



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Estudios de Postgrado

DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO

Ing. Julio Cesar Escobar Zeceña

Asesorado por el MSc. Erick Flores Aldana

Guatemala, noviembre de 2014

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO

TRABAJO ESPECIAL DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA DIRECCIÓN DE LA ESCUELA DE ESTUDIOS DE
POSTGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA Y A LA COORDINACIÓN
DE LA MAESTRÍA EN ESTRUCTURAS POR

ING. JULIO CESAR ESCOBAR ZECEÑA

ASESORADO POR EL MSC. ERICK FLORES ALDANA

AL CONFERÍRSELE EL POSTGRADO DE

MAESTRO EN ESTRUCTURAS

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2014

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
VOCAL II	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Narda Lucía Pacay Barrientos
VOCAL V	Br. Walter Rafael Véliz Muñoz
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración el trabajo de investigación titulado:

DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Estudios de Postgrado, con fecha de agosto de 2014.



Ing. Julio Cesar Escobar Zeceña



Facultad de Ingeniería
Escuela de Estudios
De Postgrado
Teléfono 2418-9142

Como Coordinador de la Maestría en Estructuras y revisor del Trabajo de Tesis titulado **“DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO”**, presentado por el Ingeniero Civil **Julio César Escobar Zeceña**, apruebo y recomiendo la autorización del mismo.

“ID Y ENSEÑAD A TODOS”



MSc. Ing. Armando Fuentes Roca
Coordinador de Maestría
Escuela de Estudios de Postgrado

Guatemala, Diciembre de 2014.

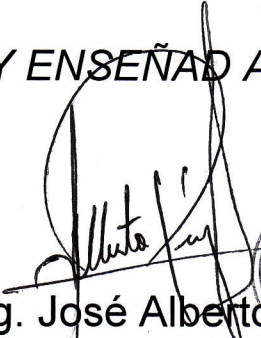
Cc: archivo
/la



Facultad de Ingeniería
Escuela de Estudios
De Postgrado
Teléfono 2418-9142

Como Revisor de la Maestría en Estructuras del Trabajo de Tesis titulado **“DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO”**. Presentado por el Ingeniero Civil **Julio César Escobar Zeceña**, apruebo el presente y recomiendo la autorización del mismo.

“ID Y ENSEÑAD A TODOS”


MSc. Ing. José Alberto Pérez Zarco
Revisor
Escuela de Estudios de Postgrado



Guatemala, Diciembre de 2014.

Cc: archivo
/la



Facultad de Ingeniería
Escuela de Estudios
De Postgrado
Teléfono 2418-9142

La Directora de la Escuela de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer el dictamen y dar el visto bueno del revisor y la aprobación del área de Lingüística del trabajo de graduación titulado **“DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO”** presentado por el Ingeniero Civil **Julio César Escobar Zeceña** apruebo el presente y recomiendo la autorización del mismo.

“ID Y ENSEÑAD A TODOS”

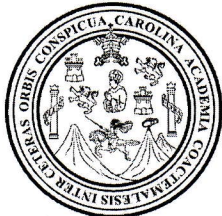
A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Mayra', written over the printed name of the director.



Dra. Mayra Virginia Castillo Montes
Directora
Escuela de Estudios de Postgrado

Guatemala, Diciembre de 2014.

Cc: archivo
/la



Facultad de Ingeniería
Decanato
Teléfono 2418-9142

Ref. APT-2014-021

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Postgrado, al Trabajo de Tesis de la Maestría en Estructuras titulado: **“DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO”**, presentado por el Ingeniero Civil **Julio César Escobar Zeceña**, procede a la autorización para la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.


MSc. Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
DECANO

Guatemala, diciembre de 2014.

ACTO QUE DEDICO A:

Dios	Por ser fortaleza e iluminación de mi vida
Mis padres	Por el amor fraternal que nos une y su constante apoyo.
Mi esposa	Ana Cecilia Alarcón, por su motivación, soporte, constante apoyo e infaltable sacrificio, durante mi proceso de formación.
Mis hijos	Pablo Antonio y María José, por ser mi aliento y motivación, y sacrificar su tiempo durante mi aprendizaje.
Ingenio Magdalena	Empresa que me abrió las puertas hacia este nuevo campo de la ingeniería dándome soporte en todo el proceso.
Dome Technology	Porque a través de su equipo y experiencia hicieron de este proyecto una fuente de conocimiento.
SOILTEC	Por poner a mi disposición la información necesaria para satisfacer mis inquietudes.

**Mis amigos y
compañeros**

Por su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS A:

- Ing. Erik Flores Aldana** Por guiar mi proceso tanto de formación profesional como su valiosa asesoría en el presente trabajo de investigación.
- Ing. César Augusto Vásquez Estrada** Por permitirme recorrer este camino de aprendizaje con su constante apoyo y colaboración desinteresada.
- Familia Leal** Por darme la oportunidad de alcanzar el desarrollo en esta profesión.
- Universidad de San Carlos de Guatemala** En especial a la Facultad de Ingeniería y Escuela de Postgrado. Por ser mis centros de formación profesional.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	IX
LISTA DE SÍMBOLOS	XV
GLOSARIO	XIX
ANTECEDENTES.....	XXV
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	XXXVII
JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	XXXIX
PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	XLI
OBJETIVOS.....	XLIII
HIPÓTESIS.....	XLIV
ALCANCE DEL TEMA	XLV
INTRODUCCIÓN	XLVII
1. CAPÍTULO 1: TEORÍA DE LAS MEMBRANAS	1
1.1. Naturaleza de los esfuerzos de los domos	9
1.2. Análisis de domos esféricos	12
1.2.1. Caso 1: carga uniformemente distribuida	12
1.2.2. Caso 2: carga concentrada en la corona del domo.....	19
2. CAPÍTULO 2: DETERMINACIÓN DE CARGAS	21
2.1. Cargas aplicables	21
2.2. Carga muerta.....	21
2.3. Carga viva	24
2.4. Carga sísmica.....	26
2.4.1. Determinación de parámetros R , Ω_o y C_d	28

2.4.2.	Integración de la carga sísmica utilizando AGIES y ASCE7-10.....	29
2.4.3.	Parámetros de aceleración espectral de diseño.....	31
2.5.	Carga de viento.....	34
2.5.1.	Clasificación de la construcción	36
2.5.2.	Cálculo de presión (carga) de viento por AGIES....	45
2.5.3.	Presión directa positiva	46
2.5.4.	Presión negativa.....	46
2.6.	Carga lateral.....	48
2.7.	Carga por cambio de temperatura.....	53
2.7.1.	Cálculo de correcciones para las fuerzas aplicadas	55
2.8.	Carga por lluvia	58
3.	CAPÍTULO 3: CÓDIGOS DE APLICACIÓN.....	59
3.1.	ACI 334.1 R-92 Estructuras de concreto tipo cáscara.....	59
3.1.1.	Definiciones.....	60
3.1.1.1.	Cáscaras delgadas.....	60
3.1.1.1.1.	Miembros auxiliares	60
3.1.2.	Análisis elástico.....	61
3.1.3.	Pandeo	61
3.1.4.	Dosificación	62
3.1.4.1.	Esfuerzos permisibles y factores de carga	62
3.1.4.2.	Espesor de cáscara.....	62
3.1.4.3.	Refuerzo de la cáscara	62
3.2.	ACI 313 - 97 Práctica estándar para el diseño y construcción de silos de hormigón y tubos apilables para el almacenamiento de materiales granulares.....	64

3.3.	Comentarios sobre ACI 313-97	73
3.4.	Código Internacional de Construcción 2009-IBC 2009-.....	75
3.4.1.	Sección 1509 Provisiones	75
3.4.2.	Sección 1913 Concreto Lanzado.....	80
3.5.	Requisitos de diseño sísmico para estructuras distintas a edificios.....	83
3.5.1.	(15.7) Tanques y recipientes (ASCE7, 2010)	83
3.5.2.	(15.7.2) Base de diseño.....	84
3.5.3.	(15.7.3) Resistencia y ductilidad	85
3.5.4.	(15.7.7.3) Concreto reforzado y preesforzado	86
3.5.5.	(15.7.9) Tanques para almacenamiento de materiales granulares	87
3.5.6.	(15.7.9.2) Determinación de la fuerza lateral.....	88
3.5.7.	(15.7.9.3) Distribución de la fuerza a la cáscara y cimiento.....	88
3.5.8.	(15.7.10.7.2) Periodo de la estructura	89
3.5.9.	Determinación de factores R , Ω_0 y C_d	89
4.	CAPÍTULO 4: GEOMETRÍA DE LOS DOMOS	91
4.1.	Tipos de cáscaras	92
4.2.	Resumen de la teoría lineal de cáscaras.....	93
4.3.	Mecanismo de distribución de carga de las cáscaras	96
4.4.	Ecuaciones para superficies de revolución.....	97
4.5.	Pandeo de cáscaras esféricas.....	99
5.	CAPÍTULO 5: ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO	103
5.1.	Análisis de domos esféricos de concreto PCA	103
5.2.	Derivaciones para domos esféricos.....	105

5.3.	Empuje meridional y fuerzas anulares	107
5.3.1.	Ejemplo 1: análisis de domo esférico PCA.....	111
5.3.2.	Ejemplo 2: análisis de domo esférico PCA.....	115
5.4.	Análisis de domos esféricos de concreto con SAP2000	119
5.5.	Análisis de domo esférico por elementos finitos asistido de plataforma Excel	121
5.5.1.	Determinación de la matriz local del elemento	123
5.5.2.	Determinación de la matriz constitutiva	124
5.5.3.	Determinación de matriz de rigidez	124
5.5.4.	Asignación de nodos a matrices.....	126
5.5.5.	Estructuración de matriz global	126
5.5.6.	Determinación de cargas externas.....	130
5.5.7.	Determinación de matriz reducida	131
5.5.8.	Determinación de matriz inversa de la reducida $K_{reducida}^{-1}$	134
5.6.	Cuadro comparativo de resultados bajo los tres métodos de análisis	138
5.6.1.	Comentarios y discusión de resultados.....	139
6.	CAPÍTULO 6: DISEÑO ESTRUCTURAL DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO	143
6.1.	Diseño de domo con SAP2000	146
6.1.1.	Datos y determinación de cargas	146
6.1.2.	Determinación de carga viva	146
6.1.3.	Determinación de carga de viento	147
6.1.4.	Determinación de carga de sismo	148
6.1.5.	Determinación de carga lateral.....	149
6.1.6.	Crear modelo.....	150
6.1.7.	Definición de cargas.....	151

6.1.8.	Análisis dinámico	154
6.1.9.	Diseño estructural.....	156
6.1.10.	Validación de corte basal estático <i>versus</i> corte basal dinámico.....	158
6.2.	Diseño de domo por resistencia	159
6.2.1.	Diseño de techo tipo domo	159
6.2.2.	Determinación de cargas.....	159
6.2.3.	Cálculo del esfuerzo anular	160
6.2.4.	Esfuerzo meridional.....	160
6.2.5.	Diseño de viga tipo anillo.....	161
6.2.6.	Diseño de pared h = 15.5 m	162
6.2.7.	Diseño de pared h = 10.67 m	166
6.2.8.	Diseño de pared h = 6.096 m	170
6.2.9.	Diseño de pared h = 1.50 m	174
6.2.10.	Cuadros de resumen de diseño.....	178
6.2.11.	Diseño de viga anular de concreto reforzado (cimiento).....	179
6.3.	Ejemplos de diseño	185
6.3.1.	Ejemplo No. 1. Diseño de techo tipo domo.....	185
6.3.2.	Ejemplo No. 2. Diseño de techo tipo domo con linterna.....	187
6.3.3.	Ejemplo No. 3. Diseño de domo con toldo.....	191
7.	CAPÍTULO 7: PLANOS Y DETALLES ESTRUCTURALES	195
7.1.	Planos y detalles estructurales	195
7.2.	Planta de ubicación de columnas para mejoramiento del suelo.....	196
7.3.	Sección transversal de domo con carga distribuida y columnas Geopier®.....	197

7.4.	Detalle de viga anular.....	198
7.5.	Sección de cimientto de domo de concreto.....	199
7.6.	Planta y elevación de domo	200
7.7.	Sección transversal de domo con tornillo de descarga Laidig®.....	201
7.8.	Isométrico de ápex de domo con aperturas para tubería	202
7.9.	Planta y sección de losa en ápex.....	204
7.10.	Detalle de armado de domo	205
7.11.	Detalle de armado altura 26 m	206
7.12.	Anclaje de formaleta inflable/viga anular.....	206
7.13.	Anclaje y refuerzo de losa en ápex	207
8.	CAPÍTULO 8: PROCESO CONSTRUCTIVO DE DOMO DE CONCRETO REFORZADO	209
8.1.	(1.3) Historia.....	209
8.2.	(1.5) Definiciones	209
8.3.	(2.1) Cimientos.....	212
8.4.	(2.2) Concreto	213
8.5.	(2.3) Condiciones de suelo.....	213
8.6.	(2.4) Material de refuerzo	216
8.7.	(2.5) Colocación del refuerzo	217
8.8.	(2.6) Colocación de anclajes	218
8.9.	(2.7) Colocación del concreto.....	219
8.10.	(2.8) Dovelas del cimientto.....	220
8.11.	(2.9) Prevención de levantado	221
8.12.	(3) Formaleta inflable	221
8.12.1.	(3.2) Material de formaleta y fabricación	222
8.12.2.	(3.2.1) Figura.....	222
8.12.3.	(3.2.2) Tamaño.....	222

8.12.4.	(3.2.3) Tejido.....	222
8.12.5.	(3.3) Disposición en campo	223
8.12.6.	(3.4) Protección de formaleta.....	224
8.13.	(3.5) Estiramiento inicial	227
8.14.	(3.6) Inflado	229
8.15.	(3.7) Tolerancias de construcción.....	231
8.16.	(3.8.2) Monitoreo de la presión de aire	232
8.17.	(3.9) Prevención de colapso	232
8.18.	(3.12) Espuma de poliuretano	233
8.18.1.	(3.13) Preparación	233
8.18.2.	(3.14) Aplicación de espuma	234
8.19.	(3.15) Peligros en la construcción	236
8.20.	(4.1) Concreto lanzado en el domo	236
8.21.	(4.2) Material de refuerzo	238
8.22.	(4.3) Espaciamiento libre entre barras.....	238
8.23.	(4.4) Empalmes	238
8.24.	(4.5) Recubrimiento	240
8.25.	(4.6) Malla preliminar de refuerzo <i>_Premat_</i>	240
8.26.	(4.7) Refuerzo del cascarón	241
8.27.	(4.17) Curado	243
8.28.	(4.20) Terminación	244
8.29.	Obras complementarias.....	245
9.	DISCUSIÓN DE ALCANCE DE OBJETIVOS E HIPÓTESIS	251
	CONCLUSIONES	255
	RECOMENDACIONES.....	259
	BIBLIOGRAFÍA.....	261
	ANEXOS.....	265

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Esfuerzos meridionales y anulares de una cúpula o domo	XXXII
2.	Elemento de cascarón con fuerzas y momentos resultantes	1
3.	Desplazamientos en el elemento de cascarón	4
4.	Condiciones de apoyo del cascarón.....	6
5.	Vista externa de domo	10
6.	Sección de domo	10
7.	Plantilla del anillo	11
8.	Elemento sometido a fuerzas de compresión y tensión	11
9.	Sección de domo bajo cargas	13
10.	Sección de domo esférico	13
11.	Carga concentrada en corona de domo	19
12.	Datos de geometría de domo.....	22
13.	Distribución de carga viva	24
14.	Zonificación sísmica para la República de Guatemala.....	30
15.	Construcción con techo tipo domo de 100 pies de diámetro.....	36
16.	Mapa de velocidad básica del viento para Guatemala (km/h).....	40
17.	Domo rígidamente soportado.....	54
18.	Elementos para el cálculo de presiones en silos.....	68
19.	Determinación de K_t	74
20.	Tensión axial y flexión con pequeña excentricidad	75
21.	Segmento de cáscara con superficie media.....	93
22.	Componentes del empuje meridional	105
23.	Segmento de un domo circular	108

24.	Segmento de un anillo circular.....	109
25.	Fuerzas aplicadas a segmento de domo	110
26.	Modelo de domo con asignación de cargas en SAP 2000.....	120
27.	Modelo de domo con resultado de análisis estructural, esfuerzos en psi	120
28.	Discretización de domo.....	122
29.	Determinación de cargas externas	130
30.	Determinación de matriz reducida	131
31.	Ubicación de puntos de análisis de domo.....	138
32.	Resultados de análisis en domo	139
33.	Construcción de espectros de diseño o de demanda según AGIES NSE 2-41	148
34.	Sección de domo con variables para carga lateral	149
35.	Modelo de domo creado en SAP2000	150
36.	Altura de producto almacenado 33.30 m. para EH	151
37.	Coeficientes de presión externa para domos con base circular.....	152
38.	Asignación de cargas de viento en SAP2000	153
39.	Asignación de espectro de respuesta a domo con SAP2000	154
40.	Diagrama de esfuerzos debido a presión lateral Shell/ Stress.....	155
41.	Acero de refuerzo vertical por carga lateral EH	156
42.	<i>Stress diagram</i>	157
43.	Domo de 11 metros con toldo	191
44.	Canasta para desplazamiento de personal a la altura requerida.....	210
45.	Inflador (<i>inflator</i>): el ventilador o conjunto de soplado.....	211
46.	Viga Anular; fundición y acabado final	212
47.	Construcción de 1947 columnas de grava <u>Geopier</u> para mejoramiento del suelo.....	214
48.	Perfil estratigráfico del terreno de 0 a 5 metros	215

49.	Corte de capa vegetal 1 m de profundidad para sustituirse por relleno estructural.....	216
50.	Proceso de cubrimiento del refuerzo previo a extender la formaleta inflable	217
51.	Colocación de pernos de anclaje previo a fundición de viga anular ...	218
52.	Sujeción de formaleta inflable a viga anular.....	219
53.	a) Dovelas verticales; b) dovelas dobladas previo a ser cubiertas para el despliegue de formaleta	221
54.	Fundición de viga anular, relleno estructural & construcción de columnas GeoPier.....	224
55.	Protección de terreno y elementos que puedan dañar la formaleta inflable & despliegue de sur a norte	225
56.	Despliegue longitudinal de formaleta inflable	225
57.	Alineación de equipo pesado, previo a ingreso dentro de la formaleta sin concluir sujeción	226
58.	Ingreso de grúa, previo a sujeción final de formaleta.....	227
59.	Estiramiento de formaleta previo a su sujeción.....	228
60.	Sujeción de Formaleta	228
61.	Colocación de exclusiva para acceso de personal, previo a inflado	229
62.	Proceso de inflado y revisión de perímetro por posibles fugas	230
63.	Proceso de inflado de formaleta, expuesta a ráfagas de viento.....	231
64.	Formaleta inflable a un 85 % de su forma final	231
65.	Vista interior de formaleta en proceso de inflado	233
66.	Aplicación de espuma de poliuretano en el interior	234
67.	Equipo de seguridad para aplicación de espuma.....	235
68.	Sujetador de barras de refuerzo b) Distribución de sujetadores sobre superficie.....	235
69.	Aplicación de concreto lanzado.....	237
70.	Colocación de acero estructural.....	239

71.	Aplicación de concreto lanzado cerca de ápex.....	239
72.	Colocación de armadura preliminar _Premat_.....	241
73.	Área de puerta de acceso.....	242
74.	Soldadura de tierras físicas	243
75.	Vista aérea de domo.....	244
76.	Vista de domo con estructura metálica de caseta principal en su ápice	245
77.	Conductor de llenado.....	245
78.	Equipo de trabajo.....	246
79.	Construcción de túnel de descarga de producto almacenado	246
80.	Vista de ductos de aireación desde ápice.....	247
81.	Limpieza de superficie con agua, previo a aplicación de pintura	247
82.	Superficie interior con pintura grado alimenticio Hi solids catalyzed epoxy de Sherwin – Williams previa aplicación de primer Loxon XP ..	248
83.	Tornillo de descarga de producto almacenado	248
84.	Ubicación de 8 _blast doors_, secciones de menor espesor para situaciones de explosión por el producto almacenado.....	249
85.	Entrada a domo	249
86.	Primera descarga del producto a almacenar	250

TABLAS

I.	Procedimientos analíticos permitidos ASCE 7-10.....	27
II.	Coeficientes sísmicos para estructuras no similares a edificios	28
III.	Nivel de protección sísmica	29
IV.	Coeficiente de sitio Fa	31
V.	Coeficiente de sitio Fv.....	31
VI.	Clase de sitio	32
VII.	Categoría de diseño sísmico basado en periodo corto de respuesta ...	32

VIII.	Categoría de diseño sísmico basado en 1 segundo de respuesta	33
IX.	Coeficientes de exposición de presión de velocidad	41
X.	Factor Kd de direccionalidad	42
XI.	Factor de importancia para cargas de viento	43
XII.	Presión de velocidades (V = 70 mph)	44
XIII.	Presión de velocidades (V = 110 mph)	45
XIV.	Coeficiente de exposición	47
XV.	Coeficientes de presión Cq	47
XVI.	Presión de remanso de viento = q_s	48
XVII.	Coeficientes de Carpenters	50
XVIII.	Esfuerzos permisibles en el concreto	51
XIX.	Propiedades físicas de materiales granulares	72
XX.	Carga de servicio permisible para pernos de anclaje empotrados (lb)	80
XXI.	Coeficientes sísmicos para estructuras no similares a edificios	90
XXII.	Matriz local del elemento	123
XXIII.	Cuadro comparativo de los tres métodos	138
XXIV.	Corte basal estático <i>versus</i> corte basal dinámico	158
XXV.	Cálculo del esfuerzo anular	160
XXVI.	Diseño de viga tipo anillo	161
XXVII.	Coeficientes de Carpenters	162
XXVIII.	Determinación de factores F, K_1 y K_2 ; M_{max} y T_H	162
XXIX.	Cuadros de resumen de diseño	178
XXX.	Cálculo de esfuerzos en el domo	186
XXXI.	Esfuerzo meridional	188
XXXII.	Esfuerzo anular	189
XXXIII.	Cálculo de esfuerzo meridional sin carga viva	189
XXXIV.	Cálculo de esfuerzo anular sin carga viva	190

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
S_{DS}	Aceleración para estructuras de período corto
A_{sh}	Acero de refuerzo horizontal
A_{st}	Acero de refuerzo para tensión
Asd	Acero mínimo recomendable en muros
HI	Altura del producto almacenado
Θ	Ángulo barrido horizontal
φ	Ángulo barrido vertical desde el ápice
A	Área efectiva
Pnw	Carga axial
Vs	Carga de corte de servicio
Vt	Carga de corte permisible
Ps	Carga de tensión de servicio
Pt	Carga de tensión permisible
Y	Carga externa actuante
Z	Carga externa actuante
U	Carga última
λ	Coeficiente de desplazamiento por cambio de temperatura
α_c	Coeficiente de expansión térmica
Ce	Coeficiente de exposición
K_z	Coeficiente de exposición para presión por velocidad de viento

μ'	Coeficiente de fricción entre el producto almacenado y la pared
R	Coeficiente de modificación de respuesta
Cq	Coeficiente de presión
F_a	Coeficiente de sitio
F_v	Coeficiente de sitio
Cs	Coeficiente sísmico de respuesta
K1, K2	Coeficientes de Carpenters
HC	Compresión anular
V	Corte basal sísmico
b	Cuerda horizontal proyectada a una altura del domo
ϵ_φ	Deformación unitaria con respecto al ángulo φ
ϵ_Θ	Deformación unitaria con respecto al ángulo Θ
$\Delta\varphi$	Desplazamiento en angular
Δh	Desplazamiento en horizontal
v	Desplazamiento en la dirección de la tangente al mediano
w	Desplazamiento en la dirección normal a la superficie media
D	Diámetro
Δ_T	Diferencial de temperatura
d_Θ	Diferencial del ángulo Θ
d_φ	Diferencial del ángulo φ
d'	Dimensión del borde de elemento de concreto al centro del acero más cercano.
m	Dimensional de longitud metros
K_g	Dimensional de peso kilogramos
lb	Dimensional peso libra
T	Empuje meridional

σ_{cr}	Esfuerzo crítico
σ_c	Esfuerzo de compresión en la superficie del cascarón
σ_f	Esfuerzo de flexión en la superficie del cascarón
σ_H	Esfuerzo debido a fuerzas anulares
f_s	Esfuerzo del acero en condición de servicio
σ_s	Esfuerzo permisible a tensión en el concreto
d_A	Espesor de domo
$h o t$	Espesor del cascarón
C_d	Factor de amplificación de deflexión
I	Factor de importancia del edificio
ϕ	Factor de reducción de resistencia
Ω	Factor de sobreesfuerzo
K_{zt}	Factor de topografía para presión velocidad de viento
Z	Factor de zona sísmica
H	Fuerza anular (horizontal)
$Q\phi$	Fuerza de corte en relación al ángulo ϕ
$N\phi$	Fuerza resultante en dirección al ángulo ϕ
$N\Theta$	Fuerza resultante en dirección al ángulo Θ
I_o	Índice de sismicidad
kg/m^3	Kilogramo sobre metro cúbico
psf	Libras sobre pie cuadrado
E	Módulo de elasticidad
E_c	Módulo de elasticidad del concreto
$q o w$	Peso del cascarón por unidad de área
γ	Peso por unidad de volumen del producto almacenado
π	Pi 3.14159....
q_s	Presión de remanso
q_z	Presión por velocidad de viento

r1	Radio del cascarón
r2	Radio del cascarón
a	Radio del cascarón
R	Radio del domo
r_o	Radio horizontal desde eje vertical al elemento en análisis
v	Ratio de Poisson
f'_c	Resistencia a la compresión del concreto
f_y	Resistencia a la fluencia de acero
T_i	Temperatura final
T_o	Temperatura inicial
HT	Tensión anular
T_h	Tensión en pared debido a carga horizontal
K	Tipo de construcción para análisis sísmico
$\frac{d_v}{d_\phi}$	Variación del desplazamiento tangente al meridiano con respecto al diferencial del ángulo ϕ

GLOSARIO

Abruptos	Escarpado, con mucha pendiente o de difícil acceso.
Adheridos	Que se encuentran pegados o adjuntos.
Adyacente	Es un elemento que se sitúa a inmediación o próximo a otro.
Agrietamiento	Abertura o formación de grietas por pérdida de humedad u otras causas.
Anclaje	Procedimiento utilizado para fijar o anclar alguna estructura al suelo.
Andamios	Armazón provisional que facilita el traslado y soporte del personal, materiales y herramientas a una altura variable.
Ápice	Parte superior o más alta de una superficie.
Barlovento	Parte de donde viene el viento con respecto a un punto o lugar determinado.
Bombeo	Extraer o desplazar un líquido por medio de una bomba.

Cascarón	Son estructuras delgadas de concreto armado, que soportan esfuerzos directos o esfuerzos de membrana.
Cimiento	Parte sobre la que se asienta un edificio u otra construcción.
Componentes	Es aquello que forma parte de la composición de un elemento.
Contracción	Movimiento en el que se encoge o se estrecha una parte de un elemento reduciendo su tamaño.
Curvatura	Desviación continua uniforme con respecto a la línea recta.
Deformación	Alteración de la forma de un objeto.
Derivación	Es una medida de la rapidez con la que cambia el valor de una expresión o variable.
Desplazamiento radial	Variación de posición sobre una trayectoria curva.
Ductilidad	La propiedad de un metal que le permite ser deformado en forma permanente antes de la ruptura final.

Ecuación	Es una expresión que establece la relación del valor de una variable y algunas unidades conocidas.
Empalmes	Unión o enlace de dos elementos.
Equilibrio	Estado en el cual se encuentra un cuerpo cuando las fuerzas que actúan sobre él se compensan y anulan recíprocamente.
Escombros	Conjunto de desechos y materiales de construcción inservibles que resultan del derribo de un edificio o de una obra de albañilería.
Expansión	Ampliación o dilatación de algo para que ocupe más espacio.
Fisurado	Que posee al menos una abertura o corte profundo que no llega a dividirlo del todo.
Flexión	Consiste en doblarse o doblar uno de sus elementos.
Fluencia	Es el nivel de tensión a partir del cual el material elástico lineal se deforma plásticamente.
Formaleta	Armazón de madera u otro material que sirve de molde al concreto hasta que endurezca.
Fraguado	Proceso de endurecimiento y pérdida de plasticidad del concreto.

Granulares	Sustancia cuya masa forma granos o porciones menudas.
<i>In situ</i>	En el lugar.
Independiente	Que puede cambiar libremente su valor, sin que su valor se vea afectado por algún otro.
Inercia	Es la resistencia que opone la materia al modificar su estado de reposo o movimiento.
Pilotes	Tipo de cimentación profunda que utiliza su superficie de contacto con el terreno para distribuir las cargas que recibe en un rango aceptable.
Presión de remanso	Equivale a la presión remanente o suma de la presión estática y de la presión dinámica.
Proporción	Muestra el tamaño de la relación entre dos o más valores.
Punzonamiento	Es un esfuerzo producido por una carga localizada en una superficie pequeña de un elemento bidireccional de concreto, alrededor de su soporte.
Recopilación	Compendio o resumen de algo.
Recubrimiento	Distancia entre el borde del acero de refuerzo y la superficie del elemento de concreto.

Retardante	Que cumple la función de atrasar el proceso normal de algo.
Rigidez	Propiedad de firmeza y resistencia de un elemento.
Rugosidad	Aspereza de una superficie respecto a otra idealmente lisa.
Segmento	Parte del círculo comprendida entre un arco y su cuerda.
Serviciabilidad	Capacidad para brindar una superficie aceptable a los requerimientos del usuario.
Silo	Es una construcción diseñada para almacenar grano y otros materiales a granel.
Simplificar	Reducir una expresión o una ecuación a una forma más sencilla y equivalente a la inicial.
Sísmica	Relativo a un sismo o terremoto.
Soportados	Que se sostiene o utiliza un elemento de apoyo.
Sotavento	Sentido opuesto a donde sopla el viento.
Superficie de revolución	Extensión de un plano en dos dimensiones que se rota alrededor de una recta denominada «eje de revolución».

Sustitución	Cambio o reemplazo de un elemento por otro.
Tangente	Es una recta que toca a una curva en un punto dado.
Tolerancias	Valores permisibles en relación con una medida de referencia.
Tragaluces	Son ventanas situadas en el techo o la parte superior de una pared utilizadas para proporcionar luz.
Transversal	Que se cruza en dirección perpendicular con otra cosa.
Variables	Es una cantidad susceptible de tomar distintos valores numéricos dentro de un conjunto de números especificado.
Zunchos	Elemento de construcción utilizado para confinar el acero de refuerzo en secciones circulares.

ANTECEDENTES

El concepto de los domos de concreto reforzado, se definen como superficies de revolución desarrolladas sobre un eje, tiene su raíz en la construcción de la figura del arco en Mesopotamia o Egipto hace 6 000 años. El arco surge por la colocación de rocas una sobre otra encima de una formaleta curva. La piedra que intenta caer, empuja a las dos colindantes que contrarrestan su empuje. Si la forma es correcta y el espesor es suficiente, el empuje y el contra empuje se anularán entre sí y el arco permanece en equilibrio, no obstante las últimas piedras necesitarán apoyarse en algo que contrarreste el empuje, a este elemento se le conoce como estribo.

El empuje de los arcos se calcula con base en la teoría de las estructuras, esto es aplicando las leyes de mecánica y de resistencia de materiales. Este tipo de cálculo nace a finales del siglo XVII, se desarrolla durante el siglo XVIII y su empleo se generaliza a lo largo del siglo XIX. La figura del domo ha estado en el diseño y la arquitectura durante cientos de años (1800 a. C.). La mayoría de estructuras arquitectónicas importantes en el mundo, cuentan con domos, bóvedas o arcos. La forma del domo está basada en la geometría esférica y representa a uno de los elementos naturales de mejor desempeño: el cascarón.

El Panteón de Roma –construido en el año 27 a. C. y reconstruido entre el año 118 y 125 d. C.-; junto a la Basílica de Santa Sofía -construida entre los años 532 y 537- y otras catedrales góticas, son en resumen los mejores ejemplos de la construcción de mampostería. Son muy anteriores a este cálculo científico.

Carlos Fontana (1638 – 1714) fue uno de los arquitectos que aportó opinión como experto en la estabilidad de cúpulas en 1673 para la iglesia de Santa Margarita en Montefiascone en 1675, para la iglesia Santa María en Vallicella y finalmente en 1680 para San Pedro en Roma.

Philippe de la Hire uno de los fundadores de la teoría de las bóvedas afirmaba en 1712 que “los constructores emplean algunas reglas para hallar el espesor que se le debe dar a los elementos de las bóvedas. Pero como estas no están basadas en ninguna demostración geométrica, no se puede decir que estén demostradas”.

Los primeros estudios sobre la estabilidad de cúpulas existentes se realizan en el decenio de 1740, por encargo del papa Benedicto XIV, con ocasión de los daños observados en la cúpula de San Pedro en Roma. El primero de ellos fue realizado por tres matemáticos, Le Seur, Jacquier y Boscovich en los años 1742 y 1743, y sus conclusiones fueron recogidas en un informe publicado en ese último año. El segundo estudio fue realizado por Poleni en 1743 y publicado en 1748. Poleni, tras hacer un examen crítico de las teorías conocidas hasta la fecha sobre la estabilidad de las bóvedas, desecha el enfoque de los tres matemáticos y se decide por el empleo de la teoría de la catenaria, tal y como fue formulada por Gregory y recogida por Stirling.

El comportamiento del domo sigue la idea de usar la curvatura de una superficie delgada para establecer resistencia y estabilidad. El domo provee una estructura con características de alta redundancia, resistencia y flexibilidad. Por ejemplo, al aplicar una carga puntual a la superficie se obtiene una respuesta global que distribuye la carga en toda la superficie. Este comportamiento permite a la estructura del domo perder parte de su superficie y permanecer estable sin colapsar. El domo también provee abundante

volumen interior sin obstrucción de columnas ni restricciones. La figura del domo se autosoporta desde la periferia o borde. Esto implica que el domo es mejor utilizado en aplicaciones en alto, incluyendo techos, tragaluces, cerramientos de atrio y espacios de uso flexible. Los domos proveen un aislamiento acústico y térmico, también presentan un comportamiento aceptable ante eventos sísmicos.

En 1750 Perronet y Souffcot realizaron los primeros ensayos sistemáticos de materiales de mampostería, en 1774 Gauthey publica los primeros resultados. Estos ensayos se realizaron con probetas de forma cúbica, cuyo tamaño y forma influyen en la carga de rotura. (Huerta, 2004)

En la segunda mitad del siglo XVIII destacan los estudios teóricos realizados por Gauthey (1771 – 1798) y las experiencias sobre modelos de Rondelet (1802). Todos ellos se realizan en el contexto del debate sobre la estabilidad de la cúpula de Santa Genoveva en París. Gauthey aplica en su primera memoria el método de La Hire/Béldor, pero en la segunda utiliza por primera vez, aunque con algunos errores, el mecanismo de rotura de las cuatro barras al examen de la estabilidad de los gajos en que se dividiría la cúpula en el momento de la rotura.

En la primera mitad del siglo XIX aparecen las primeras contribuciones analíticas rigurosas. En 1823 Lamé y Clapeyron publican su memoria sobre la estabilidad de las bóvedas. Los métodos de elementos finitos siguen constreñidos por la camisa de fuerza de Navier (1826 supuestos teóricos para el análisis de cúpulas). Solo si el analista se libera de esta limitación, recuperando la tradición del cálculo por equilibrio, estará en condiciones de afrontar la difícil tarea de entender el funcionamiento de la mampostería. Las

ecuaciones prácticas para el análisis de membrana de cascaras de revolución fueron escritas por Rankine (1858) y se emplearon hasta principios del siglo XX.

Rankine (1858) fue el primero en escribir las ecuaciones de membrana para cúpulas de revolución de mampostería. El enfoque de Rankine sirvió para calcular los esfuerzos en este tipo de estructuras.

La aparición de la estática gráfica de la mano de Culmann (1866) cambia el panorama. Los métodos gráficos unidos al empleo sistemático del método de los cortes, permiten analizar cualquier bóveda, por complicada que sea. Wittman (1879) fue de los primeros en estudiar de esta forma el equilibrio de bóvedas de arista, y cúpulas simples y dobles. Planat (1887) aplicó el análisis gráfico a bóvedas y también a edificios; sus contribuciones, muy didácticas, tuvieron gran difusión entre arquitectos e ingenieros que, finalmente, encontraron un método sencillo para estudiar científicamente el equilibrio de las obras de mampostería.

El desarrollo final del domo de mampostería puede ser atribuido a la familia Guastavino, que perfeccionó una técnica tradicional española e italiana para la bóveda usando capas de tejas de cemento de fraguado rápido. Guastavino innovó con el uso de cemento Portland como mortero, en lugar de los morteros tradicionales de cal y yeso, lo que permitió utilizar barras de acero para contrarrestar las fuerzas de tensión. Guastavino construyó los domos de la basílica de San Lorenzo, en Asheville, Carolina del Norte y San Francisco de Sales Iglesia Católica Romana en Philadelphia, Pennsylvania. El domo sobre el crucero de la catedral de San Juan el Divino en Nueva York fue construido por el hijo en 1909. El domo como cáscara delgada se desarrolló aún más con la construcción de dos unidades en Jena, Alemania, en la década de 1920.

El interés teórico por los arcos de mampostería decreció en la misma medida en que este tipo estructural fue siendo sustituido por estructuras de hierro, acero u hormigón armado (1920). Se insiste en la imposibilidad de realizar ningún cálculo válido sin las ciencias de la mecánica y la resistencia de materiales. El ingeniero americano Parsons (1939), cuando escribe sobre los conocimientos estructurales de los arquitectos e ingenieros del renacimiento afirma: “no había medio para ensayar los materiales... (y) por consiguiente el proyectista no podía estimar la resistencia de los distintos elementos; tampoco disponía de una teoría que le permitiera calcular el esfuerzo que los elementos debían resistir. El profesor Heyman (1966) ha sistematizado las afirmaciones para incluir la teoría de las estructuras de mampostería dentro del análisis límite como sigue:

- La mampostería tiene una resistencia a compresión infinita
- La mampostería no tiene resistencia a tracción
- El fallo por deslizamiento es imposible

El Pabellón de EE.UU. en la Expo 67 en Montreal, Canadá fue cerrado por un domo de 76,5 metros de ancho y 60 de altura hecha de tubos de acero y paneles de acrílico. El cálculo correcto del espesor límite de una cúpula semiesférica fue realizado por Heyman en 1967, en el caso de la relación entre espesor y radio de la cúpula estableció el valor de 0,042 como aceptable. Las cúpulas presentan espesores límites mucho menores que los arcos y para semiángulos de apertura menores a 52° existe un estado de membrana a compresión, por lo que no precisa un espesor Heyman (1977). A partir del decenio de 1980, se empezaron a aplicar los programas de elementos finitos al estudio de arcos y bóvedas.

Delbecq en 1983 presentó una tabla moderna de las propiedades de las piedras, la característica más relevante es la elevada resistencia a compresión y la baja resistencia a tensión. Otra característica de la piedra es su carácter frágil; un material es frágil cuando la energía de fractura es baja. Con las tablas modernas surge el módulo de Young y el índice de rozamiento. En el siglo XX, domos de concreto reforzado con forma de "cáscara de huevo"; domos de concreto pretensado de arquitectos-ingenieros como Pier Luigi Nervi abrieron nuevos rumbos en el diseño de domos de concreto apoyados en su base por un anillo de borde.

El abaratamiento del cálculo y la creencia de haber encontrado, finalmente, un método universal aplicable a cualquier estructura, han extendido enormemente este tipo de análisis, desde el decenio de 1990 hasta la actualidad. El resultado de un largo cálculo de ordenador puede no ser relevante en absoluto para entender el funcionamiento de la estructura objeto de estudio. Es el enfoque del equilibrio, dentro del marco del teorema de la seguridad, el que proporciona el marco más adecuado para entender el funcionamiento de las estructuras de mampostería. El mecanismo resistente de las cúpulas tiene una particularidad que las hace superar ampliamente la capacidad estructural de los arcos. Cada meridiano se comporta como si fuera un arco funicular de las cargas aplicadas, es decir, resiste las cargas sin desarrollar tensiones de flexión para cualquier sistema de cargas.

La cúpula posee unos paralelos que restringen su desplazamiento lateral desarrollando tensiones en anillo y haciendo posible un comportamiento de membrana. En una cúpula rebajada, con un ángulo inferior a 52° , los meridianos se deforman hacia dentro, hacia el eje de la cúpula, y los paralelos transversales a los mismos se comprimen tratando de impedirlo. Cuando la cúpula es de gran altura, bajo la acción de las cargas los puntos más altos se

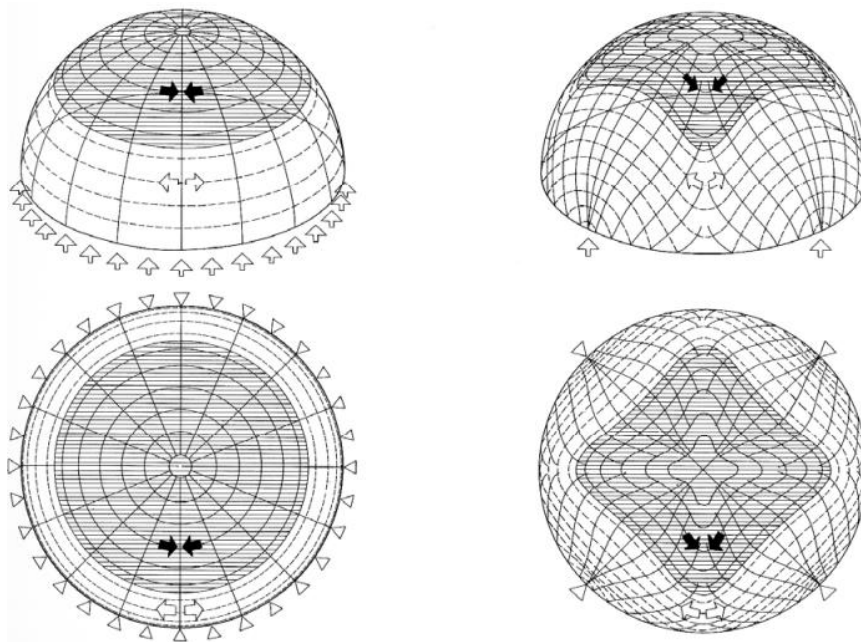
mueven hacia dentro, pero los más bajos lo hacen hacia fuera, es decir, alejándose del eje: los paralelos por debajo del ángulo de 52° quedan sometidos a esfuerzos de tracción.

Para que todo esto tenga lugar y la cúpula solo posea esfuerzos propios de membrana, los bordes han de poder experimentar libre movimiento horizontal en sus apoyos. En caso de que fuera empotrada se presentarían unas pequeñas flexiones en los arranques que la propia cúpula amortigua muy rápidamente. La cúpula puede imaginarse como unos gajos o arcos meridianos, cuya flexión está impedida por los anillos o paralelos horizontales. En las zonas en las que los gajos quieren hundirse hacia dentro, los paralelos se lo impiden trabajando en compresión, y donde los gajos quieren abrirse, el paralelo ha de evitarlo resistiendo en tracción.

Las deformaciones de la lámina ya no son lo suficientemente pequeñas para poder prescindir de ellas, ya que la obligada continuidad entre su superficie y el anillo exterior provoca una flexión de los meridianos. El anillo de borde, bajo las componentes radiales, sufre una dilatación, mientras la lámina, para seguir este movimiento, necesitará deformar sus meridianos, para amoldarse a la nueva dimensión del anillo. La banda continua es la que más flexiones sufre, además de las tracciones que produce la dilatación circunferencial, que tiende a producir, en esa zona periférica, grietas radiales. El postensado del anillo es una aportación ideal de las técnicas a este problema, permitiendo suprimir o disminuir considerablemente la flexión meridiana. La retracción del hormigón produce efectos análogos.

En cúpulas de espesor muy pequeño puede llegar a tener importancia la desigualdad de temperaturas del trasdós al intradós. Más graves suelen ser los efectos de desigual calentamiento de una zona a otra, o de la actuación de sobrecargas repartidas desigualmente.

Figura 1. **Esfuerzos meridionales y anulares de una cúpula o domo**



Fuente: Ignacio Requena Ruiz. *Análisis de tipologías estructurales*, 2007. p. 11/47.

El comportamiento estructural varía desde cáscaras delgadas con flexión considerable (placas plegadas y cáscaras cilíndricas) hasta aquellas con muy poca flexión salvo en la unión entre la cáscara y el apoyo (paraboloides hiperbólicos y domos de revolución). En consecuencia, los problemas relacionados con el diseño de las cáscaras no se pueden unificar, ya que cada tipo de estructura tiene sus propios atributos particulares que el ingeniero debe comprender cabalmente. Aún el comportamiento de aquellas cáscaras que se clasifican dentro de un mismo tipo, como por ejemplo los paraboloides

hiperbólicos, varía ampliamente. Estudios realizados indican que los paraboloides hiperbólicos con viga de borde formando una V invertida, por ejemplo, son mucho más complejos que lo que indicaría la teoría de la membrana.

El comportamiento elástico puede ser una base aceptada para determinar fuerzas internas y desplazamientos en cáscaras delgadas. Se puede establecer este comportamiento mediante cálculos basados en un análisis de la estructura de concreto no fisurada, en la que se supone que el material es linealmente elástico, homogéneo e isotrópico. Se puede suponer el coeficiente de Poisson como: la razón entre el alargamiento longitudinal producido, dividido por el acortamiento de una longitud situada en un plano perpendicular a la dirección de una carga aplicada). Este valor coincide igualmente con el cociente de deformaciones, de hecho la fórmula usual para el coeficiente de Poisson es:

$$\nu = - \varepsilon_{trans} / \varepsilon_{long}$$

donde ε es la deformación.

El espesor de una cáscara y su refuerzo deben diseñarse para la resistencia y funcionamiento requerido. Las cáscaras al igual que otras estructuras experimentan fuerzas de compresión en su plano, están sometidas a pandeo cuando la carga aplicada llega a valores críticos. Debido a la geometría de las cáscaras, el problema de calcular la carga de pandeo es complejo. Cuando una de las fuerzas principales de membrana es de tracción es menos probable que la cáscara se pandee que cuando ambas fuerzas principales de membrana son de compresión. Las clases de fuerza de membrana que se desarrollan en una cáscara dependen de su forma inicial y de la manera en que la cáscara está apoyada y cargada. En algunos tipos de

cáscara se debe tener en cuenta el comportamiento posterior al pandeo al determinar la seguridad contra la inestabilidad.

La investigación de la estabilidad de cáscaras delgadas, debe considerar el efecto de los siguientes factores:

- Desviación prevista de la geometría de la cáscara ya construida respecto de la geometría perfecta idealizada.
- Deflexiones
- Flujo plástico y retracción del concreto
- Propiedades inelásticas de los materiales
- Fisuración del concreto
- Ubicación, cantidad y orientación del refuerzo
- Posibles deformaciones de los elementos de apoyo.

Entre las medidas prácticas empleadas en el pasado para mejorar notablemente la resistencia al pandeo, se incluye la disposición de dos mallas de refuerzo cada una cercana a cada superficie exterior de la cáscara; un aumento local en la curvatura de la cáscara; el empleo de cáscaras nervadas y bajo flujo plástico.

En cualquier punto de una cáscara pueden darse simultáneamente dos clases diferentes de esfuerzos internos: los asociados con la acción de membrana y los asociados con la flexión de la cáscara. Se supone que los esfuerzos de membrana actúan en el plano tangencial a mitad de la distancia entre las superficies de la cáscara y son los dos esfuerzos axiales y los cortantes en la membrana. Los efectos de flexión comprenden momentos de flexión, momentos de torsión y los cortantes transversales asociados. El control

de fisuración de la membrana debido a retracción, temperatura y cargas de servicio constituye una consideración importante en el diseño.

El requisito de asegurar la resistencia en cualquier dirección se basa en consideraciones de seguridad. Cualquier método que asegure una resistencia suficiente consistente con el equilibrio se considera aceptable. La dirección del esfuerzo principal de tracción en la membrana en cualquier punto puede variar dependiendo de la dirección, magnitudes, y combinaciones de las diversas cargas aplicadas (Huerta, 2004).

La magnitud de los esfuerzos internos de la membrana, actuando en cualquier punto y debidos a un sistema de cargas específico, se calcula generalmente con base en la teoría elástica en la cual la cáscara se supone no fisurada. El cálculo de la cantidad de refuerzo requerida para resistir los esfuerzos internos de la membrana se ha basado tradicionalmente en el supuesto de que el concreto no resiste tracciones. Las deformaciones asociadas y la posibilidad de fisuración, deben ser investigadas en la etapa de funcionamiento del diseño. Lograr los resultados deseados, puede requerir de un diseño por esfuerzos admisibles para la selección del acero.

Cuando el refuerzo no se coloca en la dirección de los esfuerzos principales de tracción y cuando las fisuras a nivel de las cargas de servicio no sean aceptables, el cálculo del refuerzo debe basarse en un enfoque más refinado que considere la existencia de las fisuras. En el estado fisurado, se supone que el concreto no es capaz de resistir tracción ni cortante. De esta forma, el equilibrio se obtiene por medio de las fuerzas resistentes de tracción en el refuerzo y de compresión en el concreto.

Debe proporcionarse refuerzo mínimo a la membrana, correspondiente al refuerzo por retracción y temperatura de las losas, al menos en dos direcciones aproximadamente ortogonales, aunque las fuerzas calculadas en la membrana sean de compresión en una o más direcciones. La cuantía de refuerzo de retracción y temperatura medida sobre el área bruta de la sección debe ser al menos igual a los valores dados a continuación, pero no menos que 0.0014; para losas con barras grado 280 o 350 -- 0.002; con grado 420 ----0.0018. (ACI318 S-11, 2011).

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El diseño estructural de domos de concreto reforzado en zonas sísmicas como la de Guatemala, no se ha profundizado, ya que es un elemento estructural de reciente incursión por la necesidad de almacenamiento de productos granulométricos, tales como fertilizantes, acero, azúcar, etc. En volúmenes considerablemente grandes, en condiciones controladas en cuanto a temperatura, humedad y contaminación.

JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Debido a que en el área de Guatemala, el uso de estructuras tipo cascarón como el domo esférico de concreto reforzado no es del todo común, en la actualidad se tienen construidos dos elementos de este tipo, cuya función principal es el almacenamiento de productos en volúmenes de 35000 y 75000 toneladas. Para poder determinar un modelo estructural que contemple sus características principales de funcionamiento, se hace necesario que los profesionales de la ingeniería y la construcción cuenten con una guía que describa el proceso de diseño, donde se incluyan todos los factores posibles que puedan afectar su comportamiento en eventos sísmicos, lluvia y viento, entre otros al igual que conocer las normas que enmarcan la construcción de los domos.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Qué proceso debe seguirse para el diseño de domos?
- ¿Cuáles son las normas y reglamentos aplicables al diseño de domos?
- ¿Qué metodologías se pueden aplicar para el análisis de las estructuras tipo cascarón?
- ¿Bajo qué cargas o fuerzas se debe analizar el comportamiento de un domo?
- ¿Qué características para el almacenamiento de productos granulométricos hacen del domo una solución aceptable?
- ¿Cuáles son las variaciones que se pueden dar para los diferentes métodos de análisis estructural, para diseño de domos circulares de concreto reforzado?

OBJETIVOS

General

Establecer las consideraciones que deben contemplarse para el análisis y diseño de un domo esférico de concreto reforzado, de acuerdo a códigos internacionales, nacionales (AGIES) y condiciones sísmicas de Guatemala.

Específicos

1. Configurar y aplicar las cargas que podrían afectar al domo esférico de concreto reforzado en servicio y bajo eventos sísmicos.
2. Establecer las características geométricas del domo esférico de concreto reforzado, ideales para su óptimo funcionamiento.
3. Aplicar los conceptos de análisis estructural por elementos finitos a un domo esférico de concreto reforzado y su relación con la teoría de membranas.
4. Explicar las variaciones que se pueden generar al hacer un análisis comparativo entre el método de elementos finitos: usando la plataforma Excel y el asistido por el programa estructural SAP2000, para el diseño de domos esféricos de concreto reforzado.
5. Diseñar un domo esférico de concreto reforzado por resistencia, aplicando los requerimientos establecidos por las normas y códigos.

Hipótesis

Los domos esféricos de concreto reforzado son estructuras idóneas para almacenar productos granulométricos en condiciones controladas de humedad, temperatura e inocuidad.

ALCANCE DEL TEMA

La presente investigación se enfocará en el diseño de domos esféricas de concreto reforzado con diámetro menor a sesenta y dos metros (62 m), bajo condiciones de carga aplicables a Guatemala.

INTRODUCCIÓN

Los domos esféricos de concreto reforzado son losas curvadas delgadas; cuyo espesor es pequeño comparado con sus otras dimensiones como altura y radio de curvatura. Los domos están en la categoría de estructuras de cáscaras. En la naturaleza se pueden encontrar cáscaras de todas las formas y dimensiones, como la concha marina y los cascarones de huevo.

Generalmente, los domos son curvados en ambos ejes y no forman un patrón geométrico definido, el grosor de su cáscara es capaz de resistir fuerzas de tensión y compresión dentro del rango permisible; requiriendo un complemento de área de acero, las opciones de diseño que los ingenieros pueden obtener, se relacionan directamente con el impacto visual de la estructura. La presente investigación se enfocará en el diseño de domos esféricos de concreto reforzado por el método de esfuerzos de trabajo; auxiliándose de la teoría de las membranas. Se desarrollará mediante una recopilación de información sobre diseño de domos de concreto que se han efectuado en diversas regiones y condiciones variadas de emplazamiento; que han evolucionado en cuanto a concepto ingenieril y aplicación de códigos ACI, IBC & ASCE. Emulando los casos de diseño tanto asistido por computadora como por cálculo tradicional. En la actualidad la construcción de domos para fines de almacenamiento de productos diversos está incursionando con ímpetu en la región de América Central; lo que obliga a la ingeniería local a prepararse en este campo y aplicar factores sísmicos geológicos y de ambiente propios de la zona; dando importancia a la presente investigación ya que existe poca teoría que sustente su diseño.

El capítulo uno es un extracto de la teoría de placas y cáscaras de Timoshenko, en el que se desarrolla el análisis de un elemento del domo sometido a fuerzas meridionales y empuje anular, definiendo las ecuaciones que describen el comportamiento de los esfuerzos de tensión y compresión ocasionados por dichas fuerzas.

En el capítulo dos, se describen las cargas a que estará expuesto el domo ya en operación, tales como: carga muerta, carga viva, carga sísmica, viento, presión lateral y carga por cambios térmicos.

El capítulo tres hace referencia a los códigos ASCE, ACI, IBC & AGIES; que establecen parámetros bajo los cuales se deben diseñar los domos reduciendo la posibilidad de fallas estructurales.

El capítulo cuatro describe las posibles formas que un domo puede tener: elipsoidal, conoidal, circular; aunque la presente investigación tendrá su enfoque en el domo circular. También se presentan las características físicas del domo circular como espesor de cáscara, altura y diámetro.

El capítulo cinco es un desarrollo del análisis estructural del domo bajo las condiciones de carga establecidas en los capítulos dos y tres; mediante los métodos de: elementos finitos, ecuaciones PCA y programa estructural SAP2000.

El capítulo seis presenta el diseño estructural del domo, previo análisis con las consideraciones que establecen los códigos y con la información generada por el programa estructural SAP 2000.

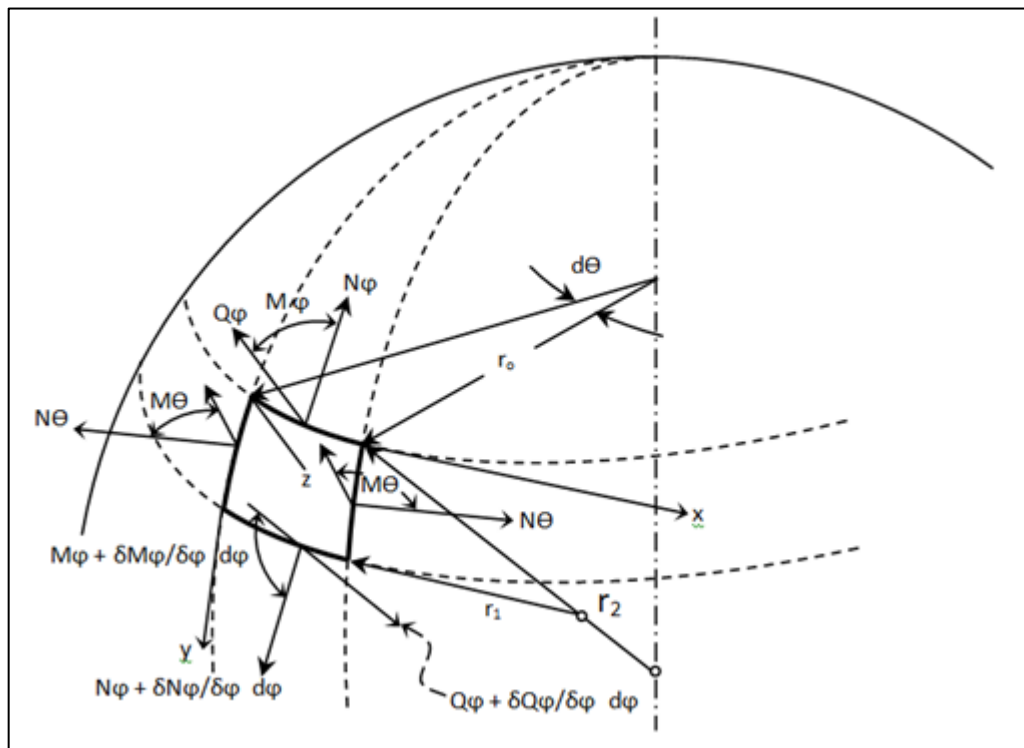
El capítulo siete está conformado por la secuencia de planos necesarios para la construcción del domo, con sus respectivos detalles estructurales y de obras complementarias.

El capítulo ocho describe el proceso constructivo mediante el cual el domo es realizado; siendo la referencia la construcción de un domo circular de cuarenta y seis metros de altura por un diámetro de 62 metros en el cual se almacenarán setenta y cinco mil toneladas de azúcar.

1. CAPÍTULO 1: TEORÍA DE LAS MEMBRANAS

Cascarones que tienen la forma de una superficie de revolución y carga simétrica con respecto a su eje: se consideran las condiciones de equilibrio para un elemento que se ha cortado de un cascarón por dos planos meridianos adyacentes y dos secciones perpendiculares a los meridianos. Se puede concluir por las condiciones de simetría que solo los esfuerzos normales actuarán en los lados del elemento.

Figura 2. Elemento de cascarón con fuerzas y momentos resultantes



Fuente: TIMOSHENKO, S.; SWOINOWSKY, Krieger. *Theory of plates and shells*. p. 533.

Los esfuerzos pueden reducirse a la fuerza resultante $N_\theta r_1 d\varphi$ y los momentos resultantes $M_\theta r_1 d\varphi$, N_θ y M_θ son independientes del ángulo θ que define la posición de los meridianos. El lado del elemento perpendicular a los meridianos que está definido por el ángulo φ , está sujeto a los esfuerzos normales que resultan de la fuerza $N_\varphi r_2 \sin \varphi d\theta$, el momento $M_\varphi r_2 \sin \varphi d\theta$ y las fuerzas de corte que se reducen a $Q_\varphi r_2 \sin \varphi d\theta$ normal al cascarón. La carga externa actuante sobre el elemento puede ser resuelta en sus dos componentes $Y r_1 r_2 \sin \varphi d\varphi d\theta$ y $Z r_1 r_2 \sin \varphi d\varphi d\theta$ tangente a los meridianos y normal al cascarón, respectivamente. Asumiendo que las fuerzas en la membrana N_θ y N_φ no se acercan a sus valores críticos, se puede despreciar el cambio de la curvatura en la derivación de las ecuaciones de equilibrio y proceder como sigue: se encuentra la resultante en la dirección “Y” igual a:

$$N_\varphi \frac{dr_0}{d\varphi} d\varphi d\theta + \frac{dN_\varphi}{d\varphi r_0} d\varphi d\theta = \frac{d}{d\varphi} (N_\varphi r_0) d\varphi d\theta \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación} \quad (c) \\ \text{Timoshenko, p. 434.} \end{array} \quad (1.1)$$

La componente de la fuerza externa en la misma dirección es: $Y r_1 r_0 d\varphi d\theta$. Las fuerzas actuantes en los costados del elemento son iguales a $N_\theta r_1 d\varphi$ y tiene una resultante en la dirección del radio del círculo paralelo igual a $N_\theta r_1 d\varphi d\theta$. La componente de esta fuerza en la dirección Y es: $-N_\theta r_1 \cos \varphi d\varphi d\theta$.

Sumando las tres ecuaciones, la ecuación de equilibrio en la dirección de la tangente al meridiano se tendría:

$$\frac{d}{d\varphi} (N_\varphi r_0) - N_\varphi r_1 \cos \varphi + Y r_1 r_0 = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación} \quad (f) \\ \text{Timoshenko, p. 434.} \end{array} \quad (1.2)$$

A la ecuación obtenida por la proyección de fuerzas sobre la tangente al meridiano, se debe agregar la expresión $-Q_\varphi r_0$

Al efectuar la suma de fuerzas, se obtiene la ecuación de equilibrio

$$N\varphi r_0 + N\theta r_1 \sin \varphi + Zr_1 r_0 = 0 \quad \text{Ecuación (i)(1.3)}$$

Timoshenko, p. 435.

Al agregar el término $\frac{d(-Q\varphi r_0)}{d\varphi}$

$$N\varphi r_0 + N\theta r_1 \sin \varphi + \frac{d(-Q\varphi r_0)}{d\varphi} + Zr_1 r_0 = 0 \quad (1.4)$$

La siguiente ecuación se obtiene por la consideración de equilibrio de los momentos, con respecto a la tangente del círculo paralelo de todas las fuerzas actuantes sobre el elemento.

$$\left(M\varphi + \frac{dM\varphi}{d\varphi} d\varphi\right) \left(r_0 + \frac{dr_0}{d\varphi} d\varphi\right) d\theta - M\varphi r_0 d\theta - M\theta r_1 \cos \varphi d\varphi d\theta - Q\varphi r_2 \sin \varphi r_1 d\varphi d\theta = 0$$

Ecuación (Equilibrio)
Timoshenko, p. 534. (1.5)

Después de simplificar, esta ecuación, junto con las dos anteriores; se tiene el siguiente sistema de ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{d}{d\varphi} (N\varphi r_0) - N\theta r_1 \cos \varphi - Q\varphi r_0 + Yr_1 r_0 = 0 \quad \text{Ecuación (312)(1.6)}$$

Timoshenko, p. 534

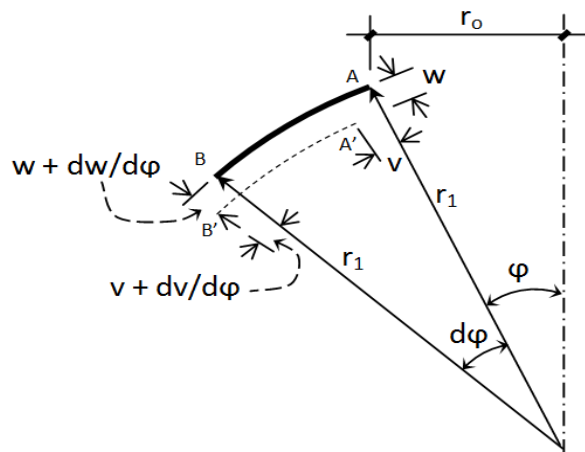
$$N\varphi r_0 + N\theta r_1 \sin \varphi + \frac{d(Q\varphi r_0)}{d\varphi} + Zr_1 r_0 = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{d}{d\varphi} (M\varphi r_0) - M\theta r_1 \cos \varphi - Q\varphi r_1 r_0 = 0 \quad (1.8)$$

En estas tres ecuaciones de equilibrio hay cinco variables desconocidas, tres fuerzas resultantes $N\varphi$, $N\theta$, $Q\varphi$ y dos momentos resultantes $M\varphi$ y $M\theta$; las variables desconocidas se pueden reducir si se expresan en términos de las componentes \mathbf{v} y \mathbf{w} de desplazamiento. (Timoshenko & Krieger, 1959)

En el caso de la deformación de un cascarón circular, un pequeño desplazamiento de un punto puede ser resuelto en dos componentes \mathbf{v} en la dirección de la tangente al meridiano y \mathbf{w} en la dirección normal a la superficie media. Se considera un elemento AB del meridiano de un cascarón sujeto a carga simétricamente distribuida

Figura 3. Desplazamientos en el elemento de cascarón



Fuente: TIMOSHENKO, S.; SWOINOWSKY, Krieger. *Theory of plates and shells*. p. 446.

El incremento de la longitud debido a los desplazamientos tangenciales \mathbf{v} y $\mathbf{v} + dv/d\varphi$ es igual a $(dv/d\varphi) d\varphi$. A causa de los desplazamientos radiales w de los puntos A y B; la longitud del elemento decrece en una cantidad $w d\varphi$. El cambio de la longitud del elemento debido a la diferencia en el desplazamiento radial de los puntos A y B. Puede despreciarse como cantidad pequeña. Entonces el cambio total de la longitud del elemento AB debido a la deformación es:

$$(dv/d\varphi) d\varphi - w d\varphi \text{ al dividir esta expresión por la longitud lineal } r_1 d\varphi$$

Ecuación (a)
Timoshenko, p. 446.

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{1}{r_1} \frac{dv}{d\varphi} - \frac{w}{r_1} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación (b)} \\ \text{Timoshenko, p. 446.} \end{array} \quad (1.9)$$

El círculo paralelo en la figura 3 tiene desplazamientos v y w de radio r_0 del círculo que se ha incrementado en las cantidades:

$$v \cos \varphi - w \operatorname{seno} \varphi$$

La circunferencia del círculo paralelo se incrementa en la misma proporción como su radio:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{r_0} (v \cos \varphi - w \sin \varphi) \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación (b)} \\ \text{Timoshenko, p. 446} \end{array} \quad (1.10)$$

Si se sustituye $r_0 = r_2 \sin \varphi$ se obtiene

$$\varepsilon_{\theta} = \left(\frac{v}{r_2} \right) \cot \varphi - \frac{w}{r_2} \quad (1.11)$$

Al eliminar w de las ecuaciones (1.9) y (1.11)

$$-w = \left(\varepsilon_{\varphi} - \frac{1}{r_1} \frac{dv}{d\varphi} \right) r_1 \quad \& \quad -w = \left(\varepsilon_{\theta} - \frac{v}{r_2} \cot \varphi \right) r_2$$

$$\left(\varepsilon_{\varphi} - \frac{1}{r_1} \frac{dv}{d\varphi} \right) r_1 = \left(\varepsilon_{\theta} - \frac{v}{r_2} \cot \varphi \right) r_2$$

$$\varepsilon_{\varphi} r_1 - \frac{dv}{d\varphi} = \varepsilon_{\theta} r_2 - v \cot \varphi \rightarrow \varepsilon_{\varphi} r_1 - \varepsilon_{\theta} r_2 = \frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación (313)} \\ \text{Timoshenko, p. 534} \end{array} \quad (1.12)$$

Las componentes de las deformaciones ε_{φ} y ε_{θ} pueden expresarse en términos de las fuerzas N_{φ} y N_{θ} .

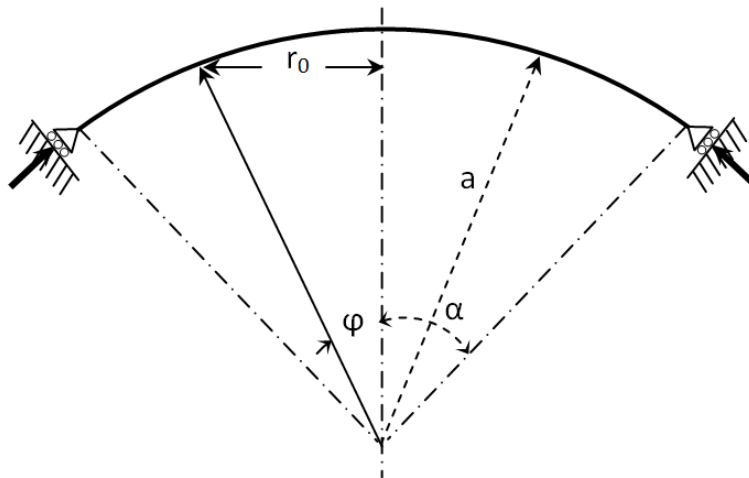
$$\varepsilon_{\varphi} = \left(\frac{1}{Eh}\right) (N\varphi - vN\theta) \quad \& \quad \varepsilon_{\theta} = \left(\frac{1}{Eh}\right) (N\theta - vN\varphi)$$

Al sustituir en: $\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = \varepsilon_{\varphi} r_1 - \varepsilon_{\theta} r_2$

$$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = r_1 \left(\left(\frac{1}{Eh}\right) (N\varphi - vN\theta) \right) - r_2 \left(\left(\frac{1}{Eh}\right) (N\theta - vN\varphi) \right)$$

$$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = \left(\frac{1}{Eh}\right) (N\varphi(r_1 + vr_2) - N\theta(r_2 + vr_1)) \quad (1.13)$$

Figura 4. **Condiciones de apoyo del cascarón**



Fuente: TIMOSHENKO, S.; SWOINOWSKY, Krieger. *Theory of plates and shells*. p. 257.

En cada caso particular las fuerzas N_{φ} y N_{θ} pueden resolverse de las condiciones de carga y el desplazamiento v . Se obtendrá por la integración de la ecuación diferencial (1.13) substituyendo el lado derecho por la expresión $f(\varphi)$.

$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = f(\varphi)$ La solución general de esta ecuación es:

$$v = \sin \varphi \left[\int \frac{f(\varphi)}{\sin \varphi} d\varphi + C \right] \quad (1.14)$$

Donde C es la constante de integración a ser determinada por las condiciones de apoyo. Si se toma como ejemplo un cascarón esférico de espesor constante cargado por su propio peso, en tal caso: sea q igual a peso por unidad de área.

$r_1 = r_2 = a$; N_φ y N_θ están dadas por las expresiones:

$$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = a^2 q \frac{(1+\nu)}{Eh} \left(\cos \varphi - \frac{2}{(1+\cos \varphi)} \right)$$

La solución general es entonces:

$$v = a^2 q \frac{(1+\nu)}{Eh} \left(\sin \varphi \log(1 + \cos \varphi) - \frac{\sin \varphi}{(1+\cos \varphi)} \right) + C \sin \varphi \quad \text{Ecuación (1.15)}$$

Timoshenko, p. 536

La constante C será determinada por la condición en que $\varphi = \alpha$ y en que el desplazamiento v es igual a cero.

$$0 = a^2 q \frac{(1+\nu)}{Eh} \left(\log(1 + \cos \varphi) - \frac{1}{(1+\cos \varphi)} \right) + C$$

$$C = a^2 q \frac{(1+\nu)}{Eh} \left(\frac{1}{(1+\cos \varphi)} - \log(1 + \cos \varphi) \right) \quad \text{Al sustituir } C \text{ en la ecuación}$$

$$v = a^2 q \frac{(1+\nu)}{Eh} \left(\sin \varphi \log(1 + \cos \varphi) - \frac{\sin \varphi}{(1 + \cos \varphi)} \right) + a^2 q \frac{(1+\nu)}{Eh} \left(\frac{1}{(1 + \cos \varphi)} - \log(1 + \cos \varphi) \right) \sin \varphi \quad (1.16)$$

$$w = v \cot \varphi - a^2 q \frac{(1+\nu)}{Eh} \left(\frac{(1+\nu)}{(1+\cos \varphi)} - \cos \varphi \right) \quad (1.17)$$

Al sustituir estas expresiones en las fórmulas de los momentos de flexión se obtendrá:

Ecuación (e)
Timoshenko, p. 536

$$M\theta = M\varphi = \frac{qh^2(2+\nu)}{12(1-\nu)} \cos \varphi \quad (1.18)$$

El correspondiente esfuerzo de flexión en la superficie del cascarón es numéricamente igual a:

Ecuación (Esfuerzo de Flexión) Timoshenko, p. 536 (1.19)

$$\sigma_f = \frac{q(2+\nu)}{2(1-\nu)} \cos \varphi$$

Al tomar el ratio de este esfuerzo al esfuerzo de compresión, se tiene:

Ecuación (257)
Timoshenko, p. 436 (1.20)

$$\sigma_c = \frac{a}{h} \frac{q}{(1+\cos \varphi)}$$

$$ratio = \frac{\sigma_f}{\sigma_c}$$

$$ratio = \frac{\left(\frac{q(2+\nu)}{2(1-\nu)} \cos \varphi \right)}{\left(\frac{a}{h} \frac{q}{(1+\cos \varphi)} \right)}$$

Ecuación de
Timoshenko, p. 536

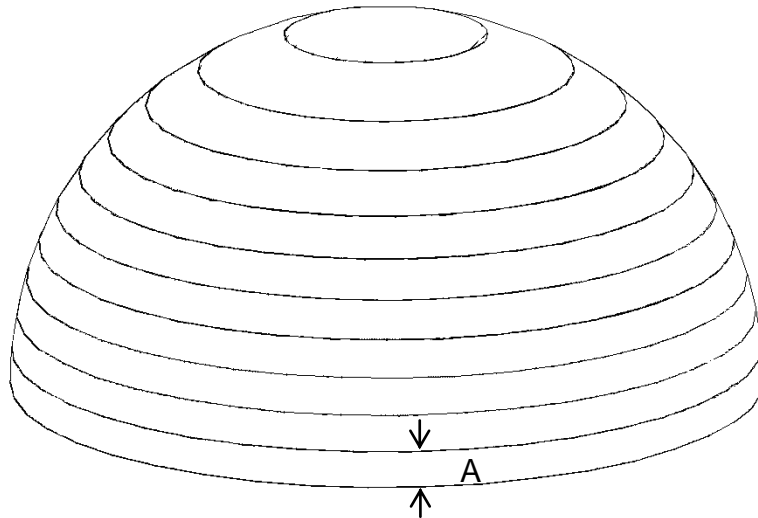
$$ratio = \frac{h}{2a} \frac{(2+\nu)}{(1-\nu)} \cos \varphi (1 + \cos \varphi) \quad (1.21)$$

El máximo valor de este ratio se encuentra en el borde superior del cascarón, donde $\varphi = 0$ y tiene una magnitud para $\nu = 0.3$ de $3.29h/a$, donde h es el espesor del elemento del domo. “ a ” es el valor del radio (Timoshenko & Krieger, 1959).

1.1. Naturaleza de los esfuerzos de los domos

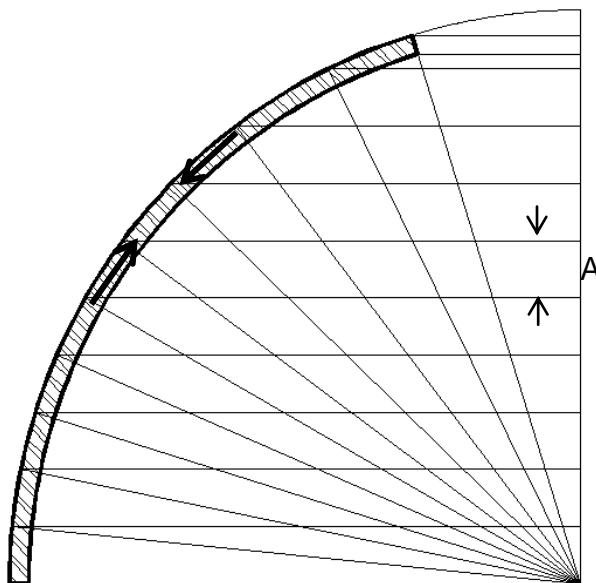
Un domo esférico puede imaginarse que consiste en un número de anillos horizontales colocados uno sobre otro. El diámetro de los anillos sucesivos se incrementa en la dirección hacia abajo y el equilibrio se mantiene independientemente de los anillos arriba. El círculo de cada anillo es llamado “latitud”, mientras que el círculo dibujado a través de los dos puntos diametralmente opuestos sobre la horizontal y la corona se conoce como círculo meridiano. Todos los círculos meridianos convergen en la corona o punto más alto del domo esférico.

Figura 5. **Vista externa de domo**



Fuente: Punmia, p. 58.

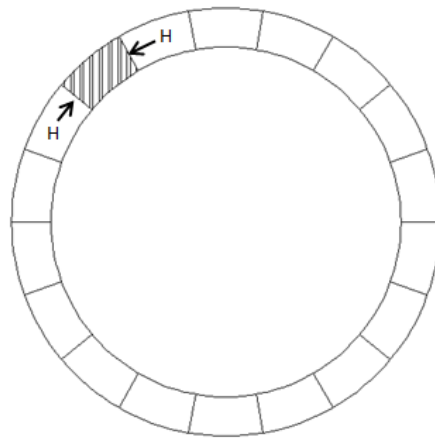
Figura 6. **Sección de domo**



Fuente: Punmia, p. 58.

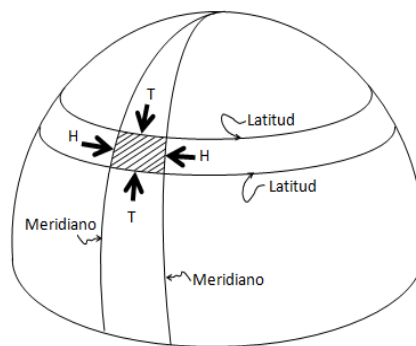
Los sucesivos anillos horizontales subtienden un ángulo igual hacia el centro de la esfera. La unión entre los anillos horizontales es radial. Cada anillo soporta la carga de los anillos sobre él y la transmite al anillo inferior. La reacción entre anillos es tangencial a la superficie curva, aumentando la compresión a lo largo de los meridianos. El esfuerzo de compresión es llamado empuje meridional.

Figura 7. **Plantilla del anillo**



Fuente: Punmia, p. 58.

Figura 8. **Elemento sometido a fuerzas de compresión y tensión**



Fuente: Punmia, p. 58.

En la figura 7 se ve el anillo armado por un conjunto de dovelas, la unión entre las dovelas adyacentes del anillo es radial. La tendencia de separación de cualquier dovela se previene por su forma de cuña y por lo tanto se produce compresión anular en cada anillo. (Gambhir, 2008)

En resumen, se inducen dos tipos de esfuerzos en un domo:

- Esfuerzos por el empuje meridional (T) a lo largo de la dirección del meridiano.
- Esfuerzo por la fuerza anular (H) a lo largo de las latitudes.

1.2. Análisis de domos esféricos

Se pueden analizar los esfuerzos desarrollados en un domo esférico de espesor uniforme, con dos casos de carga:

- Carga uniformemente distribuida
- Carga concentrada en la corona

1.2.1. Caso 1: carga uniformemente distribuida

Sea w la carga uniformemente distribuida incluyendo su propio peso por unidad de área.

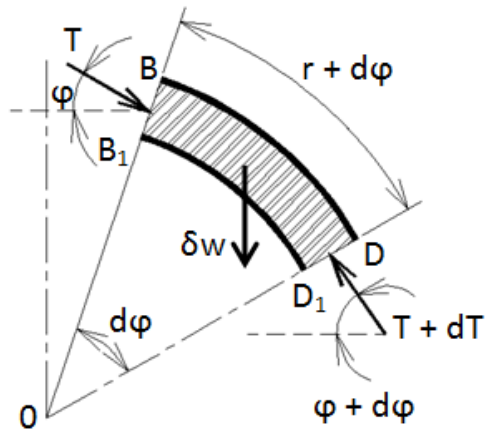
r = radio del domo

t = espesor del cascarón del domo

T = intensidad del empuje meridional

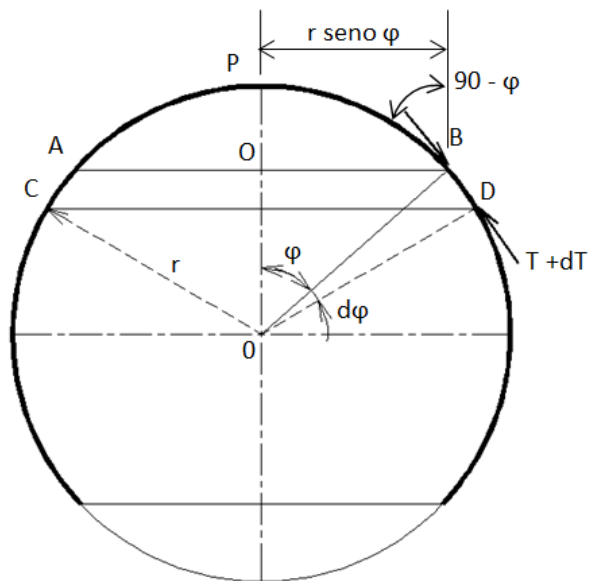
H = intensidad de la fuerza anular

Figura 9. **Sección de domo bajo cargas**



Fuente: Punmia, p. 58.

Figura 10. **Sección de domo esférico**



Fuente: Punmia, p. 58.

- Empuje meridional

En las figuras 9 y 10 se muestra la sección a través del eje vertical de un domo esférico. Si se considera el equilibrio de un anillo ABCD entre dos planos AB y CD. El plano AB describe un ángulo ϕ con la vertical hacia el centro; mientras que el plano CD describe un ángulo $\phi + d\phi$. El anillo entonces subtende un ángulo $d\phi$ hacia el centro.

Las siguientes son fuerzas actuantes por unidad de longitud del anillo.

- El empuje meridional T por unidad de longitud del círculo de latitud AB, actuando tangencialmente a B o en ángulos rectos a la línea radial OB.
- La reacción o empuje $T + d_T$ por unidad de longitud del círculo o latitud CD, actuando tangencialmente a D.
- El peso δw del mismo anillo, actuando verticalmente hacia abajo. Es notable que la reacción $T + d_T$ es mayor que el empuje T debido al efecto del peso del anillo y el cambio en la inclinación de ϕ a $(\phi + d\phi)$ de las líneas radiales. El empuje meridional T es causado por el segmento de cascarón del domo APB sobre el plano horizontal AB.

La superficie del cascarón del domo $APB = 2\pi PQ$

Pero $PQ = OP - OQ = r - r \cos \phi = r(1 - \cos \phi)$

Entonces el peso del cascarón sobre $AB = 2\pi r PQ w$

$$W_{AB} = 2\pi r (r(1 - \cos \varphi))w$$

$$W_{AB} = 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi) \quad \text{Ecuación de Punmia, p. 60.} \quad (1.22)$$

Dado que la suma de componentes verticales del empuje T actuante a lo largo de la circunferencia del círculo de la latitud, debe ser igual al total del peso del domo APB, se tiene:

$$T(2\pi \times QB) \sin \varphi = 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi)$$

$$T \times 2\pi r \sin \varphi \times \sin \varphi = 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi)$$

$$T = wr \left(\frac{(1 - \cos \varphi)}{\sin^2 \varphi} \right)$$

$$T = \frac{wr}{(1 + \cos \varphi)} \quad \text{Ecuación (2.1) Punmia, p. 60} \quad (1.23)$$

Esta es la expresión para el empuje meridional.

- Esfuerzos anulares: la diferencia entre T y T + dT actuando a un φ y $\varphi + d\varphi$ respectivamente, sobre la horizontal causa un esfuerzo anular. Sea H la fuerza horizontal por unidad de longitud medida sobre un arco de círculo

$$\text{Ancho del anillo} = r d\varphi$$

$$\text{Entonces, la fuerza anular} = H \times r d\varphi$$

La componente horizontal de T es T cos φ , y causa tensión anular, esto hace que se incremente el diámetro del anillo, mientras que la componente T +

dT , será $(T + dT) \cos \varphi + d\varphi$ causa compresión. La magnitud de la tensión anular será:

$$H_T = T \cos \varphi \times \text{radio del anillo AB}$$

$$H_T = T \cos \varphi \times r \sin \varphi$$

$$H_T = T r \sin \varphi \cos \varphi$$

(1.24)

Ecuación (ii) de
Punmia, p. 60

La magnitud de la compresión anular

$$H_c = (T + dT) \cos(\varphi + d\varphi) \times \text{radio del anillo CD}$$

$$H_c = (T + dT) \cos(\varphi + d\varphi) r \sin(\varphi + d\varphi)$$

Ecuación (iii) de
Punmia, p. 60 (1.25)

La diferencia entre H_T y H_c causará el esfuerzo anular actuante; si H_T es mayor que H_c el esfuerzo será a tensión. De lo contrario será a compresión.

Entonces la fuerza anular que es igual a la diferencia entre H_T y H_c es debido al cambio del valor de T cuando $d\varphi$ se incrementa por una pequeña cantidad. Por lo tanto en el caso extremo que $d\varphi$ es extremadamente pequeño:

$H r d\varphi = d(T \cos \varphi r \sin \varphi)$ entonces:

$$H = \frac{1}{r} \frac{d}{d\varphi} \left[\left(\frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi^2} \right) \sin \varphi \cos \varphi \right]$$

$$H = wr \frac{d}{d\varphi} \left[\left(\frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi^2} \right) \sin \varphi \cos \varphi \right]$$

$$H = wr \frac{d}{d\varphi} \left[\left(\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \right) - \left(\frac{\cos \varphi^2}{\sin \varphi} \right) \right]$$

$$H = wr \frac{d}{d\varphi} \left[\left(\frac{(-\sin \varphi^2 - \cos \varphi^2)}{\sin \varphi^2} \right) - 2((\sin \varphi^2 \cos \varphi) - \cos \varphi^3) / \sin \varphi^2 \right]$$

$$H = wr \left[\left(\frac{(-\sin \varphi^2 - \cos \varphi^2)}{\sin \varphi^2} \right) - 2((\sin \varphi^2 \cos \varphi) - \cos \varphi^3) / \sin \varphi^2 \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación} \\ \text{Punmia, p. 60} \end{array}$$

$$H = wr \left[\left(\frac{(-1 + 2 \sin \varphi^2 \cos \varphi + \cos \varphi^3)}{\sin \varphi^2} \right) \right]$$

$$H = wr \left[\left(\frac{(-1 + 2 \cos \varphi - \cos \varphi^3)}{\sin \varphi^2} \right) \right]$$

$$H = wr \left[\left(\frac{(1 - \cos \varphi)(\cos \varphi^2 + \cos \varphi - 1)}{(2 - \cos \varphi^2)} \right) \right]$$

$$H = wr \left[\left(\frac{(\cos \varphi^2 + \cos \varphi - 1)}{(1 + \cos \varphi)} \right) \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación} \\ \text{Punmia, p. 61} \end{array} \quad \begin{array}{l} (2.2) \\ (1.26) \end{array}$$

La expresión anterior determina el esfuerzo anular en cualquier anillo horizontal desde el extremo que subtende un ángulo φ con la vertical al centro. Si el valor que se obtiene para H es positivo, la fuerza anular estará en compresión; de lo contrario estará en tensión.

En la corona $\varphi = 0$ entonces $H = \frac{wr}{2}$

El esfuerzo en la corona = $\frac{H}{t} = \frac{wr}{2t}$ (compresión)

Este es el máximo valor para el esfuerzo anular. El esfuerzo anular está decreciendo conforme φ se incrementa hasta que H sea cero. Después H estará en tensión. Para encontrar la posición del plano donde el esfuerzo anular es cero, se tiene:

$$H = wr \left[\left(\frac{(\cos \varphi^2 + \cos \varphi - 1)}{(1 + \cos \varphi)} \right) \right] \rightarrow H = 0$$

$$0 = wr \left[\left(\frac{\cos \varphi^2 + \cos \varphi - 1}{1 + \cos \varphi} \right) \right]$$

$$0 = \left(\frac{\cos \varphi^2 + \cos \varphi - 1}{1 + \cos \varphi} \right)$$

$$0 = \cos \varphi^2 + \cos \varphi - 1$$

Ecuación de
Punmia, p. 62.

Al utilizar la fórmula cuadrática para ecuaciones de segundo grado, se tiene:

$$\cos \varphi^2 = x^2 \rightarrow \cos \varphi = x \rightarrow 0 = x^2 + x - 1$$

$$a = 1; \quad b = 1; \quad c = -1 \quad \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

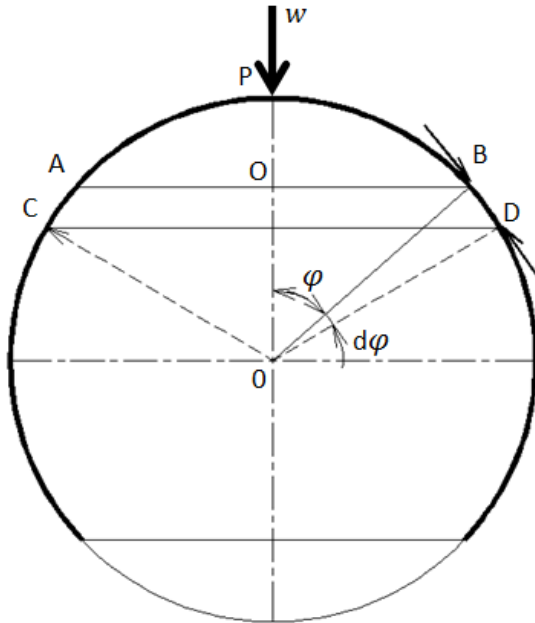
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$X = 0.618 \rightarrow \cos \varphi = 0.618 \rightarrow \varphi = \cos^{-1}(0.618) \rightarrow \varphi = 51^\circ 49' 38''$$

Entonces alrededor del círculo de latitud en que el ángulo φ sea igual a $51^\circ 49' 38''$ el esfuerzo anular es cero. Para toda la porción del domo; sobre este ángulo se desarrollará compresión anular, mientras que para la porción bajo este plano se desarrollará tensión incrementándose hasta llegar a la base del domo.

1.2.2. Caso 2: carga concentrada en la corona del domo

Figura 11. Carga concentrada en corona de domo



Fuente: Punmia, p. 58.

Para calcular los esfuerzos desarrollados en el domo debido a una carga concentrada w ubicada en el punto P como se muestra en la figura 11.

La suma de las componentes verticales del empuje, actuando a lo largo de la circunferencia de la latitud debe ser igual a la carga w ; entonces

$$T \times 2\pi \sin \varphi \times \sin \varphi = W$$

$$T = \frac{W}{2\pi \sin^2 \varphi}$$

Ecuación (2.4)
Punmia, p. 83

El esfuerzo anular en cualquier anillo horizontal es igual a la diferencia entre el empuje meridional T y $T + dT$ entonces

$$Hrd\varphi = d(T \cos \varphi \times r \sin \varphi)$$

Sustituyendo T

$$Hrd\theta = d\left(\frac{W}{2\pi \sin \varphi^2} \cos \varphi \times r \sin \varphi\right)$$

$$H = \frac{d}{rd\varphi} \left(\frac{W}{2\pi \sin \varphi} \cos \varphi \times r\right)$$

$$H = \frac{d}{rd\varphi} \left(\frac{W}{2\pi \sin \varphi} \cos \varphi \times r\right)$$

Por diferenciación se tiene

$$H = \frac{W}{2\pi r} \frac{(-\sin \varphi^2 - \cos \varphi^2)}{\sin \varphi^2}$$

$$H = \frac{W}{2\pi r} (\csc \varphi^2)$$

Ecuación (2.5) (1.28)
Punmia. p. 63

Y el esfuerzo anular = H/t

$$\sigma_H = \frac{W}{2\pi r t} (\csc \varphi^2)$$

Donde t es el espesor del domo. El signo (-) indicará que el esfuerzo anular estará en tensión debido a la carga concentrada en la corona, $\varphi = 0$. Entonces H tiende al infinito, de aquí cualquier carga concentrada en forma de abertura (tragaluz) deberá ser distribuida siempre sobre un área considerable, para reducir los esfuerzos anulares de la corona.

2. CAPÍTULO 2: DETERMINACIÓN DE CARGAS

2.1. Cargas aplicables

Los domos deben diseñarse para resistir todas las cargas aplicables:

- Carga muerta: peso de la estructura, accesorios adicionales y la carga del equipo soportado por la estructura.
- Carga viva: fuerzas generadas por el producto almacenado, incluyendo variaciones de presión por flujo del producto, carga de piso y techo, nieve cuando aplique, cargas de equipos.
- Carga sísmica: las cargas producidas por un evento sísmico debido a la interacción del movimiento del suelo y las características de respuesta del domo.
- Cargas de viento: de acuerdo a su efecto y a la forma del domo pueden generar presión de aire positiva y negativa.
- Cargas térmicas: las cargas debido a diferencias de temperatura entre la cara interna y la externa del domo.
- Fuerzas debido a asentamientos diferenciales.

2.2. Carga muerta

La mayoría de fuerzas en domos generan compresión; para fines de cálculo se asignará positiva la compresión y negativa la tensión. Derivación de $N\varphi$ a un ángulo φ con carga muerta w y una carga concentrada en la corona W ; (φ se mide a partir de la corona). Por estática la carga vertical debe ser igual a la componente vertical de $N\varphi$.

Superficie **A** de un domo de radio **r** y altura **h**

$$A = 2\pi r h \text{ Donde } h = R - R \cos \varphi$$

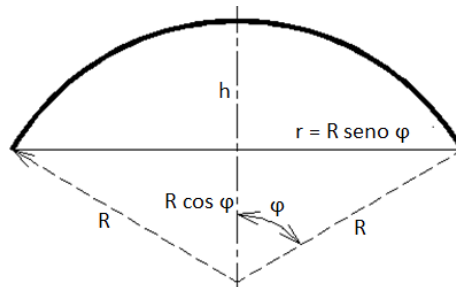
$$h = R (1 - \cos \varphi) \quad r = R \operatorname{seno} \varphi$$

Sea w = peso por unidad de área

W = carga concentrada en la corona.

Entonces:

Figura 12. Datos de geometría de domo



Fuente: Punmia, p. 58.

$$N\varphi \operatorname{seno} \varphi (2\pi R \operatorname{seno} \varphi) = \text{Carga vertical desde el borde} = w (2\pi R) \times R \times (1 - \cos \varphi) + W$$

$$\operatorname{seno}^2 \varphi = (1 - \cos^2 \varphi) \rightarrow$$

$$N\varphi = w R \left(\frac{1 - \cos \varphi}{(\sin \varphi^2)} \right) + \frac{W}{(2\pi R \sin \varphi^2)} \quad \text{Ecuación (4.1) Varahese. (2.1)}$$

$$N\varphi = \left(\frac{wR}{(1 + \cos \varphi)} \right) + \frac{W}{(2\pi R \sin \varphi^2)} \quad (2.2)$$

Este es el valor de la fuerza meridional por unidad de longitud y se incrementa con el valor de φ ; es una fuerza a compresión siempre. (Varghese, 2010)

La componente de $\mathbf{N}\varphi$ en la dirección radial, actuando hacia adentro y también la componente de la carga muerta actuando hacia adentro, producen $\mathbf{N}\theta$. Al igualar las fuerzas en la dirección radial se obtiene:

$$N\theta = w R \cos \varphi - N\varphi \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación (4.2a)} \\ \text{Varghese, p. 29} \end{array} \quad (2.3)$$

Ecuación (4.2b)
Varghese, p. 29.

$$\text{o } N\theta = w R \cos \varphi - \left(\frac{wR}{(1+\cos \varphi)} \right) + \frac{W}{(2\pi R \sin \varphi^2)} \quad (2.4)$$

Esta es la fuerza anular por unidad de longitud y el valor de la función tiende a decrecer con φ . Cambiará de signo a un valor $\varphi = 0$.

$$\mathbf{N}\varphi = \mathbf{N}\theta = w R / 2 \text{ con } W = 0$$

Los siguientes aspectos pueden deducirse de la fórmula para $\mathbf{N}\varphi$ y $\mathbf{N}\theta$.

- Ambos $\mathbf{N}\varphi$ y $\mathbf{N}\theta$ solo con la carga propia del domo son $= w R/2$ cuando $\varphi = 0$
- El valor de $\mathbf{N}\varphi$ se incrementa lentamente con el valor de φ .
- El valor de $\mathbf{N}\theta$ decrece con φ , y sin ninguna carga W en el borde superior del domo, se convierte en 0 cuando $\cos \varphi - 1 / (1 + \cos \varphi) = 0$ o $\varphi = 51^\circ 48'$
- Entonces, debajo de aproximadamente el ángulo central de 52° , $N\theta$ está en tensión, cuando actúa su propia carga. Al mantener el domo liviano en

peso en la cúspide o en el segmento superior, se puede reducir el empuje y bajar la altura del ángulo a tensión.

- Cuando $\varphi = 90^\circ$ la dirección de \mathbf{N} φ es normal al apoyo, entonces no hay tensión horizontal.
- Cuando $\varphi < 90^\circ$ se tendrán componente vertical y horizontal para \mathbf{N} φ .

2.3. Carga viva

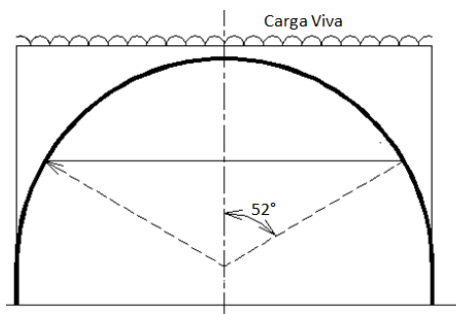
La carga viva es tomada sobre un área plana como se muestra en la figura 2.2, usualmente como la carga viva es pequeña, una carga muerta equivalente puede colocarse en su lugar. Se pueden derivar las siguientes expresiones para N_φ y N_θ :

$$N_\varphi = \frac{wR}{2} \quad \text{Compresión constante} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación (4.3)} \\ \text{Varghese, p. 30.} \end{array} \quad (2.5)$$

$$\begin{array}{l} \text{Ecuación (4.4)} \\ \text{Varghese, p. 30} \end{array}$$

$$N_\theta = \frac{wR}{2} \cos 2\varphi \quad \text{Compresión cambia a tensión cuando } \varphi = 45^\circ. \quad (2.6)$$

Figura 13. Distribución de carga viva



Fuente: Varghese, p. 29

La carga viva puede adoptarse con un valor igual a 75 kg/m^2 (techo sin acceso) con pendiente menor a 10° ; para pendientes mayores se debe reducir de 0 a 10 kg/m^2 .

Para domos o cascarones puede usarse como máximo 97.9 kg/m^2 . De acuerdo a esto una adición de 70 a 100 kg/m^2 a la carga muerta será satisfactoria. Fischer utiliza una carga viva igual a 40 kg/m^2 + aislamiento de 12 kg/m^2 para un total de 52 kg/m^2 . Ramaswamy usa una carga viva total de $15 \text{ psf} \approx 70 \text{ kg/m}^2$.

La carga viva puede representarse también como sigue:

$$P = (75 - 345(h/b)) \text{ kg/m}^2 \text{ pero no menor a } 40 \text{ kg/m}^2.$$

Donde h es la altura y b es la cuerda correspondiente a la altura h .

Se asume que la carga viva actúa en el área proyectada sobre la superficie del cascarón que es menor al área de este.

ASCE 7-10 en la sección 4.8.2 "Cubiertas planas, inclinadas y curvas" Establece una carga mínima viva para techo de 12 psf ($\approx 60 \text{ kg/m}^2$). Sea L_r a la carga viva para techo reducida y L_o La carga viva de diseño sin reducir; se pueden relacionar mediante la ecuación: $L_r = L_o R_1 R_2$ donde $60 \leq L_r \leq 97.9 \text{ kg/m}^2$

Los factores de reducción R_1 y R_2 se calculan como sigue:

$$R_1 = \begin{cases} 1 & \text{Para } A_t \leq 18.58 \text{ m}^2 \\ 1.2 - 0.0011A_t & \text{Para } 18.58 \text{ m}^2 < A_t < 55.74 \text{ m}^2 \\ 0.6 & \text{Para } A_t \geq 55.74 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$A_t = \text{Aea tributaria del elemento}$$

$$R_2 = \begin{cases} 1 & F \leq 4 \\ 1.2 - 0.05F & 4 < F < 12 \\ 0.6 & F \geq 12 \end{cases}$$

(ASCE7, 2010)

$$F = (\text{Altura de domo} / \text{Cuerda}) * 32$$

2.4. Carga sísmica

Las cargas producidas por un evento sísmico debido a la interacción del movimiento del suelo y las características de respuesta del domo, alcanzan magnitudes que dependen del suelo, la masa y rigidez del domo. Se pueden determinar cómo fuerzas estáticas horizontales aplicadas a las masas del domo, aunque por la altura y esbeltez del mismo, en ocasiones debe considerarse un análisis dinámico y la definición de un espectro de respuesta sísmica. (Wilson, 2009)

La distribución de la carga sísmica debe basarse únicamente en un análisis modal, debido a que el tipo de estructura (domo) no cumple con los requisitos necesarios para aplicar un análisis estático. Se deberá calcular el corte basal del sismo estático y verificar que el corte basal del sismo dinámico sea mayor a 0,85 del corte basal estático.

Tabla I. **Procedimientos analíticos permitidos ASCE 7-10**

De Tabla 12.6-1 ASCE 7 -10				
Categoría de diseño sísmico	Características estructurales	Análisis por fuerza lateral equivalente Sección 12.8	Análisis por espectro de respuesta modal Sección 12.9	Procedimientos por historial de respuesta sísmica Capítulo 16
B, C	Todas las estructuras	P	P	P
D, E, F	Edificios con categoría de riesgo I o II que no excedan 2 niveles sobre la base.	P	P	P
	Estructuras con construcción de marcos livianos			
	Estructuras sin irregularidades estructurales y no exceden 160 pies en su altura estructural	P	P	P
	Estructuras sin irregularidades estructurales y que exceden 160 pies en su altura estructural con un $T < 3.5 T_s$	P	P	P
	Estructuras que no exceden 160 pies de altura estructural y que tienen solo irregularidades horizontales de tipo 2,3,4, o 5 Tabla 12.3-1 o irregularidades verticales de tipo 4, 5 ^a , o 5b en tabla 12.3-2.	P	P	P
	Todas las otras estructuras	NP	P	P

P = Permitido NP = no permitido $T_s = T_{D1}/T_{DS}$

Fuente: ASCE 7, tabla 12.6-1.

2.4.1. Determinación de parámetros R , Ω_o y C_d

Tabla II. **Coeficientes sísmicos para estructuras no similares a edificios**

De Tabla 15.4-2 ASCE 7 - 10									
Tipo de Estructura no similar a Edificio	Detalle de requerimientos	R	Ω_o	C_d	Límite de altura estructural en pies				
					B	C	D	E	F
Tanques de fondo plano soportado en el suelo	15.7								
Anclaje mecánico		3	2	2.5	NL	NL	NL	NL	NL
Auto anclaje		2.5	2	2	NL	NL	NL	NL	NL
Concreto reforzado o preesforzado:									
Base reforzada no deslizante		2	2	2	NL	NL	NL	NL	NL
Base con anclaje flexible		3.25	2	2	NL	NL	NL	NL	NL
Base flexible sin anclaje -sin restricciones		1.5	1.5	1.5	NL	NL	NL	NL	NL
Todas las otras		1.5	1.5	1.5	NL	NL	NL	NL	NL

Extracto de Tabla 15.4-2

Fuente: ASCE 7, tabla 15.4-2.

El caso de domo de concreto reforzado puede incluirse en el grupo de estructuras con base reforzada no deslizante y de acuerdo a la Tabla 15.4-2 del ASCE 7-10 los coeficientes sísmicos serán: $R = 2$; $\Omega_0 = 2$ y $C_d = 2$.

2.4.2. Integración de la carga sísmica utilizando AGIES y ASCE7-10

Si se ubica el domo en una zona sísmica $I_0 = 4$ (Escuintla, Guatemala)
 Aceleración del sitio: (AGIES, 2010)

$$S_s = S_{cr} = 1.65 \text{ g}; \quad S_1 = S_{1r} = 0.6 \text{ g.} \quad \text{_ver ilustración 14_}$$

Coeficientes del sitio: Sitio: D Clasificación de obra importante

$$S_{MS} = F_a * S_s \quad F_a = 1 \quad \text{_ver tabla 4_}$$

$$S_{M1} = F_v * S_1 \quad F_v = 1.5 \quad \text{_ver tabla 5_}$$

$$S_{MS} = 1 * 1.65 = 1.65$$

$$S_{M1} = 1.5 * 0.6 = 0.9$$

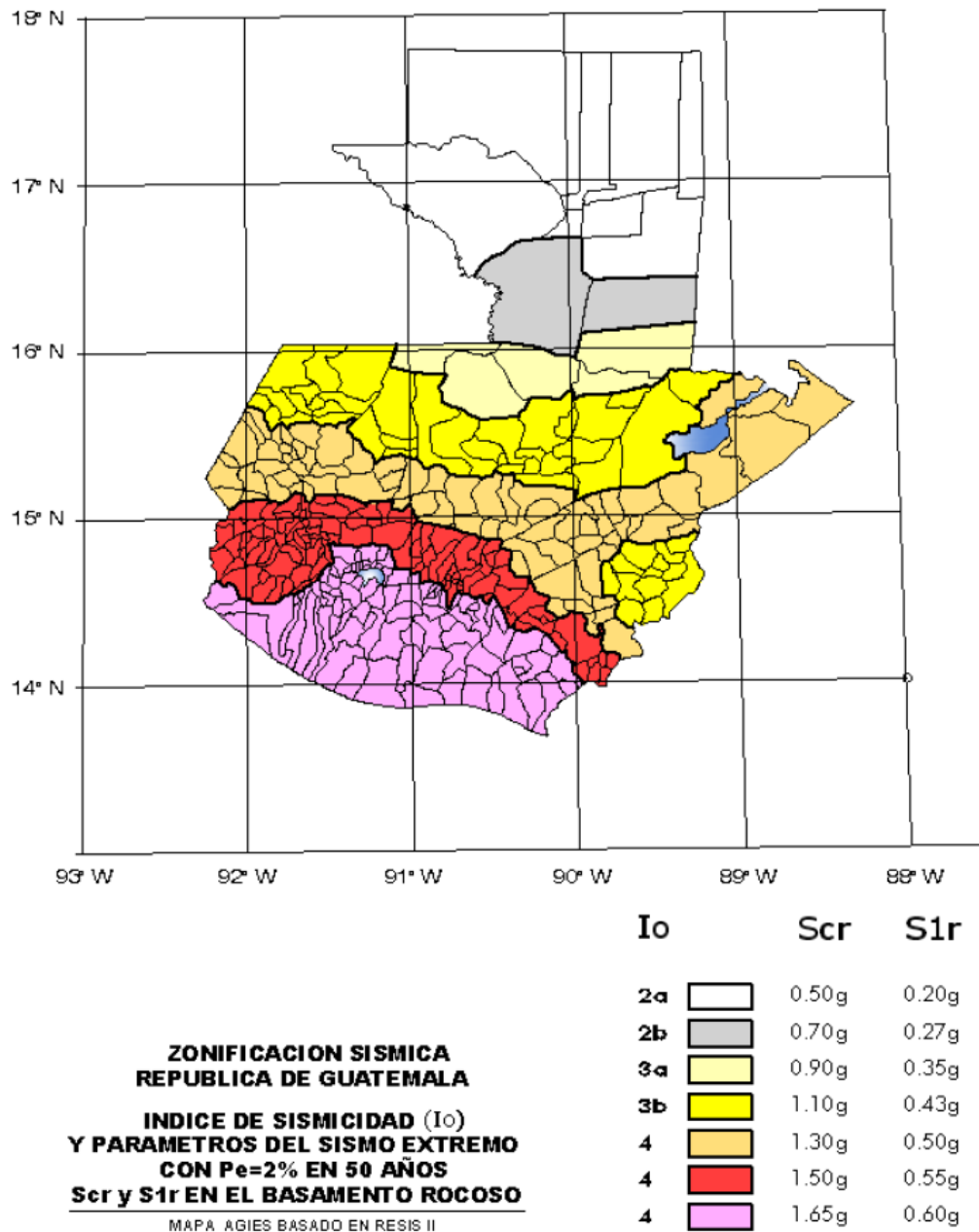
Tabla III. Nivel de protección sísmica

Índice de Sismicidad	Clase de obra			
	Esencial	Importante	Ordinaria	Utilitaria
$I_0 = 5$	E	E	D	C
$I_0 = 4$	E	D	D	C
$I_0 = 3$	D	C	C	B
$I_0 = 2$	C	B	B	A

a) ver clasificación de obra en Capítulo 3, norma NSE 1
 b) ver índice de sismicidad en Sección 4.2.1
 c) ver Sección 4.3.4, para selección de espectro sísmico de diseño según probabilidad de excederlo
 d) "esencial" e "importante" tienen la misma probabilidad de excedencia – se diferencian en el Nivel de Protección y en las deformaciones laterales permitidas

Fuente: tabla 4-1 AGIES NSE2.

Figura 14. Zonificación sísmica para la República de Guatemala



Fuente: AGIES NSE2, figura 4-1.

Tabla IV. **Coefficiente de sitio Fa**

Clase de sitio	Índice de sismicidad				
	2a	2b	3a	3b	4
AB	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
C	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0
D	1.4	1.2	1.1	1.0	1.0
E	1.7	1.2	1.0	0.9	0.9
F	se requiere evaluación específica -- ver sección 4.4.1				

Fuente: tabla 4-2 AGIES NSE2_ Valores similares ASCE7 – 10.

Tabla V. **Coefficiente de sitio Fv**

Clase de sitio	Índice de sismicidad				
	2a	2b	3a	3b	4
AB	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
C	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3
D	2.0	1.8	1.7	1.6	1.5
E	3.2	2.8	2.6	2.4	2.4
F	se requiere evaluación específica -- ver sección 4.4.1				

Fuente: tabla 4-2 AGIES NSE2_ Valores similares ASCE7 – 10.

2.4.3. **Parámetros de aceleración espectral de diseño**

$$S_{DS} = 2/3 S_{MS} = 2/3 * 1.65 = 1.10$$

$$S_{D1} = 2/3 S_{M1} = 2/3 * 0.9 = 0.6$$

Tabla VI. **Clase de sitio**

Clase de Sitio		V_{ps} todo el perfil	N_p todo el perfil	N_{nc} sector no-cohesivo	S_{uc} sector cohesivo
AB	Roca	750 m/s	No aplica	No aplica	No aplica
C	Suelo muy denso o roca suave	750 a 360 m/s	≥ 30	≥ 30	> 200 kPa
D	Suelo firme y rígido	360 a 180 m/s	30 a 5	30 a 5	200 a 50 kPa
E	Suelo suave	< 180 m/s	≤ 5	≤ 5	< 50 kPa
		Cualquier perfil de suelo con un estrato de 3.0 m o más con índice de plasticidad $IP > 20$; humedad $w \geq 40\%$ y $S_{uc} < 25$ kPa			
F	Suelo con problemas especiales	Véase NSE 2.1 Capítulo 5			

Fuente: tabla 4-2 AGIES NSE2_ Valores similares ASCE7 – 10.

Categoría de riesgo = III de acuerdo a tabla 1.5-1 ASCE 7 -10_

Factor de Importancia = 1,25 de acuerdo a tabla 1.5-2 ASCE 7 -10_

Tabla VII. **Categoría de diseño sísmico basado en periodo corto de respuesta**

Valor de S_{DS}	Categoría de Riesgo	
	I o II o III	IV
$S_{DS} < 0.167$	A	A
$0.167 \leq S_{DS} < 0.33$	B	C
$0.33 \leq S_{DS} < 0.50$	C	D
$0.50 \leq S_{DS}$ ←	D	D

Fuente: tabla 11.6-1 ASCE 7-10.

Tabla VIII. **Categoría de diseño sísmico basado en 1 segundo de respuesta**

Valor de S_{D1}	Categoría de Riesgo	
	I o II o III	IV
$S_{D1} < 0.067$	A	A
$0.067 \leq S_{D1} < 0.133$	B	C
$0.133 \leq S_{D1} < 0.20$	C	D
$0.20 \leq S_{D1}$ ←	D	D

Fuente: tabla 11.6-2 ASCE 7-10.

Categoría de Diseño Sísmico = D

Cálculo de Coeficiente Sísmico de Respuesta = C_s

$$C_s = \frac{S_{DS}}{\left(\frac{R}{I_e}\right)} \quad (2.7)$$

$R = 2$ _de acuerdo a Tabla 15.4-2 ASCE7-10

$\Omega = 2$; $C_d = 2$; $S_{DS} = 1.1$; $I_e = 1.25$

$C_s = 1.1 / (2 / 1,25) = 0,68$

$V = C_s W \rightarrow 0,68 W$; donde W es el peso total del domo. V es el corte basal estático

2.5. Carga de viento

El domo deberá diseñarse para resistir las cargas (empujes o succiones) debidas al viento bajo la suposición que este proviene de cualquier dirección horizontal. Ambas cargas deben considerarse simultáneamente. (Mehta & Delahay, 2006)

Pueden analizarse los domos de acuerdo al ASCE 7-10, al utilizarse la guía y parámetros determinados en los capítulos 26, 27 y 30.

Entre los parámetros a contemplar se tienen:

- Exposición (sección 26.7.3): se debe asignar una exposición al sitio donde se diseña el domo. Se contemplan tres tipos:
 - Exposición B: suelo plano con edificaciones, bosques o irregularidades superficiales que cubre por lo menos el 20% del área a nivel del suelo, extendiéndose 1.5 km o más del lugar. Se aplicará a las condiciones de rugosidad de la superficie del terreno que prevalezca contraria a la dirección del viento para una distancia de al menos 2600 pies (792 m) o 20 veces la altura de la construcción, la que resulte mayor (ASCE 7- 10 Sección 26.7.3).
 - Exposición C: tiene suelo plano y generalmente abierto, extendiéndose 0.75 km o más desde el lugar en cualquier cuadrante completo. Aplica para todos los casos que no se definan B o D.

- Exposición D: representa la exposición más crítica en áreas con velocidades básicas de viento de 120 km/h o mayores, tiene un terreno plano y sin obstrucciones frente a grandes cuerpos de agua de más de 1.5 km o mayores en ancho relativo a cualquier cuadrante del lugar de la obra. La exposición D se extiende al interior desde la costa 0.50 km o 10 veces la altura de la edificación, lo que resulte mayor. Se aplicará a las condiciones de rugosidad de la superficie del terreno que prevalezca contraria a la dirección del viento para una distancia de al menos 5000 pies (1524 m) o 20 veces la altura de la construcción, la que resulte mayor. Para una exposición intermedia o en la zona de transición se aplicará la categoría que genere mayores fuerzas de viento.

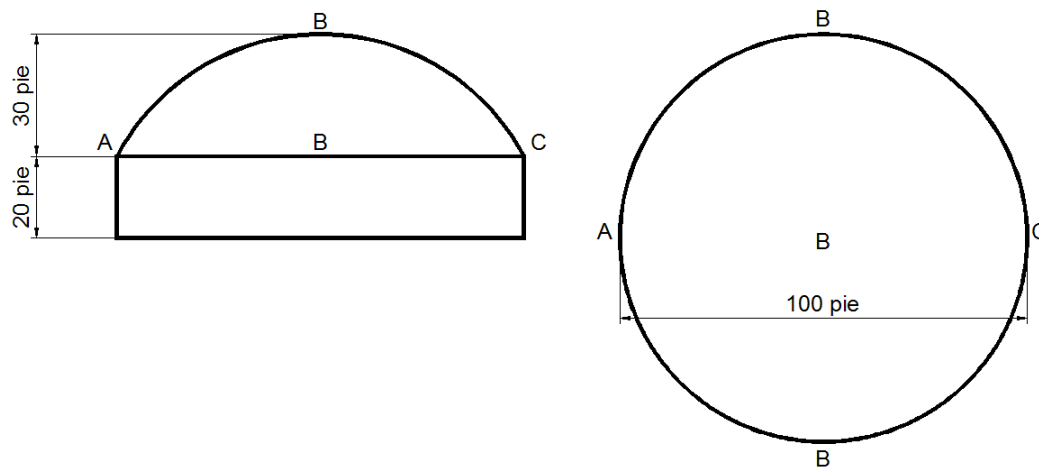
A manera de ejemplo se propone la construcción de un domo circular de concreto reforzado bajo las siguientes condiciones:

- Ubicación: Escuintla, Guatemala
- Topografía: homogénea
- Terreno: abierto
- Dimensiones: diámetro en planta 100 pies (30,48 m)
 - Altura a sección curva 20 pies (6,1 m)
 - Altura completa del domo 50 pies (15,24 m)

Revestimiento: no se requiere, ya que el domo no estará expuesto a escombros arrastrados por viento, ni cristales.

En cuanto a exposición aplica = C

Figura 15. **Construcción con techo tipo domo de 100 pies de diámetro**



Fuente: figura 3-40 Mehta, p. 94.

2.5.1. Clasificación de la construcción

Por su categoría de ocupación (Tabla 1.5-1 ASCE 7-10) se tiene:

I = Edificios y otras estructuras que representan bajo riesgo para la vida humana si fallara, incluye pero no se limita a:

- Instalaciones agrícolas
- Ciertas instalaciones temporales
- Instalaciones de almacenamiento menor.

II Todas los edificios y otras estructuras excepto las listadas en las categorías de ocupación I, III y IV.

III Edificios y otras estructuras que representan un riesgo sustancial para la vida humana si fallara, incluye pero no limita a:

- Edificios y otras estructuras donde estén más de 300 personas reunidas en un área.
- Guarderías con capacidad mayor a 150.
- Instalaciones de escuela primaria o secundaria con capacidad mayor a 250
- Edificios y otras estructuras con una capacidad mayor que 500 con instalaciones para colegios o educación para adultos.
- Centros de salud con una capacidad de 50 o más pacientes residentes, pero que no tienen servicios de cirugía o tratamiento de emergencia.
- Cárceles o instalaciones para detención.

Edificios y otras estructuras no incluidas en categoría de ocupación IV, con potencial a causa de sustancial impacto económico y/o alteración masiva del día a día de la vida civil si fallara, incluye pero no se limita a:

- Instalaciones de manufactura, procesos, manejo, almacenamiento, uso, o disposición de sustancias tales como combustibles peligrosos, químicos peligrosos, desechos peligrosos o explosivos. Contenedores de suficientes cantidades de sustancias tóxicas o explosivas que sean peligrosas para las personas si se derraman.
- Edificios y otras estructuras contenedoras de tóxicos o sustancias explosivas que sean elegibles para clasificarse en la categoría de ocupación II, si puede demostrarse a satisfacción de la autoridad con jurisdicción por una evaluación de riesgo, que al derrame del tóxico o explosivo no represente una amenaza para las personas.

IV Edificios y otras estructuras diseñadas como instalaciones esenciales, incluyendo pero no limita a:

- Hospitales y otros centro de salud que tengan cirugías y servicios de emergencia.
- Estaciones de bomberos, rescate, ambulancias, estaciones de policía, y garajes para vehículos de emergencia.
- Refugios designados para emergencias de terremoto, huracán u otras.
- Emergencias preparadas para comunicación, centros de operación y otras instalaciones requeridas para responder ante una emergencia.
- Estaciones de generación de energía e instalaciones de utilidad al público en una emergencia.
- Estructuras auxiliares (torres de comunicación, tanques de almacenamiento de combustible, torres de enfriamiento, estructuras de subestación eléctrica, tanques de almacenamiento de agua contra incendios. Materiales o equipos para supresión de incendio) requeridas para operación de categoría de ocupación IV durante una emergencia.
- Torres de control aéreo, centros de control de tráfico aéreo, hangares de aviones para atención de emergencias.
- Instalaciones para almacenamiento de agua y equipo de bombeo requerido para mantener la presión de agua para supresión de incendios.
- Edificios y otras estructuras importantes para las funciones de defensa nacional.

Edificios y otras estructuras (incluyendo pero no limitada a: instalaciones de manufactura, procesos, manejo, almacenamiento, uso, o disposición de substancias tales como combustibles peligrosos, químicos peligrosos, desechos peligrosos), conteniendo substancias altamente toxicas donde la cantidad del

producto exceda los límites establecidos por la autoridad que tiene la jurisdicción.

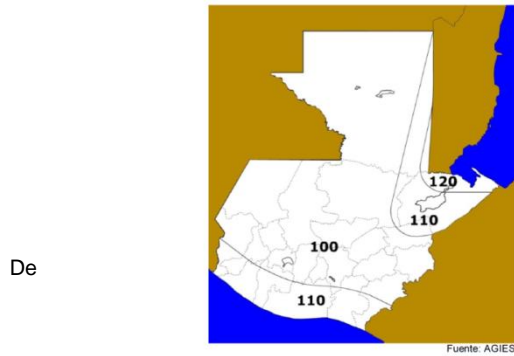
Edificios y otras estructuras que contengan sustancias altamente tóxicas que sean elegibles para clasificarse en categoría de ocupación II, si se demuestra a satisfacción de las autoridades competentes por una evaluación de riesgo. Que el derrame de sustancias tóxicas no representa amenaza al público. Esta reducción de clasificación no será permitida si el edificio o estructura también funciona como instalación esencial.

- Clasificación de la construcción: III

El domo está diseñado para estar cerrado. Esto evita colocarlo en región de escombros arrastrados por el viento y protección por cristales.

- Velocidad básica de viento: es la mayor velocidad que se asocia con una probabilidad anual del 2 % medida en un punto situado a 10 m sobre el nivel del suelo para un área que tiene categoría de exposición C. La velocidad básica mínima del viento en cualquier lugar no debe ser menor de la que se muestra en el mapa de zonas de velocidad básica del viento para la República de Guatemala, figura 16.

Figura 16. **Mapa de velocidad básica del viento para Guatemala (km/h)**



Fuente: figura 5.1 AGIES NSE 2-10, p. 31.

- Velocidad básica de viento = 110 km/h (70 mph)

Presiones de velocidad: se pueden calcular usando la siguiente expresión:

$$q_z = 0.00256 K_z K_{zt} K_d V^2 I \text{ psf} \quad (\text{ASCE 7-10 Sección 30.3.2 p. 316.})$$

(2.8)

Dónde:

K_z = Valor obtenido de tabla 29.3-1 ASCE 7-10 (varía de acuerdo a altura)

Tabla IX. **Coefficientes de exposición de presión de velocidad**

Coefficientes de exposición de presión de velocidad, K_h and K_z					
Altura sobre el nivel del suelo z		Exposición			
		B		C	D
ft	(m)	Caso 1	Caso 2	Casos 1 & 2	Casos 1 & 2
0-15	(0-4.6)	0.70	0.57	0.85	1.03
20	6.10	0.70	0.62	0.90	1.08
25	7.62	0.70	0.66	0.94	1.12
30	9.14	0.70	0.7	0.98	1.16
40	12.19	0.76	0.76	1.04	1.22
50	15.24	0.81	0.81	1.09	1.27
60	18.29	0.85	0.85	1.13	1.31
70	21.34	0.89	0.89	1.17	1.34
80	24.38	0.93	0.93	1.21	1.38
90	27.43	0.96	0.96	1.24	1.40
100	30.48	0.99	0.99	1.26	1.42
120	36.58	1.04	1.04	1.31	1.48
140	42.67	1.09	1.09	1.36	1.52
160	48.77	1.13	1.13	1.39	1.55
180	54.86	1.17	1.17	1.43	1.58
200	60.96	1.2	1.2	1.46	1.61
250	76.20	1.28	1.28	1.53	1.68
300	91.44	1.35	1.35	1.59	1.73
350	106.68	1.41	1.41	1.64	1.78
400	121.92	1.47	1.47	1.69	1.82
450	137.16	1.52	1.52	1.73	1.86
500	152.40	1.56	1.56	1.77	1.89

- Caso 1:**
- Todos los componentes y revestimientos.
 - Construcciones de poca altura con un sistema principal de resistencia a la fuerza del viento
- Caso 2:**
- Todas las construcciones excepto las de poca altura, con un sistema principal de resistencia a las fuerzas de viento
 - Todas las otras estructuras con sistemas resistentes a fuerzas de viento

Fuente: tabla 29.3-1 ASCE 7-10.

$K_d = 0.95$ Para tanques redondos y estructuras similares, tabla 10.

Tabla X. **Factor Kd de direccionalidad**

Tipo de estructura	Factor de direccionalidad Kd
Edificios	
- Sistema principal de resistencia para fuerzas de viento (MWFRS en inglés).	0.85
- Componentes y revestimiento (C&C)	0.85
Techos arqueados	0.85
Chimeneas, tanques y estructuras similares	
- Cuadrados	0.90
- Hexagonales	0.95
- Redondos	0.95
Señales sólidas	0.85
Señales abiertas y marco con rejilla	0.85
Torres de armadura	
- Triangular, cuadrada, rectangular	0.85
- Cualquier otra sección transversal	0.95

Fuente: tabla 26.6-1 ASCE7-10. p. 250.

Factor de topografía $K_{zt} = 1$ para topografía homogénea

Puede determinarse el factor K_{zt} de acuerdo a figura 26.8-1 ASCE 7-10 de acuerdo a las condiciones de terreno y los parámetros indicados. Sin embargo, cuando la topografía se considera homogénea, K_{zt} toma el valor de la unidad.

$$K_{zt} = (1 + K_1 K_2 K_3)^2 \quad (\text{ASCE 7-10 Figura 26.8-1 Capitulo 26 p. 253.}) \quad (2.9)$$

V = 70 mph

Tabla XI. **Factor de importancia para cargas de viento**

Categoría	Región no propensa a huracán con V = 85-100 mph.	Región propensa a huracán con V > 100 mph.
I	0.87	0.77
II	1	1
III	1.15	1.15
IV	1.15	1.15

Fuente: tabla 6-1, ASCE 7-2.

I = 1.15 para categoría III ver tabla 11 (tabla 6-1 ASCE 7-2)

$$q_z = 0.00256 K_z (1)(0.95)(70)^2 (1.15) \text{ psf}$$

$$q_z = 13.7 K_z \text{ psf}$$

Tabla XII. **Presión de velocidades (V = 70 mph)**

Altura (pie)	MWFRS		C&C	
	K_z	q_z psf	K_z	q_z psf
0 – 15	0.85	11.65	0.85	11.65
Cambio a curva 20	0.90	12.33	0.90	12.33
Tope de domo 50	1.09	14.93	1.09	14.93

Fuente: tabla 6-1, ASCE 7-2.

La carga de viento para una construcción cerrada o parcialmente cerrada, no debe ser menor a 10 psf. La velocidad básica del viento puede alcanzar valores entre 85 – 110 mph.

Si se calcula q_z para una velocidad de 110 mph. Se tiene:

$$q_z = 0.00256 K_z (1)(0.95)(110)^2(1.15) \text{ psf}$$

$$q_z = 33.84 K_z \text{ psf}$$

Tabla XIII. Presión de velocidades ($V = 110$ mph)

MWFRS			C&C	
Altura (pie)	K_z	q_z psf	K_z	q_z psf
0 – 15	0.85	28.76	0.85	28.76
Cambio a Curva 20	0.90	30.46	0.90	30.46
Tope de domo 50	1.09	36.89	1.09	36.89

Fuente: tabla 6-1, ASCE 7-2.

$$q_{z \max} = 36.89 \text{ psf}; (180 \text{ kg/m}^2)$$

2.5.2. Cálculo de presión (carga) de viento por AGIES

La Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica (AGIES), determina para el cálculo de presión de viento la ecuación:

$$P = C_e C_q q_s I \quad (\text{Ecuación 5-1 AGIES NSE 2}) \quad (2.10)$$

Donde

P = es la presión de diseño de viento

C_e = es el coeficiente de exposición

C_q = es el coeficiente de presión para la estructura o la parte de la misma bajo consideración

q_s = es la presión de remanso del viento a la altura estándar de 10, y conforme la ubicación de la estructura según el mapa de zonas de velocidad básica del viento (km/h) que aparece en la figura 16.

I = es el factor de importancia. Usar 1,15 para obras esenciales y 1,0 para las otras clasificaciones.

2.5.3. Presión directa positiva

Las superficies que se encuentran en dirección opuesta al viento y perpendiculares a su trayectoria reciben un efecto de impacto directo de la masa de aire en movimiento. Este se conoce como lado de barlovento.

2.5.4. Presión negativa

En el lado opuesto a la dirección del viento, que se conoce como lado de sotavento, se genera una presión hacia fuera de la superficie de la construcción.

$I = 1.15$; C_e = para una altura de 50 pie (15.24 m) = 1.73

Tabla XIV. **Coficiente de exposición**

ALTURA SOBRE EL NIVEL PROMEDIO DEL TERRENO (m)	Exposición D	Exposición C	Exposición B
4.5	1.39	1.06	0.62
6.0	1.45	1.13	0.67
7.5	1.50	1.19	0.72
9.0	1.54	1.23	0.76
12.0	1.62	1.31	0.84
18.0	1.73	1.43	0.95
24.0	1.81	1.53	1.04
30.0	1.88	1.61	1.13
36.0	1.93	1.67	1.20
48.0	2.02	1.79	1.31
60.0	2.10	1.87	1.42
90.0	2.23	2.05	1.63
120.0	2.34	2.19	1.80

Fuente: tabla 5-1 AGIES NSE 2.

La exposición considerada es D para la costa.

Tabla XV. **Coficientes de presión Cq**

Estructura	Descripción	Factor Cq
Elementos y componentes que no están en áreas de discontinuidad.	Elementos de techo	
	Estructuras encerradas y no encerradas	
	Pendiente menor a 7:12	1.2 Hacia afuera
	Pendiente mayor a 7:12 y menor a 1:1	1.2 Hacia adentro
Chimeneas, tanques y torres sólidas	Cuadrado o rectangular	1.4 C. Dirección
	hexagonal u octogonal	1.1 C. Dirección
	redondo o elíptico	0.8 Cualquier dirección

Fuente: tabla 5-2 AGIES NSE 2.

$$P = C_e C_q q_s I \quad \rightarrow P = (1.73) (0.8) (q_s) (1.15)$$

$$P = 1.59 q_s$$

Tabla XVI. **Presión de remanso de viento = q_s**

Velocidad básica de viento (km/h)	100	110	120
Presión (Pa)	474	573	682

Fuente: tabla 5-3, AGIES NSE 2.

$$P = 1.59 (573) \text{ Pa} \rightarrow P = 911 \text{ Pa} = 19.03 \text{ psf}$$

Para una velocidad de 175 km/h; $q_s = 994 \text{ Pa}$

$$P = 1.59 (994) \text{ Pa} \rightarrow P = 1581.26 \text{ Pa} = 33.03 \text{ psf}$$

$$P \text{ máx.} = 33.03 \text{ psf. (161.31 kg/m}^2\text{)}$$

2.6. Carga lateral

Dado que el domo se diseña con base en el análisis de membranas, la pared vertical se asume libre en su borde superior y con restricción en su parte baja. El diseño de la pared se puede efectuar bajo las recomendaciones y coeficientes de Carpenters.

Para una altura de pared de $H = 20 \text{ pie (6,1 m)}$

Diámetro = $D = 100 \text{ pies (30,48 m)}$

$$\text{Cálculo de espesor de pared} = t = d_A = 3H + 5 H \quad (\text{m})$$

(2.11)

$$d_A = 3 H \text{ (m)} + 5 = 23,3 \text{ cm} \approx 0,25 \text{ m}$$

$$H / d_A = 6,1 / 0,25 = 24,4$$

$$H / D = 6,1 / 30,48 = 0,20$$

Por lo tanto de la tabla 17 se obtiene F, K₁ y K₂. W_{agua} = 9800

$$M_{max} = FwH^3 \quad (2.12)$$

$$T_H = \frac{1}{2}wHDK_2 \quad \text{Punmia p. 135.} \quad (2.13)$$

$$L = K_1H \quad (2.14)$$

Cálculo de F; para H/d_A = 24.4 & H/D = 0.20

Interpolar entre 0.028 – 0.022

$$F = 0,0253 \quad M_{max} = (0,0253)(9800)(6,1)^3 = 56277,67 \text{ N.m/m}$$

$$K_2 = 0,495$$

$$T_H = \frac{1}{2}(9800)(6,1)(30,48)0,495 = 450968,36 \text{ N/m}$$

$$K_1 = 0,475 \quad L = 0,475 * 6,1 = 2,90 \text{ m}$$

$$\text{Área de anillos} = T_H / \sigma_s$$

$$\sigma_s = 115 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Área de anillos} = 450968,36 / 115 = 3921 \text{ mm}^2$$

Si se proveen anillos No. 6 (19 mm) con un área de 285 mm² se tiene

Espaciamiento = ancho x área_v / (área de anillos/2) donde 2 es el número de capas de refuerzo = 1000 mm * 285 mm² / (3921 mm² / 2) = 145.37 mm.

Tabla XVII. **Coefficientes de Carpenters**

Factores		F				K ₁				K ₂			
H + d _A		10	20	30	40	10	20	30	40	10	20	30	40
Valores de H/D	0.2	0.046	0.028	0.022	0.015	--	0.50	0.45	0.40	0.32	0.46	0.53	0.50
	0.3	0.032	0.019	0.014	0.010	0.55	0.43	0.38	0.33	0.35	0.53	0.60	0.66
	0.4	0.024	0.014	0.010	0.007	0.50	0.39	0.35	0.30	0.44	0.58	0.65	0.70
	0.5	0.020	0.020	0.009	0.006	0.45	0.37	0.32	0.27	0.48	0.63	0.69	0.73
	1.0	0.012	0.006	0.005	0.003	0.37	0.28	0.24	0.21	0.62	0.73	0.74	0.83
	2.0	0.006	0.003	0.002	0.002	0.30	0.22	0.19	0.16	0.73	0.81	0.85	0.88
	4.0	0.004	0.002	0.002	0.001	0.27	0.20	0.17	0.14	0.80	0.85	0.87	0.90

Fuente: PUNMIA, B.C.; et al. *Reinforced concrete structures – factors*. Tabla 3.7, p. 99.

$$A_{sh} \text{ provista} = 2 * 1000 \text{ mm} * 285 \text{ mm}^2 / 145 \text{ mm} = 3931 \text{ mm}^2 \quad (0.0039 \text{ m}^2)$$

- Esfuerzo de tensión en el concreto = $450968.36 / (1000 * 250 + 12 * 3931)$
- Esfuerzo de tensión en el concreto = 1.52 N/mm^2

Tabla XVIII. **Esfuerzos permisibles en el concreto**

Grado del Concreto Psi Mpa		Esfuerzos permisibles		Corte
		Tensión Directa N/mm ²	Tensión debido a Flexión N/mm ²	=Q/bjd N/mm ²
2176	M 15	1.1	1.5	1.5
2901	M 20	1.2	1.7	1.7
3626	M 25	1.3	1.8	1.9
4321	M 30	1.5	2.0	2.2
5076	M 35	1.6	2.2	2.5
5802	M 40	1.7	2.4	2.7

Fuente: PUNMIA, B.C.; et al. *Reinforced concrete structures – factors*. Tabla 3.7, p. 99.

El esfuerzo es aceptable si se usa concreto grado M 35 (5000 psi) de lo contrario aumentar espesor de muro.

Para el momento máximo = 56277.67 N.m/m se tiene:

$$d = \sqrt{\frac{M_{max} \cdot 1000}{1000 \cdot R}} = \sqrt{\frac{56277.57 \cdot 1000}{1000 \cdot 1.32}} = 206.5 \text{ mm} \quad \text{Punmia p. 106. (2.15)}$$

$$R = \frac{1}{2} \sigma_{cbc} \cdot j \cdot k = 1.32 \quad k = \frac{n \sigma_{cbc}}{n \sigma_{cbc} + \sigma_{st}} \quad j = 1 - \frac{k}{3}$$

$$\sigma_{cbc} = 7 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{st} = 115 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} ; \quad n = \frac{f_y}{f_{rc}} = 13$$

Si se usa barra No. 6 (19 mm) y un recubrimiento de 1" (25 mm)

$$d' = 19/2 + 25 = 35 \text{ mm. Espesor total} = d + d' = 206.5 + 35 = 241.5 \text{ mm}$$

Sin embargo, se debe proveer un espesor mínimo de muro igual al mayor de los siguientes:

- 150 mm
- $3 H + 5 = 25 \text{ cm} = 250 \text{ mm}$
- 241.5 mm

Se utiliza 250 mm

$$d = 250 \text{ mm} - 35 = 215 \text{ mm}$$

$$A_{st} = \frac{M_{max} * 1000}{\sigma_s * 0.853 * d} = \frac{56277.67 * 1000}{115 * 0.853 * 215} = 2668.4 \text{ mm}^2 \quad (2.16)$$

Si se proveen barras No. 8 (25 mm) con un área de 506 mm^2 se tiene
espaciamiento = ancho x área_v / (área de barras)
= $1000 \text{ mm} * 506 \text{ mm}^2 / (2668.4 \text{ mm}^2) = 190 \text{ mm}$.

Este refuerzo es requerido en el primer metro y medio del muro a partir del fondo en el lado de este en contacto con el producto almacenado. Se puede repetir el cálculo para una altura menor de líquido.

Para el lado externo del muro se recomienda proveer un refuerzo del .3% de la sección de concreto.

$A_{sd} = 0.3 * 250 * 1000 / 115 = 652 \text{ mm}^2$ esto es en los dos lados, en el interno el acero calculado por el momento máximo es aceptable y se debe colocar el 50 % del A_{sd} en el lado externo. (Pummia & Jain, 1994)

$$A_{sd} = 652 \text{ mm}^2 * .5 = 326 \text{ mm}^2$$

Si se utiliza barra No. 4 (13 mm) se tiene 127 mm^2 .

Espaciamiento = $1000 \text{ mm} * 127 \text{ mm}^2 / (326 \text{ mm}^2) = 390 \text{ mm}$.

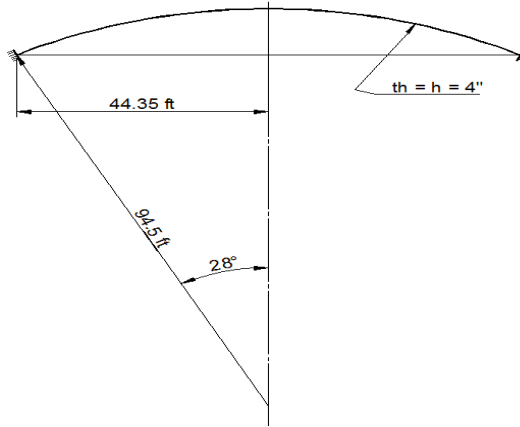
2.7. Carga por cambio de temperatura

El concreto como muchos materiales, se expande con un aumento en la temperatura y se contrae con una disminución en la misma. Los efectos de tales cambios en el volumen son similares a aquéllos causados por la retracción de fraguado, es decir, la contracción por temperatura puede llevar a agrietamientos considerables, particularmente cuando se superpone a la retracción de fraguado. En estas estructuras indeterminadas, las deformaciones debidas a cambios de temperatura pueden causar esfuerzos altos y en ocasiones dañinos. (Billington, 1982)

El coeficiente de expansión y contracción térmica varía relativamente dependiendo de los tipos de agregados y riqueza de la mezcla. Este está por lo general en el rango de 4×10^{-6} a 7×10^{-6} pulg/pulg por °F. Para efectos de cálculo de esfuerzos y deformaciones unitarias causadas por cambios de temperatura se acepta generalmente como satisfactorio un valor de $5,5 \times 10^{-6}$ pulg/pulg por °F, para el concreto este es suficiente para no producir agrietamiento y otros efectos no deseables debidos a las deformaciones térmicas diferenciales (Nilson, 2001).

Aplicación: un domo rígidamente soportado se analizará por carga gravitacional uniformemente distribuida y cambio de temperatura.

Figura 17. Domo rígidamente soportado



Fuente: elaboración propia, con AutoCAD.

Sea: $r_1 = r_2 = a = 94.5 \text{ ft}$

$h = t_h = 4''$ espesor constante del cascarón

$\varphi = 28^\circ$

$\nu = \text{ratio de Poisson} = 1/6 = 0.167$

$t = -10^\circ \text{ F}$ caída de temperatura

$q = 50 \text{ Psf}$ (carga muerta) + 40 psf (carga Viva)

= 90 psf

$$\lambda = \sqrt[4]{3(1 - \nu^2) \left(\frac{a}{h}\right)^2} \rightarrow \sqrt[4]{3(1 - 0.167^2) \left(\frac{94.5}{4/12}\right)^2} \quad \text{Billington, p. 70. (2.17)}$$

$$\lambda = \sqrt[4]{3(0.9744)(80656)} = \sqrt[4]{(235757.5)}$$

$$\lambda = 22$$

$$\Delta_h = D_{10} = \frac{a^2 q}{Eh} \left(\frac{(1 + \nu)}{(1 + \cos \varphi)} - \cos \varphi \right) \sin \varphi \quad \text{Desplazamiento en h} \quad (2.18)$$

$$\Delta_h = D_{10} = \frac{94.5^2 q}{E(0.33)} \left(\frac{(1+0.167)}{(1+\cos 28^\circ)} - \cos 28^\circ \right) \sin 28^\circ$$

$$\Delta_h = D_{10} = \frac{94.5^2 q}{E(0.33)} \left(\frac{(1.167)}{(1+0.883)} - 0.883 \right) 0.4695$$

$$\Delta_h = D_{10} = \frac{27061.36q}{E} (-0.0966) \rightarrow \Delta_h = D_{10} = -3310.18 \frac{q}{E}$$

$$\Delta_\varphi = D_{20} = \frac{aq}{Eh} (2 + \nu) \sin \varphi \quad \text{Desplazamiento angular} \quad (2.19)$$

$$\Delta_\varphi = D_{20} = \frac{(94.5)q}{E(0.33)} (2 + 0.167) \sin 28^\circ$$

$$\Delta_\varphi = D_{20} = \frac{286.36 q}{E}$$

2.7.1. Cálculo de correcciones para las fuerzas aplicadas

$$\Delta_H (H = 1) = D_{11} \frac{2a\lambda \sin \varphi^2}{Eh} \quad (2.20)$$

$$\Delta_H = D_{11} = \frac{2(94.5)(22) (\sin 28^\circ)^2}{E(0.33)} \rightarrow D_{11} = \frac{2777.42}{E}$$

$$\Delta_H = (M_\varphi = 1) = D_{12} = \frac{2\lambda^2 \sin \varphi}{Eh} \quad (2.21)$$

$$\Delta_H = (M_\varphi = 1) = D_{12} = \frac{2(22)^2 \sin 28^\circ}{(0.33)E} = \frac{1377.12}{E}$$

$$\Delta_\varphi (M_\varphi = 1) = D_{22} = \frac{4\lambda^3}{Eah} \quad (2.22)$$

$$\Delta_\varphi (M_\varphi = 1) = D_{22} = \frac{4(22)^3}{E(94.5)(0.33)} = \frac{1365.78}{E}$$

La magnitud de las fuerzas de corrección requeridas pueden expresarse en la matriz de ecuaciones de compatibilidad del soporte del domo:

$$\sum \Delta_H = 0 = X_1 D_{11} + X_2 D_{12} + D_{10}$$

$$\sum \Delta_\phi = 0 = X_1 D_{21} + X_2 D_{22} + D_{20}$$

Donde: la variación de signos se debe al sentido en el que se consideran los desplazamientos D_{10} y D_{20} .

$$2777.42X_1 + 1377.12X_2 = 3310.18q$$

$$1377.12X_1 + 1365.78X_2 = -286.36q$$

$$2777.42 X_1 + 1377.12 X_2 = 3310.18$$

$$1377.12 X_1 + 1365.78 X_2 = -286.36$$

$$1388.55 X_1 + 1377.12 X_2 = -288.74 \quad \text{Factor Mod. } 1.0083$$

$$1388.87 X_1 + 0 X_2 = 3598.92$$

$$X_1 = 2.59 q$$

$$2777.42 X_1 + 1377.12 X_2 = 3310.18$$

$$1377.12 X_1 + 1365.78 X_2 = -286.36$$

$$2777.42 X_1 + 2754.55 X_2 = -577.54 \quad \text{Factor Mod. } 2.0168$$

$$0 X_1 + -1377.43 X_2 = 3887.72008$$

$$X_2 = -2.82 q$$

Para $q = 90 \text{ psf}$

$$X_1 = 2.59 * 90 = 233.10 \text{ lb/ft}$$

$$X_2 = -2.82 * 90 = -253.8 \text{ ft - lb/ft}$$

Bajo la condición de membrana no hay fuerzas como resultado del cambio de volumen. El único error en geometría es el desplazamiento lateral Δ_H , dado como:

$$\Delta_H = D_{10} = r_\varphi T e$$

Billington, p. 70

$$r_\varphi = a \text{ seno } \varphi = 94.5 * 0.4695 = 44.37 \text{ ft}$$

$$e = \text{coeficiente térmico} = 6 \times 10^{-6}$$

$$T = \text{caída de temperatura} = -10^\circ$$

$$\Delta_H = D_{10} = 44.37 (-10^\circ) 6 \times 10^{-6} = -2662 \times 10^{-6}$$

Para evitar introducir E en todos los otros desplazamientos, el movimiento por la temperatura es expresado como:

$$E\Delta_H \text{ con } E = 4.32 \times 10^5 \text{ ksf.}$$

$$ED_{10} = 4.32 \times 10^5 (-2662 \times 10^{-6})$$

$$ED_{10} = -1150$$

$$\Delta_\varphi = D_{20} = 0$$

Si se utilizan las mismas ecuaciones de compatibilidad se tiene:

$$2777.42X_1 + 1377.12X_2 = 1145$$

$$1377.12X_1 + 1365.78X_2 = 0$$

$$\begin{array}{rcccl} & X_1 & & X_2 & \\ 2777.42 & + & 1377.12 & = & 1145 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} & X_1 & & X_2 & \\ 1377.12 & + & 1365.78 & = & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccl} & X_1 & & X_2 & \\ 1388.55 & + & 1377.12 & = & 0.00 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Factor} \\ \text{Mod. } 1.0083 \end{array}$$

$$1388.87 + X_1 + 0 X_2 = 1145.00$$

$$X_1 = 0.82$$

$$2777.42 + X_1 + 1377.12 X_2 = 1145$$

$$1377.12 + X_1 + 1365.78 X_2 = 0$$

$$2777.42 + X_1 + 2754.55 X_2 = 0.00 \quad \text{Factor Mod. 2.0168}$$

$$0 + X_1 - 1377.43 X_2 = 1145$$

$$X_2 = -0.83$$

$$X_1 = 0.82 \text{ kip/ft} = 820 \text{ lb/ft}; \quad p/\text{carga } 90 \text{ psf} \quad X_1 = 233.10 \text{ lb/ft}$$

$$X_2 = -0.83 \text{ ft} \cdot \text{k/ft} = -830 \text{ ft-lb/ft}; \quad p/\text{carga } 90 \text{ psf} \quad X_2 = -253.8 \text{ ft} \cdot \text{lb/ft}$$

Aún con una caída de temperatura de 10 °F se pueden producir tensiones anulares grandes y momentos de más de tres veces los generados por las cargas gravitacionales. En condiciones donde se pueden tener caídas de temperatura de hasta 70 °F las tensiones y los momentos podrían controlar el diseño. Cuando se tienen variaciones altas y bajas de temperatura, el momento puede invertirse y el cascarón deberá reforzarse.

2.8. Carga por lluvia

ASCE 7-10 en cuanto a carga de diseño por lluvia indica en la sección 8.4 inestabilidad por encharcamiento como la inestabilidad generada por la retención de agua debido únicamente a la deflexión relativa a techos planos. En el caso del domo, el efecto de encharcamiento por lluvia (*ponding*) no debe considerarse, ya que no es una superficie con pendiente menor a ¼ de pulgada por pie (1.19°).

3. CAPÍTULO 3: CÓDIGOS DE APLICACIÓN

En el presente capítulo se efectúa una recopilación de algunos de los incisos de los códigos vigentes que pueden influir en el diseño de domos circulares de concreto, sin embargo deberán revisarse los documentos originales (en inglés) para garantizar el alcance de aplicación.

3.1. ACI 334.1 R-92 Estructuras de concreto tipo cáscara

Prefacio

Con el uso de cáscaras delgadas, se ha incrementado el entendimiento de su comportamiento a través de observaciones de campo, evaluaciones de laboratorio y el refinamiento de procedimientos analíticos matemáticos. Como sea, debido al amplio rango de geometría de las cáscaras delgadas, el entendimiento acumulado continúa limitado. Para algunos sistemas de cáscara delgada tales como cáscara de barril cilíndrico, el diseño puede hacerse con el mismo grado de precisión que por el método convencional del concreto reforzado. Para otros sistemas de cáscara delgada como el de doble curvatura, el diseño deberá ser a veces basado en análisis menos refinado en el mismo sentido que el diseño empírico de placas planas de piso. Por lo tanto se consideró dividir el reporte ACI 334.1 R-92 en dos partes.

La primera parte titulada “Criterios” cubre recomendaciones generales de diseño. La segunda parte titulada “Comentario” contiene datos de interés general para el diseñador de cáscaras delgadas que reflejan la práctica corriente.

El análisis, diseño y construcción de estructuras de cáscara delgada, requiere un profundo conocimiento en este campo. Por lo tanto, las recomendaciones contenidas en este documento no son suficientes por si mismas para la ejecución satisfactoria de estructuras de cáscara delgada. (ACI334.1, 1992)

- Parte 1: criterios

3.1.1. Definiciones

3.1.1.1. Cáscaras delgadas

Son placas curvadas o dobladas cuyo espesor es pequeño comparado con sus otras dimensiones. Se caracterizan por su comportamiento de distribución de carga en tres dimensiones; que está determinado por su figura geométrica, sus condiciones de contorno y la naturaleza de la carga aplicada. Las cáscaras delgadas están limitadas por miembros de soporte y miembros de borde.

3.1.1.1.1. Miembros auxiliares

En un sentido amplio, cualquier miembro colocado a lo largo del borde de una cáscara o un segmento de esta con capacidad para rigidizar la cáscara y distribuir o transmitir la carga en acción compuesta con la cáscara. Se clasifican como sigue, de acuerdo al uso establecido, aunque para ciertas cáscaras un miembro puede servir en una combinación de capacidades.

- Miembros de apoyo: vigas, arcos, armaduras, diafragmas, etc. A lo largo de los bordes de las cáscaras delgadas que sirven para ambos; apoyar y rigidizar la cáscara delgada.

- Miembros de borde: vigas, armaduras, etc. A lo largo de los bordes de cáscaras delgadas que no forman parte de la estructura principal de soporte, pero sirven para rigidizar y actuar integralmente; en acción combinada con la cáscara delgada para llevar las cargas a los miembros de soporte.
- Miembros de rigidez: son costillas que sirven solo para rigidizar las cáscaras delgadas o para el control de deformaciones locales.

3.1.2. Análisis elástico

Cualquier análisis estructural basado en el comportamiento elástico y el involucramiento de suposiciones que son adecuadas a las aproximaciones del comportamiento elástico tridimensional. Análisis basados en los resultados de evaluaciones en modelos elásticos. Cuando se realizan correctamente se consideran como válidos los análisis elásticos.

3.1.3. Pandeo

Al investigar las cáscaras por estabilidad, se debe considerar la posible reducción del valor de la carga de pandeo causado por deflexiones grandes, efectos de la fluencia y la variación entre la superficie actual de la cáscara y la superficie teórica.

3.1.4. Dosificación

3.1.4.1. Esfuerzos permisibles y factores de carga

- Al menos que se indique lo contrario, esfuerzos de concreto y acero, y factores de carga, serán como lo especifique el código de construcción ACI 318.
- La resistencia mínima estándar de un cilindro f'_c será 3000 psi.

3.1.4.2. Espesor de cáscara

- El espesor de la cáscara no siempre será dictado por requerimientos de resistencia, pero a menudo también puede ser por la deformación de miembros de borde, estabilidad y el recubrimiento sobre el acero de refuerzo.
- Concentraciones de esfuerzos debido a cambios abruptos en la sección deberán ser considerados y, donde sea necesario, el espesor de la cáscara deberá aumentarse gradualmente.

3.1.4.3. Refuerzo de la cáscara

1. El esfuerzo en el refuerzo puede asumirse como el valor permisible, independientemente de la deformación en el concreto.
2. Cuando los esfuerzos de tensión varíen mucho en magnitud sobre la cáscara, como en el caso de cáscaras cilíndricas; el refuerzo capaz de resistir la tensión total puede ser concentrado en la región de máximo esfuerzo de tensión, cuando se haga esto; el porcentaje de refuerzo para

control de la fisuración en cualquiera de las 12 pulgadas de ancho, no deberá ser menor del 0.35 por ciento en toda la zona de tensión.

3. Los principales esfuerzos de tensión deberán ser resistidos completamente por el refuerzo.
4. El refuerzo para resistir los esfuerzos principales de tensión, se supone que actúa a la mitad de la superficie de la cáscara; puede colocarse en la dirección general de las líneas de los esfuerzos principales de tensión (también referidos como paralelos a las líneas de los esfuerzos), o en dos o tres direcciones. En las regiones de alta tensión, es aconsejable; basado en la experiencia, colocar el refuerzo en la dirección del esfuerzo principal.
5. El refuerzo puede considerarse paralelo a la línea de esfuerzo principal, cuando su dirección no se desvíe de este por más de 15°. Las variaciones en la dirección del esfuerzo principal sobre la sección transversal de la cáscara debido a momentos, no necesitan ser consideradas para la determinación de la desviación máxima. En las áreas donde la tensión en el refuerzo es menor que el esfuerzo permisible, una desviación mayor que 15° puede considerarse paralela, un decremento del 5 por ciento del esfuerzo permisible se considerará para compensar cada grado adicional de desviación sobre 15°. Siempre que sea posible, tal refuerzo puede colocarse a lo largo de líneas consideradas más prácticas para la construcción; tales como líneas rectas.
6. Cuando se coloque en más de una dirección, el refuerzo resistirá los componentes de la fuerza principal de tensión en cada dirección.
7. En las áreas donde el esfuerzo principal de tensión calculado en el concreto exceda 300 psi. Se colocará al menos una capa de refuerzo paralela al esfuerzo principal de tensión, a menos que se demuestre que una desviación del refuerzo de la dirección paralela a las líneas de los

esfuerzos principales de tensión es permisible, por las características geométricas de la cáscara y que por razones de geometría solo se podría desarrollar agrietamiento local insignificante.

8. Cuando el esfuerzo principal de tensión (psi) en el concreto exceda el valor de $2\sqrt{f'c}$ (donde $f'c$ es también en psi) el espaciamiento del refuerzo no será mayor que tres veces el espesor de la cáscara delgada. De otra manera se espaciarán a cinco veces el espesor de la cáscara pero no más de 18 pulgadas.
9. El refuerzo mínimo será proporcionado como lo requiere el código de construcción ACI 318, aun cuando no sea requerido por análisis.
10. El porcentaje de refuerzo en cualquiera de las 12 pulgadas de ancho de cáscara no deberá exceder $30\frac{f'c}{f_s}$. Como sea el máximo porcentaje no excederá el 6 % si $f_s = 20,000$, 5% si $f_s = 25,000$; o 4% si $f_s = 30,000$. Cuando estos últimos valores son aceptables. Si la desviación del refuerzo de las líneas del esfuerzo principal es mayor que 10° el porcentaje máximo será la mitad de los valores anteriores.

3.2. ACI 313 - 97 Práctica estándar para el diseño y construcción de silos de hormigón y tubos apilables para el almacenamiento de materiales granulares.

1. (1.3 (numeración de ACI)) Alcance: Este estándar cubre el diseño y construcción de silos de concreto y tubos apilables para almacenar materiales granulares, está basado en el método de diseño por esfuerzos. (ACI313, 1997)
2. (2.3) Agregados: El tamaño nominal máximo del agregado para concreto no deberá ser mayor que 1/8 de la dimensión entre los lados de la

formaleta. Ni mayor a 3/8 del espacio mínimo entre las barras de refuerzo.

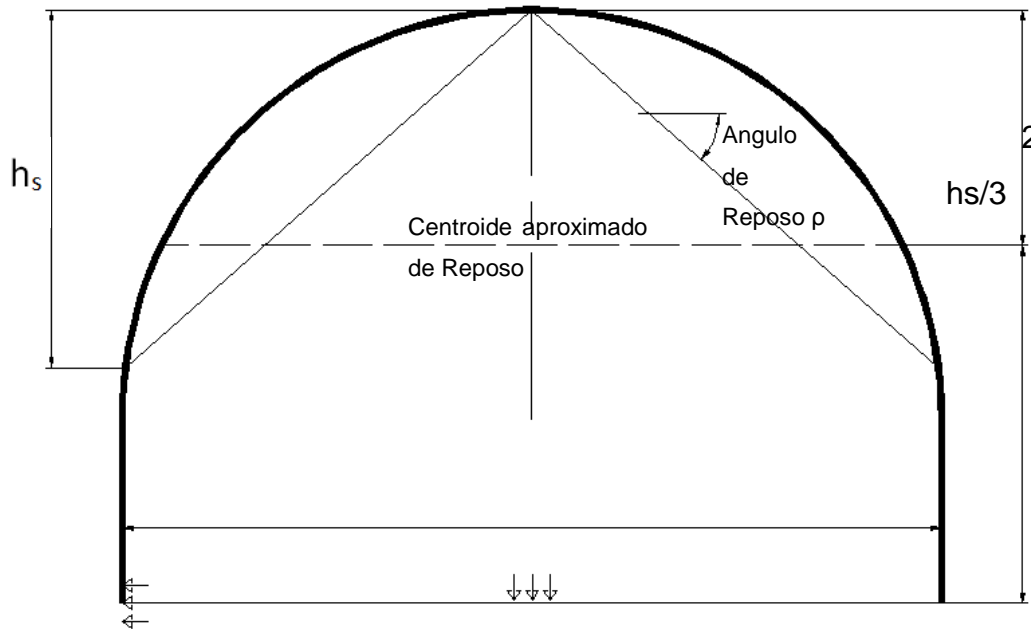
3. (2.4) El agua para el concreto deberá ser potable. Libre de substancias perjudiciales para el concreto o el acero.
4. (3.2) El esfuerzo a compresión para concreto fundido *in situ* no deberá ser menor que 4000 psi (28 Mpa) a 28 días.
5. (3.4.1) El refuerzo horizontal a tensión en el silo y en tolva de descarga no se incluye.
6. (3.4.2) El refuerzo horizontal deberá ser colocado con precisión y adecuadamente soportado. Físicamente asegurado al refuerzo vertical y a otros soportes adecuados para prevenir el desplazamiento durante el movimiento de la formaleta o la colocación del concreto.
7. (3.4.3) Las paredes del silo que sean de 9 pulgadas (0.23 m) o más en espesor deberán tener dos capas de refuerzo horizontal y vertical.
8. (3.5.2) Las formaletas deberán ser ajustadas y rigidizadas para mantener el espesor final del muro de concreto dentro de las tolerancias de dimensiones dadas en la sección 3.9.
9. (3.9.1) Tolerancias: traslación de la línea de centro del silo o rotacional (espiral) de pared;
Para alturas de 100 pies (30 m) o menos _____ 3 pulgadas (75 mm).
Para alturas mayores a 100 pies, 1/400 veces la altura, pero no más de 4 pulgadas (100 mm).
10. (3.9.2) Diámetro interno o distancia entre paredes;
Para diámetro de 10 pies o distancia 3 m _____ ½ pulgadas (12 mm)
Pero no más de 3 pulgadas (75 mm).
11. (3.9.3) para la sección del muro _____ +1 pulgada (25 mm)
0 _____ -3/8 pulgadas (10 mm)

12. (4.2.1) Silos y tubos continuos deben diseñarse para resistir todas las cargas aplicables, incluyendo;
 - a) Carga muerta: peso de la estructura y accesorios adheridos incluyendo carga muerta de equipo soportado por la estructura.
 - b) Carga viva: fuerzas del material almacenado (incluyendo sobre presiones y presiones bajas) cargas vivas de piso y techo, nieve, cargas de equipo, presiones de aire positivas y negativas, viento o carga sísmica (la que domine) y fuerzas de la tierra o de material almacenado al exterior del silo.
 - c) Cargas térmicas: incluyendo las debidas a diferencias de temperatura de las caras internas y externas de la pared.
 - d) Fuerzas debido a asentamiento diferencial o cimientos.
 - e) (4.2.3) Los espesores de silos y tubos continuos no deberán ser menores que 6 pulgadas (150 mm) y no menor de 2 pulgadas (50 mm) para concreto preesforzado.
13. (4.2.4.1) Factores de carga para silos o tubos continuos: se deben diseñar conforme a lo especificado en el ACI 318. El peso y presiones debido al material almacenado se considerarán carga viva.
14. (4.2.5) Zona de presión: será la parte de la pared que es requerida para resistir fuerzas del material almacenado y tolvas de llenado y descarga.
15. (4.3.4) A menos que se determine lo contrario por el análisis el refuerzo horizontal en el fondo de la zona de presión deberá ser continuado al mismo tamaño y espacio por la distancia bajo la zona de presión igual o al menos 4 veces el espesor h del muro arriba. En ningún caso el área de refuerzo horizontal total será menor que 0.0025 veces el área de concreto por unidad de altura del muro.
16. (4.3.5) El refuerzo vertical de la pared del silo serán barras No. 4 o mayor, el ratio mínimo de refuerzo vertical al área gruesa de concreto no debe ser menor a 0.002. El espaciamiento horizontal de las barras

verticales no debe exceder 18 pulgadas (450 mm) para paredes exteriores o 24 pulgadas (600 mm) para paredes interiores.

17. (4.3.8) Aberturas en zona de presión:
 - a) Al menos todas las áreas de concentración de esfuerzos son analizadas y evaluadas y provistas de refuerzo de acuerdo al refuerzo horizontal que se interrumpió y reemplazarse por 1.2 veces el área $\frac{1}{2}$ arriba y debajo de la abertura.
 - b) A menos que se determine lo contrario por análisis, deberá agregarse un refuerzo a la pared en cada lado de la abertura. El refuerzo a agregar será calculado asumiendo una estrecha franja de pared; $4h$ en ancho a cada lado de la abertura actuarán como columna.
18. (4.3.9) El espaciamiento vertical libre entre las barras horizontales no será menor a 2 pulgadas (50 mm). El espaciamiento centro a centro de las barras no será menor a 5 veces su diámetro.
19. (4.4.1.2) Cualquier método de cálculo de presión puede ser usado para dar las presiones de diseño horizontal vertical y de fricción.
20. (4.4.2.1) Presiones debido al llenado inicial serán calculadas por el método de Janssen.
 - a) La presión vertical inicial a una profundidad y bajo la superficie del material almacenado se calcula como sigue:

Figura 18. Elementos para el cálculo de presiones en silos



Fuente: figura 4-2 ACI 313-97, p. 313-7.

$$q = \frac{\gamma R}{\mu' k} [1 - e^{-\mu' k y / R}]$$

Ecuación 4-1 ACI 313-97, p. 313-7.

μ' = coeficiente de fricción entre el material almacenado y la pared.

R = Radio del área al perímetro de la sección horizontal del espacio de almacenaje.

γ = Peso por unidad de volumen del material almacenado.

- b) La presión horizontal inicial a una profundidad “Y” bajo la superficie del material almacenado puede calcularse como sigue:

$$P = k * q$$

Ecuación 4-2 ACI 313-97, p. 313-7.

- c) El ratio K de presión lateral puede calcularse mediante:

4-2 ACI 313-97, p. 313-7.

$$k = 1 - \sin \phi$$

Donde ϕ es el ángulo de fricción interna.

- d) La carga de fricción vertical por unidad de longitud de perímetro de pared a una profundidad “Y” bajo la superficie del material es:

$$k = \frac{(1 - \sin \phi)}{(1 + \sin \phi)}$$

Ecuación 4-4 ACI 313-97

- e) Donde γ , μ' y k varían, las siguientes combinaciones se usarán con un máximo γ (peso por unidad de volumen almacenado).

1.- Mínimo μ' y mínimo k para máxima presión vertical q .

2.- Mínimo μ' y máximo k para máxima presión lateral P .

2.- Máximo μ' y máximo k para máxima fuerza de fricción V .

21. (4.4.6) Los efectos de carga muerta, carga viva de piso y techo, nieve, térmica, también viento y sismo, presión de aire interna y fuerza del suelo o materiales almacenados contra el exterior del silo; deben considerarse en combinación con las cargas del producto almacenado.
22. (4.4.7) Fuerzas de viento sobre silos (generadas por presiones positivas y negativas) se deben considerar actuando concurrentemente. Las presiones no deberán ser menores que las requeridas por el código local de construcción y la altura en la zona en cuestión. Debe considerarse la flexión circunferencial debido a viento sobre el silo vacío.
23. (4.4.8) Fuerzas de terremoto: silos localizados en zona sísmica deberán ser diseñados y construidos para resistir fuerzas sísmicas laterales. Excepto que el peso efectivo del material almacenado tome el 80 % del peso actual. El periodo fundamental de vibración del silo será estimado por cualquier método racional.

24. (4.4.9) Cargas térmicas: el efecto térmico de calor (o frío) del material almacenado y calor (o frío) del aire deberán ser consideradas. Para paredes circulares o áreas de pared con restricción total a deformación (como esquinas rectangulares), el momento de flexión por unidad de altura de pared o ancho se calculará por:

$$M_t = \frac{E_c h^2 \alpha_c \Delta T}{12(1-\nu)}$$

Ecuación 4-11 ACI 313-97,

α_c = Coeficiente de expansión térmica.

E_c puede reducirse para reflejar el desarrollo del momento de inercia fisurado, si tales suposiciones son compatibles con el desempeño esperado de la del silo bajo cargas de servicio.

25. (4.5.1) Las paredes del silo deben diseñarse para tensión, compresión, corte y otras cargas y momentos de flexión a que puede estar sujeta.
26. (4.5.2) Cuando los efectos de carga térmica T deben incluirse para el diseño de la pared, el esfuerzo requerido U deberá al menos ser igual a:

$$U = 1.4 D + 1.4T + 1.7 L$$

Ecuación 4-12 ACI 313-97,

27. (4.5.7) Los esfuerzos de compresión por carga axial por unidad de área para paredes en que el pandeo (incluyendo el pandeo local) no controla el diseño, se calcula por:

$$P_{nw} = 0.55 \phi f'c$$

Ecuación 4-13 ACI 313-97,

Donde el factor de reducción de resistencia $\phi = 0.70$

28. (4.5.8) Para paredes en la zona de presión, el espesor de pared y el refuerzo deberán proporcionarse para que bajo presiones iniciales de llenado el diseño del ancho de la fisura calculada a 2.5 diámetros de la

barra desde el centro de la barra ($d_c = 2.5$ diámetros de barra) no excederá 0.01 pulgadas 0.25 mm. El ancho de la fisura se calculará por:

$$w = 0.0001 f_s \sqrt[3]{d_c A}$$

Ecuación 4-14 ACI 313-97,

A = área efectiva de tensión del concreto alrededor del refuerzo de tensión y que tiene el mismo centroide que el refuerzo, dividido por el número de barras.

Tabla XIX. **Propiedades físicas de materiales granulares**

	Peso γ		Angulo de fricción interna ϕ	Angulo efectivo fricción interna δ	Coeficiente de Fricción μ'	
	Lb/ft ³	Kg/m ³			Contra Concreto	Contra Acero
Cemento, Clinker	88	1410	33	42 - 52	0.6	0.3
Cemento, Portland	84 - 100	1345-1600	24 - 30	40 - 50	0.4 - 0.8	0.3
Arcilla	106-138	1700-2200	15 - 40	50 - 90	0.2 - 0.5	0.36 - 0.7
Carbón Bituminoso	50 - 65	800-1040	32 - 44	33 - 68	0.55-0.85	0.30
Carbón Antracita	60 - 70	960-1120	24 - 30	40 - 45	0.45-0.50	0.30
Coque	32 - 61	515-975	35 - 45	50 - 60	0.50-0.80	0.50-0.65
Harina	38	610	40	23 - 30	0.30	0.30
Ceniza Volante	50 - 112	865 - 1800	35 - 40	37 - 42	0.60-0.80	0.47-0.70
Grava	100 - 125	1600-2000	25 - 35	36 - 40	0.40-0.45	0.29-0.42
Granos pequeños: trigo, maíz, cebada, frijoles, habas, avena, arroz, centeno	44 - 62	736 - 990	20 - 37	28 - 35	0.29-0.47	0.26-0.42
Yeso, granceado	100	1600	38 - 40	45 - 62	0.5 - 0.8	0.38-0.48
Hierro Mineral	165	2640	40-50	50 - 70	0.5 - 0.8	0.4 - 0.7
Limo calcinado fino	70 - 80	1120-1280	30 - 35	35 - 45	0.5 - 0.7	0.4 - 0.6
Limo calcinado grueso	58 - 75	928 - 1200	40	40 - 45	0.5 - 0.8	0.3 - 0.5
Caliza	84 - 127	1344 -2731	39 - 43	45 - 80	0.6 - 0.8	0.55 - 0.70
Manganeso mineral	125	2000	40			
Arena	100-125	1600-2000	25 - 40	30 - 50	0.40-0.70	0.35 - 0.50
Soya, guisante	50 - 60	800 - 960	23		0.25	0.20
Azúcar granular	53 - 63	1000	35	33 - 40	0.43	

Fuente: tabla 4-A. *Commentary on design and construction of concrete silos and stacking tubes 313R-7.*

3.3. Comentarios sobre ACI 313-97

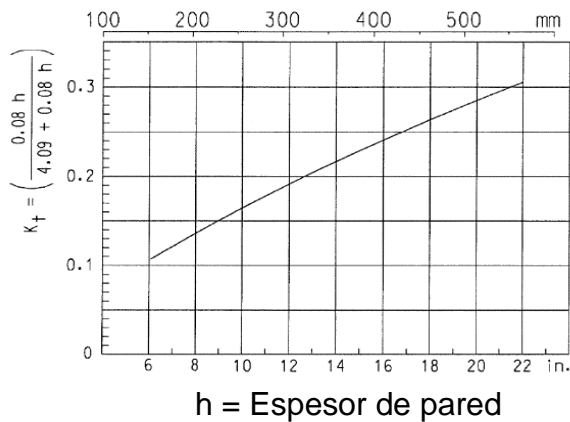
29. (R3.2.1) Históricamente, las mezclas de concreto con un asentamiento de 4 pulgadas (10 cm) han sido usadas con satisfacción en la construcción de silos bajo una amplia variedad de condiciones de campo.
30. (R3.4.3) Los diseñadores deberán ser cautelosos acerca de la selección de paredes menores a 9 pulgadas (23 cm.) por la colocación de dos cortinas de refuerzo. El refuerzo de dos caras ayuda sustancialmente al desempeño de la pared cuando se somete a fuerzas de tensión y flexión a la vez.
31. (R3.4.4) En general, el recubrimiento mínimo para barras de refuerzo colocadas en el interior de las paredes del silo deberá ser 1 pulgada (2.54 cm). Se proveerá un recubrimiento adicional donde existan condiciones de ataque químico o humedad.
32. (R4.4.9) Efectos térmicos: El cálculo de momentos de flexión, debidos a efectos térmicos, requiere determinar la diferencia de temperatura a través de la pared. Para determinar este diferencial, el diseñador debe considerar los ratios en que fluye el calor del material caliente a la superficie interior de la pared a través del espesor de la pared y de la pared a la atmosfera. Hay dos condiciones diferentes a ser analizadas. (ACI 350, 2002)
 - a) La peor condición térmica se encuentra usualmente en la pared sobre la superficie del material caliente, donde se mantiene el aire a una temperatura alta mientras el material caliente reciente fluye hacia el silo. En esta porción de la pared, altas cargas térmicas coexistirán con la carga muerta de la pared y no con la carga del material.

- b) Una condición menos severa existe debajo de la superficie del material caliente, donde la temperatura cae conforme el calor fluye a través de la pared al exterior y un gradiente de temperatura se desarrolla en esta parte de la pared, la carga del material coexistirá con las cargas térmicas reducidas. El diferencial de temperatura puede ser estimado por:

$$\Delta T = (T_i - T_o - 80^\circ F)k_t$$

Donde K_t para el cemento está dado en la figura 19.

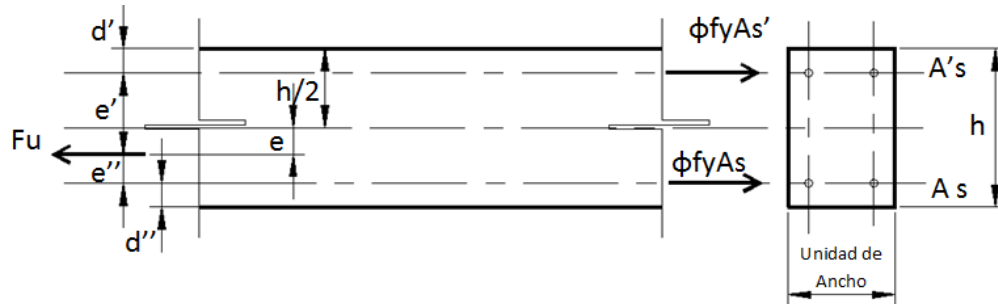
Figura 19. **Determinación de K_t**



Fuente: figura 4-E. *Commentary*. 313R-11.

33. (R4.5.3) El diseño por resistencia de las paredes sujetas a fuerzas de tensión y flexión combinadas estará basado en el supuesto de compatibilidad entre el esfuerzo y deformación. Para $M_u / F_u < h/2 - d$ El refuerzo requerido por tensión por unidad de altura puede determinarse por:

Figura 20. Tensión axial y flexión con pequeña excentricidad



Fuente: gráfica 4-F ACI 313-97.

En el lado cercano a la fuerza \$F_u\$

$$A_s = \frac{F_u e'}{\phi f_y (d - d')}$$

Ecuación 4-H ACI 313-97,

En el lado opuesto:

$$A'_s = \frac{F_u e''}{\phi f_y (d - d')}$$

Ecuación 4-I ACI 313-97,

Ambas áreas de refuerzo \$A_s\$ y \$A'_s\$ son en tensión.

3.4. Código Internacional de Construcción 2009-IBC 2009-

3.4.1. Sección 1509 Provisiones

Las provisiones de esta sección gobernarán la construcción de estructuras de techo o cumbrera. (IBC, 2009)

1. (1509.2.1) Altura sobre el techo

No se debe exceder de 28' (8.534 m) de altura para cerramiento de tanques o elevadores hacia el techo en construcciones tipo I; en cualquier otro caso las estructuras sobre el techo no deben extenderse más de 18' (5.486 m) sobre el techo.

2. (1509.2.2) Limitación del área

El agregado de área de las estructuras de techo, no excederán un tercio del área del techo soportado.

3. (1509.2.3) Limitación de uso

Tabiques o cualquier otra proyección similar sobre el techo, no será usada para otros propósitos más que protección de equipo mecánico o aberturas para ductos.

4. (1509.5) Torres, agujas, domos o cúpulas

Torres, agujas, domos o cúpulas serán al menos del mismo tipo de construcción resistente a fuego que para el edificio al que estén adheridos. Excepto cualquiera que exceda 85' (25.90 m) en altura o sobre el plano o 200 pie² (18.6 m²) en área horizontal utilizada para cualquier otro propósito que campanario o decoración arquitectónica, será construido y soportado como tipo I o II.

5. (1509.5.1) Construcción incombustible requerida

Cualquier torre, aguja, domo o cúpula que exceda 60 pies (18.288 m) de altura sobre el punto más alto del techo o que exceda 200 pie² (18.6 m²) en área de cualquier sección horizontal o que se use para propósito de campanario o decoración arquitectónica. Debe ser enteramente construida y soportada por materiales incombustibles.

6. (1909.1) Concreto estructural simple, alcance

El diseño y construcción de concreto estructural simple, ambos: fundido en sitio y prefabricado, deberán cumplir con los requerimientos mínimos de la sección 1909 y ACI 318 capítulo 22.

7. (1909.1.1) Estructuras especiales

Para estructuras especiales, tales como arcos, estructuras subterráneas de servicios públicos, paredes por gravedad y paredes de protección, las provisiones de esta sección gobiernan donde sea aplicable.

8. (1909.2) Limitaciones

El uso de concreto estructural simple será limitado a:

1. Miembros que son continuamente soportados por el suelo. Tales como paredes y cimientos, o por otro miembro estructural capaz de proveer soporte vertical continuo.
2. Miembros que por la acción de arco proveen compresión bajo todas las condiciones de carga.

3. Paredes y pedestales.

El uso de concreto estructural simple en columnas y en cimentaciones sobre pilotes no es permitido.

9. **(1909.6) Paredes**

En adición a los requerimientos de esta sección, el concreto estructural simple deberá cumplir con los requerimientos aplicables del ACI 318 Capitulo 22.

10. **(1909.6.1) Paredes de sótano**

El espesor de paredes exteriores de sótano y paredes de cimiento no será menor a 7 ½" (0.191 m).

11. **(1909.6.2) Otras paredes**

Excepto las indicadas en el inciso anterior, el espesor de muros de carga no será menor que $L/24$ de la luz sin soporte o apoyo o longitud, el que sea más corto, pero no menor a 5 ½" (0.14 m).

12. **(1909.6.3) Aberturas en paredes**

No menos que barras No. 5 (5/8") se deberán colocar alrededor de ventanas, puertas y aberturas de tamaño similar, las barras deberán ser ancladas para que se desarrolle f_y en tensión en las esquinas de las aberturas.

13. (1910.1) Disposiciones mínimas para losas, general

El espesor de losas de piso de concreto soportadas directamente sobre el suelo, no será menor de 3 ½" (0.089 m). Adicional a su retardante.

14. (1911.1) Cargas de servicio permisible: -para pernos de anclaje-

La carga de servicio permisible para pernos de anclaje en corte o tensión será la indicada en la tabla 1911.2 (IBC 2009 pg. 424). Donde los anclajes estén sujetos a combinación de corte y tensión; la siguiente relación será satisfactoria:

$$\left(\frac{P_s}{P_t}\right)^{\frac{5}{3}} + \left(\frac{V_s}{V_t}\right)^{\frac{5}{3}} \leq 1$$

Ecuación 19-1 IBC2009,

Donde

Ps = carga de tensión de servicio aplicada en libras (N)

Pt = carga de tensión permisible de tabla 1911.2 aplicada en libras (N)

Vs = carga de corte de servicio aplicada en libras (N)

Vt = carga de corte permisible de tabla 3.4 aplicada en libras (N)

Tabla XX. **Carga de servicio permisible para pernos de anclaje empotrados (lb)**

Diámetro De Perno (pulgadas)	Empotramiento Mínimo (pulgadas)	Distancia al borde (pulgadas)	Espaciamiento (pulgadas)	Esfuerzo mínimo del concreto (psi)					
				f'c = 2500		f'c = 3000		f'c = 4000	
				Tensión	Corte	Tensión	Corte	Tensión	Corte
1/4	2 1/2	1 1/2	3	200	500	200	500	200	500
3/8	3	2 1/4	4 1/2	500	1100	500	1100	500	1100
1/2	4	3	6	950	1250	950	1250	950	1250
	4	5	6	1450	1600	1500	1650	1550	1750
5/8	4 1/2	3 3/4	7 1/2	1500	2750	1500	2750	1500	2750
	4 1/2	6 1/4	7 1/2	2125	2950	2200	3000	2400	3050
3/4	5	4 1/2	9	2250	3250	2250	3560	2250	3560
	5	7 1/2	9	2825	4275	2950	4300	3200	4400
7/8	6	5 1/4	10 1/2	2550	3700	2550	4050	2550	4050
1	7	6	12	3050	4125	3250	4500	3650	5300
1 1/8	8	6 3/4	13 1/2	3400	4750	3400	4750	3400	4750
1 1/4	9	7 1/2	15	4000	5800	4000	5800	4000	5800

Fuente: table 1911.2. *Allowable service load on embedded bolts IBC2009*. p. 424.

Para SI: 1 pulgada = 25.4 mm, 1 libra por pulgada cuadrada (psi) = 0.00689 Mpa,
1 libra = 4.45 N

3.4.2. Sección 1913 Concreto Lanzado

1. (1913.1) General

El concreto lanzado es un mortero o concreto que es neumáticamente proyectado a alta velocidad sobre una superficie. Excepto lo que se especifique en esta sección, el concreto se conformará bajo los requerimientos de este capítulo para concreto simple o concreto reforzado.

2. **(1913.2) Proporciones y materiales**

Las proporciones del concreto lanzado serán seleccionadas para permitir los adecuados procedimientos de colocación, utilizando el equipo de suministro y que el concreto lanzado colocado terminado endurecido alcance la resistencia requerida en este código.

3. **(1913.3) Agregado**

Agregado grueso, si se usa; no deberá exceder $\frac{3}{4}$ " (19.1 mm).

4. **(1913.4) Refuerzo**

El refuerzo utilizado en construcción con concreto lanzado deberá cumplir con las disposiciones de las secciones 1913.4.1 a 1913.4.4.

5. **(1913.4.1) Tamaño**

El máximo tamaño del refuerzo será barra No. 5 a menos que se demuestre por evaluaciones de pre construcción que la adecuada colocación de barras de mayor tamaño se logrará.

6. **(1913.4.2) Espaciamiento**

Cuando barras No. 5 o menores sean usadas, se deberá dejar un espaciamiento mínimo entre barras de refuerzo paralelas de $2 \frac{1}{2}$ " (64 mm). Cuando las barras mayores que No. 5 sean permitidas; el espaciamiento mínimo será igual a seis diámetros de las barras usadas. Cuando se provean dos cortinas de acero, la cortina cercana a la tobera tendrá un espaciamiento

mínimo igual a doce diámetros y la cortina restante tendrá un espaciamiento mínimo de seis diámetros de barra.

7. (1913.4.3) Empalmes

Empalmes traslapados de barras de refuerzo se utilizará el método sin contacto con un espacio mínimo de 2 pulgadas (51 mm) entre barras. El uso de traslapes empalmados con contacto necesario para soportar el refuerzo es permitido cuando sea aprobado por el constructor oficial, basado en evaluaciones de preconstrucción satisfactorias que muestren la adecuada colocación de las barras y provean el empalme orientado en el plano a través del centro de las barras perpendicular a la superficie del concreto lanzado.

8. (1913.4.4) Columnas con zunchos

El concreto lanzado no se aplicará a columnas con zunchos o espirales.

9. (1913.6) Rebote

Cualquier agregado suelto acumulado deberá removerse de la superficie a ser cubierta antes de que se coloque la capa inicial o la siguiente de concreto lanzado, el material de rebote no deberá usarse como agregado.

10. (1913.9) Curado

Durante el periodo de curado especificado, el concreto lanzado deberá mantener una temperatura arriba de 40° F (4°C) y en condiciones húmedas.

11. (1913.9.1) Curado inicial

El concreto lanzado deberá mantenerse continuamente húmedo por 24 horas después de haberse lanzado y deberá ser sellado con un componente de curado aprobado.

12. (1913.9.2) Curado final

El curado final continuará por siete días después de lanzado o por tres días si se utiliza cemento de alta resistencia temprana o hasta que la resistencia específica se obtenga.

13. (1913.10.3) Criterio de aceptación

La resistencia promedio a compresión de tres núcleos cúbicos de 3 pulgadas por lado muestreados en el lugar de trabajo por evaluación sencilla de panel será igual o excederá 0,85 f 'c con ningún núcleo menor a 0,75 f 'c.

3.5. Requisitos de diseño sísmico para estructuras distintas a edificios

3.5.1. (15.7) Tanques y recipientes (ASCE7, 2010)

Esta sección aplica a todos los tanques, recipientes, contenedores, silos y envases similares que almacenan líquidos, gases o sólidos granulares; apoyados en la base (de aquí referidos como tanques y recipientes). Los tanques y recipientes cubiertos aquí incluyen: de concreto reforzado, concreto preesforzado, acero, aluminio y materiales reforzados con fibra de plástico.

Tanques soportados sobre niveles elevados serán diseñados de acuerdo con la sección 15.3.

3.5.2. (15.7.2) Base de diseño

Tanques y recipientes para almacenar líquidos, gases y sólidos granulares serán diseñados de acuerdo a este estándar y deberán estar diseñados con los documentos de referencia aplicables listados en el capítulo 23.

- El amortiguamiento para los componentes de fuerza convectiva será tomado como 0,5 por ciento.
- Componentes impulsivo y convectivo serán combinados por la suma directa o por la raíz cuadrada de la suma de sus cuadrados (SRSS). Método donde los periodos modales son separados. Si un par modal significativo puede ocurrir, el método de la combinación cuadrática completa (CQC) puede ser utilizado.
- Fuerzas verticales de sismo pueden ser consideradas en acuerdo con los documentos de referencia aplicables, si el documento de referencia permite al usuario la opción de incluir o excluir la fuerza vertical del sismo. Para cumplir con este estándar debe incluirse; las fuerzas debido a la aceleración vertical serán definidas como sigue:
 1. Fuerzas verticales y laterales hidrodinámicas en las paredes de los tanques: el incremento en la presión hidrostática debido a la excitación vertical del líquido contenido corresponderá a un incremento efectivo en unidad de peso, Y_L igual a $0,2S_{DS}|Y_L$.
 2. Fuerzas anulares hidrodinámicas en paredes de tanques cilíndricos, la fuerza por unidad de altura N_h a una altura “y” desde la base,

asociado con la excitación vertical del líquido contenido; será calculada en conformidad con la ecuación:

$$N_h = 0.2S_{DS}Y_L(H_L - Y)\left(\frac{D_i}{2}\right)$$

Ecuación 15-7-1 ASCE7-10,

Donde

D_i = diámetro interior del tanque

H_L = altura del líquido en el interior del tanque

Y = distancia desde la base del tanque a la altura que está siendo investigada.

Y_L = unidad de peso del líquido almacenado

3. Fuerzas verticales de inercia en paredes de tanques cilíndricos y rectangulares: asociadas con la aceleración vertical de la estructura por sí misma, deberá tomar un valor igual a $0.2SDSIW$.

3.5.3. (15.7.3) Resistencia y ductilidad

Componentes estructurales y miembros que son parte del sistema soporte lateral, serán diseñados para proveer lo siguiente:

- Conexiones y accesorios para el anclaje y otros componentes de resistencia de fuerzas laterales, serán diseñados para desarrollar la resistencia del anclaje (mínimo establecido de resistencia a la fluencia f_y en tensión directa, momento de flexión plástica), o Ω_0 veces la fuerza de diseño calculada para el elemento.
- Penetraciones, manholes y aberturas en componentes de cáscaras serán diseñados para mantener la resistencia y estabilidad de la cáscara para llevar fuerza de tracción y compresión en la membrana.

- Para estructuras de concreto que contengan líquido, los sistemas de ductilidad y disipación de energía bajo cargas sin factorar no se permitirán por las deformaciones inelásticas a tal grado como para poner en riesgo la serviciabilidad de la estructura. Degradación de la rigidez y disipación de la energía será permitida para obtenerse a través de microfisuración limitada, o por mecanismos de resistencia lateral principales que disipan energía sin dañar la estructura.

3.5.4. (15.7.7.3) Concreto reforzado y preesforzado

Los tanques de concreto reforzado y preesforzado serán diseñados en conformidad con los requerimientos sísmicos de AWWA D110, AWWA D115 o ACI 350.3. Excepto que la entrada de las fuerzas de diseño para diseño por esfuerzos permisibles se modificará como sigue:

ASCE7-10, Pág. 155

- Para $T_1 < T_0$, y $T_1 > T_s$, substituye el termino $S_a / \left(1.4 \left(\frac{R}{I}\right)\right)$ donde S_a está

definido en la sección 11.4.5 subsecciones 1, 2, o 3; por los términos en las ecuaciones apropiadas como se sigue:

Para $\frac{ZC_1}{\left(\frac{R_1}{I}\right)}$ ecuaciones de corte y momento de volteo AWWA D110

Para $\frac{ZC_1}{\left(\frac{R_w}{I}\right)}$ ecuaciones de corte y momento de volteo AWWA D115

Para $\frac{ZSC_i}{\left(\frac{R_{wi}}{I}\right)}$ ecuaciones de corte basal y momento de volteo ACI 350.3

- Para $T_0 \leq T_1 \leq T_s$ substituye el termino $S_{DS} / \left(1.4 \left(\frac{R}{I}\right)\right)$ para términos

$$\frac{ZC_1}{\left(\frac{R_1}{I}\right)}, \quad \frac{ZC_i}{\left(\frac{R_w}{I}\right)}, \quad \frac{ZSC_1}{\left(\frac{R_{wi}}{I}\right)}.$$

- Para todos los valores T_c (o T_w), $\frac{ZC_c}{\left(\frac{R_c}{I}\right)}$, $\frac{ZC_c}{\left(\frac{R_w}{I}\right)}$, $\frac{ZSC_1}{\left(\frac{R_{wc}}{I}\right)}$ son reemplazados por:

$$\frac{1.5 S_{D1} I T_L}{T_c^2} \quad \text{o} \quad \frac{1.5 S_{DS} I}{T_c^2} T_S T_L$$

Donde S_a , S_{D1} , T_o , T_s y T_L son definidas en la sección 11.4.5 de este estándar.

3.5.5. (15.7.9) Tanques para almacenamiento de materiales granulares

General: el comportamiento intergranular del material será considerado en la determinación de la masa efectiva y trayectoria de la carga, incluyendo los siguientes comportamientos:

- Incremento de presión lateral (y la resultante del esfuerzo anular) debido a la pérdida de fricción intergranular del material durante el agitación sísmico.
- Incremento de esfuerzos anulares generados por cambios de temperatura en la cáscara después que el material ha sido compactado.
- Fricción intergranular que puede transferir corte sísmico directamente a la cimentación.

3.5.6. (15.7.9.2) Determinación de la fuerza lateral

La fuerza lateral para tanques y reservorios que almacenan materiales granulares será determinada por los requerimientos y aceleración para estructuras de periodo corto (S_{DS}). (ACI313, 1997).

3.5.7. (15.7.9.3) Distribución de la fuerza a la cáscara y cimiento

- (15.7.9.3.1) Incremento en la presión lateral

El incremento en la presión lateral en la pared del tanque será sumada al diseño por presión lateral estática, pero no será usada en la determinación de efectos de estabilidad por presión sobre el esfuerzo por pandeo axial de la cáscara del tanque.

- (15.7.9.3.2) Masa efectiva

Una porción de la masa granular almacenada, actuará con la cáscara (masa efectiva). Está relacionada con las características físicas del producto, la relación altura diámetro del tanque (H/D) y la intensidad del evento sísmico. La masa efectiva deberá ser usada para determinar el corte y cargas de volteo resistidas por el tanque.

- (15.7.9.3.3) Densidad efectiva

El factor de densidad efectiva (que parte del total de masa almacenada del producto que es acelerado por el evento sísmico) será determinada en conformidad con ACI 313.

3.5.8. (15.7.10.7.2) Periodo de la estructura

El periodo fundamental de vibración de la estructura será establecido usando las propiedades estructurales y características de deformación de los elementos resistentes no agrietados en un análisis bien fundamentado. El periodo utilizado para calcular el coeficiente de respuesta sísmica no excederá 2,5 segundos.

3.5.9. Determinación de factores R, Ω_o y C_d

Los valores apropiados de R, Ω_o y C_d indicados en la tabla 21 (15.4-2 del ASCE 7) deberán utilizarse para determinar el corte basal, fuerzas para diseño de elementos y derivas de diseño por niveles. Para estructuras no similares a edificios, se seleccionará un sistema entre los tipos indicados en la tabla, sujeto a las limitantes estructurales de altura h_n , basados en la categoría de diseño sísmico. El valor mínimo C_s deberá reemplazarse por: $C_s = 0,044 S_{DS} I_e$ Pero no será menor a 0,03. Para estructuras donde $S_1 \geq 0.6$ g, el valor mínimo de C_s será reemplazado por:

$$C_s = \frac{0.8 S_1}{\left(\frac{R}{I_e}\right)}$$

Ecuación 15.4-2 ASCE7-10, p. 140

Tabla XXI. **Coefficientes sísmicos para estructuras no similares a edificios**

Tipo de Estructura no similar a Edificio	Detalle de requerimientos	R	Ω_0	C_d	Limite de altura estructural en pies				
					B	C	D	E	F
Tanques de fondo plano soportado en el suelo	15.7								
Anclaje Mecánico		3	2	2.5	NL	NL	NL	NL	NL
Auto anclaje		2.5	2	2	NL	NL	NL	NL	NL
Concreto reforzado o pre esforzado:									
Base reforzada no deslizable		2	2	2	NL	NL	NL	NL	NL
Base con Anclaje Flexible		3.25	2	2	NL	NL	NL	NL	NL
Base flexible sin anclaje -sin restricciones		1.5	1.5	1.5	NL	NL	NL	NL	NL
Todas las otras		1.5	1.5	1.5	NL	NL	NL	NL	NL

*extracto de Tabla 15.4-2

El caso de domo de concreto reforzado puede incluirse en el grupo de estructuras con **base reforzada no deslizable** y de acuerdo a la Tabla 15.4-2 del ASCE 7-10 los coeficientes sísmicos serán: $R = 2$; $\Omega_0 = 2$ y $C_d = 2$.

Fuente: tabla15.4-2. ASCE 7.

4. CAPÍTULO 4: GEOMETRÍA DE LOS DOMOS

Ingenieros contemporáneos usan métodos científicamente comprobados de diseño con tendencia a desarrollar estructuras que combinan máxima resistencia, perfección funcional y economía durante su tiempo de vida. Adicional a esto, es importante que la mejor solución de ingeniería se produzca en igualdad de circunstancias a expensas de la selección de la forma estructural y a no incrementar las propiedades de resistencia de la estructura, por incrementar su sección transversal.

Estructuras tipo cáscara soportan eficientemente cargas externas aplicadas en virtud de su forma geométrica de curvas especiales, como consecuencia las cáscaras son más resistentes y rígidas que otras formas estructurales. El término “cáscara” es aplicado a cuerpos limitados por dos superficies curvas, donde la distancia entre las dos superficies es pequeña en comparación con las otras dimensiones del cuerpo. El lugar geométrico de puntos que descansan a distancias iguales de esas dos superficies curvas se define como la superficie media de la cáscara. La longitud del segmento que es perpendicular a las superficies curvas, es llamado espesor de la cáscara y es denotado por h . (Ventsel & Krauthammer, 2001)

La geometría de una cáscara es definida completamente por la forma específica de la superficie media y el espesor de la cáscara en cada punto. Las cáscaras tienen todas las características de placas, con algo adicional una (curvatura). La curvatura podría ser elegida como la principal para clasificar una cáscara. Porque el comportamiento de una cáscara bajo una carga aplicada se rige principalmente por la curvatura.

4.1. Tipos de cáscaras

Dependiendo de la curvatura de la superficie, las cáscaras se pueden dividir en:

- Cilíndricas (circular y no circular)
- Cónicas
- Esféricas
- Elipsoidales
- Parabólicas
- Toroides
- Hiperbólicas

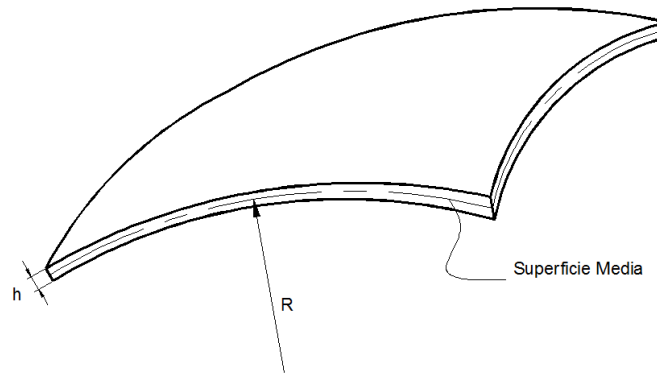
Debido a la curvatura de la superficie, las cáscaras son más complicadas que las placas planas, porque su flexión no puede en general ser separada de su estiramiento. En otra forma, una placa puede ser considerada como un caso especial limitado de una cáscara que no tiene curvatura; consecuentemente las cáscaras algunas veces son referidas como placas curvas. Esta es la base para la adopción de la teoría de placas hacia la teoría de cáscaras.

Existen dos clases diferentes de cáscaras: cáscaras gruesas y cáscaras delgadas. Una cáscara es llamada delgada si el máximo valor del ratio h/R (donde R es el radio de la curvatura de la superficie media) puede despreciarse en comparación con la unidad.

Para un dato más preciso en ingeniería, puede considerarse una cáscara como delgada si satisface la siguiente condición:

$$\max\left(\frac{h}{R}\right) \leq \frac{1}{20} \quad \text{Ecuación (10.1) Ventsel, Pág. 300} \quad (4.1)$$

Figura 21. **Segmento de cáscara con superficie media**



Fuente: figura 10.2 Ventsel, p. 300.

Por lo tanto las cáscaras para las que no se cumple esta desigualdad, se conocen como cáscaras gruesas. Para un amplio número de aplicaciones prácticas el espesor de las cáscaras descansa en el rango de:

$$\frac{1}{1000} \leq \frac{h}{R} \leq \frac{1}{20} \quad (4.2)$$

No siempre la desigualdad define estrictamente los límites entre cáscaras gruesas y delgadas. En realidad, esto depende también de otros parámetros geométricos, el carácter de sus condiciones de borde y la suavidad con la que varían las cargas externas sobre la superficie de las cáscaras.

4.2. **Resumen de la teoría lineal de cáscaras**

Las más comunes teorías de cáscaras están basadas en conceptos de elasticidad lineal. Estas teorías predicen adecuadamente esfuerzos y deformaciones para cáscaras, exhibiendo pequeñas deformaciones elásticas. Deformaciones por las que se asume que las ecuaciones de equilibrio para

superficies de cáscaras deformadas pueden asumirse las mismas que si no estuvieran deformadas y aplicar la ley de Hooke.

Para propósitos de análisis, una cáscara podría considerarse como un cuerpo tridimensional, y los métodos de la teoría de elasticidad podrían entonces aplicarse. Como sea, un cálculo basado en estos métodos es generalmente muy difícil y complicado. En la teoría de cáscaras, un método alternativo simplificado, por lo tanto es empleado adaptando algunas hipótesis al problema de equilibrio de cáscaras tridimensionales y de esfuerzo, puede ser reducido al análisis de únicamente su media superficie. En el desarrollo de la teoría de las cáscaras delgadas, se logra simplificar reduciendo los problemas al estudiar las deformaciones de la superficie media.

Love (Augustus Edward Hough Love 1863 - 1940, Oxford *On, "the small free vibrations and deformations of elastic shells"*) fue el primer investigador que presentó una exitosa aproximación de la teoría de las cáscaras basadas en la clásica elasticidad lineal. Para simplificar la relación deformación-desplazamiento. Love aplicó a la teoría de cáscaras la hipótesis de Kirchhoff desarrollada originalmente para la teoría de flexión de placas, junto con la pequeña deflexión y espesor supuestos de la cáscara.

E. Reissner (Eric Reissner "*First-order approximation theory of thin shells*") desarrolló la teoría lineal de cáscaras delgadas (también teoría de aproximación de primer orden) donde algunas deficiencias de la teoría de Love fueron eliminadas. Reissner derivó ecuaciones de equilibrio, relación deformación-desplazamiento y expresiones de esfuerzos resultantes para cáscaras delgadas directamente de la teoría tridimensional de elasticidad, aplicando las hipótesis Love-Kirchhoff y despreciando pequeños términos de orden Z/R_i (donde R_i

($i=1,2$) son equivalentes al radio de la superficie media) comparado con la unidad de las expresiones correspondientes.

La teoría de cáscaras delgadas de Timoshenko (S Timoshenko, S Woinowsky-Krieger, S Woinowsky – 1959 “*Theory of thin shells*”) fue muy cercana a la teoría de Love. Relaciones generales y ecuaciones fueron obtenidas por la aplicación de la hipótesis de Kirchhoff- Love. Las teorías de pequeñas deflexiones planteadas con anterioridad fueron formuladas a partir de la teoría clásica de elasticidad lineal. Se conoce que las ecuaciones de estas teorías se basan en la ley de Hooke y en la omisión de términos no lineales en ambas ecuaciones de deformación y ecuaciones de equilibrio, teniendo una única solución en cada caso. En otras palabras la teoría lineal de cáscaras determina una única posición de equilibrio para cada cáscara con carga prescrita y condiciones de apoyo. Una cáscara bajo condiciones similares de carga y de apoyo puede tener muchas posibles posiciones de equilibrio. Una teoría que toma en cuenta deformaciones grandes o finitas es referida como una teoría geoméricamente no lineal de cáscaras delgadas. Adicionalmente una cáscara puede ser físicamente no lineal con respecto a relaciones esfuerzo-deformación.

Las cáscaras de revolución son una importante clase de cáscaras delgadas, tienen muchas aplicaciones técnicas en ingeniería. El concepto de efecto de borde, introducido primero por Love, aplicado a cáscaras de revolución es de gran importancia en un análisis de ingeniería para cáscaras delgadas. Love mostró que una primera aproximación a una solución general podría ser obtenida al sumar las soluciones de las ecuaciones de membrana y las ecuaciones para efectos de borde. Geckeler (Kurt E. Geckeler “*Theory of membranes*”) aplicó este concepto a cáscaras esféricas cargadas simétricamente. Su método aproximado fue basado en la reducción del sistema

de dos ecuaciones diferenciales acopladas a dos ecuaciones diferenciales independientes, asumiendo que para cáscaras delgadas las derivadas de las funciones dadas serán mayores que las funciones mismas.

4.3. Mecanismo de distribución de carga de las cáscaras

La teoría general de vigas, arcos, placas y cáscaras son usualmente basadas sobre un conjunto unificado de supuestos. Como sea, los mecanismos de resistencia de estos miembros no se parecen entre sí. Se puede decir que las cáscaras caen en una clase de placas, como arcos se relacionan con vigas rectas bajo la acción de cargas transversales. Se sabe que la eficiencia de la forma del arco se encuentra principalmente en su resistencia a carga transversal con un empuje N , minimizando así el esfuerzo cortante V y el momento flector M . Es posible especificar la forma del arco y la forma en que se carga, de tal manera que el arco no experimente flexión en absoluto. En este caso, el arco está en un llamado estado de esfuerzo sin momento. Por ejemplo, para un arco parabólico la flexión no puede ser inducida por una carga vertical uniformemente distribuida sobre su cuerda. Entonces la habilidad de los arcos para soportar ciertas cargas transversales sin flexión es la razón de su ventaja estructural sobre las vigas rectas.

Una cáscara equilibra, principalmente una carga transversal, aplicada tanto como a un arco por medio de los esfuerzos de tensión y compresión, referidos como esfuerzos directos de la membrana. Estos esfuerzos son uniformemente distribuidos sobre el espesor de la cáscara. Aunque la fuerza de corte y flexión y los momentos de torsión continúan presentes en el caso general de carga, la eficiencia de la cáscara descansa en su forma como la resistencia primaria principal donde los esfuerzos de flexión resultantes y acoplados son minimizados.

Por lo tanto, cáscaras, como arcos sobre vigas, poseen una ventaja análoga sobre las placas; sin embargo con la siguiente esencial diferencia _ mientras un arco de forma dada soportara completamente una carga determinada sin doblarse, una cáscara de una figura dada requiere que sus bordes estén debidamente soportados, como una regla, la misma propiedad para una amplio rango de cargas que cumplan solo requerimientos generales.

Las condiciones de esfuerzo de membrana es un estado ideal que un diseñador debe buscar. Debe tenerse en cuenta que los materiales estructurales son generalmente más eficientes en modo de flexión porque:

- Las propiedades de resistencia de todos los materiales pueden ser usadas completamente en tensión (o compresión), ya que todas las fibras en la sección transversal están igualmente tensas y su capacidad de transmitir cargas puede simultáneamente alcanzar el límite para toda la sección del componente.
- Los esfuerzos de membrana son siempre menores que los correspondientes esfuerzos de flexión para cáscaras delgadas bajo las mismas condiciones de carga.

4.4. Ecuaciones para superficies de revolución

Las superficies de revolución tienen formas específicas, que son comúnmente usadas en aplicaciones de ingeniería y puede describirse su curvatura principal y su radio principal mediante ecuaciones.

- Elipsoide de revolución
La ecuación del meridiano de un elipsoide tiene la forma

$$b^2 r^2 + a^2 Z^2 = a^2 b^2$$

Ecuación (a) Ventsel, Pág. 319 (4.3)

Donde a y b son longitudes de los semiejes mayor y menor, respectivamente. Esta ecuación puede ser redefinida como sigue

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

Ecuación (b) Ventsel, Pág. 319 (4.4)

Lo que da un r como una función de z, como sigue:

$$r = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - Z^2} \quad (4.5)$$

Una vez determinado r, z y r, zz se obtienen las expresiones para el radio principal de curvatura:

Ecuación (11.45)

$$R_1 = \frac{1}{k_1} = a^2 b^2 \left(\frac{r^2}{a^4} + \frac{Z^2}{b^4} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad R_2 = \frac{1}{k_2} = \frac{1}{b^2} (b^4 r^2 + Z^2 a^4)^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

Se puede tener el radio R_1 y R_2 como funciones de φ para eliminar las variables Z y r de las ecuaciones

$$\tan \varphi = \frac{dZ}{dr} \quad (4.7)$$

Al substituir esta expresión en la ecuación 4.5 se pueden expresar r y Z como funciones de φ y los ejes longitudinales de la elipse, a y b:

Ecuación (c) Ventsel, p. 319.

$$r = \frac{a^2 \sin \varphi}{(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{y} \quad Z = \frac{b^2 \cos \varphi}{(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.8)$$

Substituyendo para r y Z en las expresiones de R_1 y R_2

$$R_1 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}, \text{ y } R_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.9)$$

Ecuación (11.46) Ventsel, p. 319.

- Esfera

Se considera la cáscara esférica de radio a. es fácil mostrar que el radio principal del meridiano es igual al radio de generación del círculo a. En efecto la ecuación del meridiano es:

Ecuación Ventsel, p. 320.

$$Z^2 + r^2 = a^2 \quad (4.10)$$

Con $r, z = -Z/r$ y $r_{,zz} = -\left(\frac{1}{r}\right)\left(1 + \frac{Z^2}{r^2}\right)$ se define el radio principal de la esfera:

$$R_1 = \frac{\left[1 + \left(\frac{Z}{r}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{1}{r}\right)\left(1 + \frac{Z^2}{r^2}\right)} = \sqrt{Z^2 + r^2} = a$$

Ecuación Ventsel, Pág. 320

$$R_2 = r \left(1 + \frac{Z^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{r^2 + Z^2} = a$$

Así, para una cáscara esférica ambos radios principales de curvatura son iguales al radio "a" que genera el círculo.

4.5. Pandeo de cáscaras esféricas

El más importante problema de estabilidad para una cáscara esférica delgada se da cuando es cargada por una presión externa. Como el tipo de

problema que se presenta en los cascos de las antenas de radar de los aviones, o en los cascos herméticos de los submarinos, en los fondos de los reservorios, etc. Se considerará el análisis por pandeo lineal de segmentos esféricos cuya altura es comparable con su radio y cáscaras esféricas cerradas bajo presión externa.

Si una presión externa es aplicada la cáscara esférica, las fuerzas iniciales directas en todas las secciones de la cáscara sin pandeo será:

$$N_1 = N_2 = -\frac{pR}{2} \quad (4.11)$$

La carga última es expresada a través de las cargas directas internas y puede determinarse con $p_3 = p$

Ecuación (19.13) Ventsel, p. 604.

$$p_3^{(f)} = -\frac{pR}{2} \nabla^2 w \quad (4.12)$$

de aquí se obtiene la ecuación diferencial de sexto orden para la carga w

$$D \nabla^6 w + \frac{Eh}{R^2} \nabla^2 w = \nabla^2 p_3 \quad (4.13)$$

Al sustituir $p_3^{(f)}$ se tiene

Ecuación (19.131) Ventsel, p. 604.

$$D \nabla^6 w + -\frac{pR}{2} \nabla^4 w + \frac{Eh}{R^2} \nabla^2 w = 0 \quad (4.14)$$

Si se asume que la solución de la ecuación 4.14 satisface la relación

$$\nabla^2 w = -\lambda^2 w \quad \text{Ecuación (19.132) Ventsel, (4.15)}$$

Se tiene λ como un parámetro indeterminado, al sustituirse la expresión 4.15 en la ecuación 4.14 se obtiene para ($\lambda \neq 0$)

$$\left(D\lambda^4 + -\frac{pR}{2}\lambda^2 + \frac{Eh}{R^2}\right)\lambda^2 w = 0 \quad \text{Ecuación (19.133) Ventsel, (4.16)}$$

Al resolver la ecuación para p se obtiene

$$p = \frac{2Eh}{R^3\lambda^2} + \frac{2D}{R}\lambda^2 \quad \text{Ecuación (19.134) Ventsel, (4.17)}$$

Tomando el límite de p con respecto a λ^2 :

$$\lambda^2 = \sqrt{\frac{Eh}{DR^2}} = \frac{1}{Rh}\sqrt{12(1-\nu^2)}. \quad (4.18)$$

El valor de la presión crítica será entonces:

$$p_{cr} = \frac{2Eh^2}{R^2\sqrt{3(1-\nu^2)}} = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}\left(\frac{h}{R}\right)^2 \quad (4.19)$$

$$\text{Para } \nu = 0.3 \quad p_{cr} = 1.21E\left(\frac{h}{R}\right)^2$$

El correspondiente valor de esfuerzo crítico es Ecuación (19.136) Ventsel, p. 605

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{1,cr}}{h} = \frac{Eh}{R}\frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}; \quad \text{Para } \nu = 0.3 \quad \sigma_{cr} = 0.605E\frac{h}{R} \quad (4.20)$$

Numerosas investigaciones experimentales han demostrado que el actual esfuerzo crítico de una cáscara esférica bajo presión externa está lejos de los valores dados por la ecuación 4.20, obtenida con base en la teoría de estabilidad lineal. Esto explica el hecho que las cáscaras esféricas reales se encuentran sensibles a imperfecciones iniciales ligeras. Por lo tanto, el análisis

de pandeo de cáscaras esféricas se debe realizar en el marco de la teoría de la estabilidad no lineal.

5. CAPÍTULO 5: ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO

5.1. Análisis de domos esféricos de concreto PCA

Los domos son superficies de revolución. Su superficie es descrita por la revolución de un arco. El centro del círculo puede ser: en el eje de rotación para el domo esférico, fuera del eje para el domo conoidal. Ambos pueden tener aberturas en el borde superior de forma simétrica o no. El extremo del cascarón alrededor de su bases es usualmente provisto de un miembro de borde fundido integralmente con el cascarón (PCA, 1999).

Las cargas consideradas en los domos son:

- Carga uniforme por pie cuadrado de superficie de domo.
- Carga variable igual a cero en el borde superior e incrementándose uniformemente hasta la base.

En cualquier caso la carga es constante a lo largo de cualquier círculo de latitud o aro.

Los cascarones son considerados tan delgados que no pueden desarrollar momento de flexión. Sin embargo se asume que tienen el espesor suficiente para no tener riesgo de pandeo. Solo formas y cargas que son simétricas en relación al eje de rotación son tomadas en cuenta, y esfuerzos debido al viento; cambio de volumen y desplazamiento de soporte son ignorados. Teóricamente se supone que los cascarones no llevan cargas concentradas ni asimétricas. Un

collar de carga uniformemente distribuida a lo largo del perímetro de un círculo concéntrico no es considerado “carga concentrada”. Se debe tener mucho cuidado para evitar situaciones peligrosas de carga cuando el encofrado se baja y se retira.

El miembro de borde y el aro adyacente del cascarón deben tener muy cercanos valores de deformación cuando son fundidos integralmente. Sin embargo, el miembro de borde en la base siempre está en tensión pero el aro adyacente podría estar en compresión.

En casi cualquier diseño de domos, al plantear la interrogante sobre los esfuerzos permisibles en compresión. Para un concreto de 3000 psi, el Código ACI 1963 permite 1350 psi en flexión, para columnas 638 psi. Pero para compresión en cascarones delgados los esfuerzos rara vez son mayores de 150 a 200 psi. Esto se basa únicamente en las prácticas presentes y pasadas.

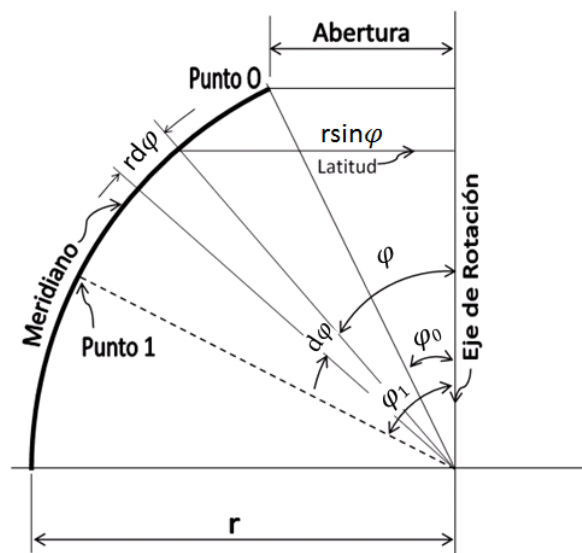
Existen muchas razones para mantener los esfuerzos bastante bajos en los domos circulares. Las fuerzas cercanas a los miembros de borde tienden a ser indeterminadas, los cambios de volumen y asentamientos son ignorados y las cargas concentradas podrían crear esfuerzos críticos. Para cubrir estas y similares contingencias, es recomendable mantener los esfuerzos bajos. El cascarón debe tener un espesor suficiente para permitir espaciar y proteger dos capas de refuerzo, de acuerdo a esto 3 ½” (8.9 cm) es el espesor recomendable que un cascarón puede tener.

Para el promedio en tipo y tamaño de domos construidos en el pasado, los esfuerzos permisibles no tenían que ser altos para obtener un cascarón razonablemente delgado y una construcción económica. Pero esfuerzos altos pueden sin duda permitirse en el futuro si se usa un mejor concreto y se

eliminan más incertidumbres de la teoría de diseño. Cuando la relación entre radio y espesor exceda 500, deberá tenerse especial consideración el diseño por posibles efectos de pandeo.

5.2. Derivaciones para domos esféricos

Figura 22. Componentes del empuje meridional



Fuente: figura 8 PCA, p. 5.

0 – 1 arco de círculo con radio r

El centro del círculo descansa sobre el eje de rotación

φ : ángulo medido desde el eje de rotación

$d\varphi$: pequeño incremento del ángulo

$r d\varphi$: longitud del segmento de arco

$r \sin \varphi$: distancia desde el elemento al eje de rotación

$r d\varphi \times 2\pi r \sin \varphi$: área del elemento rotado sobre el eje.

El área total del domo esférico descrito por la rotación del arco 0 -1 sobre el eje es igual a:

Ecuación (1) PCA, p. 6.

$$A = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} r d\varphi \times 2\pi r \sin \varphi = 2\pi r^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \sin \varphi d\varphi = 2\pi r^2 (\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1) \quad (5.1)$$

Si el punto 0 descansa sobre el eje de rotación $\cos \varphi_0 = 1$, y

$$A = 2\pi r^2 (1 - \cos \varphi_1) \quad \text{Ecuación (1a) (5.1a)}$$

Si la unidad de carga, w , es la misma para todos los elementos, la carga total W_u sobre el domo entre los puntos 0 y 1 es:

$$W_u = w \times A = w \times 2\pi r^2 (\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1) \quad \text{Ecuación (2) PCA, (5.2)}$$

Si la unidad de carga se incrementa desde cero en el punto 0 a un ratio uniforme w' por radian, la unidad de carga del elemento $r d\varphi$ será igual a $w' (\varphi - \varphi_0)$.

La carga sobre el elemento de domo descrito rotando $r d\varphi$ sobre el eje será igual a:

$$r d\varphi \times 2\pi r^2 \sin \varphi \times w' (\varphi - \varphi_0)$$

La carga del domo esférico descrito por rotar el arco 0-1 sobre el eje es igual:

$$W_v = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} r d\varphi \times 2\pi r^2 \sin \varphi \times w' (\varphi - \varphi_0) \quad (5.3)$$

$$W_v = 2\pi r^2 \times w' \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \varphi \sin \varphi d\varphi - 2\pi r^2 \times w' \times \varphi_0 \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \sin \varphi d\varphi$$

$$W_v = 2\pi r^2 \times w' [-\varphi \cos \varphi + \sin \varphi]_{\varphi_0}^{\varphi_1} - 2\pi r^2 \times w' \varphi_0 [-\cos \varphi]_{\varphi_0}^{\varphi_1}$$

$$W_v = 2\pi r^2 \times w' [-\varphi_1 \cos \varphi_1 + \sin \varphi_1 + \varphi_0 \cos \varphi_0 - \sin \varphi_0 + \varphi_0 \cos \varphi_1 - \varphi_0 \cos \varphi_0]$$

$$W_v = 2\pi r^2 \times w' [\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0 - \cos \varphi_1 (\varphi_1 - \varphi_0)] \quad (5.4)$$

Si el punto 0 descansa sobre el eje de rotación $\varphi_0 = 0$; $\cos \varphi_0 = 1$ entonces:

$$W_v = 2\pi r^2 \times w' [\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1] \quad \text{Ecuación (3a) (5.5)}$$

5.3. Empuje meridional y fuerzas anulares

W: carga encima del plano de latitud a través del punto 1

T: empuje meridional por unidad de longitud de círculo de latitud a través del punto 1.

$2\pi r \sin \varphi_1$: longitud del círculo de la latitud a través del punto 1.

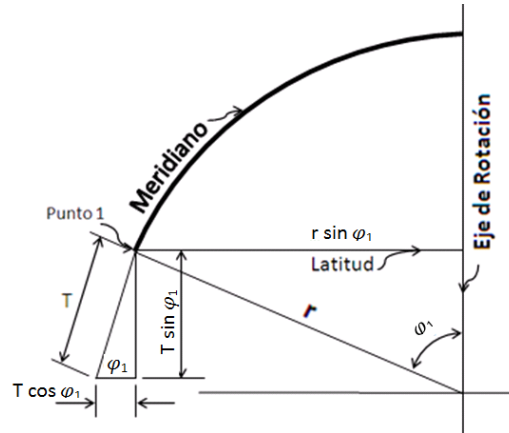
$T \sin \varphi_1$: componente vertical de T

Si se hace W igual a la suma de componentes verticales de T se tiene:

$$W = 2\pi r \sin \varphi_1 \times T \sin \varphi_1 = 2\pi r \sin^2 \varphi_1 \times T \quad (5.6)$$

$$T = \frac{W}{(2\pi r \sin^2 \varphi_1)} \quad \text{Ecuación (5) PCA, p. 6. (5.7)}$$

Figura 23. Segmento de un domo circular



Fuente: figura 9 PCA, p. 6.

Si el domo es discontinuo a lo largo del círculo de la latitud a través del punto 1, un anillo circular a través de ese punto está sujeto a una unidad de fuerza radial de $T \cos \varphi_1$.

Una unidad de presión radial, s , sobre un anillo circular con radio, R , causa una tensión en el anillo de $S = s \times R$. Si se hace $s = T \cos \varphi_1$ y $R = r \sin \varphi_1$ da el anillo en tensión en el miembro de borde al punto 1:

$$S = T \cos \varphi_1 \times r \sin \varphi_1 = \frac{W \times \cos \varphi_1}{2\pi r \sin^2 \varphi_1} \times r \sin \varphi_1 = \frac{W \times \cos \varphi_1}{2\pi \sin \varphi_1} \quad (5.8)$$

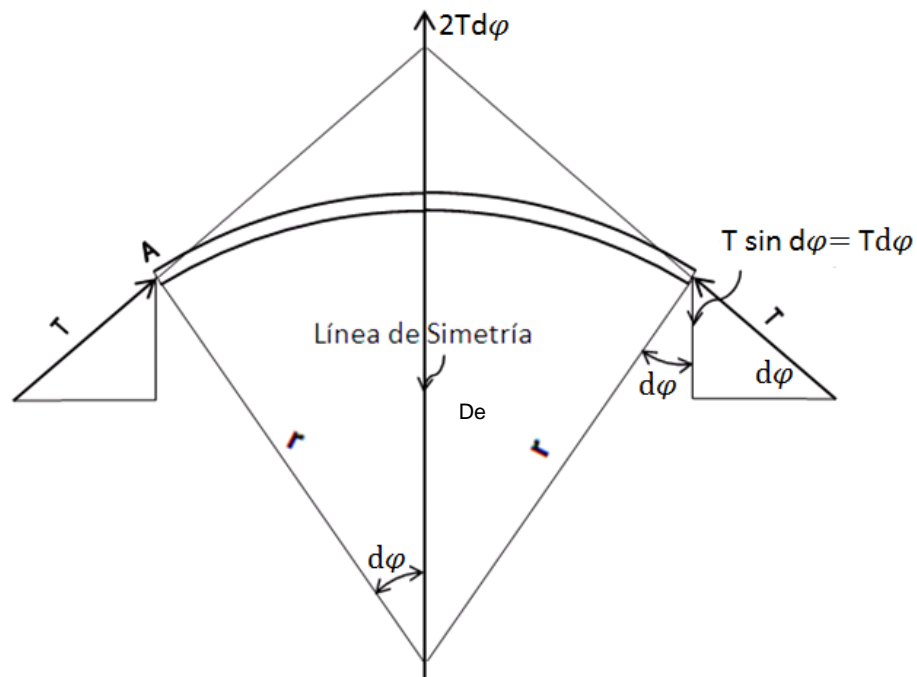
En un punto 0, en el eje de rotación, considere un cuadrado elemental con peso w sujeto a un empuje T en cada uno de sus cuatro lados, si se agrega una carga Wu y se hace $\sin^2 \varphi = (1 - \cos \varphi) * (1 + \cos \varphi)$: (5.9)

$$T = \frac{2\pi r^2 \times w(1 - \cos \varphi)}{2\pi r(1 - \cos \varphi) * (1 + \cos \varphi)} = \frac{wr}{(1 + \cos \varphi)} = \frac{1}{2} wr \quad (5.10)$$

Un elemento cuadrado en el punto 1 está sujeto a tres fuerzas:

- Empuje meridional, T , tangencial al meridiano
- Fuerza de aro, H , tangencial al círculo de la latitud.
- Carga sobre el elemento, $w + w'(\varphi_1 - \varphi_0)$

Figura 24. **Segmento de un anillo circular**



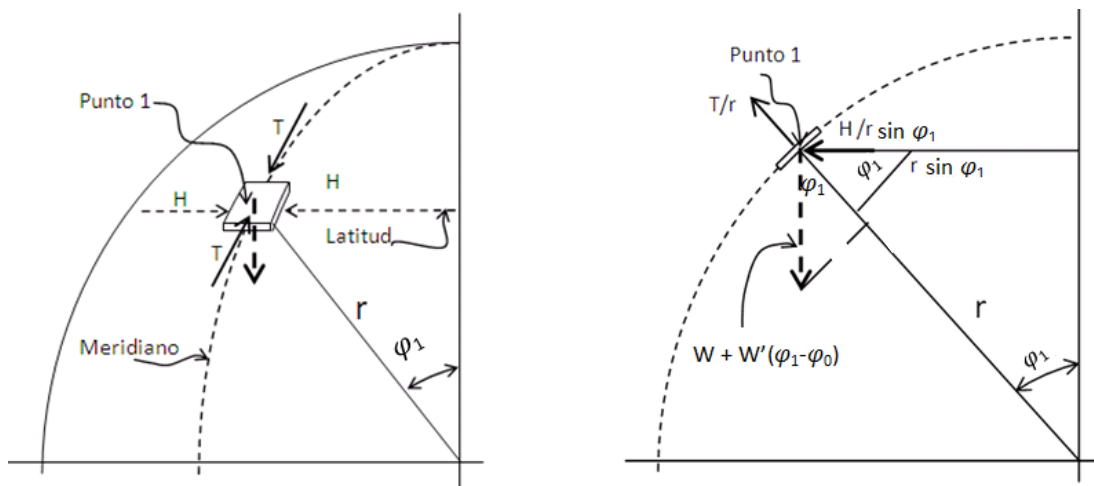
Fuente: figura 10 PCA, p. 6.

La figura 24 muestra un arco A – A, que es parte de un anillo circular con radio r . La compresión en el anillo es T , y el ángulo que subtende el arco es $2d\varphi$, $d\varphi$ es considerado un ángulo tan pequeño que $\text{seno } d\varphi = d\varphi$. El objeto es determinar la componente radial de la fuerza T . Puede notarse que de los triángulos en la figura, la componente de T en la dirección paralela a la línea de simetría es $T \text{ seno } d\varphi$ que equivale a $Td\varphi$, dado que $d\varphi$ es un ángulo pequeño.

La componente radial total es $2Td\varphi$ sobre el arco A-A de longitud $2rd\varphi$. Por lo tanto la componente radial por unidad de longitud de arco es:

$$\frac{2Td\varphi}{2rd\varphi} = \frac{T}{r}$$

Figura 25. **Fuerzas aplicadas a segmento de domo**



Fuente: figura 11 & 12 PCA, p. 6.

En relación con el equilibrio en un elemento del domo, la fuerza tangencial puede ser reemplazada por su componente radial T/r . La fuerza H es tangencial al círculo de la latitud con radio $r \text{ seno } \varphi_1$ y puede ser reemplazada por su componente radial que descansa en el plano del círculo e igualándose a $H/ r \text{ seno } \varphi_1$. Las dos componentes y la carga sobre el elemento descansan en el mismo plano vertical. Desde el momento que está en equilibrio la suma de proyecciones las tres fuerzas deben ser iguales a cero. Proyectando sobre la línea a través del centro del domo resulta:

$$\frac{T}{r} + \frac{H}{r \sin \varphi_1} \times \sin \varphi_1 - [w + w'(\varphi_1 - \varphi_0)] \cos \varphi_1 = 0 \quad \text{o}$$

$$H = -T + [w + w'(\varphi_1 - \varphi_0)]r \cos \varphi_1$$

Ecuación 6 PCA, (5.11)

5.3.1. Ejemplo 1: análisis de domo esférico PCA

DATOS:

radio (R) =	100 ft
Carga Viva (CV)=	30 psf
Altura h =	25 ft
Espesor (t) =	5 inch
Maximo Esfuerzo Permisible =	200 psi

Determinación de r y \varnothing

$$r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h}$$

r = 212.5 ft

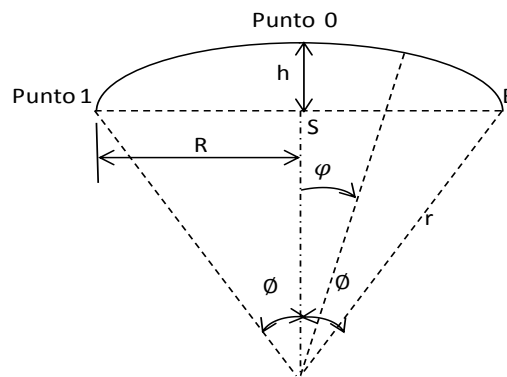
1 Radian = 57.2957795 °

$$\varnothing = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right)$$

$\varnothing = 28.0724869$ °

$\varnothing < 51^\circ 52'$ **Compresión**

\varnothing (rads)= 0.48995733



Determinación de cargas

Carga Muerta

Ancho =	1 ft
Largo =	1 ft
Espesor (t) =	5 inch
Peso Especifico =	150 p/ft ³
CM =	0.0625 kip/ft ²
CV =	0.03 kip/ft ²
Factor CM =	1
Factor CV =	1
w =	0.0925 kip/ft ²

Determinación de T & H En el punto 0

$$T_0 = H_0 = \frac{1}{2} wr = 9.828 \text{ kip/ft}$$

$$\text{Esfuerzo en el punto 0 } \sigma_0 = 163.80 \text{ psi} \quad \sigma_0 = \frac{H_0}{t}$$

Calculo de carga sobre el punto 1

$$\sin \varphi_1 = \frac{R}{r} = 0.47058824 \quad R = 100 \text{ ft}$$

$$r = 212.5 \text{ ft}$$

$$\sin^2 \varphi_1 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 0.22145329$$

$$x = (r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} = 187.5 \text{ ft}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{x}{r} = 0.88235294$$

$$\varphi_1 = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) = 28.0724869^\circ \quad \varphi_1 = 0.4899573 \text{ rads}$$

$$W_{u1} = 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi_1) = 3087.5965 \text{ kips}$$

$$\text{Empuje Meridional} \quad T_1 = \frac{W_{u1}}{2\pi r \sin^2 \varphi_1} = 10.44 \text{ kips/ft}$$

$$\text{Esfuerzo Meridional} \quad \sigma_1 = \frac{T_1}{t} = 174.04 \text{ psi}$$

Fuerza Anular en el Punto 1

$$H_1 = -T + wr \cos \varphi_1 = 6.90 \text{ kips/ft}$$

Tensión Anular en miembro de borde

$$S_1 = \frac{W_{u1} \cos \varphi_1}{2\pi \sin \varphi_1} = 921.39 \text{ kips}$$

Si se asume que el domo con radio r se extiende bajo el punto 1 hasta alcanzar una altura de 55 ft en un Punto 2 se tiene:

$$R = (r^2 h - h^2)^{\frac{1}{2}} = 142.65 \text{ ft} \quad h_2 = 55 \text{ ft}$$
$$r = 212.5 \text{ ft}$$

Calculo de carga sobre el punto 2

$$\sin \varphi_2 = \frac{R}{r} = 0.67131024$$

$$R = 142.65 \text{ ft}$$

$$r = 212.5 \text{ ft}$$

$$\sin^2 \varphi_2 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 0.45065744$$

$$x = (r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} = 157.5 \text{ ft}$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{x}{r} = 0.74117647$$

$$\varphi_2 = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) = 42.1682705^\circ$$

$$\varphi_2 = 0.7359752 \text{ rads}$$

$$W_{u2} = 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi_2) = 6792.7124 \text{ kips}$$

$$\text{Empuje Meridional} \quad T_2 = \frac{W_{u2}}{2\pi r \sin^2 \varphi_2} = 11.29 \text{ kips/ft}$$

$$\text{Esfuerzo Meridional} \quad \sigma_2 = \frac{T_2}{t} = 188.15 \text{ psi}$$

Fuerza Anular en el Punto 2

$$H_2 = -T + wr \cos \varphi_2 = 3.28 \text{ kips/ft}$$

Tensión Anular en miembro de borde

$$S_2 = \frac{W_{u2} \cos \varphi_2}{2\pi \sin \varphi_2} = 1193.61 \text{ kips}$$

Si el Domo es la mitad de una esfera, se tendría:

$$R = (r^2 h - h^2)^{\frac{1}{2}} = 212.50 \text{ ft}$$

$$h_3 = 212.5 \text{ ft}$$

$$r = 212.5 \text{ ft}$$

Calculo de carga sobre el punto 3

$$\sin \varphi_3 = \frac{R}{r} = 1$$

$$R = 212.50 \text{ ft}$$

$$r = 212.5 \text{ ft}$$

$$\sin^2 \varphi_3 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 1$$

$$x = (r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} = 0 \text{ ft}$$

$$\cos \varphi_3 = \frac{x}{r} = 0$$

$$\varphi_3 = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) = 90^\circ \quad \varphi_3 = 1.5707963 \text{ rads}$$

$$\emptyset < 51^\circ 52' \quad \text{Tensión}$$

$$W_{u3} = 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi_3) = 26244.571 \text{ kips}$$

$$\text{Empuje Meridional} \quad T_3 = \frac{W_{u3}}{2\pi r \sin^2 \varphi_3} = 19.66 \text{ kips/ft}$$

$$\text{Esfuerzo Meridional} \quad \sigma_3 = \frac{T_3}{t} = 327.60 \text{ psi}$$

$$t \text{ req. Min} = 8.19 \text{ inch}$$

Fuerza Anular en el Punto 3

$$H_3 = -T + wr \cos \varphi_3 = -19.66 \text{ kips/ft} \quad \text{Tensión}$$

Tensión Anular en miembro de borde

$$S_3 = \frac{W_{u3} \cos \varphi_3}{2\pi \sin \varphi_3} = 0.00 \text{ kips} \quad \text{No requiere miembro de borde por tensión anular}$$

5.3.2. Ejemplo 2: análisis de domo esférico PCA

DATOS:

radio (R) =	20.51 ft	6.25 m
Carga Viva (CV)=	30 psf	146.5 kg/m ²
Altura h =	6.56 ft	2 m
Espesor (t) =	5.91 inch	0.15 m
Maximo Esfuerzo Permisible =	200 psi	

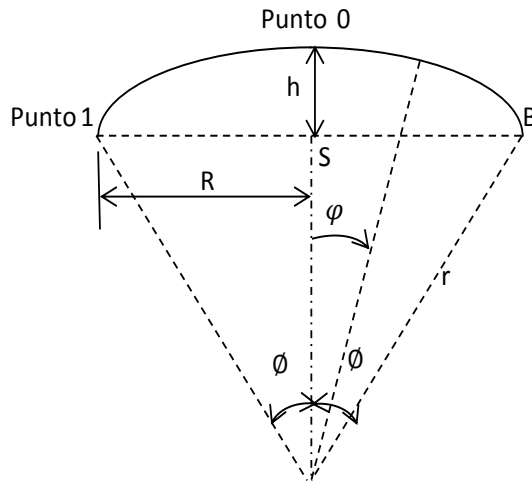
Determinación de r y ϕ

$$r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h}$$

r = 35.320292 ft

$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right)$$

$\phi = 35.4893433^\circ$ ϕ (rads)= 0.61940589 $\phi < 51^\circ 52'$



Compresión

Determinación de cargas

Carga Muerta

Ancho =	1 ft
Largo =	1 ft
Espesor (t) =	5.906 inch
Peso Especifico =	150 p/ft ³
CM =	0.074 kip/ft ²
CV =	0.03 kip/ft ²
Factor CM =	1.4
Factor CV =	1.7
w =	0.154 kip/ft ²

Determinación de T & H En el punto 0

$$T_0 = H_0 = \frac{1}{2} wr = 2.726 \text{ kip/ft}$$

Esfuerzo en el punto 0 $\sigma_0 = 38.46 \text{ psi}$ $\sigma_0 = \frac{H_0}{t}$

Calculo de carga sobre el punto 1

6.25 m

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{R}{r} = 0.58055152 & R &= 20.505249 \text{ ft} \\ \sin^2 \varphi_1 &= \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 0.33704007 & r &= 35.320292 \text{ ft} \\ x &= (r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} = 28.7586122 \text{ ft} & w &= 0.1543 \text{ kip/ft}^2 \\ \cos \varphi_1 &= \frac{x}{r} = 0.81422351 & 1 \text{ Radian} &= 57.29578^\circ \\ \varphi_1 &= \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) = 35.4893433^\circ & \varphi_1 &= 0.6194059 \text{ rads} \\ W_{u1} &= 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi_1) = 224.758 \text{ kips} \end{aligned}$$

Empuje Meridional $T_1 = \frac{W_{u1}}{2\pi r \sin^2 \varphi_1} = 3.00 \text{ kips/ft}$

Esfuerzo Meridional $\sigma_1 = \frac{T_1}{t} = 42.40 \text{ psi}$

Fuerza Anular en el Punto 1

$$H_1 = -T + wr \cos \varphi_1 = 1.43 \text{ kips/ft}$$

Tensión Anular en miembro de borde

$$S_1 = \frac{W_{u1} \cos \varphi_1}{2\pi \sin \varphi_1} = 50.17 \text{ kips}$$

Calculo de carga sobre R

5.111 m

$$\begin{aligned} \sin \varphi_2 &= \frac{R}{r} = 0.47475181 & R &= 16.768373 \text{ ft} \\ \sin^2 \varphi_2 &= \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 0.22538929 & r &= 35.320292 \text{ ft} \\ x &= (r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} = 31.0860854 \text{ ft} & w &= 0.1543 \text{ kip/ft}^2 \\ \cos \varphi_2 &= \frac{x}{r} = 0.88011972 & 1 \text{ Radian} &= 57.29578^\circ \\ \varphi_2 &= \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) = 28.3431919^\circ & \varphi_2 &= 0.494682 \text{ rads} \\ W_{u2} &= 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi_2) = 145.035 \text{ kips} \end{aligned}$$

Empuje Meridional $T_2 = \frac{W_{u2}}{2\pi r \sin^2 \varphi_2} = 2.90 \text{ kips/ft}$

Esfuerzo Meridional $\sigma_2 = \frac{T_2}{t} = 40.92 \text{ psi}$

Fuerza Anular en el Punto 2

$H_2 = -T + wr \cos \varphi_2 = 1.90 \text{ kips/ft}$

Tensión Anular en miembro de borde

$S_2 = \frac{W_{u2} \cos \varphi_2}{2\pi \sin \varphi_2} = 42.79 \text{ kips}$

Calculo de carga sobre R

3.929 m

$\sin \varphi_3 = \frac{R}{r} = 0.36495791$

R = 12.89042 ft

r = 35.320292 ft

$\sin^2 \varphi_3 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 0.13319428$

w = 0.1543 kip/ft²

1 Radian = 57.29578 °

$x = (r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} = 32.8840402 \text{ ft}$

$\cos \varphi_3 = \frac{x}{r} = 0.93102402$

$\varphi_3 = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) = 21.4049924^\circ$

$\varphi_3 = 0.3735876 \text{ rads}$

$W_{u3} = 2\pi r^2 w(1 - \cos \varphi_3) = 83.449 \text{ kips}$

Empuje Meridional $T_3 = \frac{W_{u3}}{2\pi r \sin^2 \varphi_3} = 2.82 \text{ kips/ft}$

Esfuerzo Meridional $\sigma_3 = \frac{T_3}{t} = 39.84 \text{ psi}$

Fuerza Anular en el Punto 3

$H_3 = -T + wr \cos \varphi_3 = 2.25 \text{ kips/ft}$

Tensión Anular en miembro de borde

$$S_3 = \frac{W_{u3} \cos \varphi_3}{2\pi \sin \varphi_3} = 33.88 \text{ kips}$$

Calculo de carga sobre R

2.62 m

$$\begin{aligned} \sin \varphi_4 &= \frac{R}{r} = 0.2433672 & R &= 8.596 \text{ ft} \\ \sin^2 \varphi_4 &= \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 0.05922759 & r &= 35.320 \text{ ft} \\ x &= (r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} = 34.2583601 \text{ ft} & w &= 0.1543 \text{ kip/ft}^2 \\ \cos \varphi_4 &= \frac{x}{r} = 0.96993423 & 1 \text{ Radian} &= 57.29578^\circ \\ \varphi_4 &= \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) = 14.0853608^\circ & \varphi_4 &= 0.2458359 \text{ rads} \end{aligned}$$

$$W_{u4} = 2\pi r^2 w (1 - \cos \varphi_4) = 36.375 \text{ kips}$$

Empuje Meridional $T_4 = \frac{W_{u4}}{2\pi r \sin^2 \varphi_4} = 2.77 \text{ kips/ft}$

Esfuerzo Meridional $\sigma_4 = \frac{T_4}{t} = 39.05 \text{ psi}$

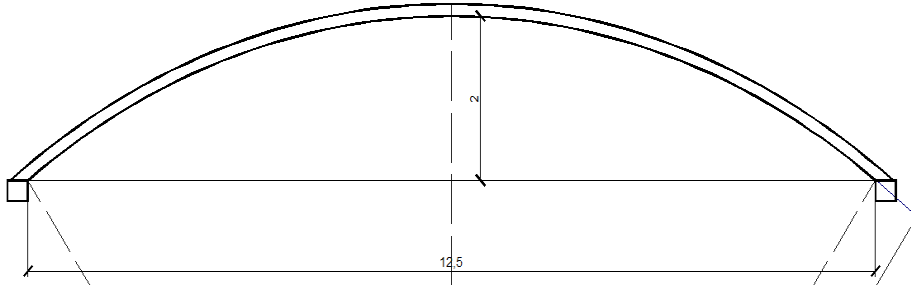
Fuerza Anular en el Punto 4

$$H_4 = -T + wr \cos \varphi_4 = 2.52 \text{ kips/ft}$$

Tensión Anular en miembro de borde

$$S_4 = \frac{W_{u4} \cos \varphi_4}{2\pi \sin \varphi_4} = 23.07 \text{ kips}$$

5.4. Análisis de domos esféricos de concreto con SAP2000



DATOS:

Diámetro (D)=	12.5 m
Altura (h) =	2 m
$\gamma_c =$	2.5 Ton/m ³
$f'c =$	280 kg/cm ²
$f_y =$	4200 kg/cm ²

Paso 1 Determinación de r & ϕ

$$r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h}$$

$r =$	10.765625 m	$h =$	2 m
		$D =$	12.5 m

1 Radian =	57.2957795 °	$\phi =$	35.489343 °
------------	--------------	----------	-------------

$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right)$	ϕ (rads)=	0.6194059
--	----------------	-----------

$\phi < 51^\circ 52'$ **Compresión**

Paso 2. Creación de modelo con SAP2000

Para modelo de domo de 12.5 m de diámetro y altura de 2 m. ver anexo 1.

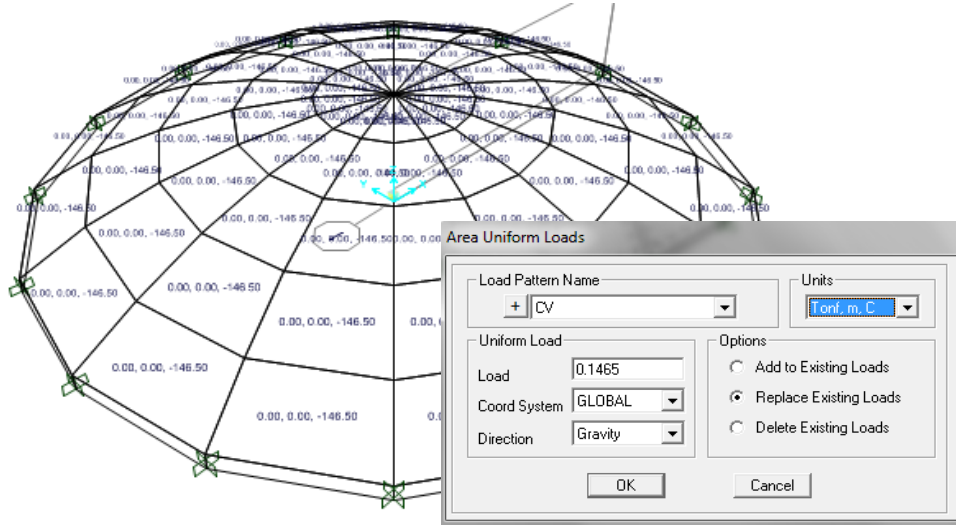
Paso 3. Asignación de cargas

$$CM = 0.492 \text{ ft} * 1 \text{ ft} * 1 \text{ ft} * 150 \text{ p/ft}^3 = 73.82 \text{ p/ft}^2 = 0.074 \text{ kip/ft}^2 \text{ (0.36 Ton/m}^2\text{)}$$

$$CV = 30 \text{ p/ft}^2 = 0.03 \text{ kip/ft}^2 \text{ (0.146 Ton/m}^2\text{)}$$

$$\text{Carga última} = 1.4 \text{ CM} + 1.7 \text{ CV}$$

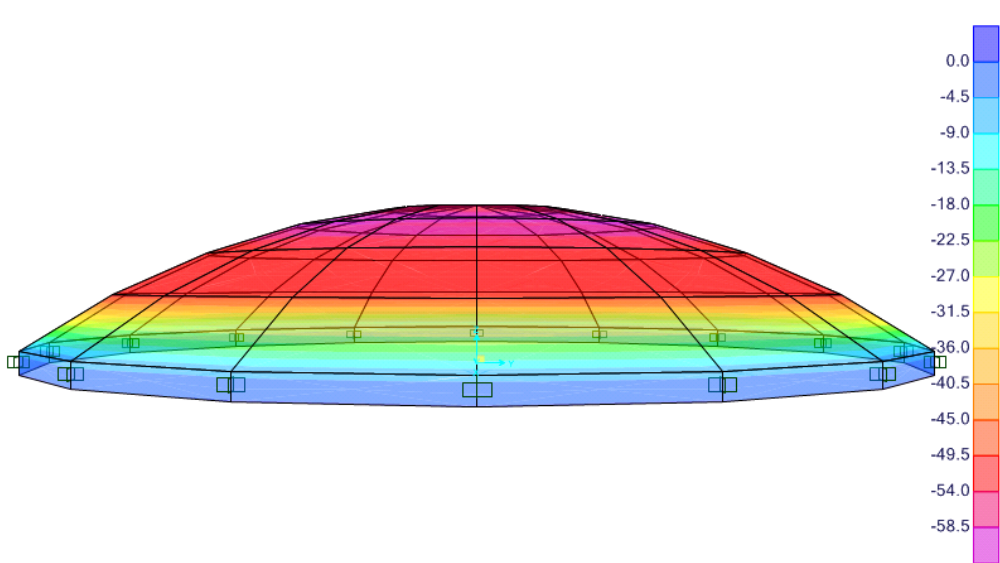
Figura 26. **Modelo de domo con asignación de cargas en SAP 2000**



Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

Paso 4. Análisis de modelo de domo

Figura 27. **Modelo de domo con resultado de análisis estructural, esfuerzos en psi**



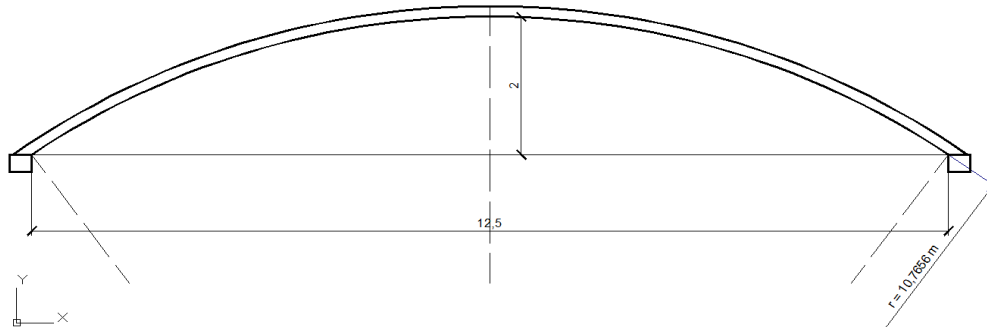
Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

(Punto, esfuerzo en psi): (1, 32.12 psi); (2, 35.03 psi); (3, 34.37 psi); (4, 41.49 psi);
(5, 39.05 psi); (0, 44.3 psi).

5.5. Análisis de domo esférico por elementos finitos asistido de plataforma Excel

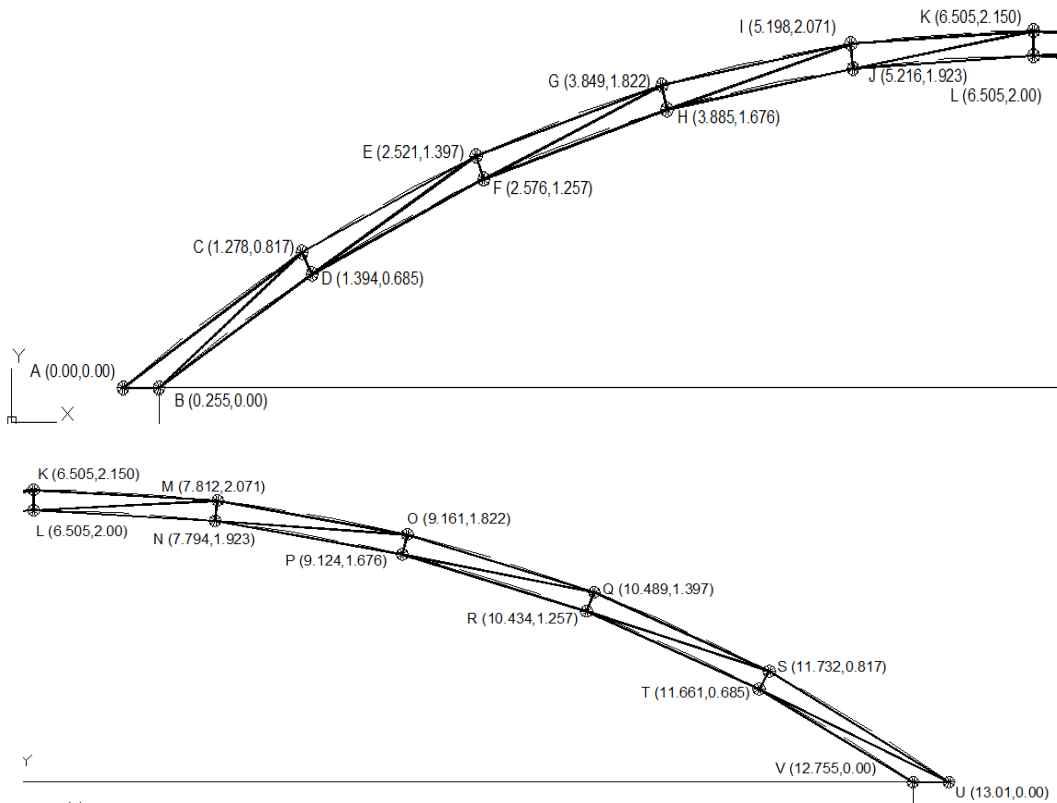
En este análisis se discretizará el domo, para representar cada elemento mediante su matriz de rigidez, y aplicando cargas externas para obtener deformaciones y esfuerzos.

Figura 28. Discretización de domo



Paso 1. Discretización del domo

Se efectúa una discretización del Domo Esférico por medio de elementos triangulares que son referenciados por coordenadas X,Y.



Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

5.5.1. Determinación de la matriz local del elemento

Tabla XXII. Matriz local del elemento

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
A	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	0.255	0	1.278	0.817	0	0	$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 0.255 & 0 \\ 1 & 1.278 & 0.817 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ $2A = 0.208$ $\text{AREA}_A = 0.104$
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 0$ $a_2 = 0$ $a_3 = 0.208335$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.817$ $b_2 = 0$ $b_3 = -0.817$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.278$ $c_2 = 0.255$ $c_3 = 1.023$							
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (0 + 0.817X + -1.278 Y) / 0.208$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (0 + 0X + 0.255 Y) / 0.208$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.208335 + -0.817X + 1.023 Y) / 0.208$ $N_3 = 1.00$							
	1.394	0.685	1.278	0.817	0.255	0	$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 1.394 & 0.685 \\ 1 & 1.278 & 0.817 \\ 1 & 0.255 & 0 \end{vmatrix}$ $2A = 0.229$ $\text{AREA}_B = 0.1145 \quad 0.000$
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -0.208335$ $a_2 = 0.174675$ $a_3 = 0.263468$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.817$ $b_2 = -0.685$ $b_3 = -0.132$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.023$ $c_2 = 1.139$ $c_3 = -0.116$							
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (-0.208335 + 0.817X + -1.023 Y) / 0.229$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (0.174675 + -0.685X + 1.139 Y) / 0.229$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.263468 + -0.132X + -0.116 Y) / 0.229$ $N_3 = 1.00$							

Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

Ver determinación de matrices locales de elementos de C, D,..V, en anexo 2

5.5.2. Determinación de la matriz constitutiva

$$\begin{array}{l}
 E = 2.5E+10 \text{ Pa} \\
 \nu = 0.2 \\
 1-\nu^2 = 0.96
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 E/(1-\nu^2) = 2.604E+10 \\
 1-\nu = 0.8
 \end{array}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{12} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \text{Para Tensión Plana}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix} * E/(1-\nu^2) \quad D = \begin{bmatrix} 2.604E+10 & 5E+09 & 0 \\ 5E+09 & 3E+10 & 0 \\ 0 & 0 & 1E+10 \end{bmatrix}$$

5.5.3. Determinación de matriz de rigidez

$$K_{ij}^{(e)} = \frac{1}{4A^e} \begin{bmatrix} b_i b_j d_{11} + c_i c_j d_{33} & b_i c_j d_{12} + b_j c_i d_{33} \\ c_i b_j d_{21} + c_j b_i d_{33} & b_i b_j d_{33} + c_i c_j d_{22} \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez del elemento "A" (K_A)

$$\begin{array}{r}
 b_1 = 0.817 \quad C_1 = -1.278 \quad b_2 = 0 \quad C_2 = 0.255 \quad A = 0.104 \\
 b_3 = -0.817 \quad C_3 = 1.203 \quad 1/4 A = 2.4038462
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} 8.268E+10 & -3.92E+10 \\ K_{11} = & -3.92E+10 & 1.19E+11 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} -8.16E+09 & 5.217E+09 \\ K_{21} = & 2.608E+09 & -2.04E+10 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} -8.03E+10 & 3.768E+10 \\ K_{31} = & 3.845E+10 & -1.13E+11 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} -8.16E+09 & 2.608E+09 \\ K_{12} = & 5.217E+09 & -2.04E+10 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} 1.628E+09 & 0 \\ K_{22} = & 0 & 4.071E+09 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} 7.681E+09 & -2.61E+09 \\ K_{32} = & -5.22E+09 & 1.92E+10 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} -8E+10 & 3.85E+10 \\ K_{13} = & 4E+10 & -1.1E+11 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} 8E+09 & -5.2E+09 \\ K_{23} = & -3E+09 & 1.92E+10 \end{array} \\
 \begin{array}{cc} 8E+10 & -3.7E+10 \\ K_{33} = & -4E+10 & 1.07E+11 \end{array}
 \end{array}$$

$$K_A = \begin{pmatrix} 8.27E+10 & -3.92E+10 & -8.16E+09 & 2.61E+09 & -8.03E+10 & 3.85E+10 \\ -3.92E+10 & 1.19E+11 & 5.22E+09 & -2.04E+10 & 3.77E+10 & -1.13E+11 \\ -8.16E+09 & 5.22E+09 & 1.63E+09 & 0.00E+00 & 7.68E+09 & -5.22E+09 \\ 2.61E+09 & -2.04E+10 & 0.00E+00 & 4.07E+09 & -2.61E+09 & 1.92E+10 \\ -8.03E+10 & 3.77E+10 & 7.68E+09 & -2.61E+09 & 7.80E+10 & -3.69E+10 \\ 3.85E+10 & -1.13E+11 & -5.22E+09 & 1.92E+10 & -3.69E+10 & 1.07E+11 \end{pmatrix}$$

Ver determinación de matrices de rigidez de elementos de B, C, D,...V en anexo 2

5.5.4. Asignación de nodos a matrices

Nudo	2	2	3	3	1	1		
ijk	1		2		3			
A =	8.27E+10	-3.92E+10	-8.16E+09	2.61E+09	-8.03E+10	3.85E+10	1	2
	-3.92E+10	1.19E+11	5.22E+09	-2.04E+10	3.77E+10	-1.13E+11	2	2
	-8.16E+09	5.22E+09	1.63E+09	0.00E+00	7.68E+09	-5.22E+09	3	3
	2.61E+09	-2.04E+10	0.00E+00	4.07E+09	-2.61E+09	1.92E+10	2	3
	-8.03E+10	3.77E+10	7.68E+09	-2.61E+09	7.80E+10	-3.69E+10	3	1
	3.85E+10	-1.13E+11	-5.22E+09	1.92E+10	-3.69E+10	1.07E+11	1	1
Nudo	4	4	3	3	2	2		
ijk	1		2		3			
B =	7.09E+10	-3.35E+10	-6.30E+10	2.93E+10	-2.96E+09	2.53E+09	1	4
	-3.35E+10	9.75E+10	3.05E+10	-9.06E+10	-3.50E+08	5.48E+09	4	4
	-6.30E+10	3.05E+10	5.62E+10	-2.66E+10	2.14E+09	-2.52E+09	2	3
	2.93E+10	-9.06E+10	-2.66E+10	8.44E+10	9.75E+07	-5.46E+09	3	3
	-2.96E+09	-3.50E+08	2.14E+09	9.75E+07	1.30E+09	5.22E+08	2	2
	2.53E+09	5.48E+09	-2.52E+09	-5.46E+09	5.22E+08	1.16E+09	3	2

Ver determinación de matrices de rigidez de elementos de B, C, D,..V en anexo 2.

Una vez asignados los nudos a las matrices de los elementos se procede a la estructuración de la matriz global.

Integración de elementos de acuerdo a nudos.

5.5.5. Estructuración de matriz global

Se efectúa el ensamble de columnas y filas de acuerdo a la interrelación, se presenta en tres partes debido a sus dimensiones para que sea legible. (Zienkiewicks & Taylor, 1994)

Matriz Global parte 1

	1	2	3	4	5	6	7													
1	7.8023E+10	-3.6916E+10	-8.0282E+10	3.7683E+10	7681415264	-2608360877	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	-3.6916E+10	1.0731E+11	3.845E+10	-1.1296E+11	-5216721755	1.9204E+10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-8.0282E+10	3.845E+10	8.3979E+10	-3.8695E+10	-6024071046	2705840863	-2958105895	-349663392	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3.7683E+10	-1.1296E+11	-3.8695E+10	1.2012E+11	2700846573	-2.5857E+10	2533888282	5481850437	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	7681415264	-5216721755	-6024071046	2700846573	1.1493E+11	-5.3711E+10	-1.178E+11	5.5215E+10	-2306707974	2413523707	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	-2608360877	1.9204E+10	2705840863	-2.5857E+10	-5.3711E+10	1.7155E+11	5.6613E+10	-1.7899E+11	-195851293	5310277478	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	-2958105895	2533888282	-1.178E+11	5.6613E+10	1.2604E+11	-5.7579E+10	4613905719	-4296263818	-4974888393	1055750425	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	-349663392	5481850437	5.5215E+10	-1.7899E+11	-5.7579E+10	1.9302E+11	-4303544855	-8660548204	3672406463	1469029018	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	-2306707974	-195851293	4613905719	-4303544855	1.2042E+11	-5.3315E+10	-1.1954E+11	5.376E+10	-1.1954E+11	5.376E+10	-3183188796	4054089414	0	0	0	0
	0	0	0	0	2413523707	5310277478	-4296263818	-8660548204	-5.3315E+10	2.1158E+11	5.3751E+10	-2.1062E+11	1446247010	2390786982	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	-4974888393	3672406463	-1.1954E+11	5.3751E+10	1.2401E+11	-5.2883E+10	4562281138	-6376636960	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1055750425	1469029018	5.376E+10	-2.1062E+11	-5.2883E+10	2.1284E+11	-6375411288	-4498793724	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	-3183188796	1446247010	4562281138	-6375411288	1.0943E+11	-4.0278E+10	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	4054089414	2390786982	-6376636960	-4498793724	-4.0278E+10	2.2689E+11	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4055666717	4442021263	-1.0834E+11	4.0526E+10	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1835422987	810279505	4.0517E+10	-2.2631E+11	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2462401677	2074007876	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4689785950	1536259527	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Matriz Global parte 2

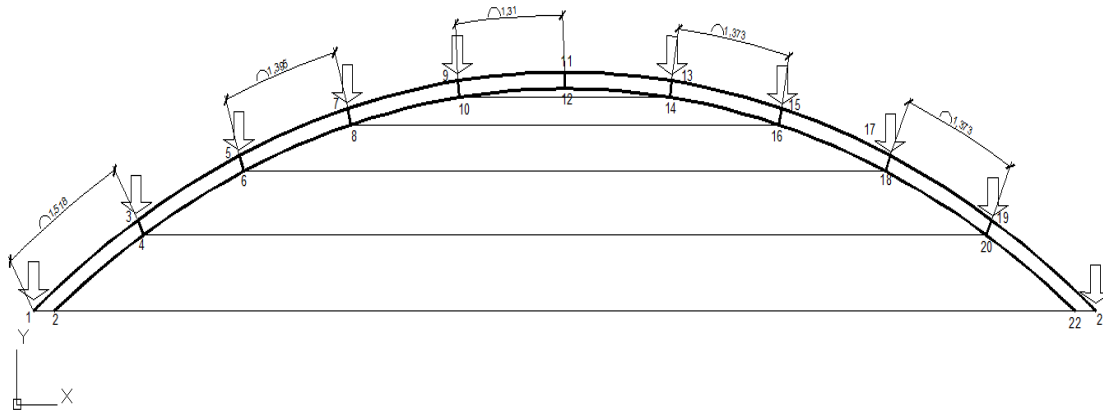
	8	9	10	11	12	13	14	15
6	-4055666717	1835422987	0	0	0	0	0	0
	4442021263	810279505	0	0	0	0	0	0
7	-1.0834E+11	4.0517E+10	-2462401677	4689785950	0	0	0	0
	4.0526E+10	-2.2631E+11	2074007876	1536259527	0	0	0	0
8	1.1275E+11	-3.9975E+10	2823221423	-7327118042	-3174987821	2333539335	0	0
	-3.9975E+10	2.2825E+11	-7321079014	-2764019195	4943277752	15344501.5	0	0
9	2823221423	-7321079014	9.9309E+10	-2.4361E+10	-9.8038E+10	2.4541E+10	-1632326299	5066852851
	-7327118042	-2764019195	-2.4361E+10	2.2987E+11	2.4547E+10	-2.2929E+11	2451199259	654445205
10	-3174987821	4943277752	-4.6433E+10	9331992456	1.0258E+11	-2.4316E+10	932613332	-7783005576
	2333539335	15344501.5	6716135363	-1.1356E+11	-2.4316E+10	2.3115E+11	-7776223780	-952586996
11	0	0	-1632326299	2451199259	932613332	-7776223780	9.2445E+10	-7609328128
	0	0	5066852851	654445205	-7783005576	-952586996	-7609328128	2.2648E+11
12	0	0	0	0	-2297198834	5217778497	-9.1039E+10	7722344264
	0	0	0	0	2608889249	-918879534	7728139071	-2.259E+11
13	0	0	0	0	0	0	-707509566	2604830995
	0	0	0	0	0	0	5209661990	-283003827
14	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

Matriz Global parte 3

	16	17	18	19	20	21	22							
0	0	0	0	0	0	0	0	6						
0	0	0	0	0	0	0	0							
0	0	0	0	0	0	0	0	7						
0	0	0	0	0	0	0	0							
0	0	0	0	0	0	0	0	8						
0	0	0	0	0	0	0	0							
0	0	0	0	0	0	0	0	9						
0	0	0	0	0	0	0	0							
0	0	0	0	0	0	0	0	10						
0	0	0	0	0	0	0	0							
0	0	0	0	0	0	0	0	11						
0	0	0	0	0	0	0	0							
0	0	0	0	0	0	0	0	12						
0	0	0	0	0	0	0	0							
0	0	0	0	0	0	0	0	13						
0	0	0	0	0	0	0	0							
-351506825	2464465569	0	0	0	0	0	0	14						
5072711540	-2865027838	0	0	0	0	0	0							
-1.0081E+11	-2.6851E+10	1282558313	4838079396	0	0	0	0	15						
-2.6848E+10	-2.3315E+11	2226622309	-2122888008	0	0	0	0							
1.0512E+11	2.6119E+10	-4530706932	-6372148627	570767597	2027836772	0	0	16						
2.6119E+10	2.3518E+11	-6370665630	4577649217	4637628944	-3.758E+09	0	0							
-4530706932	-6370665630	1.1546E+11	4.7626E+10	-1.156E+11	-4.749E+10	3405044130	4003745895	17						
-6372148627	4577649217	4.7626E+10	2.1849E+11	-4.749E+10	-2.187E+11	1396500411	-2.274E+09							
570767597	4637628944	-1.1562E+11	-4.7488E+10	1.2102E+11	4.6201E+10	-8.598E+09	-4.39E+09	2623762703	1039532520	0	0	0	0	18
2027836772	-3757774575	-4.7485E+10	-2.1867E+11	4.6201E+10	2.2161E+11	-4.389E+09	4467190441	3646214431	-3.652E+09	0	0	0	0	
0	0	3405044130	1396500411	-8.598E+09	-4.389E+09	1.374E+11	6.3449E+10	-1.352E+11	-6.4E+10	3005298212	3544080706	0	0	19
0	0	4003745895	-2274027607	-4.39E+09	4467190441	6.3449E+10	2.1648E+11	-6.399E+10	-2.152E+11	932602784	-3.427E+09	0	0	
0	0	0	0	2623762703	3646214431	-1.352E+11	-6.399E+10	1.3866E+11	6.3569E+10	4221940694	2006231630	-1.029E+10	-5.226E+09	20
0	0	0	0	1039532520	-3.652E+09	-6.4E+10	-2.152E+11	6.3569E+10	2.2103E+11	2004313616	2.3603E+10	-2.613E+09	-2.573E+10	
0	0	0	0	0	0	3005298212	932602784	4221940694	2004313616	7.2058E+10	3.3324E+10	-7.929E+10	-3.626E+10	21
0	0	0	0	0	0	3544080706	-3.427E+09	2006231630	2.3603E+10	3.3324E+10	1.043E+11	-3.888E+10	-1.245E+11	
0	0	0	0	0	0	0	0	-1.029E+10	-2.613E+09	-7.929E+10	-3.888E+10	8.9585E+10	4.149E+10	22
0	0	0	0	0	0	0	0	-5.226E+09	-2.573E+10	-3.626E+10	-1.245E+11	4.149E+10	1.5023E+11	

5.5.6. Determinación de cargas externas

Figura 29. Determinación de cargas externas



Sector	Nudos	Volumen	Volumen	Carga D	Carga V	Cu	Acumulado	Carga en Nudo
A	9 al 13	0.7967 m ³	28.1352 ft ³	4220.28 lbs	1709.21 lbs	8814.05 lbs	8814.05	4.41 kips
B	7 al 15	2.5322 m ³	89.4238 ft ³	13413.57 lbs	5432.50 lbs	28014.2 lbs	36828.29	18.41 kips
C	5 al 17	4.3121 m ³	152.28 ft ³	22842.06 lbs	9251.03 lbs	47705.6 lbs	84533.93	42.27 kips
D	3 al 19	5.886 m ³	207.862 ft ³	31179.32 lbs	12627.62 lbs	65118 lbs	149651.94	74.83 kips
E	1 al 21	7.6752 m ³	271.047 ft ³	40657.07 lbs	16466.11 lbs	84912.3 lbs	234564.23	117.28 kips
		21.202 m ³	748.749 ft ³	112312.29 lbs	45486.48 lbs	234564 lbs		

Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

Determinación de la matriz reducida: excluir de la matriz global, aquellos nodos (filas y columnas) que se presume no sufrirán deformación ya que tienen la restricción de los apoyos.

5.5.7. Determinación de matriz reducida

Figura 30. Determinación de matriz reducida

	3		4		5		6		7	
3	1.14932E+11	-53710808096	-1.17796E+11	55215315684	-2306707974	2413523707	0	0	0	0
	-53710808096	1.71553E+11	56613491630	-1.78994E+11	-195851293.1	5310277478	0	0	0	0
4	-1.17796E+11	56613491630	1.2604E+11	-57579219140	4613905719	-4296263818	-4974888393	1055750425	0	0
	55215315684	-1.78994E+11	-57579219140	1.93017E+11	-4303544855	-8660548204	3672406463	1469029018	0	0
5	-2306707974	-195851293.1	4613905719	-4303544855	1.20419E+11	-53314881835	-1.19543E+11	53760188570	-3183188796	4054089414
	2413523707	5310277478	-4296263818	-8660548204	-53314881835	2.11584E+11	53751374937	-2.10624E+11	1446247010	2390786982
6	0	0	-4974888393	3672406463	-1.19543E+11	53751374937	1.24011E+11	-52882585884	4562281138	-6376636960
	0	0	1055750425	1469029018	53760188570	-2.10624E+11	-52882585884	2.12844E+11	-6375411288	-4498793724
7	0	0	0	0	-3183188796	1446247010	4562281138	-6375411288	1.09426E+11	-40277853957
	0	0	0	0	4054089414	2390786982	-6376636960	-4498793724	-40277853957	2.26885E+11
8	0	0	0	0	0	0	-4055666717	4442021263	-1.08342E+11	40526388046
	0	0	0	0	0	0	1835422987	810279505.5	40517229495	-2.26314E+11
9	0	0	0	0	0	0	0	0	-2462401677	2074007876
	0	0	0	0	0	0	0	0	4689785950	1536259527
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fuente: elaboración propia, con SAP 2000.

	8	9	10	11	12	13	14	15
3	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-4055666717	1835422987	0	0	0	0	0	0
	4442021263	810279505.5	0	0	0	0	0	0
7	-1.08342E+11	40517229495	-2462401677	4689785950	0	0	0	0
	40526388046	-2.26314E+11	2074007876	1536259527	0	0	0	0
8	1.1275E+11	-39974809983	2823221423	-7327118042	-3174987821	2333539335	0	0
	-39974809983	2.28252E+11	-7321079014	-2764019195	4943277752	15344501.45	0	0
9	2823221423	-7321079014	99309370457	-24361233979	-98037721859	24541086130	-1632326299	5066852851
	-7327118042	-2764019195	-24361233979	2.29868E+11	24547153629	-2.29294E+11	2451199259	654445205.1
10	-3174987821	4943277752	-46433360852	9331992456	1.02577E+11	-24315923590	932613332.2	-7783005576
	2333539335	15344501.45	6716135363	-1.13556E+11	-24315923590	2.31151E+11	-7776223780	-952586996.4
11	0	0	-1632326299	2451199259	932613332.2	-7776223780	92445356758	-7609328128
	0	0	5066852851	654445205.1	-7783005576	-952586996.4	-7609328128	2.26483E+11
12	0	0	0	0	-2297198834	5217778497	-91038710062	7722344264
	0	0	0	0	2608889249	-918879533.7	0	0
13	0	0	0	0	0	0	-9.1039E+10	7728139071
	0	0	0	0	0	0	-707509566.3	-707509566.3
14	0	0	0	0	0	0	5209661990	5209661990
	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

16		17		18		19		20		Deformaciones	Fuerzas kips	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	Ux3	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy3	-74.83
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	Ux4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	Ux5	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy5	-42.27
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	Ux6	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy6	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	Ux7	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy7	-18.41
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	Ux8	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy8	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	Ux9	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy9	-4.41
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Ux10	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy10	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	Ux11	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy11	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	Ux12	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy12	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	Ux13	-4.41
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy13	0
-351506824.7	2464465569	0	0	0	0	0	0	0	0	14	Ux14	0
5072711540	-2865027838	0	0	0	0	0	0	0	0		Uy14	0
-1.00808E+11	-26851468589	1282558313	4838079396	0	0	0	0	0	0	15	Ux15	0
-26847922792	-2.33146E+11	2226622309	-2122888008	0	0	0	0	0	0		Uy15	-18.41
1.05116E+11	26119006508	-4530706932	-6372148627	570767597.1	2027836772	0	0	0	0	16	Ux16	0
26119006508	2.35184E+11	-6370665630	4577649217	4637628944	-3757774575	0	0	0	0		Uy16	0
-4530706932	-6370665630	1.15461E+11	47625758871	-1.15618E+11	-47485279527	3405044130	4003745895	0	0	17	Ux17	0
-6372148627	4577649217	47625758871	2.18488E+11	-47487826215	-2.18669E+11	1396500411	-2274027607	0	0		Uy17	-42.27
570767597.1	4637628944	-1.15618E+11	-47487826215	1.21021E+11	46200945374	-8598203723	-4390112940	2623762703	1039532520	18	Ux18	0
2027836772	-3757774575	-47485279527	-2.18669E+11	46200945374	2.21612E+11	-4389381683	4467190441	3646214431	-3652483486		Uy18	0
0	0	3405044130	1396500411	-8598203723	-4389381683	1.37405E+11	63448501945	-1.35217E+11	-63999816534	19	Ux19	0
0	0	4003745895	-2274027607	-4390112940	4467190441	63448501945	2.16482E+11	-63994967995	-2.15248E+11		Uy19	-74.83
0	0	0	0	2623762703	3646214431	-1.35217E+11	-63994967995	1.38663E+11	63568804972	20	Ux20	0
0	0	0	0	1039532520	-3652483486	-63999816534	-2.15248E+11	63568804972	2.21028E+11		Uy20	0

5.5.8. Determinación de matriz inversa de la reducida $K_{reducida}^{-1}$

	3	4	5	6	7					
3	3.30283E-10	-9.31628E-12	3.07018E-10	-1.23471E-11	2.24517E-10	-3.9447E-11	2.28663E-10	-3.96975E-11	1.06105E-10	-1.0355E-11
	-8.2161E-12	2.23037E-10	-6.91868E-12	2.12942E-10	6.22295E-12	1.51445E-10	-7.70522E-13	1.48153E-10	1.2728E-11	6.9466E-11
4	3.07438E-10	-7.85683E-12	2.96923E-10	-5.98785E-12	1.98369E-10	3.35929E-12	2.03763E-10	3.53524E-12	9.48381E-11	1.82459E-11
	-1.08889E-11	2.13034E-10	-4.70909E-12	2.11465E-10	-6.62168E-12	1.85459E-10	-1.222E-11	1.82621E-10	7.49719E-12	9.3439E-11
5	2.21808E-10	3.51299E-12	1.95024E-10	-9.98551E-12	4.91516E-10	-2.6764E-10	4.73341E-10	-2.74097E-10	2.3495E-10	-2.0214E-10
	-3.04154E-11	1.53339E-10	1.1784E-11	1.8721E-10	-2.50058E-10	9.14065E-10	-2.29087E-10	9.20088E-10	-8.76956E-11	5.9869E-10
6	2.26617E-10	-3.29437E-12	2.01055E-10	-1.5393E-11	4.74515E-10	-2.46283E-10	4.6849E-10	-2.49159E-10	2.22814E-10	-1.56436E-10
	-3.0352E-11	1.50109E-10	1.2251E-11	1.84427E-10	-2.55894E-10	9.20053E-10	-2.31358E-10	9.31991E-10	-9.08086E-11	6.19905E-10
7	1.04019E-10	9.23607E-12	9.17267E-11	3.04436E-12	2.38413E-10	-1.12774E-10	2.24525E-10	-1.16766E-10	3.23567E-10	-1.83164E-10
	4.11131E-12	7.23129E-11	3.16684E-11	9.59951E-11	-1.73516E-10	5.9715E-10	-1.28544E-10	6.18367E-10	-1.42633E-10	9.76318E-10
8	1.09014E-10	1.57076E-12	9.42313E-11	-6.4932E-12	2.57981E-10	-1.62081E-10	2.42995E-10	-1.66715E-10	3.23224E-10	-2.16625E-10
	3.05963E-12	6.99395E-11	3.00636E-11	9.31143E-11	-1.72204E-10	5.83246E-10	-1.27752E-10	6.04191E-10	-1.43744E-10	9.63037E-10
9	5.45723E-12	1.17256E-12	5.11265E-12	1.10518E-12	1.04407E-11	4.47492E-13	1.0267E-11	4.94493E-13	1.47964E-11	2.08554E-12
	1.32155E-12	5.7836E-13	1.40864E-12	7.09602E-13	1.22698E-12	3.6286E-12	1.57907E-12	3.81483E-12	1.52144E-12	8.37334E-12
10	5.58198E-12	-3.08599E-12	3.56971E-12	-4.57074E-12	2.14698E-11	-3.51772E-11	1.86205E-11	-3.63891E-11	2.38734E-11	-5.58669E-11
	-2.02665E-14	-9.79129E-14	-3.31818E-14	-1.08953E-13	-2.14978E-14	-3.6135E-13	2.92056E-15	-3.54287E-13	-4.10587E-13	2.54165E-13
11	2.02994E-13	8.24747E-13	4.91993E-13	1.07967E-12	-1.57125E-12	6.4983E-12	-1.09344E-12	6.72861E-12	-1.02025E-12	1.06015E-11
	1.09014E-13	-4.10275E-12	-1.49671E-12	-5.46795E-12	1.06051E-11	-3.43155E-11	8.02657E-12	-3.55287E-11	8.7284E-12	-5.58512E-11
12	2.16282E-13	-9.96069E-14	1.44602E-13	-1.51826E-13	7.95941E-13	-1.22439E-12	6.92598E-13	-1.26773E-12	9.22526E-13	-1.99328E-12
	5.32298E-14	-4.00646E-12	-1.50705E-12	-5.33521E-12	1.02259E-11	-3.342E-11	7.71659E-12	-3.46019E-11	8.35669E-12	-5.44083E-11
13	8.60443E-13	-1.46349E-12	1.61481E-13	-2.02422E-12	5.8581E-12	-1.37538E-11	4.77997E-12	-1.42407E-11	5.85763E-12	-2.24043E-11
	4.33111E-13	-1.61222E-11	-5.88151E-12	-2.14909E-11	4.17256E-11	-1.34931E-10	3.15771E-11	-1.39706E-10	3.4407E-11	-2.1977E-10
14	8.56444E-13	1.92259E-13	7.99418E-13	1.78943E-13	1.67866E-12	2.22732E-14	1.63366E-12	2.251E-14	2.46657E-12	1.82263E-14
	4.17846E-13	-1.61345E-11	-5.89917E-12	-2.15058E-11	4.17178E-11	-1.35005E-10	3.15646E-11	-1.39782E-10	3.43809E-11	-2.19889E-10
15	6.95897E-13	4.02292E-13	7.44681E-13	4.72603E-13	7.46233E-13	2.06073E-12	8.62384E-13	2.13296E-12	1.50618E-12	3.33168E-12
	4.00596E-13	-4.92291E-12	-1.57019E-12	-6.58757E-12	1.34326E-11	-4.17221E-11	1.02768E-11	-4.31999E-11	1.14311E-11	-6.80179E-11
16	6.80007E-13	1.22571E-12	1.05029E-12	1.56962E-12	-1.36858E-12	8.93969E-12	-7.35509E-13	9.25526E-12	-2.29207E-13	1.45335E-11
	4.00747E-13	-5.1645E-12	-1.66367E-12	-6.90903E-12	1.40416E-11	-4.37321E-11	1.07351E-11	-4.5281E-11	1.19252E-11	-7.12909E-11
17	4.84266E-13	1.3129E-12	9.18391E-13	1.70319E-12	-2.08261E-12	1.00253E-11	-1.35742E-12	1.03794E-11	-1.06081E-12	1.63054E-11
	2.16222E-13	-3.86701E-13	3.22299E-14	-5.34767E-13	1.52979E-12	-3.63296E-12	1.24329E-12	-3.76252E-12	1.5315E-12	-5.95899E-12
18	4.52422E-13	1.53805E-12	9.78756E-13	2.00568E-12	-2.73109E-12	1.19584E-11	-1.85898E-12	1.2381E-11	-1.62874E-12	1.94569E-11
	2.24479E-13	-5.16359E-13	-1.10543E-14	-7.08051E-13	1.87765E-12	-4.72736E-12	1.50853E-12	-4.89567E-12	1.82465E-12	-7.74259E-12
19	1.77676E-13	8.94443E-13	4.97009E-13	1.17417E-12	-1.80527E-12	7.11407E-12	-1.28117E-12	7.36565E-12	-1.23505E-12	1.15822E-11
	1.16243E-16	4.66021E-14	1.80487E-14	6.18996E-14	-1.16066E-13	3.85414E-13	-8.74047E-14	3.98944E-13	-9.26176E-14	6.23227E-13
20	1.54912E-13	8.59166E-13	4.64111E-13	1.12931E-12	-1.77426E-12	6.86325E-12	-1.26764E-12	7.10601E-12	-1.23976E-12	1.11758E-11
	8.58816E-15	4.1507E-14	2.32217E-14	5.43391E-14	-8.15989E-14	3.26981E-13	-5.78365E-14	3.38417E-13	-5.34365E-14	5.26938E-13

8	9	10	11	12	13	14							
1.11677E-10	-1.12883E-11	1.60795E-12	1.80366E-12	5.56657E-12	1.08278E-12	-6.27643E-13	3.79915E-12	1.66865E-13	3.68112E-12	1.62663E-12	1.46377E-11	9.80513E-14	1.46455E-11
5.16385E-12	6.71363E-11	4.4816E-12	9.23889E-13	9.21724E-13	4.83372E-13	9.44852E-13	-3.40711E-12	9.01083E-14	-3.36439E-12	-5.52291E-13	-1.37264E-11	8.32692E-13	-1.37462E-11
9.78738E-11	1.67591E-11	3.11419E-12	1.96031E-12	5.11035E-12	1.168E-12	-1.64942E-13	1.91969E-12	1.77044E-13	1.83533E-12	1.1718E-12	7.14323E-12	4.03918E-13	7.14235E-12
-1.95482E-12	9.06065E-11	5.8334E-12	1.13471E-12	7.63717E-13	6.03109E-13	1.31366E-12	-4.85272E-12	1.05707E-13	-4.78619E-12	-8.72842E-13	-1.95129E-11	1.09758E-12	-1.95398E-11
2.5569E-10	-2.00647E-10	-7.39563E-12	1.47763E-12	1.13255E-11	8.80387E-13	-3.96782E-12	1.79403E-11	1.85603E-13	1.75446E-11	5.41091E-12	7.08393E-11	-1.83326E-12	7.09067E-11
-1.37167E-10	5.84946E-10	3.46353E-11	5.79923E-12	-1.79575E-12	3.24534E-12	9.01941E-12	-3.48797E-11	4.59167E-13	-3.43261E-11	-7.41933E-12	-1.39769E-10	6.71349E-12	-1.39944E-10
2.4242E-10	-1.55456E-10	-4.84658E-12	1.98871E-12	1.0983E-11	1.21275E-12	-3.25653E-12	1.51723E-11	2.13002E-13	1.48222E-11	4.78634E-12	5.97224E-11	-1.33894E-12	5.97767E-11
-1.40925E-10	6.05894E-10	3.58742E-11	6.07028E-12	-1.82607E-12	3.41664E-12	9.33908E-12	-3.60945E-11	4.761E-13	-3.55222E-11	-7.67483E-12	-1.44659E-10	6.94941E-12	-1.4484E-10
3.24864E-10	-1.83989E-10	-4.22515E-12	2.14885E-12	1.5613E-11	9.63883E-13	-4.02831E-12	1.90124E-11	3.50464E-13	1.85574E-11	6.3269E-12	7.5016E-11	-1.32642E-12	7.50768E-11
-1.76258E-10	9.63322E-10	5.69908E-11	1.22512E-11	-1.48051E-12	7.68943E-12	1.47094E-11	-5.59674E-11	7.78037E-13	-5.51015E-11	-1.17764E-11	-2.25194E-10	1.08662E-11	-2.25471E-10
3.37129E-10	-2.14992E-10	-6.20561E-12	2.31264E-12	1.57226E-11	1.22677E-12	-4.51553E-12	2.10159E-11	3.20972E-13	2.05275E-11	6.73551E-12	8.28809E-11	-1.73756E-12	8.29532E-11
-1.74901E-10	9.55001E-10	5.66346E-11	1.23111E-11	-1.34376E-12	7.78817E-12	1.46047E-11	-5.54937E-11	7.76963E-13	-5.4637E-11	-1.16573E-11	-2.23354E-10	1.07914E-11	-2.23628E-10
1.47628E-11	2.19086E-12	1.95326E-11	2.67822E-12	1.89484E-11	2.44967E-12	1.42087E-12	-4.64346E-13	9.15109E-13	-6.56118E-13	3.39165E-12	-3.34175E-12	3.65048E-12	-3.39725E-12
1.76177E-12	8.47228E-12	3.43019E-12	9.08321E-12	2.84411E-12	8.95271E-12	9.63272E-13	-4.80189E-13	1.12154E-13	-5.33476E-13	2.02379E-13	-5.36069E-12	2.51729E-13	-5.34495E-12
2.59222E-11	-5.53491E-11	5.30648E-12	8.18097E-13	1.93059E-11	2.04118E-12	-2.11589E-12	1.35147E-11	7.27586E-13	1.31008E-11	6.34297E-12	5.22966E-11	9.17108E-13	5.23144E-11
-2.12673E-13	3.38767E-13	1.74509E-12	4.45177E-12	2.74255E-12	8.87991E-12	8.69624E-13	1.14779E-12	2.5963E-13	1.06377E-12	1.22101E-12	5.85688E-13	5.86605E-13	6.03547E-13
-1.40634E-12	1.05345E-11	3.8624E-12	5.22145E-13	1.23788E-12	8.70622E-13	3.8547E-11	-3.94139E-11	1.58972E-11	-3.93633E-11	5.28374E-11	-2.0422E-10	6.70374E-11	-2.05024E-10
1.07287E-11	-5.54543E-11	-1.36083E-11	-1.8563E-12	4.43163E-13	-3.12925E-13	-4.03116E-11	1.90285E-10	1.34074E-12	1.87138E-10	5.5633E-11	7.42705E-10	-2.23699E-11	7.43574E-10
9.82174E-13	-1.97641E-12	4.42742E-13	-1.25991E-13	9.19465E-13	7.24054E-14	1.57329E-11	1.97647E-12	1.7329E-11	2.81698E-12	7.24947E-11	3.23389E-11	7.28886E-11	3.11203E-11
1.03045E-11	-5.40231E-11	-1.34535E-11	-1.84495E-12	2.32411E-13	-3.60568E-13	-4.02126E-11	1.87001E-10	2.19248E-12	1.88382E-10	6.2825E-11	7.50177E-10	-1.56015E-11	7.51013E-10
6.61069E-12	-2.22359E-11	-1.88265E-12	-1.04718E-12	3.64364E-12	9.34511E-14	5.1964E-11	5.80777E-11	7.23255E-11	6.52626E-11	6.07101E-10	4.11642E-10	5.84427E-10	4.09209E-10
4.22399E-11	-2.18236E-10	-5.48153E-11	-8.51996E-12	1.35229E-13	-4.64894E-12	-2.07634E-10	7.41732E-10	2.97487E-11	7.49765E-10	4.01411E-10	4.20987E-09	1.55724E-10	4.20255E-09
2.41469E-12	2.6731E-14	3.66189E-12	-3.45949E-12	3.52943E-12	7.09889E-14	6.65114E-11	-1.9874E-11	7.29738E-11	-1.3169E-11	5.85418E-10	1.65767E-10	6.12669E-10	1.61958E-10
4.22191E-11	-2.18354E-10	-5.49003E-11	-8.51216E-12	8.43466E-14	-4.63E-12	-2.08432E-10	7.42563E-10	2.85278E-11	7.50565E-10	3.98958E-10	4.2024E-09	1.51911E-10	4.19958E-09
1.34312E-12	3.313E-12	3.68358E-12	-2.57686E-13	2.71443E-12	-2.0778E-13	5.11757E-11	-2.83921E-11	5.96407E-11	-2.2939E-11	4.73668E-10	1.91473E-10	5.15806E-10	1.90087E-10
1.38262E-11	-6.75549E-11	-1.66909E-11	-3.34174E-12	9.40986E-14	-3.38362E-12	-8.19327E-11	2.18107E-10	3.29472E-11	2.22788E-10	2.75E-10	2.04635E-09	3.00211E-10	2.03572E-09
-7.92388E-13	1.44361E-11	6.47041E-12	1.51006E-13	2.69243E-12	-4.65117E-14	6.07471E-11	-6.65473E-11	5.86841E-11	-6.14576E-11	4.55651E-10	4.79977E-12	5.14077E-10	3.15369E-12
1.44375E-11	-7.08049E-11	-1.75237E-11	-3.45888E-12	8.28212E-14	-3.4296E-12	-8.50483E-11	2.29363E-10	3.28436E-11	2.34116E-10	2.7725E-10	2.0995E-09	2.9749E-10	2.08899E-09
-1.67575E-12	1.61935E-11	6.08336E-12	2.92267E-13	1.88944E-12	-4.27071E-14	4.71311E-11	-6.81303E-11	4.20515E-11	-6.4629E-11	3.19014E-10	-6.04402E-11	3.74074E-10	-6.22172E-11
1.72302E-12	-5.92488E-12	-1.17991E-12	-7.05135E-13	1.60089E-13	-1.39899E-12	-1.49267E-11	1.19109E-11	1.88879E-11	1.37862E-11	1.28784E-10	6.07221E-10	1.89408E-10	6.00685E-10
-2.35388E-12	1.93235E-11	6.79889E-12	4.51729E-13	1.82899E-12	1.10458E-13	4.98458E-11	-7.79359E-11	3.9393E-11	-7.47567E-11	2.9703E-10	-1.56967E-10	3.50612E-10	-1.58273E-10
2.07922E-12	-7.69623E-12	-1.61944E-12	-7.86514E-13	1.62658E-13	-1.4703E-12	-1.69061E-11	1.77296E-11	1.95515E-11	1.97093E-11	1.34767E-10	6.5426E-10	1.95152E-10	6.47535E-10
-1.65999E-12	1.15032E-11	3.73602E-12	3.61418E-13	8.08157E-13	2.40695E-13	2.61141E-11	-4.37829E-11	1.55419E-11	-4.26217E-11	1.16765E-10	-1.75451E-10	1.37125E-10	-1.75342E-10
-1.15946E-13	6.17742E-13	9.31352E-14	-2.33265E-14	-7.72252E-14	-1.41499E-13	-2.33025E-12	-2.55138E-12	1.06063E-13	-2.55974E-12	-3.09673E-12	4.26966E-11	4.92656E-12	4.19146E-11
-1.64844E-12	1.10998E-11	3.55871E-12	3.72256E-13	7.4118E-13	2.86333E-13	2.49961E-11	-4.17152E-11	1.35592E-11	-4.07272E-11	1.02254E-10	-1.92001E-10	1.18758E-10	-1.91621E-10
-7.40457E-14	5.21969E-13	9.02427E-14	-4.02505E-14	-6.02808E-14	-1.75271E-13	-2.41066E-12	-2.50519E-12	8.41647E-13	-2.44348E-12	2.21548E-12	5.75477E-11	1.19233E-11	5.66035E-11

										Kreducida ^{1*}		
										Fuerzas		
										Deformaciones		
15	16			17			18			19	20	
-1.67356E-13	4.40468E-12	-9.18783E-13	4.62383E-12	-1.06046E-12	3.17978E-13	-1.26628E-12	4.34619E-13	-7.49877E-13	-5.36638E-14	-7.21069E-13	-4.88704E-14	2.44956E-09
8.53613E-13	-4.2038E-12	1.55094E-12	-4.41174E-12	1.47296E-12	-3.14247E-13	1.65457E-12	-4.24745E-13	9.1583E-13	2.33513E-14	8.7369E-13	2.18455E-14	-2.4283E-08
1.84406E-13	2.10834E-12	-1.85609E-13	2.21451E-12	-3.36054E-13	1.40524E-13	-4.40307E-13	1.96792E-13	-2.84193E-13	-3.75901E-14	-2.75591E-13	-3.43125E-14	5.42675E-11
1.1466E-12	-5.9806E-12	2.13813E-12	-6.27584E-12	2.04681E-12	-4.52757E-13	2.30656E-12	-6.0993E-13	1.28198E-12	3.4804E-14	1.22381E-12	3.21956E-14	-2.53754E-08
-2.52686E-12	2.16274E-11	-6.14018E-12	2.26925E-11	-6.29845E-12	1.66283E-12	-7.27185E-12	2.23232E-12	-4.15839E-12	-1.82323E-13	-3.98488E-12	-1.64478E-13	1.42865E-08
7.31989E-12	-4.29101E-11	1.44249E-11	-4.50199E-11	1.40313E-11	-3.32972E-12	1.59133E-11	-4.45696E-12	8.91687E-12	2.70003E-13	8.52365E-12	2.44926E-13	-6.02161E-08
-1.97943E-12	1.8189E-11	-5.02842E-12	1.90868E-11	-5.20923E-12	1.37991E-12	-6.03115E-12	1.8593E-12	-3.45859E-12	-1.61943E-13	-3.31489E-12	-1.46692E-13	1.31259E-08
7.57478E-12	-4.4423E-11	1.49279E-11	-4.66064E-11	1.45201E-11	-3.45384E-12	1.64685E-11	-4.62072E-12	9.22893E-12	2.78504E-13	8.82228E-12	2.52363E-13	-6.05857E-08
-2.17877E-12	2.30512E-11	-6.00236E-12	2.41751E-11	-6.3084E-12	1.8796E-12	-7.35566E-12	2.48533E-12	-4.26006E-12	-1.9548E-13	-4.09202E-12	-1.71342E-13	6.92129E-09
1.17467E-11	-6.96328E-11	2.31747E-11	-7.30262E-11	2.25247E-11	-5.68895E-12	2.55786E-11	-7.51371E-12	1.43728E-11	3.94778E-13	1.37526E-11	3.4641E-13	-4.71359E-08
-2.63346E-12	2.53652E-11	-6.86058E-12	2.66092E-11	-7.13779E-12	1.99987E-12	-8.28589E-12	2.66729E-12	-4.77059E-12	-2.17821E-13	-4.57692E-12	-1.94081E-13	1.01466E-08
1.16558E-11	-6.90969E-11	2.29891E-11	-7.24622E-11	2.23409E-11	-5.66366E-12	2.53711E-11	-7.47408E-12	1.42583E-11	3.88629E-13	1.36437E-11	3.40175E-13	-4.61374E-08
2.8747E-12	-8.9476E-13	3.03272E-12	-9.59307E-13	2.2311E-12	1.27211E-13	2.21466E-12	1.03089E-13	1.0202E-12	-6.3268E-14	9.42054E-13	-4.58607E-14	-1.55991E-10
-5.50144E-14	-3.58418E-12	1.4242E-13	-3.64165E-12	1.11067E-13	-1.3991E-12	2.70675E-13	-1.47581E-12	3.20122E-13	-1.42072E-13	3.60515E-13	-1.7501E-13	-2.56006E-10
-1.26689E-13	1.59475E-11	-2.80596E-12	1.67259E-11	-3.43921E-12	1.29383E-12	-4.19309E-12	1.71429E-12	-2.54594E-12	-1.88165E-13	-2.4596E-12	-1.64992E-13	2.38059E-09
6.80181E-14	-2.00431E-12	-4.94084E-14	-1.97126E-12	-2.07456E-13	-1.39721E-12	-1.2673E-13	-1.43011E-12	8.15E-14	-1.87166E-13	1.34079E-13	-2.20271E-13	1.0287E-10
5.15399E-11	-8.08052E-11	6.09375E-11	-8.38728E-11	4.71749E-11	-1.47694E-11	4.98291E-11	-1.67198E-11	2.60564E-11	-2.34644E-12	2.49329E-11	-2.42179E-12	1.52062E-09
-3.03432E-11	2.18281E-10	-6.85409E-11	2.29562E-10	-6.95655E-11	1.17675E-11	-7.93396E-11	1.75915E-11	-4.44117E-11	-2.5069E-12	-4.22921E-11	-2.47371E-12	-1.77978E-09
5.95411E-11	3.37772E-11	5.8454E-11	3.37121E-11	4.18201E-11	1.89739E-11	3.91245E-11	1.96589E-11	1.53861E-11	1.02901E-13	1.3409E-11	8.39702E-13	-1.6548E-09
-2.48323E-11	2.22793E-10	-6.33648E-11	2.34137E-10	-6.59877E-11	1.36326E-11	-7.6077E-11	1.95566E-11	-4.32062E-11	-2.51478E-12	-4.12621E-11	-2.41141E-12	-2.04448E-09
4.72768E-10	2.7825E-10	4.54237E-10	2.80655E-10	3.17744E-10	1.29082E-10	2.95625E-10	1.35149E-10	1.15999E-10	-3.09645E-12	1.01522E-10	2.21712E-12	-1.19165E-08
1.83679E-10	2.04582E-09	-2.96666E-12	2.09901E-09	-6.59283E-11	6.06527E-10	-1.62272E-10	6.53555E-10	-1.77775E-10	4.28853E-11	-1.94123E-10	5.76821E-11	-5.72872E-08
5.15677E-10	3.03453E-10	5.13441E-10	3.00879E-10	3.73358E-10	1.89768E-10	3.49747E-10	1.95596E-10	1.36597E-10	4.90856E-12	1.18245E-10	1.19119E-11	-1.65712E-08
1.82291E-10	2.03515E-09	-4.60625E-12	2.08845E-09	-6.76967E-11	5.99985E-10	-1.63566E-10	6.46823E-10	-1.77659E-10	4.21037E-11	-1.93736E-10	5.67382E-11	-5.67387E-08
7.50769E-10	4.85921E-10	7.49465E-10	4.84962E-10	5.4972E-10	3.04465E-10	5.13278E-10	3.13832E-10	1.97659E-10	1.05407E-11	1.69822E-10	2.14284E-11	-2.48706E-08
4.83398E-10	2.35035E-09	4.43531E-10	2.35914E-09	3.76738E-10	1.18961E-09	2.6544E-10	1.23595E-09	-2.35699E-11	1.22422E-10	-7.4094E-11	1.52881E-10	-1.00529E-07
7.49859E-10	4.46071E-10	7.7072E-10	4.40764E-10	5.81396E-10	3.42738E-10	5.47156E-10	3.50457E-10	2.12607E-10	1.79345E-11	1.82372E-10	2.97936E-11	-2.6789E-08
4.82325E-10	2.35912E-09	4.38112E-10	2.37325E-09	3.71654E-10	1.18127E-09	2.59587E-10	1.22813E-09	-2.62956E-11	1.2054E-10	-7.63535E-11	1.50807E-10	-1.00044E-07
5.50205E-10	3.78547E-10	5.81602E-10	3.73541E-10	7.40124E-10	4.33667E-10	7.07016E-10	4.41838E-10	2.83148E-10	2.93542E-11	2.44367E-10	4.42685E-11	-2.97271E-08
3.04177E-10	1.18981E-09	3.42416E-10	1.18149E-09	4.33421E-10	1.26826E-09	3.84732E-10	1.28199E-09	6.87248E-11	1.79234E-10	1.23488E-11	2.1027E-10	-8.91983E-08
5.13881E-10	2.67198E-10	5.4749E-10	2.61419E-10	7.07111E-10	3.84982E-10	6.89717E-10	3.88688E-10	2.8884E-10	3.25161E-11	2.52353E-10	4.59022E-11	-2.59161E-08
3.13479E-10	1.23615E-09	3.50069E-10	1.22835E-09	4.41545E-10	1.28198E-09	3.88392E-10	1.30177E-09	6.71944E-11	1.77755E-10	9.99563E-12	2.09373E-10	-9.04582E-08
1.98038E-10	-2.2792E-11	2.12868E-10	-2.54857E-11	2.83271E-10	6.88445E-11	2.88919E-10	6.73341E-11	3.20649E-10	3.07375E-11	3.03465E-10	3.5255E-11	-5.88794E-09
1.05571E-11	1.22362E-10	1.79603E-11	1.20477E-10	2.93774E-11	1.79228E-10	3.25419E-11	1.77748E-10	3.07516E-11	1.83122E-10	2.54532E-11	1.82702E-10	-2.35492E-08
1.70193E-10	-7.33821E-11	1.82635E-10	-7.56125E-11	2.44496E-10	1.24603E-11	2.52441E-10	1.01254E-11	3.03473E-10	2.54398E-11	2.9795E-10	2.59347E-11	-2.09212E-09
2.1439E-11	1.52838E-10	2.98109E-11	1.50762E-10	4.42843E-11	2.10266E-10	4.59198E-11	2.09368E-10	3.52647E-11	1.82702E-10	2.5944E-11	1.88442E-10	-2.54095E-08

Fuerzas Resultantes kips	Longitud	Area ft ²		Area inch ²	psi
82.1549052	1.518 m	16.339616	5.02795813	2352.90471	34.9163759
-479.0983538	1.518 m	16.339616	-29.3212737	2352.90471	-203.619956
-71.74992642	1.518 m	16.339616	-4.39116356	2352.90471	-30.4941914
495.5295075	1.518 m	16.339616	30.3268759	2352.90471	210.603305
-3.97904E-13	1.373 m	14.778849	-2.6924E-14	2128.15426	-1.8697E-13
-74.83	1.373 m	14.778849	-5.06331718	2128.15426	-35.1619248
2.41585E-13	1.373 m	14.778849	1.6347E-14	2128.15426	1.1352E-13
4.68958E-13	1.373 m	14.778849	3.1732E-14	2128.15426	2.2036E-13
1.42109E-13	1.373 m	14.778849	9.6157E-15	2128.15426	6.6775E-14
-42.27	1.373 m	14.778849	-2.86016861	2128.15426	-19.862282
-4.26326E-14	1.395 m	15.015655	-2.8392E-15	2162.25432	-1.9717E-14
2.95586E-12	1.395 m	15.015655	1.9685E-13	2162.25432	1.367E-12
-2.42251E-13	1.395 m	15.015655	-1.6133E-14	2162.25432	-1.1204E-13
-18.41	1.395 m	15.015655	-1.22605374	2162.25432	-8.51426208
3.64569E-13	1.395 m	15.015655	2.4279E-14	2162.25432	1.6861E-13
-9.1268E-13	1.395 m	15.015655	-6.0782E-14	2162.25432	-4.221E-13
9.23706E-14	1.373 m	14.778849	6.2502E-15	2128.15426	4.3404E-14
-4.41	1.373 m	14.778849	-0.29839942	2128.15426	-2.07221821
1.24345E-14	1.373 m	14.778849	8.4137E-16	2128.15426	5.8429E-15
0	1.373 m	14.778849	0	2128.15426	0
5.68434E-14	1.31 m	14.1007226	4.0312E-15	2030.50406	2.7995E-14
-1.10134E-13	1.31 m	14.1007226	-7.8105E-15	2030.50406	-5.424E-14
-2.27374E-13	1.31 m	14.1007226	-1.6125E-14	2030.50406	-1.1198E-13
1.42109E-13	1.31 m	14.1007226	1.0078E-14	2030.50406	6.9987E-14
-4.41	1.373 m	14.778849	-0.29839942	2128.15426	-2.07221821
-4.34852E-12	1.373 m	14.778849	-2.9424E-13	2128.15426	-2.0433E-12
-1.7053E-13	1.373 m	14.778849	-1.1539E-14	2128.15426	-8.0131E-14
1.3074E-12	1.373 m	14.778849	8.8464E-14	2128.15426	6.1433E-13
-5.11591E-13	1.395 m	15.015655	-3.407E-14	2162.25432	-2.366E-13
-18.41	1.395 m	15.015655	-1.22605374	2162.25432	-8.51426208
1.59162E-12	1.395 m	15.015655	1.06E-13	2162.25432	7.3609E-13
-1.47793E-12	1.395 m	15.015655	-9.8426E-14	2162.25432	-6.8351E-13
-2.67164E-12	1.373 m	14.778849	-1.8077E-13	2128.15426	-1.2554E-12
-42.27	1.373 m	14.778849	-2.86016861	2128.15426	-19.862282
5.08038E-13	1.373 m	14.778849	3.4376E-14	2128.15426	2.3872E-13
4.0643E-12	1.373 m	14.778849	2.7501E-13	2128.15426	1.9098E-12
0	1.373 m	14.778849	0	2128.15426	0
-74.83	1.518 m	16.339616	-4.57966698	2352.90471	-31.803243
2.27374E-13	1.518 m	16.339616	1.3915E-14	2352.90471	9.6635E-14
9.09495E-13	1.518 m	16.339616	5.5662E-14	2352.90471	3.8654E-13
-99.41848496	1.518 m	16.339616	-6.08450559	2352.90471	-42.253511
-544.1068284	1.518 m	16.339616	-33.299854	2352.90471	-231.248986
87.93487363	1.518 m	16.339616	5.38169768	2352.90471	37.3729006
664.7680465	1.518 m	16.339616	40.6844351	2352.90471	282.530799

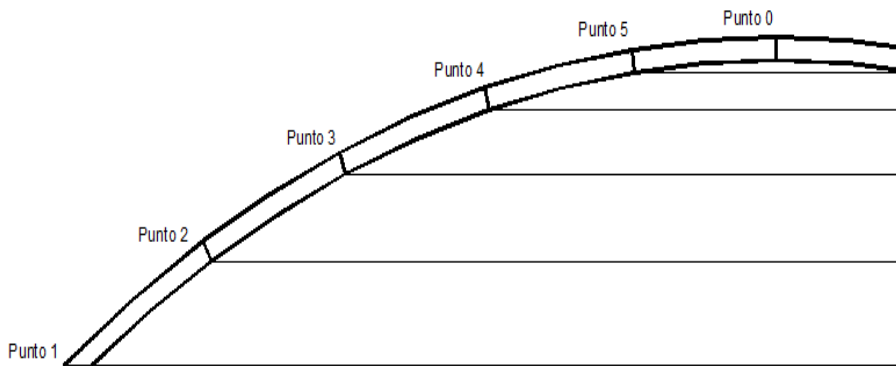
5.6. Cuadro comparativo de resultados bajo los tres métodos de análisis

Tabla XXIII. **Cuadro comparativo de los tres métodos**

Punto	PCA	Sap 2000	Plataforma Excel	Comparando con Sap 2000	
	σ psi	σ psi	σ psi	PCA	Plataforma Excel
1	42.4	32.12	37.37	132%	116%
2	40.92	35.03	41.25	117%	118%
3	39.84	34.37	31.8	116%	93%
4	39.05	41.49	19.86	94%	48%
5	38.6	39.05	8.51	99%	22%
0	38.46	44.3	2.07	87%	5%
				107%	67%

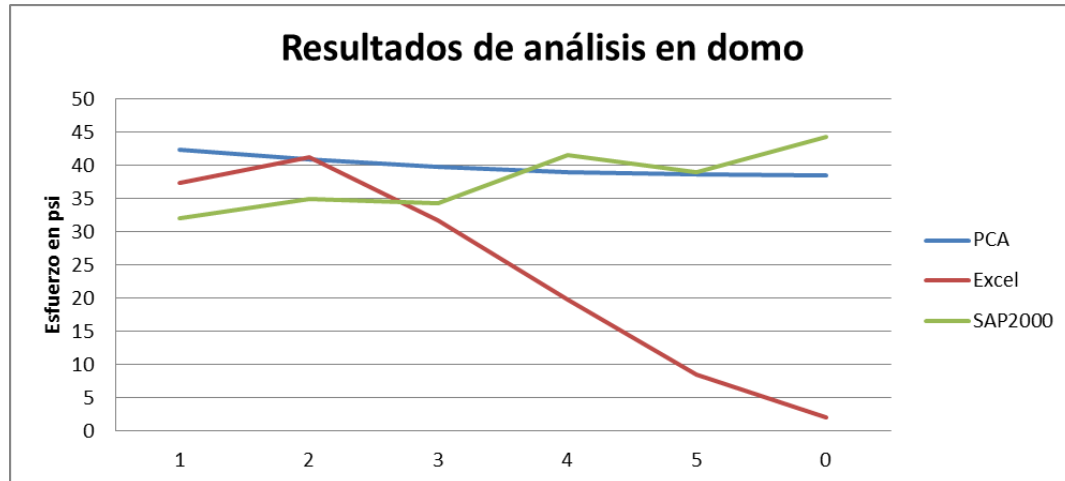
Fuente: elaboración propia.

Figura 31. **Ubicación de puntos de análisis de domo**



Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

Figura 32. Resultados de análisis en domo



Fuente: elaboración propia.

5.6.1. Comentarios y discusión de resultados

- El software SAP2000 es un programa de diseño estructural que procesa por elementos finitos el análisis del modelo de domo en tres dimensiones, lo que puede considerarse de mayor precisión que las fórmulas establecidas por PCA y la plataforma Excel; razón por la cual se utilizará como base para el análisis comparativo.
- Al evaluar el punto 1, SAP2000 presenta un valor de menor magnitud que los otros métodos utilizados. Podría establecerse que al estar cerca al punto de apoyo del domo el programa configura de mejor forma las condiciones de restricción en relación a los dos métodos PCA y plataforma Excel variando entre el 16 % y el 32 %.
- El método utilizado en plataforma Excel, procesa el elemento estructural discretizándolo en segmentos triangulares proyectados sobre su curva, el

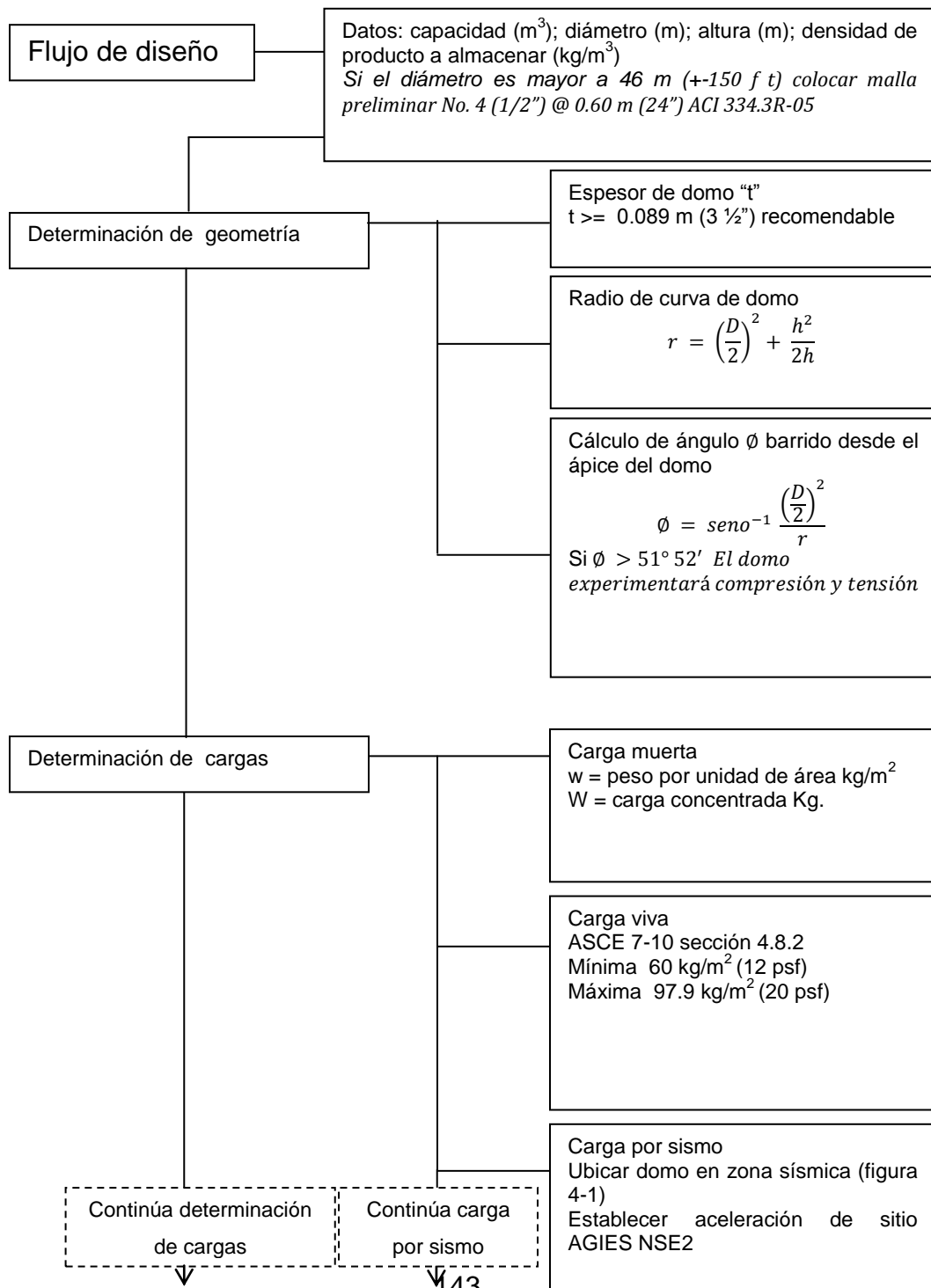
cual se transforma en un modelo matemático mediante las matrices individuales que al ensamblarse permiten la descripción de deformaciones y esfuerzos en cada elemento.

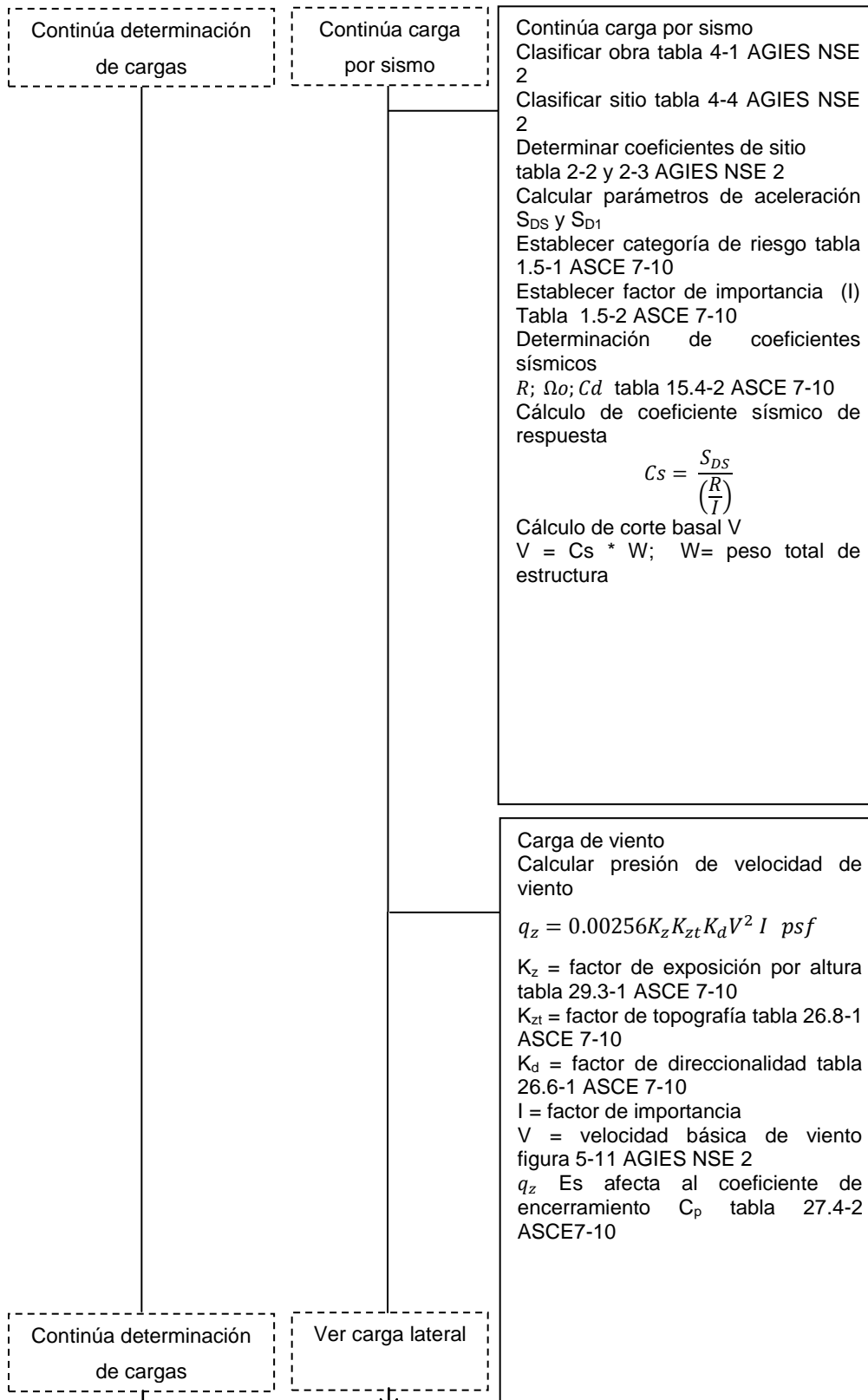
- Cualquier deficiencia en la configuración del modelo en la plataforma Excel, influirá directamente en el resultado del análisis estructural.
- El método utilizado para análisis en la plataforma Excel no permite modelar los puntos de apoyo del domo de con la precisión deseada, por lo que puede desviar la tendencia del comportamiento de los elementos sometidos a las cargas aplicadas.
- Al evaluar los puntos 0, 2, 3, 4 & 5 con una variación máxima del 17 % se puede concluir que los valores son aceptables; dado que el método PCA mediante ecuaciones podría aportar información para diseño que presente la tendencia del comportamiento del domo.
- En el caso de la plataforma Excel se percibe una tendencia de disminución desde el punto 4 al 5 y posteriormente al 0, esto puede ser como consecuencia de no determinar restricción en el punto 0 a la deformación; se deben considerar otros aspectos como la orientación de las cargas y cualquier incerteza que genera la estructuración de las matrices de los elementos. La modelación del domo en la plataforma Excel es generada en dos dimensiones, lo que puede influir en la comparación de resultados ya que tiende más al comportamiento de un arco.
- En el caso de la aplicación de cargas, para el modelo creado con SAP2000 se asigna por metro cuadrado directamente, lo que genera

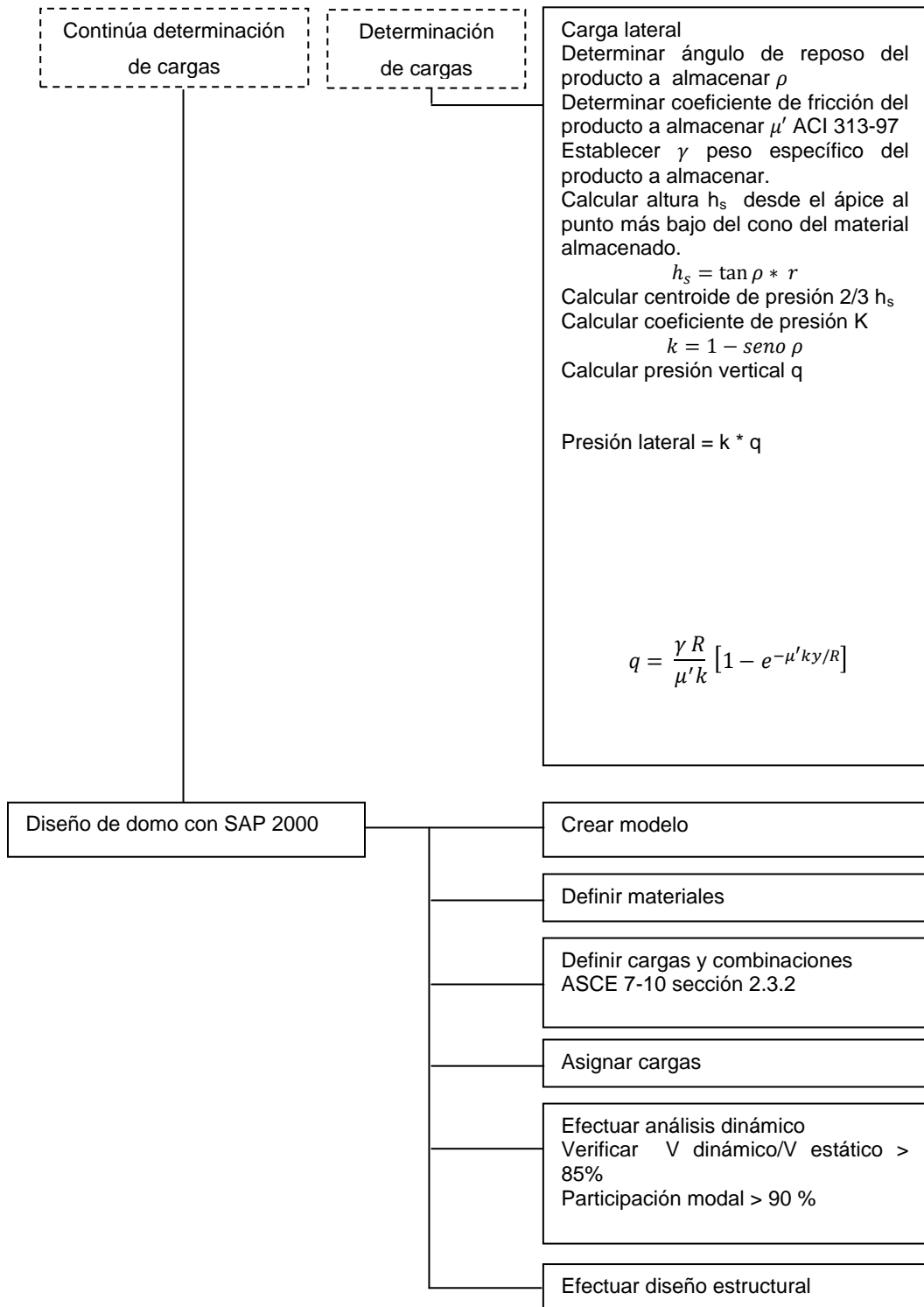
mayor certeza en su comportamiento. Para la plataforma Excel se coloca como una carga vertical directa sobre un nudo esta variación, en cuanto a la aplicación puede generar variaciones en el resultado de esfuerzos del elemento.

- Se puede considerar que para domos con dimensiones no mayores a 15 m de diámetro las fórmulas del método de análisis PCA pueden aportar suficiente información para proceder a la etapa de diseño. Sin embargo, en el caso de la plataforma Excel; los factores que pueden afectar la precisión de los resultados del análisis (discretización del elemento, determinación de matrices, ensamble de matriz global, determinación de comportamiento de los apoyos, asignación de cargas, entre otros) lo hacen un método poco recomendable.

6. CAPÍTULO 6: DISEÑO ESTRUCTURAL DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO







6.1. Diseño de domo con SAP2000

6.1.1. Datos y determinación de cargas

Diámetro = 62 m. (203.41 ft) Altura = 46.5 m. (152.56 ft)

Densidad de producto a almacenar = 880 kg/m³

*De acuerdo con ACI 334.3R-05 para domos mayores a 46 m de diámetro, se colocará una malla preliminar con barras No. 3 o No. 4 @ 0.6 m.

6.1.2. Determinación de carga viva

Carga mínima ASCE 7-10 sección 4.8.2 12 psf ($\approx 60 \text{ kg/m}^2$)

Carga máxima ASCE 7-10 sección 4.8.2 20 psf ($\approx 97.9 \text{ kg/m}^2$)

$$L_r = L_o R_1 R_2$$

L_o = carga viva de diseño

L_r = carga viva reducida

Los factores de reducción R_1 y R_2 se calculan como sigue:

$$R_1 = \begin{matrix} 1 & \text{Para } A_t \leq 18.58 \text{ m}^2 \\ 1.2 - 0.0011A_t & \text{Para } 18.58 \text{ m}^2 < A_t < 55.74 \text{ m}^2 \\ 0.6 & \text{Para } A_t \geq 55.74 \text{ m}^2 \end{matrix}$$

A_t = área tributaria del elemento

$$R_2 = \begin{matrix} 1 & F \leq 4 \\ 1.2 - 0.05F & 4 < F < 12 \\ 0.6 & F \geq 12 \end{matrix} \quad F = (\text{altura de domo} / \text{Cuerda}) * 32$$

$R_1 = 1$ No existe reducción por área tributaria

$$F = \frac{31 \text{ m}}{62 \text{ m}} * 32 = 16 > 12 \quad R_2 = 0.6; \text{ Si } L_o = 97.9 \text{ kg/m}^2$$

$$L_r = 1 * 0.6 * 97.9 = 58.74 \text{ kg/m}^2 \quad \text{utilizar } L = 60 \text{ kg/m}^2 (12 \text{ psf})$$

6.1.3. Determinación de carga de viento

Diámetro = 203.41 ft;

Altura = 152.56 ft

$$\text{Presión de Velocidad de viento} = q_z = 0.00256 K_z K_{zt} K_d V^2 I \text{ psf}$$

$$K_{zt} = (1 + K_1 K_2 K_3)^2$$

$K_{zt} = 1$ Para topografía homogénea **ASCE**
 $K_d = 0.95$ Factor de direccionalidad para tanques redondos
 $I = 1.15$ Factor de importancia categoría III Tabla 2.11

Velocidad básica de viento = 70 MPH 112.6 km/h

$$q_z = 0.00256 K_z (1)(0.95)(70)^2 (1.15) \text{ psf}$$

$$q_z = 13.7 \quad q_z = 13.7 K_z \text{ psf}$$

Exposición = C

Altura sobre el nivel del terreno		K_z	q_z psf	q_z kg/m ²	
15	ft	4.572 m	0.85	11.65	56.89
20	ft	6.096 m	0.9	12.33	60.24
25	ft	7.62 m	0.94	12.88	62.91
30	ft	9.144 m	0.98	13.43	65.59
40	ft	12.192 m	1.04	14.25	69.61
50	ft	15.24 m	1.09	14.94	72.95
60	ft	18.288 m	1.13	15.49	75.63
70	ft	21.336 m	1.17	16.03	78.31
80	ft	24.384 m	1.21	16.58	80.98
90	ft	27.432 m	1.24	16.99	82.99
100	ft	30.48 m	1.26	17.27	84.33
120	ft	36.576 m	1.31	17.95	87.68
140	ft	42.672 m	1.36	18.64	91.02
160	ft	48.768 m	1.39	19.05	93.03

6.1.4. Determinación de carga de sismo

Los parámetros para carga sísmica de acuerdo al tipo de estructura (domo) se obtienen de la tabla 15.4-2 del ASCE 7-10; este tipo de carga se basará en un análisis modal ya que la estructura no cumple los requisitos para análisis estático.

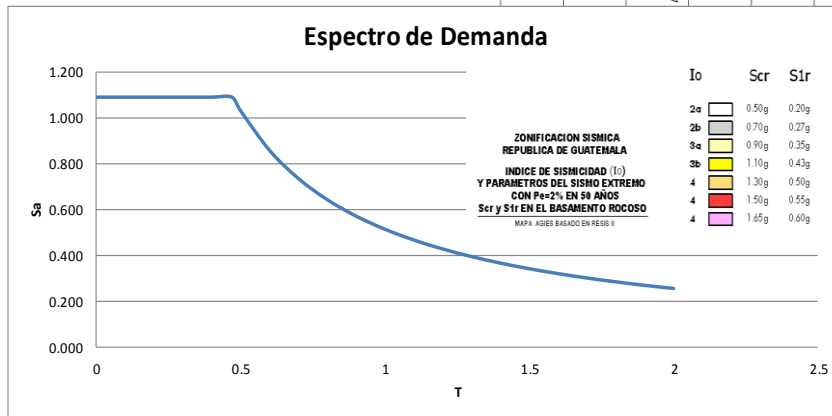
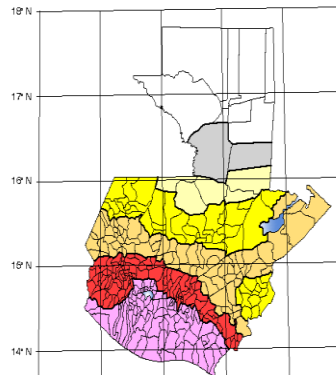
$R = 2$; $\Omega_0 = 2$; $C_d = 2$

Figura 33. **Construcción de espectros de diseño o de demanda según AGIES NSE 2-41**

LUGAR	I _o	Scr	S1r	Fa	Fv	Scs	S1s	kd	Ts	Scd	S1d	AMSd	Svd
Escuintla	4	1.65	0.60	1.00	1.30	1.65	0.78	0.66	0.47	1.09	0.51	0.44	0.16

Kd = Para sismo ordinario con 10% de probabilidad de ser excedido en 50 años Sección 4.3.4 AGIES NS2-10 = 0.66

		Escuintla			
Fa y Fv son propuestos	T	Sa	T	Sa	
Scs = Scr Fa	0	1.089	1.2	0.429	
S1s = S1r Fv	0.1	1.089	1.3	0.396	
Ts = S1s/Scs	0.2	1.089	1.4	0.3677	
Scd = Scs Kd	0.3	1.089	1.5	0.3432	
S1d = S1s Kd	0.4	1.089	1.6	0.3218	
Sa = Scd si T <= Ts	0.47	1.089	1.7	0.3028	
Sa = S1d/T si T > Ts	0.5	1.030	1.8	0.286	
Aceleración máxima del suelo	AMSd	0.6	0.858	1.9	0.2709
Aceleración Vertical	Svd	0.7	0.735	2	0.2574
AMSd = 0.4 * scd		0.8	0.644		
Svd = 0.15 * Scd		0.9	0.572		
		1	0.515		
		1.1	0.468		

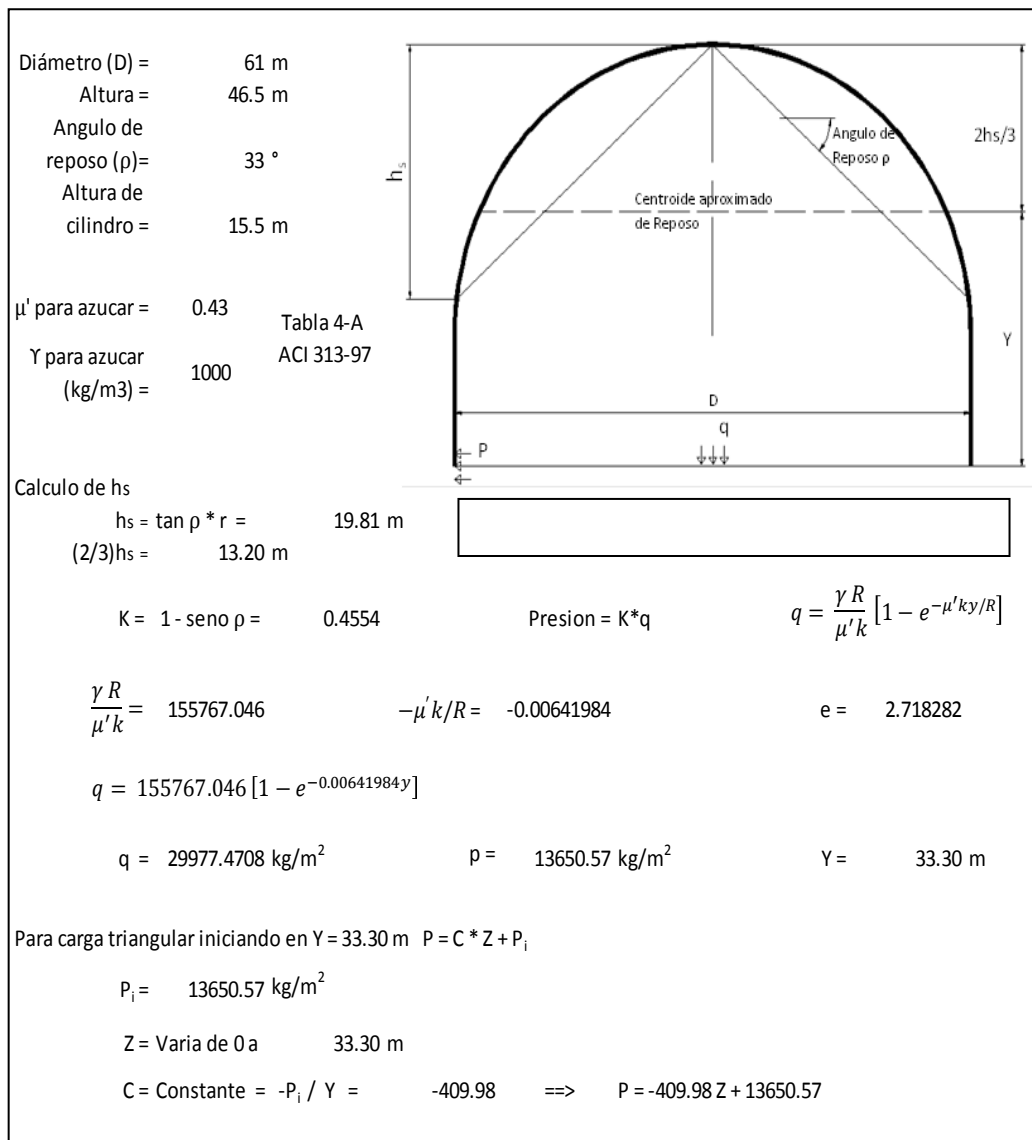


Fuente: elaboración propia.

Se debe verificar que el corte basal dinámico sea mayor a 0.85 del corte basal estático (0.68 W) y que se obtenga un 90% de participación modal.

6.1.5. Determinación de carga lateral

Figura 34. Sección de domo con variables para carga lateral

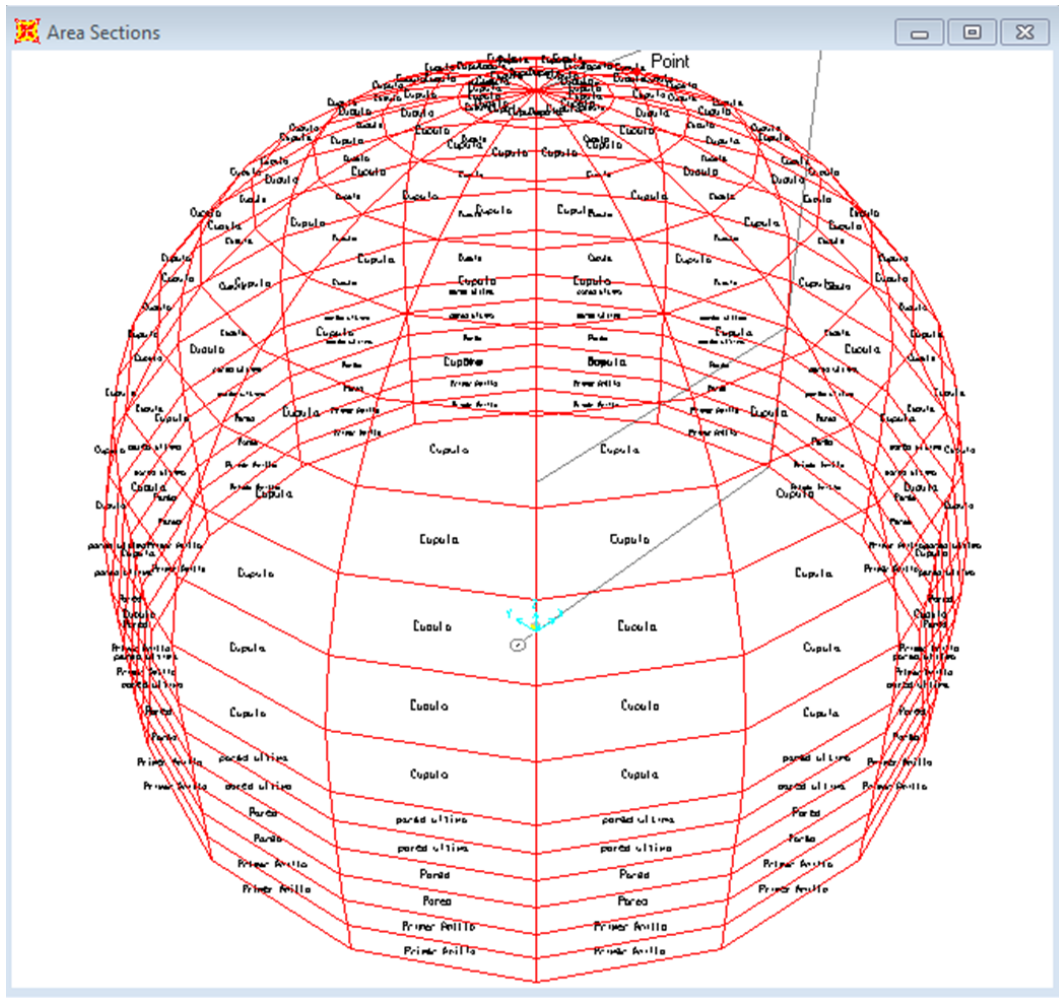


Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

6.1.6. Crear modelo

Figura 35. Modelo de domo creado en SAP2000

Ver creación de modelo con SAP2000 en Anexo 3.



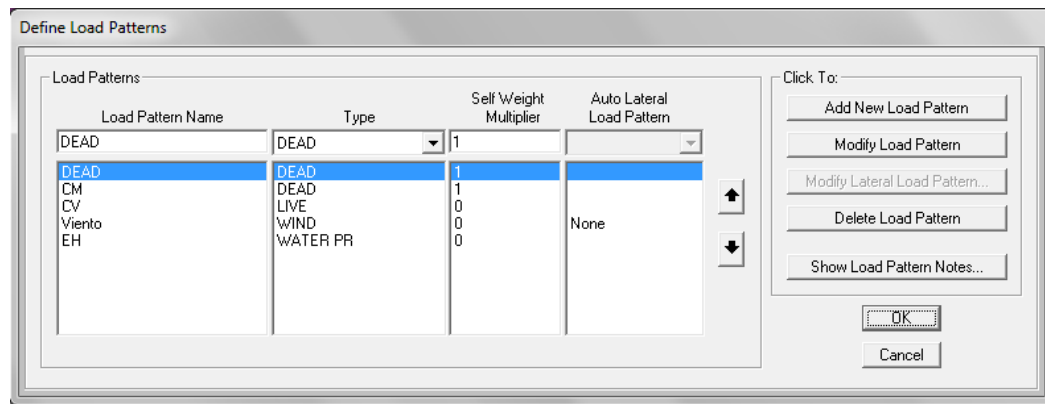
Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

6.1.7. Definición de cargas

- Producto almacenado:

Figura 36. **Altura de producto almacenado 33.30 m. para EH**

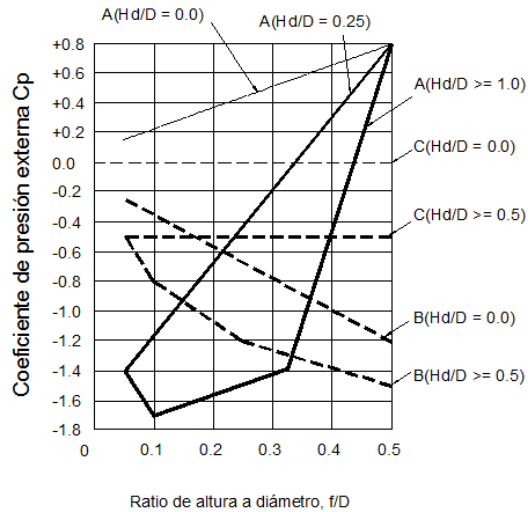
Define/Load Cases/ CM add/CV add/ viento type wind add/ EH / type water pressure add/OK



Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

Viento/ Seleccionar elementos por altura y asignar cargas por viento calculadas previamente _ los valores calculados se pueden multiplicar por los coeficientes C_p (Ilustración 32) y G_{cp} , los cuales se pueden determinar. Select/ area section/ assign/viento (valor)

Figura 37. **Coeficientes de presión externa para domos con base circular**



Fuente: gráfica 27.4-2 ASCE 7-10 p. 265.

Para $f = 31$ m

$D = 62$ m

$$f/D = 31/62 = 0.5$$

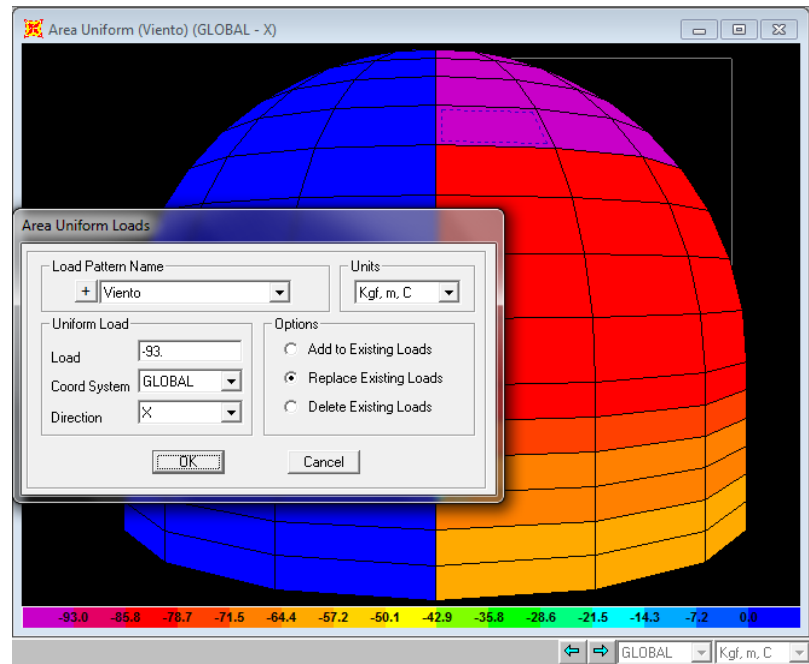
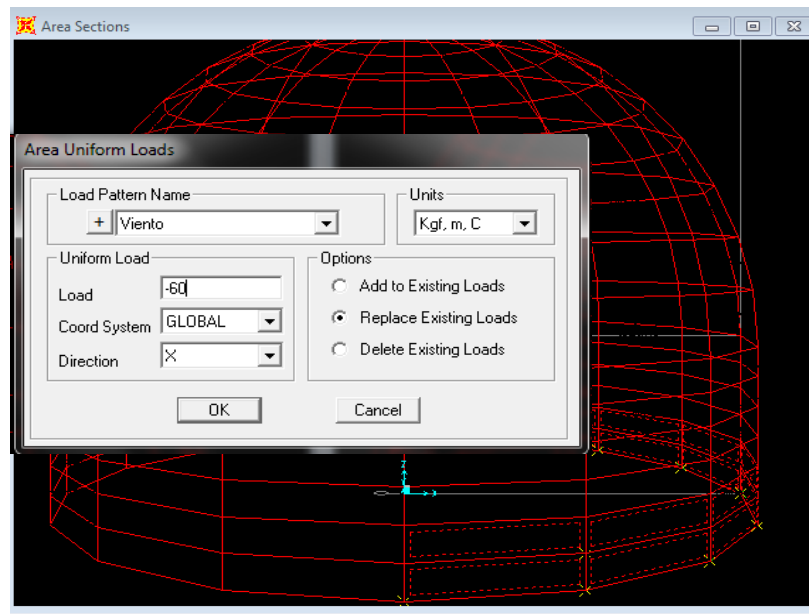
$$H_a/D = 15.5 / 62 = 0.25$$

$$C_p = 0.80$$

Para valor de G_{cp} en presiones positivas de 0 a 60° utilizar 0.90 de 61 a 90° utilizar 0.5 .

Figura 38. **Asignación de cargas de viento en SAP2000**

Seleccionar medio sector de domo para asignar la carga de viento/assign area loads/uniform load/ direction X/ OK



Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

Combinación de cargas de acuerdo a ASCE 7-10 Sección 2.3.2

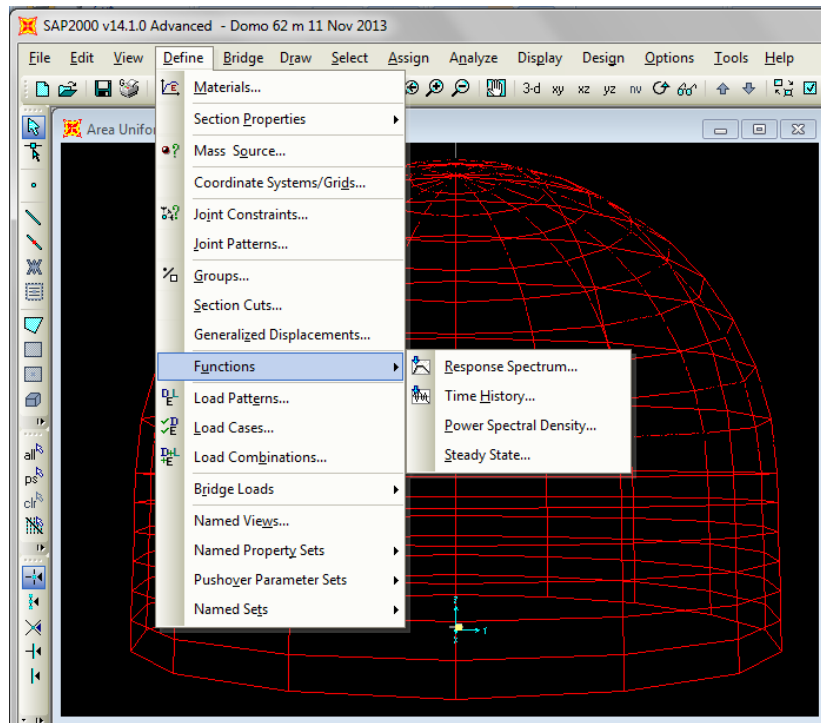
1. 1.4 D (dead + CM)
2. 1.2 D + 1.6 CV + 1.6 EH
3. 1.2 D + 1.6 CV + 0.5 Viento + 1.6 EH
4. 1.2 D + CV + Viento + 1.6 EH
5. 1.2 D + CV
6. 0.9D + Viento

Ver asignación de cargas y combinaciones en anexo 3.

6.1.8. Análisis dinámico

Figura 39. **Asignación de espectro de respuesta a domo con SAP2000**

Define/Functions /Response spectrum/IBC 2006 /Modify /Show spectrum



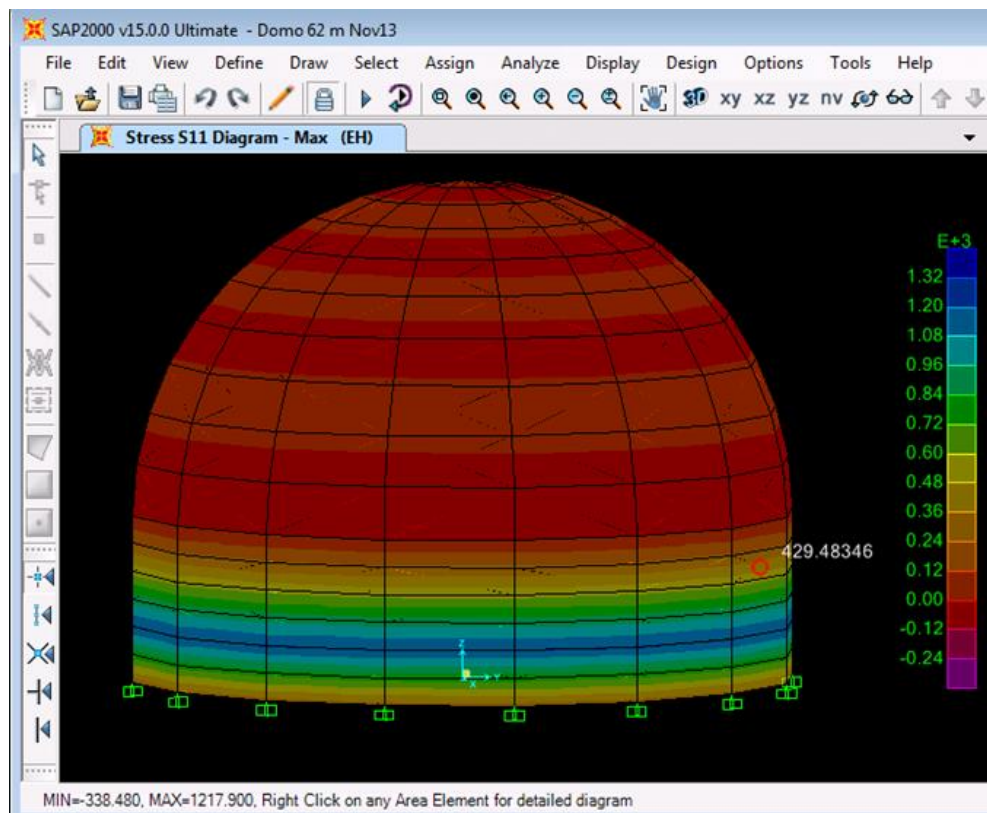
Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

$G = 32.2 \text{ ft/seg}^2$ $R = 2$; $I = 1.25$ $S_{DS} = 1.1$
 $G = 386.4 \text{ inch/seg}^2$ Factor de escala en dirección X = $G/(R/I) = 241.5$
 $C_s = 0.6875$ $V = C_s W = 0.6875 W$
 Peso de cúpula = 2,898,308 kg
 Peso de cilindro = 2,673,929 Kg
 $W = 5,572,237 \text{ kg}$
 $V = 3,830,913 \text{ kg}$

Ver información complementaria de análisis en anexo 3



Figura 40. **Diagrama de esfuerzos debido a presión lateral Shell/ Stress**



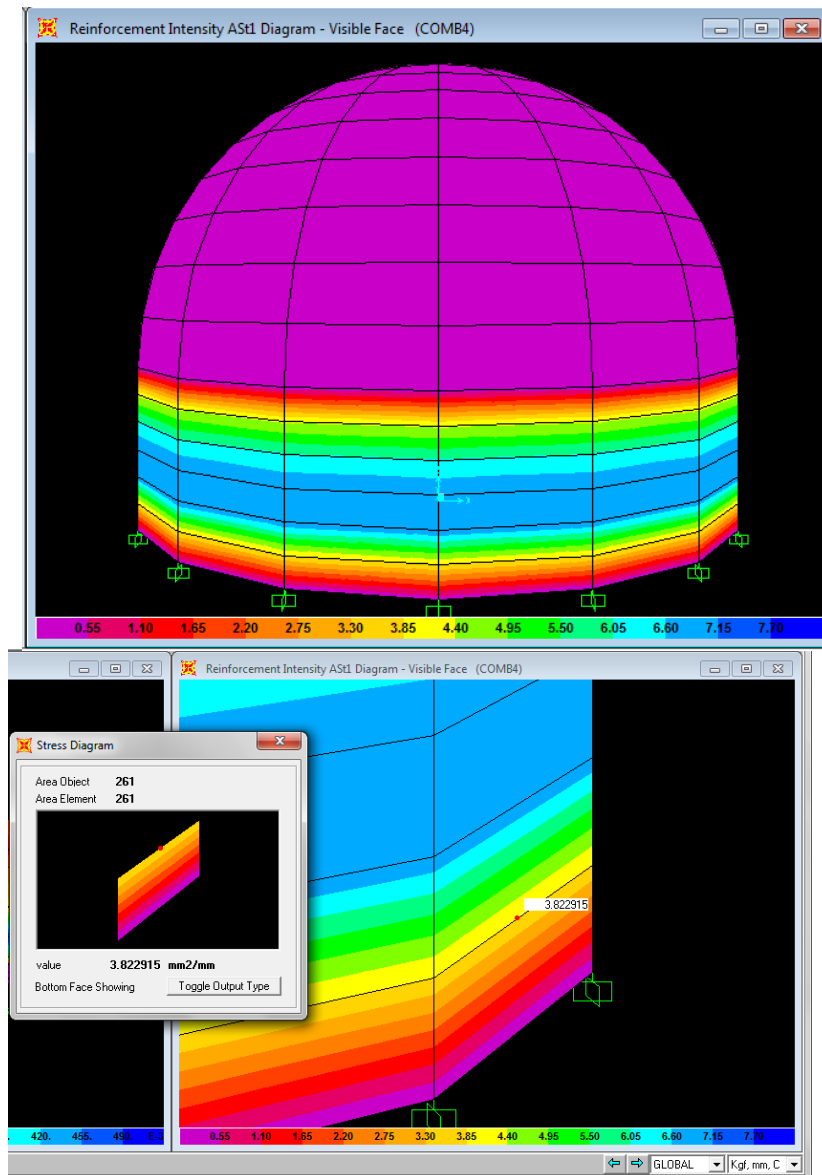
Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

6.1.9. Diseño estructural

Figura 41. Acero de refuerzo vertical por carga lateral EH

Start concrete design/ Show Ast1 mm²/mm /OK

En la ilustración se muestra la cantidad de acero vertical requerido



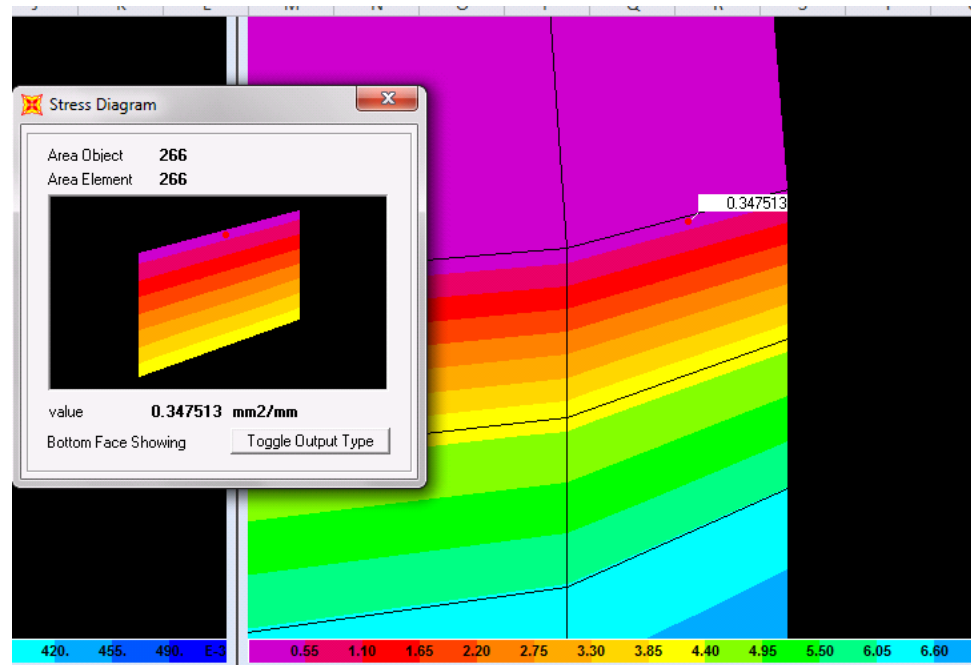
Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

3.822915 mm² de refuerzo vertical por cada mm de perímetro si se selecciona una franja de 1000 mm. Se tiene 3823 mm² al utilizar barra No. 6 (285 mm²) la cantidad de barras correspondientes será:

- Cantidad de barras = $3823/285 = 13.5 \approx 14$ equivalentes a 2 camas de 7 barras espaciadas a cada $(1000/7) 143$ mm.

Al efectuar la comparación con el refuerzo vertical para el domo construido en el capítulo 7; hoja 7.12 clave 26. Se tiene 2 camas No. 6 @ 150 mm. Por lo que el resultado obtenido es aceptable.

Figura 42. ***Stress diagram***



Fuente: elaboración propia.

347.5 mm² en 1000 mm. Si se utiliza barra No. 4 (126.7 mm²) se tendría 3 barras colocadas a una distancia de 330 mm. Al efectuar la comparación con el refuerzo vertical para el domo construido en el capítulo 7; hoja 7.12 clave 22. Se tiene 1 camas No. 4 @ 300 mm. Por lo que el resultado obtenido es aceptable.

6.1.10. Validación de corte basal estático *versus* corte basal dinámico

Tabla XXIV. Corte basal estático *versus* corte basal dinámico

TABLE: Base Reactions								
OutputCase	CaseType	StepType	GlobalFX	GlobalFY	GlobalFZ	GlobalMX	GlobalMY	GlobalMZ
Text	Text	Text	Kgf	Kgf	Kgf	Kgf-m	Kgf-m	Kgf-m
EQXDYN	LinRespSpec	Max	7101111.78	294668.74	9011.72	4723426.77	214044968.3	1318432.69
COMB3	Combination		181050.15	-0.00008347	15904191.83	-135047.34	4496042.18	8500.72
COMB4	Combination	Max	7101111.78	294668.74	15557449.11	4594178.24	214070677.4	1318432.69
COMB4	Combination	Min	-7101111.78	-294668.74	15539425.68	-4852675.3	-214019259	-1318432.69
COMB5	Combination		-0.00007597	0.00004209	14272044.09	-129248.53	25709.13	0.001788

V Estático = 3,830,913 kg

V Dinámico = 7,101,1111.78 kg

V Dinámico/V Estático = 185% > 85% aceptable.

TABLE: Modal Participating Mass Ratios									
OutputCase	StepType	StepNum	Period	RX	RY	RZ	SumRX	SumRY	SumRZ
Text	Text	Unitless	Sec	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless
MODAL	Mode	298	0.003274	3.346E-08	6.006E-07	0.000006912	0.901	0.704	0.271
MODAL	Mode	299	0.002719	3.55E-08	6.352E-07	0.000007311	0.901	0.704	0.271
MODAL	Mode	300	0.002293	9.689E-09	0.000000173	0.000001991	0.901	0.704	0.271

Fuente: elaboración propia.

Participación Modal 90.1% aceptable. En ciclo modal número 298.

6.2. Diseño de domo por resistencia

DATOS:

Capacidad =	467955934 litros	46795.593 m ³
Altura de material almacenado =	15.5 m	46795.593 m ³
Peso del material almacenado =	9800 kN/m ³	1000 kg/m ³
Factor peso especifico =	0.88	
Peso para diseño =	8624 kN/m ³	880 kg/m ³
Diámetro =	62 m	

Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

6.2.1. Diseño de techo tipo domo

$$\text{Altura de domo} = 31 \text{ m}$$

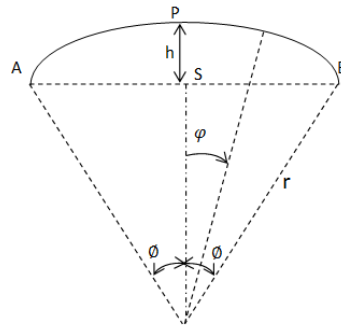
$$r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h} \quad r = 31.00 \text{ m}$$

$$1 \text{ Radian} = 57.29577951^\circ$$

$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) \quad \phi = 90^\circ$$

$$\phi < 51^\circ 52' \quad \text{Variable}$$

$$\phi \text{ (rads)} = 1.570796327$$



Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

6.2.2. Determinación de cargas

Carga Muerta_Peso propio del domo

Ancho de Segmento =	1 m	Espesor =	0.15 m
Longitud de Segmento =	1 m	Area =	1 m ²
Peso Especifico del Concreto =	25000 N/m ³	V _c =	2451 kg/m ³
Peso del domo =	3750 N/m ²	V _c =	367.65 kg/m ²
		CM _d =	3750 N/m ²
		CV =	1400 N/m ²
<i>Carga Viva</i>			
Factor CM =	1	w =	5150 N/m ²
Factor CV =	1		

Fuente: elaboración propia, con SAP2000.

6.2.3. Cálculo del esfuerzo anular

Tabla XXV. Cálculo del esfuerzo anular

$$H_s = \frac{wr}{t} \left(\frac{\cos^2 \varphi + \cos \varphi - 1}{1 + \cos \varphi} \right)$$

Esfuerzo Meridional N/mm ²		φ (°)	φ (rads)	Empuje Anular	H_s (N/mm ²)
0.532	1	0.000	0.00000	79825.000	532166.67
0.516	2	9.000	0.15708	77365.011	515766.74
0.467	3	18.000	0.31416	70008.712	466724.75
0.385	4	27.000	0.47124	57823.253	385488.36
0.273	5	36.000	0.62832	40907.214	272714.76
0.129	6	45.000	0.78540	19368.793	129125.29
-0.045	7	54.000	0.94248	-6708.946	-44726.31
-0.249	8	63.000	1.09956	-37321.684	-248811.2
-0.484	9	72.000	1.25664	-72627.184	-484181.2
-0.754	10	81.000	1.41372	-113078.889	-753859.3
-1.064	11	90.000	1.57080	-159650.000	-1064333

Maximo esfuerzo anular = 532166.667 N/m² -1064333.3 0.532 N/mm²
 -1.06433333 N/mm²

Fuente: elaboración propia.

6.2.4. Esfuerzo meridional

Calculo del Esfuerzo Meridional

$$M_s = \frac{wr}{t} \left(\frac{1 - \cos \varphi}{\sin^2 \varphi} \right)$$

Esfuerzo Meridional N/mm ²		φ (°)	φ (rads)	$M_s * t$	M_s (N/mm ²)
0.535	1	0.000	0.00000	80319.433	535462.88
0.535	2	9.000	0.15708	80319.433	535462.88
0.546	3	18.000	0.31416	81827.460	545516.4
0.563	4	27.000	0.47124	84425.938	562839.59
0.588	5	36.000	0.62832	88252.349	588349
0.623	6	45.000	0.78540	93520.805	623472.03
0.670	7	54.000	0.94248	100548.862	670325.75
0.732	8	63.000	1.09956	109801.268	732008.45
0.813	9	72.000	1.25664	121961.747	813078.32
0.920	10	81.000	1.41372	138053.651	920357.67
1.064	11	90.000	1.57080	159650.000	1064333.3

Maximo esfuerzo Meridional = 1064333.33 N/m² 1.064 N/mm²

Fuente: elaboración propia.

6.2.5. Diseño de viga tipo anillo

Tabla XXVI. **Diseño de viga tipo anillo**

AS min

Franja =	1 m	As =	450 mm ²
espesor =	0.15 m		
% =	0.3		
Diámetro de barra propuesta =	12 mm	Area =	113.10 mm ²
Espaciamiento =	252 mm		

Colocar refuerzo diámetro 12 mm @ 252 mm en ambos sentidos.

espesor del domo = 150 mm

Empuje Meridional por metro base de domo = $M_s \times espesor \times Franja = 159650 \text{ N/m}$

Componente Horizontal T = $M_{sm} \times \cos \varphi$ $\varphi (^{\circ}) = 90$
 $\varphi = 1.570796327$

T = 0.00 N/m

Tensión sobre viga = $T \times \frac{D}{2} = 0.00 \text{ N}$ **No requiere Viga**

Fuente: elaboración propia.

6.2.6. Diseño de pared h = 15.5 m

Dado que el techo es tipo domo y se ha diseñado por análisis de membranas, se asume que la pared es libre en el borde, se puede considerar que se restringe en el apoyo inferior. Se diseñará la pared con base a las recomendaciones y coeficientes de carpenters

Datos:

Altura = 15.5 m
Diámetro D = 62 m

Calculo de Espesor

$t = 3H + 5 = 51.5 \text{ cm}$

Usar t

50 cm

$H/d_A = 31.000$

$H/D = 0.250$

Tabla XXVII. Coeficientes de Carpenters

Factores		F				K ₁				K ₂			
H / d _A		10	20	30	40	10	20	30	40	10	20	30	40
Valores de H/D	0.200	0.046	0.028	0.022	0.015	-	0.500	0.450	0.400	0.320	0.460	0.530	0.500
	0.300	0.032	0.019	0.014	0.010	0.550	0.430	0.380	0.330	0.350	0.530	0.600	0.660
	0.400	0.024	0.014	0.010	0.007	0.500	0.390	0.350	0.300	0.440	0.580	0.650	0.700
	0.500	0.020	0.020	0.009	0.006	0.450	0.370	0.320	0.270	0.480	0.630	0.690	0.730
	1.000	0.012	0.006	0.005	0.003	0.370	0.280	0.240	0.210	0.620	0.730	0.740	0.830
	2.000	0.006	0.003	0.002	0.002	0.300	0.220	0.190	0.160	0.730	0.810	0.850	0.880
4.000	0.004	0.002	0.002	0.001	0.270	0.200	0.170	0.140	0.800	0.850	0.870	0.900	

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXVIII. Determinación de factores F, K₁ y K₂; M_{max} y T_H

Calculo de Factor F	0.2	0.01955	0.3	0.0126
	Delta =	0.0007	Delta =	0.0004
	30	0.0220	30	0.0140
	31	0.0213	31	0.0136
	32	0.0206	32	0.0132
	33	0.0199	33	0.0128
	34	0.0192	34	0.0124
	35	0.0185	35	0.0120
	36	0.0178	36	0.0116
	37	0.0171	37	0.0112
	38	0.0164	38	0.0108
	39	0.0157	39	0.0104
	40	0.0150	40	0.0100
			0.00077	
	0.2	0.021300	0	
	0.21	0.020530	0.00077	
	0.22	0.019760	0.00077	
	0.23	0.018990	0.00077	
	0.24	0.018220	0.00077	F = 0.017450
0.25	0.017450	0.00077		
0.26	0.016680	0.00077		
0.27	0.015910	0.00077		
0.28	0.015140	0.00077		
0.29	0.014370	0.00077		
0.3	0.013600	0.00077		

Fuente: elaboración propia.

Calculo de Factor K_1

	0.2	0.4325	0.3	0.3625
Delta =	0.005		Delta =	0.005
30	0.4500		30	0.3800
31	0.4450		31	0.3750
32	0.4400		32	0.3700
33	0.4350		33	0.3650
34	0.4300		34	0.3600
35	0.4250		35	0.3550
36	0.4200		36	0.3500
37	0.4150		37	0.3450
38	0.4100		38	0.3400
39	0.4050		39	0.3350
40	0.4000		40	0.3300
		0.007		
0.2	0.445000	0		
0.21	0.438000	0.007		
0.22	0.431000	0.007		
0.23	0.424000	0.007		
0.24	0.417000	0.007	$K_1 =$	0.410
0.25	0.410000	0.007		
0.26	0.403000	0.007		
0.27	0.396000	0.007		
0.28	0.389000	0.007		
0.29	0.382000	0.007		
0.3	0.375000	0.007		

Calculo de Factor K_2

	0.2	0.5195	0.3	0.621
Delta =	0.003		Delta =	-0.006
30	0.5300		30	0.6000
31	0.5270		31	0.6060
32	0.5240		32	0.6120
33	0.5210		33	0.6180
34	0.5180		34	0.6240
35	0.5150		35	0.6300
36	0.5120		36	0.6360
37	0.5090		37	0.6420
38	0.5060		38	0.6480
39	0.5030		39	0.6540
40	0.5000		40	0.6600
		-0.0079		
0.2	0.527000	0		
0.21	0.534900	-0.0079		
0.22	0.542800	-0.0079		
0.23	0.550700	-0.0079		
0.24	0.558600	-0.0079	$K_2 =$	0.560
0.25	0.566500	-0.0079		
0.26	0.574400	-0.0079		
0.27	0.582300	-0.0079		
0.28	0.590200	-0.0079		
0.29	0.598100	-0.0079		
0.3	0.606000	-0.0079		

$$F = 0.01745 \quad K_1 = 0.410 \quad K_2 = 0.560$$

$$M_{max} = FwH^3 \quad M_{max} = 560401.4801 \text{ N.m/m} \quad H = 15.5 \text{ m}$$

$$w_m = 8624 \text{ kN/m}^2$$

$$D = 62 \text{ m}$$

$$T_H = \frac{1}{2}wHDK_2 \quad T_H = 2321291.81 \text{ N/m}$$

$$L = \text{ubicación de } T_H = K_1H = 6.36 \text{ m} \quad \text{Sobre la base del piso}$$

$$\text{As Perimetral} = \frac{T_H}{\sigma_{st}} = 20185.15 \text{ mm}^2 \quad \sigma_{st} = 115 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Diámetro de barra propuesta} &= 30 \text{ mm} & \text{Area} &= 706.86 \text{ mm}^2 \\ \text{Cantidad} &= 3 \text{ camas} \\ \text{Espaciamiento} &= 105.1 \text{ mm} & @ &= 105.0 \text{ mm} \end{aligned}$$

Colocar para refuerzo horizontal barras diámetro 30 mm en 3 camas @ 105 mm.

$$\text{Chequeo de Compresión por Buckling} \quad \varphi_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3}} = \varphi_{cr} = 369.05 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} E &= 25000 \text{ N/mm}^2 \\ R &= 31.00 \text{ m} \\ t &= 66 \text{ cm} \end{aligned}$$

Calculo de Esfuerzo de Tensión en el Concreto

$$\text{Area provista de Acero} = \frac{\text{No de camas} * 1000 * \text{Area de varilla}}{\text{Espaciamiento}} = 20196 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{T_H}{A + (n - 1)As} = 2.97 \text{ N/mm}^2 \quad \text{OK}$$

A = Franja x t
A = 500000

Calculo del Refuerzo vertical

$$\text{Calculo de } d = \sqrt{\frac{M_{max} * 1000}{1000 * R}} = 631.62 \text{ mm}$$

$$R = \frac{1}{2} \sigma_{cbc} \cdot j \cdot k = 1.40$$

$$k = \frac{n \sigma_{cbc}}{n \sigma_{cbc} + \sigma_{st}} = 0.477$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 0.841$$

$$M_{max} = 560401.4801 \text{ N.m/m}$$

$$\sigma_{cbc} = 7 \text{ N/mm}^2$$

$$n = 15$$

$$\sigma_{st} = 115 \text{ N/mm}^2$$

Recubrimiento =	25 mm	Espesor total =	662.62 mm
diámetro de Barra propuesta =	12 mm		
Recubrimiento al centro de barra =	31 mm		

Se debera proveer un espesor minimo igual a el mayor de los siguientes:

i) 15 cm

ii) 3H+5 = 51.5 cm

iii) 66.3 cm

Usar = 66.26 cm

$$d = 631.6227755 \text{ mm}$$

$$A_{st} = \frac{M_{max} * 1000}{\sigma_{st} * 0.853 * d} = 9045 \text{ mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =	30 mm	Area =	706.86 mm ²
Cantidad =	2 camas		
Espaciamiento =	156.3 mm	@ =	156 mm

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 30 mm @ 156 mm en el lado del producto almacenado

$$A_{sd} = 281.2 \text{ mm}^2$$

En el lado interno de la pared el refuerzo vertical cumple

Colocar el 50% en el lado externo

$$A_{sd} = 140.61 \text{ mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =	8 mm	Area =	50.27 mm ²
-------------------------------	------	--------	-----------------------

Cantidad =	1 camas
------------	---------

Espaciamiento =	357.5 mm	@ =	335 mm
-----------------	----------	-----	--------

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 8 mm @ 335 mm en el lado externo

6.2.7. Diseño de pared h = 10.67 m

Datos:

Altura = 10.67 m
 Diámetro D = 62 m

Calculo de Espesor

$t = 3H + 5 = 37.01 \text{ cm}$
 $H/d_A = 26.675$
 $H/D = 0.172$

Usar t

40 cm

Coefficientes de Carpenters

Factores		F				K ₁				K ₂			
H/d _A		10	20	30	40	10	20	30	40	10	20	30	40
Valores de H/D	0.200	0.046	0.028	0.022	0.015	--	0.500	0.450	0.400	0.320	0.460	0.530	0.500
	0.300	0.032	0.019	0.014	0.010	0.550	0.430	0.380	0.330	0.350	0.530	0.600	0.660
	0.400	0.024	0.014	0.010	0.007	0.500	0.390	0.350	0.300	0.440	0.580	0.650	0.700
	0.500	0.020	0.020	0.009	0.006	0.450	0.370	0.320	0.270	0.480	0.630	0.690	0.730
	1.000	0.012	0.006	0.005	0.003	0.370	0.280	0.240	0.210	0.620	0.730	0.740	0.830
	2.000	0.006	0.003	0.002	0.002	0.300	0.220	0.190	0.160	0.730	0.810	0.850	0.880
	4.000	0.004	0.002	0.002	0.001	0.270	0.200	0.170	0.140	0.800	0.850	0.870	0.900

Determinación de Factores F, K₁ y K₂ ; M_{max} & T_H

		0.1	0.01955	0.2	0.01955
	Delta =	0.0007		Delta =	0.0007
Calculo de Factor F	20	0.0220		20	0.0220
	21	0.0213		21	0.0213
	22	0.0206		22	0.0206
	23	0.0199		23	0.0199
	24	0.0192		24	0.0192
	25	0.0185		25	0.0185
	26	0.0178		26	0.0178
	27	0.0171		27	0.0171
	28	0.0164		28	0.0164
	29	0.0157		29	0.0157
	30	0.0150		30	0.0150
				7E-05	
	0.1	0.017800	0		
	0.11	0.017730	7E-05		
	0.12	0.017660	7E-05		
	0.13	0.017590	7E-05		
	0.14	0.017520	7E-05	F =	0.017310
	0.15	0.017450	7E-05		
	0.16	0.017380	7E-05		
	0.17	0.017310	7E-05		
	0.18	0.017240	7E-05		
	0.19	0.017170	7E-05		
	0.2	0.017100	7E-05		

Calculo de Factor K_1

	0.1	0.4825	0.2	0.4825
Delta =	0.005		Delta =	0.005
20	0.5000		20	0.5000
21	0.4950		21	0.4950
22	0.4900		22	0.4900
23	0.4850		23	0.4850
24	0.4800		24	0.4800
25	0.4750		25	0.4750
26	0.4700		26	0.4700
27	0.4650		27	0.4650
28	0.4600		28	0.4600
29	0.4550		29	0.4550
30	0.4500		30	0.4500
		0.0005		
0.1	0.470000	0		
0.11	0.469500	0.0005		
0.12	0.469000	0.0005		
0.13	0.468500	0.0005		
0.14	0.468000	0.0005	$K_1 =$	0.467
0.15	0.467500	0.0005		
0.16	0.467000	0.0005		
0.17	0.466500	0.0005		
0.18	0.466000	0.0005		
0.19	0.465500	0.0005		
0.2	0.465000	0.0005		

Calculo de Factor K_2

	0.1	0.4845	0.2	0.4845
Delta =	-0.007		Delta =	-0.007
20	0.4600		20	0.4600
21	0.4670		21	0.4670
22	0.4740		22	0.4740
23	0.4810		23	0.4810
24	0.4880		24	0.4880
25	0.4950		25	0.4950
26	0.5020		26	0.5020
27	0.5090		27	0.5090
28	0.5160		28	0.5160
29	0.5230		29	0.5230
30	0.5300		30	0.5300
		-0.0007		
0.1	0.502000	0		
0.11	0.502700	-0.0007		
0.12	0.503400	-0.0007		
0.13	0.504100	-0.0007		
0.14	0.504800	-0.0007	$K_2 =$	0.507
0.15	0.505500	-0.0007		
0.16	0.506200	-0.0007		
0.17	0.506900	-0.0007		
0.18	0.507600	-0.0007		
0.19	0.508300	-0.0007		
0.2	0.509000	-0.0007		

$$M_{max} = FWH^3$$

F =	0.01731	K ₁ =	0.467	K ₂ =	0.507
Mmax =	181342.28 N.m/m	H =	10.67 m	w _m =	8624 kN/m ²
		D =	62 m		

$$T_H = \frac{1}{2}wHDK_2$$

T _H =	1445962.907 N/m
L = ubicación de T _H =	K ₁ H = 4.98 m

$$A_s \text{ Perimetral} = \frac{T_H}{\sigma_{st}} = 12573.59 \text{ mm}^2 \quad \sigma_{st} = 115 \text{ N/mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =	30 mm	Area =	706.86 mm ²
Cantidad =	2 camas	@ =	112.0 mm
Espaciamiento =	112.4 mm		

Colocar para refuerzo horizontal barras diámetro 30 mm en 2 camas @ 112 mm.

Calculo de Esfuerzo de Tensión en el Concreto

$$\text{Area provista de Acero} = \frac{\text{No de camas} * 1000 * \text{Area de varilla}}{\text{Espaciamiento}} = 12622.5 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{T_H}{A + (n - 1)A_s} = \frac{2.51 \text{ N/mm}^2}{A + (n - 1)A_s} \quad \text{OK} \quad \begin{matrix} A = \text{Franja} \times t \\ A = 400000 \end{matrix}$$

Calculo del Refuerzo vertical

$$\text{Calculo de } d = \sqrt{\frac{M_{max} * 1000}{1000 * R}} = 359.30 \text{ mm}$$

$$M_{max} = 181342.2809 \text{ N.m/m}$$

$$\sigma_{cbc} = 7 \text{ N/mm}^2$$

$$n = 15$$

$$\sigma_{st} = 115 \text{ N/mm}^2$$

$$R = \frac{1}{2}\sigma_{cbc} \cdot j \cdot k = 1.40$$

$$k = \frac{n\sigma_{cbc}}{n\sigma_{cbc} + \sigma_{st}} = 0.477$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 0.841$$

Recubrimiento =	25 mm	Espesor total =	390.30 mm
diámetro de Barra propuesta =	12 mm		
Recubrimiento al centro de barra =	31 mm		

Se debera proveer un espesor minimo igual a el mayor de los siguientes:

- i) 15 cm
- ii) 3H+5 = 37.01 cm
- iii) 39.0 cm

$$\text{Usar} = 39.0 \text{ cm}$$

$$d = 359.3003845 \text{ mm}$$

$$A_{st} = \frac{M_{max} * 1000}{\sigma_{st} * 0.853 * d} = 5145 \text{ mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =	30 mm	Area =	706.86 mm ²
Cantidad =	2 camas	@ =	275 mm
Espaciamiento =	274.8 mm		

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 25 mm @ 190 mm en el lado del producto almacenado

$$A_{sd} = 238.5 \text{ mm}^2$$

En el lado interno de la pared el refuerzo vertical cumple

Colocar el 50% en el lado externo

$$A_{sd} = 119.27 \text{ mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =

8 mm

$$\text{Area} = 50.27 \text{ mm}^2$$

Cantidad = 1 camas

Espaciamiento = 421.5 mm

$$@ = 335 \text{ mm}$$

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 8 mm @ 335 mm en el lado externo

Chequeo de Compresión por Buckling $\varphi_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3}} = \varphi_{cr} = 218.24 \text{ N/mm}^2$

$$E = 25000 \text{ N/mm}^2$$

$$R = 31.00 \text{ m}$$

$$t = 39.0 \text{ cm}$$

6.2.8. Diseño de pared h = 6.096 m

Datos:

Altura = 6.096 m
Diámetro D = 62 m

Calculo de Espesor

$t = 3H + 5 = 23.288 \text{ cm}$ Usar t 25 cm
 $H/d_A = 24.384$
 $H/D = 0.098$

Coefficientes de Carpenters

Factores		F				K ₁				K ₂			
H/d _A		10	20	30	40	10	20	30	40	10	20	30	40
Valores de H/D	0.200	0.046	0.028	0.022	0.015	--	0.500	0.450	0.400	0.320	0.460	0.530	0.500
	0.300	0.032	0.019	0.014	0.010	0.550	0.430	0.380	0.330	0.350	0.530	0.600	0.660
	0.400	0.024	0.014	0.010	0.007	0.500	0.390	0.350	0.300	0.440	0.580	0.650	0.700
	0.500	0.020	0.020	0.009	0.006	0.450	0.370	0.320	0.270	0.480	0.630	0.690	0.730
	1.000	0.012	0.006	0.005	0.003	0.370	0.280	0.240	0.210	0.620	0.730	0.740	0.830
	2.000	0.006	0.003	0.002	0.002	0.300	0.220	0.190	0.160	0.730	0.810	0.850	0.880
	4.000	0.004	0.002	0.002	0.001	0.270	0.200	0.170	0.140	0.800	0.850	0.870	0.900

Determinación de Factores F, K₁ y K₂ ; M_{max} & T_H

	0.1	0.01955	0.2	0.01955
	Delta =	0.0007	Delta =	0.0007
Calculo de Factor F	20	0.0220	20	0.0220
	21	0.0213	21	0.0213
	22	0.0206	22	0.0206
	23	0.0199	23	0.0199
	24	0.0192	24	0.0192
	25	0.0185	25	0.0185
	26	0.0178	26	0.0178
	27	0.0171	27	0.0171
	28	0.0164	28	0.0164
	29	0.0157	29	0.0157
	30	0.0150	30	0.0150
			7E-05	
	0.1	0.017800	0	
	0.11	0.017730	7E-05	
	0.12	0.017660	7E-05	
	0.13	0.017590	7E-05	
	0.14	0.017520	7E-05	F = 0.025000
	0.15	0.017450	7E-05	
	0.16	0.017380	7E-05	
	0.17	0.017310	7E-05	
	0.18	0.017240	7E-05	
	0.19	0.017170	7E-05	
	0.2	0.017100	7E-05	

Calculo de Factor K_1

	0.1	0.4825	0.2	0.4825
Delta =	0.005		Delta =	0.005
20	0.5000		20	0.5000
21	0.4950		21	0.4950
22	0.4900		22	0.4900
23	0.4850		23	0.4850
24	0.4800		24	0.4800
25	0.4750		25	0.4750
26	0.4700		26	0.4700
27	0.4650		27	0.4650
28	0.4600		28	0.4600
29	0.4550		29	0.4550
30	0.4500		30	0.4500
		0.0005		
0.1	0.470000	0		
0.11	0.469500	0.0005		
0.12	0.469000	0.0005		
0.13	0.468500	0.0005		
0.14	0.468000	0.0005	$K_1 =$	0.475
0.15	0.467500	0.0005		
0.16	0.467000	0.0005		
0.17	0.466500	0.0005		
0.18	0.466000	0.0005		
0.19	0.465500	0.0005		
0.2	0.465000	0.0005		

Calculo de Factor K_2

	0.1	0.4845	0.2	0.4845
Delta =	-0.007		Delta =	-0.007
20	0.4600		20	0.4600
21	0.4670		21	0.4670
22	0.4740		22	0.4740
23	0.4810		23	0.4810
24	0.4880		24	0.4880
25	0.4950		25	0.4950
26	0.5020		26	0.5020
27	0.5090		27	0.5090
28	0.5160		28	0.5160
29	0.5230		29	0.5230
30	0.5300		30	0.5300
		-0.0007		
0.1	0.502000	0		
0.11	0.502700	-0.0007		
0.12	0.503400	-0.0007		
0.13	0.504100	-0.0007		
0.14	0.504800	-0.0007	$K_2 =$	0.495
0.15	0.505500	-0.0007		
0.16	0.506200	-0.0007		
0.17	0.506900	-0.0007		
0.18	0.507600	-0.0007		
0.19	0.508300	-0.0007		
0.2	0.509000	-0.0007		

$$M_{max} = FwH^3$$

	F =	0.025	K ₁ =	0.475	K ₂ =	0.495
	M _{max} =	48840.897 N.m/m		H =	6.096 m	
				w _m =	8624 kN/m ²	
				D =	62 m	

$$T_H = \frac{1}{2}wHDK_2 \quad T_H = 806715.8669 \text{ N/m}$$

$$L = \text{ubicación de } T_H = K_1 H = 2.90 \text{ m}$$

$$\text{As Perimetral} = \frac{T_H}{\sigma_{st}} = 7014.92 \text{ mm}^2 \quad \sigma_{st} = 115 \text{ N/mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =	30 mm	Area =	706.86 mm ²
Cantidad =	2 camas		
Espaciamiento =	201.5 mm	@ =	201.0 mm

Colocar para refuerzo horizontal barras diámetro 30 mm en 2 camas @ 201 mm.

Calculo de Esfuerzo de Tensión en el Concreto

$$\text{Area provista de Acero} = \frac{\text{No de camas} * 1000 * \text{Area de varilla}}{\text{Espaciamiento}} = 7033.43284 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{T_H}{A + (n - 1)As} = 2.32 \text{ N/mm}^2 \quad \text{OK} \quad \begin{array}{l} A = \text{Franja} \times t \\ A = 250000 \end{array}$$

Calculo del Refuerzo vertical

$$\text{Calculo de } d = \sqrt{\frac{M_{max} * 1000}{1000 * R}} = 186.47 \text{ mm}$$

$$M_{max} = 48840.897 \text{ N.m/m}$$

$$\sigma_{cbc} = 7 \text{ N/mm}^2$$

$$n = 15$$

$$\sigma_{st} = 115 \text{ N/mm}^2$$

$$R = \frac{1}{2}\sigma_{cbc} \cdot j \cdot k = 1.40$$

$$k = \frac{n\sigma_{cbc}}{n\sigma_{cbc} + \sigma_{st}} = 0.477$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 0.841$$

Recubrimiento =	25 mm	Espesor total =	217.47 mm
diámetro de Barra propuesta =	12 mm		
Recubrimiento al centro de barra =	31 mm		

Se debera proveer un espesor minimo igual a el mayor de los siguientes:

i)	15 cm		
ii) $3H+5$	23.288 cm		
iii)	21.7 cm	Usar =	23.3 cm

$$d = 201.88 \text{ mm}$$

$$A_{st} = \frac{M_{max} * 1000}{\sigma_{st} * 0.853 * d} = 2466 \text{ mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =	20 mm	Area =	314.16 mm ²
Cantidad =	2 camas		
Espaciamiento =	254.8 mm	@ =	255 mm

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 20 mm @ 255 mm en el lado del producto almacenado

$$A_{sd} = 222.4 \text{ mm}^2$$

En el lado interno de la pared el refuerzo vertical cumple

Colocar el 50% en el lado externo

		$A_{sd} =$	111.19 mm ²
Diámetro de barra propuesta =	8 mm	Area =	50.27 mm ²
Cantidad =	1 camas		
Espaciamiento =	452.1 mm	@ =	335 mm

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 8 mm @ 335 mm en el lado externo

Chequeo de Compresión por Buckling $\varphi_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3}} = \varphi_{cr} = 130.22 \text{ N/mm}^2$

E =	25000 N/mm ²
R =	31.00 m
t =	23 cm

6.2.9. Diseño de pared h = 1.50 m

Datos:

Altura = 1.05 m
 Diámetro D = 62 m

Calculo de Espesor

$t = 3H + 5 = 8.15 \text{ cm}$
 $H/d_A = 7.000$
 $H/D = 0.017$

Usar t

15 cm

Coefficientes de Carpenters

Factores		F				K ₁				K ₂			
H/d _A		10	20	30	40	10	20	30	40	10	20	30	40
Valores de H/D	0.200	0.046	0.028	0.022	0.015	--	0.500	0.450	0.400	0.320	0.460	0.530	0.500
	0.300	0.032	0.019	0.014	0.010	0.550	0.430	0.380	0.330	0.350	0.530	0.600	0.660
	0.400	0.024	0.014	0.010	0.007	0.500	0.390	0.350	0.300	0.440	0.580	0.650	0.700
	0.500	0.020	0.020	0.009	0.006	0.450	0.370	0.320	0.270	0.480	0.630	0.690	0.730
	1.000	0.012	0.006	0.005	0.003	0.370	0.280	0.240	0.210	0.620	0.730	0.740	0.830
	2.000	0.006	0.003	0.002	0.002	0.300	0.220	0.190	0.160	0.730	0.810	0.850	0.880
	4.000	0.004	0.002	0.002	0.001	0.270	0.200	0.170	0.140	0.800	0.850	0.870	0.900

Determinación de Factores F, K₁ y K₂ ; M_{max} & T_H

	0.1	0.01955	0.2	0.01955
	Delta = 0.0007		Delta = 0.0007	
Calculo de Factor F	20	0.0220	20	0.0220
	21	0.0213	21	0.0213
	22	0.0206	22	0.0206
	23	0.0199	23	0.0199
	24	0.0192	24	0.0192
	25	0.0185	25	0.0185
	26	0.0178	26	0.0178
	27	0.0171	27	0.0171
	28	0.0164	28	0.0164
	29	0.0157	29	0.0157
	30	0.0150	30	0.0150
		7E-05		
	0.1	0.017800	0	
	0.11	0.017730	7E-05	
	0.12	0.017660	7E-05	
	0.13	0.017590	7E-05	
	0.14	0.017520	7E-05	F = 0.025000
	0.15	0.017450	7E-05	
	0.16	0.017380	7E-05	
	0.17	0.017310	7E-05	
	0.18	0.017240	7E-05	
	0.19	0.017170	7E-05	
	0.2	0.017100	7E-05	

Calculo de Factor K₁

	0.1	0.4825	0.2	0.4825
Delta =	0.005		Delta =	0.005
20	0.5000		20	0.5000
21	0.4950		21	0.4950
22	0.4900		22	0.4900
23	0.4850		23	0.4850
24	0.4800		24	0.4800
25	0.4750		25	0.4750
26	0.4700		26	0.4700
27	0.4650		27	0.4650
28	0.4600		28	0.4600
29	0.4550		29	0.4550
30	0.4500		30	0.4500
		0.0005		
0.1	0.470000	0		
0.11	0.469500	0.0005		
0.12	0.469000	0.0005		
0.13	0.468500	0.0005		
0.14	0.468000	0.0005	K ₁ =	0.475
0.15	0.467500	0.0005		
0.16	0.467000	0.0005		
0.17	0.466500	0.0005		
0.18	0.466000	0.0005		
0.19	0.465500	0.0005		
0.2	0.465000	0.0005		

Calculo de Factor K₂

	0.1	0.4845	0.2	0.4845
Delta =	-0.007		Delta =	-0.007
20	0.4600		20	0.4600
21	0.4670		21	0.4670
22	0.4740		22	0.4740
23	0.4810		23	0.4810
24	0.4880		24	0.4880
25	0.4950		25	0.4950
26	0.5020		26	0.5020
27	0.5090		27	0.5090
28	0.5160		28	0.5160
29	0.5230		29	0.5230
30	0.5300		30	0.5300
		-0.0007		
0.1	0.502000	0		
0.11	0.502700	-0.0007		
0.12	0.503400	-0.0007		
0.13	0.504100	-0.0007		
0.14	0.504800	-0.0007	K ₂ =	0.495
0.15	0.505500	-0.0007		
0.16	0.506200	-0.0007		
0.17	0.506900	-0.0007		
0.18	0.507600	-0.0007		
0.19	0.508300	-0.0007		
0.2	0.509000	-0.0007		

$$M_{max} = FwH^3$$

F =	0.025	K ₁ =	0.475	K ₂ =	0.495
Mmax =	249.58395 N.m/m	H =	1.05 m	w _m =	8624 kN/m ²
		D =	62 m		

$$T_H = \frac{1}{2}wHDK_2$$

T _H =	138952.044 N/m
L = ubicación de T _H =	K ₁ H = 0.50 m

As Perimetral =	$\frac{T_H}{\sigma_{st}} =$	1208.28 mm ²	$\sigma_{st} =$	115 N/mm ²
-----------------	-----------------------------	-------------------------	-----------------	-----------------------

Diámetro de barra propuesta =	12.7 mm	Area =	126.68 mm ²
Cantidad =	2 camas	@ =	210.0 mm
Espaciamento =	209.7 mm		

Colocar para refuerzo horizontal barras diámetro 12.7 mm en 2 camas @ 210 mm.

Calculo de Esfuerzo de Tensión en el Concreto

Area provista de Acero =	$= \frac{\text{No de camas} * 1000 * \text{Area de varilla}}{\text{Espaciamento}} =$	1206.4492 mm ²
$\sigma_s = \frac{T_H}{A + (n - 1)As} =$	0.52 N/mm ² OK	A = Franja x t A = 250000

Calculo del Refuerzo vertical

Calculo de $d = \sqrt{\frac{M_{max} * 1000}{1000 * R}} =$	13.33 mm	Mmax =	249.58395 N.m/m
$R = \frac{1}{2}\sigma_{cbc} \cdot j \cdot k$	1.40	$\sigma_{cbc} =$	7 N/mm ²
$k = \frac{n\sigma_{cbc}}{n\sigma_{cbc} + \sigma_{st}} =$	0.477	n =	15
$j = 1 - \frac{k}{3} =$	0.841	$\sigma_{st} =$	115 N/mm ²
Recubrimiento =	25 mm	Espesor total =	44.33 mm
diámetro de Barra propuesta =	12 mm		
Recubrimiento al centro de barra =	31 mm		

Se debera proveer un espesor minimo igual a el mayor de los siguientes:

- i) 15 cm
 - ii) $3H+5 = 8.15$ cm
 - iii) 4.4 cm
- Usar = 15 cm**

d = 119 mm

$$A_{st} = \frac{M_{max} * 1000}{\sigma_{st} * 0.853 * d} = 21 \text{ mm}^2$$

Diámetro de barra propuesta =	12.7 mm	Area =	126.68 mm ²
Cantidad =	1 camas	@ =	252 mm
Espaciamiento =	5924.8 mm		

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 12.7 mm @ 252 mm en el lado del producto almacenado

$$A_{sd} = 355.2 \text{ mm}^2$$

En el lado interno de la pared el refuerzo vertical cumple

Colocar el 50% en el lado externo

		A _{sd} =	177.62 mm ²
Diámetro de barra propuesta =	12.7 mm	Area =	126.68 mm ²
Cantidad =	1 camas	@ =	600 mm
Espaciamiento =	713.2 mm		

Colocar para refuerzo Vertical barras diámetro 12.7 mm @ 600 mm en el lado externo

Chequeo de Compresión por Buckling $\varphi_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3}} = \varphi_{cr} = 83.87 \text{ N/mm}^2$

E = 25000 N/mm²
R = 31.00 m
t = 15 cm

6.2.10. Cuadros de resumen de diseño

Tabla XXIX. Cuadros de resumen de diseño

Diseño por Resistencia Domo										
Angulo	Espesor t cm	Empuje Anular N/m	σ_{st} N/mm ²	Tipo de Refuerzo	As mm ²	Diámetro de barra mm	Camas	Area mm ²	@ mm	mm ² /mm
54.00	15.00	-6708.946	115	Perimetral	502.5	12.70	1	126.677	252.09	0.00335
63.00	15.00	-37321.684	115	Perimetral	502.5	12.70	1	126.677	252.09	0.00335
72.00	15.00	-72627.184	115	Perimetral	631.5	12.70	1	126.677	200.58	0.00421
81.00	15.00	-113078.889	115	Perimetral	983.3	12.70	1	126.677	128.83	0.00656
90.00	15.00	-159650.000	115	Perimetral	1388.3	12.70	1	126.677	91.25	0.00926

Para los angulos 54° a 63° se usará el acero minimo ya que el empuje anular en tensión requiere menor area de acero.

Diseño por Resistencia Domo									
Espesor t cm	Empuje meridional	σ_{st} N/mm ²	Tipo de Refuerzo	As mm ²	Diámetro de barra mm	Camas	Area mm ²	@ mm	mm ² /m
15.00	0.000	115	Perimetral	502.5	12.70	1	126.7	252.09	0.00335

Los valores del empuje meridional son a compresión, se colocará refuerzo minimo.

Diseño por Resistencia Pared										
Altura borde de pared m	Espesor t cm	T_H N/m o M_{max} N.m/m	σ_{st} N/mm ²	Tipo de Refuerzo	As mm ²	Diámetro de barra mm	Camas	Area mm ²	@ mm	mm ² /mm
15.5	66.00	2321291.81	115	Perimetral	20185.1	30.00	3	706.86	105.06	0.03058
15.5	66.00	560401.80	115	Vertical	9045.0	30.00	2	706.86	156.30	0.01370
10.67	40.00	1445862.907	115	Perimetral	12572.7	30.00	2	706.86	112.44	0.03143
10.67	40.00	181342.28	115	Vertical	5149.4	30.00	2	706.86	274.54	0.01287
6.096	23.00	806715.87	115	Perimetral	7014.9	30.00	2	706.86	201.53	0.03050
6.096	23.00	48840.897	115	Vertical	2464.8	20.00	2	314.16	254.92	0.01072
1.500	15.00	138952.044	115	Perimetral	1208.3	12.70	2	126.677	209.68	0.00806
1.500	15.00	249.58395	115	Vertical	21.4	12.70	2	126.677	600.00	0.00014

Fuente: elaboración propia.

6.2.11. Diseño de viga anular de concreto reforzado (cimiento)

Datos de geometría del reservorio

Diametro Dt =	62000 mm	Superficie Domo Semi Esferico =	6038.141 m ²
Altura Ht =	15500 mm	Volumen domo =	1086.865 m ³
Espesor de la pared Wpt =	300 mm	Superficie pared =	3019.08 m ²
Espesor del piso de fondo Bpt =	300 mm	Volumen pared =	905.723 m ³
Altura del Liquido, HI =	16500 mm	Volumen =	49814.78 m ³

Densidad de los materiales que contribuyen a las cargas

Densidad del material almacenado yf =	8 kN/m ³	Azucar	Peso en KN = 398518.24
Densidad del Acero yst =	78.5 kN/m ³	A36	Peso en KN = 21737.36
Densidad del Concreto yc =	24 kN/m ³	Concreto	Peso en KN = 26084.77

Parametros del Suelo

Angulo de reposo del Suelo ϕ =	35 °	$K_a = \frac{(1 - \sin \phi)}{(1 + \sin \phi)}$	
K_a =	0.2710		
Angulo del Suelo ϕ rads =	0.611		
Seno ϕ =	0.5736		
$K_p = 1/K_a$ =	3.690		
C_s =	5 kN/m ²		
Capacidad Soporte del Suelo =	3.7 Bar	=	370 kN/m ²
Densidad del Suelo γ_s =	18 kN/m ³		

Cargas Últimas

Estado Limite de Servicio ELS (SLS)	Carga KN	Fact e	Vacio KN	Fact f	Lleno KN
P1	Permanente	1.000	47822.13	1.000	446340.37
P2	Operación	0.190	9086.20	0.016	7208.40
P3	Viento Normal	0.101	4842.75	0.0086	3841.14
P4	Viento Extremo	0.175	8353.74	0.0148	6625.97

Estado Limite Último ELU (ULS)	Carga KN	Fact e	Vacio KN	Fact f	Lleno KN
Pu1	Permanente	1.500	71733.19	1.500	669510.56
Pu2	Operación	0.190	13629.31	0.016	10812.60
Pu3	Viento Normal	0.101	7264.12	0.0086	5761.71
Pu4	Viento Extremo	0.175	12530.61	0.0148	9938.95

Datos de Diseño de Concreto

$$f_{cu} = 29 \text{ N/mm}^2$$
$$f_y = 460 \text{ N/mm}^2$$

Dimensiones estimadas de Viga Anular

Altura h_r =	1000 mm	
Ancho b_r =	1800 mm	El ancho minimo es 300 mm
Diametro D_r =	62000 mm	El diametro de la viga anular debe ser el mismo del tanque para transferir las cargas con el minimo de excentricidad.
Peso de Viga RB_{SW} =	43.2 KN/m	

Carga aproximada de la pared del reservorio sin accesorios AW_w

$$AW_w = W_{pt} \cdot H_t \cdot \gamma_{st} + \frac{\pi \left(\frac{D_r}{2}\right)^2 \cdot W_{pt} \cdot \gamma_{st}}{\pi D_r} \cdot 2$$

W_{pt} =	300 mm	0.3 m
H_t =	15500 mm	15.5 m
γ_{st} =	24 kN/m ³	
D_r =	62000 mm	62 m
AW_w =	334.8 kN/m	

Carga de la pared del reservorio en estado limite de servicio

$$W_w = \frac{P_{1e}}{\pi D_r} = 245.52 \text{ kN/m}$$

$$P_{1e} = 47822.13 \text{ KN}$$

$$\text{Usar la Mayor} = AW_w = 334.8 \text{ kN/m}$$

Carga del producto Almacenado

$$W_f = H_l \cdot \gamma_f = 132 \text{ kN/m}^2$$

$$H_l = 16.5 \text{ m}$$

$$\gamma_f = 8 \text{ kN/m}^3$$

Presión del suelo debido a viga anular + Pared ELS

$$\sigma_{r_{wsw}} = \frac{(W_w + RB_{SW}) \cdot \pi \cdot D_r + W_f \left[\pi \left(\frac{D_r}{2} + \frac{b_r}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{D_r}{2} \right)^2 \right]}{\pi \left[\left(\frac{D_r}{2} + \frac{b_r}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_r}{2} - \frac{b_r}{2} \right)^2 \right]}$$

$$\sigma_{r_{wsw}} = \quad 276.96 \text{ kN/m}^2 \quad \quad \quad 31.9 \quad \quad 30.1$$

$$\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1017.61 \quad \quad 906.01$$

Factor de Seguridad = Capacidad soporte del suelo / $\sigma_{r_{wsw}}$ Diferencia 111.6

Capacidad Soporte del Suelo = 370 kN/m²

$$FS = \quad 1.34 \quad > \quad 1.2 \quad \quad \quad OK$$

Presión del suelo Bajo estado limite último

$$U\sigma_{r_{wsw}} = \frac{\left(\frac{Pu_{1e}}{\pi D_r} + RB_{SW} \right) \cdot \pi \cdot D_r + W_f \left[\pi \left(\frac{D_r}{2} + \frac{b_r}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{D_r}{2} \right)^2 \right]}{\pi \left[\left(\frac{D_r}{2} + \frac{b_r}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_r}{2} - \frac{b_r}{2} \right)^2 \right]}$$

$$Pu_{1e} = \quad 71733.19 \text{ KN}$$

$$Pu_{1e}/\pi D_r = \quad 368.280 \text{ kN/m}$$

$$U\sigma_{r_{wsw}} = \quad 295.56 \text{ kN/m}^2$$

Factor de Seguridad = Capacidad soporte del suelo / $U\sigma_{r_{wsw}}$

Capacidad Soporte del Suelo = 370 kN/m²

$$FS = \quad 1.25 \quad > \quad 1.2 \quad \quad \quad OK$$

Esfuerzo por sobrecarga y relleno a nivel inferior de viga

$$S_s = \frac{P_{1f} + P_{2f}}{\pi \left(\frac{D_r}{2} + \frac{b_r}{2} \right)^2} + h_r \cdot \gamma_s$$

$$P_{1f} = \quad 446340.37 \text{ kN}$$

$$P_{2f} = \quad 7208.40 \text{ kN}$$

$$h_r = \quad 1.00 \text{ m}$$

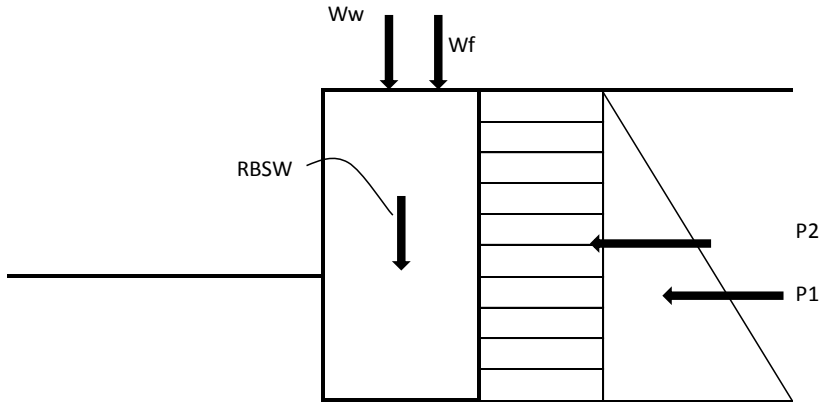
$$\gamma_s = \quad 18 \text{ kN/m}^3$$

$$S_s = \quad 159.871 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Ratio entre viga anular y presión de relleno} = \frac{\sigma_{r_{wsw}}}{S_s} = \quad 1.732$$

$$H_l \cdot \gamma_f + h_r \cdot \gamma_s = \quad 150 \text{ kN/m}^2$$

Con el ratio aproximadamente igual a 1 se puede determinar que el ancho de la viga es suficiente.



Diseño de pared de Viga Anular

La carga lateral transferida a la pared es de dos tipos, una es presión lateral del relleno de suelo y la segunda es debido a la carga del reservorio y el producto almacenado

Debido al relleno del suelo

$$P_1 = K_a \cdot h_r \cdot \gamma_s = 4.88 \text{ kN/m}^2$$

$$K_a = 0.2710$$

$$\text{Altura } h_r = 1.00 \text{ m}$$

$$\text{Densidad del Suelo } \gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$$

Debido a sobre carga del reservorio bajo condiciones de servicio

$$P_2 = K_a \cdot S_s = 43.32 \text{ kN/m}^2$$

Fuerza lateral en Viga anular por unidad de longitud

$$F_1 = \frac{P_1 \cdot h_r}{2} + P_2 \cdot h_r = 45.76 \text{ kN/m}$$

Calculo de Tensión Anular

$$H_T = \frac{F_1 \cdot D_r}{2} = 1418.63 \text{ kN}$$

Propuesta de Refuerzo

$$\text{Barra No.} = 20 \text{ mm}$$

$$A_s = 314.16 \text{ mm}^2$$

$$\text{Cantidad de Barras} = \frac{H_T}{0.87 \cdot f_y \cdot A_s} = 11.2834241 \quad \text{Utilizar} = 12$$

$$f_y = 460 \text{ N/mm}^2$$

$$H_T \text{ resistente} = 1508.718456 \text{ kN}$$

$$\text{Capacidad/Demanda} = 0.94$$

Chequeo de refuerzo

$$\frac{\left[\frac{K_a \cdot P_{1f}}{\pi \cdot \left(\frac{D_r}{2}\right)^2} \cdot h_r + K_a \cdot h_r \cdot \gamma_s \frac{h_r}{2} \right] \frac{D_r}{2}}{0.87 \cdot f_y \cdot A_s} =$$

	40.06	2.44	42.50	4.658 barras	
				31	1317.56
					Cantidad 4.66

El mínimo refuerzo requerido para vigas anulares bajo tensión pura es:

$$A_{s \text{ min}} = 0.45\% (h_r \cdot b_r) = 8100 \text{ mm}^2$$

Cantidad de Barras = 11.459 Utilizar = 12

Para Refuerzo mínimo vertical

$$A_V \text{ min} = 0.15\% (h_r \cdot b_r) = 2700 \text{ mm}^2$$

Cantidad de Barras = 3.820 Utilizar = 4

Chequeo por Corte

$$V_s = W_w / b_r = 0.14 \text{ N/mm}^2 \qquad W_w = 245.520261 \text{ kN/m}$$

$$b_r = 1.8 \text{ m}$$

$$d_1 = 895 \text{ mm}$$

$$\text{Recubrimiento} = 60 \text{ mm}$$

$$\text{diametro de barra} = 30 \text{ mm}$$

$$1/2 \text{ diametro de barra} = 15 \text{ mm}$$

$$\text{Factor material} = 1.2$$

Resistencia a Corte

$$V_c = \frac{0.79}{\gamma_m} \cdot \left[\frac{100 \cdot A_s}{b_r \cdot d_1} \cdot 16 \right]^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{b_r}{d_1} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{f_{cu}}{25 \frac{N}{\text{mm}^2}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$(b_r/d_1)^{1/4} = 1.191$$

$$(100 \cdot A_s / b_r \cdot d_1)^{1/3} = 82.54$$

$$V_c = 0.6799 \text{ N/mm}^2 \qquad f_{cu} = 29 \text{ N/mm}^2$$

$$V_c / V_s = 4.985 \quad \text{OK} \qquad \text{Fac} = 1.051$$

Refuerzo por corte no es requerido

Chequeo de estabilidad ante carga de viento

$$H_t / D_t = 0.250 \quad \text{Al ser menor que 1 no requiere chequeo por carga lateral por viento}$$

Momento de Volteo bajo carga ultima por viento extremo

$$M_{ot} = P_{4f} \cdot H_t = 154053.6878 \text{ KN.m}$$

Momento Resistente con 2/3 de reducción

$$M_r = 2/3 P_{U_{1e}} \cdot D_r/2 = 1482485.974 \text{ KN.m} \quad M_r/M_{ot} = 9.623 \text{ OK}$$

Chequeo de presión soporte del suelo ante cargas laterales ultimas

$$Z_{xx} = \text{modulo de sección de la Viga Anular} = Z_{xx} := \pi \frac{(D_r - b_r)^4 - (D_r + b_r)^4}{32 \cdot (D_r + b_r)}$$

$D_r = 62 \text{ m}$ Chequeo del capacidad soporte del suelo

$b_r = 1.8 \text{ m}$

$Z_{xx} = 5285.46 \text{ m}^3$

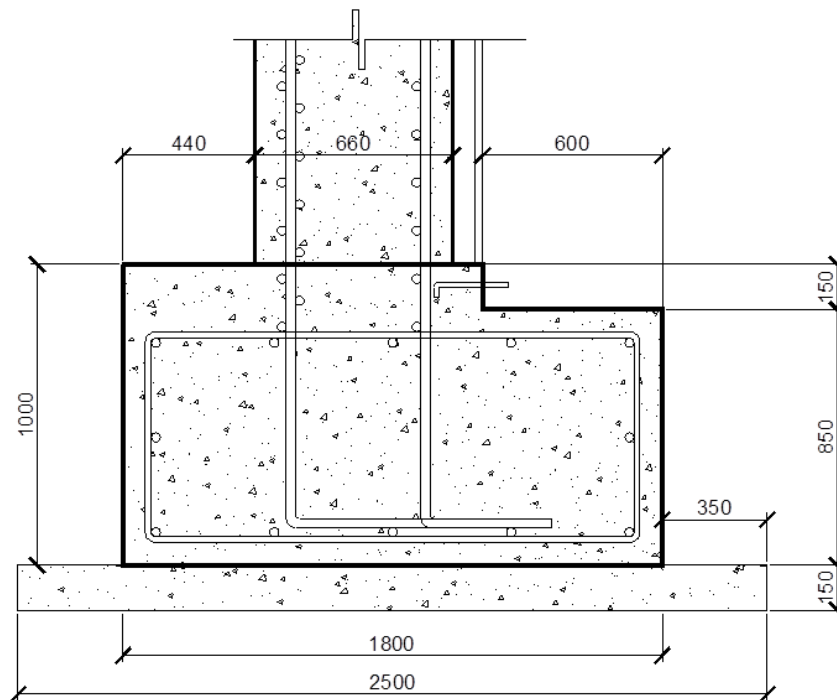
$$\sigma_1 = \sigma_{rws} + \frac{M_{ot}}{Z_{xx}}$$

$\sigma_1 = 306.10 \text{ kN/m}^2$

$SBC/\sigma_1 = 1.209 \text{ OK}$

$\sigma_2 = 247.81 \text{ kN/m}^2$

$SBC/\sigma_2 = 1.493 \text{ OK}$



Sección de Viga Anular

6.3. Ejemplos de diseño

6.3.1. Ejemplo No. 1. Diseño de techo tipo domo

DATOS:

Diámetro (D) =	20 m		
Altura de domo (h) =	3.5 m	1/6 del diámetro	3.333
Espesor (t) =	0.1 m		
Esfuerzo permisible en el acero =	140 N/mm ²		
radio (R) =	10 m		

Determinación de r y ϕ

$$r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h} \quad r = 16.036 \text{ m}$$

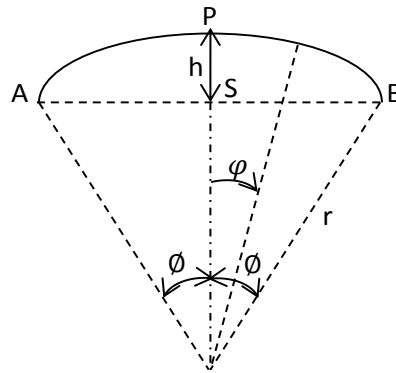
$$1 \text{ Radian} = 57.296^\circ$$

$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) \quad \phi = 38.58^\circ$$

$$\phi < 51^\circ 52'$$

Compresión

$$\phi \text{ (rads)} = 0.6733$$



Determinación de cargas

Carga muerta

ancho de franja =	1 m	
$\gamma_c =$	24000 N	kg/m ²
$w_m =$	2400 N/m ²	244.728

Carga Viva

$W_L =$	1500 N/m ²	152.955
---------	-----------------------	---------

Sobre Carga

$W_s =$	900 N/m ²	91.773
---------	----------------------	--------

Factor Carga Muerta =	1.4
Factor Carga Viva =	1.7
Carga Total =	7170 N/m ²

Tabla XXX. Cálculo de esfuerzos en el domo

w = 7.17 kN/m ²			r = 16.0357143 m			
W = 0 kN			delta Angular = 0.06733496			
1		2	3	4	5	6
φ	φ (°)	$\frac{wr}{1 + \cos \varphi}$	$\frac{W}{2\pi r \sin^2 \varphi}$	N φ = Col(2+3)	wr cos φ	N φ = Col(3-4)
0	0	57.4880	0	57.4880	114.9761	57.4880
0.06733	3.85801	57.5532	0	57.5532	114.7155	57.1623
0.13467	7.71602	57.7495	0	57.7495	113.9350	56.1856
0.202	11.574	58.0785	0	58.0785	112.6382	54.5597
0.26934	15.432	58.5434	0	58.5434	110.8308	52.2874
0.33667	19.29	59.1484	0	59.1484	108.5211	49.3727
0.40401	23.1481	59.8992	0	59.8992	105.7196	45.8204
0.47134	27.0061	60.8031	0	60.8031	102.4389	41.6358
0.53868	30.8641	61.8688	0	61.8688	98.6939	36.8252
0.60601	34.7221	63.1069	0	63.1069	94.5017	31.3947
0.67335	38.5801	64.5303	0	64.5303	89.8811	25.3508

Maxima Compresión = 64.5303 kN

Determinación de Esfuerzo = 0.645 N/mm²

1 Psi = 0.00689476 Megapascal Concreto = 4000 Psi 27.58 MPA

Esfuerzo permisible por compresión directa concreto

4000 = 6 N/mm²

Si el esfuerzo es menor al permisible, utilizar As minimo 0.12 a 0.3%

%As = 0.3 %

As = 300 mm²/m

Barra propuesta No= 2.5 Area = 49.483268 mm²

5/16 pulg

Espaciamiento = 16.5 cm

Refuerzo Anular y meridional Colocar barras diametro 0.3125 pulg. @ 16.49 cm.

Chequeo de Compresión por Buckling

E = 25000 N/mm²

R = 10.00 m

t = 10 cm

$$\varphi_{cr} = \frac{Et}{R\sqrt{3}} = \varphi_{cr} = 173.34 \text{ N/mm}^2$$

Fuente: elaboración propia.

6.3.2. Ejemplo No. 2. Diseño de techo tipo domo con linterna

DATOS:

Diámetro (D) =	20 m		
Altura de domo (h) =	4 m	1/6 del diámetro	3.333
Espesor (t) =	0.1 m		
Esfuerzo permisible en el acero =	140 N/mm ²		
radio (R) =	10 m		

Linterna en apex diametro d _l =	1.6 m
δ _h =	0.0494 m

$$\delta_h \cdot (2r - \delta_h) = \left(\frac{d_l}{2}\right)^2$$

Determinación de r y φ

$$r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h} \quad r = 14.5 \text{ m}$$

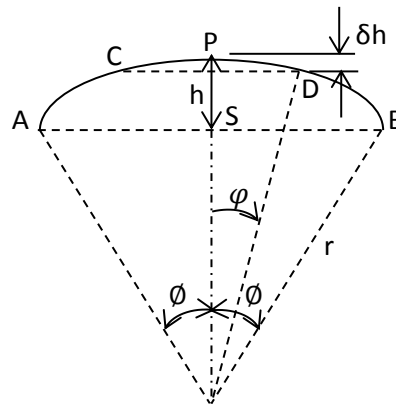
$$1 \text{ Radian} = 57.296^\circ$$

$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right) \quad \phi = 43.603^\circ$$

$$\phi < 51^\circ 52'$$

Compresión

$$\phi \text{ (rads)} = 0.761$$



Determinación de cargas

Carga muerta

ancho de franja =	1 m	
γ _c =	24000 N	kg/m ²
w _m =	2400 N/m ²	244.728

Carga Viva

W _L =	1500 N/m ²	152.955
------------------	-----------------------	---------

Sobre Carga

Ws =	900 N/m ²	91.773
------	----------------------	--------

Tabla XXXII. **Esfuerzo anular**

No.	Ø	rads	Esfuerzo Anular N/mm ²		
			Debido a w	Debido a W	Total
1	3.16°	0.055	0.2889	-0.1445	0.1444
2	8.72	0.1522	0.2816	-0.0191	0.2625
3	13.08	0.2283	0.2711	-0.0086	0.2626
4	17.44	0.3044	0.2565	-0.0049	0.2516
5	21.80	0.3805	0.2378	-0.0032	0.2346
6	26.16	0.4566	0.2149	-0.0023	0.2127
7	30.52	0.5327	0.1880	-0.0017	0.1863
8	34.88	0.6088	0.1572	-0.0013	0.1558
9	39.24	0.6849	0.1223	-0.0011	0.1212
10	43.60	0.761	0.0836	-0.0009	0.0827

Maximo Esfuerzo a tensión = -0.1444 N/mm²

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXIII. **Cálculo de esfuerzo meridional sin carga viva**

No.	Ø	rads	Esfuerzo Meridional N/mm ²		
			Debido a w	Debido a W	Total
1	3.16°	0.055	0.1814	0.3880	0.5694
2	8.72	0.1522	0.1823	0.0514	0.2337
3	13.08	0.2283	0.1836	0.0231	0.2067
4	17.44	0.3044	0.1855	0.0131	0.1987
5	21.80	0.3805	0.1880	0.0086	0.1965
6	26.16	0.4566	0.1910	0.0061	0.1971
7	30.52	0.5327	0.1947	0.0046	0.1993
8	34.88	0.6088	0.1991	0.0036	0.2028
9	39.24	0.6849	0.2043	0.0030	0.2072
10	43.60	0.761	0.2103	0.0025	0.2127

Maximo Esfuerzo a compresión = 0.5694 N/mm²

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXIV. **Cálculo de esfuerzo anular sin carga viva**

No.	Ø	rads	Esfuerzo Anular N/mm ²		
			Debido a w	Debido a W	Total
1	3.16°	0.055	0.1806	-0.3880	-0.2075
2	8.72	0.1522	0.1760	-0.0514	0.1246
3	13.08	0.2283	0.1695	-0.0231	0.1464
4	17.44	0.3044	0.1603	-0.0131	0.1472
5	21.80	0.3805	0.1486	-0.0086	0.1400
6	26.16	0.4566	0.1343	-0.0061	0.1283
7	30.52	0.5327	0.1175	-0.0046	0.1129
8	34.88	0.6088	0.0982	-0.0036	0.0946
9	39.24	0.6849	0.0765	-0.0030	0.0735
10	43.60	0.761	0.0523	-0.0025	0.0498

Fuente: elaboración propia.

$$\text{Maximo Esfuerzo a tensión} = 0.2075 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Maximo Esfuerzo a Compresión} = 0.5694 \text{ N/mm}^2 \quad \text{OK} \quad \text{Permisible} = 1.2$$

$$\text{Maximo Esfuerzo Anular a Tensión} = 0.2075 \text{ N/mm}^2$$

Maxima tensión por metro de longitud de meridiano

$$t = 100 \text{ mm}$$

$$L = 1000 \text{ mm}$$

$$T = 20745 \text{ N}$$

$$\text{Esfuerzo permisible a Tensión} = 140 \text{ N/mm}^2$$

$$A_s = 148.18 \text{ mm}^2$$

$$\text{Refuerzo por temperatura } 0.15\% = 150 \text{ mm}^2$$

$$\text{Refuerzo total} = 298.18 \text{ mm}^2$$

$$\text{Barra Propuesta} = 8 \text{ mm} \quad A_s = 50.27 \text{ mm}^2$$

$$\text{Cantidad} = 5.9321 \text{ unds} \quad 6 \text{ unidades}$$

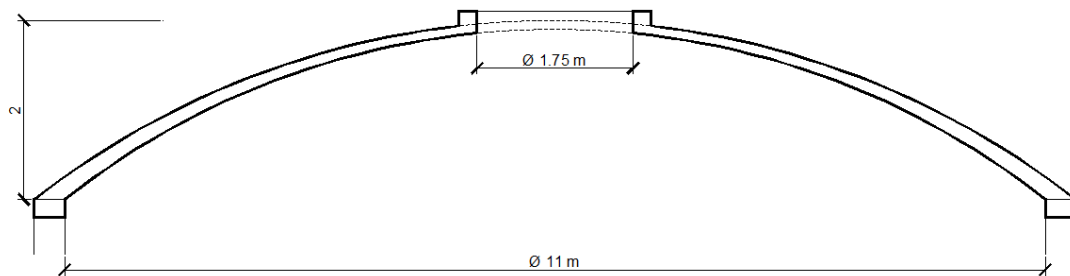
$$\text{Espaciamiento @} = 166.67 \text{ mm} \quad @ = 160 \text{ mm}$$

6.3.3. Ejemplo No. 3. Diseño de domo con toldo

Diseño de domo de 11 m. con toldo

Diseñar un domo de concreto reforzado, apoyado sobre un muro de 0.34 m de espesor de un tanque para agua con diámetro interior de 11 m. Con un toldo de 1.75 m de diámetro y un peso de 20 kN.

Figura 43. Domo de 11 metros con toldo



Fuente: elaboración propia.

Espesor prop. =	100 mm		
diámetro toldo=	1.75 m		
Wc =	20 kN		
Diametro =	11 m	R =	5.67 m
S = 2R =	11.34 m		
Calculo de altura de domo = $h = \frac{S}{5}$			
Altura h =	2.2 m	h =	2 m
$r = \frac{h}{2} + \frac{S^2}{8h}$		r =	9.137 m
Angulo central =	0.621		35.554 °
Senos $\phi_o =$	0.096	$\phi_o =$	5.487 °
Cos $\phi_o =$	0.995		
$h_o =$	0.042 m		

Diseño para máxima tensión anular

14.32 kN/m

$$\begin{aligned} \text{Esfuerzo permisible } \sigma_s &= 226.04 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s &= 0.817 * Fe/1.5 \\ Fe &= 415 \text{ Mpa} \\ Fe &= 60175 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$A_s = 63.36 \text{ mm}^2/\text{m} = \text{Max tensión anular} * 1000/\sigma_s$$

Proveer refuerzo minimo entre 0.12% y 0.3% en ambas direcciones 300 mm²/m

$$\begin{aligned} \text{Proveer} &= 0.3 \% & l &= 1000 \text{ mm} \\ A_s &= 300 \text{ mm}^2/\text{m} \\ \text{Barra } \phi &= 8 & A_s \text{ prop} &= 50.27 \text{ mm}^2 \\ \text{Cantidad} &= 6.0 \text{ barras} \\ @ &= 168 \text{ mm} \end{aligned}$$

Diseño de viga anular**a) Acero de diseño**

$$\begin{aligned} \text{Tensión } T &= N_{\phi} \cos \phi_k \times r = 94.74 \text{ kN} \\ N_{\phi} &= 20.54 & \cos \phi_k &= 0.813565 \\ \phi_k &= 35.554 & r &= 5.67 \text{ m} \end{aligned}$$

$$A_s = T \times 1000 / \sigma_s = 419.15 \text{ mm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Barra } \phi &= 12 & A_s \text{ prop} &= 113.10 \text{ mm}^2 \\ \text{Cantidad} &= 3.7 \text{ barras} \\ \text{utilizar} &= 4 \text{ barras} & &= 452.39 \text{ mm}^2 \\ T \text{ Resistente} &= 102.26 \text{ kN} & D/\text{Cap.} &= 0.927 \end{aligned}$$

b) Sección de viga por esfuerzo limite de concreto

$$\begin{aligned} \text{Asumir } m &= 9 \text{ por agrietamiento} \\ f_{ck} &= 25 \text{ N/mm}^2 \\ \text{Esfuerzo por} & & & \\ \text{Arietamiento} &= 2.5 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$[A_c + (m - 1) A_s]^2 = T \times 1000 \quad A_c = T \times 1000/2 - (m - 1) A_s$$

$$\begin{aligned} A_c &= 43752.9 \text{ mm}^2 & \text{base sobre muro } \text{mm} &= 340 \\ \text{altura } h &= 128.684993 & \text{utilizar} &= 200 \text{ mm} \\ A_{smin} &= 340 \text{ mm}^2 & A_v &= 102 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Diseño de viga de toldo

$$\text{Compresión } H = P \cot \phi_o \times r = 33.138$$

$$\begin{array}{llll} r = & 0.875 \text{ m} & \phi_o = & 5.487^\circ \\ P = & 3.638 \text{ kN/m} & \cot \phi_o = & 10.411 \end{array}$$

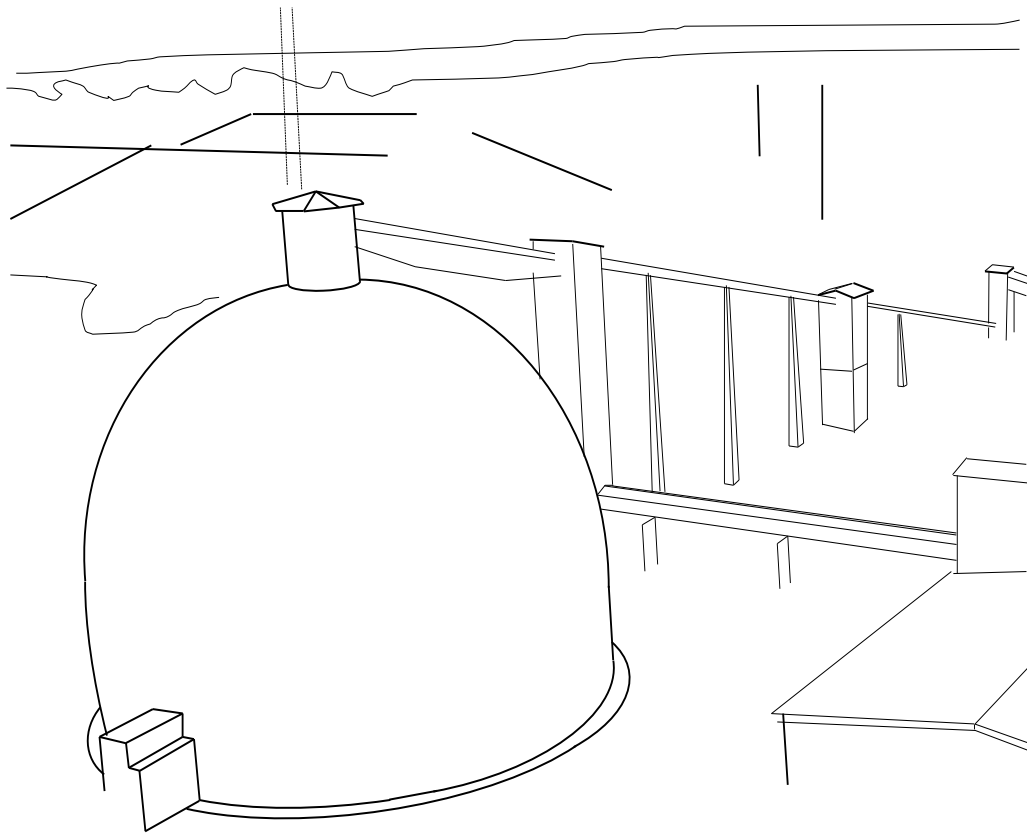
$$\text{Esfuerzo para } H = H * 1000 / A_c$$

$$\begin{array}{llll} \text{Esfuerzo} = & 0.828 \text{ N/mm}^2 & A_c = & 40000 \text{ mm}^2 \\ A_{\text{min}} = & 200 \text{ mm}^2 & \text{base prop} = & 200 \text{ mm} \\ & & h \text{ prop} = & 200 \text{ mm} \end{array}$$

7. CAPITULO 7: PLANOS Y DETALLES ESTRUCTURALES

7.1. Planos y detalles estructurales

En este capítulo se presentará información relevante en planos de construcción en relación con la construcción de un domo de concreto reforzado de 62 m. de diámetro x 46 m. de altura para el almacenamiento de azúcar. Ubicación en zona sísmica No. 4.

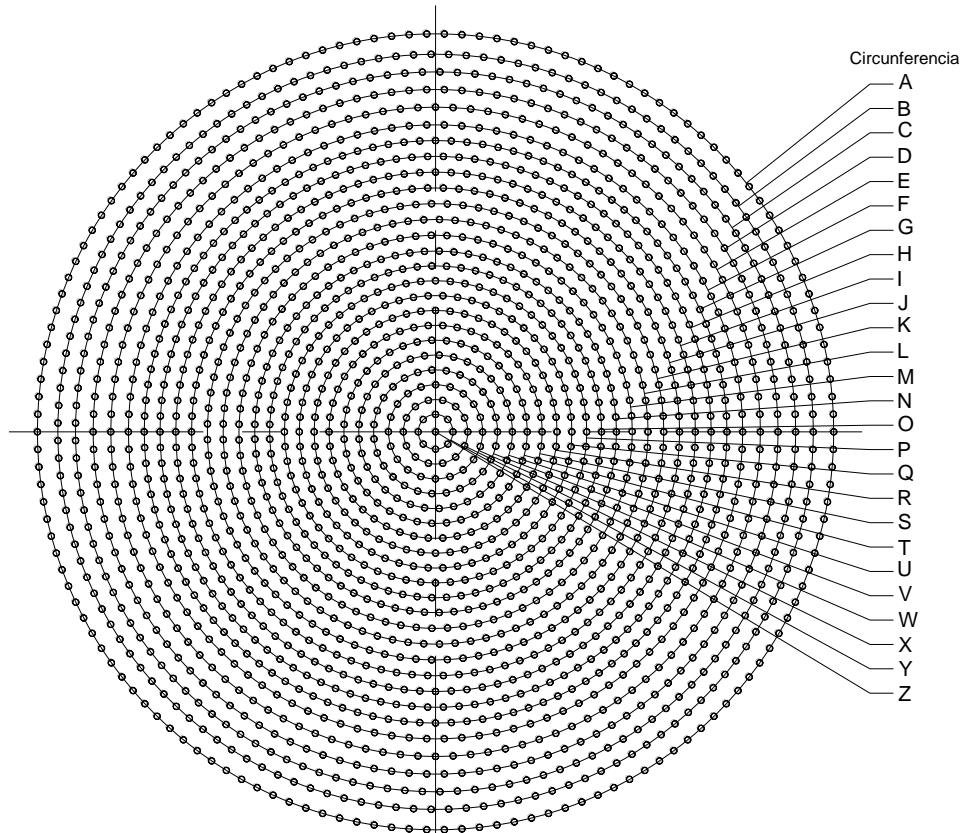


Capítulo 7
Planos y Detalles Estructurales

Hoja 7.0



7.2. Planta de ubicación de columnas para mejoramiento del suelo



Planta de Ubicación de Elementos Geopier

Circunferencia	Radio m	Cantidad	Circunferencia	Radio m	Cantidad	Circunferencia	Radio m	Cantidad
A	32.668	142	J	20.019	98	S	8.741	46
B	30.992	135	K	18.723	91	T	7.522	39
C	29.544	129	L	17.428	85	U	6.303	33
D	28.096	122	M	16.133	79	V	5.084	27
E	26.648	116	N	14.837	77	W	3.864	20
F	25.200	110	O	13.618	71	X	2.645	14
G	23.905	116	P	12.399	64	Y	1.426	8
H	22.61	110	Q	11.180	58	Z	0	1
I	21.314	104	R	9.960	52	Total		1947

Capítulo 7

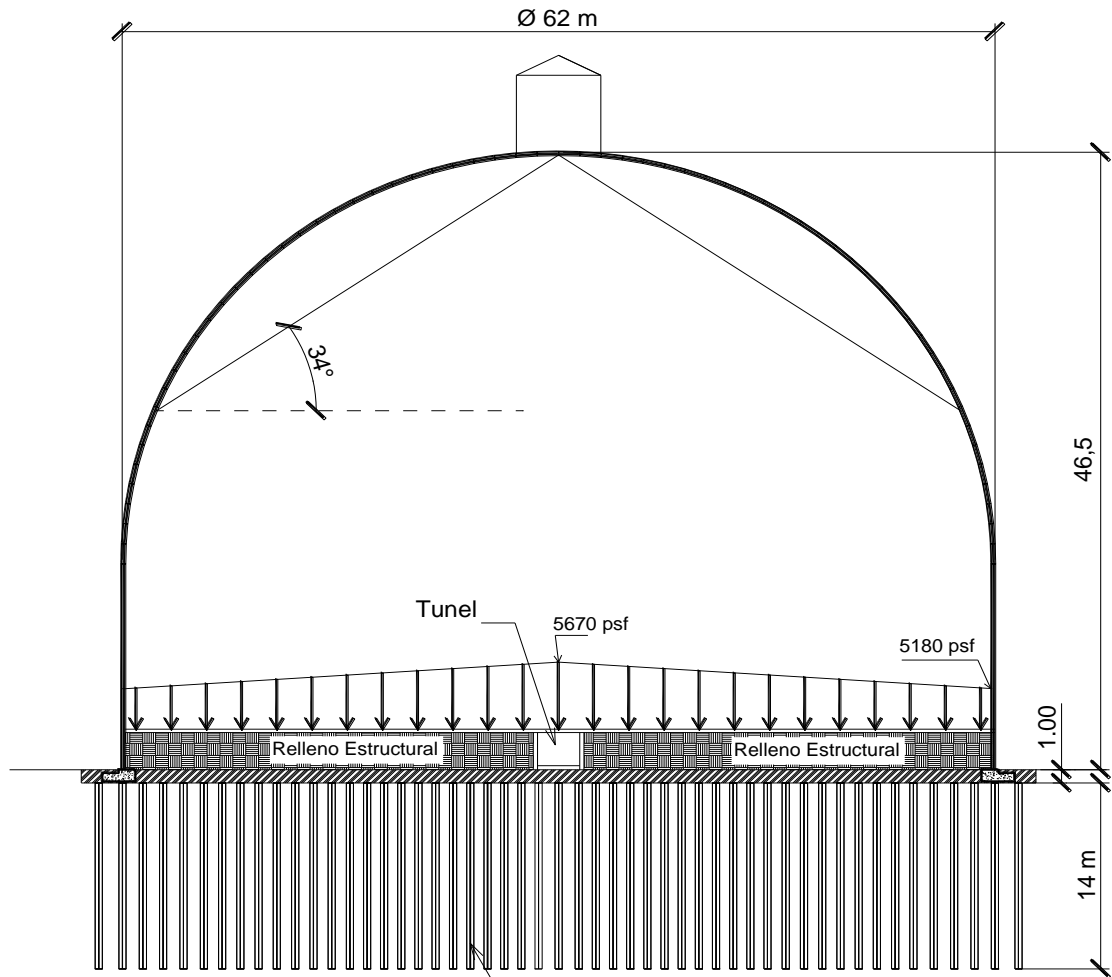
Planos y Detalles Estructurales

Planta de Ubicación de columnas de agregado para mejoramiento del suelo

Hoja 7.1



7.3. Sección transversal de domo con carga distribuida y columnas Geopier®



El sistema **Geopier®** es un sistema innovador de refuerzo de suelo mediante pilas de agregado compactado distribuidas uniformemente sobre la superficie.

Capítulo 7

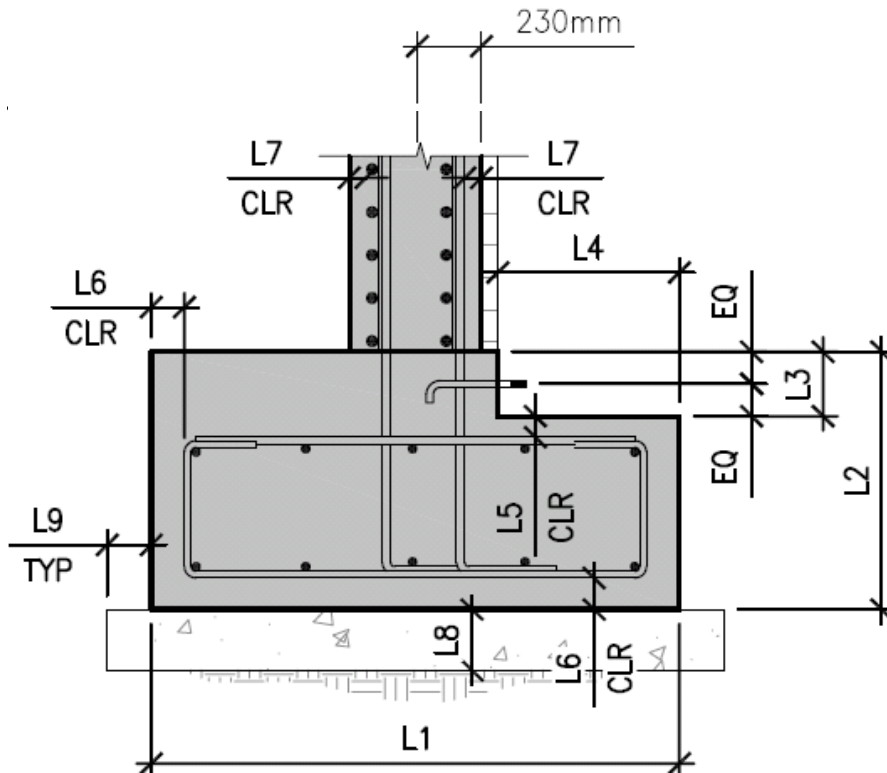
Planos y Detalles Estructurales

Sección Transversal de Domo con carga distribuida y columnas Geopier

Hoja 7.2



7.4. Detalle de viga anular



Marca	Dimensión	Información
L1	1500 mm	Ancho de viga anular
L2	600 mm	Altura completa de viga anular
L3	150 mm	Altura de borde para anclaje
L4	520 mm	Distancia de domo a borde de viga
L5	50 mm	Recubrimiento
L6	75 mm	Recubrimiento
L7	EQ	Recubrimiento
L8	150 mm	Profundidad de concreto de limpieza
L9	150 mm	Ancho de concreto de limpieza

Capítulo 7

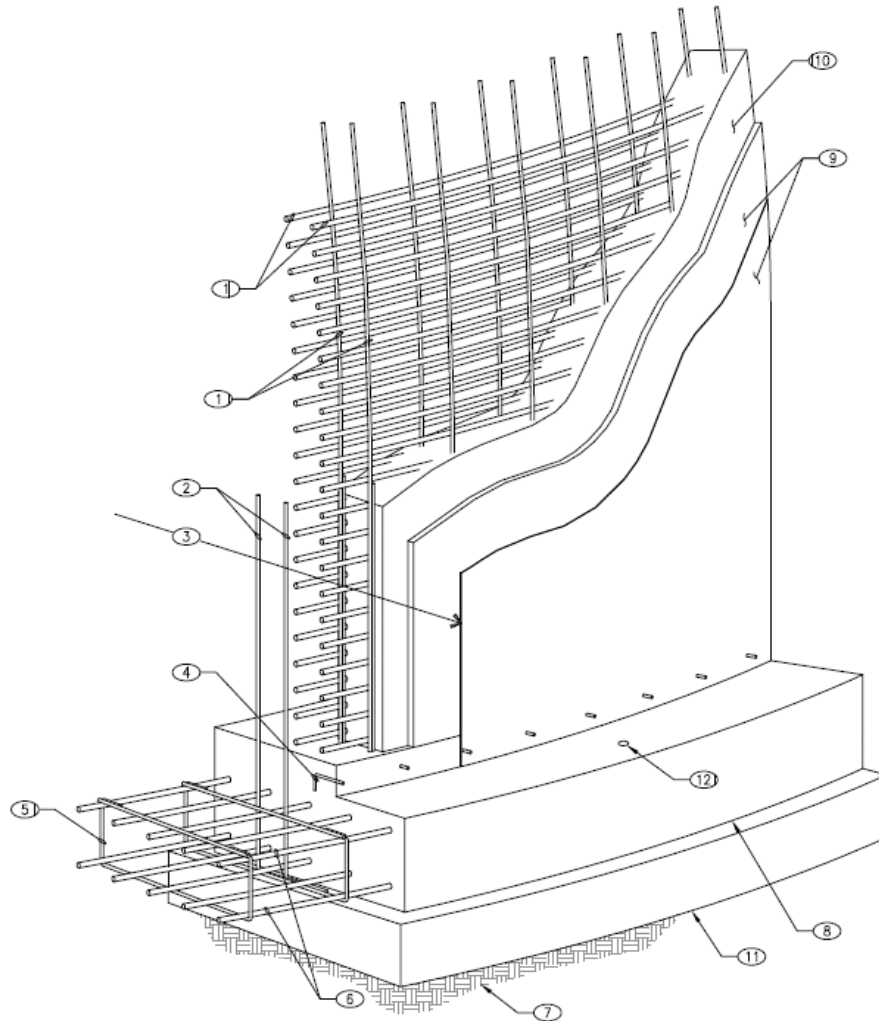
Planos y Detalles Estructurales

Detalle de dimensiones geométricas de viga anular



Hoja 7.3

7.5. Sección de cimiento de domo de concreto



1.	Refuerzo de acero del cascaron del domo	8.	Contorno de concreto de viga anular
2.	Dovelas No. 6 @ 175 mm x 2565 (2 camas) Doble de 300 mm	9.	Formaleta inflada y espuma de uretano de 75 mm
3.	Radio desde el centro del domo a la formaleta inflada 31 m	10.	Cascarón de domo de concreto
4.	Pernos de anclaje ϕ 5/8" x 200 mm embebidos @ 300 mm	11.	Concreto de limpieza
5.	Estribo No. 5 @ 750 mm transversal	12.	Banco de marca para referencia en planta
6.	8 Barras No. 9 @ 175 mm alrededor del perímetro de la viga	13.	Anclaje de formaleta inflable
7.	Plataforma terminada para construcción		

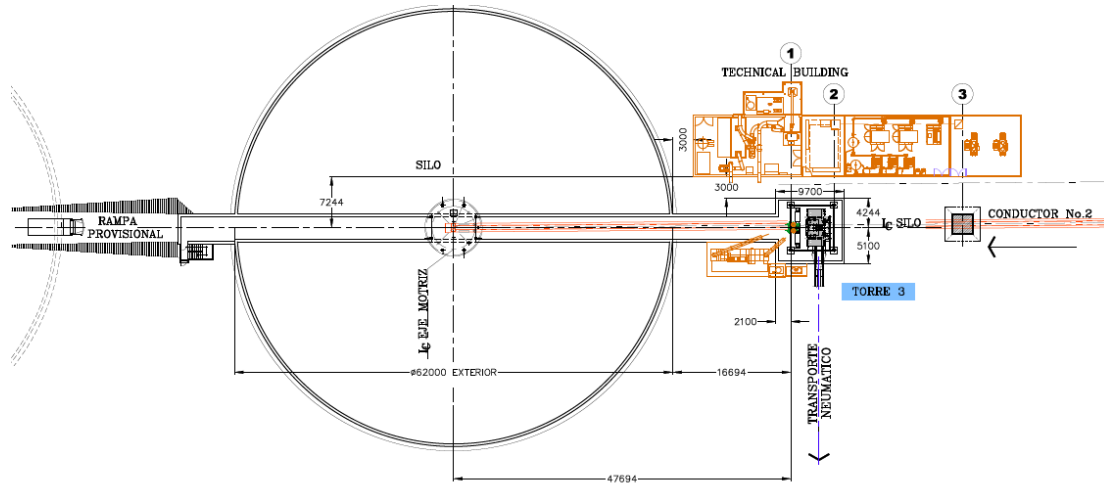
Capítulo 7

Planos y Detalles Estructurales
Sección de cimiento de domo de concreto

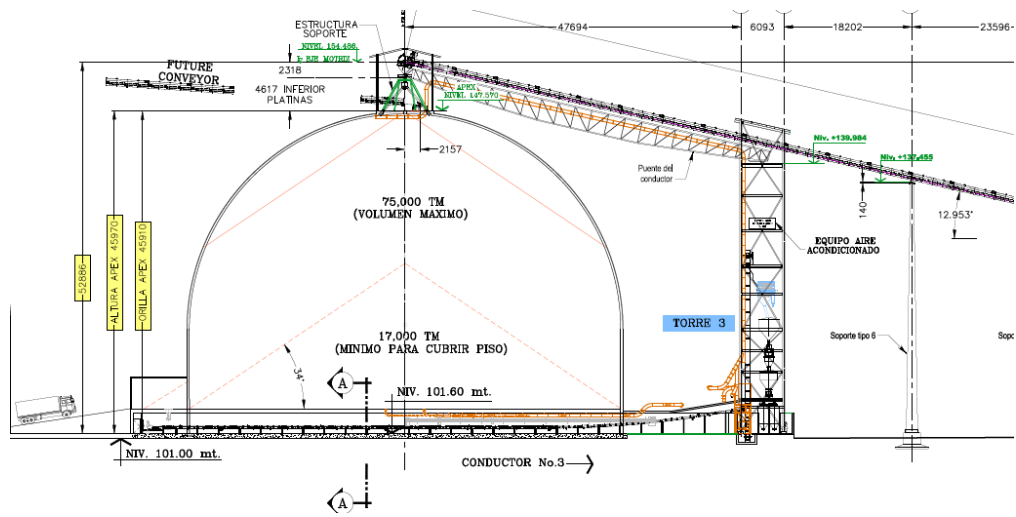


Hoja 7.4

7.6. Planta y elevación de domo



Planta



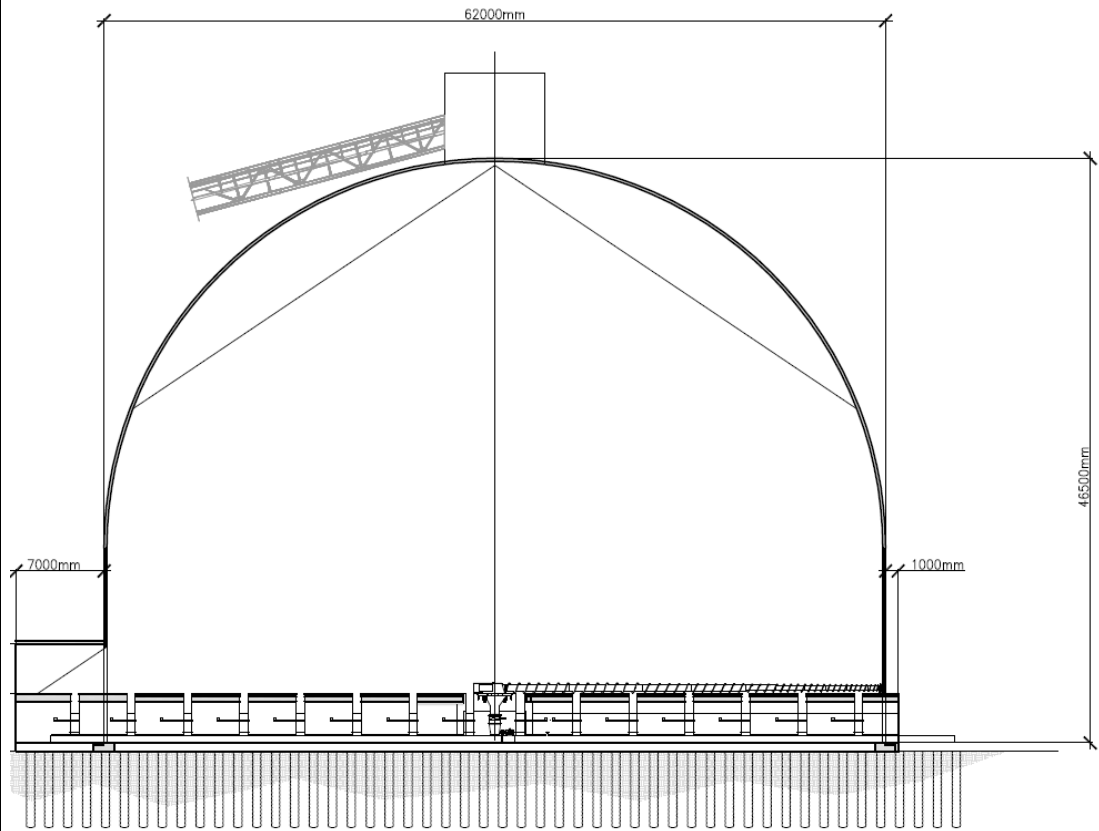
Elevación

Capítulo 7
Planos y Detalles Estructurales
Planta y Elevación de Domo

Hoja 7.5



7.7. Sección transversal de domo con tornillo de descarga Laidig®

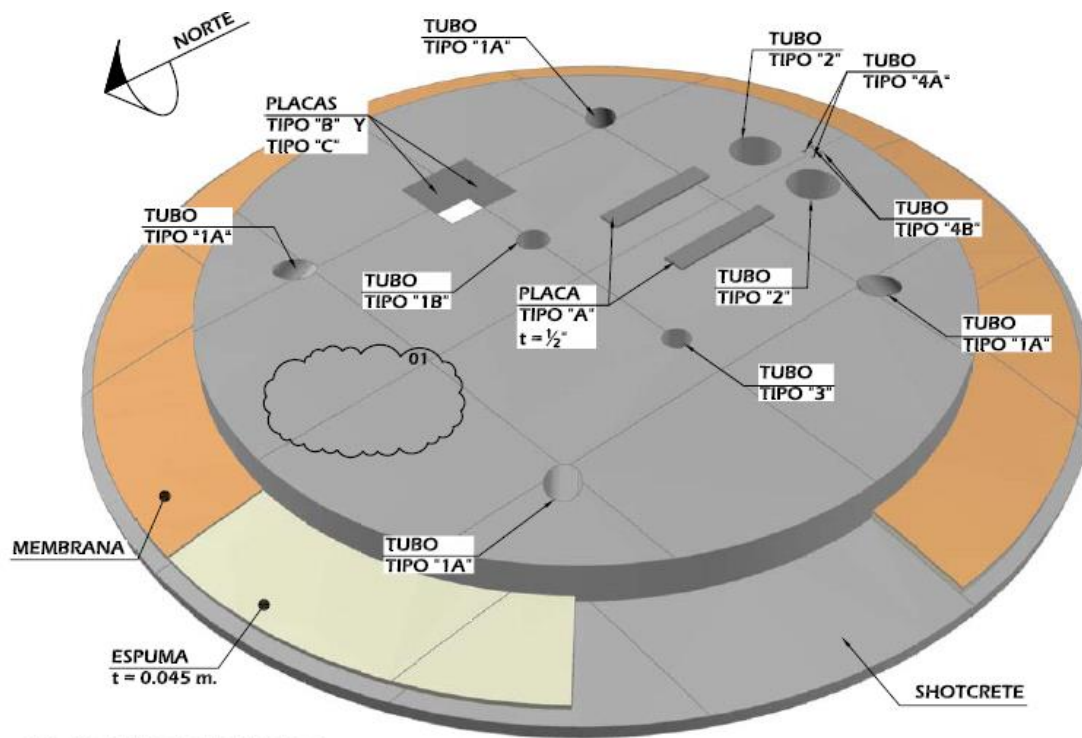


Capítulo 7
Planos y Detalles Estructurales
Sección transversal de domo con tornillo de descarga Laidig

Hoja 7.7



7.8. Isométrico de ápex de domo con aperturas para tubería



ISOMETRICO

SIN ESCALA

- APEX -

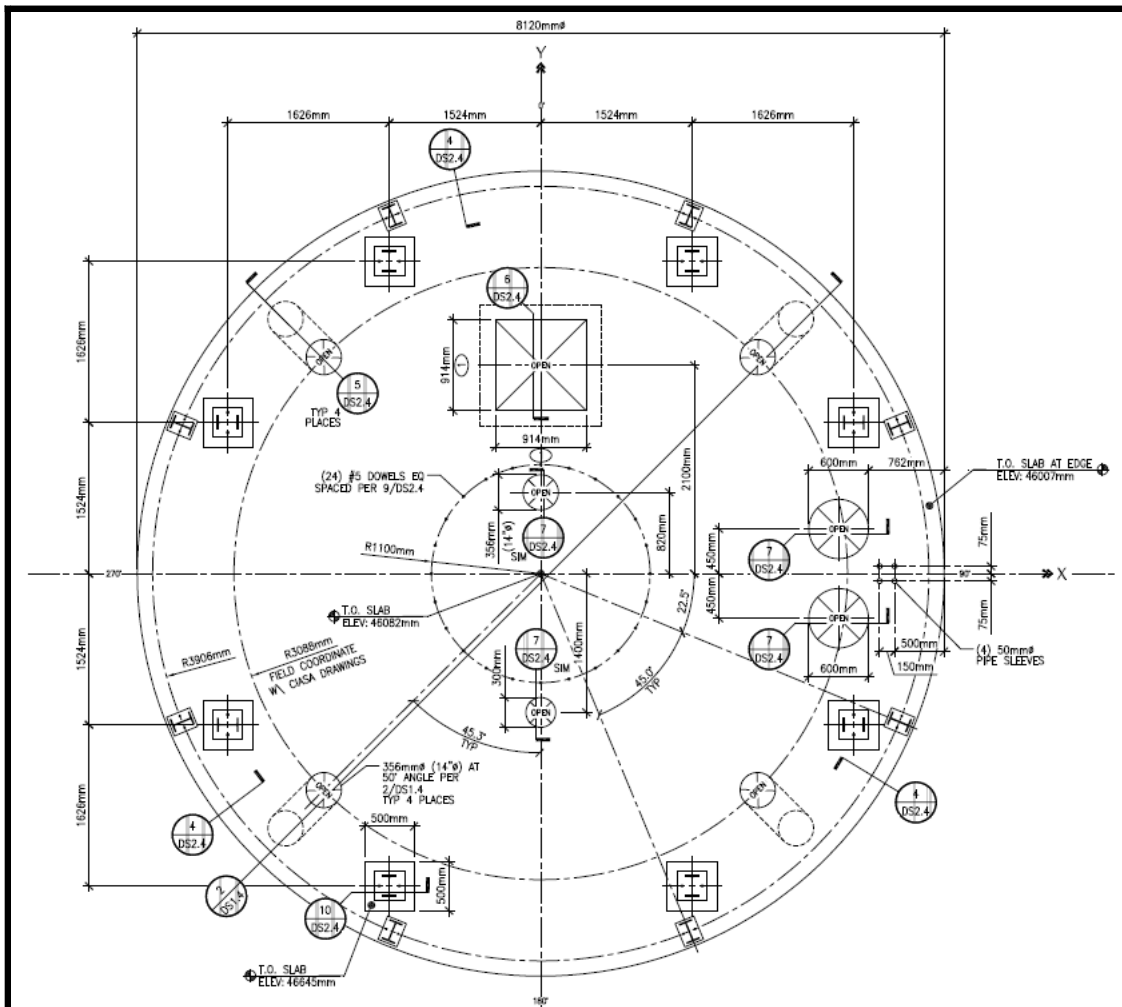
Capítulo 7

Planos y Detalles Estructurales

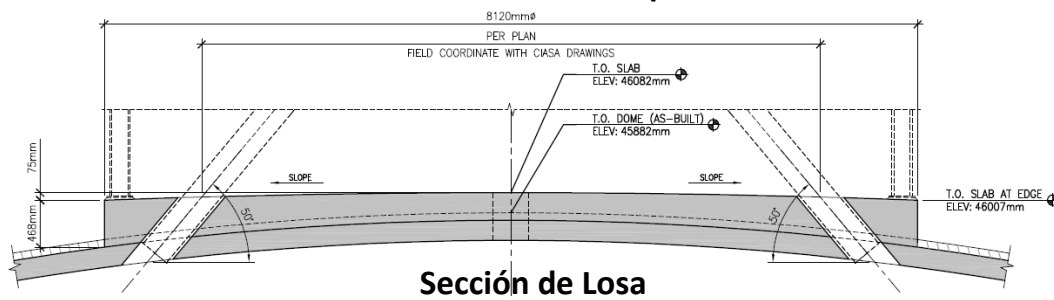
Isométrico de Ápex de domo con aperturas para tubería

Hoja 7.10





Planta de Losa de Ápex



Sección de Losa

Capítulo 7

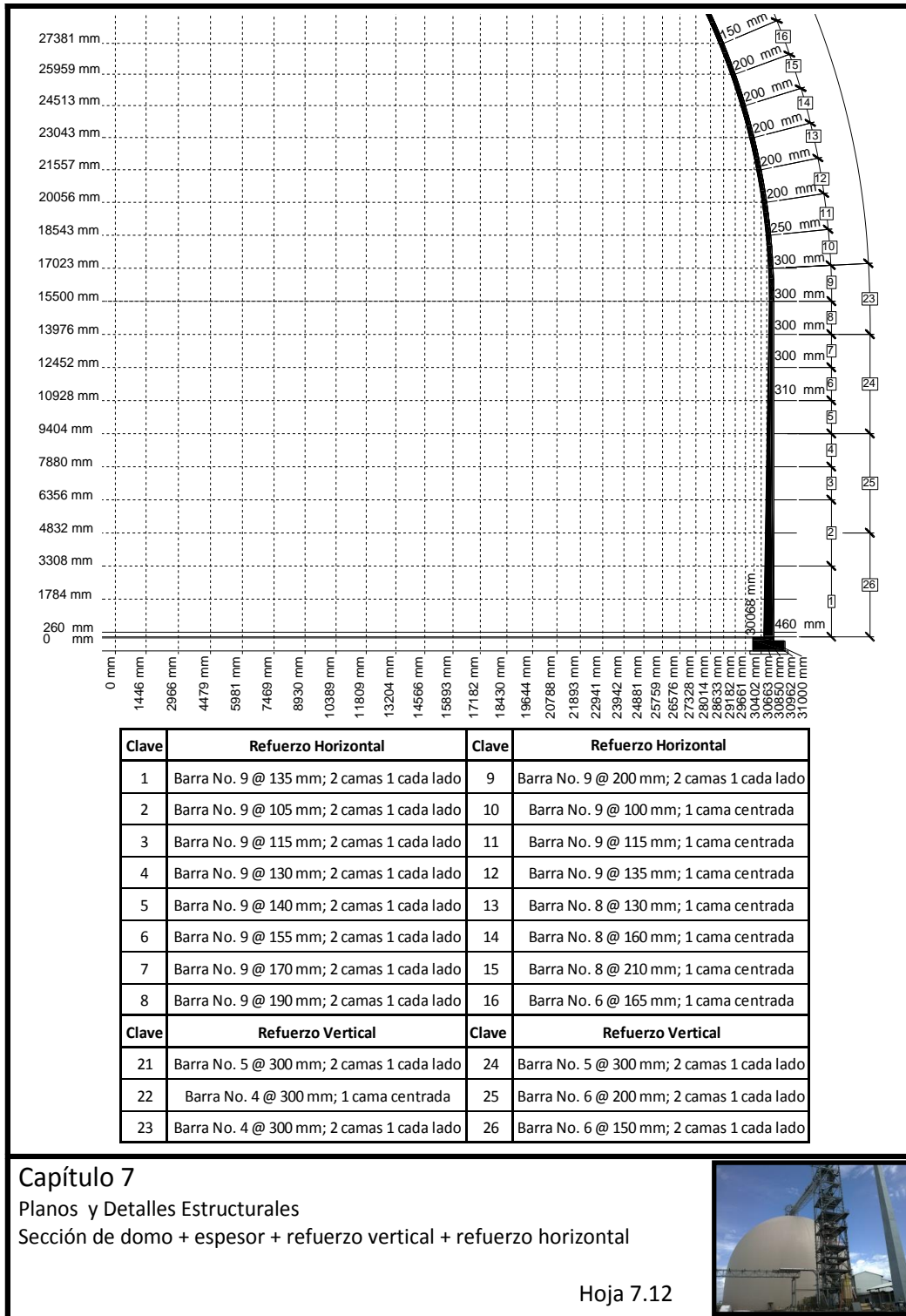
Planos y Detalles Estructurales

Planta y Sección de Losa en Ápex de domo

Hoja 7.11



7.9. Planta y sección de losa en ápex



Capítulo 7

Planos y Detalles Estructurales

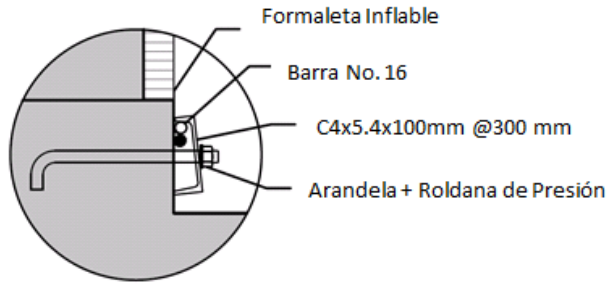
Sección de domo + espesor + refuerzo vertical + refuerzo horizontal

Hoja 7.12

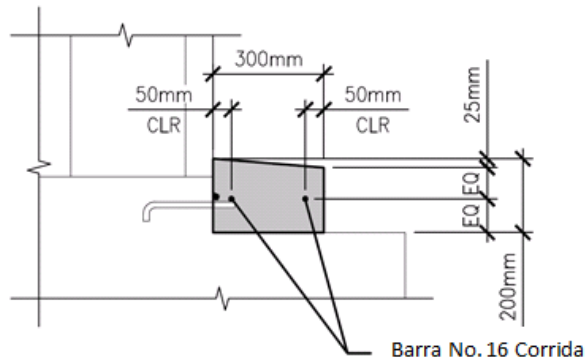


7.11. Detalle de armado altura 26 m

7.12. Anclaje de formaleta inflable/viga anular



Anclaje de Formaleta inflable a Viga Anular durante la Construcción



Solera de Protección de Anclaje de Formaleta Inflable

Capítulo 7

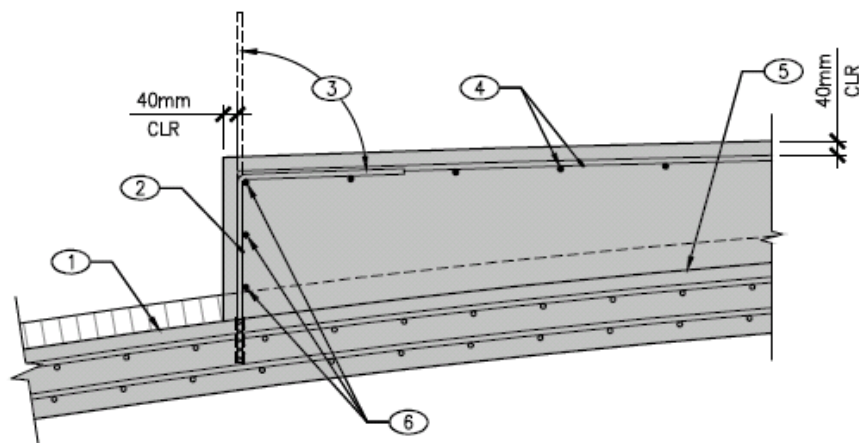
Planos y Detalles Estructurales

Anclaje de formaleta inflable a viga anular + Solera de protección de anclaje

Hoja 7.14



7.13. Anclaje y refuerzo de losa en ápex



Nota:

1. Sección de domo de concreto reforzado
2. Dovelas No. 16 x 1000 m; perforar epoxicar para embeber 125 mm. dentro del cascarón.
3. Doble de dovela sobre cama superior de losa.
4. Barras No. 16 @ 300 mm ambos sentidos.
5. Remover formaleta inflable y espuma, previo a fundición de losa.
6. 3 Barras No. 16 Corridas.

Capítulo 7

Planos y Detalles Estructurales
Anclaje y refuerzo de losa en ápex

Hoja 7.15



8. CAPÍTULO 8: PROCESO CONSTRUCTIVO DE DOMO DE CONCRETO REFORZADO

Con la aplicación del ACI 334.3R – 05 Construcción de cáscaras de concreto usando formaleta inflable; se describirá el proceso constructivo de un domo de 62 m. de diámetro por 46.5 m. de altura. Será utilizado para el almacenamiento de 75 000 toneladas de azúcar, ubicado en Escuintla en zona sísmica 4, Scr 1.65 g; S1 0.60g.

8.1. (1.3) Historia

Desde principios de 1940, muchos métodos de construcción usando formaleta inflable han sido usados. Estos métodos incluyen la aplicación de concreto lanzado (Shotcrete) en el exterior de la formaleta, y espuma y concreto lanzado aplicado a la formaleta en el interior. (ACI 334.3, 2005).

8.2. (1.5) Definiciones

Canasta (*basket*): plataforma aérea que lleva al personal a la altura que requieren para trabajar el domo.

Figura 44. **Canasta para desplazamiento de personal a la altura requerida**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

Cargas muertas (*dead loads*): el peso propio de la estructura más cualquier carga fija como equipo anclado, puentes, soportes, caseta superior, plataformas, pasarelas, cielos falsos y bandas transportadoras ya sea apoyadas sobre la estructura o colgantes.

Incrustados o empotrados (*embeds*): pernos de anclaje, camisas de tubería, tuberías, conductos, refuerzos, alambrado, instrumentos y otros accesorios que estén dentro del concreto.

Figura 45. **Inflador (*inflator*): el ventilador o conjunto de soplado**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

Manómetro (*manometer*): indicador de presión para medir la presión de aire en el interior de la formaleta inflada.

Armadura de refuerzo preliminar (*preliminary reinforcement mat* _ *premat* _): malla de barras No. 3 o No. 4 (No. 10 mm o 13 mm) aproximadamente a cada 2 pies (0.6 m) a centro, que dará al domo rigidez adicional y resistencia antes de que la primera capa de refuerzo estructural sea colocado.

Rechazo (*rebound*): agregado y pasta de cemento que rebota en la superficie durante la aplicación del concreto lanzado por la colisión con la superficie dura, el refuerzo u otras partículas de agregado.

Concreto Lanzado (*shotcrete*): para construcción de cascarones delgados usando formaleta inflada, generalmente se aplica una mezcla de cemento, arena, gravilla con un tamaño máximo de agregado de 3/8" (10 mm) y agua

proyectada a alta velocidad sobre una superficie. (Ver ACI 506R para información sobre concreto lanzado).

8.3. (2.1) Cimientos

La cimentación del domo usualmente consiste en una viga anular de concreto reforzado, circular en planta, rectangular en sección y diseñada para las cargas anticipadas y condiciones de carga del suelo. El cimiento actúa como un anillo a tensión para resistir cargas verticales e internas. Las consideraciones de diseño deben incluir: el tamaño del domo, la ocupación, códigos locales de construcción, estándares nacionales relevantes y reporte de suelo. La viga anular provee el cimiento para finalizar la estructura, puntos de anclaje para la formaleta inflable, el peso debe resistir la presión hacia arriba de la formaleta y el sello para prevenir que el aire presurizado escape. La viga anular también puede usarse como anillo de tensión para resistir el empuje horizontal de la carga interna.

Figura 46. **Viga Anular; fundición y acabado final**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

8.4. (2.2) Concreto

Se debe certificar que cada unidad de concreto entregada cumpla con ASTM C94. Las propiedades del concreto y su manejo serán conforme a ACI 301 y lo siguiente:

- Resistencia mínima a compresión a los 28 días 3000 psi (210 Mpa).
- Máximo tamaño del agregado grueso 1 pulgada (25.4 mm).
- Entrada de aire de 6.5 +- 1.5 % (estos son niveles mayores que en ACI 214R).
- No usar aditivos de cloruro de calcio.
- Relación agua – cemento 0.55 o menos
- Revenimiento de 2 pulgadas (50 mm) mínimo a 8 pulgadas máximo (200 mm).

Si se coloca en suelos agresivos, deberá aumentarse la resistencia a compresión y la resistencia a químicos al ajustar las proporciones de la mezcla. Por ejemplo, puede requerirse utilizar un cemento resistente a sulfato.

8.5. (2.3) Condiciones de suelo

Cuando las condiciones de suelo lo permitan se puede preparar una zanja con las dimensiones requeridas y es aceptable colocar el concreto más las barras de refuerzo en la zanja; si la zanja no es práctica, entonces puede usarse formaleta de metal o de madera. El borde del cimientto será formado, fundido y tallado con la geometría propia para el anclaje de la formaleta inflable.

Dado que el domo es liviano y el cascarón es monolítico, por ende es generalmente tolerable al asentamiento diferencial. Normalmente se usan

zapatas, pero si el suelo no tiene el adecuado valor soporte pueden utilizarse pilotes para soportar el domo. La viga anular y el domo deben ser siempre integrales. Si se usan pilotes o columnas, la viga anular puede colocarse en el borde de los pilotes; la viga de cimentación convencional puede no necesitarse, pero la viga anular si es requerida.

Si el domo se construye para ser resistido por columnas y muros. Puede ser capaz de resistir los asentamientos diferenciales pero las columnas y muros probablemente no. La zanja de cimentación deberá ser inspeccionada por posibles vacíos y pérdida de compactación. Debido a la capacidad tipo puente del domo de concreto se pueden tolerar pequeñas áreas sin compactar (menos del 15 % del cimiento).

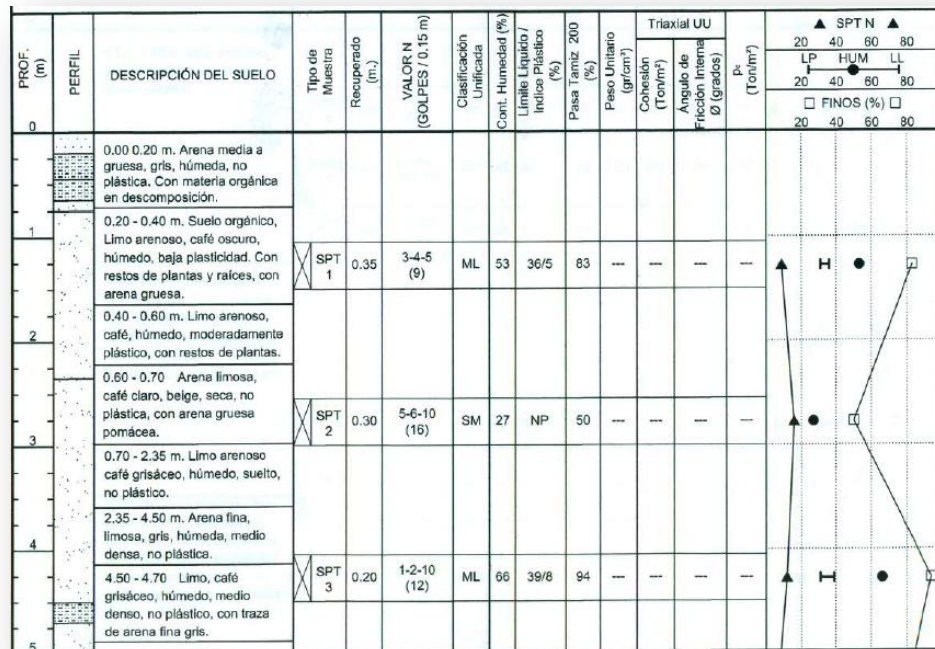
Figura 47. **Construcción de 1947 columnas de grava _Geopier_ para mejoramiento del suelo**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

El cimiento y la estructura del cascarón deberán en todo caso separarse del sistema de piso cuando se espera deformación en el interior por el material almacenado. Esto evitará que el asentamiento del piso, dañe la cimentación del cascaron. Hay casos en que los cimientos y el piso son colocados juntos y entonces se conectan al cascaron, creando una pieza continua que se mueve junta. Esta opción y necesidad deberá discutirse con el ingeniero. El uso de columnas de agregado _Geopier®_ se determinó mediante el estudio de suelos, el cual fue realizado con cuatro sondeos de 40 metros de profundidad con ensayos de penetración dinámica cada 1 m. Encontrándose el nivel freático a una profundidad promedio de 1.7 m. Se determinó que a una aceleración de 0.2 g. el terreno es susceptible a licuefacción por lo que se recomendó el mejoramiento con columnas Geopier® de 45 pies de profundidad.

Figura 48. Perfil estratigráfico del terreno de 0 a 5 metros



Fuente: Rodolfo Semrau. Estudio de suelos.

Entre las recomendaciones adicionales del geólogo (Ing. Rodolfo Semrau), se tiene el corte de 1 m. del terreno natural y sustitución por relleno estructural sobre las columnas de agregado.

Figura 49. **Corte de capa vegetal 1 m de profundidad para sustituirse por relleno estructural**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

8.6. (2.4) Material de refuerzo

Las propiedades del refuerzo serán conforme a ACI 301, se usarán copias de certificación de molino para confirmar que la calidad y cantidad de refuerzo colocado en el proyecto esté acorde con los documentos del contrato.

El refuerzo para el domo usualmente es colocado con topes y soportes adentro del área de cimentación; entonces se cubre antes de extender la formaleta inflable y conectarla a la cimentación.

Figura 50. **Proceso de cubrimiento del refuerzo previo a extender la formaleta inflable**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

8.7. (2.5) Colocación del refuerzo

El refuerzo de la cimentación será colocado de acuerdo con ACI 301 y a la posición mostrada en planos. Soportes de refuerzos, tales como sillas, deberán usarse para asegurar el correcto posicionamiento vertical.

El concreto del domo usualmente requiere cantidades significantes de refuerzo en las puertas de acceso y encajarlo en las dovelas de la cimentación. Para prevenir la deformación en campo de las barras mayores a las No. 7 (No. 22 mm), se pueden colocar camisas de tubo en el cimiento y posteriormente colocar las barras dentro de las camisas, y se fundirán con mezcla no contraíble. Conectores de empalme mecánico pueden también ser usados para conectar las dovelas verticales cortas colocadas en la cimentación. Las camisas de tubo no serán mayores que la longitud de desarrollo de la barra de refuerzo

que estará siendo insertada. El refuerzo será inspeccionado para validar su correcta colocación incluyendo longitud de desarrollo y traslapes.

8.8. (2.6) Colocación de anclajes

Están disponibles muchos diferentes sistemas de anclajes para asegurar la formaleta inflable al cimiento (viga anular). Cada sistema necesita asegurar que las cargas serán adecuadamente transferidas al cimiento.

Los pernos para sujetar la formaleta inflable serán colocados con precisión en el encofrado antes de colocar el concreto.

Figura 51. Colocación de pernos de anclaje previo a fundición de viga anular



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

Algunos fabricantes de formaleta inflable, insertan una cuerda continua en la parte baja y anclan la formaleta por sujeción a una carrera o barra de acero sobre la cuerda a la cimentación, transfiriendo las cargas del inflado.

El sistema de anclaje deberá proveer un adecuado sello para prevenir la excesiva fuga de aire. Los anclajes no trasladarán altos esfuerzos locales a la formaleta inflable.

Figura 52. **Sujeción de formaleta inflable a viga anular**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

8.9. (2.7) Colocación del concreto

El concreto deberá colocarse acorde con ACI 301, con continuidad a menos que se planifiquen juntas. Las juntas de construcción deberán estar lejos de los accesos del domo, porque el refuerzo adicional colocado allí puede afectar la junta. El concreto deberá ser consolidado por vibración. El borde del cimiento deberá tener un acabado rayado y una clave de corte. Antes de

aplicar el concreto lanzado al cascarón del domo, el cimientto deberá estar limpio de cualquier suciedad o residuos sueltos.

8.10. (2.8) Dovelas del cimientto

Si se requiere después de que el concreto es colocado y que la fundición tenga suficiente resistencia, las dovelas verticales deberán ser inclinadas. Las dovelas deberán ser aseguradas y colocadas de manera que no interfieran cuando se extiende la formaleta inflable. Después que la formaleta es inflada y la espuma es colocada, estas barras deberán enderezarse hasta su posición vertical para ser revestidas con el refuerzo de concreto lanzado. Si una dovela se rompe, deberá ser reemplazada barrenando el cimientto y embebiendo una nueva dovela en el agujero y aplicando un epóxico adecuado.

La fundición de las dovelas verticales, cuando sean revestidas con el refuerzo del domo que deberán conectarlo al cimientto. Las dovelas pueden ser colocadas y ajustadas antes de la colocación del concreto o insertarse y consolidarse en el concreto fresco. La inserción en el concreto fresco, requiere que la profundidad del cimientto exceda la longitud de desarrollo de las dovelas, para proveer un refuerzo adecuado al terreno.

Figura 53. **a) Dovelas verticales; b) dovelas dobladas previo a ser cubiertas para el despliegue de formaleta**



Fuente: Ingenio Magdalena S. A.

8.11. (2.9) Prevención de levantado

El diseñador del cimiento deberá considerar la posibilidad de levantado, el peso de la fundición del cimiento tendrá un adecuado factor de seguridad contra el desplazamiento vertical o se deberán agregar anclajes a tierra para resistir la presión de inflado. Un factor mínimo de 1.25 es recomendable. Si la formaleta es asimétrica, el cimiento deberá ser diseñado para prevenir el movimiento horizontal.

8.12. (3) Formaleta inflable

General: la formaleta consiste en una membrana de una sola capa que se extiende luego de ser anclada a la cimentación. Muchas variables afectan la figura de la formaleta inflable, incluyendo clima y tolerancias de fabricación. Predecir la forma exacta de la formaleta inflada es imposible. El material usado para la formaleta puede ser distinto dependiendo de cómo se extienda, produciendo ligeras variaciones en la figura de la formaleta inflada. Estas

variaciones están entre las tolerancias permitidas para el domo. La altura de la formaleta debería estar entre el 3 % de la altura total de la medida de diseño al centro del edificio, por ejemplo un hemisferio de 200 pies (61 m.) de diámetro podría tener una altura al centro que varía 3 % que es igual a 3 pie (+ 0.90 m) o entre 97 y 103 pies (29.6 y 31.4 m).

8.12.1. (3.2) Material de formaleta y fabricación

La formaleta es una estructura de ingeniería de tejido; la figura de la formaleta, tamaño, tejido y fabricación, necesitan ser consideradas antes que la estructura de la formaleta para el cascarón delgado que se diseñe.

8.12.2. (3.2.1) Figura

La figura esférica o porción de una esfera es la formaleta inflable más simple a fabricar y es la más común. Elipsoides, barriles y figuras cilíndricas pueden usarse también.

8.12.3. (3.2.2) Tamaño

Domos de tamaño mayor a 260 pies (79 m.) en diámetro y 130 pies (40 m.) en altura, han sido exitosamente construidos usando formaletas infladas. Tamaños más grandes requieren costillas para ser rociadas en concreto lanzado en el interior o en el exterior para prevenir el pandeo instantáneo.

8.12.4. (3.2.3) Tejido

El tejido de la formaleta inflable deberá ser seleccionado para solventar los requerimientos de resistencia elongación, fabricación, robustez, durabilidad y

características de la superficie deseada. Comúnmente se usa tejido de arquitectura construido con malla de poliéster impregnada de PVC con un rango de peso entre 16 y 51 Oz/yd² (550 a 1730 g/m²).

Los requerimientos de resistencia están basados en el radio de curvatura y la presión de inflado. La robustez y durabilidad será la suficiente para soportar la manipulación durante la extensión y fijación al cimiento. La formaleta inflable puede pesar varias toneladas, aunque la formaleta tejida está diseñada para soportar cargas, se deberá tener cuidado para evitar punzonamiento accidental, rasgamiento o sobre inflación.

8.12.5. (3.3) Disposición en campo

La formaleta inflable deberá ser desdoblada y anclada al cimiento en ubicaciones predeterminadas marcadas tanto en el cimiento como en la formaleta. La formaleta debe ser manejada sin usar instrumentos filosos. Los operadores de izaje deberán ser prevenidos acerca de rasgamientos accidentales de la formaleta. Debe ser colocada y desenrollada por direcciones establecidas por el fabricante y no se desenrollará en suelo húmedo o sobre objetos filosos.

Figura 54. **Fundición de viga anular, relleno estructural & construcción de columnas GeoPier**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.12.6. (3.4) Protección de formaleta

Antes de que la disposición de la formaleta empiece, todos los elementos que puedan dañar esta deberán cubrirse. Por ejemplo, las dovelas verticales extendidas sobre el borde de la cimentación deberán ser flexionadas, cubiertas durante la disposición y anclaje. Generalmente, las formaletas inflables son fabricadas con pequeñas aberturas que se conectan a una exclusiva de aire, para permitir el movimiento de personal durante la construcción.

Figura 55. **Protección de terreno y elementos que puedan dañar la formaleta inflable & despliegue de sur a norte**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 56. **Despliegue longitudinal de formaleta inflable**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Los equipos grandes que se necesiten adentro durante la construcción no pueden pasar a través de la exclusiva, este equipo es colocado dentro del perímetro de la cimentación antes de que el proceso de anclaje termine. Esto puede incluir estructuras de puertas, elevadores de personal, andamios, marcos de tragaluces. Estos elementos, equipos y refuerzos apilados adentro del perímetro de la estructura deberán ser cubiertos antes de desenrollar la formaleta.

Figura 57. **Alineación de equipo pesado, previo a ingreso dentro de la formaleta sin concluir sujeción**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 58. **Ingreso de grúa, previo a sujeción final de formaleta**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.13. (3.5) Estiramiento inicial

La formaleta inflable tendrá una forma muy diferente antes de inflarla que después. Hasta que adquiera su forma final bajo presión continua y consistente por 24 horas. La formaleta inflable es 1 a 2 pulgadas (25 mm a 50 mm) más pequeña que el cimiento y esto hace que se requiera algún estiramiento para anclarla en su posición, esto ayuda a minimizar arrugas o agrupamientos. Es importante estirar la formaleta eventualmente durante su fijación al cimiento.

La discontinuidad de la curvatura puede alterar las fuerzas en la base de la estructura, donde las fuerzas son más críticas y deberían mantenerse en lo mínimo. Es importante que la disposición sea lo más precisa posible y que alguna tensión inicial uniforme sea aplicada a la formaleta durante su

instalación. Después de anclar la formaleta al cemento, la exclusiva de aire y los infladores son colocados.

Figura 59. **Estiramiento de formaleta previo a su sujeción**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 60. **Sujeción de Formaleta**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.14. (3.6) Inflado

Una vez que la formaleta es tensionada en el lugar, atornillada y completamente inspeccionada, puede ser inflada. Deberá inflarse, tan rápido como sea práctico.

Figura 61. **Colocación de esclusa para acceso de personal, previo a inflado**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

La formaleta no debe exponerse a vientos que excedan 15 MPH (25 kph) durante el inflado. Para domos de 200 ft (60 m) en diámetro o más, se recomienda una velocidad máxima de viento de 10 MPH (15 kph).

Figura 62. **Proceso de inflado y revisión de perímetro por posibles fugas**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

La formaleta es inflada con uno o más infladores de alto volumen y baja presión que deben estar en orden de marcha adecuada, y pueden activarse por electricidad, gasolina o diésel. Los infladores deben estar equipados con válvulas de cheque para evitar el escape de presión de aire si un inflador se apaga. El único acceso al inflar la formaleta es la exclusiva de 2.5 pies (0.75 m) de ancho por 6.5 pies (2 m) de alto.

Figura 63. **Proceso de inflado de formaleta, expuesta a ráfagas de viento**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.15. (3.7) Tolerancias de construcción

La formaleta inflable tendrá una tolerancia del 3 % del radio de curvatura de diseño. El cimientó normalmente tendrá 0.2 % del radio de construcción.

Figura 64. **Formaleta inflable a un 85 % de su forma final**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.16. (3.8.2) Monitoreo de la presión de aire

Todos los sistemas de presión de aire deberán tener un mecanismo de control para asegurarse que la formaleta no este sobreinflada o subinflada.

El rango de presión interna del domo es usualmente de 1.5 a 3 pulgadas (40 mm a 75 mm) de columna de agua, dependiendo del tamaño de la estructura. El medidor de presión (manómetro), puede ser tan simple como un tubo que contenga agua de color conectado a un agujero de la formaleta hacia el exterior. La presión adicional en el tubo empujará el agua. La diferencia en la distancia vertical es la presión de aire actual leído en pulgadas de columna de agua.

8.17. (3.9) Prevención de colapso

Se debe tener cuidado durante la construcción para evitar la deformación local, que pueda conducir al colapso total de la estructura. El concreto lanzado aplicado en espesor mayor al especificado causa una carga muerta adicional, que puede vencer la resistencia de la presión de aire. Investigaciones de fallas de domos han concluido que la mayoría fueron causadas por cualquiera de: falta de criterio o mala aplicación durante el proceso del concreto lanzado.

Figura 65. **Vista interior de formaleta en proceso de inflado**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.18. (3.12) Espuma de poliuretano

Después que la formaleta es inflada, la espuma de poliuretano es aplicada en el interior. El espesor mínimo terminado usualmente es de 1.5 pulgadas (40 mm), pero cada proyecto de domo deberá especificar un espesor requerido y las tolerancias. El poliuretano sirve para los siguientes propósitos: ayuda a aislar el domo completo; proporciona un medio para fijar los soportes de refuerzo que sujetan las barras en su lugar y rigidiza la formaleta antes de la aplicación del concreto lanzado.

La espuma de poliuretano deberá ser inspeccionada para cumplimiento de especificaciones una vez llegue al sitio de trabajo y se coloca en un lugar protegido del tráfico y si es necesario del calor o frío extremo.

8.18.1. (3.13) Preparación

Antes que la espuma de poliuretano pueda ser aplicada a una formaleta inflada, la superficie deberá estar seca; porque la espuma no se adhiere a superficies húmedas. Cuando el clima es frío, una cantidad significativa de calor

seco se requiere en el interior de la formaleta para remover el agua condensada. La formaleta inflada deberá inspeccionarse antes de empezar la aplicación de espuma para asegurarse que esta esté seca. Se aconseja aplicar una imprimación si lo recomienda el fabricante. Aberturas y puntos embebidos deben marcarse antes y después de aplicar la espuma.

8.18.2. (3.14) Aplicación de espuma

Cuando la espuma es aplicada, los trabajadores deberán usar equipo de seguridad apropiado como lo sugiera el fabricante. La primera capa deberá ser aproximadamente de 3/8" a 5/8" (10 a 15 mm) de espesor. Después se aplica la segunda capa aproximadamente de 5/8" (15 mm); en este momento se pueden colocar los sujetadores de refuerzo del concreto lanzado. La colocación de estos sujetadores corresponde al tamaño y ubicación futura del refuerzo que ellos soportarán.

Figura 66. **Aplicación de espuma de poliuretano en el interior**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

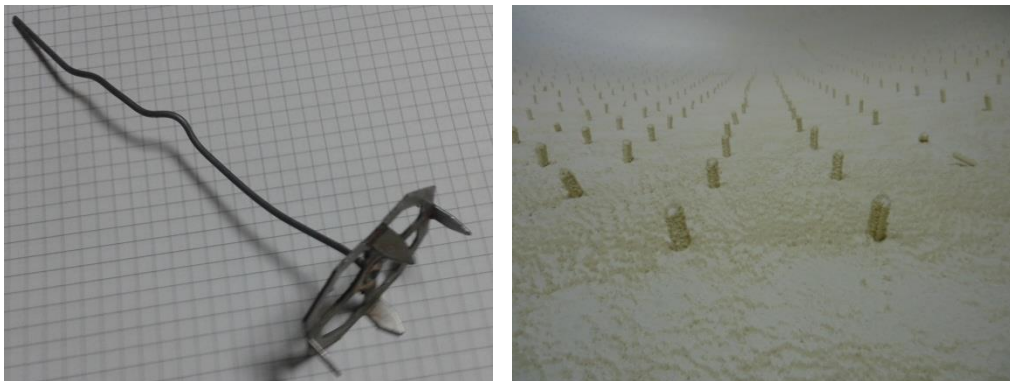
Figura 67. **Equipo de seguridad para aplicación de espuma**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

La base de los sujetadores de refuerzo es usualmente embebida con aproximadamente 1.2 pulgadas (30 mm) de espuma. Si el sujetador no es adecuadamente embebido, puede salirse cuando se instale el refuerzo, dependiendo del armado estructural, así será el espesor de la espuma sobre el sujetador, el mínimo debe ser 1.2 pulgadas (30 mm).

Figura 68. **Sujetador de barras de refuerzo b) Distribución de sujetadores sobre superficie**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.19. (3.15) Peligros en la construcción

Algunos peligros para la formaleta inflada, durante la construcción incluyen viento, nieve y cargas muertas de construcción anticipadas.

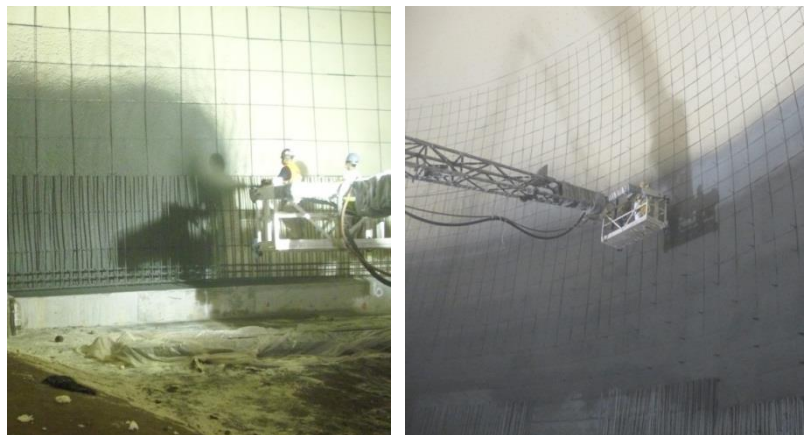
- Viento: las formaletas infladas tienen un gran riesgo de daño durante el inflado inicial. Los infladores deben tener la capacidad de inflarlas lo más rápido posible para minimizar el riesgo. Una vez inflada la formaleta a su presión de diseño soportará vientos arriba de las 40 mph (60 kph).
- Cargas de construcción: una vez que la espuma es aplicada, la formaleta tiene una rigidez adicional. Todas las cargas impuestas en la formaleta inflada durante la construcción, deberán considerarse seriamente. La secuencia de construcción y técnicas deben ser cuidadosamente planificadas para evitar cargas imprevistas antes de la finalización del proceso de concreto lanzado.
- Ventilación adecuada: si se utilizan máquinas de combustión interna dentro del domo en construcción, deberán tener su escape entubado hacia el exterior.

8.20. (4.1) Concreto lanzado en el domo

General: el concreto lanzado es un mortero o concreto que es neumáticamente proyectado a alta velocidad sobre la superficie, debe satisfacer los siguientes criterios:

- Deberá poder bombearse a lo largo de la tubería requerida. En algunos casos la mezcla pasa en mangueras de 200 a 300 pies (60 m a 90 m) de largo.
- El refuerzo deberá cubrirse totalmente por el concreto, se debe tener una operación adecuada de la boquilla en relación a la proporción de la mezcla. El concreto lanzado debe aplicarse lo suficientemente húmedo para que fluya alrededor del refuerzo.
- El concreto lanzado deberá alcanzar la resistencia a compresión especificada en el proyecto. El mínimo recomendado es 3000 psi (21 Mpa). La mínima cantidad de cemento por mezcla es 705 lb/yd³ (418 kg/m³). Sin embargo 100 lb/yd³ de cemento (59 kg/m³), pueden ser reemplazadas con 120 lb/yd³ (71 kg/m³) de ceniza. El ratio de agua cemento máximo recomendado es 0.55.

Figura 69. **Aplicación de concreto lanzado**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.21. (4.2) Material de refuerzo

Tamaño: el máximo tamaño del material de refuerzo será barra No. 11 (36mm); para barras mayores que No. 5 (No. 16), deberá mostrarse una evaluación de preconstrucción para la adecuada colocación de las barras.

8.22. (4.3) Espaciamiento libre entre barras

La distancia mínima recomendada entre barras de refuerzo paralelas es 2.5 pulgadas (60 mm). Cuando dos o más capas de barras de refuerzo se usan, la primera capa deberá ser ajustada en su lugar seguida por una cubierta de concreto lanzado, entonces se coloca y ajusta la segunda capa de refuerzo y se aplica el concreto lanzado; esto continúa hasta que todas las capas sean colocadas y cubiertas con concreto lanzado.

8.23. (4.4) Empalmes

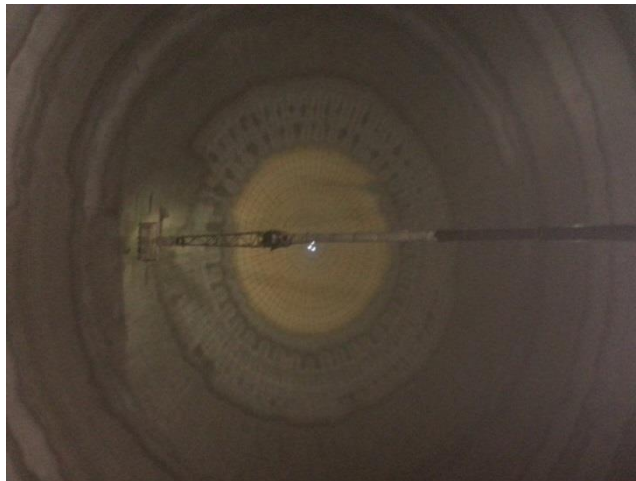
El domo es una estructura tridimensional compleja. El refuerzo en cáscaras delgadas con aislamiento y construidas con concreto lanzado en su interior, deberá ser empalmado con sistemas mecánicos o con empalmes traslapados. Cuando se utilicen empalmes traslapados deben estar firmemente conectados entre sí para agregar rigidez a la malla de refuerzo durante la construcción.

Figura 70. **Colocación de acero estructural**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 71. **Aplicación de concreto lanzado cerca de ápex**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

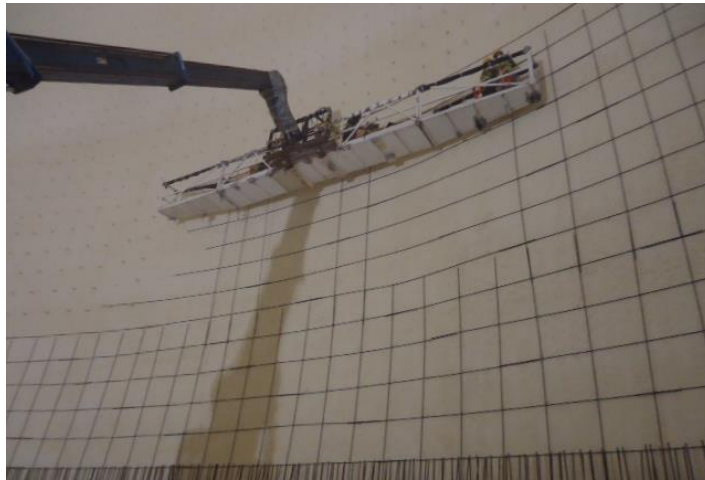
8.24. (4.5) Recubrimiento

Aplicar una capa de concreto lanzado contra la espuma antes de colocar el refuerzo del domo, permite que las barras de refuerzo sean ajustadas contra una superficie de concreto, lo que garantiza que las barras tendrán una cubierta de concreto lanzado entre ellas y la espuma. Por lo tanto quedarán encerradas entre concreto lanzado. En general, deberá haber como mínimo $\frac{3}{4}$ " (20mm) de concreto lanzado entre la espuma y el refuerzo.

8.25. (4.6) Malla preliminar de refuerzo *_Premat_*

En domos grandes (más de 150 pies de diámetro [46 m]), el contratista algunas veces coloca una malla preliminar de barras de refuerzo. La malla preliminar es normalmente en barras No. 3 o No. 4 (No. 10 o No. 12) a cada 2 pies (0.60 m) centro a centro, ajustadas contra la espuma de poliuretano usando los sujetadores y separadores de barras. La malla preliminar le da al domo una rigidez adicional y resistencia para propósitos de construcción que permitan al operador de la boquilla del concreto lanzado embeber la cama o malla de barras de refuerzo en el primer paso. Esta primera aplicación de concreto lanzado es reforzada y tiene suficiente resistencia y rigidez para soportar y manejar las mallas o camas más pesadas de barras de refuerzo sin deformación significativa de la forma del domo.

Figura 72. **Colocación de armadura preliminar _Premat_**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

La cama preliminar de barras de refuerzo no es considerada generalmente en el diseño final del domo, y por eso se colocan de acuerdo a los requerimientos del contratista.

8.26. (4.7) Refuerzo del cascarón

El refuerzo estructural del domo deberá colocarse de acuerdo a los documentos del contrato. Cuando el cascarón requiera más de una capa, la primera cama es usualmente colocada y embebida con concreto lanzado al menos en su parte posterior antes de que una malla adicional estructural sea colocada. Una excepción a esto puede ser alrededor de la puerta de acceso donde más de una capa es colocada. El concreto lanzado iniciará en el fondo o base y embeberá por completo las barras de refuerzo como si se construyera una columna verticalmente.

Figura 73. **Área de puerta de acceso**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

El manejo de las barras de refuerzo inicia directamente sobre la cimentación, donde las dovelas verticales son llevadas a su posición. Cualquier pieza embebida, recortes, camisas, platinas de apoyo u otros insertos se colocan a lo largo con las barras de refuerzo. Los electricistas podrán colocar sus conductos en este momento. Toda acción no debe afectar la integridad estructural del domo y no debe interrumpir el esfuerzo general de la construcción de este. Refuerzo de fibra no es aceptable como sustituto de las barras de refuerzo en la estructura de domo de concreto lanzado.

Figura 74. **Soldadura de tierras físicas**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.27. (4.17) Curado

Durante el periodo de curado, el concreto lanzado deberá mantenerse arriba de los 40° F (4°C) y en condiciones húmedas. El concreto lanzado deberá mantenerse continuamente húmedo o sellarse con un curador aprobado según ACI 506R. La mayoría de construcciones de domos usando el método interno de concreto proyectado en el interior de una formaleta inflada, retiene humedad y el ambiente no requiere humedad adicional para curado. El curado debe continuar por 7 días después de que el concreto lanzado es aplicado o hasta que se obtenga la resistencia a compresión especificada.

8.28. (4.20) Terminación

Después que la capa final de concreto lanzado es colocada, la presión de aire deberá mantenerse continua hasta que el diseñador determine que la estructura se autoporta. En domos con paredes de sección más gruesa, los infladores pueden apagarse después que el diseñador determine que suficiente concreto lanzado ha sido colocado y suficiente resistencia ha sido ganada por el domo para que se autoporte, y permita tomar las cargas de las sucesivas capas de concreto lanzado. Esto es generalmente después que la primera capa de refuerzo estructural es colocada y completamente embebida con el concreto lanzado. Cuando los ventiladores se apagan y la operación de concreto lanzado es terminada, se puede proceder con los acabados tales como, plomería pintura estructuras interiores, etc.

Figura 75. Vista aérea de domo



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

8.29. Obras complementarias

Caseta principal _Head House_: estructura colocada en el ápice del domo donde ingresa el producto a ser almacenado.

Figura 76. **Vista de domo con estructura metálica de caseta principal en su ápice**



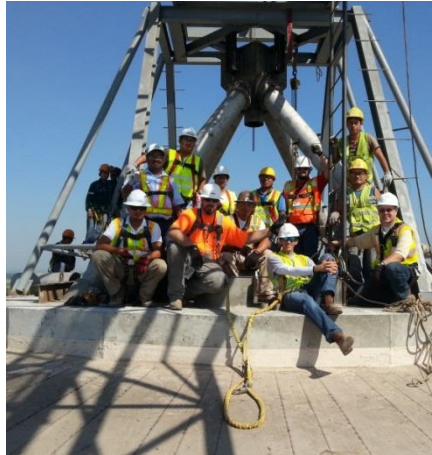
Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 77. **Conductor de llenado**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

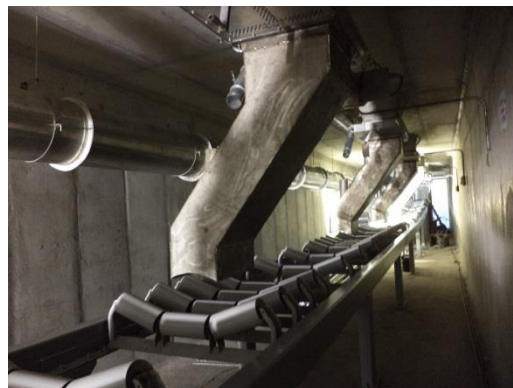
Figura 78. **Equipo de trabajo**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Túnel de vaciado: túnel de 3 m x 3 m x 80 m; con tolvas de descarga a conductor.

Figura 79. **Construcción de túnel de descarga de producto almacenado**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 80. **Vista de ductos de aireación desde ápice**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 81. **Limpieza de superficie con agua, previo a aplicación de pintura**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 82. **Superficie interior con pintura grado alimenticio Hi solids catalyzed epoxy de Sherwin – Williams previa aplicación de primer Loxon XP**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 83. **Tornillo de descarga de producto almacenado**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 84. **Ubicación de 8 _blast doors_, secciones de menor espesor para situaciones de explosión por el producto almacenado**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 85. **Entrada a domo**



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

Figura 86. Primera descarga del producto a almacenar



Fuente: Ingenio Magdalena. S. A.

9. DISCUSIÓN DE ALCANCE DE OBJETIVOS E HIPÓTESIS

- Las consideraciones que se deben tomar en cuenta al analizar y diseñar domos esféricos de concreto reforzado se han representado en un cien por ciento en la presente investigación, aunque queda abierto el seguimiento de estudio en cuanto a las vibraciones e influencia de los movimientos de carga y descarga del producto almacenado en el caso que el domo cumple función de silo, se puede establecer que el objetivo general se logró.
- Las cargas que influyen en el comportamiento del domo fueron descritas de forma que su aplicación sobre la superficie del elemento estructural se diera en configuración matemática, y al aplicarse en las combinaciones establecidas tanto en normas nacionales como internacionales, emulen de manera eficiente los valores de esfuerzo y deformación que se deben solventar en el diseño.
- En relación con las características geométricas del domo, se deberá buscar que sean lo suficientemente delgados que no puedan desarrollar momentos de flexión; pero a la vez su espesor deberá garantizar que no se presente riesgo de pandeo, para cumplir con este objetivo se determinó que el espesor mínimo recomendable es de $3 \frac{1}{2}$ " (± 9 cm.). Existen otros factores como las condiciones de borde del domo y la forma en que se apliquen las cargas.

- Se aplicaron los conceptos de análisis estructural por elementos finitos, tanto con la plataforma Excel como con el programa SAP2000 con una mayor precisión, lográndose establecer una relación con los resultados generados por las fórmulas establecidas en la teoría de membranas.
- En cuanto a las variaciones que se pueden presentar en la utilización de los tres métodos de análisis estructural para domos esféricos de concreto reforzado se puede determinar que influyen: la asignación de cargas, las características tridimensionales no contempladas en el método PCA y plataforma Excel, la configuración de los apoyos y restricciones del domo y los errores involuntarios en la generación de la discretización del modelo estructural en plataforma Excel.
- Se cumple con el diseño del domo esférico de concreto reforzado por resistencia con la aplicación de requerimientos estructurales contemplados en las normas. Facilitando su comparación de resultados de diseño, con un caso real construido en Escuintla, Guatemala.
- En relación a la hipótesis, se puede exponer que aún cuando el domo esférico de concreto reforzado es un elemento estructural que en su función de silo o reservorio posee características que facilitan el control de temperatura humedad e inocuidad en volúmenes de almacenaje considerables; cuando se tienen diversas calidades o tipos de producto no pueden almacenarse a la vez, y ya que se tendrían mezclas y se perderían las características del producto final.

Se debe garantizar un sistema de reclamo que garantice la extracción del producto almacenado en su totalidad para evitar remanentes que puedan estar sujetos a deterioro.

Los sistemas de descarga del producto a almacenarse deben evitar trasladarle cargas adicionales por vibración al domo, o considerar un sistema de anclaje que en su diseño absorba los efectos de la vibración por descarga. En el caso del control de temperatura, los accesos de descarga son puntos donde las condiciones externas al domo pueden influir, por lo que se debe considerar su adecuado manejo.

- La presente investigación genera un aporte importante a la ingeniería de la construcción, con suficiente información de base para el diseño de domos hasta un diámetro de 62 m; dejando abierto el campo para dimensiones mayores y condiciones de borde diferentes.
- Utilizando los criterios de las normas ACI y las fuentes bibliográficas, se incluye el diseño de pared cilíndrica para carga lateral y considerando su unión con el domo como un punto sin restricción, facilitando el comportamiento en voladizo.

CONCLUSIONES

1. Las consideraciones que deben contemplarse en el análisis y diseño de domos inician con las condiciones del sitio donde se ubicará el elemento estructural, la definición del espectro de respuesta de acuerdo a ASCE 7 y AGIES; la determinación de cargas y su asignación bajo las combinaciones de acuerdo a las normas, el establecimiento de la geometría mediante ACI; el análisis mediante las fórmulas establecidas por PCA, la teoría de membranas y el programa SAP2000.
2. La configuración de cargas para domos esféricos se puede efectuar mediante dos aplicaciones: uniformemente distribuida y carga concentrada, los tipos de carga a configurar son: muerta; viva, que no debe ser menor a 60 kg/m² ni exceder 98 kg/m²; la carga sísmica que para el tipo de elemento estructural debe basarse únicamente en un análisis modal en el que se requiere determinar la zona sísmica y sus coeficientes correspondientes; la carga de viento que puede establecerse utilizando la velocidad básica de viento del sitio y sus correspondientes factores. Adicional a estas cargas se tiene la carga lateral, la que es aplicable cuando el domo cumple la función de reservorio y el producto almacenado ejerce presión sobre parte de la superficie del mismo; la carga por cambio de temperatura que puede afectar al domo cuando este cerca de valores de 70° (F), ya que puede causar tensiones que controlarían el diseño y la carga por lluvia que podría considerarse cuando la superficie del domo tenga una pendiente mayor a 1.19°.

3. Las características geométricas del domo deben tener su punto de partida en el espesor del cascarón, el cual debe ser suficiente para permitir espaciar y proteger el acero de refuerzo pero no menor a 3 ½" (8.9 cm). La relación entre radio y espesor de domo no debe exceder a 500 o deberá tenerse especial consideración en el diseño por posibles efectos de pandeo de acuerdo a PCA. El espesor del cascarón debe ser tan delgado que no pueda desarrollar momentos de flexión.
4. Los conceptos de análisis estructural por elementos finitos a un domo se han aplicado mediante la discretización del cascarón a través de figuras triangulares, que son configuradas de forma matricial e interrelacionadas mediante la matriz global; determinando la matriz de rigidez y la matriz constitutiva para tensiones planas, con la correspondiente aplicación de cargas externas, con las cuales se puede obtener la presión (PSI o kg/m²) en los puntos de control y bajo las restricciones de los apoyos.
5. Las variaciones que se pueden generar al hacer un análisis comparativo entre el método de elementos finitos usando la plataforma Excel y el programa SAP2000, pueden explicarse como consecuencia de tener un modelo en dos dimensiones en Excel y un tridimensional con segmentos de 12 pulgadas x 12 pulgadas en SAP2000, adicional a esto se tiene que los apoyos en el modelo de plataforma Excel se limita al inicio o borde del domo.
6. El diseño de un domo esférico por resistencia; se efectuó determinando la carga última como la suma de carga muerta y carga viva factoradas, con las cuales se establece el esfuerzo anular y el esfuerzo meridional en diferentes puntos de la superficie del domo, validando que estén dentro del rango permisible y asignando el acero de refuerzo en las

cantidades que demande el diseño. Cuando el ángulo barrido desde la corona del domo hacia el borde sea igual a 90° no se requiere viga tipo anillo.

RECOMENDACIONES

1. Previo al diseño estructural de domos esféricos de concreto reforzado, se debe buscar ampliar el conocimiento sobre su comportamiento y limitaciones.
2. Es importante realizar una constante revisión de las actualizaciones de normas, códigos y demás documentos que se generen en el campo de diseño y construcción de domos esféricos de concreto reforzado.
3. Todos los conceptos y configuraciones aplicables al modelo estructural del domo esférico de concreto reforzado deben definirse, previo a la introducción de datos en cualquier programa de diseño estructural como SAP2000.
4. Al utilizar parámetros y criterios en el proceso de cálculo y diseño estructural; se debe indicar la referencia de los mismos para no generar incertidumbre en cuanto al origen de estos.

BIBLIOGRAFÍA

1. ACI 334.3, A. C. (2005). *ACI 334.3, Construction of concrete shells using inflated forms*. USA.
2. ACI 350, A. C. (2002). *Seismic design of liquid containing concrete structures A.C.I. 350-01*. USA.
3. ACI313, A. C. (1997). *Standard practice for design and construction of concrete silos and stacking tubes for storing granular materials*. USA.
4. ACI318 S-11, A. C. (2011). *Building code requirements for structural concrete*. U.S.A.
5. ACI334.1, A. C. (1992). *Concrete shell structures*. USA.
6. ACI350-06, A. C.-0. (2006). *Code requirements for environmental engineering concrete structures*. USA.
7. AGIES, A. d. (2010). *Normas de Seguridad Estructural de Edificaciones y Obras de Infraestructura para la República de Guatemala NSE2*. Guatemala.
8. ASCE7, A. S. (2010). *Minimum design loads for buildings and others structures*. U.S.A.

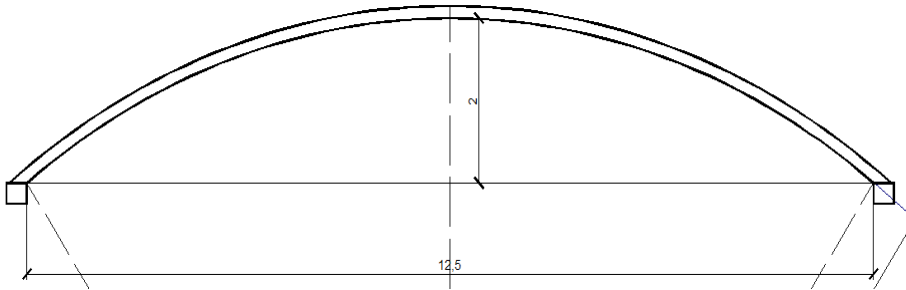
9. Billington, D. P. (1982). *Thin shell structures*. Princeton, N. J.
10. Gambhir, M. (2008). *Design of reinforced concrete structures*. New Delhi.
11. Huerta, F. S. (2004). *Arcos, bóvedas y cúpulas*. Madrid, España.
12. IBC, C. I. (2009). *International Building Code, Minimum requirements to safeguard the public health*. IL. USA.
13. Mehta, K. C., & Delahay, J. (2006). *Guide to the use of wind load provisions of ASCE - 7*. Reston VA, USA.
14. Nilson, A. H. (2001). *Diseño de estructuras de concreto*. U.S.A.
15. PCA, P. C. (1999, 11 02). [www.Sefindia.org.](http://www.sefindia.org/), [en línea]. https://www.sefindia.org/rangarajan/design_of_circular_dome.pdf. [Consulta: 11 de julio de 2012].
16. Pummia, D. B., & Jain, A. K. (1994). *Reinforced concrete structures*. New Delhi.
17. Requena, A. I. (2007). *Análisis de tipologías estructurales*. [en línea]. <http://deim.urv.cat/~blas.herrera/2.pdf>. [Consulta: junio de 2013].
18. Timoshenko, S., & Krieger, S. (1959). *Theory of plates and shells*. USA: McGraw Hill.

19. Varghese, C. P. (2010). *Design of reinforced concrete shells and folded plates*. New Delhi: Phi Learning.
20. Ventsel, E., & Krauthammer, T. (2001). *Thin plates and shells*. New York, USA.
21. Wilson, D. A. (2009). www.monolithic.org. [en línea]. <http://www.monolithic.org/benefits/benefits-strength/building-survivability-the-strength-of-the-monolithic-dome>. [Consulta: noviembre de 2012].
22. Zienkiewicks, C. O., & Taylor, L. R. (1994). *El método de los elementos finitos*. Barcelona, España: McGraw Hill.

ANEXOS

Análisis de domo con Sap2000

Creación de Modelo de domo con SAP2000



DATOS:

Diámetro (D)=	12.5 m
Altura (h) =	2 m
γ_c =	2.5 Ton/m ³
f' c =	280 kg/cm ²
f y =	4200 kg/cm ²

Paso 1 Determinación de r & ϕ

$$r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h}$$

h = 2 m
D = 12.5 m

r = 10.765625 m

1 Radian = 57.2957795 °

ϕ = 35.489343 °

$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{R}{r}\right)$$

ϕ (rads)= 0.6194059

$\phi < 51^\circ 52'$ **Compresión**

Paso 2 Iniciar SAP2000

- File/New Model/ Grids

Numero de líneas de la cuadrícula

Dirección X	2
Dirección Y	1
Dirección Z	3

Espaciamiento de cuadrícula

Dirección X	6.25
Dirección Y	1
Dirección Z	**

** Se editará

Quick Grid Lines

Cartesian | Cylindrical

Coordinate System Name
GLOBAL

Number of Grid Lines

X direction: 2

Y direction: 1

Z direction: 3

Grid Spacing

X direction: 6.25

Y direction: 1

Z direction:

First Grid Line Location

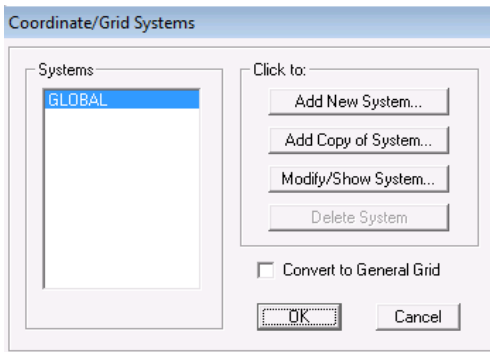
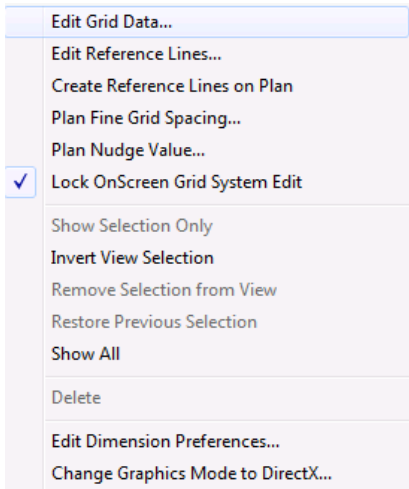
X direction: 0.

Y direction: 0.

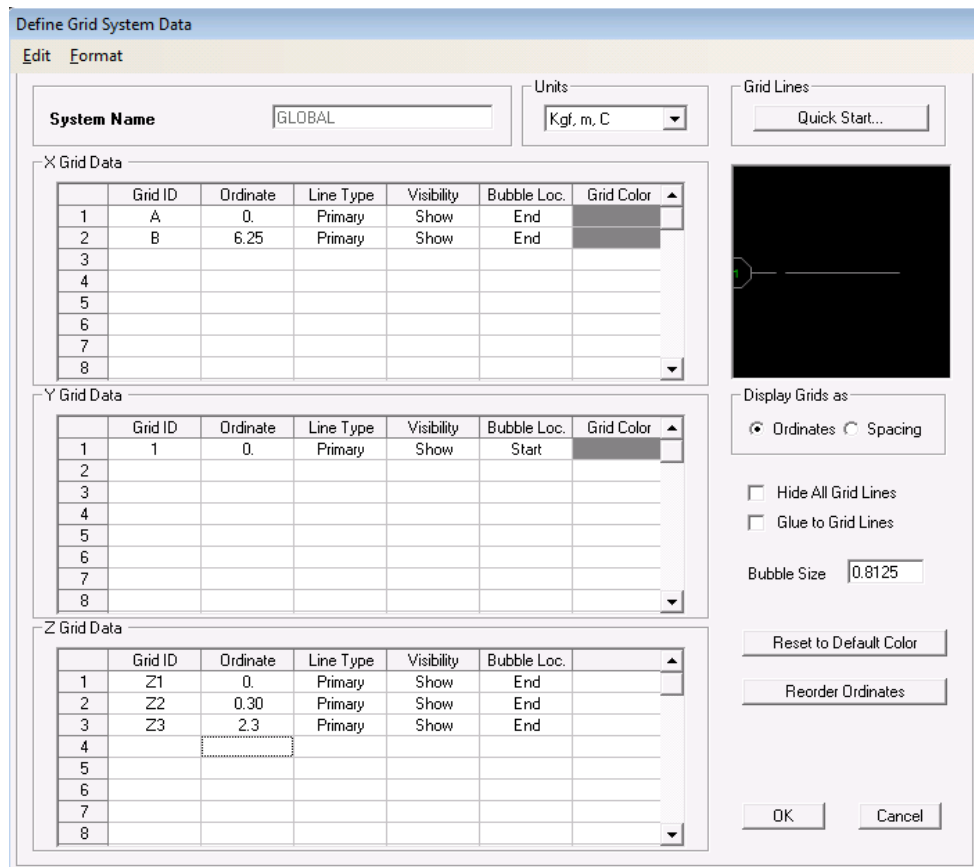
Z direction: 0.

OK Cancel

- Edición de valores para Z/Click derecho/Edit Grid Data



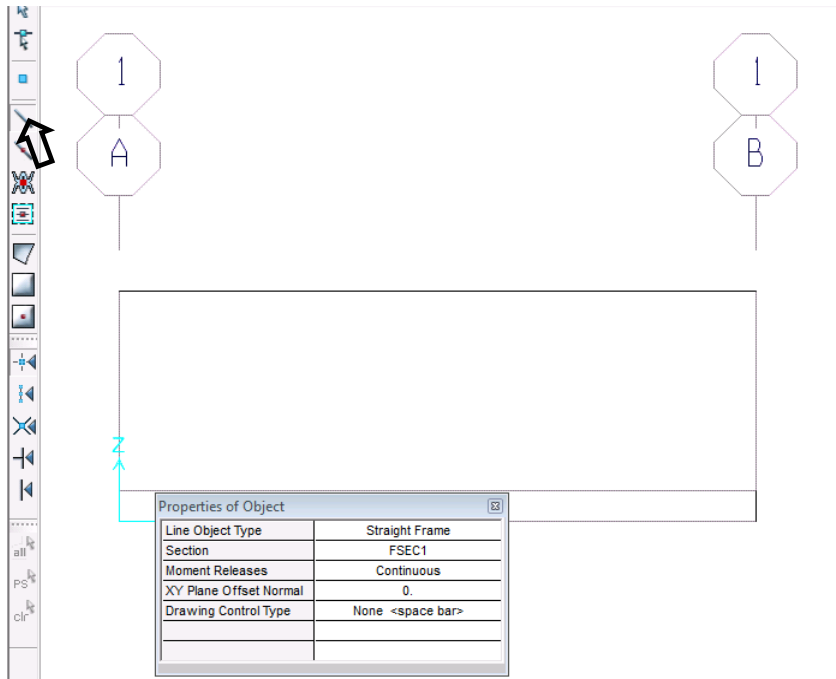
- Click derecho/Edit Grid Data/Modify/Show System



Z1 = 0 m
 Z2 = 0.3 m
 Z3 = 2.3 m

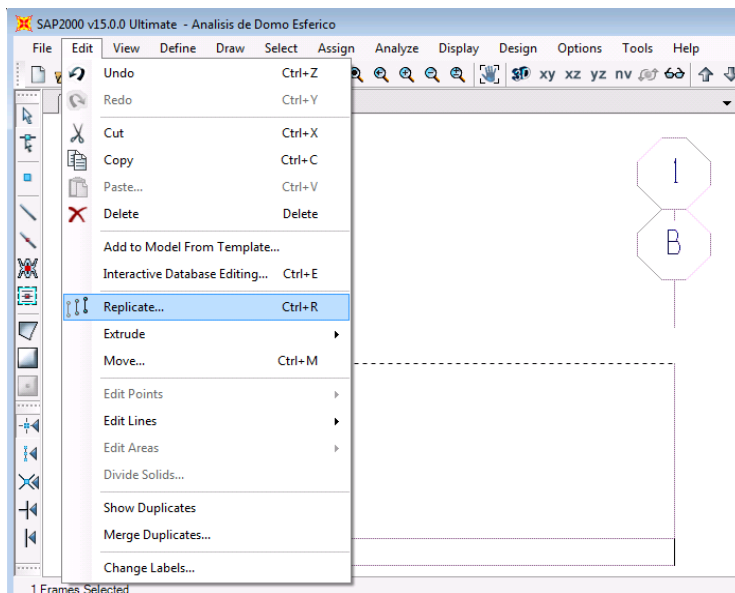
⇒ [OK] ⇒ [OK]

- Dibujar Elementos /Draw Frame/Cable
- Dibujar Elemento desde eje A a Eje B y Elemento en eje B desde 0 a 0.30



Replicar Elemento AB a la distancia r calculada
 Select object/Edit/Replicate

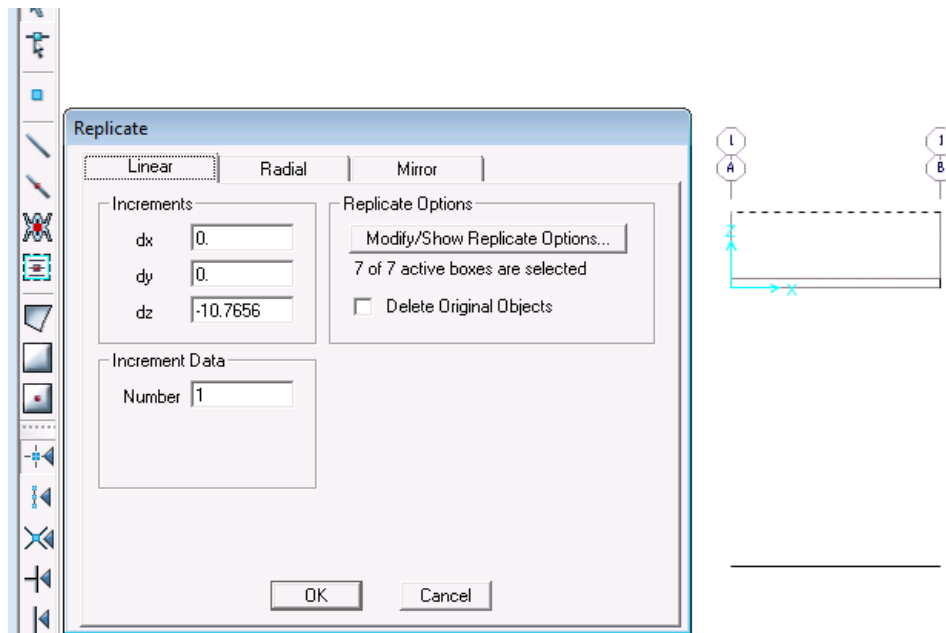
$r = 10.765625 \text{ m}$



dx = 0
 dy = 0
 dz = -10.765625

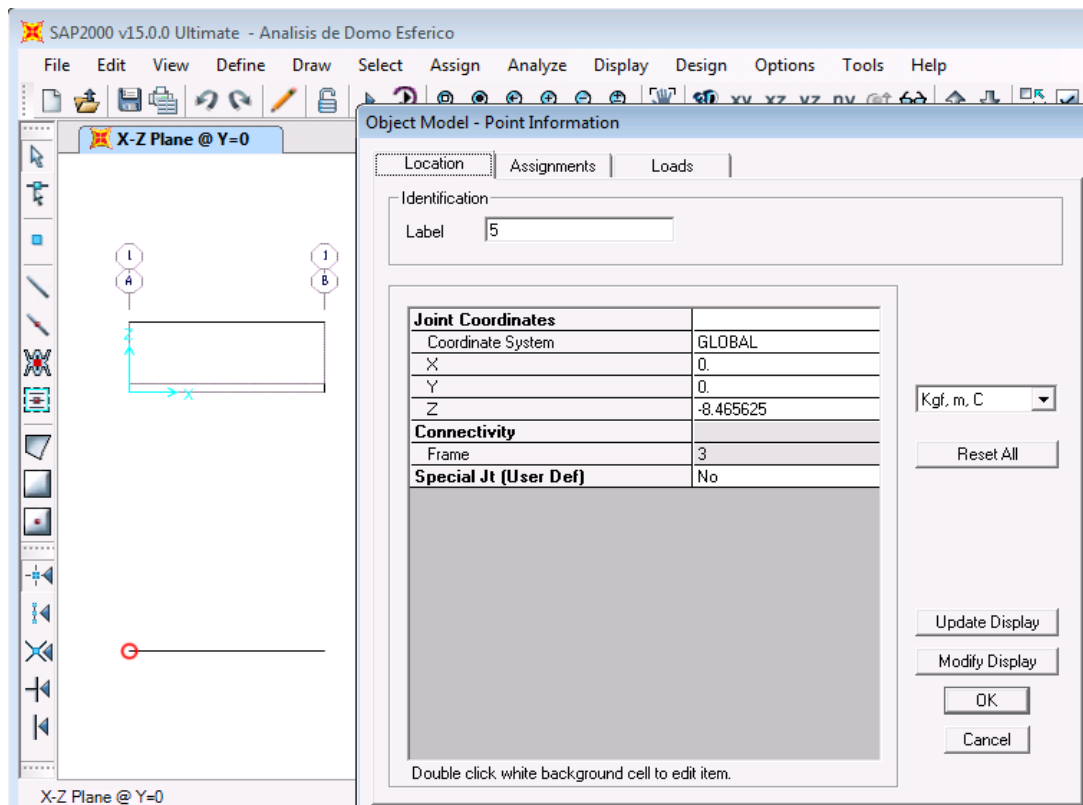
⇒

268



- **Obtener coordenadas Extrusión de punto Superior/** click derecho sobre extremo izquierdo de elemento replicado a -10.7656 m; obtener coordenadas

X = 0
 Y = 0
 Z = -8.465625 m

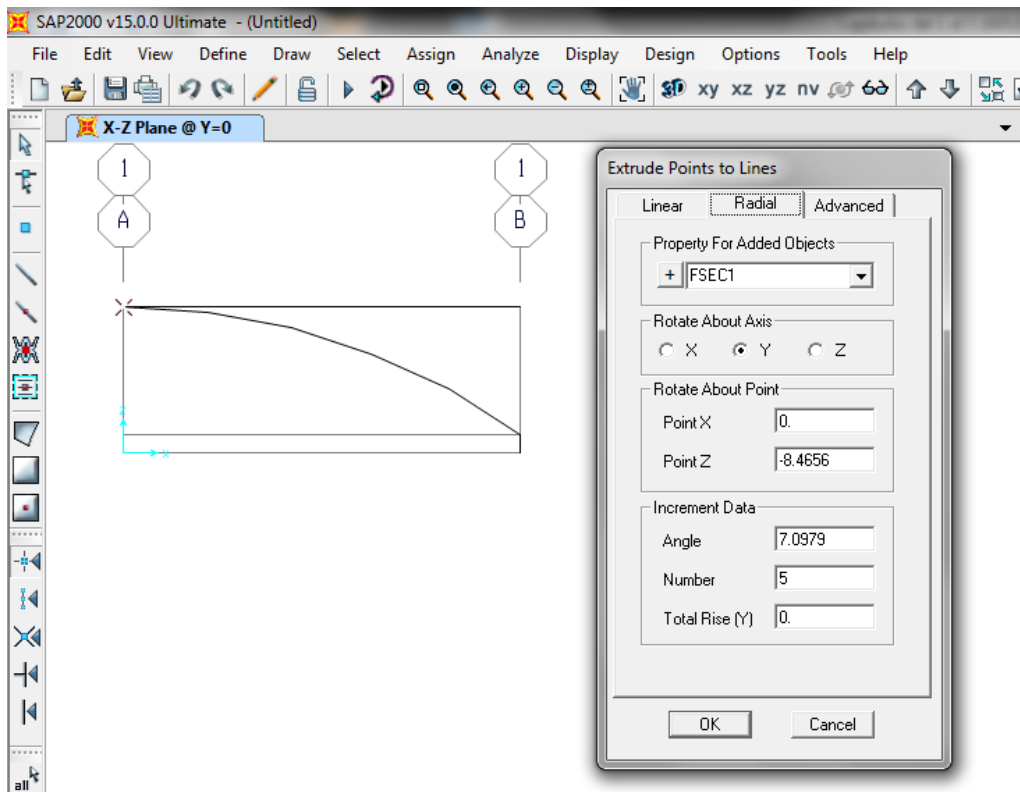
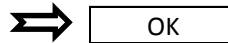


- **Desarrollar la Curva del Domo/** Seleccionar extremo izquierdo de elemento
 AB/Edit/Extrude/Extrude point to lines

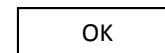
Rotate About Axis = Y Angulo = 35.489343 °
 Rotate About Point = -8.465625 No. = 5
Delta Angulo = 7.0978687 °

Increment Data

Angle = 7.09786865 °
 No. = 5



- **Eliminar elementos horizontales que no serán extruidos a áreas**



- **Extruir Elementos a Áreas/Select all/Edit /Extrude/Extrude lines to areas/ radial**

Rotate about axis Z Rotate About point X = 0, Y = 0

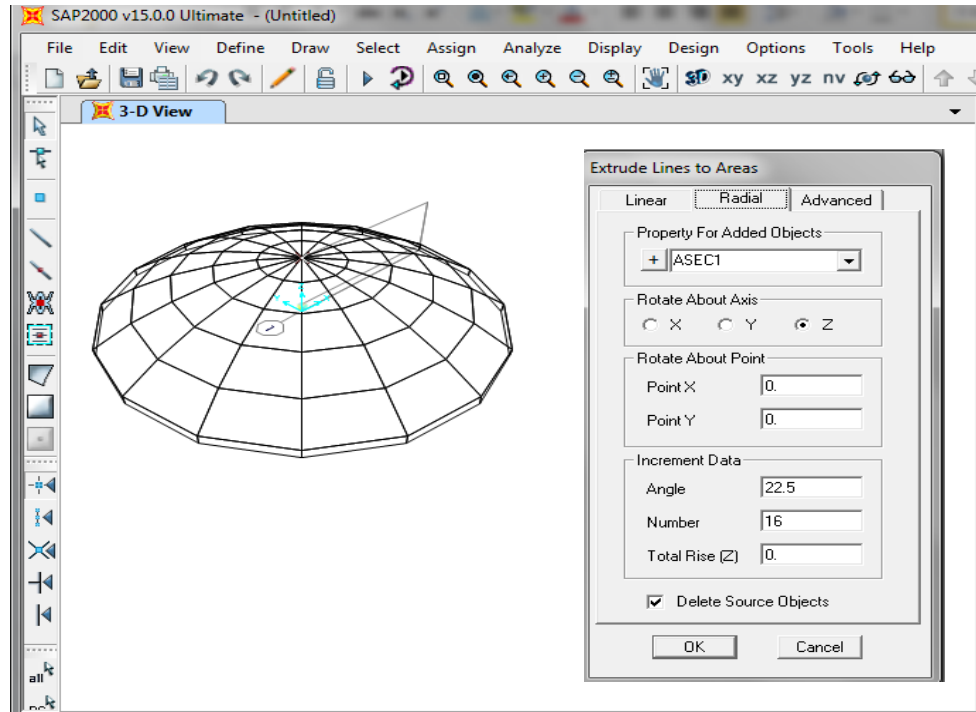
Increment Data

Angle = 22.5

Number = 16

Delet Source Objects





Definición de Materiales

Define / materials/concrete/Modify/show mat

Weight per Unit

Volume = 2.5 Ton/m³

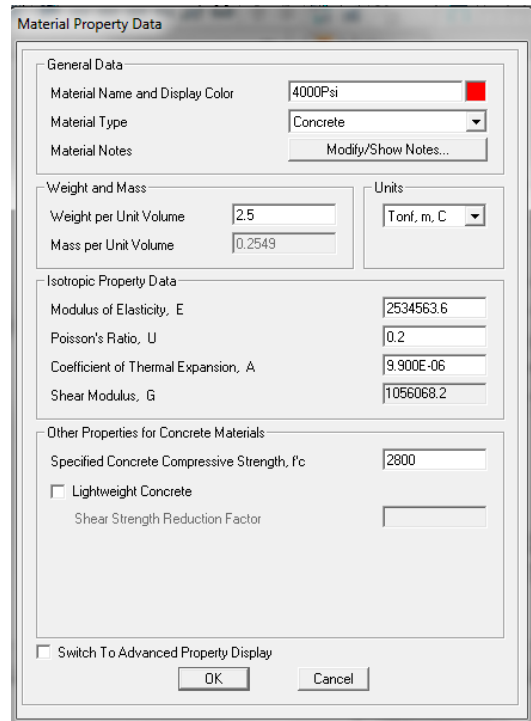
Modulus of

Elasticity E= 2534563.6

Poisson's Ratio = 0.2

f'c = 2800

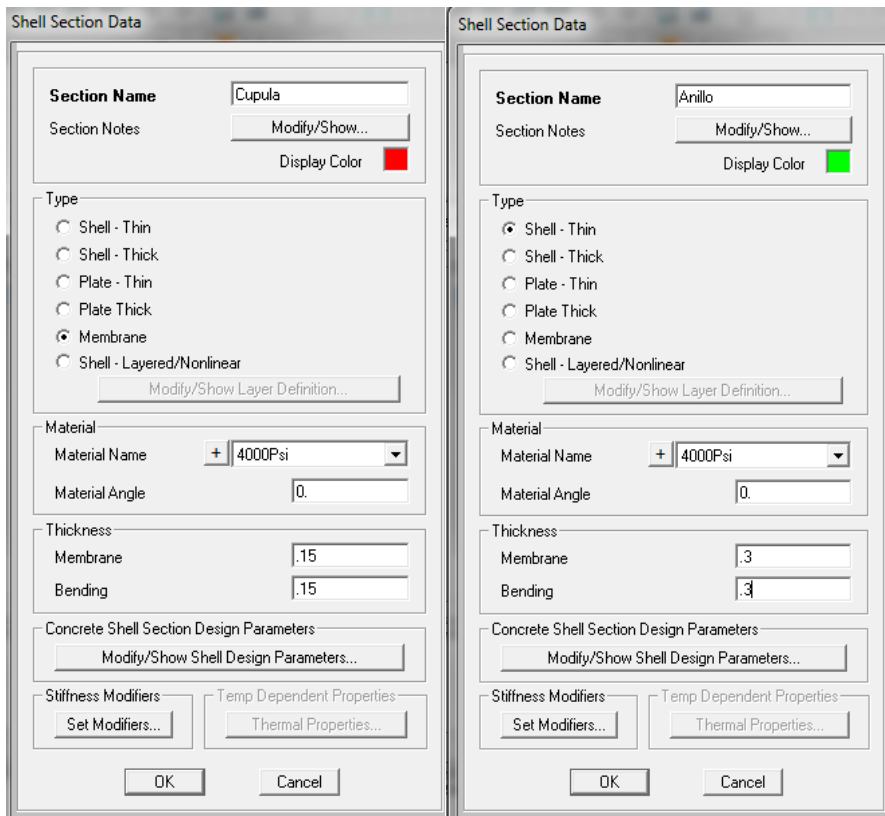
OK
OK



Definición de Secciones

Define/Section properties/area sections/Cúpula/Membrana/Thickness 0.15/
bending 0.15

Define/Section properties/area sections/ anillo / shell thin / thickness 0.30 /
bending 0.3



View/Set limits/

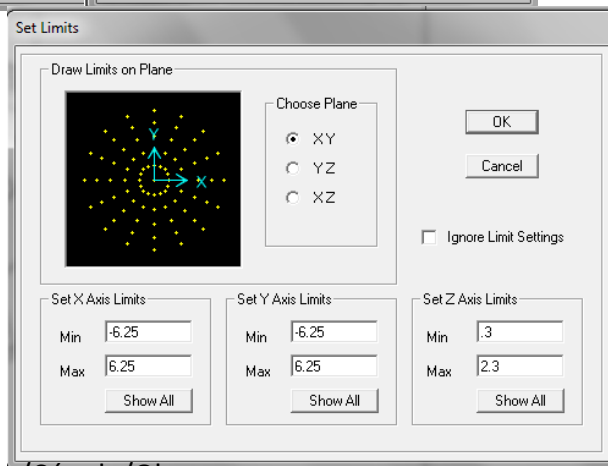
Choose Plane = XY

Set Z axis limits

Min: 0.3

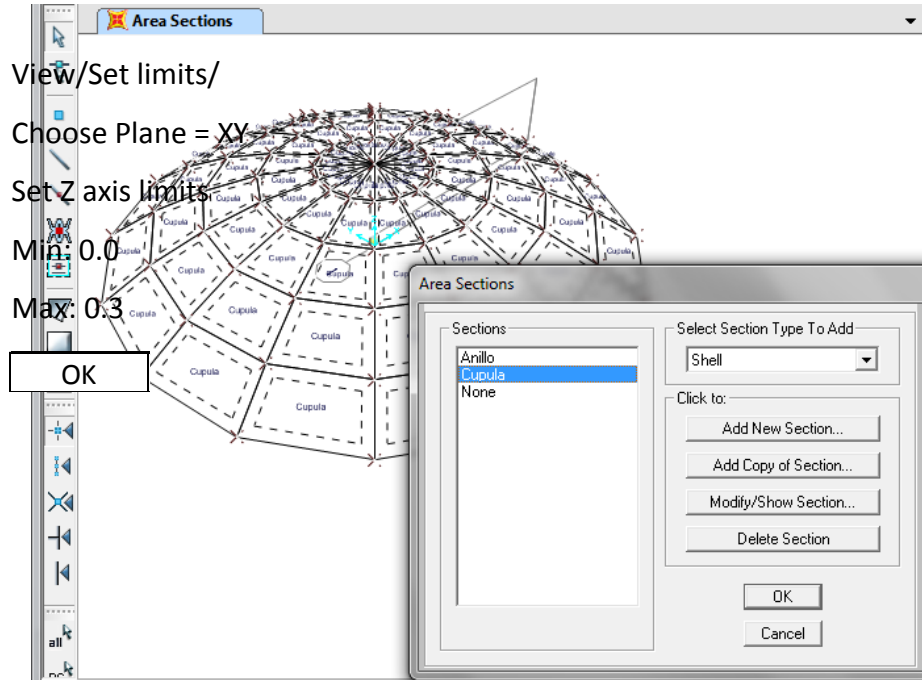
Max: 2.3

OK

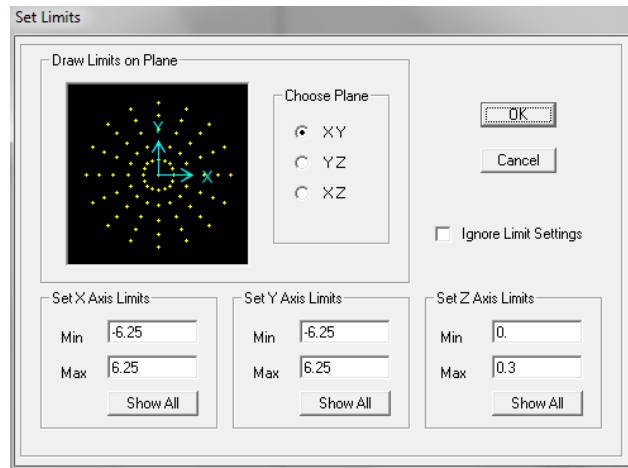


Select all/Assign/area/ sections/Cúpula/Ok

Asignación de Secciones



Select all/Assign/area/ sections/Anillo/OK

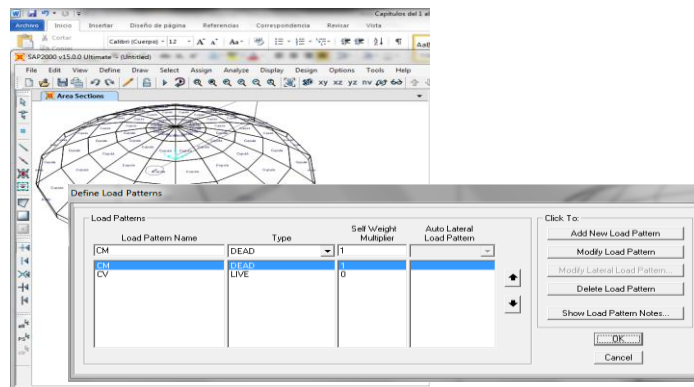
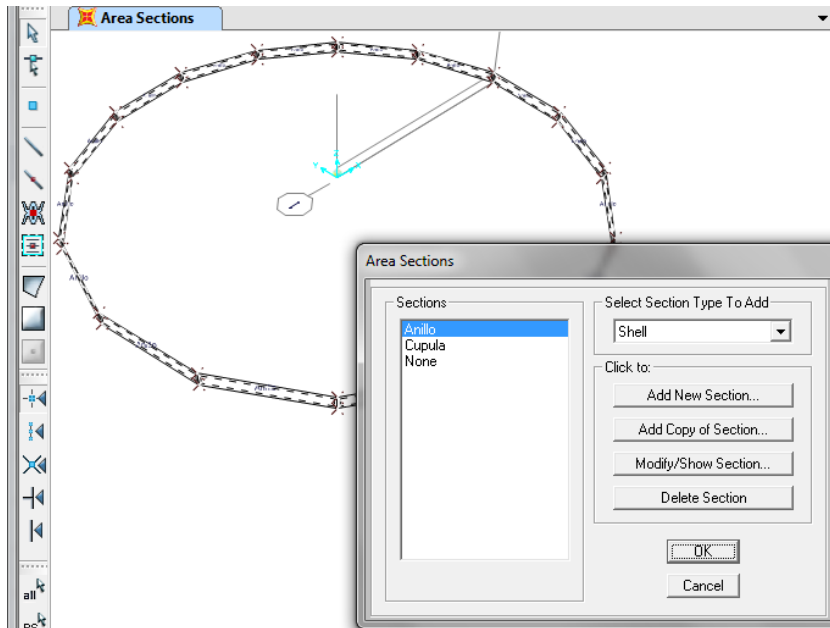


Definición de cargas

View/set limits/ Show all

Define/ load patterns/CM add/ CV Live add

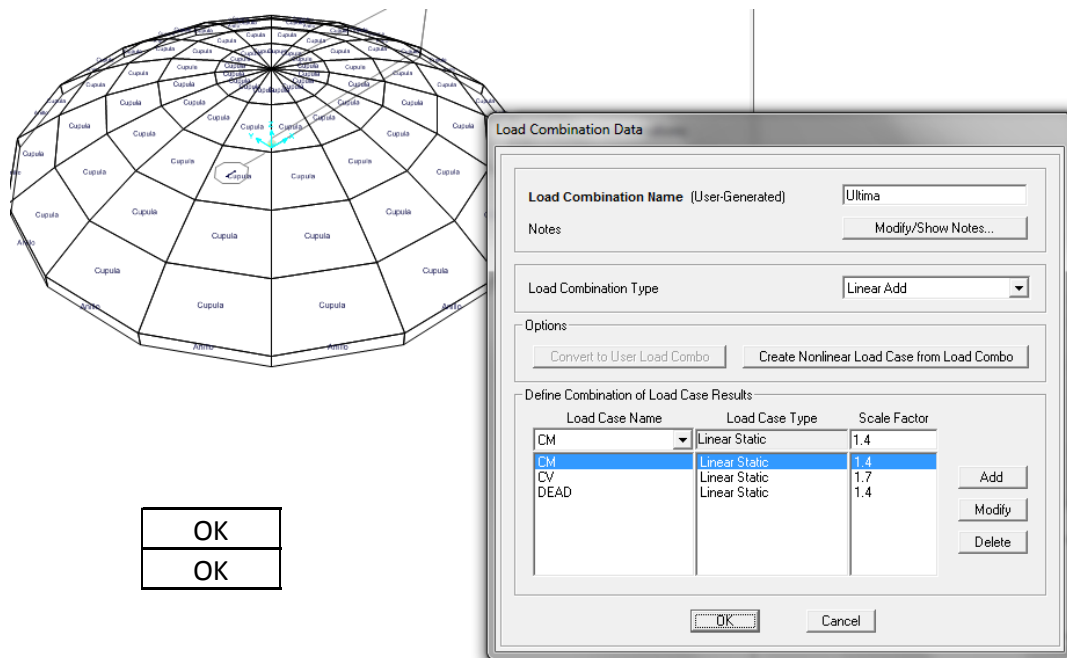
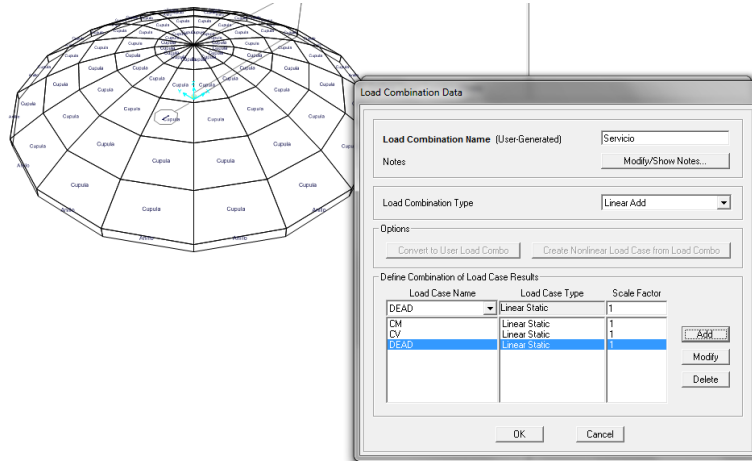
OK



Definición de combinación de cargas

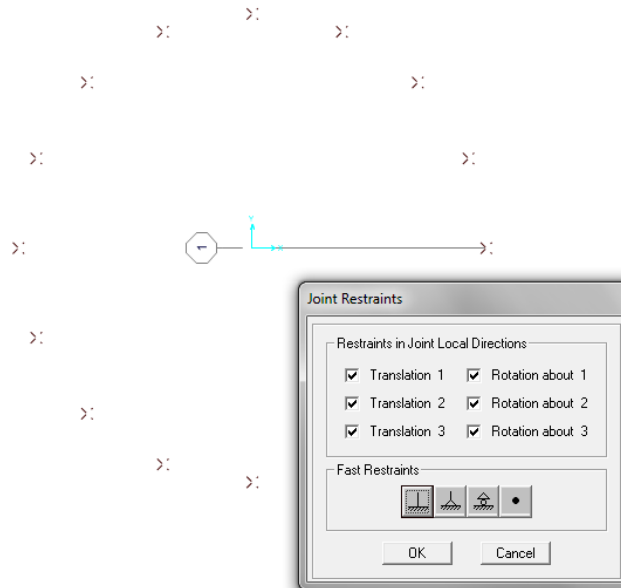
Define/Load Combinations / Add New Combo/ Servicio /CM1 / CV 1

Define/Load Combinations / Add New Combo/ Ultima /CM1.4 / CV 1.7



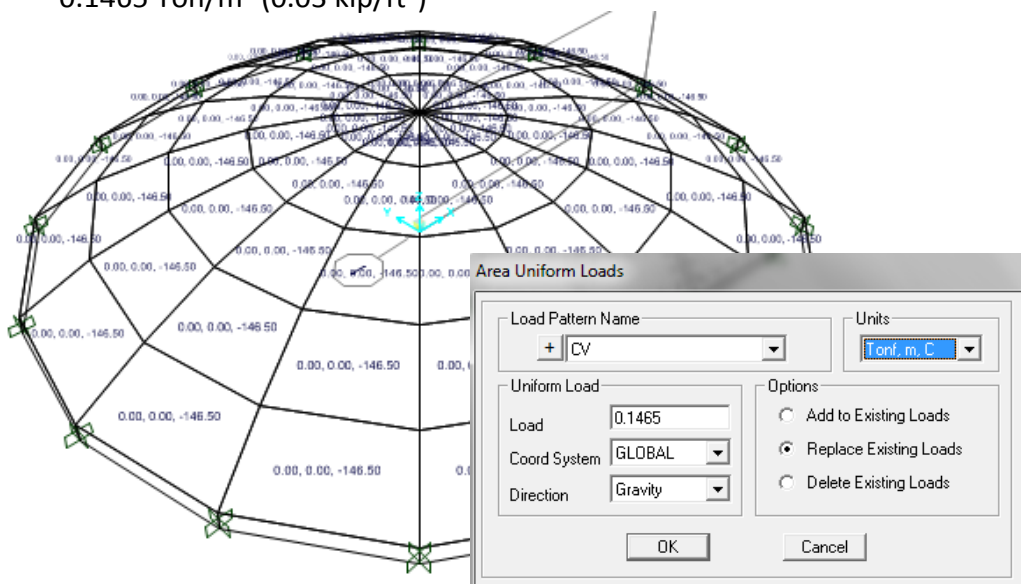
Definición de apoyo

Set XY view/base/select all/Assign/Join/Restraints



Asignación de Cargas

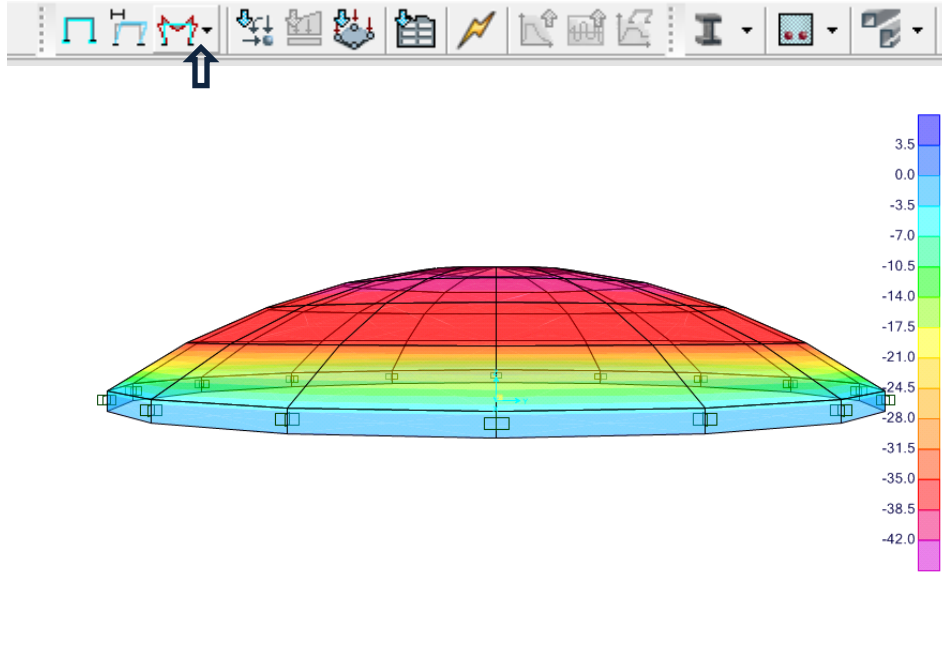
Select/properties/Area/Section/Cúpula/Assign area load/ uniform load
0.1465 Ton/m² (0.03 kip/ft²)



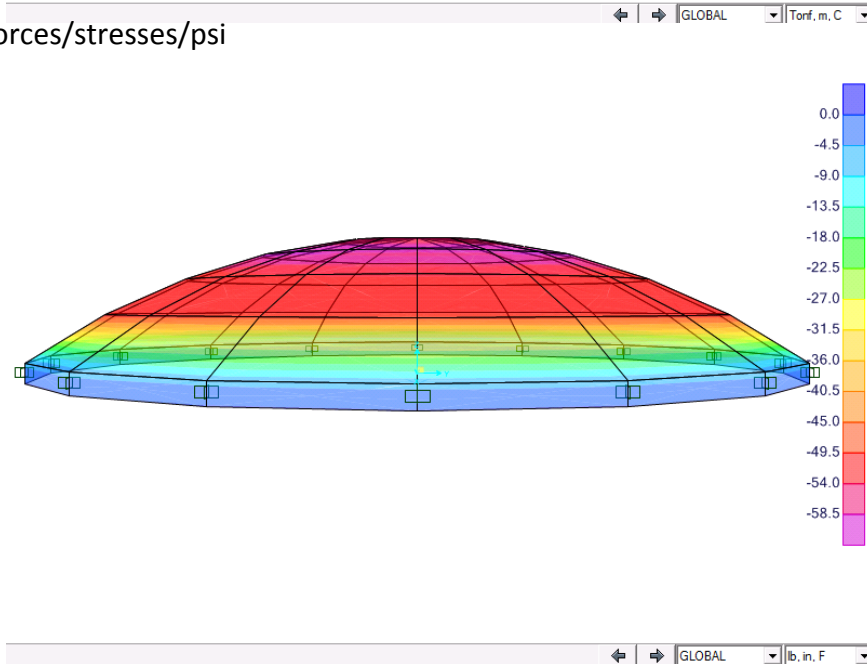
Análisis de modelo de domo

Analyze/Set load cases to run/Modal/Do Not Run/OK

Show Forces/stresses/Ton/m²



Show Forces/stresses/psi

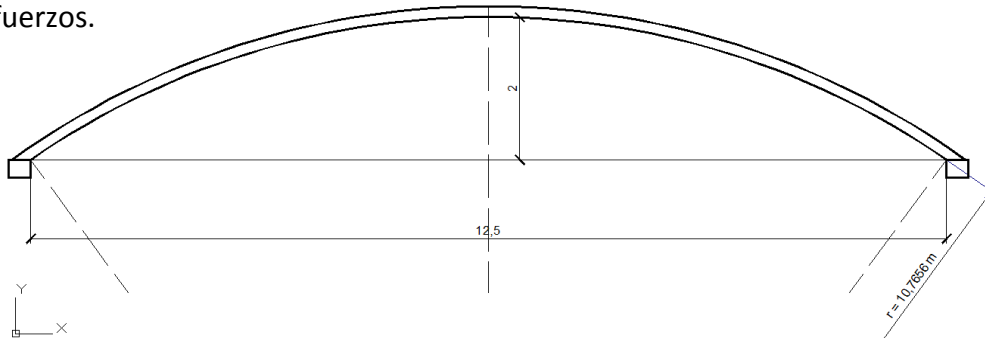


ANEXO 2

Análisis de domo con plataforma Excel

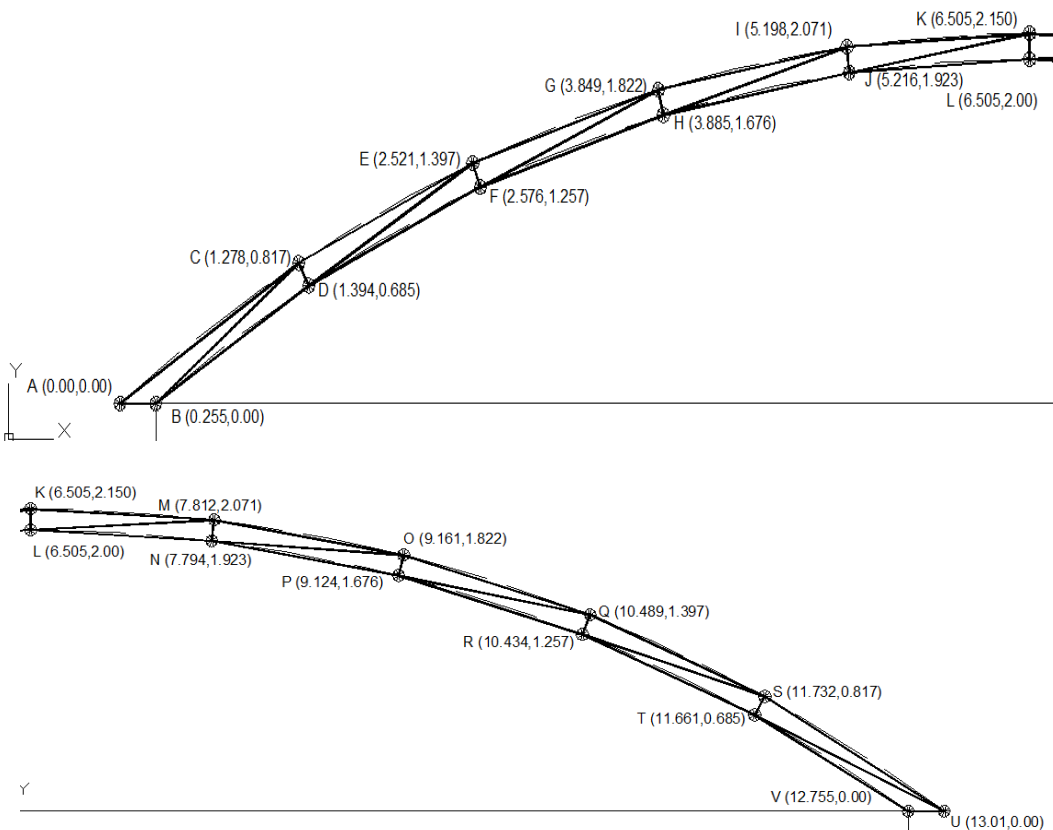
Análisis de domo esférico asistido de plataforma Excel

En este análisis se discretizará el domo, para representar cada elemento mediante su matriz de rigidez, y aplicando cargas externas para obtener deformaciones y esfuerzos.

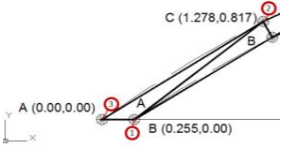


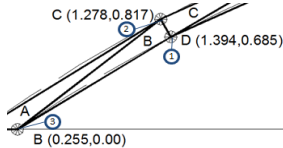
Paso 1 Discretización del Domo

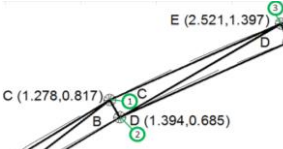
Se efectúa una discretización del Domo Esférico por medio de elementos triangulares que son referenciados por coordenadas X,Y.



Determinación de la matriz local del elemento

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
A	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	0.255	0	1.278	0.817	0	0	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 0$ $a_2 = 0$ $a_3 = 0.208335$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.817$ $b_2 = 0$ $b_3 = -0.817$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.278$ $c_2 = 0.255$ $c_3 = 1.023$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 0.255 & 0 \\ 1 & 1.278 & 0.817 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ $2A = 0.208$ $\text{AREA}_A = 0.104$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (0 + 0.817X + -1.278 Y) / 0.208$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (0 + 0X + 0.255 Y) / 0.208$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.208335 + -0.817X + 1.023 Y) / 0.208$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
B	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	1.394	0.685	1.278	0.817	0.255	0	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -0.208335$ $a_2 = 0.174675$ $a_3 = 0.263468$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.817$ $b_2 = -0.685$ $b_3 = -0.132$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.023$ $c_2 = 1.139$ $c_3 = -0.116$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 1.394 & 0.685 \\ 1 & 1.278 & 0.817 \\ 1 & 0.255 & 0 \end{vmatrix}$ $2A = 0.229$ $\text{AREA}_B = 0.1145$ 0.000
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (-0.208335 + 0.817X + -1.023 Y) / 0.229$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (0.174675 + -0.685X + 1.139 Y) / 0.229$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.263468 + -0.132X + -0.116 Y) / 0.229$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
C	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	1.278	0.817	1.395	0.685	2.525	1.397	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 0.21919$ $a_2 = 0.277559$ $a_3 = -0.264285$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.712$ $b_2 = 0.58$ $b_3 = 0.132$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.13$ $c_2 = -1.247$ $c_3 = 0.117$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 1.278 & 0.817 \\ 1 & 1.395 & 0.685 \\ 1 & 2.525 & 1.397 \end{vmatrix}$ $2A = 0.232$ $\text{AREA}_C = 0.116$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (0.21919 + -0.712X + 1.13 Y) / 0.232$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (0.277559 + 0.58X + -1.247 Y) / 0.232$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-0.264285 + 0.132X + 0.117 Y) / 0.232$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
D	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	2.576	1.257	2.521	1.397	1.394	0.685	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -0.220533$ $a_2 = -0.012302$ $a_3 = 0.429775$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.712$ $b_2 = -0.572$ $b_3 = -0.14$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.127$ $c_2 = 1.182$ $c_3 = -0.055$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 2.576 & 1.257 \\ 1 & 2.521 & 1.397 \\ 1 & 1.394 & 0.685 \end{vmatrix}$ $2A = 0.196$ $\text{AREA}_D = 0.098$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (-0.220533 + 0.712X + -1.127 Y) / 0.196$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-0.012302 + -0.572X + 1.182 Y) / 0.196$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.429775 + -0.14X + -0.055 Y) / 0.196$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
E	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	2.521	1.397	2.576	1.257	3.849	1.822	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -0.144721$ $a_2 = 0.783791$ $a_3 = -0.429775$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.565$ $b_2 = 0.425$ $b_3 = 0.14$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.273$ $c_2 = -1.328$ $c_3 = 0.055$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 2.521 & 1.397 \\ 1 & 2.576 & 1.257 \\ 1 & 3.849 & 1.822 \end{vmatrix}$ $2A = 0.209$ $\text{AREA}_E = 0.1045$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (-0.144721 + -0.565X + 1.273 Y) / 0.209$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (0.783791 + 0.425X + -1.328 Y) / 0.209$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-0.429775 + 0.14X + 0.055 Y) / 0.209$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
F	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	3.885	1.676	3.849	1.822	2.576	1.257	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 0.144721$ $a_2 = -0.566068$ $a_3 = 0.62754$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.565$ $b_2 = -0.419$ $b_3 = -0.146$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.273$ $c_2 = 1.309$ $c_3 = -0.03599$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 3.885 & 1.676 \\ 1 & 3.849 & 1.822 \\ 1 & 2.576 & 1.257 \end{vmatrix}$ $2A = 0.206$ $\text{AREA}_F = 0.103$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (0.144721 + 0.565X + -1.273 Y) / 0.206$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-0.566068 + -0.419X + 1.309 Y) / 0.206$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.62754 + -0.146X + -0.03599 Y) / 0.206$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
G	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	3.849	1.822	3.885	1.676	5.198	2.071	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -0.666013$ $a_2 = 1.499477$ $a_3 = -0.62754$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.395$ $b_2 = 0.249$ $b_3 = 0.146$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.313$ $c_2 = -1.349$ $c_3 = 0.03599$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 3.849 & 1.822 \\ 1 & 3.885 & 1.676 \\ 1 & 5.198 & 2.071 \end{vmatrix}$ $2A = 0.205$ $\text{AREA}_G = 0.1025$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy)/2A$ PRUEBA $N_1 = (-0.666013 + -0.395X + 1.313 Y)/0.205$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (1.499477 + 0.249X + -1.349 Y)/0.205$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-0.62754 + 0.146X + 0.03599 Y)/0.205$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
H	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	5.216	1.923	5.198	2.071	3.885	1.676	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 0.666013$ $a_2 = -1.271161$ $a_3 = 0.80658$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.395$ $b_2 = -0.247$ $b_3 = -0.148$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.313$ $c_2 = 1.331$ $c_3 = -0.01799$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 5.216 & 1.923 \\ 1 & 5.198 & 2.071 \\ 1 & 3.885 & 1.676 \end{vmatrix}$ $2A = 0.201$ $\text{AREA}_H = 0.1005$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy)/2A$ PRUEBA $N_1 = (0.666013 + 0.395X + -1.313 Y)/0.201$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-1.271161 + -0.247X + 1.331 Y)/0.201$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.80658 + -0.148X + -0.01799 Y)/0.201$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
I	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	5.198	2.071	5.216	1.923	6.505	2.15	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -1.294715$ $a_2 = 2.29615$ $a_3 = -0.80658$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.227$ $b_2 = 0.07899$ $b_3 = 0.148$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.289$ $c_2 = -1.307$ $c_3 = 0.01799$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 5.198 & 2.071 \\ 1 & 5.216 & 1.923 \\ 1 & 6.505 & 2.15 \end{vmatrix}$ $2A = 0.194$ $\text{AREA}_I = 0.097$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy)/2A$ PRUEBA $N_1 = (-1.294715 + -0.227X + 1.289 Y)/0.194$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (2.29615 + 0.07899X + -1.307 Y)/0.194$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-0.80658 + 0.148X + 0.01799 Y)/0.194$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
J	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	6.505	2	6.505	2.15	5.216	1.923	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 1.294715$ $a_2 = -2.07711$ $a_3 = 0.97575$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.227$ $b_2 = -0.077$ $b_3 = -0.15$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.289$ $c_2 = 1.289$ $c_3 = 0$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 6.505 & 2 \\ 1 & 6.505 & 2.15 \\ 1 & 5.216 & 1.923 \end{vmatrix}$ $2A = 0.193$ $AREA_J = 0.0965$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (1.294715 + 0.227X + -1.289Y) / 0.193$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-2.07711 + -0.077X + 1.289Y) / 0.193$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0.97575 + -0.15X + 0Y) / 0.193$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
K	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	6.505	2.15	6.505	2	7.812	2.071	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -2.152145$ $a_2 = 3.32394$ $a_3 = -0.97575$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.071$ $b_2 = -0.0789$ $b_3 = 0.15$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.307$ $c_2 = -1.307$ $c_3 = 0$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 6.505 & 2.15 \\ 1 & 6.505 & 2 \\ 1 & 7.812 & 2.071 \end{vmatrix}$ $2A = 0.196$ $AREA_K = 0.098$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (-2.152145 + -0.071X + 1.307Y) / 0.196$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (3.32394 + -0.0789X + -1.307Y) / 0.196$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-0.97575 + 0.15X + 0Y) / 0.196$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
L	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	7.794	1.923	7.812	2.071	6.505	2	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 2.152145$ $a_2 = -3.07888$ $a_3 = 1.11889$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.071$ $b_2 = 0.077$ $b_3 = -0.148$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.307$ $c_2 = 1.289$ $c_3 = 0.018$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 7.794 & 1.923 \\ 1 & 7.812 & 2.071 \\ 1 & 6.505 & 2 \end{vmatrix}$ $2A = 0.192$ $AREA_L = 0.096$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (2.152145 + 0.071X + -1.307Y) / 0.192$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-3.07888 + 0.077X + 1.289Y) / 0.192$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (1.11889 + -0.148X + 0.018Y) / 0.192$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
M	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
		7.812	2.071	7.794	1.923	9.161	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -3.415935$ $a_2 = 4.73896$ $a_3 = -1.11889$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.101$ $b_2 = -0.249$ $b_3 = 0.148$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.367$ $c_2 = -1.349$ $c_3 = -0.018$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 7.812 & 2.071 \\ 1 & 7.794 & 1.923 \\ 1 & 9.161 & 1.822 \end{vmatrix}$ $2A = 0.204$ $\text{AREA}_M = 0.102$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy)/2A$ PRUEBA $N_1 = (-3.415935 + 0.101X + 1.367Y)/0.204$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (4.73896 - 0.249X - 1.349Y)/0.204$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-1.11889 + 0.148X - 0.018Y)/0.204$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
N	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
		9.124	1.676	9.161	1.822	7.794	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 3.415935$ $a_2 = -4.4827$ $a_3 = 1.27009$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.101$ $b_2 = 0.247$ $b_3 = -0.146$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.367$ $c_2 = 1.33$ $c_3 = 0.03699$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 9.124 & 1.676 \\ 1 & 9.161 & 1.822 \\ 1 & 7.794 & 1.923 \end{vmatrix}$ $2A = 0.203$ $\text{AREA}_N = 0.1015$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy)/2A$ PRUEBA $N_1 = (3.415935 - 0.101X - 1.367Y)/0.203$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-4.4827 + 0.247X + 1.33Y)/0.203$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (1.27009 - 0.146X + 0.03699Y)/0.203$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
Ñ	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
		9.161	1.822	9.124	1.676	10.489	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -4.833336$ $a_2 = 6.31304$ $a_3 = -1.27$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.279$ $b_2 = -0.425$ $b_3 = 0.146$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.365$ $c_2 = -1.328$ $c_3 = -0.0369$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 9.161 & 1.822 \\ 1 & 9.124 & 1.676 \\ 1 & 10.489 & 1.397 \end{vmatrix}$ $2A = 0.209$ $\text{AREA}_Ñ = 0.1045$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy)/2A$ PRUEBA $N_1 = (-4.833336 + 0.279X + 1.365Y)/0.209$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (6.31304 - 0.425X - 1.328Y)/0.209$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-1.27 + 0.146X - 0.0369Y)/0.209$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
O	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	10.434	1.257	10.489	1.397	9.124	1.676	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 4.833336$ $a_2 = -6.01851$ $a_3 = 1.3916$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.279$ $b_2 = 0.419$ $b_3 = -0.14$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.365$ $c_2 = 1.31$ $c_3 = 0.055$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 10.434 & 1.257 \\ 1 & 10.489 & 1.397 \\ 1 & 9.124 & 1.676 \end{vmatrix}$ $2A = 0.206$ $\text{AREA}_O = 0.103$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (4.833336 + -0.279x + -1.365y) / 0.206$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-6.01851 + 0.419x + 1.31y) / 0.206$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (1.3916 + -0.14x + 0.055y) / 0.206$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
P	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	10.489	1.397	10.434	1.257	11.661	0.685	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -7.510587$ $a_2 = 9.10545$ $a_3 = -1.3916$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.572$ $b_2 = -0.712$ $b_3 = 0.14$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.227$ $c_2 = -1.172$ $c_3 = -0.055$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 10.489 & 1.397 \\ 1 & 10.434 & 1.257 \\ 1 & 11.661 & 0.685 \end{vmatrix}$ $2A = 0.203$ $\text{AREA}_P = 0.1015$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (-7.510587 + 0.572x + 1.227y) / 0.203$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (9.10545 + -0.712x + -1.172y) / 0.203$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-1.3916 + 0.14x + -0.055y) / 0.203$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
Q	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	11.661	0.685	11.732	0.817	10.489	1.397	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 7.820091$ $a_2 = -9.10545$ $a_3 = 1.4906$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.58$ $b_2 = 0.712$ $b_3 = -0.132$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.243$ $c_2 = 1.172$ $c_3 = 0.0709$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 11.661 & 0.685 \\ 1 & 11.732 & 0.817 \\ 1 & 10.489 & 1.397 \end{vmatrix}$ $2A = 0.205$ $\text{AREA}_Q = 0.1025$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (7.820091 + -0.58x + -1.243y) / 0.205$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-9.10545 + 0.712x + 1.172y) / 0.205$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (1.4906 + -0.132x + 0.0709y) / 0.205$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
R	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	11.732	0.817	11.661	0.685	13.01	0.00	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = -8.91185$ $a_2 = 10.6291$ $a_3 = -1.4906$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = 0.685$ $b_2 = -0.817$ $b_3 = 0.132$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = 1.349$ $c_2 = -1.278$ $c_3 = -0.0709$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 11.732 & 0.817 \\ 1 & 11.661 & 0.685 \\ 1 & 13.01 & 0 \end{vmatrix}$ $2A = 0.226$ $\text{AREA}_R = 0.113$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (-8.91185 + 0.685X + 1.349 Y) / 0.226$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (10.6291 + -0.817X + -1.278 Y) / 0.226$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (-1.4906 + 0.132X + -0.0709 Y) / 0.226$ $N_3 = 1.00$							

Elemento	1		2		3		Calculo del Area
S	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k	
	12.755	0.00	13.01	0.00	11.661	0.69	
$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j$ $a_1 = 8.91185$ $a_2 = -8.7371$ $a_3 = 0$ $b_i = Y_j - Y_k$ $b_1 = -0.685$ $b_2 = 0.685$ $b_3 = 0$ $c_i = X_k - X_j$ $c_1 = -1.349$ $c_2 = 1.094$ $c_3 = 0.2549$							$2A = \text{Det} = \begin{vmatrix} 1 & 12.755 & 0 \\ 1 & 13.01 & 0 \\ 1 & 11.661 & 0.685 \end{vmatrix}$ $2A = 0.174$ $\text{AREA}_S = 0.087$
Funciones de Forma $N_i = (a + bx + cy) / 2A$ PRUEBA $N_1 = (8.91185 + -0.685X + -1.349 Y) / 0.174$ $N_1 = 1.00$ $N_2 = (-8.7371 + 0.685X + 1.094 Y) / 0.174$ $N_2 = 1.00$ $N_3 = (0 + 0X + 0.2549 Y) / 0.174$ $N_3 = 1.00$							

Determinación de matriz de rigidez

$$K_{ij}^{(e)} = \frac{1}{4Ae} \begin{bmatrix} b_i b_j d_{11} + c_i c_j d_{33} & b_i c_j d_{12} + b_j c_i d_{33} \\ c_i b_j d_{21} + c_j b_i d_{33} & b_i b_j d_{33} + c_i c_j d_{22} \end{bmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO A

b ₁ =	0.817	C ₁ =	-1.278	b ₂ =	0	C ₂ =	0.255	A =	0.104		
b ₃ =	-0.817	C ₃ =	1.203	1/4 A =		2.4038462					
8.268E+10		-3.92E+10		-8.16E+09		2.608E+09		-8E+10 3.85E+10			
K ₁₁ =	-3.92E+10	1.19E+11		K ₁₂ =	5.217E+09		-2.04E+10		K ₁₃ =	4E+10 -1.1E+11	
-8.16E+09		5.217E+09		1.628E+09		0		8E+09 -5.2E+09			
K ₂₁ =	2.608E+09		-2.04E+10		K ₂₂ =	0 4.071E+09		K ₂₃ =		-3E+09 1.92E+10	
-8.03E+10		3.768E+10		7.681E+09		-2.61E+09		8E+10 -3.7E+10			
K ₃₁ =	3.845E+10		-1.13E+11		K ₃₂ =	-5.22E+09 1.92E+10		K ₃₃ =		-4E+10 1.07E+11	

$$K_A = \begin{pmatrix} 8.27E+10 & -3.92E+10 & -8.16E+09 & 2.61E+09 & -8.03E+10 & 3.85E+10 \\ -3.92E+10 & 1.19E+11 & 5.22E+09 & -2.04E+10 & 3.77E+10 & -1.13E+11 \\ -8.16E+09 & 5.22E+09 & 1.63E+09 & 0.00E+00 & 7.68E+09 & -5.22E+09 \\ 2.61E+09 & -2.04E+10 & 0.00E+00 & 4.07E+09 & -2.61E+09 & 1.92E+10 \\ -8.03E+10 & 3.77E+10 & 7.68E+09 & -2.61E+09 & 7.80E+10 & -3.69E+10 \\ 3.85E+10 & -1.13E+11 & -5.22E+09 & 1.92E+10 & -3.69E+10 & 1.07E+11 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO B

b ₁ =	0.817	C ₁ =	-1.203	b ₂ =	-0.685	C ₂ =	1.139	A =	0.1145		
b ₃ =	-0.132	C ₃ =	-0.116	1/4 A =		2.1834061					
7.087E+10		-3.35E+10		-6.3E+10		2.932E+10		-3E+09 2.53E+09			
K ₁₁ =	-3.35E+10	9.747E+10		K ₁₂ =	3.054E+10		-9.06E+10		K ₁₃ =	-3E+08 5.48E+09	
-6.3E+10		3.054E+10		5.619E+10		-2.66E+10		2E+09 -2.5E+09			
K ₂₁ =	2.932E+10		-9.06E+10		K ₂₂ =	-2.66E+10 8.444E+10		K ₂₃ =		1E+08 -5.5E+09	
-2.96E+09		-3.5E+08		2.136E+09		97479985		1E+09 5.22E+08			
K ₃₁ =	2.534E+09		5.482E+09		K ₃₂ =	-2.52E+09 -5.46E+09		K ₃₃ =		5E+08 1.16E+09	

$$K_B = \begin{pmatrix} 7.09E+10 & -3.35E+10 & -6.30E+10 & 2.93E+10 & -2.96E+09 & 2.53E+09 \\ -3.35E+10 & 9.75E+10 & 3.05E+10 & -9.06E+10 & -3.50E+08 & 5.48E+09 \\ -6.30E+10 & 3.05E+10 & 5.62E+10 & -2.66E+10 & 2.14E+09 & -2.52E+09 \\ 2.93E+10 & -9.06E+10 & -2.66E+10 & 8.44E+10 & 9.75E+07 & -5.46E+09 \\ -2.96E+09 & -3.50E+08 & 2.14E+09 & 9.75E+07 & 1.30E+09 & 5.22E+08 \\ 2.53E+09 & 5.48E+09 & -2.52E+09 & -5.46E+09 & 5.22E+08 & 1.16E+09 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO C

$$\begin{aligned}
 & b_1 = -0.712 \quad C_1 = 1.13 \quad b_2 = 0.58 \quad C_2 = -1.247 \quad A = 0.116 \\
 & b_3 = 0.132 \quad C_3 = 0.117 \quad 1/4 A = 2.1551724 \\
 & K_{11} = \begin{matrix} 5.712E+10 & -2.71E+10 \\ -2.71E+10 & 8.305E+10 \end{matrix} \quad K_{12} = \begin{matrix} -5.48E+10 & 2.468E+10 \\ 2.729E+10 & -8.84E+10 \end{matrix} \quad K_{13} = \begin{matrix} -2E+09 & 2.41E+09 \\ -2E+08 & 5.31E+09 \end{matrix} \\
 & K_{21} = \begin{matrix} -5.48E+10 & 2.729E+10 \\ 2.468E+10 & -8.84E+10 \end{matrix} \quad K_{22} = \begin{matrix} 5.379E+10 & -2.44E+10 \\ -2.44E+10 & 9.483E+10 \end{matrix} \quad K_{23} = \begin{matrix} 1E+09 & -2.9E+09 \\ -3E+08 & -6.5E+09 \end{matrix} \\
 & K_{31} = \begin{matrix} -2.31E+09 & -1.96E+08 \\ 2.414E+09 & 5.31E+09 \end{matrix} \quad K_{32} = \begin{matrix} 1.021E+09 & -3.24E+08 \\ -2.93E+09 & -6.47E+09 \end{matrix} \quad K_{33} = \begin{matrix} 1E+09 & 5.2E+08 \\ 5E+08 & 1.16E+09 \end{matrix} \\
 & K_C = \begin{pmatrix} 5.71E+10 & -2.71E+10 & -5.48E+10 & 2.47E+10 & -2.31E+09 & 2.41E+09 \\ -2.71E+10 & 8.30E+10 & 2.73E+10 & -8.84E+10 & -1.96E+08 & 5.31E+09 \\ -5.48E+10 & 2.73E+10 & 5.38E+10 & -2.44E+10 & 1.02E+09 & -2.93E+09 \\ 2.47E+10 & -8.84E+10 & -2.44E+10 & 9.48E+10 & -3.24E+08 & -6.47E+09 \\ -2.31E+09 & -1.96E+08 & 1.02E+09 & -3.24E+08 & 1.29E+09 & 5.20E+08 \\ 2.41E+09 & 5.31E+09 & -2.93E+09 & -6.47E+09 & 5.20E+08 & 1.16E+09 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$K_E = \begin{pmatrix} 6.03E+10 & -2.69E+10 & -5.71E+10 & 2.28E+10 & -3.18E+09 & 4.05E+09 \\ -2.69E+10 & 1.09E+11 & 2.54E+10 & -1.11E+11 & 1.45E+09 & 2.39E+09 \\ -5.71E+10 & 2.54E+10 & 5.52E+10 & -2.11E+10 & 1.89E+09 & -4.34E+09 \\ 2.28E+10 & -1.11E+11 & -2.11E+10 & 1.14E+11 & -1.73E+09 & -3.07E+09 \\ -3.18E+09 & 1.45E+09 & 1.89E+09 & -1.73E+09 & 1.30E+09 & 2.88E+08 \\ 4.05E+09 & 2.39E+09 & -4.34E+09 & -3.07E+09 & 2.88E+08 & 6.77E+08 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO F

$$\begin{aligned}
 & b_1 = 0.565 \quad C_1 = -1.273 \quad b_2 = -0.419 \quad C_2 = 1.309 \quad A = 0.103 \\
 & b_3 = -0.146 \quad C_3 = -0.03599 \quad 1/4 A = 2.4271845 \\
 & K_{11} = \begin{matrix} 6.115E+10 & -2.73E+10 \\ -2.73E+10 & 1.105E+11 \end{matrix} \quad K_{12} = \begin{matrix} -5.71E+10 & 2.284E+10 \\ 2.544E+10 & -1.11E+11 \end{matrix} \quad K_{13} = \begin{matrix} -4E+09 & 4.44E+09 \\ 2E+09 & 8.1E+08 \end{matrix} \\
 & K_{21} = \begin{matrix} -5.71E+10 & 2.544E+10 \\ 2.284E+10 & -1.11E+11 \end{matrix} \quad K_{22} = \begin{matrix} 5.442E+10 & -2.08E+10 \\ -2.08E+10 & 1.127E+11 \end{matrix} \quad K_{23} = \begin{matrix} 3E+09 & -4.6E+09 \\ -2E+09 & -1.4E+09 \end{matrix} \\
 & K_{31} = \begin{matrix} -4.06E+09 & 1.835E+09 \\ 4.442E+09 & 810279505 \end{matrix} \quad K_{32} = \begin{matrix} 2.676E+09 & -2.03E+09 \\ -4.64E+09 & -1.43E+09 \end{matrix} \quad K_{33} = \begin{matrix} 1E+09 & 1.99E+08 \\ 2E+08 & 6.21E+08 \end{matrix} \\
 & K_F = \begin{pmatrix} 6.11E+10 & -2.73E+10 & -5.71E+10 & 2.28E+10 & -4.06E+09 & 4.44E+09 \\ -2.73E+10 & 1.11E+11 & 2.54E+10 & -1.11E+11 & 1.84E+09 & 8.10E+08 \\ -5.71E+10 & 2.54E+10 & 5.44E+10 & -2.08E+10 & 2.68E+09 & -4.64E+09 \\ 2.28E+10 & -1.11E+11 & -2.08E+10 & 1.13E+11 & -2.03E+09 & -1.43E+09 \\ -4.06E+09 & 1.84E+09 & 2.68E+09 & -2.03E+09 & 1.38E+09 & 1.99E+08 \\ 4.44E+09 & 8.10E+08 & -4.64E+09 & -1.43E+09 & 1.99E+08 & 6.21E+08 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO D

$$\begin{array}{r}
 b_1 = 0.712 \quad C_1 = -1.127 \quad b_2 = -0.572 \quad C_2 = 1.182 \quad A = 0.098 \\
 b_3 = -0.14 \quad C_3 = -0.055 \quad 1/4 A = 2.5510204 \\
 \\
 \begin{array}{r}
 6.743E+10 \quad -3.2E+10 \\
 K_{11} = -3.2E+10 \quad 9.785E+10 \\
 \\
 -6.25E+10 \quad 3.093E+10 \\
 K_{21} = 2.831E+10 \quad -9.93E+10 \\
 \\
 -4.97E+09 \quad 1.056E+09 \\
 K_{31} = 3.672E+09 \quad 1.469E+09
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -6.25E+10 \quad 2.831E+10 \\
 K_{12} = 3.093E+10 \quad -9.93E+10 \\
 \\
 5.886E+10 \quad -2.69E+10 \\
 K_{22} = -2.69E+10 \quad 1.015E+11 \\
 \\
 3.592E+09 \quad -1.36E+09 \\
 K_{32} = -3.98E+09 \quad -2.19E+09
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -5E+09 \quad 3.67E+09 \\
 K_{13} = 1E+09 \quad 1.47E+09 \\
 \\
 4E+09 \quad -4E+09 \\
 K_{23} = -1E+09 \quad -2.2E+09 \\
 \\
 1E+09 \quad 3.07E+08 \\
 K_{33} = 3E+08 \quad 7.22E+08
 \end{array}
 \end{array}$$

$$K_D = \begin{pmatrix}
 6.74E+10 & -3.20E+10 & -6.25E+10 & 2.83E+10 & -4.97E+09 & 3.67E+09 \\
 -3.20E+10 & 9.78E+10 & 3.09E+10 & -9.93E+10 & 1.06E+09 & 1.47E+09 \\
 -6.25E+10 & 3.09E+10 & 5.89E+10 & -2.69E+10 & 3.59E+09 & -3.98E+09 \\
 2.83E+10 & -9.93E+10 & -2.69E+10 & 1.02E+11 & -1.36E+09 & -2.19E+09 \\
 -4.97E+09 & 1.06E+09 & 3.59E+09 & -1.36E+09 & 1.38E+09 & 3.07E+08 \\
 3.67E+09 & 1.47E+09 & -3.98E+09 & -2.19E+09 & 3.07E+08 & 7.22E+08
 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO E

$$\begin{array}{r}
 b_1 = -0.565 \quad C_1 = 1.273 \quad b_2 = 0.425 \quad C_2 = -1.328 \quad A = 0.1045 \\
 b_3 = 0.14 \quad C_3 = 0.055 \quad 1/4 A = 2.3923445 \\
 \\
 \begin{array}{r}
 6.027E+10 \quad -2.69E+10 \\
 K_{11} = -2.69E+10 \quad 1.089E+11 \\
 \\
 -5.71E+10 \quad 2.544E+10 \\
 K_{21} = 2.283E+10 \quad -1.11E+11 \\
 \\
 -3.18E+09 \quad 1.446E+09 \\
 K_{31} = 4.054E+09 \quad 2.391E+09
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -5.71E+10 \quad 2.283E+10 \\
 K_{12} = 2.544E+10 \quad -1.11E+11 \\
 \\
 5.52E+10 \quad -2.11E+10 \\
 K_{22} = -2.11E+10 \quad 1.144E+11 \\
 \\
 1.887E+09 \quad -1.73E+09 \\
 K_{32} = -4.34E+09 \quad -3.07E+09
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -3E+09 \quad 4.05E+09 \\
 K_{13} = 1E+09 \quad 2.39E+09 \\
 \\
 2E+09 \quad -4.3E+09 \\
 K_{23} = -2E+09 \quad -3.1E+09 \\
 \\
 1E+09 \quad 2.88E+08 \\
 K_{33} = 3E+08 \quad 6.77E+08
 \end{array}
 \end{array}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO G

$$\begin{array}{l}
 b_1 = -0.395 \quad C_1 = 1.313 \quad b_2 = 0.249 \quad C_2 = -1.349 \quad A = 0.1025 \\
 b_3 = 0.146 \quad C_3 = 0.03599 \quad 1/4 A = 2.4390244 \\
 \\
 \begin{array}{l}
 5.371E+10 \quad -1.98E+10 \\
 K_{11} = -1.98E+10 \quad 1.135E+11 \\
 \\
 -5.12E+10 \quad 1.769E+10 \\
 K_{21} = 1.508E+10 \quad -1.15E+11 \\
 \\
 -2.46E+09 \quad 2.074E+09 \\
 K_{31} = 4.69E+09 \quad 1.536E+09
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 -5.12E+10 \quad 1.508E+10 \\
 K_{12} = 1.769E+10 \quad -1.15E+11 \\
 \\
 5.017E+10 \quad -1.28E+10 \\
 K_{22} = -1.28E+10 \quad 1.172E+11 \\
 \\
 1.076E+09 \quad -2.27E+09 \\
 K_{32} = -4.89E+09 \quad -2.16E+09
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 -2E+09 \quad 4.69E+09 \\
 K_{13} = 2E+09 \quad 1.54E+09 \\
 \\
 1E+09 \quad -4.9E+09 \\
 K_{23} = -2E+09 \quad -2.2E+09 \\
 \\
 1E+09 \quad 2E+08 \\
 K_{33} = 2E+08 \quad 6.24E+08
 \end{array}
 \end{array}$$

$$K_G = \begin{pmatrix}
 5.37E+10 & -1.98E+10 & -5.12E+10 & 1.51E+10 & -2.46E+09 & 4.69E+09 \\
 -1.98E+10 & 1.13E+11 & 1.77E+10 & -1.15E+11 & 2.07E+09 & 1.54E+09 \\
 -5.12E+10 & 1.77E+10 & 5.02E+10 & -1.28E+10 & 1.08E+09 & -4.89E+09 \\
 1.51E+10 & -1.15E+11 & -1.28E+10 & 1.17E+11 & -2.27E+09 & -2.16E+09 \\
 -2.46E+09 & 2.07E+09 & 1.08E+09 & -2.27E+09 & 1.39E+09 & 2.00E+08 \\
 4.69E+09 & 1.54E+09 & -4.89E+09 & -2.16E+09 & 2.00E+08 & 6.24E+08
 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO H

$$\begin{array}{l}
 b_1 = 0.395 \quad C_1 = -1.313 \quad b_2 = -0.247 \quad C_2 = 1.331 \quad A = 0.1005 \\
 b_3 = -0.148 \quad C_3 = -0.01799 \quad 1/4 A = 2.4875622 \\
 \begin{array}{l}
 5.478E+10 \quad -2.02E+10 \\
 K_{11} = -2.02E+10 \quad 1.157E+11 \\
 -5.16E+10 \quad 1.782E+10 \\
 K_{21} = 1.522E+10 \quad -1.16E+11 \\
 -3.17E+09 \quad 2.334E+09 \\
 K_{31} = 4.943E+09 \quad 15344501
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 -5.16E+10 \quad 1.522E+10 \\
 K_{12} = 1.782E+10 \quad -1.16E+11 \\
 4.986E+10 \quad -1.28E+10 \\
 K_{22} = -1.28E+10 \quad 1.163E+11 \\
 1.748E+09 \quad -2.44E+09 \\
 K_{32} = -5.05E+09 \quad -6.04E+08
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 -3E+09 \quad 4.94E+09 \\
 K_{13} = 2E+09 \quad 15344501 \\
 2E+09 \quad -5E+09 \\
 K_{23} = -2E+09 \quad -6E+08 \\
 1E+09 \quad 1.03E+08 \\
 K_{33} = 1E+08 \quad 5.89E+08
 \end{array} \\
 K_H = \begin{pmatrix}
 5.48E+10 & -2.02E+10 & -5.16E+10 & 1.52E+10 & -3.17E+09 & 4.94E+09 \\
 -2.02E+10 & 1.16E+11 & 1.78E+10 & -1.16E+11 & 2.33E+09 & 1.53E+07 \\
 -5.16E+10 & 1.78E+10 & 4.99E+10 & -1.28E+10 & 1.75E+09 & -5.05E+09 \\
 1.52E+10 & -1.16E+11 & -1.28E+10 & 1.16E+11 & -2.44E+09 & -6.04E+08 \\
 -3.17E+09 & 2.33E+09 & 1.75E+09 & -2.44E+09 & 1.43E+09 & 1.03E+08 \\
 4.94E+09 & 1.53E+07 & -5.05E+09 & -6.04E+08 & 1.03E+08 & 5.89E+08
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO I

$$\begin{array}{l}
 b_1 = -0.227 \quad C_1 = 1.289 \quad b_2 = 0.07899 \quad C_2 = -1.307 \quad A = 0.097 \\
 b_3 = 0.148 \quad C_3 = 0.01799 \quad 1/4 A = 2.5773196 \\
 \begin{array}{l}
 4.807E+10 \quad -1.18E+10 \\
 K_{11} = -1.18E+10 \quad 1.129E+11 \\
 -4.64E+10 \quad 9.332E+09 \\
 K_{21} = 6.716E+09 \quad -1.14E+11 \\
 -1.63E+09 \quad 2.451E+09 \\
 K_{31} = 5.067E+09 \quad 654445205
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 -4.64E+10 \quad 6.716E+09 \\
 K_{12} = 9.332E+09 \quad -1.14E+11 \\
 4.628E+10 \quad -4.16E+09 \\
 K_{22} = -4.16E+09 \quad 1.148E+11 \\
 153387296 \quad -2.56E+09 \\
 K_{32} = -5.17E+09 \quad -1.26E+09
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 -2E+09 \quad 5.07E+09 \\
 K_{13} = 2E+09 \quad 6.54E+08 \\
 2E+08 \quad -5.2E+09 \\
 K_{23} = -3E+09 \quad -1.3E+09 \\
 1E+09 \quad 1.07E+08 \\
 K_{33} = 1E+08 \quad 6.1E+08
 \end{array} \\
 K_I = \begin{pmatrix}
 4.81E+10 & -1.18E+10 & -4.64E+10 & 6.72E+09 & -1.63E+09 & 5.07E+09 \\
 -1.18E+10 & 1.13E+11 & 9.33E+09 & -1.14E+11 & 2.45E+09 & 6.54E+08 \\
 -4.64E+10 & 9.33E+09 & 4.63E+10 & -4.16E+09 & 1.53E+08 & -5.17E+09 \\
 6.72E+09 & -1.14E+11 & -4.16E+09 & 1.15E+11 & -2.56E+09 & -1.26E+09 \\
 -1.63E+09 & 2.45E+09 & 1.53E+08 & -2.56E+09 & 1.48E+09 & 1.07E+08 \\
 5.07E+09 & 6.54E+08 & -5.17E+09 & -1.26E+09 & 1.07E+08 & 6.10E+08
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO J

$$\begin{array}{l}
 b_1 = 0.227 \quad C_1 = -1.289 \quad b_2 = -0.077 \quad C_2 = 1.289 \quad A = 0.0965 \\
 b_3 = -0.15 \quad C_3 = 0 \quad 1/4 A = 2.5906736 \\
 \begin{array}{l}
 4.831E+10 \quad -1.18E+10 \\
 K_{11} = -1.18E+10 \quad 1.135E+11 \\
 -4.6E+10 \quad 9.235E+09 \\
 K_{21} = 6.627E+09 \quad -1.13E+11 \\
 -2.3E+09 \quad 2.609E+09 \\
 K_{31} = 5.218E+09 \quad -9.19E+08
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 -4.6E+10 \quad 6.627E+09 \\
 K_{12} = 9.235E+09 \quad -1.13E+11 \\
 4.524E+10 \quad -4.02E+09 \\
 K_{22} = -4.02E+09 \quad 1.123E+11 \\
 779226036 \quad -2.61E+09 \\
 K_{32} = -5.22E+09 \quad 311690415
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 -2E+09 \quad 5.22E+09 \\
 K_{13} = 3E+09 \quad -9.2E+08 \\
 8E+08 \quad -5.2E+09 \\
 K_{23} = -3E+09 \quad 3.12E+08 \\
 2E+09 \quad 0 \\
 K_{33} = 0 \quad 6.07E+08
 \end{array}
 \end{array}$$

$$K_j = \begin{pmatrix} 4.83E+10 & -1.18E+10 & -4.60E+10 & 6.63E+09 & -2.30E+09 & 5.22E+09 \\ -1.18E+10 & 1.13E+11 & 9.24E+09 & -1.13E+11 & 2.61E+09 & -9.19E+08 \\ -4.60E+10 & 9.24E+09 & 4.52E+10 & -4.02E+09 & 7.79E+08 & -5.22E+09 \\ 6.63E+09 & -1.13E+11 & -4.02E+09 & 1.12E+11 & -2.61E+09 & 3.12E+08 \\ -2.30E+09 & 2.61E+09 & 7.79E+08 & -2.61E+09 & 1.52E+09 & 0.00E+00 \\ 5.22E+09 & -9.19E+08 & -5.22E+09 & 3.12E+08 & 0.00E+00 & 6.07E+08 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO K

$$\begin{array}{l} b_1 = -0.071 \quad C_1 = 1.307 \quad b_2 = -0.0789 \quad C_2 = -1.307 \quad A = 0.098 \\ b_3 = 0.15 \quad C_3 = 0 \quad 1/4 A = 2.5510204 \\ K_{11} = \begin{pmatrix} 4.573E+10 & -3.7E+09 \\ -3.7E+09 & 1.136E+11 \end{pmatrix} \quad K_{12} = \begin{pmatrix} -4.5E+10 & -1.51E+09 \\ 1.096E+09 & -1.13E+11 \end{pmatrix} \quad K_{13} = \begin{pmatrix} -7E+08 & 5.21E+09 \\ 3E+09 & -2.8E+08 \end{pmatrix} \\ K_{21} = \begin{pmatrix} -4.5E+10 & 1.096E+09 \\ -1.51E+09 & -1.13E+11 \end{pmatrix} \quad K_{22} = \begin{pmatrix} 4.581E+10 & 4.11E+09 \\ 4.11E+09 & 1.136E+11 \end{pmatrix} \quad K_{23} = \begin{pmatrix} -8E+08 & -5.2E+09 \\ -3E+09 & -3.1E+08 \end{pmatrix} \\ K_{31} = \begin{pmatrix} -7.08E+08 & 2.605E+09 \\ 5.21E+09 & -2.83E+08 \end{pmatrix} \quad K_{32} = \begin{pmatrix} -7.86E+08 & -2.6E+09 \\ -5.21E+09 & -3.14E+08 \end{pmatrix} \quad K_{33} = \begin{pmatrix} 1E+09 & 0 \\ 0 & 5.98E+08 \end{pmatrix} \\ K_K = \begin{pmatrix} 4.57E+10 & -3.70E+09 & -4.50E+10 & -1.51E+09 & -7.08E+08 & 5.21E+09 \\ -3.70E+09 & 1.14E+11 & 1.10E+09 & -1.13E+11 & 2.60E+09 & -2.83E+08 \\ -4.50E+10 & 1.10E+09 & 4.58E+10 & 4.11E+09 & -7.86E+08 & -5.21E+09 \\ -1.51E+09 & -1.13E+11 & 4.11E+09 & 1.14E+11 & -2.60E+09 & -3.14E+08 \\ -7.08E+08 & 2.60E+09 & -7.86E+08 & -2.60E+09 & 1.49E+09 & 0.00E+00 \\ 5.21E+09 & -2.83E+08 & -5.21E+09 & -3.14E+08 & 0.00E+00 & 5.98E+08 \end{pmatrix} \end{array}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO L

$$\begin{array}{l} b_1 = 0.071 \quad C_1 = -1.307 \quad b_2 = 0.077 \quad C_2 = 1.289 \quad A = 0.096 \\ b_3 = -1.307 \quad C_3 = 0.018 \quad 1/4 A = 2.6041667 \\ K_{11} = \begin{pmatrix} 4.668E+10 & -3.78E+09 \\ -3.78E+09 & 1.16E+11 \end{pmatrix} \quad K_{12} = \begin{pmatrix} -4.53E+10 & -1.49E+09 \\ 1.118E+09 & -1.14E+11 \end{pmatrix} \quad K_{13} = \begin{pmatrix} -7E+09 & 4.64E+10 \\ 2E+10 & -4.1E+09 \end{pmatrix} \\ K_{21} = \begin{pmatrix} -4.53E+10 & 1.118E+09 \\ -1.49E+09 & -1.14E+11 \end{pmatrix} \quad K_{22} = \begin{pmatrix} 4.547E+10 & 4.039E+09 \\ 4.039E+09 & 1.128E+11 \end{pmatrix} \quad K_{23} = \begin{pmatrix} -6E+09 & -4.6E+10 \\ -2E+10 & -1.2E+09 \end{pmatrix} \\ K_{31} = \begin{pmatrix} -6.93E+09 & 2.32E+10 \\ 4.636E+10 & -4.11E+09 \end{pmatrix} \quad K_{32} = \begin{pmatrix} -6.2E+09 & -2.28E+10 \\ -4.57E+10 & -1.16E+09 \end{pmatrix} \quad K_{33} = \begin{pmatrix} 1E+11 & -9.6E+08 \\ -1E+09 & 4.64E+10 \end{pmatrix} \\ K_L = \begin{pmatrix} 4.67E+10 & -3.78E+09 & -4.53E+10 & -1.49E+09 & -6.93E+09 & 4.64E+10 \\ -3.78E+09 & 1.16E+11 & 1.12E+09 & -1.14E+11 & 2.32E+10 & -4.11E+09 \\ -4.53E+10 & 1.12E+09 & 4.55E+10 & 4.04E+09 & -6.20E+09 & -4.57E+10 \\ -1.49E+09 & -1.14E+11 & 4.04E+09 & 1.13E+11 & -2.28E+10 & -1.16E+09 \\ -6.93E+09 & 2.32E+10 & -6.20E+09 & -2.28E+10 & 1.16E+11 & -9.57E+08 \\ 4.64E+10 & -4.11E+09 & -4.57E+10 & -1.16E+09 & -9.57E+08 & 4.64E+10 \end{pmatrix} \end{array}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO M

$$\begin{aligned}
 & b_1 = 0.101 \quad C_1 = 1.367 \quad b_2 = -0.249 \quad C_2 = -1.349 \quad A = 0.102 \\
 & b_3 = 0.148 \quad C_3 = -0.018 \quad 1/4 A = 2.4509804 \\
 & \begin{aligned}
 & 4.836E+10 \quad 5.287E+09 \quad -4.87E+10 \quad -1.04E+10 \quad 3E+08 \quad 5.14E+09 \\
 K_{11} = & 5.287E+09 \quad 1.195E+11 \quad K_{12} = -7.82E+09 \quad -1.18E+11 \quad K_{13} = 3E+09 \quad -1.2E+09 \\
 & -4.87E+10 \quad -7.82E+09 \quad 5.042E+10 \quad 1.286E+10 \quad -2E+09 \quad -5E+09 \\
 K_{21} = & -1.04E+10 \quad -1.18E+11 \quad K_{22} = 1.286E+10 \quad 1.177E+11 \quad K_{23} = -2E+09 \quad 6.09E+08 \\
 & 325878268 \quad 2.536E+09 \quad -1.73E+09 \quad -2.43E+09 \quad 1E+09 \quad -1E+08 \\
 K_{31} = & 5.142E+09 \quad -1.19E+09 \quad K_{32} = -5.04E+09 \quad 608992034 \quad K_{33} = -1E+08 \quad 5.8E+08
 \end{aligned} \\
 & K_M = \begin{pmatrix} 4.84E+10 & 5.29E+09 & -4.87E+10 & -1.04E+10 & 3.26E+08 & 5.14E+09 \\ 5.29E+09 & 1.20E+11 & -7.82E+09 & -1.18E+11 & 2.54E+09 & -1.19E+09 \\ -4.87E+10 & -7.82E+09 & 5.04E+10 & 1.29E+10 & -1.73E+09 & -5.04E+09 \\ -1.04E+10 & -1.18E+11 & 1.29E+10 & 1.18E+11 & -2.43E+09 & 6.09E+08 \\ 3.26E+08 & 2.54E+09 & -1.73E+09 & -2.43E+09 & 1.41E+09 & -1.02E+08 \\ 5.14E+09 & -1.19E+09 & -5.04E+09 & 6.09E+08 & -1.02E+08 & 5.80E+08 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO N

$$\begin{aligned}
 & b_1 = -0.101 \quad C_1 = -1.367 \quad b_2 = 0.247 \quad C_2 = 1.33 \quad A = 0.1015 \\
 & b_3 = -0.146 \quad C_3 = 0.03699 \quad 1/4 A = 2.4630542 \\
 & \begin{aligned}
 & 4.86E+10 \quad 5.314E+09 \quad -4.82E+10 \quad -1.04E+10 \quad -4E+08 \quad 5.07E+09 \\
 K_{11} = & 5.314E+09 \quad 1.201E+11 \quad K_{12} = -7.78E+09 \quad -1.17E+11 \quad K_{13} = 2E+09 \quad -2.9E+09 \\
 & -4.82E+10 \quad -7.78E+09 \quad 4.93E+10 \quad 1.264E+10 \quad -1E+09 \quad -4.9E+09 \\
 K_{21} = & -1.04E+10 \quad -1.17E+11 \quad K_{22} = 1.264E+10 \quad 1.15E+11 \quad K_{23} = -2E+09 \quad 2.23E+09 \\
 & -3.52E+08 \quad 2.464E+09 \quad -1.05E+09 \quad -2.26E+09 \quad 1E+09 \quad -2.1E+08 \\
 K_{31} = & 5.073E+09 \quad -2.87E+09 \quad K_{32} = -4.86E+09 \quad 2.23E+09 \quad K_{33} = -2E+08 \quad 6.35E+08
 \end{aligned} \\
 & K_N = \begin{pmatrix} 4.86E+10 & 5.31E+09 & -4.82E+10 & -1.04E+10 & -3.52E+08 & 5.07E+09 \\ 5.31E+09 & 1.20E+11 & -7.78E+09 & -1.17E+11 & 2.46E+09 & -2.87E+09 \\ -4.82E+10 & -7.78E+09 & 4.93E+10 & 1.26E+10 & -1.05E+09 & -4.86E+09 \\ -1.04E+10 & -1.17E+11 & 1.26E+10 & 1.15E+11 & -2.26E+09 & 2.23E+09 \\ -3.52E+08 & 2.46E+09 & -1.05E+09 & -2.26E+09 & 1.40E+09 & -2.08E+08 \\ 5.07E+09 & -2.87E+09 & -4.86E+09 & 2.23E+09 & -2.08E+08 & 6.35E+08 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO Ñ

$$\begin{aligned}
 & b_1 = 0.279 \quad C_1 = 1.365 \quad b_2 = -0.425 \quad C_2 = -1.328 \quad A = 0.1045 \\
 & b_3 = 0.146 \quad C_3 = -0.0369 \quad 1/4 A = 2.3923445 \\
 & \begin{aligned}
 & 5.128E+10 \quad 1.424E+10 \quad -5.26E+10 \quad -1.91E+10 \quad 1E+09 \quad 4.84E+09 \\
 K_{11} = & 1.424E+10 \quad 1.18E+11 \quad K_{12} = -1.65E+10 \quad -1.16E+11 \quad K_{13} = 2E+09 \quad -2.1E+09 \\
 & -5.26E+10 \quad -1.65E+10 \quad 5.52E+10 \quad 2.11E+10 \quad -3E+09 \quad -4.6E+09 \\
 K_{21} = & -1.91E+10 \quad -1.16E+11 \quad K_{22} = 2.11E+10 \quad 1.144E+11 \quad K_{23} = -2E+09 \quad 1.51E+09 \\
 & 1.283E+09 \quad 2.227E+09 \quad -2.64E+09 \quad -2.03E+09 \quad 1E+09 \quad -2E+08 \\
 K_{31} = & 4.838E+09 \quad -2.12E+09 \quad K_{32} = -4.64E+09 \quad 1.507E+09 \quad K_{33} = -2E+08 \quad 6.16E+08
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

$$K_{\bar{N}} = \begin{pmatrix} 5.13E+10 & 1.42E+10 & -5.26E+10 & -1.91E+10 & 1.28E+09 & 4.84E+09 \\ 1.42E+10 & 1.18E+11 & -1.65E+10 & -1.16E+11 & 2.23E+09 & -2.12E+09 \\ -5.26E+10 & -1.65E+10 & 5.52E+10 & 2.11E+10 & -2.64E+09 & -4.64E+09 \\ -1.91E+10 & -1.16E+11 & 2.11E+10 & 1.14E+11 & -2.03E+09 & 1.51E+09 \\ 1.28E+09 & 2.23E+09 & -2.64E+09 & -2.03E+09 & 1.36E+09 & -2.01E+08 \\ 4.84E+09 & -2.12E+09 & -4.64E+09 & 1.51E+09 & -2.01E+08 & 6.16E+08 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO O

$b_1 =$	-0.279	$C_1 =$	-1.365	$b_2 =$	0.419	$C_2 =$	1.31	$A =$	0.103
$b_3 =$	-0.14	$C_3 =$	0.055			$1/4 A =$	2.4271845		
$K_{11} =$	5.203E+10	1.444E+10		-5.26E+10	-1.91E+10		6E+08	4.64E+09	
	1.444E+10	1.197E+11		$K_{12} =$	-1.65E+10	-1.16E+11	$K_{13} =$	2E+09	-3.8E+09
$K_{21} =$	-5.26E+10	-1.65E+10		5.449E+10	2.082E+10		-2E+09	-4.3E+09	
	-1.91E+10	-1.16E+11		$K_{22} =$	2.082E+10	1.129E+11	$K_{23} =$	-2E+09	3.07E+09
$K_{31} =$	570767597	2.028E+09		-1.89E+09	-1.74E+09		1E+09	-2.9E+08	
	4.638E+09	-3.76E+09		$K_{32} =$	-4.35E+09	3.071E+09	$K_{33} =$	-3E+08	6.87E+08
$K_O =$	5.20E+10	1.44E+10	-5.26E+10	-1.91E+10	5.71E+08	4.64E+09			
	1.44E+10	1.20E+11	-1.65E+10	-1.16E+11	2.03E+09	-3.76E+09			
	-5.26E+10	-1.65E+10	5.45E+10	2.08E+10	-1.89E+09	-4.35E+09			
	-1.91E+10	-1.16E+11	2.08E+10	1.13E+11	-1.74E+09	3.07E+09			
	5.71E+08	2.03E+09	-1.89E+09	-1.74E+09	1.32E+09	-2.92E+08			
	4.64E+09	-3.76E+09	-4.35E+09	3.07E+09	-2.92E+08	6.87E+08			

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO P

$b_1 =$	0.572	$C_1 =$	1.227	$b_2 =$	-0.712	$C_2 =$	-1.172	$A =$	0.1015
$b_3 =$	0.14	$C_3 =$	-0.055			$1/4 A =$	2.4630542		
$K_{11} =$	5.961E+10	2.701E+10		-6.3E+10	-3.1E+10		3E+09	4E+09	
	2.701E+10	1.05E+11		$K_{12} =$	-2.84E+10	-1.03E+11	$K_{13} =$	1E+09	-2.3E+09
$K_{21} =$	-6.3E+10	-2.84E+10		6.776E+10	3.211E+10		-5E+09	-3.7E+09	
	-3.1E+10	-1.03E+11		$K_{22} =$	3.211E+10	1.011E+11	$K_{23} =$	-1E+09	1.58E+09
$K_{31} =$	3.405E+09	1.397E+09		-4.74E+09	-1.1E+09		1E+09	-3E+08	
	4.004E+09	-2.27E+09		$K_{32} =$	-3.71E+09	1.577E+09	$K_{33} =$	-3E+08	6.97E+08
$K_p =$	5.96E+10	2.70E+10	-6.30E+10	-3.10E+10	3.41E+09	4.00E+09			
	2.70E+10	1.05E+11	-2.84E+10	-1.03E+11	1.40E+09	-2.27E+09			
	-6.30E+10	-2.84E+10	6.78E+10	3.21E+10	-4.74E+09	-3.71E+09			
	-3.10E+10	-1.03E+11	3.21E+10	1.01E+11	-1.10E+09	1.58E+09			
	3.41E+09	1.40E+09	-4.74E+09	-1.10E+09	1.33E+09	-2.96E+08			
	4.00E+09	-2.27E+09	-3.71E+09	1.58E+09	-2.96E+08	6.97E+08			

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO Q

$$\begin{array}{l}
 b_1 = -0.58 \quad C_1 = -1.243 \quad b_2 = 0.712 \quad C_2 = 1.172 \quad A = 0.1025 \\
 b_3 = -0.132 \quad C_3 = 0.0709 \quad 1/4 A = 2.4390244 \\
 \\
 \begin{array}{lll}
 6.062E+10 & 2.747E+10 & -6.32E+10 \quad -3.11E+10 \quad 3E+09 \quad 3.65E+09 \\
 K_{11} = 2.747E+10 & 1.067E+11 & K_{12} = -2.85E+10 \quad -1.03E+11 \quad K_{13} = 1E+09 \quad -3.7E+09 \\
 \\
 -6.32E+10 & -2.85E+10 & 6.71E+10 \quad 3.18E+10 \quad -4E+09 \quad -3.3E+09 \\
 K_{21} = -3.11E+10 & -1.03E+11 & K_{22} = 3.18E+10 \quad 1.001E+11 \quad K_{23} = -7E+08 \quad 2.89E+09 \\
 \\
 2.624E+09 & 1.04E+09 & -3.86E+09 \quad -6.83E+08 \quad 1E+09 \quad -3.6E+08 \\
 K_{31} = 3.646E+09 & -3.65E+09 & K_{32} = -3.29E+09 \quad 2.89E+09 \quad K_{33} = -4E+08 \quad 7.62E+08
 \end{array} \\
 \\
 K_Q = \begin{pmatrix}
 6.06E+10 & 2.75E+10 & -6.32E+10 & -3.11E+10 & 2.62E+09 & 3.65E+09 \\
 2.75E+10 & 1.07E+11 & -2.85E+10 & -1.03E+11 & 1.04E+09 & -3.65E+09 \\
 -6.32E+10 & -2.85E+10 & 6.71E+10 & 3.18E+10 & -3.86E+09 & -3.29E+09 \\
 -3.11E+10 & -1.03E+11 & 3.18E+10 & 1.00E+11 & -6.83E+08 & 2.89E+09 \\
 2.62E+09 & 1.04E+09 & -3.86E+09 & -6.83E+08 & 1.23E+09 & -3.57E+08 \\
 3.65E+09 & -3.65E+09 & -3.29E+09 & 2.89E+09 & -3.57E+08 & 7.62E+08
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO R

$$\begin{array}{l}
 b_1 = 0.685 \quad C_1 = 1.349 \quad b_2 = -0.817 \quad C_2 = -1.278 \quad A = 0.113 \\
 b_3 = 0.132 \quad C_3 = -0.0709 \quad 1/4 A = 2.2123894 \\
 \\
 \begin{array}{lll}
 6.897E+10 & 3.194E+10 & -7.2E+10 \quad -3.55E+10 \quad 3E+09 \quad 3.54E+09 \\
 K_{11} = 3.194E+10 & 1.157E+11 & K_{12} = -3.29E+10 \quad -1.12E+11 \quad K_{13} = 9E+08 \quad -3.4E+09 \\
 \\
 -7.2E+10 & -3.29E+10 & 7.61E+10 \quad 3.609E+10 \quad -4E+09 \quad -3.2E+09 \\
 K_{21} = -3.55E+10 & -1.12E+11 & K_{22} = 3.609E+10 \quad 1.095E+11 \quad K_{23} = -6E+08 \quad 2.74E+09 \\
 \\
 3.005E+09 & 932602784 & -4.13E+09 \quad -6.09E+08 \quad 1E+09 \quad -3.2E+08 \\
 K_{31} = 3.544E+09 & -3.43E+09 & K_{32} = -3.22E+09 \quad 2.735E+09 \quad K_{33} = -3E+08 \quad 6.91E+08
 \end{array} \\
 \\
 K_R = \begin{pmatrix}
 6.90E+10 & 3.19E+10 & -7.20E+10 & -3.55E+10 & 3.01E+09 & 3.54E+09 \\
 3.19E+10 & 1.16E+11 & -3.29E+10 & -1.12E+11 & 9.33E+08 & -3.43E+09 \\
 -7.20E+10 & -3.29E+10 & 7.61E+10 & 3.61E+10 & -4.13E+09 & -3.22E+09 \\
 -3.55E+10 & -1.12E+11 & 3.61E+10 & 1.09E+11 & -6.09E+08 & 2.74E+09 \\
 3.01E+09 & 9.33E+08 & -4.13E+09 & -6.09E+08 & 1.12E+09 & -3.24E+08 \\
 3.54E+09 & -3.43E+09 & -3.22E+09 & 2.74E+09 & -3.24E+08 & 6.91E+08
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO S

$$\begin{array}{l}
 b_1 = -0.685 \quad C_1 = -1.349 \quad b_2 = 0.685 \quad C_2 = 1.094 \quad A = 0.087 \\
 b_3 = 0 \quad C_3 = 0.2549 \quad 1/4 A = 2.8735632 \\
 \\
 \begin{array}{lll}
 8.959E+10 & 4.149E+10 & -7.93E+10 \quad -3.89E+10 \quad -1E+10 \quad -2.6E+09 \\
 K_{11} = 4.149E+10 & 1.502E+11 & K_{12} = -3.63E+10 \quad -1.24E+11 \quad K_{13} = -5E+09 \quad -2.6E+10
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
\begin{array}{cc}
-7.93\text{E}+10 & -3.63\text{E}+10 \\
K_{21} = -3.89\text{E}+10 & -1.24\text{E}+11
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cc}
7.094\text{E}+10 & 3.365\text{E}+10 \\
K_{22} = 3.365\text{E}+10 & 1.036\text{E}+11
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cc}
8\text{E}+09 & 2.61\text{E}+09 \\
K_{23} = 5\text{E}+09 & 2.09\text{E}+10
\end{array} \\
\\
\begin{array}{cc}
-1.03\text{E}+10 & -5.23\text{E}+09 \\
K_{31} = -2.61\text{E}+09 & -2.57\text{E}+10
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cc}
8.347\text{E}+09 & 5.226\text{E}+09 \\
K_{32} = 2.613\text{E}+09 & 2.087\text{E}+10
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cc}
2\text{E}+09 & 0 \\
K_{33} = 0 & 4.86\text{E}+09
\end{array} \\
\\
K_5 = \left(\begin{array}{cccccc}
8.96\text{E}+10 & 4.15\text{E}+10 & -7.93\text{E}+10 & -3.89\text{E}+10 & -1.03\text{E}+10 & -2.61\text{E}+09 \\
4.15\text{E}+10 & 1.50\text{E}+11 & -3.63\text{E}+10 & -1.24\text{E}+11 & -5.23\text{E}+09 & -2.57\text{E}+10 \\
-7.93\text{E}+10 & -3.63\text{E}+10 & 7.09\text{E}+10 & 3.36\text{E}+10 & 8.35\text{E}+09 & 2.61\text{E}+09 \\
-3.89\text{E}+10 & -1.24\text{E}+11 & 3.36\text{E}+10 & 1.04\text{E}+11 & 5.23\text{E}+09 & 2.09\text{E}+10 \\
-1.03\text{E}+10 & -5.23\text{E}+09 & 8.35\text{E}+09 & 5.23\text{E}+09 & 1.94\text{E}+09 & 0.00\text{E}+00 \\
-2.61\text{E}+09 & -2.57\text{E}+10 & 2.61\text{E}+09 & 2.09\text{E}+10 & 0.00\text{E}+00 & 4.86\text{E}+09
\end{array} \right)
\end{array}$$

Asignación de nodos a matrices

Nudo	2	2	3	3	1	1		
ijk	1		2		3			
A =	8.27E+10	-3.92E+10	-8.16E+09	2.61E+09	-8.03E+10	3.85E+10	1	2
	-3.92E+10	1.19E+11	5.22E+09	-2.04E+10	3.77E+10	-1.13E+11	2	2
	-8.16E+09	5.22E+09	1.63E+09	0.00E+00	7.68E+09	-5.22E+09	3	3
	2.61E+09	-2.04E+10	0.00E+00	4.07E+09	-2.61E+09	1.92E+10	2	3
	-8.03E+10	3.77E+10	7.68E+09	-2.61E+09	7.80E+10	-3.69E+10	3	1
	3.85E+10	-1.13E+11	-5.22E+09	1.92E+10	-3.69E+10	1.07E+11	1	1
Nudo	4	4	3	3	2	2		
ijk	1		2		3			
B =	7.09E+10	-3.35E+10	-6.30E+10	2.93E+10	-2.96E+09	2.53E+09	1	4
	-3.35E+10	9.75E+10	3.05E+10	-9.06E+10	-3.50E+08	5.48E+09	4	4
	-6.30E+10	3.05E+10	5.62E+10	-2.66E+10	2.14E+09	-2.52E+09	2	3
	2.93E+10	-9.06E+10	-2.66E+10	8.44E+10	9.75E+07	-5.46E+09	3	3
	-2.96E+09	-3.50E+08	2.14E+09	9.75E+07	1.30E+09	5.22E+08	2	2
	2.53E+09	5.48E+09	-2.52E+09	-5.46E+09	5.22E+08	1.16E+09	3	2
Nudo	3	3	4	4	5	5		
ijk	1		2		3			
C =	5.71E+10	-2.71E+10	-5.48E+10	2.47E+10	-2.31E+09	2.41E+09		3
	-2.71E+10	8.30E+10	2.73E+10	-8.84E+10	-1.96E+08	5.31E+09	1	3
	-5.48E+10	2.73E+10	5.38E+10	-2.44E+10	1.02E+09	-2.93E+09		4
	2.47E+10	-8.84E+10	-2.44E+10	9.48E+10	-3.24E+08	-6.47E+09	2	4
	-2.31E+09	-1.96E+08	1.02E+09	-3.24E+08	1.29E+09	5.20E+08		5
	2.41E+09	5.31E+09	-2.93E+09	-6.47E+09	5.20E+08	1.16E+09	3	5
Nudo	6	6	5	5	4	4		
ijk	1		2		3			
D =	6.74E+10	-3.20E+10	-6.25E+10	2.83E+10	-4.97E+09	3.67E+09		6
	-3.20E+10	9.78E+10	3.09E+10	-9.93E+10	1.06E+09	1.47E+09	1	6
	-6.25E+10	3.09E+10	5.89E+10	-2.69E+10	3.59E+09	-3.98E+09		5
	2.83E+10	-9.93E+10	-2.69E+10	1.02E+11	-1.36E+09	-2.19E+09	2	5
	-4.97E+09	1.06E+09	3.59E+09	-1.36E+09	1.38E+09	3.07E+08		4
	3.67E+09	1.47E+09	-3.98E+09	-2.19E+09	3.07E+08	7.22E+08	3	4

Nudo	5	5	6	6	7	7		
ijk	1		2		3			
E =	6.03E+10	-2.69E+10	-5.71E+10	2.28E+10	-3.18E+09	4.05E+09		5
	-2.69E+10	1.09E+11	2.54E+10	-1.11E+11	1.45E+09	2.39E+09	1	5
	-5.71E+10	2.54E+10	5.52E+10	-2.11E+10	1.89E+09	-4.34E+09		6
	2.28E+10	-1.11E+11	-2.11E+10	1.14E+11	-1.73E+09	-3.07E+09	2	6
	-3.18E+09	1.45E+09	1.89E+09	-1.73E+09	1.30E+09	2.88E+08		7
	4.05E+09	2.39E+09	-4.34E+09	-3.07E+09	2.88E+08	6.77E+08	3	7
Nudo	8	8	7	7	6	6		
ijk	1		2		3			
F =	6.11E+10	-2.73E+10	-5.71E+10	2.28E+10	-4.06E+09	4.44E+09		8
	-2.73E+10	1.11E+11	2.54E+10	-1.11E+11	1.84E+09	8.10E+08	1	8
	-5.71E+10	2.54E+10	5.44E+10	-2.08E+10	2.68E+09	-4.64E+09		7
	2.28E+10	-1.11E+11	-2.08E+10	1.13E+11	-2.03E+09	-1.43E+09	2	7
	-4.06E+09	1.84E+09	2.68E+09	-2.03E+09	1.38E+09	1.99E+08		6
	4.44E+09	8.10E+08	-4.64E+09	-1.43E+09	1.99E+08	6.21E+08	3	6
Nudo	7	7	8	8	9	9		
ijk	1		2		3			
G =	5.37E+10	-1.98E+10	-5.12E+10	1.51E+10	-2.46E+09	4.69E+09		7
	-1.98E+10	1.13E+11	1.77E+10	-1.15E+11	2.07E+09	1.54E+09	1	7
	-5.12E+10	1.77E+10	5.02E+10	-1.28E+10	1.08E+09	-4.89E+09		8
	1.51E+10	-1.15E+11	-1.28E+10	1.17E+11	-2.27E+09	-2.16E+09	2	8
	-2.46E+09	2.07E+09	1.08E+09	-2.27E+09	1.39E+09	2.00E+08		9
	4.69E+09	1.54E+09	-4.89E+09	-2.16E+09	2.00E+08	6.24E+08	3	9
Nudo	10	10	9	9	8	8		
ijk	1		2		3			
H =	5.48E+10	-2.02E+10	-5.16E+10	1.52E+10	-3.17E+09	4.94E+09		10
	-2.02E+10	1.16E+11	1.78E+10	-1.16E+11	2.33E+09	1.53E+07	1	10
	-5.16E+10	1.78E+10	4.99E+10	-1.28E+10	1.75E+09	-5.05E+09		9
	1.52E+10	-1.16E+11	-1.28E+10	1.16E+11	-2.44E+09	-6.04E+08	2	9
	-3.17E+09	2.33E+09	1.75E+09	-2.44E+09	1.43E+09	1.03E+08		8
	4.94E+09	1.53E+07	-5.05E+09	-6.04E+08	1.03E+08	5.89E+08	3	8
Nudo	9	9	10	10	11	11		
ijk	1		2		3			
I =	4.81E+10	-1.18E+10	-4.64E+10	6.72E+09	-1.63E+09	5.07E+09		9
	-1.18E+10	1.13E+11	9.33E+09	-1.14E+11	2.45E+09	6.54E+08	1	9
	-4.64E+10	9.33E+09	4.63E+10	-4.16E+09	1.53E+08	-5.17E+09		10
	6.72E+09	-1.14E+11	-4.16E+09	1.15E+11	-2.56E+09	-1.26E+09	2	10
	-1.63E+09	2.45E+09	1.53E+08	-2.56E+09	1.48E+09	1.07E+08		11
	5.07E+09	6.54E+08	-5.17E+09	-1.26E+09	1.07E+08	6.10E+08	3	11

Nudo	12	12	11	11	10	10		
ijk	1		2		3			
	4.83E+10	-1.18E+10	-4.60E+10	6.63E+09	-2.30E+09	5.22E+09		12
	-1.18E+10	1.13E+11	9.24E+09	-1.13E+11	2.61E+09	-9.19E+08	1	12
J =	-4.60E+10	9.24E+09	4.52E+10	-4.02E+09	7.79E+08	-5.22E+09		11
	6.63E+09	-1.13E+11	-4.02E+09	1.12E+11	-2.61E+09	3.12E+08	2	11
	-2.30E+09	2.61E+09	7.79E+08	-2.61E+09	1.52E+09	0.00E+00		10
	5.22E+09	-9.19E+08	-5.22E+09	3.12E+08	0.00E+00	6.07E+08	3	10
Nudo	11	11	12	12	13	13		
ijk	1		2		3			
	4.57E+10	-3.70E+09	-4.50E+10	-1.51E+09	-7.08E+08	5.21E+09		11
	-3.70E+09	1.14E+11	1.10E+09	-1.13E+11	2.60E+09	-2.83E+08	1	11
K =	-4.50E+10	1.10E+09	4.58E+10	4.11E+09	-7.86E+08	-5.21E+09		12
	-1.51E+09	-1.13E+11	4.11E+09	1.14E+11	-2.60E+09	-3.14E+08	2	12
	-7.08E+08	2.60E+09	-7.86E+08	-2.60E+09	1.49E+09	0.00E+00		13
	5.21E+09	-2.83E+08	-5.21E+09	-3.14E+08	0.00E+00	5.98E+08	3	13
Nudo	14	14	13	13	12	12		
ijk	1		2		3			
	4.67E+10	-3.78E+09	-4.53E+10	-1.49E+09	-6.93E+09	4.64E+10		14
	-3.78E+09	1.16E+11	1.12E+09	-1.14E+11	2.32E+10	-4.11E+09	1	14
L =	-4.53E+10	1.12E+09	4.55E+10	4.04E+09	-6.20E+09	-4.57E+10		13
	-1.49E+09	-1.14E+11	4.04E+09	1.13E+11	-2.28E+10	-1.16E+09	2	13
	-6.93E+09	2.32E+10	-6.20E+09	-2.28E+10	1.16E+11	-9.57E+08		12
	4.64E+10	-4.11E+09	-4.57E+10	-1.16E+09	-9.57E+08	4.64E+10	3	12
Nudo	13	13	14	14	15	15		
ijk	1		2		3			
	4.84E+10	5.29E+09	-4.87E+10	-1.04E+10	3.26E+08	5.14E+09		13
	5.29E+09	1.20E+11	-7.82E+09	-1.18E+11	2.54E+09	-1.19E+09	1	13
M =	-4.87E+10	-7.82E+09	5.04E+10	1.29E+10	-1.73E+09	-5.04E+09		14
	-1.04E+10	-1.18E+11	1.29E+10	1.18E+11	-2.43E+09	6.09E+08	2	14
	3.26E+08	2.54E+09	-1.73E+09	-2.43E+09	1.41E+09	-1.02E+08		15
	5.14E+09	-1.19E+09	-5.04E+09	6.09E+08	-1.02E+08	5.80E+08	3	15
Nudo	16	16	15	15	14	14		
ijk	1		2		3			
	4.86E+10	5.31E+09	-4.82E+10	-1.04E+10	-3.52E+08	5.07E+09		16
	5.31E+09	1.20E+11	-7.78E+09	-1.17E+11	2.46E+09	-2.87E+09	1	16
N =	-4.82E+10	-7.78E+09	4.93E+10	1.26E+10	-1.05E+09	-4.86E+09		15
	-1.04E+10	-1.17E+11	1.26E+10	1.15E+11	-2.26E+09	2.23E+09	2	15
	-3.52E+08	2.46E+09	-1.05E+09	-2.26E+09	1.40E+09	-2.08E+08		14
	5.07E+09	-2.87E+09	-4.86E+09	2.23E+09	-2.08E+08	6.35E+08	3	14

Nudo	15	15	16	16	17	17		
ijk	1		2		3			
Ñ =	5.13E+10	1.42E+10	-5.26E+10	-1.91E+10	1.28E+09	4.84E+09		15
	1.42E+10	1.18E+11	-1.65E+10	-1.16E+11	2.23E+09	-2.12E+09	1	15
	-5.26E+10	-1.65E+10	5.52E+10	2.11E+10	-2.64E+09	-4.64E+09		16
	-1.91E+10	-1.16E+11	2.11E+10	1.14E+11	-2.03E+09	1.51E+09	2	16
	1.28E+09	2.23E+09	-2.64E+09	-2.03E+09	1.36E+09	-2.01E+08		17
	4.84E+09	-2.12E+09	-4.64E+09	1.51E+09	-2.01E+08	6.16E+08	3	17
Nudo	18	18	17	17	16	16		
ijk	1		2		3			
O =	5.20E+10	1.44E+10	-5.26E+10	-1.91E+10	5.71E+08	4.64E+09		18
	1.44E+10	1.20E+11	-1.65E+10	-1.16E+11	2.03E+09	-3.76E+09	1	18
	-5.26E+10	-1.65E+10	5.45E+10	2.08E+10	-1.89E+09	-4.35E+09		17
	-1.91E+10	-1.16E+11	2.08E+10	1.13E+11	-1.74E+09	3.07E+09	2	17
	5.71E+08	2.03E+09	-1.89E+09	-1.74E+09	1.32E+09	-2.92E+08		16
	4.64E+09	-3.76E+09	-4.35E+09	3.07E+09	-2.92E+08	6.87E+08	3	16
Nudo	17	17	18	18	19	19		
ijk	1		2		3			
P =	5.96E+10	2.70E+10	-6.30E+10	-3.10E+10	3.41E+09	4.00E+09		17
	2.70E+10	1.05E+11	-2.84E+10	-1.03E+11	1.40E+09	-2.27E+09	1	17
	-6.30E+10	-2.84E+10	6.78E+10	3.21E+10	-4.74E+09	-3.71E+09		18
	-3.10E+10	-1.03E+11	3.21E+10	1.01E+11	-1.10E+09	1.58E+09	2	18
	3.41E+09	1.40E+09	-4.74E+09	-1.10E+09	1.33E+09	-2.96E+08		19
	4.00E+09	-2.27E+09	-3.71E+09	1.58E+09	-2.96E+08	6.97E+08	3	19
Nudo	20	20	19	19	18	18		
ijk	1		2		3			
Q =	6.06E+10	2.75E+10	-6.32E+10	-3.11E+10	2.62E+09	3.65E+09		20
	2.75E+10	1.07E+11	-2.85E+10	-1.03E+11	1.04E+09	-3.65E+09	1	20
	-6.32E+10	-2.85E+10	6.71E+10	3.18E+10	-3.86E+09	-3.29E+09		19
	-3.11E+10	-1.03E+11	3.18E+10	1.00E+11	-6.83E+08	2.89E+09	2	19
	2.62E+09	1.04E+09	-3.86E+09	-6.83E+08	1.23E+09	-3.57E+08		18
	3.65E+09	-3.65E+09	-3.29E+09	2.89E+09	-3.57E+08	7.62E+08	3	18
Nudo	19	19	20	20	21	21		
ijk	1		2		3			
R =	6.90E+10	3.19E+10	-7.20E+10	-3.55E+10	3.01E+09	3.54E+09		19
	3.19E+10	1.16E+11	-3.29E+10	-1.12E+11	9.33E+08	-3.43E+09	1	19
	-7.20E+10	-3.29E+10	7.61E+10	3.61E+10	-4.13E+09	-3.22E+09		20
	-3.55E+10	-1.12E+11	3.61E+10	1.09E+11	-6.09E+08	2.74E+09	2	20
	3.01E+09	9.33E+08	-4.13E+09	-6.09E+08	1.12E+09	-3.24E+08		21
	3.54E+09	-3.43E+09	-3.22E+09	2.74E+09	-3.24E+08	6.91E+08	3	21

Nudo	22	22	21	21	20	20		
ijk		1		2		3		
S =	8.96E+10	4.15E+10	-7.93E+10	-3.89E+10	-1.03E+10	-2.61E+09		22
	4.15E+10	1.50E+11	-3.63E+10	-1.24E+11	-5.23E+09	-2.57E+10	1	22
	-7.93E+10	-3.63E+10	7.09E+10	3.36E+10	8.35E+09	2.61E+09		21
	-3.89E+10	-1.24E+11	3.36E+10	1.04E+11	5.23E+09	2.09E+10	2	21
	-1.03E+10	-5.23E+09	8.35E+09	5.23E+09	1.94E+09	0.00E+00		20
	-2.61E+09	-2.57E+10	2.61E+09	2.09E+10	0.00E+00	4.86E+09	3	20

ANEXO 3

Creación y análisis de modelo con Sap2000

Datos

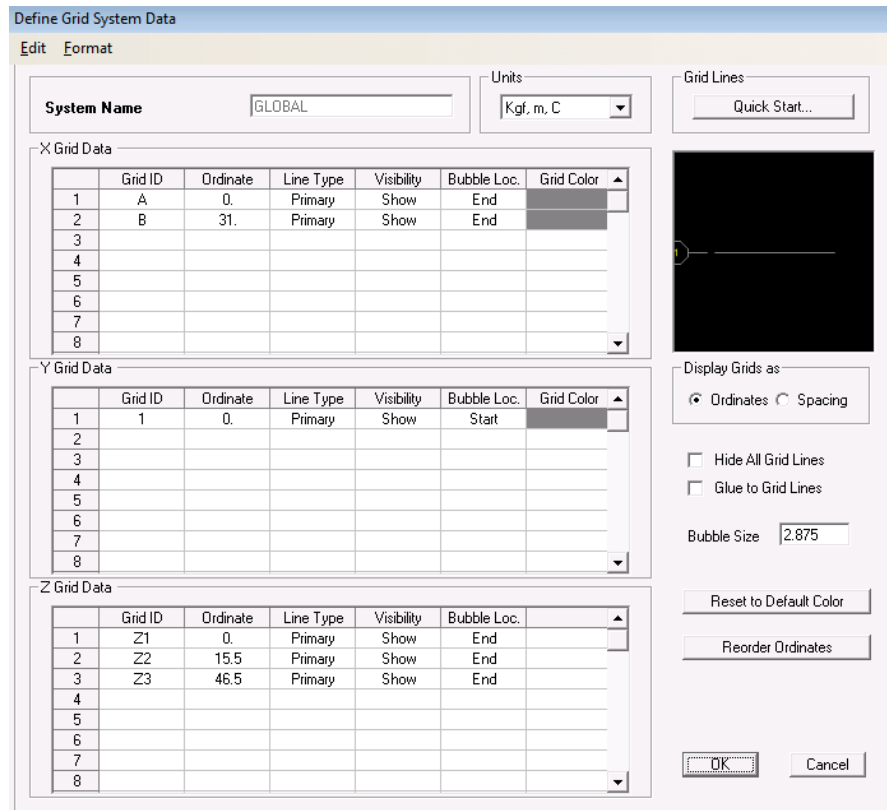
Diámetro = 62 m. (203.41 ft)

Altura = 46.5 m. (152.56 ft)

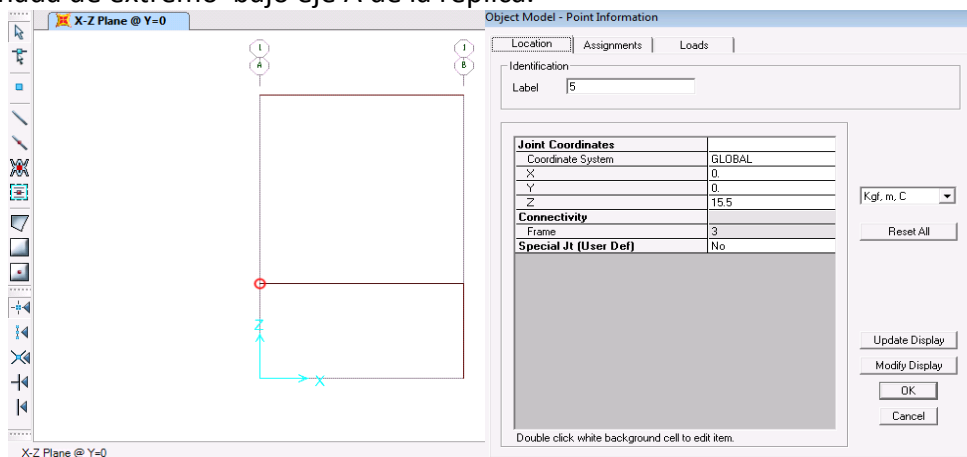
Densidad de producto a almacenar = 880 kg/m³

Crear modelo

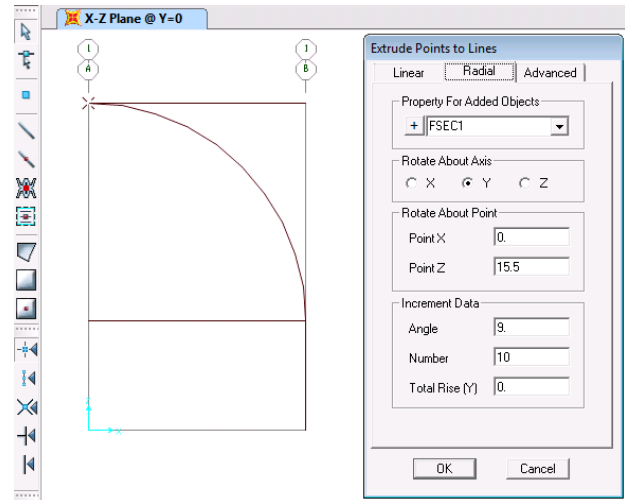
- Iniciar SAP2000/File/New model/Grids



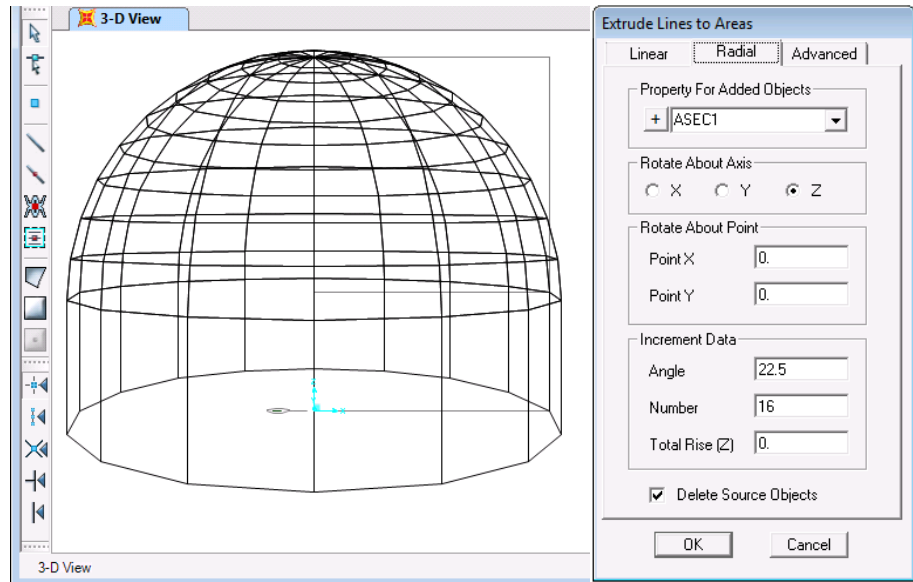
- **Dibujar elementos /Draw frame:** desde eje “A” a eje “B” en una altura de 46.5 y en eje B desde 0 hasta 15.50. Replicar Elemento AB a una distancia r de 31 m. Obtener coordenada de extremo bajo eje A de la réplica.



- **Desarrollar la curva del domo** /seleccionar extremo A del elemento AB/Edit/Extrude/Extrude point to lines; Radial/ Rotate about y/ Rotate About point 15.5/Angle 9/Number 10/OK



- **Eliminar Elementos que no serán extruidos a Líneas /OK**
- **Extruir elementos en áreas:** Select all/Edit/Extrude/Extrude lines to areas/radial/Rotate about axis Z/Rotate about point X = 0; Y = 0; Increment data/Angle = 22.5 /Number 16 /Delete source ⊗



Definición de materiales: Define/Materials/Concrete/Modify/Show mat

Volume 2.5 Ton/m³

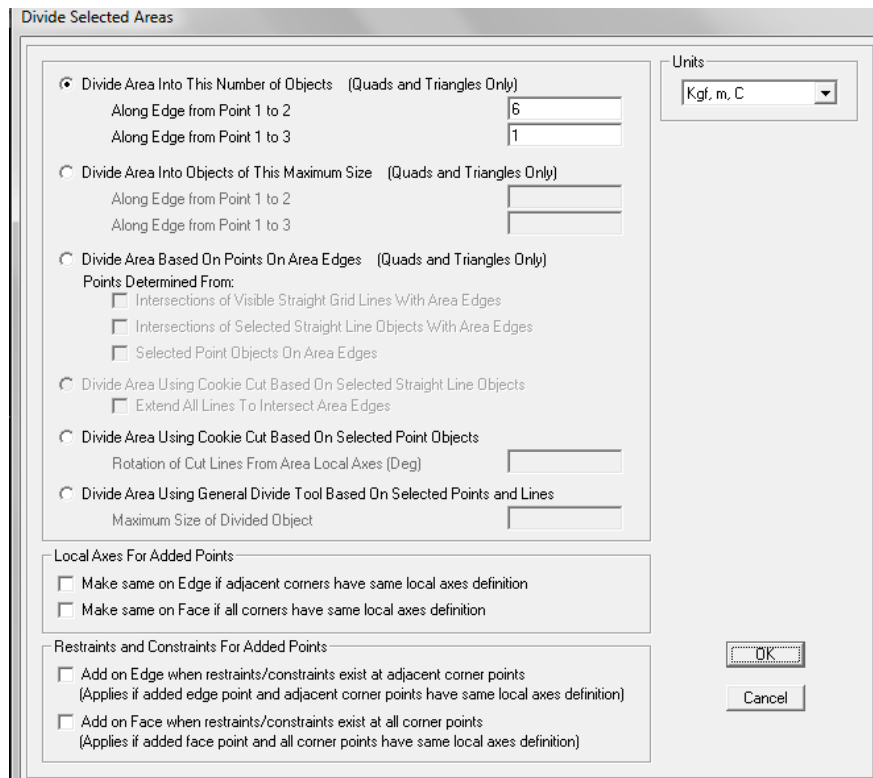
E = 2534563.6

Poisson's Ratio = 0.2

f'c = 2800

Definición de secciones: Define/ Section properties/area sections /Cúpula /Membrana/thickness 0.20/bending 0.20/ Define/ Section properties/area sections/1er Anillo/shell thin/thickness 0.45/bending 0.45/pared/shell thin/thickness 0.35/bending 0.35/pared Ultima/shell thin/thickness 0.30/bending 0.30

Asignación de secciones: View/set limits/XY/ set Z min 15.5; max. 46.5/ Select all/ Assign/area section/Cúpula; View/set limits/XY/ set Z min 0; max. 15.5/ Select all/ divide area/Along edge from point 1 to 2 (6); along edge from point 1 to 3 (1)/OK



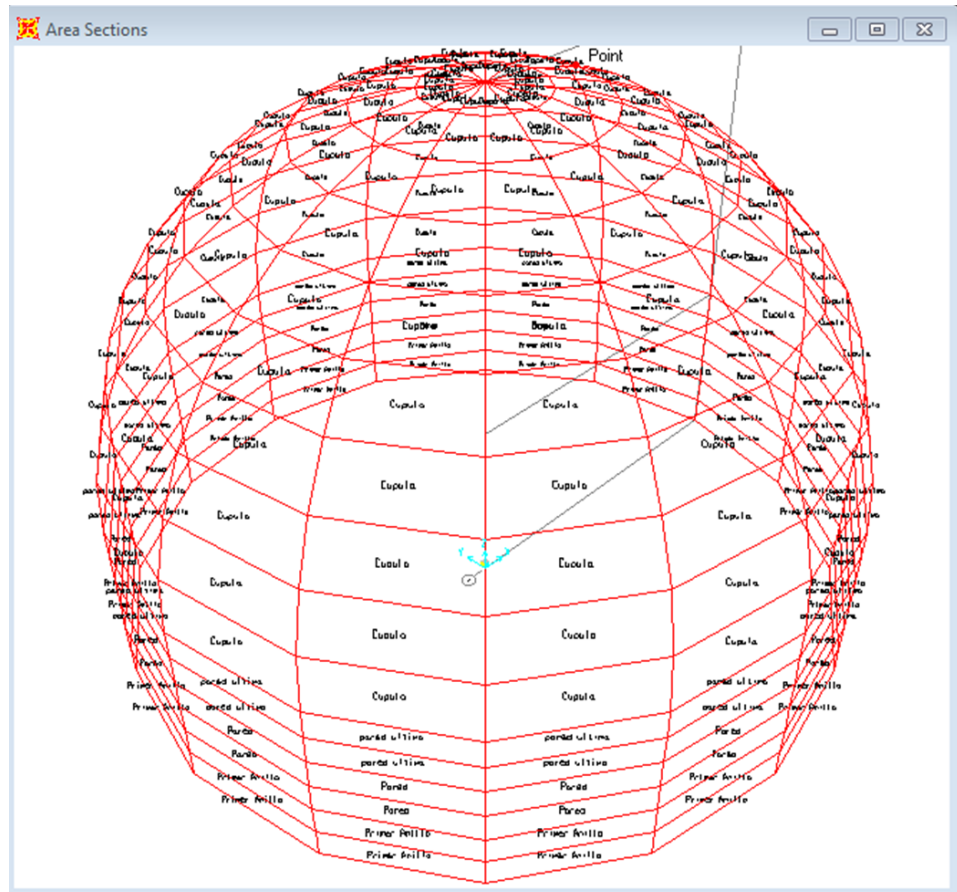
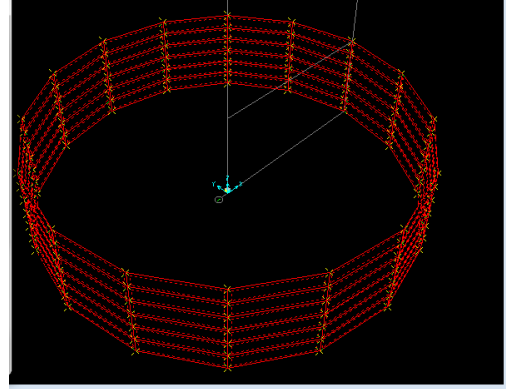
Seleccionar los primeros dos anillos y asignar 1er anillo/Select/assign/area section/ 1er anillo/OK

Seleccionar anillos 3 y 4/ Select/assign/area

Section/ pared/OK

Seleccionar anillos 3 y 4/ Select/assign/area

Section/ pared última/OK



Asignación de cargas y combinaciones

Define/Load combinations/ add new combo/Comb 1, Comb 2...6/OK

Load Combination Data

Load Combination Name (User-Generated): COMB2

Notes: Modify/Show Notes...

Load Combination Type: Linear Add

Options:

Convert to User Load Combo Create Nonlinear Load Case from Load Combo

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Scale Factor
EH	Linear Static	1.6
CM	Linear Static	1.2
DEAD	Linear Static	1.2
CV	Linear Static	1.6
EH	Linear Static	1.6

Add Modify Delete

OK Cancel

Asignación de cargas

Select/Area section/Cúpula/Assign area load/ CV 0.10 ton/m² (100 kg/m²)

Area Uniform Loads

Load Pattern Name: CV Units: Kgf, m, C

Uniform Load:

Load: 100

Coord System: GLOBAL

Direction: Gravity

Options:

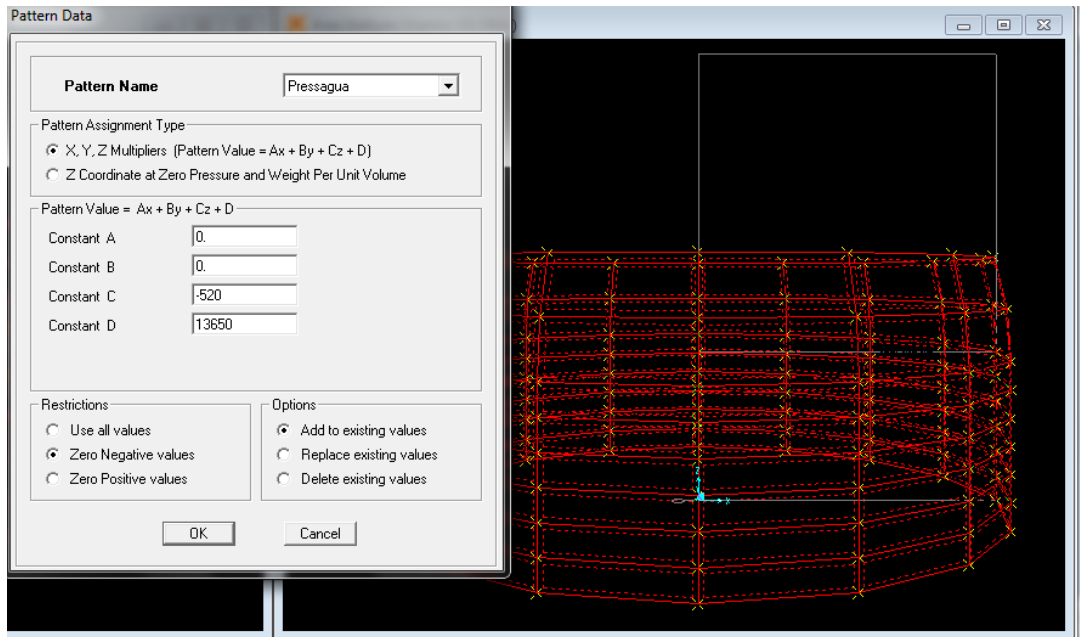
Add to Existing Loads

Replace Existing Loads

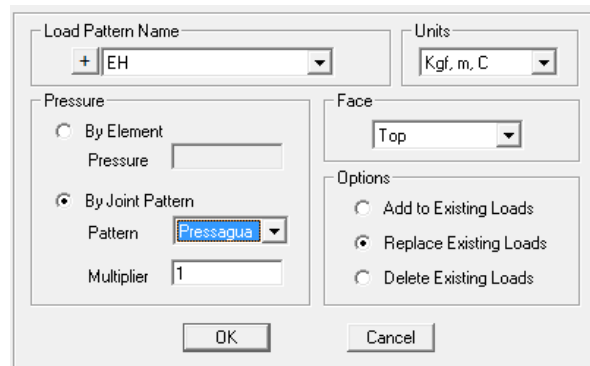
Delete Existing Loads

OK Cancel

View/Set limits/min 0 / max 33.3 /Select all/define/join pattern/Pressagua/
 Change/OK// Assign/ Join pattern/ C = -520 / D = 13650/Zero Negative values/OK

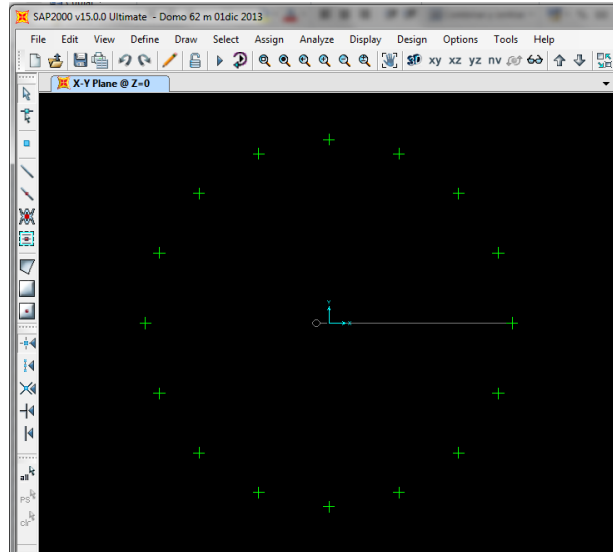


- Los valores C y D están determinados en el cálculo para carga lateral Previous selection/assign/area loads/ surface pressure/ area surface pressure load/load case EH/ by join pattern/ Pressagua.



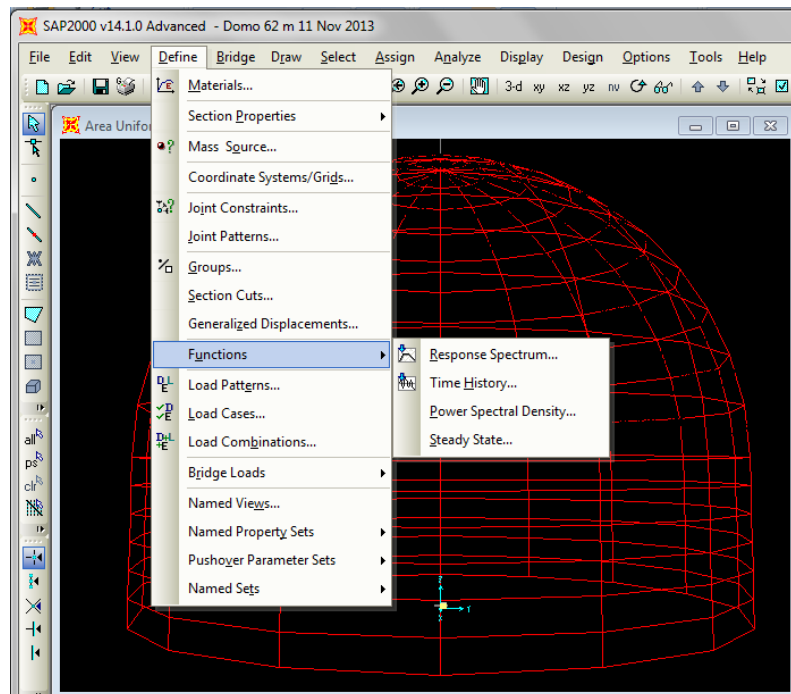
Asignación de tipo de apoyo

XY /seleccionar toda la Base/restraints/all restrictions/ ok

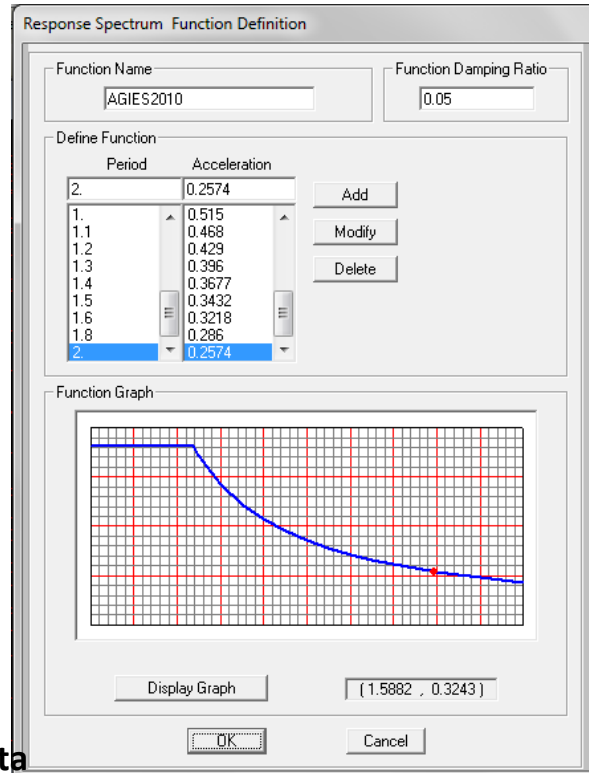


Análisis dinámico

Define/Functions /Response spectrum/IBC 2006 /Modify /Show spectrum

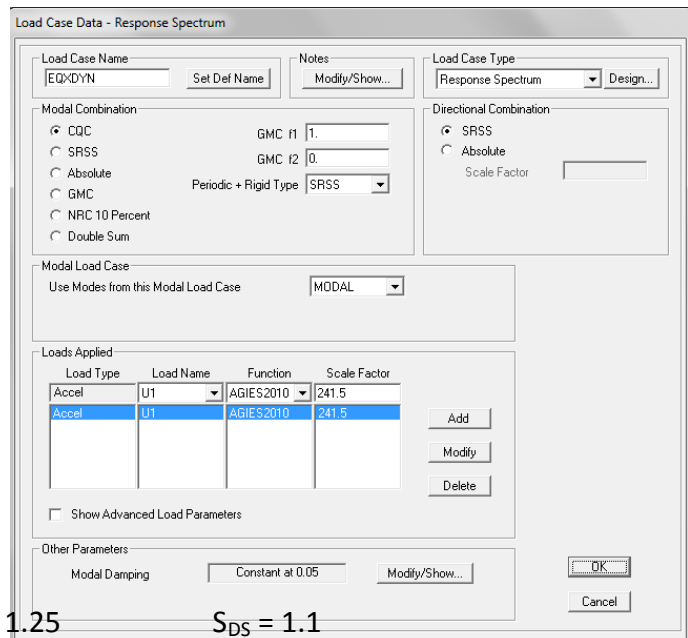


- Asignar los valores de acuerdo a los obtenidos por sismo + espectro de respuesta para Escuintla – Guatemala.



Asignación de espectro de respuesta

Define/Load Cases/ Response spectrum/ EQXDYN/U1 241.5/Function AGIES2010/OK



$G = 32.2 \text{ ft/seg}^2$ $R = 2;$ $I = 1.25$ $S_{DS} = 1.1$

$G = 386.4 \text{ inch/seg}^2$ Factor de Escala en dirección X = $G/(R/I) = 241.5$

$C_s = 0.6875$ $V = C_s W = 0.6875 W$

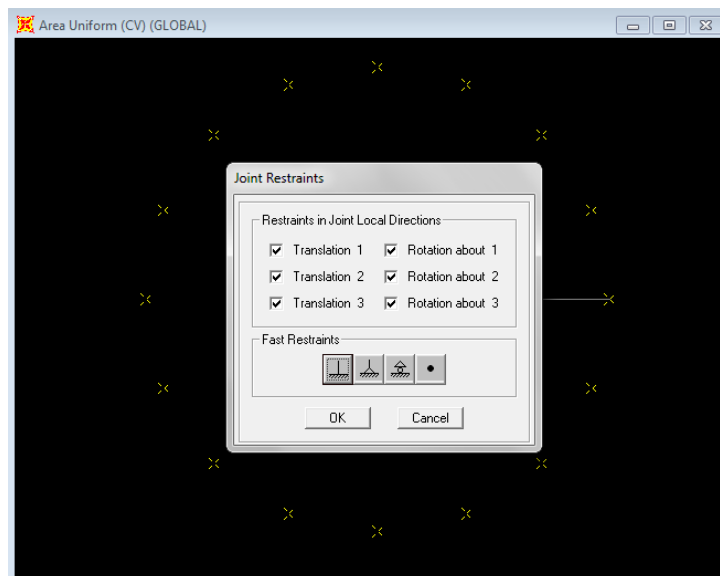
Peso de Cúpula = 2,898,308 kg

Peso de Cilindro = 2,673,929 Kg

$W = 5,572,237 \text{ kg}$

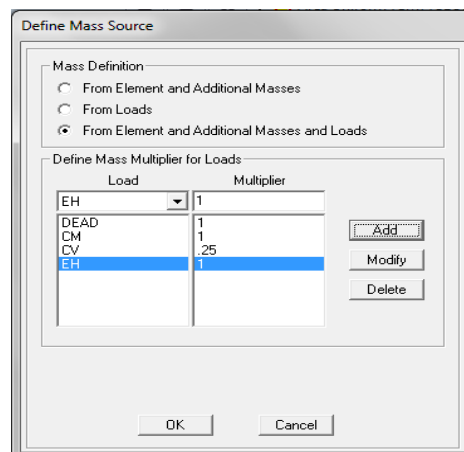
$V = 3,830,913 \text{ kg}$

Asignar tipo de apoyo/Select/Assign/joint restraints/all/OK

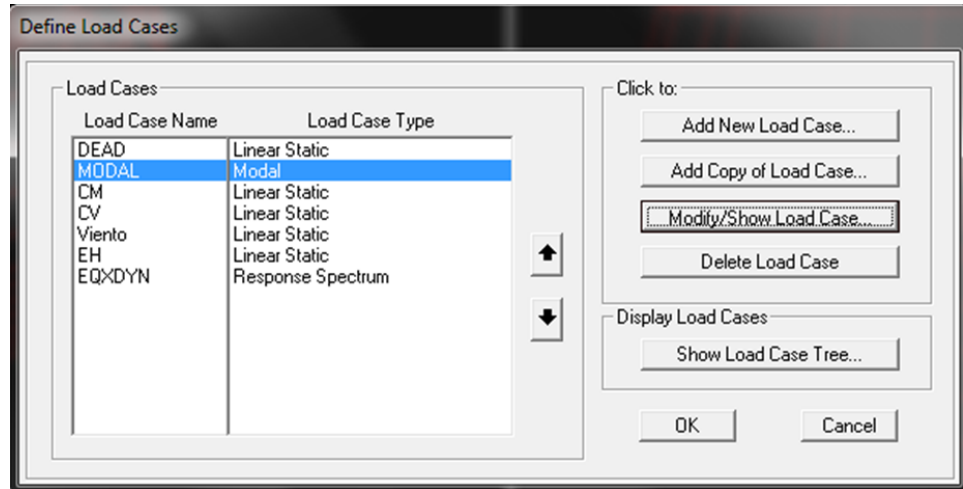


Define/Mass Source/Dead 1 add/ Cm 1 add/

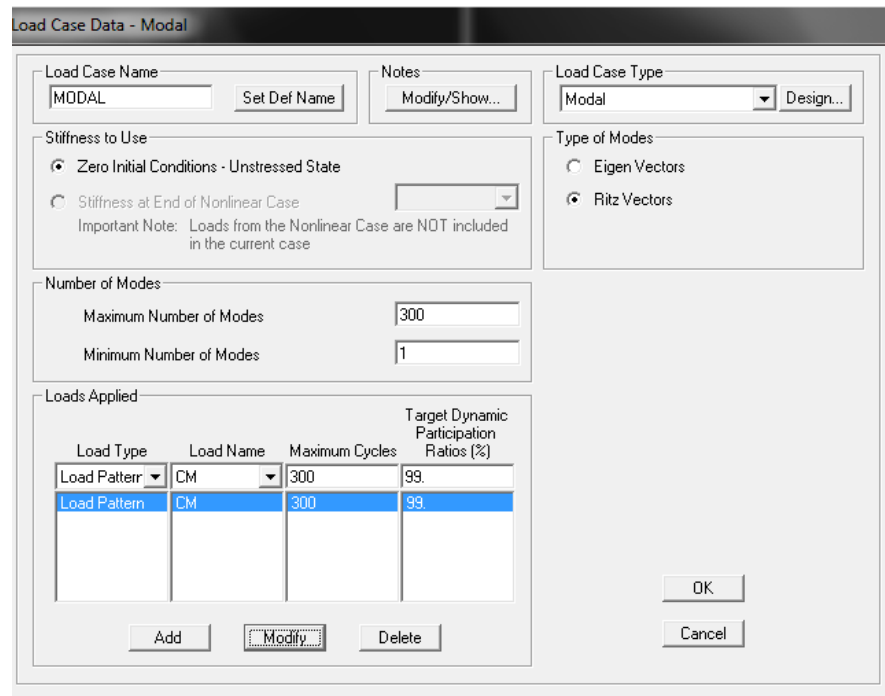
CV 0.25 add/ EH 1 add/OK



Define load cases/ Modal/ modify/show load case/OK



Type of modes/ Ritz vectors/ Number of modes 300/ Maximum Cycles 300/OK



Select all/ assign/area/generate edge constraints/create constraints around object edges/OK

Analyze/set load cases to run/Run all/ Run now

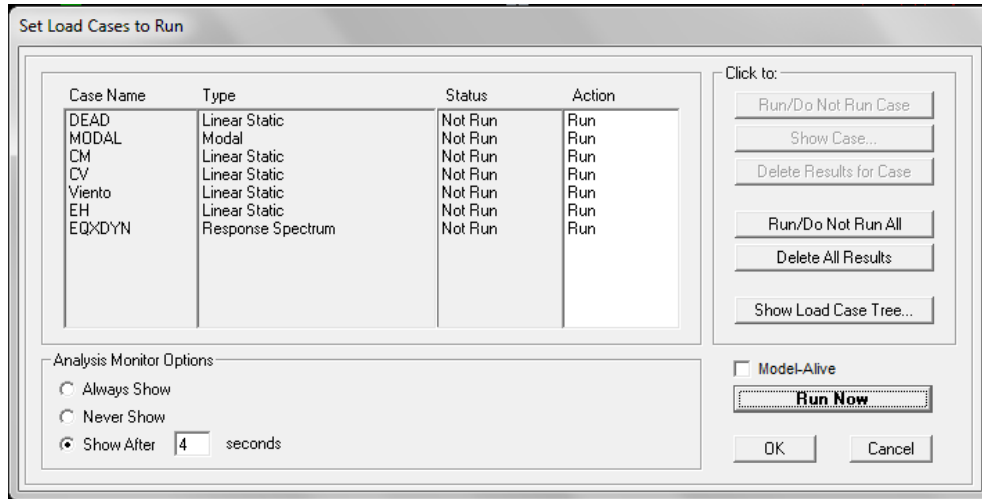


Diagrama de Esfuerzos debido a presión lateral



Shell/ Stress

