0,33	1,6	20,8	1	7500	10000	32205	0,187
	25	52	22	18	22	1,5	0,5	14	41,5	0,35	1,7	34	0,9	7500	10000	32305	0,236
	25	62	17	15	18,25	2	0,8	13	40	0,3	2	28	1,1	6700	9000	30305A	0,286
	25	62	17	13	18,25	2	0,8	20	32,5	0,83	0,7	23,2	0,4	6300	8500	31305A	0,284
25	62	24	20	25,25	2	0,8	16	54	0,3	2	41,5	1,1	6700	9000	32305A	0,401	
28	28	52	16	12	16	1,5	0,5	13	29	0,43	1,4	23,2	0,8	7000	9500	320/28X	0,153
30	30	55	17	13	17	1,5	0,5	14	32,5	0,43	1,4	26,5	0,8	6700	9000	32006X	0,18
	30	62	16	14	17,25	1,5	0,5	14	37,5	0,37	1,6	28,5	0,9	6300	8500	30206A	0,249
	30	62	20	17	21,25	1,5	0,5	16	45,5	0,37	1,6	35,5	0,9	6300	8500	32206A	0,31
	30	62	25	19,5	25	1,5	0,5	16	56	0,34	1,8	45,5	1	6000	8000	32306	0,373
	30	72	19	16	20,75	2	0,8	15	51	0,31	1,9	37,5	1,1	5600	7500	30306A	0,426
30	30	72	19	14	20,75	2	0,8	24	40	0,83	0,7	28,5	0,4	5300	7000	31306A	0,416
	30	72	27	23	28,75	2	0,8	18	69,5	0,31	1,9	55	1,1	5600	7500	32306A	0,608
	35	62	18	14	18	1,5	0,5	16	34	0,42	1,4	28	0,8	6000	8000	32007X	0,23
35	35	72	17	15	18,25	2	0,8	15	45,5	0,37	1,6	34	0,9	5300	7000	30207A	0,354
	35	72	23	19	24,25	2	0,8	18	60	0,37	1,6	49	0,9	5300	7000	32207A	0,476
	35	72	28	22	28	2	0,8	18	73,5	0,35	1,7	62	0,9	5300	7000	32307	0,569
	35	80	21	18	22,75	2,5	0,8	16	64	0,31	1,9	47,5	1,1	5000	6700	30307A	0,569
	35	80	21	15	22,75	2,5	0,8	26	52	0,83	0,7	38	0,4	4800	6300	31307A	0,558
	35	80	31	25	32,75	2,5	0,8	20	86,5	0,31	1,9	69,5	1,1	5000	6700	32307A	0,825
40	40	80	31	25	32,75	2,5	0,8	25	83	0,35	1,1	69,5	0,6	4800	6300	32307B	0,859
	40	68	19	14,5	19	1,5	0,5	15	45,5	0,38	1,6	39	0,9	5300	7000	32008XA	0,287
	40	80	18	16	19,75	2	0,8	17	53	0,37	1,6	39	0,9	4800	6300	30208A	0,454
	40	80	23	19	24,75	2	0,8	19	68	0,37	1,6	55	0,9	4800	6300	32208A	0,578
	40	80	32	25	32	2	0,8	21	90	0,36	1,7	78	0,9	4500	6000	32208	0,784
	40	90	23	20	25,25	2,5	0,8	20	80	0,35	1,7	62	0,9	4300	5800	30308A	0,802
	40	90	23	17	25,25	2,5	0,8	30	85,5	0,83	0,7	50	0,4	4000	5300	31308A	0,783
40	90	33	27	35,25	2,5	0,8	23	104	0,35	1,7	88	0,9	4300	5800	32308A	1,13	
45	45	75	20	15,5	20	1,5	0,5	17	51	0,39	1,5	46,5	0,8	4800	6300	32009XA	0,364
	45	80	26	20,5	26	2	0,8	19	71	0,38	1,6	65,5	0,9	4500	6000	33109	0,579
	45	85	19	16	20,75	2	0,8	18	60	0,4	1,5	48	0,8	4300	5800	30209A	0,52
	45	85	23	19	24,75	2	0,8	20	89,5	0,4	1,5	58,5	0,8	4300	5800	32209A	0,623
	45	85	32	25	32	2	0,8	22	91,5	0,39	1,5	83	0,8	4300	5800	33209	0,85

Fuente: Kugelfischer Georg Schafer & Co. Programa estándar FAG, catalogo 41500 SA, p. 186,187.

Tabla XIV. Propiedades típicas de algunas aleaciones a base de cobre.
Todas las resistencias de fluencia corresponden al método del 0.5% de desplazamiento

Número UNS	Nombre de la aleación	Forma	Revenido	Resistencia	Resistencia	Elongación	Dureza
				de fluencia MPa	a la tensión MPa	en 50 mm %	Rockwell H _R
C17000	Berilio	Varilla	Duro	515	790	5	98B
		Varilla	Suave	170	415	50	77B
		Lámina	Duro	1000	1240	2	—
C21000	Latón de dorar	Lámina	Duro	345	385	5	64B
		Lámina	Suave	70	235	45	46F
C22000	Bronce comercial	Lámina	Suave	370	420	5	70B
		Lámina	Suave	70	255	45	53F
		Varilla	Duro	380	415	20	60B
		Varilla	Suave	70	275	50	55F
C23000	Latón rojo	Lámina	Duro	395	480	5	77B
		Lámina	Suave	85	275	47	59F
		Varilla	Duro	360	395	23	75B
		Varilla	Suave	70	275	55	55F
C26000	Latón para cartuchos	Lámina	Duro	435	525	8	82B
		Lámina	Suave	105	325	62	64F
		Varilla	Duro	360	480	30	80B
		Varilla	Suave	110	330	65	65F
C27000	Latón amarillo	Lámina	Duro	415	510	8	80B
		Lámina	Suave	105	325	62	64F
		Varilla	Duro	310	415	25	80B
		Varilla	Suave	110	330	65	65F
C28000	Metal Muntz	Lámina	Duro	415	550	10	85B
		Lámina	Suave	145	370	45	80F
		Varilla	Duro	380	515	20	80B
		Varilla	Suave	145	370	50	80F
		Tubo	Duro	380	510	10	80B
		Tubo	Suave	160	385	50	82F
C33000	Latón de bajo plomo	Tubo	Duro	415	515	7	80B
		Tubo	Suave	105	325	60	64F
C33200	Latón de alto plomo	Lámina	Duro	415	510	7	80B
		Lámina	Suave	115	340	52	68F
C46200	Latón naval	Lámina	Duro	480	620	5	90B
		Varilla	Duro	365	515	20	82B
		Tubo	Duro	455	605	18	95B

Fuente: Joseph E. Shigley, Diseño en ingeniería mecánica, p. 541.

Tabla XV. Diámetros mínimos recomendados de las poleas para motores eléctricos de uso general, en centímetros

<i>Motor hp</i>	<i>Motor rpm</i>					
	575	690	870	1 160	1 750	3 450
1/2			5,59			
3/4			6,10	5,59		
1	7,62	6,35	6,10	6,10	5,59	
1 1/2	7,62	7,62	6,10	6,10	6,10	5,59
2	9,65	7,62	7,62	6,10	6,10	6,10
3	11,43	9,65	7,62	7,62	6,10	6,10
5	11,43	11,43	9,65	7,62	7,62	6,10
7 1/2	13,21	11,43	11,18	9,65	7,62	7,62
10	15,24	13,21	11,18	11,18	9,65	7,62
15	17,27	15,24	13,21	11,18	11,18	9,65
20	20,83	17,27	15,24	13,21	11,18	11,18
25	22,86	20,83	17,27	15,24	13,21	11,18
30	25,40	22,86	17,27	17,27	15,24	
40	25,40	25,40	20,83	17,27	17,27	
50	27,94	25,40	21,34	20,83	17,27	

Fuente: M.F. Spotts, Diseño de elementos de maquinas, p. 275

Tabla XVI. Especificaciones acerca del acero VCN

V 155	AISI : - 4340 H DIN : 34 Cr Ni Mo 6 W N°: 1.65 B2																																																									
VCN																																																										
Tipo de aleación: C 0.34 Si 0.30 Mn 0.50 Cr 1.5 Ni 1.5 Mo 0.2 % Color de identificación: Verde Estado de suministro: Bonificado 800 - 1300 N/mm ² Largos standard de Stock 3.5 - 5 metros																																																										
<p>Acero especial de bonificación al cromo-níquel-molibdeno altamente resistente a la tracción, a la torsión, y a cambios de flexión. Insensible al sobrecalentamiento en el forjado y libre de propensión a fragilidad de revenido. Por su estado de suministro permite en la mayoría de los casos su aplicación sin necesidad de tratamiento térmico adicional.</p>																																																										
<p>APLICACIONES: Partes de maquinaria y repuestos de mayores dimensiones, sometidas a muy altos esfuerzos dinámicos y otras altas exigencias mecánicas. Cigüeñales, ejes de leva, árboles de transmisión, barras de torsión, ejes cardán, ejes de bombas, ejes para hélice de aviones, pernos y tuercas de alta tensión, rodillos de transportadora, vástagos y pines, muñones; brazos de dirección, ciertos engranajes, discos de embrague, etc.</p>																																																										
<p>INSTRUCCIONES PARA EL TRATAMIENTO</p> <p>Forjado: 1050 - 850 °C Recocido: 650 - 700 °C Enfriamiento lento en el horno Temple: al aceite 830 - 860 °C Revenido: 540 - 680 °C Normalizado: 850 - 880 °C Nitrurar: 580 °C</p>																																																										
	<p style="text-align: center;">Temperatura de revenido en °C</p>																																																									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: left;">Resistencia en estado recocido</th> <th colspan="7">CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS EN ESTADO BONIFICADO</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">máx. N/mm²</th> <th rowspan="2">Dureza Brinell máx.</th> <th colspan="2">Diámetro mm.</th> <th rowspan="2">Límite de fluencia min. N/mm²</th> <th rowspan="2">Resistencia a la tracción N/mm²</th> <th rowspan="2">Elongación (Lo=5d) % mín.</th> <th rowspan="2">Estricción % mín.</th> <th rowspan="2">Resiliencia según DVM JOULE (Kpm/cm²)</th> </tr> <tr> <th>desde</th> <th>hasta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="5" style="text-align: center;">800</td> <td rowspan="5" style="text-align: center;">246</td> <td>16</td> <td>16</td> <td>960</td> <td>1180 - 1380</td> <td>9</td> <td>40</td> <td>41(6)</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>40</td> <td>885</td> <td>1080 - 1280</td> <td>10</td> <td>45</td> <td>48(7)</td> </tr> <tr> <td>100</td> <td>100</td> <td>785</td> <td>980 - 1180</td> <td>11</td> <td>50</td> <td>48(7)</td> </tr> <tr> <td>160</td> <td>160</td> <td>665</td> <td>880 - 1080</td> <td>12</td> <td>55</td> <td>48(7)</td> </tr> <tr> <td>250</td> <td>250</td> <td>590</td> <td>780 - 930</td> <td>13</td> <td>55</td> <td>48(7)</td> </tr> </tbody> </table>		Resistencia en estado recocido		CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS EN ESTADO BONIFICADO							máx. N/mm ²	Dureza Brinell máx.	Diámetro mm.		Límite de fluencia min. N/mm ²	Resistencia a la tracción N/mm ²	Elongación (Lo=5d) % mín.	Estricción % mín.	Resiliencia según DVM JOULE (Kpm/cm ²)	desde	hasta	800	246	16	16	960	1180 - 1380	9	40	41(6)	40	40	885	1080 - 1280	10	45	48(7)	100	100	785	980 - 1180	11	50	48(7)	160	160	665	880 - 1080	12	55	48(7)	250	250	590	780 - 930	13	55	48(7)
Resistencia en estado recocido		CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS EN ESTADO BONIFICADO																																																								
máx. N/mm ²	Dureza Brinell máx.	Diámetro mm.		Límite de fluencia min. N/mm ²	Resistencia a la tracción N/mm ²	Elongación (Lo=5d) % mín.	Estricción % mín.	Resiliencia según DVM JOULE (Kpm/cm ²)																																																		
		desde	hasta																																																							
800	246	16	16	960	1180 - 1380	9	40	41(6)																																																		
		40	40	885	1080 - 1280	10	45	48(7)																																																		
		100	100	785	980 - 1180	11	50	48(7)																																																		
		160	160	665	880 - 1080	12	55	48(7)																																																		
		250	250	590	780 - 930	13	55	48(7)																																																		
<p>RECOMENDACIONES PARA EL TORNEADO CON PASTILLAS SOLDADAS</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Estado</th> <th>Prof. de corte m.m.</th> <th>Avance mm/Rev.</th> <th>Calidad BOHLERIT</th> <th>α°</th> <th>Velocidad de corte m/min.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">Bonificado</td> <td>1 a 4</td> <td>0.2 a 0.4</td> <td>SB 10 EB 10</td> <td>+</td> <td>210 a 100</td> </tr> <tr> <td>4 a 8</td> <td>0.3 a 0.6</td> <td>SB 30 EB 20</td> <td>±</td> <td>130 a 65</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">Templado</td> <td>1 a 4</td> <td>0.2 a 0.4</td> <td>SB 20 EB 20</td> <td>±</td> <td>100 a 60</td> </tr> <tr> <td>4 a 8</td> <td>0.3 a 0.6</td> <td>SB 30 EB 20</td> <td>±</td> <td>70 a 40</td> </tr> </tbody> </table> <p><small>Soldaduras; no se recomienda soldar este acero por su muy alta sensibilidad a la influencia del calor.</small></p>		Estado	Prof. de corte m.m.	Avance mm/Rev.	Calidad BOHLERIT	α°	Velocidad de corte m/min.	Bonificado	1 a 4	0.2 a 0.4	SB 10 EB 10	+	210 a 100	4 a 8	0.3 a 0.6	SB 30 EB 20	±	130 a 65	Templado	1 a 4	0.2 a 0.4	SB 20 EB 20	±	100 a 60	4 a 8	0.3 a 0.6	SB 30 EB 20	±	70 a 40																													
Estado	Prof. de corte m.m.	Avance mm/Rev.	Calidad BOHLERIT	α°	Velocidad de corte m/min.																																																					
Bonificado	1 a 4	0.2 a 0.4	SB 10 EB 10	+	210 a 100																																																					
	4 a 8	0.3 a 0.6	SB 30 EB 20	±	130 a 65																																																					
Templado	1 a 4	0.2 a 0.4	SB 20 EB 20	±	100 a 60																																																					
	4 a 8	0.3 a 0.6	SB 30 EB 20	±	70 a 40																																																					

Fuente: Manual de aceros especiales Bohler, p. 15

Tabla XVII. Factor de velocidad f_n para rodamientos de rodillos

▼ Valores f_n para rodamientos de rodillos

n min ⁻¹	f_n	n min ⁻¹	f_n	n min ⁻¹	f_n	n min ⁻¹	f_n	n min ⁻¹	f_n
10	1,44	55	0,861	340	0,498	1800	0,302	9500	0,183
11	1,39	60	0,838	360	0,49	1900	0,297	10000	0,181
12	1,36	65	0,818	380	0,482	2000	0,293	11000	0,176
13	1,33	70	0,8	400	0,475	2200	0,285	12000	0,171
14	1,3	75	0,784	420	0,468	2400	0,277	13000	0,167
15	1,27	80	0,769	440	0,461	2600	0,271	14000	0,163
16	1,25	85	0,755	460	0,455	2800	0,265	15000	0,16
17	1,22	90	0,742	480	0,449	3000	0,259	16000	0,157
18	1,2	95	0,73	500	0,444	3200	0,254	17000	0,154
19	1,18	100	0,719	550	0,431	3400	0,25	18000	0,151
20	1,17	110	0,699	600	0,42	3600	0,245	19000	0,149
22	1,13	120	0,681	650	0,41	3800	0,242	20000	0,147
24	1,1	130	0,665	700	0,401	4000	0,238	22000	0,143
26	1,08	140	0,65	750	0,393	4200	0,234	24000	0,139
28	1,05	150	0,637	800	0,385	4400	0,231	26000	0,136
30	1,03	160	0,625	850	0,378	4600	0,228	28000	0,133
32	1,01	170	0,613	900	0,372	4800	0,225	30000	0,13
34	0,994	180	0,603	950	0,366	5000	0,222	32000	0,127
36	0,977	190	0,593	1000	0,36	5500	0,216	34000	0,125
38	0,961	200	0,584	1100	0,35	6000	0,211	36000	0,123
40	0,947	220	0,568	1200	0,341	6500	0,206	38000	0,121
42	0,933	240	0,553	1300	0,333	7000	0,201	40000	0,119
44	0,92	260	0,54	1400	0,326	7500	0,197	42000	0,117
46	0,908	280	0,528	1500	0,319	8000	0,193	44000	0,116
48	0,896	300	0,517	1600	0,313	8500	0,19	46000	0,114
50	0,885	320	0,507	1700	0,307	9000	0,186	50000	0,111

Fuente: **Kugelfischer Georg Schafer & Co.** Programa estándar FAG, catalogo 41500 SA, p. 13.