



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

**Modelación y simulación de la máquina síncrona y su operación en
sistemas de potencia**

Luigi Vanfretti Fumagalli
Asesorado por Ing. Gustavo Benigno Orozco Godínez

Guatemala, mayo de 2005

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA Y SU
OPERACIÓN EN SISTEMAS DE POTENCIA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

LUIGI VANFRETTI FUMAGALLI

ASESORADO POR ING. GUSTAVO BENIGNO OROZCO GODÍNEZ

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE
INGENIERO ELECTRICISTA

GUATEMALA, MAYO DE 2005

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Sydney Alexander Samuels Milson
VOCAL I	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL II	Lic. Amahám Sánchez Álvarez
VOCAL III	Ing. Julio David Galicia Celada
VOCAL IV	Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz
VOCAL V	Br. Elisa Yazminda Vides Leiva
SECRETARIO	Ing. Carlos Humberto Pérez Rodríguez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Sydney Alexander Samuels Milson
EXAMINADOR	Ing. Enrique Edmundo Ruiz Carballo
EXAMINADOR	Ing. Gustavo Benigno Orozco Godínez
EXAMINADOR	Ing. Carlos Fernando Rodas
SECRETARIO	Ing. Carlos Humberto Pérez Rodríguez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación:

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA Y SU
OPERACIÓN EN SISTEMAS DE POTENCIA**

Tema que fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica-Eléctrica con fecha 14 de julio de 2004.



Luigi Vanfretti Fumagalli

Guatemala, 18 de Abril de 2005.

Ing. Gustavo Benigno Orozco Godínez
Coordinador del Área de Potencia
Escuela de Ingeniería Mecánica-Eléctrica
Faculta de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala

Señor Coordinador:

Por este medio hago de su conocimiento de que he revisado el trabajo de graduación **“Modelación y simulación de la máquina síncrona y su operación en sistemas de potencia”**, desarrollado por el estudiante **Luigi Vanfretti Fumagalli**; con base a la revisión y corrección de dicho trabajo, considero que ha alcanzado los objetivos propuestos por los cual el estudiante y mi persona nos hacemos responsables del contenido de este mismo.

Sin otro particular, me suscribo ante usted.

Atentamente:



Ing. Gustavo Benigno Orozco Godínez
Colegiado 1879



FACULTAD DE INGENIERIA

Guatemala, 18 de abril de 2005.

Señor Director
Ing. Enrique Edmundo Ruiz Carballo
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

Señor Director:

Me permito dar aprobación al trabajo de Graduación titulado: **Modelación y simulación de la máquina síncrona y su operación en sistemas de potencia**, desarrollado por el estudiante Luigi Vanfretti Fumagalli por considerar que cumple con los requisitos establecidos para tal fin.

Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para saludarle.

Atentamente,


Ing. Gustavo Benigno Orozco Godínez
Coordinador Área de Potencia

GBOG/sro



FACULTAD DE INGENIERIA

El Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, después de conocer el dictamen del Asesor, con el Visto Bueno del Coordinador de Área, al trabajo de Graduación del estudiante Luigi Vanfretti Fumagalli titulado: **“Modelación y simulación de la máquina síncrona y su operación en sistemas de potencia”**, procede a la autorización del mismo.


Ing. Enrique Edmundo Ruiz Carballo

DIRECTOR



GUATEMALA, 20 de ABRIL 2,005.



El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, al trabajo de graduación titulado: **MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA Y SU OPERACIÓN EN SISTEMAS DE POTENCIA**, presentado por el estudiante universitario **Luigi Vanfretti Fumagalli**, procede a la autorización para la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

A large, stylized handwritten signature in black ink, appearing to read 'Sydney Alexander Samuels Milson'.

Ing. Sydney Alexander Samuels Milson

DECANO



Guatemala, mayo de 2005.

/cdes

*Dedicado a mis padres
Bernardo y Aída*

(Esta página fue dejada en blanco intencionalmente)

Agradecimientos

Familia

A mis padres, Bernardo y Aída; a quienes amo profundamente, ejemplos incansables de honradez, rectitud, trabajo y determinación; por su formación que ha definido mi personalidad y que me ha convertido en un hombre de principios y virtudes. Por su cariño y apoyo emocional, moral y económico durante toda mi vida y especialmente durante mi formación universitaria.

A mis abuelitas, Inés y Emilia; ejemplo de fortaleza.

A mis hermanos, Dino y Andrea, Zeno y Alessandra, y Silvana; por su cariño.

A mis tíos y primos en general por ser parte de mi vida, y especialmente a Byron y Lorena Mejicanos, Rafa y Silvana Sampetro, Guido y Polly Fumagalli, por apoyarme en mis estudios y brindarme su cariño. Agradezco especialmente a Mario y Giuliana Solís por su ejemplo como personas, por haberme brindado su generosidad desinteresada durante el final de mi carrera universitaria, y por su cariño durante toda mi vida.

A mi familia en general.

Padrinos de graduación

Al Ing. Otto Hurtarte, por ayudarme a definir la orientación científica del resto de mi vida, por su amistad la cuál es invaluable, por la confianza que ha depositado en mi persona, por su generosidad y por su apoyo.

Al Ing. Rodolfo Samayoa, por ayudarme a definir la orientación científica del resto de mi vida, por ser un excelente docente, por su tiempo dedicado a discusiones sobre la Teoría de Sistemas y por ser un gran amigo.

Profesores y Profesionales:

A mi asesor, Ing. Gustavo Orozco, por haberme guiado en el desarrollo de este trabajo, por la confianza depositada en mi persona en la fundación e implementación del laboratorio de Análisis de Sistemas de Potencia y, ante todo, por la amistad que hemos formado alrededor de la actividad académica.

Al Ing. Guillermo Bedoya, por su ejemplo como profesional y por haberme brindado su apoyo durante mis estudios universitarios.

Al Ing. Enrique Ruiz, por orientarme en mi futuro académico-profesional y ser constante ejemplo de superación académica.

Al Ing. Luis Durán, por su constante ejemplo de superación académica, por ser un excelente docente y por sus comentarios sobre este trabajo.

Al Ing. Erwin Segura, por su constante apoyo y amistad durante mi carrera.

Al Ing. Fredy Monroy, por sus consejos, su apoyo durante mi año de práctica, y por su ejemplo como persona y profesional.

Amigos:

A mis amigos, Juan Carlos Morataya, David Álvarez, Carlos Bolaños, Marco Vinicio Montes, Gomer Castillo, Edin Von Quednow y Daniel Salazar; por su bondad, buen corazón, consejos y su apoyo. Así mismo, al Staff del Esperanto: Víctor, Pancho y Lester, por ser una gran fuente de apoyo y amistad.

Colaboradores:

Este trabajo ha sido moldeado a través intercambio de comentarios con los siguientes distinguidos profesionales con quienes estoy muy agradecido:

PHD. Graham Rogers de *Cherry Tree Scientific Software*, Canadá: gracias por haberme brindado la licencia del programa *PST (Power System Toolbox)* la cual fue utilizada en este trabajo y fue de trascendental importancia para el desarrollo de la misma, estoy verdaderamente agradecido. (*Thank you for giving me the full license of PST (Power System Toolbox) which was used in this thesis and was of transcendental importance for the development of the same, I'm truly grateful.*)

PHD. Thierry Van Cutsem de la Universidad de Liège, Bélgica: gracias por su apoyo con la implementación de Simulink y con la información compartida de sus documentos publicados en la *IEEE Transactions on Power Systems* utilizada en el Capítulo 6. (*Thank you for your support in the implementation of Simulink and with the information you shared with me of your publications on the IEEE Transactions on Power Systems used in Chapter 6).*

PHD. Juan Martínez de la UPC, España: le agradezco por sus comentarios, por la información brindada del capítulo 4 sobre el cálculo de parámetros, observaciones, sugerencias y su guía en mi trabajo; le agradezco sobre todo por sus sugerencias con respecto a la estructura, alcances y orientación del trabajo, su colaboración con mi persona ha sido muy útil y le estaré siempre en deuda.

PHD. Federico Milano de la Universidad de Castilla – La Mancha, España: le agradezco por el apoyo, comentarios y sugerencias vertidos sobre el trabajo y especialmente por su amabilidad y buena disposición para resolver mis dudas.

PHD. Gil Marqués de ISTP, Portugal: gracias por sus observaciones, por los ejemplos de Simulink de su libro “*Dinâmica das máquinas eléctricas*” y por la información compartida para el desarrollo del trabajo.

PHD. Jimmie Cathey de la Universidad de Lexington, USA: gracias por los documentos del curso que imparte en la universidad de Lexington, Kentucky; los cuales me fueron de gran utilidad para comprender el modelado apropiado de la máquina síncrona. (*Thank you for the documents of the course you give in the University of Lexington, Kentucky; these documents were of great use for me to understand the proper modelling of the synchronous machine).*

Motivación

“...The one sure path to satisfaction in a mathematics career is to cultivate assiduously the aesthetic appreciation of the discipline. That pleasure will not fade, it will grow with exercise.”

H.E. Huntley, *The divine proportion*

“The hours when we are absorbed by beauty are the only hours when we really live... These are the only hours that absorb the soul and fill it with beauty. This is real life and all else is illusion, or mere endurance.”

Richard Jefferies

Nota del autor

La modelación matemática es el equivalente en la ciencia a lo que es la poesía en la literatura. La poesía es la expresión gramatical, semántica y sintáctica de un sentimiento, pensamiento o acción; es en realidad un modelo lingüístico de un *sistema*. El arte y ciencia de la modelación matemática es también poesía; tiene por objeto la representación de un fenómeno o artefacto real, un sistema, por medio de expresiones matemáticas que describan el comportamiento de este. Como se puede notar la diferencia entre un poema y un modelo matemático recae únicamente en el lenguaje que se utiliza, y el lenguaje matemático es *el más bello, eficaz y complejo* que ha creado el hombre.

Para realizar un modelo matemático de un sistema, la Teoría de Sistemas o lo que se conoce como Sistemas de Control, constituye un conjunto de herramientas e ideas que nos facilitan la comprensión de cualquier sistema, lineal o no lineal de naturaleza física. La principal herramienta que compone a la teoría de sistemas es la matemática, la cuál a su vez se apoya en conceptos físicos para modelar el sistema del cuál estamos interesados; es en sí la herramienta más poderosa para el modelado matemático. Los modelos desarrollados en este trabajo, están apoyados fuertemente en la Teoría de Sistemas o Sistemas de Control.

Este trabajo representa el deseo del autor de llenar su vida de horas absorbido en la belleza, una necesidad de vivir a plenitud, cuantificable únicamente por la apreciación estética de los modelos matemáticos desarrollados en el mismo; el sacrificio realizado se justifica ampliamente en la satisfacción intelectual derivada de trabajo, la cuál es invaluable. Es el deseo más grande del autor que este trabajo sea el punto de partida para una vida llena de desafíos científico-matemáticos cada vez más complejos; es decir una vida llenada por la apreciación de la estética matemática de los fenómenos físicos presentes en los sistemas de potencia y el paulatino desarrollo de habilidades matemáticas para desarrollar los modelos necesarios para vencer estos desafíos, esta meta será alcanzada únicamente por una estricta rutina de trabajo académico y un auténtico compromiso con la ciencia, la academia y la investigación. Finalmente, también es deseo del autor que este trabajo atraiga a otras personas a una vocación científica-académica-matemática, la cuál esta llena de satisfacciones intelectuales más allá de la imaginación.

Luigi Vanfretti
Guatemala, Marzo de 2005

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	XI
LISTA DE SÍMBOLOS	XXI
GLOSARIO	XXIII
RESUMEN	XXIV
OBJETIVOS	XXVI
INTRODUCCIÓN	XXVII
1. MODELACIÓN Y SIMULACIÓN	1
1.1. Modelación y simulación	1
1.2. Modelación dinámica de sistemas de potencia	4
1.2.1. Introducción a la modelación de aparatos de potencia	4
1.2.2. Requerimientos de la modelación	6
1.2.3. Modelación de generadores	8
1.2.4. Modelación de sistemas de excitación	10
1.2.5. Modelación del primotor	11
1.2.6. Modelación de la carga	13
1.2.7. Modelos de los artefactos de transmisión	16
1.2.8. Equivalentes dinámicos	17
1.3. Introducción a MATLAB/SIMULINK	19
1.3.1. Implementación de simulaciones en SIMULINK	19
1.3.2. Acceso a SIMULINK	20
1.3.3. Crear una simulación en <i>SIMULINK</i>	20
1.3.4. Selección del método de integración	22
1.3.5. Inicialización y ejecución de una simulación	24

1.4. Simulaciones del capítulo	28
1.4.1. Simulación 1: oscilador de frecuencia variable	28
1.4.1.1. Simulación en <i>SIMULINK</i>	29
1.4.1.2. Simulación por medio de la solución de la ecuación diferencial utilizando <i>ode45</i> en <i>m-files</i>	32
1.4.1.3. Simulación en utilizando matemática simbólica	33
1.4.2. Simulación 2: circuito RL serie	36
2. PRINCIPIOS ELEMENTALES Y TRANSFORMACIONES	41
2.1. Principios elementales	41
2.2. Ángulos eléctricos, geométricos y velocidad síncrona	45
2.3. Voltaje inducido y flujo resultante	47
2.3.1. Voltaje RMS inducido	48
2.3.2. Análisis Armónico de la onda de fuerza magnetomotriz en el Entrehierro (Factor de paso y factor de distribución)	49
2.4. Inductancias propias y mutuas de los devanados	52
2.5. El teorema de Ferraris: campos rotativos	54
2.6. Torque desarrollado por una máquina de entrehierro uniforme	57
2.7. Transformaciones de tres fases	60
2.7.1. Transformación de Clarke	62
2.7.2. Transformación de Park	63
2.8. Espacios vectoriales y transformaciones	65
2.8.1. Transformación entre el marco <i>abc</i> y el marco <i>qd0</i> estacionario	70
2.8.2. Transformación entre el marco <i>abc</i> y el marco <i>qd</i> rotativo	72
2.9. Simulaciones del capítulo	
2.9.1. Simulación 1: espacios vectoriales	
2.9.2. Simulación 2: transformación de corrientes del marco <i>abc</i> al marco <i>qd0</i> estacionario y al <i>qd</i> rotativo	86

2.9.3. Simulación 3: espacios vectoriales y transformaciones de corrientes del marco abc al marco $qd0$ estacionario y al qd rotativo para corrientes desbalanceadas	90
3. MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA	97
3.1. Especificaciones generales sobre la máquina síncrona y su modelación	97
3.2. El modelo matemático de la máquina síncrona idealizada	101
3.2.1. Suposiciones para desarrollar el modelo matemático	102
3.2.2. Variaciones de la inductancia debido a la posición del rotor, enlaces de flujo y ecuaciones de tensión	103
3.2.3. Transformación al marco de referencia $qd0$ del rotor	111
3.2.4. Enlaces de flujo en términos de las corrientes de los devanados	113
3.2.5. Transformación de las variables del rotor al estator	115
3.2.6. Ecuaciones $qd0$ de la máquina síncrona	117
3.2.7. Potencia eléctrica y torque electromagnético	119
3.2.8. Interpretación física de la transformación $qd0$	121
3.3. Modelo en variables de estado: análisis de los enlaces de flujo	123
3.4. Operación en estado estable	125
3.4.1. Ecuaciones del estator en estado estable	126
3.4.2. Localización del eje q_r del rotor	127
3.4.3. Vectores espaciales y fasores	129
3.4.4. Expresiones del torque y potencia en estado estable	130
3.4.5. Diagramas fasoriales	132
3.5. Construcción del modelo de bloques para la simulación de máquinas síncronas trifásicas	133
3.5.1. Torque electromecánico	137
3.5.2. Ecuación mecánica del rotor	137

3.5.3. Flujo de variables, modelos de bloques y representación del torque y la ecuación mecánica	139
3.6. Modelos de orden superior	150
3.7. Modelos y definiciones de la norma IEEE <i>Std 1110TM-2002: guide for synchronous generator modeling practices and applications in power system stability analysis</i>	157
3.7.1. Terminología y definiciones	157
3.7.2. Estructuras de eje directo	158
3.7.3. Estructuras de eje en cuadratura	162
3.7.4. Modelo de voltaje constante	164
3.8. Simulaciones del capítulo	165
3.8.1. Simulación 1: características de operación de la máquina síncrona bajo diferentes condiciones	165
3.8.2. Simulación 2: fallas en generadores síncronos	176
3.8.3. Simulación 3: modelos de orden superior	192
4. PARAMETROS DE LA MÁQUINA SÍNCRONA	201
4.1. Parámetros y constantes de tiempo de la máquina síncrona	201
4.2. Parámetros operacionales	202
4.3. Parámetros estándar	207
4.3.1. Parámetros estándar desde los parámetros operacionales	207
4.3.1.1. Parámetros estándar basados en definiciones clásicas	207
4.3.1.2. Expresiones exactas para los parámetros	210
4.3.1.3. Valores típicos de los parámetros estándar	212
4.4. Definición clásica de los parámetros estándar desde el principio de flujo constante	213
4.4.1. Inductancias síncronas	213
4.4.2. Inductancias transitorias	215
4.4.3. Inductancias subtransitorias	216

4.4.4.	Voltaje detrás de las inductancias transitorias	217
4.4.5.	Voltaje detrás de las inductancias subtransitorias	218
4.4.6.	Constantes de tiempo transitorias	219
4.4.7.	Constantes de tiempo subtransitorias	221
4.5.	Características de respuesta en frecuencia	222
4.6.	Determinación de los parámetros de la máquina síncrona	224
4.6.1.	Pruebas de cortocircuito y pruebas de cortocircuito mejoradas	226
4.6.2.	Pruebas de decremento del estator	229
4.6.3.	Pruebas de respuesta en frecuencia	230
4.6.3.1.	Respuesta en frecuencia a rotor parado (<i>standstill</i>)	230
4.6.3.2.	Respuesta en frecuencia a circuito abierto	236
4.6.4.	Pruebas de respuesta en línea	237
4.6.4.1.	Pruebas de respuesta en frecuencia en línea	237
4.6.4.2.	Pruebas de rechazo de carga	238
4.6.4.3.	Prueba de perturbaciones de pequeña señal en el dominio del tiempo	238
4.6.4.4.	Prueba de perturbaciones de gran señal	238
4.6.4.5.	Análisis de los datos de diseño	239
4.7.	Determinación de los parámetros según la norma IEEE Std 1110 TM -2002	240
4.7.1.	Determinación de parámetros por medio de pruebas	243
4.7.1.1.	Estructuras de los modelos y parametrización	243
4.7.1.2.	Prueba de cortocircuito trifásico sin carga	246
4.7.1.3.	Pruebas de decremento (Rechazo de carga)	247
4.7.1.4.	Pruebas de respuesta en frecuencia a rotor bloqueado	249
4.7.2.	Parámetros derivados por los fabricantes	250
4.7.2.1.	Procedimientos actuales de los fabricantes	251
4.7.2.2.	Alternativas para las prácticas actuales para proveer	252

4.8. Estudios recientes para la determinación de los parámetros de máquinas síncronas	253
4.9. Cálculo de los parámetros estándar y constantes de tiempo para el modelo <i>Model 2.1</i> modificado	255
5. SISTEMAS DE CONTROL DE POTENCIA ACTIVA – FRECUENCIA Y CONTROL AUTOMATICO DE LA GENERACIÓN	259
5.1. Introducción	259
5.2. Controles básicos del generador	261
5.3. Control de potencia activa – frecuencia (LFC)	263
5.3.1. Generador	264
5.3.2. Carga	265
5.3.3. Primotor	267
5.3.4. Gobernadores	268
5.3.4.1. Gobernadores <i>isochronous</i>	269
5.3.4.2. Gobernadores con característica de caída de velocidad	270
5.3.4.3. Porcentaje de regulación de velocidad o caída	272
5.3.4.4. Distribución de carga por unidades en paralelo	273
5.3.4.5. Respuesta en el dominio del tiempo	275
5.3.4.6. Control de la potencia de generación en la unidad	275
5.3.4.7. Características de regulación compuesta de los SEP	277
5.3.5. Modelo simplificado	279
5.4. Control automático de la generación (AGC)	282
5.4.1. División de los sistemas de potencia en áreas de control	284
5.4.2. AGC en sistemas aislados	287
5.4.2.1. Sistema aislado sin AGC	287
5.4.2.2. Sistema aislado con AGC	290

5.4.3. AGC en sistemas interconectados	294
5.4.3.1.Sistema interconectado sin AGC	294
5.4.3.2.Sistema interconectado con control parcial de líneas de enlace o <i>tie-line bias control</i>	302
5.4.3.3.Bases para la selección de un factor de sesgo (<i>bias</i>)	307
5.4.4. AGC con despacho óptimo de carga	311
5.5. Simulaciones del capítulo	312
5.5.1. Simulación 1: respuesta dinámica y estabilidad de sistemas turbina/generador de unidades hidráulicas	312
5.5.1.1.Análisis con modelos simplificados	313
5.5.1.2.Análisis con modelos detallados	316
5.5.2. Simulación 2: respuesta dinámica y estabilidad de sistemas turbina/generador de unidades térmicas	324
5.5.2.1.Análisis con modelos simplificados	325
5.5.2.2.Análisis con modelos detallados	329
5.5.3. Simulación 3: AGC en sistemas aislados	333
5.5.4. Simulación 4: sistemas multiáreas	336
5.5.5. Simulación 5: AGC y <i>tie-line bias control</i> en sistemas multiáreas	338

6. SISTEMAS DE CONTROL DE EXCITACIÓN E INTRODUCCIÓN A LOS ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTENCIA	341
6.1. Introducción	341
6.1.1. Requerimiento de los sistemas de control de excitación	343
6.1.2. Elementos de los sistemas de control de excitación	345
6.2. Tipos de sistemas de control de excitación, definiciones y funciones de control y protección	346
6.2.1. Tipos de sistemas de control de excitación	346
6.2.1.1.Sistemas de excitación de corriente directa (dc)	347
6.2.1.2.Sistemas de excitación de corriente alterna (ac)	349

6.2.1.2.1. Sistemas de excitación de corriente alterna con rectificadores estacionarios	350
6.2.1.2.2. Sistemas de excitación de corriente alterna con rectificadores rotativos	352
6.2.1.3.Sistemas de excitación estáticos	353
6.2.1.3.1. Sistemas de excitación de fuente de potencial y rectificadores controlados	355
6.2.1.3.2. Sistemas de fuente compuesta y rectificadores	355
6.2.2. Definiciones de los sistemas de control de excitación	359
6.2.2.1.Desempeño dinámico de gran señal	362
6.2.2.2.Desempeño dinámico de pequeña señal	363
6.2.2.3.Funciones de control y protección	366
6.2.2.3.1. Circuitos de estabilización del sistema de excitación	367
6.2.2.3.2. Estabilizadores de sistemas de potencia (PSS)	369
6.2.2.3.3. Compensación de carga	370
6.2.2.3.4. Limitador de subexcitación	371
6.2.2.3.5. Limitador de sobreexcitación	372
6.2.2.3.6. Limitación y protección de voltios por hertzios	373
6.2.2.3.7. Circuitos de cortocircuito del devanado del campo	374
6.3. Modelación matemática de los sistemas de control de excitación	375
6.3.1. Modelación de los elementos de los sistemas de control de excitación	377
6.3.1.1.Excitador de corriente directa excitado independientemente	378
6.3.1.2.Excitador de corriente directa autoexcitado	382
6.3.1.3.Excitadores de corriente alterna	384
6.3.1.4.Rectificadores	385
6.3.1.5.Amplificadores	388
6.3.1.6.Circuitos de estabilización del sistema de control de excitación	389

6.3.1.7.Limites <i>windup</i> y <i>nonwindup</i>	391
6.3.1.8.Funciones de subasta (compuertas)	393
6.3.1.9.Sensor del voltaje terminal y compensador de carga	394
6.3.2. Modelación de sistemas de control de excitación completos	395
6.3.2.1.Sistemas de control de excitación de corriente directa (DC)	397
6.3.2.1.1. Modelo del sistema tipo DC1A	397
6.3.2.1.2. Modelo del sistema tipo DC3A	400
6.3.2.2.Sistemas de control de excitación de corriente alterna (AC)	402
6.3.2.2.1. Modelo del sistema tipo AC1A	402
6.3.2.2.2. Modelo del sistema tipo AC8B	404
6.3.2.3.Sistemas de control de excitación estáticos (ST)	405
6.3.2.3.1. Modelo del sistema tipo ST1A	406
6.3.2.3.2. Modelo del sistema tipo ST2A	409
6.3.2.4.Sistemas de control de excitación suplementarios	
Discontinuos	410
6.3.2.4.1. Modelo del sistema tipo DEC1A	410
6.3.3. Modelación de limitadores	413
6.3.3.1.Limitadores de subexcitación (UEL)	413
6.3.3.2.Limitadores de V/Hz (OV)	417
6.4. Introducción a los estabilizadores de sistemas de potencia (PSS)	420
6.4.1. Conceptos generales del PSS	420
6.4.2. PSS aplicado al sistema de control de excitación	423
6.4.2.1.PSS basado en $\Delta\omega$ (PSS delta-omega)	424
6.4.2.2.PSS basado en $\Delta\omega$ y P_e (PSS delta-P-omega)	425
6.4.2.3.PSS basado en P_e (PSS P_e)	428
6.4.2.4.PSS basado en la frecuencia (PSS f_{Vg} y $f_{E'}$)	428
6.4.3. PSS aplicado al sistema turbina-gobernador	430
6.4.4. Modelos del PSS definidos por IEEE	431
6.4.4.1.Modelo tipo PSS1A	431

6.4.4.2. Modelo tipo PSS2A	433
6.4.4.3. Otros modelos recomendados por IEEE	435
6.4.5. Modelación matemática del PSS	437
6.5. Simulaciones del capítulo	451
6.5.1. Simulación 1: respuesta dinámica y estabilidad del sistema de control de excitación	451
6.5.2. Simulación 2: efectos del sistema de control de excitación y del estabilizador de sistemas de potencia en el sistema SMIB	460
6.5.3. Simulación 3: efectos del sistema de control de excitación y del estabilizador de sistemas de potencia en sistemas multimáquinas	481
CONCLUSIONES	489
RECOMENDACIONES	491
BIBLOGRAFÍA	493

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES*

FIGURAS

1-1	Marco temporal de los fenómenos dinámicos en sistemas de potencia	7
1-2	Modelo mecánico del rotor	8
1-3	Modelo <i>demo1.mdl</i>	24
1-4	Programa <i>demo1plot.m</i>	26
1-5	Señal del archivo <i>demo1plot.m</i>	26
1-6	Modelo <i>ejemplo1.mdl</i>	30
1-7	Respuesta del modelo <i>ejemplo1.mdl</i>	31
1-8	Código de solución con <i>ode45</i> y <i>mfiles</i>	32
1-9	Código del archivo <i>diferencial.m</i>	33
1-10	Figura del <i>m-file ejemplo1 symb.m</i>	34
1-11	Solución analítica	34
1-12	Gráfico del archivo <i>ejemploanalítico.m</i>	35
1-13	Modelo de <i>SIMULINK</i> del circuito RL	36
1-14	Respuesta del circuito con diferentes ángulos de fase (1)	37
1-15	Respuesta del circuito con diferentes ángulos de fase (2)	38
1-16	Corrientes con diferente ángulo de fase	39
2-1	Fuerza y par en operación como motor	42
2-2	Voltajes inducidos en operación como generador	44
2-3	Distribuciones de campo magnético	46
2-4	Armónicos y onda fundamental	50

* Como excepción al Reglamento de Trabajos de Graduación, artículo 30: “Especificaciones formales para el trabajo de graduación”, en este trabajo se enumeran las figuras y tablas por capítulo.

2-5	Fasores espaciales y factor de paso	52
2-6	La máquina elemental generalizada	54
2-7	Modelo de bloques simulacion1.mdl	80
2-8	Subsistemas del modelo de bloques simulacion1.mdl	81
2-9	Sistema de corrientes trifásicas	82
2-10	Vectores espaciales de secuencia positiva y negativa	83
2-11	Efecto de la 5ª armónica	84
2-12	Vectores espaciales bajo el efecto de la 5ª armónica	84
2-13	Efecto de la 7ª armónica	85
2-14	Vectores espaciales bajo el efecto de la 7ª armónica	85
2-15	Modelo de bloques del archivo simulacion2.mdl	88
2-16	Subsistema abc a $qd0$ estacionario	89
2-17	Subsistema $qd0$ estacionario a qd rotativo	89
2-18	Resultados del archivo simulacion2.mdl	90
2-19	Nueva estructura del subsistema de componentes fundamentales	91
2-20	Vectores espaciales para corrientes desbalanceadas	92
2-21	Corrientes desbalanceadas en el marco abc	92
2-22	Modelo de bloques del archivo simulacion3a.mdl	93
2-23	Modelo de bloques del archivo simulacion3b.mdl	95
2-24	Resultados del archivo simulacion3b.mdl	96
3-1	Rotor de polos salientes y liso	98
3-2	Representación de la máquina idealizada	100
3-3	Variación de la permanencia con la posición del rotor	104
3-4	Fuerzas magnetomotrices a lo largo de los ejes $qd0$	104
3-5	Circuitos equivalentes $qd0$	118
3-6	Diagramas fasoriales de la máquina síncrona con f.p. en adelante	133
3-7	Representación de la ecuación mecánica	140
3-8	Variables de entrada al marco $qd0$	142
3-9	Tensiones de velocidad	142

3-10	Variables de salida al marco abc	142
3-11	Flujo de variables en el eje q	143
3-12	Flujo de variables en el eje d	144
3-13	Angulo, torque, velocidad desarrollados, potencia, tensión y corrientes en terminales.	145
3-14	Modelo en Bloques de <i>Simulink</i> de la Máquina Síncrona	146
3-15	Bloque de tensiones de fase	147
3-16	Bloque de transformación abc a $qd0$ rotativa	147
3-17	Bloque de los ejes d , q y ecuaciones mecánicas.	147
3-18	Sub-bloque del eje q	148
3-19	Sub-bloque de ecuaciones mecánicas y oscilador	148
3-20	Sub-bloque del eje d y bloque de transformación $qd0$ rotativo a abc	149
3-21	Bloque de potencias, tensión y corriente	150
3-22	Circuitos múltiples en la ranura del rotor.	151
3-23	Circuitos equivalentes para el modelo $qd0$ de orden superior	153
3-24	Circuito equivalente del eje d	160
3-25	Circuito equivalente del eje q	162
3-26	Modelo de bloques general para la simulación 1	167
3-27	Menú de clases de cambios en la operación de la máquina síncrona	167
3-28	Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso a (a)	168
	Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso a (b)	169
3-29	Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso b, No.1	170
3-30	Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso b, No.2	170
3-31	Respuesta bajo una función escalón en T_{mec}	172
3-32	Efecto de la variación de r'_{kd} y r'_{kq} al 140%.	174
3-33	Efecto de la variación de r'_{kd} y r'_{kq} al 60%	175

3-34	Respuesta del rotor con la constante H original.	176
3-35	Respuesta del rotor con la constante H modificada	176
3-36	Fallas simétricas y asimétricas en los generadores síncronos	177
3-37	Modelo de bloques de <i>Simulink</i> para la simulación de fallas	178
3-38	Bloque de tensiones de fase	179
3-39	Bloque de transformación $qd0$ rotativo a abc	180
3-40	Menús de la simulación 2	181
3-41	i_a , i_b e i_c durante una falla simétrica	184
3-42	Corrientes bajo una falla simétrica	185
3-43	Corrientes bajo una falla SLG	186
3-44	δ , T_{em} e $ I_t $ bajo una falla SLG	187
3-45	Corrientes bajo una falla DLG	188
3-46	δ , T_{em} e $ I_t $ bajo una falla DLG	189
3-47	Corrientes, δ , T_{em} e $ I_t $ bajo una falla L-L	190
3-48	Estabilidad del ángulo δ	191
3-49	Diagrama de bloques del eje q para el modelo 2X3	193
3-50	Diagrama de bloques del eje q para el modelo 2X3	194
3-51	$ V_t $, $ I_t $, P_{gen} y Q_{gen} para el modelo <i>Model 3.3</i>	196
3-52	$ V_t $, $ I_t $, P_{gen} y Q_{gen} para el modelo <i>Model 3.3</i>	197
3-53	Respuesta de δ para los diferentes modelos	198
3-54	Respuesta de i_f' para diferentes modelos	199
4-1	Red de dos puertos q y d	203
4-2	Circuitos q y d del rotor	203
4-3	Variación de la magnitud de $L_d(s)$	222
4-4	Variación de la magnitud de $G(s)$	223
5-1	Controladores del generador	261
5-2	Diagrama de bloques del generador	265

5-3	Diagrama de bloques del generador y la carga	266
5-4	Diagrama de bloques del generador y la carga reducido	267
5-5	Diagrama de bloques para una turbina simple	268
5-6	Sistema de gobierno de la velocidad	269
5-7	Esquemático de un gobernador <i>isochronous</i>	270
5-8	Gobernador con retroalimentación de estado estable	271
5-9	Diagramas de bloque del gobernador con decaimiento de velocidad	272
5-10	Características de estado estable de la velocidad del gobernador	273
5-11	Distribución de carga por unidades en paralelo	274
5-12	Respuesta en el dominio del tiempo del gobernador	275
5-13	Gobernador con control de referencia de carga	276
5-14	Efecto del <i>setpoint</i> en la característica del gobernador	276
5-15	Equivalente del sistema para análisis de LFC	278
5-16	Diagrama de bloques de gobernador	280
5-17	Diagrama de bloques del LFC de un sistema aislado	281
5-18	Diagrama de bloques del LFC con entrada $-\Delta P_L(s)$ y salida $\Delta\Omega(s)$	281
5-19	Áreas de control interconectadas	285
5-20	Respuesta dinámica de un sistema aislado	288
5-21	AGC para un sistema aislado	292
5-22	Diagrama equivalente del AGC para un sistema aislado	292
5-23	Respuesta dinámica de un sistema aislado con AGC	293
5-24	Sistema de dos áreas	296
5-25	Circuito equivalente del sistema de dos áreas	297
5-26	Diagrama de bloques del sistema des dos áreas	298
5-27	Efecto de un cambio de carga en el área 1	300
5-28	Respuesta dinámica de un sistema interconectado	301
5-29	AGC en un sistema de 2 áreas	305
5-30	Respuesta dinámica del sistema de dos áreas con AGC	306
5-31	LFC utilizando el modelo de una turbina hidráulica	314

5-32	Polos y ceros de la función de transferencia de lazo abierto	315
5-33	Diagrama de Bode de la respuesta en lazo abierto	316
5-34	Gobernador de unidades hidráulicas – diagrama esquemático	318
5-35	Gobernador de unidades hidráulicas – diagrama de bloques.	319
5-36	Diagrama de polos y ceros	320
5-37	Diagrama de Bode de la compensación	321
5-38	Modelo de Simulink para el sistema con gobierno compensado	321
5-39	Respuesta dinámica del sistema compensado	322
5-40	Modelo de Simulink para turbinas no ideales	323
5-41	Respuesta dinámica del modelo “clásico” y el modelo no ideal	324
5-42	Diagrama de polos y ceros	327
5-43	Modelo de Simulink del modelo simplificado de turbinas térmicas	328
5-44	Respuesta dinámica del modelo simplificado de turbinas térmicas	329
5-45	Diagrama de bloques del LFC detallado	331
5-46	Modelo de bloques de Simulink para el modelo detallado	332
5-47	Respuesta dinámica del modelo detallado	333
5-48	Modelo de Simulink para el sistema aislado con AGC	334
5-49	Respuesta dinámica del sistema con AGC	335
5-50	Modelo de bloques de Simulink para el sistema de 2 áreas	338
5-51	Modelo de bloques de Simulink para el sistema de 2 áreas con AGC	340
6-1	Diagrama funcional del sistema de excitación de un generador	345
6-2	Sistema de excitación de DC	347
6-3	Sistema de excitación de ac de rectificadores	351
6-4	Sistema de excitación de ac de rectificadores controlados	352
6-5	Sistema de excitación sin escobillas	353
6-6	Sistema de excitación de fuente de potencial controlada y rectificadores controlados	354
6-7	Sistema de excitación de fuente compuesta y rectificadores no controlados	356

6-8	Sistema de excitación de fuente compuesta y rectificadores controlados	358
6-9	Diagrama de bloques del sistema de control de excitación	360
6-10	Respuesta típica a la función escalón	364
6-11	Respuesta en frecuencia típica de lazo abierto y lazo cerrado	365
6-12	Funciones básicas de limitación, control y protección	368
6-13	Estabilización por medio de retroalimentación derivativa	369
6-14	Esquema de la compensación de carga	371
6-15	Puente del devanado de campo	375
6-16	Excitador excitado independientemente	378
6-17	Curva de carga – saturación del excitador	379
6-18	Diagrama de bloques del excitador de dc	381
6-19	Excitador autoexcitado	383
6-20	Diagrama de bloques del excitador de ac	384
6-21	Característica de saturación del excitador de AC	385
6-22	Curva característica de regulación del rectificador	387
6-23	Modelo de bloques del rectificador	388
6-24	Modelo de bloques del amplificador	389
6-25	Modelo de bloques de la amplidina	389
6-26	Transformador de estabilización en un sistema de excitación	390
6-27	Integrador con diferentes límites	391
6-28	Bloque de una CTE de tiempo con diferentes límites	392
6-29	Función de adelanto – atraso con límites <i>non-windup</i>	393
6-30	Compuertas de LV y HV	394
6-31	Modelo del compensador de carga y transductor de voltaje	395
6-32	Estructura detallada del modelo de un sistema de excitación	396
6-33	Sistema de control de excitación DC1A	399
6-34	Sistema de control de excitación DC3A	400
6-35	Sistema de control de excitación AC1A	403
6-36	Sistema de control de excitación AC8B	404

6-37	Sistema de control de excitación ST1A	407
6-38	Sistema de control de excitación ST2A	409
6-39	Sistema de control de excitación DEC1A	411
6-40	Modelo UEL1 y su característica de limitación	416
6-41	Modelo del limitador de V/Hz	418
6-42	Diagrama de bloques de la aplicación del PSS	421
6-43	Diagrama fasorial de la aplicación del PSS	422
6-44	Elementos principales de un PSS	423
6-45	Diagrama de bloques del PSS delta-P-omega	427
6-46	Modelo tipo PSS1A	432
6-47	Modelo tipo PSS2A	434
6-48	Modelo tipo PSS2B	436
6-49	Sistema de una máquina síncrona conectada a un bus infinito o SMIB	438
6-50	Diagrama de bloques del sistema SMIB	445
6-51	Modelo ST1A simplificado	446
6-52	Modelo del sistema SMIB con AVR	447
6-53	Modelo del sistema SMIB con AVR y PSS	449
6-54	Diagrama del sistema DC1A y la máquina síncrona	452
6-55	Lugar geométrico de las raíces del lazo abierto del sistema DC1A	454
6-56	Modelo de Simulink para el sistema DC1A	455
6-57	Respuesta al escalón del sistema DC1A	456
6-58	Modelo de Simulink del sistema DC1A con estabilización	456
6-59	Respuesta al escalón del sistema DC1A con estabilización	457
6-60	Modelo de Simulink del sistema DC1A con PID y el bloque PID	458
6-61	Respuesta al escalón de V_t con PID	459
6-62	Modelo de Simulink del sistema DC1A sin estabilizador y con PID	459
6-63	Respuesta al escalón de V_t sin estabilizador y con PID	460
6-64	Modelo de Simulink para controlar el sistema SMIB	462
6-65	Diagrama de polos y ceros, y respuesta al escalón del sistema SMIB	463

6-66	Respuesta de V_t al escalón en V_{ref}	465
6-67	Lugar geométrico de las raíces del lazo de regulación de voltaje	465
6-68	Respuesta al escalón del sistema con PSS y sin PSS	467
6-69	Diagrama del sistema SMIB de la Simulación 2, Caso 2	469
6-70	Respuesta de V_t y E_{FD} bajo una falla trifásica	471
6-71	Respuesta de ω_r y P_e bajo una falla trifásica	472
6-72	Gráfica tridimensional de la variación del ángulo de la máquina bajo el efecto del AVR y el PSS	473
6-73	Gráfica tridimensional de la desviación de velocidad de la máquina bajo el efecto del AVR y el PSS	474
6-74	Diagrama del modelo de bus infinito con carga local	475
6-75	Modelo de Simulink para simular el sistema de la Figura 6-74	476
6-76	Modelo de Simulink del generador y sus controles	477
6-77	Modelo de Simulink de la máquina síncrona	477
6-78	Modelo de Simulink de la turbina y el gobernador	478
6-79	Modelo de Simulink del sistema de excitación	478
6-80	Respuesta de V_t y E_{FD} bajo una falla trifásica	479
6-81	Respuesta de ω_r y P_e bajo una falla trifásica	480
6-82	Sistema de dos áreas con cargas tipo impedancia	483
6-83	Respuesta del voltaje en el bus de falla	483
6-84	Respuesta del voltaje de campo E_{FD} bajo el control del AVR y bajo el control del AVR y del PSS	484
6-85	Gráficas tridimensionales de la respuesta de la desviación de la velocidad bajo control del AVR y PSS	485
6-86	Gráficas tridimensionales de la respuesta del ángulo y la desviación bajo diferentes tipos de control	486

TABLAS

III-I	Símbolos utilizados en el modelo matemático y su significado	111
III-II	Modelos definidos por la norma <i>IEEE Std. 1110-2002</i>	163
III-III	Parámetros de la máquina síncrona de la simulación 1	165
III-IV	Condiciones de voltaje y corriente de la M.S. ante diferentes fallas	182
III-V	Parámetros para la simulación de modelos de orden superior	195
IV-I	Expresiones para los parámetros estándar de la máquina síncrona	212
IV-II	Valores típicos de los parámetros estándar	213
IV-III	Parámetros para el modelo <i>Model 2.2</i>	227
IV-IV	Relaciones entre valores característicos y parámetros de circuitos equivalentes	228
IV-V	Pruebas SSFR	233
IV-VI	Pruebas SSFR (Continuación)	234
V-I	Parámetros y valores para el modelo detallado	330
V-II	Datos para la simulación del sistema de dos áreas	336

LISTA DE SÍMBOLOS

i	Corriente instantánea en amperes
v	Voltaje instantáneo
f	Frecuencia
R, r	Resistencia
L	Inductancia
C	Capacitancia
X, x	Impedancia
M, m	Inductancia mutua
dx/dt	Derivada de la variable x respecto al tiempo
$\partial x/\partial t$	Derivada parcial de la variable x respecto al tiempo
\dot{x}	Primera derivada de la variable x
$\dot{\mathbf{x}}$	Primera derivada del vector \mathbf{x}
$\lim_{s \rightarrow 0} x$	Límite de la variable x cuando la variable s tiende a cero.
θ_e	Grados eléctricos
θ_m	Grados mecánicos
ϕ	Flujo magnético por polo
q	Eje en cuadratura de la máquina síncrona
d	Eje directo de la máquina síncrona
N	Relación de transformación del rotor al estator
ω	Velocidad angular en radianes por segundo
δ	Ángulo de la máquina en radianes
$qd0$	Marco de referencia estático en rotor de la máquina.
qd	Marco de referencia rotativo en el rotor de la máquina.

V_t	Voltaje en terminales.
I_t	Corriente en terminales.
E_{FD}, E_{fd}, V_f	Voltaje del devanado de campo.
T_e, T_{em}	Torque electromagnético o eléctrico.
P_e, P_{em}	Potencia eléctrica o electromagnética.
P_m, P_{mech}	Potencia mecánica.
λ, ψ	Enlaces de flujo magnético.
H	Constante de inercia de la máquina síncrona.
K_D, D	Constante de amortiguación o carga de la máquina síncrona.
k_d, l_d	Devanado de amortiguación del eje directo.
k_q, l_q	Devanado de amortiguación del eje en cuadratura.
$\mathbf{T}_{dq0}(\theta_r), \mathbf{T}_{qd0}(\theta_r)$	Transformación de Park o $qd0$.
P	Número de pares de polos.
$L_d(s)$	Inductancia operacional del eje d .
$sG(s)$	Función de transferencia del devanado de campo al estator.
$Z_{fd}(s)$	Impedancia de entrada del devanado de campo.
Δ	Delta, diferencial, pequeña variación o desviación.
$\%R$	Porcentaje de regulación del gobernador.
β	Constante de sensibilidad a la frecuencia de un sistema eléctrico.
B	Factor de sesgo o <i>bias factor</i> .
T, τ	Constante de tiempo.
$KG(s)H(s)$	Función de transferencia de lazo abierto.
K	Valor constante.
V_{ref}	Señal del voltaje de referencia.

GLOSARIO

AGC	<i>Automatic generation control</i> (control automático de la generación)
AVR	<i>Automatic voltage regulator</i> (regulador automático de voltaje). Utilizado para referirse a los sistemas de control de excitación.
ECG	<i>Energy control centres</i> (centros de control de energía)
FMM	Fuerza magnetomotriz.
IEEE	<i>The Institute of Electric and Electronic Engineers</i> (Instituto de ingenieros eléctricos y electrónicos)
LFC	<i>Load frequency control</i> (control de potencia activa – frecuencia)
MATLAB	<i>MaTrixLaboratory</i> . Lenguaje de alto nivel para la computación técnica de la empresa <i>Mathworks Inc.</i>
NERC	<i>North American Electric Reliability Council</i> (consejo norteamericano de fiabilidad eléctrica)
PSS	<i>Power system stabilizer</i> (estabilizador de sistemas de potencia).
PST	<i>Power system toolbox</i> .
SCADA	<i>Supervisory control and data acquisition</i> (Control por supervision y adquisición de datos)
SIMULINK	Paquete para modelación, simulación y análisis de sistemas dinámicos de la empresa <i>Mathworks Inc.</i>
SIMB	<i>Single-machine infinite-bus</i> . Sistema de una máquina síncrona conectada a un bus infinito a través de una línea de transmisión.

RESUMEN

Este trabajo estudia los modelos matemáticos de las máquinas síncronas (generadores eléctricos) y los sistemas de control que participan en su funcionamiento en el estado dinámico y que se utilizan para realizar estudios de estabilidad, principalmente estabilidad de pequeña señal y estabilidad transitoria, desarrollando simulaciones por medio de computadora para evaluar dichos modelos y los efectos resultantes sobre el funcionamiento de los sistemas de potencia.

Los conceptos más generales sobre modelación y simulación en sistemas de potencia se desarrollan en el Capítulo 1 donde también se describe el uso de los programas de computadora utilizados para las simulaciones. En el Capítulo 2 se describen los principios elementales del funcionamiento de la máquina síncrona y se estudian las herramientas matemáticas (transformaciones y vectores espaciales) para desarrollar los modelos de la máquina síncrona y los sistemas de control. Estas herramientas matemáticas son simuladas para obtener una mejor comprensión de su aplicación. El Capítulo 3 se concentra en el modelado matemático de la máquina síncrona y su simulación. A partir los principios estudiados en el Capítulo 2 se desarrollan dos modelos matemáticos de diferente nivel de complejidad y se evalúan los requerimientos de IEEE para el modelado de las máquinas síncronas. Las simulaciones evalúan los dos modelos desarrollados bajo diferentes condiciones de operación, se analizan las características inherentes de las máquinas que se presentan en el estado dinámico y se compara el nivel de exactitud entre los modelos matemáticos desarrollados. El Capítulo 4 describe los métodos tradicionales y algunos estudios recientes sobre las técnicas para la determinación de los parámetros de los modelos de la máquina síncrona.

En el Capítulo 5 se estudian los sistemas de control de potencia activa – frecuencia y el control automático de la generación. Se analiza el lazo de control de potencia activa – frecuencia, desarrollando los modelos de cada uno de los elementos de los sistemas de potencia. Se enfatiza en las turbinas térmicas, turbinas hidráulicas y a los gobernadores; además, se implementa el controlador integral del AGC para eliminar las desviaciones de frecuencia debido a cambios de carga. Se analizan los sistemas de potencia interconectados para estudiar el intercambio de potencia activa entre áreas y evaluar el efecto de pequeñas desviaciones de potencia activa que producen el decaimiento de la frecuencia en el sistema. Debido a la existencia de desviaciones de frecuencia se desarrolla la implementación del controlador integral que conforma al AGC para eliminar las desviaciones de frecuencia en el sistema. Las simulaciones se desarrollan utilizando tanto modelos simplificados como modelos complejos, enfocándose en describir las características salientes de los modelos analizados.

Finalmente, en el Capítulo 6 se estudian los sistemas de control de excitación y los estabilizadores de sistemas de potencia. Los modelos de los sistemas de control de excitación son desarrollados a partir del modelo de cada uno de los elementos de estos sistemas. Los modelos de los estabilizadores de sistemas de potencia se desarrollan en base a su función de control. A lo largo del capítulo se enfatiza en los efectos de estos sistemas en la estabilidad de las unidades de generación y del sistema en general a través del desarrollo de simulaciones sobre el sistema de bus infinito y sobre un sistema multimáquinas. Se estudian, además, los modelos de limitación de subexcitación, de voltios por hertzios y modelos de los sistemas de control de excitación; discontinuos; estos últimos tres modelos no son simulados debido a que no se utilizan para estudios de estabilidad de pequeña señal y estabilidad transitoria.

OBJETIVOS

- **General**

Modelar matemáticamente y simular por medio de computadora a la máquina síncrona y los sistemas de control que hacen posible el funcionamiento de esta durante el estado dinámico de forma aislada y en sistemas de potencia.

- **Específicos**

1. Desarrollar los modelos matemáticos que describen a la máquina síncrona que se utilizan en estudios de estabilidad de pequeña señal y estabilidad transitoria.
2. Simular el funcionamiento de la máquina síncrona bajo diferentes condiciones de operación y analizar las características inherentes que la afectan en su funcionamiento durante el estado dinámico.
3. Describir los parámetros de la máquina síncrona y las técnicas más recientes para su cálculo.
4. Desarrollar los modelos matemáticos que describen a los sistemas de control de potencia activa – frecuencia que afectan a la máquina síncrona en el estado dinámico.
5. Simular el comportamiento y los efectos de los sistemas de control de potencia activa – frecuencia.
6. Desarrollar los modelos matemáticos que describen a los sistemas de control de excitación y de los estabilizadores de sistemas de potencia que se utilizan en estudios de estabilidad de pequeña señal y estabilidad transitoria.
7. Simular el comportamiento y los efectos de los sistemas de control de excitación y de los estabilizadores de sistemas de potencia.

INTRODUCCIÓN

Los estudios de estabilidad de pequeña señal y de estabilidad transitoria constituyen un método sumamente eficaz para el planeamiento, funcionamiento, optimización y análisis del comportamiento de los sistemas de potencia bajo perturbaciones. Para poder desarrollar estos estudios es necesario contar con modelos matemáticos de la máquina síncrona, los primotores y los sistemas de control involucrados en el desempeño dinámico del sistema en general. Por lo tanto, los resultados derivados de los estudios de estabilidad de pequeña señal y de estabilidad transitoria, dependen directamente de los modelos matemáticos de los elementos que influyen en el desarrollo de dichos estudios. Este trabajo es la plataforma para el desarrollo de estudios de estabilidad pues describe los modelos de los elementos mencionados con anterioridad.

El modelado formal de la máquina síncrona se dio por primera vez en los inicios de la década de 1920 por los trabajos desarrollados por Gabriel Kron. Actualmente existen modelos ampliamente difundidos, los cuales se basan en la transformación de Park. En este trabajo se desarrollan y se simulan varios modelos matemáticos de la máquina síncrona basados en la transformación de Park y que cumplen con los requerimientos de IEEE. Estos modelos son lo suficientemente exactos para ser utilizados en estudios futuros de estabilidad de pequeña señal y estabilidad transitoria. Los modelos matemáticos de la máquina síncrona dependen inherentemente de la determinación de los parámetros que hacen que estos modelos sean representativos del sistema al que modelan por lo que se describen los métodos tradicionales y algunas técnicas recientes para la obtención de dichos parámetros.

Bajo perturbaciones de pequeña, mediana y gran escala durante pequeños intervalos de tiempo es necesario que la máquina síncrona opere satisfactoriamente, para esto se deben implementar ciertas estrategias de control. Las variables que se controlan en un sistema son la frecuencia, la potencia activa, el voltaje y la potencia reactiva. De aquí nacen los lazos de control de potencia activa – frecuencia, el control automático de la generación, los sistemas de control de excitación y los estabilizadores de sistemas de potencia. Debido a que estos dos sistemas de control están pobremente acoplados es posible realizar dos estrategias de control independiente.

Las desviaciones de frecuencia en un sistema eléctrico se deben a los cambios de la demanda de energía, esto afecta directamente a la máquina síncrona, si esta no está dotada de un sistema de control adecuado, puede no operar bajo las condiciones deseadas. Además, dichas desviaciones pueden distorsionar el intercambio programado entre los enlaces que se dan en sistemas de áreas múltiples. Por lo tanto, se analizan y se simulan los diferentes elementos del lazo de control de potencia activa – frecuencia y el control automático de la generación analizando cada uno de los modelos de los elementos que intervienen durante un cambio de potencia activa en la red.

Los sistemas de control de excitación y los estabilizadores de sistemas de potencia son los principales encargados de controlar la estabilidad de un sistema eléctrico bajo perturbaciones severas y de pequeña escala, esto fue un fenómeno que fue reconocido durante los años cincuenta y que se encuentra bajo constante investigación. Su influencia sobre la estabilización de las unidades de generación y sobre el sistema de potencia en general se estudia a través del desarrollo de los modelos matemáticos y de la simulación de los mismos por medio de programas de cómputo modernos haciendo énfasis en las características más importantes que afectan a la estabilidad.

1. MODELACIÓN Y SIMULACION

1.1. Modelación y simulación

Una teoría es un enunciado de un principio abstraído de la observación y un modelo es la representación de la teoría que puede ser utilizado para fines de predicción y control. Para que sea útil, un modelo debe ser realístico y al mismo tiempo debe ser simple de comprender y simple de manejar. Estos requerimientos son conflictivos, los modelos realísticos pocas veces son simples y los modelos simples pocas veces son realísticos. Por esto el detalle con el cual se desarrolla un modelo está definido por las variables que consideramos importantes en él. Las características de aquello que estemos modelando que sean relevantes deben ser incluidas y aquellos parámetros que no sean relevantes pueden ser ignorados. Nos referimos a la modelación en todo este trabajo, al proceso de análisis y síntesis desarrollado para llegar a una descripción matemática adecuada que está en armonía con los parámetros y características relevantes, para la facilidad de la simulación es importante considerar que los parámetros deber ser, al mismo tiempo, fáciles de obtener en la realidad. En la práctica vamos a establecer una relación funcional entre las entidades que juegan un papel importante. Un modelo supuestamente imita ciertas características esenciales o condiciones actuales. Un modelo puede tomar varias formas: forma física, como los modelos a escala y modelos análogos eléctricos de sistemas mecánicos; forma mental, como un conocimiento intuitivo y forma simbólica, como representaciones matemáticas, lingüísticas, gráficas y esquemáticas.

La simulación puede ser útil en muchos estudios científicos donde la metodología es la siguiente:

1. Observación del modelo físico
2. Formulación de una hipótesis o modelo matemático para explicar la observación
3. Predicción del comportamiento del sistema desde soluciones o propiedades de un modelo matemático
4. Comprobación de la validez de la hipótesis o del modelo matemático

Las definiciones de modelación y simulación pueden variar dependiendo de la naturaleza del sistema físico y del propósito de la simulación. En términos generales, la simulación es una técnica que requiere de la obtención de un modelo de una situación real y de la experimentación con este modelo. Definimos simulación como un experimento con modelos lógicos y matemáticos, especialmente representaciones matemáticas del tipo dinámico que están caracterizadas por un conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas.

Clasificación de los modelos matemáticos:

- **Lineales y no lineales.** Los modelos lineales pueden ser descritos por relaciones matemáticas lineales en donde es válido el principio de la superposición. Los modelos no lineales poseen relaciones matemáticas que no son lineales.
- **Parámetros concentrados o distribuidos.** Los modelos de parámetros concentrados pueden ser descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias con una sola variable independiente. Los modelos de parámetros distribuidos pueden ser descritos por ecuaciones diferenciales parciales usualmente utilizando el tiempo y una o más variables de espacio como variables independientes.

- **Estáticos y dinámicos.** Los modelos estáticos no toman en cuenta la variación en el tiempo y la incidencia de esta en los parámetros del modelo, los modelos dinámicos en cambio toman en cuenta las características variantes en el tiempo y sus interacciones.
- **Continuos y discretos.** Los modelos en tiempo continuo están descritos por ecuaciones en las cuales las variables dependientes son continuas en el tiempo. Los modelos en tiempo discreto son descritos por ecuaciones en diferencias cuyas variables dependientes están definidas en instantes particulares.
- **Determinísticos y estocásticos.** Un modelo determinístico no toma en cuenta los factores de probabilidad y un modelo estocástico toma en cuenta los factores de probabilidad.

El proceso mediante el cual se obtiene un modelo es un proceso iterativo. El ciclo comienza con la identificación del propósito del modelo y sus limitaciones; asimismo, los tipos de simplificaciones y suposiciones u omisiones que se pueden realizar, determinar los medios por los cuales serán obtenidos los parámetros y definiendo las capacidades de cómputo accesibles. Se debe tener una clara comprensión y dominio del tema que se está tratando es esencial para la realización de suposiciones y la simplificación adecuada.

Puede existir más de un modelo para el mismo sistema físico difiriendo entre ellos en exactitud, precisión, aspecto y rango. Todo modelo contiene parámetros que deben ser estimados. El modelo debe desarrollarse adecuadamente de manera que los parámetros necesarios puedan ser obtenidos experimentalmente, de no ser así el modelo no será útil.

El modelo desarrollado debe ser verificado y validado. La verificación involucra la revisión de la consistencia matemática envuelta en el modelo, sus algoritmos de solución y los supuestos. La validación es la determinación de qué tan bien el modelo refleja los aspectos del sistema al cual representa. Cuando existe una discrepancia demasiado grande, el modelo debe ser revisado y el ciclo debe ser repetido. Los datos utilizados para estimar los parámetros del modelo no deben ser los mismos con los cuales se verifica el modelo.

Tanto la modelación como la simulación tienen un uso apropiado. Son útiles cuando el sistema no existe o es demasiado costoso, peligroso de construir, o cuando el experimentar con el sistema puede causar disrupciones inaceptables. El cambio del valor de los parámetros o la exploración de un nuevo concepto u estrategia de operación, se puede realizar con mayor rapidez simulando que realizando experimentos o estudios en el sistema.

1.2. Modelación dinámica de sistemas de potencia

1.2.1. Introducción a la modelación de aparatos de potencia

La experimentación en los componentes de potencia es demasiado costosa y toma demasiado tiempo realizarla. Es por esto que la simulación representa un medio rápido y económico por medio del cual se pueden conducir estudios o analizar estos componentes. Los componentes de potencia deben ser diseñados para soportar condiciones como sobretensiones y fallas.

Debido al gran esfuerzo eléctrico y mecánico al que se someten los componentes en estos casos de operación anormal y condiciones transitorias, el diseño de estos componentes está dictado por las características del estado transitorio.

Es de gran utilidad observar como otras personas han modelado y simulado los componentes de potencia. Los sistemas de potencia son grandes, y complejos, debido a esto durante la modelación de sus componentes se toman en cuenta solo algunas características de estos. Factores como el número de componentes y la respuesta en frecuencia, son problemáticos en el momento de desarrollar un modelo. La reducción de la dimensión y de la complejidad del modelo es realizada mediante aproximaciones, limitando el rango de fidelidad, o utilizando ambos métodos. Esto se puede realizar con las siguientes técnicas:

- **Particionamiento físico:** el uso de equivalentes sencillos del modelo para partes distantes del sistema que no tienen efectos apreciables en el comportamiento de este.
- **Particionamiento del dominio de la frecuencia:** con uso selectivo de baja frecuencia para los modelos.

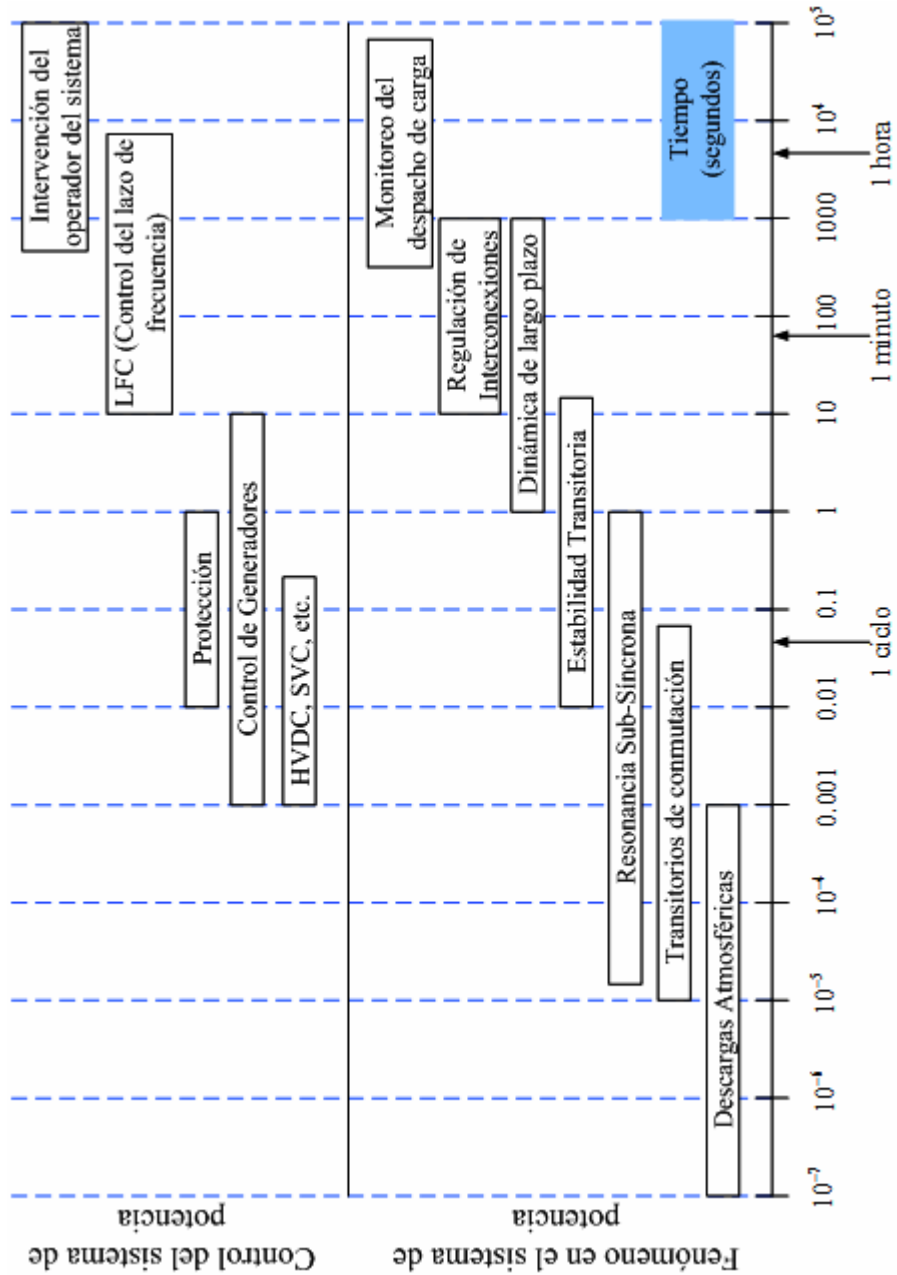
Se han desarrollado varios modelos de diferente grado de complejidad para explotar estas diferentes técnicas en situaciones diversas. En este trabajo se obtendrán modelos matemáticos con un nivel de detalle que va desde un nivel muy elemental hasta un nivel muy complejo, para cada caso que sea tratado para luego ser simulador por computadora.

1.2.2. Requerimientos de la modelación

El análisis del comportamiento dinámico de los sistemas de potencia requiere del uso de modelos computacionales que representen las ecuaciones algebraicas-diferenciales que modelan a los diferentes componentes del sistema. En algunas ocasiones se utilizan modelos a escala o modelos análogos con este propósito, pero en realidad la mayor parte del análisis dinámico de sistemas de potencia se lleva a cabo con computadoras digitales utilizando programas especializados. Estos programas incluyen una variedad de modelos para generadores, sistemas de excitación, sistemas gobernador-turbina, cargas y otros componentes. El usuario se preocupa de seleccionar el modelo apropiado para el problema que está resolviendo y de determinar los datos que representan el equipo en su sistema.

La selección de los modelos apropiados depende de gran manera de la escala de tiempo del problema analizado. En la figura 1-1 se presenta las áreas principales del funcionamiento dinámico de los sistemas de potencia. Es posible construir un modelo para la simulación de un sistema de potencia que incluya todos los efectos dinámicos desde los efectos veloces inductivos/capacitivos de la red hasta los efectos lentos debidos al despacho económico de la generación. Esta sección se enfoca en los aspectos generales de la modelación requerida para el análisis de estabilidad de sistemas de potencia, incluyendo todas sus categorías. Para este propósito, es adecuado representar los elementos de la red (transformadores y líneas de transmisión) por medio de ecuaciones algebraicas. El efecto de los cambios de la frecuencia en las reactancias inductivas y capacitivas se incluye en ocasiones pero usualmente se ignora, debido a que en la mayoría de análisis de estabilidad los cambios de frecuencia son pequeños. Sin embargo, solo se cubrirán en esta sección, aspectos generales; más adelante se desarrollarán modelos detallados para la máquina síncrona y sus controles.

Figura 1-1. Marco temporal de los fenómenos dinámicos en sistemas de potencia *



Fuente: Arrillaga, Jos y Watson, Neville.. *Power systems electromagnetic transients simulation*.

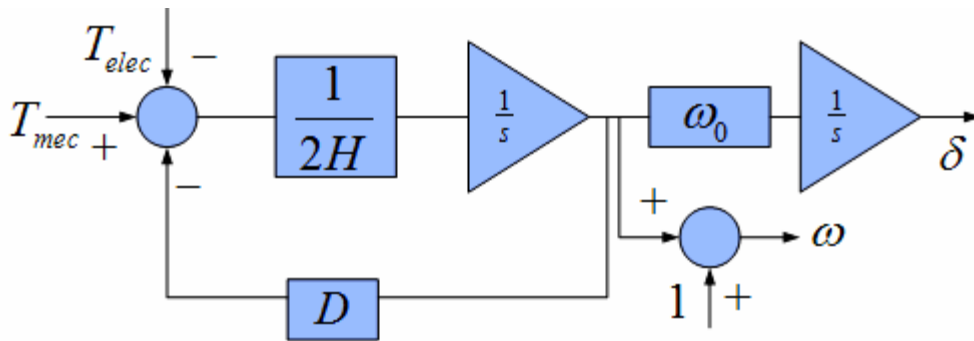
Londres: IEE. pp.2.

* Todas las figuras fueron elaboradas por el autor.

1.2.3. Modelación de generadores

El modelo de un generador consiste de dos partes fundamentales: las ecuaciones de aceleración del rotor del conjunto turbina-generator y la dinámica del flujo eléctrico del generador.

Figura 1-2. Modelo mecánico del rotor



Fuente: Grigsby, L.L. *The electric power engineering handbook*. E.E.U.U.: CRC Press & IEEE Press. pp. 11.7-3.

1.2.3.1. Modelo mecánico del rotor

Las ecuaciones de aceleración son simplemente la segunda ley de Newton de movimiento aplicada a la masa rotativa del rotor del conjunto turbina-generator, como se muestra en la figura 1-2. Se deben realizar las siguientes observaciones:

- ✓ La constante de inercia (H) representa la energía almacenada en el rotor en MW-seg., normalizada con respecto a la potencia nominal del generador. Valores típicos de esta constante oscilan en el rango de 3 a 15, dependiendo del tamaño y tipo del conjunto turbina-generator.

- ✓ Algunas veces la potencia mecánica y la potencia eléctrica se utilizan en el modelo en lugar de los torques correspondientes. Dado que la potencia es igual al torque multiplicado por la velocidad del rotor, la diferencia es pequeña para la operación cercana a la velocidad nominal.

- ✓ La mayoría de los modelos incluyen el factor de amortiguamiento (D) que se presenta en la Figura 1-2. Este se utiliza para modelar efectos de amortiguamiento de oscilaciones que no están explícitamente representados en ningún otra parte del modelo. La selección de esta constante ha sido de mucho debate, la práctica recomendada es evitar utilizar este parámetro incluyendo las fuentes de amortiguación en los modelos, por ejemplo, los devanados de amortiguación, corrientes de Eddy, sensibilidad de la frecuencia, etc.

1.2.3.2. Modelo eléctrico del generador

El modelo de un generador síncrono es usualmente representado por un modelo $qd0$ ó modelo de Park. Las tres fases se transforman en un equivalente de dos ejes, con el eje directo (d) en fase con el campo del rotor y el de cuadratura (q). Los modelos de generadores para estudios de estabilidad se definen en la norma IEEE Std. 1110-2002; como se trata más adelante. Dado que parte del objetivo de este trabajo es desarrollar modelos de generadores para estudios de estabilidad, tanto para su modelo eléctrico como mecánico; este punto se cubrirá con detalle en los siguientes capítulos, y no se enfatiza en este apartado.

1.2.4. Modelación de sistemas de excitación

El sistema de excitación provee de voltaje dc al devanado de campo del generador y modula su voltaje con propósitos de control. Existen diferentes configuraciones y diseños de sistemas de excitación. Los programas de estabilidad usualmente incluyen una variedad de modelos capaces de representar la mayoría de los sistemas. Estos modelos normalmente incluyen el estándar de IEEE para los modelos de excitación que se describen en la norma IEEE Std. 421.5-1992.

El sistema de excitación consiste de varios subsistemas. La fuente de excitación provee el voltaje dc y la corriente bajo los niveles requeridos por el devanado de excitación. Esta potencia de excitación puede ser provista por un excitador rotativo o por rectificadores desde las terminales del generador. Los sistemas de excitación que utilizan un generador de dc se clasifican como “DC”, los que utilizan generadores de corriente alterna “AC” y los que utilizan electrónica de potencia se clasifican como “estáticos”. El voltaje máximo del devanado de campo es un parámetro importante, dependiendo del tipo de sistemas, su voltaje máximo puede ser afectado por la magnitud de la corriente de campo o el voltaje en terminales del generador, y su dependencia debe ser modelada pues estos valores pueden cambiar significativamente durante un disturbio.

El AVR (*automatic voltage regulator*) o regulador automático de voltaje, provee el control de las terminales de voltaje del generador por medio de la manipulación del voltaje de campo. Existe una gran variedad de diseños para el AVR, incluyendo varios medios para asegurar una respuesta estable durante cambios transitorios en las terminales de voltaje. La velocidad con la cual el voltaje de excitación puede ser cambiado es una característica importante del sistema.

Para algunos sistemas de excitación “DC” y casi la totalidad de los “AC” , el AVR controla el campo del excitador. Por lo tanto, la velocidad de respuesta está limitada por la constante de tiempo del excitador. La velocidad de respuesta de un sistema de excitación está caracterizada de acuerdo con la norma IEEE Std. 421.2-1990.

Un estabilizador de sistema de potencia, PSS (*power system stabilizer*), es frecuentemente, pero no siempre, incluido en los sistemas de excitación. Está diseñado para modular la entrada del AVR de manera que contribuye a la amortiguación de las oscilaciones inter-máquinas. La entrada del PSS puede ser la velocidad del rotor del generador, la potencia eléctrica, u otras señales. Al PSS usualmente se le designan funciones de transferencia lineales cuyos parámetros son ajustados para producir amortiguación positiva para el rango de frecuencias de oscilación que interesa. Es importante que valores razonablemente correctos sean usados para dichos parámetros. La salida del PSS usualmente está limitada a $\pm 5\%$ del voltaje nominal del generador, y este límite debe ser incluido en el modelo. Todos estos sistemas de excitación serán analizados con detalle en capítulos posteriores.

1.2.5. Modelación del primotor

El sistema que mueve al generador del rotor se le refiere comúnmente como primotor. El primotor incluye a la turbina (o cualquier otro motor) que mueve el eje, el sistema de control de velocidad y la fuente de energía para el sistema de la turbina.

Los siguientes sistemas son los primotores más comunes:

- ✓ Turbinas de vapor.
 - Calentadores de combustibles fósiles (carbón, gas, o aceite).
 - Reactores nucleares.
- ✓ Turbinas hidráulicas.
- ✓ Turbinas de combustión (turbinas de gas).
- ✓ Turbinas de ciclo combinado (turbina de gas y turbina de vapor)

Otros tipos menos comunes y, generalmente, de menor tamaño incluyen turbinas eólicas, turbinas de vapor geotérmicas, turbinas de vapor solares-termales, y motores diesel.

Para el análisis de estabilidad transitoria y oscilatoria, es suficiente con el uso de modelos muy simplificados del primotor, debido que, a pesar de ciertas excepciones, los tiempos de respuesta del primotor al disturbio del sistema son muy lentos comparados con la duración del tiempo para el análisis; usualmente de 10 a 20 segundos o menos. Para el análisis de disturbios que involucran excursiones significativas de la frecuencia, el sistema de control de la turbina y velocidad (gobernador) debe ser modelado. Para simulaciones de largo plazo que involucran el aislamiento del sistema y grandes excursiones en la frecuencia se debe desarrollar un modelo detallado del sistema de suministro de energía. Para plantas de vapor a base de combustibles fósiles, la coordinación entre el control de velocidad y el sistema de control de la presión del vapor tiene un importante impacto en la velocidad con la cual la planta puede responder a los cambios en la frecuencia. Si el gobernador controla directamente las válvulas de la turbina, la potencia de salida de la planta responderá con mayor rapidez, pero puede no sostenerse debido a la reducción de presión del vapor. Si el gobernador controla la entrada de combustible al calentador, la respuesta será más lenta pero se sostendrá la potencia de salida.

Las plantas hidroeléctricas responden con rapidez a los cambios de frecuencia si los gobernadores están activos. En algunas ocasiones se requiere de la reducción en la respuesta transitoria del gobernador para evitar la inestabilidad debida a la característica de repuesta de “no en mínima fase” de las hidroturbinas. Esta característica puede ser modelada aproximadamente por una simple función de transferencia: $(1 - sT_w)/(1 - sT_w/2)$. El parámetro T_w se conoce como tiempo de caída y es función de la longitud de la caída y de otras dimensiones físicas.

1.2.6. Modelación de la carga

Para análisis de funcionamiento dinámico, la variación transitoria y de estado estable de P y Q debido a los cambios en el voltaje de los buses y en la frecuencia, deben ser modelados. La modelación exacta de la carga es difícil debido a la naturaleza compleja y cambiante de la carga y la dificultad de obtener datos exactos de sus características. Por lo tanto, estudios de sensibilidad se recomiendan para determinar el impacto de las características de la carga en los resultados del estudio de interés. Esto ayuda a guiar la selección de un modelo de carga conservativo o enfocar la atención en las mejoras que debe tener el modelo de carga.

Para la mayoría de propósitos de análisis de sistemas de potencia, la carga se refiere a la potencia real y reactiva entregada a los sistemas de subtransmisión o distribución en los buses representados en el modelo de la red. Sumado a esto, la variedad de artefactos de carga que en la actualidad se conectan al sistema, la carga incluye la intervención de alimentadores de distribución, transformadores, capacitares paralelo, etc., y estos pueden incluir artefactos de control de voltaje, incluyendo transformadores con cambio de tap automático, etc.

Para análisis de estabilidad de ángulo, se pueden utilizar diferentes niveles de detalle, dependiendo de la disponibilidad de la información y la sensibilidad de los resultados al detalle del modelo de carga. A continuación se describen algunos de los modelos:

1. **Modelo estático:** este modelo es el más simple y representa las componentes de potencia activa y reactiva en cada bus por medio de una combinación de componentes de impedancia constante, corriente constante, y potencia constante, con un factor simple de sensibilidad a la frecuencia, como lo muestra las siguientes expresiones:

$$P = P_0 \left[P_1 \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + P_2 \left(\frac{V}{V_0} \right) + P_3 \right] (1 + L_{DP} \Delta f)$$

$$Q = Q_0 \left[Q_1 \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + Q_2 \left(\frac{V}{V_0} \right) + Q_3 \right] (1 + L_{QP} \Delta f)$$

Si no se conoce nada acerca de las características de la carga, se recomienda que se utilice corriente constante para la potencia real e impedancia constante para la potencia reactiva, con factores de frecuencia 1 y 2 respectivamente. Esto se basa en la suposición de que las cargas típicas se dividen equitativamente entre cargas inductivas y resistivas. Algunas veces se utiliza una función exponencial de voltaje en vez de los tres términos independientes. Un exponente de 0 corresponde a potencia constante, 1 a corriente constante, y 2 a impedancia constante. Valores intermedios o valores mayores pueden ser utilizados si la información existente así lo indica. Un modelo más detallado está dado por las siguientes expresiones:

$$P = P_0 \left[K_{PZ} \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + K_{PI} \left(\frac{V}{V_0} \right) + K_{PC} + K_{P1} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{n_{PV1}} (1 + n_{PF1} \Delta f) + K_{P2} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{n_{PV2}} (1 + n_{PF2} \Delta f) \right]$$

$$Q = Q_0 \left[K_{QZ} \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + K_{QI} \left(\frac{V}{V_0} \right) + K_{QC} + K_{Q1} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{n_{QV1}} (1 + n_{QF1} \Delta f) + K_{Q2} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{n_{QV2}} (1 + n_{QF2} \Delta f) \right]$$

2. **Modelo dinámico de motores de inducción:** para cargas sujetas a fluctuaciones grandes en voltaje y/o en frecuencia, las características dinámicas de los motores de inducción comienzan a tener cierta relevancia. Los modelos de los motores de inducción están disponibles en la mayoría de programas de estabilidad. A excepción del caso de estudios de motores de gran dimensión en plantas industriales, los motores de inducción no se representan individualmente. Generalmente, el acercamiento es utilizar uno o dos modelos representando el conjunto de todos los motores que se alimentan en un bus.

3. **Modelo detallado:** para estudios particulares se puede necesitar de una modelación exacta de ciertos tipos de carga. Esto puede incluir la representación de un alimentador promedio y la impedancia del transformador como un elemento en serie entre el bus de la red y el bus donde los modelos de carga están conectados. Para análisis de largo plazo, el ajuste automático de los taps de los transformadores pueden ser representados por modelos simplificados. Diferentes componentes de carga con diferentes características pueden ser conectadas a la carga del bus para representar la composición de la carga.

La información para la modelación puede ser adquirida de diferentes formas, ninguna es completamente satisfactoria, pero todas contribuyen al conocimiento de las características de la carga:

1. **Pruebas de alimentadores bajo diferentes escenarios:** se pueden realizar mediciones de cambios en la potencia real y reactiva de un alimentador de distribución cuando se realizan cambios intencionales en el voltaje del alimentador, por ejemplo, cambiando el tap del transformador o conmutando un capacitor en paralelo. La segunda opción tiene la ventaja de que proveen un cambio abrupto que puede brindar información de la respuesta dinámica de la carga como de las características de estado permanente.

2. **Monitoreo de disturbios en el sistema:** se pueden realizar mediciones de potencia, voltaje y frecuencia en varios puntos del sistema durante disturbios determinados que puedan producir cambios de voltaje mayores (y posiblemente frecuencias) que aquellos obtenidos durante las pruebas. Esto requiere de la instalación y mantenimiento de monitores a través del sistema, esto se convirtiendo en una práctica común en muchos sistemas para otros propósitos. La información obtenida solamente será válida para las condiciones que se presentaron durante la falla, pero a partir de cierto tiempo se pueden recolectar ciertos puntos de información y esta puede ser correlacionada.

3. **Modelación en base a la composición:** modelos de carga pueden ser obtenidos obteniendo información de la composición de la carga en áreas particulares del sistema. Varios tipos de carga como la residencia, comercial y los diferentes tipos de carga industrial se componen de diferentes porciones de artefactos de carga. Las características de los artefactos específicos se conocen bastante bien con regularidad. La mezcla de artefactos puede ser determinada por medio de censos de carga, clasificaciones de los consumidores y de las composiciones típicas de ciertas cargas.

1.2.7. Modelos de los artefactos de transmisión

Los elementos de los sistemas de transmisión incluyen líneas aéreas de transmisión, cables subterráneos y transformadores, estos pueden ser representados por modelos algebraicos similares a los utilizados para el análisis de estado estable (flujo de carga). Las líneas de transmisión y los cables generalmente se representan por modelos pi equivalentes con parámetros agrupados para la resistencia en serie, inductancia serie y la capacitancia paralelo.

Los transformadores, generalmente, se representan por medio de su inductancia de dispersión, resistencia, y razón de tap. La inductancia de magnetización y las corrientes de eddy algunas veces también se incluyen.

Otros artefactos de transmisión pueden ser requeridos para alguna modelación especial como los sistemas de HVDC y artefactos de electrónica de potencia (PE). Los artefactos de PE incluyen SVC's (*static var compensators*), compensadores estáticos de potencia reactiva, y un sinnúmero de artefactos más modernos (TCSC, STATCON, UPFC, etc.) los cuales se agrupan bajo el título de sistemas flexibles de transmisión en corriente alterna o FACTS (*flexible AC transmission systems*). Muchos de estos artefactos tienen controles de modulación designados para mejorar el desempeño de la estabilidad del sistema de potencia. Por lo tanto, es importante que estos artefactos y sus controles sean modelados con exactitud. Debido al desarrollo natural de muchas de estas tecnologías y mientras se implementan diseños especializados, la modelación usualmente debe ser hecha a la medida de cada artefacto particular.

1.2.8. Equivalentes dinámicos

En ocasiones, no es posible o necesario incluir completamente el sistema de potencia interconectado por lo que se utiliza un modelo equivalente dinámico para estudios de desempeño dinámico. Una cierta porción del sistema que es el foco de atención del estudio se representa con detalle. El resto del sistema se representa por un modelo simplificado llamado equivalente dinámico. Los requerimientos para el equivalente dependen del objetivo del estudio y de las características del sistema.

A continuación se describen los equivalentes dinámicos más comunes:

1. **Bus infinito:** si el sistema externo es muy grande y rígido, comparado con el sistema bajo análisis, es adecuado representar el sistema externo por medio de un bus infinito, esto es, un generador con una inercia muy alta y una impedancia muy pequeña. Esto se lleva a cabo comúnmente para estudios de sistemas de potencia de plantas industriales o sistemas de distribución que están conectados a sistemas de transmisión de mayor nivel de tensión.
2. **Equivalente de inercia agrupada:** si el sistema externo no es infinito con respecto al sistema bajo estudio pero está conectado en un punto singular al sistema bajo estudio, se puede utilizar un equivalente constituido por un generador. La inercia de este generador se ajusta aproximadamente con el mismo valor de la inercia de todos los generadores en el sistema externo. La impedancia interna del generador equivalente debe ser igual a la impedancia de cortocircuito del sistema externo visto desde el bus de frontera.
3. **Equivalente de máquinas coherentes:** para muchos sistemas muy complejos, especialmente cuando es de interés el análisis de oscilaciones entre áreas, existe una forma de equivalente de máquinas coherentes que se puede utilizar para estos casos. En este caso, se combinan grupos de generadores en el sistema externo en equivalentes de inercia grupada si estos grupos oscilan en conjunto para los modos de oscilación entre áreas.

1.3. Introducción a MATLAB/SIMULINK

Los programas de computadora para simulación tienen dos subdivisiones principales: de propósito general y de aplicación específica. Los paquetes de propósito general son en su mayoría paquetes orientados al manejo de ecuaciones diferenciales y algebraicas, se puede mencionar a *ODEPAK* y a *ACSL*; mientras que los paquetes de aplicación específica proveen de un conjunto de módulos o plantillas predefinidas y dan la posibilidad de que el usuario cree sus propias plantillas para la simulación, aquí se pueden mencionar los programas *EMTP* y *PSS/E*.

SIMULINK es una *toolbox* de *MATLAB*. Es un programa para simular sistemas dinámicos. La mayoría de simulaciones en este trabajo serán realizadas en *SIMULINK* y *MATLAB*. A manera de resumen, los pasos para utilizar *SIMULINK* involucran primero la definición del modelo o la representación matemática y los parámetros del sistema, escoger un método apropiado de integración o diferenciación y definir las condiciones de ejecución. En *SIMULINK* la definición de un modelo es realizada a través de la interfaz gráfica de usuario (de aquí en adelante GUI) y la librería de plantillas de bloques de funciones que son usadas comúnmente en descripciones matemáticas de sistemas dinámicos. El objetivo de esta sección es guiar al lector a través de ejemplos, enfocando su atención en las características que serán útiles y de uso común en los capítulos subsiguientes.

Precaución: esto no es un manual de *SIMULINK* ni *MATLAB*, para más información consulte [4].

1.3.1. Implementación de simulaciones en *SIMULINK*

1.3.1.1. Acceso a *SIMULINK*

SIMULINK es una herramienta de *MATLAB*. Para acceder a *SIMULINK* primero es necesario ejecutar *MATLAB*. Una vez ejecutado *MATLAB*, en la *Command Window* se escribe el comando *SIMULINK* y se presiona enter. El programa desplegará la librería de bloques de *SIMULINK* con la cual se desarrollan los modelos.

1.3.1.2. Crear una simulación en *SIMULINK*

Antes de crear un modelo en *SIMULINK*, es necesario tener una descripción matemática del modelo que se va a simular. Una descripción matemática típica de un sistema dinámico puede consistir en un conjunto de ecuaciones integrales y algebraicas. Estas ecuaciones pueden necesitar de manipulaciones o de eliminaciones de ciclos algebraicos potenciales. Se debe tener muy claro que variables son dependientes y que variables son independientes en el sistema. Seguido de esto se deben reescribir las ecuaciones de forma integral con las variables dependientes de estado expresadas como la integral de una combinación de variables dependientes e independientes, incluyéndose a sí misma. Para la construcción del modelo en *SIMULINK* ahora puede seguir el modelo re arreglado de ecuaciones integrales.

Para crear un modelo en *SIMULINK*, en el menú *file* se selecciona la opción *new*, obteniendo de esta manera un archivo para poder empezar a construir el modelo. Para utilizar cualquiera de los bloques de la librería de *SIMULINK*, solamente se debe presionar y arrastrar el bloque deseado. El archivo que se está creando se puede guardar utilizando el menú *file* y escogiendo la opción *save as*, de esta manera se guarda un archivo. Una variedad de bloques de funciones y plantillas están agrupados en diferentes bloques de librerías.

Cuando se inicia una nueva simulación, para copiar bloques del bloque de librerías es más simple si se selecciona primero la plantilla deseada en el bloque de librería respectivo y luego se arrastra al archivo de *SIMULINK*. El lector debe tomarse la tarea de investigar todos los bloques que puede utilizar en la versión de *MATLAB/SIMULINK* que tiene a su disposición. Muchas de las plantillas tienen parámetros internos para los cuales se debe especificar su valor antes de utilizarlos en la simulación.

Para ajustar los parámetros, se hace *doble click* en la plantilla, al hacerlo aparecerá un cuadro en el cual se deben insertar los parámetros mencionados. Puede ingresarse la información de los parámetros como constantes o como variables definidas. Las variables definidas pueden ser inicializadas en el *workspace* de *MATLAB* simplemente escribiéndolas directamente, por medio de un archivo de datos o ejecutando un *mfile* que ha sido escrito con anterioridad para realizar una serie de tareas como ajustar las condiciones apropiadas del sistema. Un *mfile* de este tipo puede ser inicializado desde *SIMULINK* usando un bloque enmascarado o *masked block*, esto es particularmente útil para los sistemas de gran envergadura como los que se desarrollarán en este trabajo.

1.3.1.3. Selección del método de integración

Después de construir el modelo de *SIMULINK* de un sistema y antes de ejecutar la simulación, se debe seleccionar un método de integración y determinar las condiciones de ejecución. En el menú *Simulation* seleccionando la opción *Simulation parameters* se puede observar en el módulo *solver* en la opción *Solver options*, los diferentes solucionadores de ODEs. Entre los tipos de resolución se mencionan a los siguientes:

- ✓ **ode45.** Este método está basado en Dormand-Prince, el cual es un método explícito de un paso de Runge-Kutta, este método es recomendado como el de primera prueba.
- ✓ **ode23.** Este método está basado en Bogacki-Shampine, el cuál también es un método explícito de un paso de Runge-Kutta. Puede ser más eficiente que *ode45* cuando las tolerancias son amplias.
- ✓ **ode113.** Este es un método multipaso de orden variable de Adams-Bashforth-Moulton. Es recomendado cuando la evaluación de la función toma demasiado tiempo y las tolerancias son estrechas.
- ✓ **ode23s.** Este método es de un paso basado en la fórmula de Rosenbrock de segundo orden. Tiene una propiedad de estabilidad de tipo A.

Dependiendo de la versión disponible de *SIMULINK* y de la selección del método de integración, se deberán especificar los parámetros de control de tamaño de paso para las iteraciones:

- **Tolerancia.** Esta es utilizada por la rutina de integración para controlar el nivel de error relativo de cada paso. La rutina tiende a tomar pasos más pequeños cuando la tolerancia especificada es pequeña; esto implica que el tiempo de ejecución sea mayor.

Para la clase de problemas que se simularán, el error de tolerancia puede tener un rango desde $1e^{-3}$ hasta $1e^{-6}$. Si inicialmente no existe seguridad en que tolerancia es mejor para el sistema, se puede experimentar utilizando una tolerancia en términos conservativos de exactitud y luego gradualmente se reduce para poder disminuir el tiempo de ejecución, de manera que el balance entre exactitud y tiempo de ejecución sean razonables. Esto también aplica a la sección donde se define el tamaño de paso.

- **Tamaño de paso mínimo.** Es utilizado para inicializar o reinicializar la integración en el inicio de la ejecución y después de una discontinuidad. Con los métodos de tamaño de paso variables, como Gear o Adams, el tamaño de paso mínimo especificado no afecta a la exactitud en la cual el tamaño de paso interno es variado para reproducir la exactitud necesaria, pero el tamaño de paso mínimo especificado es observado en la generación de la salida de información. Por esto, es recomendable que se especifique el tamaño mínimo de paso para que sea el mismo que el máximo para este tipo de métodos.
- **Tamaño de paso máximo.** Este limita la longitud del paso para lograr una apariencia suave en la gráfica de la salida.

Simulaciones de tamaño de paso fijo del modelo pueden ser obtenidas con los métodos de diferenciación *ode15s*, *ode23t* u *ode23td*, fijando el tamaño de paso mínimo y máximo en la longitud de paso deseado.

1.3.1.4. Inicialización y ejecución de una simulación

Además de los parámetros que se deben definir en el método de integración, se necesita especificar el tiempo de inicio y de parada de ejecución antes de iniciar la simulación. La simulación puede ser iniciada presionando el botón de inicio bajo el menú principal. Antes de iniciar la simulación, se debe colocar un *scope* y abrir la plantilla de reloj para monitorear el progreso de la simulación.

Observación de variables durante la ejecución

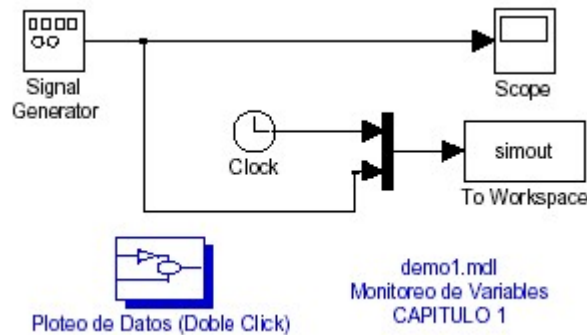
Durante la ejecución primaria, es necesario observar las variables clave para revisar si la simulación tiene un progreso satisfactorio y si está trabajando correctamente. El progreso puede ser monitoreando con un despliegue del tiempo de la simulación desde el modulo *clock* inscrito dentro de la pantalla. Si se da un doble clic en el reloj se despliega un monitor del tiempo simulado que indicará una qué tan suavemente se está ejecutando la integración o en qué punto tuvo un enclave.

SIMULINK provee de varios tipos de dispositivos de salida en el bloque de librerías *Sinks* para poder monitorear las variables. El *scope* (visor) tiene una sola entrada la cual puede aceptar señales multiplexadas. El multiplexor se encuentra bajo el bloque de *Connection* de la librería de *SIMULINK* y se le refiere con el nombre *Mux*.

Si se utiliza un visor de tipo flotante, este tendrá una entrada que puede ser seleccionada por el ratón. El visor puede contener hasta seis señales simultáneas, si se requiere de la visualización múltiple se pueden utilizar otros visores o un *selector* (seleccionador) para escoger hasta seis señales de una entrada multiplexada que será alimentada al visor.

Almacenaje de datos

Figura 1-3. Modelo demo1.mdl



En la figura 1-3 se pueden observar dos maneras de monitorear una variable. La señal de salida del generador puede ser visualizada directamente durante la simulación utilizando un *scope*. Si se desea almacenar las variables, junto con el dato de reloj correspondiente, se pueden almacenar como datos utilizando la plantilla *To File* en el bloque *sink*. Lo anterior es útil particularmente cuando se necesita procesar los datos y obtener visualizaciones gráficas de ellos. Otra opción, un poco más eficiente, es guardar temporalmente las variables en un arreglo, *simout*, en el *workspace* de *MATLAB* usando la plantilla *To Workspace* del bloque *Sinks*.

Cuando se guardan arreglos de esta manera, la salida en el arreglo, *simout*, puede ser usada por otra parte del mismo *SIMULINK* para cualquier simulación. Los nombres del archivo de datos y del arreglo, *simout*, asociados con las plantillas *To File* y *To Workspace* pueden ser renombrados en la ventana de *SIMULINK*.

Cuando se utiliza la plantilla *To Workspace*, se debe asignar una longitud razonable al *buffer* de almacenaje antes de la simulación, la longitud predeterminada es infinita. Si la longitud del *buffer* no es suficiente, los datos almacenados pueden ser sobrescritos con datos del final de la ejecución. La plantilla *To Workspace* tiene los siguientes campos de atributos: *name*, en donde se le asigna un nombre a la variable; *Limit data point to last*, en donde asignamos la longitud del buffer; *Decimation*, este campo debe ser un entero *n*, en donde se especifica el almacenaje de la simulación cada *n*-ésimo paso de iteración, puede ser utilizado para espaciar los puntos de datos cuando la computadora utilizada tiene una memoria pobre o cuando no existe necesidad de guardar los datos de la simulación de cada paso; *Sample time*, este campo permite especificar el intervalo de muestreo al cual se recopilará la información; es útil cuando datos uniformemente muestreados son requeridos posteriormente para análisis o simulación. También se pueden salvar los datos creados en el arreglo que se ha escrito en el *workspace* de *MATLAB* para uso posterior, graficación o procesamiento, utilizando el comando *save*:

save *nombre del archivo* *simout*

De esta manera, *MATLAB*, creará un archivo binario llamado *nombre del archivo.mat*, el directorio en el que está trabajando, junto con *simout*. Para cargar o recargar la información almacenada en un archivo tipo *mat* que fue almacenado en una sesión previa se puede lograr utilizando el comando *load*:

load *nombre del archivo*

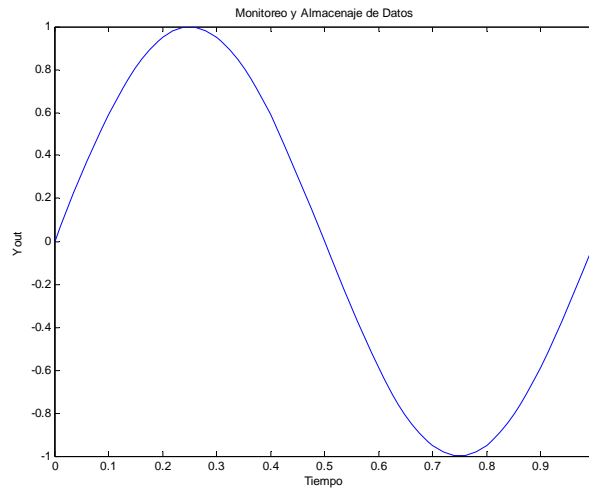
Visualización gráfica y vinculación con *m-files*

Figura 1-4. demo1plot.m

```

16 - figure
17 - plot(simout(:,1),simout(:,2))
18 - xlabel('Tiempo')
19 - ylabel('Yout')
20 - title('Monitoreo y Almacenaje de Datos')
21 - axis([0 1 -1 1])
    
```

Figura 1-5: Señal del archivo demo1plot.m



En simulaciones de sistemas dinámicos, los gráficos o *plots* de las variables contra el tiempo son utilizados normalmente para examinar el comportamiento del sistema en el régimen transitorio. Se pueden obtener estos gráficos mediante la observación del *scope* o bien generando un gráfico con la creación de *script files*.

El modelo *demo1.mdl* tiene un bloque enmascarado o *masked block*, con el nombre *Ploteo de datos*, en el cual se hace un llamado al *script file* **demo1plot.m** el cual se muestra a en la figura 1-4. De manera que después de correr la simulación de la señal, se puede hacer doble clic y obtener la señal dada en la figura 1-5. Existen muchísimas formas de editar gráficos en *MATLAB*, no es función de este trabajo dar una demostración de esto, para más detalles de las formas de manipular gráficos consulte: [5], [6], [7] y [8].

1.4. Simulaciones del capítulo

A continuación se desarrolla una serie de ejemplos alusivos a la ingeniería eléctrica, para la utilización de *MATLAB/SIMULINK*.

1.4.1. Simulación 1: oscilador de frecuencia variable

En esta sección se construyen tres métodos de simulación del sistema de oscilador de frecuencia variable para generar un conjunto funciones senoidales y cosenoidales ortogonales que son de amplitud fija pero de frecuencia variable a partir de la ecuación del oscilador. La ecuación del oscilador es:

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = -\omega^2 y_1 \quad (1.1)$$

donde ω es la frecuencia angular.

Existen varias formas de simular este sistema en *MATLAB/SIMULINK*. La forma más importante de simular este sistema será la implementación de un modelo de bloques de *SIMULINK* debido a que será la manera en que desarrollarán la mayoría de los modelos; sin embargo, para justificar la validez de los resultados que se obtienen en *SIMULINK* se realizará esta simulación de tres maneras diferentes:

- ✓ Simulación por medio de modelos de bloques en *SIMULINK*.
- ✓ Simulación por medio de la solución de la ecuación diferencial utilizando *ode45* en *mfiles*.
- ✓ Simulación por medio de la solución de la ecuación diferencial aplicando matemática simbólica, utilizando la *Symbolic Math Toolbox* y *mfiles*.

1.4.1.1. Simulación en *SIMULINK*

Se considera la ecuación (1.1). La transformada de Laplace de un diferenciador ideal es s ; la de un integrador ideal es $1/s$. Si $s = j\omega$, se nota que la ganancia de un diferenciador es directamente proporcional a su frecuencia, mientras que la ganancia de un integrador es inversamente proporcional a la frecuencia. En otras palabras, el diferenciador puede ser más susceptible a ruido de alta frecuencia que un integrador. Por esta razón se prefiere la integración antes que la derivación.

Para construir el modelo de bloques de la ecuación de oscilación, se necesita primero convertir la ecuación diferencial de segundo orden en un sistema de dos ecuaciones diferenciales de primer orden y luego expresar estas en forma integral. Se seguirá cuidadosamente el siguiente procedimiento. Se introduce un nuevo estado:

$$y_2 = \frac{1}{\omega} \frac{dy_1}{dt} \quad (1.2)$$

Esta ecuación será a la vez la primera ecuación del sistema de ecuaciones diferenciales de primer grado. Se deriva la ecuación (1.2):

$$\frac{dy_2}{dt} = \frac{1}{\omega} \frac{d^2 y_1}{dt^2} \quad (1.3)$$

Sustituyendo la ecuación (1.3) en (1.1), se obtiene:

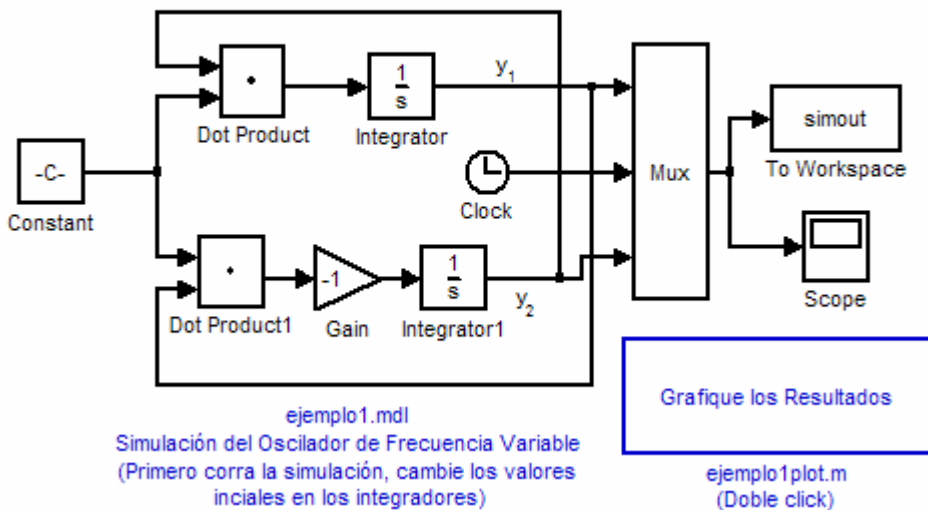
$$\frac{dy_2}{dt} = -\omega y_1 \quad (1.4)$$

De manera que se pueden reescribir las ecuaciones (1.4) y (1.2) en forma integral, para obtener el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} y_1 &= \omega \int y_2 dt \\ y_2 &= -\omega \int y_1 dt \end{aligned} \quad (1.5)$$

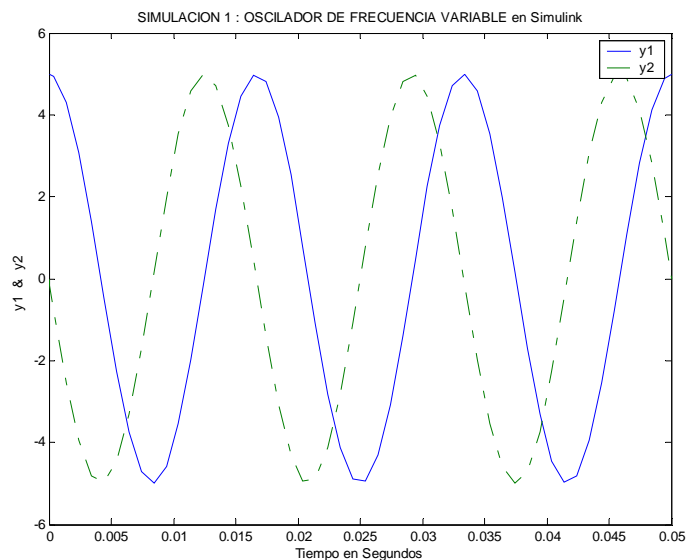
Figura 1-6. Modelo ejemplo1.mdl

SIMULACION 1: Oscilador de Frecuencia Variable



Con este conjunto de ecuaciones se puede implementar un modelo de bloques de *SIMULINK*. La figura 1-6 muestra la implementación de la ecuación (1.5) que genera el modelo de *SIMULINK ejemplo1.mdl*. El modelo utiliza plantillas de integradores, multiplicadores y ganancias, estas se obtienen del bloque *Linear* de la librería de *SIMULINK*. Se utiliza un multiplexor para agrupar las señales y_1 , y_2 y la señal de tiempo del reloj; éstas son almacenadas en un arreglo llamado *simout* en el *Workspace* de *MATLAB* y a la vez están agrupadas en un vector para su despliegue en el *scope*. En la figura 1-6 aparecen dos integradores. Sus parámetros deberán ser actualizados con valores apropiados, estos son valores iniciales: $y_1(0)$ e $y_2(0)$. Las salidas serán: y_1 e y_2 , y son sinusoides ortogonales. Estos pueden ser obligados a iniciar con un valor deseado de ángulo de fase usando las condiciones apropiadas de valor inicial para y_1 e y_2 . A manera de ilustración se utilizan los valores iniciales: $y_1(0) = V_{pico}$ y $y_2(0) = 0$, estos valores iniciales producirán salidas de la forma $y_1 = V_{pk} \cos(\omega t)$ e $y_2 = -V_{pk} \sin(\omega t)$, que se presentan en la figura 1-7.

Figura 1-7. Respuesta del modelo *ejemplo1.mdl*



1.4.1.2. Simulación por medio de la solución de la ecuación diferencial utilizando *ode45* en *m-files*

Con el propósito de revalidar los resultados se construyó un *mfile* en el que se implementen las ecuaciones (1.5). *MATLAB*, como ya se mencionó, tiene un gran número de solucionadores de ecuaciones diferenciales, se utiliza el solucionador *ode45* para el *mfile*, introduciendo los parámetros de tiempo y condiciones iniciales dentro del comando.

Figura 1-8. Código de solución con *ode45* y *mfiles*

```
23 - echo off; clc;
24 - [T,Y]=ode45(@diferencial,[0 0.1],[5 0]);
25 - figure
26 - plot(T,Y(:,1),'-',T,Y(:,2),'-.');
27 - axis([0 0.05 -6 6]);
28 - xlabel('Tiempo en Segundos')
29 - ylabel(' y1 & y2 ')
30 - title('SIMULACION 1 : SOLUCION POR MEDIO DE ode45')
31 - legend('y1','y2')
```

Para utilizar esta rutina se debe crear un *function file* que hará las iteraciones necesarias de las dos ecuaciones, esta función debe estar contenida en el mismo directorio que el *mfile* que depende de ella. Los archivos resultantes se muestran en las figuras 1-8 y 1-9.

Figura 1-9. Código del archivo *diferencial.m*

```

21 | function dy=diferencial(t,y)
22 | w=2*pi*60;
23 | dy=zeros(2,1);
24 | dy(1)=w*y(2);
25 | dy(2)=-w*y(1);

```

Para ejecutar el *mfile ejemplo1clasico.m*, el cuál contiene el programa de la Figura 1-8, se digita en la *Command Window*:

```
ejemplo1 clasico.m
```

El resultado de ejecutar este programa es una gráfica idéntica a la que presenta en la sección anterior, se muestra en la figura 1-7.

1.4.1.3. Simulación en utilizando matemática simbólica

Utilizando la *Symbolic Math Toolbox* de MATALAB se puede resolver la ecuación diferencial de una de dos maneras: resolviendo directamente la ecuación diferencial de segundo orden o como en los casos anteriores, creando un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden y resolver el sistema.

Para ambos casos se utiliza el comando *dsolve* acompañado del sistema de ecuaciones o la ecuación de orden superior y sus condiciones iniciales apropiadas. Las respuestas analíticas pueden ser desplegadas en la *Command Window*. Una vez obtenidas las soluciones analíticas estas pueden ser evaluadas para un intervalo de tiempo: $t = [00.05]$, con $\omega = 2\pi(60)$.

Figura 1-10. Figura del *m-file ejemplo1symb.m*

```

20 - echo off; clc;
21 - %solucion de la ecuacion diferencial de segundo orden
22 - string=('Solucion analitica de la ecuacion diferencial de segundo orden');
23 - disp(string);
24 - ED2=dsolve('D2y=-w^2*y','y(0)=5','Dy(0)=0')
25 - %sistema de ecuaciones diferenciales con condiciones iniciales
26 - string0=('Solucion analitica de la ecuacion diferencial de segundo orden');
27 - string1=('por medio de un conjunto de ecuaciones de primer orden');
28 - disp(string0);
29 - disp(string1);
30 - [y2,y1]=dsolve('Dyu=w*yd','Dyd=-w*yu','yu(0)=5, yd(0)=0')
31 - w=2*pi*60;
32 - t=0:0.0001:1;
33 - yuno=eval(y1);
34 - ydos=eval(y2);
35 - figure
36 - plot(t,yuno,'--.',t,ydos,'-.')
37 - axis([0 0.05 -6 6])
38 - xlabel('Tiempo en Segundos')
39 - ylabel(' y1 & y2 ')
40 - title('SIMULACION 1 : SOLUCION POR MATEMATICA SIMBOLICA')
41 - legend('y1','y2')

```

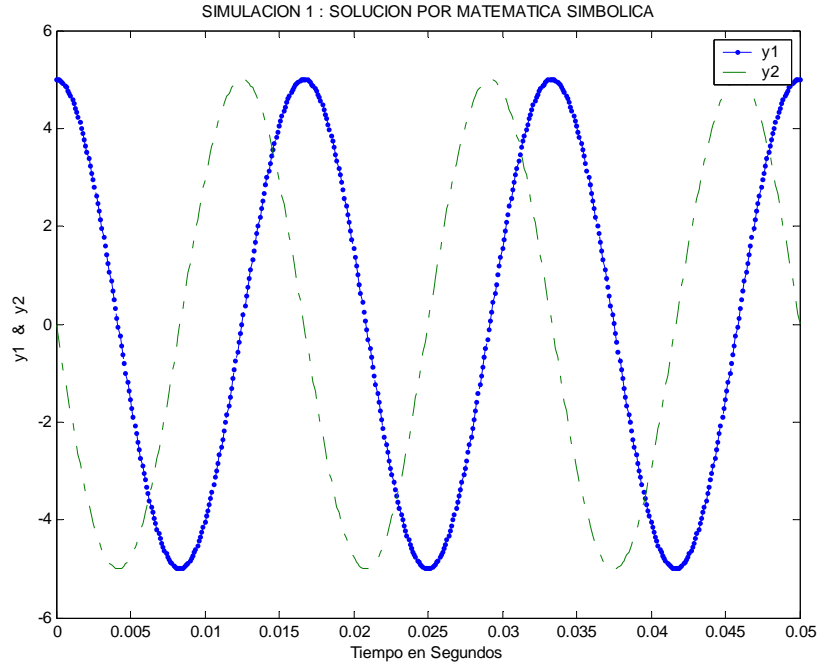
Figura 1-11. Solución analítica

```

Command Window
Solucion analitica de la ecuacion diferencial de segundo orden
ED2 =
5*cos(w*t)
Solucion analitica de la ecuacion diferencial de segundo orden
por medio de un conjunto de ecuaciones de primer orden
y2 =
-5*sin(w*t)
y1 =
5*cos(w*t)
>>

```

Figura 1-12. Gráfico del archivo *ejemploanalítico.m*



El *mfile* utilizado para la simulación *ejemplo1syb.m* aparece en la figura 1-10, su gráfico se despliega en la figura 1-12 y la solución analítica a la ecuación diferencial de segundo orden y al sistema de ecuaciones que se despliega en la *Command Window* aparece en la figura 1-11.

Con las dos secciones anteriores queda completamente claro que la simulación que se realiza en *SIMULINK* produce los mismos resultados que la resolución por cualquier método de ecuaciones diferenciales en *MATLAB*. En el resto del trabajo se utilizará tanto *SIMULINK* como *MATLAB* para simular los modelos, en algunas ocasiones se utilizará solamente *MATLAB* y en otras ocasiones la combinación de modelos de bloque de *SIMULINK* y códigos de *MATLAB*.

1.4.2. Simulación 2: circuito RL serie

En esta última simulación del capítulo se examina la respuesta transitoria de un circuito RL bajo su energización en corriente alterna. Será de particular interés observar el efecto de corrimiento en la señal producido por la energización en diferentes ángulos de fase.

La ecuación que representa a las caídas de tensión en el circuito es la siguiente:

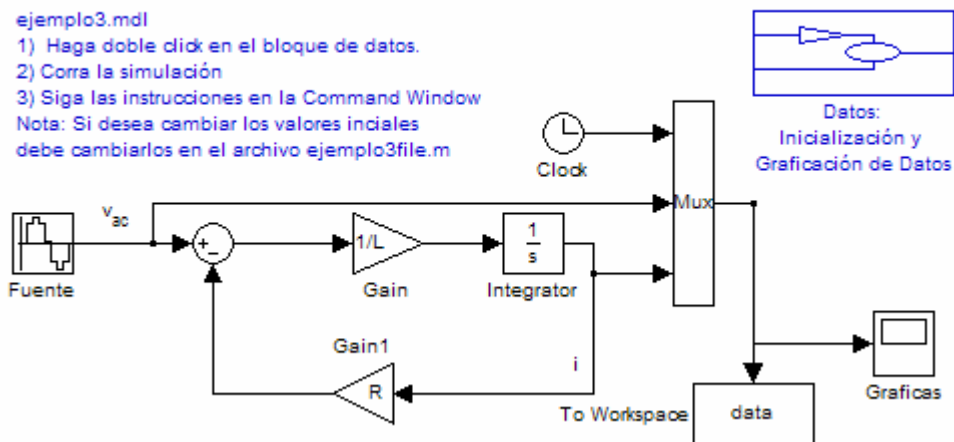
$$V_{ac} = iR + L \frac{di}{dt} \quad (1.6)$$

Manipulando la ecuación (1.6) para obtener la expresión de la corriente en forma integral, se obtiene:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int (V_{ac} - iR) + i(0) \quad (1.7)$$

Figura 1-13. Modelo de SIMULINK del circuito RL

SIMULACION 3: Energización en AC de un Circuito RL



Esta ecuación está implementada en el modelo de bloques del archivo que se muestra en la figura 1-13. El bloque que representa a la fuente de voltaje es una señal sinusoidal de la librería *Sources* de *SIMULINK*. Los parámetros del circuito están fijados a: $R = 0.4\Omega$ y $L = 0.05H$, y el valor inicial de la corriente está fijado en cero. La magnitud de la fuente sinusoidal es 100 voltios, su frecuencia, ω , es $2\pi(60)$, el ángulo de fase, θ , es modificado para los valores: 0 , $\frac{\pi}{2}$, $\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ y π . Los parámetros de la simulación están establecidos como tiempo de inicio, 0, tiempo de finalización, 0.5, el método de diferenciación es *ode45* Dormand-Prince, el error relativo está situado en $1e^{-3}$ y el error absoluto en $1e^{-6}$.

Figura 1-14. Respuesta del circuito con diferentes ángulos de fase (1)

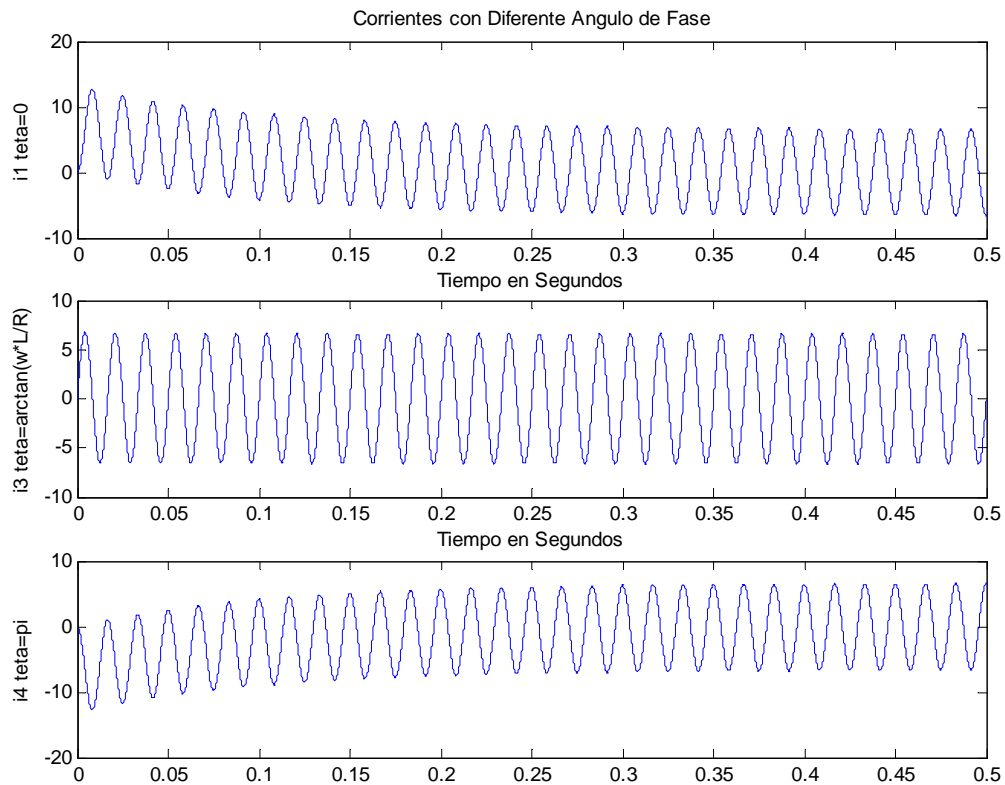
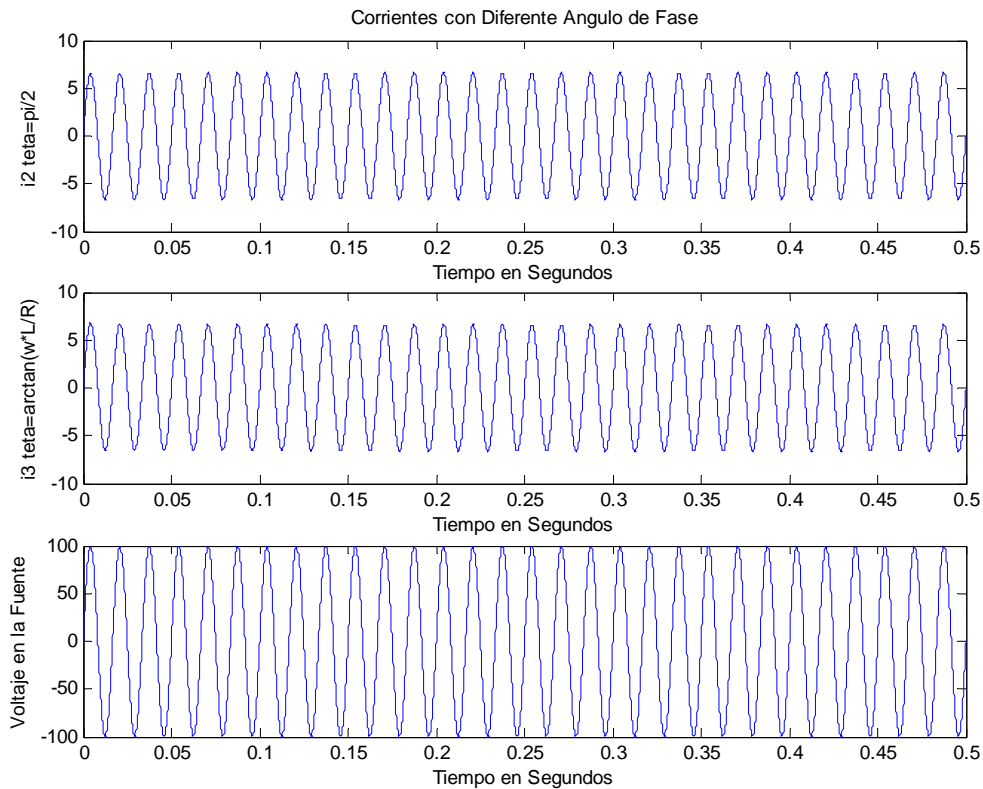
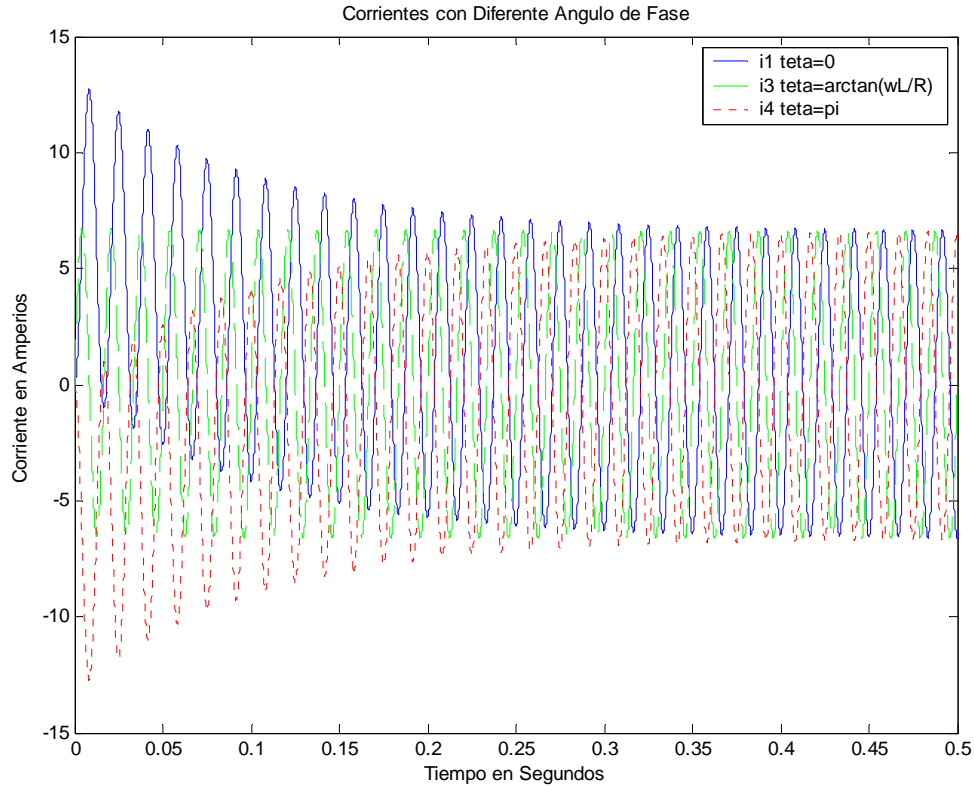


Figura 1-15. Respuesta del circuito con diferentes ángulos de fase (2)



El resultado de la simulación es la corriente para diferentes ángulos de fase, en la figura 1-14 se presenta una gráfica que contiene las corrientes en ejes independientes cuando $\theta = 0$, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ y $\theta = \pi$, 20; una segunda gráfica, en la figura 1-15, despliega independientemente a las corrientes $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ y el voltaje de la fuente de corriente alterna. La figura 1-16 presenta una gráfica donde se presentan conjuntamente las corrientes $\theta = 0$, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ y $\theta = \pi$; observe detenidamente la belleza de esta gráfica; obviamente, la podrá relacionar con la corriente de cortocircuito que se da en las máquinas eléctricas.

Figura 1-16. Corrientes con diferente ángulo de fase.



Si se observa cada una de las gráficas se puede examinar la respuesta de $i(t)$ para determinar el efecto de los diferentes ángulos de fase. Para comprender el decaimiento que se da en las señales, se debe notar el efecto que produce la componente de corriente directa conocido como *dc offset*, que rige al estado transitorio; este valor y el valor en estado permanente deben coincidir con el siguiente análisis.

La respuesta de la corriente a una excitación sinusoidal $V_{pico} \sin(\omega t + \theta)$ puede ser expresada como:

$$i(t) = \underbrace{C_1 e^{-t/\tau}}_{\text{Transitorio}} + \underbrace{\frac{V_{pico}}{|Z|} \sin(\omega t + \theta - \phi)}_{\text{Permanente}} \quad (1.8)$$

La constante τ es L/R , la impedancia, Z , es $\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$, y el ángulo de factor de potencia, ϕ , es $\tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})$. La constante C_1 puede determinarse sustituyendo las condiciones iniciales para obtener:

$$i(t) = -\frac{V_{pico}}{|Z|} \sin(\theta - \phi) e^{-t/\tau} + C_2 \frac{V_{pico}}{|Z|} \sin(\omega t + \theta - \phi) \quad (1.9)$$

Es obvio que la expresión (1.9) tendrá una componente de cd cuando el circuito está siendo energizado en cualquier punto de la onda diferente de $\theta = \phi$, y la componente de cd decae a una razón de cambio igual a la constante $\tau = L/R$.

2. PRINCIPIOS ELEMENTALES Y TRANSFORMACIONES

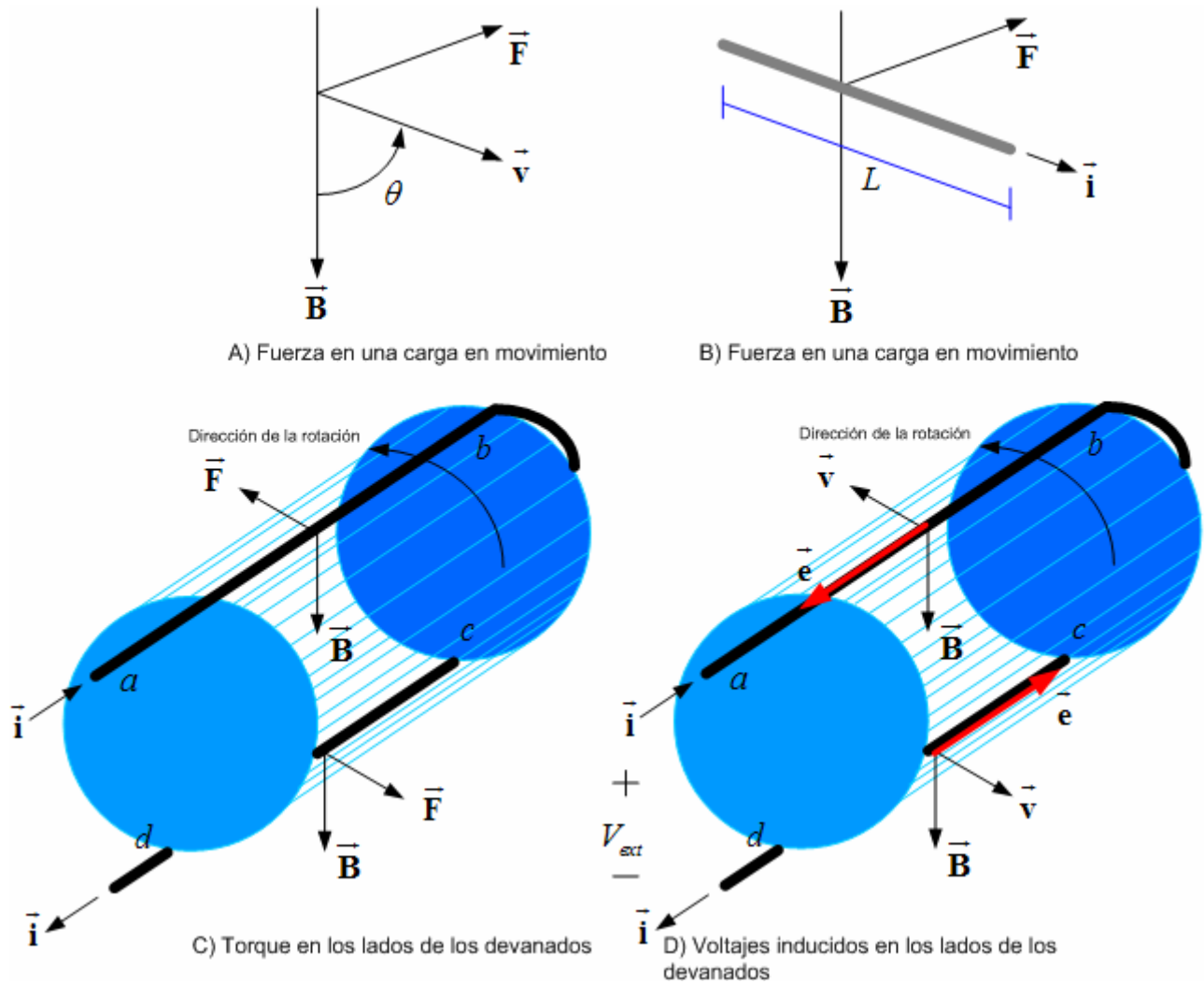
2.1. Principios elementales

Las máquinas eléctricas están constituidas por varios circuitos eléctricos acoplados magnéticamente, para reforzar el acoplamiento magnético entre éstos se utilizan materiales ferromagnéticos que además llevan a cabo la función de establecer un camino de baja reluctancia para el campo magnético y fungir como el soporte estructural de los devanados. Las máquinas eléctricas están formadas por de una parte móvil llamada rotor y una parte fija llamada estator. El estator se forma por medio de chapas magnéticas apiladas o material ferromagnético alojado bajo una carcasa de protección.

El rotor formado por chapas de material ferromagnético y montado sobre un eje, es el encargado de transmitir el par del sistema exterior al sistema interior y viceversa. El entrehierro es el espacio existente entre el rotor y el estator y está conformado por aire, es el lugar donde se lleva a cabo el proceso de conversión electromagnética. Existen tres elementos básicos que se utilizan para fabricar las máquinas eléctricas: el **hierro**, que realiza la tarea de concentrar el flujo magnético; el **cobre**, cuya función es la de conducir corriente y absorber el voltaje inducido, y el **aire**, como medio para almacenar energía y proveer de movimiento relativo.

En las máquinas eléctricas el cambio en los enlaces de flujo son creados por un movimiento relativo entre los devanados y el campo magnético distribuido en el entrehierro, o por la variación de la reluctancia en el circuito magnético acoplando a los devanados como resultado del movimiento del rotor.

Figura 2-1. Fuerza y par en operación como motor



De las leyes elementales de la electrostática sabemos que las cargas eléctricas ejercen una determinada fuerza entre si mismas, cuando las cargas son estacionarias, la fuerza puede ser atribuida a la presencia de un campo eléctrico creado por otras cargas estacionarias, pero cuando las cargas están en movimiento, existe una fuerza adicional a la del campo eléctrico. Esta fuerza adicional es debida a cargas en movimiento. El movimiento de cargas o corrientes produce un campo magnético. La fuerza de la carga en movimiento puede ser expresada en términos del campo magnético.

La figura 2-1 muestra la fuerza actuando sobre una carga q , la cual se mueve a través de un campo magnético de densidad \mathbf{B} . Sabemos que la fuerza está dada por:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2.1)$$

La magnitud de la fuerza, es $Bv\sin\theta$, donde $v\sin\theta$ es la componente de velocidad, \mathbf{v} , la cual es perpendicular al campo magnético, \mathbf{B} . Un flujo de corriente continuo dado por el movimiento de cargas en un conductor de largo L expuesto a un campo magnético uniforme \mathbf{B} dará como resultado una expresión para la fuerza en el conductor:

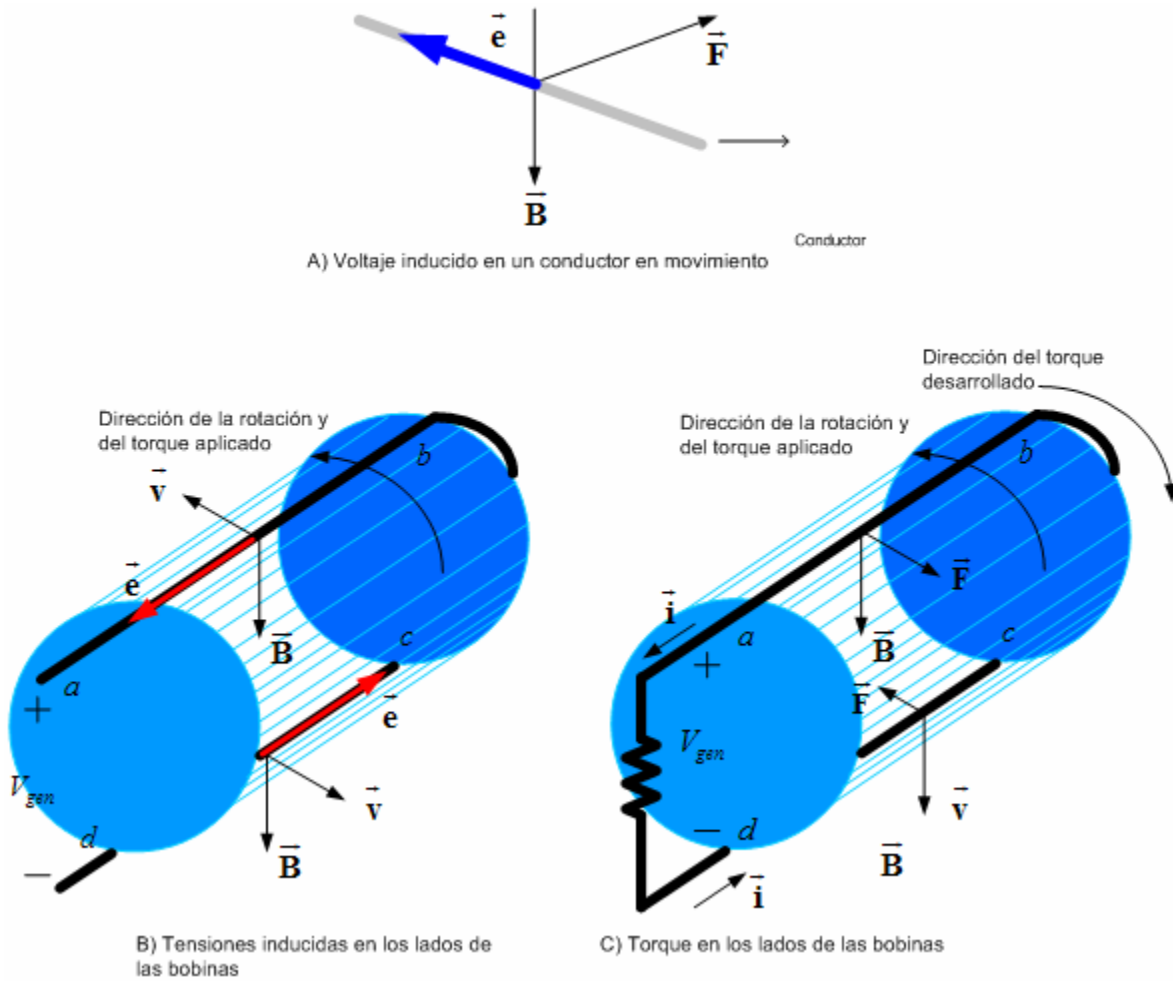
$$\mathbf{F} = L\mathbf{i} \times \mathbf{B} \quad (2.2)$$

Esta fuerza puede ser utilizada para realizar trabajo, como en la figura 1c, donde un par en contra de las manecillas del reloj es producido por fuerzas que actúan en los segmentos ab y cd . Asumiendo que a través de los dos segmentos de conductor existen fluye una corriente común y que los segmentos son de longitud idéntica, las fuerzas entre ellos serán iguales y opuestas cuando son puestos en un campo magnéticos de polaridad inversa y de la misma magnitud, esto es \mathbf{B} entrando radialmente en ab y saliendo radialmente de cd . Con una configuración simétrica, las dos fuerzas se combinan para producir un par sin componente de traslación. Esta simple configuración tiene muchas de las características básicas de un motor: un devanado portador de la corriente que interactúa con el campo magnético para producir un par y un elemento movable para que el par desarrollado produzca trabajo útil, como una fuerza en si misma sin movimiento no produce trabajo.

A medida que el elemento movable rota bajo la influencia del par producido, un voltaje inducido es producido en los conductores en movimiento. Si la velocidad de los conductores es \mathbf{v} metros por segundo relativa a el campo magnético, \mathbf{B} , el voltaje inducido en cada lado del devanado está dado por:

$$\mathbf{e} = L\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2.3)$$

Figura 2-2. Voltajes inducidos en operación como generador



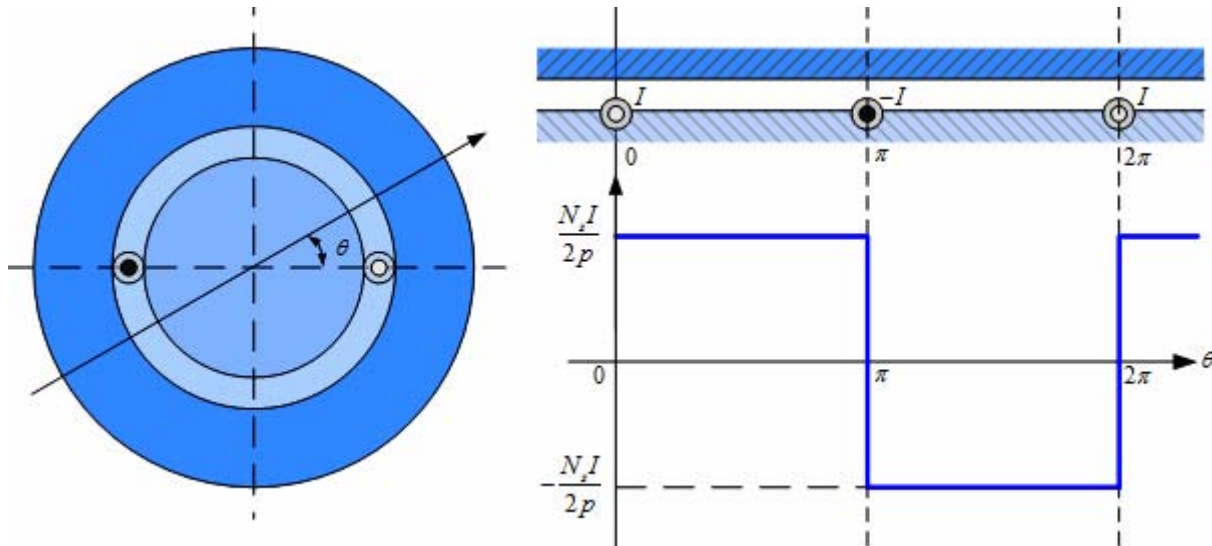
La situación que acabamos de describir es lo que se conoce como la operación como motor, donde una fuente de voltaje externa debe ser mayor los voltajes internos inducidos para que circule corriente que interactúe con el campo magnético para producir un par útil. En la operación como motor, energía de una fuente de voltaje externa es convertida por la máquina es trabajo mecánico. En el modo de operación como generador, un par externo es aplicado al rotor que lleva los conductores, rotándolos relativamente al campo magnético para producir un voltaje inducido.

Como se muestra en la figura 2-2, los conductores están bajo una polaridad de campo opuesta, de manera que los voltajes inducidos se complementan entre sí; es decir, son aditivos, a través de cada vuelta de conductor. Cuando no fluye corriente a través de estos conductores, no existirá fuerza actuando del campo magnético. Un par aplicado externamente necesita solamente vencer la fricción y las pérdidas en los devanados para mantener el movimiento del rotor a una determinada velocidad. aun así, si los voltajes inducidos son utilizados para alimentar a algún otro circuito eléctrico externo, el flujo de corriente acompañado por el flujo de potencia harán una interacción con el campo magnético. Para este caso las fuerzas en los conductores producirán un par que se opone al par aplicado externamente, por ende, para que la máquina mantenga su rotación a la misma velocidad y para que continúe generando potencia eléctrica, el toque aplicado externamente debe ahora vencer el par desarrollado internamente y además la fricción y las pérdidas de los devanados.

La descripción anterior se basa en los principios elementales y es en realidad muy teórica. Cuando se requiere del diseño de una máquina práctica, existirán numerosos detalles "*ingenieriles*" y se deberán abordar tópicos fundamentales tales como la manera de producir un campo **B** para que la máquina pueda generar potencia de forma continua y par de forma continua.

2.2. Ángulos eléctricos, geométricos y velocidad síncrona

Figura 2-3. Distribuciones de campo magnético



Alrededor de los entrehierros de las máquinas eléctricas el campo magnético alterna su polaridad. En la figura 2-3 se muestra la distribución de campo eléctrico de una máquina de cuatro polos y de seis polos. Para una máquina de P -polos, la densidad de flujo puede ser observada como $P/2$ pares de polos norte-sur alrededor del entrehierro. Para una máquina de P -polos, la relación entre ángulos eléctricos y mecánicos es:

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m \quad (2.4)$$

Al derivar respecto al tiempo la ecuación (2.4), se obtiene:

$$\underbrace{\omega_e}_{\text{radianes eléctricos/segundos}} = \underbrace{\frac{P}{2} \omega_m}_{\text{radianes mecánicos/segundos}} \quad (2.5)$$

La relación entre la frecuencia, f , del voltaje inducido en ciclos por segundo y la velocidad mecánica, N , en revoluciones por minuto puede expresarse así:

$$f = \frac{P}{2} \frac{N}{60} \text{ Hz} \quad (2.6)$$

donde $f = \omega_e/2\pi$ ciclos por segundo y N es $(\omega_e/2\pi) \times 60$ revoluciones por minuto.

El valor de ω_m que satisface las ecuaciones 2.4 y 2.6 es conocido como la velocidad síncrona de la máquina.

2.3. Voltaje inducido y flujo resultante

El voltaje inducido y el par desarrollado de una máquina eléctrica son dependientes de la cantidad de flujo bajo cada polo. Cuando la distribución de densidad de flujo de un polo es conocida, el flujo bajo el polo puede ser determinado mediante la integración de la densidad de la distribución de flujo en el área del polo. Por ejemplo, si tenemos una distribución de densidad de flujo senoidal con $B(\theta_e) = B_{pico} \cos \theta_e$, el flujo por polo de esta distribución está dado por:

$$\phi_{polo} = \int_{-\frac{\pi_e}{2}}^{\frac{\pi_e}{2}} B_{pico} \cos \theta_e LR d\theta_m \quad (2.7)$$

donde L es la longitud efectiva del área del polo, R es el radio medio del entrehierro y $-\pi_e/2$ a $\pi_e/2$ son los límites angulares del ancho completo de un polo en radianes eléctricos. Podemos utilizar la siguiente expresión:

$$d\theta_m = \frac{2}{P} d\theta_e \quad (2.8)$$

El flujo entonces será el siguiente:

$$\phi_{polo} = \frac{2}{P} B_{pico} LR \int_{-\frac{\pi_e}{2}}^{\frac{\pi_e}{2}} \cos \theta_e d\theta_e = \frac{4}{\pi} B_{pico} RL \quad (2.9)$$

Para una distribución de flujo sinusoidal, la densidad de flujo promedio, B_{prom} , es $\frac{2}{\pi} B_{pico}$. El flujo por polo puede también ser obtenido de la densidad de flujo promedio bajo el área del polo multiplicada por el área del polo:

$$\phi_{polo} = B_{prom} \underbrace{\left(\frac{2\pi LR}{P} \right)}_{\text{área del polo}} = \frac{4}{\pi} B_{pico} RL \quad (2.10)$$

Si tomamos una bobina de N espiras y la movemos lateralmente con respecto a la densidad de flujo sinusoidal a una velocidad constante $\omega_e = d\theta_e/dt$. La posición del flujo concatenado con la bobina varía respecto a la densidad de flujo sinusoidal.

El flujo máximo concatenado por una bobina de N espiras es $N\phi_{polo}$. Si el tiempo es igual a cero cuando el eje de la bobina coincide con el pico de la onda B , el flujo concatenado por la bobina en cualquier tiempo t puede ser expresado como:

$$\lambda(t) = N\phi_{polo} \cos \omega_e t \quad \text{Wb-vuelta} \quad (2.11)$$

El voltaje inducido en la bobina se describe por la expresión:

$$e = \frac{d\lambda(t)}{dt} = N \frac{d\phi_{polo}}{dt} \cos \omega_e t - \omega_e N \phi_{polo} \sin \omega_e t \quad \text{V} \quad (2.12)$$

El primer término de la ecuación (2.12) será referido como el voltaje de transformador y el segundo término como voltaje de velocidad. En las máquinas de corriente alterna, la distribución de densidad de flujo, $B(\theta_e)$, y el flujo por polo, ϕ_{polo} , son constante bajo la operación de estado permanente. Por lo tanto, el voltaje inducido es simplemente:

$$e = -\omega_e N \phi_{polo} \sin \omega_e t \quad (2.13)$$

2.3.1. Voltaje RMS inducido

El valor RMS inducido de la ecuación (2.13) puede ser expresado como:

$$E_{RMS} = \frac{\omega_e N \phi_{polo}}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \phi_{polo} \text{ V}$$

En las máquinas de corriente alterna, el devanado de una fase está formado por interconexiones de bobinas idénticas cuyos lados son posicionados en ranuras adyacentes.

Estas bobinas distribuidas pueden también tener bobinas que están bajo un paso acortado, esto es, bobinas con un rango menor de π de la onda de flujo. El efecto de la distribución y de el corte de paso de las bobinas puede ser estudiado por separado por medio del factor de distribución, k_d , y el factor de paso, k_p . El efecto combinado de estos factores en el voltaje inducido es representado por el factor de devanado, k_w . Entonces, tomando en cuenta el factor de distribución y el factor de paso, el valor RMS de puede ser escrito como:

$$E_{RMS} = 4.44 f k_w N \phi_{polo} \text{ V}$$

donde

$$k_w = k_p k_d$$

2.3.2. Análisis armónico de la onda de fuerza magnetomotriz en el entrehierro (Factor de paso y factor de distribución)

En los devanados de las máquinas eléctricas de corriente alterna el resultado de la distribución del devanado en ranuras y del acortamiento de paso es una distribución de FMM más aproximada a la onda senoidal.

Para cuantificar esta aproximación a la distribución senoidal se hará uso del desarrollo en serie de Fourier, considerando que la onda es periódica, con un período igual al doble del paso polar τ_p .

Bobina diametral simple

Tomando como referencia la figura 2-3, se desarrolla la serie de Fourier:

$$\mathfrak{F}(\alpha) = \frac{4 N_s I}{\pi 2p} \left[\sin \alpha + \frac{1}{3} \sin 3\alpha + \frac{1}{5} \sin 5\alpha + \dots \right] \quad (2.14)$$

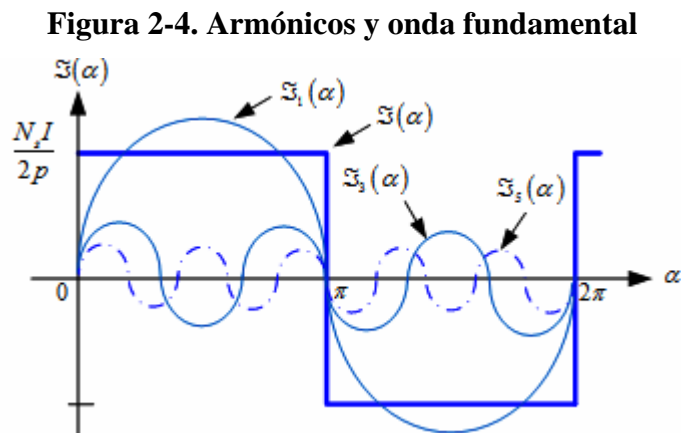
El primer armónico de esta serie u **onda fundamental** está dada por:

$$\mathfrak{F}_1(\alpha) = \frac{4 N_s I}{\pi 2p} \sin \alpha \quad (2.15)$$

Esta onda tiene un período que coincide con un doble paso polar y el valor máximo de amplitud consigue en la posición del eje magnético de la bobina que lo ha producido. El armónico de orden h tiene la expresión:

$$\mathfrak{F}_h(\alpha) = \frac{4 N_s I}{\pi 2p} \frac{1}{h} \sin \alpha h \quad (2.16)$$

Su amplitud respecto de la de la fundamental es inversamente proporcional al orden de la armónica.



Factor de paso

La serie de Fourier para la figura 2-4 se describe por la expresión:

$$\mathfrak{F}(\alpha) = \frac{4 N_s I}{\pi 2p} \left[\cos \beta \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\beta \sin 2\alpha + \frac{1}{3} \cos 3\beta \sin 3\alpha + \dots \right] \quad (2.17)$$

Debido a la asimetría de la onda, la serie contiene armónicos pares e impares. Por el contrario, la disposición de dos bobinas acortadas simétricamente dispuestas permite la cancelación inmediata de los armónicos pares, que entonces se encuentran en oposición de fase. Si N_s es el número de espiras del devanado, el desarrollo de la serie de Fourier viene dado por:

$$\mathfrak{F}(\alpha) = \frac{4 N_s I}{\pi 2p} \left[\cos \beta \sin \alpha + \frac{1}{3} \cos 3\beta \sin 3\alpha + \dots \right] \quad (2.18)$$

El acortamiento de paso se expresa como una fracción del paso polar:

$$2\beta = \frac{\pi}{k} \quad (2.19)$$

La serie de Fourier de la expresión 2.18 se transforma en:

$$\mathfrak{F}(\alpha) = \frac{4 N_s I}{\pi 2p} \left[\cos \frac{\pi}{2k} \sin \alpha + \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi}{2k} \sin 3\alpha + \dots \right] \quad (2.20)$$

Se define el *factor de paso* del armónico fundamental k_{p1} , o del armónico de orden h , k_{ph} , como el cociente entre la amplitud del armónico considerado producido por una bobina de paso acortado y el que produciría una doble bobina de paso diametral que tuviera el mismo número de espiras y estuviese recorrida por la misma intensidad. En forma matemática:

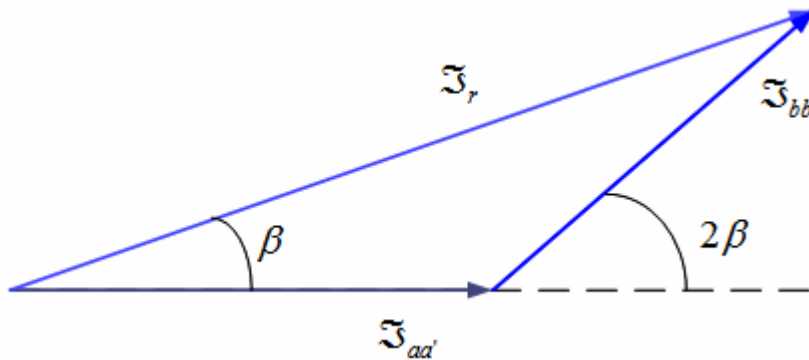
$$\begin{aligned} k_{p1} &= \cos \beta \\ k_{ph} &= \cos \beta h \end{aligned} \quad (2.21)$$

Describimos el factor de paso en función del ángulo eléctrico:

$$k_p = \cos \frac{\theta_e}{2} \quad (2.22)$$

Consideremos los fasores espaciales de FMM correspondientes a cada bobina, vemos que están desfasados un ángulo igual a 2β , el armónico fundamental, es casi igual a la suma de los módulos de cada favor espacial (Figura 2-5). Sin embargo, los fasores espaciales del armónico de orden h están desfasados un ángulo de $2\beta h$ grados, de modo que el módulo de sus suma es mucho menor que la suma de sus módulos.

Figura 2-5. Fasores espaciales y factor de paso



Factor de distribución

De forma análoga que para el factor de paso desarrollamos la serie de Fourier de la onda de FMM creada por una bobina múltiple, distribuida en q ranuras por polo y fase, desfasadas entre sí un ángulo de θ_e grados eléctricos y con N_s espiras en serie:

$$\mathfrak{F}(\alpha) = \frac{4 N_s I}{\pi 2p} \left[k_{d1} \sin \alpha + \frac{1}{3} k_{d3} \sin 3\alpha + \dots \right] \quad (2.23)$$

Donde k_{dh} representa el factor de distribución del devanado para el armónico h y viene dado por la expresión:

$$k_{d1} = \frac{\sin \frac{q\theta_e}{2}}{q \sin \frac{\theta_e}{2}}; \quad k_{dh} = \frac{\sin \frac{qh\theta_e}{2}}{q \sin \frac{h\theta_e}{2}} \quad (2.24)$$

Dicho factor de distribución se define como el cociente entre la amplitud de un armónico cualquiera producido por una bobina distribuida y la del armónico del mismo orden que produciría una bobina diametral y concentrada en una posición simétrica respecto de las q ranuras con el mismo número de espiras y recorrida por la misma intensidad.

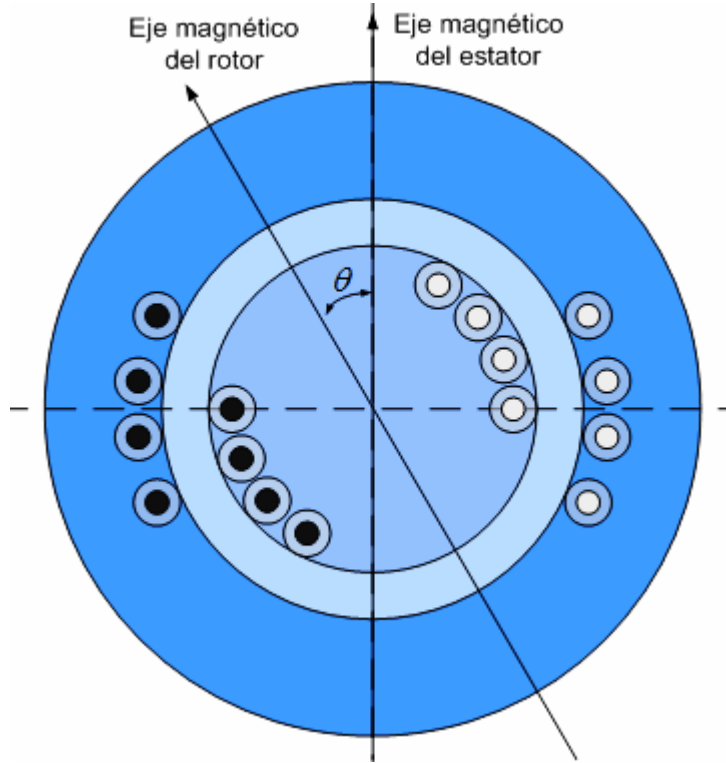
2.4. Inductancias propias y mutuas de los devanados

Los devanados de las máquinas eléctricas son, en esencia, circuitos eléctricos acoplados magnéticamente, esto significa que existen factores de autoinducción y de inducción mutua; estos coeficientes determinan las intensidades que circularán por los devanados y nos permiten analizar a la máquina desde el punto de vista de circuitos. A continuación se derivaran las expresiones de la autoinductancia y la inductancia mutua para una máquina elemental como la de la figura 2-6.

La autoinductancia del devanado s en el estator de una máquina con N_{effs} vueltas por polo por concatenamiento con el ϕ_{polo} , sin incluir los flujos de dispersión, está dada por:

$$L_{ss} = \frac{(P/2)N_{effs}\phi_{polo}}{i} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} N_{effs}^2 LR \quad (2.25)$$

Figura 2-6. La máquina elemental



El flujo concatenado por el devanado del rotor, r , de N_{effr} vueltas efectivas, debido al campo establecido por el devanado del estator s de N_{effs} vueltas efectivas con entrehierro aproximadamente constante, g , está dado por:

$$\lambda_{rs} = \left(\frac{P}{2}\right) N_{effr} \left\{ L \int_{-\frac{\pi}{2}+\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} \frac{N_{effs}}{2} i_s \cos \theta R d\theta_e \left(\frac{2}{P}\right) \right\} \quad (2.26)$$

$$\lambda_{rs} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} N_{effr} N_{effs} i_s LR \cos \alpha$$

El coeficiente de autoinducción total L de un devanado es el cociente entre los enlaces de flujo totales concatenados por el campo magnético creado por dicho devanado y la corriente que circula por el mismo, entonces tenemos:

$$L_{rs} = \frac{\lambda_{rs}}{i_s} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} N_{effr} N_{effs} LR \cos \alpha \quad (2.27)$$

Es obvio para nosotros que $L_{sr} = L_{rs}$ y que la autoinductancia del rotor es:

$$L_{rr} = \frac{\lambda_{rs}}{i_s} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} N_{eff}^2 LR \quad (2.28)$$

2.5. El teorema de Ferraris: campos rotativos

En 1888 de forma simultánea e independiente Galileo Ferraris, profesor de la Escuela Militar de Turín y Nicola Tesla, ingeniero de AEG, descubrieron el teorema que expresaba la posibilidad de producir un campo magnético giratorio sin necesidad de ningún órgano móvil mediante la utilización de devanados polifásicos; se enuncia de la siguiente manera:

La onda fundamental de FMM creada por un sistema simétrico de m fases idénticas de una máquina eléctrica, que guardan entre sí un desfase espacial de $360/m$ grados eléctricos y que están recorridas por un sistema m -fásico de corrientes equilibradas, desfasadas $360/m$ grados eléctricos en el tiempo, es una onda de amplitud constante.

Esta amplitud igual a $m/2$ veces la que produciría cada una de las fases por separado y que gira en el entrehierro con una velocidad angular que, expresada en radianes eléctricos por segundo, es igual a la pulsación ω_1 de las corrientes. Dicha velocidad se denomina *velocidad de sincronismo*.

A continuación se dará la interpretación formal de este teorema.

La componente fundamental de la FMM espacial que se establece mediante un devanado monofásico con un corriente $i = I_a \cos \omega t$ se describe por:

$$F_{a1} = F_{m1} \cos \omega t \cos \theta_a \quad (2.29)$$

Donde el valor pico de la onda fundamental de FMM, es:

$$\frac{4}{\pi} k_w \frac{N_{ph}}{P} I_a \quad (2.30)$$

Y θ_a es el ángulo eléctrico medido en la dirección en contra de las agujas del reloj desde el eje del devanado. Si reemplazamos el producto de los cosenos con una identidad trigonométrica obtenemos:

$$F_{a1} = \underbrace{\frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a - \omega t)}_{F_f} + \underbrace{\frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a + \omega t)}_{F_b} \quad (2.31)$$

La componente fundamental de la FMM espacial puede ser interpretada por una onda pulsante de la forma de la ecuación(2.29), o como dos ondas de FMM como en la expresión (2.31). La componente en adelanto, F_f , rota contra las manecillas del reloj incrementada en un valor θ_a a una velocidad ω , mientras que la componente en atraso, F_b , rota en la dirección contraria con la misma velocidad. En una máquina trifásica, los ejes de los devanados están espaciados por $2\pi/3$ radianes eléctricos uno del otro, esto es $\theta_b = \theta_a - 120^\circ$ y $\theta_c = \theta_a + 120^\circ$.

Asumiendo que la máquina está en operación equilibrada, las corrientes de fase son de la misma magnitud y 120° apartadas:

$$\begin{aligned} i_a &= I_m \cos \omega t \\ i_b &= I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Utilizando la ecuación (2.31) se obtienen las expresiones para las ondas fundamentales de FMM en el entrehierro:

$$\begin{aligned}
 F_{a1} &= \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a - \omega t) + \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a + \omega t) \\
 F_{b1} &= \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a - \omega t) + \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a + \omega t - 240^\circ) \\
 F_{c1} &= \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a - \omega t) + \frac{1}{2} F_{m1} \cos(\theta_a + \omega t + 240^\circ)
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

El segundo término de las ecuaciones (2.33) forma una resultante balanceada con valor de 0. El resultado de aplicar el principio de superposición a las ondas de FMM de los tres devanados está dada por los primeros términos de la ecuación 2.33, de esta manera tenemos que:

$$F_{a1} + F_{a2} + F_{a3} = \frac{3}{2} F_{m1} \cos(\theta_a - \omega t) \tag{2.34}$$

Entonces, la resultante de FMM del entrehierro es de amplitud constante, de forma sinusoidal, cuya amplitud máxima coincide con el eje magnético del devanado de la fase a en $t=0$ y rota con una velocidad ω en una dirección que corresponde a la secuencia de las corrientes de fase.

2.6. Torque desarrollado por una máquina de entrehierro uniforme

Si se utiliza el principio elemental de conservación de la energía, el torque desarrollado por una máquina puede ser obtenido por medio de la consideración del cambio en la coenergía, W'_{fld} , del sistema producido por un pequeño cambio en la posición del rotor, θ_m , cuando las corriente son constantes.

Lo anterior se puede describir por la siguiente expresión:

$$T = \left. \frac{\partial W'_{fld}}{\partial \theta_m} \right|_{i \text{ constante}} \quad (2.35)$$

La coenergía del sistema magnético está definida como el complemento de la energía de campo, W'_{fld} , que es:

$$W'_{fld} = \lambda i - W_{fld} \quad (2.36)$$

Existen dos acercamientos para la determinación del torque producido por una máquina: el acercamiento desde el análisis de circuitos acoplados y el análisis desde el campo magnético; cada uno de estos acercamientos es útil para diferentes tipos de problemas como se apreciará más adelante.

Acercamiento desde los circuitos magnéticamente acoplados

Si se ignora la no-linealidad, la coenergía, W'_{fld} es equivalente a la energía almacenada en el campo. En el acercamiento con circuitos, la energía almacenada de los devanados de la máquina idealizada de la Figura 2-6 está dada por:

$$W_{fld} = \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r \cos \delta_{sr} \quad [\text{J}] \quad (2.37)$$

Donde L_{ss} y L_{rr} son las auto inductancias del estator y el rotor, respectivamente, L_{sr} es el valor máximo de la inductancia mutua entre los devanados del estator y el rotor, y δ_{sr} es el ángulo de inclinación entre los dos devanados en radianes eléctricos.

Utilizando la ecuación 2.35, el torque desarrollado está dado por:

$$T = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial \delta_{srm}} = \frac{\partial W_{fld}(\delta_{srm}, i_s, i_r)}{\partial \delta_{srm}} \frac{\partial \delta_{sr}}{\partial \delta_{srm}}; \quad \delta_{sr} = \frac{P}{2} \delta_{srm} \quad (2.38)$$

$$T = -\frac{P}{2} L_{sr} i_s i_r \sin \delta_{sr} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

Acercamiento desde el campo magnético

En el acercamiento desde el campo magnético, la energía almacenada puede ser obtenida por la multiplicación del volumen del espacio que contiene el campo por la densidad de energía. F_s y F_r son los valores máximos de la componente fundamental de la onda de FMM en el entrehierro.

Estas son producidas por las corrientes de los devanados del estator y el rotor, respectivamente, y si el ángulo eléctrico de fase entre estos valores es δ_{sr} , el valor pico de la resultante F_R dado por la ley de cosenos es:

$$F_R^2 = F_s^2 + F_r^2 + 2F_s F_r \cos \delta_{sr} \quad (2.39)$$

Los valores pico y rms de la intensidad campo magnético resultante en el entrehierro están dados por:

$$H_{pico} = \frac{F_R}{g}, \quad H_{rms} = \frac{H_{pico}}{\sqrt{2}} \quad [A/m] \quad (2.40)$$

La densidad de energía promedio es igual a: $(\mu_0 H_{rms}^2)/2$ o $(\mu_0 F_R^2)/(4g^2)$. Si ignoramos las caídas debido a la reluctancia en el hierro, la energía almacenada se debe en mayor parte a la parte *cuasi*-cilíndrica del entrehierro. Para un entrehierro de largo L , diámetro medio D , y un grosor radial g , la energía almacenada es:

$$W_{fld} = \frac{\mu_0}{4} \frac{F_R^2}{g^2} (\pi DLg) \quad [J] \quad (2.41)$$

$$W_{fld} = \frac{\mu_0 \pi DL}{4} (F_s^2 + F_r^2 + 2F_s F_r \cos \delta_{sr})$$

Con la no-linealidad del material magnético desapreciada, W'_{fld} será igual en valor a W_{fld} . Como la expresión anterior de W_{fld} ya está dada en términos de la FMM y el ángulo del rotor, la expresión de torque se puede obtener desde la expresión (2.35):

$$T = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \delta_{sr}} = -\frac{P}{2} \frac{\mu_0}{2} \frac{\pi DL}{g} F_s F_r \sin \delta_{sr} \quad [N \cdot m] \quad (2.42)$$

El torque también puede ser expresado de otras formas utilizando las siguientes relaciones:

$$F_s \sin \delta_{sr} = F_R \sin \delta_r \quad F_r \sin \delta_{sr} = F_R \sin \delta_s \quad B_{pico} = \frac{\mu_0 F_R}{g} \quad (2.43)$$

$$\phi = B_{promedio} (\text{área del polo}) = \left(\frac{2}{\pi} B_{pico} \right) \left(\frac{\pi DL}{P} \right)$$

Por ejemplo, el torque desarrollado puede ser expresado en términos del valor pico de la densidad de flujo del entrehierro:

$$T = -\frac{P}{2} \frac{\pi DL}{2} B_{pico} F_r \sin \delta_r \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (2.44)$$

O puede ser determinada por medio del flujo por polo:

$$T = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{P}{2} \right)^2 \phi_{polo} F_r \sin \delta_r \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (2.45)$$

2.7. Transformaciones

Una transformación es un argumento matemático que nos permite manipular un conjunto de expresiones sumamente complicadas a un grupo equivalente más sencillo sin perder las características del conjunto original. En el estudio de sistemas de potencia, las transformaciones matemáticas son con frecuencia utilizadas para desacoplar variables, para facilitar la solución de ecuaciones que contienen coeficientes variables con el tiempo o para referir todas las variables a un marco de referencia común. Un ejemplo es el método de las componentes simétricas desarrollado por Fortescue [11] que utiliza una transformación compleja para desacoplar las variables *abc*:

$$[\mathbf{x}_{012}] = [\mathbf{T}_{012}] [\mathbf{x}_{abc}] \quad (2.46)$$

La variable x puede representar corrientes, voltajes o enlaces de flujo y la transformación $[\mathbf{T}_{012}]$ más conocida como la matriz inversa a está dada por:

$$[\mathbf{T}_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Donde $\mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$. La matriz inversa de $[\mathbf{T}_{012}]$ más conocida como la matriz a está dada por:

$$[\mathbf{T}_{012}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

La transformación de componentes simétricas es aplicable tanto a vectores de estado estable como a valores instantáneos.

Otro ejemplo de una transformación útil en sistemas de potencia es la transformación del marco polifásico al eje ortogonal de dos fases (o transformación de dos ejes). Para el caso de n -ésima fase a dos fases se puede expresar de la siguiente forma:

$$[\mathbf{f}_{xy}] = [\mathbf{T}(\theta)][\mathbf{f}_{1,2,3,\dots,n}] \quad (2.49)$$

Donde

$$[\mathbf{T}(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos \frac{P}{2}\theta & \cos \left(\frac{P}{2}\theta - \alpha \right) & \dots \cos \left(\frac{P}{2}\theta - (n-1)\alpha \right) \\ \sin \frac{P}{2}\theta & \sin \left(\frac{P}{2}\theta - \alpha \right) & \dots \sin \left(\frac{P}{2}\theta - (n-1)\alpha \right) \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Y α es el ángulo eléctrico entre ejes magnéticamente adyacentes de los uniformemente distribuidos devanados de las n -fases. El coeficiente $\sqrt{2/n}$, es necesario para que la transformación tenga la característica de invariancia de potencia discutida en el capítulo 1.

A continuación se describirán dos subconjuntos de transformaciones de n fases a dos fases que son ampliamente utilizadas.

2.7.1. Transformación de Clarke

Las variables estacionarias de dos fases de la transformada de Clarke están denotadas como α y β . Por convenio se toma el eje α en la misma posición del eje de la fase a y el eje β se atrasa al eje α por $\pi/2$. Para que la transformación sea bidireccional, una tercera variable conocida como la componente de secuencia cero es introducida:

$$[\mathbf{f}_{\alpha\beta 0}] = [\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}][\mathbf{f}_{abc}] \quad (2.51)$$

Donde la matriz de transformación, $[\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}]$, está dada por:

$$[\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

La matriz de transformación inversa es:

$$[\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

2.7.2. Transformación de Park

La transformación de Park [12, 13] es una transformación muy conocida de tres a dos fases en el análisis de la máquina síncrona. La ecuación de transformación tiene la forma:

$$[\mathbf{f}_{dq0}] = [\mathbf{T}_{dq0}(\theta_d)][\mathbf{f}_{abc}] \quad (2.54)$$

Donde la matriz de transformación $dq0$ está definida como:

$$[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_d)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_d & \cos(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta_d & -\sin(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Su matriz inversa está dada por:

$$[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_d)]^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_d & -\sin \theta_d & 1 \\ \cos(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_d - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_d + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

La transformación de Park es utilizada para transformar las variables del estator de las máquinas síncronas a un marco de referencia dq que está acoplado con el rotor, el eje positivo d está alineado con el eje magnético de los devanados de campo.

El eje positivo q está definido adelantándose al eje positivo d por $\pi/2$ en la transformación original de Park. El voltaje interno, $\omega L_{af} i_f$, se encuentra a lo largo del eje positivo q . Algunos autores definen al eje q atrasándose al eje d por $\pi/2$. Definido de esta manera el eje q coincide con el voltaje inducido, el cual es el negativo del voltaje interno.

La transformación con el eje q atrasándose al eje d está dada por:

$$\left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_d) \right] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_d & \cos\left(\theta_d - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_d + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta_d & \sin\left(\theta_d - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_d + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Otra forma utilizada de la transformación de Park es la transformación qd en donde el eje q se adelanta al eje d y la transformación usualmente se expresa en términos del ángulo, θ_q , entre el eje q y el eje a :

$$\left[\mathbf{f}_{dq0} \right] = \left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_q) \right] \left[\mathbf{f}_{abc} \right] \quad (2.58)$$

Donde:

$$\left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_q) \right] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_q & \cos\left(\theta_q - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_q + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta_q & \sin\left(\theta_q - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_q + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Cuya inversa está dada por:

$$\left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_q) \right]^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_q & \sin \theta_q & 1 \\ \cos\left(\theta_q - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_q - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta_q + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_q + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

La relación entre θ_q y θ_d la cual está definida por la transformación original de Park es:

$$\theta_q = \theta_d + \frac{\pi}{2} \quad (2.61)$$

Sustituyendo la relación 2.61 en $\left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_q) \right]$ y haciendo uso de las identidades trigonométricas se obtiene:

$$\begin{aligned} \cos\left(\theta_d + \frac{\pi}{2}\right) &= -\sin \theta_d \\ \sin\left(\theta_d + \frac{\pi}{2}\right) &= \cos \theta_d \end{aligned} \quad (2.62)$$

Con esto se demuestra que las transformaciones $\left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_q) \right]$ y $\left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_d) \right]$ son iguales, excepto por el orden de las variable d y q .

2.8. Espacios vectoriales y transformaciones

A continuación se describirán los fundamentos matemáticos de la transformación $qd0$ aplicada en el análisis de máquinas eléctricas y la idea de los espacios vectoriales la cual se a popularizado en los esquemas de control vectorial de máquinas de inducción y máquinas síncronas.

Tomando como base que la onda fundamental de flujo en términos de N_{ph} es:

$$F_{a1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{N_{ph} k_w}{P} \right) i \cos \theta_e \quad (2.63)$$

Donde N_{ph} representa las vueltas totales por fase en una máquina de P -polos y divididas equitativamente a través de $P/2$ regiones de pares de polos, el número de vueltas por polo es

$$n_{polo} = \frac{N_{ph}}{(P/2)} \quad (2.64)$$

Se puede deducir que la misma onda fundamental puede ser obtenida por un devanado con N_{eff} vueltas de bobinas diametrales por par de polos, donde:

$$N_{eff} = \frac{2N_{ph} k_w}{P} \quad (2.65)$$

Para propósitos analíticos, la misma onda fundamental de FMM puede ser obtenida por una lámina continua en la cual circula corriente producida por un flujo con densidad de corriente que fluye por un devanado sinusoidal:

$$n(\theta_e) = \frac{N_{senoidal}}{2} \sin \theta_e \quad (2.66)$$

Dicha lámina tiene un número total de vueltas por polo de $N_{senoidal}$. Esta produce un FMM sinusoidalmente distribuida que está dada por:

$$F_a = \frac{1}{2} \int_{\theta_e}^{\theta_e+\pi} n(\theta_e) i d\theta_e = \frac{N_{senoidal}}{2} \cos \theta_e \quad (2.67)$$

Utilizando las ecuaciones 2.63 a 2.67, podemos expresar la FMM en el entrehierro debida a $i_a(t)$ la cual fluye en el devanado de la fase a como:

$$F_{a1} = \frac{4}{\pi} \frac{k_w N_{ph}}{P} i_a(t) \cos \theta_a = \frac{N_{senoidal}}{2} i_a(t) \cos \theta_a \quad (2.68)$$

F_{a1} tiene una distribución espacial cosenoidal alrededor del entrehierro centrada cerca del eje de la fase a . Su magnitud a lo largo del eje del devanado de la fase a es $N_{senoidal} i_a(t)/2$. Mientras que $i_a(t)$ varía en el tiempo, la magnitud de la distribución de F_{a1} fluctúa alrededor de está corriente. En esencia, F_{a1} es una onda que tiene nodos en $\theta_a = \pm \pi/2$. La ecuación 2.68 puede ser escrita en notación de espacios vectoriales como:

$$\vec{F}_{a1} = \frac{N_{senoidal}}{2} \vec{i}_a \quad (2.69)$$

Donde \vec{i}_a denota un vector espacial de corriente cuya magnitud puede ser variante en el tiempo, esto es $i_a(t)$. El vector espacial, \vec{i}_a , tiene una distribución espacial cosenoidal cercana al eje del devanado de la fase a o alrededor de la dirección de $\theta_a = 0$. El vector de FMM, \vec{F}_{a1} , puede ser interpretado de la misma manera. Asumiendo linealidad, la onda resultante del entrehierro de FMM establecida por las corrientes que fluyen en los devanados de las fases cuyos ejes están en las direcciones de $\theta_a = 0$, $\theta_b = 0$ y $\theta_c = 0$, es:

$$\vec{F}_s = \vec{F}_{a1} + \vec{F}_{b1} + \vec{F}_{c1} \quad (2.70)$$

Utilizando las ecuaciones 2.68 y 2.69, la expresión anterior resulta en:

$$\vec{\mathbf{F}}_s = \frac{N_{\text{senoidal}}}{2} (\vec{\mathbf{i}}_a + \vec{\mathbf{i}}_b + \vec{\mathbf{i}}_c) = \frac{N_{\text{senoidal}}}{2} (i_a \cos \theta_a + i_b \cos \theta_b + i_c \cos \theta_c) \quad (2.71)$$

Donde θ_b y θ_c son ángulos cuya posición está definida por el eje de la fase a como:

$$\theta_b = \theta_a - \frac{2\pi}{3}; \quad \theta_c = \theta_a + \frac{2\pi}{3} \quad (2.72)$$

Se puede utilizar la identidad de Euler para reescribir la ecuación 2.71:

$$\vec{\mathbf{F}}_s = \frac{N_{\text{senoidal}}}{4} \left\{ e^{j\theta_a} \left(i_a + i_b e^{-j\frac{2\pi}{3}} + i_c e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) + e^{-j\theta_a} \left(i_a + i_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \right\} \quad (2.73)$$

Si se utiliza la notación de las componentes simétricas, donde $\mathbf{a} = e^{j2\pi/3}$ y $\mathbf{a}^2 = e^{j4\pi/3} = e^{-j2\pi/3}$, la ecuación anterior se convierte en:

$$\vec{\mathbf{F}}_s = \frac{N_{\text{senoidal}}}{4} \left\{ e^{j\theta_a} \underbrace{(i_a + i_b \mathbf{a}^2 + i_c \mathbf{a})}_{\vec{\mathbf{i}}_2} + e^{-j\theta_a} \underbrace{(i_a + i_b \mathbf{a} + i_c \mathbf{a}^2)}_{\vec{\mathbf{i}}_1} \right\} \quad (2.74)$$

$$\vec{\mathbf{F}}_s = \frac{N_{\text{senoidal}}}{4} (\vec{\mathbf{i}}_2 e^{j\theta_a} + \vec{\mathbf{i}}_1 e^{-j\theta_a})$$

Podemos definir a $\vec{\mathbf{i}}_1$ e $\vec{\mathbf{i}}_2$ como los vectores espaciales de corriente de secuencia positiva y negativa de las corrientes de los devanados trifásicos. A continuación examinaremos de los vectores espaciales de secuencia $\vec{\mathbf{i}}_1$ e $\vec{\mathbf{i}}_2$.

Las componentes de los vectores $\vec{\mathbf{i}}_1$ e $\vec{\mathbf{i}}_2$: i_a , $\mathbf{a}i_b$, etc., puede ser tomadas como vectores a lo largo de los ejes a , b y c , respectivamente. Podemos describir los vectores $\vec{\mathbf{i}}_1$ e $\vec{\mathbf{i}}_2$ en términos de sus componentes reales e imaginarias:

$$\vec{\mathbf{i}}_1 = i_a + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) i_b + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) i_c \quad (2.75)$$

$$\vec{\mathbf{i}}_2 = \frac{3}{2} i_a + j\frac{\sqrt{3}}{2} (i_b - i_c) - \frac{1}{2} (i_a + i_b + i_c)$$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{i}}_2 &= i_a + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i_b + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i_c \\ \bar{\mathbf{i}}_2 &= \frac{3}{2}i_a - j\frac{\sqrt{3}}{2}(i_b - i_c) - \frac{1}{2}(i_a + i_b + i_c)\end{aligned}\quad (2.76)$$

Es fácil de observar de las ecuaciones 2.75 y 2.76 que los vectores espaciales $\bar{\mathbf{i}}_1$ e $\bar{\mathbf{i}}_2$ son el complejo conjugado uno del otro, esto es: $\bar{\mathbf{i}}_2 = (\bar{\mathbf{i}}_1)^*$.

A continuación examinaremos el lado derecho de la ecuación 2.74. Dado que $\bar{\mathbf{i}}_2$ es el conjugado de $\bar{\mathbf{i}}_1$, $\bar{\mathbf{i}}_1 e^{-j\theta_a}$, $\bar{\mathbf{i}}_2 e^{j\theta_a}$ en la ecuación 2.74 son un par conjugado y su resultante será real. De manera que $\bar{\mathbf{F}}_s$ de la ecuación 2.74 es una variable real. Para una excitación balanceada trifásica de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}i_a &= I_m \cos(\omega_e t) \\ i_b &= I_m \cos\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c &= I_m \cos\left(\omega_e t - \frac{4\pi}{3}\right)\end{aligned}\quad (2.77)$$

El vector espacial de corriente de secuencia cero es cero y la ecuación 2.75 se reduce a:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{i}}_1 &= \frac{3}{2}I_m \cos(\omega_e t) + j\frac{\sqrt{3}}{2}I_m \left\{ \cos\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\omega_e t - \frac{4\pi}{3}\right) \right\} \\ \bar{\mathbf{i}}_1 &= \frac{3}{2}I_m \cos(\omega_e t) + j\frac{\sqrt{3}}{2}I_m \left\{ -2\sin(\omega_e t) \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \right\} \\ \bar{\mathbf{i}}_1 &= \frac{3}{2}I_m \left\{ \cos(\omega_e t) + j\sin(\omega_e t) \right\} = \frac{3}{2}I_m e^{j\omega_e t}\end{aligned}\quad (2.78)$$

La expresión anterior muestra que el vector de corriente de secuencia positiva tiene un valor pico de $3/2$ veces el valor pico de las corrientes de fase. Puede ser representado por una lámina de corriente distribuida y sinusoidalmente espaciada de magnitud de $3/2 I_m$ que rota en sentido de las agujas del reloj y con velocidad angular de ω_e . El vector de corriente de secuencia negativa está dado por el conjugado:

$$\bar{\mathbf{i}}_2 = (\bar{\mathbf{i}}_1)^* = \frac{3}{2} I_m e^{-j\omega_e t} \quad (2.79)$$

Utilizamos las ecuaciones 2.78 y 2.79 sustituyéndolas en la ecuación 2.74 para obtener:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{F}}_s &= \frac{N_{\text{senoidal}}}{4} \left(\frac{3}{2} I_m \right) \left(e^{j(\theta_a - \omega_e t)} + e^{-j(\theta_a - \omega_e t)} \right) \\ \bar{\mathbf{F}}_s &= \frac{N_{\text{senoidal}}}{4} \left(\frac{3}{2} I_m \right) \cos(\theta_a - \omega_e t) \end{aligned} \quad (2.80)$$

La ecuación 2.80 indica que la onda de FMM resultante puede ser considerada como un vector espacial rotando. $\bar{\mathbf{F}}_s$ tiene una distribución espacial sinusoidal alrededor del entrehierro y rota a una velocidad ω_e en dirección positiva θ_a . Su valor pico es $3/2$ veces el valor pico del vector espacial de FMM de cada uno de los devanados de fase. Para visualizar la transformación, se puede introducir un factor de escala que hace que la magnitud del vector de corriente sea la misma que la de los devanados de fase.

Podemos representar matemáticamente lo dicho en párrafo anterior por:

$$\bar{\mathbf{i}} \triangleq \frac{2}{3} \bar{\mathbf{i}}_1 = i_a + j \frac{(i_b - i_c)}{\sqrt{3}} - i_0 \quad (2.81)$$

Donde i_0 , el vector de espacio de corriente de secuencia cero es equivalente a $(i_a + i_b + i_c)/3$, y es una variable real. De la relación anterior, podemos expresar la corriente de la fase a en términos de $\bar{\mathbf{i}}$ como:

$$i_a - i_0 = \Re(\bar{\mathbf{i}}) \quad (2.82)$$

Se puede también demostrar que:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^2 \bar{\mathbf{i}} &= \frac{2}{3} (\mathbf{a}^2 i_a + \mathbf{a}^3 i_b + \mathbf{a}^4 i_c) \\ \mathbf{a}^2 \bar{\mathbf{i}} &= i_b + j \left(\frac{i_c - i_a}{\sqrt{3}} \right) - \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c) \end{aligned} \quad (2.83)$$

Lo que resulta en:

$$i_b - i_0 = \Re(\mathbf{a}^2 \vec{\mathbf{i}}) \quad (2.84)$$

De la misma manera se puede demostrar que:

$$i_c - i_0 = \Re(\mathbf{a} \vec{\mathbf{i}}) \quad (2.85)$$

Podemos notar que el vector de espacio de escala de secuencia positiva, $\vec{\mathbf{i}}$, definido en la ecuación 2.81, es una lámina de corriente sinusoidal espacialmente distribuida del mismo valor pico que la corriente de fase.

2.8.1. Transformación entre el marco abc y el marco $qd0$ estacionario

Las relaciones entre los tres vectores de espacio de corriente, $\vec{\mathbf{i}}_1$, $\vec{\mathbf{i}}_2$ e $\vec{\mathbf{i}}_0$ con i_a , i_b e i_c puede ser expresado de la misma forma que la expresión clásica de las componentes simétricas de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \vec{\mathbf{i}}_0 \\ \vec{\mathbf{i}}_1 \\ \vec{\mathbf{i}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

De las ecuaciones 2.79 y 2.81, la ecuación anterior se reescribe:

$$\begin{bmatrix} \vec{\mathbf{i}}_0 \\ \vec{\mathbf{i}} \\ (\vec{\mathbf{i}})^* \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

Si $\bar{\mathbf{i}} = i_q^s - ji_d^s$ y escribiendo las componentes reales e imaginarias en dos filas separadas, obtenemos las transformaciones reales:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & \Re(\mathbf{a}) & \Re(\mathbf{a}^2) \\ 0 & -\Im(\mathbf{a}) & -\Im(\mathbf{a}^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Reescribimos la ecuación anterior de manera más compacta:

$$\begin{bmatrix} i_{qd0}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{qd0}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

Donde $\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{0qd}^s \end{bmatrix}$ es la matriz de coeficientes de la ecuación 2.89; que, en efecto, transforma las corrientes de fase abc en corrientes $qd0$.

La transformación 2.90 se conoce como la transformación de un marco abc al marco estacionario $qd0$. El superíndice s sirve para denotar que se trata de un marco de referencia estacionario. La transformación inversa, que es del marco de referencia estacionario $qd0$ de regreso al marco abc , puede llevarse a cabo utilizando:

$$\begin{bmatrix} i_{abc}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{qd0}^s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_{qd0}^s \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Siendo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{qd0}^s \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

Para un conjunto de corrientes trifásicas balanceadas dadas por

$$i_a = I_m \cos(\omega_e t + \phi) \quad i_b = I_m \cos(\omega_e t - \frac{2\pi}{3} + \phi) \quad i_c = I_m \cos(\omega_e t - \frac{4\pi}{3} + \phi) \quad (2.93)$$

la transformación 2.89 da como resultado

$$\begin{aligned} i_q^s &= I_m \cos(\omega_e t + \phi) \\ i_d^s &= -I_m \sin(\omega_e t + \phi) = I_m \cos(\omega_e t + \phi + \frac{\pi}{2}) \\ i_0 &= 0 \end{aligned} \quad (2.94)$$

El vector de corriente de escala para las corrientes balanceadas es:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{i}} &= i_q^s - j i_d^s = I_m \{ \cos(\omega_e t + \phi) + j \sin(\omega_e t + \phi) \} = I_m e^{j(\omega_e t + \phi)} \\ \vec{\mathbf{i}} &= I_m e^{j\phi} e^{j\omega_e t} = \sqrt{2} \tilde{\mathbf{I}}_a e^{j\omega_e t} \end{aligned} \quad (2.95)$$

Donde $\tilde{\mathbf{I}}_a$ es el fasor de tiempo rms de la corriente de la fase a .

Claramente para un conjunto trifásico balanceado de corrientes, i_q^s e i_d^s son ortogonales y tienen el mismo valor pico que las corrientes de fase abc . De las expresiones anteriores, podemos ver que i_d^s tiene un máximo $\frac{\pi}{2}$ radianes delante de i_q^s , y que la corriente resultante, $\vec{\mathbf{i}}$, rota en dirección en contra de las agujas del reloj a una velocidad de ω_e desde una posición inicial ϕ al eje de la fase a en $t = 0$. La ecuación 2.95 indica la relación entre espacio vectorial y un fasor tradicional de tiempo.

2.8.2. Transformación entre el marco abc y el marco $qd0$ rotativo

Para determinados estudios podemos ver la ventaja de transformar del marco estacionario de variables qd a otro marco de referencia qd que está rotando. La ecuación 2.95 demuestra que la $\vec{\mathbf{i}}$ resultante rota con una velocidad ω_e .

Podemos, entonces, deducir que para aun observador moviéndose a la misma velocidad, verá al vector de espacio de corriente \vec{i} como una distribución espacial constante, no como las componentes qd en el eje qd estacionario variantes en el tiempo de la ecuación 2.94.

Matemáticamente, para ver a través de los ojos de un observador en movimiento, es equivalente a resolver cualesquiera variables que queremos observar en un marco de referencia rotativo moviéndose a la misma velocidad que el observador. Como estamos trabajando con variables bi-dimensionales, el marco de referencia rotativo puede ser conformado por dos vectores base independientes, que por conveniencia, utilizarán otro par de ejes qd ortogonales. La componente de secuencia cero quedará inalterada.

Resolveremos ahora el vector de corriente espacial \vec{i} del conjunto de corrientes trifásicas balanceadas abc , dado por las ecuaciones 2.93 y 2.94. En términos de las componentes estacionarias qd , las componentes de \vec{i} en los nuevos ejes rotativos qd pueden, por geometría, ser expresados como:

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

El ángulo, θ , es el ángulo entre los eje q rotativo y el eje qd estacionario; es una función de la velocidad angular, $\omega(t)$, de los ejes rotativos qd y el valor inicial, esto es

$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \theta(0) \quad (2.97)$$

Donde $\theta(0)$ es el valor inicial de θ en el tiempo $t=0$. Cuando las componentes qd son combinadas en la forma de espacio vectorial, tendremos:

$$i_q - ji_d = i_q^s \cos \theta - i_d^s \sin \theta - j(i_q^s \sin \theta + i_d^s \cos \theta) = (i_q^s - ji_d^s) e^{-j\theta} \quad (2.98)$$

Se puede demostrar que la transformación inversa es:

$$\begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

Alternativamente, se puede expresar como:

$$i_q^s - ji_d^s = (i_q - ji_d) e^{j\theta} \quad (2.100)$$

El factor $e^{j\theta}$ puede ser interpretado como un operador rotacional que rota a las componentes de cualquier vector multiplicándolas por el ángulo θ . La ecuación 2.98 indica la resolución de las variables estacionarias qd a un conjunto de componentes qd que rotan en sincronismo con un ángulo θ adelante al equivalente a rotar las componentes estacionarias qd hacia atrás por el mismo desplazamiento angular θ .

La selección de la velocidad rotacional y θ_0 dependen del tipo de simplificación o formulación más adecuadas para la aplicación que se está tratando. Además, el eje estacionario qd , donde $\omega = 0$, las otras opciones frecuentes son el marco rotativo sincrónico qd , cuando ω es igual a ω_e , y el marco rotativo qd a la velocidad del rotor, con el eje d nuevo alineado físicamente al eje de los devanados de campo.

Examinemos la naturaleza de las componentes qd en un eje qd rotando en sincronismo. Denotaremos las variables del nuevo eje qd rotando en sincronismo con el superíndice e , para distinguirlas entre aquellas con superíndice s en el eje estacionario qd , y anotando que la velocidad de sincronismo, ω_e , es constante; de esta manera tenemos

$$\theta_e(t) = \int_0^t \omega_e dt + \theta_e(0) = \omega_e t + \theta_e(0) \quad (2.101)$$

El vector espacial, \vec{i} , en coordenadas rotativas en sincronismo qd , es:

$$\begin{aligned}
 (i_q^e - ji_d^e) &= (i_q^s - ji_d^s) e^{-j(\omega_e t + \theta_e(0))} \\
 (i_q^e - ji_d^e) &= I_m e^{j(\omega_e t + \phi)} e^{-j(\omega_e t + \theta_e(0))} = I_m e^{j(\phi - \theta_e(0))} \\
 (i_q^e - ji_d^e) &= I_m \cos(\phi - \theta_e(0)) + jI_m \sin(\phi - \theta_e(0))
 \end{aligned} \tag{2.102}$$

Como ϕ y $\theta_e(0)$ son ambos constantes, los valores de i_q^e e i_d^e en el marco rotativo sincrónico qd son estables. El término, $\phi - \theta_e(0)$, indica una medición angular relativa, con el eje q del marco rotativo síncrono qd como referencia. Se puede simplificar la medición angular por medio de una rotación anticipada de los ejes qd con sus ejes q alineados con la fase a en el tiempo $t = 0$, esto significa hacer que $\theta_e(0) = 0$. Las ecuaciones 2.95 y 2.102 pueden ser expresadas de la siguiente manera para demostrar la relación entre las diferentes formas de representación para el conjunto de corrientes trifásicas balanceadas:

$$\bar{\mathbf{i}} = i_q^s - ji_d^s = \sqrt{2} \tilde{\mathbf{I}}_a e^{-j\omega_e t} = (i_q^e - ji_d^e) e^{-j\omega_e t} \tag{2.103}$$

De esta ecuación observamos que:

$$(i_q^e - ji_d^e) = \sqrt{2} \tilde{\mathbf{I}}_a \tag{2.104}$$

La ecuación 2.104 muestra que las componentes q y d de un marco de referencia sincrónico son las mismas que las componentes reales e imaginarias del valor pico del fasor de la fase a de corriente.

La transformación completa de un marco estacionario $qd0$ a un marco de referencia rotativo $qd0$, con la componente de secuencia cero incluida, es:

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \\ i_0 \end{bmatrix} \tag{2.105}$$

Donde $\theta = \omega t + \theta(0)$. En notación matricial, la anterior transformación es:

$$[i_{qd0}] = [\mathbf{T}_\theta] [i_{qd0}^s] \tag{2.106}$$

En términos de las corrientes de fase abc :

$$\begin{bmatrix} i_{qd0} \end{bmatrix} = [\mathbf{T}_\theta] [\mathbf{T}_{qd0}^s] \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

Denotando a $[\mathbf{T}_\theta] [\mathbf{T}_{qd0}^s]$ por medio de $[\mathbf{T}_{qd0}]$, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} i_{qd0} \end{bmatrix} = [\mathbf{T}_{qd0}] \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} \quad (2.108)$$

Multiplicando las matrices y simplificando, podemos demostrar que:

$$[\mathbf{T}_{qd0}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.109)$$

La matriz inversa de transformación será:

$$[\mathbf{T}_{qd0}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

Tanto $[\mathbf{T}_{qd0}^s]$, como la transformación, $[\mathbf{T}_{qd0}]$, no son unitarias pues $[\mathbf{T}_{qd0}]^t \neq [\mathbf{T}_{qd0}]^{-1}$; debido a esto, la transformación no posee la característica de invariancia de potencia. Podemos demostrar la característica anterior mediante la potencia instantánea de un circuito trifásico en variables abc y transformando las variables abc a variables $qd0$ como aparece a continuación:

$$P_{abc} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{T}_{qd0}]^{-1} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} [\mathbf{T}_{qd0}]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

$$P_{abc} = \begin{bmatrix} v_d & v_q & v_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\mathbf{T}_{qd0}]^{-1} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} [\mathbf{T}_{qd0}]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

Es fácil demostrar que:

$$\left[\left[\mathbf{T}_{qd0} \right]^{-1} \right]^t \left[\mathbf{T}_{qd0} \right]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

Entonces:

$$\mathbf{P}_{abc} = \begin{bmatrix} v_d & v_q & v_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) + \frac{1}{3} v_0 i_0 \quad (2.113)$$

A continuación se realizará un inventario de ciertos supuestos en donde se puede restringir el uso de la transformación anterior. Obviamente, no existe restricción en las corrientes abc ; estas pueden ser desbalanceadas o no sinusoidales. Las expresiones concernientes a los ejes rotativos qd pueden ser obtenidas sin ninguna restricción en el valor de ω , la velocidad angular de los ejes rotativos qd . Implicado en $\left[\mathbf{T}_{qd0}^s \right]$, está la situación en que los ejes de los devanados abc están espaciados $\frac{2\pi}{3}$ radianes eléctricos entre sí. Aun cuando se han dado las bases matemáticas para la transformación abc a $qd0$ usando un conjunto de corrientes trifásicas, podemos ver que la misma transformación se aplica a otras variables, tales como la FMM, el flujo o enlaces de flujo, voltajes inducidos y voltajes terminales.

2.9. Simulaciones del capítulo

Los conceptos de espacios vectoriales y cambio de marco de referencia son difíciles de absorber y es aún más difícil tener una clara interpretación mental de lo que significa el cambio de un marco de referencia a otro de determinadas variables en forma abstracta. Este es el punto de partida de las simulaciones de este capítulo, que nos permitirán a partir de un sistema de corrientes trifásico, observar la interpretación de un vector espacial, examinar la naturaleza de los vectores de componente positiva y negativa, realizar una transformación de tres fases a dos fases y observar la relación que tienen las corrientes originales en un marco de referencia *abc* con las corrientes transformadas al marco *qd0*.

2.9.1. Simulación 1: espacios vectoriales

En esta simulación se implementarán las ecuaciones 2.75 y 2.79 para observar el comportamiento de la transformación de corrientes instantáneas trifásicas a vectores de espacio examinando la naturaleza de los vectores de secuencia positiva y negativa en el dominio del espacio.

Las figuras 2-7 y 2-8 muestran el modelo de bloques y sus subsistemas para transformar un conjunto de corrientes en el marco *abc* a vectores espaciales de secuencia positiva y negativa.

Las corrientes en el marco de referencia *abc* han sido descritas matemáticamente de tal forma que podamos tener varias opciones en el mismo modelo de simulación. Una corriente tiene además de la componente fundamental, varias componentes que tienen menor amplitud y oscilan a frecuencias diferentes de aquella que es la fundamental, a estas se les llaman armónicos. Por esto existen dos subsistemas dedicados a simular ambas componentes, el subsistema de componente fundamental (c de la figura 2-8) y el subsistema de componentes armónicas (a de la Figura 2-8). Al sumar estos dos subsistemas se producirán corrientes de la forma:

$$\begin{aligned}
 i_a &= Ae^{-\alpha t} \cos\{m(2\pi t)\} + \frac{A}{n} \cos\{n(2\pi t)\} \\
 i_b &= Ae^{-\alpha t} \cos\left\{m\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)\right\} + \frac{A}{n} \cos\left\{n\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)\right\} \\
 i_c &= Ae^{-\alpha t} \cos\left\{m\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\right\} + \frac{A}{n} \cos\left\{n\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\right\}
 \end{aligned} \tag{2.114}$$

El segundo término de las ecuaciones que se muestran en la ecuación (2.114) puede ser ignorado por el usuario al ejecutar la simulación, esto se puede realizar asignando un valor de 0 a la variable *logic*, la cual sirve para accionar los conmutadores del subsistema de componentes armónicas entre el valor 0 y el valor del segundo término de las ecuaciones (2.114).

Figura 2-7. Modelo de bloques simulacion1.mdl

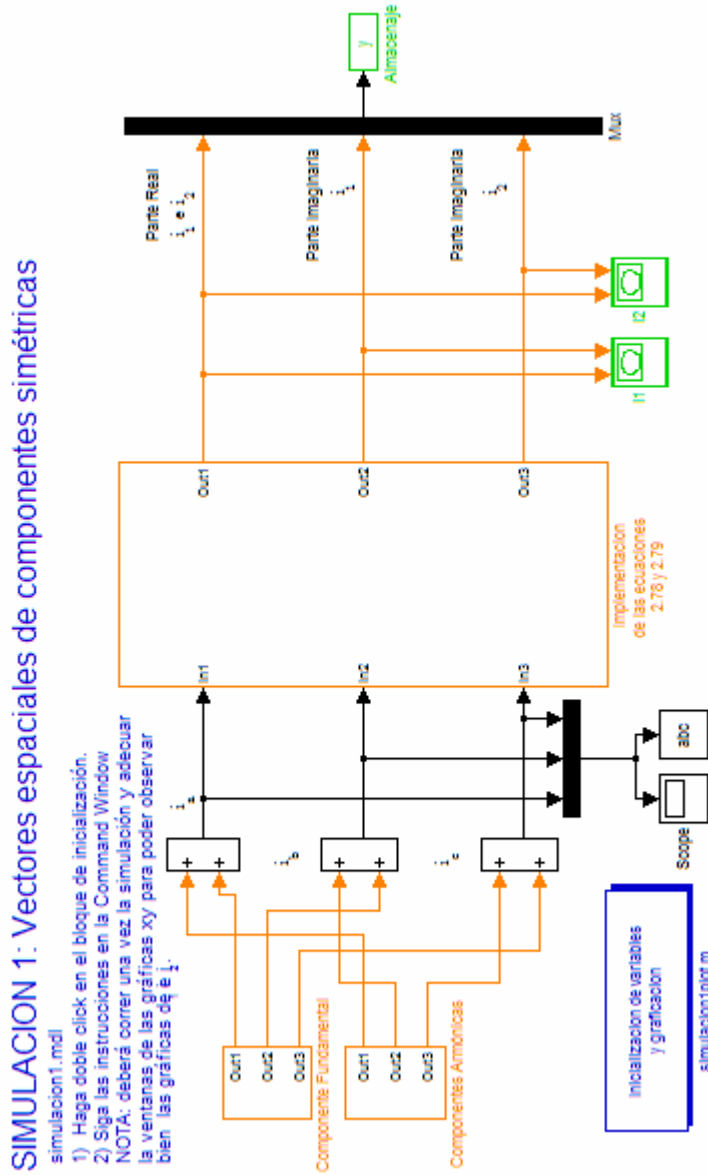
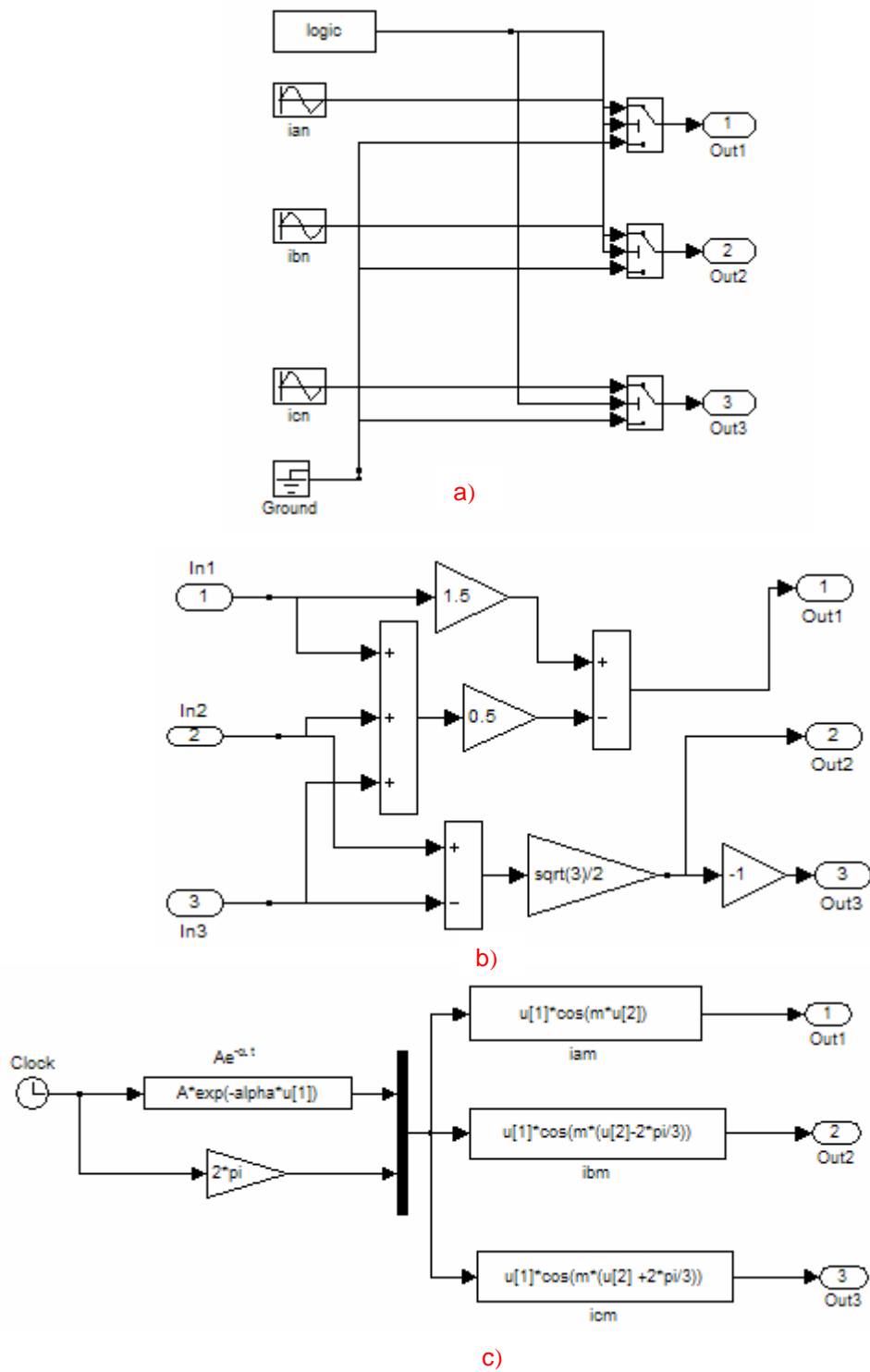
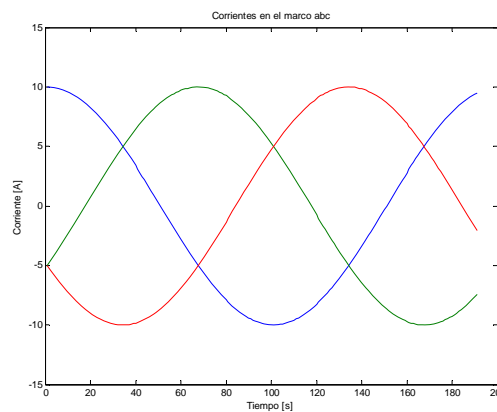


Figura 2-8. Subsistemas del modelo de bloques simulacion1.mdl



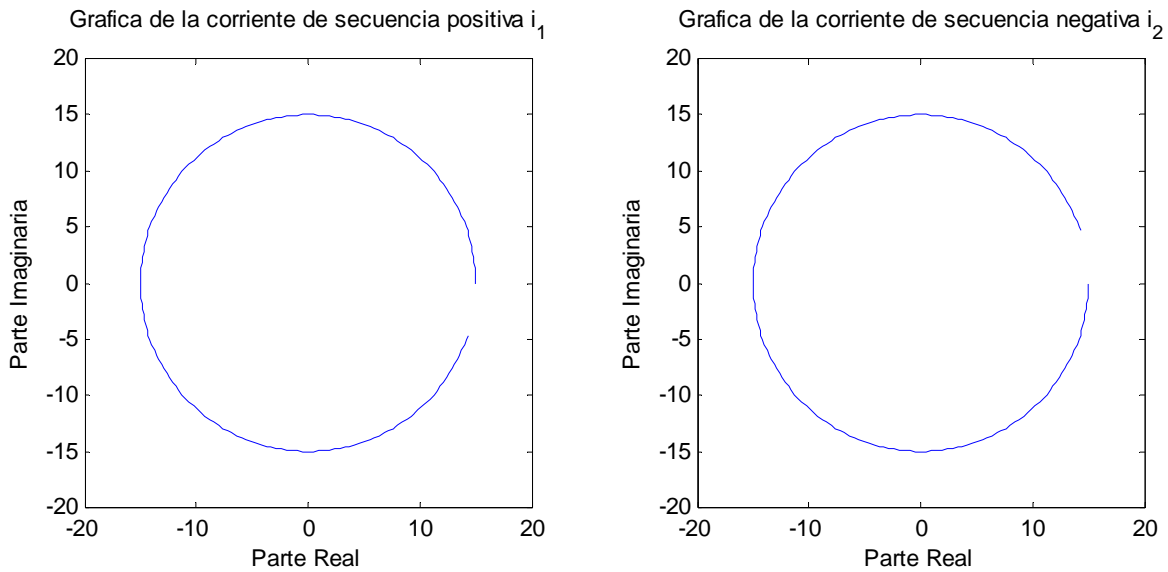
Además, se utiliza un factor de atenuación para atenuar la componente fundamental de corriente; esto es útil si deseamos simular el efecto de algún elemento que posea coeficientes de acoplamiento (impedancia de línea, transformadores, etc.) tales que atenúen la señal. Como ejemplo, consideremos que los datos de entrada al programa son: $m = 1$, $\alpha = 0$, $A = 10$ y $logic = 0$; las corrientes instantáneas resultantes serán trifásicas balanceadas, de amplitud constante 10 y de frecuencia 1 Hz; como se observa en la figura 2-9.

Figura 2-9. Sistema de corrientes trifásicas



El resultado de ejecutar la simulación con los datos anteriores, produce, como se muestra en la figura 2-10, el despliegue de dos gráficas que muestran la parte real de los vectores espaciales a lo largo del eje x y la parte imaginaria a lo largo del eje y . Basados en los resultados analíticos de las ecuaciones 2.78 y 2.79 para el conjunto de corrientes anterior, esperamos obtener $\vec{i}_1 = 15e^{j2\pi t}$ e $\vec{i}_2 = 15e^{-j2\pi t}$; si observamos la simulación vemos que esto es correcto, para la gráfica de \vec{i}_1 durante la simulación notamos que el círculo característico se genera en contra de la dirección de las agujas del reloj, esto es equivalente al signo positivo que acompaña a la solución analítica $\vec{i}_1 = 15e^{j2\pi t}$ en su parte exponencial.

Figura 2-10. Vectores espaciales de secuencia positiva y negativa



Además, podemos verificar que durante la simulación se crea el círculo característico de \vec{i}_2 en dirección de las agujas del reloj, la solución analítica $\vec{i}_2 = 15e^{-j2\pi t}$, muestra en el exponente de e un signo negativo, esto equivale a decir que se producirá una rotación en sentido de las agujas del reloj. Finalmente, observamos que la amplitud de ambos círculos es 15, como efectivamente predice la solución analítica. A continuación se presentarán una serie de gráficas y los datos de entrada los cuales las producen, no se hará un análisis analítico similar al anterior, esto se deja como curiosidad para el lector; sin embargo, se harán las siguientes observaciones:

- ✓ La trayectoria de la punta de la gráfica durante la simulación representa la fluctuación en la amplitud y el movimiento sinusoidal de una lámina de corriente espacialmente distribuida.
- ✓ Para valores de $m > 1$, la punta de los vectores espaciales se trazarán sobre el anterior cuando el factor de atenuación es mayor de cero. Para mejorar la visibilidad, se debe utilizar un factor de decaimiento que permita que la gráfica posea un efecto espiral hacia adentro aumentando el valor de m .

Figura 2-11. Efecto de la 5ª armónica

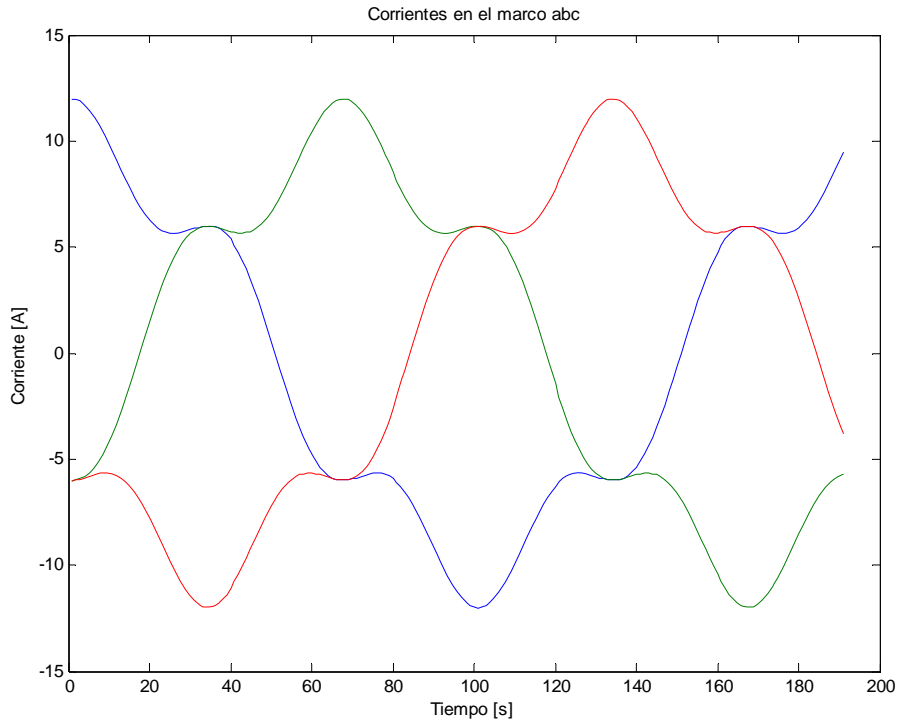
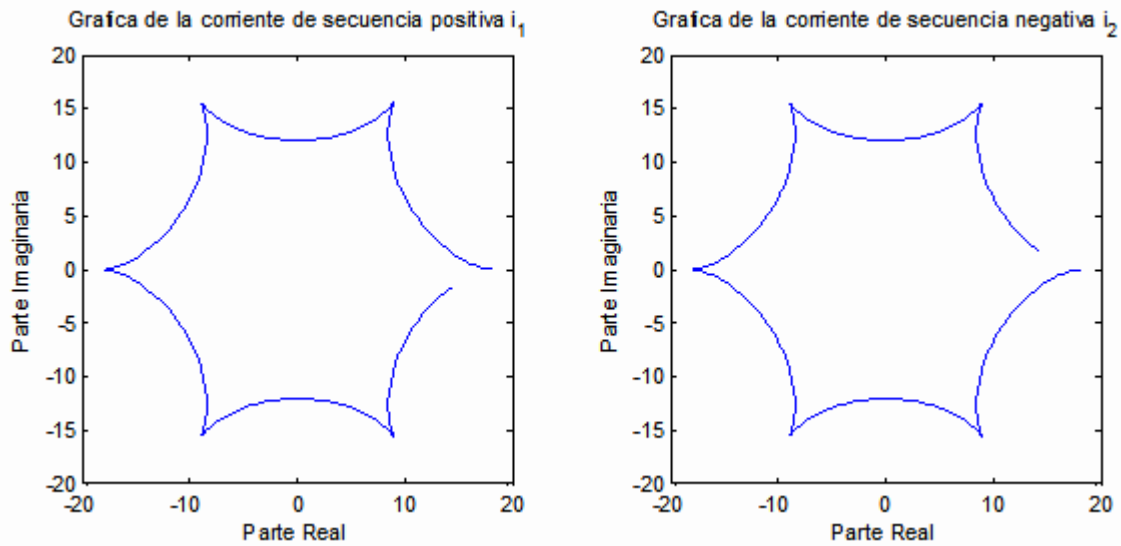


Figura 2-12. Vectores espaciales bajo el efecto de la 5ª armónica



En las figuras 2-11 y 2-12 se muestran los resultados de la simulación con valores de $m = 1$, $\alpha = 0$, $A = 10$, $logic = 1$ y $n = 5$. Se puede observar que el efecto de la quinta armónica tiene la característica de producir un fasor espacial como el de la figura 2-12; además, se puede observar en la Figura 2-11 que las corrientes originales están deformadas debido al efecto de esta componente.

Figura 2-13. Efecto de la 7ª armónica

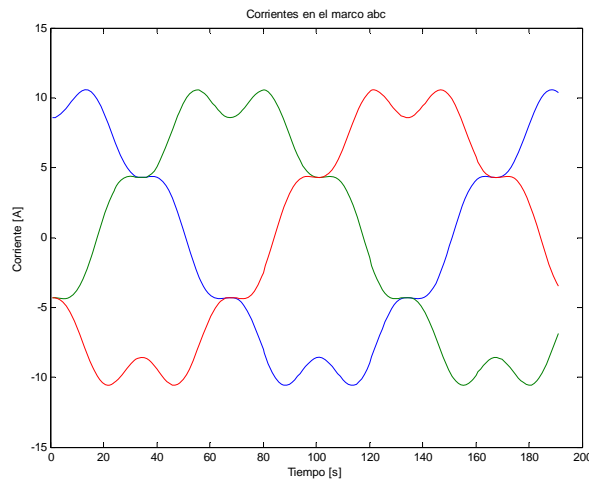
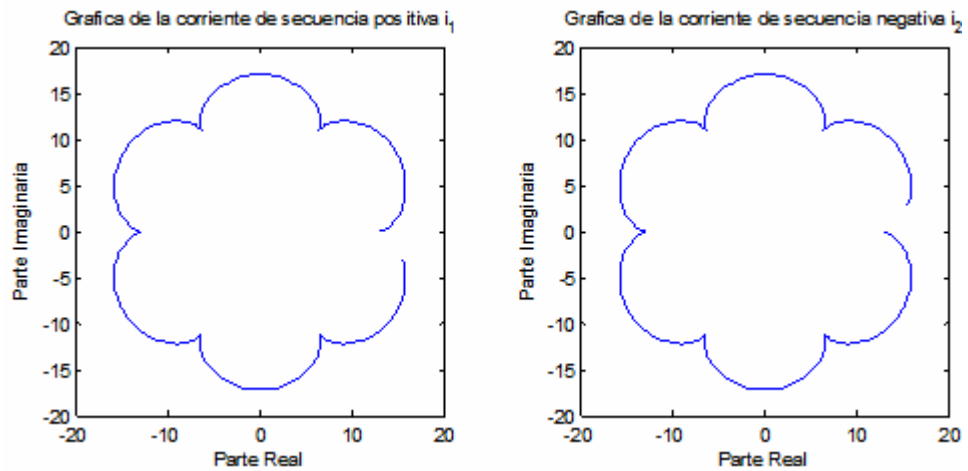


Figura 2-14. Vectores espaciales bajo el efecto de la 7ª armónica



En las figuras 2-13 y 2-14 se muestran los resultados de la simulación con valores de $m = 1$, $\alpha = 0$, $A = 10$, $logic = 1$ y $n = 7$. Se puede observar que el efecto de la séptima armónica tiene la característica de producir un fasor espacial como el de la figura 2-14 en forma de flor; al igual que en caso anterior las corrientes originales están deformadas debido al efecto de esta componente.

2.9.2. Simulación 2: transformación de corrientes del marco abc al marco $qd0$ estacionario y al qd rotativo

En esta simulación se implementarán las transformaciones del marco abc al marco $qd0$ estacionario y luego se trasladará del $qd0$ al qd rotativo tal y como se estudió analíticamente en la sección 2.8.2. Lograremos examinar las formas de onda de las componentes $qd0$ correspondientes a las corrientes sinusoidales de fase. Las corrientes tendrán la misma forma que en la simulación anterior:

$$\begin{aligned}i_a &= Ae^{-\alpha t} \cos\{m(2\pi t)\} + \frac{A}{n} \cos\{n(2\pi t)\} \\i_b &= Ae^{-\alpha t} \cos\left\{m\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)\right\} + \frac{A}{n} \cos\left\{n\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)\right\} \\i_c &= Ae^{-\alpha t} \cos\left\{m\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\right\} + \frac{A}{n} \cos\left\{n\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\right\}\end{aligned}\tag{2.115}$$

El modelo de bloques obtenido para esta simulación se puede observar en la Figura 2-15. Tanto el subsistema de componente fundamental como el de componentes armónicas se vuelven a repetir para esta simulación.

Además, ahora existen dos nuevos subsistemas, el subsistema abc a $qd0$ y el sistema $qd0$ estacionario a qd rotativo, éstos se muestran en las figuras 38 y 39, respectivamente. El subsistema abc a $qd0$ esta desarrollado en base a la ecuación 2.89 y el subsistema $qd0$ estacionario a qd rotativo está basado en la ecuación 2.105. Para el subsistema $qd0$ estacionario a qd rotativo el valor del ángulo θ de entrada, se conforma por medio de la variable $nframe$, que es un múltiplo del valor ωt de entrada de las corrientes de fase, con o sin un valor inicial del ángulo correspondiente a: $\phi - \theta$ de la ecuación 2.102, siendo ϕ el ángulo de fase definido por la ecuación 2.93 y θ el valor inicial del ángulo de la ecuación 2.126.

El resultado de la simulación que se muestra en la Figura 2-18 son las corrientes i_a , i_q estacionario, i_d estacionario, i_0 , i_q rotativo e i_d rotativo. Estas se obtienen con los valores iniciales de $m = 1$, $\alpha = 0$, $A = 10$, $logic = 0$, $\phi = 0$, $\theta(0) = 0$ y $nframe = 1$; el valor $nframe = 1$ significa que el marco qd rotativo se está moviendo a la velocidad de sincronismo en dirección de avance, y el ángulo inicial $\theta(0) = 0$. Las tres primeras curvas están en el marco de referencia estacionario. En el marco rotativo sincrónico qd , las componentes $qd0$ de frecuencia fundamental son componentes de corriente directa.

La forma y magnitud de estas formas de onda es congruente con aquellas que se pueden obtener con la expresión analítica de las corrientes $qd0$ estacionarias dada por la ecuación 2.94 cuando $\phi = 0$ y para las componentes qd en el marco sincrónico rotativo dada por la ecuación 2.102.

Figura 2-15. Modelo de bloques del archivo simulacion2.mdl

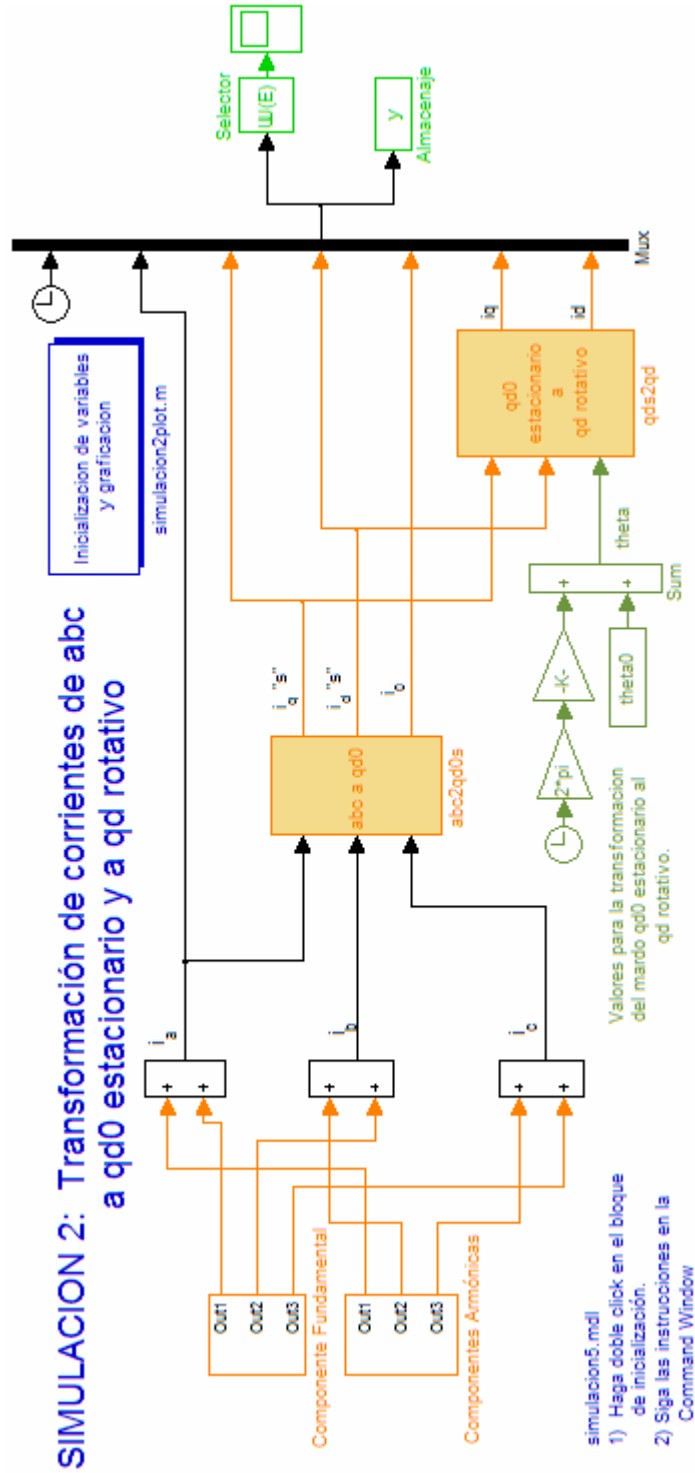


Figura 2-16. Subsistema abc a qd0 estacionario

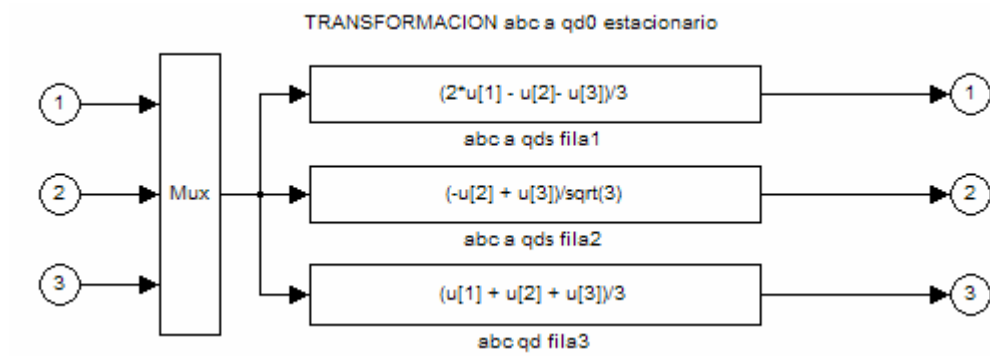
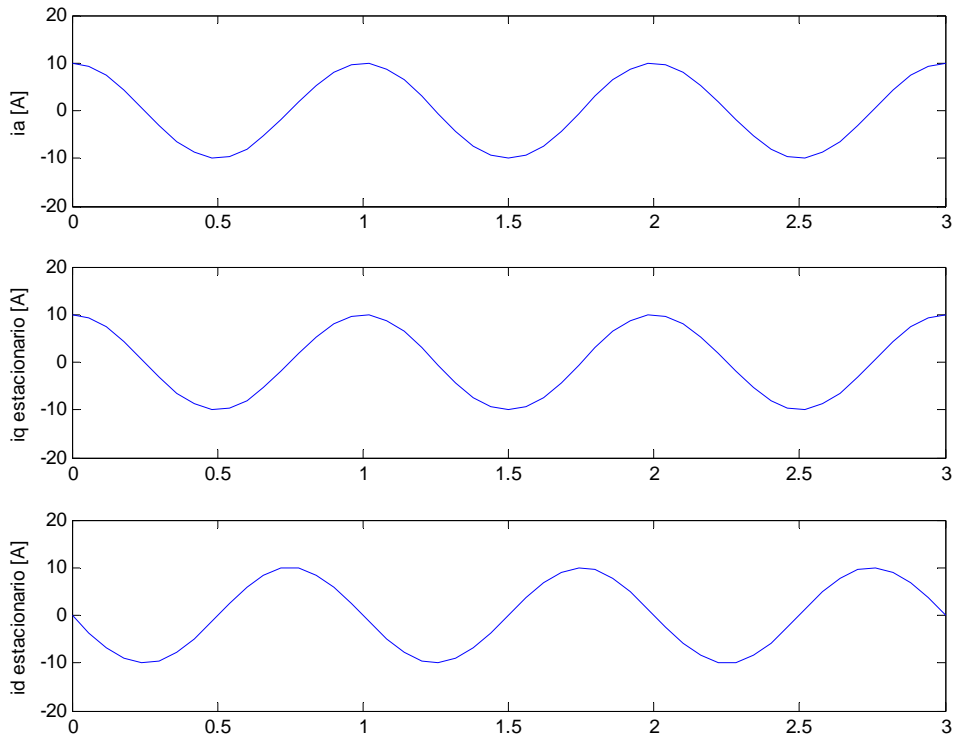


Figura 2-17. Subsistema qd0 estacionario a qd rotativo



Figura 2-18. Resultados del archivo simulacion2.mdl

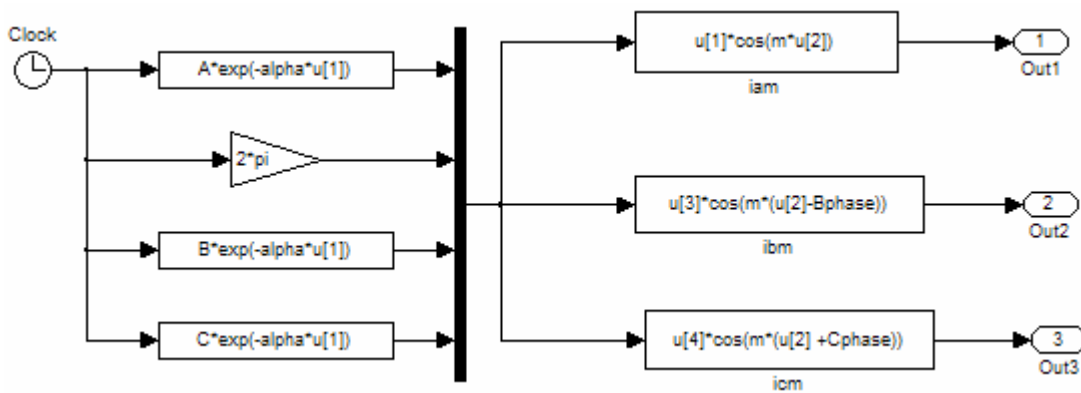


2.9.3. Simulación 3: espacios vectoriales y Transformación de corrientes del marco abc al marco $qd0$ estacionario y al qd rotativo para corrientes desbalanceadas

En esta simulación se realizan modificaciones a la simulación 1 y a la simulación 2 para poder observar el comportamiento tanto de los vectores espaciales como de las transformaciones cuando existen corrientes desbalanceadas, ya sea en un desbalance de amplitud o un desbalance debido a un ángulo de desfase diferente a $\frac{2\pi}{3}$ para la fase c y de $-\frac{2\pi}{3}$ para la fase c.

La modificación necesaria se realiza en los bloques de corrientes, tanto para el bloque de componentes fundamentales como para el bloque de componentes armónicas, en éstos, se asignan variables para los valores de amplitud máxima de corriente en cada fase y para los ángulos de desfase, estos valores deben ser introducidos por el usuario.

Figura 2-19. Nueva estructura del subsistema de componentes fundamentales



Como se puede observar en la figura 2-19, existe un cambio en la estructura del bloque de componentes fundamentales, este es necesario para crear los desbalances de amplitud de las corrientes fundamentales, el desbalance debido al ángulo de fase se obtiene asignando variables en los ángulos de las funciones que representan a cada una de las corrientes de fase.

En el bloque de componentes armónicas no se produce ningún cambio de estructura y los cambios necesarios se realizan asignando variables a los valores de la señal senoidal que representa a las armónicas de cada fase. La simulación 3 (a) se encarga de simular, por medio del archivo simulacion3a.mdl, los vectores espaciales de componentes simétricas, se observa en la figura 2-20.

Como ejemplo utilizaremos los valores siguientes para correr la simulación:

$$m = 1; I_{mA} = 7; I_{mB} = 10; I_{mC} = 12$$

$$\phi_A = 0; \phi_B = \frac{\pi}{6}; \phi_C = \frac{7}{6}\pi$$

$$\alpha = 0; \text{logic} = 1; n = 5$$

El resultado de la simulación se muestra en las siguientes gráficas:

Figura 2-20. Vectores espaciales para corrientes desbalanceadas

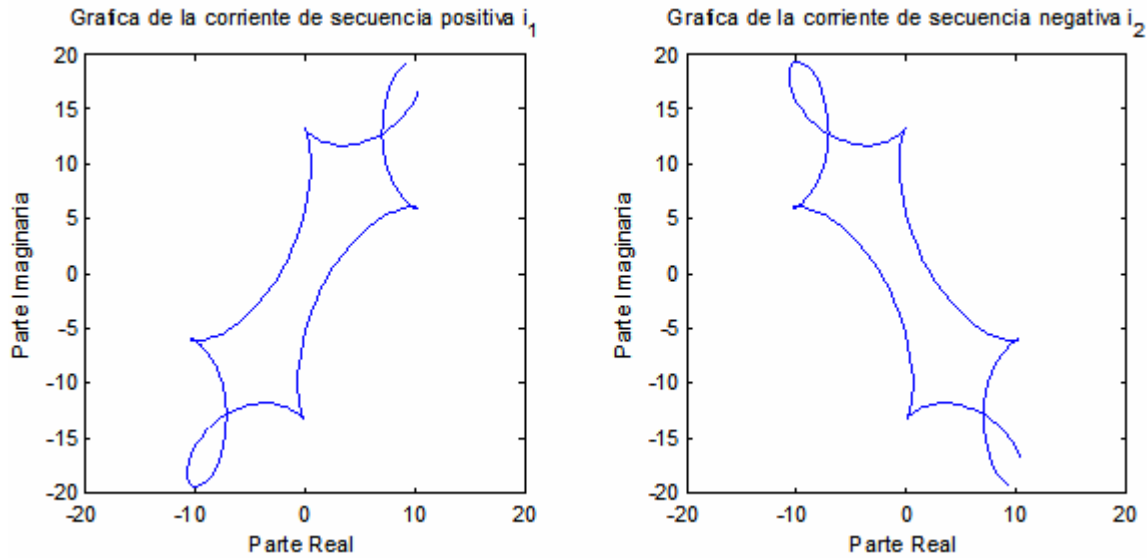


Figura 2-21. Corrientes desbalanceadas en el marco abc

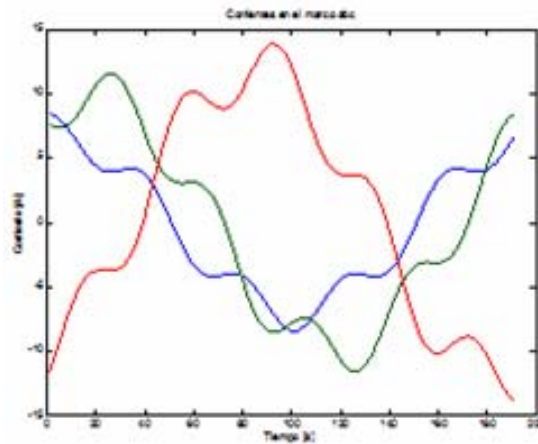
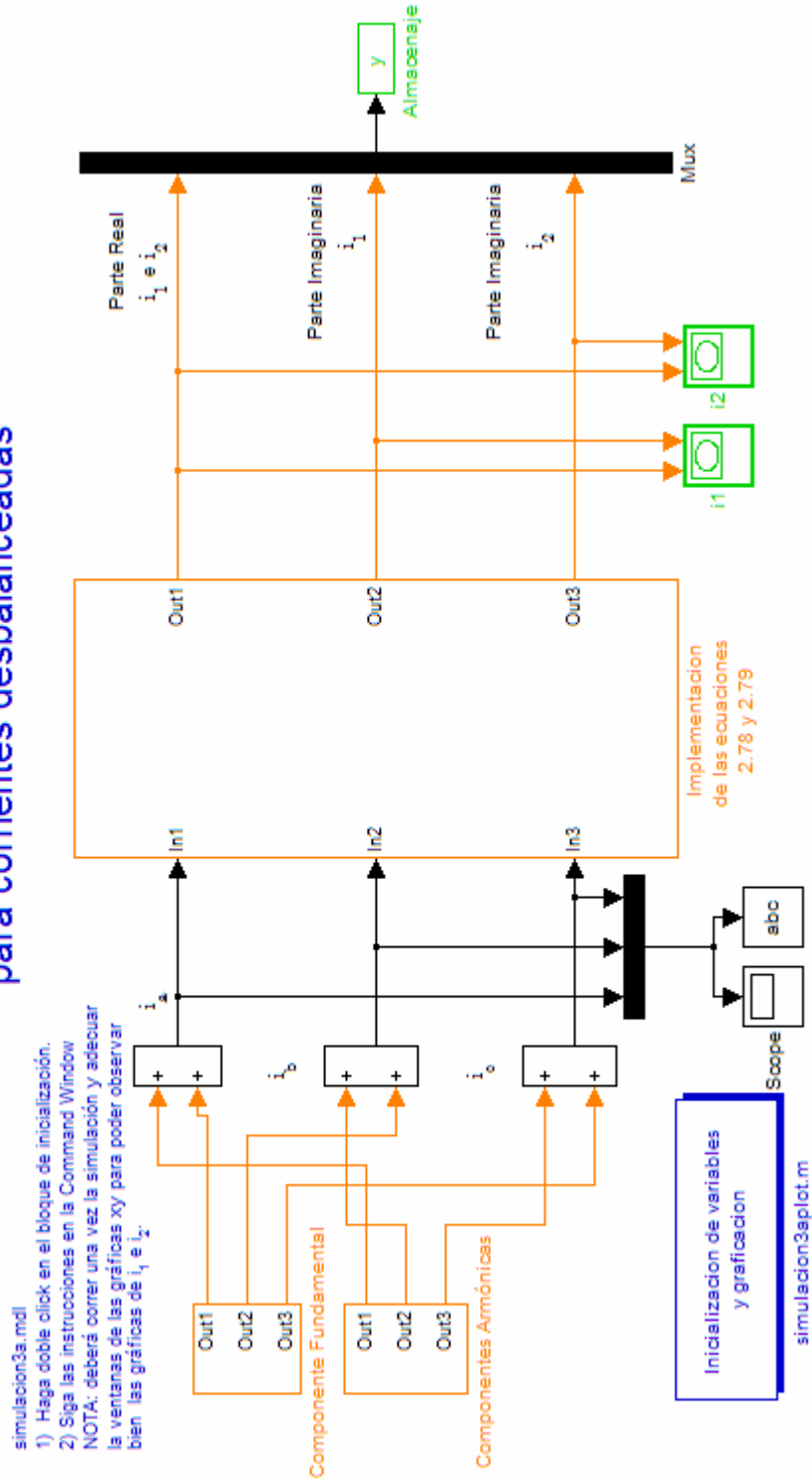


Figura 2-22. Modelo de bloques del archivo simulacion3a.mdl

SIMULACION 3 (a) : Vectores espaciales de componentes simétricas para corrientes desbalanceadas



Además, a los resultados de simulación anterior se modificó el modelo de la simulación 2 de este capítulo para observar los resultados de introducir corrientes desbalanceadas al modelo. La modificación para incluir corrientes desbalanceadas se realizó de la misma manera que para la simulación 3 (a).

Los valores utilizados para esta simulación son los siguientes:

$$\begin{aligned}m &= 1 \\I_{m\ A} &= 7; I_{m\ B} = 10; I_{m\ C} = 12 \\ \phi_A &= 0; \phi_B = \frac{\pi}{6}; \phi_C = \frac{7}{6}\pi \\ \alpha &= 0 \\ \text{logic} &= 1 \\ n &= 5 \\ n\text{frame} &= 1 \\ \theta_0 &= 0\end{aligned}$$

Los resultados, obviamente, son los esperados. La introducción de corrientes desbalanceadas producen una corriente se secuencia cero como se puede apreciar en la gráfica de la figura 2-24. Además, nótese la deformación que existe en la onda por la introducción del quinto armónico y su efecto en las corrientes rotativas. Todas estas visualizaciones serán útiles en los próximos capítulos donde se implementarán transformaciones similares para observar el comportamiento dinámico de la máquina síncrona.

Figura 2-23. Modelo de bloques del archivo simulacion3b.mdl

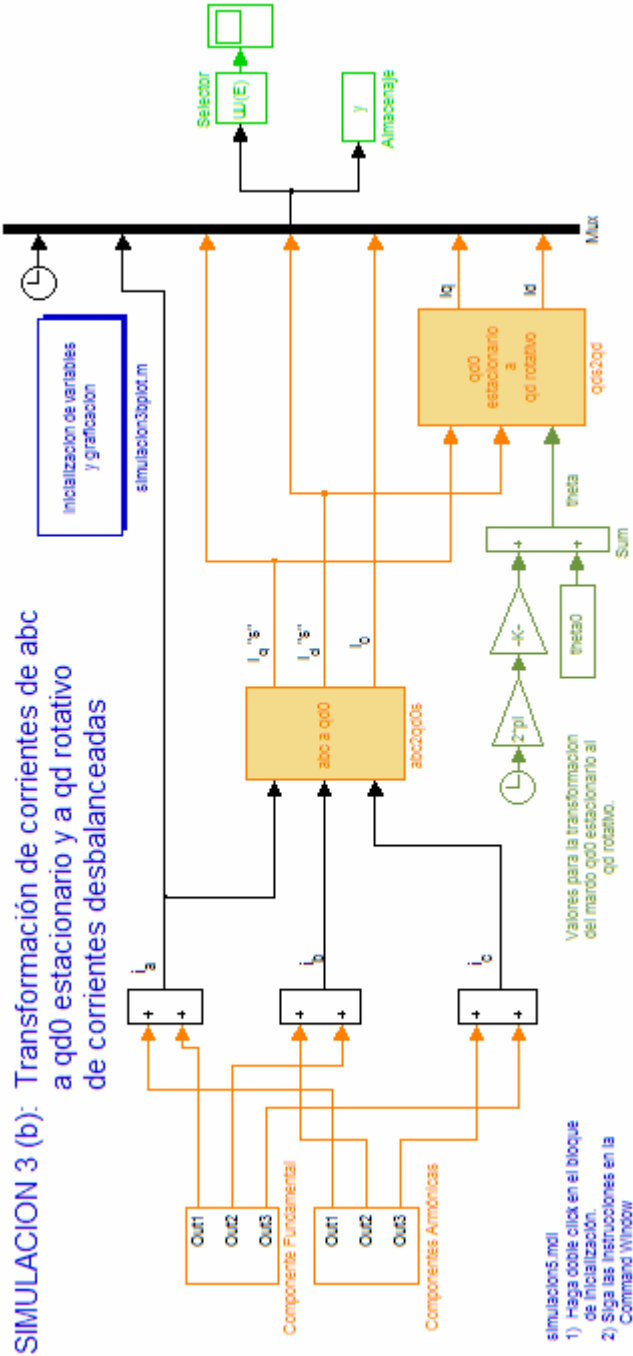
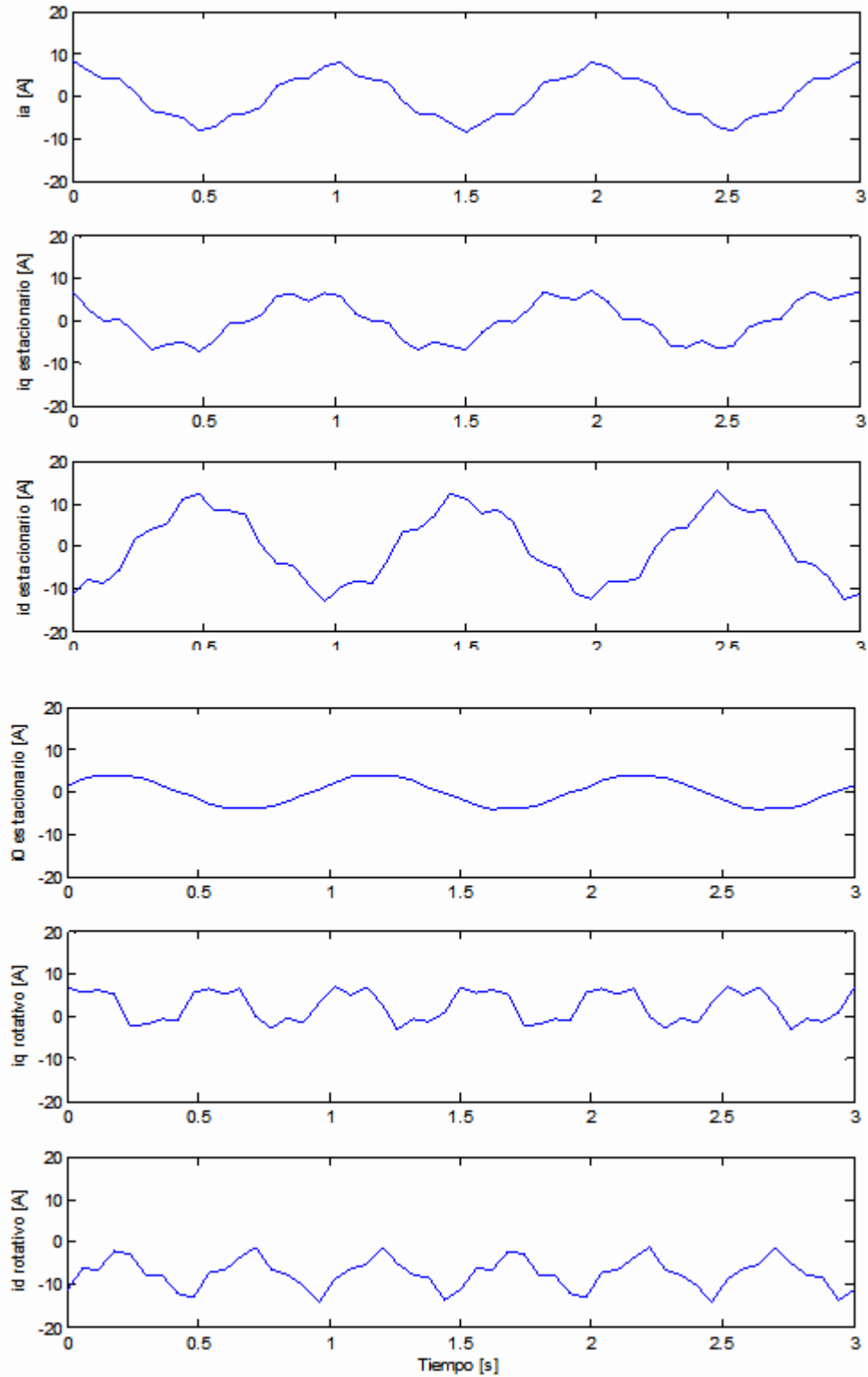


Figura 2-24. Resultados del archivo simulacion3b.mdl



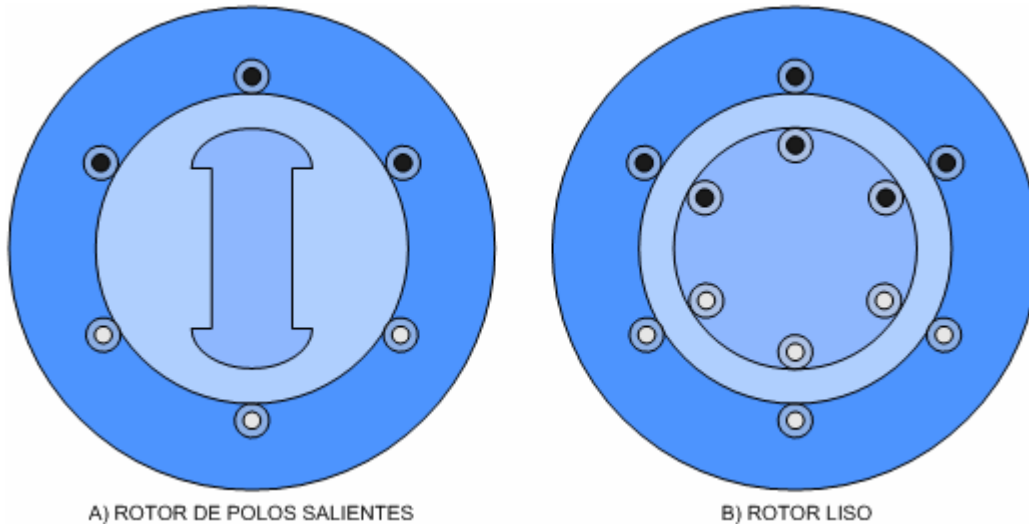
3. MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN DE LA MÁQUINA SÍNCRONA

3.1. Especificaciones generales sobre la máquina síncrona y su modelación

El alma de los sistemas de potencia son los generadores eléctricos. Si se hace una analogía entre el cuerpo humano y un sistema eléctrico de potencia: se puede decir que el corazón son los generadores eléctricos, luego las líneas de transmisión, sub-transmisión y distribución serían las venas y arterias, los elementos de medición, elementos electrónicos de control y los elementos de protección serían el sistema nervioso y los ingenieros electricistas, soportados por sistemas de cómputo modernos, son el cerebro.

Lastimosamente, la analogía queda un poco corta, pues en los sistemas eléctricos de potencia hay hasta cientos de generadores conectados al sistema, que al mismo tiempo crece de manera cuasi-exponencial, es un sistema sumamente complicado. Pero esta analogía si hace ver un hecho relevante que escapa a la percepción de la gente común y es que sin los generadores eléctricos no existiría el mundo tal y como lo conocemos. Es tan grande la influencia de la electricidad en la sociedad, que hoy en día grandes economías como la norteamericana y la europea, no podrían existir sin esta. El generador síncrono es el generador eléctrico más común y por ende más importante en los sistemas eléctricos de potencia. En Guatemala, la mayor parte de la energía eléctrica (por no decir toda) es generada por generadores síncronos, de polos salientes en las hidroeléctricas y por generadores de rotor liso (turbogeneradores a base de bunker, gas, etc.), véase la figura 3-1.

Figura 3-1. Rotor de polos salientes y liso



La construcción de los generadores síncronos es mucho más cara que la construcción de los motores de inducción, la ventaja de los generadores síncronos es su alta eficiencia en altos valores nominales de potencia. El estator de una máquina síncrona consiste de un conjunto de láminas ferromagnéticas con ranuras internas que forman un núcleo y un marco externo que soporta estos devanados y los acoples mecánicos del rotor. Los devanados del estator están distribuidos equitativamente sobre los pares de polos y sus ejes están $\frac{2\pi}{3}$ radianes eléctricos separados. El rotor de tipo liso es adecuado para aplicaciones de alta velocidad donde la relación diámetro-largo del rotor tiene que ser mantenida en valores muy pequeños para mantener la fatiga de las fuerzas centrífugas dentro de niveles aceptables. El número de polos de los rotores de polos salientes frecuentemente es dos o cuatro, esto permite utilizar estas máquinas como generadores en turbinas de vapor. Para fabricar rotores largos se utiliza hierro de cromo-níquel-molibdeno con ranuras axiales para alojar a los devanados en ambos lados del polo principal. La excitación del devanado de campo se realiza por medio de corriente directa, está, es suministrada por un par de anillos montados en eje del rotor.

Otros métodos de excitación incluyen: (1) rectificación por medio de un alternador pequeño montado en el eje del rotor de la máquina, (2) métodos de rectificación por medio de electrónica de potencia y (3) auto-excitación; estos temas serán cubiertos en el capítulo 5.

El modelo generalizado de la máquina síncrona consta en una representación que cuenta con dos polos, el eje del polo norte es llamado eje directo o eje d , el eje en cuadratura o eje q , está ubicado en una dirección de 90° adelante del eje d . Cuando la máquina opera sin carga y con únicamente excitación de campo, la FMM de campo estará a lo largo del eje d , y el voltaje interno del estator será: $d\lambda_{af}/dt$, y estará a lo largo del eje q . El modelo matemático que se desarrollará se basa el concepto de una máquina síncrona generalizada o “ideal” de dos polos. El campo magnético producido por los devanados será asumido como senoidal y distribuido uniformemente en el entrehierro; esta idea implica que vamos a ignorar los armónicos espaciales (producidos por las ranuras del rotor y del estator y que están internamente relacionados con el factor de devanado y el factor de inclinación, véase [10, 15]) que tienen efectos secundarios en el comportamiento de la máquina.

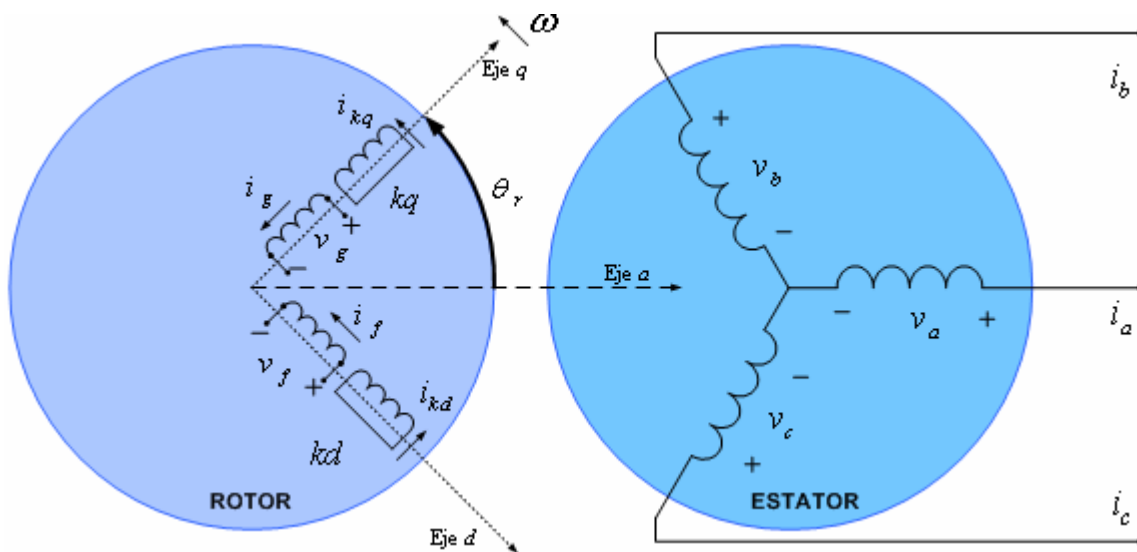
Se asumirá también que las ranuras del estator no producen un efecto apreciable sobre las inductancias de los devanados del rotor. La saturación no se introducirá explícitamente, pero puede ser modelada ajustando las reactancias de los ejes aplicando factores de saturación o introduciendo una componente de compensación en la excitación de campo principal.

Se pueden determinar modelos muy exhaustivos de la máquina a través de la consideración de los circuitos magnéticos, pero en general, el acercamiento al estudio se realiza desde la teoría de los circuitos acoplados magnéticamente. Para simular de una manera apropiada la máquina, no solo necesitamos elaborar un modelo “representativo”, si no también debemos tener los parámetros apropiados para el modelo adoptado.

La determinación de que un modelo es representativo o no, dependerá del propósito para el cuál fue creado y que tan bien sirve este propósito.

Los modelos más sofisticados generalmente requieren de un mayor número de datos que el que se posee, más esfuerzo para desarrollar el *software* para simularlo y más tiempo de cómputo de los ordenadores. Aún cuando el rotor puede tener un solo devanado físico, se incluyen devanados adicionales para representar los devanados amortiguadores de los generadores de polos salientes y para modelar el efecto de las corrientes de *Eddy* que fluyen en el hierro del rotor. La experiencia de numerosos científicos en el campo de la simulación demuestra que los generadores síncronos pueden ser adecuadamente representados por el modelo de la máquina generalizada o idealizada con uno o dos devanados de compensación además del devanado de campo. Los devanados de compensación en el modelo de la máquina ideal pueden ser usados para representar devanados amortiguadores físicos, o el efecto de amortiguación de las corrientes de Eddy en la porción de hierro sólido de los polos del rotor. La figura 3-2 muestra el modelo idealizado utilizado para la modelación y simulación de la máquina síncrona.

Figura 3-2. Representación de la máquina idealizada



Fuente: Kundur, Prabha. *Power System Stability and Control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill. pp. 55.

3.2. El modelo matemático de la máquina síncrona idealizada

En la actualidad la simulación de sistemas de potencia juega un papel clave en la planeación, diseño y análisis de diferentes factores en todo el mundo. Tanto en el ámbito académico didáctico como en el de los negocios existen numerosos paquetes de ordenador que modelan sistemas no solo eléctricos, si no una gama incalculable de opciones provistas por los fabricantes para las diferentes ramas de la ciencia, en ellos se implementan modelos que han sido comprobados por las autoridades más importantes de cada área, como IEEE, IEE, EPRI, etc; en el área de la ingeniería eléctrica.

El modelo de la máquina síncrona de este capítulo, es la manera recomendada por IEEE [21] para modelar genéricamente a la máquina síncrona y ha sido implementada ya en diferentes paquetes de ordenador como la *Power Systems Toolbox* que funciona en el ambiente de *Simulink* de *MATLAB* [22, 23], *ATP/EMTP* [24], *PSCAD-EMTDC* [25, 26] y en paquetes comerciales como el PSS/E y otros. La figura 3-2 muestra el modelo de la máquina síncrona adoptado, este es congruente con el análisis presentado en [19, 27-31], donde el análisis se realiza utilizando cuatro devanados en el rotor y tres en el estator. Debe tenerse presente lo anotado en el capítulo 2 sección 2.7.2, algunos autores como [16, 19, 20] toman eje q atrasándose al eje d por $\pi/2$ esto producirá expresiones ligeramente distintas para la matriz de inductancias que presentaremos a continuación, esto se debe a que el flujo en el entrehierro estará afectado por el ángulo del rotor, el cual, si se toma adelantándose al eje d producirá los resultados que presentaremos, si se toma en atraso producirá los resultados que se presentan en [16, 19].

Además, es importante apuntar que cada autor realiza un acercamiento al estudio de la máquina considerando diferentes puntos de vista, esto puede resultar sumamente confuso al estudiar por primera vez la modelación de este complicado sistema electromecánico. Se recomienda prestar atención a la definición de las inductancias que se presenta en esta sección, así como también en la definición de la tensión como $\mathbf{v} = \mathbf{r}\mathbf{i} + \frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}$, que coincide con el análisis que haremos y no como $-\mathbf{v} = -\mathbf{r}\mathbf{i} - \frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}$ el cuál se presenta en [19]; este punto particular puede ser fuente de mucha confusión debido a que la mayoría de textos presentan este punto de vista, sin embargo, el punto de vista que presentamos es mucho más fácil de entender y mucho más fácil de desarrollar en cuanto a las demostraciones matemáticas. El lector debe prestarle mucha atención a lo anterior para que en el momento de consultar otras obras no tenga problemas conceptuales sobre la forma de tratar la modelación.

3.2.1. Suposiciones para desarrollar el modelo matemático

Para desarrollar el modelo matemático que representa a la máquina síncrona debemos considerar las siguientes suposiciones presentadas en [19]:

- a) Considerando los efectos mutuos entre el rotor y el estator los devanados del estator están sinusoidalmente distribuidos a lo largo del entrehierro.
- b) Las ranuras del rotor no causan una variación apreciable de las inductancias debidas a la posición del rotor.
- c) La histéresis magnética es despreciable.
- d) Los efectos de la saturación magnética son despreciables. (Aunque como se mencionó anteriormente se pueden incorporar multiplicando a los parámetros de prueba por un factor de saturación)

Las suposiciones a), b) y c) son razonables. La principal justificación viene de la comparación de la operación calculada basada en estas suposiciones y la operación medida de las máquinas. La suposición d) se realiza por conveniencia para facilidad de análisis.

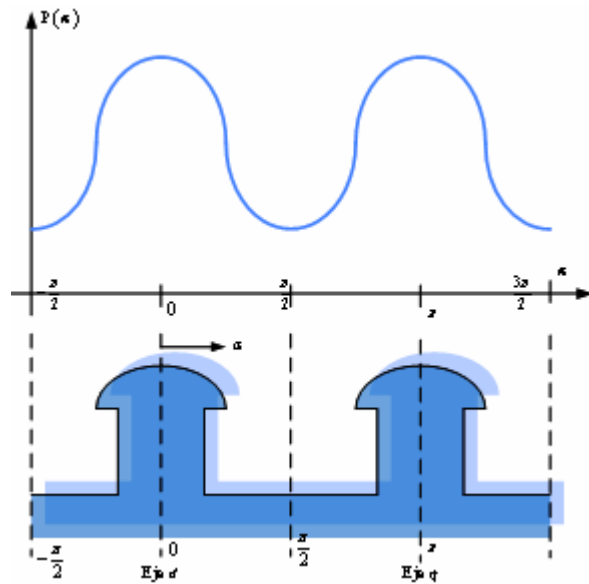
3.2.2. Variaciones de la inductancia debido a la posición del rotor, enlaces de flujo y ecuaciones de tensión

Las máquinas eléctricas están conformadas por múltiples devanados que están magnéticamente acoplados y cuyas inductancias varían con la posición del rotor como se muestra en la Figura 3-3. Las variaciones de las inductancias son causadas por las variaciones en la permanencia del camino del flujo magnético debido a un entrehierro no uniforme. Esto se pronuncia en una máquina de polos salientes en la cual las permanencias de los ejes q y d son significativamente diferentes. Inclusive en las máquinas de rotor liso existe esta diferencia, debido en última instancia a el gran número de ranuras en el rotor. El flujo producido por un devanado del estator sigue un camino a través del hierro del estator, pasando por el entrehierro de la máquina, por el hierro del rotor y de nuevo pasando por el entrehierro. Las variaciones de la permanencia de este camino es una función de la posición del rotor y se puede aproximar por la expresión:

$$P = P_0 - P_2 \cos \alpha \quad (3.1)$$

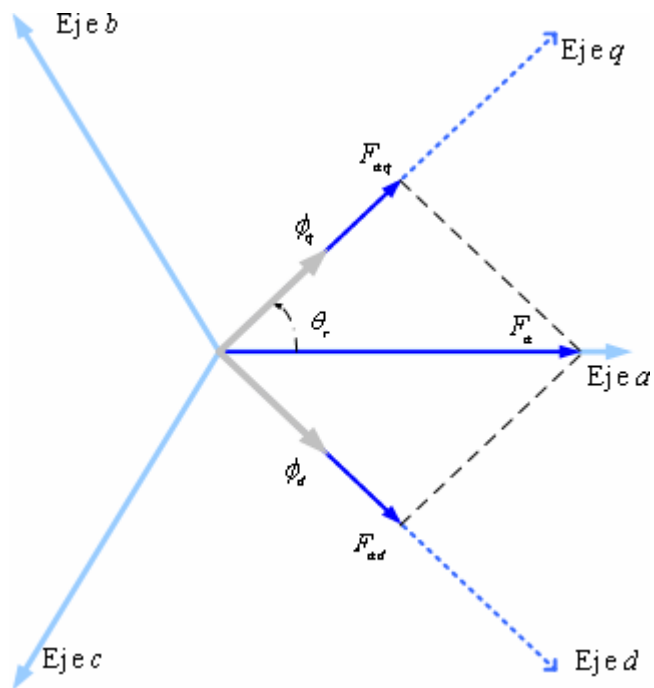
La variación de doble frecuencia es producida debido a que las permanencias del polo norte y sur son iguales. Existen también armónicas de órdenes superiores e incluso impares de permanencia pero son tan pequeñas que pueden ser despreciadas.

Figura 3-3. Variación de la permanencia con la posición del rotor



Fuente: Kundur, Prabha. *Power System Stability and Control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill. pp. 60.

Figura 3-4. Fuerzas magnetomotrices a los largo del ejes $qd0$



Para determinar los enlaces de flujo, λ , que componen las FMM consideremos que el eje q se adelanta 90° a el eje d y que el eje q se encuentra adelantado un ángulo θ_r de la fase a como se puede observar en la figura 3-4. Ahora, podemos considerar que solamente la fase a está siendo excitada y de esta manera vamos a determinar el efecto magnético que esto produce. La componente de FMM de la fase a , F_a , está conformada por dos componentes, una del eje d y otra del eje q :

$$\begin{aligned}\phi_d &= P_d F_a \cos(90 - \theta_r) = P_d F_a \sin \theta_r \\ \phi_q &= P_q F_a \cos \theta_r\end{aligned}\quad (3.2)$$

La auto-inductancia del estator es igual a la razón de los enlaces de flujo de la fase a y la corriente de la fase a , siendo las corrientes de los otros circuitos igual a cero. La inductancia es directamente proporcional a la permanencia, la cual tiene una variación en la segunda armónica.

Tomando en cuenta la ecuación (3.2) se pueden determinar los enlaces de flujo de la fase a para luego determinar la auto-inductancia:

$$\begin{aligned}\lambda_{aa} &= N_s (\phi_d \sin \theta_r + \phi_q \cos \theta_r) \quad \lambda_{aa} = N_s (P_d F_a \sin \theta_r \sin \theta_r + P_q F_a \cos \theta_r \cos \theta_r) \\ \lambda_{aa} &= N_s \left(P_d F_a \underbrace{\sin^2 \theta_r}_{\frac{1}{2}(1-\cos 2\theta_r)} + P_q F_a \underbrace{\cos^2 \theta_r}_{\frac{1}{2}(1+\cos 2\theta_r)} \right) \quad \lambda_{aa} = N_s F_a \left(\frac{P_d + P_q}{2} - \frac{P_d - P_q}{2} \cos 2\theta_r \right)\end{aligned}\quad (3.3)$$

Observamos que la expresión anterior puede ser expresada como:

$$\begin{aligned}\lambda_{aa} &= A - B \cos 2\theta_r \\ \text{Donde: } A &= N_s F_a \frac{P_d + P_q}{2}; \quad B = N_s F_a \frac{P_d - P_q}{2}\end{aligned}\quad (3.4)$$

Basados en la relación funcional de λ_{aa} y el ángulo del rotor θ_r , podemos deducir que la auto-inductancia de la fase a de estator, excluyendo las dispersiones, tiene la forma:

$$L_{aa} = \frac{\lambda_{aa}}{i_a} = L_0 - L_{ms} \cos 2\theta_r \quad (3.5)$$

De igual forma se determinan para las fases b y c , reemplazando θ_r por $(\theta_r - \frac{2\pi}{3})$ y $(\theta_r - \frac{4\pi}{3})$ respectivamente:

$$L_{bb} = L_0 - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \quad L_{cc} = L_0 - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \quad (3.6)$$

La inductancia mutua se presenta por el efecto de la componente de flujo en la fase a , que producirá la aparición de ciertos enlaces flujos en la fase b debidos al acoplamiento magnético entre ambos devanados. Los enlaces de flujo de las componentes ϕ_d y ϕ_q en la fase b , que está $\frac{2\pi}{3}$ radianes eléctricos adelantada, se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \lambda_{ba} &= N_s \left\{ \phi_d \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + \phi_q \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \\ \lambda_{ba} &= N_s \left\{ P_d F_a \underbrace{\sin \theta_r \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right)}_{-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos \left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right)} + P_q F_a \underbrace{\cos \theta_r \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right)}_{-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos \left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right)} \right\} \\ \lambda_{ba} &= N_s F_a \left\{ -\frac{P_d + P_q}{4} - \frac{P_d - P_q}{2} \cos \left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Observamos que la expresión anterior puede ser expresada como:

$$\begin{aligned} \lambda_{ba} &= -\frac{A}{2} - B \cos 2\theta_r \\ \text{Donde: } A &= N_s F_a \frac{P_d + P_q}{2}; \quad B = N_s F_a \frac{P_d - P_q}{2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

La expresión de inductancia mutua entre la fase a y la fase c es:

$$\lambda_{ca} = N_s \left\{ \phi_d \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) + \phi_q \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} = N_s F_a \left\{ -\frac{P_d + P_q}{4} - \frac{P_d - P_q}{2} \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} \quad (3.9)$$

Nuevamente nos basaremos en la relación funcional entre los enlaces de flujo y el ángulo del rotor para determinar las inductancias mutuas. Se obtiene la inductancia mutua de λ_{ab} y utilizamos para las fases b y c θ_r igual $(\theta_r - \frac{2\pi}{3})$ y $(\theta_r - \frac{4\pi}{3})$ respectivamente:

$$\begin{aligned} L_{ab} = L_{ba} &= -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos\left\{2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right)\right\} & L_{ac} = L_{ca} &= -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos\left\{2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right)\right\} \\ L_{bc} &= -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos\{2(\theta_r + \pi)\} & L_{cb} &= -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos\{2(\theta_r - \pi)\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Enlaces de flujo

Las ecuaciones para encontrar los encadenamientos de flujo entre el estator y rotor se pueden escribir como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_f \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_g \\ \lambda_{kg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{SF1} & L_{SKD1} & L_{SG1} & L_{SKQ1} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{SF2} & L_{SKD2} & L_{SG2} & L_{SKQ2} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{SF3} & L_{SKD3} & L_{SG3} & L_{SKQ3} \\ L_{SF1} & L_{SF2} & L_{SF3} & L_{lf} + L_{mf} & L_{fkd} & 0 & 0 \\ L_{SKD1} & L_{SKD2} & L_{SKD3} & L_{mdf} & L_{lkd} + L_{mkd} & 0 & 0 \\ L_{SG1} & L_{SG2} & L_{SG3} & 0 & 0 & L_{lg} + L_{mg} & L_{gkq} \\ L_{SKQ1} & L_{SKQ2} & L_{SKQ3} & 0 & 0 & L_{kqg} & L_{lkd} + L_{mkq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_g \\ i_{kg} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Definiendo las matrices internas como:

- Matriz de inductancias propias del estator o \mathbf{L}_{ss} :

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_0 - L_{ms} \cos 2\theta_r & -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r - \frac{\pi}{3} \right) \right\} & -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r + \frac{\pi}{3} \right) \right\} \\ -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r - \frac{\pi}{3} \right) \right\} & L_0 - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right\} & -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r - \pi \right) \right\} \\ -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r + \frac{\pi}{3} \right) \right\} & -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r + \pi \right) \right\} & L_0 - L_{ms} \cos \left\{ 2 \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

- Matriz de inductancias propias del rotor o \mathbf{L}_{rr} :

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{lf} + L_{mf} & L_{fkd} & 0 & 0 \\ L_{mdf} & L_{lkd} + L_{mkd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{lg} + L_{mg} & L_{gkq} \\ 0 & 0 & L_{kqg} & L_{lkd} + L_{mkq} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

- Matriz de inductancias mutuas entre el estator y el rotor o \mathbf{L}_{sr} :

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{SF1} & L_{SKD1} & L_{SG1} & L_{SKQ1} \\ L_{SF2} & L_{SKD2} & L_{SG2} & L_{SKQ2} \\ L_{SF3} & L_{SKD3} & L_{SG3} & L_{SKQ3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{sf} \sin \theta_r & L_{skd} \sin \theta_r & L_{sg} \sin \theta_r & L_{skq} \sin \theta_r \\ L_{sf} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skd} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{sg} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skq} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ L_{sf} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skd} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{sg} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skq} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

- Matriz de corrientes del estator:

$$\mathbf{i}_s = [i_a \quad i_b \quad i_c]^t \quad (3.16)$$

- Matriz de corrientes del rotor:

$$\mathbf{i}_r = \begin{bmatrix} i_f & i_{kd} & i_g & i_{kq} \end{bmatrix}^t \quad (3.17)$$

- Matriz de flujos del estator:

$$\mathbf{\Lambda}_s = \begin{bmatrix} \lambda_a & \lambda_b & \lambda_c \end{bmatrix}^t \quad (3.18)$$

- Matriz de flujos del rotor:

$$\mathbf{\Lambda}_r = \begin{bmatrix} \lambda_f & \lambda_{kd} & \lambda_g & \lambda_{kq} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

De manera que la ecuación (3.11), que representa a los enlaces de flujo de la máquina, puede ser escrita de manera compacta como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s \\ \mathbf{\Lambda}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ [\mathbf{L}_{sr}]^t & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Ecuaciones de tensión

Tomando la convención como motor, el voltaje aplicado a cada uno de los siete devanados de la máquina de nuestro modelo (tres devanados en el estator, un devanado en el eje q , un devanado en el eje d , y dos devanados de compensación) se balancea a través de la caída de tensión resistiva y la caída del término $d\lambda/dt$. Esto nos dará la ecuación resultante:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s \\ \mathbf{\Lambda}_r \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Las sub-matrices que desconocemos de esta expresión son:

- Matriz de tensiones del estator:

$$\mathbf{v}_s = \begin{bmatrix} v_a & v_b & v_c \end{bmatrix}^t \quad (3.22)$$

- Matriz de tensiones del rotor:

$$\mathbf{v}_r = [v_f \quad v_{kd} \quad v_g \quad v_{kq}]^t \quad (3.23)$$

- Matriz de resistencias del estator:

$$\mathbf{r}_s = \text{diag}([r_a \quad r_b \quad r_c]^t) \quad (3.24)$$

- Matriz de resistencias del rotor:

$$\mathbf{r}_r = \text{diag}([r_f \quad r_{kd} \quad r_g \quad r_{kq}]^t) \quad (3.25)$$

- Matriz de resistencias de la máquina:

$$\mathbf{R}_{\text{máquina}} = \text{diag}([r_a \quad r_b \quad r_c \quad r_f \quad r_{kd} \quad r_g \quad r_{kq}]^t) \quad (3.26)$$

Es evidente de las ecuaciones 3.12 y 3.15 que los elementos de \mathbf{L}_{ss} y \mathbf{L}_{sr} son función del ángulo del rotor el cual varía con el tiempo a la misma velocidad que el rotor.

Estos coeficientes dependientes del tiempo presentan una gran dificultad de computación cuando se utiliza la ecuación (3.21) para resolver directamente las variables de fase. Para obtener las corrientes de fase de los enlaces de flujo, la inversa de la matriz de inductancias variantes con el tiempo tiene que ser computada en cada iteración. La computación de esta inversa en cada iteración consume demasiado tiempo (incluso para computadores modernos) y puede ser fuente de problemas de estabilidad numérica.

Los símbolos de las variables para las cuales se necesita conocer su significado se muestran a continuación en la Tabla III-I.

TABLA III-I: Símbolos utilizados en el modelo matemático y su significado

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
r_s	Resistencia de armadura
r_f	Resistencia del devanado del eje d
r_g	Resistencia del devanado del eje q
r_{kd}	Resistencia del devanado de compensación del eje d
r_{kq}	Resistencia del devanado de compensación del eje q
L_s	Inductancia de fuga de armadura
L_{lf}	Inductancia de fuga del devanado del eje d
L_{lg}	Inductancia de fuga del devanado del eje q
L_{lkd}	Inductancia de fuga del devanado amortiguador del eje d
L_{lkq}	Inductancia de fuga del devanado amortiguador del eje q
L_{md}	Inductancia de magnetización del estator en el eje d
L_{mq}	Inductancia de magnetización del estator en el eje q
L_{mf}	Inductancia del devanado de campo del eje d
L_{mg}	Inductancia del devanado de campo del eje q
L_{mkd}	Inductancia de magnetización del devanado amortiguador del eje d
L_{mkq}	Inductancia de magnetización del devanado amortiguador del eje q
L_0	Autoinductancia promedio del devanado de interés
s	Subíndice que indica que una variable es correspondiente al estator
r	Subíndice que indica que una variable es correspondiente al rotor
f	Subíndice que indica que una variable corresponde al devanado de campo
l	Subíndice que indica que una variable es de dispersión o fuga
m	Subíndice que indica que una variable es de acoplamiento mutuo

3.2.3. Transformación al marco de referencia $qd0$ del rotor

El propósito de esta sección es demostrar que cuando se transforman las variables del estator al marco de referencia $qd0$ que está adherido al rotor, las ecuaciones resultantes de tensión tienen coeficientes variantes con el tiempo. En la máquina ideal, los ejes de los devanados del rotor están sobre los ejes q y d , y la transformación $qd0$ debe ser únicamente aplicada a las variables del estator. En notación matricial, definimos la matriz aumentada de transformación:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{dq0}(\theta_r) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

donde \mathbf{U} es la matriz unitaria y $\mathbf{T}_{dq0}(\theta_r)$ está definida como:

$$\left[\mathbf{T}_{dq0}(\theta_r) \right] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Los voltajes, corrientes y enlaces de flujos del estator transformados al marco $qd0$ son:

$$\mathbf{v}_{qd0} = \mathbf{T}_{dq0}(\theta_r) \mathbf{v}_s; \quad \mathbf{i}_{qd0} = \mathbf{T}_{dq0}(\theta_r) \mathbf{i}_s; \quad \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = \mathbf{T}_{dq0}(\theta_r) \boldsymbol{\Lambda}_s \quad (3.29)$$

Por conveniencia en el análisis las variables de la ecuación (3.29) serán reemplazadas por:

$$\mathbf{v}_{qd0} = [v_q \quad v_d \quad v_0]^t; \quad \mathbf{i}_{qd0} = [i_q \quad i_d \quad i_0]^t; \quad \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = [\lambda_q \quad \lambda_d \quad \lambda_0]^t \quad (3.30)$$

Si se aplica la transformación $\mathbf{T}_{dq0}(\theta_r)$ solo a las variables del estator de la ecuación (3.21), las tensiones del estator serán:

$$\mathbf{v}_{qd0} = \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{r}_s \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} + \mathbf{T}_{dq0} \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} \quad (3.31)$$

Si las resistencias de los devanados son iguales se tiene:

$$\begin{aligned} r_a &= r_b = r_c = r_s \\ \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{r}_s \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} &= r_s \mathbf{i}_{qd0} \end{aligned} \quad (3.32)$$

El segundo término de la ecuación (3.31) puede ser expresado como:

$$\mathbf{T}_{dq0} \frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = \mathbf{T}_{dq0} \left[\left(\frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \right) \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} + \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} \right] \quad (3.33)$$

Sustituyendo la matriz de transformación de la ecuación 3.29 y simplificando se determina que:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{T}_{qd0}^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = \omega_r \begin{bmatrix} -\sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ -\sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & 0 \\ -\sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{T}_{qd0} \left[\frac{d}{dt} \mathbf{T}_{qd0}^{-1} \right] \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} \quad (3.35)$$

Es obvio que $\omega_r = d\theta_r/dt$. El segundo término de la ecuación 3.33 se puede simplificar como:

$$\mathbf{T}_{qd0} \mathbf{T}_{qd0}^{-1} \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} \quad (3.36)$$

Sustituyendo estas simplificaciones en la ecuación 3.31, las ecuaciones de tensión en el estator de la máquina síncrona idealizada en el marco de referencia qd del rotor se pueden representar por la siguiente expresión:

$$\mathbf{v}_{qd0} = r_s \mathbf{i}_{qd0} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} \quad (3.37)$$

3.2.4. Enlaces de flujo en términos de las corrientes de los devanados

La relación entre los enlaces de flujo Λ_{qd0} y las corrientes $qd0$ puede ser obtenida transformando solamente las variables del estator, esto significa que:

$$\Lambda_{qd0} = \mathbf{T}_{qd0} \mathbf{L}_{ss} \mathbf{T}_{qd0}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} + \mathbf{T}_{qd0} \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_r \quad (3.38)$$

Desarrollando algebraicamente la ecuación (3.38) se puede llegar a las siguientes expresiones, en las cuales todas las inductancias presentadas son independientes del ángulo del rotor, θ_r :

$$\begin{aligned} \lambda_q &= \left\{ L_{ts} + \frac{3}{2}(L_0 - L_{ms}) \right\} i_q + L_{sg} i_g + L_{skq} i_{kq} \\ \lambda_d &= \left\{ L_{ts} + \frac{3}{2}(L_0 + L_{ms}) \right\} i_d + L_{sfd} i_f + L_{skd} i_{kd} \\ \lambda_0 &= L_{ts} + i_0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Después de seleccionar el marco de referencia $dq0$ del rotor, las variables de los devanados del rotor no necesitan ser transformadas. Las expresiones para los enlaces de flujo en los devanados del rotor son:

$$\begin{aligned} \lambda_f &= \frac{3}{2} L_{sf} i_d + L_{ff} i_f + L_{fkd} i_{kd} \\ \lambda_{kd} &= \frac{3}{2} L_{skd} i_d + L_{fkd} i_f + L_{kdkd} i_{kd} \\ \lambda_g &= \frac{3}{2} L_{sg} i_q + L_{gg} i_g + L_{gkd} i_{kq} \\ \lambda_{kq} &= \frac{3}{2} L_{skq} i_q + L_{gkq} i_g + L_{kqkq} i_{kq} \end{aligned} \quad (3.40)$$

3.2.5. Transformación de las variables del rotor al estator

Los términos de la ecuación (3.40) están asociados con las componentes de corriente i_d e i_q , tienen un factor $3/2$ que afectará los coeficientes de las matrices de inductancias para los devanados en los ejes q y d provocando asimetría en estas cuando las ecuaciones (3.40) se combinen con las ecuaciones (3.39). Reemplazando las corrientes actuales del estator por un conjunto de nuevas corrientes equivalentes dará provocará que los enlaces de flujo resultantes creen matrices de inductancias con coeficientes simétricos, este conjunto de corrientes nuevas está dado por:

$$\underline{i}_{=f} = \frac{2}{3}\underline{i}_f \quad \underline{i}_{=kd} = \frac{2}{3}\underline{i}_{kd} \quad \underline{i}_{=g} = \frac{2}{3}\underline{i}_g \quad \underline{i}_{=kq} = \frac{2}{3}\underline{i}_{kq} \quad (3.41)$$

Denotando las inductancias de magnetización de los ejes d y q expresadas en la ecuación (3.40) por L_{md} y L_{mq} , las cuales se definen cómo:

$$L_{md} = \frac{3}{2}(L_0 + L_{ms}) = \frac{3}{2}\left(N_s^2 \frac{P_d + P_q}{2} - N_s^2 \frac{P_d - P_q}{2}\right) = \frac{3}{2}N_s^2 P_d \quad (3.42)$$

$$L_{mq} = \frac{3}{2}(L_0 - L_{ms}) = \frac{3}{2}N_s^2 P_q$$

Expresando los enlaces de flujo del estator y del rotor en términos de las corrientes equivalentes y las inductancias de magnetización de las ecuaciones (3.41) y (3.42):

$$\begin{aligned} \lambda_q &= (L_{ls} + L_{mq})i_q + \frac{3}{2}L_{sg}i_{=g} + \frac{3}{2}L_{skq}i_{=kq} & \lambda_f &= \frac{3}{2}L_{sf}i_d + \frac{3}{2}(L_{lf} + L_{mf})i_{=f} + \frac{3}{2}L_{fkd}i_{=kd} \\ \lambda_d &= (L_{ls} + L_{mq})i_d + \frac{3}{2}L_{sf}i_{=f} + \frac{3}{2}L_{skq}i_{=kq} & \lambda_{kd} &= \frac{3}{2}L_{skd}i_d + \frac{3}{2}L_{fkd}i_{=f} + \frac{3}{2}(L_{lkd} + L_{mkd})i_{=kd} \\ \lambda_0 &= L_{ls}i_0 & \lambda_g &= \frac{3}{2}L_{sg}i_q + \frac{3}{2}(L_{lg} + L_{mg})i_{=g} + \frac{3}{2}L_{gkd}i_{=kd} \\ & & \lambda_{kq} &= \frac{3}{2}L_{skq}i_q + \frac{3}{2}L_{gkq}i_{=g} + \frac{3}{2}(L_{lkq} + L_{mkq})i_{=kq} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Refiriendo las variables del rotor al estator utilizando la relación de vueltas adecuada, y denotándolas con el superíndice prima ('): :

$$\begin{aligned} i'_f &= \frac{N_f}{N_s} i_{\neq f} = \frac{2}{3} \frac{N_f}{N_s} i_f & i'_{kd} &= \frac{N_{kd}}{N_s} i_{\neq kd} = \frac{2}{3} \frac{N_{kd}}{N_s} i_{kd} \\ i'_g &= \frac{N_g}{N_s} i_{\neq g} = \frac{2}{3} \frac{N_g}{N_s} i_g & i'_{kq} &= \frac{N_{kq}}{N_s} i_{\neq kq} = \frac{2}{3} \frac{N_{kq}}{N_s} i_{kq} \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$v'_f = \frac{N_s}{N_f} v_f \quad v'_{kd} = \frac{N_s}{N_{kd}} v_{kd} \quad v'_g = \frac{N_s}{N_g} v_g \quad v'_{kq} = \frac{N_s}{N_{kq}} v_{kq} \quad (3.45)$$

$$\lambda'_{f} = \frac{N_s}{N_f} \lambda_f \quad \lambda'_{kd} = \frac{N_s}{N_{kd}} \lambda_{kd} \quad \lambda'_g = \frac{N_s}{N_g} \lambda_g \quad \lambda'_{kq} = \frac{N_s}{N_{kq}} \lambda_{kq} \quad (3.46)$$

$$r'_f = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_f} \right)^2 r_f \quad r'_{kd} = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_{kd}} \right)^2 r_{kd} \quad r'_g = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_g} \right)^2 r_g \quad r'_{kq} = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_{kq}} \right)^2 r_{kq} \quad (3.47)$$

Finalmente, por medio de las expresiones en la ecuación (3.42) se expresan las inductancias de los devanados como:

$$\begin{aligned} L_{sf} &= N_s N_f P_d = \frac{2}{3} \frac{N_f}{N_s} L_{md} & L_{skd} &= N_s N_{kd} P_d = \frac{2}{3} \frac{N_{kd}}{N_s} L_{md} \\ L_{sg} &= N_s N_g P_q = \frac{2}{3} \frac{N_g}{N_s} L_{md} & L_{skq} &= N_s N_{kq} P_q = \frac{2}{3} \frac{N_{kq}}{N_s} L_{md} \\ L'_{ff} &= \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_f} \right)^2 L_{ff} + L_{md} & L_{mf} &= N_f^2 P_d = \frac{2}{3} \left(\frac{N_f}{N_s} \right)^2 L_{md} \\ L'_{kdkd} &= \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_{kd}} \right)^2 L_{tkd} + L_{md} & L_{mkd} &= N_{kd}^2 P_d = \frac{2}{3} \left(\frac{N_{kd}}{N_s} \right)^2 L_{md} \\ L'_{fkd} &= N_f N_{kd} P_d = \frac{2}{3} \left(\frac{N_f N_{kd}}{N_s^2} \right) L_{md} & L_{gkq} &= N_g N_{kq} P_q = \frac{2}{3} \left(\frac{N_g N_{kq}}{N_s^2} \right) L_{mq} \\ L'_{gg} &= \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_g} \right)^2 L_{lg} + L_{mq} & L_{mg} &= N_g^2 P_q = \frac{2}{3} \left(\frac{N_g}{N_s} \right)^2 L_{mq} \\ L'_{kqkq} &= \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_{kq}} \right)^2 L_{lkq} + L_{mq} & L_{mkq} &= N_{kq}^2 P_q = \frac{2}{3} \left(\frac{N_{kq}}{N_s} \right)^2 L_{mq} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Al haber utilizado los valores de L_{md} y L_{mq} como las inductancias mutuas comunes de los circuitos de los ejes d y q , intrínsecamente hemos definido sus correspondientes flujos como también los flujos mutuos en estos ejes; cualquier otro flujo que aparezca será considerado como una componente de fuga o dispersión. A las sumatorias $(L_{md} + L_{ls})$ y $(L_{mq} + L_{ls})$, tradicionalmente se les refiere como las inductancias síncronas de los ejes d y q respectivamente:

$$\begin{aligned} L_d &= L_{md} + L_{ls} \\ L_q &= L_{mq} + L_{ls} \end{aligned} \quad (3.49)$$

3.2.6. Ecuaciones $qd0$ de la máquina síncrona

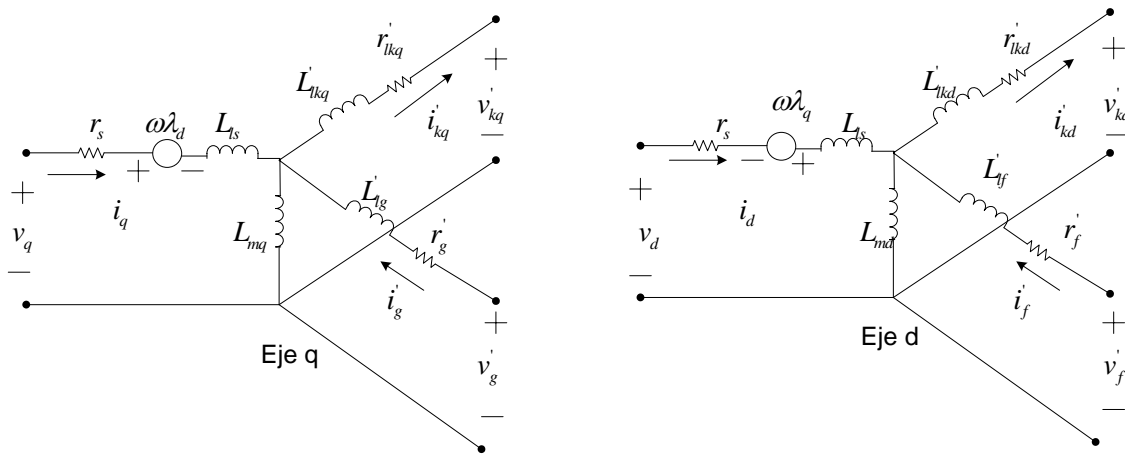
El conjunto de ecuaciones para la máquina síncrona en el marco de referencia $qd0$ del rotor, con las variables del rotor referidas al estator se conoce como las ecuaciones $qd0$ de la máquina síncrona, de manera resumida se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} v_q &= r_s i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \lambda_d \frac{d\theta_r}{dt} & v_f &= r_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \\ v_d &= r_s i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \lambda_q \frac{d\theta_r}{dt} & v_{kd} &= r_{kd} i_{kd} + \frac{d\lambda_{kd}}{dt} \\ v_0 &= r_s i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt} & v_g &= r_g i_g + \frac{d\lambda_g}{dt} \\ & & v_{kq} &= r_{kq} i_{kq} + \frac{d\lambda_{kq}}{dt} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Los enlaces de flujo están dados por:

$$\begin{aligned}
 \lambda_q &= L_q i_q + L_{mq} i_g' + L_{mq} i_{kq}' & \lambda_g' &= L_{md} i_d + L_{md} i_{kd}' + L_{ff}' i_g' \\
 \lambda_d &= L_d i_d + L_{md} i_g' + L_{md} i_{kd}' & \lambda_{kd}' &= L_{md} i_d + L_{md} i_g' + L_{kdka}' i_{kd}' \\
 \lambda_0 &= L_{l0} i_0 & \lambda_f' &= L_{mq} i_q + L_{mq} i_{kq}' + L_{gg}' i_g' \\
 & & \lambda_{kd}' &= L_{mq} i_q + L_{mq} i_g' + L_{kqkq}' i_{kq}'
 \end{aligned}
 \tag{3.51}$$

Figura 3-5. Circuitos equivalentes $qd0$



En la figura 3-5 se muestran los circuitos equivalentes para los ejes q y d ; será obvio para el lector que el circuito para la secuencia cero se compone de una fuente de tensión v_{0s} con una resistencia r_s e una inductancia L_s en serie por las cuales circula una corriente i_{0s} .

Se debe hacer notar que las anteriores ecuaciones y circuitos fueron derivados para una máquina ideal. Una de las limitaciones de esta descripción matemática es la suposición de una inductancia mutua común entre los devanados del rotor y estator.

Con los parámetros adecuados, la suposición de inductancia mutua común, tendrá muy poca influencia en las variables del estator, pero existirán algunas discrepancias entre las variables medidas y las variables simuladas del rotor, especialmente en la corriente de campo según Canay [33, 34]. Más adelante en este capítulo se discutirán los modelos de orden superior en donde se permitirá que los devanados del estator sean desiguales y que el devanado del rotor presente inductancias mutuas, además de considerar también los efectos de amortiguación del hierro macizo de los polos, todo esto basado en estudios publicados por IEEE [32, 33] y lo presentado en [14, 19, 27-32].

3.2.7. Potencia eléctrica y torque electromagnético

La expresión para el torque electromagnético que es desarrollado por la máquina puede ser obtenida de la componente de potencia de entrada que es transferida a través del entrehierro. La potencia total de entrada en la máquina está dada por:

$$P_{entrada} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c + v_f i_f + v_g i_g \quad (3.52)$$

Cuando las variables del estator son trasladadas al marco de referencia $qd0$ del rotor que rota a una velocidad $\omega_r = d\theta_r/dt$, esto traduce la ecuación 3.52 a:

$$\begin{aligned} P_{entrada} &= \frac{3}{2} (v_q i_q + v_d i_d) + 3v_0 i_0 + v_f i_f + v_g i_g \\ P_{entrada} &= \frac{3}{2} \left(r_s (i_q^2 + i_d^2) + i_q \frac{d\lambda_q}{dt} + i_d \frac{d\lambda_d}{dt} + \omega_r (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \right) \\ &\quad + 3i_0^2 r_0 + 3i_0 \frac{d\lambda_0}{dt} + i_f^2 r_f + i_f \frac{d\lambda_f}{dt} + i_g^2 r_g + i_g \frac{d\lambda_g}{dt} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Eliminando los términos de caída de tensión por pérdidas óhmicas y el cambio de energía magnética, la expresión de potencia electromecánica desarrollada será:

$$P_{em} = \frac{3}{2} \omega_r (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (3.54)$$

Para una máquina de P -polos donde $\omega_r = (P/2) \omega_m$, siendo ω_m la velocidad del rotor en radianes mecánicos por segundo. La ecuación 3.54 para una máquina de P -polos será:

$$P_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \omega_m (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (3.55)$$

Si se divide la potencia electromecánica entre la velocidad mecánica del rotor, se obtiene la expresión de torque electromecánico desarrollado por una máquina de P -polos:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (3.56)$$

Las ecuaciones de enlaces de flujos (3.51) asociadas con los circuitos del estator y el rotor, junto con las ecuaciones de tensión para el estator y el rotor (3.50) y la ecuación de torque (3.56) describen la operación eléctrica dinámica de la máquina en términos de las componentes $qd0$.

A estas ecuaciones se les conoce como las ecuaciones de Park en honor de R. H. Park quien desarrollo los conceptos sobre los cuales estas ecuaciones están basadas [12]. La transformación $dq0$ de la ecuación 3.28 se conoce como la transformación de Park, está basada en la teoría originalmente desarrollada por Blondel, Doherty y Nickle.

3.2.8. Interpretación física de la transformación $qd0$

Durante la operación balanceada de la máquina síncrona, la onda de FMM de la armadura será estacionaria con respecto al rotor (viaja a la misma velocidad del rotor) y tiene una distribución espacial sinusoidal. Dado que la función seno puede ser representada por la suma de dos funciones senoidales, la FMM debida al estator puede ser representada por dos ondas de FMM estacionarias respecto al rotor, de manera que un pico recaerá sobre el eje d y el otro pico recaerá sobre el eje q .

Debido a esto i_d puede ser considerada como la corriente instantánea en un devanado de armadura ficticia que rota a la misma velocidad del rotor y coincide con el eje d . El valor de la corriente en este devanado es tal que resultará una componente de FMM igual a aquella producida por los devanados del estator. Una interpretación similar se puede aplicar a i_q , excepto que ésta actúa en el eje q . Las fuerzas magnetomotrices debidas a i_d e i_q son estacionarias respecto al rotor y actúan en trayectorias de permanencia constante. Por esto, las inductancias correspondientes L_d e L_q son constantes. Durante la operación en estado estable, las corrientes de fase se pueden escribir como:

$$i_a = I_m \sin(\omega_s t + \phi) \quad i_b = I_m \sin\left(\omega_s t + \phi - \frac{2\pi}{3}\right) \quad i_c = I_m \sin\left(\omega_s t + \phi + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.57)$$

Donde $\omega_s = 2\pi f$ es la frecuencia angular de las corrientes del estator. Si se aplica la transformación $qd0$:

$$i_d = I_m \sin(\omega_s t + \phi - \theta) \quad i_q = -I_m \cos(\omega_s t + \phi - \theta) \quad i_0 = 0 \quad (3.58)$$

Durante la operación síncrona, la velocidad del rotor ω_r es igual a la frecuencia angular ω_s de las corrientes del estator. Esto significa que:

$$\theta = \omega_r t = \omega_s t \quad (3.59)$$

Se cumplirán bajo este hecho qué:

$$i_d = I_m \sin(\phi) = \text{constante} \quad i_q = -I_m \cos(\phi) = \text{constante} \quad (3.60)$$

Esto significa que en la operación en estado estable, i_d e i_q son constantes. En otras palabras, las corrientes alternas de fase en el marco de referencia abc aparecerán como corrientes directas en el marco de referencia $qd0$.

La transformación $qd0$ puede ser vista como el para referir las cantidades del estator al rotor. Esto es análogo a referir el lado secundario de un transformador al lado primario por medio de la relación de vueltas. La transformación inversa $qd0$ puede similarmente ser vista como el medio de referir las variables del rotor al estator. El análisis de las ecuaciones de la máquina síncrona en términos de las variables $qd0$ es mucho más simple que con las variables de fase, esto se debe a las siguientes razones:

- Las ecuaciones para análisis en operación dinámica tienen inductancias constantes.
- Para condiciones balanceadas, las variables de secuencia cero desaparecen.
- Para la operación en estado estable, las variables del estator tienen valores constantes. Para otro tipo de operación estas varían con el tiempo. Los estudios de estabilidad involucran variaciones lentas con frecuencias menores de 2 o 3 Hz.
- Los parámetros asociados con los ejes d y q pueden ser directamente medidos desde las terminales.

También se puede notar que para condiciones balanceadas, la transformación $qd0$ es equivalente al uso de fasores para representar variables de corriente alterna en el estator. De muchas formas, las ventajas de utilizar las variables $qd0$ son similares a aquellas ventajas de utilizar fasores en el análisis de circuitos.

3.3. Modelo en variables de estado: análisis de los enlaces de flujo

Para fines de simulación, es común que la máquina síncrona sea simulada utilizando los enlaces de flujo de los devanados como *variables de estado*. Para manejar el conjunto de inductores formados por el circuito T de inductancias de dispersión y mutuas, se deben introducir los enlaces de flujo mutuo en los ejes q y d :

$$\begin{aligned}\lambda_{mq} &= L_{mq} (i_q + i_g + i_{kq}) \\ \lambda_{md} &= L_{md} (i_d + i_f + i_{kd})\end{aligned}\quad (3.61)$$

Las corrientes que aparecen en estos términos pueden ser representadas como:

$$\begin{aligned}i_q &= \frac{1}{L_s} (\lambda_q - \lambda_{mq}) & i_g &= \frac{1}{L'_{lg}} (\lambda'_g - \lambda_{mq}) & i_{kq} &= \frac{1}{L'_{lkq}} (\lambda'_{kq} - \lambda_{mq}) \\ i_d &= \frac{1}{L_s} (\lambda_d - \lambda_{md}) & i_f &= \frac{1}{L'_{lf}} (\lambda'_f - \lambda_{mf}) & i_{kd} &= \frac{1}{L'_{lkd}} (\lambda'_{kd} - \lambda_{md})\end{aligned}\quad (3.62)$$

Utilizando la expresión (3.62) de las corrientes de los devanados del eje d en la ecuación (3.61) y simplificando, da como resultado:

$$\lambda_{md} = \frac{L_{MD}}{L_{ls}} \lambda_d + \frac{L_{MD}}{L'_{lf}} \lambda'_f + \frac{L_{MD}}{L'_{lkd}} \lambda'_{kd}\quad (3.63)$$

$$\text{Donde: } \frac{1}{L_{MD}} \triangleq \frac{1}{L_{ls}} + \frac{1}{L'_{lf}} + \frac{1}{L'_{lkd}} + \frac{1}{L_{md}}\quad (3.64)$$

Sustituyendo los resultados de la ecuación (3.63) en las corrientes del eje directo (3.62) se obtiene como resultado la ecuación matricial de corrientes en términos de los enlaces flujos totales para los devanados del eje d :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{L_{MD}}{L_{ls}}\right) \frac{1}{L_{ls}} & -\frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lf}} & -\frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lkd}} \\ -\frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lf}} & \left(1 - \frac{L_{MD}}{L'_{lf}}\right) \frac{1}{L'_{lf}} & -\frac{L_{MD}}{L'_{lf} L'_{lkd}} \\ -\frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lkd}} & -\frac{L_{MD}}{L'_{lf} L'_{lkd}} & \left(1 - \frac{L_{MD}}{L'_{lkd}}\right) \frac{1}{L'_{lkd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda'_f \\ \lambda'_{kd} \end{bmatrix}\quad (3.65)$$

Similarmente para el eje q se tiene:

$$\lambda_{mq} = \frac{L_{MQ}}{L_{ls}} \lambda_q + \frac{L_{MQ}}{L'_{lg}} \lambda'_g + \frac{L_{MQ}}{L'_{lkq}} \lambda'_{kq} \quad (3.66)$$

$$\text{Donde: } \frac{1}{L_{MQ}} \triangleq \frac{1}{L_{ls}} + \frac{1}{L'_{lg}} + \frac{1}{L'_{lkq}} + \frac{1}{L_{mq}} \quad (3.67)$$

Sustituyendo los resultados de la ecuación (3.66) en las corrientes del eje en cuadratura (3.62) se obtiene como resultado la ecuación matricial de corrientes en términos de los enlaces flujos totales para los devanados del eje q :

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i'_g \\ i'_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{L_{ls}}\right) \frac{1}{L_{ls}} & -\frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lg}} & -\frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lkq}} \\ -\frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lg}} & \left(1 - \frac{L_{MQ}}{L'_{lg}}\right) \frac{1}{L'_{lg}} & -\frac{L_{MQ}}{L'_{lg} L'_{lkq}} \\ -\frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lkq}} & -\frac{L_{MQ}}{L'_{lg} L'_{lkq}} & \left(1 - \frac{L_{MQ}}{L'_{lkq}}\right) \frac{1}{L'_{lkq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_q \\ \lambda'_g \\ \lambda'_{kq} \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

El siguiente paso en la construcción del modelo de variables de estado consiste en sustituir las ecuaciones (3.65) y (3.67) en la ecuación de tensiones(3.50):

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v'_f \\ v_{kd} \\ v_q \\ v'_f \\ v_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s \left(1 - \frac{L_{MD}}{L_{ls}}\right) \frac{1}{L_{ls}} & -r_s \frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lf}} & -r_s \frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lkd}} \\ -r'_g \frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lf}} & r'_g \left(1 - \frac{L_{MD}}{L'_{lf}}\right) \frac{1}{L'_{lf}} & -r'_g \frac{L_{MD}}{L'_{lf} L'_{lkd}} \\ -r'_{kd} \frac{L_{MD}}{L_{ls} L'_{lkd}} & -r'_{kd} \frac{L_{MD}}{L'_{lf} L'_{lkd}} & r'_{kd} \left(1 - \frac{L_{MD}}{L'_{lkd}}\right) \frac{1}{L'_{lkd}} \\ r_s \left(1 - \frac{L_{MQ}}{L_{ls}}\right) \frac{1}{L_{ls}} & -r_s \frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lg}} & -r_s \frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lkq}} \\ -r'_g \frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lg}} & r'_g \left(1 - \frac{L_{MQ}}{L'_{lg}}\right) \frac{1}{L'_{lg}} & -r'_g \frac{L_{MQ}}{L'_{lg} L'_{lkq}} \\ -r'_{kq} \frac{L_{MQ}}{L_{ls} L'_{lkq}} & -r'_{kq} \frac{L_{MQ}}{L'_{lg} L'_{lkq}} & r'_{kq} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{L'_{lkq}}\right) \frac{1}{L'_{lkq}} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda'_f \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_q \\ \lambda'_f \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} -\lambda_q \\ 0 \\ 0 \\ \lambda_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Finalmente, se deben sustituir los valores necesarios de las ecuaciones (3.65) y (3.67) en la ecuación de torque electromecánico (3.56):

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \left\{ \frac{\lambda_d \lambda_q}{L_{ls}} \left(\frac{L_{MD}}{L_{ls}} - \frac{L_{MQ}}{L_{ls}} \right) - \lambda_d \left(\lambda'_g \frac{L_{MQ}}{L'_{lg} L_{ls}} + \lambda'_{kq} \frac{L_{MQ}}{L'_{kq} L_{ls}} \right) + \lambda_q \left(\lambda'_f \frac{L_{MD}}{L'_{lf} L_{ls}} + \lambda'_{kd} \frac{L_{MD}}{L'_{kd} L_{ls}} \right) \right\} \quad (3.70)$$

Como se puede observar en las ecuaciones (3.65), (3.67), (3.69) y (3.70), se ha desarrollado un modelo matemático de la máquina síncrona en el cual las variables de estado son los enlaces de flujo de los devanados del rotor.

3.4. Operación en estado estable

El uso de las ecuaciones derivadas del análisis de la máquina síncrona en el estado permanente son útiles para la simulación en función de la determinación de los parámetros de operación en estado estable, los cuales, nos serán útiles para inicializar las simulaciones para que éstas se ejecuten inicialmente con los valores deseados de los parámetros del estado permanente. Aún más importante es el conocimiento del comportamiento de estado estable en función de su utilización para la verificación de los resultados de las simulaciones. Es bajo estos conceptos que se estudia el estado permanente y sin realizar demasiadas observaciones del mismo. La operación en estado estable debe suponer que el rotor rota a velocidad constante, ω_e , y la excitación de campo es constante, $i_f = CTE$. Nombraremos al eje q del rotor como el eje q_r , al eje q del marco rotativo sincrónico q_e y al eje q del marco estacionario de referencia que se encuentra alineado con el eje de la fase a como q_s . Las tensiones de fase del estator están dadas por:

$$v_a = V_m \cos(\omega_e t) \quad v_b = V_m \cos\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad v_c = V_m \cos\left(\omega_e t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (3.71)$$

Los vectores espaciales y los fasores de los voltajes de fase anteriores se refieren al eje q_e del marco sincrónico rotativo, el cual se asume que tiene un ángulo inicial de $\theta_e(0) = 0$ medido desde el eje q_s . Para operación equilibrada las corrientes que fluyen hacia la máquina pueden ser expresadas como:

$$i_a = I_m \cos(\omega_e t + \phi) \quad i_b = I_m \cos\left(\omega_e t + \phi - \frac{2\pi}{3}\right) \quad i_c = I_m \cos\left(\omega_e t + \phi - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (3.72)$$

Es necesario que se conozca la posición del eje q_r con respecto al eje sincrónico rotativo q_e . Dado que el rotor está rotando en sincronismo este ángulo será constante. Para localizar el eje q_r se deben transformar los voltajes de fase y las corrientes al marco sincrónico rotativo. De la ecuación (2.102), las componentes qd en el marco sincrónico rotativo son:

$$\begin{aligned} (v_q^e - jv_d^e) &= V_m + j0 = V_m e^{j0} \\ (i_q^e - ji_d^e) &= I_m \cos(\phi - \theta_e(0)) + jI_m \sin(\phi - \theta_e(0)) \end{aligned} \quad (3.73)$$

Como se puede notar de estas ecuaciones, las componentes qd del estator son constantes en el marco sincrónico rotativo. La componente de secuencia cero, obviamente, es cero.

3.4.1. Ecuaciones del estator en estado estable

El único devanado del rotor que es excitado externamente es el de excitación, esto implica que:

$$v_f' \neq 0, \quad v_{kd}' = v_g' = v_{kq}' = 0 \quad (3.74)$$

En estado permanente el rotor rota a velocidad de sincronismo, $\omega_r(t) = d\theta_r(t)/dt = \omega_e$. La velocidad relativa de la resultante de FMM en el entrehierro es obviamente cero, debido a esto no habrán voltajes de velocidad inducidos; esto implica que $i_f' = v_f' / r_f'$ y que las demás corrientes del rotor serán cero.

Debido a que las corrientes del estator y del rotor son constantes, los enlaces de flujo, λ_q y λ_d , también son constantes y los términos $d\lambda_q/dt$ y $d\lambda_d/dt$ son cero. En resumen, las ecuaciones de tensión qd del estator en el marco de referencia qd serán simplemente:

$$v_q = r_s i_q + \omega_e L_d i_d + E_f \quad v_d = r_s i_d - \omega_e L_q i_q \quad (3.75)$$

E_f , que se encuentra a lo largo del eje q_r , está dado por:

$$E_f = \omega_e L_{md} \frac{\dot{v}_f}{r_f} \quad (3.76)$$

3.4.2. Localización del eje q_r del rotor

Para localizar el eje q_r del estator primero se define el ángulo $\delta(t)$, entre los ejes q_r y q_e como:

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \theta_r(t) - \theta_e(t) \\ \delta(t) &= \int_0^t \{\omega_r(t) - \omega_e\} dt + \theta_r(0) - \theta_e(0) \end{aligned} \quad (3.77)$$

El término $\theta_r(t)$, es el ángulo entre el eje q_r del rotor y el eje de la fase a del devanado del estator, θ_e es el ángulo entre el eje q_e del marco sincrónico rotativo y el eje de la fase a . La definición de δ indica que éste es el ángulo entre el eje q_r del rotor y el eje q_e del marco sincrónico rotativo, medido respecto al eje q_e . El valor de δ en estado estable será constante y será producto de las contribuciones de los tres términos del lado derecho de la ecuación (3.77). El método general de cálculo par determinar δ se describirá a continuación.

Escribiendo las componentes qd de la ecuación (3.75) en forma compleja, se tiene:

$$(v_q - jv_d) = (r_s + j\omega_e L_q)(i_q - ji_d) + \omega_e (L_d - L_q)i_d + E_f \quad (3.78)$$

Los últimos dos términos de la ecuación (3.78) son reales en el eje q_r del rotor. La resultante de los términos restantes debe también ser real a lo largo del eje q_r del rotor. El voltaje resultante de los términos restantes está dado por:

$$\mathbf{E}_q = (v_q - jv_d) - (r_s + j\omega_e L_q)(i_q - ji_d) = |E_q|e^{j0} \quad (3.79)$$

E_f y E_q están a lo largo del eje q_r y para la operación de la máquina como motor y generador difieren únicamente en magnitud:

$$\begin{aligned} E_f &= E_q - i_d(x_d - x_q) & (\text{Motor}) \\ E_f &= E_q + i_d(x_d - x_q) & (\text{Generador}) \end{aligned} \quad (3.80)$$

Las componentes qd del estator de la ecuación 3.73 en el marco de referencia sincrónico rotativo pueden ser transformadas al marco qd del rotor por medio de una transformación rotacional de ángulo δ . Utilizando las ecuaciones (2.100) y (2.102) se obtiene:

$$\begin{aligned} v_q - jv_d &= (v_q^e - jv_d^e)e^{-j\delta} = V_m e^{-j\delta} \\ i_q - ji_d &= (i_q^e - ji_d^e)e^{-j\delta} = V_m e^{-j(\delta-\phi)} \end{aligned} \quad (3.81)$$

Utilizando las relaciones de las ecuaciones (3.81) y (3.73) se obtiene:

$$|E_q|e^{j0} = (v_q^e - jv_d^e)e^{-j\delta} - (r_s + j\omega_e L_q)(i_q^e - ji_d^e)e^{-j\delta} \quad (3.82)$$

Multiplicando por $e^{j\delta}$ la ecuación anterior se convierte en:

$$|E_q|e^{j\delta} = V_m - (r_s + j\omega_e L_q)(I_m \cos \phi + jI_m \sin \phi) \quad (3.83)$$

Tomando la relación entre la parte imaginaria y la parte real de cada uno de los lados de la ecuación (3.83), se tiene para la operación como motor y generador lo siguiente:

$$\begin{aligned}\tan \delta &= -\frac{r_s I_m \sin \phi + \omega_e L_q I_m \cos \phi}{V_m - r_s I_m \cos \phi + \omega_e L_q I_m \sin \phi} \quad (\text{Motor}) \\ \tan \delta &= \frac{r_s I_m \sin \phi + \omega_e L_q I_m \cos \phi}{V_m - r_s I_m \cos \phi + \omega_e L_q I_m \sin \phi} \quad (\text{Generador})\end{aligned}\tag{3.84}$$

3.4.3. Vectores espaciales y fasores

Los fasores de los devanados del estator están relacionados con sus vectores espaciales. El vector espacial de corriente en los ejes qd estacionarios puede ser expresado como:

$$\vec{\mathbf{i}}_s^s = i_q^s - j i_d^s = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a} i_b + \mathbf{a}^2 i_c)\tag{3.85}$$

El superíndice, s , denota variables qd estacionarias. La expresión anterior puede ser simplificada utilizando la identidad $\cos(\omega_e t + \phi) = \frac{1}{2} (e^{j(\omega_e t + \phi)} + e^{-j(\omega_e t + \phi)})$ y $\mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$:

$$i_q^s - j i_d^s = I_m e^{j\phi} e^{j\omega_e t}\tag{3.86}$$

Definimos al fasor RMS de la fase a de la corriente del estator como:

$$\tilde{\mathbf{I}}_a = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\phi}\tag{3.87}$$

En términos del fasor de corriente RMS, el vector de espacio, $\vec{\mathbf{i}}_s^s$, se puede expresar como:

$$\vec{\mathbf{i}}_s^s = i_q^s - j i_d^s = \sqrt{2} \tilde{\mathbf{I}}_a e^{j\omega_e t}\tag{3.88}$$

La relación entre la corriente de fase instantánea y su fasor correspondiente se puede expresar como:

$$i_a = \Re \left[\sqrt{2} \tilde{\mathbf{I}}_a e^{j\omega_e t} \right] \quad (3.89)$$

De igual manera que para las corrientes expresamos los fasores RMS de la tensión:

$$\vec{\mathbf{v}}_s = v_q^s - jv_d^s = \sqrt{2} \tilde{\mathbf{V}}_a e^{j\omega_e t} \quad (3.90)$$

Donde:

$$\tilde{\mathbf{V}}_a = \frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{j\phi} \quad (3.91)$$

Utilizando los resultados de las ecuaciones (3.81) y (3.73), se deducen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} (v_q^e - jv_d^e) &= \sqrt{2} \tilde{\mathbf{V}}_a & (v_q - jv_d) &= \sqrt{2} \tilde{\mathbf{V}}_a e^{-j\delta} \\ (i_q^e - ji_d^e) &= \sqrt{2} \tilde{\mathbf{I}}_a & (i_q - ji_d) &= \sqrt{2} \tilde{\mathbf{I}}_a e^{-j\delta} \end{aligned} \quad (3.92)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_a e^{-j\delta} = \left(\frac{v_q}{\sqrt{2}} - j \frac{v_d}{\sqrt{2}} \right) = \bar{\mathbf{V}}_q - j\bar{\mathbf{V}}_d \quad \tilde{\mathbf{I}}_a e^{-j\delta} = \left(\frac{i_q}{\sqrt{2}} - j \frac{i_d}{\sqrt{2}} \right) = \bar{\mathbf{I}}_q - j\bar{\mathbf{I}}_d \quad (3.93)$$

Las ecuaciones de estado estable qd de tensión para la máquina síncrona en RMS pueden obtenerse de la multiplicación de la ecuación (3.75) por $(1/\sqrt{2})$:

$$\bar{\mathbf{V}}_q = r_s \bar{\mathbf{I}}_q + \omega_e L_d \bar{\mathbf{I}}_d + \bar{\mathbf{E}}_f \quad \bar{\mathbf{V}}_d = r_s \bar{\mathbf{I}}_d - \omega_e L_q \bar{\mathbf{I}}_q \quad (3.94)$$

Donde $\bar{\mathbf{E}}_f$ es el vector de espacio RMS del voltaje de excitación del rotor.

3.4.4. Expresiones del torque y potencia en estado estable

La potencia total compleja que entra a las tres fases de los devanados del estator está dada por:

$$\mathbf{S} = 3(\bar{\mathbf{V}}_q - j\bar{\mathbf{V}}_d)(\bar{\mathbf{I}}_q - j\bar{\mathbf{I}}_d)^* \quad (3.95)$$

La potencia electromagnética desarrollada por la máquina se obtiene de la sustracción de las pérdidas en el estator, que en este modelo son solamente las pérdidas en el cobre del estator. Entonces, sustrayendo $3(I_q^2 + I_d^2)r_s$ de la parte real de la potencia de entrada, la expresión para la potencia electromagnética es:

$$P_{em} = \Re \left[3 \left(\omega_e L_d \bar{\mathbf{I}}_d + \bar{\mathbf{E}}_f + j \omega_e L_q \bar{\mathbf{I}}_q \right) \left(\bar{\mathbf{I}}_q + j \bar{\mathbf{I}}_d \right) \right] = 3 \left\{ \mathbf{E}_f \mathbf{I}_q + \omega_e (L_d - L_q) \mathbf{I}_d \mathbf{I}_q \right\} \quad (3.96)$$

La expresión para el torque electromagnético desarrollado por la máquina se obtiene dividiendo la expresión de la potencia electromagnética por la velocidad del rotor:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_e} \left\{ \mathbf{E}_f \mathbf{I}_q + \omega_e (L_d - L_q) \mathbf{I}_d \mathbf{I}_q \right\} \quad (3.97)$$

La primera componente de torque es la principal en una máquina síncrona con excitación de campo. La segunda componente se conoce como la componente de reluctancia, se presenta cuando existe “*saliency*” (característica saliente del rotor), esto infiere que $L_q \neq L_d$.

Otras expresiones comunes para la potencia y torque electromagnético se pueden obtener reemplazando las componentes de corriente del estator de las ecuaciones (3.96) y (3.97) utilizando la ecuación (3.94) con $\bar{\mathbf{V}}_q = \mathbf{V}_a \cos \delta$ y $\bar{\mathbf{V}}_d = \mathbf{V}_a \sin \delta$. Para máquinas muy grandes, donde la caída resistiva puede ser despreciada, las expresiones se reducen a:

$$P_{em} = -3 \left\{ \frac{\mathbf{E}_f \mathbf{V}_a}{X_d} \sin \delta + \frac{\mathbf{V}_a^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \right\} \quad \text{Watts} \quad (3.98)$$

$$T_{em} = -3 \frac{P}{2\omega_e} \left\{ \frac{\mathbf{E}_f \mathbf{V}_a}{X_d} \sin \delta + \frac{\mathbf{V}_a^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \right\} \quad \text{N}\cdot\text{m}$$

Donde \mathbf{V}_a es el valor RMS del voltaje de fase del estator, $V_m/\sqrt{2}$, $X_d = \omega_e L_d$ es la reactancia síncrona del eje d y $X_q = \omega_e L_q$ es la reactancia síncrona del eje q .

Es importante hacer notar que P_{em} y T_{em} son positivos en operación como motor y son negativos para operación como generador, esto se debe a que el valor de δ , por definición, es positivo para operación como generador y negativo para operación como motor.

3.4.5. Diagramas fasoriales

A partir de las ecuaciones derivadas para la operación en estado permanente se construyen los diagramas fasoriales que se muestran en la figura 3-6. Se puede notar que la FMM de armadura, $\tilde{\mathbf{F}}_a$, tiene una componente en el eje d que se suma algebraicamente a la componente de FMM de excitación, $\tilde{\mathbf{F}}_f$; para el caso de factor de potencia en adelanto y operación como motor estas se restan, en operación como generador se suman.

En la operación como motor, las corrientes del estator son producidas por excitación externa, como se muestra en el circuito B) de la Figura 3-6. En la operación como generador, en cambio, las corrientes del estator son inducidas para que fluyan en contra del voltaje en terminales externo. Las ecuaciones que se utilizaron para obtener el diagrama fasorial para la operación como motor y como generador son:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{V}}_q &= r_s \bar{\mathbf{I}}_q + \omega_e L_d \bar{\mathbf{I}}_d + \bar{\mathbf{E}}_f & \bar{\mathbf{V}}_d &= r_s \bar{\mathbf{I}}_d - \omega_e L_q \bar{\mathbf{I}}_q & (\text{Motor}) \\ \bar{\mathbf{V}}_q &= -r_s \bar{\mathbf{I}}_q - \omega_e L_d \bar{\mathbf{I}}_d + \bar{\mathbf{E}}_f & \bar{\mathbf{V}}_d &= -r_s \bar{\mathbf{I}}_d + \omega_e L_q \bar{\mathbf{I}}_q & (\text{Generador}) \end{aligned} \quad (3.99)$$

La figura 3-6 muestra el diagrama fasorial para factor de potencia en adelanto tanto en operación como generador y como motor. El ángulo δ está medido con respecto al eje q_e del marco sincrónico rotativo, que para los casos mostrados está alineado con el eje de la fase a del estator. Se puede observar que el ángulo δ es positivo para generación y negativo para operación como motor.

3.5. Construcción del modelo de bloques para la simulación de máquinas síncronas trifásicas

Las ecuaciones derivadas en este capítulo pueden ser implementadas en una simulación que utilice tensiones como entrada y corrientes como salida. Las variables de entrada principales son las tensiones de fase abc , el voltaje de los devanados de excitación y el torque mecánico aplicado al rotor. Las tensiones de fase abc de los devanados del estator deben ser transformados al marco de referencia qd que se encuentra en el rotor.

El ángulo del rotor, $\theta_r(t)$, varía con el tiempo, aún así, $\sin(\theta_r(t))$ y $\cos(\theta_r(t))$ estarán enmarcados en sus valores tradicionales. Durante la simulación los valores de $\sin(\theta_r(t))$ y $\cos(\theta_r(t))$ pueden ser obtenidos de un circuito oscilador de frecuencia variable el cual tiene la característica de poder definir el valor inicial del ángulo θ_r . La transformación del marco abc al marco qd del rotor puede ser realizada en un solo paso o en dos pasos. Para desarrollarla en dos pasos, los valores intermedios del primer paso son las tensiones del estator en el marco de referencia qd estacionario:

$$\begin{aligned} v_q^s &= \frac{2}{3}v_a - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_c \\ v_d^s &= \frac{1}{\sqrt{3}}(v_c - v_b) \\ v_0 &= \frac{1}{3}(v_a + v_b + v_c) \end{aligned} \quad (3.100)$$

El segundo paso está dado por:

$$\begin{aligned} v_q &= v_q^s \cos \theta_r(t) - v_d^s \sin \theta_r(t) \\ v_d &= v_q^s \sin \theta_r(t) + v_d^s \cos \theta_r(t) \end{aligned} \quad (3.101)$$

donde:

$$\theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(t) dt + \theta_r(0) \quad (\text{Radianes eléctricos}) \quad (3.102)$$

De manera alternativa, la transformación se puede llevar a cabo en un solo paso:

$$\begin{aligned}
 v_q &= \frac{2}{3} \left\{ v_a \cos \theta_r(t) + v_b \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) + v_c \cos \left(\theta_r(t) - \frac{4\pi}{3} \right) \right\} \\
 v_d &= \frac{2}{3} \left\{ v_a \sin \theta_r(t) + v_b \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) + v_c \sin \left(\theta_r(t) - \frac{4\pi}{3} \right) \right\} \\
 v_0 &= \frac{1}{3} (v_a + v_b + v_c)
 \end{aligned} \tag{3.103}$$

Expresando las ecuaciones $qd0$ de tensión como ecuaciones integrales de los enlaces de flujo de los devanados, las ecuaciones (3.103) en conjunto con otros parámetros de entrada, pueden ser utilizadas para resolver los enlaces de flujo de los devanados. Para el caso de una máquina con solo un devanado de excitación en el eje d y dos devanados de amortiguación uno en el eje d y otro en el eje q , las ecuaciones integrales de los enlaces de flujo de los devanados son:

$$\begin{aligned}
 \psi_q &= \omega_b \int \left\{ v_q - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_d + \frac{r_s}{x_{ls}} (\psi_{mq} - \psi_q) \right\} dt & \psi_{kq}' &= \frac{\omega_b r_{kq}'}{x_{lkq}'} \int \{ \psi_{mq} - \psi_{kq}' \} dt \\
 \psi_d &= \omega_b \int \left\{ v_d - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_q + \frac{r_s}{x_{ls}} (\psi_{md} - \psi_d) \right\} dt & \psi_{kd}' &= \frac{\omega_b r_{kd}'}{x_{lkd}'} \int \{ \psi_{md} - \psi_{kd}' \} dt \\
 \psi_0 &= \omega_b \int \left\{ v_0 - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_0 \right\} dt & \psi_f' &= \frac{\omega_b r_f'}{x_{lmd}'} \int \left\{ E_f + \frac{x_{md}'}{x_{lf}'} (\psi_{md} - \psi_f') \right\} dt
 \end{aligned} \tag{3.104}$$

Donde:

$$\psi_{mq} = \omega_b L_{mq} (i_q + i_{kq}') \quad \psi_{md} = \omega_b L_{md} (i_d + i_{kd}' + i_f') \quad E_f = x_{md} \frac{v_f'}{r_f'} \tag{3.105}$$

ω_b : Velocidad angular base

$$\begin{aligned}
 \psi_q &= x_{ls} i_q + \psi_{mq} & \psi_d &= x_{ls} i_d + \psi_{md} & \psi_0 &= x_{ls} i_0 \\
 \psi_f' &= x_{lf}' i_f' + \psi_{md} & \psi_{kd}' &= x_{lkd}' i_{kd}' + \psi_{md} & \psi_{kq}' &= x_{lkq}' i_{kq}' + \psi_{mq}
 \end{aligned} \tag{3.106}$$

Las ecuaciones anteriores fueron derivadas para la operación de la máquina síncrona como motor, esto implica que las corrientes, i_q e i_d entran a la polaridad positiva de las terminales de tensión de los devanados el estator.

Para manejar el conjunto de inductores formados por el circuito T de inductancias de dispersión y mutuas, se deben introducir los enlaces de flujo mutuo en los ejes q y d en términos de los enlaces de flujo totales de los devanados:

$$\Psi_{mq} = x_{MQ} \left(\frac{\Psi_q}{x_{ls}} + \frac{\Psi'_{kq}}{x'_{lkq}} \right) \quad \Psi_{md} = x_{MD} \left(\frac{\Psi_d}{x_{ls}} + \frac{\Psi'_{kd}}{x'_{lkd}} + \frac{\Psi'_f}{x'_f} \right) \quad (3.107)$$

$$\frac{1}{x_{MQ}} = \frac{1}{x_{ls}} + \frac{1}{x'_{lkq}} + \frac{1}{x_{mq}} \quad \frac{1}{x_{MD}} = \frac{1}{x_{ls}} + \frac{1}{x'_{lkd}} + \frac{1}{x_{md}} + \frac{1}{x'_f} \quad (3.108)$$

Teniendo los valores de los enlaces de flujo de los devanados y aquellos debidos a los enlaces de flujo mutuo a lo largo de los ejes d y q , se pueden determinar las corrientes de los devanados utilizando las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} i_q &= \frac{\Psi_q - \Psi_{mq}}{x_{ls}} & i'_{kq} &= \frac{\Psi'_{kq} - \Psi_{mq}}{x'_{lkq}} \\ i_d &= \frac{\Psi_d - \Psi_{md}}{x_{ls}} & i'_{kd} &= \frac{\Psi'_{kd} - \Psi_{md}}{x'_{lkd}} \\ i_0 &= \frac{\Psi_0}{x_{ls}} & i'_f &= \frac{\Psi'_f - \Psi_{md}}{x'_f} \end{aligned} \quad (3.109)$$

Las corrientes de los devanados qd pueden ser transformadas a corrientes abc utilizando las trasformaciones adecuadas. Transformando las corrientes del eje qd estacionario del rotor al eje $qd0$ y, finalmente, al marco abc :

$$\begin{aligned} i_q^s &= i_q \cos \theta_r(t) + i_d \sin \theta_r(t) \\ i_d^s &= i_q \sin \theta_r(t) + i_d \cos \theta_r(t) \end{aligned} \quad (3.110)$$

$$\begin{aligned}
 i_a &= i_q^s + i_0 \\
 i_b &= -\frac{1}{2}i_q^s - \frac{1}{\sqrt{3}}i_d^s + i_0 \\
 i_c &= \frac{1}{2}i_q^s - \frac{1}{\sqrt{3}}i_d^s + i_0
 \end{aligned} \tag{3.111}$$

3.5.1. Torque electromecánico

En la ecuación 3.56 se muestra la ecuación del torque electromecánico desarrollado por una máquina de P -polos, que transcribimos para la operación como motor:

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_{rm}} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \tag{3.112}$$

El valor de T_{em} de la ecuación anterior es positivo para la convención como motor y negativo para la convención como generador.

3.5.2. Ecuación mecánica del rotor

Tomando la operación como motor, el torque neto de aceleración, $T_{em} + T_{mec} - T_{amortiguación}$, está rotando en la misma dirección que el rotor. T_{em} , el torque desarrollado por la máquina, es positivo cuando la máquina está operando como motor y negativo cuando está operando como generador. T_{mec} , el torque mecánico aplicado externamente en dirección de la rotación del rotor, será negativo cuando la máquina funciona como motor y positivo cuando el rotor es movido por un motor primario.

$T_{amortiguación}$, el torque debido a la fricción, actúa en dirección positiva a la rotación del rotor. El torque neto, tomando en cuenta la inercia, se expresa como:

$$T_{em} + T_{mec} - T_{amortiguación} = J \frac{d\omega_{rm}(t)}{dt} = \frac{2J}{P} \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad [N \cdot m] \quad (3.113)$$

El ángulo del rotor, δ , está definido como el ángulo del eje q_r del rotor con respecto al eje q_e del marco sincrónico rotativo:

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \theta_r(t) - \theta_e(t) \quad (\text{Radianes eléctricos}) \\ \delta(t) &= \int_0^t \{\omega_r(t) - \omega_e\} dt + \theta_r(0) - \theta_e(0) \end{aligned} \quad (3.114)$$

Como ω_e es constante se tiene:

$$\frac{d\{\omega_r(t) - \omega_e\}}{dt} = \frac{d\omega_r(t)}{dt} \quad (3.115)$$

Utilizando la ecuación 3.115 en la ecuación 3.113, la velocidad de deslizamiento puede ser determinada por:

$$\omega_r(t) - \omega_e = \frac{P}{2J} \int_0^t (T_{em} + T_{mec} - T_{amortiguación}) dt \quad [\text{Radianes eléctricos/s}] \quad (3.116)$$

$\theta_r(t)$ y θ_e son los ángulos de los ejes q_r y q_e del rotor y del marco sincrónico rotativo, respectivamente, medidos con respecto a eje estacionario de la fase a del estator. El ángulo δ será igual al ángulo del factor de potencia, ϕ , si el fasor de v_a está alineado con el eje q_e del marco de referencia sincrónico rotativo, esto es $v_a = V_m \cos(\omega_e t + \theta_e(0))$ con $\theta_e(0) = 0$. Si $\theta_e(0)$ es diferente de cero, el valor de δ en estado estable estará afectado por $\theta_e(0)$ y esto incidirá en que el fasor de voltaje de la fase a , \tilde{V}_{as} , estará alineado al eje q_r cuando la máquina está bajo carga, pero ambos estarán desfasados respecto al eje q_e . En un sistema multi-máquinas, el eje de referencia puede ser el eje q_r de una de las máquinas en el sistema o el eje q_e del bus infinito de voltaje.

El valor inicial de $\theta_e(0)$ para el bus infinito de voltaje, el valor inicial de $\theta_r(0)$ para un oscilador de frecuencia variable y el valor inicial del ángulo δ del rotor deben ser consistentes si la simulación de máquina se inicia con las condiciones deseadas de operación.

3.5.3. Flujo de variables, modelos de bloques y representación del torque y la ecuación mecánica

En el estudio de sistemas de potencia donde existe un gran número de transformadores, máquinas rotativas y otros equipos con distintos valores nominales, es de gran utilidad utilizar el sistema p.u. (por unidad). En el caso del estudio de una sola máquina, la ventaja que presenta este sistema es tener los valores p.u. de la máquina en términos de una serie de valores base que corresponden a los nominales de la máquina, en esta situación será la potencia base S_b cuya dimensional se da en KVA.

Para estudios transitorios, el valor del voltaje base que se utiliza es el valor pico en vez del valor RMS de tensión nominal, esto es, $V_b = \sqrt{2}V_{\text{línea-línea}}/\sqrt{3}$. Similarmente, el valor base de corriente que se utiliza es el valor pico en vez del valor RMS nominal de corriente, esto es, $I_b = 2S_b/3V_b$; los valores base para la impedancia del estator y el torque están dados por:

$$\begin{aligned} Z_b &= \frac{V_b}{I_b} \quad [\Omega] \\ T_b &= \frac{S_b}{\omega_{bm}} \quad [N \cdot m] \end{aligned} \tag{3.117}$$

La velocidad mecánica angular base, ω_{bm} , es $2\omega_b/P$, donde ω_b es la frecuencia angular base y P es el número de polos. Utilizando la expresión 3.112, el torque electromagnético por unidad desarrollado por la máquina es:

$$T_{em(pu)} = \frac{T_{em}}{T_b} = \frac{\frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi_d i_q - \psi_q i_d)}{\frac{3}{2} \left(\frac{V_b I_b}{\frac{2}{P} \omega_b} \right)} \quad [\text{pu}] \quad (3.118)$$

Dado que la base de tensión del estator, V_b , es la misma para los enlaces de flujo ψ_d y ψ_q , la expresión anterior para el torque en pu se reduce a:

$$T_{em(pu)} = \psi_{d(pu)} i_{q(pu)} - \psi_{q(pu)} i_{d(pu)} \quad (3.119)$$

La ecuación mecánica del rotor, expresada en pu, es:

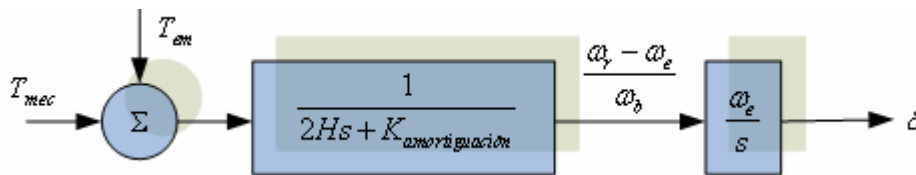
$$T_{em(pu)} + T_{mec(pu)} - T_{amortiguación(pu)} = \frac{1}{T_b} \frac{2J}{P} \frac{d\omega_r}{dt} \quad [\text{pu}] \quad (3.120)$$

En términos de la constante de inercia, H , la cuál está definida como $H = \frac{1}{2} J \omega_{bm}^2 / S_b$ [s], se tiene:

$$T_{em(pu)} + T_{mec(pu)} - T_{amortiguación(pu)} = 2H \frac{d(\omega_r / \omega_b)}{dt} = 2H \frac{d\{(\omega_r - \omega_e) / \omega_b\}}{dt} \quad [\text{pu}] \quad (3.121)$$

La representación de la ecuación mecánica se muestra en la Figura 3-7.

Figura 3-7. Representación de la ecuación mecánica



Fuente: Kundur, Prabha. *Power System Stability and Control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill. pp.136.

Existen otras dos variables de importancia que deben ser consideradas dentro de una simulación de máquinas eléctricas, estas son la potencia real y la potencia reactiva. Se necesita crear un sistema de bloques donde se computen los valores de voltaje del estator, corriente del estator y las potencias real y aparentes en las terminales de la máquina. Los valores instantáneos de potencia real y reactiva en por unidad que salen de las terminales de la máquina pueden ser computados por medio de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} P &= \Re \left\{ (v_q - jv_d)(i_q - ji_d)^* \right\} = v_q i_q + v_d i_d \\ Q &= \Im \left\{ (v_q - jv_d)(i_q - ji_d)^* \right\} = v_q i_d - v_d i_q \end{aligned} \quad (3.122)$$

Ahora bien los valores de tensión y corriente en terminales se computan a través de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} |V_t| &= \sqrt{v_q^2 + v_d^2} \\ |I_t| &= \sqrt{i_q^2 + i_d^2} \end{aligned} \quad (3.123)$$

En las figuras 3-8 a 3-13 se muestran los diagramas de flujo de variables en la simulación de una máquina síncrona con marco de referencia en el rotor. Los valores de entrada para la simulación son los voltajes del estator *abc*, el voltaje de excitación también es una variable de entrada que no se muestra en las figuras pues no debe ser manipulada en las transformaciones, esta es manejada exteriormente; otra variable de entrada es el torque mecánico aplicado a la máquina, asimismo, se introducen valores iniciales para los ángulos de posición del rotor y el estator.

Figura 3-8. Variables de entrada al marco $qd0$

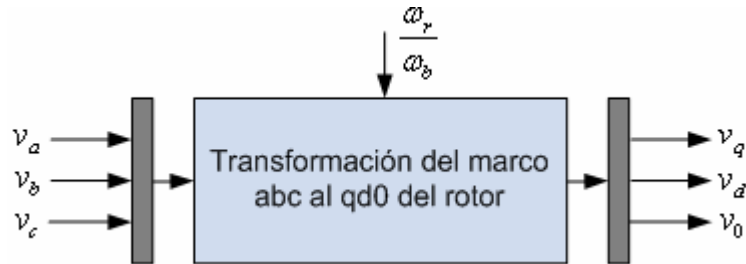


Figura 3-9. Tensiones de velocidad

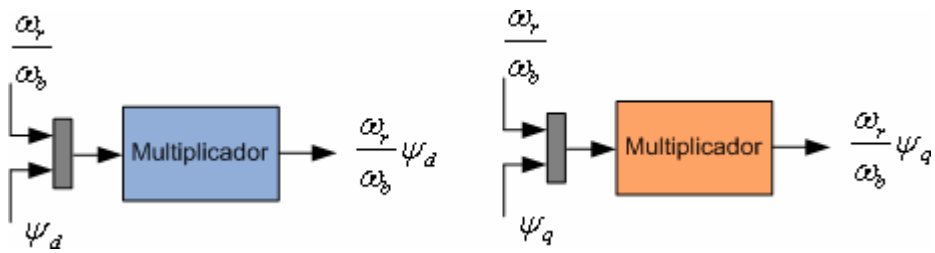


Figura 3-10. Variables de salida al marco abc

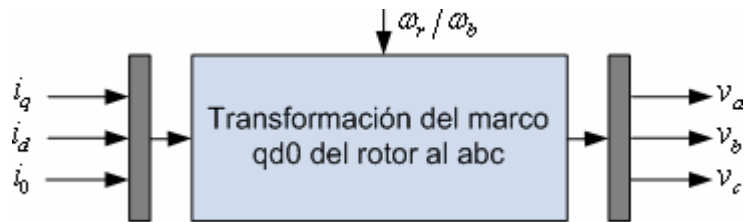


Figura 3-11. Flujo de variables en el eje q

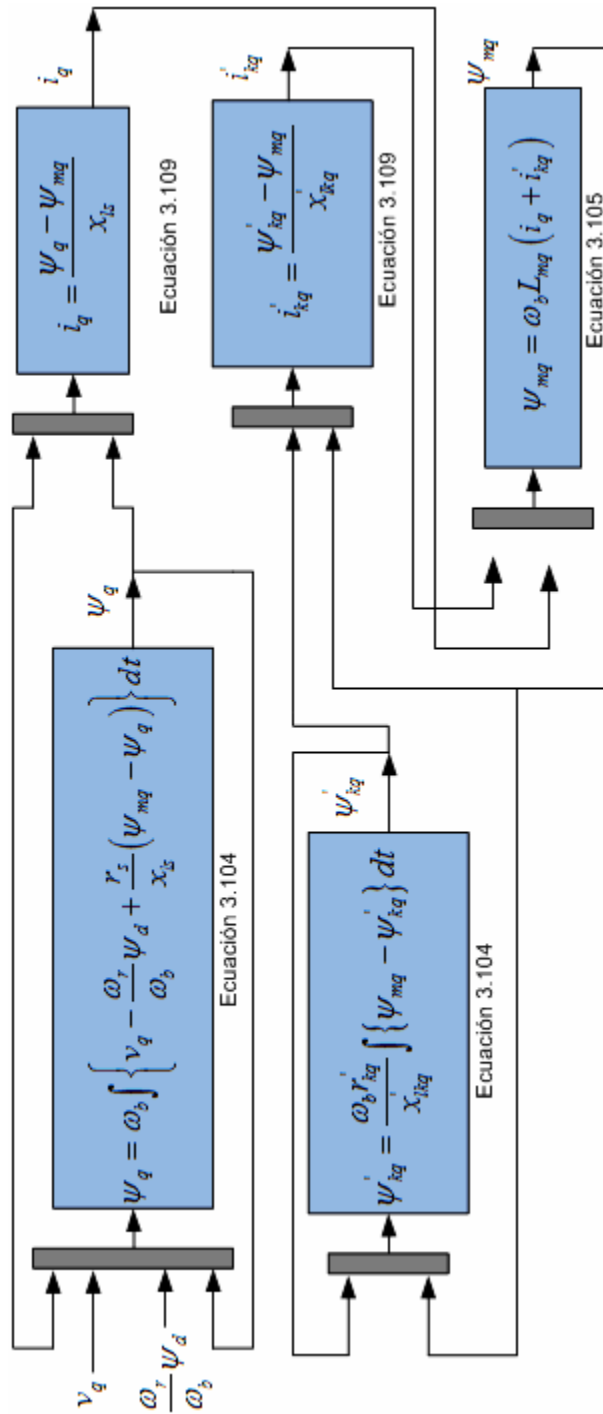


Figura 3-12. Flujo de variables en el eje d

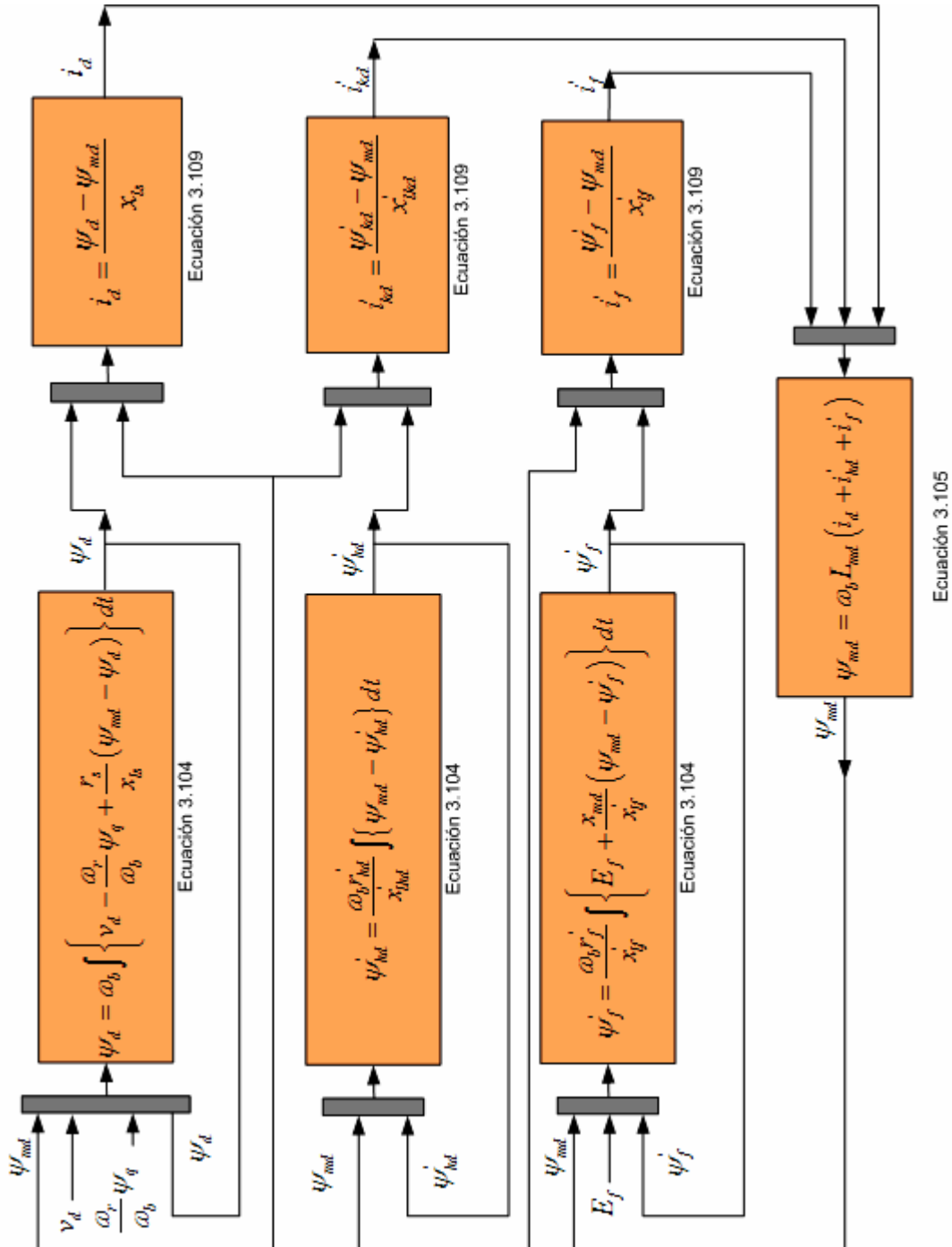
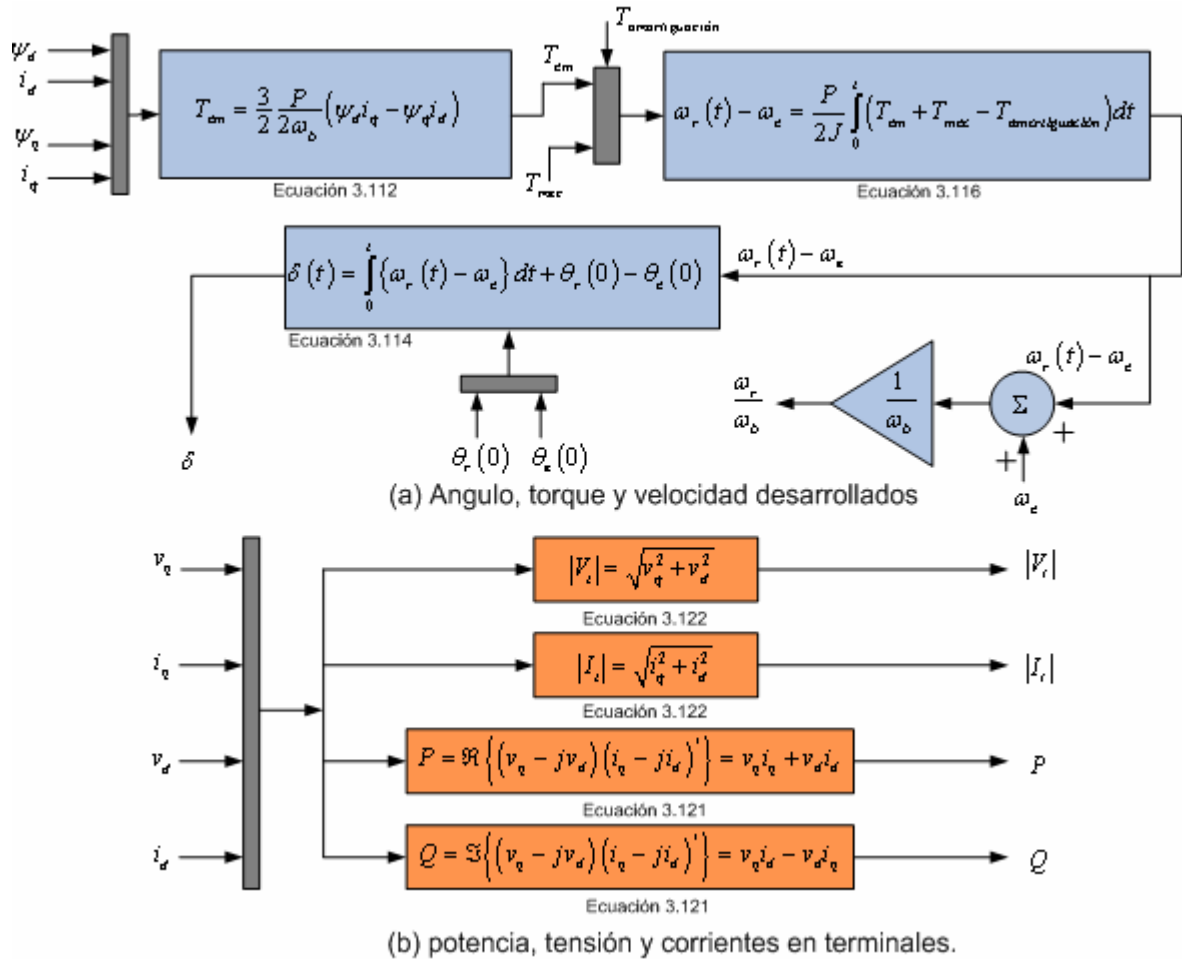
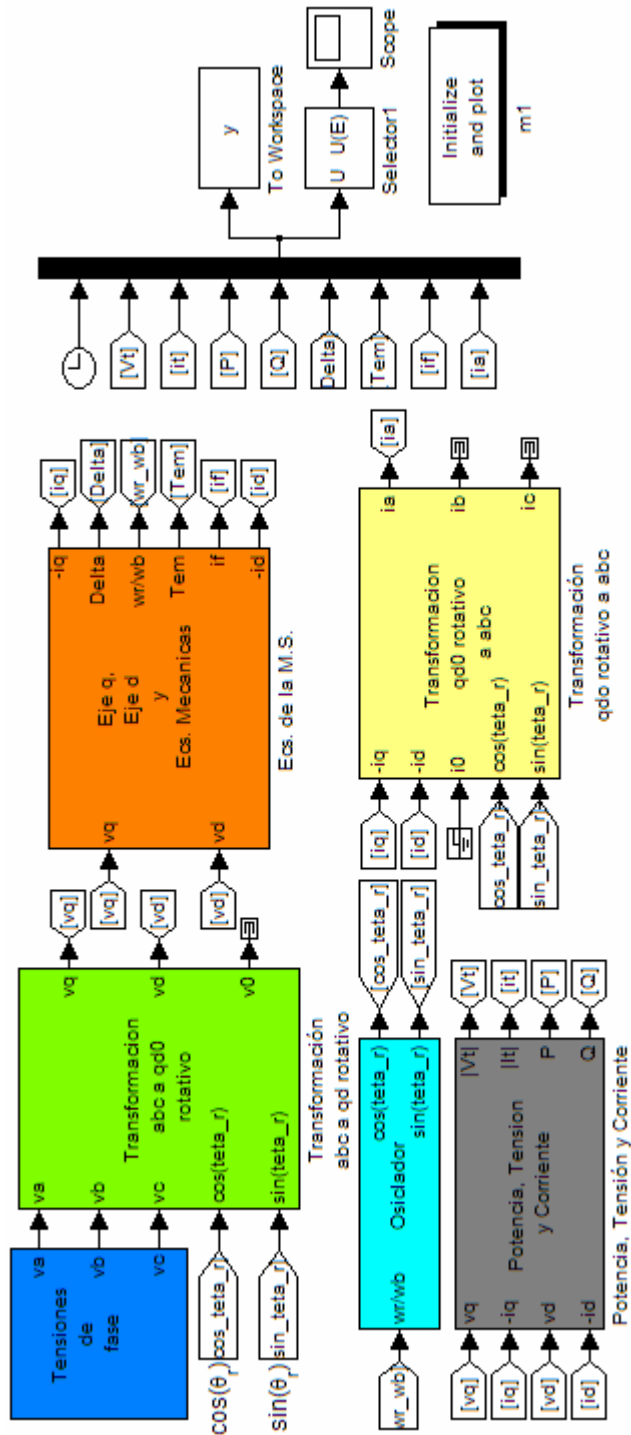


Figura 3-13. Angulo, torque, velocidad, potencia, tensión y corrientes en terminales.



Los esquemas presentados en las figuras 3-8 a 3-13, son la representación de lo que debemos realizar para simular en *SIMULINK* los modelos de bloques. A continuación aparecen las imágenes del modelo de bloques de *SIMULINK* construido para la simulación de generadores, así como cada uno de sus sub-bloques. Dado que se ha explicado exhaustivamente como construir el modelo de bloques teórico durante toda esta sección, no se harán demasiadas observaciones sobre el modelo de *SIMULINK* y sus sub-bloques.

Figura 3-14. Modelo en bloques de *Simulink* de la máquina síncrona



MODELO EN BLOQUES DE SIMULINK DE LA MÁQUINA SÍNCRONA

Figura 3-15. Bloque de tensiones de fase

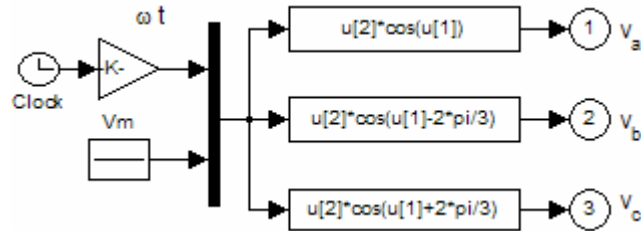


Figura 3-16. Bloque de transformación abc a qd0 rotativa

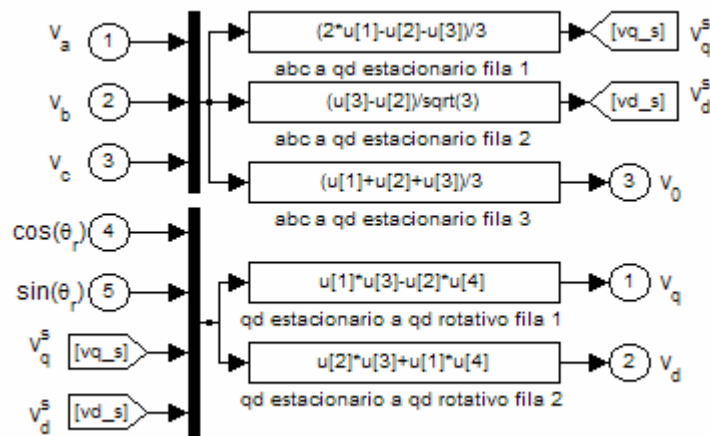


Figura 3-17. Bloque de los ejes d, q y ecuaciones mecánicas

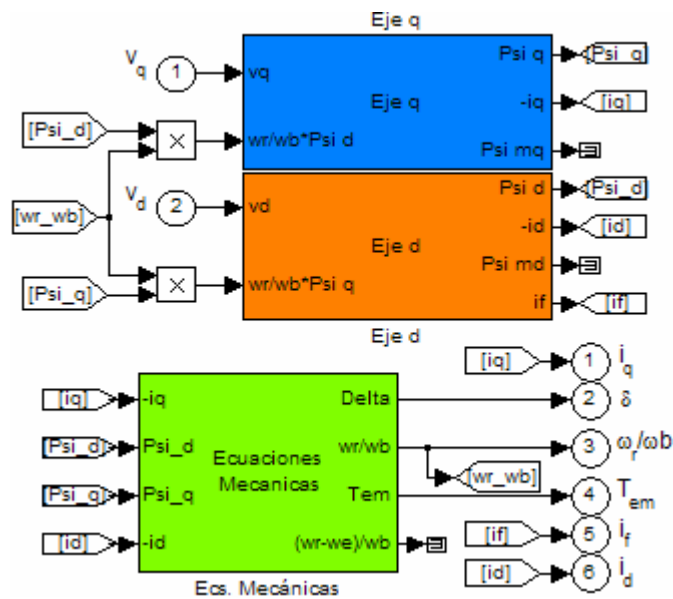


Figura 3-18. Sub-bloque del eje q

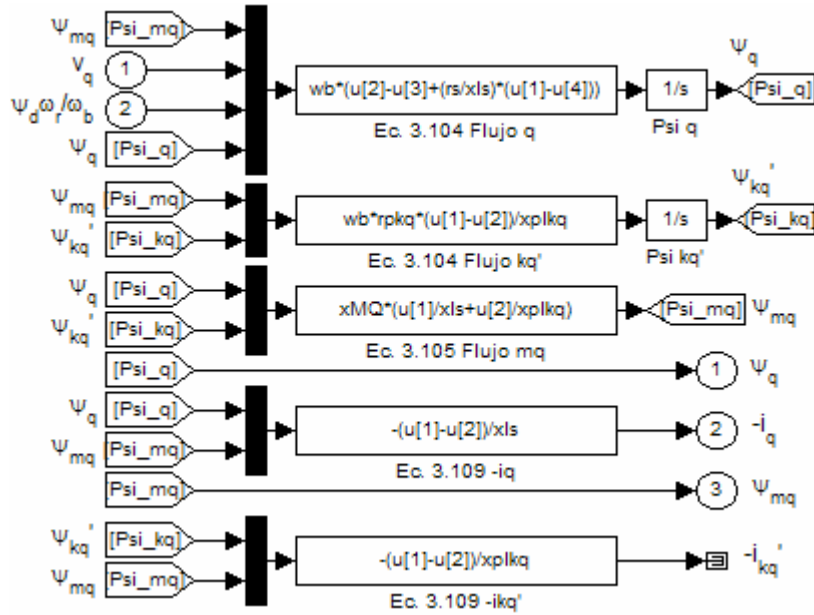


Figura 3-19. Sub-bloque de ecuaciones mecánicas y oscilador

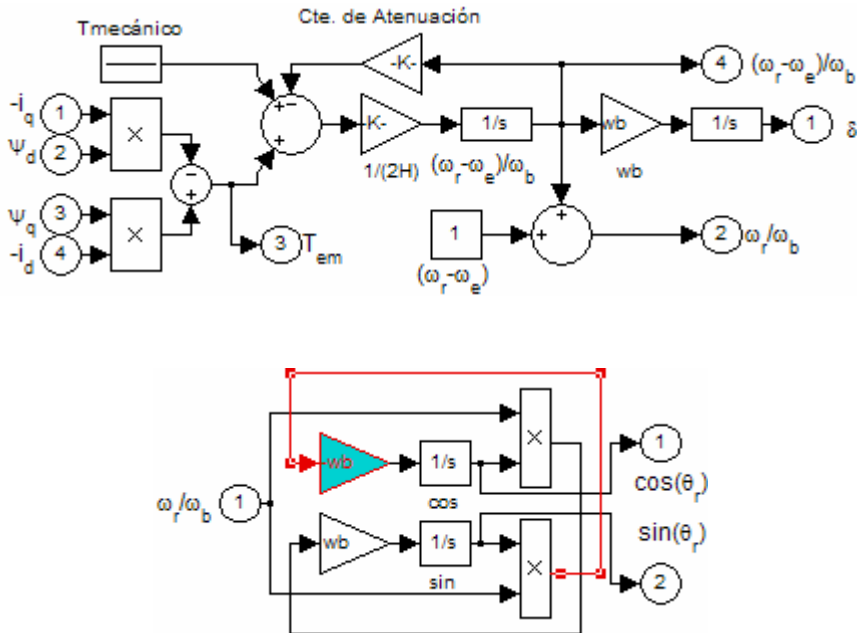
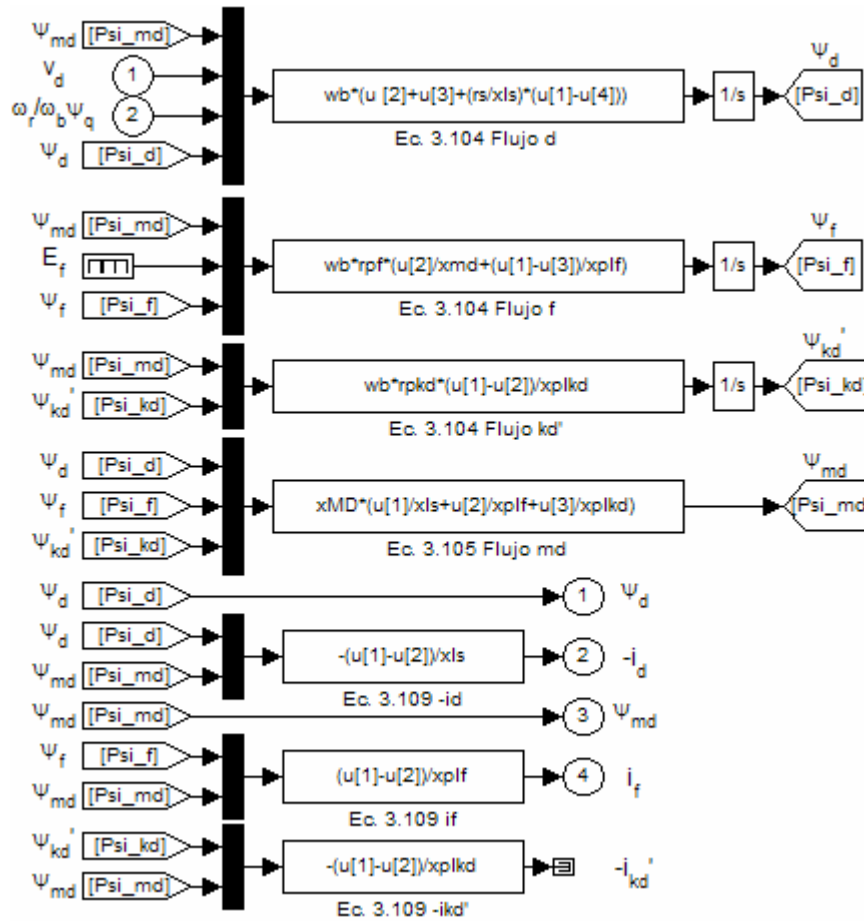
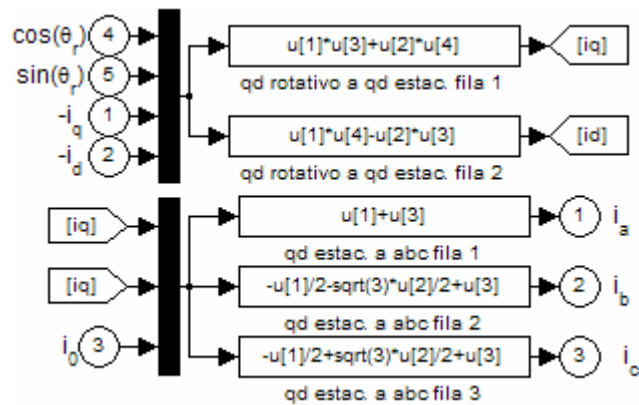


Figura 3-20. Sub-bloque del eje d y bloque de transformación $qd0$ rotativo a abc

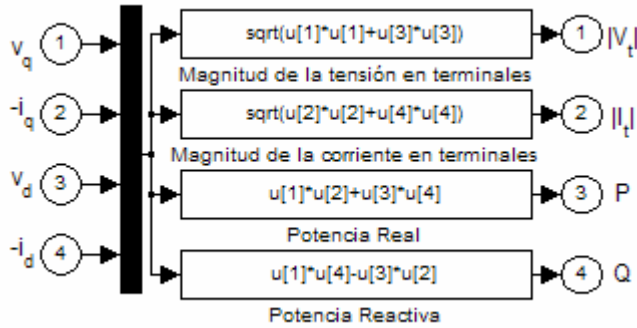


(a) Sub-bloque del eje d



(b) Bloque de transformación $qd0$ rotativo a abc

Figura 3-21. Bloque de potencias, tensión y corriente



En la figura 3-14 se muestra el esquema general de flujo de variables. La figura 3-15 muestra las variables de entrada para la simulación, las tensiones en los devanados *abc* del estator; en la figura 3-19 se muestra el torque aplicado externamente en el rotor, T_{mec} ; en la figura 3-20 se muestra otra variable de entrada, el voltaje del devanado de campo.

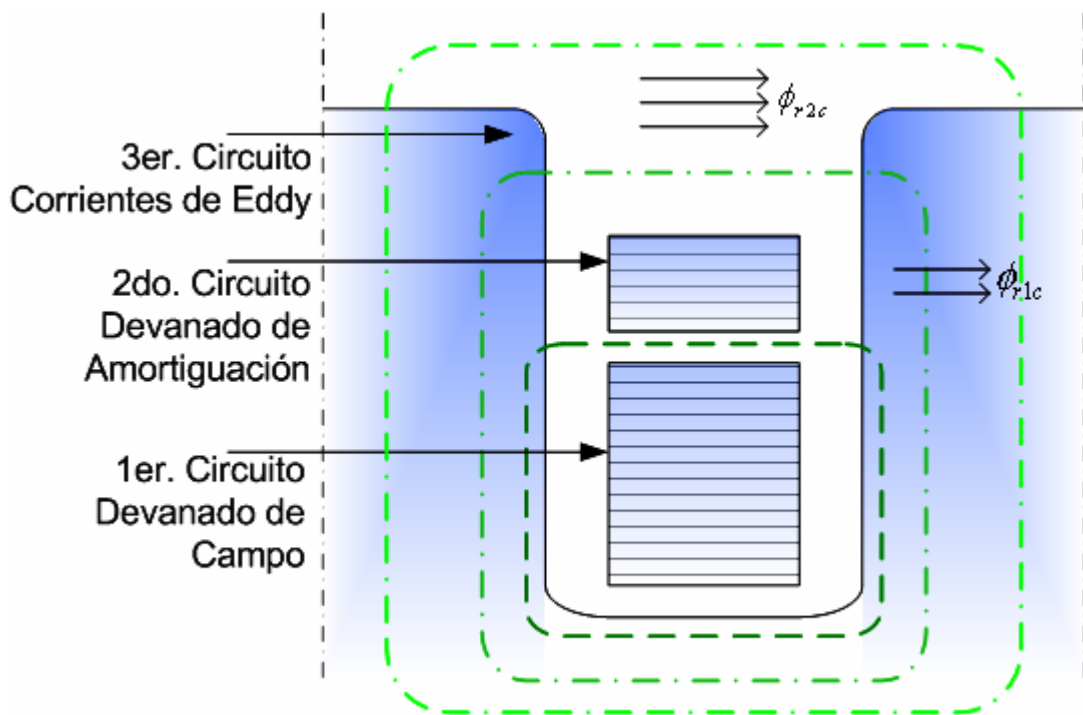
Las ecuaciones dadas en toda esta sección fueron desarrolladas para la operación como motor, en donde se asume que la dirección de las corrientes del estator es positiva, debido a que la mayoría de las simulaciones involucrarán generadores síncronos, las corrientes en los bloques de *Simulink* se han escrito con signo negativo, esto para representar la operación como generador.

Para realizar una simulación de manera correcta se deben encontrar los valores con los cuales operará la máquina es estado permanente e introducirlos en la simulación, esto se hace a través de asignar valores iniciales a los integradores. Además, en las figuras 3-18 y 3-20 se puede notar una diferencia entre los bloques teóricos y los de *Simulink*, donde no se calcula ψ_{mq} y ψ_{md} por medio de las corrientes encontradas, si no que dentro del bloque se vuelven a estimar cada uno de las corrientes, esto se realiza de esta manera pues en *Simulink* no se permiten ciclos algebraicos (*algebraic loops*).

3.6. Modelos de orden superior

El modelo matemático que solo toma en cuenta el devanado de excitación o modelo clásico, se utilizó comúnmente para estudios de estabilidad, sin embargo, desde que en los años 70 se empezó a utilizar sistemas digitales para simulación, se ha dado más importancia a ciertos aspectos de la máquina diferentes a los transitorios de las variables del estator y la estabilidad de las oscilaciones electromecánicas del rotor. Desde entonces, se reconoce que la simulación utilizando el modelo clásico con los parámetros calculados de la manera presentada en la sección anterior no es capaz de obtener ciertos resultados que sean congruentes con las mediciones, especialmente en las variables de los devanados del rotor de máquinas con rotor de hierro sólido.

Figura 3-22. Circuitos múltiples en la ranura del rotor



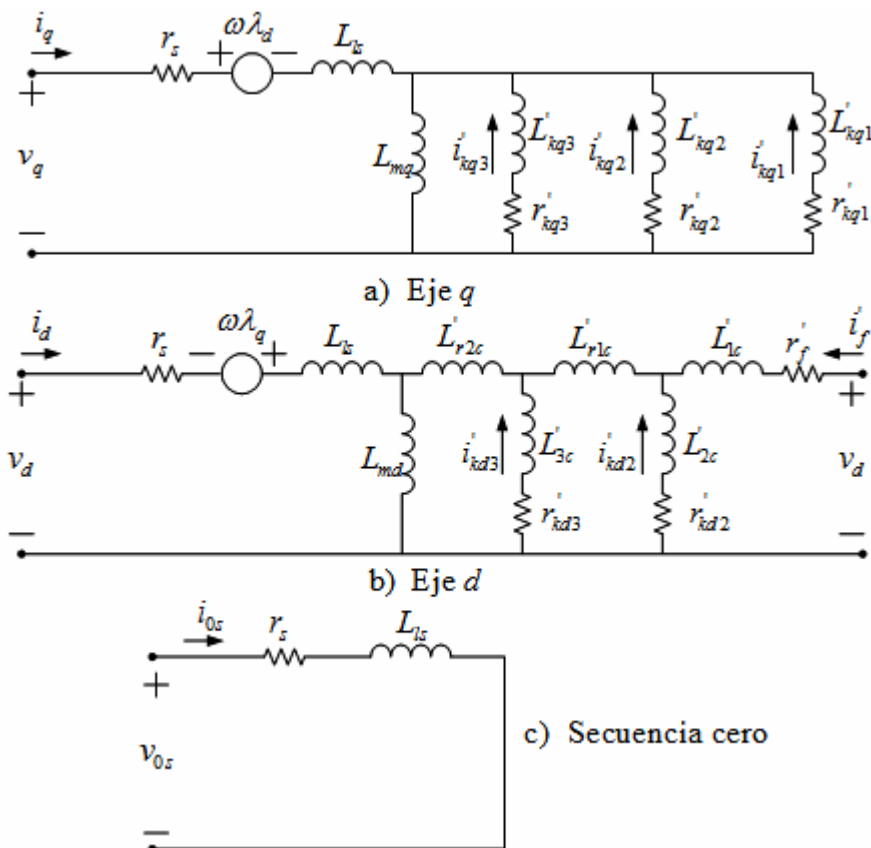
En vista de lo anterior, se puede desarrollar un modelo más refinado en cuanto a la estructura del rotor, las corrientes del devanado amortiguador y las corrientes de Eddy que pueden afectar las características del rotor significativamente; asimismo, se pueden refinar las técnicas de obtención de los parámetros como ya se estudio en la sección anterior.

Para obtener un modelo más refinado, el método más utilizado es el presentado en [34] por Canay. Consiste en tomar en cuenta cada una de las corrientes que inciden en el rotor (véase la figura 3-22), esto significa que se tomarán en cuenta, además de la corriente en el devanado de excitación, la corriente en los devanados de amortiguación e incluso las corrientes de Eddy en el hierro del rotor. El camino que sigue la corriente de excitación está inmerso en la ranura y concatena con todo el flujo de dispersión, el segundo camino de corriente asociado con la corriente de amortiguamiento está un poco más arriba de la de excitación y concatena con ϕ_{r1c} parcialmente y con la totalidad de ϕ_{rc2} , que está arriba de él.

El tercer camino de corriente, asociado con las corrientes de Eddy concatena parcialmente con ϕ_{rc2} pero no concatena con ϕ_{r1c} . Cada una de las componentes de flujo que concatenan con uno o más caminos de corriente pueden ser trasladadas a una inductancia mutua en su representación de circuitos.

La figura 3-23 muestra un modelo $qd0$ refinado, contiene tres circuitos tanto en eje d como en el eje q . Las inductancias, L_{r2c} y L_{r1c} , son las inductancias de acoplamiento relacionadas con las componentes de flujo, ϕ_{rc2} y ϕ_{r1c} de la figura 3-22. Las inductancias, L'_{1c} , L'_{2c} y L'_{3c} son las inductancias de dispersión propias de los devanados de campo, amortiguación y corrientes de Eddy.

Figura 3-23: Circuitos equivalentes para el modelo $qd0$ de orden superior.



Las ecuaciones para un circuito equivalente con un estator desigual, rotor con inductancias mutuas e inductancias de acoplamiento entre los circuitos del eje d [34,53-55], pueden ser arregladas manteniendo los términos ψ_{md} y ψ_{mq} de la sección anterior, dando la oportunidad de incluir la saturación magnética. Las ecuaciones del circuito equivalente de la figura 3-23 son:

$$\begin{aligned}
 \psi_q - \psi_{mq} &= x_{ls} i_q \\
 \psi_d - \psi_{md} &= x_{ls} i_d \\
 \psi_0 &= x_{ls} i_0
 \end{aligned}
 \tag{3.124}$$

$$\begin{aligned}
 \psi'_{kd3} - \psi_{md} &= (x'_{3c} + x'_{r2c}) i'_{kd3} + x'_{r2c} i'_{kd2} + x'_{r2c} i'_f \\
 \psi'_{kd2} - \psi_{md} &= (x'_{2c} + x'_{r2c} + x'_{r1c}) i'_{kd2} + x'_{r2c} i'_{kd3} + (x'_{r2c} + x'_{r1c}) i'_f \\
 \psi'_f - \psi_{md} &= (x'_{r2c} + x'_{r1c}) i'_{kd2} + x'_{r2c} i'_{kd3} + (x'_{r2c} + x'_{r1c} + x'_{1c}) i'_f
 \end{aligned} \tag{3.125}$$

$$\begin{aligned}
 \psi'_{kq3} - \psi_{mq} &= x'_{lkq3} i'_{kq3} \\
 \psi'_{kq2} - \psi_{mq} &= x'_{lkq2} i'_{kq2} \\
 \psi'_{kq1} - \psi_{mq} &= x'_{lkq1} i'_{kq1}
 \end{aligned} \tag{3.126}$$

Las ecuaciones de enlaces de flujo de los tres circuitos del rotor en el eje d con acoplamiento mutuo pueden ser escritas de forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \psi'_{kd3} - \psi_{md} \\ \psi'_{kd2} - \psi_{md} \\ \psi'_f - \psi_{md} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} (x'_{3c} + x'_{r2c}) & x'_{r2c} & x'_{r2c} \\ x'_{r2c} & (x'_{2c} + x'_{r2c} + x'_{r1c}) & (x'_{r2c} + x'_{r1c}) \\ x'_{r2c} & (x'_{r2c} + x'_{r1c}) & (x'_{r2c} + x'_{r1c} + x'_{1c}) \end{bmatrix}}_{X_r} \begin{bmatrix} i'_{kd3} \\ i'_{kd2} \\ i'_f \end{bmatrix} \tag{3.127}$$

Con la ecuación (3.127) podemos expresar la corriente en cada circuito de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} i'_{kd3} \\ i'_{kd2} \\ i'_f \end{bmatrix} = [X_r]^{-1} \begin{bmatrix} \psi'_{kd3} - \psi_{md} \\ \psi'_{kd2} - \psi_{md} \\ \psi'_f - \psi_{md} \end{bmatrix} \tag{3.128}$$

A la matriz $[X_r]^{-1}$ se le llama matriz B y se define como:

$$B = [X_r]^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \tag{3.129}$$

Similarmente, se pueden determinar las corrientes qd del estator y de los circuitos del eje q del rotor:

$$\begin{aligned} i_q &= \frac{\psi_q - \psi_{mq}}{x_{ls}} & i_d &= \frac{\psi_d - \psi_{md}}{x_{ls}} \\ i_{kq3} &= \frac{\psi_{kq3} - \psi_{mq}}{x_{kq3}} & i_{kq2} &= \frac{\psi_{kq2} - \psi_{mq}}{x_{kq2}} & i_{kq1} &= \frac{\psi_{kq1} - \psi_{mq}}{x_{kq1}} \end{aligned} \quad (3.130)$$

Los enlaces de flujo, ψ_{md} y ψ_{mq} , pueden ser expresados en términos de el total de los enlaces de flujo de los devanados, se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} \psi_{md} &= x_{md} (i_d + i_{kd3} + i_{kd2} + i_f) \\ \psi_{md} &= x_{MD} \left(\frac{\psi_d}{x_{ls}} + \sum_{j=1}^3 b_{j1} \psi_{kd3} + \sum_{j=1}^3 b_{j2} \psi_{kd2} + \sum_{j=1}^3 b_{j3} \psi_f \right) \end{aligned} \quad (3.131)$$

$$\begin{aligned} \psi_{mq} &= x_{mq} (i_q + i_{kq3} + i_{kq2} + i_{kq1}) \\ \psi_{mq} &= x_{MD} \left(\frac{\psi_q}{x_{ls}} + \frac{\psi_{kq3}}{x_{kq3}} + \frac{\psi_{kq2}}{x_{kq2}} + \frac{\psi_{kq1}}{x_{kq1}} \right) \end{aligned} \quad (3.132)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_{MD}} &= \frac{1}{x_{md}} + \sum_i \sum_j b_{ij} + \frac{1}{x_{ls}} \\ \frac{1}{x_{MQ}} &= \frac{1}{x_{mq}} + \frac{1}{x_{lkq3}} + \frac{1}{x_{lkq2}} + \frac{1}{x_{lkq1}} + \frac{1}{x_{ls}} \end{aligned} \quad (3.133)$$

Los enlaces de flujo de los circuitos del rotor y del estator pueden ser obtenidos integrando sus respectivas ecuaciones de voltaje:

$$\begin{aligned} \psi_q &= \omega_b \int \left\{ v_q - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_d + \frac{r_s}{x_{ls}} (\psi_{mq} - \psi_q) \right\} dt \\ \psi_d &= \omega_b \int \left\{ v_d + \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_q + \frac{r_s}{x_{ls}} (\psi_{md} - \psi_d) \right\} dt \\ \psi_0 &= \omega_b \int \left\{ v_0 - \frac{r_s}{x_{ls}} \psi_0 \right\} dt \end{aligned} \quad (3.134)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\psi}_{kq3} &= \frac{\omega_b r_{kq3}}{x_{lkq3}} \int (\psi_{mq} - \dot{\psi}_{kq3}) dt \\
 \dot{\psi}_{kq2} &= \frac{\omega_b r_{kq2}}{x_{lkq2}} \int (\psi_{mq} - \dot{\psi}_{kq2}) dt \\
 \dot{\psi}_{kq1} &= \frac{\omega_b r_{kq1}}{x_{lkq1}} \int (\psi_{mq} - \dot{\psi}_{kq1}) dt
 \end{aligned} \tag{3.135}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\psi}_{kd3} &= -\omega_b r_{kd3} \int (b_{11} \dot{\psi}_{kd3} + b_{12} \dot{\psi}_{kd2} + b_{13} \dot{\psi}_f - (b_{11} + b_{12} + b_{13}) \psi_{md}) dt \\
 \dot{\psi}_{kd2} &= -\omega_b r_{kd2} \int (b_{21} \dot{\psi}_{kd3} + b_{22} \dot{\psi}_{kd2} + b_{23} \dot{\psi}_f - (b_{21} + b_{22} + b_{23}) \psi_{md}) dt \\
 \dot{\psi}_f &= \frac{\omega_b r_f}{x_{md}} \int (E_f - x_{md} (b_{31} \dot{\psi}_{kd3} + b_{32} \dot{\psi}_{kd2} + b_{33} \dot{\psi}_f - (b_{31} + b_{32} + b_{33}) \psi_{md})) dt \\
 E_f &= \frac{x_{md} v_f}{r_f}
 \end{aligned} \tag{3.136}$$

La velocidad del rotor, $\omega_r(t)$, que está determinada por la expresión de la velocidad de deslizamiento y la expresión de torque, se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}
 \omega_r(t) - \omega_e &= \frac{P}{2J} \int_0^t (T_{em} + T_{mec} - T_{amortiguamiento}) dt \\
 T_{em} &= \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi_d i_q - \psi_q i_d)
 \end{aligned} \tag{3.137}$$

3.7. Modelos y definiciones de la norma IEEE Std 1110TM-2002: guide for synchronous generator modeling practices and applications in power system stability analysis.

La norma *IEEE Std. 1110TM-2002: guide for synchronous generator modeling practices and applications in power system stability análisis*, es como su nombre lo indica una guía para el modelado de la máquina síncrona para estudios de estabilidad. La norma define modelos para su uso en estudios de estabilidad, indica que características debe representar el modelo dependiendo de la clasificación y tipo de estudio de estabilidad se está realizando. Este trabajo está enfocado en modelos para el estudio de la estabilidad de ángulo y de pequeña señal. Según la norma, para el estudio de estabilidad en pequeña señal y estabilidad transitoria, el modelo de los generadores debe representar con exactitud los efectos de los circuitos de amortiguación, la dinámica del devanado de excitación y los sistemas de control y de excitación conectados a la máquina. En esta sección se describirán las definiciones, tipos de modelos y sus requerimientos que se presentan en la norma para la modelación de máquinas síncronas para los estudios de estabilidad de pequeña y gran señal.

3.7.1. Terminología y definiciones

- ✓ **Estructura del modelo:** la forma básica o configuración de un modelo constituye su estructura. Esta estructura puede ser combinada con los parámetros del modelo cuyos valores inicialmente no está definidos. Una estructura de un modelo está caracterizada por su forma (parámetros agrupados, circuito equivalente, funciones de transferencia, etc.) y al mismo tiempo por su orden (número de devanados equivalentes del rotor).

- ✓ **Valores de los parámetros del modelo:** los parámetros de los modelos de las máquinas síncronas se derivan de las características del comportamiento de la máquina. Estas características pueden tomar muchas formas que se pueden resumir en dos categorías básicas:
 - Datos obtenidos por medio de mediciones, o
 - Datos analíticos obtenidos a través de análisis sofisticados que simulan con detalle el fenómeno electromagnético interno que ocurre en la máquina. Una técnica común utilizada para llevar a cabo estos análisis es el método de elementos finitos. Utilizando esta técnica es posible resolver las distribuciones de flujo magnéticos en la máquina, incluyendo los efectos no lineales de la saturación magnética como también el efecto de las corrientes de Eddy y del movimiento del rotor.

- ✓ **Modelo:** un modelo completo de la máquina síncrona está formado por la combinación de la estructura del modelo y un conjunto de valores de sus parámetros.

Un modelo dado puede aparecer en varias representaciones equivalentes, por ejemplo, en la forma de circuito equivalente o en la forma de una función de transferencia. Las representaciones son idénticas, si y solo si, se cumplen las siguientes condiciones:

- ✓ Los parámetros del modelo para cada forma del modelo han sido determinados del mismo conjunto de pruebas o datos analíticos.
- ✓ El orden de cada representación es la mismo.
- ✓ Las modificaciones a los valores de los parámetros que se deban hacer para tomar en cuenta no linealidades se hacen típicamente después de que los parámetros han sido determinados.

A continuación se discuten las diferentes estructuras de los modelos que se usan comúnmente para la representación de máquinas síncronas en estudios de estabilidad.

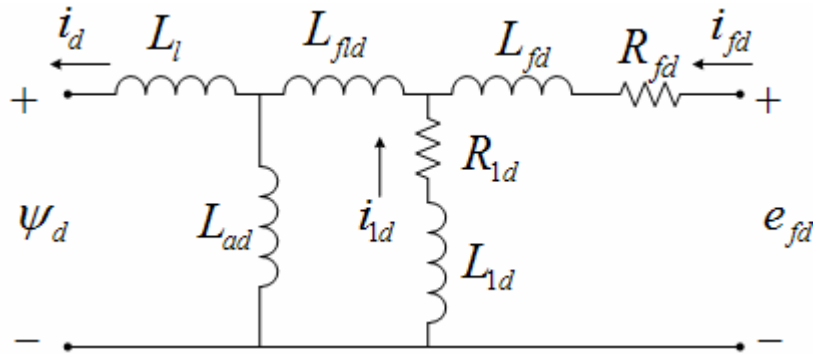
3.7.2. Estructuras de eje directo

El eje directo de una máquina síncrona incluye dos pares de terminales o puertos. Estas corresponden con el devanado de campo y con las terminales del estator. Una representación exacta del eje directo debe tomar en cuenta completamente estas terminales.

La representación más simple del eje d asume que no existen otros caminos de corriente en el eje directo más que los del devanado de armadura y de campo. Sin embargo, es bien conocido que las corrientes de los devanados de amortiguación o las corrientes en el hierro del rotor juegan un papel significativo en la determinación de las características del eje d . Por lo tanto, la representación más común de los modelos de eje directo debe incluir un devanado adicional, conocido como el devanado de amortiguación del eje d . Es de uso común la representación de la máquina síncrona en valores p.u., en vez del uso de los valores actuales. En la figura 3-24 se presenta el circuito equivalente del eje d en el cual el voltaje de campo y la corriente están referidos al estator.

El circuito equivalente del eje d de la figura 3-24 puede ser expresado en la forma una relación de flujo y corrientes o como una función de transferencia.

Figura 3-24: Circuito equivalente del eje d



Fuente: *IEEE Std 1110TM-2002*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers. pp. 11.

La relación de flujo-corriente del circuito de eje directo de la Figura 3-24 es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_{1d} \\ \psi_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{d1d} & M_{fd} \\ M_{d1d} & L_{11d} & M_{f1d} \\ M_{fd} & M_{f1d} & L_{ffd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_{1d} \\ \psi_{fd} \end{bmatrix} \quad (3.138)$$

Donde:

$$\begin{aligned} L_d &= L_l + L_{ad} \\ L_{11d} &= L_{1d} + L_{f1d} + L_{ad} \\ L_{ffd} &= L_{fd} + L_{f1d} + L_{ad} \\ M_{d1d} &= L_{ad} \\ M_{fd} &= L_{ad} \\ M_{f1d} &= L_{f1d} + L_{ad} \end{aligned} \quad (3.139)$$

Se puede notar que la inductancia diferencial de fuga L_{f1d} toma en cuenta el hecho de que la inductancia mutua entre el devanado de campo y el del estator no es necesariamente igual a aquella entre el devanado de campo y el devanado de amortiguación: $L_{f1d} = M_{f1d} - L_{ad}$.

La representación en funciones de transferencia de esta estructura de modelo consiste en un conjunto de tres transformadas de Laplace que relaciona las variables de las terminales del eje d como una red de dos puertos. La selección de tres funciones de transferencia no es única y existen muchas otras opciones posibles. Sin embargo, la práctica común ha heredado las siguientes funciones de transferencia:

Inductancia operacional del eje d :

$$L_d(s) \equiv -\frac{\psi_d}{i_d} \Big|_{e'_{fd}=0} = L_d \left[\frac{(1+sT_{1d})(1+sT_{2d})}{(1+sT_{3d})(1+sT_{4d})} \right] \quad (3.140)$$

Función de transferencia del devanado de campo al estator:

$$sG(s) \equiv \frac{i'_{fd}}{i_d} \Big|_{e'_{fd}=0} = sG_0 \left[\frac{(1+sT_{5d})}{(1+sT_{3d})(1+sT_{4d})} \right] \quad (3.141)$$

Impedancia de entrada del devanado de campo:

$$Z_{fd}(s) \equiv \frac{e'_{fd}}{i'_{fd}} \Big|_{\psi_d=0} = N_{afd}^2 R_{fd} \left[\frac{(1+sT_{1d})(1+sT_{2d})}{(1+sT_{6d})} \right] \quad (3.142)$$

Si los efectos de la terminal de excitación no son de interés o si no es posible realizar mediciones en las terminales de excitación, el eje directo puede ser considerado como una red de un puerto y no es necesario determinar las funciones de transferencia que relacionan los devanados de campo con los del estator. En tales casos, la representación de eje directo simplemente se describe por medio de la inductancia operacional $L_d(s)$.

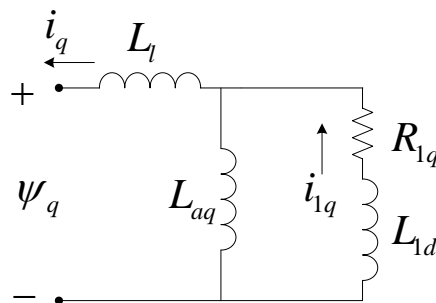
Además del modelo de eje d discutido arriba, existen otros modelos con un número variable de circuitos de amortiguación en el eje d . La tabla III-II muestra algunos de los modelos utilizados comúnmente en forma de circuito equivalente, junto con los modelos de eje q comúnmente utilizados. El esquema de numeración de los modelos se da en la forma “*Model N.M*”, donde “ N ” es un número entero que representa el número de devanados equivalentes en el eje d y “ M ” en el eje q . Por lo tanto el modelo *Model 2.1* representa el eje directo del rotor con dos devanados (de campo y del estator) y el de cuadratura con un solo devanado (de amortiguación).

Estos modelos van del rango de representación de “*primer-orden*”, que incluye solamente el devanado de campo del rotor en el eje d , a una representación de “*tercer-orden*”, que incluye el devanado de campo y dos devanados equivalentes de amortiguación; en el eje d . Su forma equivalente, relaciones de flujo-corriente y voltaje y funciones de transferencias; son similares a las presentas en el modelo de segundo orden con devanado de amortiguación simple que fue discutido en esta sección.

3.7.3. Estructuras de eje en cuadratura

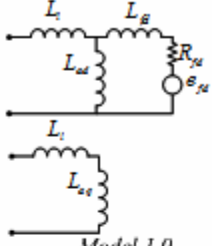
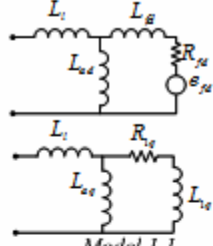



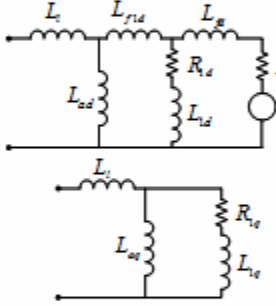
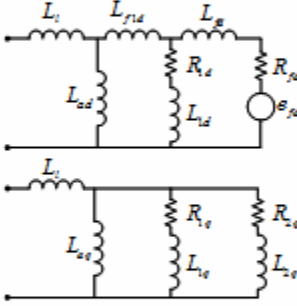
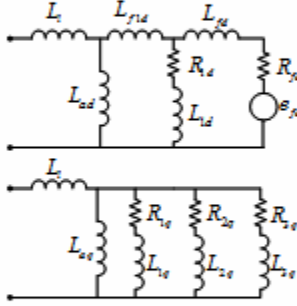



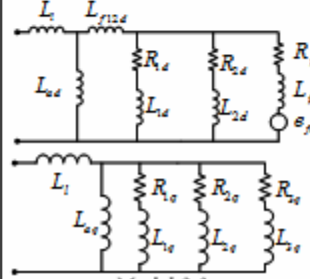
Debido a que existe devanado del rotor en las terminales de eje en cuadratura, el eje de cuadratura se representa como una red de un puerto. Adicionalmente, al devanado del estator equivalente en el eje q , se pueden adicionar varios devanados de amortiguación. La tabla III-II muestra las estructuras de los modelos en cuadratura más comunes.

Figura 3-25: Circuito equivalente del eje q



Fuente: *IEEE Std 1110TM-2002*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers. pp. 14.

TABLA III-II: Modelos definidos por la norma *IEEE Std. 1110-2002*

$\begin{matrix} \text{Eje } q \rightarrow \\ \downarrow \text{Eje } d \end{matrix}$	SIN CIRCUITO EQUIVALENTE DE AMORTIGUACIÓN	UN CIRCUITO EQUIVALENTE DE AMORTIGUACIÓN	DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES DE AMORTIGUACIÓN	TRES CIRCUITOS EQUIVALENTES DE AMORTIGUACIÓN
SOLAMENTE CIRCUITO DE CAMPO	 <p>Model 1.0</p>	 <p>Model 1.1</p>		
CIRCUITO DE CAMPO + UN CIRCUITO EQUIVALENTE DE AMORTIGUACIÓN		 <p>Model 2.1</p>	 <p>Model 2.2</p>	 <p>Model 2.3</p>
CIRCUITO DE CAMPO + DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES DE AMORTIGUACIÓN				 <p>Model 3.3</p>

Fuente: *IEEE Std 1110TM-2002*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers. pp. 15.

Las relaciones de flujo-corriente de los modelos de eje q son directamente análogas a aquellas presentadas anteriormente para el eje directo. Por ejemplo, para el modelo que incluye un devanado de amortiguación en el eje en cuadratura, el circuito equivalente se muestra en la figura 3-25 y la relación de flujo corriente está dada por:

$$\begin{bmatrix} \psi_q \\ \psi_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_q & M_{q1q} \\ M_{q1q} & L_{11q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_q \\ i_{1q} \end{bmatrix} \quad (3.143)$$

Debido a que es una red de un solo puerto, solo se necesita una función de transferencia, en este caso se trata de la inductancia operacional del eje q :

$$L_q(s) \equiv -\frac{\Psi_q}{i_q} = L_q \left[\frac{(1 + sT_{1q})}{(1 + sT_{2q})} \right] \quad (3.144)$$

3.7.4. Modelo de voltaje constante

El modelo más simple que se puede utilizar para representar a la máquina síncrona es el modelo que la representa a la máquina por medio de una fuente de voltaje constante y una reactancia única en serie. En estado estable, esta representación incluye a la reactancia síncrona y “el voltaje detrás de la reactancia síncrona”, el cual es proporcional a la corriente de campo suministrada al generador. En esta representación, la *saliency* es despreciada y la reactancia síncrona es igual a la reactancia del eje directo de la máquina.

Modelos similares pueden ser utilizados para las condiciones transitorias y subtransitorias. El modelo transitorio consiste de la reactancia transitoria y del “voltaje detrás de la reactancia transitoria”, que se asume constante durante la duración de cualquier transitorio bajo estudio. Este tipo de modelo es válido solamente durante la primera oscilación de la máquina.

Durante la simulación transitoria, la magnitud del voltaje se mantiene constante, pero el ángulo interno cambia, correspondiendo con la dinámica rotacional del rotor del generador. Las ventajas de este modelo sencillo son que el acoplamiento de las ecuaciones del rotor y del generador puede llevarse a cabo con mayor rapidez durante las simulaciones transitorias y requiere de menos información. Sin embargo, este modelo no se considera entre los presentados en la tabla III-II y no puede ser utilizado cuando se toma en cuenta el efecto de los sistemas de excitación.

3.8. Simulaciones del capítulo

3.8.1. SIMULACIÓN 1: características de operación de la máquina síncrona bajo diferentes condiciones

En esta simulación se explorarán las características de operación de un generador cuyos parámetros se dan a continuación:

Tabla III-III: Parámetros de la máquina síncrona de la simulación 1

$S_{\text{nominal}} = 920.35 \text{ MVA}$	$V_{\text{nominal}} = 18 \text{ kV}$
$N_{\text{nominal}} = 1800 \text{ rpm}$	$\text{FP}_{\text{nominal}} = 0.9$
$x_{ls} = 0.215 \text{ pu}$	$r_s = 0.0048 \text{ pu}$
$x_d = 1.790 \text{ pu}$	$x_q = 1.660 \text{ pu}$
$x_d' = 0.355 \text{ pu}$	$x_q' = 0.570 \text{ pu}$
$x_d'' = 0.275 \text{ pu}$	$x_q'' = 0.275 \text{ pu}$
$T_{d0}' = 7.9 \text{ seg}$	$T_{q0}' = 0.41 \text{ seg}$
$T_{d0}'' = 0.032 \text{ seg}$	$T_{q0}'' = 0.055 \text{ seg}$
$H = 3.77 \text{ seg}$	$D_\omega = 0 \text{ pu}$

Sin embargo, la simulación permite analizar cualquier máquina con solo sustituir los parámetros de la máquina a analizar en el archivo *parameters.m*. Respecto a las características a simular, resaltan las siguientes:

- Se examinarán los efectos que produce el cambio de la resistencia de los devanados amortiguadores sobre el amortiguamiento de las oscilaciones electromagnéticas.
- Se observará como un cambio en la inercia del rotor afecta la duración de la primera oscilación. Para la inclusión del efecto de la fricción y “windage” se incluyó en la simulación la variable *Domega*.

Los valores iniciales de los flujos de los devanados del eje *d*, ψ'_f y ψ_d , y la velocidad de deslizamiento $(\omega_r - \omega_e)/\omega_b$, deben ser inicializados con un valor cercano al del estado permanente para minimizar los transitorios de arranque; esta función la realiza el archivo *simulacion1code.m*, este programa obtiene de las ecuaciones de estado estable de la sección 3.4, los valores iniciales para la simulación. En el archivo *simulacion1.mdl*, está incluido el modelo que se presenta en la figura 3-26 y que esencialmente es el mismo presentado en la figura 3-14. En el se presentan las variables T_{mec} , V_m y E_f o E'_{ex} , que son el torque mecánico, la magnitud del voltaje en el bus y el voltaje de excitación, respectivamente. Estas variables se utilizan para simular los valores de estas variables y obtener los resultados para diferentes condiciones de operación de la máquina síncrona; estas condiciones serán:

- Funcionamiento en estado estable (sin disturbios).
- Función escalón aplicada al voltaje de excitación, E_f .
- Función escalón aplicada al torque mecánico, T_{mec} .
- Función escalón aplicada a la magnitud del voltaje en el bus, V_m .

La figura 3-27 muestra el menú que permite seleccionar estas opciones dentro de la simulación.

Figura 3-26. Modelo de bloques general para la simulación 1

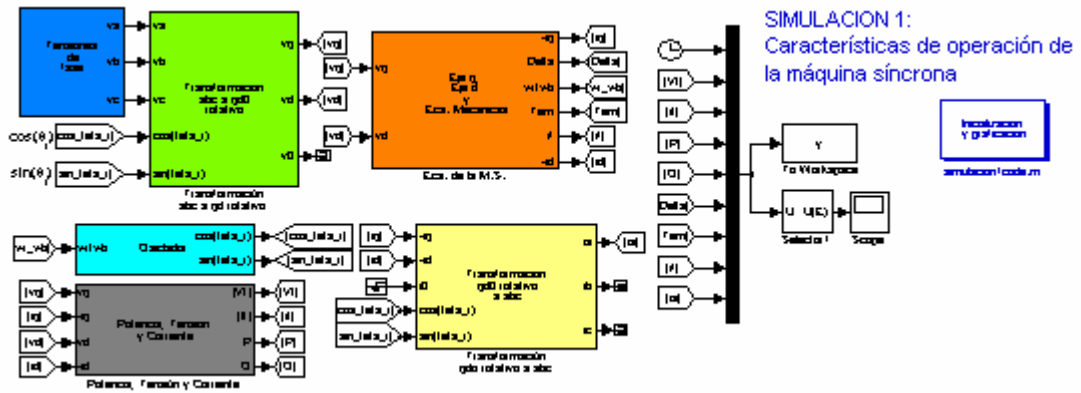
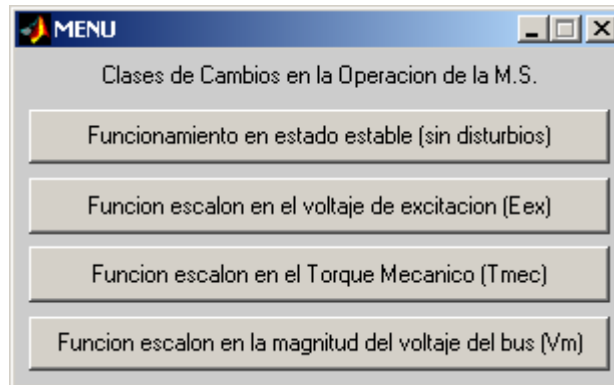


Figura 3-27. Menú de clases de cambios en la operación de la máquina síncrona



Exploración:

- a) Primero se simula la aplicación de una función escalón en el voltaje de excitación, manteniendo constante el voltaje en el bus y el torque mecánico.

Predeterminadamente, la función escalón que se aplicará tiene las siguientes características:

$$\begin{aligned} \text{Ex_time} &= [0 \ 0.2 \ 0.2 \ \text{tstop}]; \\ \text{Ex_value} &= [1 \ 1 \ 1.1 \ 1.1] * \text{Efo}; \end{aligned}$$

Esto significa que la función escalón se aplica a los 0.2 de haber iniciado la simulación con una magnitud de 1.1. La variable Efo, que es el voltaje de excitación inicial, está predefinida en 1 p.u. con factor de potencia unitario. Ejecutando la simulación 1 bajo las condiciones descritas, se obtiene las gráficas de las Figura 3-28:

- Observe el tiempo de respuesta para cambiar la excitación de campo.
- Note el comportamiento del signo de la potencia reactiva conforme aumenta la excitación de campo; obviamente se está generando potencia reactiva.

Figura 3-28. Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso a (a)

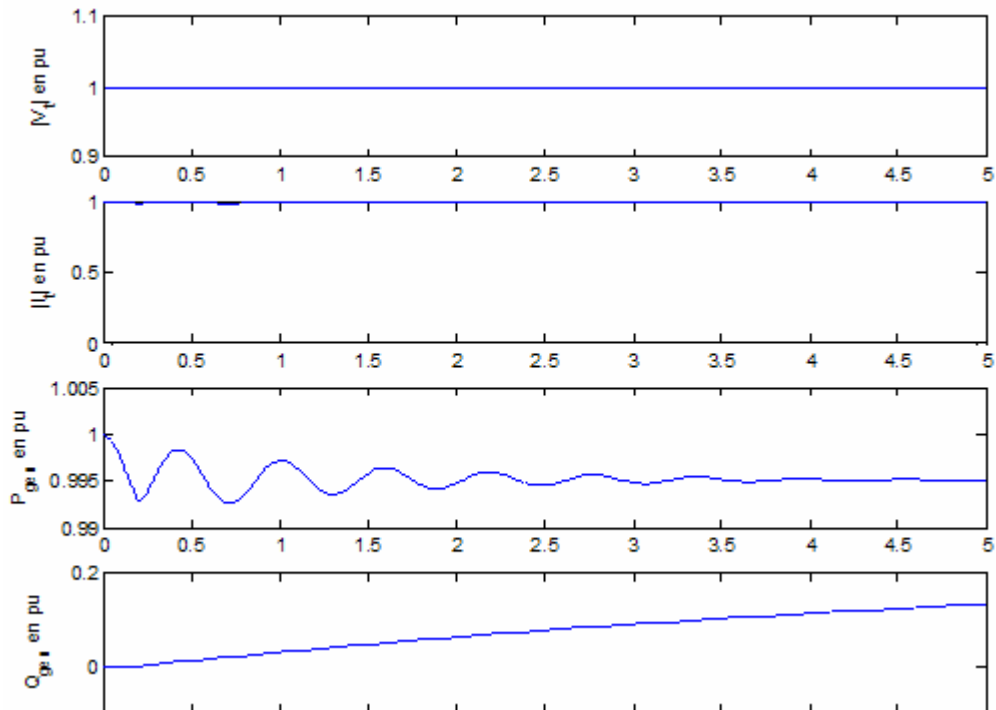
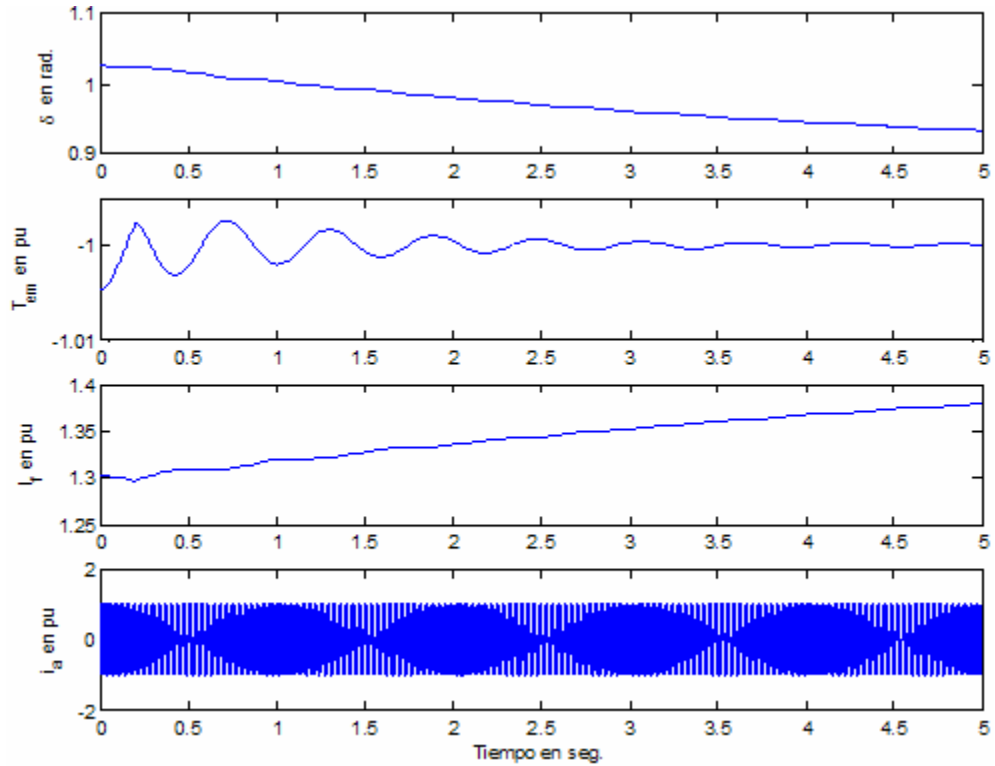


Figura 3-28. Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso a (b)



b) Nuevamente se simula la respuesta a un función escalón, la diferencia está en las características de la función escalón:

$$\text{Ex_time} = [0 \ 0.2 \ 0.2 \ \text{tstop}];$$

$$\text{Ex_value} = [1 \ 1 \ 0.9 \ 0.9] * \text{Efo};$$

Como resultado de la simulación se obtiene las figuras 80 y 81. Como se nota en la cuarta gráfica de la figura 3-29, cuando se produce un cambio en el voltaje de excitación, haciendo que este sea menor a 1 p.u., la máquina absorbe potencia reactiva. De la misma manera, la figura 3-30, muestra claramente que el torque electromagnético es negativo, esto significa que se está operando en modo de motor, y por ende se esta absorbiendo potencia reactiva, y como se muestra en la figura 3-29 también cierto valor de activa.

Figura 3-29. Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso b, No.1

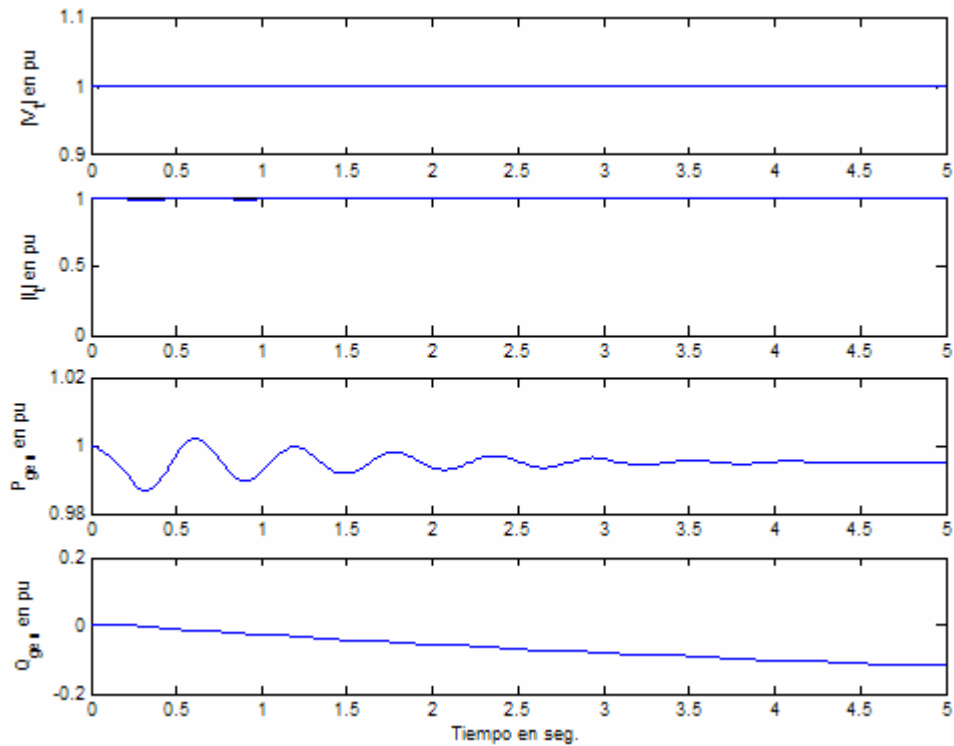
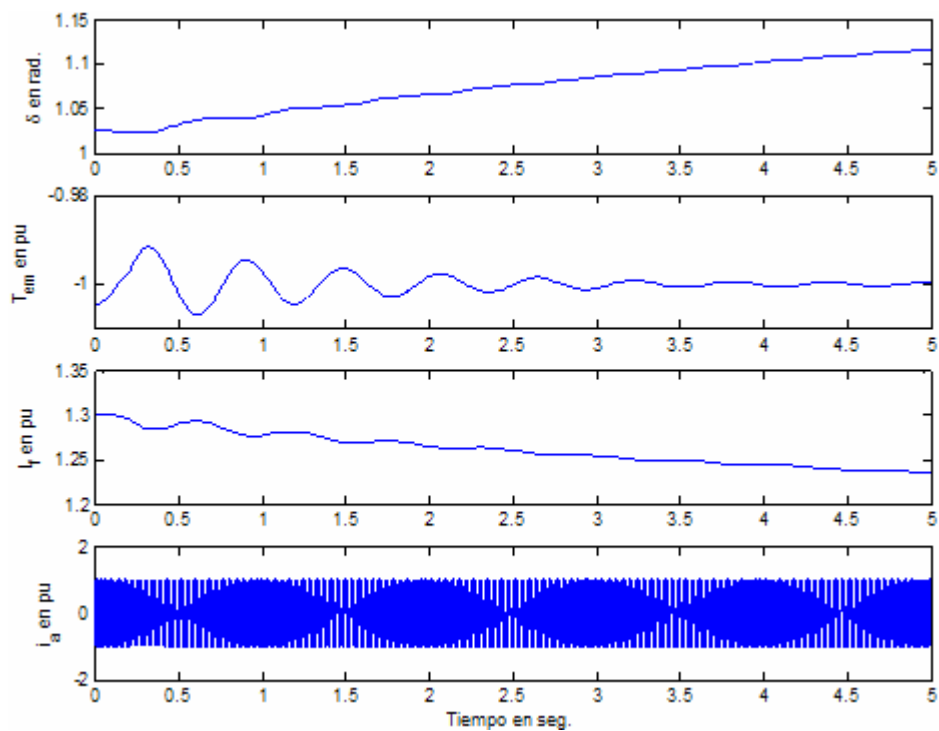


Figura 3-30. Respuesta bajo una función escalón en E_f , inciso b, No.2



- c) Ahora se observa la respuesta de la máquina a partir de función escalón aplicada al torque mecánico. La función escalón aplicada tiene las siguientes características:

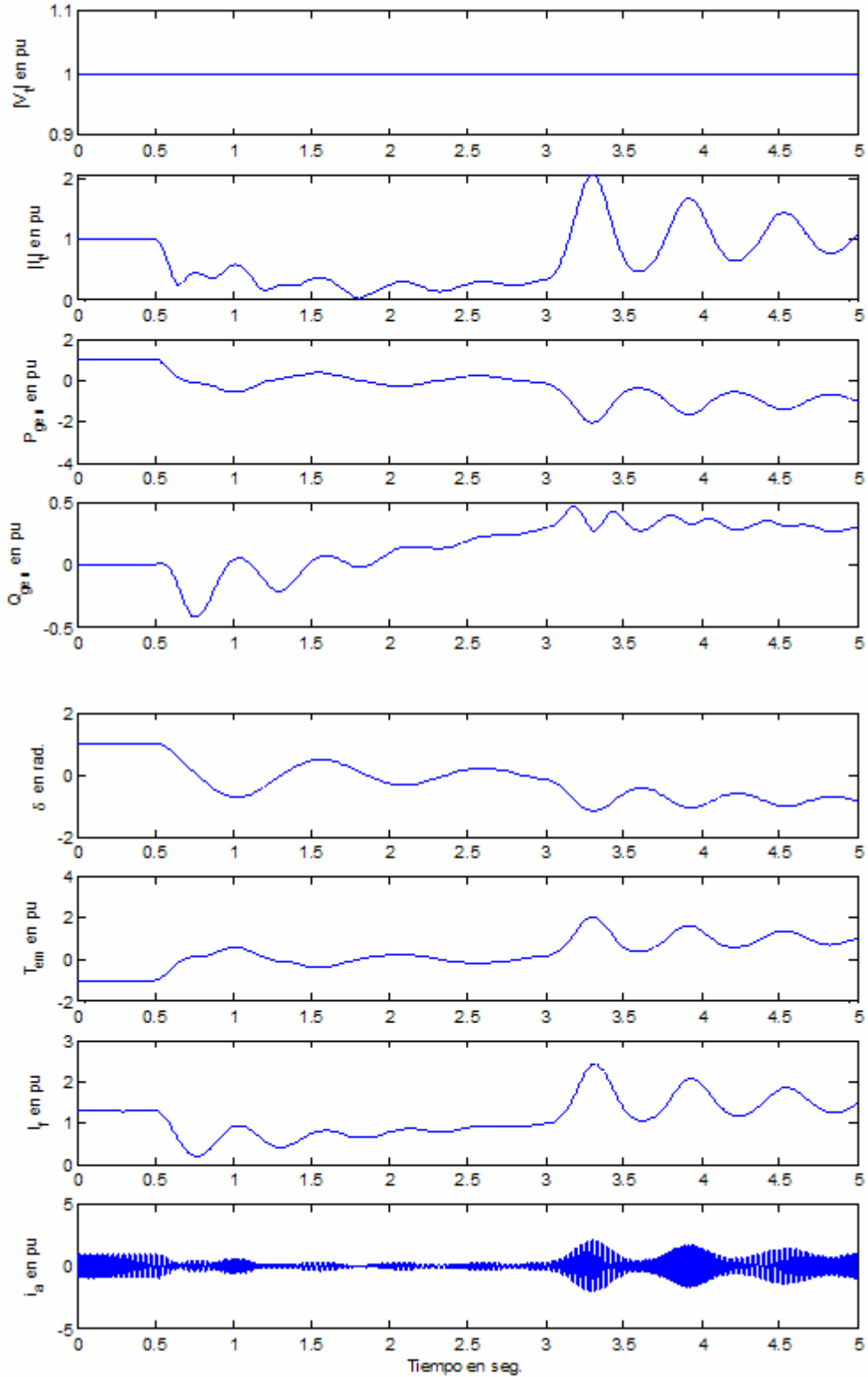
$$\begin{aligned} \text{tmech_time} &= [0 \ 0.5 \ 0.5 \ 3 \ 3 \ \text{tstop}]; \\ \text{tmech_value} &= [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1 \ -1] * \text{Tmech}; \end{aligned}$$

Esto significa que la máquina estará expuesta a un cambio en el torque externo desde su valor inicial cuando la máquina está generando a la potencia nominal con factor de potencia unitario hasta el tiempo $t = 0.5 \text{ s}$. Luego, será expuesta al escalón unitario nuevamente, con la diferencia que esta vez la magnitud será negativa, en el tiempo $t = 3 \text{ s}$. El resultado se presenta en la Figura 3-31.

Durante la primera función escalón, que tiene un valor de 1 p.u., la máquina absorbe potencia reactiva, luego durante la segunda función escalón, que tiene un valor de -1 p.u., la máquina genera potencia reactiva como se puede apreciar en la figura 3-31. Esto tiene aún más sentido si observamos la gráfica del ángulo δ , donde podemos observar que durante la aplicación de la función escalón positiva se produce un decremento negativo del ángulo y luego durante la función escalón negativa se producen incrementos del ángulo.

Otra característica que se puede señalar es el comportamiento del torque electromagnético, como se puede observar en la figura 3-31, existe un buen amortiguamiento para el torque debido que a pesar de los cambios bruscos de la función escalón en el torque mecánico, se puede asumir que la máquina será capaz de soportar, sin salir de operación, cambios bruscos del par mecánico.

Figura 3-31. Respuesta bajo una función escalón en T_{mec}



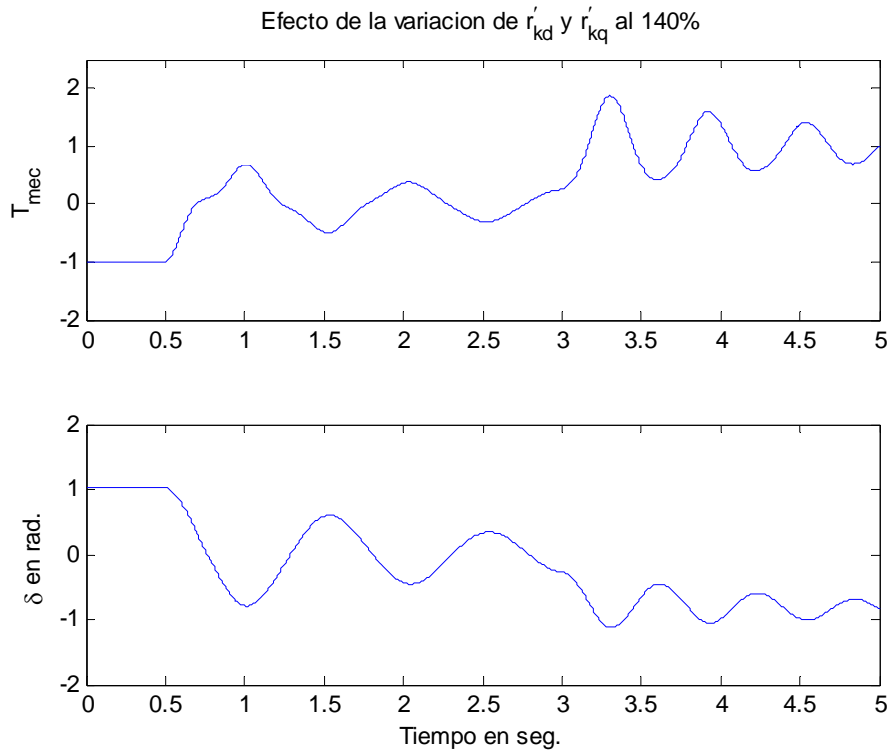
d) Se repite la simulación anterior, solamente que ahora se cambian los valores de las resistencias de los devanados de amortiguación, r'_{kd} y r'_{kq} . Se realizarán dos simulaciones para explorar el efecto de los devanados amortiguadores sobre el amortiguamiento de las oscilaciones del rotor, las simulaciones para la exploración tendrán las siguientes características:

1. Se reemplazan los valores originales de r'_{kd} y r'_{kq} a un 60% de su valor original.
2. Se reemplazan los valores originales de r'_{kd} y r'_{kq} a un 140% de su valor original.

Para llevar a cabo la simulación anterior se creó el archivo *RotorDamp.m*, que permite obtener las gráficas del ángulo δ y del torque eléctrico, de forma aislada, de la máquina para los diferentes valores de r'_{kd} y r'_{kq} . Una vez inicializada la simulación y cuando se encuentre en modo *keyboard*, debe ingresarse el nombre del archivo *RotorDamp* en el *Command Window* de MATLAB y seguir las instrucciones. El resultado de la ejecución de dicho programa en conjunto con el archivo *simulacion1.mdl* se puede observar en las figuras 3-32 y 3-33, que corresponden para el primer y segundo caso, respectivamente.

Como se observa en las figuras 3-32 y 3-33 el efecto de aumentar un 140% el valor de las resistencias de los devanados amortiguadores produce una curva más amortiguada o suave tanto para el torque como para el ángulo, figura 3-32, que cuando se disminuye el valor de las resistencias a un 60%, figura 3-33; esto significa que el efecto de una menor resistencia en los devanados amortiguadores conlleva una máquina con pobre amortiguación, esto puede ser considerable y preocupante pues una máquina sin una capacidad de amortiguación aceptable podrá salir de sincronismo con los cambios de torque mecánico que se producen en el sistema. Además, se puede afirmar que es positivo contar con conductores de alto valor en la construcción de los devanados amortiguadores para ayudar a las amortiguaciones de las oscilaciones del rotor.

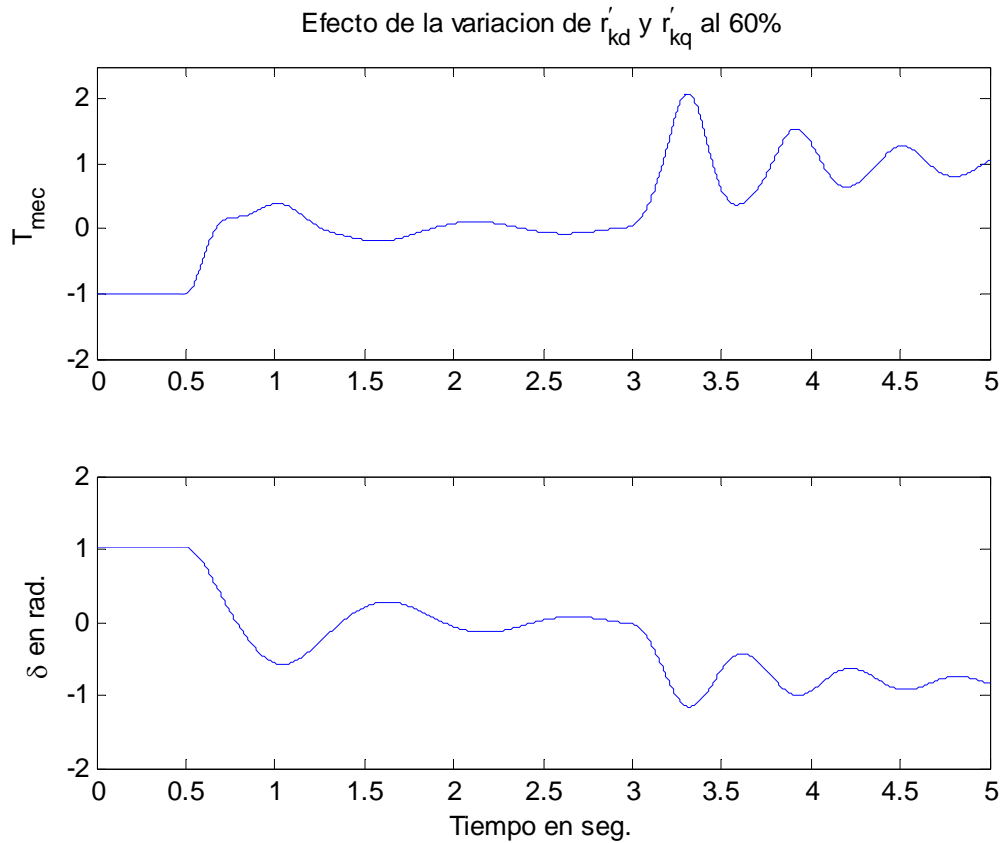
Figura 3-32. Efecto de la variación de r'_{kd} y r'_{kq} al 140%



- e) Se variará el valor de H , la constante de inercia de la máquina, de un valor base de 3.77 segundos a un valor de 5 segundos y se observará como se comporta la máquina bajo la aplicación de una función escalón en el torque mecánico.

Para llevar a cabo lo anterior se realizó el programa *Inercia.m* para observar aisladamente la respuesta del ángulo δ en ambos casos y poder comparar ambas respuestas. Una vez inicializada la simulación y cuando se encuentre en modo *keyboard*, debe ingresarse el nombre del archivo *Inercia.m* en el *Command Window* de MATLAB y seguir las instrucciones. El resultado de la ejecución de dicho programa en conjunto con el archivo *simulacion1.mdl* se puede observar en las figuras 3-34 y 3-35, para el caso predeterminado con $H = 3.77$ s.; y para el caso con $H = 5$ s., respectivamente.

Figura 3-33. Efecto de la variación de r'_{kd} y r'_{kq} al 60%



Como se puede observar de las figuras 3-34 y 3-35, existe una diferencia notable en la frecuencia de oscilación del rotor. De dichas figuras se puede notar como el ángulo δ no solo cambia en cuanto su frecuencia, sino también en cuanto al valor pico de su oscilación, de esta observación podemos concluir que en cuanto más grande sea la constante de inercia de una máquina síncrona, más larga será la duración de la oscilación y más altos serán los picos de las mismas. La exploración anterior (incisos a-e) es solamente una pequeña muestra de lo que se puede estudiar sobre el funcionamiento de la máquina síncrona.

Figura 3-34. Respuesta del rotor con la constante H original

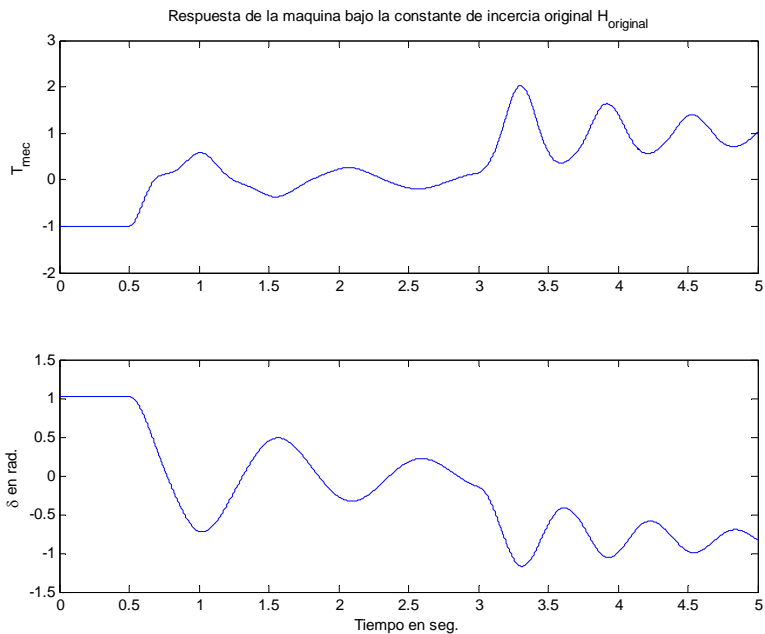
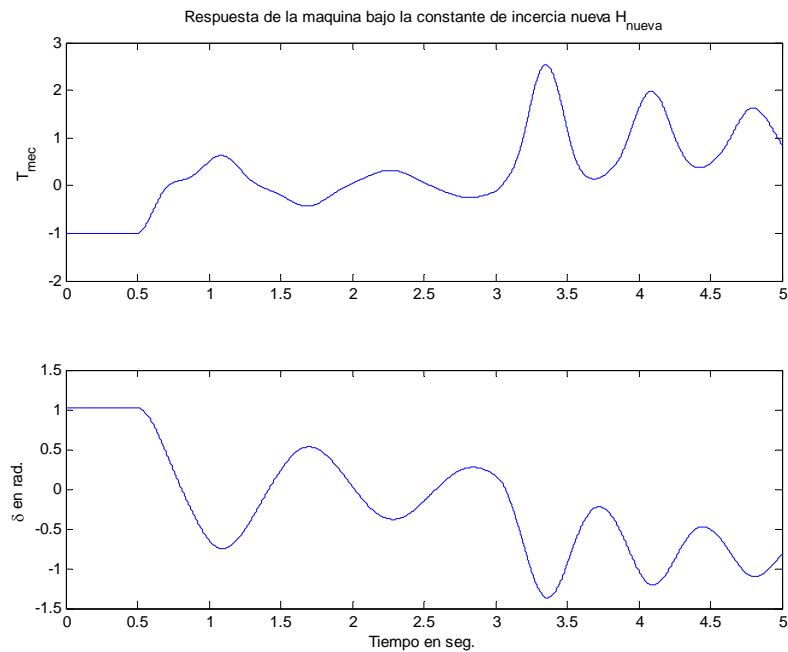


Figura 3-35. Respuesta del rotor con la constante H modificada



3.8.2. SIMULACION 2: fallas en generadores síncronos

El propósito de esta simulación es observar la respuesta de un generador síncrono que opera en sus condiciones normales bajo la influencia de las diferentes fallas, simétricas y asimétricas, aplicadas a las terminales del generador. Estas fallas se muestran en la figura 3-36 de manera esquemática.

Figura 3-36. Fallas simétricas y asimétricas en los generadores síncronos

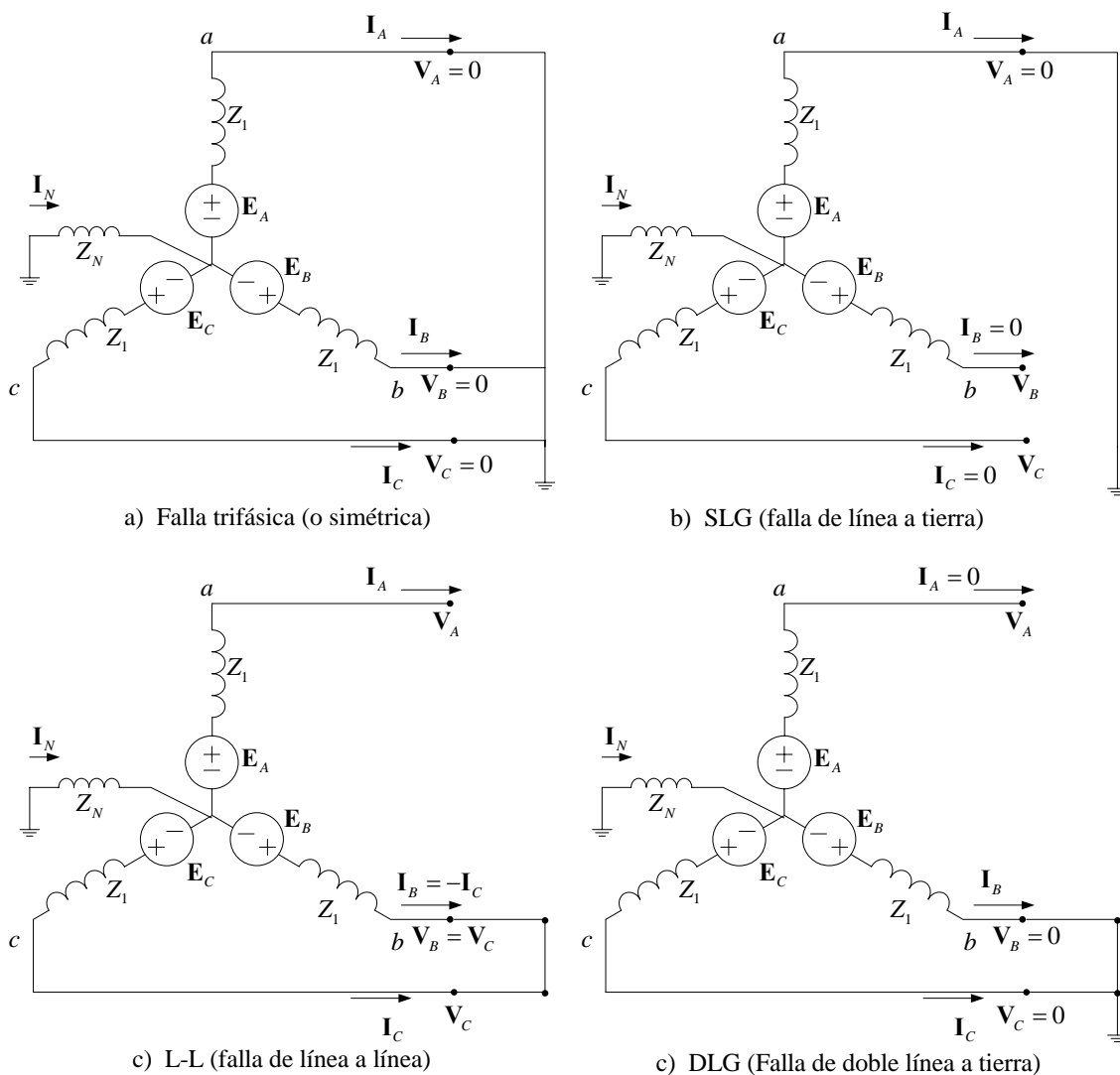
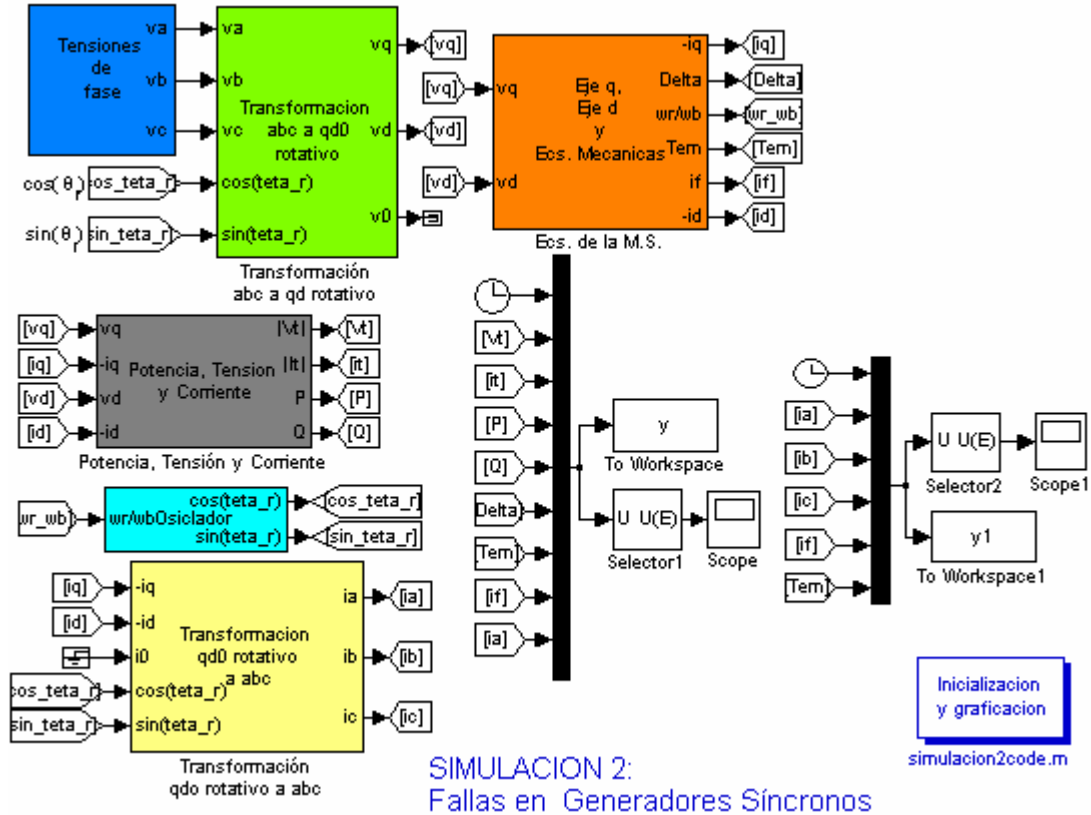


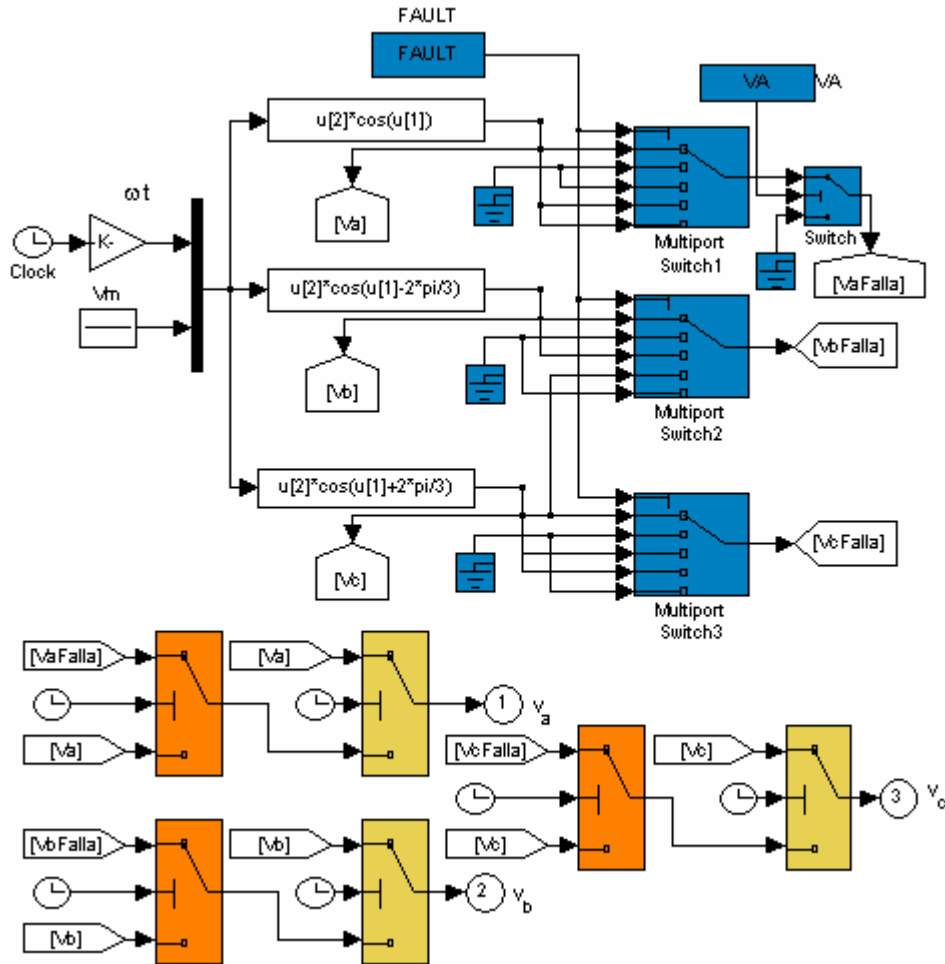
Figura 3-37. Modelo de bloques de *Simulink* para la simulación de fallas



La figura 3-37 muestra el modelo de bloques general de *Simulink* que se utiliza para simular fallas en generadores síncronos. Este muestra algunas diferencias de fondo con respecto al modelo de la simulación anterior, primero, como se puede notar en la Figura 3-37 se incluye un segundo *mux* para dirigir las señales que más nos interesarán observar durante una falla como lo son las corrientes instantáneas de fase, la corriente de excitación y el torque eléctrico. La variable sobre la que más se habla en un análisis de fallas es el ángulo δ , este se presenta en el primer *mux*.

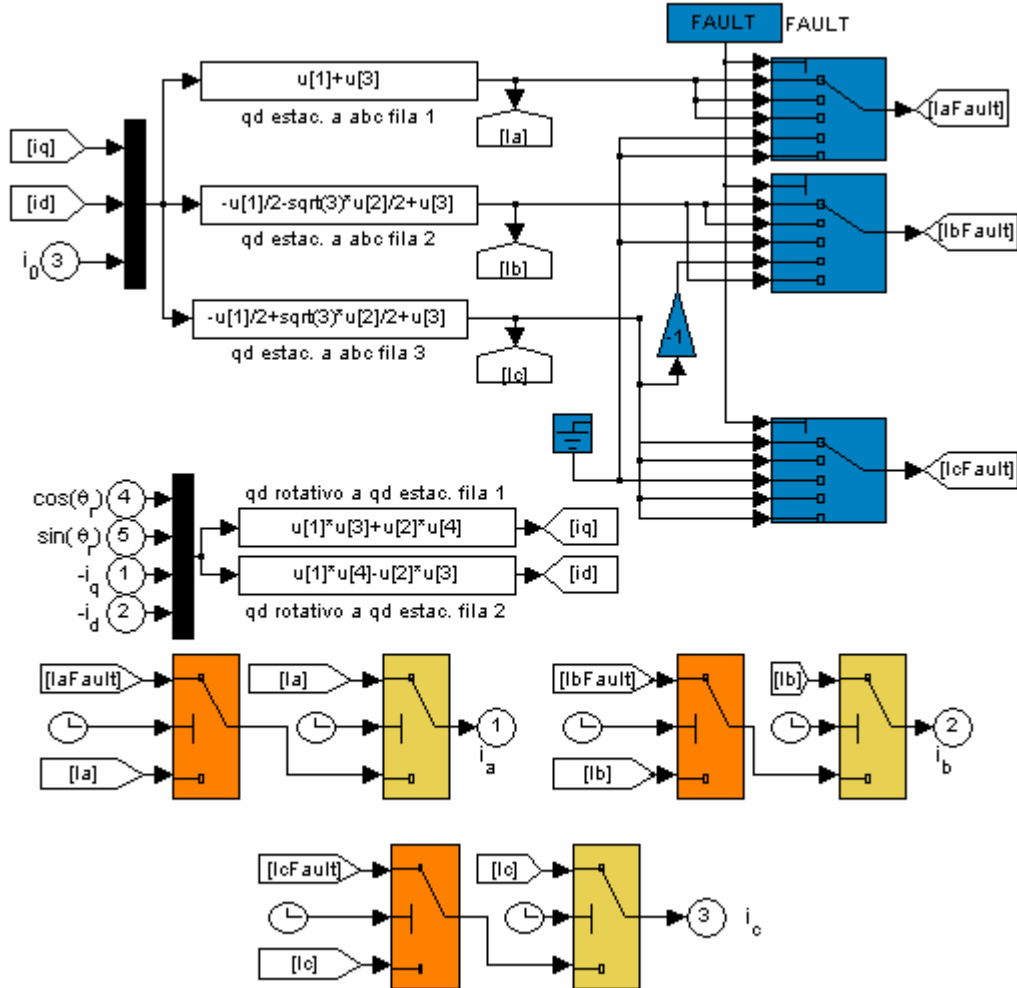
Las diferencias más notables se presentan en las figuras 3-38 y 3-39, donde se pueden observar los bloques de tensiones de fases y corrientes de salida.

Figura 3-38. Bloque de tensiones de fase



La figura 3-38, muestra la implementación de varios conmutadores múltiples, la finalidad de estos es seleccionar la señal de tensión de salida dependiendo del tipo de falla que se escoja, cumpliendo con las condiciones de falla mostradas en la Tabla III-IV. Además, como se puede apreciar en la figura 3-38 se incluyen varios conmutadores en cascada, estos tienen la finalidad de dirigir las tensiones de salida dependiendo del tiempo cuando se da la falla y el tiempo en el que se limpia la falla. La implementación de estos conmutadores son los que permiten, como se verá más adelante, la visualización del comportamiento del ángulo δ durante una falla en una máquina síncrona.

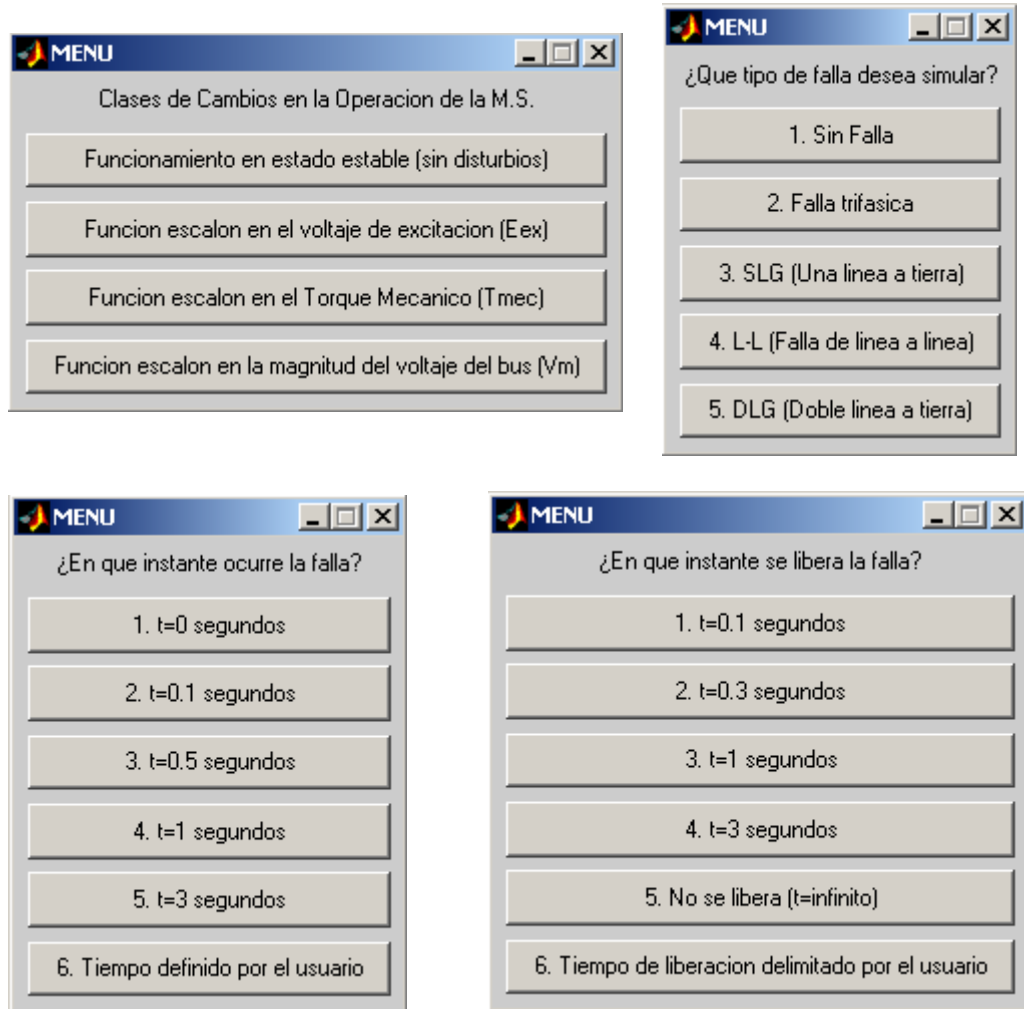
Figura 3-39. Bloque de transformación $qd0$ rotativo a abc



La Figura 3-39 muestra la implementación de varios conmutadores múltiples, de la misma forma que en la Figura 3-38, la finalidad de estos es seleccionar la señal de corriente de salida dependiendo del tipo de falla que se escoja, cumpliendo con las condiciones de falla mostradas en la tabla III-IV.

Además, al igual que en la figura 3-38, se incluyen varios conmutadores en cascada, estos tienen la finalidad de dirigir las corrientes de salida dependiendo del tiempo cuando se da la falla y el tiempo en el que se limpia la falla.

Figura 3-40. Menús de la simulación 2



Para facilitar la asignación de valores a las variables y la selección de opciones para la simulación de fallas, en la simulación se incluyen cuatro menús que permiten al usuario seleccionar las diferentes opciones, su detalle se describe en el archivo *simulacion2code.m*. Si se hace un pequeño conteo, podemos darnos cuenta que existen como mínimo ¡137 diferentes opciones para la simulación!, y además da la posibilidad de analizar casos definidos por el usuario (quiere decir que son infinitas opciones de simulación); esto significa que la simulación 2 representa una poderosa herramienta para el aprendizaje y análisis de fallas.

Tabla III-IV. Condiciones de voltaje y corriente de la M.S. ante diferentes fallas

TIPO DE FALLA	V_a	V_b	V_c	I_a	I_b	I_c
Sin Falla.	V_a	V_b	V_c	I_a	I_b	I_c
Simétrica (3ϕ)	0	0	0	I_a	I_b	I_c
SLG	0	V_b	V_c	I_a	0	0
L-L	V_a	V_c	V_c	I_a	$-I_c$	I_c
DLG	V_a	0	0	0	I_b	I_c

Exploración:

Una falla en circuito es cualquier contingencia que interfiere con el flujo normal de corriente hacia las cargas. En la mayoría de las fallas, un camino de corriente se forma entre dos o más fases, o entre una o más fases y tierra. Este camino de corriente tiene una baja impedancia, resultando en excesivos flujos de corriente. En esta exploración estudiaremos varios tipos de fallas en máquinas síncronas, cuyas condiciones se presentan en resumen en la Figura 3-36 y la Tabla III-IV. Debido a condiciones de espacio, solamente se realizarán tres incisos en esta exploración. Sin embargo, como ya se mencionó, existen muchos escenarios diferentes a los que se simularán en esta exploración. Se tratarán los temas fundamentales de fallas, es decir, la falla simétrica, la falla SLG, la falla L-L y la falla DLG aplicadas a un generador que opera en estado estable. Además, se analizará el comportamiento del ángulo δ bajo las diferentes fallas, pero limpiando la falla de manera que se pueda observar la oscilación de dicho ángulo, como llega a estabilizarse y como puede llevarse a valores extremos.

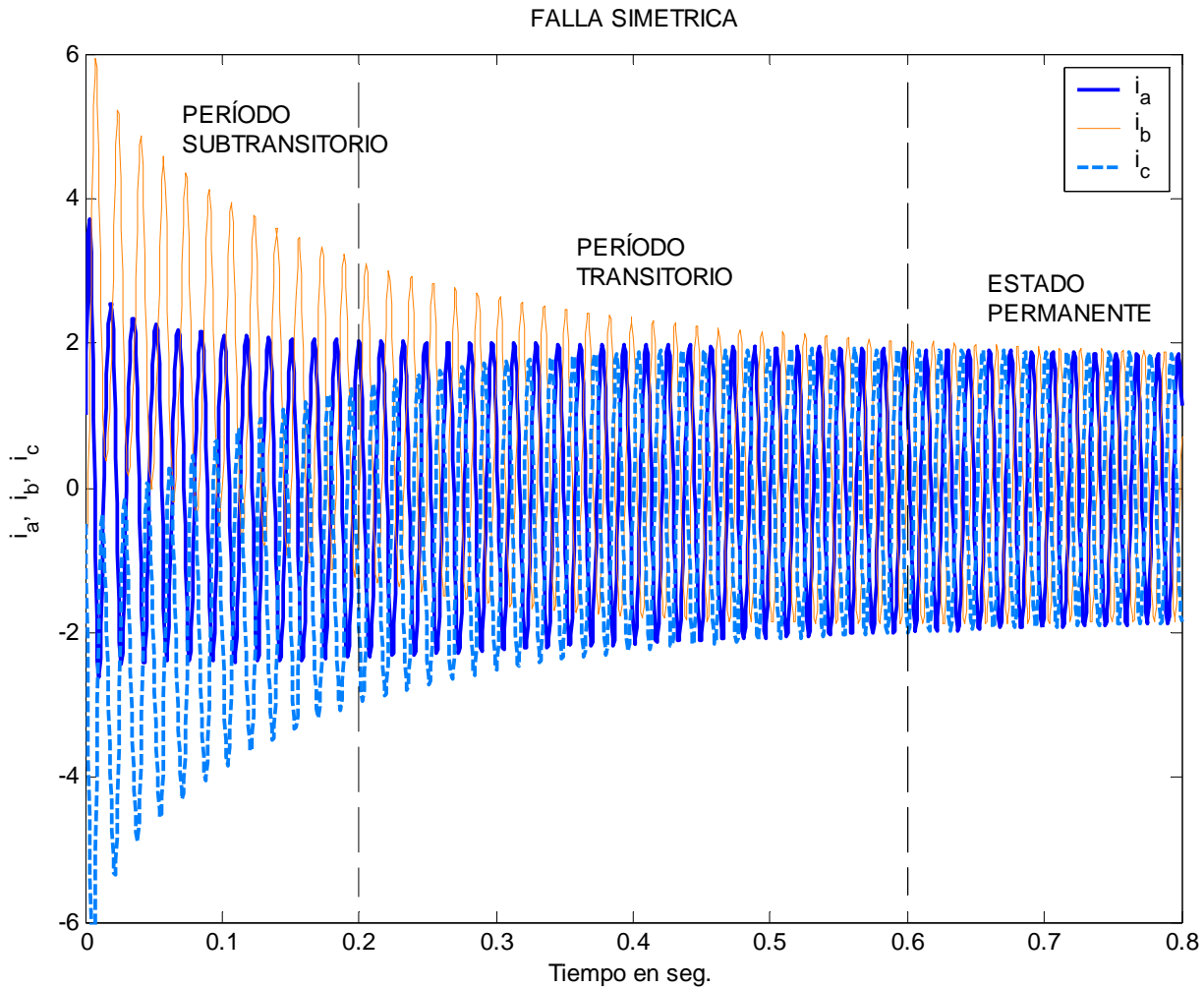
- a) **Falla simétrica o trifásica.** Cuando todas las fases de un generador síncrono se cortocircuitan se produce una falla simétrica o trifásica, cuando esto ocurre, el flujo de corriente resultante en las fases del generador serán como las que aparecen en la figura 3-41; esta gráfica se puede obtener utilizando el archivo *simulacion2.mdl* y escogiendo las opciones de falla trifásica, en $t = 0$ y sin liberar la falla.

Antes de la falla solamente existen en el generador voltajes y corrientes de ac, en cambio, inmediatamente después de la falla, se presentarán corrientes en ac y dc. Las corrientes de dc tienen su origen en lo siguiente: un generador síncrono es básicamente un circuito inductivo, además una corriente no puede cambiar instantáneamente en un inductor, cuando ocurre una falla, la componente de corriente alterna llega a valores muy altos, pero, la corriente total no puede cambiar en ese instante.

La componente transitoria de dc de corriente es lo suficientemente grande para que la suma de las componentes de dc y ac, justo después de la falla, sea igual a la corriente de ac que fluye antes de la falla. Como los valores instantáneos de corriente en el momento de la falla son diferentes en cada fase, la magnitud de la componente de dc de corriente será diferente en cada fase.

Las componentes de dc decaen rápidamente, pero inicialmente son el 50 o 60% del flujo de corriente de AC en el instante después de que ocurre la falla. En la figura 3-41 se grafican conjuntamente i_a , i_b e i_c , esta gráfica corresponde a la componente de corriente simétrica de ac. Puede ser dividida en tres períodos. Durante los primeros ciclos después de que se dio la falla la corriente ac es muy elevada y decae rápidamente. Este período es llamado *período subtransitorio*. Después de que termina el período subtransitorio, la corriente empieza a decaer a una menor razón llegando al *período transitorio* y finalmente al *estado permanente*.

Figura 3-41. i_a , i_b e i_c durante una falla simétrica

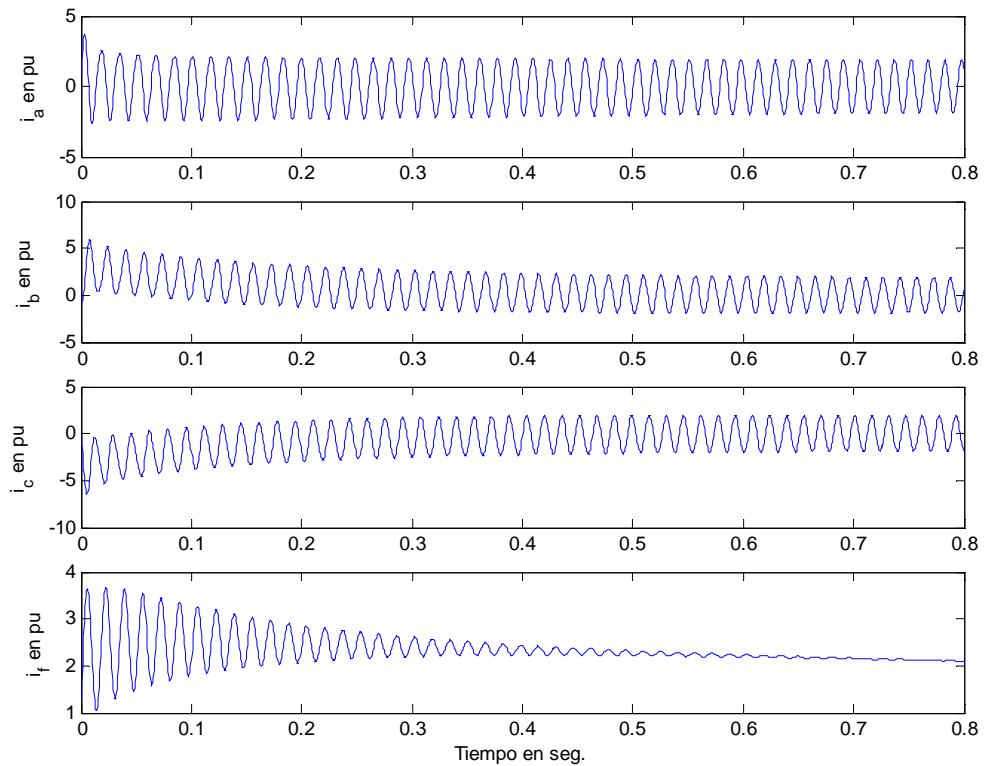


De los resultados de las figura 3-42 podemos notar que las corrientes del estator varían de una manera un tanto complicada. El análisis de las formas de onda muestra que estas consisten de:

- una componente de frecuencia fundamental
- una componente de corriente directa
- una componente de doble-frecuencia

La componente de frecuencia fundamental es simétrica con respecto al eje del tiempo. Su superposición en la componente de corriente directa dará una forma de onda asimétrica. El grado de la asimetría depende del punto de la función de voltaje en el que se da el cortocircuito. La corriente de campo, como las de armadura, consiste en una componente de ac y una componente de dc. La componente de ac decae y está afectada por la armónica fundamental y por la segunda armónica. La componente de segunda armónica en la corriente de campo como en las corrientes de armadura es relativamente pequeña y usualmente se desprecia. Dicho lo anterior, durante el cortocircuito, la reactancia efectiva de la máquina puede ser asumida solamente a lo largo del eje directo, de esta suposición se pueden derivar modelos muy simples para estudios de fallas en sistemas de potencia y de estabilidad transitoria.

Figura 3-42. Corrientes bajo una falla simétrica



b) **Fallas asimétricas: SLG, L-L y DLG.** Las fallas asimétricas cumplen con las condiciones de falla que se muestran en la Tabla III-IV. Estas fallas producen flujos de corrientes desbalanceados, y por ende requieren de componentes simétricas para su solución. Dado que el archivo *simulacion2.mdl* provee de un modelo de la máquina síncrona en componentes $qd0$, se puede encontrar una solución numérica de las ecuaciones del modelo bajo las condiciones de cada tipo de falla que se resumen en la Tabla III-IV y la Figura 3-36, dejando a un lado la solución utilizando componentes simétricas .

SLG (Falla de línea a tierra). Como se muestra en la Figura 3-36 y en la Tabla III-IV, las condiciones para que se de una falla de línea a tierra son $I_B = 0$, $I_C = 0$ y $V_A = 0$; el resultado de simular con el archivo *simulacion2.mdl* las condiciones anteriores se muestra en las figuras 3-43 y 3-44.

Figura 3-43. Corrientes bajo una falla SLG

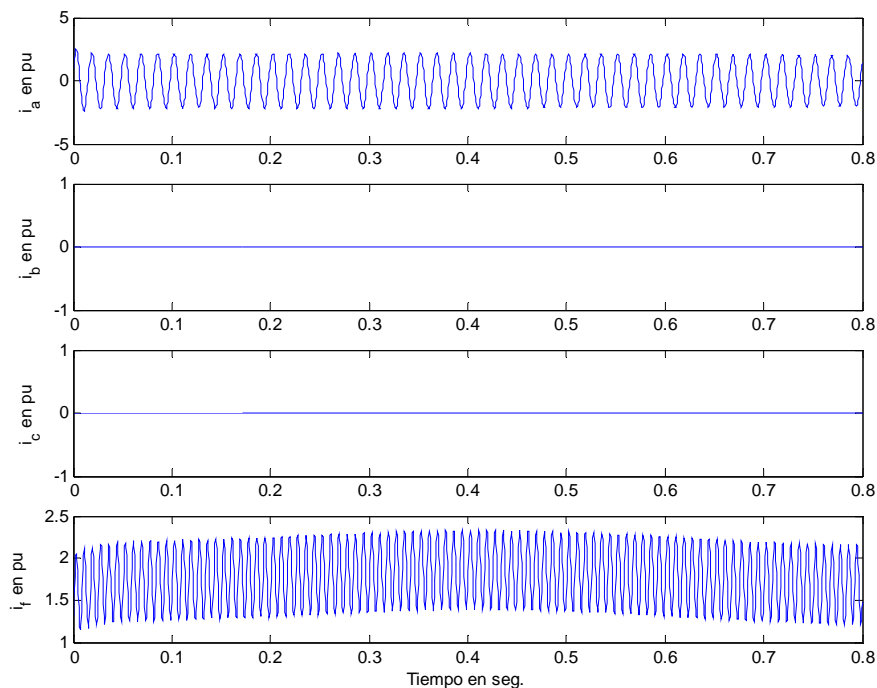
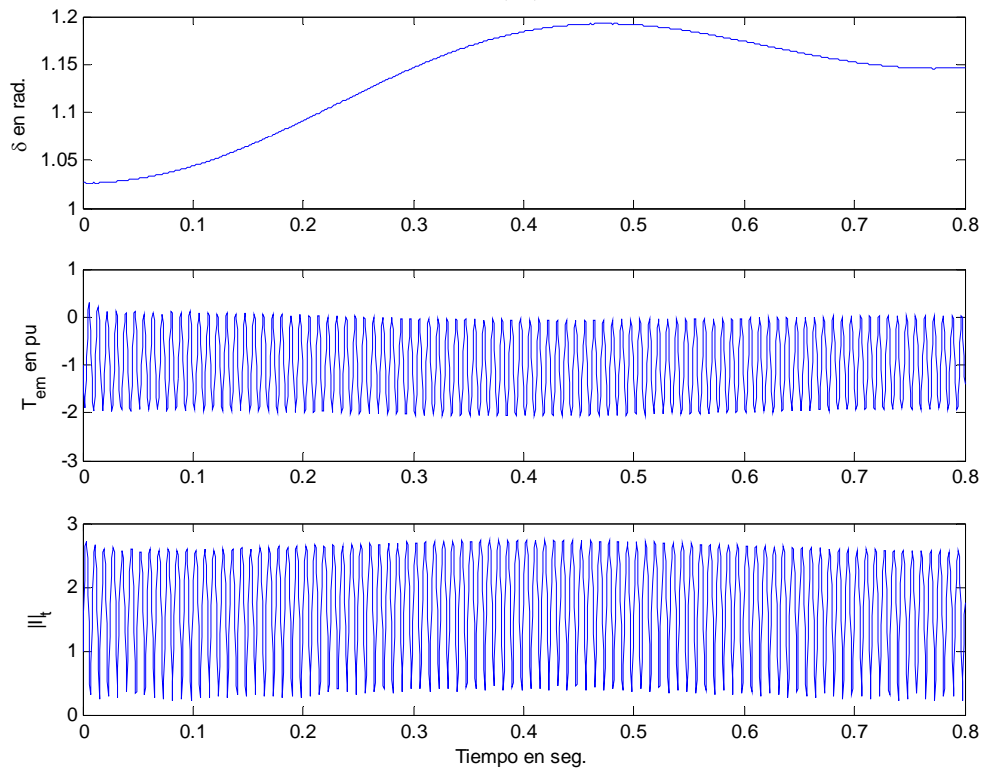


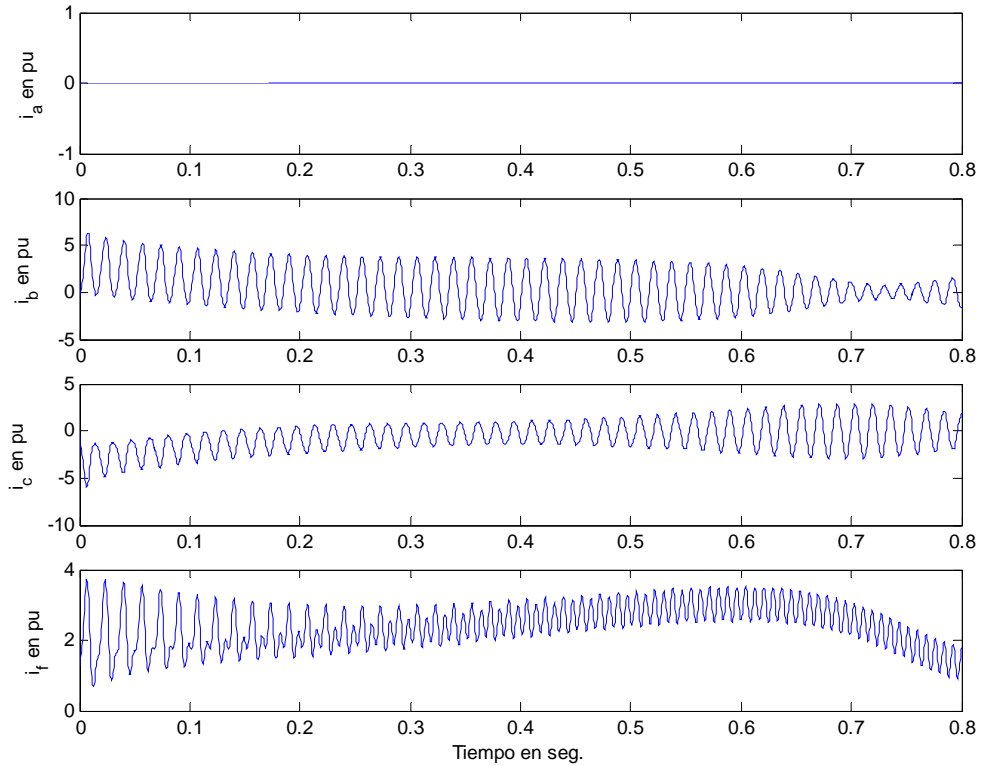
Figura 3-44. δ , T_{em} e $|I_t|$ bajo una falla SLG



Como podemos notar en la figura 3-43 se cumplen las condiciones de falla $I_B = 0$, $I_C = 0$, además podemos notar el comportamiento oscilatorio de la corriente de campo debido a la influencia de la corriente de la fase a .

En la figura 3-44 podemos ver el comportamiento de δ , T_{em} e $|I_t|$. Particularmente, es de interés el comportamiento de δ que, como podemos ver, representa la tendencia de la máquina a desestabilizarse, obviamente esto es indeseable y puede ser mitigado por medio de medidas de protección como los interruptores de potencia.

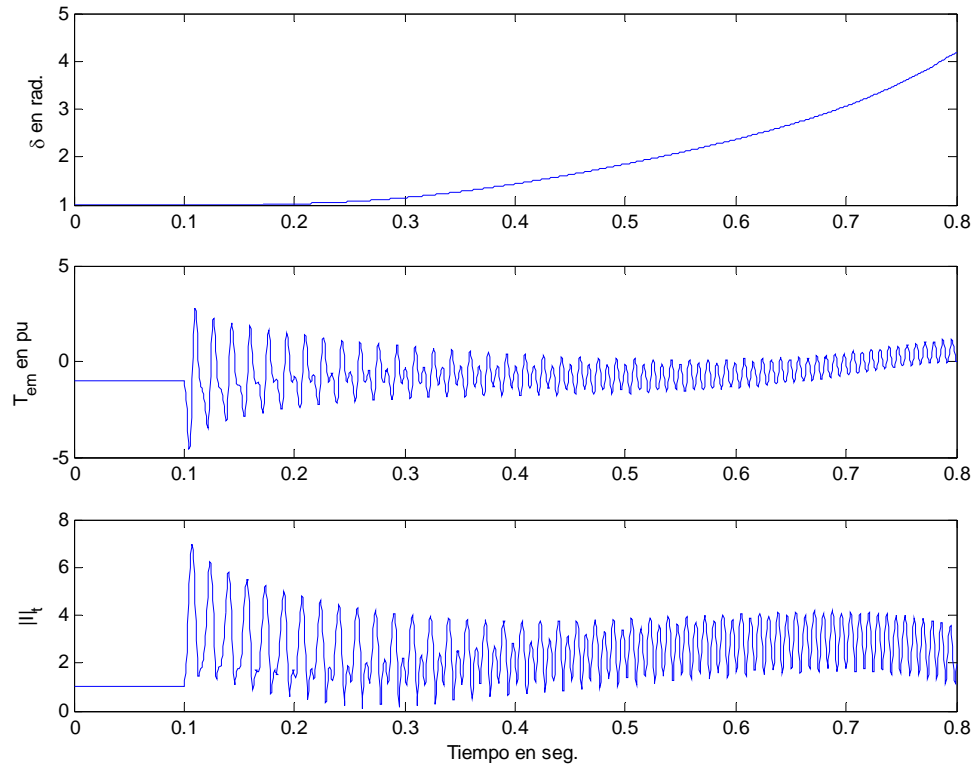
Figura 3-45. Corrientes bajo una falla DLG



DLG (Doble línea a tierra). Como podemos notar en la figura 3-45 se cumplen las condiciones de falla $I_A = 0$; además, podemos notar el comportamiento las corrientes de las fases a y c y también de la corriente de campo.

En la figura 3-46 podemos ver el comportamiento de δ , T_{em} e $|I_t|$. Particularmente, es de interés el comportamiento de δ que, como podemos ver, representa la tendencia de la máquina a desestabilizarse, pero a diferencia de la falla SLG, esta tendencia a desestabilización es más lenta, esto es una ventaja pues si los interruptores tardaran en actuar la máquina no necesariamente saldría de servicio.

Figura 3-46. δ , T_{em} e $|I_t|$ bajo una falla DLG

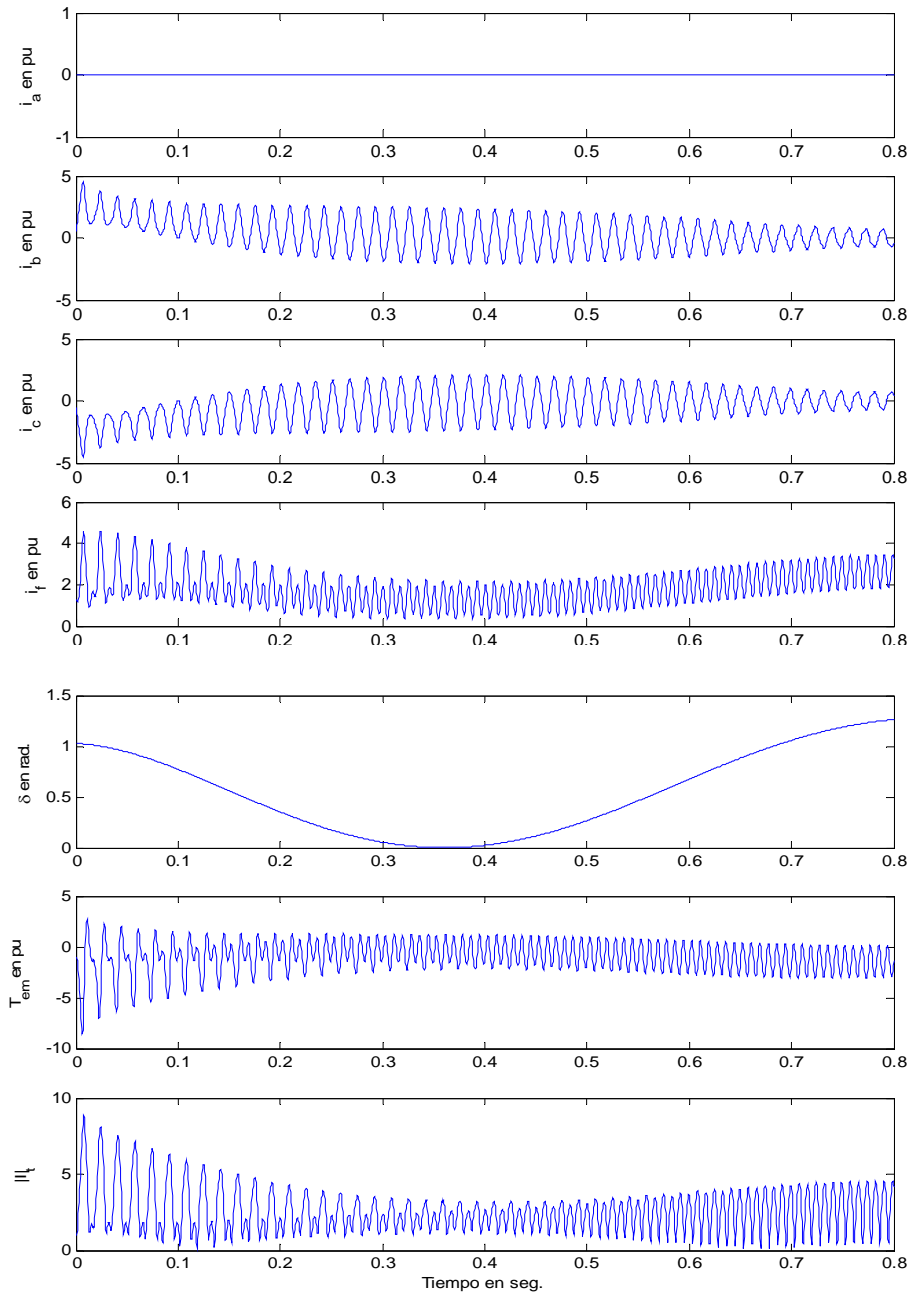


L-L (Falla de línea a línea). Como se muestra en la figura 3-36 y en la tabla III-IV, las condiciones para que se de una falla de línea a tierra son $\mathbf{I}_B = -\mathbf{I}_C$, $\mathbf{I}_A = 0$ y $\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_C$; el resultado de simular con el archivo *simulacion2.mdl* las condiciones anteriores se muestra en la figura 3-47.

Como podemos notar en la figura 3-47 se cumplen las condiciones de falla $\mathbf{I}_B = -\mathbf{I}_C$, $\mathbf{I}_A = 0$, además podemos notar el comportamiento las corrientes de las fases *a* y *c* y también de la corriente de campo. En la figura 3-47 también podemos ver el comportamiento de δ , T_{em} e $|I_t|$.

El comportamiento de δ representa la desestabilización de la máquina; a diferencia de la falla SLG y DLG, esta tendencia a desestabilización tiene una característica oscilatoria diferente que puede representar dificultades de reconocimiento para las protecciones.

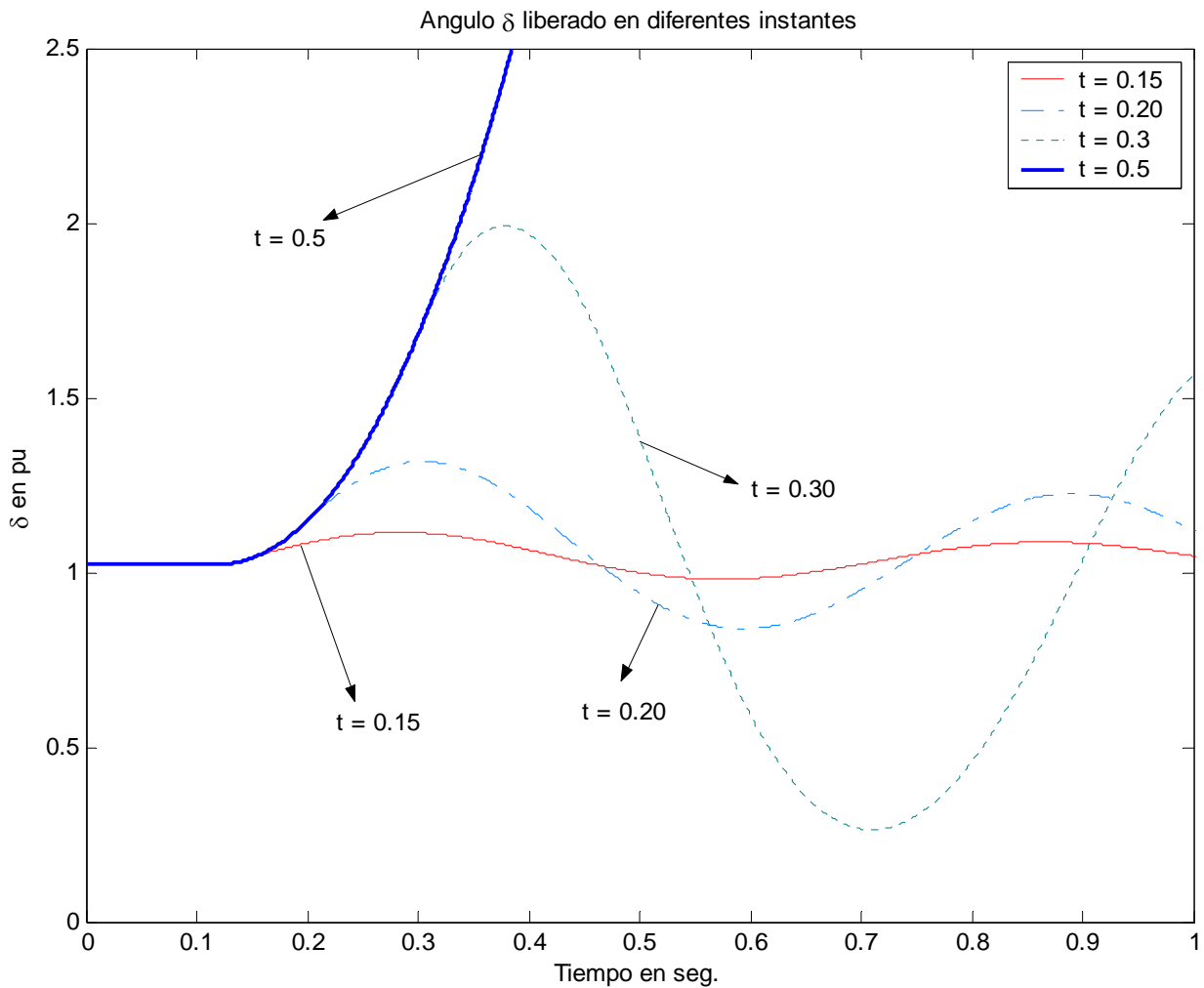
Figura 3-47. Corrientes, δ , T_{em} e $|I_t|$ bajo una falla L-L



c) **Liberación de fallas.** A continuación se observará el comportamiento del ángulo δ durante una falla y la liberación de la misma. Se mostrará como el ángulo δ puede ser estabilizado mediante una pronta liberación de la falla.

Se utilizó el archivo *simulacion2.mdl* para simular una falla simétrica en $t = 0.1$ y con liberación en $t = 0.15$, luego se libera en $t = 0.2$, luego se libera en $t = 0.3$ y finalmente en $t = 0.5$.

Figura 3-48. Estabilidad del ángulo δ



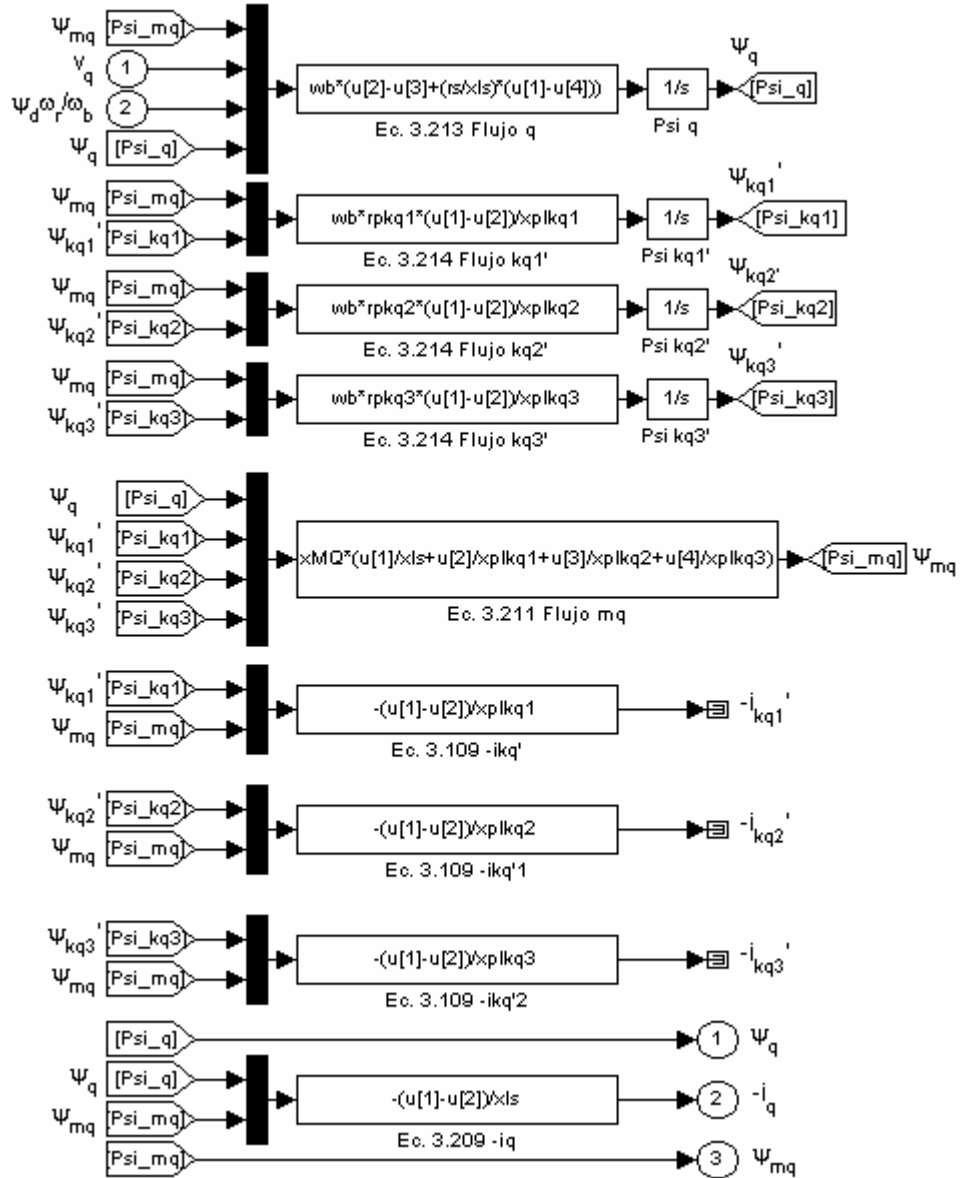
Realizando la simulación para los valores requeridos y manipulando los datos de la simulación con MATLAB, podemos obtener la gráfica de la Figura 3-48 que muestra el comportamiento del ángulo δ para diferentes tiempos de liberación de falla. Como podemos notar, al liberar la falla de manera pronta ($t = 0.15$) podemos estabilizar la máquina sin que salga de sincronismo manteniendo el ángulo en valores cercanos al del estado estable; en cambio si las protecciones no actúan con rapidez podemos encontrarnos con una máquina que sobrepasa los límites admisibles de variación del ángulo de potencia o fuera de sincronismo. Es obvio que con el archivo *simulacion2.mdl*, se pueden realizar el análisis de estabilidad con diferentes condiciones, esto queda como inquietud para el lector.

3.8.3. SIMULACION 3: modelos de orden superior

En esta simulación se implementa el modelo de orden superior estudiado en la sección 3.7, llamado modelo *Model 3.3* (se le referirá como modelo 2X3 en las figuras, sinónimo de 2 ejes 3 devanados de amortiguación), y se comparan los resultados de salida de la simulación de un cortocircuito trifásico (función escalón en V_m), en especial las variables del rotor, con los resultados obtenidos con modelos más sencillos (el modelo *Model 1.1*, al cuál se le refiere en las figuras como 2X1, sinónimo de 2 ejes 1 devanado de amortiguación).

El modelo de bloques general de *Simulink* del archivo *simulacion3.mdl*, es en apariencia igual al de la simulación2, difiere en los bloques para las variables del eje q (Figura 3-49) y del eje d (Figura 3-50) en donde se implementan las ecuaciones 2.203 a 2.215 para considerar múltiples circuitos en el rotor, en este caso, tres en cada eje. Los términos de coeficiente b en el eje d , de la ecuación 3.208, son calculados por el archivo *simulacion3code.m* como parte del procedimiento de inicialización que también establece la condición deseada de estado estable para la inicialización de la simulación.

Figura 3-49. Diagrama de bloques del eje q para el modelo 2X3



Para efectos de esta simulación se crearon los archivos *high1.m*, *high2.m* y *high3.m*, los cuales están programados para establecer los parámetros para la máquina una máquina de prueba síncrona de dos polos, 60 Hz y 722.222 MVA. El archivo *high1.m* utiliza los parámetros dados en [33, pp.274] para un modelo equivalente 2X3. El archivo *high2.m* utiliza los parámetros dados en [34, pp. 295] para un modelo 2X3 en donde $x_{r1c} = 0$.

Para completar la comparación, el archivo *high3.m*; presenta los parámetros para la misma máquina pero calculados para el modelo más sencillo presentado en la sección 3.5. El modelo de la sección 3.5 tiene un devanado de amortiguamiento en el eje *q* y un devanado de excitación y un devanado de amortiguamiento en el eje *d*; además no existen acoplamiento entre los devanados de amortiguación del eje *d*. El conjunto de parámetros del archivo *high3.m* debe utilizar el archivo *simulación2.mdl* para simular correctamente el comportamiento de la máquina para la misma prueba de aplicación de una función escalón en V_m . Los parámetros de los archivos *high1.m*, *high2.m* y *high3.m* aparecen de forma resumida en la Tabla III-V.

Tabla III-V. Parámetros para la simulación de modelos de orden superior

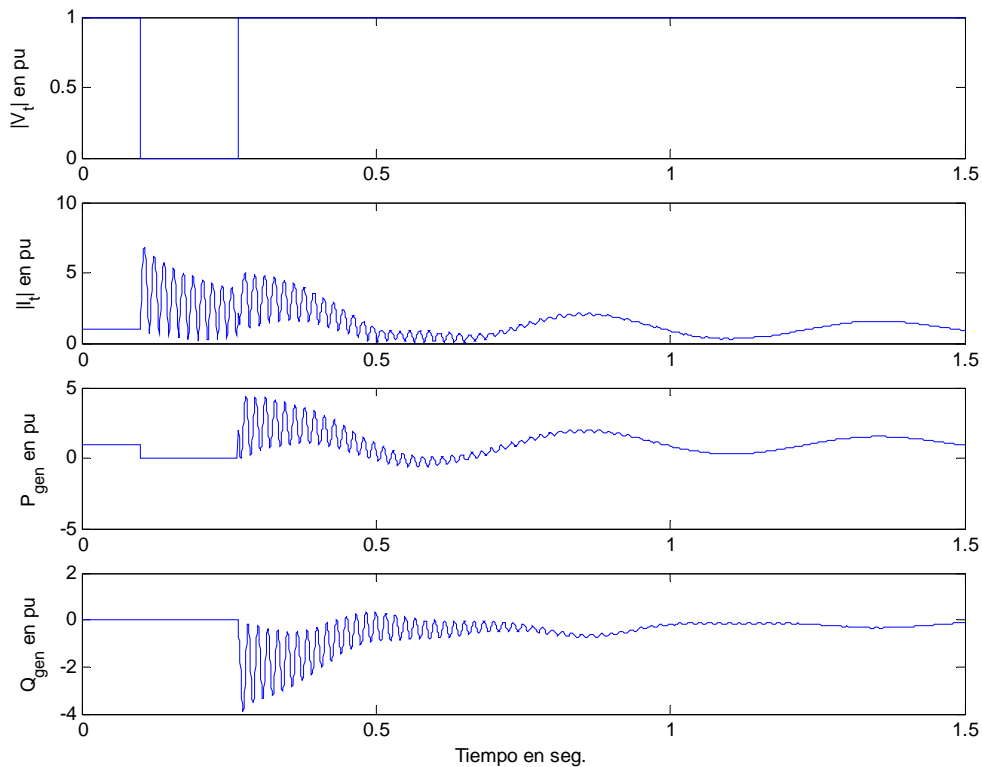
<i>Parámetros para los archivos high1.m y high2.m</i>							
Eje <i>d</i>	<i>high1.m</i>	<i>high2.m</i>	Eje <i>q</i>	<i>high1.m</i>	<i>high2.m</i>		Comunes
x_{md}	1.7	1.7	x_{mq}	1.61	1.61	f_{nom}	60
x_d	1.89	1.89	x_d	1.8	1.8	<i>Polos</i>	2
x_{2rc}	0.06523	0.0	x_{lkq3}	0.1225	0.1225	V_{nom}	26 kV
x_{1rc}	0.01925	0.12094	x_{lkq2}	0.3248	0.3248	S_{nom}	722.222 MVA
x_{1c}	0.1055	0.06563	x_{lkq1}	0.6802	0.6802	r_s	0.004
x_{2c}	0.03076	0.06563	r_{lkq3}	0.2237	0.2237	x_{ls}	0.19
x_{3c}	0.009134	-0.00988	r_{lkq2}	0.03537	0.03537	x_d	0.346
r_{kd3}	0.02467	0.02334	r_{lkq1}	0.005698	0.005698	x_q	0.642
r_{kd2}	0.01297	0.01848	Inercia			D_ω	0
r_f	0.00112	0.00109	<i>H</i>	3	3.77		
<i>Parámetros para el archivo high3.m</i>							
$f_{nom}=60$	<i>Polos</i> =2	<i>FP</i> =0.9	$V_{nom}=26$ kV		$S_{nom}=722.222$ MVA	<i>H</i> =3	$D_\omega=0$
$r_s=0.004$	$x_d=1.92$	$x_q=1.85$	$x_{ls}=0.19$	$x_d=0.34$	$x_q=0.60$	$x_d=0.26$	$x_q=0.26$
		$T_{d0}=4.8$	$T_{q0}=1.0$	$T_{d0}=0.04$	$T_{q0}=0.053$		

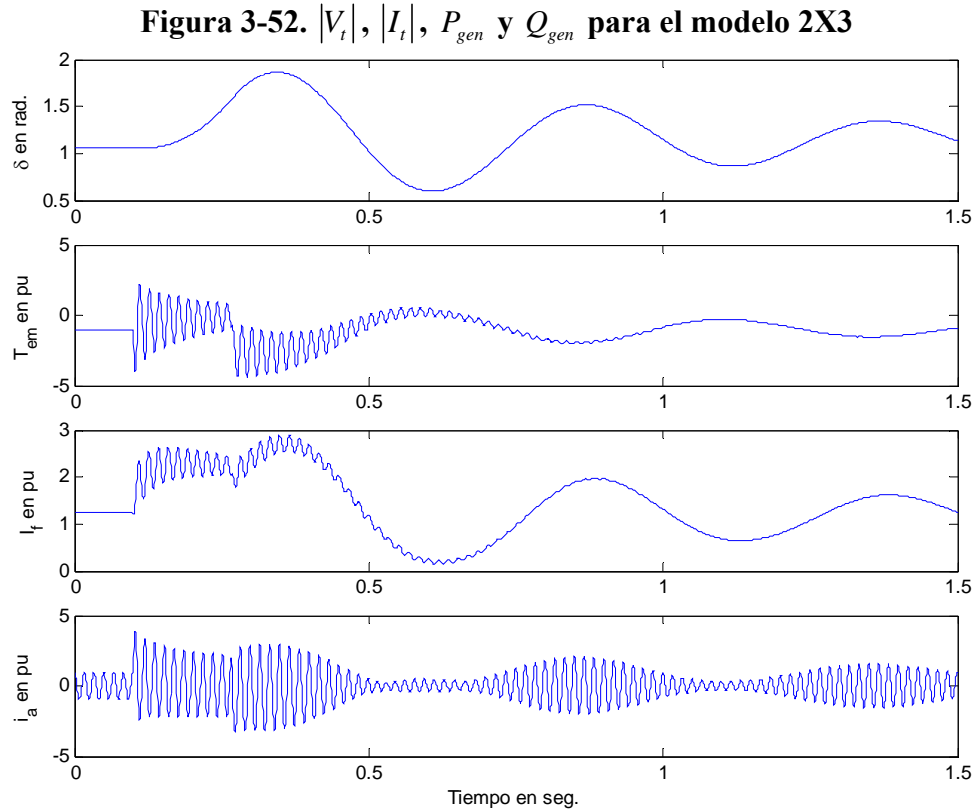
Exploración:

Se utilizan los archivos *simulacion3.mdl* y *simulación2.mdl* para simular la respuesta de los diferentes modelos ante una función escalón aplicada a V_m .

- a) Se simulará la respuesta ante una función escalón aplicada a V_m utilizando el modelo *Model 3.3* con el conjunto de parámetros *high1.m* y el archivo *simulacion3.mdl*. Se visualizarán 10 ciclos de operación, además se guardarán los arreglos de datos de i_f' y δ para luego ser comparados con las simulaciones posteriores. Los resultados se muestran en las figuras 3-51 y 3-52.

Figura 3-51. $|V_t|$, $|I_t|$, P_{gen} y Q_{gen} para el modelo 2X3

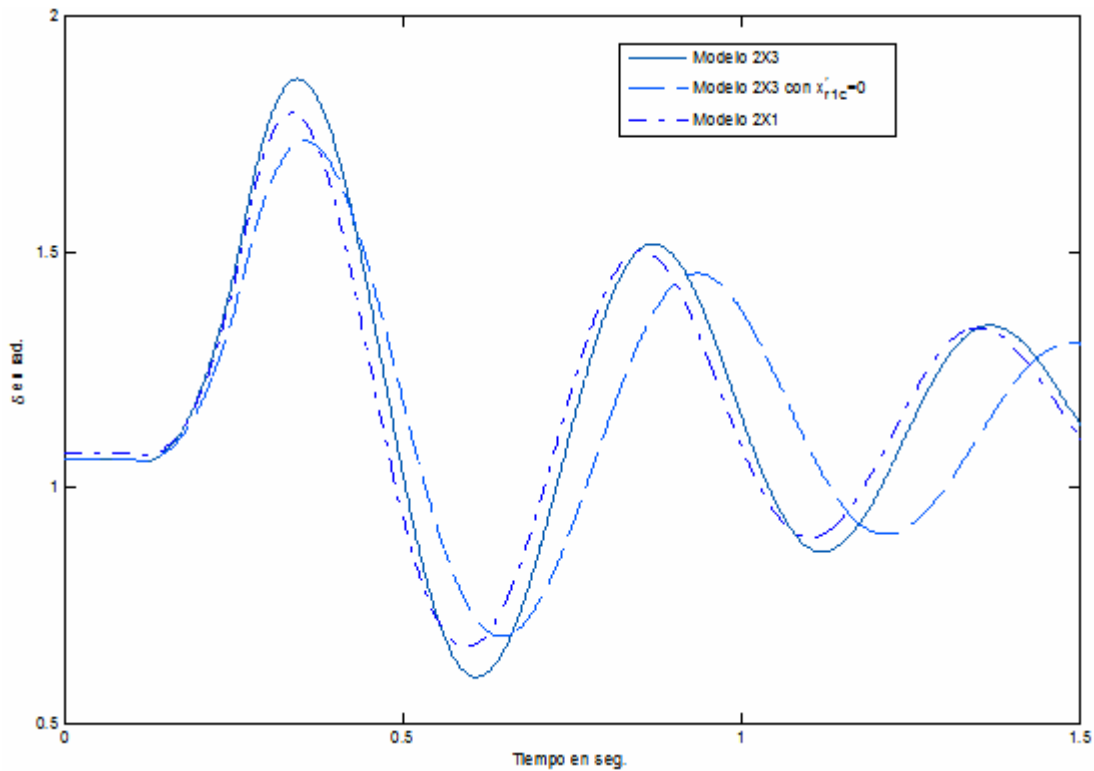




- b) Se repite el procedimiento del inciso a, con la excepción que ahora se utiliza el conjunto de parámetros del archivo *high2.m*. De nuevo se simularán 10 ciclos de operación, además se guardarán los arreglos de datos de i_f' y δ para luego ser comparados. No se despliegan los resultados por cuestión de espacio.
- c) Se utiliza el archivo *simulacion2.mdl* para simular la respuesta ante una función escalón aplicada a V_m utilizando el *Model 3.3* con el conjunto de parámetros *high3.m*. Una vez más se simularán 10 ciclos de operación, además se guardarán los arreglos de datos de i_f' y δ para luego ser comparados. No se despliegan los resultados por cuestión de espacio.

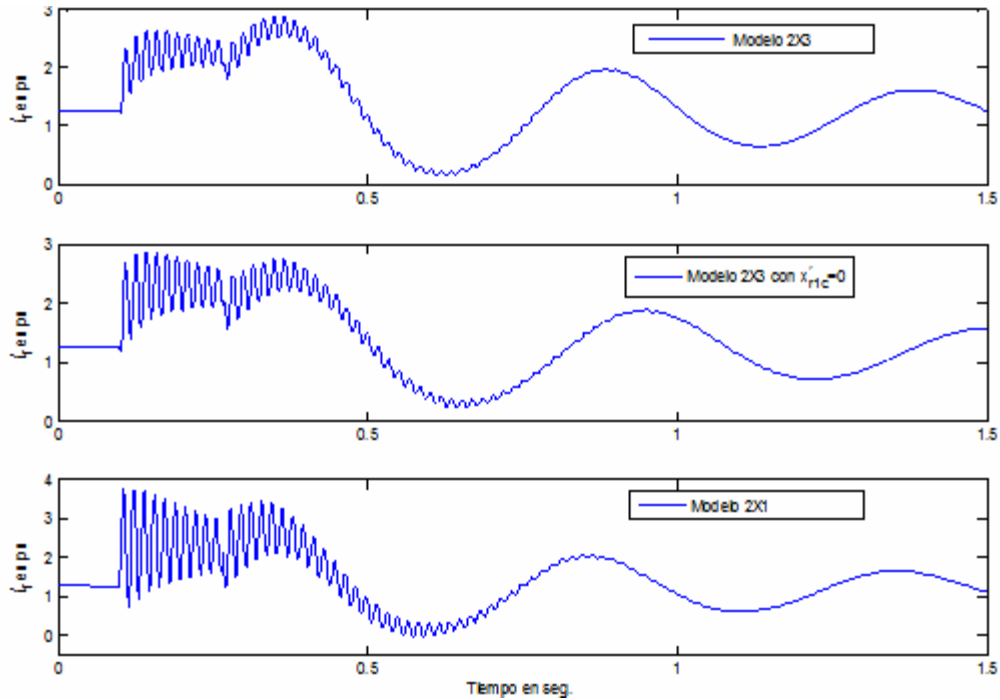
- d) Se crea un *mfile* para cargar los datos guardados y graficar las respuestas de δ e i_f de las simulaciones a, b y c. En la figura 3-53 se muestran las tres curvas de los ángulos y en la figura 3-54 se muestran las gráficas de las diferentes corrientes de excitación.

Figura 3-53. Respuesta de δ para los diferentes modelos



Las gráficas de las figuras 104 y 105 nos permiten confirmar las afirmaciones de la sección 3.7., el modelo *Model 3.3.* da una representación más exacta de las variables del rotor y logra tomar en cuenta las corrientes distribuidas en el hierro del rotor; por lo tanto podemos concluir que el modelo *Model 3.3.* es el que describe con mayor exactitud a la máquina síncrona; sobre todo en cuanto a la estabilidad del ángulo δ , como se observa en la figura 3-53.

Figura 3-54. Respuesta de i_f' para diferentes modelos



En la figura 3-54 también podemos notar que utilizando el modelo *Model 3.3.*, donde se toman en cuenta las reactancias de acoplamiento x'_{r1c} y x'_{r2c} , se logra representar el efecto de las corrientes inducidas del circuito de excitación, resultando en una mejor estimación de i_f' . Esto se puede confirmar con la segunda gráfica de la figura 3-54, donde se desprecia x'_{r1c} haciéndola igual a cero, el efecto de esto es despreciar la inducción de la corriente del devanado de excitación en el de amortiguación, resultando en una i_f' resultante menos detallada. El modelo *Model 1.1.* de la sección 3.5 no considera la inducción que producen el devanado de excitación, esto se puede observar con claridad en la tercera gráfica de la figura 3-54, donde i_f' presenta una forma de onda menos detallada.

4. PARÁMETROS DE LA MÁQUINA SÍNCRONA

Este capítulo está constituido por cuatro ejes fundamentales: el análisis y determinación de los parámetros clásicos desde los parámetros **operacionales**, el análisis y determinación de los parámetros clásicos desde el **principio de flujo constante**, el **estudio de la respuesta en frecuencia** de la máquina síncrona y el **estudio de las pruebas para determinar los parámetros de la máquina síncrona**, ese último punto incluye el análisis de las pruebas tal y como se proponen en la norma IEEE Std. 1110-2002. Sumando a lo anterior se realiza un resumen de estudios recientes sobre la determinación de parámetros y se dan los procedimientos de cálculo de los parámetros para el modelo *Model 1.1* que se utiliza en la sección 3.5.

4.1. Parámetros y constantes de tiempo de la máquina síncrona

Antes de iniciar esta sección se hará énfasis en que la determinación de los *parámetros* de un sistema físico tiene la función de asignar valores a las variables de un *modelo matemático* el cual representa el sistema físico en cuestión, los parámetros por si solos tienen poca o ninguna importancia, si no van a ser utilizados en un modelo matemático para determinar el comportamiento del sistema. Se hace este comentario pues se ha creado un cierto grado de confusión en cuanto al cálculo de parámetros para modelos de sistemas eléctricos (e.j.: líneas de transmisión, máquinas síncronas, etc.) cuando simplemente se tiene que conocer el modelo con el cuál se va a trabajar y los parámetros necesarios para que este modelo represente con exactitud al sistema real.

Las ecuaciones de la máquina síncrona desarrolladas en este trabajo tienen en el estator y en el rotor resistencias e inductancias como parámetros. Se les refiere a estos como los *parámetros fundamentales* y están identificados por componentes del circuito equivalente mostrado en la figura 4-2.

Mientras que los parámetros fundamentales especifican completamente las características de las máquinas, no pueden ser directamente determinados por mediciones. Por lo tanto, el enfoque tradicional de asignar valores a los parámetros fundamentales ha sido el expresarlos en términos de parámetros derivados que están relacionados con el comportamiento observado visto desde las terminales bajo condiciones de prueba definidas. A continuación se definirán los parámetros derivados y se desarrollarán las relaciones entre estos y los parámetros fundamentales.

4.2. Parámetros operacionales

Para identificar las características eléctricas de las máquinas se utilizan los parámetros operacionales, estos relacionan las variables terminales de los devanados de armadura y de campo. La relación entre el incremento de los valores terminales (véase la figura 4-1) pueden ser expresados de forma operacional de la siguiente manera:

$$\Delta\psi_d(s) = G(s)\Delta e_f(s) - L_d(s)\Delta i_d(s) \quad (4.1)$$

$$\Delta\psi_q(s) = -L_q(s)\Delta i_d(s) \quad (4.2)$$

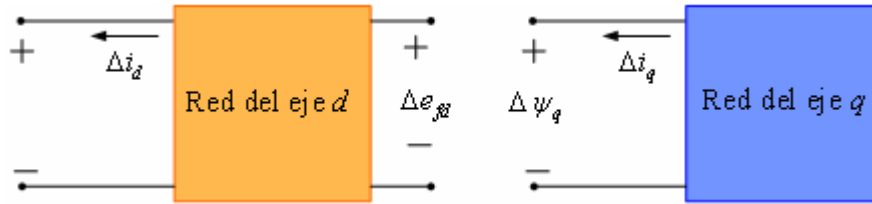
Donde

$G(s)$ es la función de transferencia del estator al rotor

$L_d(s)$ es la inductancia operacional del eje d

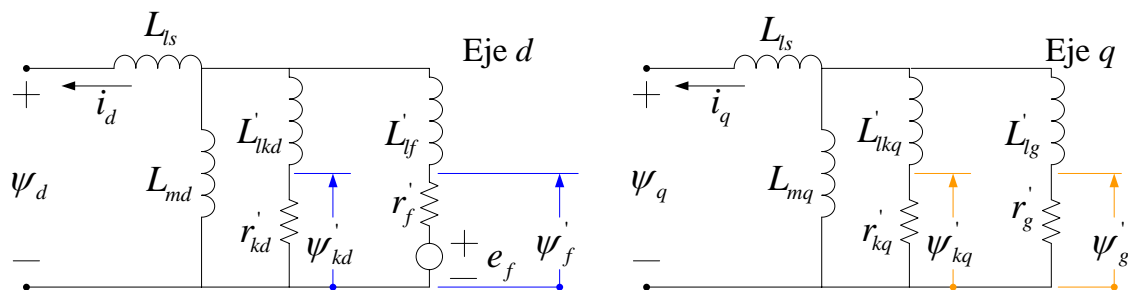
$L_q(s)$ es la inductancia operacional del eje q

Figura 4-1. Red de dos puertos q y d



Las ecuaciones anteriores son válidas para cualquier número de circuitos en el rotor. De hecho Park en su estudio original [12] expresó las ecuaciones de flujo del estator sin especificar el número de circuitos en el rotor. Con las ecuaciones en forma operacional, el rotor puede ser considerado como un sistema de parámetros distribuidos. Los parámetros operacionales pueden ser determinados de cálculos de diseño o de una manera óptima desde las mediciones de respuesta en frecuencia. Cuando se considera que el rotor tiene un número finito de circuitos, los parámetros operacionales pueden ser expresados como la relación de polinomios en s . El orden de los polinomios tanto del numerador como el denominador de $L_q(s)$ y $L_d(s)$ son iguales al número de circuitos del rotor asumidos para cada eje, mientras que $G(s)$ tiene el mismo denominador que $L_q(s)$, pero el numerador tendrá un orden inferior que el denominador.

Figura 4-2. Circuitos q y d del rotor



Fuente: Kundur, Prabha. *Power System Stability and Control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill.

A continuación se describe el procedimiento planteado por Canay [33, 34] para desarrollar las expresiones de los parámetros operacionales del modelo representado por circuitos equivalentes en la Figura 4-2. El modelo presentado se utiliza generalmente para estudios de estabilidad [30, 35-38] y es ampliamente utilizado en programas de estabilidad de alto nivel educativos y comerciales tales como el PST de Cherry Tree Scientific Software, PSS/E de PTI, Eurostag y los citados en [22, 24-26].

Si consideramos que las inductancias mutuas de ambos ejes son iguales, las ecuaciones (3.51), sumando un devanado de excitación, para el eje directo en forma operacional son:

$$\begin{aligned}\lambda_d &= -L_d \dot{i}_d(s) + L_{md} \dot{i}_f(s) + L_{md} \dot{i}_{kd}(s) \\ \lambda_f &= -L_{md} \dot{i}_d(s) + L_{md} \dot{i}_{kd}(s) + L_f \dot{i}_f(s) \\ \lambda_{kd} &= -L_{md} \dot{i}_d(s) + L_{md} \dot{i}_f(s) + L_{kdkd} \dot{i}_{kd}(s)\end{aligned}\quad (4.3)$$

La forma operacional de las ecuaciones (3.50) del eje d , para las tensiones en el rotor son las siguientes:

$$\begin{aligned}v_q(s) &= r_s \dot{i}_0(s) + s\psi_0(s) - \psi_0(0) \\ e_f(s) = v_f(s) &= r_f \dot{i}_f(s) + s\psi_f(s) - \psi_f(0) \\ 0 = v_{kd}(s) &= r_{kd} \dot{i}_{kd}(s) + s\psi_{kd}(s) - \psi_{kd}(0)\end{aligned}\quad (4.4)$$

El siguiente paso es expresar las ecuaciones anteriores en términos Δ , el cuál representa el diferencial desde el punto inicial de operación, esto hace más fácil de manipular las ecuaciones. Sustituyendo los valores de flujo por términos de corrientes, las ecuaciones de tensión del rotor en forma incremental son:

$$\begin{aligned}\Delta e_f(s) &= r_g \Delta \dot{i}_f(s) + s \Delta \psi_f(s) \\ \Delta e_f(s) &= -s L_{md} \Delta \dot{i}_d(s) + (r_f + s L_{ff}) \Delta \dot{i}_f(s) + s L_{md} \Delta \dot{i}_{kd}(s)\end{aligned}\quad (4.5)$$

$$\begin{aligned}0 &= r_{kd} \Delta \dot{i}_{kd}(s) + \Delta \psi_{kd}(s) \\ 0 &= -s L_{md} \Delta \dot{i}_d(s) + s L_{md} \Delta \dot{i}_f(s) + (r_{kd} + L_{kdkd}) \Delta \dot{i}_{kd}(s)\end{aligned}\quad (4.6)$$

Ahora, dado el objetivo es representar las ecuaciones del eje d en la forma de las ecuaciones (4.1) y (4.2), esto se lleva a cabo eliminando las corrientes del rotor en términos de las variables terminales e_f e i_d . El procedimiento algebraico, por razones de espacio, no será presentado aquí; la solución de las ecuaciones (4.5) y (4.6) se obtiene:

$$\begin{aligned}\Delta i_f'(s) &= \frac{1}{D(s)} \left\{ (r_{kd}' + L_{kdkd}') \Delta e_f'(s) + sL_{md} (r_{kd}' + L_{kdkd}') \Delta i_d(s) \right\} \\ \Delta i_{kd}'(s) &= \frac{1}{D(s)} \left\{ -sL_{md} \Delta e_f'(s) + sL_{md} (r_f' + sL_{ff}') \right\} \Delta i_d(s)\end{aligned}\quad (4.7)$$

Donde

$$D(s) = s^2 (L_{kdkd}' L_{ff}' - L_{md}^2) + s (r_f' L_{kdkd}' + r_{kd}' L_{ff}') + r_f' r_{kd}' \quad (4.8)$$

De la ecuación (3.48) tenemos que:

$$L_d = L_{ls} + L_{md} \quad L_{ff}' = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_f} \right)^2 L_{lf} + L_{md} \quad L_{kdkd}' = \frac{3}{2} \left(\frac{N_s}{N_{kd}} \right)^2 L_{lkd} + L_{md} \quad (4.9)$$

Utilizando los valores de las ecuaciones (4.7) a (4.9) en sus valores originales en el rotor, tenemos:

$$L_d = L_{ls} + L_{md} \quad L_{ff}' = L_{lf} + L_{md} \quad L_{kdkd}' = L_{lkd} + L_{md} \quad (4.10)$$

Sustituyendo la ecuaciones (4.7) transformadas al rotor, en la ecuaciones 3.126, nos da la relación entre las variables del eje d en la forma deseada:

$$\Delta \psi_d(s) = G(s) \Delta e_f(s) - L_d(s) \Delta i_d(s) \quad (4.11)$$

Las expresiones para los parámetros operacionales para el eje d están dados por:

$$L_d(s) = L_d \frac{1 + (T_4 + T_5)s + T_4 T_6 s^2}{1 + (T_1 + T_2)s + T_1 T_3 s^2} \quad (4.12)$$

$$G(s) = G_0 \frac{(1 + sT_{kd})}{1 + (T_1 + T_2)s + T_1 T_3 s^2} \quad (4.13)$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 G_0 &= \frac{L_{md}}{r_f} & T_{kd} &= \frac{L_{kdkd}}{r_{kd}} \\
 T_1 &= \frac{L_{md} + L_{ff}}{r_f} & T_2 &= \frac{L_{md} + L_{kdkd}}{r_{kd}} \\
 T_3 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{gg} + \frac{L_{md} L_{ff}}{L_{md} + L_{ff}} \right) & T_4 &= \frac{1}{r_f} \left(L_{ff} + \frac{L_{md} L_{ls}}{L_{md} + L_{ls}} \right) \\
 T_5 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{kdkd} + \frac{L_{md} L_{ls}}{L_{md} + L_{ls}} \right) & T_6 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{kdkd} + \frac{L_{md} L_{ff} L_{ls}}{L_{md} L_{ls} + L_{md} L_{ff} + L_{ff} L_{ls}} \right)
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Las ecuaciones (4.12) y (4.13) se pueden escribir de forma factorizada como:

$$L_d(s) = L_d \frac{(1 + sT'_d)(1 + sT''_d)}{(1 + sT'_{d0})(1 + sT''_{d0})} \tag{4.15}$$

$$G(s) = G_0 \frac{(1 + sT_{kd})}{(1 + sT'_{d0})(1 + sT''_{d0})} \tag{4.16}$$

La expresión de la inductancia operacional del eje q puede ser escrita basándonos en las similitudes entre los circuitos equivalentes para el eje q y d de la Figura 4-2. De forma factorizada esta está dada por:

$$L_q(s) = L_q \frac{(1 + sT'_q)(1 + sT''_q)}{(1 + sT'_{q0})(1 + sT''_{q0})} \tag{4.17}$$

Las constantes de tiempo que se muestran en las ecuaciones (4.15) a (4.17) representan parámetros importantes de la máquina como se verá en la siguiente sección.

4.3. Parámetros estándar

Después de una contingencia, existen corrientes son inducidas en los circuitos del rotor. Algunas de estas corrientes en el rotor decaen con más rapidez que otras. Los parámetros de las máquinas que influyen la caída de las componentes con mayor decaimiento son llamados parámetros *subtransitorios*, aquellos que influyen a las componentes que intensidad que decaen lentamente se le llaman parámetros *transitorios* y aquellos parámetros que afectan a los valores estables son llamados parámetros *síncronos*. Las características de la máquina síncrona en las cuales estamos interesados son las inductancias (o reactancias) efectivas vistas desde las terminales de la máquina y asociadas con las corrientes a la frecuencia fundamental durante las condiciones subtransitoria, transitoria y estable. Sumado a estas inductancias están las constantes de tiempo que determinan el diferencial de decaimiento de las corrientes y los voltajes de los parámetros estándar utilizados para especificar las características eléctricas de la máquina síncrona. Los parámetros estándar pueden ser determinados de las expresiones de los parámetros operacionales $L_d(s)$, $L_q(s)$ y $G(s)$.

4.3.1. Parámetros estándar desde los parámetros operacionales

4.3.1.1. Parámetros estándar basados en definiciones clásicas

Las constantes T'_{d0} , T''_{d0} , T'_d y T''_d son las cuatro constantes de tiempo principales del eje d . Su relación con los parámetros fundamentales se puede determinar por la igualación del numerador y el del denominador de las ecuaciones (4.12) y (4.15):

$$(1 + sT'_{d0})(1 + sT''_{d0}) = 1 + (T_1 + T_2)s + T_1T_3s^2 \quad (4.18)$$

$$(1 + sT'_d)(1 + sT''_d) = 1 + (T_4 + T_5)s + T_4T_6s^2 \quad (4.19)$$

Las expresiones para las cuatro constantes de tiempo pueden ser derivadas por medio de la solución de las ecuaciones anteriores. Las expresiones resultantes son bastante complejas. Expresiones más simples pueden ser desarrolladas haciendo suposiciones razonables. La solución de las ecuaciones (4.18) y (4.19) pueden ser simplificada sumiendo que el valor de r_{kd} es mucho mayor que r_f . Esto hace que T_2 y T_3 sean mucho menores que T_1 , y que T_5 , y T_6 mucho menores que T_4 , dando como resultado las siguientes relaciones:

$$(1 + sT'_{d0})(1 + sT''_{d0}) = (1 + sT_1)(1 + sT_3) \quad (4.20)$$

$$(1 + sT'_d)(1 + sT''_d) = (1 + sT_4)(1 + sT_6) \quad (4.21)$$

De las cuales se obtiene:

$$\begin{aligned} T'_{d0} \approx T_1 &= \frac{L_{md} + L_{ff}}{r_f} & T''_{d0} \approx T_3 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{kd} + \frac{L_{md}L_{ff}}{L_{md} + L_{ff}} \right) \\ T'_d = T_4 &= \frac{1}{r_f} \left(L_{ff} + \frac{L_{md}L_{ls}}{L_{md} + L_{ls}} \right) & T''_d = T_6 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{kd} + \frac{L_{md}L_{ff}L_{ls}}{L_{md}L_{ls} + L_{md}L_{ff} + L_{ff}L_{ls}} \right) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Las constantes de tiempo deben ser divididas por la frecuencia angular nominal, $\omega_0 = 2\pi f$, para convertirlas a segundos. Con las terminales del estator abiertas $\Delta i_d = 0$, del resultado de las ecuaciones (4.1) y (4.16) obtenemos:

$$\Delta \psi_d(s) = G_0 \frac{1 + sT_{kd}}{(1 + sT'_{d0})(1 + sT''_{d0})} \Delta e_f \quad (4.23)$$

Lo anterior indica que para las condiciones de circuito abierto, el flujo del eje d del estator y por ende el voltaje terminal, responderán a un cambio en el voltaje de campo con las constantes de tiempo T'_{d0} y T''_{d0} . Como r_{kd} es mucho mayor que r_f , T''_{d0} es mucho menor que T'_{d0} . Por ende T''_{d0} está asociada con el cambio inicial y es referida como la constante de tiempo *subtransitoria* de circuito abierto del eje d . La constante de tiempo T'_{d0} , representa un cambio lento correspondiente al período transitorio y es referido como la constante de tiempo *transitoria* de circuito abierto del eje d . Las constantes de tiempo T'_d y T''_d representan a las constantes de tiempo transitoria y subtransitoria de corto circuito, respectivamente.

A continuación se evaluarán los valores efectivos de $L_d(s)$ bajo estado estable, transitorio y subtransitorio. Bajo las condiciones de estado estable, con $s=0$, la ecuación 3.138 da:

$$L_d(0) = L_d \quad (4.24)$$

Esto representa la *inductancia síncrona del eje d*.

Durante un transitorio de frente rápido, cuando s tiende a infinito, el valor limitante de $L_d(s)$ está dado por:

$$\begin{aligned} L''_d &= L_d(\infty) \\ L''_d &= L_d \left(\frac{T'_d T''_d}{T'_{d0} T''_{d0}} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Esto representa la inductancia efectiva $\Delta\psi_d/\Delta i_d$ inmediatamente siguiendo un cambio súbito y es referida como la inductancia *subtransitoria* del eje d .

Sustituyendo las expresiones de la ecuación (4.14) en las ecuaciones (4.24) y (4.25) da las siguientes expresiones alternativas para L_d' y L_d'' en términos de las inductancias mutuas y las de fuga:

$$L_d'' = L_{ls} + \frac{L_{md}L_{ff}L_{kdkd}}{L_{md}L_{ff} + L_{md}L_{kdkd} + L_{ff}} \quad (4.26)$$

$$L_d' = L_{ls} + \frac{L_{md}L_{fd}}{L_{md} + L_{fd}} \quad (4.27)$$

Las expresiones para los parámetros del eje q pueden ser determinados por medio de la evaluación de la similitud de los circuitos equivalentes de los ejes d y q . Las constantes de tiempo e inductancias transitoria y subtransitoria serán:

$$T_{q0}' = \frac{L_{mq} + L_{gg}}{r_g} \quad T_{q0}'' = \frac{1}{r_{kq}} \left(\frac{L_{mq}L_{gg}}{L_{mq} + L_{gg}} \right) \quad (4.28)$$

$$T_{q0}'' = \frac{1}{r_{kq}} \left(L_{kq} + \frac{L_{mq}L_{gg}}{L_{mq} + L_{gg}} \right) \quad (4.29)$$

Las expresiones anteriores fueron derivadas de la suposición de que en el período subtransitorio $r_f = r_g = 0$ y que durante el período transitorio $r_{kd} = r_{kq} = \infty$.

4.3.1.2. Expresiones exactas para los parámetros.

En la actualidad, estudios profesionales [38-49, 53-59] demuestran que la determinación de los parámetros estándar desde el análisis clásico produce errores significativos entre los parámetros calculados utilizando las suposiciones anteriores y aquellos medidos en pruebas [41-49]. A continuación se derivarán expresiones que reflejan la definición de los parámetros estándar de forma más exacta.

Los valores exactos de T'_{d0} y T''_{d0} están dados por los polos de $L_d(s)$ y los de T'_d y T''_d están dados por los ceros de $L_d(s)$ (Refiérase a [50, 51] para el análisis de polos y ceros).

Por consiguiente, necesitamos utilizar las soluciones exactas de las ecuaciones (4.18) y (4.19). Los polos de $L_d(s)$, tomados de la ecuación (4.18) están dados por:

$$s^2 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} s + \frac{1}{T_1 T_3} = 0 \quad (4.30)$$

Sin embargo, la solución de la ecuación (4.30) es aún demasiado complicada de manejar. Las expresiones pueden ser simplificadas considerablemente sin mucha pérdida de exactitud si se reconoce que $4T_1 T_3$ es mucho menor que $(T_1 + T_2)^2$. Con esta simplificación, las raíces de la ecuación 3.153 se reducen a:

$$s_1 = \frac{1}{T_1 + T_2} \quad s_2 = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_3} \quad (4.31)$$

Las constantes de tiempo de circuito abierto son igual a los recíprocos negativos de las raíces:

$$T'_{d0} = T_1 + T_2 \quad T''_{d0} = \frac{T_1 T_3}{T_1 + T_2} \quad (4.32)$$

Similarmente, resolviendo las raíces del numerador de $L_d(s)$, se obtiene:

$$T'_d = T_4 + T_5 \quad T''_d = \frac{T_4 T_6}{T_4 + T_5} \quad (4.33)$$

Las inductancias transitorias y subtransitorias están dadas por la substitución de las ecuaciones anteriores en las ecuaciones (4.25) y (4.26). Por consiguiente:

$$L'_d = L_d \frac{T_4 + T_5}{T_1 + T_2} \quad L''_d = L_d \frac{T_4 T_6}{T_1 T_3} \quad (4.34)$$

En la tabla IV-I se hace un resumen de los parámetros estándar derivados de las expresiones clásicas y de las expresiones exactas.

TABLA IV-I. Expresiones para los parámetros estándar de la máquina síncrona

Parámetro	Expresión Clásica	Expresión Exacta
T'_{d0}	T_1	$T_1 + T_2$
T'_d	T_4	$T_4 + T_5$
T''_{d0}	T_3	$T_3 [T_1 / (T_1 + T_2)]$
T''_d	T_6	$T_6 [T_4 / (T_4 + T_5)]$
L'_d	$L_d (T_4 / T_1)$	$L_d (T_4 + T_5) / (T_1 + T_2)$
L''_d	$L_d (T_4 T_6) / (T_1 T_3)$	$L_d (T_4 T_6) / (T_1 T_3)$

Donde :

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \frac{L_{md} + L_{ff}}{r_f} & T_2 &= \frac{L_{md} + L_{kdkd}}{r_{kd}} & T_3 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{gg} + \frac{L_{md} L_{ff}}{L_{md} + L_{ff}} \right) \\
 T_4 &= \frac{1}{r_f} \left(L_{ff} + \frac{L_{md} L_{ls}}{L_{md} + L_{ls}} \right) & T_5 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{kdkd} + \frac{L_{md} L_{ls}}{L_{md} + L_{ls}} \right) & T_6 &= \frac{1}{r_{kd}} \left(L_{kdkd} + \frac{L_{md} L_{ff} L_{ls}}{L_{md} L_{ls} + L_{md} L_{ff} + L_{ff} L_{ls}} \right)
 \end{aligned}$$

4.3.1.3. Valores típicos de los parámetros estándar

La tabla IV-II da los rangos donde recaen la mayoría de los parámetros para generadores síncronos. De las expresiones para los parámetros de las máquinas de la tabla IV-I, es obvio que:

$$X_d \geq X_q > X'_d \geq X'_q > X''_d \geq X''_q \quad (4.35)$$

$$T'_{d0} > T'_d > T''_{d0} > T''_d > T_{kd} \quad (4.36)$$

$$T'_{q0} > T'_q > T''_{q0} > T''_q \quad (4.37)$$

TABLA IV-II. Valores típicos de los parámetros estándar

Parámetro		Unidades Hidráulicas	Unidades Térmicas
Reactancia Síncrona	X_d	0.6 - 1.5	1.0 - 2.3
	X_q	0.4 - 1.0	1.0 - 2.3
Reactancia Transitoria	X'_d	0.2 - 0.5	0.15 - 0.4
	X'_q	-	0.3 - 1.0
Reactancia Subtransitoria	X'_d	0.15 - 0.35	0.12 - 0.25
	X'_q	0.2 - 0.45	0.12 - 0.25
Constante de Tiempo Transitoria de Circuito Abierto	T'_{d0}	1.5 - 9.0 s	3.0 - 10.0 s
	T'_{q0}	-	0.5 - 2.0 s
Constante de Tiempo Subtransitoria de Circuito Abierto	T''_{d0}	0.01 - 0.05 s	0.02 - 0.05 s
	T''_{q0}	0.01 - 0.09 s	0.02 - 0.05 s
Inductancia de fuga del estator	X_l	0.1 - 0.2	0.1 - 0.2
Resistencia de Armadura	r_a	0.002 - 0.02	0.0015 - 0.005

Fuente: Kundur, Prabha. *Power System Stability and Control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill. pp.153.

4.4. Definición clásica de los parámetros estándar desde el principio del flujo constante

4.4.1. Inductancias síncronas

La inductancia está definida como la relación del flujo concatenado con la corriente. Cuando el valor pico de la fuerza magnetomotriz rotativa está alineado con el eje d , la relación de los enlaces de flujo con la corriente del estator se conoce como la inductancia síncrona del eje d , L_d . De la misma manera, cuando el pico de la onda rotativa de fuerza magnetomotriz está alineada con el eje q , la relación de los enlaces del flujo con la corriente del estator es la inductancia síncrona del eje q , L_q . Un cambio en λ_d o en λ_q durante la operación síncrona donde las corrientes del devanado del rotor deben permanecer sin cambios, es acompañado por un cambio en i_d o i_q , de manera que:

$$\begin{aligned}\Delta\lambda_d &= L_d\Delta i_d \\ \Delta\lambda_q &= L_q\Delta i_q\end{aligned}\tag{4.38}$$

Para tal cambio, debe considerarse que los enlaces de flujo en los ejes q y d pueden ser vistos como formados por dos componentes, una que permanece sin variación cuando las corrientes del estator varían y otra que cambia a lo largo del cambio de la corriente del estator. Esto implica que, para el estado estable, cuando i'_{kq} e i'_{kd} son cero, tenemos:

$$\begin{aligned}\lambda_d^{st} &= \lambda_d - \Delta\lambda_d = \lambda_d - L_d\lambda_d = L_{md}i'_f \\ \lambda_q^{st} &= \lambda_q - \Delta\lambda_q = \lambda_q - L_q\lambda_d = L_{mq}i'_g\end{aligned}\tag{4.39}$$

El superíndice st indica una variable del estator. Las componentes λ_d^{st} e λ_q^{st} , son las componentes que permanecen constantes.

También podemos identificar los voltajes de velocidad que corresponden a las componentes de enlaces de flujo estacionario de la ecuación (4.39) de la siguiente manera:

$$E_f - jE_g = j\omega_r (\lambda_q^{st} - j\lambda_d^{st}) \quad (4.40)$$

Utilizando la expresión 3.162 para reemplazar las componentes estacionarias de flujo, tenemos:

$$\begin{aligned} E_f &= \omega_r L_{md} i_f' = \omega_r L_{md} (v_f' / r_f') \\ E_g &= -\omega_r L_{mq} i_g' = -\omega_r L_{mq} (v_g' / r_g') \end{aligned} \quad (4.41)$$

E_f y E_g son las tensiones de excitación de campo en el lado del estator en los ejes d y q , respectivamente.

4.4.2. Inductancias transitorias

Dado que las resistencias de los devanados amortiguadores son usualmente mayores que aquellas de los devanados de campo, las intensidades inducidas en el amortiguador decaen mucho más rápido que las del devanado de excitación. Para el período transitorio se puede asumir que los transitorios en los amortiguadores; estos son altamente amortiguados, han ya decaído completamente mientras que las corrientes inducidas en los devanados de campo están aún cambiando para oponerse al cambio de los enlaces de flujo de los devanados causado por las corrientes del estator. Por lo tanto, se considera que el cambio en los enlaces de flujo de los devanados del eje d son $\Delta\lambda_f = 0$ y $\Delta i_{kd}' = \Delta i_{kq}' = 0$, lo que implica que:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_f &= L_{md}\Delta i_d + L_{ff}'\Delta i_f' = 0 \\ \Delta\lambda_d &= L_d\Delta i_d + L_{md}\Delta i_f' \end{aligned} \quad (4.42)$$

Eliminando el cambio en la corriente de campo para expresar $\Delta\lambda_d$ en términos de Δi_d , obtenemos:

$$\Delta\lambda_d = \left(L_d - \frac{L_{md}^2}{L_{ff}'} \right) \Delta i_d \quad (4.43)$$

La relación de $\Delta\lambda_d$ con Δi_d se conoce que la inductancia *transitoria* del eje *d*:

$$L_d' \triangleq \frac{\Delta\lambda_d}{\Delta i_d} = L_d - \frac{L_{md}^2}{L_{ff}'} \quad (4.44)$$

Por analogía entre los circuitos equivalentes del los ejes *q* y *d*, se puede demostrar que la inductancia *transitoria* del eje *q* está dada por:

$$L_q' \triangleq \frac{\Delta\lambda_q}{\Delta i_q} = L_q - \frac{L_{mq}^2}{L_{gg}'} \quad (4.45)$$

4.4.3. Inductancias subtransitorias

Para el período subtransitorio, las corrientes transitorias inducidas en los devanados del rotor puede mantener el flujo de cada circuito del rotor inicialmente constante. Con el flujo de eje *d* mantenido constante, $\Delta\lambda_f' = \Delta\lambda_{kd}' = 0$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_f' &= L_{md}\Delta i_d + L_{ff}'\Delta i_f' + L_{md}'\Delta i_{kd}' = 0 \\ \Delta\lambda_{kd}' &= L_{md}\Delta i_d + L_{md}'\Delta i_f' + L_{kdkd}'\Delta i_{kd}' = 0 \end{aligned} \quad (4.46)$$

La ecuación anterior puede ser utilizada para expresar los cambios en las corrientes del rotor en términos de Δi_d :

$$\begin{bmatrix} \Delta i_f' \\ \Delta i_{kd}' \end{bmatrix} = \frac{-L_{md}\Delta i_d}{L_{ff}'L_{kdkd}' - L_{md}^2} \begin{bmatrix} L_{kdkd}' - L_{md} \\ L_{ff}' - L_{md} \end{bmatrix} = \frac{-L_{md}\Delta i_d}{L_{ff}'L_{kdkd}' - L_{md}^2} \begin{bmatrix} L_{tkd}' \\ L_{lf}' \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

El cambio correspondiente en los enlaces de flujo concatenados del eje d del estator está dado por:

$$\Delta\lambda_d = L_d\Delta i_d + L_{md}\Delta i_f' + L_{md}\Delta i_{kd}' \quad (4.48)$$

Sustituyendo la ecuación (4.47) en la ecuación (4.48) y definiendo la relación de $\Delta\lambda_d$ a Δi_d como la inductancia *subtransitoria* del eje d , tenemos:

$$\begin{aligned} L_d'' \triangleq \frac{\Delta\lambda_d}{\Delta i_d} &= L_d - \frac{L_{md}^2 (L_{lkd}' + L_{lf}')}{L_{ff}' L_{kdkd}' - L_{md}^2} = L_{ls} + \frac{L_{md} L_{lkd}' L_{lf}'}{L_{lkd}' L_{lf}' + L_{md} (L_{lkd}' - L_{lf}')} \\ L_d'' \triangleq \frac{\Delta\lambda_d}{\Delta i_d} &= L_{ls} + \frac{L_{md} \frac{L_{lkd}' L_{lf}'}{L_{lkd}' + L_{lf}'}}{L_{md} + \frac{L_{lkd}' L_{lf}'}{L_{lkd}' + L_{lf}'}} \end{aligned} \quad (4.49)$$

La ecuación anterior indica que el valor de la inductancia transitoria del eje d es la inductancia equivalente de Thevenin del circuito del eje d del estator vista desde las terminales del estator; es la inductancia L_{ls} en serie con la combinación en paralelo de L_{md} , L_{lf}' y L_{lkd}' .

Similarmente para la inductancia *subtransitoria* del eje q , definida como $\Delta\lambda_q/\Delta i_q = L_q''$, está dada por:

$$L_q'' \triangleq \frac{\Delta\lambda_q}{\Delta i_q} = L_{ls} + \frac{L_{mq} \frac{L_{lkq}' L_{lg}'}{L_{lkq}' + L_{lg}'}}{L_{mq} + \frac{L_{lkq}' L_{lg}'}{L_{lkq}' + L_{lg}'}} \quad (4.50)$$

4.4.4. Voltaje detrás de las inductancias transitorias

En la ecuación (4.43) se muestra el cambio en λ_d debido a un cambio en i_d cuando i_d e i_f están libres para producir cualquier cambio. Se pueden derivar relaciones similares entre $\Delta\lambda_d$ y Δi_q cuando ambos i_q e i_g están libres para producir cualquier cambio. Se pueden identificar las componentes de λ_d y de λ_q que permanecerán sin cambio y aquellas que cambiarán, obteniendo:

$$\begin{aligned}\lambda'_d &= \lambda_d - \Delta\lambda_d = \lambda_d - L'_d i_d \\ \lambda'_q &= \lambda_q - \Delta\lambda_q = \lambda_q - L'_q i_q\end{aligned}\quad (4.51)$$

Las definiciones del voltaje de velocidad asociado con los enlaces transitorios de flujo, λ'_q y λ'_d , son:

$$E'_q \triangleq \omega_r \lambda'_d = \frac{\omega_r L_{md} \lambda'_f}{L'_{ff}} \quad E'_d \triangleq -\frac{\omega_r L_{mq} \lambda'_g}{L'_{gg}} \quad (4.52)$$

E'_q y E'_d son los voltajes detrás de las inductancias transitorias en los ejes d y q , respectivamente. (Las expresiones de la ecuación (4.52) ha sido simplificada matemáticamente, consulte [34])

4.4.5. Voltaje detrás de las inductancias subtransitorias

Tal como en el estado transitorio y permanente se pueden identificar las componentes de λ'_q y λ'_d que se mantienen invariables bajo el efecto de corrientes transitorias bajo la condición subtransitoria cuando los enlaces de flujo del rotor y el amortiguador son constantes.

$$\begin{aligned}\lambda_d'' &= \lambda_d - \Delta\lambda_d = \lambda_d - L_d'' i_d \\ \lambda_q'' &= \lambda_q - \Delta\lambda_q = \lambda_q - L_q'' i_q\end{aligned}\quad (4.53)$$

Se pueden definir las componentes de voltaje de velocidad asociadas con λ_d'' y λ_q'' como:

$$\begin{aligned}E_q'' &\triangleq \omega_r \lambda_d'' = E_q + \omega_r L_{md} i_{kd}' + \omega_r (L_d - L_d'') i_d \\ E_d'' &\triangleq -\omega_r \lambda_q'' = E_d - \omega_r L_{mq} i_{kq}' - \omega_r (L_q - L_q'') i_q\end{aligned}\quad (4.54)$$

Donde

$$\begin{aligned}E_q &= \omega_r L_{md} i_f' \\ E_d &= -\omega_r L_{mq} i_g'\end{aligned}\quad (4.55)$$

E_q'' y E_d'' son los voltajes detrás de las inductancias *subtransitorias* en los ejes q y d respectivamente. (Las expresiones de las ecuación (4.54) ha sido simplificada matemáticamente, consulte [34]).

4.4.6. Constantes de tiempo transitorias

Los dos conjuntos de devanados del rotor de las máquinas síncronas tienen asociadas dos diferentes conjuntos de constantes de tiempo. El conjunto con los valores mayores contiene las constantes transitorias, y el conjunto con valores inferiores contiene las constantes subtransitorias. Los devanados de compensación, que tienen una resistencia mayor que los devanados de campo, están asociados con las constantes de tiempo subtransitorias.

Cuando el estator está como un circuito abierto y los efectos de la resistencia de los devanados de compensación son despreciados, el cambio en las corrientes de campo en respuesta a un cambio en los voltajes de excitación está gobernado por las constantes de tiempo de circuito abierto, que se definen como:

$$T_{d0}' \triangleq \frac{L_{ff}'}{r_f'} \quad T_{q0}' \triangleq \frac{L_{gg}'}{r_g'} \quad (4.56)$$

Cuando los devanados de campo y del estator están cortocircuitados y los efectos de los devanados de compensación son ignorados, la inductancia aparente del devanado de campo cambia con la conexión externa. Se puede demostrar que la relación entre las constantes de tiempo del devanado del eje directo con el estator cortocircuitado y la del devanado del estator en circuito abierto es igual a la relación de las inductancias aparentes vistas por la corriente del estator con el devanado del eje directo cortocircuitado y el devanado del eje directo en circuito abierto. Para el eje d , la relación será L_d'/L_d . En vista de lo anterior, la constante de tiempo del conjunto de devanados del eje d está determinada por la relación:

$$\frac{T_d'}{T_{d0}'} = \frac{L_d'}{L_d} \quad (4.57)$$

Utilizando las siguientes expresión:

$$\frac{L_{md}'}{L_{lf}'} = \frac{L_d - L_d'}{L_d' - L_{ls}'} \quad L_{md}' = L_d - L_{ls}' \quad L_{lf}' = \frac{(L_d' - L_{ls}')(L_d - L_{ls}')}{(L_d - L_d')} \quad (4.58)$$

Se expresa la constante transitoria del eje d como:

$$T_{d0}' = \frac{1}{r_f'} \left(\frac{(L_d - L_{ls}')^2}{L_d - L_d'} \right) \quad (4.59)$$

4.4.7. Constantes de tiempo subtransitorias

La constante subtransitoria de circuito abierto en el eje d , T_{d0}'' , es la constante de tiempo de la corriente del devanado de amortiguación kd cuando las terminales del devanado de campo, f , están cortocircuitadas y los devanados del estator están en circuito abierto. Está también definido como el tiempo en segundos requerido para que la componente inicial del voltaje simétrico del eje d decaiga $1/e$ de su valor inicial cuando un cortocircuito en las terminales de armadura de una máquina cuyo rotor se mueve a velocidad nominal, es súbitamente removido. Durante este período el decaimiento inicial del voltaje del estator de circuito abierto, la resistencia del devanado de excitación, f , es despreciada. La inductancia efectiva de la corriente del devanado de amortiguación kd bajo esta condición está dada por:

$$L_{kd0}'' = L_{kd}' + \frac{L_{md}L_{f}'}{L_{md} + L_{f}'} \quad (4.60)$$

Por lo tanto:

$$T_{d0}'' = \frac{L_{kd0}''}{r_{kd}'} \quad (4.61)$$

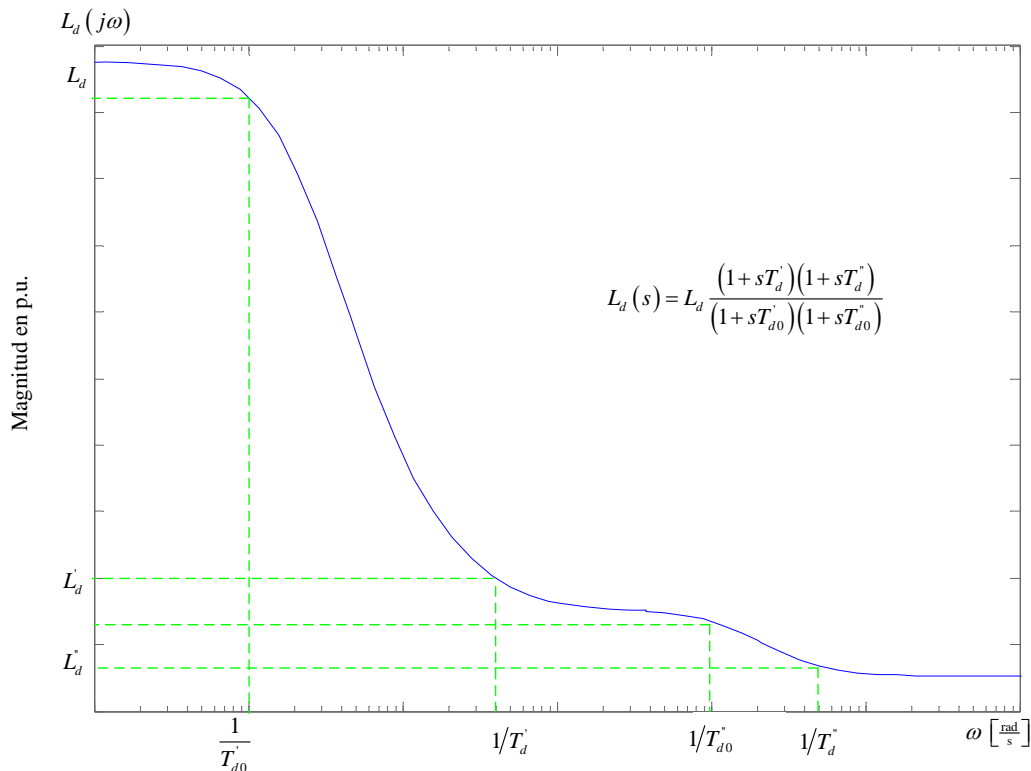
La demostración de esta constante de tiempo puede ser realizada con las relaciones de los enlaces de flujo del eje d para circuito abierto en el estator, con $i_d = 0$, por razones de espacio no se desarrollará aquí; esto se describe detalladamente en [19, 27, 34].

4.5. Características de respuesta en frecuencia

Es de sumo interés el examinar las características de respuesta en frecuencia de los parámetros operacionales y relacionarlos con los parámetros estándar. Dichas características proveen de profundización útil sobre las características dinámicas de la máquina.

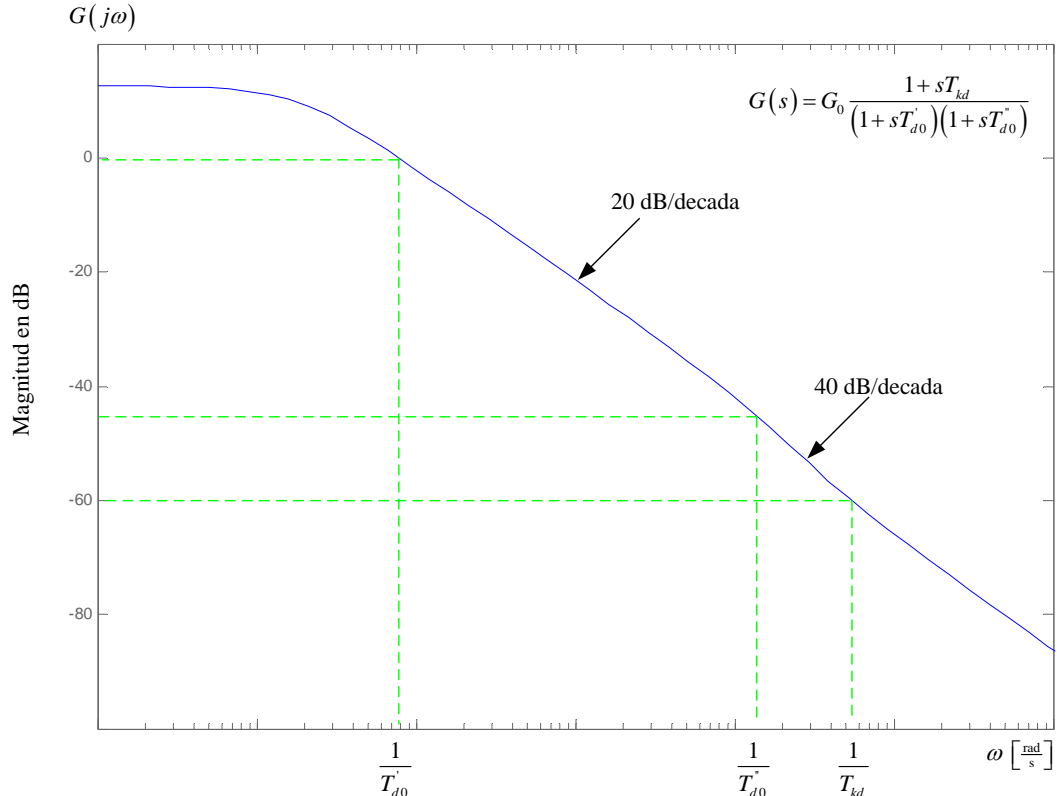
Con los efectos del rotor representados por dos circuitos en el eje d , $L_d(s)$ y $G(s)$ están dados por las ecuaciones (4.12) y (4.13), respectivamente. La figura 4-3 muestra la magnitud de $L_d(s)$ como una función de la frecuencia.

Figura 4-3. Variación de la magnitud de $L_d(s)$



Las constantes transitorias y subtransitorias e inductancias han sido usadas en la figura 4-3 para identificar los puntos críticos de la característica asintótica. La gráfica generada es para un generador de 500 MW, 3800 RPM en Lambton GS de Ontario, cuyos datos fueron obtenidos de [19, pp.165] y la gráfica fue generada con Matlab. Sin embargo, la forma general de la característica de respuesta en frecuencia es aplicable para cualquier máquina síncrona. La inductancia efectiva es igual a la inductancia síncrona L_d para frecuencias por debajo de 0.02 Hz, la inductancia transitoria L'_d en el rango de 0.2 Hz a 2 Hz, y la inductancia subtransitoria L''_d después de 10 Hz. En los estudios de estabilidad, el rango de frecuencias de interés es el correspondiente para L'_d .

Figura 4-4. Variación de la magnitud de $G(s)$



La figura 4-4 muestra la magnitud de $G(s)$ como una función de la frecuencia para la misma máquina. De la gráfica se puede apreciar las caídas de ganancia efectiva a altas frecuencias. Esto indica que las variaciones de alta frecuencia en el voltaje de excitación no se reflejan en los enlaces del flujo del estator y por ende en las variables del estator.

La constante de tiempo de armadura, T_a , da la razón de decaimiento unidireccional de la componente de corriente directa de las corrientes de fase de armadura después de un cortocircuito simétrico (trifásico) en las terminales. Las componente unidireccionales de las corrientes, que tienen magnitudes desiguales en las tres fases, producen una onda de FMM estacionaria. Esto induce corrientes de frecuencia fundamental en los circuitos del rotor, manteniendo los enlaces de flujo con estos circuitos constante.

El camino del flujo debido a la corriente directa en la armadura es similar a aquellos que corresponden a las inductancias subtransitorias L_d'' y L_q'' . Debido a que el rotor se mueve a velocidad síncrona con respecto a la onda de FMM producida por las corrientes directas en el estator, la onda de FMM ve condiciones alternas correspondientes a L_d'' y L_q'' .

En vista de lo anterior, la inductancia efectiva vista por las corrientes directas en la armadura cae entre L_d'' y L_q'' . Por lo tanto, la constante de armadura se define como:

$$T_a = \frac{1}{r_a} \left(\frac{L_d'' + L_q''}{2} \right) \quad [\text{p.u.}] \quad (4.62)$$

El valor de T_a está entre 0.03 y 0.35 segundos.

4.6. Determinación de los parámetros de la máquina síncrona.

El método convencional para determinar los parámetros de la máquina síncrona es de las pruebas de corto circuito en máquinas sin carga. La teoría concerniente a la identificación de los parámetros y los procedimientos para pruebas están especificados en los estándares de IEEE, CIGRE e IEC, los cuales son: IEEE Std. 1110, IEEE Std. 112 e IEEE Std. 115; CIGRE WG 33.02 e IEC 34-4.

En general durante muchos años se utilizó la prueba de corto circuito para determinar los parámetros de la máquina, sin embargo, dado a las limitaciones de la prueba para brindar parámetros para modelos más allá del *Model 2.2*, se han desarrollado otros métodos analíticos y experimentales para determinar los mismos. Las alternativas de medición y alternativas analíticas que han sido propuestas y utilizadas para obtener información para mejores modelos, son las siguientes:

- Pruebas de corto circuito mejoradas
- Prueba de decremento del estator
- Pruebas de respuesta en frecuencia
 - Respuesta en frecuencia en “*standstill*” (rotor parado)
 - Respuesta en frecuencia a circuito abierto
 - Respuestas de frecuencia en línea
- Análisis de los datos de diseño
- Mediciones de saturación en el eje q

Las características especiales de estos métodos serán brevemente tratados a continuación. Para un estudio profundo debe consultarse las referencias indicadas en la bibliografía y a los estándares mencionados anteriormente.

4.6.1. Pruebas de cortocircuito y pruebas de cortocircuito mejoradas

Estas pruebas proveen los valores de X_d , X_q , X_d' , X_q' , X_d'' , T_{d0}' , T_d' , T_{d0}'' y T_d'' .

Estas pruebas no proveen las constantes transitorias y subtransitorias del eje q . Sumado a esto, estas pruebas no incluyen la medición del circuito de excitación durante las pruebas de corto circuito, y consecuentemente no se identifica explícitamente al circuito de excitación. Sin embargo, las características del eje q pueden ser calculadas aunque no puedan ser derivadas directamente de los datos de la prueba de corto circuito; esto se define en la norma IEC 34-4 y en la norma IEEE Std. 115.

En la Tabla IV-III, basada en [56], se muestran los parámetros de los circuitos equivalentes del modelo *Model 2.2*, que fue ampliamente descrito en el capítulo 3, y los datos que son brindados por los fabricantes basados en la prueba de corto circuito. Como se mencionó anteriormente, el modelo *Model 2.2*, es el modelo más complejo que puede ser utilizado con los datos de la prueba de corto circuito, en la Tabla IV-IV se muestran las relaciones en las cuáles está basado el procedimiento y los pasos que se deben llevar a cabo para la determinación de los parámetros de cada uno de los circuitos del rotor. Es de importancia resaltar que el procedimiento presentado en la Tabla IV-IV se puede aplicar para máquinas con múltiples circuitos en el rotor siempre y cuando se cuente con la información adecuada, esto fue ampliamente desarrollado por Canay, véase [32, 33].

En la norma IEEE Std. 1110-2002, anexo E, páginas 71-72, se presentan la formulación de las relaciones entre los datos de fabricantes y parámetros de circuitos equivalente, esta formulación se encuentra implementada en Matlab y fue utilizada para la obtención de los parámetros de los modelos y casos simulados en este trabajo.

TABLA IV-III. Parámetros para el modelo *Model 2.2*

PARÁMETROS INTERNOS	
L_l	Inductancia de dispersión del estator
L_{ad}, L_{aq}	Inductancias mutuas entre el estator y el rotor
L_{fld}	Inductancia de dispersión del eje d
L_{fd}	Inductancia de dispersión del devanado de excitación
L_{1d}, L_{1q}, L_{2q}	Inductancias de dispersión de los devanados de amortiguación
L_0	Inductancia de secuencia cero
R_a	Resistencia de armadura en corriente alterna
R_f	Resistencia del devanado de excitación
R_{1d}, R_{1q}, R_{2q}	Resistencias de los devanados de amortiguación
R_0	Resistencia de secuencia cero
DATOS DE LA PRUEBA DE CORTO CIRCUITO	
L_l	Inductancia de dispersión del estator
L_d, L_q	Inductancias síncronas
L'_d, L'_q	Inductancias transitorias
L''_d, L''_q	Inductancias subtransitorias
L_0	Inductancia de secuencia cero
τ'_d, τ'_q	Constantes de corto circuito transitorias
τ''_d, τ''_q	Constantes de corto circuito subtransitorias
R_a	Resistencia de armadura en corriente alterna
R_f	Resistencia del devanado de excitación

Fuente: Martínez, Juan A., Johnson, Brian y Grande-Morán Carlos. “*Parameter determination for modeling system transients. Part IV: rotating machines*”. (Aceptado para la publicación en IEEE *Transactions on Power Delivery*) Noviembre de 2004

TABLA IV-IV: Relaciones entre valores característicos y parámetros de circuitos equivalentes.

Variables del eje d	Variables del eje q
$\frac{1}{L_d(s)} = \frac{1}{L_d} + \left(\frac{1}{L_d'} - \frac{1}{L_d} \right) \frac{s\tau_d'}{1+s\tau_d'} + \left(\frac{1}{L_d''} - \frac{1}{L_d} \right) \frac{s\tau_d''}{1+s\tau_d''}$ $\tau_{d0}' + \tau_{d0}'' = \frac{L_d}{L_d'} \tau_d' + \left(1 - \frac{L_d}{L_d'} - \frac{L_d}{L_d''} \right) \tau_d''$ $\tau_{d0}' \tau_{d0}'' = \tau_d' \tau_d'' \frac{L_d}{L_d'}$	$\frac{1}{L_q(s)} = \frac{1}{L_q} + \left(\frac{1}{L_q'} - \frac{1}{L_q} \right) \frac{s\tau_q'}{1+s\tau_q'} + \left(\frac{1}{L_q''} - \frac{1}{L_q} \right) \frac{s\tau_q''}{1+s\tau_q''}$ $\tau_{q0}' + \tau_{q0}'' = \frac{L_q}{L_q'} \tau_q' + \left(1 - \frac{L_q}{L_q'} - \frac{L_q}{L_q''} \right) \tau_q''$ $\tau_{q0}' \tau_{q0}'' = \tau_q' \tau_q'' \frac{L_q}{L_q'}$
$L_{ad} = L_d - L_l \quad L_{dc} = L_d - L_c \quad L_{dc}' = L_d' - L_c$ $\tau_{d0}' + \tau_{d0}'' = \frac{L_d}{L_d'} \tau_d' + \left(1 - \frac{L_d}{L_d'} - \frac{L_d}{L_d''} \right) \tau_d'' \quad \tau_{d0}' \tau_{d0}'' = \tau_d' \tau_d'' \frac{L_d}{L_d'}$ $\tau_{d1} + \tau_{d2} = \frac{L_d}{L_{dc}} (\tau_d' + \tau_d'') - \frac{L_d}{L_{dc}} (\tau_{d0}' + \tau_{d0}'') \quad \tau_{d1} \tau_{d2} = \tau_{d0}' \tau_{d0}'' \frac{L_{dc}}{L_d}$ $L_{dc}' = L_{dc} \frac{\tau_{d1} - \tau_{d2}}{\tau_{d0}' + \tau_{d0}'' - \left(1 + \frac{L_{dc}}{L_{dc}'} \right) \tau_{d2}} \quad L_{f1d} = (L_c - L_l) \frac{L_{ad}}{L_{dc}}$ $L_{fd} = \frac{L_{dc}' L_{dc}}{L_{dc} - L_{dc}'} \left(\frac{L_{ad}}{L_{dc}} \right)^2 \quad L_{1d} = \frac{L_{dc}' L_{dc}}{L_{dc} - L_{dc}'} \left(\frac{L_{ad}}{L_{dc}} \right)^2$ $R_f = \frac{L_{fd}}{\omega \tau_{d1}} \quad R_{1d} = \frac{L_{1d}}{\omega \tau_{d2}}$	$L_{aq} = L_q - L_l \quad L_{aq}'' = L_q'' - L_l$ $\tau_{q0}' + \tau_{q0}'' = \frac{L_q}{L_q'} \tau_q' + \left(1 - \frac{L_q}{L_q'} - \frac{L_q}{L_q''} \right) \tau_q'' \quad \tau_{q0}' \tau_{q0}'' = \tau_q' \tau_q'' \frac{L_q}{L_q'}$ $\tau_{q1} + \tau_{q2} = \frac{L_q}{L_{aq}} (\tau_q' + \tau_q'') - \frac{L_q}{L_{aq}} (\tau_{q0}' + \tau_{q0}'') \quad \tau_{q1} \tau_{q2} = \tau_{q0}' \tau_{q0}'' \frac{L_{mq}}{L_mq}$ $L_{aq}' = L_{aq} \frac{\tau_{q1} - \tau_{q2}}{\tau_{q0}' + \tau_{q0}'' - \left(1 + \frac{L_{aq}}{L_{aq}'} \right) \tau_{q2}} \quad L_{1q} = \frac{L_{aq}' L_{aq}}{L_{dc} - L_{dc}'}$ $L_{2q} = \frac{L_{aq}'' L_{aq}}{L_{aq}' - L_{aq}''} \quad R_{1q} = \frac{L_{1q}}{\omega \tau_{q1}} \quad R_{2d} = \frac{L_{2q}}{\omega \tau_{q2}}$

Fuente: Martínez, Juan A., Johnson, Brian y Grande-Morán Carlos. "Parameter determination for modeling system transients. Part IV: rotating machines".

(Aceptado para la publicación en IEEE Transactions on Power Delivery) Noviembre, 2004

Los métodos mejorados a partir de la utilización de los resultados de las pruebas de corto circuito tienen como principal característica la utilización de la medición de la corriente del rotor durante los estudios de corto circuito para identificar las características del circuito de excitación de mejor manera. La principal desventaja de estos métodos, y en general del método de corto circuito, es que no se puede obtener información de los parámetros del eje q sin exponer a la máquina a un esfuerzo severo.

4.6.2. Pruebas de decremento del estator

Estas pruebas son similares a las de corto circuito en que las respuestas en el tiempo de las variables de la máquina que fluyen a partir de un cambio súbito y son medidas para identificar las características de la máquina. En este método, mientras que la máquina está bajo condiciones de operación arregladas de manera que la corriente fluya únicamente en el eje directo, la unidad es puesta bajo una falla, luego existe un decremento en la corriente de excitación y el voltaje de excitación, estas variables son usadas para extraer los parámetros para un modelo de la misma manera que se realiza con la prueba de corto circuito.

Estas pruebas proveen la información necesaria para los ejes d y q . Sin embargo, dichas pruebas son costosas y difíciles de llevar a cabo. Para la mayoría de las máquinas, es difícil obtener condiciones sin saturación, que desafortunadamente, complica la prueba y el análisis de los resultados.

4.6.3. Pruebas de respuesta en frecuencia

4.6.3.1. Respuesta en frecuencia a rotor parado (*standstill*)

En el método SSFR (*standstill frequency response*), las pruebas son conducidas con el rotor de la unidad parado y desconectado del sistema. El rotor debe ser alineado en dos posiciones particulares con respecto al estator durante las pruebas. El estator es excitado a un bajo nivel (± 60 A, ± 20 V) a través de un rango de frecuencias desde 1 mHz hasta 1 kHz, se miden las siguientes respuestas:

- Con el estator excitado y el circuito de excitación en corto:

$$sG(s) = \frac{\Delta i_f(s)}{\Delta i_d(s)} \quad (4.63)$$

$$Z_d(s) = \frac{\Delta e_d(s)}{\Delta i_d(s)} \quad (4.64)$$

- Con el estator excitado (No existe un circuito de excitación):

$$Z_q(s) = -\frac{\Delta e_q(s)}{\Delta i_q(s)} \quad (4.65)$$

$Z_d(s)$ y $Z_q(s)$, son las impedancias operacionales de los ejes d y q vistas desde las terminales de armadura. Las inductancias operacionales son computadas sustrayendo la resistencia de armadura de estas impedancias:

$$L_d(s) = \frac{Z_d(s) - r_a}{s} \quad (4.66)$$

$$L_q(s) = \frac{Z_q(s) - r_a}{s} \quad (4.67)$$

Los parámetros obtenidos del circuito d equivalente son obtenidos utilizando aproximaciones de las funciones de transferencia $L_d(s)$ y $sG(s)$. Se utiliza la función $sG(s)$ pues esta puede ser medida al mismo tiempo que $Z_d(s)$, con el circuito de excitación cortocircuitado. Los parámetros del eje q son obtenidos utilizando la función de transferencia de $L_q(s)$. El orden de la función de transferencia depende en el número de circuitos del rotor asumidos en cada eje. Debido a que estas pruebas se conducen a niveles de flujo muy bajos, los resultados deben ser corregidos para ser llevados del nivel más bajos de la curva de saturación a su nivel de operación normal (sin saturación). Esto es llevado a cabo ajustando la reactancia mutua en cada uno de los ejes. Además de los ajustes requeridos para condiciones sin saturación, existen otras limitaciones para este tipo de prueba, estas involucran efectos rotacionales. Cuando se utilizan devanados amortiguadores, estos pueden no tener una buena conexión en *standstill*. Además, se desconoce en que medida la rotación causa que las orillas de las ranuras del rotor formen una baja impedancia. Aún así, la información obtenida a bajas y altas frecuencias, es buena para la mayoría de máquinas que no presentan devanados de amortiguación específicos o en su lugar amortiguadores cortos o anillos de retención no magnéticos.

De acuerdo con la norma *IEEE 115-1995* los parámetros que pueden ser medidos por medio del método de *SSFR* son:

- ✓ La inductancia operacional del eje d , $Z_d(s)$.
- ✓ La inductancia operacional del eje q , $Z_q(s)$.
- ✓ La impedancia de transferencia a rotor parado del estator al circuito de excitación, $Z_{af0}(s)$.
- ✓ La función de transferencia a rotor parado del estator al circuito de excitación, $G(s)$.

$sG(s)$ es la alternativa para encontrar la función de transferencia a rotor parado del estator al circuito de excitación, $G(s)$. La medición de la impedancia de transferencia del estator al circuito de excitación se requiere ocasionalmente. La tabla IV-V muestra la configuración para realizar la medición de cada uno de los parámetros que se pueden medir y las relaciones principales derivadas de cada medición.

El procedimiento para la identificación de los parámetros del eje d desde la prueba SSFR se puede resumir de la siguiente forma:

1. Se utiliza la mejor estimación de la inductancia de fuga del estator L_f ; se puede utilizar el dato provisto por el fabricante.
2. Se obtiene el límite de baja frecuencia de $L_d(s)$, $L_d(0)$, y luego se determina:

$$L_{ad}(0) = L_d(0) - L_f \quad (4.68)$$

3. Encuentre la relación de transformación de campo a estator N_{fd}/N_a utilizando la impedancia de transferencia de estator a campo $Z_{af}(s)$:

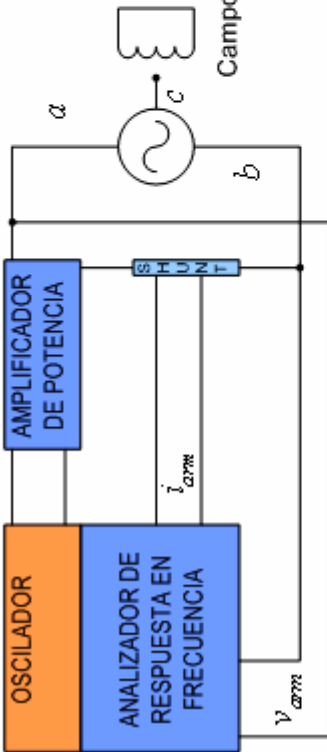
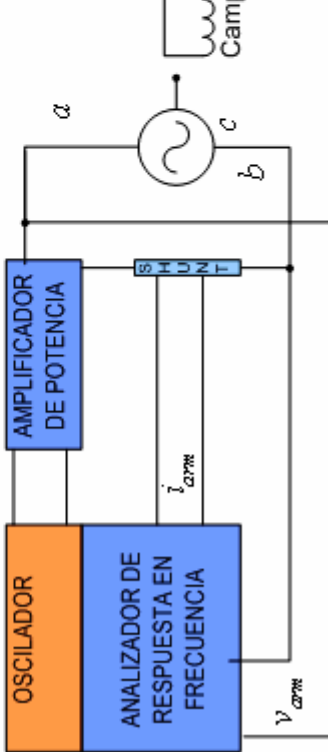
$$N_{af}(0) = \frac{1}{sL_{ad}(0)} \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta e_{fd}(s)}{\Delta i_d(s)} \right] \quad (4.69)$$

4. Se calcula la resistencia de campo referida al estator:

$$R_{fd} = \frac{sL_{ad}(0)}{\lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{\Delta i_{fd}(s)}{\Delta i_d(s)} \right] \frac{2}{3} N_{af}(0)} \quad (4.70)$$

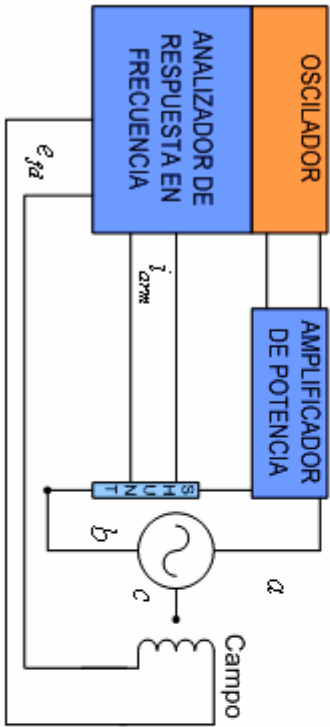
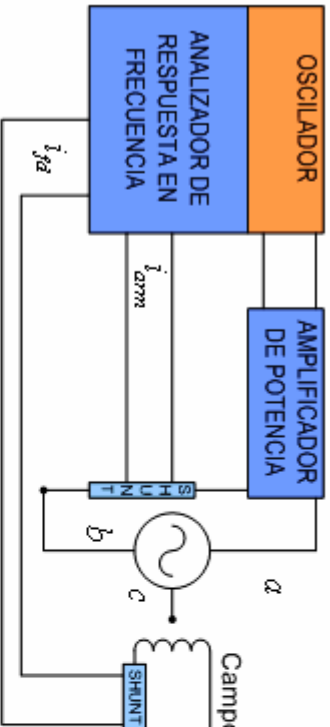
5. Se define la estructura del circuito equivalente para el eje d .
6. Se utilizan los parámetros accesible y una técnica de ajuste para encontrar los valores para los parámetros desconocidos que producen el mejor ajuste para $L_d(s)$ y $sG(s)$.
7. Se ajusta L_{ad} a su valor sin saturación L_{adu} .

TABLA IV-V. Pruebas SSFR

Variables del eje d	Medición	Relaciones
	<p>Inductancia operacional del eje d</p> $Z_d(s)$	$Z_d(s) = \frac{\Delta e_d(s)}{\Delta i_d(s)} \Big _{\Delta e_f(s)=0}$ $Z_d(s) = \frac{1}{2} \frac{\Delta v_{arm}(s)}{\Delta i_{arm}(s)} = R_a + sL_d(s)$
	<p>Inductancia operacional del eje q</p> $Z_q(s)$	$Z_q(s) = - \frac{\Delta e_q(s)}{\Delta i_q(s)} \Big _{\Delta e_f(s)=0}$ $Z_q(s) = \frac{1}{2} \frac{\Delta v_{arm}(s)}{\Delta i_{arm}(s)} = R_a + sL_q(s)$

Fuente: IEEE. IEEE Std. 115-1995. *Guide: test procedures for synchronous machines.*

TABLA IV-VI. Pruebas SSFR (continuación)

	<p>Impedancia de transferencia a rotor parado del estator al campo</p> $Z_{q\phi}(s)$	$Z_{q\phi}(s) = - \frac{\Delta e_{j\phi}(s)}{\Delta i_d(s)} \Big _{i_{dzm}=0}$ $Z_{q\phi}(s) = \frac{\Delta e_{j\phi}(s)}{\Delta i_d(s)}$ $= \frac{\sqrt{3} \Delta e_{j\phi}(s)}{2 \Delta i_{dzm}(s)}$
	<p>Función de transferencia a rotor parado del estator al campo</p> $sG(s)$	$sG(s) = - \frac{\Delta i_{j\phi}(s)}{\Delta i_d(s)} \Big _{i_{dzm}=0}$ $\frac{\Delta i_{j\phi}(s)}{\Delta i_d(s)} = \frac{\sqrt{3} \Delta i_{j\phi}(s)}{2 \Delta i_{dzm}(s)}$

Fuente: IEEE. IEEE Std. 115-1995. Guide: test procedures for synchronous machines.

8. Se mide la resistencia del devanado del campo, se convierte a la temperatura deseada de operación y se refiere al estator:

$$R_{fd \text{ at } \theta} = \left[\frac{234.5 + \theta}{234.5 + T_f} \right] \left[\frac{3}{2} \frac{1}{N_{af}(0)} \right]^2 r_{fd} \quad (4.71)$$

Donde θ es la temperatura de operación en °C, r_{fd} es la resistencia de campo medida en ohmios y T_f es la temperatura promedio de campo en °C durante la medición.

Se hace notar que L_{adu} y R_{fd} sustituyen los parámetros usados para encontrar valores desconocidos durante el proceso de ajuste. El procedimiento para la identificación de los parámetros del eje q se resume de la siguiente manera:

1. Se utiliza la mejor estimación de la inductancia de fuga del estator L_l .
2. Se obtiene el límite de baja frecuencia de $L_q(s)$, $L_q(0)$, y luego se determina:

$$L_{aq}(0) = L_q(0) - L_l \quad (4.72)$$

3. Se define una estructura para el circuito equivalente del eje q .
4. Se utilizan los parámetros accesible y una técnica de ajuste para encontrar los valores para los parámetros desconocidos que producen el mejor ajuste para $L_q(s)$.
5. Se ajusta L_{aq} a su valor sin saturación L_{aqu} .

El paso más complejo de los procedimientos anteriores es la aplicación de una técnica de ajuste para derivar los parámetros de los circuitos equivalentes que se ajustan a la respuesta en frecuencia. Se han presentado varias técnicas modernas, éstas se resumen en la sección 4.8 junto con estudios recientes sobre la determinación de parámetros.

Para finalizar es importante resaltar las desventajas que se presentan al utilizar la técnica SSFR, (véase también a Canay [32]):

- ✓ El efecto de las corrientes de Eddy en la resistencia del estator durante la prueba SSFR no se toma en cuenta cuando las reactancias operacionales se deducen utilizando la siguiente expresión:

$$sL_d(s) = Z_d(s) - R_a \quad (4.73)$$

Donde R_a es la resistencia del estator de corriente directa.

- ✓ El equipo de prueba requiere de amplificadores de muy alta potencia y con respuesta altamente lineal.
- ✓ Las pruebas SSFR se conducen a corrientes muy bajas, sin embargo, $sL_d(s)$ y $sL_q(s)$ pueden variar hasta 20% en el rango de operación sin carga hasta operación a corriente nominal.
- ✓ Las pruebas SSFR se llevan a cabo en condiciones sin saturación.
- ✓ Las fuerzas centrífugas de los devanados de amortiguación no se toman en cuenta debido a que es difícil determinar el error que estos introducen.
- ✓ La resistencia en los puntos de contacto de los devanados de amortiguación pueden ser más altas a rotor bloqueado que durante funcionamiento normal.

4.6.3.2. Respuesta en frecuencia a circuito abierto

El método OCFR (*open-circuit frequency response*) permite la confirmación de la información derivada del método SSFR en el rango medio de frecuencia para el eje d únicamente. Para esta prueba, la unidad es operada en circuito abierto y bajo un voltaje reducido.

El devanado de excitación se le aplican diferentes frecuencias y se mide la respuesta en frecuencia del devanado de excitación al estator. La diferencia entre esta respuesta y el equivalente de *standstill* da una indicación de los efectos rotacionales. La prueba se lleva a cabo normalmente a más de un voltaje para examinar los efectos de la saturación. Al llevar a cabo esta prueba con varias amplitudes en la señal de entrada se pueden apreciar los efectos de la conducción de las orillas de las ranuras.

4.6.4. Pruebas de respuesta en línea

4.6.4.1. Pruebas de respuesta en frecuencia en línea

El método OLFR (*on-line frequency response*) es la “prueba en pequeña señal” en cuanto a la verificación de los modelos de las máquinas. Aquí la máquina es puesta a prueba bajo las mismas condiciones en las cuales el modelo se espera que funcione, bajo una restricción del rango de operación. Para esta prueba, la máquina es operada bajo una carga reducida cercana a la nominal y preferiblemente por encima de una impedancia sustancial del sistema. La excitación es modulada por ruido aleatorio o sinusoidal. Las componentes se resultan en los dos ejes y la información, similar al método SSFR, es utilizada en un modelo. El rango de frecuencia de información útil en este caso es más limitado que en las pruebas SSFR, pero la información derivada de las pruebas SSFR es más útil en los extremos del rango de frecuencias. El método OLFR permite el llenado del rango de frecuencias medias con datos para los dos ejes e incluye los efectos rotacionales. La desventaja de esta prueba es que requiere pruebas en una unidad conectada al sistema, posiblemente bajo condiciones especiales del sistema o la unidad.

4.6.4.2. Pruebas de rechazo de carga

Se lleva a cabo con la máquina corriendo a velocidad síncrona, con la potencia inyectada al sistema cercana a cero y el sistema de excitación en control manual. El cortacircuito del generador se abre y se registran los valores transitorios de voltaje en terminales, voltaje de campo y corriente de campo. Para obtener los valores de saturación y sin saturación, la prueba se lleva a cabo en condiciones de sub-excitación y sobre- excitación. (Véase [57])

4.6.4.3. Prueba de perturbaciones de pequeña señal en el dominio del tiempo

Los parámetros lineales de la máquina se identifican a partir de carga ligera, bajo condiciones de sub-excitación, mientras que las características de saturación se identifican para un amplio rango de condiciones de operación. (Véase [58]).

4.6.4.4. Prueba de perturbaciones de gran señal

Una perturbación de gran señal se introduce abruptamente en el voltaje de referencia de excitación con la máquina en condiciones de operación normales. Las variables registradas son los voltajes de terminales y de campo, corrientes del estator y de campo, así como la velocidad del rotor. (Véase [59])

En las pruebas de respuesta en línea, tal como en las pruebas fuera de línea, se debe aplicar un proceso de conversión de datos los cuales se resumen en los siguientes pasos:

- ✓ Seleccionar el orden de cada circuito del rotor.
- ✓ Asumir valores iniciales de los parámetros.
- ✓ Utilizar una técnica de estimación o de ajuste para ajustar los valores.

4.6.5. Análisis de los datos de diseño

Modelos mejorados han sido desarrollados de la información de diseño, estos métodos han sido desarrollados utilizando el método de elementos finitos. El trabajo realizado en modelos de elementos finitos de dos y tres dimensiones en estado estable ha demostrado buenos resultados con los resultados derivados de mediciones. Sumado a esto, los modelos de elementos finitos de dos dimensiones han sido desarrollados para dar información de respuesta en frecuencia que se puede comparar con las mediciones. El grado con el cual la conducción se da a través de las orillas de las ranuras parece no tener un efecto significativo en el modelo de elementos finitos a altas frecuencia. Los efectos rotacionales y el efecto de amplitudes disturbadas en el modelo está aún bajo investigación.

4.7. Determinación de los parámetros según la norma IEEE Std 1110TM-2002

La norma IEEE STd. 110TM-2002 en su cláusula 7 realiza un resumen de las técnicas utilizadas para determinar los parámetros para las estructuras de los modelos para estudios de estabilidad definidos en la cláusula 4 y que fueron resumidos en la sección 3.7 de este trabajo. Dicha norma establece tres categorías para los métodos de estimación de parámetros:

1. Pruebas de estado estable

Durante estas pruebas la máquina se opera bajo carga constante y se miden los diferentes voltajes y corrientes. Los métodos para llevar a cabo las pruebas de estado estable se describen en la norma IEEE Std. 115-1995.

2. Pruebas transitorias

Durante estas pruebas, la máquina se encuentra operando bajo su condición de estado estable aplicándosele una perturbación tipo escalón. Estas perturbaciones involucran la introducción o liberación de un cortocircuito en las terminales del estator. Los procedimientos para conducir un amplio rango de pruebas transitorias comúnmente aceptadas se describen en la norma IEEE Std. 115-1995. Otras pruebas alternativas tales como las pruebas de decremento del estator se proponen por parte del EPRI en los reportes EL-1424 y EL-5736.

3. Pruebas de respuesta en frecuencia

Las pruebas de respuesta en frecuencia se conducen a rotor parado mientras se aplican corrientes de estado estable senoidales o voltajes en las terminales del estator y devanado de excitación de la máquina. La frecuencia de estas señales aplicadas se varía en un amplio rango (0.001 Hz a 200 Hz) con el objetivo de caracterizar completamente el comportamiento de la máquina a través de un rango de frecuencias completo el cuál se puede encontrar durante la operación de la máquina. Los valores de voltaje y corriente son registrados de manera que se pueda estimar la función de transferencia (magnitud y ángulo) para determinar los parámetros de los modelos de las máquinas.

Es importante reconocer que el proceso de combinar la estructura de un modelo con las mediciones o la obtención de datos analíticos para obtener un modelo de la máquina no es trivial ni único. Los objetivos finales es el obtener el modelo que mejor represente el comportamiento de una máquina para una condición particular bajo investigación; por lo tanto, se debe comprender que:

- ✓ A pesar que los modelos han demostrado desempeñarse muy bien en estudios de un amplio rango de fenómenos, la estructura de parámetros agrupados que se describen en la cláusula 4 de la norma y en la sección 3.7 de este trabajo se basan en aproximaciones al fenómeno físico real que ocurre en las máquinas eléctricas. Las técnicas par modelar no linealidades como los efectos de la saturación no están aún bien desarrollados al momento de escribir este trabajo y pueden limitar la aplicación de estos modelos en algunas situaciones.

- ✓ El rango de complejidad del fenómeno físico en máquinas síncronas en combinación con la crudeza relativa de las estructuras de parámetros agrupados es tal que puede ser posible que diferentes tipos de pruebas realizadas en la misma máquina den como resultado diferentes parámetros para la misma estructura del modelo. A pesar de esto, estas diferencias pueden no ser de mucha importancia en algunos casos, el modelado de las máquinas síncronas continuará siendo un tipo de arte y la experiencia y el juicio será invaluable para obtener una representación exacta del funcionamiento para muchos tipos de análisis de estabilidad que puedan ser investigados.
- ✓ Similarmente, aún cuando el mismo conjunto de datos es utilizado para determinar los parámetros requeridos, diferentes estructuras de modelo pueden dar como resultado diferentes predicciones del funcionamiento de la máquina cuando se analiza una situación específica. De nuevo, la experiencia y el juicio será invaluable para obtener los resultados de simulación más adecuados.
- ✓ Para representar con precisión los efectos de los sistemas de excitación, es necesario derivar modelos desde la información de pruebas que específicamente midan las características de las terminales de los devanados de excitación de la máquina. Tal información no se puede obtener con facilidad de las pruebas transitorias y, por lo tanto, las pruebas de respuesta en frecuencia presentan una amplia ventaja.
- ✓ La caracterización del eje en cuadratura del rotor esencial para la derivación de modelos exactos. Dado que las pruebas transitorias tradicionales proveen poca información acerca de dicho eje, la capacidad de proveer información del eje en cuadratura representa la principal ventaja de las pruebas de respuesta en frecuencia.

El método básico utilizado para determinar los parámetros para modelos de generadores síncronos es encontrar aquellos parámetros que se ajustan de mejor manera al comportamiento del modelo y del comportamiento medido del generador tal como se representa por los datos representados en la medición estándar de funcionamiento en estado transitorio y varias aproximaciones comúnmente aceptadas que forman la base de la estimación de parámetros para modelos.

Con el advenimiento de las computadoras y la capacidad de computación de alta velocidad, es ahora posible ajustar datos medidos a un amplio rango de modelos. Se debe reconocer que el modelo solamente puede aproximarse al comportamiento medido del generador, ahora es posible utilizar técnicas para ajustar los parámetros del modelo para obtener el mejor ajuste entre el modelo y las mediciones. Por ejemplo, la técnica de “*weighted-least-squares*” se utiliza típicamente en la derivación de parámetros. A continuación se realiza un resumen de las múltiples técnicas para la determinación de parámetros por medio de pruebas presentadas en la cláusula 7 de la norma IEEE Std. 1110TM-2002.

4.7.1. Determinación de parámetros por medio de pruebas

4.7.1.1. Estructuras de los modelos y parametrización

El formato de los modelos se asume explícitamente o implícitamente en la mayoría de estudios de estabilidad y usualmente se enmarcan en dos categorías:

- Modelos de circuito equivalente (EC)
- Modelos de inductancias operacionales (OI)

Los modelos de circuito equivalente establecidos por la norma se presentaron en la sección 3.7. Los parámetros necesitados para utilizar el modelo *Model 3.3* (se utiliza este modelo como ejemplo por su complejidad) se listan en el vector

$$\theta_{EC(3.3)} = \begin{bmatrix} R_{fd} & R_{1d} & R_{2d} & R_{1q} & R_{2q} & R_{3q} & L_l & L_{fd} & L_{1d} \\ L_{1q} & L_{2q} & L_{3q} & L_{ad} & L_{aq} & L_{f1d} & L_{f2d} & N_{afd} \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

El último parámetro de este vector es la relación de vueltas entre estator y campo N_{afd} , este relaciona las variables del devanado de campo a sus valores referidos en el estator. Algunos parámetros de la ecuación anterior como N_{afd} y L_l no pueden ser determinados directamente desde pruebas.

El modelo de inductancias operacionales incorpora tres funciones de transferencia en el eje directo: $L_d(s)$, $sG(s)$ y $Z_{fd}(s)$; y una función de transferencia en el eje en cuadratura $L_q(s)$. Para el modelo 3.3, las inductancias operacionales pueden ser expresadas de la siguiente manera (las constantes de tiempo están dadas en segundos y las resistencias e inductancias en por unidad):

Eje directo:

$$L_d(s) = (L_{ad} + L_l) \frac{(1 + sT_{1d})(1 + sT_{2d})(1 + sT_{3d})}{(1 + sT_{4d})(1 + sT_{5d})(1 + sT_{6d})} \quad (4.75)$$

$$G(s) = \frac{L_{ad}}{R_{fd}} \frac{(1 + sT_{7d})(1 + sT_{8d})}{(1 + sT_{4d})(1 + sT_{5d})(1 + sT_{6d})} \quad (4.76)$$

$$Z_{fd}(s) = R_{fd} \frac{(1 + sT_{1d})(1 + sT_{2d})(1 + sT_{3d})}{(1 + sT_{9d})(1 + sT_{10d})} \quad (4.77)$$

O bien:

$$Z_{af0}(s) = L_{ad} \frac{s(1 + sT_{7d})(1 + sT_{8d})}{(1 + sT_{11d})(1 + sT_{12d})} = sL_{af0}(s) \quad (4.78)$$

Eje en cuadratura:

$$L_q(s) = (L_{aq} + L_l) \frac{(1 + sT_{1q})(1 + sT_{2q})(1 + sT_{3q})}{(1 + sT_{4q})(1 + sT_{5q})(1 + sT_{6q})} \quad (4.79)$$

El vector de parámetros relacionado con el modelo 3.3 está dado por:

$$\theta_{OI(3.3)} = \begin{bmatrix} R_{fd} & L_l & L_{ad} & L_{aq} & T_{1d} & T_{2d} & T_{3d} & T_{4d} & T_{5d} & T_{6d} & T_{7d} \\ T_{8d} & T_{9d} & T_{10d} & T_{1q} & T_{2q} & T_{3q} & T_{4q} & T_{5q} & T_{6q} & N_{afd} \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

Con un total de 21 parámetros, $\theta_{OI(3.3)}$ tiene cinco componentes más que $\theta_{EC(3.3)}$, lo que significa que las dos representaciones no son completamente equivalentes sin necesidad de realizar cualquier suposición.

Las inductancias operacionales de ejes d y q , $L_d(s)$ y $L_q(s)$, se expresan con frecuencia utilizando los términos de las variables transitorias y subtransitorias utilizadas; por ejemplo, la norma IEEE Std. 115-1995 describe los resultados de las pruebas de corto circuito de la siguiente manera:

$$\frac{1}{L_d(s)} = \frac{1}{L_{ad} + L_l} + \left(\frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_{ad} + L_l} \right) \frac{sT'_d}{1 + sT'_d} + \left(\frac{1}{L''_d} - \frac{1}{L'_d} \right) \frac{sT''_d}{1 + sT''_d} + \left(\frac{1}{L'''_d} - \frac{1}{L''_d} \right) \frac{sT'''_d}{1 + sT'''_d} \quad (4.81)$$

$$\frac{1}{L_q(s)} = \frac{1}{L_{aq} + L_l} + \left(\frac{1}{L'_q} - \frac{1}{L_{aq} + L_l} \right) \frac{sT'_q}{1 + sT'_q} + \left(\frac{1}{L''_q} - \frac{1}{L'_q} \right) \frac{sT''_q}{1 + sT''_q} + \left(\frac{1}{L'''_q} - \frac{1}{L''_q} \right) \frac{sT'''_q}{1 + sT'''_q} \quad (4.82)$$

A pesar de las diferencias entre los modelos, estos tienen en común tres inductancias y una resistencia que caracterizan el comportamiento de la máquina en estado estable:

- ✓ L_l , inductancia de fuga: se computa en la fase de diseño del fabricante. No existen pruebas estandarizadas para que sea determinada prácticamente.
- ✓ $L_d = L_{ad} + L_l$, inductancia síncrona del eje directo: se encuentra llevando a cabo la prueba de corto circuito ó de circuito abierto en estado estable. El valor sin saturación, L_{du} , es la razón de la corriente de campo requerida para producir la corriente nominal del estator bajo cortocircuito sostenido, a la corriente de campo requerida para producir el voltaje nominal en el estator.
- ✓ $L_q = L_{aq} + L_l$, inductancia síncrona del eje en cuadratura: se encuentra llevando a cabo una prueba de deslizamiento. La norma IEEE Std. 115-1995 define los procedimientos para llevar a cabo esta prueba.
- ✓ R_{fd} es la resistencia del devanado de excitación referida al estator.

La determinación de los elementos restantes de los vectores de parámetros requiere de pruebas dinámicas como las que se mencionan a continuación.

4.7.1.2. Prueba de cortocircuito trifásico sin carga

La prueba de cortocircuito es la más conocida de las pruebas para determinación de parámetros y tiene una larga historia habiendo sido estandarizada en 1945. Dado que es la mejor forma de determinar las condiciones eléctricas y mecánicas de una máquina, la iniciativa de utilizar esta prueba va más allá de la determinación de parámetros. Usualmente, una máquina se selecciona de un grupo de máquinas similares registrando cuidadosamente las pruebas con sistemas de alta velocidad de adquisición de datos para uso posterior en la determinación de parámetros así como otros aspectos del funcionamiento de la máquina. Se llevan a cabo varias pruebas a varios niveles de voltaje prefalla y de circuito abierto.

Este método de obtener los parámetros de las máquinas ignora completamente el eje en cuadratura (el cual está pobremente excitado durante la prueba de cortocircuito trifásico) y presupone un modelo de segundo orden y eje directo para la máquina síncrona. En efecto, basado en seis suposiciones para la simplificación, la variación de la corriente del estator después de un cortocircuito trifásico se puede describir a partir de las siguientes expresiones:

$$i_a(t) = I_{ac}(t) \sin(\omega_r t + \lambda) - I_h(t) \sin(2\omega_r t + \lambda) - I_{dc}(t) \sin(\lambda) \quad (4.83)$$

Donde

$$I_{ac} = V_o \sqrt{2} \left[\frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d'}} + \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d''}} \right] \quad (4.84)$$

$$I_{dc} = \frac{V_o \sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \quad (4.85)$$

$$I_h = \frac{V_o \sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \quad (4.86)$$

son las componentes de ac, dc y de segunda armónica respectivamente, siendo $V_o \sqrt{2}$ el valor pico pretalla del voltaje en terminales en por unidad y ω_r la velocidad del rotor en radianes/segundo.

Los parámetros en las ecuaciones (4.83), (4.84), (4.85) y (4.86) son las reactancias y constantes de tiempo asociadas con la prueba de corto circuito, mientras que T_a es la constante de tiempo de armadura. A partir de los datos registrados por la prueba de cortocircuito se procede al uso de un método computacional para la determinación del vector de parámetros, una técnica moderna que da excelentes resultados en la técnica de *nonlinear least-squares*.

4.7.1.3. Pruebas de decremento (Rechazo de carga)

Existen dos tipos fundamentales:

- ✓ Prueba de decremento del estator con el circuito de excitación en cortocircuito y luego en circuito abierto: la máquina bajo prueba se opera sin carga y es excitada totalmente desde el sistema de potencia (corriente de campo igual a cero). El generador es desconectado del sistema de potencia y subsecuentemente las variaciones del voltaje del estator y, si el devanado de campo está cortocircuitado, el devanado de corriente de campo puede ser utilizado para determinar los parámetros.
- ✓ Prueba de decremento del rotor con el estator en cortocircuito y luego en circuito abierto: la máquina es excitada a través del devanado de excitación y la fuente de excitación es súbitamente cortocircuitada; desde el decaimiento de la corriente de campo y el voltaje del estator, o si el estator está cortocircuitado, la corriente del estator, algunos parámetros de la máquina pueden ser determinados.

Para las pruebas de rechazo de carga o de decremento existen consideraciones especiales operativas:

- ✓ El primer paso para llevar a cabo la prueba debe ser el aislamiento de la máquina síncrona del sistema de potencia. Idealmente, la prueba debe iniciarse abriendo el cortocircuito que conecta la máquina al sistema, seguido por el cierre automático de la turbina. También es aconsejable una apertura de cortocircuito y cierre automático de la turbina simultáneo.
- ✓ Para eliminar los efectos del regulador de voltaje en el comportamiento transitorio de la máquina después del rechazo de carga, el AVR debe ser colocado en control manual.

- ✓ La excitación debe mantenerse después del rechazo de carga. Sin embargo, los esquemas de protección de un sinnúmero de máquinas tiene la configurada la apertura automática del circuito de excitación después de un rechazo de carga.

El análisis para derivar los valores de los parámetros puede ser basado en un procedimiento computarizado visual, tales como los recomendados por la norma IEEE Std. 115-1995. Dado que un alineamiento apropiado del rotor en un eje dado permite que la repuesta en el voltaje sea similar a la ecuación (4.83), por lo tanto, si se asume que no existe corriente en el eje q , un modelo de segundo orden $\theta_{OI(2.1)}$, dará como resultado la siguiente expresión:

$$V_a(t) = \left\{ V_0\sqrt{2} - I_0\sqrt{2} \left[(X'_d - X_d) e^{-\frac{t}{T'_{do}}} + (X''_d - X'_d) e^{-\frac{t}{T''_{do}}} \right] \right\} \sin(\omega_r t) \quad (4.87)$$

donde $V_0\sqrt{2}$ e $I_0\sqrt{2}$ son los valores de cresta pretalla del voltaje de la carga y la corriente, mientras que ω_r es la velocidad del rotor de la máquina en radianes eléctricos por segundo.

El problema principal encontrado en las pruebas de rechazo de carga es que el voltaje de campo debe mantenerse constante. Para ciertos sistemas de excitación esto no es posible. Esta prueba exige el registro del voltaje de excitación, cuyas características dinámicas deben ser incluidas en la simulación. Sin embargo, en algunos sistemas de excitación, tales como excitadores rotativos sin escobillas, no es posible medir el voltaje de campo.

4.7.1.4. Pruebas de respuesta en frecuencia a rotor bloqueado

Este método de obtener los parámetros desde modelos de generadores apenas ha sido desarrollado durante los últimos 15 años. Los procedimientos actuales para pruebas descritos en la norma IEEE Std. 115-1995 involucran la excitación del estator o el devanado de campo de un generador cuando este se encuentra a rotor bloqueado y desconectado del transformador elevador de tensión. Las corrientes de excitación son bajas y las frecuencias de excitación recomendadas varían en un rango estándar de 0.001 Hz a 100 Hz ó 200 Hz. Posicionando uno de los devanados del estator en posición relativa al devanado de campo, se pueden obtener las impedancias operacionales ya sea del eje d o del eje q . Las variables del eje d pueden ser medidas con el devanado de campo en corto circuito o circuito abierto. Las funciones de transferencia o impedancias de estator a campo y de campo a estator se miden para el rango de frecuencias mencionado anteriormente. Los modelos obtenidos son modelos de pequeña señal. Dado que la pequeña magnitud de las señales medidas, el comportamiento magnético del generador a rotor parado es determinado por medio de la permeabilidad incremental del hierro del rotor. Para más información, consulte la norma IEEE Std. 115-1995 y [21].

4.7.2. Parámetros derivados por los fabricantes

A continuación se describen los procedimientos generales que tienen en común diferentes fabricantes para la derivación de los parámetros de la máquina. No se describen procedimientos específicos utilizados por algún fabricante, en cambio, se explican los significados de estos parámetros y las suposiciones básicas implícitas en su cálculo que son útiles para el analista de sistemas cuando aplica estos parámetros para obtener modelos dinámicos de la máquina síncrona.

4.7.2.1. Procedimientos actuales de los fabricantes

Los procedimientos de diseño de los fabricantes incluyen la utilización de paquetes de software que tienen rutinas para el cálculo de parámetros de circuitos equivalentes. Estos parámetros usualmente incluyen las reactancias de eje directo y en cuadratura y las constantes de tiempo utilizadas por los analistas de sistemas para derivar los parámetros de interés. Los fabricantes proveen las reactancias subtransitoria, transitoria y síncrona en la forma X''_{di} , X''_{dv} , X'_{di} , X'_{dv} y X_{du} para el eje directo. Los parámetros del eje d tienen una forma análoga. El subíndice i denota las variables que pueden ser obtenidas por pruebas de cortocircuito y frecuentemente son designadas como variables sin saturación. El subíndice v se aplica a las variables apropiadas para grandes variaciones de corriente asociadas con fallas. Los efectos de la saturación se incluyen durante el cálculo de estos parámetros por medio de estudios de correlación llevados a cabo en muestras de máquinas con datos confiables derivados de pruebas. Las constantes de tiempo de eje directo del fabricante son consistentes con las reactancias y constantes de tiempo que pueden ser obtenidas con la prueba de corto circuito. Típicamente se asume que estos valores satisfacen las siguientes relaciones:

$$T'_{do} \cong T'_d \frac{X_{du}}{X'_{du}} \quad (4.88)$$

$$T''_{do} \cong T''_d \frac{X'_{dv}}{X''_{dv}} \quad (4.89)$$

Con el apropiado uso de los métodos numéricos, el comportamiento dinámico de la máquina puede ser determinado desde la etapa de diseño. Los parámetros de circuito equivalente calculados se utilizan para predecir este comportamiento y modificar el diseño de manera oportuna, por ejemplo obtener las fuerzas de los devanados, el soporte óptimo de los mismos y calcular las temperaturas de los devanados de amortiguación durante fallas.

4.7.2.2. Alternativas para las prácticas actuales para proveer parámetros

Basados en los diferentes tipos de pruebas, la norma IEEE Std. 1110TM-2002 propone las siguientes alternativas para que los fabricantes provean los parámetros:

- ✓ Derivación de los parámetros del eje directo utilizando los procedimientos estándar definidos en la norma IEEE Std. 115-1995. Las constantes de tiempo y las reactancias pueden ser basadas en pruebas de cortocircuito que también pueden ser simuladas utilizando el método de elementos finitos.
- ✓ Derivación de los parámetros subtransitorios del eje en cuadratura utilizando pruebas de cortocircuito de fase a fase descritas en la norma IEEE Std. 115-1995. Algunas veces, procedimientos no estandarizados son utilizados para la determinación de las constantes de tiempo del eje q , T'_q y T'_{qo} , basadas en la expresión operacional de la forma:

$$X_q(s) = X_{qu} \frac{(1 + sT'_q)}{(1 + sT'_{qo})} \quad T'_q = T'_{qo} \frac{X'_q}{X_q} \quad (4.90)$$

- ✓ Utilización de cálculos o técnicas de medición recientes, basadas en la teoría de pequeña señal. Estas técnicas resultan en circuitos equivalentes de eje d y q .

En esta sección se han resumido las pruebas más elementales descritas por la norma IEEE Std. 1110TM-2002 para la determinación de parámetros y las técnicas de derivación de parámetros por medio de la información de los fabricantes, sin embargo, se desea resaltar que en la cláusula 7.4 de la norma IEEE Std. 1110TM-2002 se encuentra detallado el procedimiento para la transformación de datos determinados en pruebas a los parámetros de los modelos equivalentes; esta información es útil para determinar los parámetros para cualquier modelo a partir de la información derivada de pruebas.

4.8. Estudios recientes para la determinación de los parámetros de máquinas síncronas

Existen estudios bastante recientes donde se tratan diferentes métodos para la determinación de los parámetros de las máquinas síncronas. Se recomiendan las referencias [38-49, 53-59] para revisar dichos estudios que explican con detalle los métodos anteriores y algunos métodos más actuales. Entre los que se presentan en las referencias [38-49, 53-59] resaltan los siguientes:

- ✓ *“Synchronous machine parameters from sudden-short test by back-solving”*. Desarrollado por Fernando Alvarado y Claudio Cañizares. Este estudio presenta la filosofía de la solución de los parámetros de la máquina por algoritmos de *“backsolving”* que simplifican el proceso de solución y presenta un nuevo método para calcular los eigenvalores basado en la generalización del problema de los eigenvalores.
- ✓ *“Noniterative synchronous machine parameter identification from frequency response tests”*. Desarrollado por Henschel, S. y Dommel, H. W. Este estudio presenta un método para identificar los parámetros de la máquina a partir de las pruebas de SSFR, el método puede aproximar los parámetros de la máquina sin necesidad de iteraciones mediante el refinamiento de la solución de las funciones de transferencia.
- ✓ *“Identification of synchronous machines parameters using broadband excitations”*. Desarrollado por K. Beya y otros. El estudio describe una nueva técnica de medición e identificación con la cual por medio de generación de señales de potencia de banda ancha y con la posibilidad de controlar el espectro de amplitud utilizando un rectificador clásico, se obtienen los parámetros de la máquina.

- ✓ *“Identification of synchronous machine parameters using a multiple input multiple output approach”*. J. Verbeeck y otros. Presenta un método alternativo de la identificación de los parámetros del eje d utilizando excitaciones de banda ancha tipo MIMO (*multiple input multiple output*) e identificación de los parámetros de eje d en tres pasos.
- ✓ *“Synchronous machine parameters from frequency response finite-element simulations and genetic algorithms”*. Desarrollado por Rafael Escarela-Perez y otros. Presenta una forma de obtener los parámetros de la máquina síncrona desde la prueba SSFR aplicando algoritmos genéticos-híbridos capaces de encontrar un mínimo global en un intervalo de búsqueda para acercarse al valor de las mediciones.
- ✓ *“Determination of synchronous machine stator and field leakage inductances standstill frequency response tests”*. Desarrollado por F.P. de Mello y otros. Presenta el uso de la información derivada de la prueba de respuesta en frecuencia para la determinación de los parámetros de la máquina síncrona y realiza hipótesis sobre las variaciones de la inductancia de fuga durante las pruebas SSFR.
- ✓ *“On-line synchronous machine parameter estimation from small disturbance operating data”*. Desarrollado por H. Tsai y otros. Presenta una identificación paso a paso para estimar los parámetros de la máquina síncrona a partir de la prueba de respuesta en línea de pequeñas perturbaciones. Se estiman los parámetros lineales y no lineales (saturados) del modelo del circuito equivalente, esta estimación se realiza por medio del método *maximum-likelihood estimation*.
- ✓ *“Iteratively reweighted least squares for maximum likelihood identification of synchronous machine parameters from on-line tests”*. Desarrollado por R. Wamkeue y otros. Desarrollado por R. Wamkeue y otros.

Se presenta un nuevo acercamiento para la identificación estadística de los parámetros de la máquina síncrona con la utilización de la información derivada de la prueba de respuesta en línea. El procesamiento de datos se lleva a cabo para remover los armónicos y mediciones corrompidas por ruido. La identificación de los parámetros en el dominio del tiempo se lleva a cabo por medio del método *maximum-likelihood estimation*.

4.9. Cálculo de los parámetros estándar y constantes de tiempo para el *Model 1.1*

A continuación describiremos el procedimiento para obtener los parámetros para el modelo desarrollado en las secciones 3.3 a 3.5, que corresponde con el modelo *Model 2.1* propuesto por la norma IEEE Std. 1110-2002 con las diferencias denotadas con anterioridad, a partir de la información de los fabricantes.

El símbolo prima, indica que las variables del rotor están trasladadas al estator. Es frecuente que la reactancia de armadura sea dada por los fabricantes, si esta no es dada, el valor de la reactancia de secuencia cero puede ser utilizada en su lugar, esto es $x_{ls} = x_0$. Sustrayendo el valor de la reactancia de fuga de las reactancias eje directo y de cuadratura nos da como resultado las reactancias de magnetización *directa* y *en cuadratura*:

$$x_{mq} = x_q - x_{ls} \quad (4.91)$$

$$x_{md} = x_d - x_{ls} \quad (4.92)$$

Las reactancias de fuga de campo pueden ser determinados de la definición de L_d' :

$$x_d' = x_{ls} + \frac{x_{md}x_{lf}'}{x_{md} + x_{lf}'} \Rightarrow x_{lf}' = \frac{x_{md}(x_d' - x_{ls})}{x_{md} - (x_d' - x_{ls})} \quad (4.93)$$

Si $x_{md} \gg x_{lf}'$:

$$x_{lf}' \triangleq x_d' - x_{ls} \quad (4.94)$$

Las reactancia de fuga del devanado de amortiguación del eje d pueden ser determinada de la expresión de L_d'' :

$$x_d'' = x_{ls} + \frac{x_{md}x_{lf}'x_{lkd}'}{x_{md}x_{lkd}' + x_{md}x_{lf}' + x_{lf}'x_{lkd}'} \Rightarrow x_{lkd}' = \frac{(x_d'' - x_{ls})x_{lf}'}{x_{md}x_{lf}' - (x_d'' - x_{ls})(x_{md} + x_{lf}')} \quad (4.95)$$

Si $x_{md} \gg x_{lf}'$:

$$x_{lkd}' \triangleq \frac{(x_d'' - x_{ls})x_{lf}'}{x_{lf}' - (x_d'' - x_{ls})} \quad (4.96)$$

Cuando no existe devanado de excitación “g” en el eje q , la reactancia de fuga del devanado de amortiguación del eje q puede ser determinada de la expresión para L_q'' :

$$x_q'' = x_{ls} + \frac{x_{mq}x_{lkq}'}{x_{mq} + x_{lkq}'} \Rightarrow x_{lkq}' = \frac{x_{mq}(x_q'' - x_{ls})}{x_{mq} - (x_q'' - x_{ls})} \quad (4.97)$$

Si $x_{mq} \gg x_{lkq}'$:

$$x_{lkq}' \triangleq x_q'' - x_{ls} \quad (4.98)$$

La resistencia de fase del estator puede ser asumida como la resistencia de secuencia positiva del estator.

Las resistencias de los devanados del rotor son determinadas desde las constantes dadas. La resistencia del devanado de excitación debe ser calculada de la constante de tiempo del eje d de circuito abierto:

$$T_{d0}' = \frac{1}{\omega_b r_f'} (x_{lf}' + x_{md}) \Rightarrow r_f' = \frac{1}{\omega_b T_{d0}'} (x_{lf}' + x_{md}) \quad (4.99)$$

Para la resistencia del devanado de amortiguación del eje directo, tenemos:

$$T_{d0}'' = \frac{1}{\omega_b r_{kd}'} (x_{lkd}' + x_d' - x_{ls}') \Rightarrow r_{kd}' = \frac{1}{\omega_b T_{d0}''} (x_{lkd}' + x_d' - x_{ls}') \quad (4.100)$$

Similarmente para la resistencia del devanado de amortiguación del eje en cuadratura:

$$T_{q0}'' = \frac{1}{\omega_b r_{kq}'} (x_{lkq}' + x_{mq}') \Rightarrow r_{kq}' = \frac{1}{\omega_b T_{q0}''} (x_{lkq}' + x_{mq}') \quad (4.101)$$

Alternativamente, si se dan las constantes de tiempo de corto circuito, tenemos:

$$\begin{aligned} r_f' &= \frac{1}{\omega_b T_d'} \left(x_{lf}' + \frac{x_{md} x_{ls}}{x_{md} + x_{ls}} \right) \\ r_f' &= \frac{1}{\omega_b T_d''} \left(x_{lkd}' + \frac{x_{md} x_{ls} x_{lf}'}{x_{md} x_{ls} + x_{md} x_{lf}' + x_{ls} x_{lf}'} \right) \\ r_{kq}' &= \frac{1}{\omega_b T_q''} \left(x_{lkq}' + \frac{x_{mq} x_{ls}}{x_{mq} + x_{ls}} \right) \end{aligned} \quad (4.102)$$

5. SISTEMAS DE CONTROL DE POTENCIA ACTIVA – FRECUENCIA Y CONTROL AUTOMÁTICO DE LA GENERACIÓN

5.1. Introducción

Este capítulo se preocupa del control de potencia activa para mantener a los sistemas en el estado estable. El objetivo de la estrategia de control es generar y llevar potencia a un sistema interconectado de la manera más económica y confiable posible al mismo tiempo que se deben mantener los límites de voltaje y frecuencia dentro de los límites permisibles. El capítulo se divide en dos partes principales: el control potencia activa – frecuencia y el control automático de la generación. Los siguientes capítulos se preocupan del control de potencia reactiva – voltaje y de aplicaciones modernas de control.

Los cambios en la potencia real (o activa) afectan principalmente a la frecuencia del sistema, mientras que la potencia reactiva afecta es menos sensitiva a los cambios en la frecuencia y depende principalmente en los cambios de la magnitud de voltaje. Por lo tanto, es posible controlar la potencia activa y la reactiva de manera independiente. El lazo de control de potencia real – frecuencia (Pf), LFC (*load frequency control*), controla la potencia real y la frecuencia; mientras que el lazo del regulador automático de voltaje o de potencia reactiva – voltaje (QV), AVR (*automatic voltage regulador*), regula la potencia reactiva y la magnitud de voltaje, como se verá en el siguiente capítulo.

El lazo LFC, a adquirido importancia con el crecimiento de sistemas interconectados y ha hecho que sea posible la operación de sistemas interconectados. Hasta nuestros días, este lazo, es aún la base de muchos conceptos avanzados para el control de sistemas de gran tamaño.

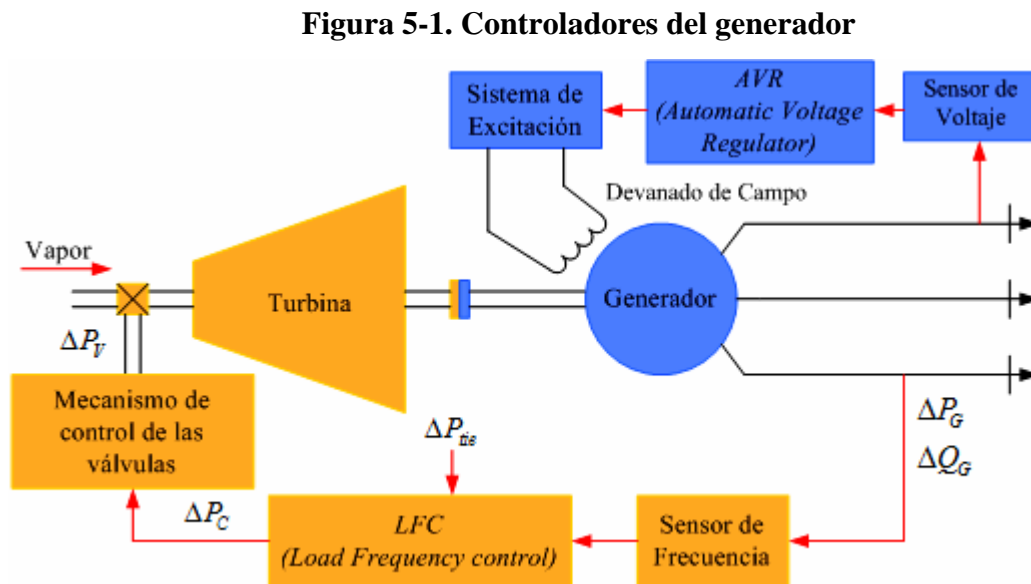
Los métodos desarrollado para el control de generadores individuales, y eventualmente el control de interconexiones grandes, juega un papel vital en los centros modernos de control y administración de energía. Centros modernos de control de energía, ECG (*energy control centers*), se equipan con computadoras “en-línea” que llevan a cabo el procesamiento de señales a través de sistemas de adquisición remota de datos conocidos como sistemas SCADA (*supervisory control and data acquisition*).

En este capítulo se presentarán los métodos de control de unidades individuales de generación y de sistemas de potencia para el lazo de control de frecuencia, a través del uso de los conceptos de la Teoría de Control o Sistemas de Control. El papel del control automático de generación, AGC (*automatic generation control*) en la operación de los sistemas de potencia, con referencia al control de potencia de enlace, *tie-line power control*, también será analizado.

A diferencia de los capítulos anteriores donde se utilizó Matlab/Simulink para las simulaciones en la parte final del capítulo, en este capítulo se utilizará Matlab/Simulink para realizar simulaciones del comportamiento de los lazos de control, incluyendo la utilización del software *State Space Objet and Functions* de *Cherry Tree Scientific Software* y la *Control Systems Toolbox* de *Mathworks Inc.*

5.2. Controles básicos del generador

En un sistema de potencia interconectado, para cada generador se instala un lazo de control de potencia real – frecuencia (Pf), denominado LFC y un regulador automático de voltaje (AVR) como lazo de control de potencia reactiva – voltaje (QV). En la figura 5-1 se representa esquemáticamente el diagrama del lazo de control LFC y del lazo de control del AVR.



Los controladores son ajustados a una condición particular de operación y se hacen cargo de pequeños cambios en la demanda de carga para mantener la frecuencia y la magnitud de voltaje entre los límites deseados. Pequeños cambios en la potencia real son primordialmente dependientes de los cambios en el ángulo del rotor, δ y, por lo tanto, la frecuencia. La potencia reactiva depende principalmente de la magnitud de voltaje en la excitación del generador.

La constante de tiempo del sistema de excitación es mucho menor que la constante de tiempo del primotor y su decaimiento transitorio es mucho mayor y no afecta el comportamiento dinámico del LFC. Por lo tanto, el acoplamiento entre el lazo de LFC y el lazo del AVR es despreciable, y se puede por lo tanto analizar el control de potencia real – frecuencia y de voltaje de excitación de manera independiente.

Hasta este momento se ha considerado que los efectos del control de potencia real – frecuencia y potencia reactiva – voltaje tienen poca influencia en el funcionamiento dinámico de sus controles, esto es solamente una simplificación que se utiliza para el análisis. En realidad cuando un generador está interconectado a un sistema de potencia con otros generadores, el sistema juega un papel importante en el comportamiento de los dos lazos de control.

Cuando los generadores son sincronizados, sus velocidades eléctricas actuales son idénticas, sin importar que los generadores tengan LFC. En una situación como la indicada, el lazo de control LFC y principalmente los gobernadores, se encargan de controlar la distribución de potencia entre los generadores interconectados mediante el ajuste de la potencia a un nuevo valor de referencia en el gobernador. La operación de los reguladores automáticos de voltaje, AVR, es similar aunque no idéntica. Los voltajes en un sistema interconectado están muy cercanos a sus valores nominales, el AVR básicamente se encarga de controlar la potencia reactiva suministrada por el generador, por lo menos hasta que el generador alcanza sus límites. En realidad, cuando el sistema interconectado cambia, es cuando el lazo LFC y el AVR llevan a cabo su finalidad principal.

Si se pierde carga en un sistema, los generadores se acelerarán a una nueva velocidad estable determinada por todos los gobernadores del sistema y la regulación de velocidad, que son primordialmente caídas; la potencia final es compartida por los generadores con a razón de sus valores nominales.

El AVR actúa para mantener el voltaje en terminales bajo valores consistentes con el ajuste nominal y con la demanda modificada de potencia reactiva.

Ambos controles actúan para minimizar los cambios de voltaje y frecuencia causados por cambios de carga pequeños y casi aleatorios, que ocurren constantemente en un sistema interconectado de potencia. Es un hecho, que existe una buena razón para considerar que lo dicho anteriormente es el propósito principal de estos controles de los generadores, y no el control local de voltaje y la velocidad del generador, como tradicionalmente se afirma. Es solo en casos extremos, cuando un generador bajo carga es súbitamente desconectado del sistema, cuando la acción del LFC es esencialmente prevenir sobre-velocidades destructivas, y el AVR se requiere para prevenir daños por sobre-voltajes.

5.3. Control de potencia activa – frecuencia (LFC)

Para que la operación de un sistema de potencia sea satisfactoria, la frecuencia debe permanecer idealmente constante. La frecuencia de un sistema es dependiente del balance de potencia real. La frecuencia es un factor común a lo largo de todo el sistema, un cambio en la demanda de potencia activa en un punto se refleja a través de todo el sistema en un cambio de frecuencia. Debido a que existen varios generadores administrando potencia al sistema, algunos medios deben ser provistos para albergar el cambio de demanda en los generadores. Un gobernador de velocidad en cada unidad de generación como parte del LFC, provee el control primario de la velocidad, mientras que el control complementario tiene origen en los centros de control quienes distribuyen la generación. En un sistema interconectado con dos o más áreas controladas independientemente, en adición al control de frecuencia, la generación en cada área tiene que ser controlada para mantener el intercambio de potencia programado.

Los objetivos operacionales del LFC son: mantener la frecuencia razonablemente uniforme, dividir la carga entre los generadores, y controlar los intercambios carga programados en las líneas de líneas de enlace (*tie-lines*). El cambio en la frecuencia y la potencia real en las líneas de enlace son medidas, lo cuál es una medición del cambio en el ángulo del rotor δ , es decir, el error $\Delta\delta$ que debe ser corregido. Las señales de error, Δf y ΔP_{tie} , son amplificadas, mezcladas, y finalmente transformadas en una señal de mando de potencia real ΔP_v , la cual esta enviada al primotor para realizar un incremento en el torque. El primotor, por lo tanto, lleva el cambio en la salida del generador a un valor ΔP_g , el cual cambiará los valores de Δf y ΔP_{tie} a rangos de tolerancia razonable.

El primer paso para el análisis y diseño de un sistema de control es la modelación matemática del sistema. Los dos métodos más comunes son el método de las funciones de transferencia y el método de la variable de estado. El método de la variable de estado puede ser aplicado tanto para el análisis de sistemas lineales como para sistemas no lineales. Para poder utilizar funciones de transferencia y ecuaciones de estado lineales, el sistema debe ser primero linealizado. Se deben realizar suposiciones y aproximaciones apropiadas para linealizar el modelo matemático que describe al sistema, de esta manera se puede obtener un modelo de funciones de transferencia para las componentes que conforman un sistema.

5.3.1. Generador

Cuando existe un cambio en la carga, este cambio se refleja instantáneamente como un cambio en la salida del torque eléctrico T_e del generador. Esto causa una diferencia entre el torque mecánico, T_m , y el torque eléctrico, T_e , lo que puede resultar en variaciones de velocidad. Para estudios de potencia real – frecuencia, es preferible expresar la relación anterior en términos de la potencia mecánica y la potencia eléctrica en vez del torque. El punto de partida es la ecuación de oscilación de la máquina síncrona, que relaciona el ángulo del rotor con el balance de potencias:

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (5.1)$$

Aplicando la ecuación de oscilación para pequeñas perturbaciones, se tiene:

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = \Delta P_m - \Delta P_e \quad (5.2)$$

Rescribiendo en términos de pequeñas desviaciones de la velocidad, se tiene:

$$\frac{d\Delta\frac{\omega}{\omega_s}}{dt} = \frac{1}{2H} (\Delta P_m - \Delta P_e) \quad (5.3)$$

Con la velocidad expresada en por unidad, se tiene:

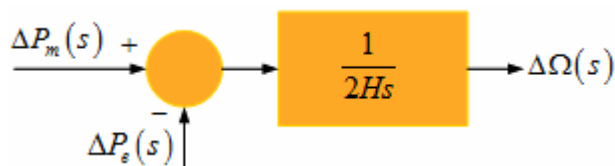
$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{2H} (\Delta P_m - \Delta P_e) \quad (5.4)$$

Obteniendo la transformada de Laplace de la ecuación (5.4):

$$\Delta\Omega(s) = \frac{1}{2Hs} [\Delta P_m(s) - \Delta P_e(s)] \quad (5.5)$$

En la Figura 5-2 se presenta el diagrama de bloques que corresponde a la ecuación (5.5).

Figura 5-2. Diagrama de bloques del generador



5.3.2. Carga

En general, las cargas de un sistema de potencia están compuestas por una variedad de artefactos eléctricos. Para cargas resistivas, tales como la iluminación y calentadores, la potencia eléctrica es independiente de la frecuencia. En el caso de cargas conformadas por motores, tales como ventiladores y bombas, la potencia eléctrica cambia con la frecuencia debido a cambios en la velocidad de los motores. Que tan sensitiva sea la frecuencia depende en la característica compuesta de velocidad – carga de todos los artefactos alimentados. La característica de velocidad – carga de una carga compuesta puede ser expresada como:

$$\Delta P_e = \Delta P_L + D\Delta\omega_r \quad (5.6)$$

Donde ΔP_L es el cambio de carga no sensitivo a la frecuencia, $D\Delta\omega_r$ es el cambio de carga sensitivo a la frecuencia y D es la constante de de amortiguación de carga. D está expresado como el porcentaje de cambio en la carga dividido por el porcentaje de cambio en la frecuencia. Por ejemplo, si la carga cambia 1.6% para un cambio de frecuencia de 1%, entonces $D=1.6$. Si se incluye el modelo de la carga en el diagrama de bloques del generador, se obtiene el diagrama de bloques de la figura 5-3, al reducir el diagrama de bloques de la figura 5-3 se obtiene el diagrama de bloques de la figura 5-4.

Figura 5-3. Diagrama de bloques del generador y la carga

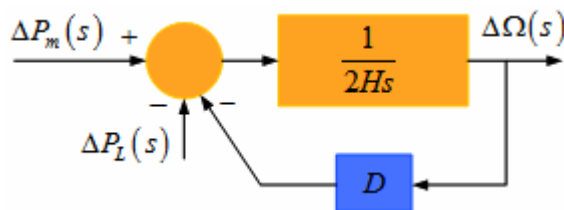
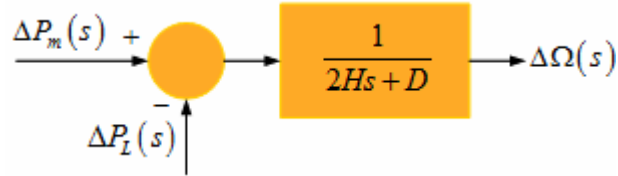


Figura 5-4. Diagrama de bloques del generador y la carga reducido



Bajo la ausencia del LFC la respuesta del sistema a un cambio de carga está determinada por la constante de inercia y la constante de amortiguación. La desviación de la velocidad de estado estable es compensada por una variación en la carga debida a la sensibilidad de frecuencia.

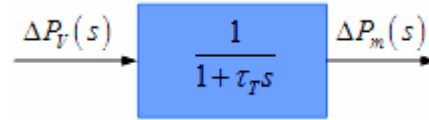
5.3.3. Primotor

La fuente de la potencia mecánica, comúnmente conocida como el *primotor*, puede estar constituida por turbinas hidráulicas, turbinas de vapor cuya energía proviene de la combustión carbón, gas, combustible nuclear y turbinas de gas. El modelo de la turbina relaciona los cambios en la salida de la potencia mecánica ΔP_m a cambios en la posición de la válvula de vapor ΔP_v . Las características de todos los tipos de turbinas varían con gran amplitud. El modelo más simple de un primotor, para una turbina de vapor sin recalentamiento, puede ser aproximado por una sola constante de tiempo τ_T , esto da como resultado la siguiente función de transferencia:

$$G_T = \frac{\Delta P_m(s)}{\Delta P_v(s)} = \frac{1}{1 + \tau_T s} \quad (5.7)$$

La constante de tiempo τ_T puede adquirir valores dentro del rango de 0.2 a 2 segundos. La figura 5-5 muestra el diagrama de bloques para una turbina simple sin recalentamiento.

Figura 5-5: Diagrama de bloques para una turbina simple



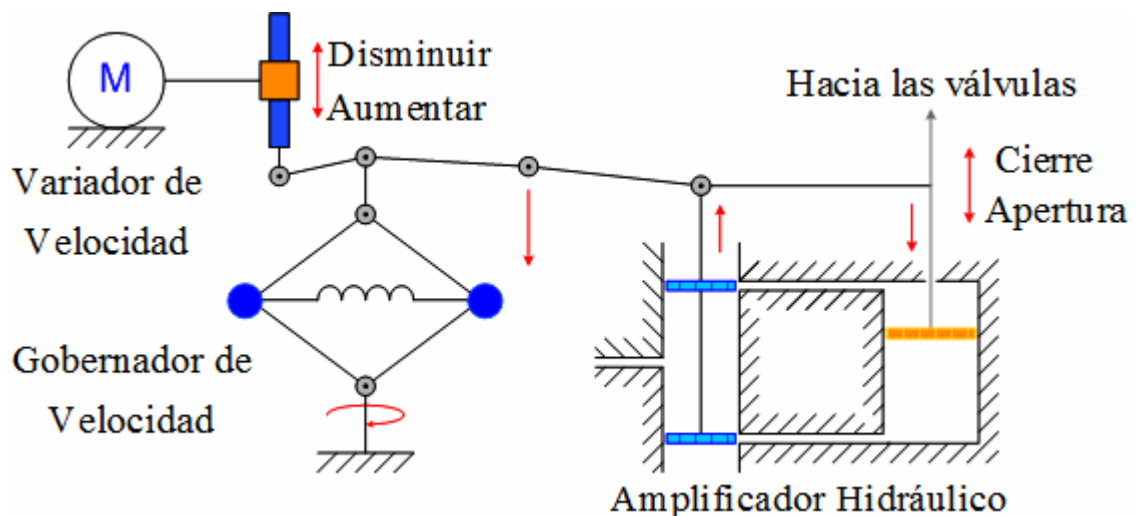
El modelo presentado aquí es el modelo más simple que se puede utilizar para representar a los primotores, la selección y uso de este modelo se debe a que este trabajo no está enfocado en desarrollar los modelos de estos artefactos, esta tarea se deja como propuesta para futuros trabajos de investigación. Sin embargo, existen modelos detallados que deben ser utilizados para estudios dinámicos, se refiere a los documentos publicados por IEEE [71,72] y así como a los textos [19, 20, 34, 70].

5.3.4. Gobernadores

Cuando la carga eléctrica del generador es súbitamente aumentada, la potencia eléctrica excede a la potencia mecánica de entrada. La deficiencia de potencia que se produce es administrada por la energía cinética almacenada en el sistema rotativo. La reducción de energía cinética causa que la velocidad de la turbina, y consecuentemente, la frecuencia del generador disminuyan. El cambio en la velocidad es monitoreado por el gobernador de la turbina el cual actúa para ajustar la válvula de entrada de la turbina para cambiar la salida de potencia mecánica para llevar a la velocidad a un nuevo estado estable. Los gobernadores más antiguos son los gobernadores Watt que sensan la velocidad por medio de *flyballs* rotativas y que proveen movimiento mecánico en respuesta a los cambios de velocidad. Sin embargo, los gobernadores modernos utilizan medios electrónicos para medir los cambios de velocidad, los más conocidos son los *encoders*. La figura 5-6 muestra esquemáticamente los elementos más importantes de un gobernador convencional Watt, que consiste de tres partes principales:

1. **El gobernador de velocidad:** la parte esencial son bolas centrífugas (*flyballs*) que son manejadas directamente o a través de engranajes por el eje de la turbina. El mecanismo provee movimientos hacia arriba y hacia abajo proporcionales a los cambios de velocidad.
2. **Mecanismo de acoplamiento:** está conformado por juntas que transforman el movimiento de las bolas centrífugas a la válvula de la turbina a través de un amplificador hidráulico y administrando una forma de retroalimentación del movimiento de la válvula de la turbina.
3. **Amplificador hidráulico:** se necesitan de fuerzas mecánicas muy grandes para operar las válvulas de las turbinas. Por lo tanto, los movimientos del gobernador son transformados en fuerzas de alta potencia a través de varias etapas de amplificadores hidráulicos.
4. **Variador de velocidad:** el variador de velocidad consiste de un servomotor que puede ser operado manual o automáticamente para programar la carga a frecuencia nominal. Ajustando este *set point*, se puede programar una carga deseada a frecuencia nominal.

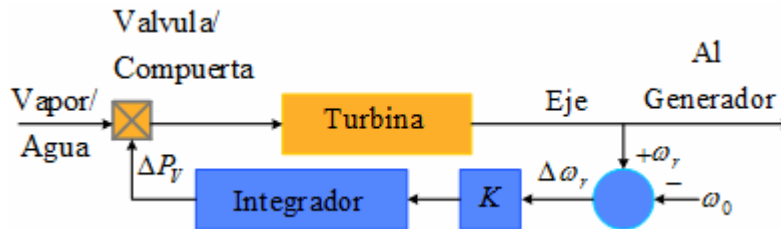
Figura 5-6. Sistema de gobierno de la velocidad



5.3.4.1. Gobernadores *isochronous*

El adjetivo *isochronous* significa velocidad constante. Un gobernador *isochronous* ajusta las válvulas o compuertas de la turbina para llevar a la frecuencia a su velocidad nominal o programada. La figura 5-7 representa un diagrama esquemático de este tipo de gobernador. La velocidad medida del rotor ω_r , se compara con la velocidad de referencia ω_0 . La señal de error, que es igual a la desviación de la velocidad, se amplifica y se integra para producir una señal de control ΔP_v que actúa sobre las válvulas de la fuente de vapor para turbinas de vapor, o compuertas, en el caso de turbinas hidráulicas. Debido a la acción de restablecimiento de este controlador integral, ΔP_v alcanzará un nuevo estado solo cuando el error de la velocidad $\Delta\omega_r$ sea cero.

Figura 5-7. Esquemático de un gobernador *isochronous*



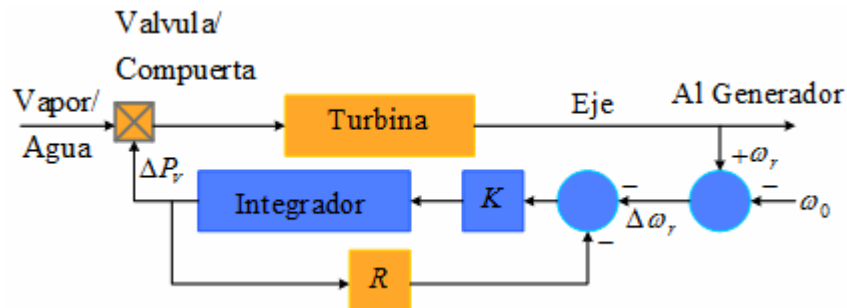
Cuando se produce un aumento en P_e se da un decaimiento de frecuencia a una razón determinada por la inercia del rotor. Mientras que la velocidad decae, la potencia mecánica de la turbina comienza a aumentar. Esto causa una reducción en la razón de decaimiento de la velocidad, y luego un aumento en la velocidad cuando la potencia de la turbina excede la potencia de la carga. La velocidad regresará a su valor de referencia y la potencia de estado estable aumenta a una cantidad igual a la carga adicional.

Un gobernador *isonchronous* trabaja satisfactoriamente cuando un generador está alimentando a una carga aislada o cuando solo un generador en un sistema multimáquinas es el encargado de responder a los cambios de carga. Cuando se deben compartir los cambios de carga entre varios generadores conectados al sistema, la regulación de velocidad o la característica de decaimiento es de vital importancia.

5.3.4.2. Gobernadores con característica de caída de velocidad

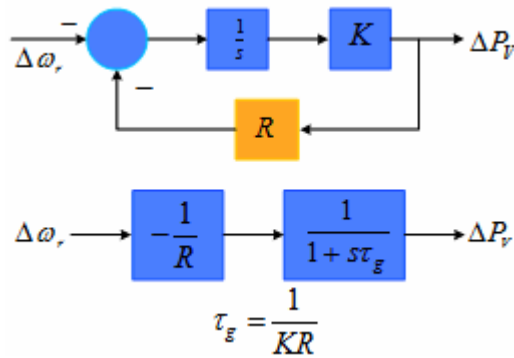
Los gobernadores *isonchronous* no pueden ser utilizados cuando existen dos o más unidades conectadas al mismo sistema porque cada generador tendría que tener exactamente la misma velocidad de referencia. De otra manera, los generadores pelearían entre sí, cada uno tratando de controlar la frecuencia del sistema a su propia referencia. Para operación estable, los gobernadores están diseñados para permitir que la velocidad disminuya mientras aumenta la carga. La característica de decaimiento de velocidad o característica de regulación puede obtenerse adicionando un lazo de retroalimentación de estado estable alrededor del integrador de la figura 5-7, el diagrama esquemático resultante se presenta en la figura 5-8.

Figura 5-8. Gobernador con retroalimentación de estado estable



La función de transferencia del gobernador presentado en la figura 5-8 se reduce a los diagramas de bloques presentados en la Figura 5-9. Este tipo de gobernador está caracterizado como un *controlador proporcional* con ganancia de $1/R$.

Figura 5-9. Diagramas de bloque del gobernador con decaimiento de velocidad

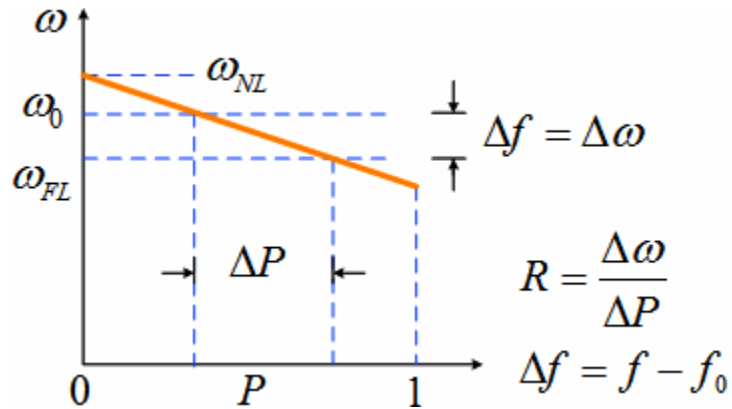


5.3.4.3. Porcentaje de regulación de velocidad o caída:

Para operación estable los gobernadores están diseñados para permitir el decaimiento de la velocidad mientras la carga aumenta. Las características de estado estable de un gobernador como tal se muestran en la Figura 5-10. La pendiente de la curva representa la regulación de la velocidad R .

El valor de R determina la característica de una unidad de generación de velocidad de estado estable contra la carga. La razón de la desviación de la velocidad $\Delta\omega_r$ o la desviación de la frecuencia Δf para cambiar la posición de las válvulas/compuertas ΔP_v o la potencia de salida ΔP_g es igual a R .

Figura 5-10. Características de estado estable de la velocidad del gobernador



El parámetro R se conoce como regulación de velocidad o caída de velocidad. Puede ser expresado como un porcentaje como:

$$\%R = \frac{\text{Porcentaje de cambio de } \omega \text{ ó } f}{\text{Porcentaje de cambio en } P_g} \quad (5.8)$$

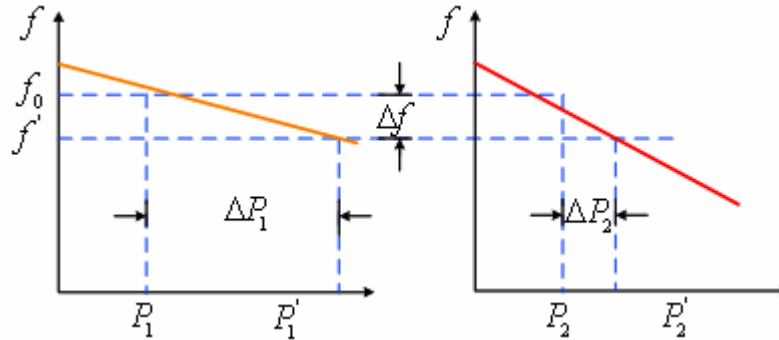
$$\%R = \left(\frac{\omega_{NL} - \omega_{FL}}{\omega_0} \right) \times 100$$

Donde ω_{NL} es la velocidad de estado estable sin carga, ω_{FL} es la velocidad de estado estable bajo carga máxima y ω_0 es la velocidad nominal. Los gobernadores típicamente tienen una regulación de velocidad de 5% - 6% desde cero hasta su carga máxima.

5.3.4.4. Distribución de carga por unidades en paralelo

Si dos generadores con gobernadores con característica de caída de velocidad son conectados a un sistema de potencia, existirá una única frecuencia a la cual estos compartirán el cambio de carga.

Figura 5-11. Distribución de carga por unidades en paralelo



Si se observa la figura 5-11, se pueden observar las características de caída de velocidad de dos gobernadores conectados paralelamente. Las unidades están inicialmente operando a una frecuencia nominal f_0 , con P_1 y P_2 como salidas. Cuando la carga aumenta ΔP_L hace que las unidades disminuyan su velocidad, los gobernadores aumentan la salida hasta que hayan alcanzado una nueva frecuencia de operación de f' . La cantidad de carga que alimentará cada unidad depende de la característica de decaimiento:

$$\Delta P_1 = P_1' - P_1 = \frac{\Delta f}{R_1} = \frac{\Delta \omega}{R_1} \quad (5.9)$$

$$\Delta P_2 = P_2' - P_2 = \frac{\Delta f}{R_2} = \frac{\Delta \omega}{R_2}$$

Por lo tanto:

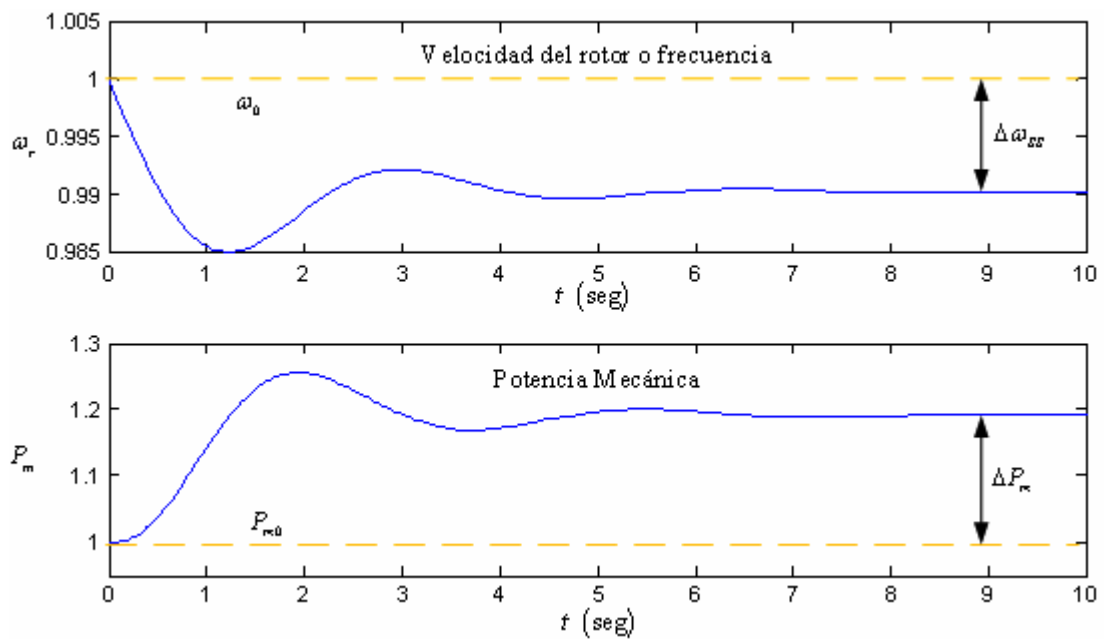
$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (5.10)$$

Si el porcentaje de regulación de ambas unidades es casi igual, el cambio en la salida de cada unidad será casi proporcional a su valor nominal.

5.3.4.5. Respuesta en el dominio del tiempo

En la figura 5-12 se muestra la respuesta en el dominio del tiempo de una unidad de generación con un gobernador con característica de decaimiento de la velocidad, cuando la unidad es sujeta a un aumento de carga. Debido a la característica de decaimiento, el aumento en la potencia de salida es acompañado por una desviación de la velocidad (o frecuencia), $\Delta\omega_{ss}$.

Figura 5-12. Respuesta en el dominio del tiempo del gobernador



5.3.4.6. Control de la potencia de generación de la unidad

La relación entre velocidad y carga puede ser ajustada por una entrada variable o “setpoint de referencia de carga”, como se muestra en la figura 5-13.

Figura 5-13. Gobernador con control de referencia de carga

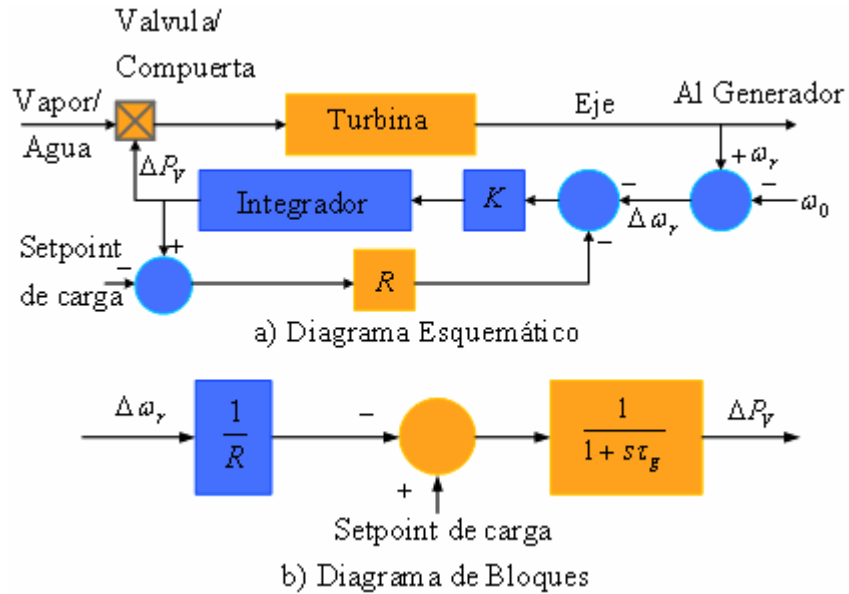
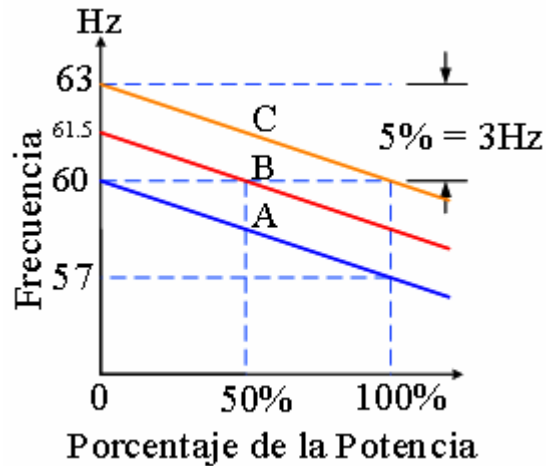


Figura 5-14. Efecto del *setpoint* en la característica del gobernador



En la práctica, el ajuste del *setpoint* de referencia de carga es llevado a cabo por medio de la operación del motor de variador de velocidad. El efecto de este ajuste se describe en la figura 5-14, que muestra una familia de curvas características paralelas para diferentes ajustes del motor del variador de velocidad.

Las características mostradas son para un gobernador en un sistema de 60 Hz. Las tres características representan tres diferentes referencias de carga. A 60 Hz, la curva A presenta una salida de 0%, la característica B de 50% y la característica C de 100%. Por lo tanto, la potencia de salida de una unidad de generación a una velocidad dada puede ser ajustada a cualquier valor deseado ajustando la referencia de carga a través del motor del variador de velocidad. Para cada ajuste, la característica de velocidad – carga tiene una caída de 5%; esto significa que un cambio de velocidad de 5% causa un cambio de 100% en la potencia de salida.

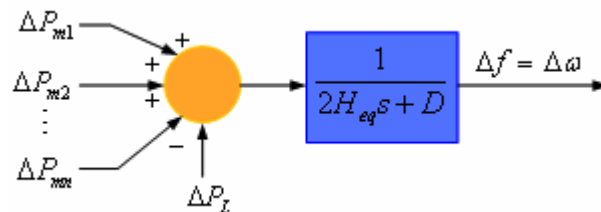
Cuando dos o más generadores están operando en paralelo, la característica de caída de velocidad (correspondiente al ajuste de referencia de carga) de cada unidad de generación, solo establece la proporción de carga que soportará la unidad de generación cuando un cambio brusco ocurre en el sistema. La salida de cada unidad a cualquier frecuencia dada puede ser variada solo cambiando la referencia de carga, que en efecto mueve la característica de decaimiento de velocidad de arriba hacia abajo.

Cuando una unidad de generación está alimentando a una carga aislada, el ajuste del variador de velocidad cambia la velocidad de la unidad. Sin embargo, cuando la unidad es sincronizada a un sistema de potencia, el ajuste de variador de velocidad de la unidad cambia la salida de potencia; esto tiene solamente un pequeño efecto en la frecuencia del sistema, dependiendo del tamaño de la unidad relativo a la generación total del sistema.

5.3.4.7. Características de regulación compuesta de los SEP

En el análisis de controles de potencia activa – frecuencia, LFC's, el interés se centra en el funcionamiento colectivo de todos los generadores en el sistemas. Por lo tanto, las oscilaciones entre máquinas y el desempeño del sistema de transmisión no se consideran. Tácticamente, se asume una respuesta coherente de todos los generadores a cambios en la carga en el sistema y se representan por un generador equivalente. El generador equivalente tiene una constante de inercia $2H_{eq}$ igual a la suma de las constantes de inercia de todas las unidades de generación y este es manejado por las salidas mecánicas de las turbinas individuales como se presenta en la figura 5-15. De la misma manera, el efecto de las cargas del sistema es representado por su agrupación en una sola constante de amortiguación D . La velocidad del generador equivalente representa la frecuencia del sistema, que en valores p.u., son iguales.

Figura 5-15. Equivalente del sistema para análisis de LFC



La característica compuesta de potencia/frecuencia de un sistema de potencia depende del efecto combinado de todas las caídas de velocidad de los gobernadores de las unidades de generación. También depende de las características de frecuencia de todas las cargas en el sistema.

Para un sistema con n generadores y una constante compuesta de amortiguación de carga, D , la desviación de la frecuencia de estado estable después de un cambio de carga ΔP_L puede ser determinada por la siguiente expresión:

$$\Delta f_{ss} = \frac{-\Delta P_L}{(1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n) + D} = \frac{-\Delta P_L}{1/R_{eq} + D} \quad (5.11)$$

Donde:

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n} \quad (5.12)$$

Por lo tanto, la característica compuesta de respuesta en frecuencia del sistema es:

$$\beta = \frac{-\Delta P_L}{\Delta f_{ss}} = \frac{1}{R_{eq}} + D \quad (5.13)$$

La característica compuesta de respuesta en frecuencia β normalmente se expresa en MW/Hz. Algunas veces también se le conoce como *rigidez* del sistema. La característica compuesta de regulación del sistema es igual a $1/\beta$.

5.3.5. Modelo simplificado

El mecanismo del gobernador de velocidad actúa como un comparador cuya salida ΔP_g es la diferencia entre la potencia de referencia ΔP_{ref} y la potencia $\frac{1}{R} \Delta \omega$ dada por las características de velocidad del gobernador, esto se puede expresar como:

$$\Delta P_g = \Delta P_{ref} - \frac{1}{R} \Delta \omega \quad (5.14)$$

Rescribiendo la ecuación (5.14) en el dominio de la frecuencia:

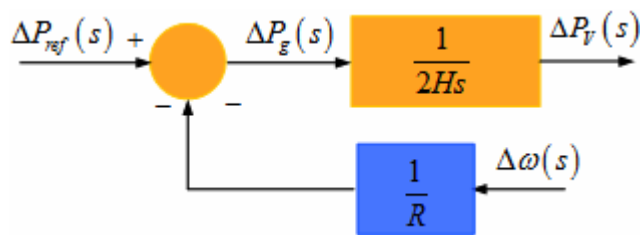
$$\Delta P_g(s) = \Delta P_{ref}(s) - \frac{1}{R} \Delta \Omega(s) \quad (5.15)$$

La comanda ΔP_g es transformada a través del amplificador hidráulico a la comanda de la posición de la válvula de vapor ΔP_v . Se asume una relación lineal y considerando una constante de tiempo simple τ_g , se encuentra la siguiente relación en el dominio de la frecuencia:

$$\Delta P_v(s) = \frac{1}{1 + \tau_g s} \Delta P_g(s) \quad (5.16)$$

Las ecuaciones (5.15) y (5.16) se representan por medio del diagrama de bloques de la figura 5-16.

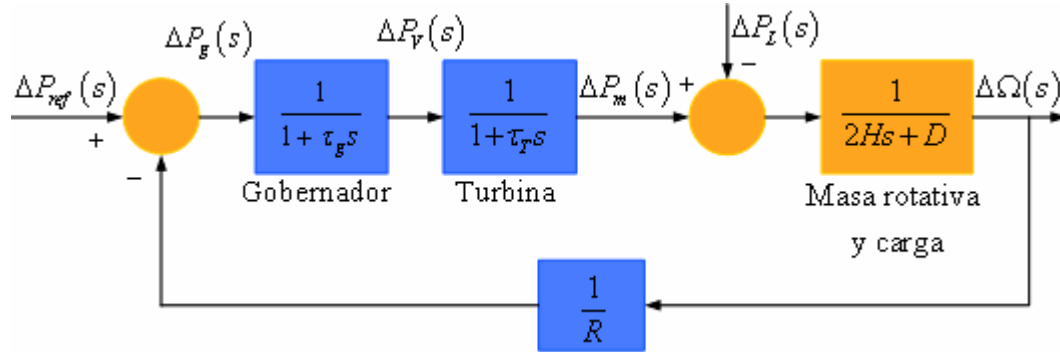
Figura 5-16. Diagrama de bloques de gobernador



Existen modelos matemáticos mucho más elaborados del simple gobernador centrífugo expuesto aquí, para un estudio detallado consulte el capítulo 10 y el Apéndice H de la referencia [34].

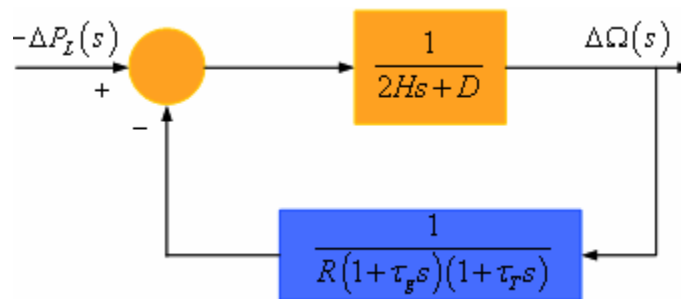
Al combinar los diagramas de bloques de las figuras 5-4, 5-5 y 5-16, se obtiene un diagrama de bloques completo del control de potencia activa – frecuencia de una planta generadora aislada, el cual se muestra en la figura 5-17.

Figura 5-17. Diagrama de bloques del LFC de un sistema aislado



Si se reduce el diagrama de bloques de la figura 5-17, con el cambio de carga $-\Delta P_L(s)$ como entrada y la desviación de la velocidad (o frecuencia) $\Delta\Omega(s)$ como la salida, se obtiene el diagrama de bloques que se presenta en la figura 5-18.

Figura 5-18. Diagrama de bloques del LFC con entrada $-\Delta P_L(s)$ y salida $\Delta\Omega(s)$



La función de transferencia de lazo abierto del diagrama de bloques de la figura 5-18 es:

$$KG(s)H(s) = \frac{1}{R(2Hs+D)(1+\tau_g s)(1+\tau_T s)} \quad (5.17)$$

La función de transferencia de lazo cerrado que relaciona el cambio de carga $-\Delta P_L(s)$ con la desviación de la frecuencia $\Delta\Omega(s)$ está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta\Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} = \frac{(1 + \tau_g s)(1 + \tau_T s)}{(2Hs + D)(1 + \tau_g s)(1 + \tau_T s) + 1/R} \quad (5.18)$$

O bien:

$$\Delta\Omega(s) = -\Delta P_L(s)T(s) \quad (5.19)$$

El cambio de carga es una función escalón:

$$\Delta P_L(s) = \frac{\Delta P_L}{s} \quad (5.20)$$

Utilizando el teorema del valor final, consulte [66], el valor de estado estable de $\Delta\Omega(s)$ se describe por la expresión:

$$\Delta\omega_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s\Delta\Omega(s) = (-\Delta P_L) \left(\frac{1}{D + 1/R} \right) \quad (5.21)$$

Es evidente que para el caso en que la carga no es sensitiva a la frecuencia ($D=0$), la desviación de estado estable en la frecuencia está determinada por la regulación de velocidad del gobernador, lo anterior se puede describir con la siguiente expresión:

$$\Delta\omega_{ss} = (-\Delta P_L)R \quad (5.22)$$

Cuando varios generadores con regulaciones de velocidad R_1, R_2, \dots, R_n están conectados al sistema, la desviación de estado estable en la frecuencia, como se vio anteriormente, está dada por:

$$\Delta\omega_{ss} = (-\Delta P_L) \frac{1}{D + 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n} \quad (5.23)$$

5.4. Control automático de la generación (AGC)

Si la carga en un sistema aumenta, la velocidad de una turbina cae antes de que el gobernador pueda ajustar la salida del primotor para suplir la nueva carga. Mientras que el cambio en el valor de la velocidad se disminuye, la señal de error se hace más pequeña y la posición de la centrífuga del gobernador llegan al punto requerido para mantener la velocidad constante. Sin embargo, el valor de velocidad constante no es el *setpoint*, y existirá un desplazamiento. Una forma de restablecer la velocidad o la frecuencia a su valor nominal es la adición de un integrador. La unidad de integración monitorea el error promedio a través de un período de tiempo y se sobrepondrá al desplazamiento. Debido a la habilidad de regresar al sistema a su *setpoint* original, la acción integral se conoce también como *acción de reposo*. Por lo tanto, mientras que la carga de un sistema cambia continuamente, la generación es ajustada automáticamente para restablecer la frecuencia a su valor nominal.

El esquema de control descrito anteriormente se conoce como AGC (*automatic generation control*) o control automático de generación y se define como control primario. En un sistema interconectado, que consiste de varias agrupaciones de generación o *pools*, el papel del AGC es el de dividir las cargas entre todo el sistema, estaciones, y generadores; al mismo tiempo alcanzar el punto económico óptimo y el control de los intercambios programados de potencia en las líneas de enlace (de aquí en adelante se les referirá como *tie-lines*) manteniendo la frecuencia uniforme. Se asume que el sistema se encuentra estable, o que el estado estable puede ser alcanzado. Durante disturbios transitorios de gran magnitud y emergencias, el AGC es deshabilitado y otros sistemas de control se aplican para resolver el problema de estabilidad.

Desde la década de los sesentas el NERC a establecido guías para el control del desempeño de las áreas durante las condiciones normales y bajo disturbios. Estas guías se conocen como *criterios de desempeño mínimo*. Estos criterios están definidos en términos del error de control de área o *ACE (area control error)*. El ACE mide el balance de la generación y la demanda de electricidad, y la adherencia a los contratos programados entre áreas de control. La estrategia de control basada en los criterios de desempeño mínimo que ha sido establecida para la interconexión de Norte América y que se ha adoptado en muchos países, entre ellos Guatemala, es el control parcial de líneas de enlace o *tie-line bias control*. Esta estrategia de control es de tipo secundario y requiere que cada área de control supla su propia demanda y, como resultado, que mantengan la frecuencia nominal del sistema.

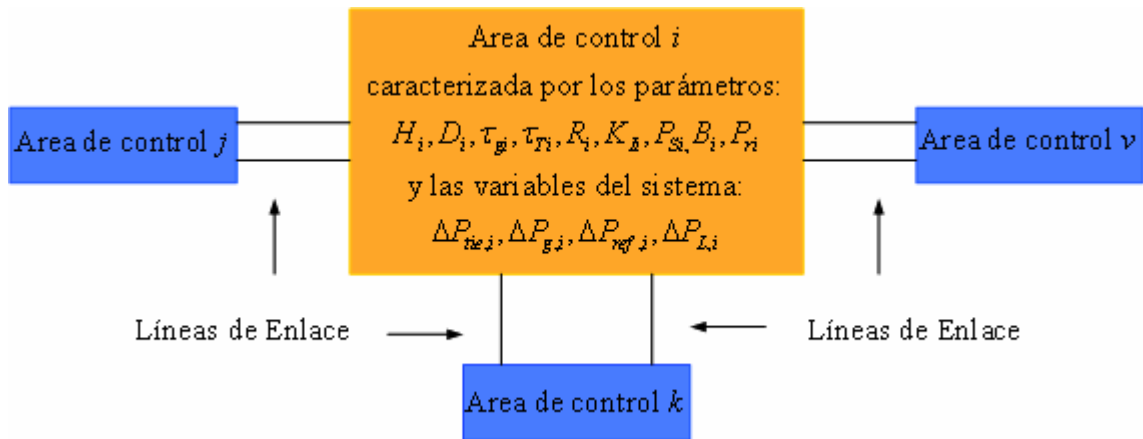
5.4.1. División de los sistemas de potencia en áreas de control

El control de potencia activa – frecuencia es llevado a cabo colectivamente por un esfuerzo de todas las unidades de generación dentro de un área de control. Usualmente, las restricciones de las áreas de control coinciden con aquellas de los sistemas de potencia individuales conectadas a las agrupaciones de generación. En el sentido más estricto, todos los generadores en un área de control deberían constituir un grupo *coherente* (véase la sección 5.4.3). Se considerará ahora el modelo dinámico que describe la dinámica del control de potencia activa – frecuencia de un área de control, este se presenta en la figura 5-19. Se asume que el área experimenta un cambio de carga real de magnitud ΔP_{Li} . Debido a la operación de los controladores de la turbina y el gobernador, el área aumenta su salida a un valor ΔP_{gi} . El exceso de potencia en el área es ahora $\Delta P_{gi} - \Delta P_{Li}$, y esta potencia será absorbida por el sistema de tres maneras diferentes:

- ✓ Aumentando la energía cinética del área $W_{kin,i}$ a una razón $dW_{kin,i}/dt$.
- ✓ Por medio del aumento de demanda por parte de las cargas. Todas las cargas típicas (por efecto del dominio de la carga de motores) experimentan un decaimiento en la velocidad o frecuencia, representado por el factor de amortiguamiento (véase la sección 5.3.2): $D = \partial P_L / \partial f$. El parámetro D puede ser obtenido de forma empírica.
- ✓ Aumentando la exportación de potencia a través de las líneas de enlace, con el total ΔP_{tie} , definido positivo saliendo de cada área. Expresando lo anterior matemáticamente, se tiene:

$$\Delta P_{Gi} - \Delta P_{Di} = \frac{dW_{kin,i}}{dt} + D_i \Delta \omega_i + \Delta P_{tie,i} \quad (5.24)$$

Figura 5-19. Áreas de control interconectadas



La energía cinética total $W_{kin,i}$, del área de control varía al cuadrado de la velocidad o frecuencia, por lo tanto, se puede expresar como:

$$W_{kin,i} = \left(\frac{f_i}{f_0} \right)^2 W_{kin,i}^0 \quad (5.25)$$

Donde $W_{kin,i}^0$ es la energía cinética del área medida a frecuencia nominal, f_i es la frecuencia instantánea del área de control y f_0 la frecuencia nominal. Linealizando alrededor de f_i se tiene:

$$f_i = f_0 + \Delta f_i \quad (5.26)$$

Sustituyendo (5.26) en (5.25) se tiene:

$$W_{kin,i} = \left(\frac{f_0 + \Delta f_i}{f_0} \right)^2 W_{kin,i}^0 \approx \left(1 + 2 \frac{\Delta f_i}{f_0} \right) W_{kin,i}^0 \quad (5.27)$$

Por lo tanto, el primer término de la ecuación (5.24) toma la forma:

$$\frac{dW_{kin,i}}{dt} = \frac{2W_{kin,i}^0}{f_0} \frac{d\Delta f_i}{dt} \quad (5.28)$$

La potencia incremental de las líneas de enlace $\Delta P_{tie,i}$, es igual a la suma de todas las potencias incrementales de las líneas que conectan al área i con las áreas vecinas. Por ejemplo, analizando el enlace entre las áreas i y v , se tiene:

$$\Delta P_{tie,v} = \sum_v P_{tie,iv} \quad (5.29)$$

La sumatoria se extenderá en todas las líneas de enlace que parten de v y terminan en i . Si se desprecian las pérdidas de las líneas, las potencias incrementales individuales de las líneas pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$\Delta P_{tie,iv} = P_{S,iv_0} (\Delta \delta_i - \Delta \delta_v) \quad (5.30)$$

Donde P_S es la potencia sincronizante (véase la sección 5.4.3), y se puede expresar como:

$$P_{S,iv} = P_{m\acute{a}x,iv} \cos(\delta_{i_0} - \delta_{v_0}) \quad (5.31)$$

$P_{m\acute{a}x,iv}$, es la máxima capacidad estática de transmisión de la línea que parte del extremo v al extremo i . δ_{i_0} y δ_{v_0} son los ángulos del voltaje en cada extremo y $\Delta \delta_v$ es el cambio incremental de estos ángulos.

La variable de frecuencia incremental Δf_i , se encuentra relacionada con la desviación de ángulos a través de la siguiente expresión:

$$\Delta f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Delta\delta_i}{dt} \quad (5.32)$$

Con la ecuación (5.32) se puede reescribir la expresión (5.30) de la siguiente manera:

$$\Delta P_{ie,iv} = 2\pi P_{S,iv_0} \left(\int \Delta f_i dt - \int \Delta f_v dt \right) \quad (5.33)$$

Si se consideran todas las áreas conectadas al área i , se puede expresar la potencia incremental total que fluye del área i como:

$$\Delta P_{ie,iv} = 2\pi \sum_v P_{S,iv_0} \left(\int \Delta f_i dt - \int \Delta f_v dt \right) \quad (5.34)$$

5.4.2. AGC en sistemas aislados

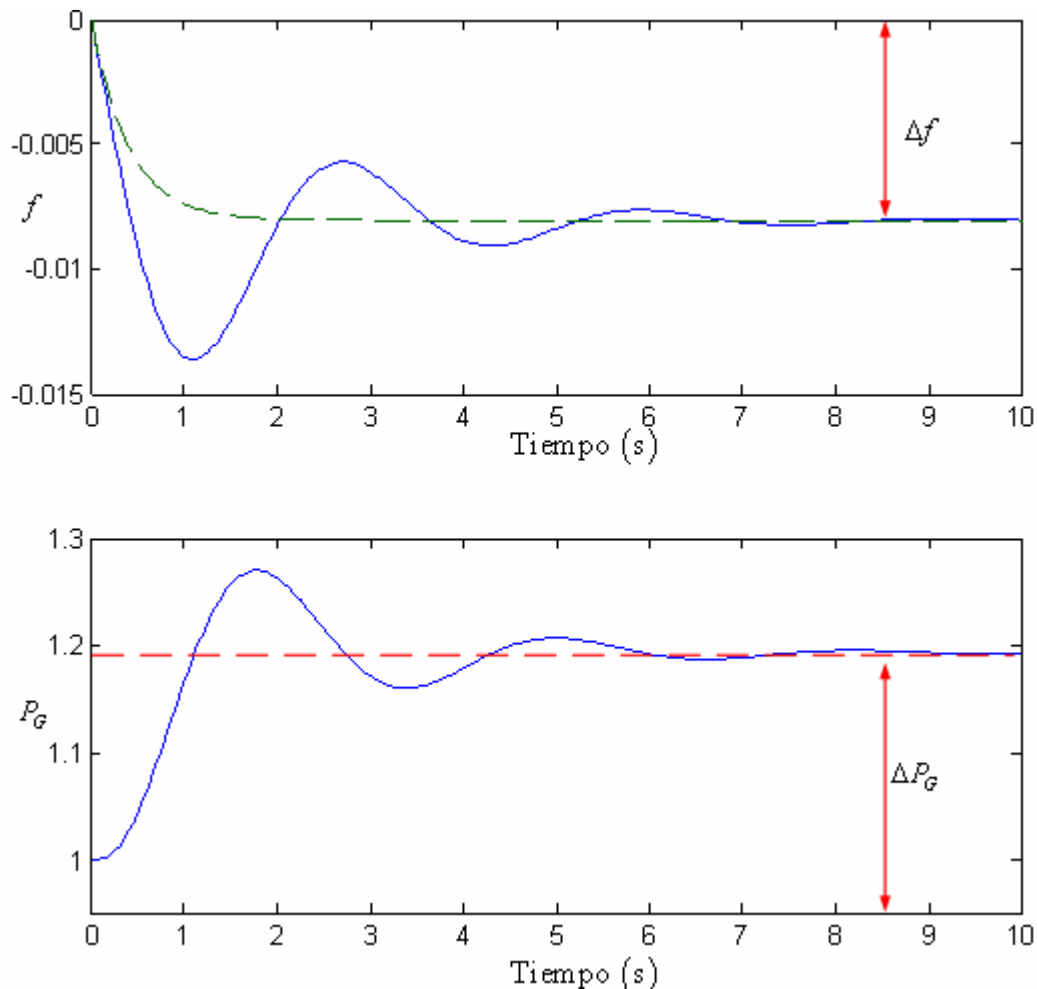
5.4.2.1. Sistema aislado sin AGC

El diagrama de bloques y las ecuaciones del sistema de potencia aislado únicamente con LFC se encuentran en la sección 5.3.5. Ahora se observará el comportamiento dinámico del sistema. La figura 5-20 muestra las respuestas del sistema ante un cambio ligero de carga. Con fines de comparación en la primera gráfica de la figura 5-20 se incluye la respuesta del sistema despreciando el efecto de la turbina y del gobernador con líneas punteadas, la línea sólida representa la respuesta de la desviación de frecuencia del sistema tomando en cuenta el efecto del gobernador y la turbina. La segunda gráfica de la figura 5-20 muestra el cambio de la potencia generada con respecto a su valor nominal, el cuál está representado por una línea punteada.

Con respecto a los resultados de la figura 5-20 se hacen las siguientes observaciones:

- ✓ La constante de tiempo de lazo cerrado del sistema completo es menor que la constante de tiempo de la máquina. Esto es resultado del lazo de control del gobernador. Se puede notar también que el sistema se puede hacer aún más rápido reduciendo el valor de R , esto significa un aumento en la ganancia del lazo de control. Dicho efecto se observa en la diferencia entre la curva punteada y la curva sólida de la primera gráfica de figura 5-20.

Figura 5-20. Respuesta dinámica de un sistema aislado



- ✓ De la observación anterior, resulta obvio que al reducir el valor de R también reduce la desviación de frecuencia, es decir, el error. Si se toma en cuenta el efecto del conjunto gobernador/turbina la respuesta no será exponencial como la línea punteada. El efecto del conjunto gobernador/turbina causa una mayor caída transitoria; esto se debe a la retroalimentación del gobernador.
- ✓ El conjunto turbina/gobernador está siendo operando en un modo “*sin control*” (no existe la manipulación del variador de la velocidad, y por ende se permite una caída en la frecuencia nominal), el desempeño del sistema es relativamente aceptable pues su caída de frecuencia y el tiempo de establecimiento son pequeños. Sin embargo, con las restricciones extremadamente severas que impone la realidad en la constancia de frecuencia, como se verá más adelante, los resultados son, de hecho, completamente inaceptables; el sistema de control debe mejorar para que su funcionamiento sea aceptable.
- ✓ Si se observa la segunda gráfica de la figura 5-20 se puede notar que la potencia es súbitamente aumentada. ¿De dónde proviene la demanda de esta potencia? Ciertamente, proviene de algún punto donde los consumidores conmutaron una carga y obtuvieron “*instantáneamente*” esa potencia requerida. Durante los primeros milisegundos después del cierre del conmutador, la frecuencia no cambia en un valor medible, y por lo tanto el aumento de potencia no ha tenido suficiente tiempo de ser desarrollado por la turbina, es decir, no se han movido las válvulas de la turbina. En esos primeros instantes la demanda total se obtiene de la energía cinética almacenada, la cuál, por lo tanto, disminuirá a una razón nominal. Esta energía es liberada por medio de la reducción de la velocidad. Debido a que la velocidad está disminuyendo, las válvulas de la turbina se abren y, por lo tanto, aumenta la potencia generada por el generador.

- ✓ Además, y es importante subrayar este punto, debido a que la velocidad está ahora disminuyendo, la carga inicial “antigua” disminuye con una razón de D . Debido al surgimiento de esta potencia “liberada”, significa que menos potencia necesita ser generada, se puede en efecto considerar esto como una contribución a la nueva demanda de carga.

- ✓ En conclusión, mientras que la velocidad disminuya, el aumento de demanda se conforma de tres componentes: energía cinética de las masas rotativas de las máquinas, aumento de la generación y carga “liberada” de los consumidores. Inicialmente las dos últimas componentes son cero, pero mientras que la velocidad disminuye, estas aumentaran su valor. Consecuentemente la energía cinética será consumida a una razón decreciente, y esto se confirma por medio de la figura 5-20, donde se observa que la desaceleración disminuye con el paso del tiempo. Eventualmente (teóricamente cuando $t = \infty$), la velocidad se establecerá a un nuevo valor constante. En este momento la energía cinética será constante, por supuesto con un valor inferior al inicial, y el aumento de carga está ahora conformado de dos componentes solamente. Una componente de generación debida a la regulación del gobernador y una componente de “liberación”, esta última es obviamente muy pequeña en comparación a la potencia que genera la máquina.

5.4.2.2. Sistema aislado con AGC

En un sistema de potencia aislado, el intercambio de potencia no es un factor de importancia. Por lo tanto, la función del AGC es la de restablecer la frecuencia a su valor nominal. Cuando se utiliza el lazo LFC, un cambio en la carga del sistema resultará en una desviación de la frecuencia en estado estable, dependiendo de la regulación de velocidad del gobernador. Para reducir la desviación de la frecuencia a cero, se debe proveer al lazo LFC una acción integral. La acción integral puede ser alcanzada introduciendo un controlador integral que actúe sobre el ajuste de referencia de carga para cambiar el *setpoint* de la velocidad. El controlador de acción integral fuerza a la desviación final de frecuencia a un valor de cero, quiere decir que el variador de velocidad estará comandado por una señal obtenida de la amplificación e integración del error de frecuencia (o velocidad). La expresión que identifica al controlador integral es la siguiente:

$$\Delta P_{ref} = -K_i \int \Delta f dt \quad (5.35)$$

Nótese el signo negativo del controlador integral. Esta polaridad debe ser escogida para causar un error positivo de frecuencia para crear un aumento a una comanda negativa, o un decremento ante una comanda positiva. La señal alimentada al integrador se refiere como *control de error de área* o ACE (*area control error*):

$$ACE = \Delta f = \Delta \omega \quad (5.36)$$

El controlador integral dará un *offset* ante un error de frecuencia cero después de una función escalón por la siguiente razón física: mientras que el error se mantiene, la salida del integrador aumenta, causando que el regulador de velocidad se mueva. La salida del integrador, y por lo tanto la posición del regulador, adquiere un valor constante solo cuando el error de frecuencia sea cero. La constante de ganancia K_i controla la razón de integración, y por lo tanto la velocidad de respuesta del lazo. La integración es llevada a cabo por integradores electrónicos en la realidad.

El sistema LFC, con la adición de un lazo secundario, se muestra en la figura 5-21. La ganancia del controlador integral, K_I , debe ser ajustada para una respuesta transitoria satisfactoria. Al combinar las ramas en paralelo se obtiene el diagrama de bloques equivalente que se presenta en la figura 5-22.

Figura 5-21. AGC para un sistema aislado

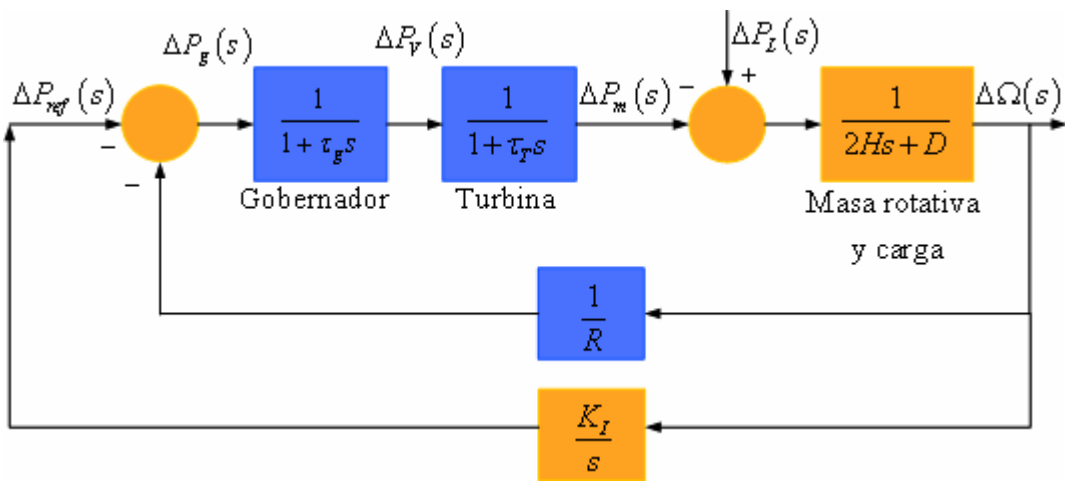
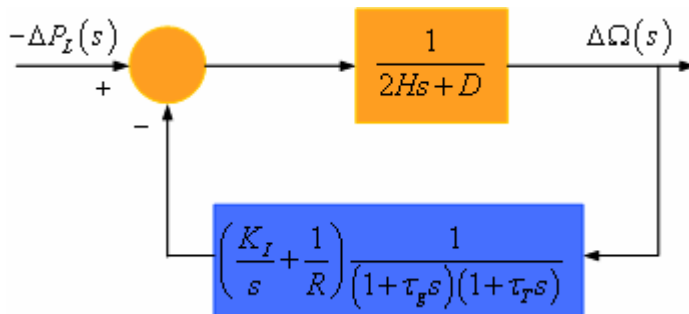


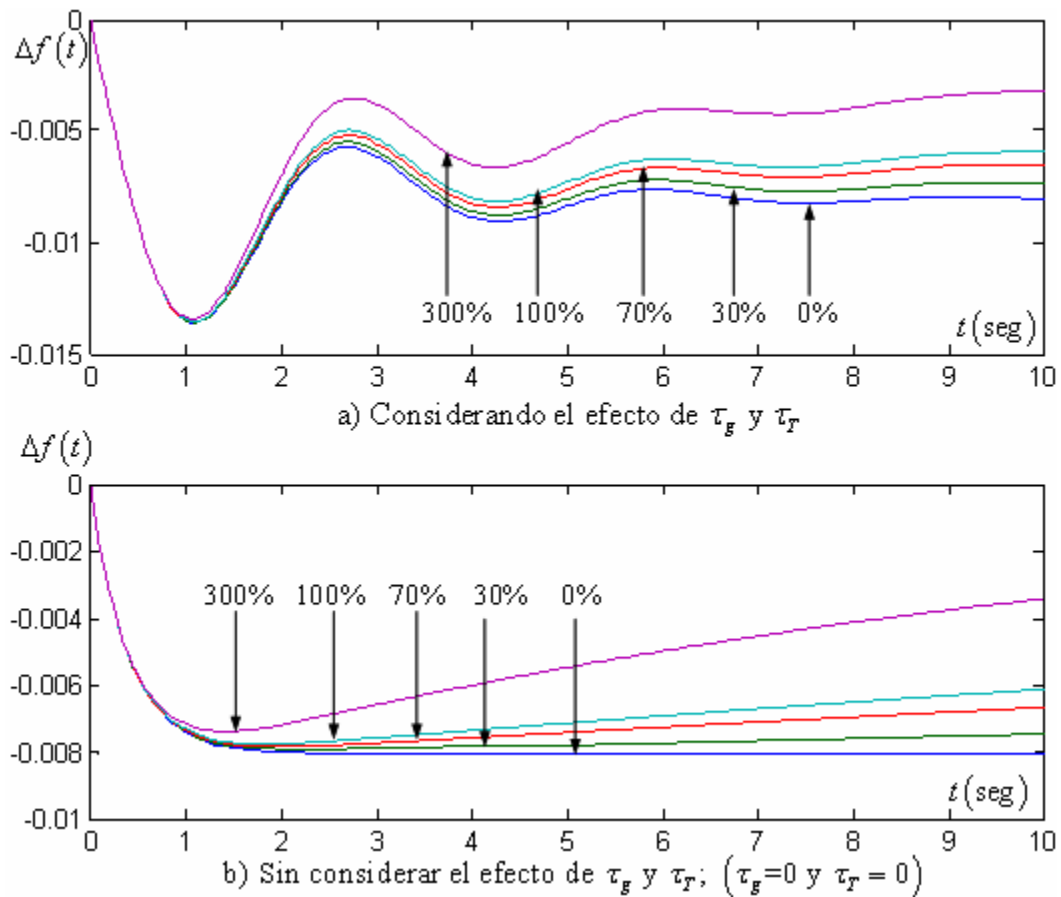
Figura 5-22. Diagrama equivalente del AGC para un sistema aislado



La función de transferencia de lazo cerrado del sistema de control de la figura 5-22 con $-\Delta P_L$ como entrada, se describe por la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta\Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} = \frac{s(1+\tau_g s)(1+\tau_T s)}{s(2Hs+D)(1+\tau_g s)(1+\tau_T s) + K_I + s/R} \quad (5.37)$$

Figura 5-23. Respuesta dinámica de un sistema aislado con AGC



A través del diagrama de bloques de la figura 5-22 y de la ecuación (5.37), se puede evaluar la respuesta dinámica de un sistema aislado con control automático de generación; dicha respuesta se presenta en la figura 5-23.

En la figura 5-23 se presentan dos gráficas, la primera toma en cuenta el efecto de las constantes de tiempo τ_g y τ_T , la segunda figura desprecia el efecto de dichas constantes, es decir que: $\tau_g = 0$ y $\tau_T = 0$. En estas familias de curvas se presenta claramente el efecto del control integral el cual se lleva a través de la constante K_I , para cada una de las curvas de las gráficas, el efecto de esta constante, se presenta por medio de un porcentaje, siendo el 100% el valor nominal. A continuación, se presentan una serie de comentarios sobre el control integral, derivados de la Figura 5-22, de la ecuación (5.37) y de la figura 5-23:

- ✓ Si se utiliza un ajuste subcrítico de la ganancia de integración K_I , se obtiene una respuesta no oscilatoria del lazo de control. Esto significa que la integral de $\Delta f(t)$, y por lo tanto el error de tiempo, será relativamente grande, tal y como se puede apreciar en las gráficas de la figura 5-23 donde la ganancia es menor al 100% . En una situación práctica este ajuste es utilizado con frecuencia. La ventaja es el generador no tendrá que “perseguir” a las rápidas fluctuaciones de carga, esto evita el desgaste del equipo.

- ✓ Si se desea aumentar la respuesta aumentando la ganancia de integración, K_I , la respuesta se tornará oscilatoria. Éste será el costo de la reducción del error de establecimiento.

- ✓ Un estudio detallado de las gráficas de la figura 5-23 revela los siguientes detalles:
 - Tan pronto como el aumento de carga se compensa, la frecuencia empieza a decaer a la misma razón exponencial de un sistema sin control (compárese con la figura 5-20). Durante estos primeros instantes el controlador integral no a tenido tiempo para entrar en acción, y el sistema responde sin ningún efecto de control.

Después de cierto tiempo, el controlador integral entra en acción y eventualmente eleva la frecuencia a su valor original.

- Mientras menor sea el tiempo deseado de respuesta, mayor será la ganancia de integración y mayor será la probabilidad de que el sistema se vuelva inestable.

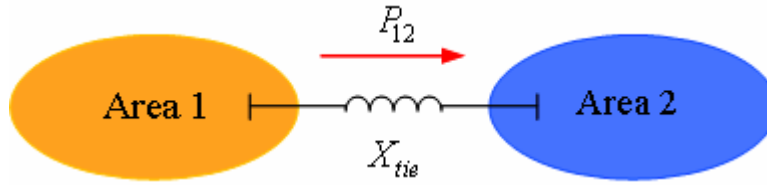
5.4.3. AGC en sistemas interconectados

5.4.3.1. Sistema interconectado sin AGC

En muchos casos, un grupo de generadores están acoplados internamente y oscilan al unísono. Además, las turbinas de los generadores tienden a tener las mismas de respuesta. Un grupo de generadores de este tipo se define como *coherente*. Considerando la coherencia es posible utilizar al LFC como modelo que representa a todo el sistema, conociéndose esto como *área de control*. El AGC de un sistema de áreas múltiples puede ser analizado, estudiando como primer acercamiento, un sistema de dos áreas.

Se considera el sistema presentado en la Figura 5-24. Consiste de dos áreas conectadas por una línea de enlace cuya reactancia es X_{tie} , y cada área está representada por una fuente de voltaje detrás de una reactancia, es decir, el modelo de voltaje detrás de la reactancia síncrona presentado en la sección 3.7.4; como se representa en la Figura 5-25. Para estudios de potencia activa – frecuencia, cada área puede ser representada por una unidad de generación equivalente, este tipo de modelo compuesto es aceptable debido a que no se están evaluando las oscilaciones entre las máquinas de cada área y además se considera la coherencia de las máquinas de cada área.

Figura 5-24. Sistema de dos áreas



Para operación normal, la potencia transferida a través de la línea de enlace está dada por:

$$P_{12} = \frac{|E_1||E_2|}{X_{12}} \sin(\delta_{12}) \quad (5.38)$$

Donde $X_{12} = X_T = X_1 + X_{tie} + X_2$, y $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$.

La ecuación (5.38) puede ser linealizada para desviaciones pequeñas de flujo de potencia ΔP_{12} a partir del valor nominal en la línea de transmisión de enlace; es decir, que se linealiza alrededor del punto inicial de operación, representado por $\delta_1 = \delta_{1_0}$ y $\delta_2 = \delta_{2_0}$, a través de la siguiente expresión:

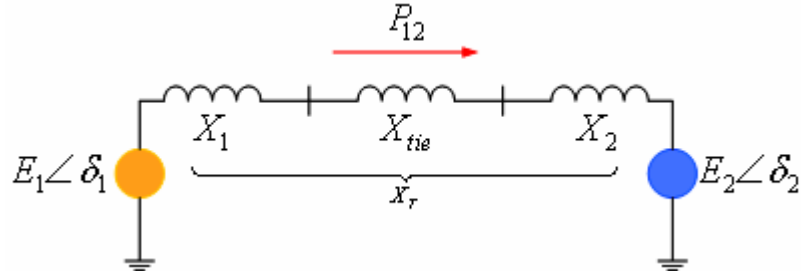
$$\Delta P_{12} = \left. \frac{dP_{12}}{d\delta_{12}} \right|_{\delta_{12_0}} \Delta \delta_{12} \quad (5.39)$$

$$\Delta P_{12} = P_s \Delta \delta_{12}$$

La variable P_s es la pendiente de la curva de potencia – ángulo en la condición inicial de operación $\delta_{12_0} = \delta_{1_0} - \delta_{2_0}$. Esta variable se define como el coeficiente de potencia sincronizante. El cuál se define por la siguiente expresión:

$$P_s = \left. \frac{dP_{12}}{d\delta_{12}} \right|_{\delta_{12_0}} = \frac{|E_1||E_2|}{X_{12}} \cos(\Delta \delta_{12_0}) \quad (5.40)$$

Figura 5-25. Circuito equivalente del sistema de dos áreas



La ecuación (5.38) puede ser linealizada para desviaciones pequeñas de flujo de potencia ΔP_{12} a partir del valor nominal en la línea de transmisión de enlace; es decir, que se linealiza alrededor del punto inicial de operación, representado por $\delta_1 = \delta_{1_0}$ y $\delta_2 = \delta_{2_0}$, a través de la siguiente expresión:

$$\Delta P_{12} = \left. \frac{dP_{12}}{d\delta_{12}} \right|_{\delta_{12_0}} \Delta \delta_{12} \quad (5.41)$$

$$\Delta P_{12} = P_s \Delta \delta_{12}$$

La variable P_s es la pendiente de la curva de potencia – ángulo en la condición inicial de operación $\delta_{12_0} = \delta_{1_0} - \delta_{2_0}$. Esta variable se define como el coeficiente de potencia sincronizante. El cuál se define por la siguiente expresión:

$$P_s = \left. \frac{dP_{12}}{d\delta_{12}} \right|_{\delta_{12_0}} = \frac{|E_1||E_2|}{X_{12}} \cos(\Delta \delta_{12_0}) \quad (5.42)$$

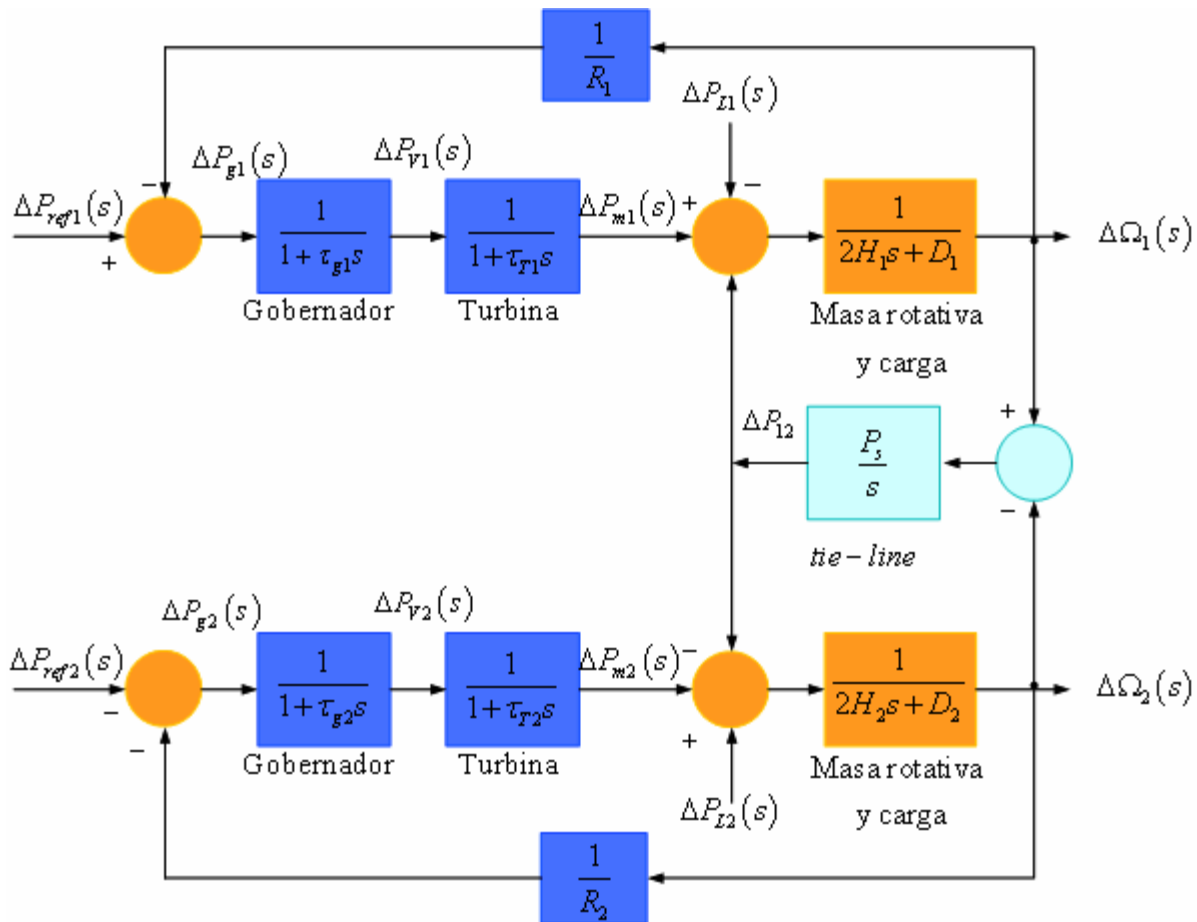
De acuerdo con las expresiones anteriores la desviación de potencia tendrá la siguiente forma:

$$\Delta P_{12} = P_s (\Delta \delta_1 - \Delta \delta_2) \quad (5.43)$$

El flujo de potencia de enlace aparecerá entonces como el aumento de carga total en un área y el decaimiento en la otra, dependiendo de la dirección del flujo de carga. La dirección del flujo de carga está dictada por la diferencia en los ángulos de fase; si $\Delta \delta_1 > \Delta \delta_2$, la potencia fluye del área 1 al área 2, y viceversa.

El diagrama de bloques que representa al sistema se presenta en la figura 5-26 con cada área representada por una inercia equivalente de $2H$, una constante de amortiguación de carga D , turbina, y sistema de gobernanación con una regulación de velocidad R . La línea de enlace está representada por el coeficiente de potencia sincronizante. Un diferencial de potencia ΔP_{12} positivo representa un aumento en la transferencia de potencia del área 1 al área 2 y viceversa. Esto equivale a aumentar la carga del área 1 y disminuir la carga del área 2; por lo tanto, la retroalimentación de ΔP_{12} tiene un signo negativo para el área 1 y un signo positivo para el área 2.

Figura 5-26. Diagrama de bloques del sistema des dos áreas



Ambas áreas tendrán la misma desviación de frecuencia de la del estado estable, para un cambio de carga ΔP_L :

$$\Delta f = \Delta \omega = \Delta \omega_1 = \Delta \omega_2 = \frac{-\Delta P_L}{(1/R_1 + 1/R_2) + (D_1 + D_2)} \quad (5.44)$$

Si se considera ahora un cambio de carga en ΔP_{L1} , se tiene:

$$\Delta P_{m1} - \Delta P_{12} - \Delta P_{L1} = \Delta \omega D_1 \quad (5.45)$$

$$\Delta P_{m2} + \Delta P_{12} = \Delta \omega D_2 \quad (5.46)$$

El cambio de potencia mecánica, determinado por la característica de decaimiento de la velocidad del gobernador, está dado por:

$$\Delta P_{m1} = \frac{-\Delta \omega}{R_1} \quad (5.47)$$

$$\Delta P_{m2} = \frac{-\Delta \omega}{R_2} \quad (5.48)$$

Sustituyendo la ecuación (5.47) en la ecuación (5.45) y la ecuación (5.48) en la ecuación (5.46) se tiene:

$$\Delta \omega \left(\frac{1}{R_1} + D_1 \right) = -\Delta P_{12} - \Delta P_{L1} \quad (5.49)$$

$$\Delta \omega \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right) = \Delta P_{12} \quad (5.50)$$

Resolviendo para $\Delta \omega$, se tiene:

$$\Delta \omega = \frac{-\Delta P_{L1}}{\left(\frac{1}{R_1} + D_1 \right) + \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right)} \quad (5.51)$$

$$\Delta \omega = \frac{-\Delta P_{L1}}{\beta_1 + \beta_2}$$

Donde:

$$\beta_1 = \frac{1}{R_1} + D_1$$

$$\beta_2 = \frac{1}{R_2} + D_2$$
(5.52)

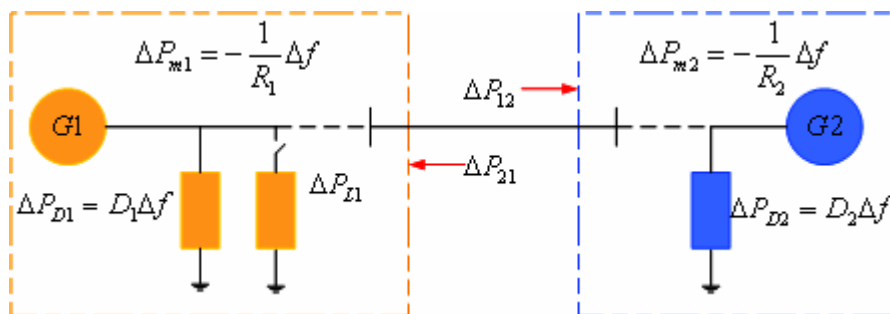
β_1 y β_2 , son las características compuestas de respuesta en frecuencia de las áreas 1 y 2 respectivamente, y se conocen como *factores de sensibilidad o sesgo de frecuencia*. El cambio de la potencia se reduce a la siguiente expresión:

$$\Delta P_{12} = -\frac{\left(\frac{1}{R_2} + D_2\right)\Delta P_{L1}}{\left(\frac{1}{R_1} + D_1\right) + \left(\frac{1}{R_2} + D_2\right)}$$
(5.53)

$$\Delta P_{12} = \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2}(-\Delta P_{L1})$$

Las relaciones descritas anteriormente se pueden describir a través de la Figura 5.27. Un aumento de carga en el área 1, ΔP_{L1} , resultará en una reducción de la frecuencia en las dos áreas y un flujo de potencia de ΔP_{12} . Un valor negativo de ΔP_{12} indica que el flujo de potencia se da del área 2 al área 1. La desviación del flujo de potencia de la línea refleja la contribución de la característica de regulación ($1/R + D$) de un área a otra.

Figura 5-27. Efecto de un cambio de carga en el área 1



Similarmente, para un cambio de carga en el área 2, ΔP_{L2} , se tiene:

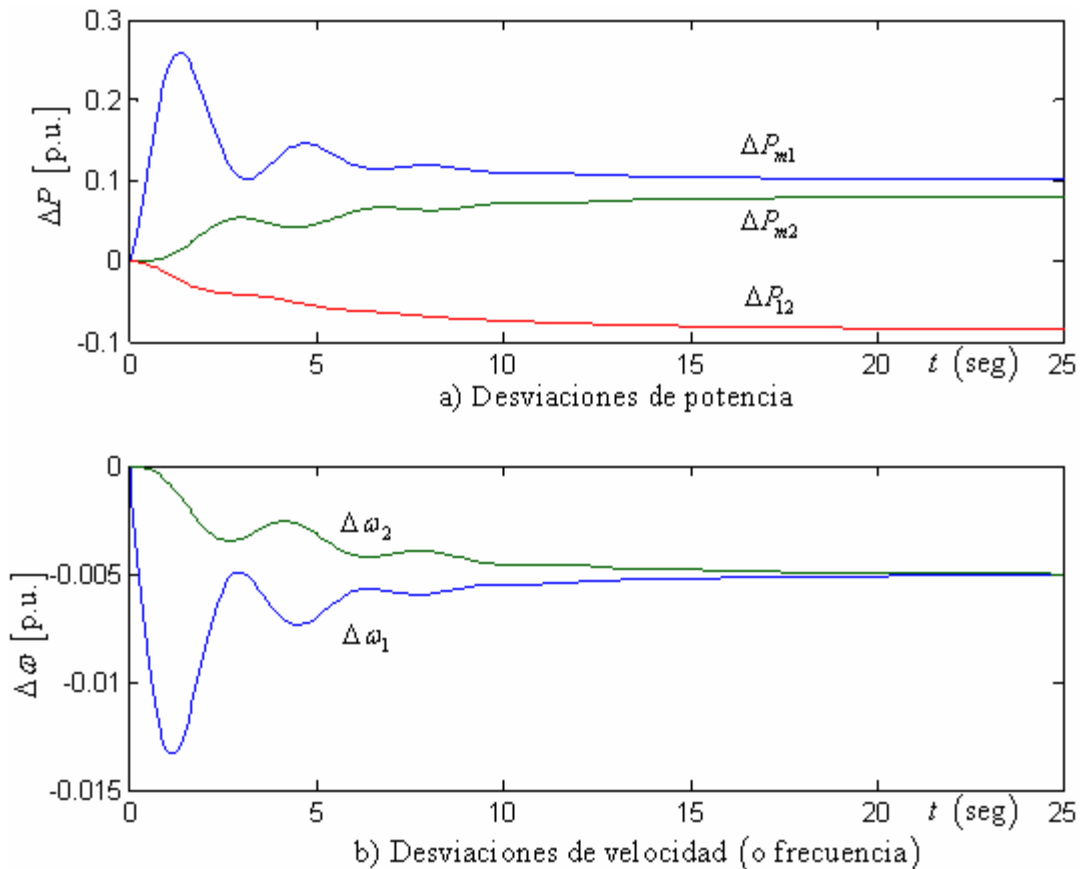
$$\Delta f = \frac{-\Delta P_{L2}}{\beta_1 + \beta_2} \quad (5.54)$$

Y por lo tanto:

$$\Delta P_{12} = -\Delta P_{21} = \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} (\Delta P_{L2}) \quad (5.55)$$

Las expresiones desarrolladas en esta sección, son la base de la estrategia de control de potencia activa – frecuencia de los sistemas interconectados. La figura 5-28 representa la respuesta dinámica del sistema de la figura 5-26 ante un cambio de carga en el área 1, igualmente, representa al fenómeno descrito por la figura 5-27.

Figura 5-28. Respuesta dinámica de un sistema interconectado



Al analizar detalladamente la figura 5-28 se puede notar claramente el efecto del cambio de carga sobre la desviación de potencia, se hacen las siguientes observaciones:

- ✓ Como se aprecia en la gráfica a, que representa la desviación de potencia activa, antes de que el cambio de carga ocurra la desviación de potencia se encuentra en un estado estable con valor cero para las tres potencias involucradas ΔP_{m1} , ΔP_{m2} y ΔP_{12} . Después del cambio de carga, se observa como las potencias de las dos áreas deben aumentar para suplir este cambio de carga, y como a través de la línea de enlace la potencia fluye del área 2 al área 1, la compensación de la carga afectada, por supuesto, por los coeficientes de amortiguación de carga.

- ✓ El flujo de la línea de enlace, tal y como se muestra en la gráfica, tiene valor negativo. Esto significa que la polaridad de ΔP_{12} es negativa y que la potencia fluye del área 2 al área 1, como era de esperarse.

- ✓ En la gráfica b de la figura 5-28 se presenta la desviación de velocidad después del cambio de carga en el área 1. Se subraya que la desviación de la velocidad es exactamente la misma que la desviación de frecuencia, cuando se tratan dichas variables en unidades p.u. Se puede observar que la desviación de velocidad, para el tiempo $t = 0$, tiene un valor estable de cero; después del cambio de la carga, viéndose afectada por un régimen transitorio, la velocidad adquiere un nuevo valor de estado estable para las dos áreas. La existencia de este valor de estado estable es, de hecho, la evidencia de que no existe AGC en el sistema interconectado y que la frecuencia adquiere un nuevo valor de estado estable menor al nominal, debido a la característica de decaimiento de los gobernadores, después de un cambio de carga.

5.4.3.2. Sistema interconectado con control parcial de líneas de enlace o *tie-line bias control*

En la sección anterior se examinó un sistema de áreas múltiples con LFC solamente, se demostró, como un cambio de carga en una de las áreas llevará consigo un aumento en la generación en todas las áreas, asociando al mismo tiempo, un cambio en la potencia que fluye en las líneas de enlace, y al mismo tiempo una reducción en la frecuencia. Durante la operación en estado estable, un sistema de potencia debe ser operado de manera que las demandas de las áreas sean satisfechas respetando la frecuencia nominal. Por lo tanto, la estrategia de control en el modo de operación normal debe tener las siguientes características:

- ✓ Mantener la frecuencia, aproximadamente, dentro del valor nominal.
- ✓ Respetar los flujos de potencia programados en las líneas de enlace.
- ✓ Cada área debe absorber sus propios cambios de carga.

El control suplementario en un área dada deberá, idealmente, corregir solamente los cambios de potencia en esa área, si existe un cambio de carga en el área 1, deberá existir una acción de control suplementario solamente en el área 1 y no en el área 2. Un examen a las expresiones(5.51) a (5.55), revela que una señal de control derivada de la desviación de potencia en la línea de enlace sumada a la desviación de frecuencia pesada por el factor de sesgo, es capaz de llenar los objetivos de la estrategia de control. Esta señal de control se conoce con el nombre de ACE (*area control error*).

De las ecuaciones (5.49) y (5.50), es obvio que un factor de sesgo adecuada para un área es su característica de respuesta en frecuencia β . Por lo tanto, el ACE para el área 2 es:

$$ACE_2 = \Delta P_{21} + B_2 \Delta \omega \quad (5.56)$$

Donde:

$$B_2 = \beta_2 = \frac{1}{R_2} + D_2 \quad (5.57)$$

Similarmente para el área 1:

$$ACE = \Delta P_{12} + B_1 \Delta \omega \quad (5.58)$$

$$B_1 = \beta_1 = \frac{1}{R_1} + D_1 \quad (5.59)$$

En las ecuaciones (5.56) y (5.58), ΔP_{12} y ΔP_{21} son desviaciones de los intercambios de potencia programados. Los ACE se utilizan como señales que actúan para activar cambios en las comandas de potencia de referencia, y cuando se alcanza un nuevo estado estable, ΔP_{12} y $\Delta \omega$ serán cero. La constante de la ganancia del integrador debe ser suficientemente pequeña de manera que ninguna de las áreas trate de compensar los cambios de potencia de la otra, y se mantengan los intercambios de potencia programados. El diagrama de bloques del AGC para el sistema de dos áreas se presenta en la figura 5-29.

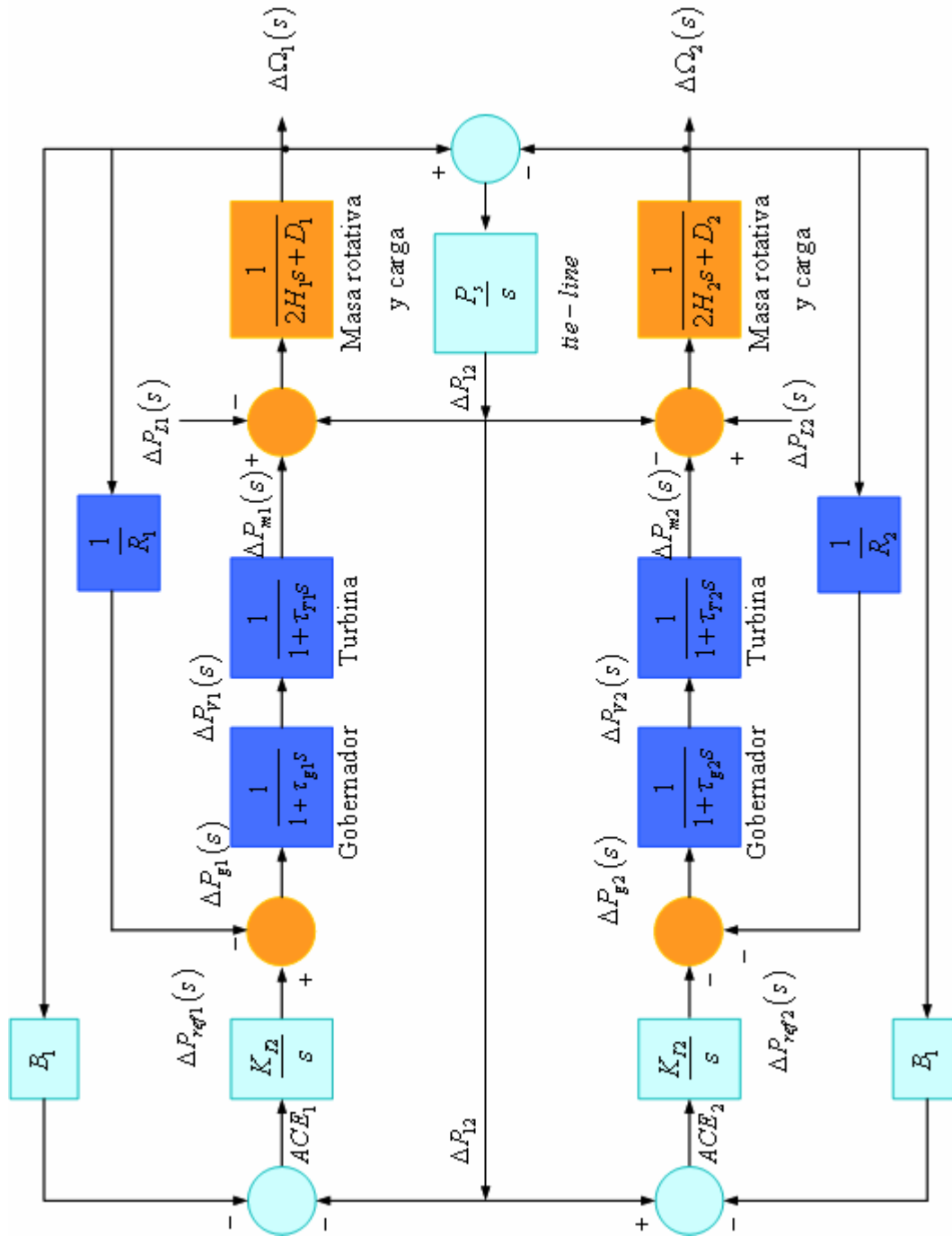
Dado que el ACE de cada área consiste en una combinación lineal de errores de frecuencia y de líneas de enlace, se puede generalizar la expresión del ACE para un sistema mayor de 2 áreas de la siguiente manera:

$$ACE_i = \sum_{j=1}^n \Delta P_{ij} + K_i \Delta \omega \quad (5.60)$$

El factor de sesgo de área, K_i , determina la cantidad de interacción durante un disturbio en las áreas vecinas. Un desempeño satisfactorio se alcanza cuando K_i se selecciona con un valor igual a el factor de sesgo de frecuencia del área:

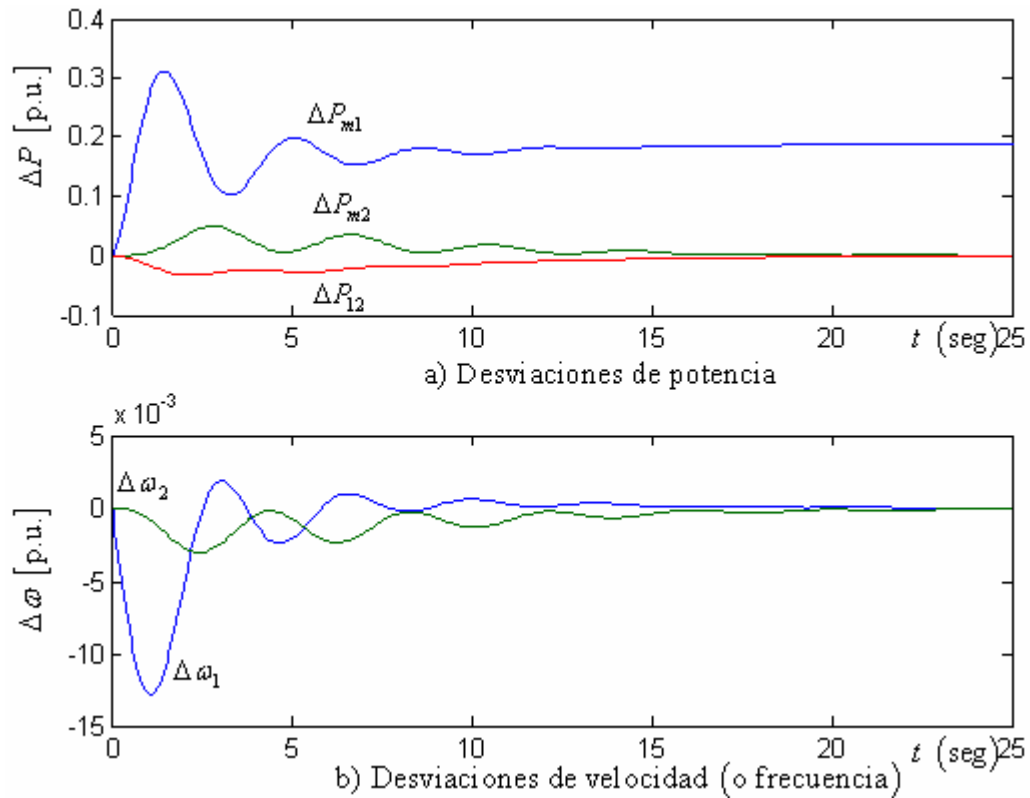
$$B_i = \frac{1}{R_i} + D_i \quad (5.61)$$

Figura 5-29. AGC en un sistema de 2 áreas



La figura 5-30 presenta la respuesta dinámica del sistema de dos áreas con AGC del diagrama de bloques de la figura 5-29.

Figura 5-30. Respuesta dinámica del sistema de dos áreas con AGC



Un examen cercano a la figura 5-30 revela varias características derivadas del control brindado por el AGC en el sistema de dos áreas:

- ✓ Como se aprecia en la gráfica a, que representa la desviación de potencia activa, el estado inicial de las tres desviaciones de potencia involucradas ΔP_{m1} , ΔP_{m2} y ΔP_{12} , es cero. Después del cambio de carga, se observa como las potencias de las dos áreas deben aumentar para suplir este cambio de carga, y como a través de la línea de enlace la potencia fluye del área 2 al área 1.

Sin embargo, la desviación de potencia del área 2 retorna a su valor inicial y la desviación de potencia en el área 1 ahora tiene un nuevo valor de estado estable.

- ✓ El que el área 1 tenga ahora un nuevo valor de potencia de estado estable y que la desviación de potencia del área 2 sea cero es, de hecho, la evidencia de que el área 1 a sido capaz de suplir su propio cambio de carga sin comprometer al valor nominal del área 2, por supuesto, después del régimen transitorio, donde el área 2 aporta cierta porción de potencia a través de la línea de enlace para ayudar a compensar la nueva carga
- ✓ El flujo de la línea de enlace tiene valor negativo. Esto significa que la polaridad de ΔP_{12} es negativa y que la potencia fluye del área 2 al área 1 durante el régimen transitorio. Después de dicho régimen la desviación de potencia de la línea de enlace retorna a su valor nominal, ayudando a compensar el cambio de carga y manteniendo el compromiso de mantener la potencia de intercambio en el valor programado.
- ✓ En la gráfica b de la Figura 5-30 se presenta la desviación de velocidad después del cambio de carga en el área 1. La desviación de velocidad (que es la misma que la desviación de frecuencia) para ambas áreas, presenta un estado inicial con valor cero en el tiempo $t = 0$. Al presentarse el cambio de carga en el área 1, se nota como la desviación de velocidad del área 1 se ve afectada por un régimen transitorio con mayor oscilación que el área 2, esto se debe a que idealmente el área 1 debe soportar todo el cambio de carga que se presente en ella. Sin embargo, $\Delta\omega_2$ se presenta como evidencia del apoyo para la compensación de carga por medio de la línea de enlace de parte del área 2 durante el régimen transitorio. Después del régimen transitorio, ambas desviaciones de velocidad regresan al valor de cero, esto significa que la frecuencia nominal se mantiene después de la fluctuación de carga y, por lo tanto, el AGC opera de la manera deseada.

De las observaciones mencionadas anteriormente podemos ver que los tres criterios de control están totalmente satisfechos pues se mantiene la frecuencia en su valor nominal, se respetan los flujos de potencia programados en la línea de enlace y cada área es capaz de suplir los cambios de carga.

5.4.3.3. Bases para la selección de un factor de sesgo (*bias*)

La selección de un factor de *bias*, desde el punto de vista de las consideraciones de estado estable, no es importante. Cualquier combinación de valores de ACE conteniendo componentes de desviación de potencia de líneas de enlace y desviación de frecuencia, resultará en una restauración del flujo de potencia de la línea y la frecuencia del sistema, dado que el controlador integral garantiza que el ACE de cada área se reduce a cero. Para ilustrar esto, se consideran las siguientes señales de ACE aplicables a un sistema de dos áreas:

$$ACE_1 = A_1 \Delta P_{12} + B_1 \Delta \omega = 0 \quad (5.62)$$

$$ACE_2 = A_2 \Delta P_{21} + B_2 \Delta \omega = 0 \quad (5.63)$$

Las ecuaciones anteriores darán como resultado que $\Delta P_{12} = 0$ y $\Delta \omega = 0$ para todos los valores diferentes de cero que adopten A_1 , A_2 , B_1 y B_2 .

Sin embargo, desde el marco del régimen dinámico, la composición de las señales de ACE es más importante. Esto puede ser ilustrado por medio de la consideración de la respuesta del AGC a un aumento de carga en el área 1, tal y como se analizó en la sección anterior. El aumento repentino de carga resultará en un decaimiento de la frecuencia del sistema, seguido por la respuesta del gobernador (el cuál representa al control primario en ambas áreas) que limita la excursión máxima de la frecuencia y subsecuentemente (típicamente después de 10 segundos) lleva a la desviación de frecuencia al valor determinado por la característica de regulación de ambos sistemas:

$$\Delta\omega_R = \frac{-\Delta P_{L1}}{\beta_1 + \beta_2} \quad (5.64)$$

El control suplementario, AGC, es mucho más lento que el control primario de la velocidad (el gobernador), comenzará a responder después del evento descrito anteriormente. Se examinará, a continuación, el desempeño del control suplementario para diferentes ajustes de los factores de *bias* en el instante en que la desviación de velocidad es $\Delta\omega_R$:

a. Con $B_1 = \beta_1$ y $B_2 = \beta_2$, se tiene:

$$ACE_1 = \Delta P_{12} + B_1 \Delta\omega_R = \frac{(-\Delta P_{L1})}{\beta_1 + \beta_2} (\beta_2 + \beta_1) = -\Delta P_{L1} \quad (5.65)$$

$$ACE_2 = -\Delta P_{12} + B_2 \Delta\omega_R = \frac{(-\Delta P_{L1})}{\beta_1 + \beta_2} (-\beta_2 + \beta_2) = 0 \quad (5.66)$$

Solamente el control suplementario del área 1 responderá al cambio de carga ΔP_{L1} y cambiará la generación para llevar el ACE_1 a cero. El cambio de carga en el área 1 es entonces, despreciable para el control suplementario en el área 2.

b. Si ahora $B_1 = 2\beta_1$ y $B_2 = 2\beta_2$, se tiene:

$$ACE_1 = \Delta P_{12} + B_1 \Delta\omega_R = \frac{(-\Delta P_{L1})}{\beta_1 + \beta_2} (\beta_2 + 2\beta_1) = -\Delta P_{L1} \left(1 - \frac{1}{\beta_2}\right) \quad (5.67)$$

$$ACE_2 = -\Delta P_{12} + B_2 \Delta\omega_R = -\Delta P_{12} + 2\beta_2 \Delta\omega_R = \frac{-\Delta P_{L1}}{\beta_2} \quad (5.68)$$

Por lo tanto, el control suplementario del área 1 y del área 2, responderán y corregirán la desviación de frecuencia con el doble de la velocidad. Sin embargo, la generación entregada por el área 2 se reflejará con una componente de ACE_2 , la cuál será llevada a cero cuando se alcanza el estado estable.

- c. Si se ajustan los factores de *bias* con un nivel inferior a los factores de sensibilidad de frecuencia, β , de cada área, se dará una situación opuesta que la presentada en el inciso anterior. En este caso, el control suplementario del área 2 no respaldaría a la generación demandada por sus generadores como resultado de la acción del control primario de la velocidad (el gobernador). Esto resultará en una degradación del control de la frecuencia del sistema.

Además de las consideraciones anteriores, un valor demasiado alto de los factores de *bias* no es adecuado desde el punto de vista de la estabilidad del sistema de control. Bajo valores significativamente superiores que el β del área, la acción de control puede resultar inestable.

Todo el análisis desarrollado en esta sección para el sistema de dos áreas se puede fácilmente generalizar para un sistema de áreas múltiples. La única observación que se debe tomar en cuenta que el intercambio de potencia programado para cada área es la suma algebraica de los flujos de potencia de todas las líneas de enlace que conectan un área con otras. Cuando un área está interconectada con más de un área adicional, los intercambios programados entre estas no necesariamente fluyen directamente a través de la línea que los conecta directamente. Los flujos pueden ser divididos entre caminos paralelos a través de otras áreas, dependiendo de las impedancias relativas de estos caminos alternativos.

5.4.4. AGC con despacho óptimo de carga

Los factores que influyen en la generación de potencia a un costo mínimo son las características de operación, costo del combustible y pérdidas en la transmisión. El despacho óptimo de la generación se discute ampliamente en referencias como [69, 70], asimismo existen programas de computadora que se utilizan diariamente para el despacho óptimo en línea de las diferentes plantas de los sistemas de potencia. En general, el despacho óptimo de la generación puede ser tratado dentro del marco del LFC. En sistemas de control digitales, una computadora digital se incluye en el lazo de control, esta escanea la generación de las unidades y los flujos en los enlaces. Los ajustes son comparados con los ajustes óptimos derivados de la solución de un algoritmo de despacho óptimo. Si los ajustes o comandas actuales están fuera del rango de los valores óptimos, la computadora genera señales de pulso de aumento o disminución que se envían a las unidades individuales. La ubicación del algoritmo también debe tomar en cuenta los contratos de los intercambios de potencia programados entre áreas.

Con el desarrollo de la teoría moderna de control, varios conceptos se incluyen en el AGC que están demasiado avanzados en comparación del simple control de líneas de enlace presentado aquí. El acercamiento fundamental es el uso de modelos matemáticos mucho más extendidos. En retrospectiva, el AGC puede ser utilizado para incluir la representación de la dinámica de un área, o inclusive de un sistema completo. Otros conceptos de la teoría moderna de control están siendo utilizados, tales como la estimación de estado y el control óptimo con regulador lineal utilizando ganancias constantes de retroalimentación. Además de las estructuras a las cuales apunta el control de señales determinísticas y disturbios, existen esquemas que emplean conceptos de control estocástico, por ejemplo, la minimización del algún valor esperado de un criterio error cuadrático integral.

5.5. Simulaciones del capítulo

5.5.1. SIMULACIÓN 1: respuesta dinámica y estabilidad de sistemas turbina/gobernador de unidades hidráulicas

El objetivo de esta simulación es analizar la respuesta dinámica y la estabilidad de un sistema de gobierno de velocidad de una unidad hidráulica que está alimentando a una carga aislada cuando el mismo se encuentra bajo la influencia de un cambio de carga.

Primero, se realizará el análisis considerando los modelo simplificado del gobernador, presentado en este trabajo, y un modelo simplificado de la turbina hidráulica; luego se evaluará un modelo más elaborado de gobernador y turbinas utilizado en unidades hidráulicas que se presenta en [19, 34, 74, 76], la referencia [76] es un documento oficial de IEEE desarrollado por el subcomité: *IEEE System Dynamic Performance Studies*, proporciona información técnica de las características dinámicas de los primotores y sistemas de suministro de energía que afectan la estabilidad de sistemas de potencia, el autor considera que es de suma importancia que se revise el documento mencionado para mayor profundización.

El modelo simplificado de una turbina hidráulica es diferente al modelo que se presentó previamente para una turbina térmica, el modelo simplificado de las turbinas hidráulicas se presenta en [19, pp. 383]; el modelo detallado que se utilizará se presenta en [19, 34, 74, 76]. El desarrollo del los modelos más complejos no será dado en este trabajo, se refiere al lector a los documentos mencionados.

5.5.1.1. Análisis con modelos simplificados

Modelo Simplificado de la Turbina Hidráulica: el modelo más sencillo o “clásico” en forma de función de transferencia que representa a una turbina hidráulica, tiene la característica de representar los cambios en la potencia de salida de la turbina en respuesta a los cambios en la apertura de las compuertas para una turbina *ideal* y *sin pérdidas*, dicho modelo se resume en la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta P_m}{\Delta P_V} = \frac{1 - \tau_w s}{1 + \frac{1}{2} \tau_w s} \quad (5.69)$$

El parámetro T_w se refiere como *water starting time* o constante de tiempo del agua. Es obvio que la función de transferencia para el lazo LFC será diferente que cuando se utilizaba el modelo simplificado de la turbina térmica.

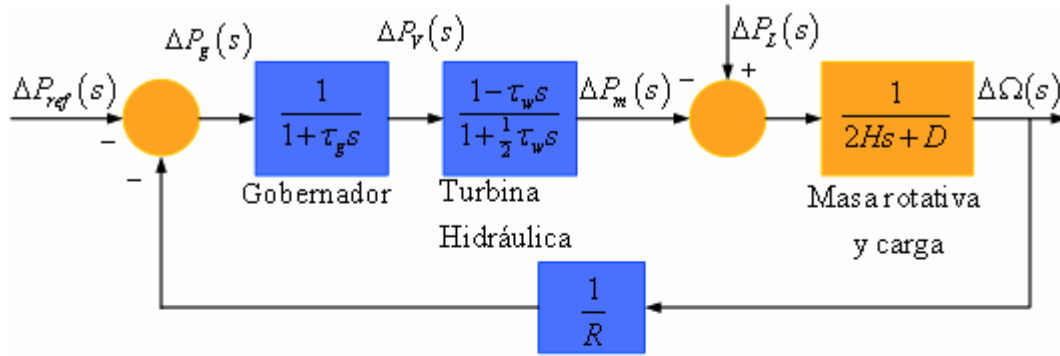
El diagrama de bloques y el diagrama de bloques simplificado, para el LFC con una turbina hidráulica se presentan en la figura 5-31. Las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado que representan al sistema de la figura 5-31 son, respectivamente:

$$KG(s)H(s) = \frac{1}{R} \frac{(1 - \tau_w s)}{(1 + \tau_g s)(1 + \frac{1}{2} \tau_w s)(2Hs + D)} \quad (5.70)$$

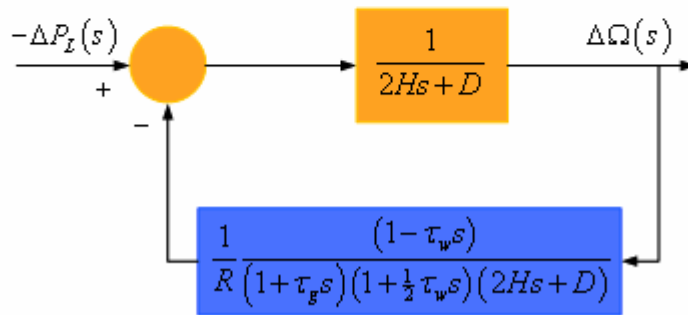
$$\frac{\Delta \Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} = \frac{(1 + \tau_g s)(1 + \frac{1}{2} \tau_w s)}{(1 + \tau_g s)(1 + \frac{1}{2} \tau_w s)(2Hs + D) + \frac{1}{R}(1 - \tau_w s)} \quad (5.71)$$

Las simulación se llevará a cabo a continuación de distintas maneras utilizando Matlab/Simulink, la *Control Systems Toolbox* de *Mathworks Inc.* y el software *State Space Object and Functions* de *Cherry Tree Scientific Software*.

Figura 5-31. LFC utilizando el modelo de una turbina hidráulica



a) Diagrama de Bloques



b) Diagrama de Bloques Simplificado

Los parámetros que se utilizarán para evaluar el modelo de la figura 5-31 son los siguientes:

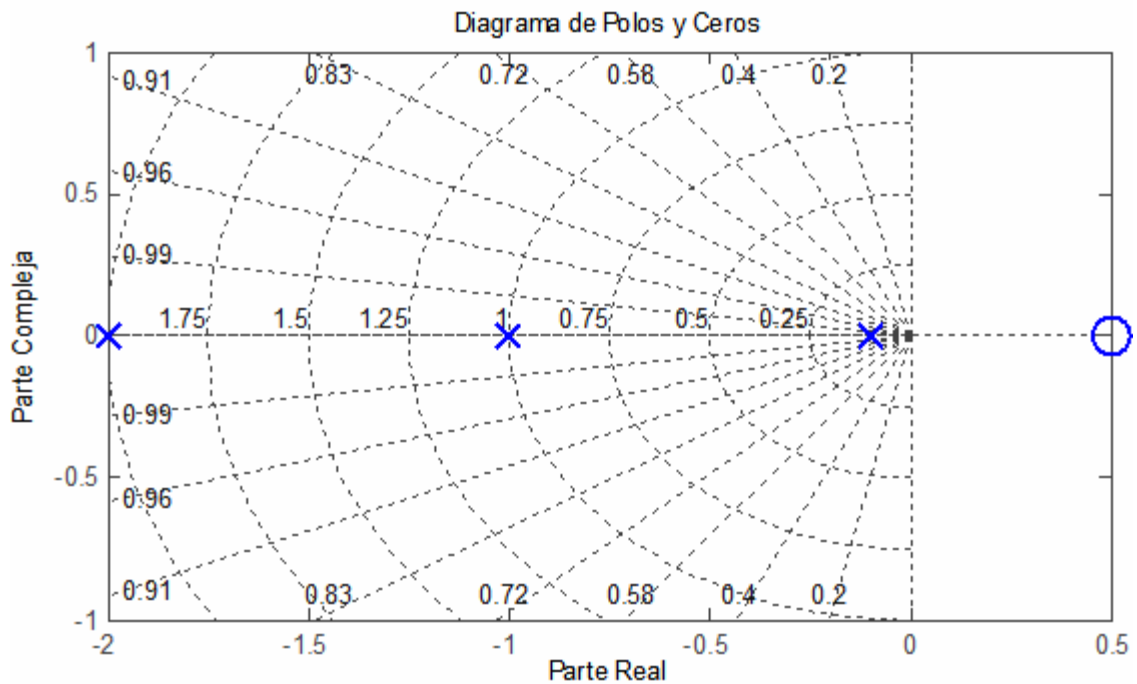
Parámetro	Valor
τ_g	0.50 seg
τ_w	2.00 seg
H	5.00 seg
D	1.00 p.u.
R	0.05 p.u.

Es posible obtener los polos y ceros, y evaluar la respuesta en frecuencia de la expresión, (5.70), que es la función de transferencia de lazo abierto. Esto será de utilidad para determinar si el sistema es estable, bajo el cambio de carga. Aplicando los parámetros de esta simulación la expresión (5.70), se convierte en:

$$KG(s)H(s) = \frac{20(1-2s)}{(1+0.5s)(1+s)(10s+1)} \quad (5.72)$$

De la expresión (5.72) se puede deducir que existe un cero en $s=0.5$ y que existen tres polos en $s=-0.1$, $s=-1.0$ y $s=-2.0$; esto se puede apreciar en la figura 5-32; obviamente, el sistema es inestable.

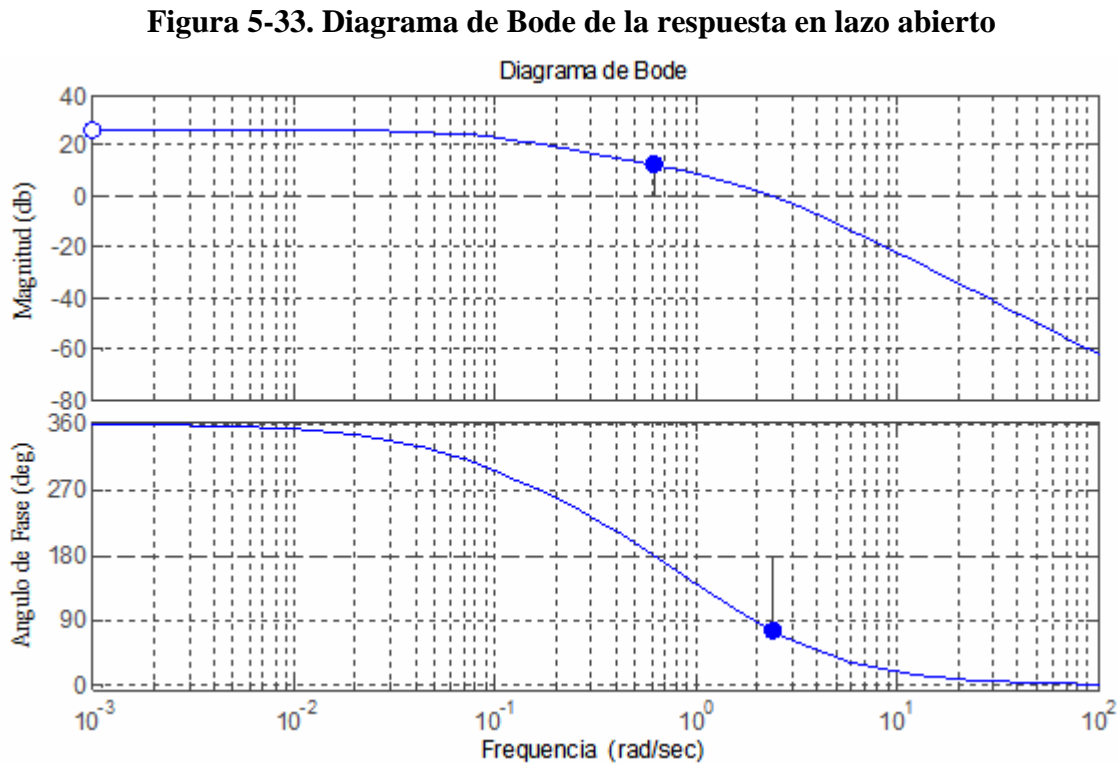
Figura 5-32. Polos y ceros de la función de transferencia de lazo abierto



La respuesta en frecuencia se obtiene haciendo a $s = j\omega$, de manera que:

$$KG(j\omega)H(j\omega) = \frac{20(1-j2\omega)}{(1+j0.5\omega)(1+j\omega)(j10\omega+1)} \quad (5.73)$$

El resultado de evaluar la expresión (5.73), es el diagrama de Bode de magnitud y de fase que se presentan en la Figura 5-33. Se puede observar en la figura que la frecuencia de cruce, ω_{c1} , el cuál es el valor de ω cuando la magnitud es 1, es 2.5 rad/s. El ángulo de fase en el cruce en cero es -290° . Los márgenes de ganancia y fase son $G_{m1} = -12\text{dB}$ Y $\phi_{m1} = -110^\circ$. Por lo tanto, el sistema es inestable.



Al observar los resultados anteriores se dan varias interrogantes. Una de ellas es: ¿por qué el sistema es inestable para turbinas hidráulicas y porqué para turbinas térmicas si es estable? La respuesta es muy simple, las turbinas hidráulicas tienen una caída transitoria superior a la que se da en turbinas térmicas, por lo tanto, el modelo del gobernador debe incluir una compensación de la respuesta transitoria como se evalúa a continuación.

5.5.1.2. Análisis con modelos detallados

Modelo detallado del sistema de gobierno de unidades hidráulicas: las turbinas hidráulicas tienen una respuesta particular debido a la inercia del agua. Un cambio en la posición de la compuerta produce un cambio en la potencia inicial de la turbina opuesto al deseado.

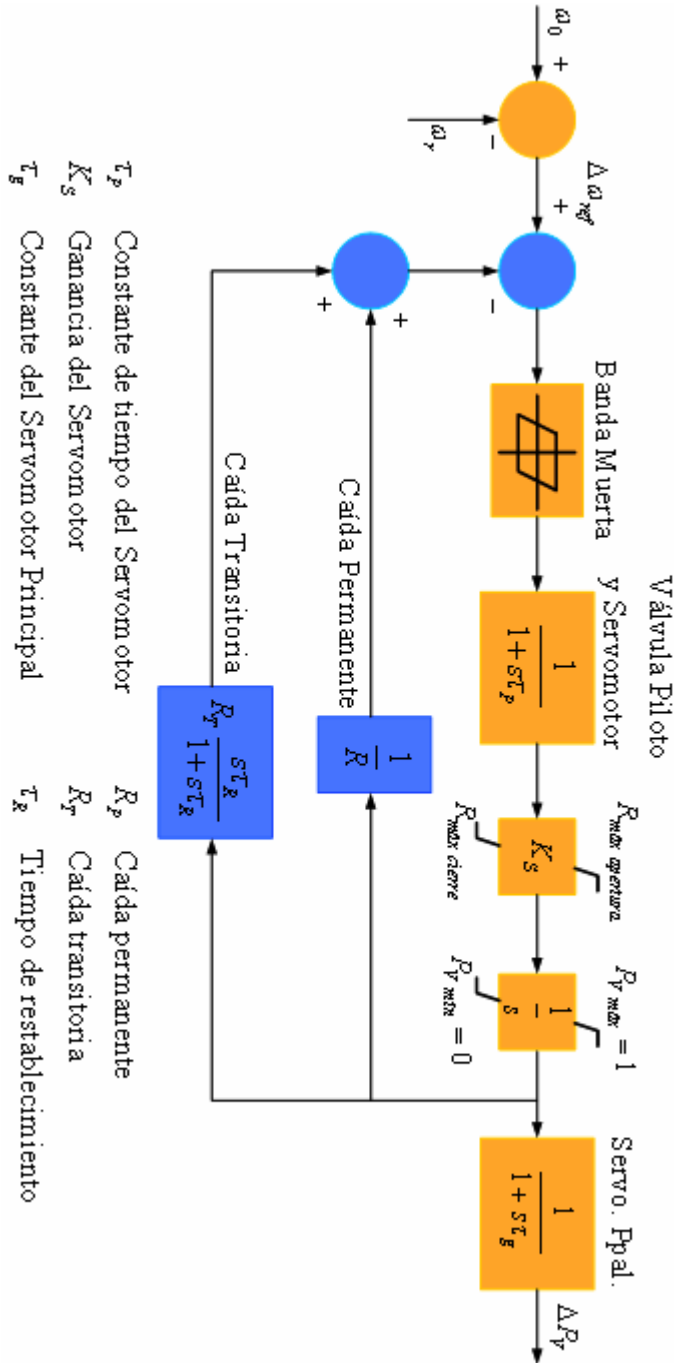
Para un control estable, un lazo de compensación es necesario. Este se puede realizar por medio de una compensación de reducción de la ganancia transitoria. La retroalimentación retarda o limita el movimiento de la compuerta hasta que el flujo del agua y la potencia de salida tienen tiempo de alcanzarse. El resultado es un gobernador que exhibe una alta caída para desviaciones rápidas de velocidad, y una caída normal para el estado estable.

El diagrama de esquemático correspondiente al gobernador para unidades hidráulicas se presenta en la figura 5-34. El diagrama de bloques para el sistema en cuestión junto con la turbina hidráulica, generador y carga, se puede reducir al presentado en la figura 5-34, donde $G_c(s)$ es la función de compensación de reducción de la ganancia transitoria, que está dada por:

$$G_c(s) = \frac{1 + \tau_R s}{1 + \frac{R_T}{R_p} \tau_R s} \quad (5.74)$$

Donde τ_R es el tiempo de restablecimiento, R_T la constante de caída temporal y R_p la constante de caída permanente, anteriormente se refería simplemente como R . Para los detalles de la modelación de este sistema de gobierno, consulte [19, 34, 76].

Figura 5-34. Gobernador de unidades hidráulicas – diagrama esquemático



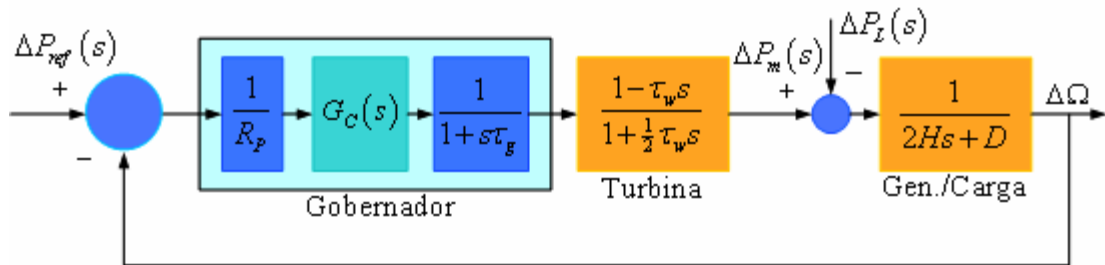
Fuente: Working Group on Prime Mover and Energy Supply Models for System Dynamic Performance Studies. "Hydraulic turbine and turbine control models for system dynamic studies". **IEEE Transactions on Power Systems**. Junio, 1992.

Las constantes τ_R y R_T se definen a través de las siguientes ecuaciones:

$$R_T = \left[2.3 - (\tau_w - 1.0)0.15 \right] \frac{T_w}{2H} \quad (5.75)$$

$$T_R = \left[5 - (T_w - 1.0)0.5 \right] T_w \quad (5.76)$$

Figura 5-35. Gobernador de unidades hidráulicas – diagrama de bloques



Las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado del diagrama de la Figura 5-35 son las siguientes:

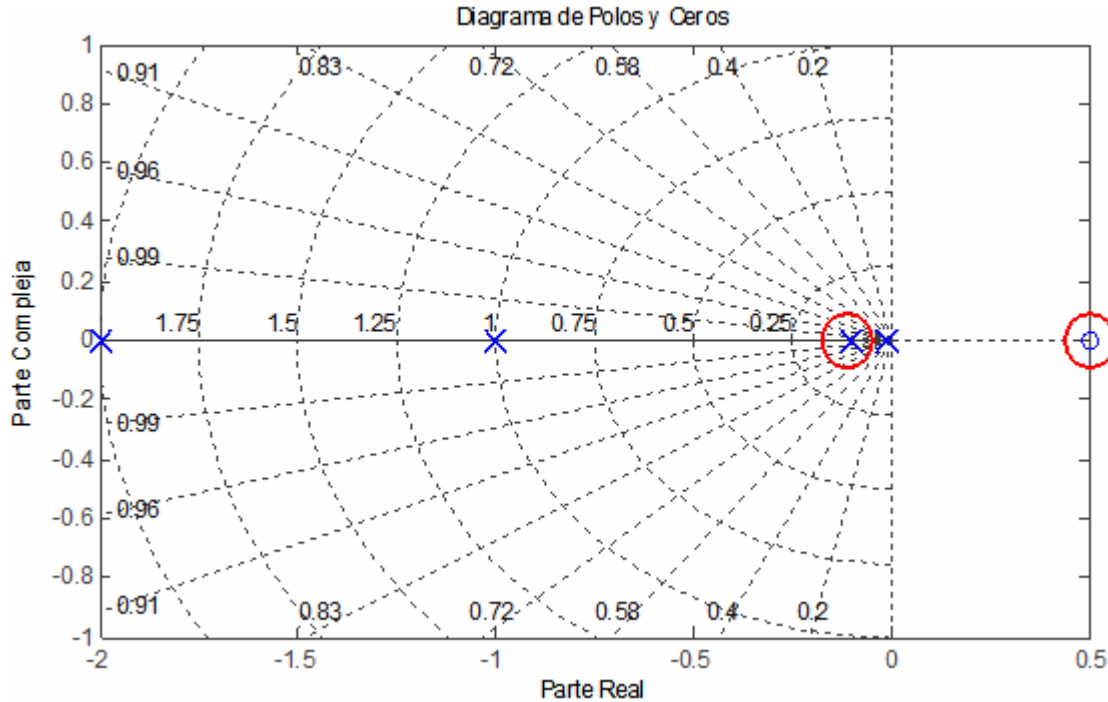
$$KG(s)H(s) = \frac{1}{R_p} \frac{(1 + \tau_R s)(1 - \tau_w s)}{(1 + \tau_g s)(1 + \frac{1}{2} \tau_w s)(1 + \frac{R_T}{R_p} \tau_R s)(2Hs + D)} \quad (5.77)$$

$$\frac{\Delta\Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} = \frac{\left(1 + \frac{R_T}{R_p} \tau_R s\right)(1 + \tau_g s)(1 + \frac{1}{2} \tau_w s)}{\left(1 + \frac{R_T}{R_p} \tau_R s\right)(1 + \tau_g s)(1 + \frac{1}{2} \tau_w s)(2Hs + D) + \frac{1}{R_p}(1 + \tau_R s)(1 - \tau_w s)} \quad (5.78)$$

El diagrama de polos y ceros de la función de transferencia de lazo abierto se presenta en la Figura 5-36. La respuesta en frecuencia se obtiene haciendo a $s = j\omega$, de manera que:

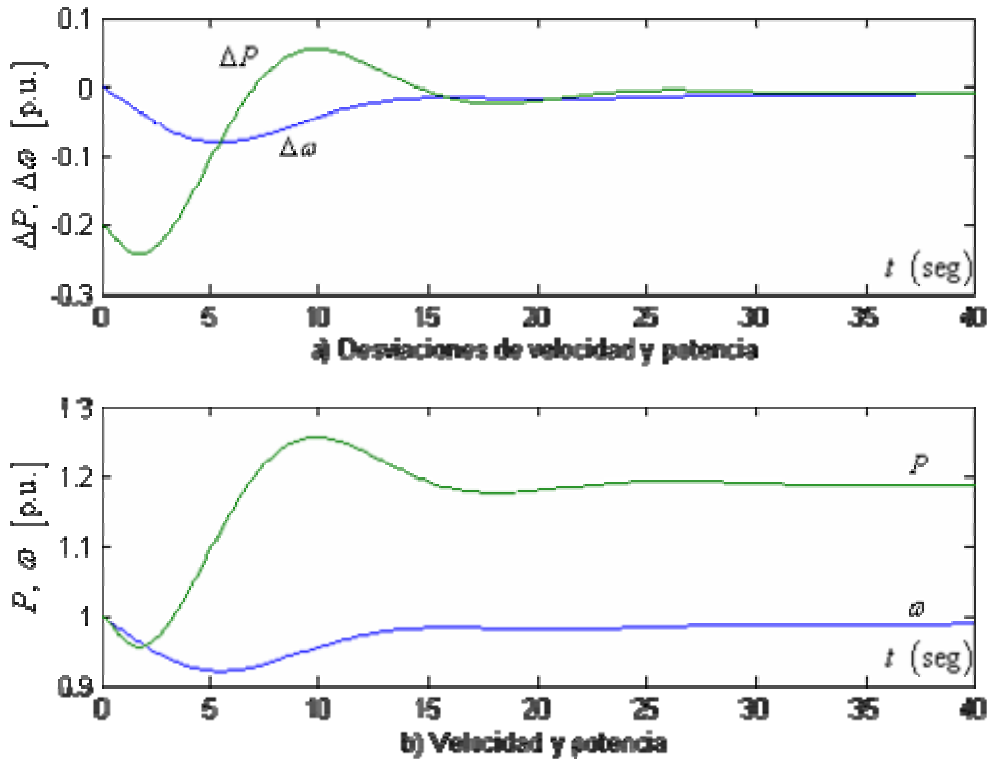
$$KG(j\omega)H(j\omega) = \frac{20(1 - j2\omega)(1 + j9\omega)}{(1 + j0.5\omega)(1 + j\omega)(j10\omega + 1)(1 + j77.4\omega)} \quad (5.79)$$

Figura 5-36. Diagrama de polos y ceros



El resultado de evaluar la expresión (5.79), es el diagrama de Bode de magnitud y de fase que se presentan en la figura 5-37, en el cual también se presenta la respuesta de la ecuación (5.73). Se puede observar en la figura que la frecuencia de cruce para el caso compensado de la ecuación (5.79), ω_{c_2} , éste es el valor de ω cuando la magnitud es 1, es 2.5 rad/s. El ángulo de fase en el cruce en cero es -138° . Los márgenes de ganancia y fase son $G_{m_2} = -12\text{dB}$ Y $\phi_{m_2} = 42^\circ$. Por lo tanto, el sistema compensado es estable y los márgenes de ganancia y fase se consideran como buenos valores desde el punto de vista de diseño por compensación. Un valor menor del tiempo de restablecimiento τ_R aumentaría la frecuencia de cruce en cero, y disminuiría los márgenes de ganancia y fase. El efecto neto sería una mayor oscilación, pero un control más rápido del sistema.

Figura 5-39. Respuesta dinámica del sistema compensado



En la figura 5-39 se puede observar el fenómeno que pronostica la teoría: “un cambio en la posición de la compuerta produce un cambio en la potencia inicial de la turbina que es opuesto al deseado”. Esto se observa en la gráfica b, de forma que el nuevo cambio de potencia se refleja en una disminución de la potencia de salida de la misma magnitud que la el cambio de potencia, 0.2 p.u. Además, se puede también notar que la respuesta del sistema es mucho más lenta que el de las unidades hidráulicas; esto sin duda, se debe a las características operacionales de las turbinas hidráulicas. Finalmente, cabe lugar a hacer una última observación: como se nota en las gráficas el sistema aún no tiene controlador integral, esto se refleja en que la desviación de velocidad adquiere un nuevo valor de estado estable, como anteriormente se demostró, un controlador integral hará que la desviación de velocidad y, por lo tanto, de frecuencia se haga cero.

Modelo No-Ideal de turbinas hidráulicas: el modelo de turbina utilizado en la exploración anterior es un modelo ideal y simplificado. A continuación se presenta una comparación de la respuesta dinámica considerando el modelo “clásico” de la turbina hidráulica y el modelo no-ideal. El modelo no ideal no será desarrollado y se refiere a [19, 34, 76] para los detalles del mismo. La función de transferencia del modelo no ideal se representa por:

$$\frac{\Delta P_V}{\Delta P_m} = a_{23} \frac{1 + (a_{11} - a_{13}a_{21}/a_{23})\tau_w s}{1 + a_{11}\tau_w s} \quad (5.80)$$

Los coeficientes a_{11} y a_{13} son las derivadas parciales del flujo con respecto a la apertura de la compuerta, y los coeficientes a_{21} y a_{23} con las derivadas parciales de la salida de potencia de la turbina con respecto a la apertura de la compuerta.

El modelo de Simulink resultante para la consideración del modelo no ideal se presenta en la Figura 5-40. Los valores utilizados para la simulación consisten en mediciones de los coeficientes de una turbina Francis de 40 MW extraídos de [19, pp. 384]:

$$a_{11} = 0.58 \quad a_{13} = 1.1 \quad a_{21} = 1.4 \quad a_{23} = 1.5 \quad (5.81)$$

Figura 5-40. Modelo de Simulink para turbinas no ideales

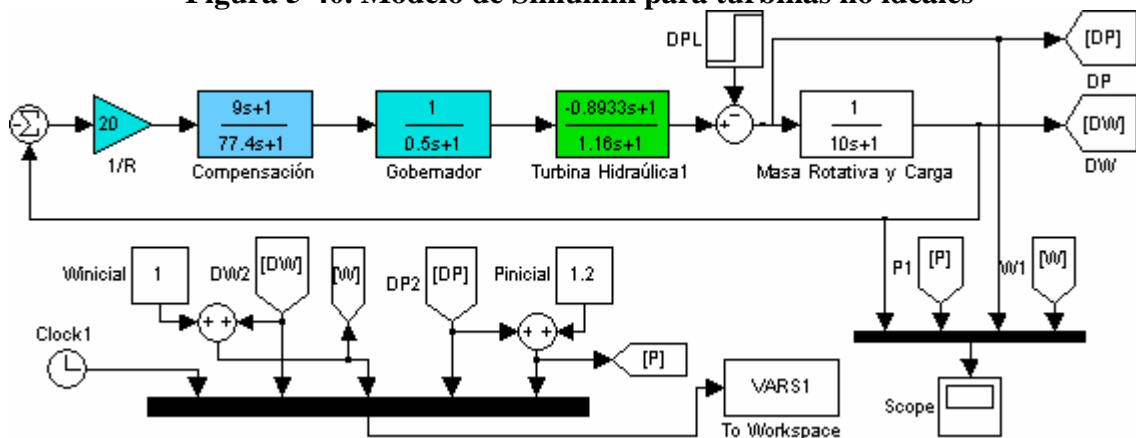
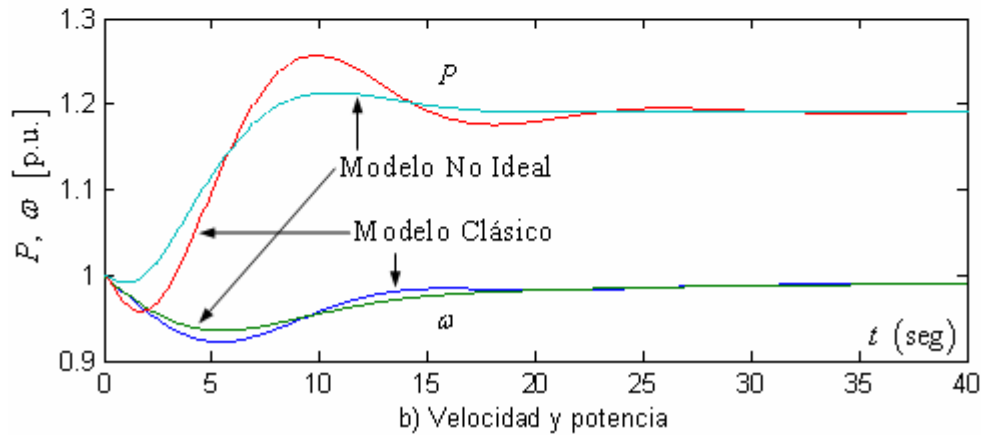
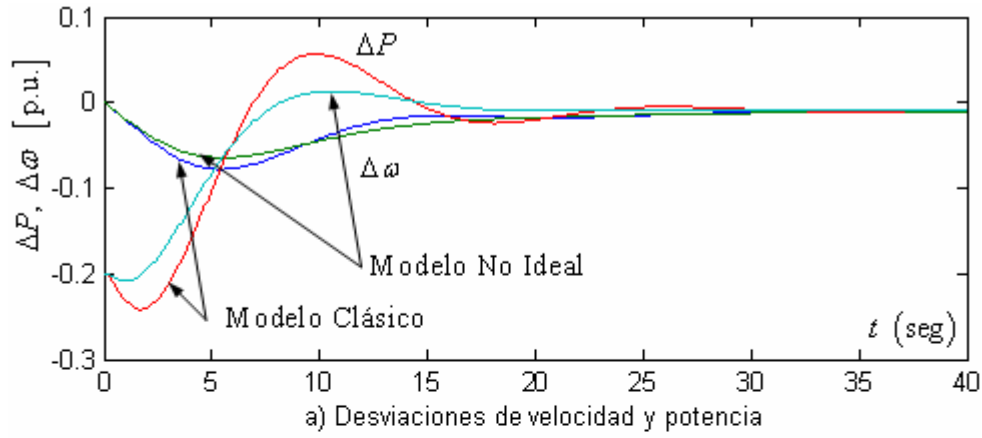


Figura 5-41. Respuesta dinámica del modelo “clásico” y el modelo no ideal



Como se puede apreciar en la figura 5-41 el contar con un modelo más detallado de la turbina ayuda a estimar con más exactitud la respuesta dinámica del sistema en cuestión. El sobrepaso o *overshoot* y el tiempo de establecimiento son considerablemente menores para el modelo no ideal, esto se debe a que el modelo no ideal modela con más detalle las características de la turbina, permitiendo de esta manera obtener resultados más precisos sobre su influencia en la respuesta dinámica.

5.5.2. SIMULACIÓN 2: Respuesta dinámica y estabilidad de sistemas turbina/gobernador de unidades térmicas

En el desarrollo del modelo del LFC de la sección 5.3, se consideró el modelo de una turbina de vapor sin recalentamiento, este modelo es el más simple que puede obtenerse para una turbina. A continuación se evaluará el la estabilidad y la respuesta dinámica del sistema LFC de una unidad que alimenta a una carga aislada bajo un cambio de carga, considerando el modelo simplificado y un modelo detallado de la turbina. El modelo detallado no se desarrollará, y se despreciarán los efectos de la caldera; se refiere a [19, 34, 74, 77] para mayor detalle. La referencia [77] es un documento oficial de IEEE desarrollado por el grupo de trabajo: *IEEE Working Group on Prime Mover and Energy Suply Models for System Dynamic Performance Studies*, proporciona información técnica de las características dinámicas de los primotores y sistemas de suministro de energía que afectan la estabilidad de sistemas de potencia, el autor considera que es de suma importancia que se revise el documento mencionado para mayor profundización.

5.5.2.1. Análisis con modelos simplificados

Las figuras 5-17 y 5-18 presentan los diagramas de bloques el sistema en consideración, para los cuales, las funciones de transferencia de lazo abierto y lazo cerrado son, respectivamente, (5.17) y (5.18). Los parámetros involucrados para la evaluación del modelo, pertenecientes a la referencia [34, 77] son:

$$\tau_T = 0.5 \text{ seg} \quad \tau_g = 0.2 \text{ seg} \quad H = 5 \text{ seg} \quad D = 0.8 \text{ p.u.} \quad (5.82)$$

La evaluación de las ecuaciones (5.17) y (5.18), bajo los parámetros de (5.82), da como resultado las siguientes funciones de transferencia de lazo abierto y lazo cerrado, respectivamente:

$$KG(s)H(s) = \frac{1}{R(10s + 0.8)(1 + 0.2s)(1 + 0.5s)} \quad (5.83)$$

$$\frac{\Delta\Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} = \frac{(1 + 0.2s)(1 + 0.5s)}{(10s + 0.8)(1 + 0.2s)(1 + 0.5s) + \frac{1}{R}} \quad (5.84)$$

A continuación se evaluará el criterio de Routh-Hurwitz y se obtendrá el diagrama de localización de las raíces para encontrar el rango de R para el cual el sistema es estable. La función de transferencia (5.83), para la cual $K = \frac{1}{R}$, se puede escribir como:

$$KG(s)H(s) = \frac{K}{s^3 + 7.08s^2 + 10.56s + 0.8} \quad (5.85)$$

La ecuación característica está dada por:

$$1 + KG(s)H(s) = s^3 + 7.08s^2 + 10.56s + 0.8 + K \quad (5.86)$$

De la expresión (5.86), se obtiene la ecuación característica polinomial para la cual se aplica el criterio de Routh-Hurwitz:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 10.56 \\ s^2 & 7.08 & K + 0.8 \\ s^1 & \frac{73.9648 - K}{7.08} & 0 \\ s^0 & K + 0.8 & 0 \end{array} \quad (5.87)$$

Del criterio de Routh-Hurwitz, (5.87), se establece que:

$$K < 73.9648 \quad K > -0.8 \quad (5.88)$$

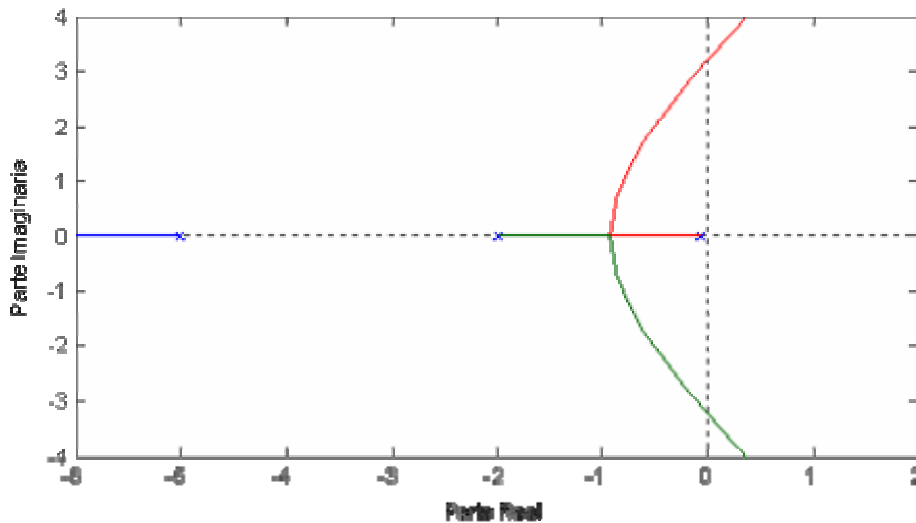
$$R = \frac{1}{K} \rightarrow R > \frac{1}{73.9648} \rightarrow R > 0.0135 \quad (5.89)$$

Para $K = 73.9648$, la ecuación auxiliar de la fila s^2 es:

$$7.08s^2 + 74.7648 = 0 \quad (5.90)$$

El resultado de la ecuación (5.90) son los polos $s = \pm j3.25$, esto significa que para $R = 0.0135$, el sistema es marginalmente estable; esto se puede a la vez deducir del diagrama de localización de las raíces que se presenta en la figura 5-42. El diagrama muestra una intersección en el eje imaginario en $s = \pm j3.25$ para $R = 0.0135$, por lo tanto, el sistema es marginalmente estable; esto confirma los resultados del análisis de Routh-Hourtwitz.

Figura 5-42. Diagrama de Polos y Ceros



Ahora se puede determinar la respuesta dinámica y la desviación de frecuencia del sistema a través de la evaluación de la respuesta de lazo cerrado, para la cual asignaremos un valor tradicional de $R = 0.05$:

$$\frac{\Delta\Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} = \frac{(1+0.2s)(1+0.5s)}{(10s+0.8)(1+0.2s)(1+0.5s)+20} = \frac{0.1s^2+0.7s+1}{s^3+7.08s^2+10.56s+20.8} \quad (5.91)$$

La desviación de frecuencia del sistema se puede evaluar de la ecuación (5.21), considerando que el cambio de carga tiene un valor tradicional de 0.2 p.u.:

$$\Delta\omega_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \Delta\Omega(s) = (-0.2) \left(\frac{1}{20.8} \right) = -0.0096 \text{ p.u.} \quad (5.92)$$

Para simular la respuesta dinámica y corroborar los resultados anteriores se construyó un modelo de bloques de Simulink, el cual se presenta en la figura 5-43. La respuesta dinámica del modelo simplificado se presenta en la figura 5-44. En la figura mencionada es posible notar la diferencia entre el modelo de turbina hidráulica y el actual, de turbina térmica, como se aprecia no se presenta una oposición inicial al cambio de carga. Además, es posible notar que la desviación de frecuencia final es el valor indicado por la ecuación (5.92), la desviación de velocidad adquiere un valor constante debido a que no existe aún un controlador integral que haga el error de velocidad igual a cero. Finalmente, una de las principales diferencias entre los modelos simplificados de turbinas hidráulicas y térmicas: el tiempo de respuesta de las unidades térmicas es significativamente menor; esto es obvio si se toma en cuenta que existe un número menor de constantes de tiempo involucradas en el modelo simplificado de las unidades térmicas.

Figura 5-43. Modelo de Simulink del modelo simplificado de turbinas térmicas

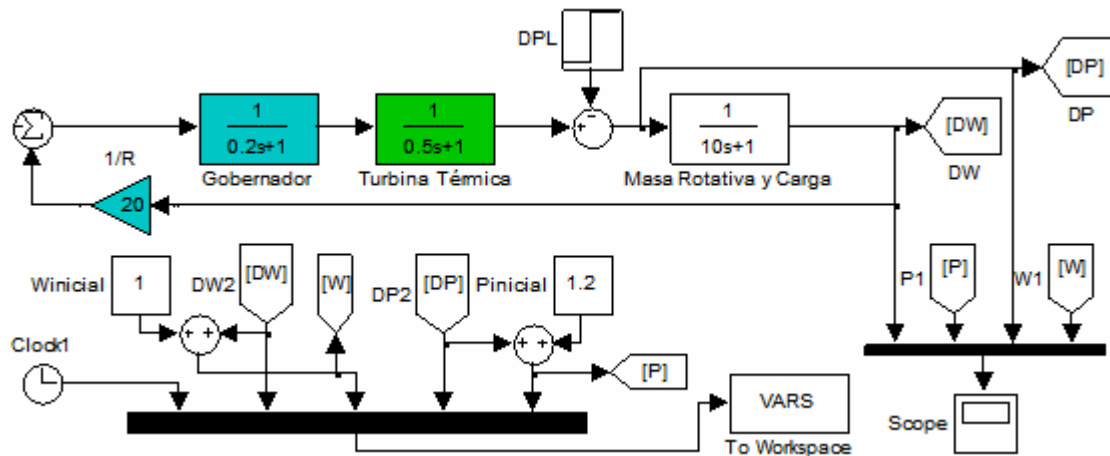
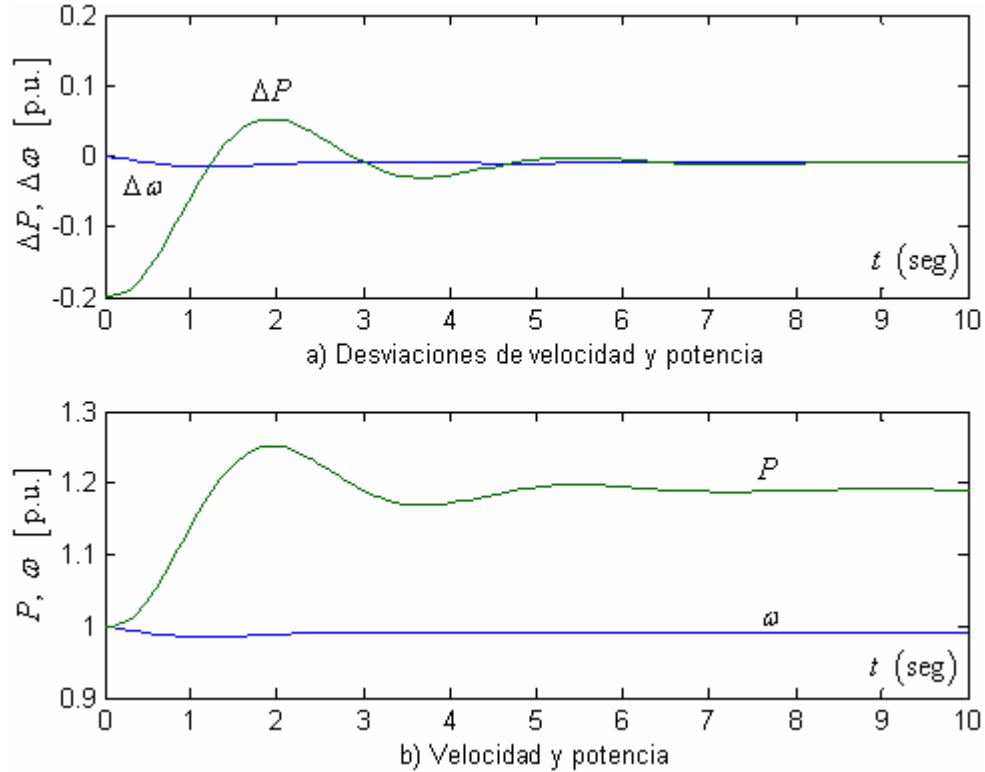


Figura 5-44. Respuesta dinámica del modelo simplificado de turbinas térmicas



5.5.2.2. Análisis con modelos detallados

En esta sección analizará un modelo más detallado de las turbinas térmicas, se evaluará su estabilidad y su respuesta dinámica. El modelo detallado es un modelo genérico para analizar turbinas sin recalentamiento y con recalentamiento, este modelo no será desarrollado, corresponde a la referencia [34] a la cuál se puede acudir para los detalles de su modelación. Existen modelos muy detallados de las turbinas térmicas en los cuales es necesario tomar el cuenta el comportamiento dinámico de las calderas y de las válvulas intermedias, así como de cada una de las etapas de presión, se recomienda al lector consultar la referencia [77] para los detalles de este tipo de modelos. Es importante recalcar que los parámetros utilizados en este análisis son totalmente distintos que los del análisis anterior, por lo que obviamente se trata de otra máquina.

El modelo detallado presentado en [34] incluye la regulación del gobernador y está representado por la siguiente función de transferencia:

$$\frac{\Delta P_m}{\Delta P_g} = \frac{K \left(s + \frac{1}{f_l} \tau_r \right)}{s(s+1/\tau_1)(s+1/\tau_2)(s+1/\tau_3)(s+1/\tau_r)} \quad (5.93)$$

Donde:

$$K = \frac{f_l K_3 C_g}{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4} \quad (5.94)$$

La referencia [34] presenta una tabla que describe los parámetros de las ecuaciones (5.93) y (5.94), y su rango de valores comunes; dicha tabla se resume en la tabla V-I.

Tabla V-I. Parámetros y valores para el modelo detallado

Parámetro	Turbina	Turbina
	Sin Recalentamiento	Con Recalentamiento
C_g $\frac{1}{K}$; Regulación del Gobernador al 5%	20	20
τ_1 Cte. de tiempo del relevador de velocidad	0.08-0.14 seg	0.08-0.18 seg
τ_2 Cte. de tiempo del servomotor	0.15-0.25 seg	0.15-0.30 seg
K_3 Ganancia de la válvula (sin carga)	0.625	0.60-0.80
τ_3 Cte. de tiempo de la válvula	0.05-0.30 seg	0.05-0.40 seg
τ_r Cte. de tiempo de la caldera	–	3.00-11.0 seg
f_l Carga en la turbina de alta presión en p.u.	–	0.20-0.30 seg
τ_4 Tiempo característico de la turbina	6.00-12.0 seg	5-12 seg

Fuente: Anderson, P.M. y Fouad, A.A. *Power system control and stability*. 2 ed. E.E.U.U., 2003.

Debido a que se considera una turbina sin recalentamiento la función de transferencia de la ecuación (5.93) se reduce a:

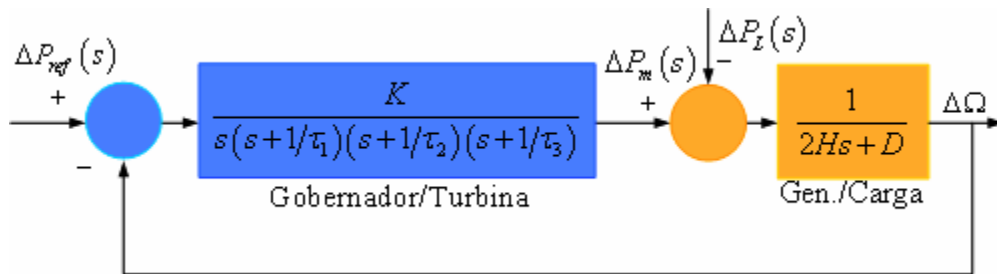
$$\frac{\Delta P_m}{\Delta P_g} = \frac{K}{s(s+1/\tau_1)(s+1/\tau_2)(s+1/\tau_3)} \quad (5.95)$$

La constante K también puede ser rescrita como:

$$K = \frac{K_3 C_g}{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4} \quad (5.96)$$

Tomando en cuenta las ecuaciones (5.95) y (5.96) se puede construir el diagrama de bloques del LFC considerando el modelo detallado de la turbina. El diagrama de bloques que representa tal sistema se describe por la figura 5-45.

Figura 5-45. Diagrama de bloques del LFC detallado



Las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado que representan al sistema de la figura 5-46 están dadas por:

$$KG(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1/\tau_1)(s+1/\tau_2)(s+1/\tau_3)(s+1/\tau_4)(2Hs+D)} \quad (5.97)$$

$$\frac{\Delta\Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} = \frac{s(s+1/\tau_1)(s+1/\tau_2)(s+1/\tau_3)(s+1/\tau_4)}{s(s+1/\tau_1)(s+1/\tau_2)(s+1/\tau_3)(s+1/\tau_4)(2Hs+D)+K} \quad (5.98)$$

Los parámetros a utilizar para la simulación son los siguientes:

$$\begin{aligned} \tau_1 = 0.1 \text{ seg} \quad \tau_2 = 0.2 \text{ seg} \quad \tau_3 = 0.0667 \text{ seg} \\ \tau_4 = 10 \text{ seg} \quad K_3 = 0.625 \quad C_g = 20 \end{aligned} \quad (5.99)$$

Si se sustituyen los valores presentados en (5.99), en las funciones de transferencia (5.97) y (5.98), se obtiene:

$$\begin{aligned} KG(s)H(s) &= \frac{397.5}{s(s+10)(s+5)(s+15)(s+0.1)(10s+1)} \\ &= \frac{397.5}{10s^6 + 302s^5 + 2810.1s^4 + 8053s^3 + 1527.5s^2 + 75s} \end{aligned} \quad (5.100)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\Omega(s)}{-\Delta P_L(s)} &= \frac{s(s+10)(s+5)(s+15)(s+0.1)}{s(s+10)(s+15)(s+5)(s+0.1)(10s+1) + 937.5} \\ &= \frac{10s^6 + 302s^5 + 2810.1s^4 + 8053s^3 + 1527.5s^2 + 75s}{10s^6 + 302s^5 + 2810.1s^4 + 8053s^3 + 1527.5s^2 + 75s + 937.5} \end{aligned} \quad (5.101)$$

Para evaluar la estabilidad del sistema y la respuesta dinámica se obtiene el modelo de bloques de Simulink que se presenta en la figura 5-46. La respuesta dinámica del sistema se presenta en la figura 5-47, de la cuál se puede aseverar que, a pesar de que la respuesta del sistema es lenta, la misma es estable.

Figura 5-46. Modelo de bloques de Simulink para el modelo detallado

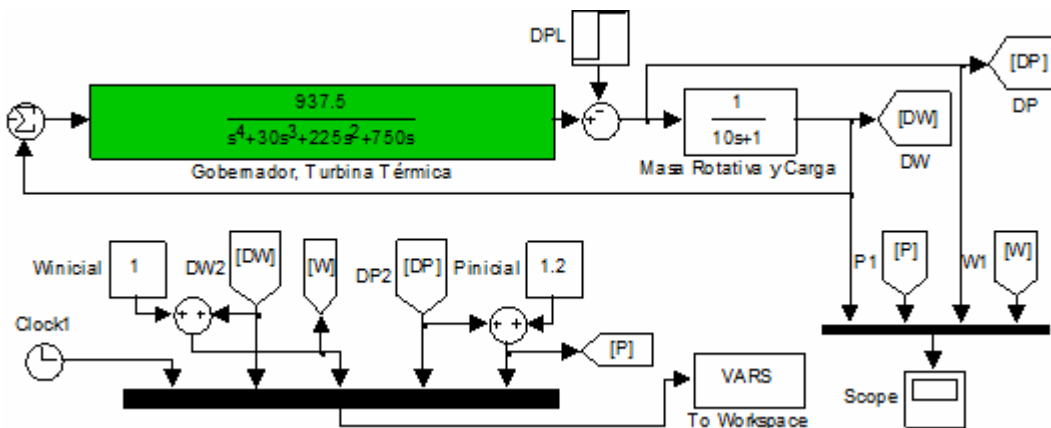
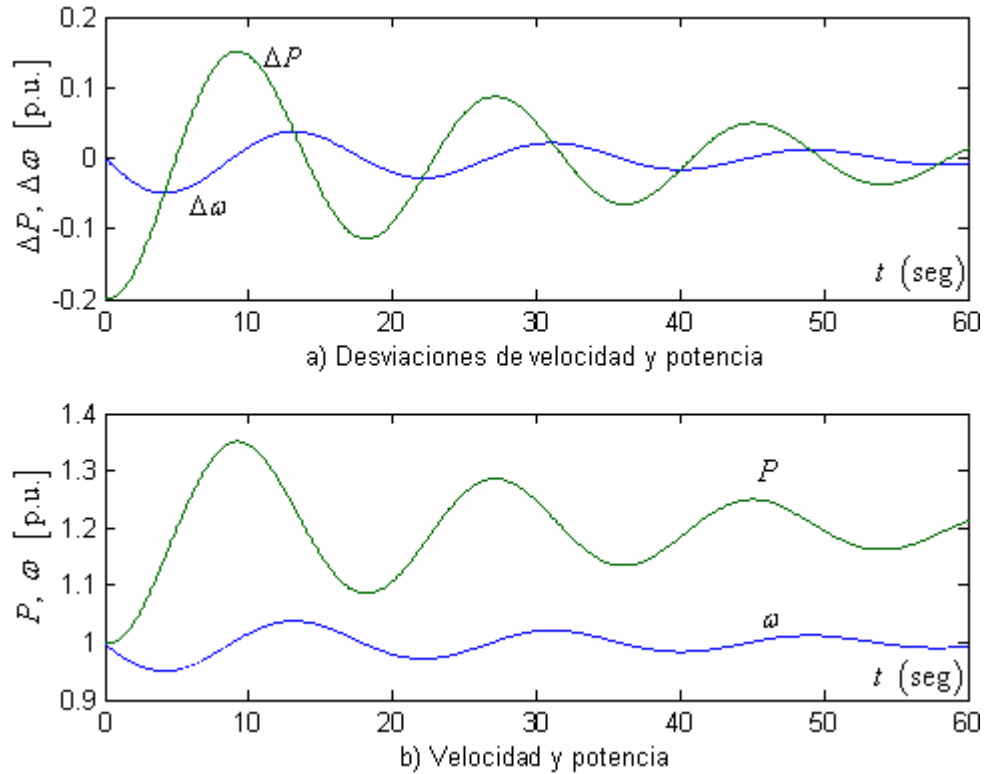


Figura 5-47. Respuesta dinámica del modelo detallado



5.5.3. SIMULACIÓN 3: AGC en sistemas aislados

Esta sección ilustra el efecto de la inclusión de un controlador integral en el lazo de control de frecuencia para hacer que la desviación de velocidad/frecuencia sea cero. La teoría fue descrita detalladamente en la sección 5.4.2.2, en esta sección solamente se evaluará la respuesta dinámica que produce un sistema aislado alimentando a una carga a través de un modelo de bloques de Simulink. Lo más relevante de la simulación es que ayuda a observar claramente la influencia del controlador integral y de la ganancia de integración. Esta última puede ser modificada para mejorar el tiempo de respuesta del sistema, sin embargo, el costo puede ser la inestabilidad del sistema.

En las figuras 5-21 y 5-22 se presenta el diagrama de bloques del sistema bajo análisis. La función de transferencia de lazo cerrado que identifica al sistema está dada por la ecuación (5.37). Los parámetros a utilizar para la simulación del sistema son los siguientes:

$$\tau_T = 0.5 \text{ seg} \quad \tau_g = 0.2 \text{ seg} \quad 1/R = 24 \quad H = 5 \text{ seg} \quad D = 0.8 \text{ p.u.} \quad (5.102)$$

El valor de K_I es variable, con el fin de observar su influencia sobre el sistema.

El modelo de bloques de Simulink elaborado para la simulación del sistema en cuestión se presenta en la Figura 5-48 y su respuesta dinámica se presenta en la figura 5-49 con un ajuste de $K_I = 100\% = 0.75 \text{ p.u.}$. El efecto de la variación de valores de K_I es el que se presentó en la Figura 5-23, el rango de K_I va de 0% a 300%, es obvio que la respuesta del sistema es cada vez más rápida conforme aumenta K_I .

Figura 5-48. Modelo de *Simulink* para el sistema aislado con AGC

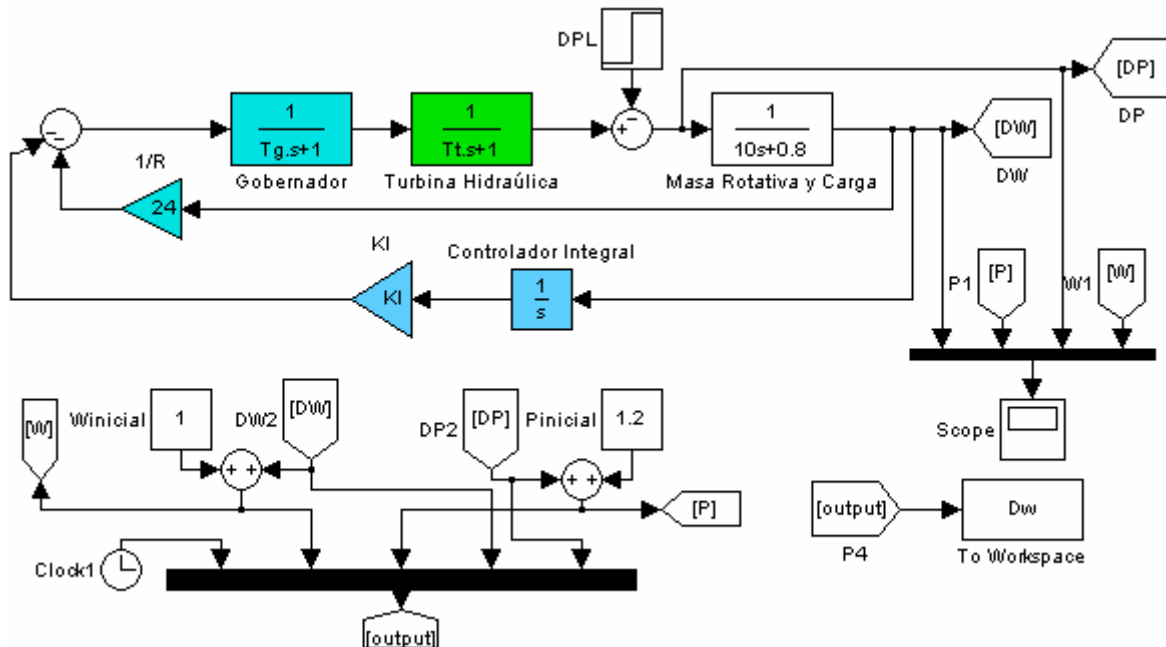
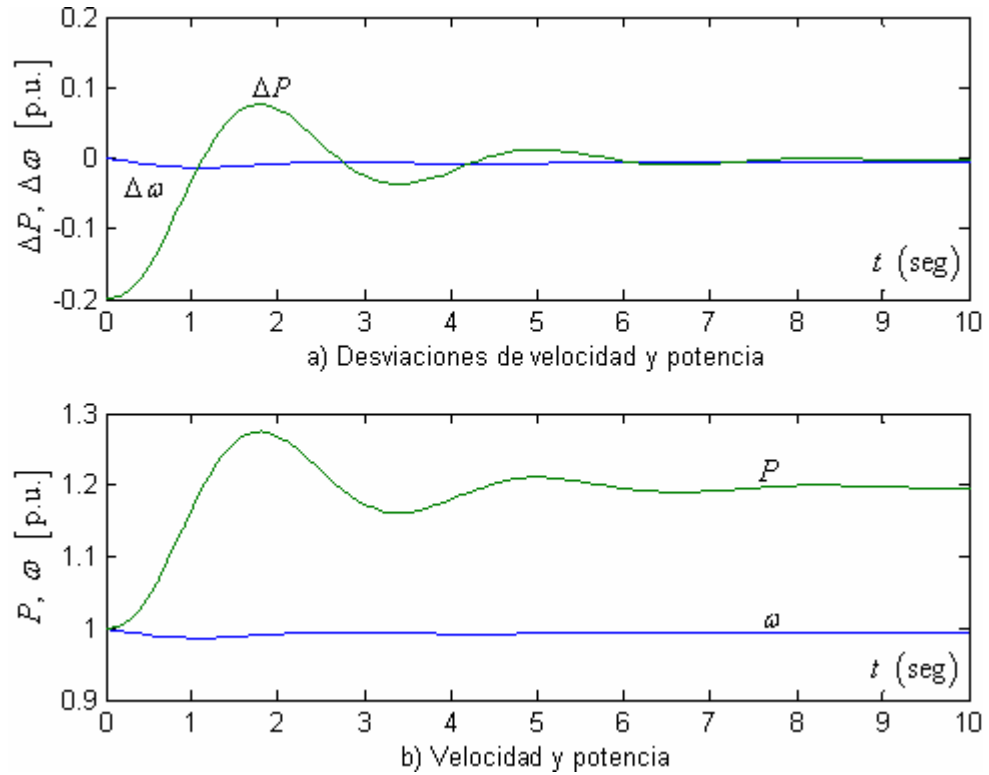


Figura 5-49. Respuesta dinámica del sistema con AGC



Para obtener los resultados de la figura 5-23 y 5-49 se elabora un código que varíe los parámetros de las constantes de tiempo y de la ganancia de integración. Los comentarios sobre el efecto de la constante de integración se realizaron en la sección 5.4.2.2; sin embargo, es necesario recalcar que si se sobrepasa el valor crítico máximo de ésta el sistema será inestable; por el contrario, si el valor es muy pequeño, el resultado será una respuesta mucho más lenta del sistema. De las figuras 5-23 y 5-49 se puede notar que el AGC cumple con su propósito principal manteniendo el error de velocidad (frecuencia) y el error en la desviación de potencia, cercanos de cero. Sin importar el tipo de turbina que se maneje el controlador integral, una vez esté bien ajustado, será siempre fuente de estabilidad y control en el sistema.

5.5.4. SIMULACIÓN 4: sistemas multiáreas

En esta sección se ilustran los fenómenos de intercambio de potencia entre áreas que se presento en la sección 5.4.3.1. El sistema a simular se presenta en la figura 5-26 y su respuesta dinámica se presenta en la figura 5-28. Para la simulación se construyó el modelo de bloques de *Simulink* de la figura 5-50. Los datos necesarios para simular el sistema de dos áreas presentado en la figura 5-26, se presentan en la tabla V-II.

Tabla V-II. Datos para la simulación del sistema de 2 áreas

Variable	Area 1	Area 2
Regulación de velocidad	$R_1 = 0.05$	$R_2 = 0.0625$
Coefficiente de carga	$D_1 = 0.6$	$D_2 = 0.9$
Constante de Inercia	$H_1 = 5$	$H_2 = 4$
Constante del Gobernador	$\tau_{g1} = 0.2$	$\tau_{g2} = 0.3$
Constante de la Turbina	$\tau_{T1} = 0.5$	$\tau_{T2} = 0.6$
Otros datos:		
Coefficiente de poencia sincronizante	$P_s = 2.0$	
Cambio de carga en el área 1	$\Delta P_{L1} = 0.1875$	

Si se toman en cuenta los datos de la tabla 5-2, se puede calcular la desviación de frecuencia de estado estable:

$$\Delta \omega_{ss} = \frac{-\Delta P_{L1}}{\left(\frac{1}{R_1} + D_1\right) + \left(\frac{1}{R_2} + D_2\right)} = \frac{-0.1875}{\left(\frac{1}{0.05} + 0.6\right) + \left(\frac{1}{0.0625} + 0.9\right)} = -0.005 \text{ p.u.} \quad (5.103)$$

Por lo tanto, la desviación de frecuencia en Hertz es:

$$\Delta f = (-0.005)(60) = -0.3 \text{ Hz} \quad (5.104)$$

La nueva frecuencia de estado estable es:

$$f = f_0 + \Delta f = 60 - 0.3 = 59.7 \text{ Hz} \quad (5.105)$$

El cambio en la potencia mecánica de cada área, tomando en cuenta que la potencia base es de 1000 MVA, es:

$$\Delta P_{m1} = -\frac{\Delta \omega}{R_1} = -\frac{-0.005}{0.05} = 0.10 \text{ p.u.} \rightarrow 100 \text{ MW} \quad (5.106)$$

$$\Delta P_{m2} = -\frac{\Delta \omega}{R_2} = -\frac{-0.005}{0.0625} = 0.08 \text{ p.u.} \rightarrow 80 \text{ MW} \quad (5.107)$$

Por lo tanto, el área 1 aumenta la generación en 100 MW y el área 2 en 80 MW a una nueva frecuencia de operación de 59.7 Hz. El cambio total de la generación es de 180 MW, este es menor al cambio de carga de 0.1875 p.u. (187.5 MW) porque el cambio en las cargas de las áreas debido a la caída de la frecuencia, es decir, por el efecto de la sensibilidad de frecuencia, el factor D .

El cambio en la carga del área 1 y en el área 2 son, respectivamente:

$$\Delta P_1 = \Delta \omega D_1 = (-0.005)(0.6) = -0.003 \text{ p.u.} \rightarrow -3.0 \text{ MW} \quad (5.108)$$

$$\Delta P_2 = \Delta \omega D_2 = (-0.005)(0.9) = -0.0045 \text{ p.u.} \rightarrow -4.5 \text{ MW} \quad (5.109)$$

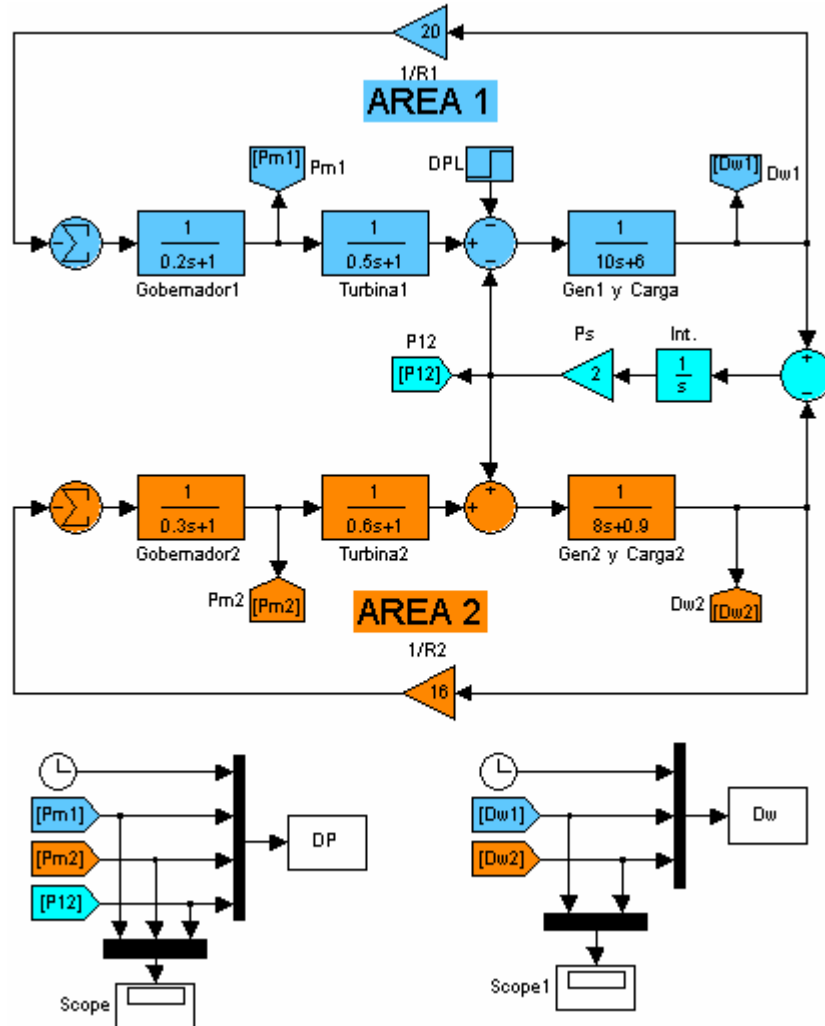
Por lo tanto, el cambio total de carga es -7.5 MW. El flujo de potencia en la línea de enlace está dado por:

$$\Delta P_{12} = \Delta \omega \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right) = -0.005 \left(\frac{1}{0.0625} + 0.9 \right) = 0.0845 \text{ p.u.} \rightarrow -84.5 \text{ MW} \quad (5.110)$$

Esto significa que 84.5 MW fluyen del área 2 al área 1. De estos, 80 MW provienen del aumento de generación en el área 2, y 4.5 MW vienen de la reducción de carga en el área 2 debido a la caída de frecuencia. Estos resultados, corresponden para un nuevo estado estable que se obtiene después de aproximadamente 20 segundos; como se puede verificar en la figura 5-28.

Las observaciones del fenómeno de intercambio de potencias en sistemas multiárea sin AGC fue descrito con detalle en la sección 5.4.3.1.; sin embargo, el diagrama de bloques de *Simulink* de la figura 5-51, construido para simular estos fenómenos, demuestra a través de la figura 5-28, que cuando se produce un cambio de carga en el área 1 se producirá un decaimiento de la frecuencia en el sistema y un intercambio de potencia entre las áreas, a través de la línea de enlace, para balancear la nueva carga a una nueva frecuencia de estado estable, menor que la nominal.

Figura 5-50. Modelo de bloques de *Simulink* para el sistema de 2 áreas



5.5.5. SIMULACIÓN 5: AGC y *tie-line bias control* en sistemas multiáreas

En la simulación anterior el LFC está equipado solamente con el lazo de control primario, el gobernador, un cambio de potencia en el área 1 se sobrepone por medio del aumento de la generación en ambas áreas comunicadas a través de la línea de enlace y bajo un decaimiento de frecuencia. El diagrama de bloques de la figura 5-29 presenta la implementación de la estrategia de control de desviación de frecuencia y potencia en la línea de enlace. La figura 5-51 presenta el modelo de bloques de Simulink que representa al sistema de dos áreas de la figura 5-29; la respuesta dinámica del sistema se presenta en la figura 5-30.

Para la simulación se utilizaron los mismos datos que en la sección anterior, con la diferencia que para este caso es necesario obtener los valores de los factores de *bias* y ajustar las ganancias del controlador integral. Los valores de las ganancias del controlador integral son:

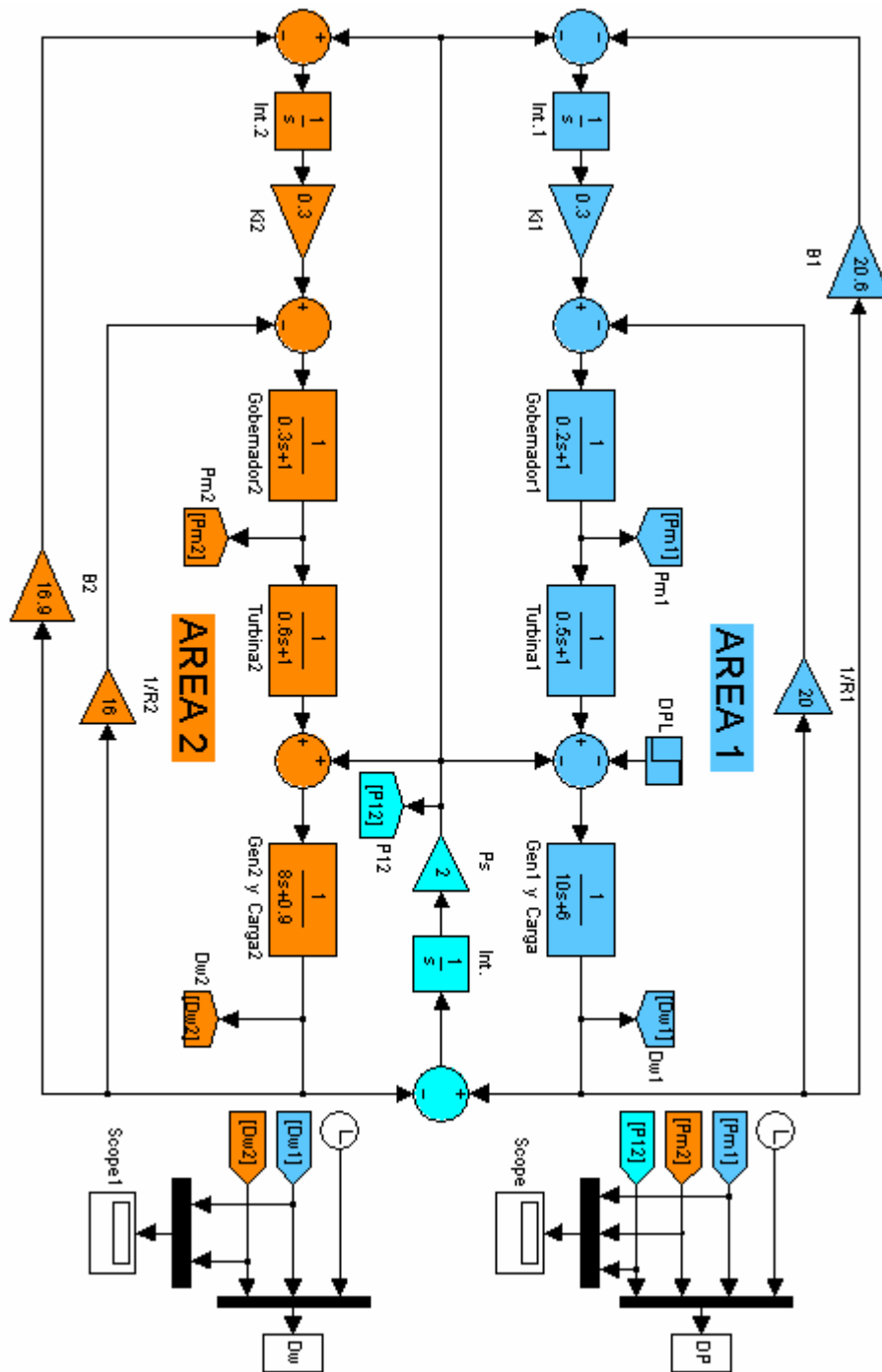
$$K_{I1} = K_{I2} = 0.3 \quad (5.111)$$

Los factores de *bias* están dados por las ecuaciones (5.57) y (5.59), al evaluar dichas ecuaciones se obtiene:

$$B_1 = \frac{1}{0.05} + 0.6 = 20.6 \quad B_2 = \frac{1}{0.0625} + 0.9 = 16.9 \quad (5.112)$$

El diagrama de Simulink de la figura 5-51, construido para la simulación del sistema de dos áreas, demuestra que bajo un cambio de carga en área 1 la desviación de frecuencia regresa a un valor de cero con un tiempo de restablecimiento de aproximadamente 20 segundos. De la misma manera, el cambio de potencia en la línea de enlace se reduce a cero, y el aumento de carga en área 1 es sobrepuesto por el aumento de la generación ΔP_{m1} . Estos resultados se confirman en la figura 5-30.

Figura 5-51. Modelo de bloques de Simulink para el sistema de 2 áreas con AGC



6. SISTEMAS DE CONTROL DE EXCITACIÓN E INTRODUCCIÓN A LOS ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTENCIA

6.1. Introducción

La función básica de un sistema de excitación es la de proveer corriente directa al devanado de campo de una máquina síncrona. Además, el sistema de excitación lleva a cabo funciones de control y protección esenciales para el funcionamiento satisfactorio del sistema de potencia por medio del control del voltaje de campo y, por ende, de la corriente de campo. Las funciones de control incluyen el control del voltaje y la potencia reactiva, también el mejoramiento de la estabilidad del sistema. Las funciones de protección aseguran que los límites de capacidad de la máquina síncrona, el sistema de excitación y otros equipos, no sean excedidos. Los sistemas de excitación de los generadores mantienen la magnitud de voltaje y controlan el flujo de potencia reactiva en el sistema.

Como se anota en el capítulo anterior, un cambio en la demanda de la potencia activa, afecta esencialmente a la frecuencia; mientras que un cambio en la potencia reactiva afecta principalmente la magnitud de voltaje. La interacción entre los controles de voltaje y frecuencia es generalmente débil, lo cual justifica un análisis independiente. Las fuentes de potencia reactiva son generadores, capacitores y reactores. La potencia reactiva de los generadores se controla por medio de los sistemas de control de excitación.

El medio primario para el control de potencia reactiva de los generadores es el sistema de control de excitación utilizando el regulador automático de voltaje AVR (*automatic voltage regulator*). El papel del AVR es mantener la magnitud de voltaje en terminales de un generador síncrono a un nivel específico. Un aumento de la demanda de potencia reactiva está acompañado por una caída de la magnitud de voltaje en las terminales del generador. La magnitud de voltaje es detectada a través de un transformador de potencial en una de las fases de la máquina. El voltaje es rectificado y comparado con una señal de comanda de corriente directa. La señal amplificada de error controla el devanado de campo y aumenta el voltaje en terminales del excitador. Por lo tanto, la corriente del devanado de campo es aumentada, lo cual resulta en un aumento de la FEM generada. La generación de potencia reactiva es aumentada y se alcanza un nuevo equilibrio al mismo tiempo en que se aumenta el voltaje en las terminales a un valor deseado.

El estabilizador de sistemas de potencia es, en ocasiones, utilizado en el lazo de control del AVR para ayudar a amortiguar las oscilaciones de potencia en el sistema. El PSS es típicamente un elemento diferenciador con elementos correctivos de cambio de fase. La señal de entrada puede ser proporcional a la velocidad del rotor, frecuencia de salida del generador o la potencia real de salida del generador.

Este capítulo se ocupa del análisis de las características y del desarrollo de modelos de los diferentes tipos de sistemas de control de excitación; asimismo, se dedica una sección al análisis del PSS y sus modelos. Las simulaciones del capítulo se llevan a cabo utilizando Matlab/Simulink, la *Control Systems Toolbox* de *Mathworks Inc.*, el *software State Space Objet and Functions* y el programa *PST (Power system toolbox)* de *Cherry Tree Scientific Software*.

6.1.1. Requerimientos de los sistemas de control de excitación

Los requerimientos de funcionamiento de los sistemas de excitación están determinados por consideraciones de los generadores síncronos así como de los sistemas de potencia.

Consideraciones de los generadores síncronos: el requerimiento básico es que el sistema de excitación provea y automáticamente ajuste la corriente de campo del generador para mantener el voltaje en terminales a un valor dado cuando la salida varíe entre la capacidad continua del generador. En adición, el sistema de control de excitación debe ser capaz de responder a disturbios transitorios con esfuerzos en el devanado de campo consistentes con las capacidades instantáneas y de corto plazo del generador. Las capacidades del generador están limitadas por varios factores como aislamiento y calentamiento del rotor, calentamiento del estator, etc. Los límites térmicos tienen características dependientes del tiempo, y la capacidad de sobrecarga de corto plazo puede tardar hasta sesenta segundos. Para asegurar la mejor utilización del sistema de excitación, este debe ser capaz de sobreponer las necesidades del sistema tomando las ventajas de corto plazo del generador, sin exceder los límites.

Consideraciones de los sistemas de potencia: desde el punto de vista de los sistemas de potencia, los sistemas de control de excitación deben contribuir al control efectivo del voltaje y a la mejora de la estabilidad del sistema. Debe ser capaz de responder lo suficientemente rápido ante un disturbio para mejorar la estabilidad transitoria, y de modular el campo del generador de manera que se mejore la estabilidad de pequeña señal.

Históricamente, el papel de los sistemas de excitación en mejorar la estabilidad de los sistemas de potencia ha aumentado continuamente. Sistemas de excitación antiguos se controlaban manualmente para mantener el voltaje de terminales y la salida de potencia reactiva. Cuando el control de voltaje fue automatizado por primera vez, era muy lento, y solamente reemplazaba a un operario. En los inicios de la década de 1920, se reconoció el potencial para mejorar la estabilidad de pequeña y gran señal a través del uso de reguladores continuos y de respuesta rápida. De ese punto en adelante se presta gran atención al diseño y desarrollo de los sistemas de excitación, por lo que estos sistemas se mantienen en una constante evolución. En los inicios de la década de 1960, el papel de los sistemas de excitación se expandió por medio de la suma de señales auxiliares de estabilización; además a la señal de error de voltaje en terminales, para amortiguar oscilaciones del sistema por medio del control del voltaje de campo. Esta parte del sistema de control de excitación se refiere como el estabilizador de sistemas de potencia, PSS (*power system stabilizer*). Sistemas de excitación modernos son capaces de proveer prácticamente una respuesta inmediata con altos voltajes de límite. La combinación de una alta capacidad de esfuerzo de los devanados de campo y el uso de señales auxiliares de estabilización, contribuye sustancialmente a la mejora de la respuesta dinámica general de los sistemas.

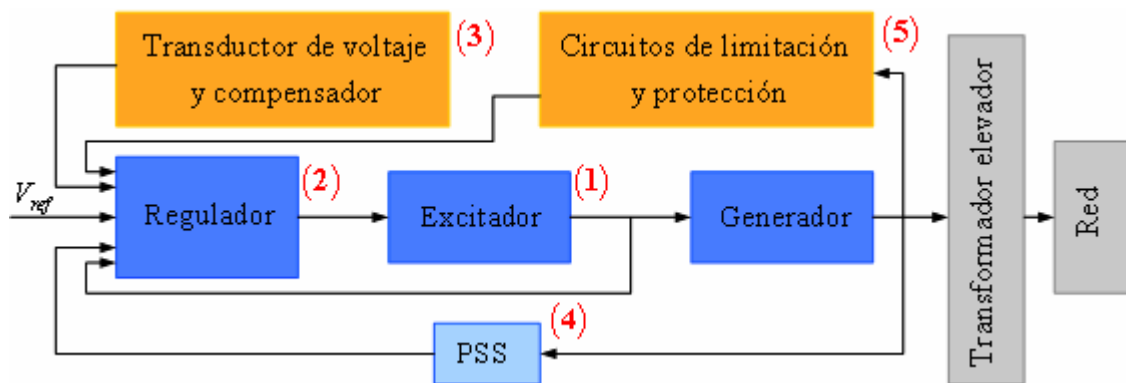
Para satisfacer los papeles mencionados anteriormente de manera satisfactoria, el sistema de excitación debe satisfacer los siguientes requerimientos:

- ✓ Satisfacer un criterio de respuesta especificado.
- ✓ Proveer funciones de limitación y protección, requeridas para prevenir el daño del generador y otros equipos.
- ✓ Satisfacer requerimientos específicos de flexibilidad en la operación.
- ✓ Satisfacer la fiabilidad y disponibilidad, por medio de la incorporación de detección de fallas internas y capacidad de aislamiento.

6.1.2. Elementos de los sistemas control de excitación

La figura 6-1 presenta un diagrama funcional de un sistema de control de excitación típico para un generador síncrono de gran dimensión. A continuación describen varios de los varios subsistemas identificados en la figura.

Figura 6-1. Diagrama funcional del sistema de excitación de un generador



- (1) **Excitador:** provee potencia de corriente directa al devanado de campo de la máquina síncrona, constituyendo la etapa de potencia del sistema de excitación.
- (2) **Regulador:** procesa y amplifica las señales de control a un nivel y de forma apropiada. Incluye la regulación y las funciones de estabilización del sistema de excitación (razón de retroalimentación y compensación de adelanto-retraso).
- (3) **Transductor de voltaje en terminales y compensador de carga:** monitorea, rectifica y filtra el voltaje en terminales a una cantidad en corriente directa, luego lo compara con el voltaje de referencia. Además, la compensación de carga puede utilizarse para mantener el voltaje constante a un punto remoto, eléctricamente, de las terminales del generador.

- (4) **Estabilizador de sistemas de potencia (PSS):** provee una señal adicional de entrada al regulador para amortiguar las oscilaciones del sistema de potencia. Algunas señales comúnmente utilizadas son: la desviación de la velocidad del rotor, potencia de aceleración y la desviación de frecuencia.
- (5) **Circuitos limitadores y de protección:** éstos incluyen un amplio rango de funciones de control y protección que aseguran que los límites de capacidad del excitador y del generador síncrono no sean excedidos. Algunas funciones comúnmente utilizadas son: limitación de la corriente de campo, limitación de excitación máxima, limitación de voltaje en terminales, protección de voltios por hertzios, y limitación de subexcitación. Estos son normalmente circuitos distintos y sus señales de salida pueden ser aplicadas al sistema de excitación en varios puntos.

6.2. Tipos de sistemas de control de excitación, definiciones y funciones de control y protección

6.2.1. Tipos de sistemas de control de excitación

Los sistemas de excitación pueden ser clasificados de acuerdo con la fuente primaria de potencia de excitación en las siguientes categorías:

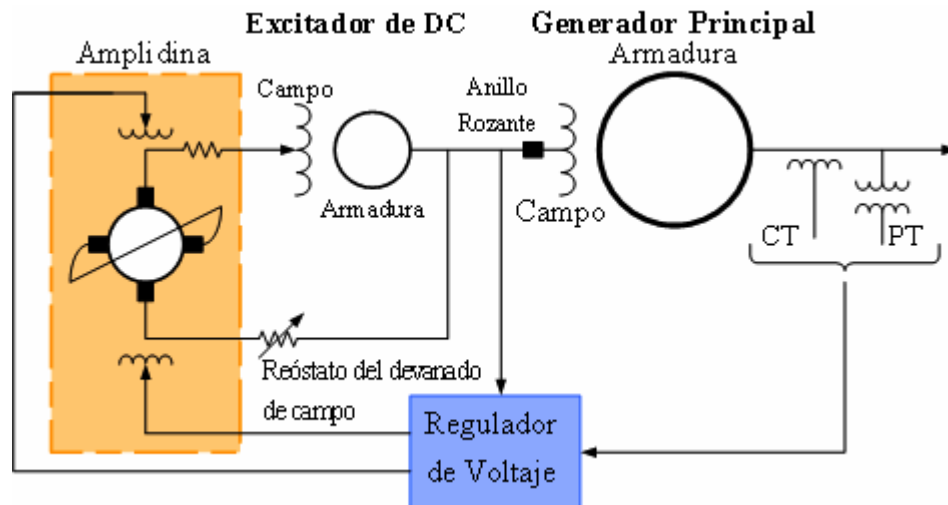
- ✓ Sistemas de excitación de corriente directa (dc).
- ✓ Sistemas de excitación de corriente alterna (ac).
- ✓ Sistemas de excitación estáticos.

A continuación se provee una descripción de las categorías anteriores de sistemas de control de excitación, las diferentes formas que adquieren y su estructura general.

6.2.1.1. Sistemas de excitación de corriente directa (dc)

Los sistemas de excitación de esta categoría utilizan generadores de corriente directa como fuentes de potencia de excitación y proveen corriente al rotor de la máquina síncrona a través de anillos rozantes. El excitador puede ser manejado por un motor o por el eje del generador. Puede ser auto excitado o con excitación independiente. Cuando tiene excitación independiente, el campo del excitador se provee por medio de un excitador piloto que está compuesto por un generador de imanes permanentes. Los sistemas de excitación de corriente directa representan a los sistemas primitivos que se utilizaban en el período de 1920 a 1960. Estos se empezaron a reemplazar por excitadores de corriente alterna en los principios de la década de 1960, sin embargo, aún se encuentran algunos en uso en generadores muy antiguos.

Figura 6-2. Sistema de excitación de DC



Los reguladores de voltaje para este tipo de sistemas varían desde sistemas primitivos de acción no continua de tipo reostático hasta los últimos sistemas de este tipo que estaban constituidos de varias etapas de amplificadores magnéticos y amplificadores rotativos. Los sistemas de excitación de corriente directa están desapareciendo gradualmente debido a que muchos de los sistemas antiguos se están reemplazando por sistemas de corriente alterna o sistemas estáticos. En algunos casos, solamente los reguladores de voltajes han sido reemplazados por reguladores electrónicos modernos de estado sólido. Sin embargo, debido a que aún existe un número considerable de excitadores de corriente directa en servicio, se hace necesario su modelado matemático en estudios de estabilidad.

La figura 6-2 muestra una representación esquemática simplificada de un sistema de excitación típico con una amplidina como regulador de voltaje. Consiste de un excitador de dc conmutable que provee de corriente directa al devanado de campo del generador principal a través de anillos rozantes. El campo de excitación está controlado por la amplidina.

Una amplidina es una clase especial de amplificador rotativo que se conoce como metadina. Es una máquina de dc de construcción especial que tiene dos juegos de escobillas separadas 90° eléctricos, un juego se encuentra en el eje d y el otro juego se encuentra en el eje q . Los devanados de control de campo están ubicados en el eje d . Un devanado de compensación en serie con el devanado del eje d produce una cantidad de flujo igual y opuesta a la corriente de armadura del eje d , por lo tanto, se cancela la retroalimentación negativa de la acción de armadura. Las escobillas en el eje q son recortadas, y se requiere de muy poca potencia en los devanados de control de campo para producir una corriente de alta magnitud en el eje q .

La corriente de eje q produce el campo magnético principal, y la potencia requerida para sostener la corriente del eje q se provee mecánicamente por el motor que es manejado por la amplidina. El resultado es un artefacto con amplificación de potencia del orden de 10,000 a 100,000 y una constante de tiempo entre 0.2 y 0.25 segundos.

6.2.1.2. Sistemas de excitación de corriente alterna (ac)

Con el advenimiento de la tecnología de estado sólido y la disponibilidad de rectificadores confiables de alta corriente, emergió otro tipo de sistema de excitación. Los sistemas de excitación de corriente alterna utilizan alternadores (generadores de ac) como fuentes de potencia para el generador primario. Usualmente, el excitador está en el mismo eje que el primotor. La salida de corriente alterna del excitador es rectificadora por rectificadores (controlados o no controlados por compuerta) para producir la corriente directa necesaria para el devanado de excitación del generador principal.

Los rectificadores pueden ser estacionarios o rotativos. Los primeros sistemas de excitación de ac utilizaban una combinación de amplificadores magnéticos y estáticos como AVR. Los sistemas modernos utilizan reguladores de amplificadores electrónicos, es decir de estado sólido, cuya respuesta global es bastante rápida.

Los sistemas de excitación de corriente alterna pueden tomar muchas formas dependiendo del arreglo de rectificadores, el método de control de la salida del excitador y la fuente de excitación para el excitador. Las siguientes categorías describen a los sistemas de excitación según su arreglo de rectificadores.

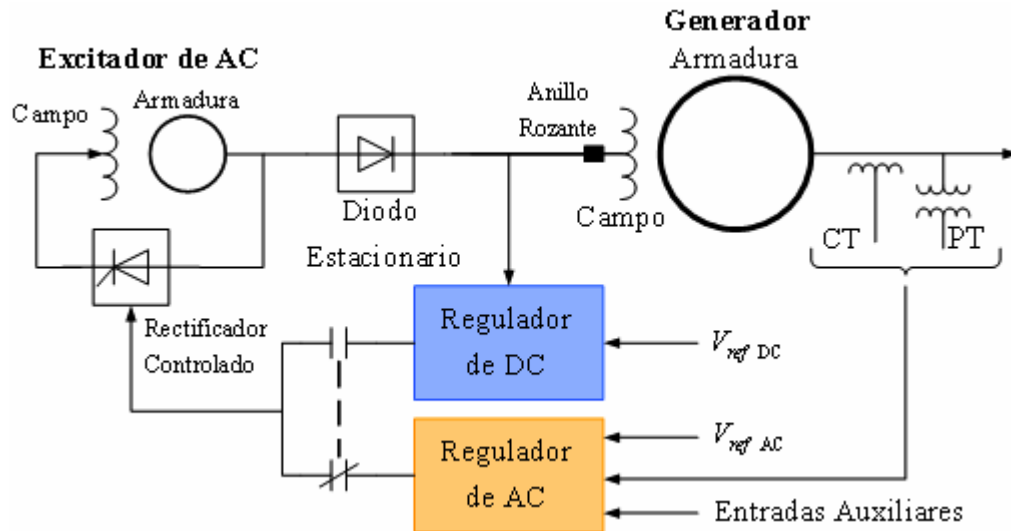
6.2.1.2.1. Sistemas de excitación de corriente alterna con rectificadores estacionarios

Cuando se utilizan rectificadores estacionarios, la salida de corriente directa es alimentada al devanado de excitación del generador principal a través de anillos rozantes. Cuando se utilizan rectificadores no controlados, el regulador (AVR) controla el devanado de campo del excitador de corriente alterna, al mismo tiempo que el excitador de ac controla el voltaje de salida del excitador. La compañía General Electric fue la primera en poner en práctica este tipo de sistemas a través de su sistema de excitación ALTERREX [34], generalmente denominado como *sistema de control excitación campo por medio de rectificadores*, éste se presenta en la figura 6-3. En el sistema mostrado, el excitador del alternador (que es en sí la fuente de excitación del excitador del generador primario) es manejado desde el rotor del generador. El excitador en si mismo es autoexcitado, su potencia es alimentada al devanado de campo a través de rectificadores de tiristores. El regulador de voltaje, obtiene su potencia de la salida de voltaje del excitador.

Una forma alternativa del sistema de control de excitación de campo por medio de rectificadores utiliza un excitador piloto como fuente de excitación del devanado de campo. Cuando se utilizan rectificadores controlados, el regulador controla directamente la salida de voltaje de corriente directa del excitador. La figura 6-4 presenta al diagrama unifilar del *sistema de control de excitación de ac alimentado por rectificadores controlados*, y corresponde también al sistema ALTERREX de General Electric. En este sistema la salida del alternador es rectificada y conectada al campo del generador por medio de anillos rozantes. El excitador del alternador está autoexcitado en paralelo y es controlado electrónicamente por medio del ajuste del ángulo de disparo de los tiristores, que generalmente son SCR's.

Este utiliza una fuente independiente de voltaje para mantener su voltaje de salida. Debido a que los tiristores controlan directamente la salida del excitador, la respuesta general de sistema es muy veloz.

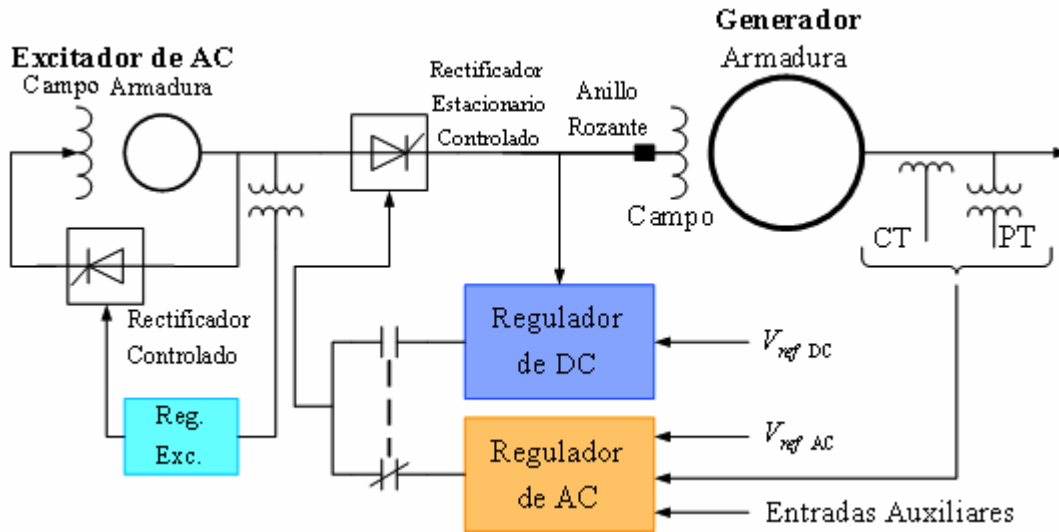
Figura 6-3. Sistema de excitación de ac de rectificadores



Fuente: Anderson, P.M. y Fouad, A.A. *Power system control and stability*. 2 ed. E.E.U.U., 2003.

Como se muestra en las figuras 6-3 y 6-4, se proveen de dos sistemas independientes de regulación: el regulador de ac que mantiene automáticamente el voltaje de las terminales del estator a un valor deseado correspondiente a la referencia de corriente alterna, y el regulador de dc que mantiene constante el voltaje del devanado de campo del generador determinado por la referencia de corriente directa. El regulador de corriente directa y el control manual, también se proveen para situaciones donde el regulador de corriente alterna tiene fallas o necesita ser deshabilitado. Las señales de entrada al regulador de corriente alterna incluyen entradas auxiliares que proveen control adicional y funciones de protección.

Figura 6-4. Sistema de excitación de ac de rectificadores controlados



Fuente: Anderson, P.M. y Fouad, A.A. *Power system control and stability*. 2 ed. E.E.U.U., 2003.

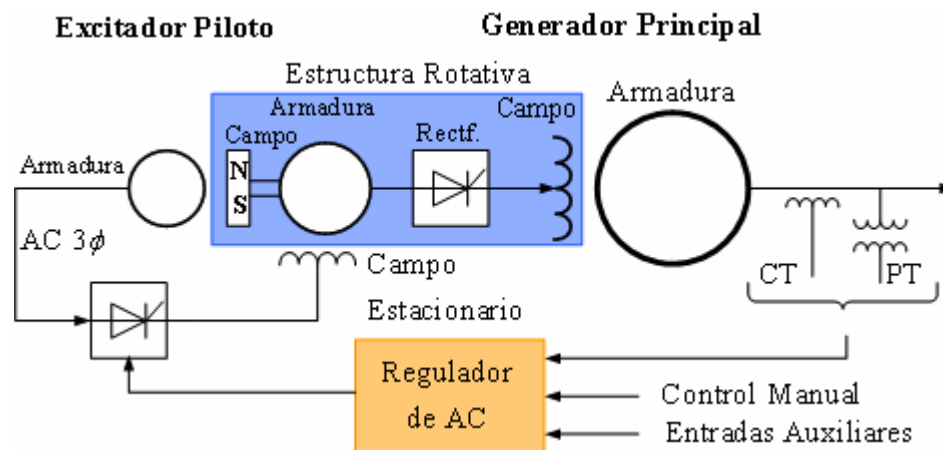
6.2.1.2.2. Sistemas de excitación de corriente alterna con rectificadores rotativos

El uso de rectificadores rotativos permite prescindir de las escobillas y anillos rozantes que se utilizan en sistemas estáticos pues los rectificadores están rotando con el eje. Este sistema se presenta en la Figura 6-5, su construcción hace necesario el uso de un excitador piloto, el cuál tiene un rotor de imanes permanentes, este rota con la armadura de la excitatriz de corriente alterna y los rectificadores para proveer de corriente al devanado estacionario del excitador de corriente alterna; esto significa que la salida rectificada del excitador piloto energiza el campo estacionario del excitador de corriente alterna. Por lo tanto, todo el acoplamiento entre las componentes estacionarias y rotativas es electromagnético. Se debe notar que esta característica imposibilita la medición de cualquiera de las variables de campo del generador de manera directa ya que estas componentes están moviéndose con el rotor y no existen anillos rozantes.

El regulador de voltaje controla el devanado de excitación del excitador de corriente alterna, este a su vez controla el devanado de campo del generador principal. Un sistema como el mencionado se refiere como *sistema de excitación sin escobillas*. Fue desarrollado para eludir los problemas derivados del uso de escobillas que fueron percibidos cuando se alimentaron altas corrientes a los devanados de campo de generadores de gran dimensión.

En estos sistemas, una respuesta dinámica rápida se puede alcanzar por medio de un diseño especial del excitador de corriente alterna, que consiste en excitadores que operan a frecuencia mayores que la frecuencia del generador, y un esfuerzo de alta tensión del campo estacionario del excitador. Estos sistemas también proveen de control manual del voltaje del generador principal por medio de una comanda ajustable de corriente directa en los circuitos de compuerta de tiristores.

Figura 6-5. Sistema de excitación sin escobillas

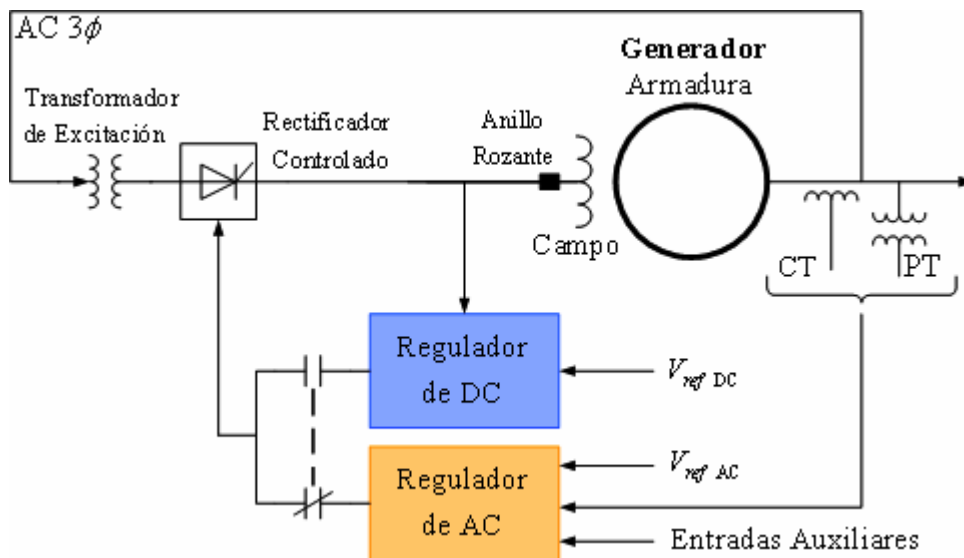


6.2.1.3. Sistemas de excitación estáticos

Todos los componentes en estos sistemas son estáticos o estacionarios. Los rectificadores estáticos, controlados o no controlados, proveen corriente de excitación directamente al devanado de campo del generador síncrono principal a través de anillos rozantes.

El suministro de potencia para estos rectificadores proviene del generador principal, o de las barras auxiliares de la subestación, a través de un transformador que reduce el voltaje a un nivel adecuado, o en otras ocasiones desde devanados auxiliares del generador. A continuación se describen las diferentes categorías de este tipo de sistemas.

Figura 6-6. Sistema de excitación de fuente de potencial controlada y rectificadores controlados



6.2.1.3.1. Sistemas de excitación de fuente de potencial y rectificadores controlados

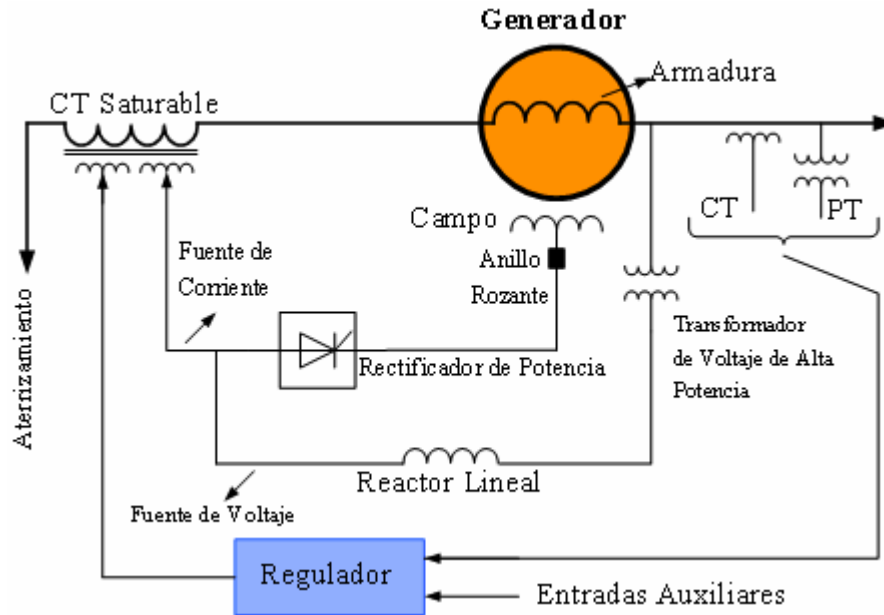
En estos sistemas la potencia de excitación se provee a través de transformadores desde las terminales del generador principal o desde las barras auxiliares de la subestación, y son regulados por medio de rectificadores controlados. Este tipo de sistema también se conoce como **sistema estático alimentado por barras o sistema estático alimentado por transformadores**.

Una de las particularidades de este sistema es que tiene una constante de tiempo muy pequeña. El voltaje máximo de salida del excitador es, sin embargo, dependiente de la entrada de corriente alterna. De aquí parte la razón de que el voltaje máximo del excitador se reduce durante condiciones de falla, pues existe un voltaje menor en las terminales del generador. Esta limitación del sistema de excitación es superada casi completamente gracias a su respuesta instantánea y a la alta capacidad de esfuerzos post-falla del devanado de campo. Además, el sistema es poco costoso y de fácil mantenimiento, lo que los hace comunes en sistemas de potencia de gran dimensión. El diagrama representativo de este sistema se presenta en la Figura 6-6.

6.2.1.3.2. Sistemas de fuente compuesta y rectificadores

La potencia para el sistema de excitación, en este caso, está provista por la utilización de tanto la corriente como el voltaje de las terminales del generador principal. Esto se lleva a cabo por medio de un transformador de voltaje de alta potencia o PPT (*power potential transformer*) y un transformador de corriente de núcleo saturable o SCT (*saturable-current transformer*), como se describe en la figura 6-7.

Figura 6-7. Sistema de excitación de fuente compuesta y rectificadores no controlados



Alternativamente, las fuentes de voltaje y corriente pueden ser combinadas por medio de la utilización de un único transformador de excitación que provee tanto transformación de corriente (permitiendo saturación) y de voltaje conocido como SCPT, acrónimo del inglés de *saturable-current potential transformer*.

El regulador controla la salida del excitador a través de la saturación del transformador de excitación. Cuando el generador no está alimentando una carga, la corriente de armadura es cero y la fuente de potencial alimenta totalmente al sistema de excitación. Bajo condiciones de carga, una parte de la potencia de excitación se provee desde la corriente del generador. Durante condiciones de falla del sistema, con depresiones severas en el voltaje en terminales del generador, la entrada de corriente permite al excitador proveer una alta capacidad de esfuerzo del devanado de campo.

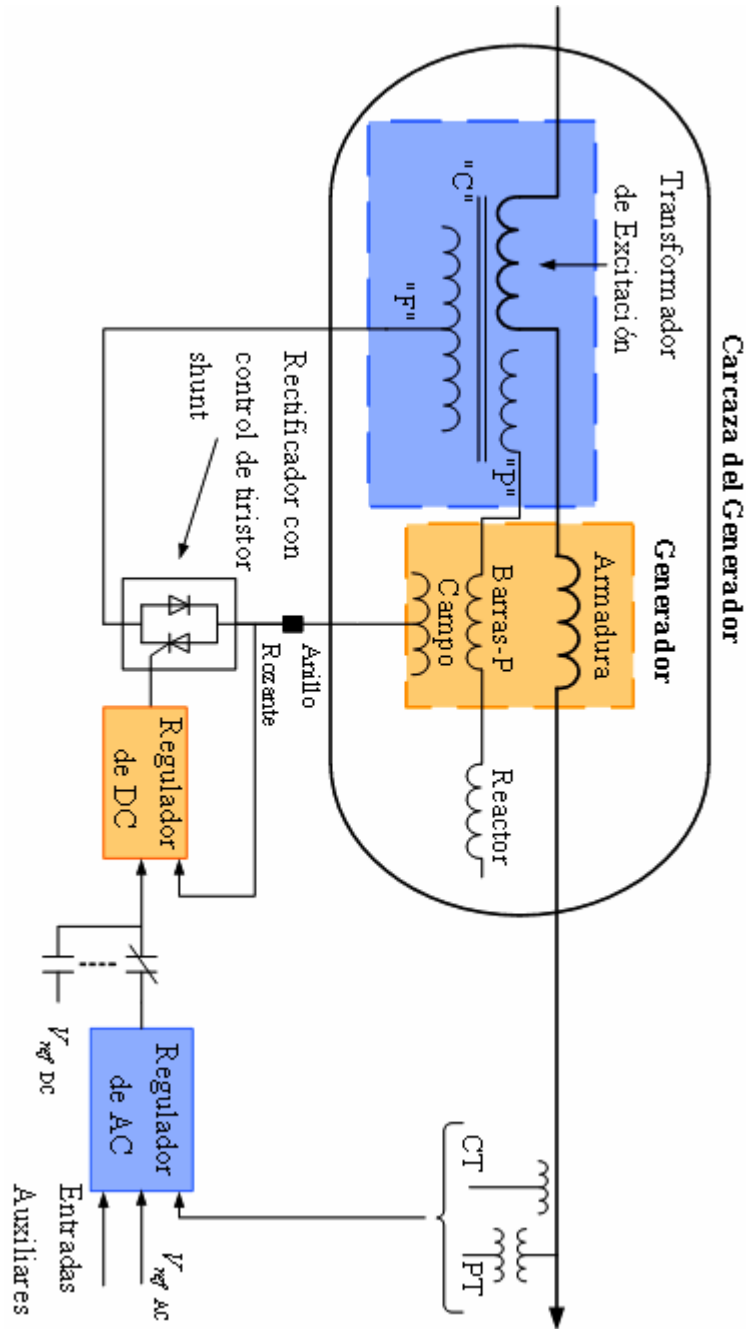
Los sistemas de fuente compuesta y rectificadores controlados utilizan rectificadores controlados en la salida del excitador y la composición de fuentes de voltaje y corriente dentro del generador del estator para proveer la potencia de excitación de la máquina. El resultado de dicha configuración es una respuesta muy rápida del sistema y una alta capacidad de esfuerzo.

La figura 6-6 presenta el diagrama simplificado de este tipo de sistema, representativo del sistema GENERREX [19] de General Electric Co. La fuente de voltaje está formada por un conjunto de devanados trifásicos incorporados en tres ranuras del estator del generador y un reactor lineal en serie. La fuente de corriente se obtiene de transformadores de corriente montados en la terminal neutral de los devanados del estator. Estas fuentes se combinan por el principio de transformación y la salida resultante de corriente alterna se rectifica por medio de semiconductores de potencia estacionarios. El medio de control se provee por una combinación de diodos y tiristores conectados a un tipo de puente en paralelo.

Un regulador estático de corriente alterna controla los circuitos de disparo de los tiristores y de esta manera regula la excitación hacia el devanado de campo del generador. El transformador de excitación consiste de tres unidades monofásicas con tres devanados: devanados primarios de corriente (“C”) y de voltaje (“P”); y un devanado secundario de salida (“F”). Durante condiciones de falla, la corriente fluya a través de el devanado “C” del transformador de excitación, lo cual provee la capacidad de esfuerzo del devanado de campo cuando el voltaje en terminales decae.

El reactor realiza dos funciones: contribuir a la característica deseada de composición del sistema de excitación y a la reducción de corrientes de falla que se dieran en el mismo sistema de excitación. Los transformadores de excitación y reactores están contenidos en un domo de excitación sobre la carcasa del generador, formando una parte integral de la misma.

Figura 6-8. Sistema de excitación de fuente compuesta y rectificadores controlados



Fuente: Kundur, Prabha. *Power System Stability and Control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill.

6.2.1.4. Desarrollos recientes y prácticas futuras

Los avances en los sistemas de control de excitación a través de los últimos 30 años han sido influidos por el desarrollo de la electrónica de estado sólido. El desarrollo en circuitos análogos integrados ha hecho posible la implementación de estrategias de control muy complejas. El desarrollo más reciente en los sistemas de excitación ha sido la introducción de tecnología digital. Los tiristores continúan siendo utilizados para la etapa de potencia. Las funciones de control, protección y lógica han sido implementadas digitalmente, esencialmente duplicando las funciones que previamente brindaban los circuitos analógicos.

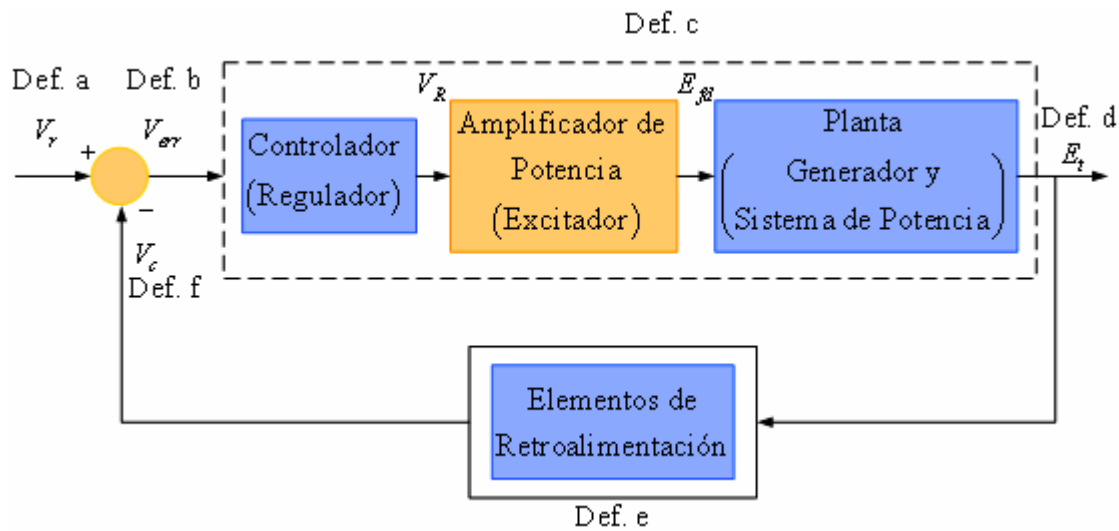
Los controles digitales seguirán siendo comunes en el futuro pues proveen una alternativa más económica y posiblemente más confiable que los circuitos analógicos. Tienen la ventaja adicional de ser más flexibles, permitiendo la implementación sencilla de estrategias de control más complejas, y la posibilidad de interfaces con otros controles y funciones de protección del generador.

6.2.2. Definiciones de los sistemas de control de excitación

La efectividad de un sistema de excitación en el mejoramiento de la estabilidad de los sistemas de potencia está determinada por sus características clave. A continuación se identifican y definen variables de funcionamiento que determinan estas características y sirven como base de la evaluación y especificación del funcionamiento de los sistemas de excitación.

La referencia [34] en el Apéndice E presenta detalladamente las definiciones de los sistemas de control basadas de la norma IEEE Std. 115. La figura 6-9 presenta el diagrama de bloques general de los sistemas de excitación en la forma clásica de describir los sistemas de control retroalimentados.

Figura 6-9. Diagrama de bloques del sistema de control de excitación



En la figura 6-9 aparece acompañando a cada elemento básico la asignación de una definición, estas se resumen a continuación:

Definición a (Def. a): señal de referencia. Señal externa al lazo de control que sirve como estándar de comparación para la variable directamente controlada.

Definición b (Def. b): señal actuante. Es la suma algebraica entre la señal de referencia y la señal de retroalimentación.

Definición c (Def. c): elementos de adelanto. Estos elementos están situados entre la señal actuante y la variable controlada en la configuración de lazo cerrado.

Definición d (Def. d): variable (directamente) controlada. En un lazo de control, es la variable cuyo valor es monitoreado para originar una señal de retroalimentación

Definición e (Def. e): elementos de retroalimentación. En un sistema de control estos elementos cambian la señal de retroalimentación en respuesta a la variable directamente controlada.

Definición f (Def. f): señal de retroalimentación. Señal de retorno que resulta de la señal de referencia.

El desempeño de un sistema de control de excitación depende de las características del sistema de excitación, del generador, y del sistema de potencia. Dado que los sistemas de potencia son no lineales, es conveniente clasificar su funcionamiento dinámico en dos categorías: desempeño dinámico de gran señal y desempeño dinámico de pequeña señal.

Para el desempeño dinámico de gran señal las no linealidades del sistema son sumamente significativas, mientras que para el desempeño de pequeña señal, la respuesta es aproximadamente lineal.

6.2.2.1. Desempeño dinámico de gran señal

Las mediciones de desempeño dinámico de gran señal proveen de un medio para evaluar el desempeño del sistema de excitación para transitorios severos tales como aquellos encontrados en los problemas de estabilidad transitoria, estabilidad de mediano plazo y estabilidad de largo plazo en sistemas de potencia. Estas mediciones están basadas en las variables definidas a continuación. Para permitir la máxima flexibilidad en el diseño, manufactura, y aplicación del equipo de excitación, algunas de estas variables están definidas para condiciones específicas, estas condiciones pueden ser especificadas según sea apropiado para cada situación específica.

- ✓ **Voltaje máximo del sistema de excitación:** máximo voltaje directo que el sistema de excitación es capaz de administrar desde sus terminales bajo condiciones específicas. El voltaje máximo es un indicador de la capacidad de esfuerzo de campo del sistema de excitación; los voltajes máximos muy altos tienden a mejorar la estabilidad transitoria (o de gran señal). Para sistemas de excitación estáticos de fuente de potencia y fuente compuesta, cuya fuente depende del voltaje y corriente del generador, el voltaje máximo está definido a un voltaje y corriente específico. Para sistemas de excitación con excitadores rotativos, el voltaje máximo está determinado a la velocidad nominal.
- ✓ **Corriente máxima del sistema de excitación:** máxima corriente directa que el sistema de excitación es capaz de administrar desde sus terminales para un tiempo específico. Cuando las perturbaciones prolongadas son de preocupación, la corriente máxima se basa en el esfuerzo térmico máximo del sistema de excitación.
- ✓ **Respuesta del voltaje del sistema de excitación en el dominio del tiempo:** el voltaje de salida del sistema de excitación como función del tiempo bajo condiciones específicas.

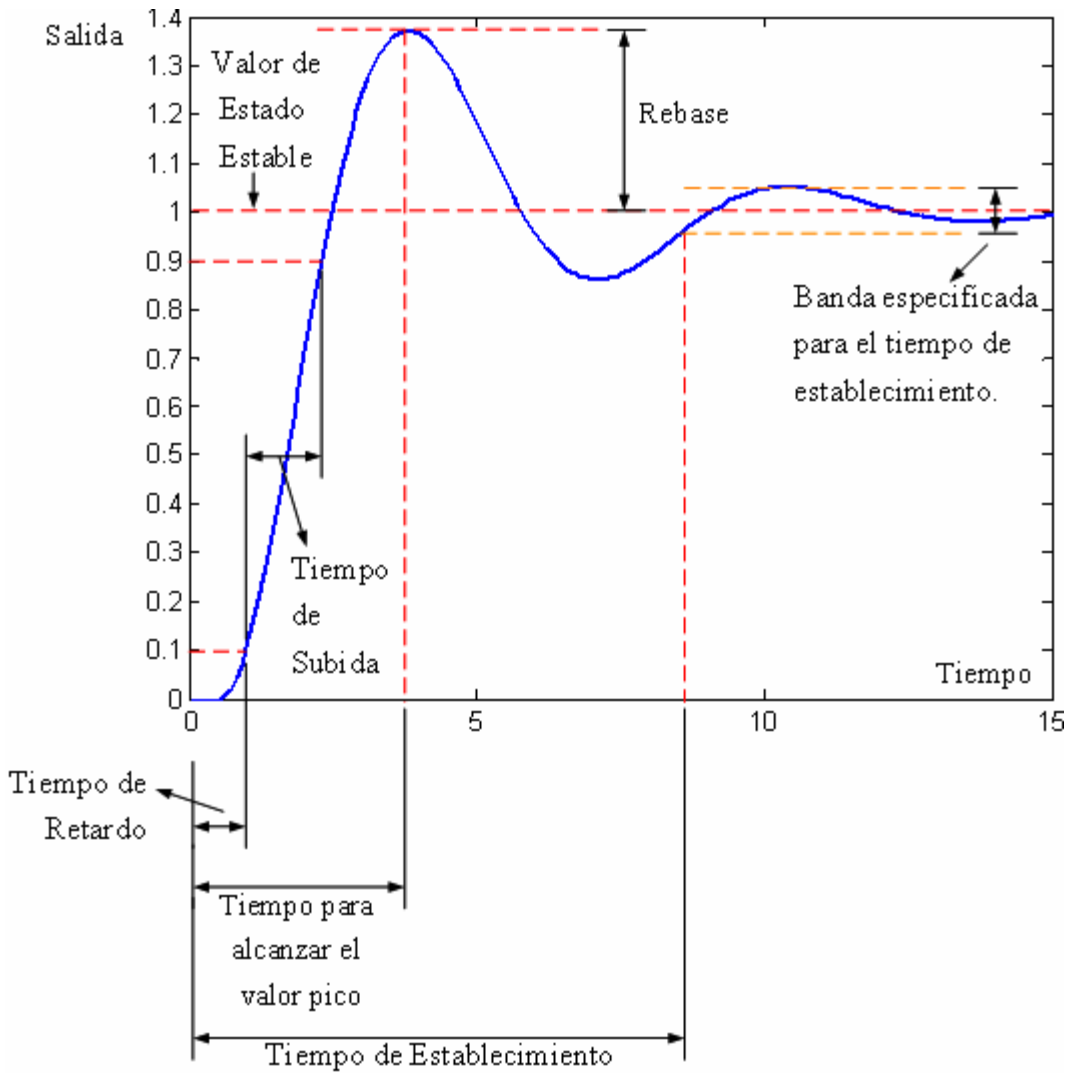
- ✓ **Tiempo de respuesta del voltaje del sistema de excitación:** tiempo en segundos para que el voltaje del sistema de excitación obtenga un 95% de la diferencia entre el voltaje máximo y el voltaje nominal bajo condiciones específicas.
- ✓ **Sistema de excitación con alta respuesta inicial:** aquel sistema de excitación que tiene una respuesta de tiempo del voltaje de 0.1 segundos o menor. Representa una respuesta alta y un sistema de acción rápido.
- ✓ **Respuesta nominal del sistema de excitación:** la razón de aumento de la salida del voltaje del sistema de excitación determinada por la curva de respuesta de voltaje del sistema de excitación, dividida por el voltaje de campo nominal. Esta razón, si se mantiene constante, desarrolla la misma área de voltaje-tiempo obtenida de la curva actual a través del intervalo del primer segundo.

6.2.2.2. Desempeño dinámico de pequeña señal

Las mediciones de desempeño dinámico de pequeña señal proveen medios de evaluación de la respuesta de lazo cerrado de los sistemas de control bajo cambios incrementales en las condiciones del sistema. Además, las características de desempeño de pequeña señal proveen los medios convenientes para determinar o verificar los parámetros de los modelos de los sistemas bajo estudio. Según los índices de desempeño de la teoría de control, el funcionamiento en pequeña señal puede ser expresado por los índices asociados con la respuesta en el dominio del tiempo y por los índices asociados con la respuesta en el dominio de la frecuencia.

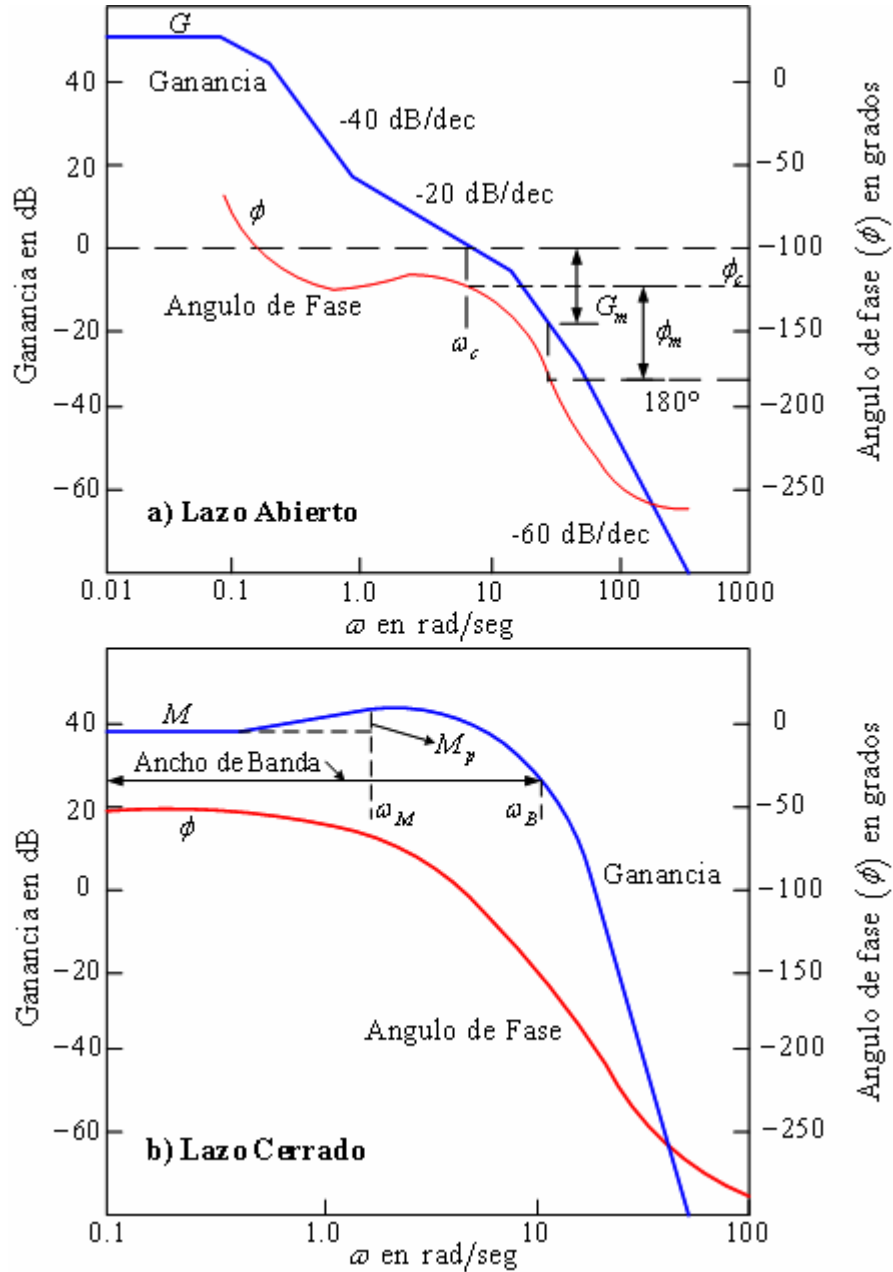
La respuesta típica de un sistema de control retroalimentado bajo una función escalón se presenta en la figura 6-10 con los índices de desempeño asociados: tiempo de subida, rebase y tiempo de establecimiento.

Figura 6-10. Respuesta típica a la función escalón



Fuente: IEEE Excitation Systems Subcommittee. *IEEE Std. 421.2-1990: IEEE Guide for identification, testing and evaluation of the dynamic performance of excitation control systems.* E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers. [80]

Figura 6-11. Respuesta en frecuencia típica de lazo abierto y lazo cerrado



Fuente: IEEE Excitation Systems Subcommittee. *IEEE Std. 421.2-1990: IEEE Guide for identification, testing and evaluation of the dynamic performance of excitation control systems.* E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers. [80]

Parte de la figura 6-11 a, presenta la respuesta en frecuencia típica de un sistema de excitación con el generador en circuito abierto. Los índices asociados con la respuesta de lazo abierto es la ganancia a baja frecuencia G , la frecuencia de cruce ω_c , el margen de fase ϕ_m , y el margen de ganancia G_m . Valores altos de G proveen una mejor regulación de voltaje en estado estable, y valores altos de ω_c indican una respuesta más rápida. Asimismo, valores altos del margen de fase ϕ_m , y del margen de ganancia G_m proveen un lazo de control más estable. Al ajustar el regulador de voltaje, una mejora a uno de los índices producirá deterioro de otro de los índices. En general, un margen de fase de 40° o más y un margen de ganancia de 6 dB o más se consideran buenos para obtener un sistema de regulación de voltaje estable y sin oscilaciones.

La figura 6-11 b, presenta la respuesta en frecuencia de lazo cerrado con el generador en circuito abierto. Los índices de interés asociados con la respuesta en frecuencia de lazo cerrado son el ancho de banda ω_b y el valor pico M_p . Un valor alto de M_p (>1.6) es un índice de un sistema oscilatorio que exhibe un rebase grande en la respuesta transitoria. En general, un valor de M_p entre 1.1 y 1.5 se considera como bueno. El ancho de banda es un índice muy importante. Valores altos de este índice indican una respuesta rápida. Además, describe aproximadamente las características de filtrado y reducción de ruido del sistema. Generalmente, los valores aceptados de los índices de desempeño que caracterizan a un buen sistema de excitación son: margen de ganancia ≥ 6 dB, margen de fase $\geq 40^\circ$, rebase de 5–15% y valor pico de 1.1–1.6. Sin embargo, no es posible definir rangos generales para los otros índices como el tiempo de subida, tiempo de establecimiento y ancho de banda. Estos índices son una medida de la velocidad relativa de la acción de control y están determinados por las características dinámicas de la máquina síncrona. Los índices de desempeño mencionados son aplicables a cualquier sistema de control retroalimentado que contenga solamente un lazo de control principal.

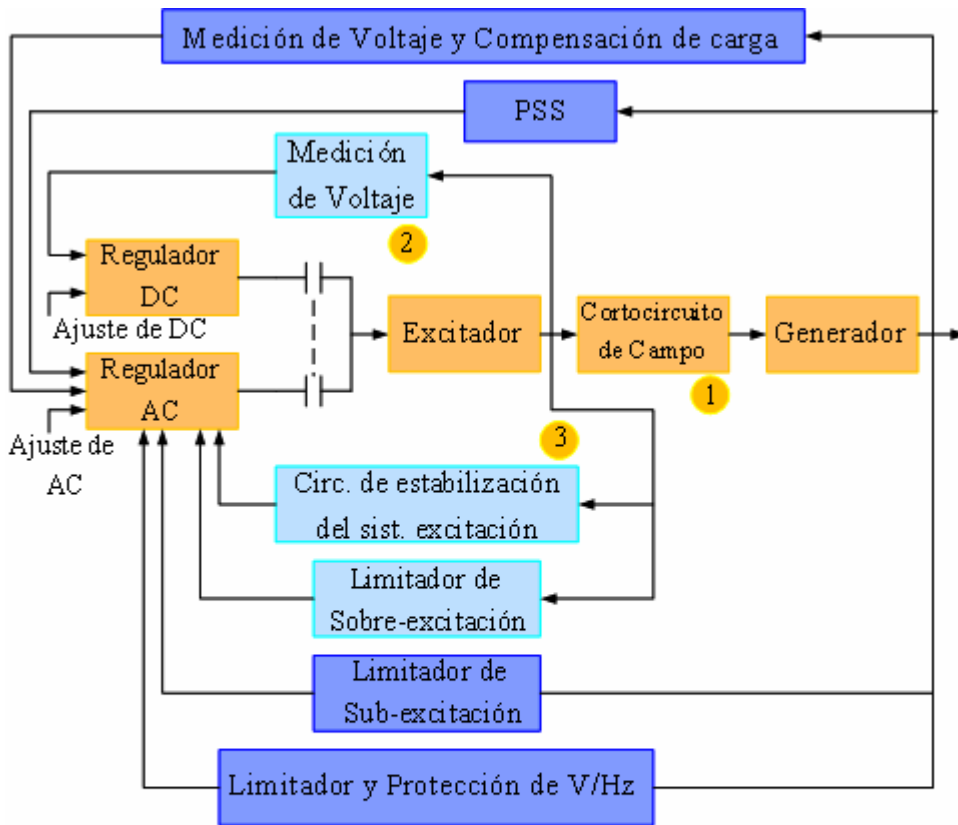
6.2.3. Funciones de control y protección

Un sistema de excitación moderno considera muchas más funciones que la regulación de voltaje. El sistema incluye un sinnúmero de funciones de control, limitación y protección que asisten en el cumplimiento de los requerimientos de desempeño. La extensa naturaleza de estas funciones y la manera en la cuál interactúan entre sí se presenta en la figura 6-12. Cualquier sistema de excitación puede incluir solo algunas de las funciones, dependiendo de los requerimientos de alguna aplicación específica y del tipo de excitador. La filosofía es tener funciones de control que regulen variables específicas a cierto nivel, y que las funciones de limitación prevengan que ciertas variables excedan sus límites establecidos. Si alguno de los limitadores fallara, entonces las funciones de protección removerían de servicio a las componentes apropiadas o a la unidad. A continuación se describen algunas de las funciones de control y protección asociadas con la figura 6-12, se recomienda consultar [81-85] para profundizar sobre las funciones de protección.

6.2.3.1. Circuitos de estabilización del sistema de excitación

Los sistemas de excitación comprendidos por elementos con retardos de tiempo significativos tienen inherentemente un desempeño dinámico pobre. Esto es particularmente representativo de sistemas de excitación de dc y ac. A no ser que se utilice una ganancia de estado estable muy baja en el regulador, el control de excitación – a través de la retroalimentación del voltaje en terminales del generador – es inestable cuando el generador está en circuito abierto (sin carga). Por consiguiente, el sistema de control de excitación debe ser estabilizado por medio de compensación serie o retroalimentación para mejorar el funcionamiento dinámico del sistema de control.

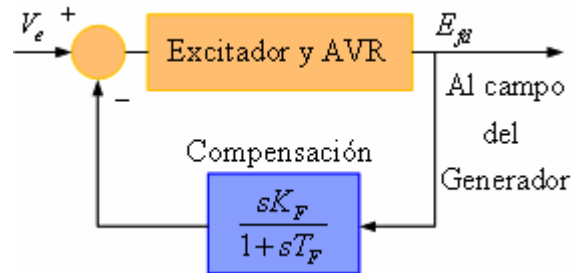
Figura 6-12. Funciones básicas de limitación, control y protección



- 1 Los circuitos de corto-circuito de campo solo son aplicables en excitadores de ac y estáticos.
- 2 Algunos sistemas tienen un regulador de dc de lazo abierto.
- 3 El limitador de sobre-excitación puede ser utilizado con el regulador de dc.

La forma común de compensación es retroalimentación derivativa como se muestra en la figura 6-13. El efecto de la compensación es minimizar el cambio de fase introducido por los retardos de tiempo a través de un rango de frecuencias seleccionado. Esto resulta en un funcionamiento estable cuando el generador está fuera de línea, tal como el que existe antes de la sincronización del generador o después de un rechazo de carga. Los parámetros de retroalimentación también pueden ser ajustados para mejorar el funcionamiento fuera de línea de la unidad de generación.

Figura 6-13. Estabilización por medio de retroalimentación derivativa



Dependiendo del tipo de sistema de excitación, pueden existir niveles de estabilización que comprenden la mayoría de los lazos externos y lazos externos menores. Los sistemas de excitación estáticos tienen constantes de tiempo inherentes que son despreciables y no necesitan de estabilización para asegurar un funcionamiento estable cuando el generador está fuera de línea.

6.2.3.2. Estabilizadores de sistemas de potencia (PSS)

Los estabilizadores de sistemas de potencia utilizan señales de estabilización auxiliares para controlar el sistema de excitación así como para mejorar el desempeño dinámico del sistema de potencia. Las señales de entrada que comúnmente se utilizan en los estabilizadores de sistemas de potencia son la velocidad del eje, la frecuencia en terminales y la potencia. El funcionamiento dinámico del sistema de potencia se mejora por el amortiguamiento de las oscilaciones del sistema de potencia. Este es un método muy efectivo para mejorar el funcionamiento y la estabilidad de pequeña señal. Los estabilizadores de sistemas de potencia son tratados con detalle más adelante en este capítulo.

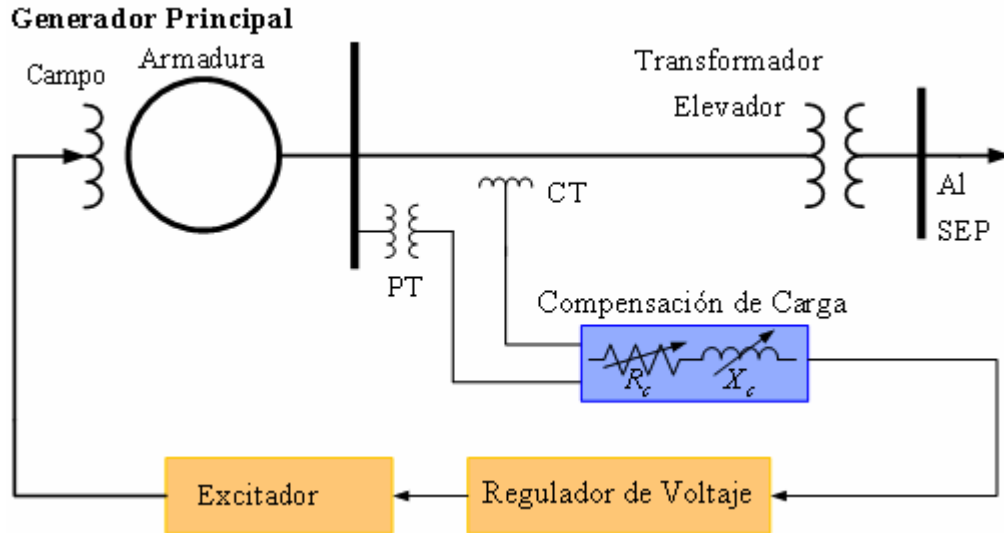
6.2.3.3. Compensación de carga

El regulador automático de voltaje (AVR) normalmente controla el voltaje en terminales del generador. Algunas veces se utiliza la compensación de carga para controlar un voltaje que es representativo del voltaje en un punto interno o externo al generador. Esto se logra por medio de la adición de circuitos al lazo del AVR como se muestra en la Figura 6-14. El compensador tiene una resistencia ajustable R_c , y una reactancia inductiva X_c que simulan la impedancia entre las terminales del generador y el punto en el cual el voltaje es efectivamente controlado. Utilizando esta impedancia y la corriente de armadura medida, una caída de voltaje es computada y sumada algebraicamente del voltaje en terminales. La magnitud del voltaje compensado resultante V_c , la cuál es alimentada al AVR, está dada por:

$$V_c = \left| \tilde{E}_t + (R_c + jX_c) \tilde{I}_t \right| \quad (6.1)$$

Cuando R_c y X_c son positivos, la caída de voltaje a través el compensador es sumada al voltaje en terminales. El compensador regula el voltaje en un punto entre el generador, y por lo tanto provee una caída de voltaje. Esto es utilizado para asegurar la división apropiada de potencia reactiva entre generadores que comparten la misma barra y que comparten el mismo transformador elevador. Tal arreglo es utilizado comúnmente con unidades de generación hidráulicas y unidades térmicas compuestas. El compensador funciona como un *compensador de corriente reactiva* por medio de la creación de un acoplamiento artificial entre los generadores. Sin esta característica, uno de los generadores trataría de controlar el voltaje en terminales ligeramente superior al otro; de aquí un generador tendería a administrar toda la potencia reactiva requerida mientras que el otro absorbería potencia reactiva hasta el punto permitido por el límite de sub-excitación.

Figura 6-14. Esquema de la compensación de carga



Cuando X_c y R_c son negativos, el compensador regula el voltaje en un punto más allá de las terminales del generador. Esta forma de compensación es utilizada para compensar la caída de tensión a través del transformador elevador, cuando dos o más unidades están conectadas a un mismo transformador. Típicamente, 50% a 80% de la impedancia del transformador es compensada, asegurando la caída de voltaje en el punto en paralelo de manera que los generadores puedan trabajar satisfactoriamente. Este dispositivo es comúnmente referido como **compensador de caída de línea** aunque prácticamente es utilizado para compensar solo la caída del transformador.

6.2.3.4. Limitador de subexcitación

El limitador de subexcitación (UEL) se utiliza para prevenir la reducción de la excitación del generador a un nivel donde no se exceda el límite de estabilidad de pequeña señal o el límite calentamiento del núcleo

La señal del control para el UEL se deriva de una combinación de voltaje y corriente o potencia activa y reactiva del generador. Los límites están determinados por el exceso de la señal del nivel de referencia. Existe una gran variedad de métodos de implementación para la función UEL. Algunas aplicaciones UEL actúan en la señal de error de voltaje del AVR; cuando se alcanza el límite ajustado del UEL, un elemento no lineal – por ejemplo un diodo – comienza a conducir la señal de salida del limitador es combinada con otras señales que controlan el sistema de excitación. La aplicación más común del UEL es cuando la salida del limitador es alimentada a un circuito de subasta (una compuerta de alto valor) que controla el voltaje del regulador de voltaje y las señales del UEL; cuando se alcanza el límite ajustado del UEL, el limitador controla completamente al sistema de excitación hasta que la señal del limitador es menor que el límite ajustado. Los ajustes pueden basarse en la necesidad de protección por ejemplo la inestabilidad del sistema o protección contra pérdida de campo; consúltese [81-85].

6.2.3.5. Limitador de sobreexcitación

El propósito del limitador de sobreexcitación (OXL) es proteger al generador del sobrecalentamiento que se produce al exponer al devanado de campo a una sobrecorriente prolongada. Este limitador también se conoce como limitador de máxima excitación o MXL. El devanado de campo es diseñado para operar continuamente a un valor correspondiente a las condiciones nominales de carga. La sobrecarga permisible del devanado de campo para generadores de rotor liso está especificada por la norma ANSI Std C50.13-1997. La implementación la función de limitación de sobreexcitación varía dependiendo del fabricante y de la antigüedad del generador. Típicamente, esta función detecta una condición de alta corriente en el devanado de campo y, después de un retardo de tiempo, actúa a través del regulador de ac para disminuir la excitación.

Si la disminución de la excitación es insuficiente, el regulador de ac será disparado, se transfiere el control al regulador de dc, y este reajusta la comanda a un valor correspondiente al valor nominal de la unidad. Si esto no reduce al mismo tiempo la excitación a un valor seguro, el limitador iniciará una liberación del interruptor del devanado de campo y de la unidad.

Existen dos tipos de retardos de tiempo utilizados para esta función: de tiempo fijo y de tiempo inverso. Los limitadores de tiempo fijo operan cuando la corriente de campo excede el punto de recogida para un tiempo dado y sin tomar en cuenta el grado de excitación. Los limitadores de tiempo inverso operan con un retardo de tiempo que hace juego con la capacidad térmica del devanado de campo y, por lo tanto, es particular para cada generador.

6.2.3.6. Limitación y protección de voltios por hertzios

Esta función se utiliza para proteger al generador y al transformador elevador de tensión de daños debidos a flujos magnéticos excesivos derivados de baja frecuencia y/o sobrevoltajes. El flujo magnético excesivo, si es sostenido, puede causar sobrecalentamiento y puede resultar en daños a la unidad de transformación o al núcleo del generador. La razón de voltaje por unidad a frecuencia por unidad, referida como relación de voltios por hertzios (V/Hz), es una variable mensurable que es proporcional al flujo magnético. El valor nominal del lado de baja tensión de la unidad de transformación es normalmente 5% bajo del valor nominal del generador; por lo tanto los requerimientos de la limitación y protección de V/Hz están determinados por el transformador. Sin embargo, si el generador y el transformador tienen los mismos valores nominales, el generador determinará los requerimientos.

El limitador de V/Hz controla el voltaje de campo para limitar el voltaje del generador cuando el valor de V/Hz excede un valor de referencia. La protección de V/Hz libera el generador cuando el valor de V/Hz excede un valor de referencia para un tiempo determinado. Usualmente, es provista una protección de dos niveles, un nivel con un valor más alto de V/Hz y un tiempo más corto, y el otro nivel con un valor inferior de V/Hz y un tiempo más largo. Para muchas unidades, la protección de V/Hz se convierte en una protección contra sobrevoltajes cuando se superan los 60 Hz.

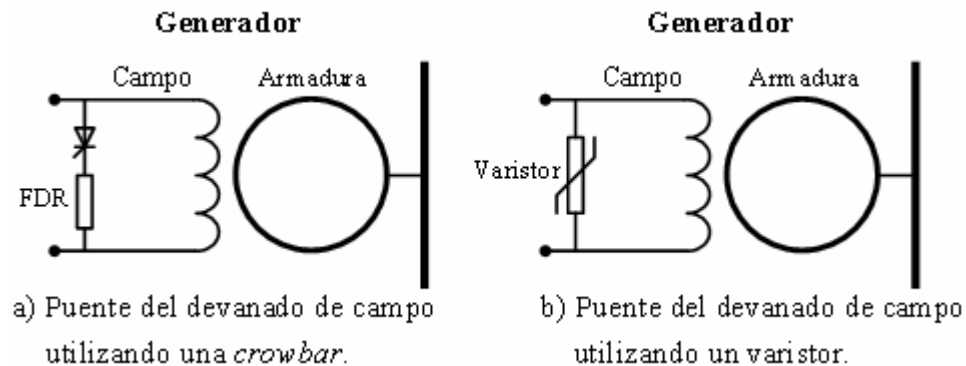
6.2.3.7. Circuitos de cortocircuito del devanado de campo

En el caso de los excitadores de ac y estáticos, debido a que los semiconductores no pueden conducir en dirección inversa, la corriente del excitador no puede ser negativa. Cuando existen cortocircuitos en el sistema, la corriente inducida en el campo del generador puede ser negativa. Si no se provee de un camino para dirigir este flujo de corriente negativa se pueden dar sobrevoltajes muy altos a través del devanado de campo. Por lo tanto, usualmente se provee de un circuito especial que provee un puente sobre el excitador para permitir que estas corrientes fluyan. Esto toma la forma de circuitos de cortocircuito o comúnmente referidos como *crowbar* o un varistor.

Una *crowbar* consiste de un tiristor y un resistor de descarga de campo (FDR, *field discharge resistor*) conectados a través del campo del generador como se muestra en la primera parte de la figura 6-15. El tiristor es accionado como respuesta a una condición de sobrevoltaje que es creada por la corriente inducida que inicialmente no tiene un camino para dirigir su flujo. El tiristor accionado conduce la corriente de campo inducida a través del FDR.

Un varistor es una resistencia no lineal. Cuando se conecta a través del devanado de campo, como se muestra en la figura 6-15 b, provee un medio efectivo para realizar un puente para el excitador bajo condiciones de alto voltaje inducido. Cuando existe un voltaje normal del excitador a través el varistor, debido a que este tiene una alta resistencia, conduce una corriente extremadamente pequeña. Mientras que el voltaje a través del varistor aumenta más allá de un valor de umbral, la resistencia disminuye y la corriente a través de esta aumenta muy rápido. Por lo tanto, el varistor provee un camino de baja resistencia para corrientes negativas inducidas en el devanado de campo y limita el voltaje a través del campo y el excitador.

Figura 6-15. Puente del devanado de campo



En algunos casos, no existen circuitos especiales de cortocircuito de campo. Los devanados de amortiguación asociados con rotores de hierro sólido proveen caminos para las corrientes negativas. Esto es suficiente para limitar el voltaje inducido a un nivel que está debajo de las capacidades de soporte del devanado de campo del generador y del excitador. Debido a que el campo no está cortocircuitado, no conduce ninguna corriente en dirección negativa.

6.3. Modelación matemática de los sistemas de control de excitación

Los modelos matemáticos para los modelos de los sistemas de excitación son esenciales para la valoración de los requerimientos de desempeño requeridos, para el diseño y coordinación de circuitos suplementarios de control y protección, y primordialmente para estudios de estabilidad relacionados con la planificación y operación de sistemas eléctricos de potencia [87-89]. El detalle del modelo requerido depende del propósito del estudio. En referencia a la figura 6-12, las características que tienen impacto en la estabilidad transitoria y la estabilidad de pequeña señal son el regulador de voltaje, el estabilizador de sistemas de potencia, y los elementos de estabilización del control de excitación.

Los circuitos de limitación y protección identificados en la figura normalmente necesitan ser considerados para estudios de estabilidad de mediano plazo, estabilidad de largo plazo y estabilidad de voltaje, véase [90-91]. Algunos sistemas de excitación proveen limitadores de acción rápida del voltaje en terminales del generador en unión con estabilizadores de sistemas de potencia; estos elementos deben ser modelados para estudios de estabilidad transitoria o de gran señal.

En esta sección se desarrollan los modelos de los sistemas de control de excitación, se desarrollan los modelos de los diferentes elementos que componen a los sistemas, se estudian los modelos completos de ciertos sistemas de excitación selectos, se analizan los modelos de los limitadores y, finalmente, se desarrollan modelos simplificados de los sistemas de control de excitación.

El trabajo desarrollado aquí toma en cuenta las definiciones más recientes de estabilidad de sistemas de potencia presentadas por *IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions* en el documento: “*Definition and classification of power system stability*”; y está totalmente acoplado con el estándar más reciente de IEEE: *IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies* [88], adoptando la simbología, terminología y las definiciones respectivas.

El estándar [88] ha sido actualizado a través del documento: “*Computer models for representation of digital-based excitation systems*” [89], publicado por IEEE y también se considera en esta sección. Finalmente, la modelación de limitadores no se considera en la norma [88], y los modelos se presentan en los documentos: “*Recommended models for overexcitation limiting devices*” [90] y “*Underexcitation limiter models for power system stability studies*” [91], los cuáles son considerados dentro el desarrollo de la sección.

6.3.1. Modelación de los elementos de los sistemas de control de excitación

Los elementos básicos que conforman los diferentes sistemas de excitación son los excitadores de dc autoexcitados o excitados independientemente, los excitadores de ac, rectificadores controlados y no controlados; amplificadores magnéticos, rotativos o electrónicos; circuitos de estabilización; circuitos de monitoreo de señal y circuitos de procesamiento de señal. A continuación se presentan los modelos matemáticos de cada uno de los elementos descritos.

6.3.1.1. Excitador de corriente directa excitado independientemente

El circuito equivalente del excitador de corriente directa excitado independientemente se describe en la figura 6-16. Para el devanado de campo del excitador se puede obtener la siguiente ecuación:

$$E_{ef} = R_{ef} I_{ef} + \frac{d\psi}{dt} \quad (6.2)$$

$$\psi = L_{ef} I_{ef} \quad (6.3)$$

Despreciando la dispersión de campo, el voltaje de salida del excitador E_x está dado por:

$$E_x = K_x \psi \quad (6.4)$$

Donde K_x depende de la velocidad y la configuración de los devanados de armadura del excitador. El voltaje de salida E_x es una función no lineal de la corriente de excitación de campo I_{ef} debido a la saturación magnética. El voltaje E_x también está afectado por la carga del excitador. La práctica común dc es tomar en cuenta la saturación y la regulación de carga aproximadamente por medio de la combinación de dos los dos efectos y utilizando la curva de resistencia constante carga - saturación, como se muestra en la Figura 6-17.

Figura 6-16. Excitador excitado independientemente

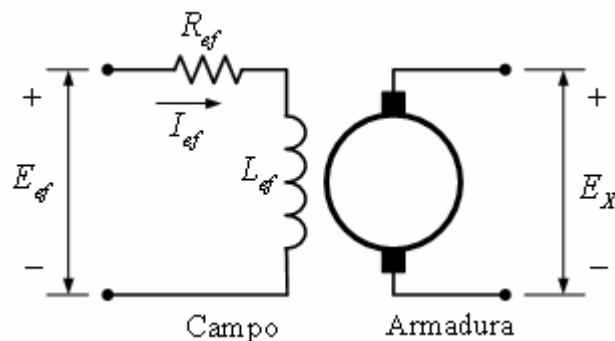
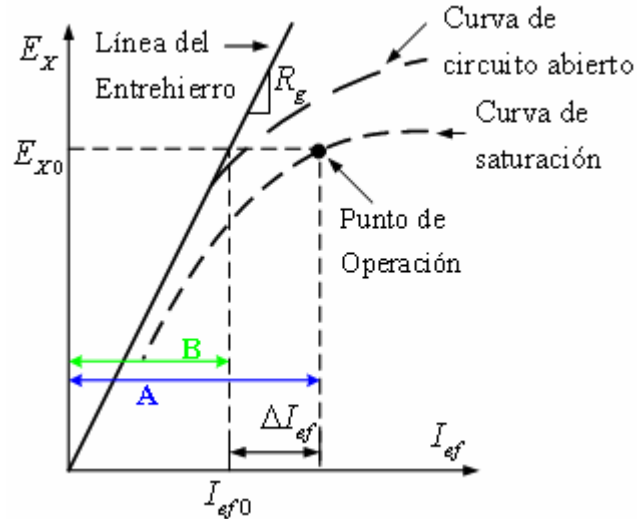


Figura 6-17. Curva de carga – saturación del excitador



Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. **IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies.** E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992. [88]

La línea del entrehierro es tangente a la porción lineal de la curva característica de circuito abierto. R_g es la pendiente de la línea del entrehierro y ΔI_{ef} denota la desviación de la curva de saturación desde la línea del entrehierro. De la Figura 6-17 se obtiene la siguiente ecuación:

$$I_{ef} = \frac{E_x}{R_g} + \Delta I_{ef} \quad (6.5)$$

Donde ΔI_{ef} es una función no lineal de E_x y puede ser expresada como:

$$\Delta I_{ef} = E_x S_e(E_x) \quad (6.6)$$

Donde $S_e(E_x)$ es la *función de saturación* dependiente de E_x . De las ecuaciones (6.2) a (6.6) se tiene:

$$E_{ef} = \frac{R_{ef}}{R_g} E_x + R_{ef} S_e(E_x) E_x + \frac{1}{K_x} \frac{dE_x}{dt} \quad (6.7)$$

La ecuación anterior da la relación entre la salida E_x y el voltaje de entrada E_{ef} . El sistema en por unidad para esta ecuación tiene valores base iguales a los requeridos para obtener el voltaje nominal de la máquina síncrona en la línea del entrehierro para E_x y I_{ef} :

$$E_{Xbase} = E_{fdbase} \quad I_{efbase} = E_{fdbase} / R_g \quad R_{gbase} = R_g \quad (6.8)$$

Dividiendo la ecuación (6.7) por E_{Xbase} , se tiene:

$$E_{ef} = \frac{R_{ef}}{R_g} \frac{E_x}{E_{Xbase}} + R_{ef} S_e(E_x) \frac{E_x}{E_{Xbase}} + \frac{1}{K_x} \frac{d}{dt} \left(\frac{E_x}{E_{Xbase}} \right) \quad (6.9)$$

En valores por unidad, se tiene:

$$\bar{E}_{ef} = \frac{R_{ef}}{R_g} \bar{E}_x \left[1 + \bar{S}_e(\bar{E}_x) \right] + \frac{1}{K_x} \frac{d\bar{E}_x}{dt} \quad (6.10)$$

En la ecuación anterior, $\bar{S}_e(\bar{E}_x)$ es la función de saturación en por unidad dada por:

$$\bar{S}_e(\bar{E}_x) = \frac{\Delta \bar{I}_{ef}}{\bar{E}_x} = R_g S_e(E_x) \quad (6.11)$$

De la figura 6-17, con E_x y I_{ef} expresado en por unidad, la función de saturación está dada por [88]:

$$\bar{S}_e(\bar{E}_x) = \frac{A-B}{B} \quad (6.12)$$

El parámetro K_x definido en la ecuación (6.4), puede ser escrito como:

$$K_x = \frac{E_x}{\psi} = \frac{E_x}{L_{ef} I_{ef}} = \frac{R_g}{L_{ef}} \frac{\bar{E}_x}{\bar{I}_{ef}} \quad (6.13)$$

Para cualquier punto de operación (I_{ef0}, E_{x0}) , la inductancia de campo está dada por:

$$L_{fu} = L_{ef} \frac{\bar{I}_{ef0}}{\bar{E}_{x0}} \quad (6.14)$$

Por lo tanto, $K_x = R_g / L_{fu}$. Sustituyendo en la ecuación (6.10) se tiene:

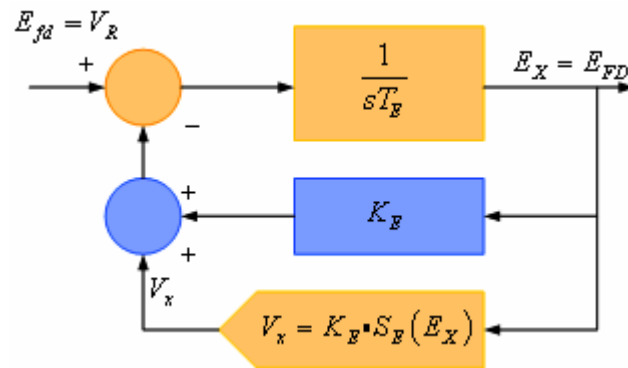
$$\bar{E}_{ef} = K_E \bar{E}_x + \bar{S}_e(\bar{E}_x) \bar{E}_x + T_E d\bar{E}_x / dt \quad (6.15)$$

Donde:

$$K_E = \frac{R_{ef}}{R_g} \quad T_e = \frac{L_{fu}}{R_g} \quad \bar{S}_E(\bar{E}_X) = \bar{S}_e(\bar{E}_X) \frac{R_{ef}}{R_g} \quad (6.16)$$

La ecuación (6.15) representa la relación de entrada – salida del excitador. Para un excitador excitado independientemente, el voltaje de entrada E_{ef} es el de la salida del regulador V_R . El voltaje de salida E_X de un excitador de dc es directamente aplicado a el devanado de campo de la máquina síncrona. Por lo tanto, el excitador puede ser representado en un diagrama de bloques como el presentado en la Figura 6-18. En el diagrama, todas las variables están en por unidad; sin embargo, se ha eliminado el guión superior sobre las variables.

Figura 6-18. Diagrama de bloques del excitador de dc



El ajuste de la resistencia del devanado de campo R_{ef} afecta a K_E así como a la función de saturación $S_E(E_X)$, pero no al tiempo de integración T_E . Existen varias expresiones matemáticas convenientes que pueden ser utilizadas para aproximar el efecto de la saturación del excitador. Una expresión usada comúnmente es la función exponencial:

$$V_x = E_X S_E(E_X) = A_{EX} e^{B_{EX} E_X} \quad (6.17)$$

El diagrama de bloques de la figura 6-18 provee un medio conveniente para representar al excitador de dc en estudios de estabilidad; sin embargo, la ganancia efectiva y la constante de tiempo del excitador no son aparentes. Estas variables son más evidentes cuando el diagrama de bloques es reducido a la forma estándar considerando la respuesta en pequeña señal:

$$\frac{\Delta E_X}{\Delta E_{ef}} = \frac{\Delta E_{FD}}{\Delta V_R} = \frac{K}{1 + sT} \quad (6.18)$$

Para cualquier punto de operación con $E_X = E_{FD} = E_{FD0}$, la ganancia efectiva K y la constante de tiempo del excitador para pequeñas perturbaciones son:

$$K = \frac{1}{B_{EX} S_E(E_{EFD0}) + K_E} \quad T = \frac{T_E}{B_{EX} S_E(E_{EFD0}) + K_E} \quad (6.19)$$

Donde $S_E(E_{X0}) = A_{EX} e^{B_{EX} E_{FD0}}$.

6.3.1.2. Excitador de corriente directa autoexcitado

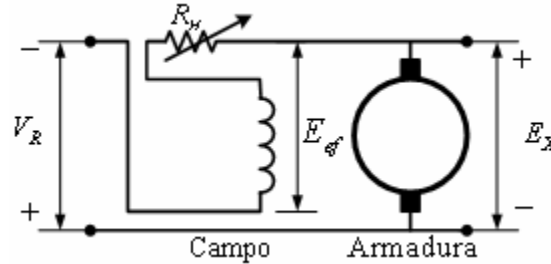
La figura 6-19 presenta el circuito equivalente del excitador de dc autoexcitado. Para este tipo de excitador, la salida del regulador V_R está en serie con el campo en paralelo del excitador. Por lo tanto, el voltaje en por unidad del campo de excitación del excitador (sin utilizar la notación de p.u.) es:

$$E_{ef} = V_R + E_X \quad (6.20)$$

La relación entre los valores p.u. de E_{ef} y E_X desarrollada para el excitador excitado independientemente se aplica también en este caso. Substituyendo para E_{ef} dado por la ecuación (6.20) en la ecuación (6.10), se tiene:

$$V_R + E_X = \frac{R_{ef}}{R_g} E_X [1 + S_e(E_X)] + \frac{1}{K_X} \frac{dE_X}{dt} \quad (6.21)$$

Figura 6-19. Excitador autoexcitado



La ecuación (6.21) se puede reducir a:

$$V_R = K_E E_X + S_e(E_X) E_X + T_E dE_X/dt \quad (6.22)$$

Donde:

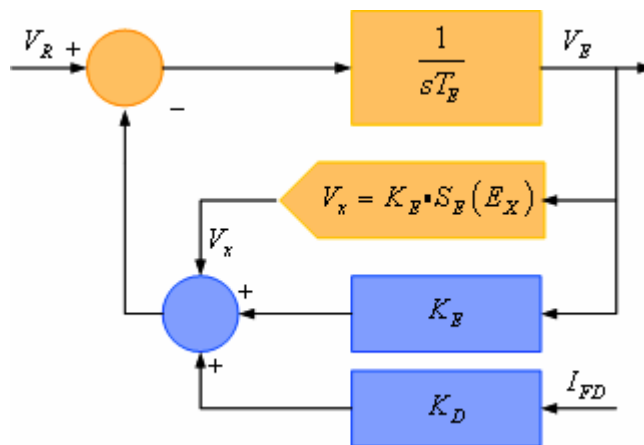
$$K_E = \frac{R_{ef}}{R_g} - 1 \quad T_e = \frac{L_{fu}}{R_g} \quad S_E(E_X) = S_e(E_X) \frac{R_{ef}}{R_g} \quad (6.23)$$

El diagrama de bloques de la figura 6-18 también aplica al excitador autoexcitado. Sin embargo, el valor de K_E ahora corresponde a la ecuación (6.23). Los operadores de las plantas usualmente rastrean al regulador de voltaje mediante un ajuste periódico de la comanda del reóstato para mantener la salida del regulador de voltaje en cero. Esto se lleva a cabo seleccionando un nuevo valor de K_E para que el valor inicial V_R sea igual a cero. Por lo tanto, el parámetro K_E no se mantiene fijo, varía con la condición de operación.

6.3.1.3. Excitadores de corriente alterna

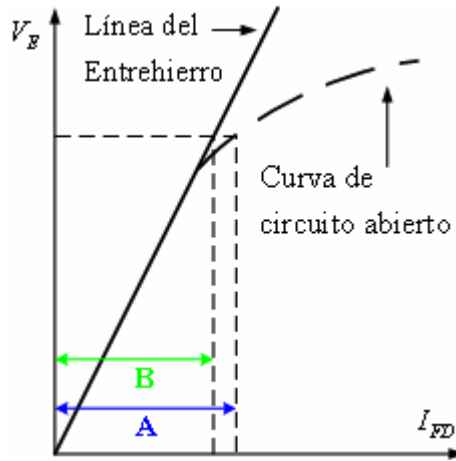
La representación de los sistemas de control de excitación recomendada por el *Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society* [88], para uso en estudios de estabilidad, se presenta en la figura 6-20. La estructura general del modelo es similar a la del excitador de dc.

Figura 6-20. Diagrama de bloques del excitador de ac



Sin embargo, en este caso la regulación de carga debido a la reacción de armadura es considerada distintamente, y la saturación de circuito abierto es utilizada para definir la función de excitación. El voltaje interno del excitador es el voltaje de circuito abierto determinado por la función de saturación. La corriente de campo del generador principal I_{FD} representa la corriente de carga del excitador, y la retroalimentación negativa de $K_D I_{FD}$ considera el efecto desmagnetizante la reacción de armadura. La constante K_D depende de las reactancias síncrona y transitoria del excitador de corriente alterna.

Figura 6-21. Característica de saturación del excitador de ac



La figura 6-21 ilustra el cálculo de la función de saturación S_E para un valor específico de V_E . La función de saturación en p.u. está dada por [88]:

$$S_E(V_E) = \frac{A - B}{B} \quad (6.24)$$

Cualquier expresión matemática conveniente puede ser utilizada para representar la función de saturación. Como en el caso de los excitadores de dc, una expresión común para $V_X = V_E S_E(V_E)$ es la función exponencial de la ecuación (6.17).

6.3.1.4. Rectificadores

Comúnmente se utilizan circuitos rectificadores para rectificar el voltaje de salida del excitador de AC. La impedancia efectiva de la fuente de ac vista por el rectificador es una reactancia predominantemente inductiva. El efecto de esta reactancia inductiva (o reactancia de conmutación) es el retardo del proceso de conmutación, es decir, el cambio de corriente de un valor a otro. Esto produce un decremento en el voltaje promedio de salida del rectificador mientras aumenta la corriente de carga.

Un rectificador de diodos trifásico de onda completa opera en uno de tres modos distintos mientras que la corriente de carga del rectificador varía desde circuito abierto hasta el nivel de cortocircuito. El modo de operación depende de la caída de voltaje de conmutación (igual al producto de la reactancia de conmutación y la corriente de carga). Las ecuaciones que definen la regulación del rectificador como función de la caída de voltaje de conmutación pueden ser expresadas de la manera siguiente [88]:

$$E_{FD} = F_{EX} V_E \quad (6.25)$$

Donde:

$$F_{EX} = f(I_N) \quad (6.26)$$

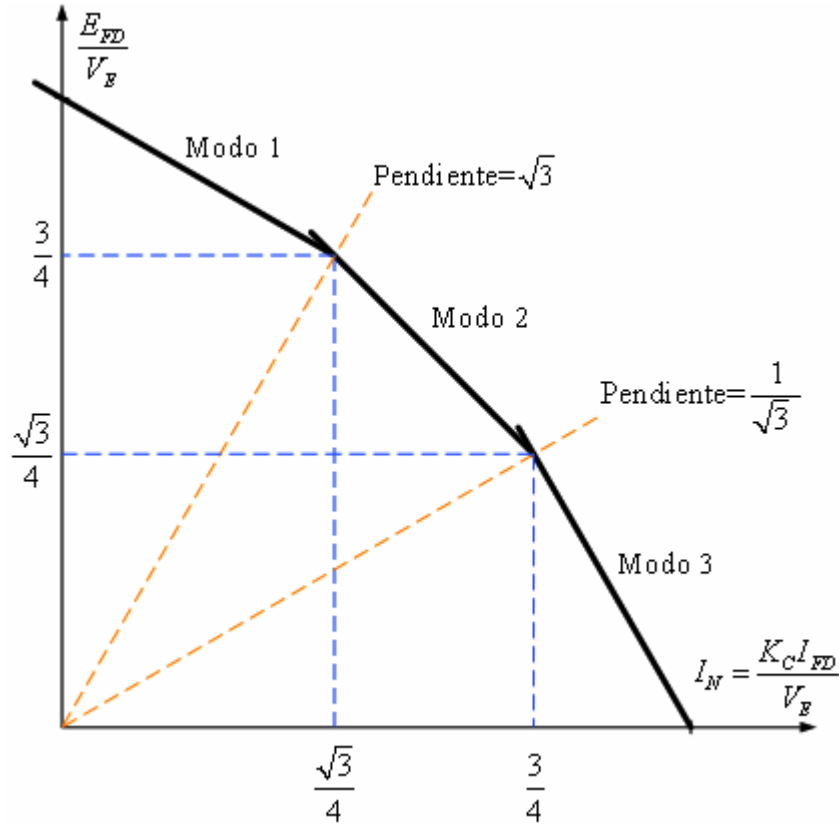
$$I_N = \frac{K_C I_{FD}}{V_E} \quad (6.27)$$

La constante K_C depende de la reactancia de conmutación. Las expresiones para la función $f(I_N)$ caracterizan los tres modos de operación del circuito de rectificación:

$$\begin{aligned} \text{Modo 1: } f(I_N) &= 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} I_N \quad \forall I_N \leq \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \text{Modo 2: } f(I_N) &= \sqrt{\frac{3}{4} - I_N^2} \quad \forall \frac{\sqrt{3}}{4} < I_N \leq \frac{3}{4} \\ \text{Modo 3: } f(I_N) &= \sqrt{3}(1 - I_N) \quad \forall \frac{3}{4} < I_N \leq 1 \end{aligned} \quad (6.28)$$

Por ninguna razón I_N debe ser mayor que 1, pero si por alguna razón lo es, F_{EX} deberá ser cero [88]. La figura 6-22 muestra la curva característica de regulación del rectificador o puente de diodos para propósitos computacionales y de simulación [88], el Modo 1 se refiere al caso cuando la conmutación de una rama del rectificador finaliza antes que la conmutación en otra rama comience. Durante este modo la relación entre el voltaje terminal del rectificador y la corriente es lineal y está descrita por la primera expresión del conjunto (6.28). Al aumentar la corriente de campo la sobreposición de la conmutación aumenta y el rectificador alcanza el Modo 2 cuando cada diodo puede solo conducir corriente cuando el diodo opuesto de la misma fase termina de conducir.

Figura 6-22. Curva característica de regulación del rectificador



Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. **IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies.** E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992. [88]

La relación entre el voltaje del rectificador y la corriente de campo es no lineal y corresponde a un círculo con radio $\sqrt{3}/2$ asociada con la siguiente expresión:

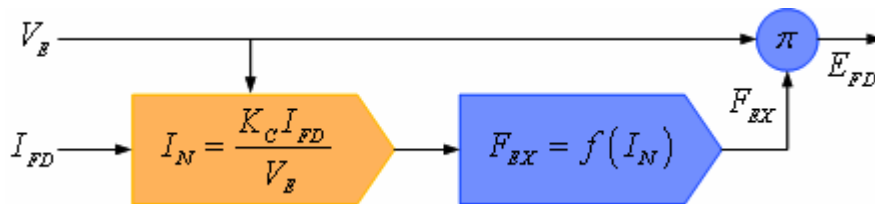
$$\left(\frac{E_{FD}}{V_E}\right)^2 + I_N^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \quad (6.29)$$

La segunda expresión del conjunto (6.28) es equivalente a la expresión (6.29) para fines de simulación [88].

Mientras que la corriente de campo aumenta el rectificador alcanza el Modo 3 donde la sobreposición de la conmutación es tal que cuatro diodos conducen al mismo tiempo. En este modo, la relación entre el voltaje del rectificador y la corriente de campo es lineal y está descrita por la tercera expresión del conjunto (6.28).

Los efectos de la regulación del rectificador identificados anteriormente pueden ser descritos a través de un diagrama de bloques como el que se presenta en la figura 6-23.

Figura 6-23. Modelo de bloques del rectificador

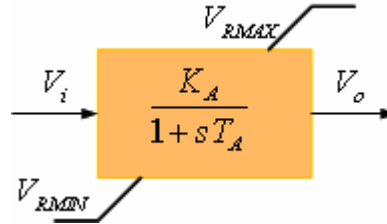


Con referencia a las figuras 6-20 y 6-21, el voltaje de salida del excitador E_{FD} es simulado como el voltaje interno del excitador de corriente alterna V_E reducido por la acción de armadura ($I_{FD} K_C$) y la regulación del excitador (F_{EX}).

6.3.1.5. Amplificadores

Los amplificadores pueden ser magnéticos, rotativos o electrónicos. Los amplificadores magnéticos y electrónicos están caracterizados por una ganancia y una constante de tiempo; por lo tanto, pueden ser representados por un diagrama de bloques como el presentado en la figura 6-24.

Figura 6-24. Modelo de bloques del amplificador

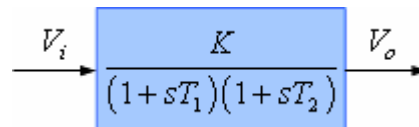


La salida del amplificador está limitada por la saturación o las limitaciones del suministro de potencia; esto se representa por los límites tipo *non-windup* V_{RMAX} y V_{RMIN} de la Figura 6-24. Una descripción de este tipo de límites se presenta más adelante.

Los límites de salida de algunos amplificadores que tienen su fuente de alimentación de potencia desde el generador o el bus auxiliar varían con el voltaje terminal del generador. En tales casos, V_{RMAX} y V_{RMIN} varían directamente con el voltaje terminal del generador E_t .

La función de transferencia de un amplificador tipo amplidina derivada en las referencias [92, 93] tiene la forma general presentada en la figura 6-25.

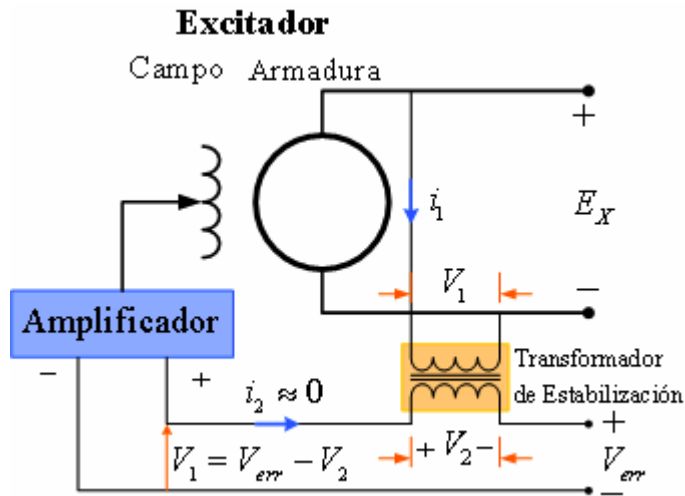
Figura 6-25. Modelo de bloques de la amplidina



6.3.1.6. Circuitos de estabilización del sistema de control de excitación

Existen varias formas para realizar físicamente la función de estabilización. Algunos sistemas de control de excitación utilizan transformadores de potencial como se muestra en la figura 6-26.

Figura 6-26. Transformador de estabilización en un sistema de excitación



Las ecuaciones del transformador en la transformada de Laplace son:

$$\begin{aligned} V_1 &= R_1 i_1 + sL_1 i_1 + sM i_2 \\ V_2 &= R_2 i_2 + sL_2 i_2 + sM i_1 \end{aligned} \quad (6.30)$$

El secundario del transformador está conectado a un circuito de alta impedancia. Por lo tanto, despreciando i_2 , se tiene:

$$\begin{aligned} V_1 &= (R_1 + sL_1) i_1 \\ V_2 &= sM i_1 \end{aligned} \quad (6.31)$$

Considerando la ecuación (6.31) se obtiene la función de transferencia del transformador de estabilización:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{sM}{R_1 + sL_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{sK_F}{1 + sT_F} \quad (6.32)$$

Donde $K_F = \frac{M}{R_1}$ y $T_F = \frac{L_1}{R_1}$.

6.3.1.7. Límites *windup* y *nonwindup*

En la modelación de sistemas de excitación, es necesario distinguir entre límites de *windup* y de *non-windup*. Tales límites se encuentran en los bloques de integración, bloques con una única constante de tiempo, y bloques de adelanto – atraso [88].

Figura 6-27. Integrador con diferentes límites

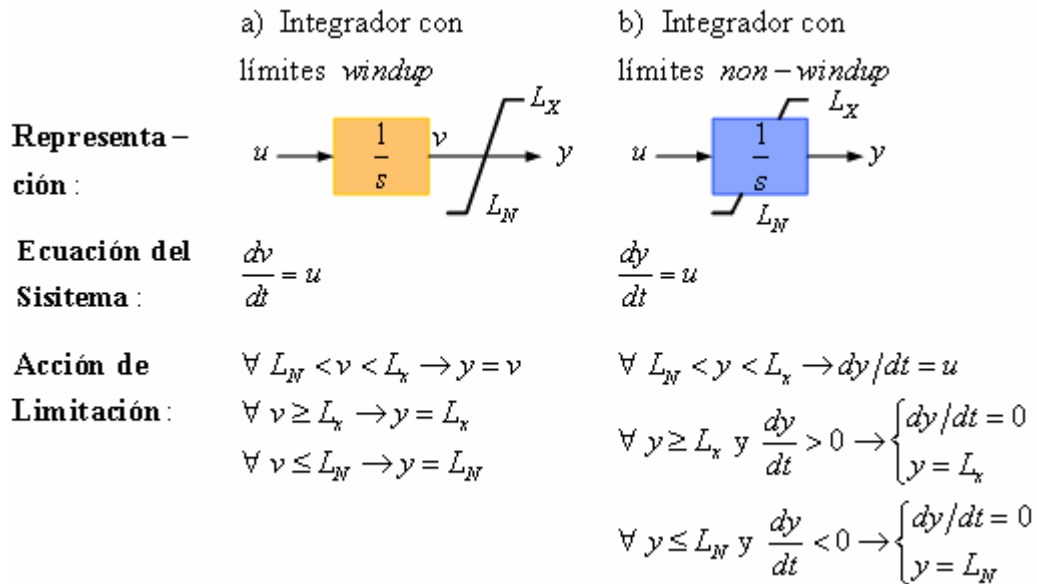
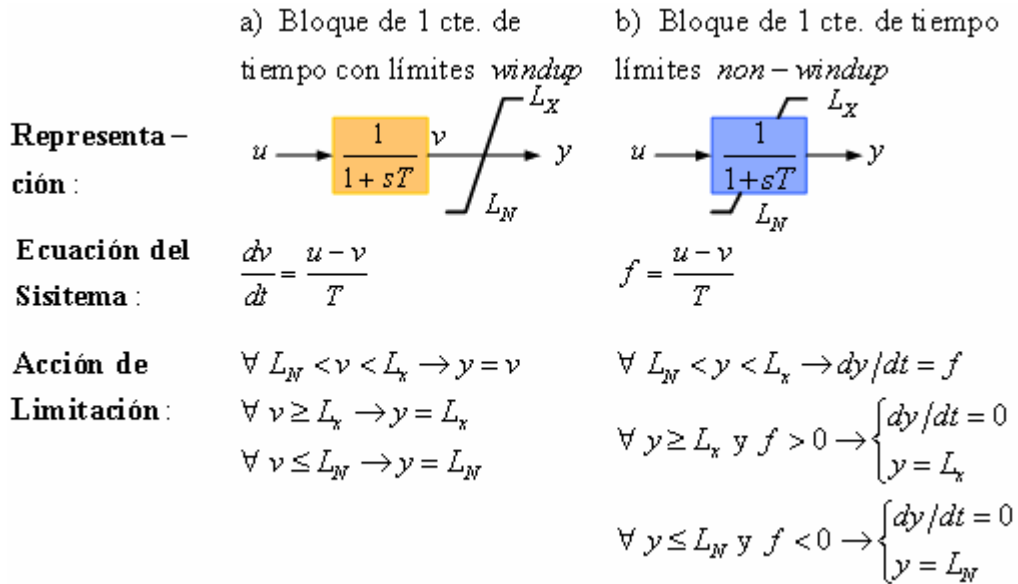


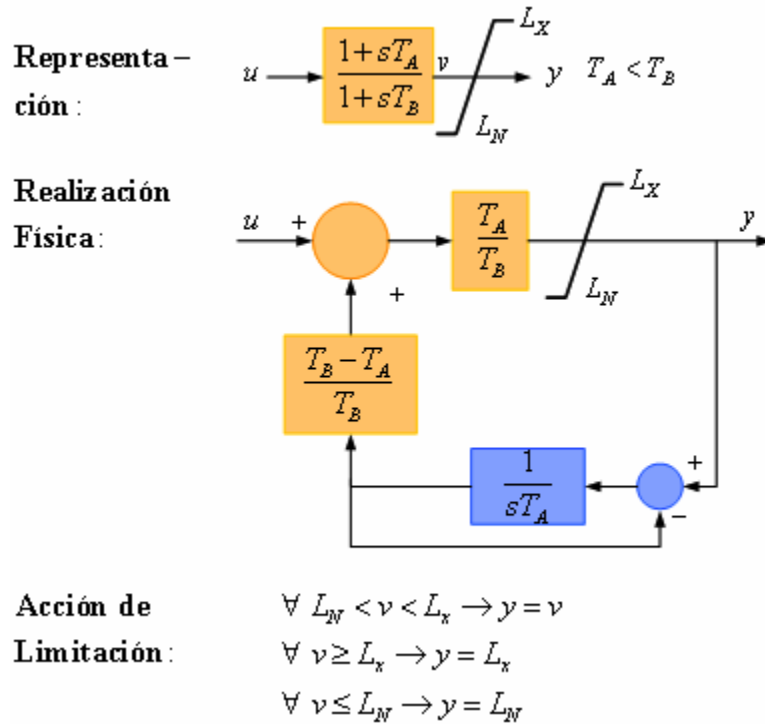
Figura 6-28. Bloque de una CTE de tiempo con diferentes límites



La figura 6-27 muestra las diferencias entre los dos tipos de límites cuando estos se aplican a un bloque de integración. Utilizando límites *windup* la variable v no está limitada. Por lo tanto, la variable de salida y no puede llegar a un límite hasta que v se acerca a ese límite. Con límites *non-windup*, la variable de salida y está limitada; la variable sale del límite tan pronto como la entrada u cambie de signo.

La figura 6-28 muestra las diferencias entre los dos tipos de límites cuando se aplican a un bloque de una sola constante de tiempo. El significado que tienen los dos tipos de límites es similar al que tienen en la aplicación al integrador. Con un límite *windup*, la salida y no puede llegar al límite hasta que v se acerca a ese límite. Con un límite *non-windup*, sin embargo, la salida y sale del límite tan pronto como la variable de entrada u cae dentro del rango entre los límites

Figura 6-29. Función de adelanto – atraso con límites *non-windup*

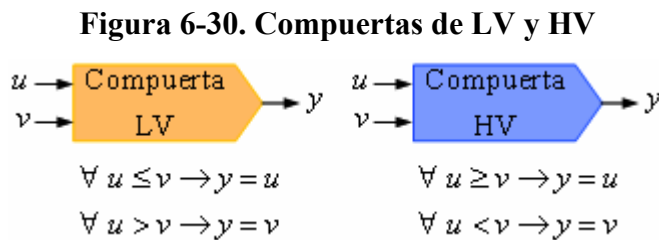


Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. **IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies.** E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992. [88]

En un bloque de adelanto – atraso, la interpretación de un límite *windup* es directa y similar a la interpretación del bloque de una constante de tiempo. Sin embargo, el modo en el cual un límite *non-windup* puede ser realizado no es único; la interpretación de la acción de limitación debe por lo tanto estar basada en el dispositivo físico representado por el bloque. La figura 6-29 ilustra tal acción de limitación asociada con la implementación electrónica de las funciones de adelanto – atraso [88].

6.3.1.8. Funciones de subasta (compuertas)

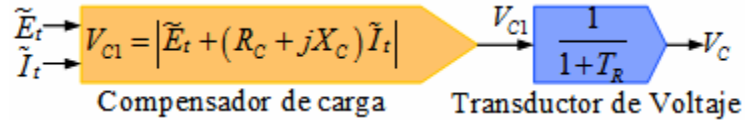
Las funciones que realizan las compuertas o funciones de subasta (*auctioneering*) son utilizadas cuando se requiere el control entre más de dos señales de entrada, dependiendo de la magnitud del valor relativo de cada una de las señales. La figura 6-30 ilustra las funciones de una compuerta de bajo valor (LV) y una compuerta de alto valor (HV), y los símbolos utilizados para representarlas en diagramas de bloques.



6.3.1.9. Sensor del voltaje terminal y compensador de carga

El diagrama de bloques que representa a estos elementos se presenta en la figura 6-31. La constante de tiempo T_R representa la rectificación y filtrado del voltaje terminal de la máquina síncrona. Los parámetros del compensador de carga, como se describió en la sección 6.2.3.3, son R_C y X_C . Las variables de entrada son E_t e I_t en forma fasorial. Cuando no se utiliza compensación de carga, R_C y X_C son ajustados a cero. El voltaje de salida del transductor de voltaje V_C forma la señal de control principal para el sistema de excitación. Si no se utiliza compensación y T_R es despreciable, entonces $V_C = E_t$.

Figura 6-31. Modelo del compensador de carga y transductor de voltaje

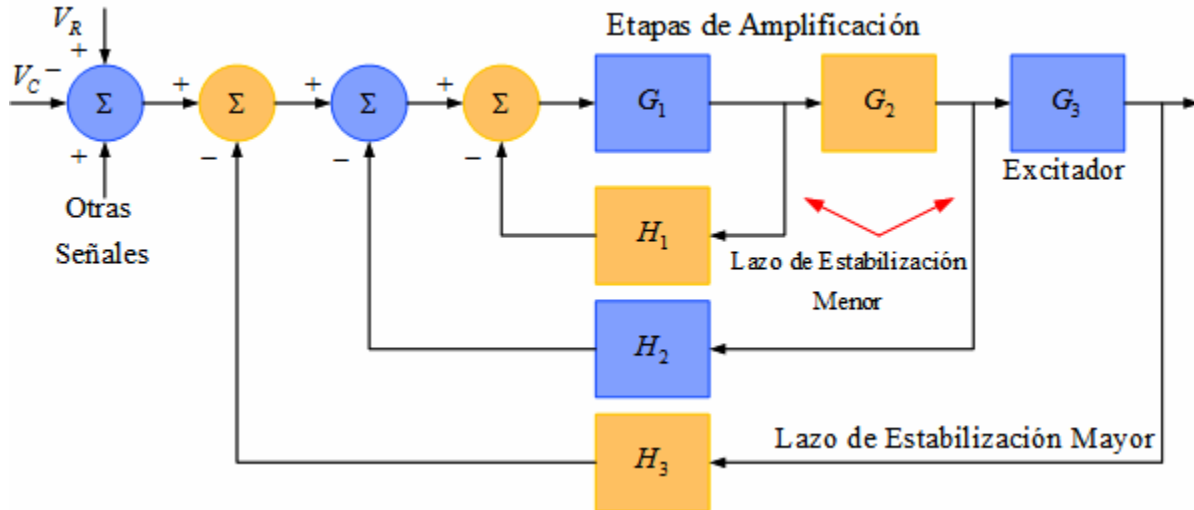


6.3.2. Modelación de sistemas de control de excitación completos

La figura 6-32 muestra la estructura general de un modelo detallado de un sistema de control de excitación con una correspondencia de uno a uno con el equipo físico. Mientras que este tipo de estructura de modelo tiene la ventaja de retener una relación directa entre los parámetros del modelo y los parámetros físicos, tal detalla es considerado demasiado grande para estudios generales en sistemas. Por lo tanto, las técnicas de reducción de modelos se utilizan para simplificar y obtener un modelo práctico apropiado para el tipo de estudio que se desea realizar. Los parámetros del modelo reducido son seleccionados de tal manera que las características de ganancia y de fase del modelo reducido sean similares a las del modelo detallado para un rango de frecuencia mínimo de 0 a 3 Hz. Sumado a esto, todas las no linealidades significativas que tienen impacto sobre el sistema, deben ser consideradas. Con un modelo reducido, sin embargo, la correspondencia directa entre los parámetros del modelo y los parámetros del sistema generalmente se pierde.

La estructura apropiada para un modelo reducido depende del tipo de sistema de excitación. La IEEE ha estandarizado varias estructuras de modelo en diagramas de bloques para representar una amplia variedad de sistemas que se utilizan en la actualidad [88, 89]. Estos modelos se recomiendan para su uso en estudios de estabilidad transitoria y estudios de estabilidad de pequeña señal.

Figura 6-32. Estructura detallada del modelo de un sistema de excitación



Fuente: Kundur, Prabha. *Power System Stability and Control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill.

A continuación se presentan y desarrollan los modelos más sobresalientes definidos en [88, 89]. La señal principal de entrada para cada uno de los sistemas es la salida V_C del transductor de voltaje de la Figura 6-31. En el punto de suma la señal V_C es restada de la señal de referencia del regulador de voltaje V_{ref} y de la salida V_S del estabilizador de sistemas de potencia, si es usada, generalmente es sumada para producir la señal actuante que controla al sistema de control de excitación. Existen señales adicionales, como la salida del limitador de subexcitación V_{UEL} , las cuales tienen importancia durante condiciones extremas o inusuales. Bajo el estado permanente, $V_S = 0$ y V_{ref} toma un valor único respecto a la condición de carga de la máquina de manera que la señal de error resulta en el voltaje requerido de excitación de campo E_{fd} .

6.3.2.1. Sistemas de control de excitación de corriente directa (DC)

En la actualidad se producen muy pocos sistemas de excitación de corriente directa, éstos han sido superados por los sistemas de control de excitación de corriente alterna y los estáticos. Sin embargo, existen muchos sistemas de control de excitación de corriente directa aún en servicio. Si se toma en cuenta el porcentaje decreciente de este tipo de unidades en servicio y la importancia de las unidades equipadas con estos, el concepto desarrollado anteriormente de tomar en cuenta los efectos de la carga sobre el excitador utilizado la curva de saturación se considera adecuado. A continuación se desarrollan dos modelos de sistemas de control de excitación recomendados por IEEE [88].

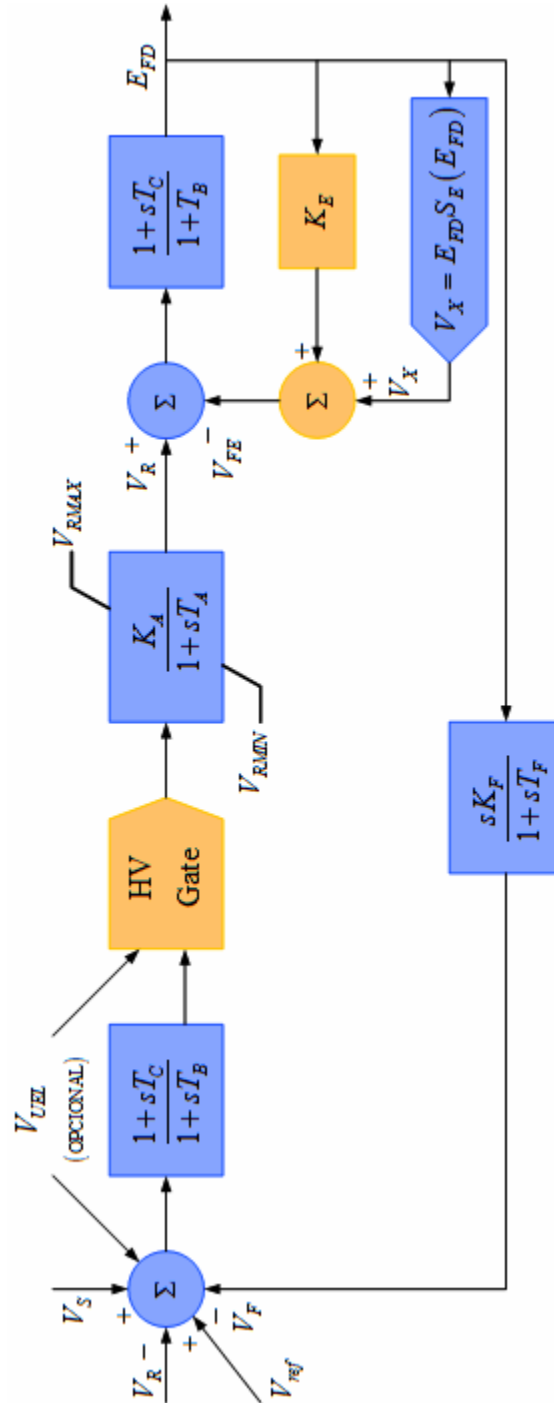
6.3.2.1.1. Modelo del sistema tipo DC1A

Este modelo, descrito por el diagrama de bloques de la Figura 6-33, es utilizado para representar excitadores de corriente directa conmutables controlados por el devanado de campo con reguladores de voltaje de acción continua; especialmente, los amplificadores tipo reostáticos, amplificadores rotativos y amplificadores magnéticos (amplidinas). Según IEEE [88], este modelo puede ser utilizado para representar sistemas de excitación de diferentes fabricantes tales como General Electric y otros [88]. Debido a que este modelo a sido implementado ampliamente por la industria eléctrica en estudios diversos, se recomienda [88] que se utilice para representar a otros sistemas cuando no se tiene información detallada de éstos o cuando se requiere de un modelo simplificado para el análisis.

La entrada principal para este modelo es la salida del transductor de voltaje y el compensador de carga V_C . En el punto de suma, V_C es restado del voltaje de referencia V_{ref} . La retroalimentación de estabilización V_F es restada y la señal del PSS, V_S , es sumada para producir una señal de error de voltaje. Durante el estado permanente, éstas últimas dos señales son cero y actúa solamente el error de voltaje en terminales. La señal resultante es amplificada en el regulador. La mayor constante de tiempo, T_A , y la ganancia K_A , están asociadas con el regulador de voltaje e incorporan los límites de *non-windup* típicos de la saturación o limitaciones del amplificador de potencia. Estos reguladores de voltaje utilizan fuentes que esencialmente no están afectadas por transitorios de corta duración en la máquina síncrona o buses auxiliares. Las constantes de tiempo, T_B y T_C , pueden ser utilizadas para modelar las constantes de tiempo inherentes del regulador de voltaje,; pero estas constantes de tiempo usualmente son tan pequeñas que pueden ser despreciadas.

La salida del regulador de voltaje, V_R , es utilizada para controlar al excitador, que puede ser autoexcitado o excitado independientemente. Cuando se utiliza un excitador autoexcitado, el valor de K_E se refleja en el ajuste del reóstato de campo. La mayoría de estos excitadores utilizan el devanado de campo autoexcitado con el regulador de voltaje operando en un modo denominado “*back-boost*”. La mayoría de los operadores de planta ajustan el AVR manualmente cambiando la posición del reóstato para obtener un error igual a cero. Esto puede ser simulado seleccionando un valor de K_E tal que las condiciones iniciales se satisfagan con $V_R = 0$. Para sistemas con excitación independiente el valor de K_E debe ser igual a 1 para que puedan ser simulados apropiadamente.

Figura 6-33. Sistema de control de excitación DC1A

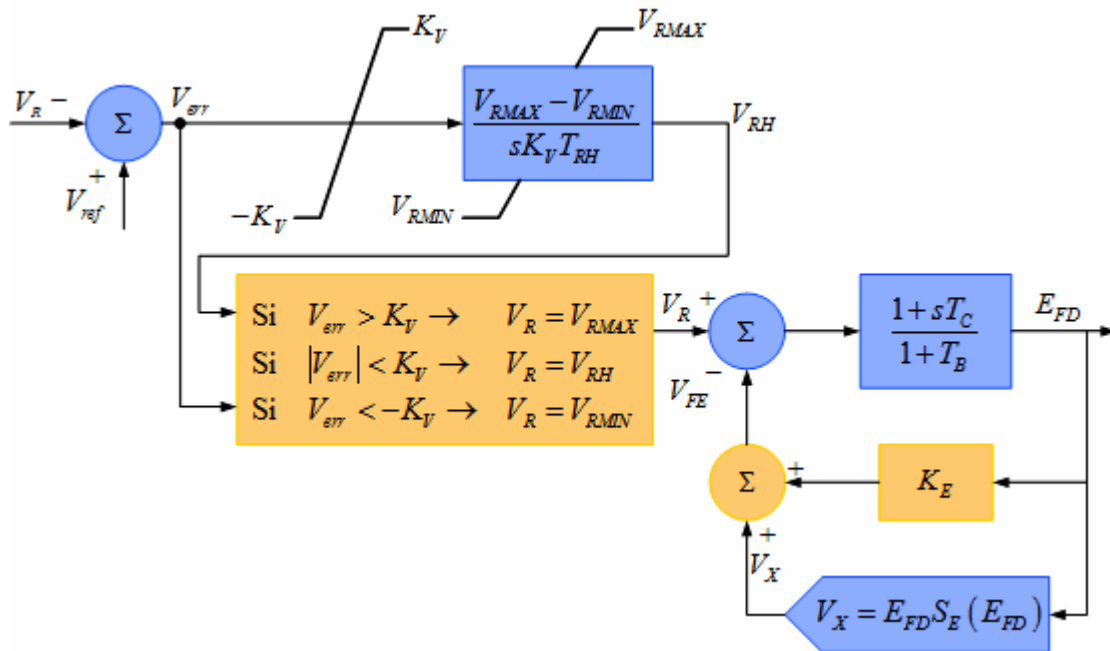


Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. *IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992. [88]

El término $S_E(E_{FD})$ es una función no lineal con un valor definido para cada valor escogido de E_{FD} , como se describió. La salida de este bloque de saturación, V_X , es el producto de la entrada, E_{FD} , y el valor de la función no lineal, $S_E(E_{FD})$, bajo el voltaje del excitador. Finalmente, una señal derivada del voltaje de campo, V_F , es utilizada para proveer estabilización al sistema de control de excitación a través de la ganancia de razón de retroalimentación, K_F , y la constante de tiempo, T_F .

6.3.2.1.2. Modelo del sistema tipo DC3A

Figura 6-34. Sistema de control de excitación DC3A



Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. *IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992. [88]

Los modelos DC1A y DC2A son representativos de los sistemas de control de excitación de la primera generación de alta ganancia y de excitatrices de acción rápida. El modelo DC3A es utilizado para representar sistemas antiguos, en particular aquellos con excitadores conmutables de corriente directa con reguladores de acción no continua que fueron utilizados antes del desarrollo de los reguladores de acción continua. Estos sistemas básicamente responden a dos diferentes razones de cambio, dependiendo de la magnitud del voltaje de error. Para errores pequeños, el ajuste se realiza periódicamente con una señal que opera un reóstato operado por un servomotor. Errores mucho mayores causan que un conjunto de resistores sean cortocircuitados o insertados y se aplica una fuerte señal al excitador. La acción continua del reóstato operado por servomotor también se presenta durante grandes errores, pero está desviada por medio de un contactor. La figura 6-34 presenta el modelo del sistema de control de excitación descrito anteriormente. La representación del excitador es similar a la del sistema DC1A, con la diferencia notable de que no existe un lazo de estabilización.

El regulador utiliza diferentes modos de operación dependiendo de la magnitud del error de voltaje $V_{err} = V_{ref} - V_C$. Si el error de voltaje es mayor que el ajuste de aumento rápido K_V , V_{RMAX} o V_{RMIN} es aplicado al excitador, dependiendo de la polaridad del error de voltaje. Para un valor absoluto de error de voltaje menor que K_V , la entrada del excitador es equivalente al ajuste del reóstato, V_{RH} . El ajuste del reóstato se varía dependiendo del signo de error. El tiempo de manipulación que presenta la acción continua del servomotor del reóstato es T_{RH} . Un límite *non-windup* se muestra a través de este bloque para representar el hecho que, cuando el reóstato alcanza cualquiera de los límites, está listo para abandonar el límite inmediatamente después de que la señal cambia de signo. El modelo no toma en cuenta los cambios en las constantes de tiempo en el campo de excitación como resultado del cambio de la resistencia de campo (como resultado del movimiento del reóstato).

6.3.2.2. Sistemas de control de excitación de corriente alterna (AC)

Estos sistemas de excitación utilizan un alternador de corriente alterna o rectificadores estacionarios o rotativos para producir la corriente directa requerida por el devanado de campo del generador. Los efectos de la carga sobre estos excitadores son significativos, y el uso de la corriente de campo como entrada a los modelos permite que estos efectos sean representados con precisión. Estos sistemas no permiten el suministro de una corriente negativa en el devanado de campo (a excepción del modelo AC4A). Las consideraciones para el modelado de corrientes negativas inducidas al devanado de campo se consideraron en la sección 6.2.3.7.

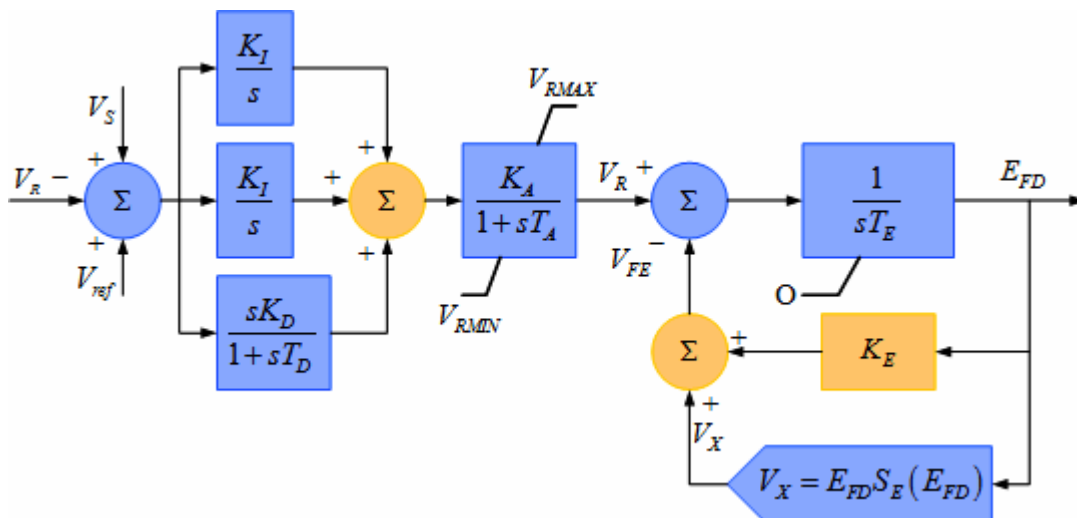
6.3.2.2.1. Modelo del sistema tipo AC1A

El modelo presentado en la figura 6-35 representa a los sistemas de control de excitación de campo controlado por rectificadores no-controlador y alternador. El excitador no emplea autoexcitación, y la potencia del regulador de voltaje proviene de una fuente que no está afectada por transitorios externos. Las características de puente de diodos en la salida del excitador imponen un límite inferior de cero en el voltaje de salida del excitador, como se presenta en la figura 6-35. Este modelo es aplicable para la simulación de sistemas de excitación sin escobillas *Westinghouse* y para estudios de estabilidad de gran escala. El efecto desmagnetizando de la corriente de carga I_{FD} , en el voltaje de salida del excitador. V_E , es considerada en el lazo de retroalimentación que incluye la constante K_D . Esta constante es una función de las reactancias síncrona y transitoria del alternador que funciona como excitador.

La caída de voltaje en la salida del excitador debido a la regulación de los rectificadores se simula a través de la constante K_C , ésta es función de la reactancia de conmutación, y por medio de la curva de regulación F_{EX} descrita en la sección 6.3.1.4. En el modelo, la señal V_{FE} , proporcional a la corriente de campo del excitador, se deriva de la suma algebraica de la señal de voltaje de salida del excitador V_E multiplicada por $K_E + S_E(V_E)$ (que representa la saturación) y la señal I_{FD} multiplicada por el término de desmagnetización K_D . La señal del devanado de campo del excitador V_{FE} , se utiliza como la entrada al bloque de estabilización del sistema de excitación con salida V_F .

6.3.2.2.2. Modelo del sistema tipo AC8B

Figura 6-36. Sistema de control de excitación AC8B



Fuente: IEEE/PES Excitation System Subcommittee. "Computer models for representation of digital-based excitation systems". **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 11, No. 3: 607-615. Septiembre, 1996.

El modelo presentado en la figura 6-36 es el modelo AC8B está incluido en la referencia [89] y representa el regulador *Basler DECS* utilizado en un excitador sin escobillas. El AVR en este modelo consiste de control PID, con constantes separadas para la ganancia proporcional K_p , la ganancia integral K_i y la ganancia derivativa K_d . Los valores para las constantes se seleccionan para obtener el mejor funcionamiento posible de cada sistema de excitación en particular. El alternador sin escobillas se representa por medio de T_E , K_E y S_E , como se describió en la sección 6.3.1.3.

6.3.2.3. Sistemas de control de excitación estáticos (ST)

En estos sistemas de excitación, el voltaje (y también la corriente en sistemas compuestos) es transformado a un nivel apropiado. Los rectificadores, controlados o no controlados, proveen la corriente directa requerida por el devanado de campo del generador. Muchos de estos sistemas permiten la existencia de voltaje de campo negativo, pero la mayoría no proveen de corriente de campo negativa. Para estudios donde la corriente negativa debe ser considerada se debe modelar el sistema considerando lo mencionado en la sección 6.2.3.7.

Para varios de los sistemas estáticos, el voltaje máximo del excitador es muy alto, para tales sistemas, se deben de proveer circuitos de limitación para proteger al excitador y al rotor del generador. Estos elementos frecuentemente incluyen elementos de acción instantánea así como elementos con retardo, a continuación solamente se tomarán en cuenta los elementos instantáneos, más adelante se desarrollarán los modelos de los limitadores para considerar sus características particulares.

6.3.2.3.1. Modelo del sistema tipo ST1A

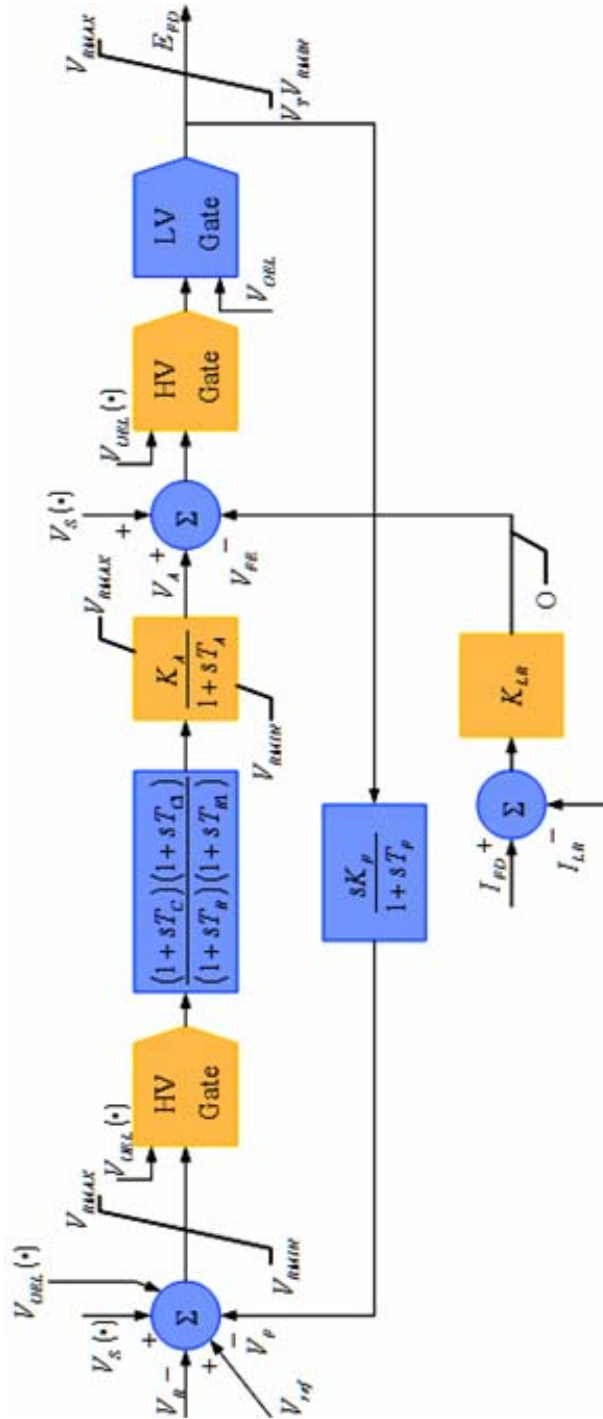
El modelo ST1A representa a los sistemas de control de excitación de fuente de potencial y rectificadores controlados, se utiliza para modelar sistemas cuya potencia de excitación es administrada a través de un transformador desde las terminales del generador (o bus auxiliar) y regulados por rectificadores controlados. El voltaje máximo del excitador de estos sistemas está directamente relacionado con el voltaje nominal del generador.

El modelo del sistema tipo ST1A se presenta en la figura 6-37. En este tipo de sistema, las constantes inherentes del excitador son muy pequeñas, y la estabilización del excitador puede no ser necesaria. Sin embargo, puede ser deseable para reducir la ganancia transitoria de estos sistemas debido a otras razones. El modelo presentado en la figura 6-37 es suficientemente versátil para representar la reducción transitoria de la ganancia implementada ya sea en la ganancia principal a través de las constantes de tiempo T_B y T_C (en dado caso K_F puede ajustarse a cero), o en el lazo de retroalimentación por medio de una selección adecuada de los parámetros de la razón de retroalimentación, K_F y T_F .

La ganancia del regulador de voltaje y la constante de tiempo inherente de sistema de excitación están representadas por K_A y T_A , respectivamente. Las constante de tiempo, T_{C1} y T_{B1} , permiten la posibilidad de representar un aumento transitorio en la ganancia, normalmente ajustando a T_{C1} con un valor superior que T_{B1} .

La manera en que se deriva el ángulo de disparo del puente de rectificadores afecta la relación de entrada-salida, que se asume como lineal en el modelo por medio de la selección de una ganancia simple K_A . Para muchos sistemas esta relación lineal es válida. Sin embargo, en algunos sistemas, la relación de los rectificadores no es linealizada, dejando la ganancia lineal como una función senoidal, la amplitud de esta señal puede ser dependiente del suministro del voltaje.

Figura 6-37. Sistema de control de excitación ST1A



Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. **IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies.** E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992.

Los límites internos en V_f pueden ser despreciados. Los límites del voltaje del devanado de campo son funciones del voltaje terminal, por lo tanto, la corriente del devanado de campo debe ser modelada. La representación del límite positivo del voltaje de campo como una función lineal de la corriente de campo de la máquina síncrona es posible debido a que la operación del puente de rectificadores en este tipo de sistemas está confinada a la región del modo 1 que se describió en la sección 6.3.1.4. El límite negativo tendría una característica dependiente de la corriente similar, pero el signo del término podría ser positivo o negativo dependiendo del ángulo de disparo o del ángulo de extinción seleccionado para el límite. Como la corriente de campo normalmente es demasiado pequeña bajo esta condición, el término no se incluye en el modelo.

Como resultado de una capacidad muy alta de sobre esfuerzo de estos sistemas, algunas veces es necesario el limitador de corriente de campo para proteger el rotor del generador y el excitador. El ajuste de inicio del limitador está definido por I_{LR} , y la ganancia está representada por K_{LR} . Para que estos límites puedan ser ignorados, K_{LR} debe ser ajustada en cero.

Mientras que para la mayoría de los sistemas de excitación se utiliza un puente completamente controlado, el modelo también puede ser aplicado para sistemas que utilizan puentes que son parcialmente controlados, en este caso el voltaje de tope negativo debe ser ajustado a cero siendo $V_{RMIN} = 0$. Este modelo ha sido ampliamente utilizado para estudios de estabilidad y debido a su flexibilidad se utiliza para representar los sistemas de control de excitación de una gran gama sistemas de diferentes fabricantes tales como el sistema *ASEA Static Excitation System*, *ABB UNITROL Excitation System*, *Basler Model SSE Excitation System*, entre otros.

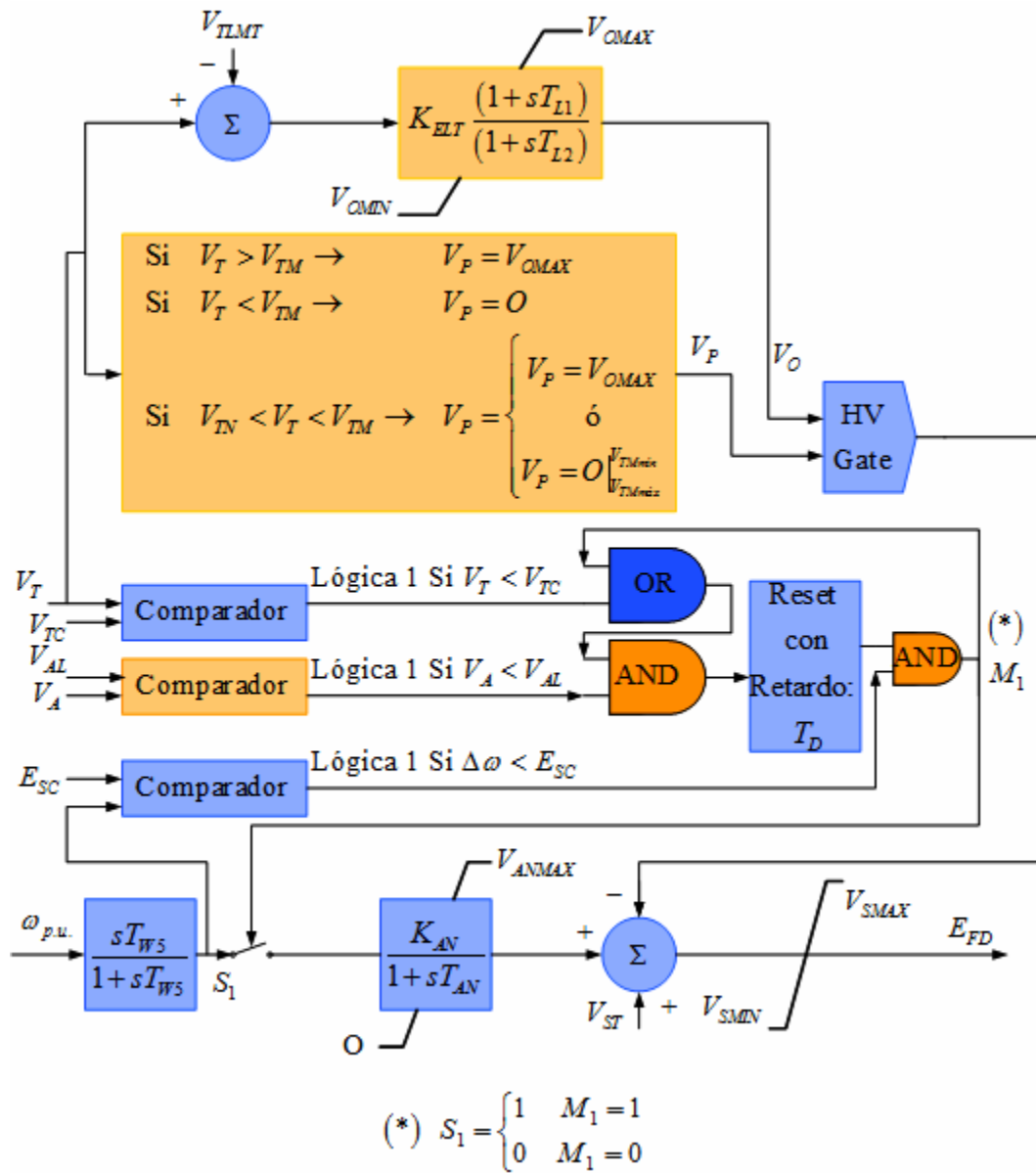
6.3.2.4. Sistemas de control de excitación suplementarios discontinuos (DEC)

En algunas configuraciones de sistemas muy particulares, el control de excitación por medio del voltaje terminal y la regulación del estabilizador de sistemas de potencia, no aseguran que el potencial del sistema de excitación sea explotado completamente para mejorar la estabilidad del sistema de potencia. Para estas situaciones especiales, el control suplementario no continuo puede ser utilizado para mejorar la estabilidad del sistema de potencia después de grandes disturbios, es decir, mejorar la estabilidad de gran ángulo o transitoria.

6.3.2.4.1. Modelo del sistema tipo DEC1A

El modelo de control suplementario no continuo DEC1A, presentado en la Figura 6-39, es utilizado para representar un esquema que eleva la excitación del generador a un nivel mayor que el demandado por el regulador de voltaje y el PSS inmediatamente después de una falla severa. El esquema, que ha sido aplicado a un gran número de generadores síncronos de gran dimensión con sistemas de excitación estáticos alimentados por bus auxiliar (ST1A), adiciona una señal proporcional al cambio del ángulo del rotor respecto al voltaje terminal y las señales del PSS. La señal del ángulo es utilizada solamente durante el período transitorio porque resultaría en inestabilidad de estado estable si se utiliza continuamente. El objetivo de este tipo de control es mantener el voltaje de campo en un nivel alto y, por lo tanto, también el voltaje en terminales hasta que se alcanza el límite de estabilidad del ángulo.

Figura 6-39. Sistema de control de excitación DEC1A



Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. *IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992.

Este tipo de control se usa particularmente para casos donde se presentan oscilaciones locales y oscilaciones entre áreas en el período transitorio. En estos casos, si no se aplica el control discontinuo, el modo de oscilación local puede no mantener el nivel máximo de excitación antes de que el valor máximo de la oscilación angular se halla alcanzado. El voltaje excesivo en terminales se previene mediante un circuito limitador de voltaje en terminales. El efecto del control discontinuo, en adición al aumento del voltaje en terminales y la potencia en el entrehierro, es aumentar el nivel de voltaje del sistema y la potencia de carga, por lo que contribuye con la desaceleración del rotor.

Como se presenta en la figura 6-39, la señal de velocidad ω del PSS provee un control continuo para mantener la estabilidad de estado estable durante condiciones normales de operación. Para el control discontinuo, se obtiene una señal proporcional al cambio del ángulo de la máquina por medio de la integración de la señal de velocidad. Este integrador no es un integrador ideal pues la señal de velocidad es restablecida por medio de la constante de tiempo T_{AN} .

El cambio de velocidad es solamente integrado durante el período transitorio después de una falla severa en el sistema. El contacto S_1 , que introduce la señal, se cierra dependiendo de las siguientes condiciones: (1) una caída en el voltaje en terminales más allá del valor tolerable, (2) presencia de un valor en la salida del regulador en el límite superior de excitación, y (3) aumento en la velocidad más allá del valor ajustado. El contacto S_1 se abre cuando se satisfacen las siguientes condiciones: (1) El cambio en la velocidad cae debajo del valor ajustado, o (2) la salida del regulador baja del límite superior de excitación.

El uso de limitadores de voltaje en terminales de acción rápida es esencial para una aplicación satisfactoria de esquema de control con sistemas DEC. Un limitador de voltaje dual se debe utilizar para proveer una respuesta rápida un alto grado de seguridad, sin el riesgo de la excitación de oscilaciones torsionales.

6.3.3. Modelación de limitadores

Los modelos de los sistemas de control de excitación descritos por IEEE en *IEEE Std. 421.5-1992* y *Computer models for representation of digital-based excitation systems* [88, 89], no incluyen la representación de circuitos de limitación, entre los que se encuentran los limitadores de subexcitación y limitadores de V/Hz. Estos circuitos no tienen influencia sobre la operación en condiciones de estado permanente y usualmente no se modelan para estudios de estabilidad de pequeño y gran señal. Sin embargo, pueden ser muy importantes para estudios de estabilidad de largo plazo y de voltaje. La implementación de estas funciones de limitación varía ampliamente dependiendo del fabricante, la antigüedad del equipo, y los requerimientos especificados por las compañías reguladoras de la generación.

IEEE ha definidos modelos que son lo suficientemente flexibles para representar la amplia gama de estos circuitos limitadores presentes en el mercado a través de las referencias [90, 91], se recomienda al lector consultar estas excelentes referencias para mayor detalles sobre el tema. A continuación se describirán brevemente los modelos de los circuitos de limitación de subexcitación y de V/Hz, recomendados en *Recommended models for overexcitation limiting devices* y *Underexcitation limiter models for power system stability studies* [90,91].

6.3.3.1. Limitadores de subexcitación (UEL)

Los limitadores de subexcitación ó UEL (*underexcitation limiter*) actúan para elevar la excitación cuando se percibe una condición en la cual el nivel de excitación es demasiado bajo. La señal de salida del limitador se suma a o sustituye a la acción del regulador de voltaje para controlar el nivel de excitación.

Los limitadores UEL se aplican típicamente para cumplir los siguientes propósitos:

- ✓ Para prevenir cualquier tipo de operación que ponga en juego la estabilidad de la máquina síncrona o que pueda llevar a la pérdida de sincronismo debido excitación insuficiente.
- ✓ Para prevenir cualquier tipo de operación que pueda llevar al sobrecalentamiento de la región terminal del estator de la máquina síncrona, típicamente definida por la porción inferior de la curva de capacidad.

Como un esfuerzo para conjugar un amplio número de aplicaciones UEL, IEEE desarrolló tres modelos diferentes de estos limitadores. A pesar de que los diseños de los UEL utilizan varios tipos de monitoreos y procesamientos de señal, sus características de limitación generalmente se basan en consideraciones de la potencia reactiva y la potencia activa, especificando estas en un plano cartesiano. Los modelos representan los siguientes tipos de características de limitación UEL desplegadas en un plano cartesiano de MVar contra MW:

- ✓ Característica circular (Modelo tipo UEL1)
- ✓ Característica lineal (Modelo tipo UEL2)
- ✓ Característica lineal de segmentos múltiples (Modelo tipo UEL3)

Modelo del limitador tipo UEL1

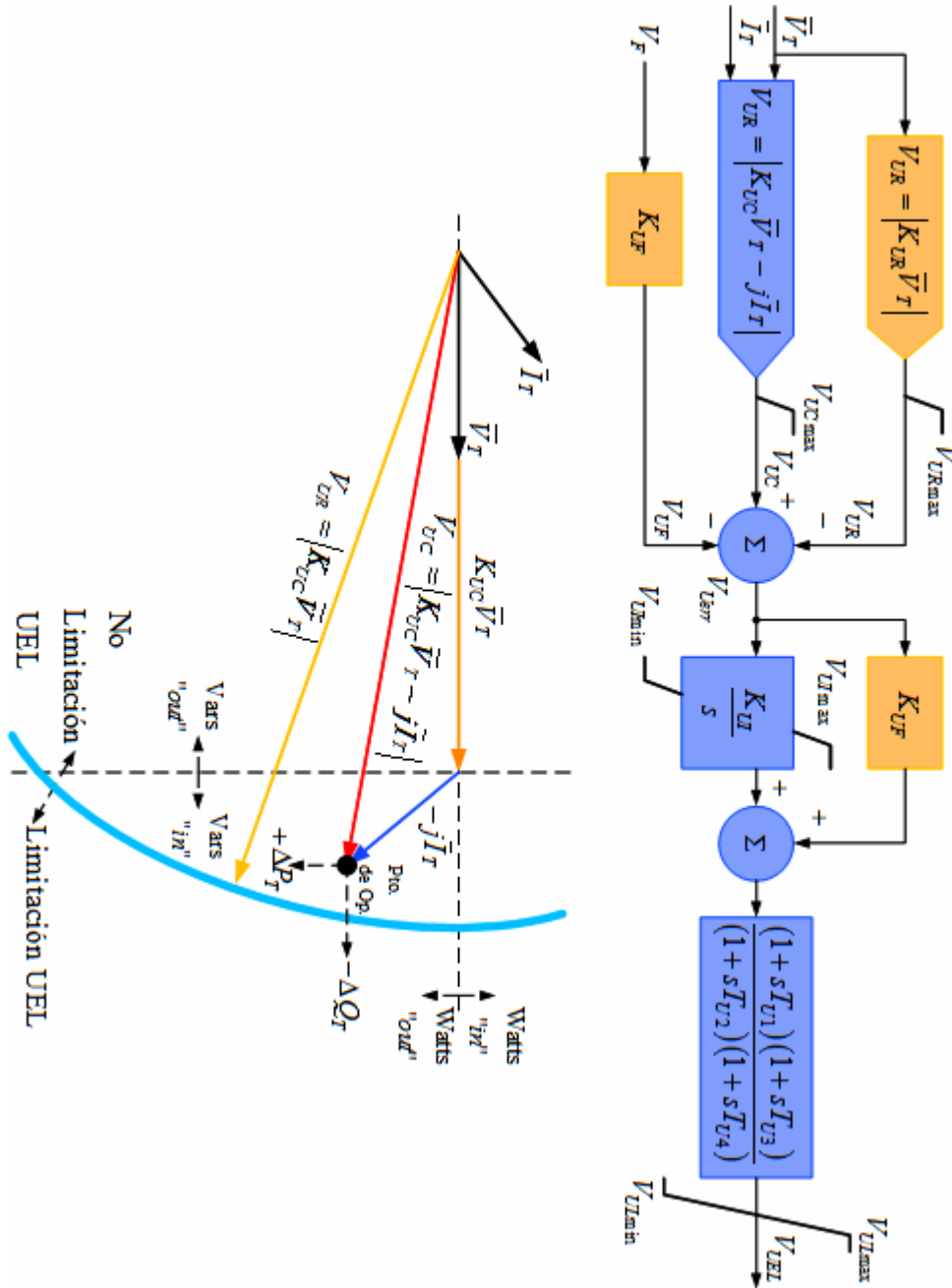
El modelo UEL1 tiene una característica circular que se presenta en términos de potencia reactiva contra potencia real. El modelo UEL1 y su curva característica se presentan en la figura 6-40. Las señales de entrada \bar{I}_T y \bar{V}_T representan la corriente y voltaje terminal de la máquina síncrona.

La figura 6-40 ilustra como la característica de limitación puede ser derivada de los parámetros utilizados en el modelo. La acción de limitación se presenta cuando V_{UC} excede el valor de V_{UR} . K_{UR} determina el radio del límite UEL, de tal manera que V_{UR} tiene una magnitud predeterminada la cual también es proporcional a la magnitud del voltaje en terminales V_T . K_{UC} determina el centro del límite UEL. Cuando K_{UC} multiplicada por \bar{V}_T se suma a con $-j\bar{I}_T$, la magnitud resultante de V_{UC} determina si el punto de operación de la máquina alcanzado (o no) el límite UEL. La absorción de más potencia reactiva o la entrega de más potencia activa produce un aumento en V_{UC} y esto resulta en un movimiento del punto de operación hacia el límite UEL.

El modelo UEL1 deriva el punto de operación utilizando \bar{I}_T y lo compara con un radio y un centro proporcional a V_T , este modelo representa esencialmente un UEL que utiliza una característica de impedancia circular aparente como su límite. Debido a que los relevadores de pérdida de campo utilizan una característica similar, este tipo de UEL permite una coordinación eficiente con estos relevadores. Además, los límites del UEL en términos de P y Q varían con V_T^2 , tal como el límite de estabilidad de estado estable varía con V_T^2 , así que el límite del UEL cambia a medida que las variaciones del voltaje en terminales alteran el límite de estabilidad estática.

Bajo condiciones normales, cuando el UEL no está limitando, $V_{UC} < V_{UR}$ y la señal de error del UEL, V_{err} , es negativa. Cuando se amplifica la salida del UEL por medio de las funciones proporcional K_{UL} e integral K_{UI} , esta será negativa (en el caso en que la salida del UEL alimente a una compuerta HV) o limitada a cero (en el caso en que el UEL alimenta al punto de suma del regulador de voltaje).

Figura 6-40. Modelo UEL1 y su característica de limitación



Fuente: IEEE Task Force on Excitation Limiters. "Underexcitation limiter models for power system stability studies". IEEE Transactions on Energy Conversion. E.E.U.U.: Vol. 10, No. 3: 524-531.

Septiembre, 1995.

Cuando las condiciones son tales que el límite del UEL excede $V_{UC} > V_{UR}$ la señal de error del UEL V_{Uerr} pasará a ser positiva. Esto llevará a la salida del UEL en dirección positiva, y si la ganancia es suficiente, la salida del UEL tomará control del regulador de voltaje para elevar la excitación para mover el punto de operación lejos del límite UEL. La entrada V_F del modelo UEL1 permite prever la incorporación de una señal del estabilizador del sistema de excitación desde el regulador de voltaje, la cual se puede utilizar para amortiguar oscilaciones. Finalmente, se recomienda en [91] que este modelo sea utilizado con los sistemas de excitación que utilizan el modelo AC1A o ST1A.

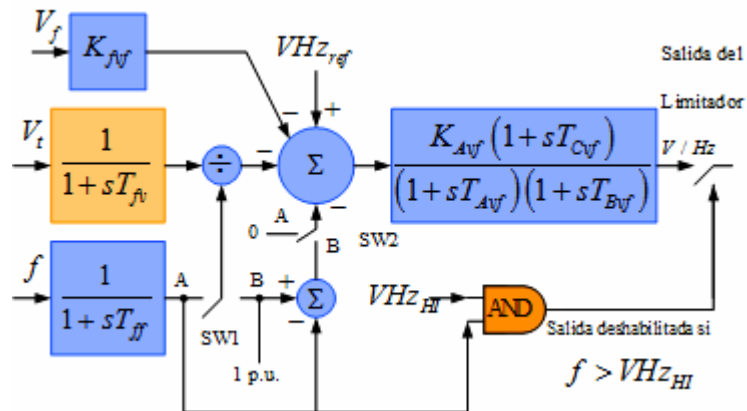
6.3.3.2. Limitadores de V/Hz (OV)

Los limitadores de sobrevoltaje (OV) monitorean el voltaje en terminales de la máquina síncrona y actúan cuando este voltaje excede un valor predeterminado. Estos limitadores pueden operar a través de una porción de los circuitos del regulador de voltaje o directamente en los circuitos de disparo de los amplificadores estáticos. Aunque estos limitadores son muy importantes para proteger equipo, en el caso del mal funcionamiento en los componentes del AVR, estos limitadores pueden ser combinados con los limitadores de V/Hz como un solo componente para satisfacer los propósitos de la modelación en estudios de estabilidad.

Los limitadores de V/Hz monitorean tanto el voltaje en terminales de la máquina síncrona como la frecuencia en terminales, y protegen a las máquinas y todos los transformadores conectados de daño debido a condiciones de sobreflujo magnético. Estas condiciones pueden ser causadas por una alta tensión y/o por baja frecuencia que se dan como resultado de fallas severas en el sistema de potencia. Los limitadores de V/Hz usualmente operan a través de una porción de la circuitería del AVR y utilizan una razón de retroalimentación o reducción de la ganancia transitoria para el control de la estabilidad del sistema de excitación.

El modelo del limitador de V/Hz y OV se representa en la Figura 6-41, puede ser utilizado como un limitador OV o un limitador de V/Hz (ajustando la frecuencia de entrada a 1 p.u.). Se proveen dos rutas alternas para la frecuencia para permitir la modelación de la mayoría de los circuitos de limitación actuales. El conmutador SW1 se provee para deshabilitar el limitador bajo frecuencias que están sobre el *setpoint* debido a que algunos limitadores de V/Hz no operan bajo la frecuencia nominal y más allá de esta. Las entradas del modelo son: voltaje en terminales V_t , frecuencia en terminales f , y la salida del estabilizador del sistema de excitación V_f . Se pueden utilizar filtros pasabajos para las entradas de voltaje y frecuencia. El *setpoint* del limitador debe ser designado en valores por unidad de V/Hz (o en valores por unidad de V si se utiliza solamente como un limitador de sobrevoltaje).

Figura 6-41. Modelo del limitador de V/Hz



Fuente: IEEE Task Force on Excitation Limiters. “Recommended models for overexcitation limiting devices”. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. E.E.U.U.: Vol. 10, No. 4: 706-713. Diciembre, 1995.

Cuando los conmutadores SW1 y SW2 se encuentran en la posición “A”, el limitador controla la razón entre el voltaje en terminales y la frecuencia en terminales.

Cuando el conmutador SW1 está en la posición “B” y el conmutador SW2 en la posición “A”, el limitador controla solamente el voltaje. Si ambos conmutadores se encuentran en la posición “B”, el *setpoint* es reducido linealmente con el decrecimiento de la frecuencia. Algunos limitadores de V/Hz utilizan este método para limitar el flujo. El *setpoint* VHz_{HI} y el comparador asociado se proveen para deshabilitar el limitador de V/Hz si la frecuencia es mayor que el *setpoint*.

Algunos limitadores de V/Hz contienen esta opción para prevenir la operación (y la posible interacción con otros limitadores) bajo la frecuencia nominal. Este *setpoint* debe estar designado en valores p.u. Si se utiliza un *setpoint* muy alto, esta opción puede ser deshabilitada. Las entradas V_f y K_{fvf} se proveen para sistemas que utilizan razón de retroalimentación para estabilizar el sistema de excitación. K_{fvf} normalmente será igual a la unidad a no ser que el limitador V/Hz tenga una ruta de retroalimentación diferente que el lazo principal del regulador.

Las constantes de tiempo T_{Bvf} y T_{Cvf} se proveen para sistemas que utilizan como control la reducción de la ganancia transitoria. Los valores de estas constantes serán normalmente las mismas que las constantes del regulador principal T_B y T_C . El parámetro de ganancia del limitador K_{Avf} es utilizado como un artefacto de “sustitución”, y tendrá el mismo valor que la ganancia del AVR K_A . Este modelo puede ser utilizado en conjunto con los modelos de sistemas de excitación ST1A, AC1A y AC2A. También puede ser utilizado con otros modelos si es convertido a un modelo que utilice sumatorias. Esto puede ser llevado a cabo haciendo que K_{fvf} sea cero y utilizando K_{Avf} para representar la ganancia del lazo del limitador.

La salida del limitador deberá ser conectada a una entrada de V_{UEL} , donde deberá tener un signo positivo. De esta manera se puede utilizar el modelo UEL1 con los modelos DC1A, DC2A, AC6A y ST2A. La incorporación con otros modelos requiere de mayor manipulación del modelo.

6.4. Introducción a los estabilizadores de sistemas de potencia - PSS

Cuando parecía que la acción de algunos reguladores de voltaje podría resultar en amortiguamiento negativo de las oscilaciones electromecánicas, los PSS se introdujeron como un medio de mejora del amortiguamiento de oscilaciones, a través de la modulación de la excitación del generador de manera que se pudiera extender el límite de transferencia de potencia. En algunos sistemas de potencia, las oscilaciones de frecuencia pueden ser tan bajas como 0.1 Hz entre áreas, y tan altas como 5 Hz para oscilaciones de modo local.

Hoy en día los estabilizadores de sistemas de potencia o PSS son artefactos que se utilizan ampliamente para mejorar el amortiguamiento de las oscilaciones en el sistema de potencia a través del sistema de excitación y/o a través del sistema turbina-gobernador de la unidad de generación. Además, el PSS es uno de los métodos más económicos para mejorar la estabilidad de los sistemas de potencia. En esta sección se tratarán los PSS y sus aplicaciones de manera introductoria.

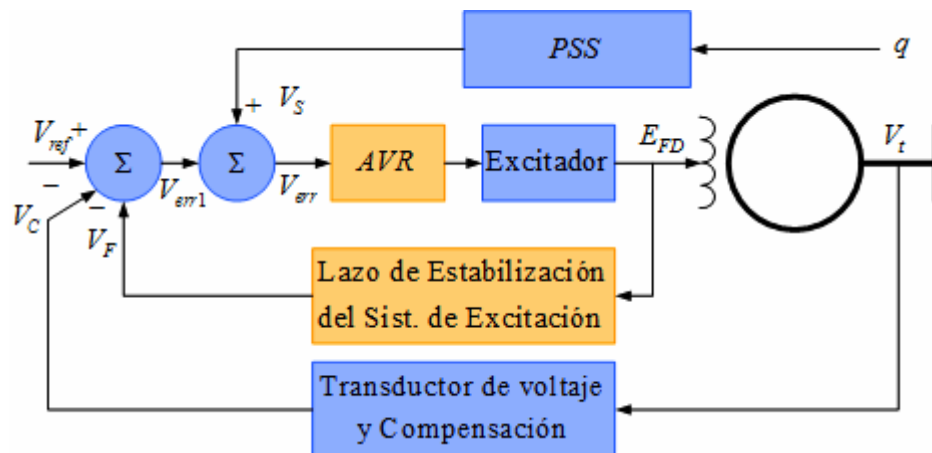
6.4.1. Conceptos generales del PSS

La adición de controles suplementarios al lazo del AVR es una de las formas más comunes de mejorar la estabilidad de pequeña señal (referida también como estabilidad de pequeño ángulo) y estabilidad de gran señal (referida también como estabilidad de gran ángulo o transitoria). La adición de lazos de control extra debe realizarse con mucho atención ya que el AVR (sin lazos de control suplementario) puede debilitar el amortiguamiento de los devanados de campo y amortiguación.

La reducción del torque de amortiguamiento se debe en principio a los efectos de la regulación de voltaje que incluye corrientes adicionales en los circuitos del rotor que se oponen a las corrientes inducidas por la desviación de velocidad del rotor $\Delta\omega$.

La idea principal de la estabilización de sistemas de potencia es reconocer que en el estado estable, que se da cuando la desviación de velocidad es cero o casi cero, el controlador de voltaje debe ser manipulado solamente por el error de voltaje V_{err1} . Sin embargo, en el estado transitorio la velocidad del generador no es constante, las oscilaciones del rotor, y V_{err1} se someten a oscilaciones causadas por el cambio en el ángulo del rotor. La función del PSS es sumar una señal adicional que compense las oscilaciones de V_{err1} y que provea una componente de amortiguación esté en fase con $\Delta\omega$. Esto se ilustra en la figura 6-42 donde la señal V_s es adicionada a la señal de error de voltaje V_{err1} . En el estado estable V_s debe ser igual a cero para que no distorsione el proceso normal del AVR.

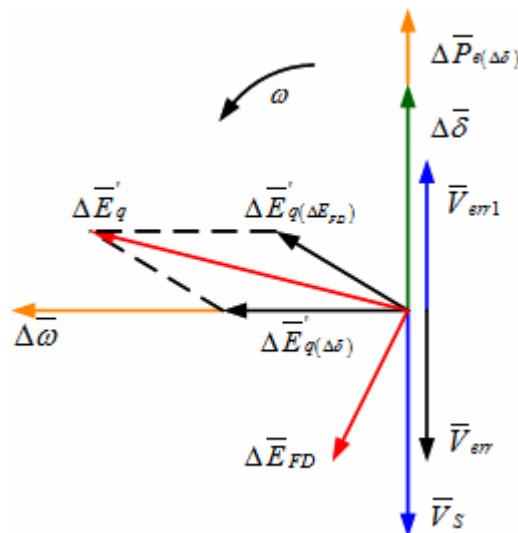
Figura 6-42. Diagrama de bloques de la aplicación del PSS



La figura 6-43 muestra el diagrama fasorial de las señales involucradas en la figura 6-42, durante el estado transitorio. Dado que cada señal varía senoidalmente con las oscilaciones de frecuencia del rotor, estas pueden ser representadas por fasores. El fasor \bar{V}_S se opone directamente al fasor \bar{V}_{err1} y es mucho mayor que este. El fasor de error de voltaje total \bar{V}_{err} se adelanta a la desviación de velocidad $\Delta\bar{\omega}$, de no existir el PSS este se atrasaría respecto a $\Delta\bar{\omega}$.

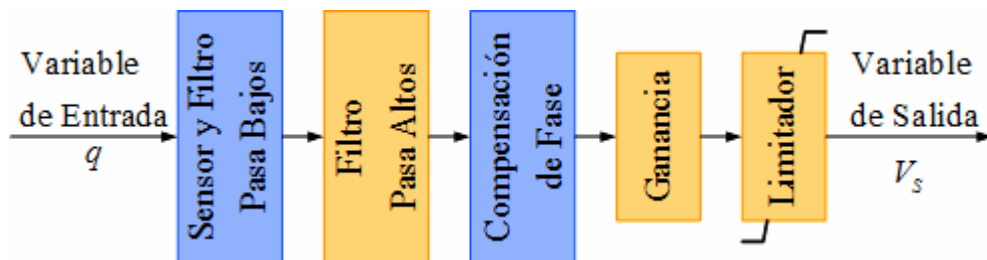
El fasor del voltaje de excitación $\Delta\bar{E}_{FD}$ se atrasa respecto a \bar{V}_{err} por un ángulo introducido por el AVR y el excitador de manera que la componente en cuadratura (con respecto a $\Delta\bar{\delta}$) del fasor $\Delta\bar{E}'_{q(\Delta\delta)}$, introduce un torque de amortiguación al sistema. Sin embargo, la magnitud de \bar{V}_S es menor que \bar{V}_{err1} , entonces se logra la compensación parcial de la componente de amortiguación negativa del AVR.

Figura 6-43. Diagrama fasorial de la aplicación del PSS



La estructura general del PSS se presenta en la figura 6-44, donde la señal del PSS V_s , puede ser provista de un gran número de señales de entrada diferentes medidas en las terminales del generador. La variable medida (o variables medidas) son manipuladas a través de filtros pasa bajo y filtros pasa alto. La señal filtrada luego es llevada a través de un elemento de adelanto y/o atraso de fase para obtener el cambio de fase requerido y, finalmente, la señal es amplificada a través de un amplificador y limitada por medio de un limitador. Cuando se diseña la compensación de fase es necesario tomar en cuenta el cambio de fase de la propia señal de entrada y aquel introducido por las etapas de filtraje. Algunas veces los filtros se diseñan de tal manera que dan un cambio de fase igual a cero para las oscilaciones de frecuencia del rotor. El modelo matemático del PSS se describirá con mayor detalle más adelante.

Figura 6-44. Elementos principales de un PSS



Típicamente, las variables medidas utilizadas como señales de entrada al PSS son la desviación de la velocidad angular del rotor, la potencia activa del generador y/o la frecuencia en terminales del generador. Existen varias alternativas posibles para construir un PSS dependiendo de las señales de entrada escogidas.

6.4.2. PSS aplicado al sistema de control de excitación

6.4.2.1. PSS basado en $\Delta\omega$ (PSS delta-omega)

El PSS basado en la señal de velocidad del eje del rotor ha sido utilizado con éxito en unidades hidráulicas desde la mitad de la década de 1960. En general, se necesita derivar una señal de estabilización de la medición de la velocidad del eje del rotor de una unidad hidráulica.

Una de las consideraciones más importantes en el diseño e implementación del equipo para medición de la desviación de la señal es la minimización del ruido causado por vibraciones del eje y otras causas. El nivel admisible de ruido es dependiente de la frecuencia. Para frecuencias menores de 5 Hz, el nivel de ruido debe ser menor que 0.02%, debido a que los cambios significativos que se pueden dar en el voltaje en terminales pueden ser producidos por cambios de baja frecuencia en el devanado de campo.

Una frecuencia correspondiente a la velocidad rotacional del eje y resultante de la aceleración del mismo, es la componente más importante del ruido en este rango. Los movimientos laterales del eje de 0.075 cm. son típicos en puntos cercanos a la guía de los cojinetes. Este tipo de ruido no puede ser removido por filtros eléctricos convencionales; su eliminación debe ser inherente al método de medición de la señal de velocidad.

Esto se lleva a cabo sumando las salidas de varios puntos de muestreo alrededor del eje. Cuando la posición de las compuertas es menor del 70%, la señal de estabilización se desconecta automáticamente para prevenir modulación excesiva del voltaje de campo derivada de las vibraciones generadas por la apertura parcial de las compuertas.

La aplicación de estabilizadores basados en la velocidad del eje a unidades térmicas requiere de una cuidadosa consideración de los efectos sobre las oscilaciones torsionales. El estabilizador, a medida que amortigua las oscilaciones del rotor, puede causar inestabilidad de los modos torsionales. Un método que ha sido utilizado con éxito para resolver este problema es utilizar el monitorio de la velocidad en un punto de eje cercano a los nodos de los modos torsionales críticos. En adición, un filtro electrónico se utiliza en el lazo de estabilización para atenuar las componentes torsionales.

Si bien los estabilizadores delta-omega han sido utilizados en muchas unidades térmicas, este tipo de estabilizador tiene muchas limitaciones. La principal desventaja es la necesidad de utilizar un filtro torsional. Para atenuar las componentes torsionales de la señal de estabilización, el filtro también introduce un atraso de fase en componentes de frecuencia más bajas, esto tiene un efecto desestabilizante en el modo de excitación, de esta manera impone un límite máximo en la ganancia permisible del estabilizador. En muchos casos, esto es demasiado restrictivo y limita la efectividad general del estabilizador para amortiguar las oscilaciones del sistema. Además, el estabilizador tiene que ser diseñado exclusivamente para cada tipo de unidad de generación dependiendo de sus características torsionales. Para superar estas limitaciones se desarrollaron los estabilizadores delta-P-omega.

6.4.2.2. PSS basado en $\Delta\omega$ y P_e (PSS delta-P-omega)

La necesidad para medir la desviación de velocidad en varios puntos a lo largo del eje puede ser eliminada por medio del cálculo de la desviación promedio de las variables eléctricas medidas.

Este principio se ilustra a través de la siguiente ecuación que muestra como una señal proporcional a la desviación de la velocidad del rotor puede ser derivada de la potencia de aceleración:

$$\Delta\omega_{eq} = \frac{1}{2H} \int (\Delta P_m - \Delta P_e) dt \quad (6.33)$$

Donde ΔP_m es un cambio en la potencia mecánica, ΔP_e es un cambio en la potencia eléctrica y $\Delta\omega_{eq}$ es la desviación de potencia derivada o equivalente. El objetivo es derivar la señal de velocidad equivalente $\Delta\omega_{eq}$, de manera que no contenga modos torsionales. Las componentes torsionales son atenuadas inherentemente en la integral de la señal de ΔP_e [19].

El problema entonces se traduce a la medición de la integral de ΔP_m sin componentes torsionales. La integral de la potencia mecánica está relacionada con la velocidad del eje y a la potencia eléctrica a través de la siguiente expresión:

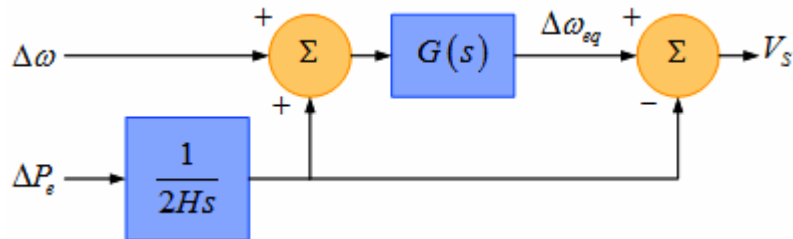
$$\int \Delta P_m dt = 2H \Delta\omega + \int \Delta P_e dt \quad (6.34)$$

El estabilizador tipo delta-P-omega hace uso de la relación (6.34) para simular una señal proporcional a la integral del cambio de potencia mecánica por medio de la adición de señales proporcionales al cambio de la velocidad del eje y de la integral de la potencia eléctrica. Esta señal contendrá oscilaciones torsionales si no se utiliza un filtro, debido a que los cambios de potencia mecánica son relativamente lentos, la integral derivada de la señal de potencia mecánica puede ser acondicionada con un filtro pasa bajo para remover las frecuencias torsionales. La función de transferencia general para derivar la señal de la desviación de velocidad equivalente del rotor de las mediciones de la velocidad del rotor y de la potencia eléctrica está dada por:

$$\Delta\omega_{eq}(s) = -\frac{\Delta P_e(s)}{2Hs} + G(s) \left[\frac{\Delta P_e(s)}{2Hs} + \Delta\omega(s) \right] \quad (6.35)$$

En la expresión (6.35), $G(s)$, corresponde a la función de transferencia del filtro torsional. La figura 6-45 presenta el diagrama de bloques del estabilizado delta-P-omega. El PSS delta-P-omega se caracteriza por sus dos entradas $\Delta\omega$ y ΔP_e , las cuales se utilizan para calcular $\Delta\omega_{eq}$, esto implica que con el uso de dos señales de entrada se tendrá la posibilidad de utilizar una alta ganancia, de manera que el resultado será una buena amortiguación de las oscilaciones de potencia.

Figura 6-45. Diagrama de bloques del PSS delta-P-omega



Fuente: Machowski, Jan *et. al.* *Power system dynamics and stability*. Inglaterra, 1998.

El estabilizador delta-P-omega tiene dos ventajas notorias sobre el estabilizador delta-omega:

1. La señal ΔP_e tiene un alto grado de atenuación de componentes torsionales, y por lo tanto no existe la necesidad de un filtro torsional en la ruta principal de estabilización. Esto, generalmente, elimina el problema de estabilidad del modo de excitación, por consiguiente, permitiendo una mayor ganancia de estabilización que resulta en una mejor amortiguación de las oscilaciones del sistema.
2. Se puede utilizar un arreglo de un sensor de velocidad al final de eje con un filtro torsional utilizado en conjunto con la potencia eléctrica para derivar la señal de potencia mecánica. También, permite el uso de un patrón estándar de diseño para todas las unidades sin considerar las características torsionales individuales.

6.4.2.3. PSS basado en P_e (PSS P_e)

Una forma simplificada del PSS mostrado en la figura 6-45 se puede obtener despreciando la medición de la velocidad del eje y solo midiendo la potencia real del generador P_e . Con este arreglo solamente se necesita una señal de entrada pero solo puede ser utilizado cuando la potencia mecánica puede ser considerada constante. Si la potencia mecánica cambia, por ejemplo debido a control de frecuencia suplementario, este tipo de estabilizador produce oscilaciones transitorias en el voltaje y en la potencia reactiva que son innecesariamente forzadas por el PSS que ve el cambio de potencia mecánica como una oscilación de potencia.

6.4.2.4. PSS basado en la frecuencia (PSS f_{Vg} y f_E)

La medición de la velocidad del eje puede ser reemplazada por la medición de la frecuencia del voltaje en terminales del generador f_{Vg} o simplemente f . Normalmente, la señal terminal de frecuencia es utilizada directamente como la señal de entrada del estabilizador, este arreglo tiene una desventaja importante pues la forma de onda del voltaje en terminales puede contener ruido producido por cargas industriales de gran dimensión tales como los hornos de arco. En algunos casos, el voltaje en terminales y la corriente se utilizan para derivar la frecuencia (denominada f_E) del voltaje detrás de una reactancia equivalente a la de la máquina, para aproximar la velocidad del rotor de la máquina, de esta manera se obtiene un valor aproximado de E' y de la frecuencia f_E . El PSS ahora recibe dos señales la corriente y el voltaje en terminales del generador. Al igual que en el caso de los PSS delta-P-omega, la ganancia es limitada por efecto de las oscilaciones torsionales del eje.

La sensibilidad de la señal de frecuencia debido a oscilaciones del rotor aumenta a medida en el sistema transmisión de externo se hace más débil, tendiendo a deteriorar la ganancia de la salida del estabilizador. De aquí que la ganancia de un estabilizador basado en la frecuencia debe ser ajustado para obtener el mejor funcionamiento posible bajo condiciones extremas en redes débiles donde la contribución del estabilizador es más necesaria.

La señal de frecuencia es más sensitiva a los modos de oscilación entre grandes áreas que a los modos locales, es decir, los modos de oscilación que se dan entre las máquinas de una misma planta de generación. Por lo tanto es posible obtener una mayor contribución al amortiguamiento de los modos entre áreas que la contribución que provee un estabilizador delta-omega o delta-P-omega.

Sin embargo, el PSS basado en la frecuencia, sufre de las siguientes limitaciones:

1. Durante transitorios muy veloces, la señal de frecuencia terminales será sometida a un cambio de fase repentino. El resultado de esto es un pico en el voltaje de campo que se refleja en las variables de salida del generador.
2. La señal de frecuencia a menudo contiene ruido del sistema de potencia causado por cargas industriales grandes como los hornos de arco. En muchos casos esto ha limitado el uso de frecuencia como señal de entrada.
3. Se requiere de filtrado torsional. Por lo tanto, un estabilizador basado en la frecuencia tiene la misma limitación básica que un estabilizador delta-omega.

6.4.3. PSS aplicado al sistema turbina-gobernador

Puesto que todos los generadores en un sistema de potencia están vinculados por la red de transmisión, el control de voltaje de uno de los generadores tiene influencia en la respuesta dinámica de todos los otros generadores. Consecuentemente, un PSS que mejora la amortiguación de un generador no necesariamente mejora el amortiguamiento de otros generadores. Por consiguiente, un diseño local puede no proveer la solución global óptima y se convierte necesario procedimiento de diseño coordinado. Esta coordinación aumenta la computación del diseño y usualmente solo es válida para configuraciones de red típicas y para condiciones de carga.

Cuando una falla severa ocurre, la configuración de la red post falla, y la carga, puede ser significativamente diferente de las condiciones pre falla, lo que puede resultar en oscilaciones pobremente amortiguadas. Debido a estos factores el interés se ha enfocado a utilizar el gobernador de la turbina para amortiguar las oscilaciones locales y entre áreas. El principio de proveer un torque de amortiguación adicional desde el gobernador de la turbina es similar al utilizado cuando se adiciona un PSS al sistema de excitación. Las constantes de tiempo en el conjunto turbina-gobernador introducen un cambio de fase entre las oscilaciones en la desviación de velocidad $\Delta\omega$ y la potencia mecánica de la turbina.

Como la señal de entrada al lazo de control suplementario del PSS es proporcional a $\Delta\omega$ la función de transferencia del PSS debe ser escogida de tal forma que a la frecuencia de las oscilaciones del rotor compense el cambio de fase introducido por el sistema turbina-generador. Consecuentemente el PSS forzará cambios en la potencia mecánica ΔP_m que están en fase con $\Delta\omega$ y que proveen amortiguamiento positivo. La ventaja principal de aplicar un lazo de PSS al gobernador de la turbina recae en el hecho de que los efectos dinámicos del sistema turbina-gobernador están débilmente acoplados con los efectos dinámicos del resto del sistema. De tal manera que los parámetros del PSS no dependen de los parámetros de la red.

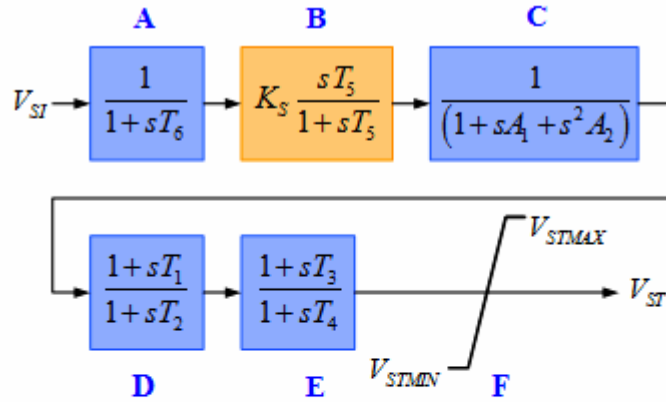
6.4.4. Modelos del PSS definidos por IEEE

Los modelos descritos a continuación son consistentes con los modelos de los sistemas de control de excitación, para el rango de frecuencia bajo el perfil desarrollado en la norma IEEE Std 421.5-1992 [88] y la actualización de la norma en cuestión [89]. Sin embargo, estos modelos pueden no ser los adecuados para estudios de investigación de modos de control de inestabilidad que ocurren arriba de 3Hz y para estudios especiales como los de resonancia subsíncrona. Los parámetros del estabilizador deben ser consistentes con el tipo de señal de entrada especificada por el modelo del estabilizador. Los parámetros para estabilizadores de diferentes señales de entrada pueden verse muy diferentes a pesar de que proveen características de amortiguamiento similares.

6.4.4.1. Modelo tipo PSS1A

La figura 6-46 presenta la forma generalizada de un estabilizador de sistemas de potencia con una sola entrada. Algunas señales de entrada (V_{SI}) comunes son la velocidad, la frecuencia y la potencia, como se describió en la sección 6.4. La constante de tiempo T_6 puede ser utilizada para representar la constante de tiempo del transductor de tensión. La ganancia del estabilizador está ajustada por el término K_s , y el filtro paso alto está determinado por la constante T_5 . En el bloque siguiente, A_1 y A_2 permiten que se tomen en cuenta algunos de los efectos de baja frecuencia de los filtros torsionales de alta frecuencia (utilizados en unidades térmicas). Cuando no se utilizan con este propósito, el bloque puede ser utilizado para ayudar en moldear las características de ganancia y de fase del estabilizador, si se requiere.

Figura 6-46. Modelo tipo PSS1A



- | | |
|---|---|
| A: Transductor | B: Ganancia y Filtro Pasa Bajo |
| C: Efectos de baja frecuencia de filtros torsionales o moldeaje de la señal de salida | D: Compensación de adelanto -atraso de fase |
| E: Compensación de adelanto -atraso de fase | F: Limitador |

Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. *IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992

Los siguientes dos bloques permiten dos etapas de compensación de adelanto y atraso de fase, dadas por las constantes T_1 a T_4 . La salida del estabilizador puede ser limitada de varias formas, no todas están presente en la Figura 6-46. Este modelo solamente presenta los límites de salida del estabilizador, V_{STMAX} y V_{STMIN} . Para algunos sistemas, la salida del estabilizador es removida si el voltaje en terminales del generador se desvía más allá de un rango seleccionado, como se da en el sistema de control de excitación no continuo DEC3A [88]. En otros sistemas, la salida del estabilizador está limitada como una función del voltaje en terminales del generador incluido en el sistema DEC1A.

La salida del estabilizador V_{ST} , es la entrada para los modelos de sistemas de control de excitación no continuo (DEC). Cuando no se utilizan sistemas de control no continuos la salida del estabilizador $V_{ST} = V_S$; esto significa que la señal del PSS se enlaza directamente con el punto de suma principal del sistema de control de excitación.

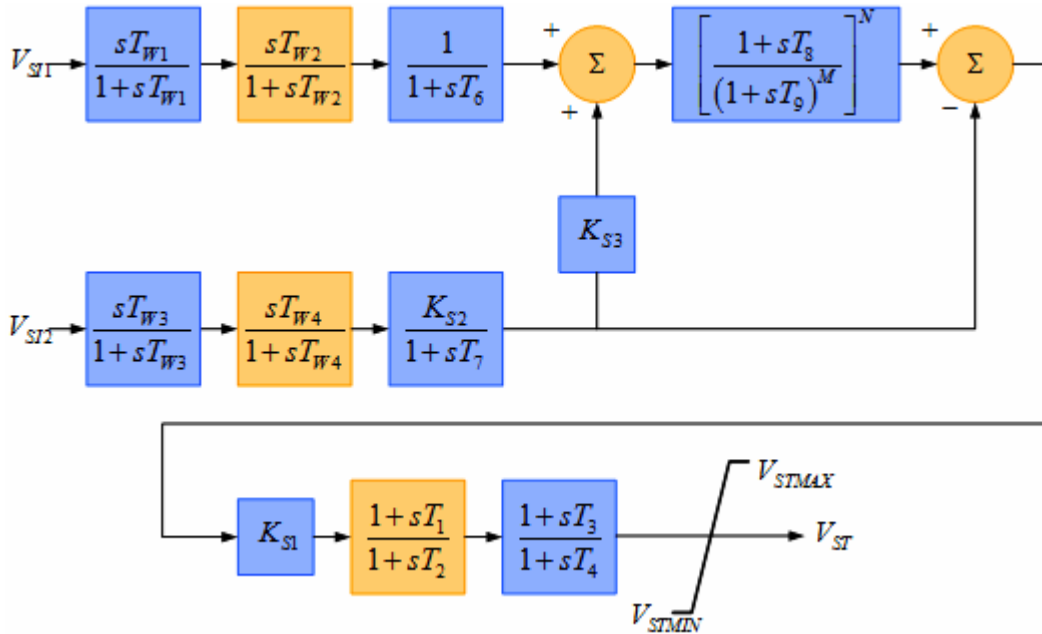
6.4.4.2. Modelo tipo PSS2A

El modelo de este estabilizador presentado en la Figura 6-47, está diseñado para representar una amplia variedad de estabilizadores de dos entradas que normalmente utilizan una combinación de potencia y velocidad o frecuencia para derivar la señal de estabilización.

Este modelo puede ser utilizado para representar dos tipos distintos de estabilizadores con dos entradas, la implementación de estos se muestra a continuación:

1. Estabilizadores que, en el rango de frecuencia de las oscilaciones de sistemas, actúan como estabilizadores con entrada de potencia. Estos utilizan la entrada de velocidad o la frecuencia para generar una señal equivalente de potencia mecánica, para hacer que la señal total sea insensitiva a los cambios de potencia mecánica.
2. Estabilizadores que utilizan una combinación de velocidad (o frecuencia) y potencia eléctrica. Estos sistemas usualmente utilizan la señal de velocidad directamente (sin compensación de adelanto de fase) y suman una señal proporcional a la potencia eléctrica para alcanzar el moldeado deseado de la señal de estabilización.

Figura 6-47. Modelo tipo PSS2A



Fuente: Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. *IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992.

Mientras que el mismo modelo se puede utilizar para los dos tipos de estabilizadores con dos entradas como se describe arriba, los parámetros utilizados en el modelo para la acción equivalente de estabilización serán muy diferentes. Para cada entrada, se pueden representar dos filtros descritos por las constantes T_{W1} a T_{W4} en conjunto con una constante de tiempo para el transductor o el integrador dadas por T_{W6} y T_{W7} . Para el primer tipo de estabilizar con dos entradas, K_{S3} normalmente es 1 y K_2 es $T_7/2H$, donde H es la constante de inercia de la máquina síncrona. V_{SI1} normalmente representa la velocidad o frecuencia, y V_{SI2} es la señal de potencia eléctrica. Los índices, N (número entero hasta 4) y M (número entero hasta 2), permiten la representación de un filtro sencillo.

La compensación de fase se provee por dos bloques de adelanto-atraso o atraso-adelanto de fase por medio de los bloques que contienen las constantes T_1 a T_4 . Las opciones de limitación de la salida son similares a las descritas para el modelo PSS1A. Para muchos estudios, el modelo de una sola entrada PSS1A, con parámetros apropiados, puede ser utilizado en vez del modelo de dos entradas PSS2A.

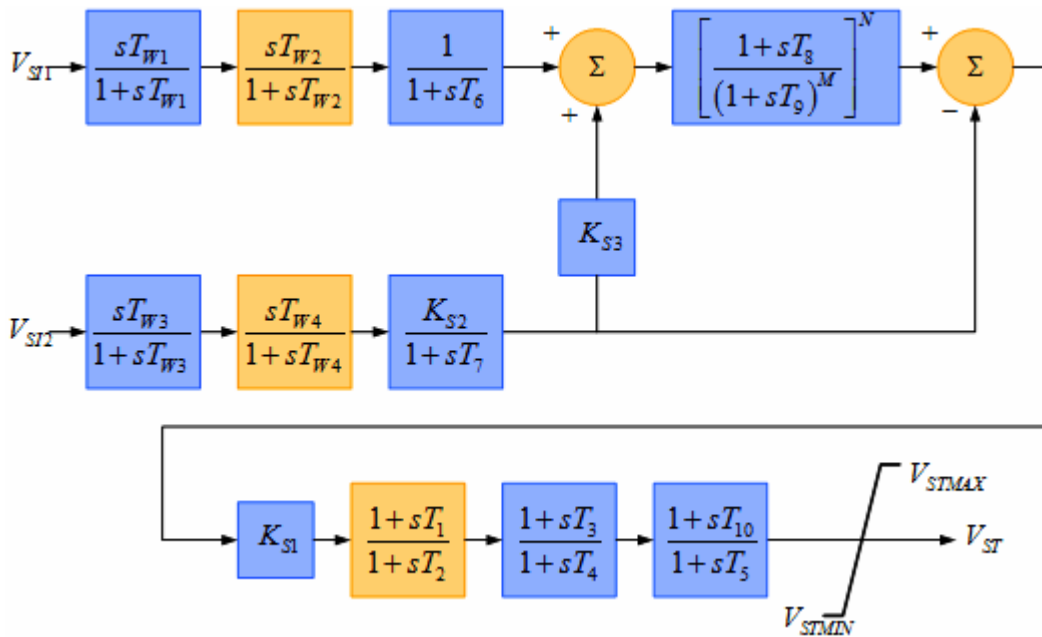
6.4.4.3. Otros modelos recomendados por IEEE

La referencia [89], “*Computer models for representation of digital-based excitation systems*”, presenta los modelos de los estabilizadores PSS2B, PSS3B y PSS4B. Mientras que el modelo PSS2B es una modificación del modelo PSS2A que permite representar funciones especiales de adelanto de fase, los modelos PSS3B y PSS4B fueron desarrollados para representar exclusivamente a los sistemas de control de excitación de ABB, UNICONTROL D y UNICONTROL P, respectivamente; la característica fundamental de estos sistemas de control de excitación es que incluyen el estabilizador de sistemas de potencia y que son totalmente digitales. Además, los modelos PSS3B y PSS4B deben ser utilizados con el modelo de control de excitación ST5B, también descrito en [89], para representar apropiadamente el AVR. Debido a que los modelos PSS3B y PSS4B son únicamente necesarios para simular unidades con sistemas UNICONTROL D y UNICONTROL P de ABB, no serán descritos, el lector puede consultar la referencia [89] para estos casos específicos.

La figura 6-48 presenta el modelo PSS2B descrito en *Computer models for representation of digital-based excitation systems* [89], este modelo debe ser utilizado en conjunto con el modelo de control de excitación STB4, también presentado en [89].

En realidad el modelo PSS2B es una modificación del modelo PSS2A, contiene un bloque adicional con constantes de tiempo de atraso T_5 y de adelanto T_{10} , las cuales pueden ser utilizadas para modelar estabilizadores que incorporan funciones complejas de adelanto de fase. En algunas aplicaciones, los diseñadores pueden necesitar un filtro pasa bajos adicional, el modelo debe estructurarse para permitir el uso de una constante de tiempo de adelanto cero en T_{10} . Otra modificación posible en este modelo es la suma de límites a las señales de entrada que representan los límites admisibles de valores medidos, que a su vez dependen de parámetros específicos de diseño. La representación de los límites es importante en algunos estudios de desempeño.

Figura 6-48. Modelo tipo PSS2B



Fuente: IEEE/PES Excitation System Subcommittee. "Computer models for representation of digital-based excitation systems". **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 11, No. 3: 607-615. Septiembre, 1996.

6.4.5. Modelación matemática del PSS

En este punto se hace notorio que los PSS son una forma de control suplementario que se utiliza para proveer de amortiguamiento adicional a las oscilaciones del sistema de potencia o para estabilizar un generador cuya ganancia en el sistema de excitación es tal que resulta en oscilaciones amortiguadas negativamente. También se ha mencionado que el amortiguamiento de pequeñas oscilaciones puede ser mejorado por medio de una retroalimentación apropiada de las señales de estabilización al sistema de excitación de la máquina síncrona.

Dado que se está analizando los estabilizadores de sistemas de potencia de manera introductoria y como se desea mantener la rigidez teórica que se ha desarrollado en todo este trabajo de investigación, la derivación del modelo matemático para el análisis del PSS se realizará por medio del sistema de una máquina síncrona conectada a un bus infinito a través de una línea de transmisión o SMIB (*single-machine infinite-bus*), el cuál es el caso más simple, presentado en la Figura 6-49.

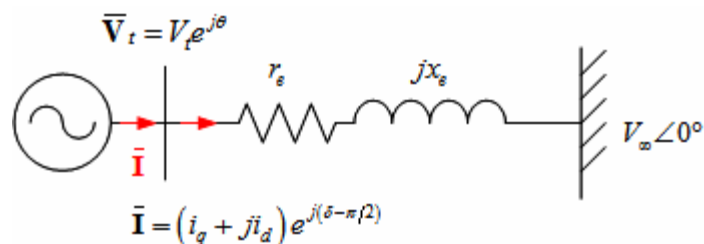
El tratamiento analítico de PSS en sistemas múltimáquinas aunque será tratado informalmente y será simulado en la parte final de este capítulo, sus detalles matemáticos están fuera del alcance de este trabajo, sin embargo se basa en los mismos principios desarrollados a continuación. Si el lector está interesado en profundizar en este tema, se recomiendan los textos [19, 72, 74] y los documentos [94-101]. A manera de precaución, se recomienda que el lector posea cierto grado de conocimiento de teoría de sistemas (o sistemas de control) y teoría de sistemas no lineales antes de involucrarse en el estudio de estos temas, para lo cual se recomiendan las referencias [50-51, 60-68] y [102, 103], respectivamente.

El modelo SMIB se utiliza para analizar el modo de oscilación local del sistema en el rango de 1 a 3 Hz. El modelo de la máquina síncrona es similar al modelo derivado en el capítulo 3, con la diferencia que no se consideran los devanados de amortiguación, es decir, el modelo clásico o *Model 1.0* según IEEE [21]. Este modelo es linealizado con E_{fd} como entrada, y el modelo obtenido se reduce un diagrama de bloques, similar a los desarrollados en el capítulo 5 para análisis del lazo de control de potencia activa-frecuencia.

Además, se considera que el sistema de excitación está representado por un modelo ST1A, el cuál tiene una acción rápida entre ΔV_t y ΔE_{fd} , este también se introduce en el diagrama de bloques. En el modelo de espacios de estados resultante, se identifican ciertas constantes llamadas $K1-K6$.

Estas constantes son funciones que dependen del punto de operación. El modelo de espacios de estados derivado puede ser útil para examinar los eigenvalores, así como para diseñar los controladores suplementarios que aseguran el amortiguamiento adecuado de los modos de oscilación dominantes. Las partes real e imaginaria del modo electromecánico se asocian con el torque de amortiguación y el torque de sincronización, respectivamente. La máquina síncrona conectada a un bus infinito a través de una reactancia externa x_e y una resistencia r_e , es una configuración comúnmente utilizada con el modelo clásico de la máquina síncrona, haciendo la resistencia del estator igual a cero. Se asume que no existe una carga local en el bus del generador. La Figura 6-49 muestra dicho sistema.

Figura 6-49. Sistema de una máquina síncrona conectada a un bus infinito o SMIB



El modelo del sistema SMIB que utiliza el modelo clásico de la máquina síncrona, utilizando E_{fd} como entrada, se sintetiza por medio de las siguientes expresiones:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \quad (6.36)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_m}{2H} - \frac{E'_q}{2H} i_q - \frac{(x_q - x'_d)}{2H} i_d i_q - \frac{D(\omega - \omega_s)}{2H} \quad (6.37)$$

$$\frac{dE'_q}{dt} = -\frac{E'_q}{T_{d0}} - \frac{(x_d - x'_d)}{T_{d0}} i_d + \frac{E_{fd}}{T_{d0}} \quad (6.38)$$

Las ecuaciones algebraicas del estator, asumiendo $r_s = 0$ y denotando al voltaje en terminales como V_t , son:

$$x_q i_q - V_t \sin(\delta - \theta) = 0 \quad (6.39)$$

$$E'_q - V_t \cos(\delta - \theta) - x'_d i_d = 0 \quad (6.40)$$

Si se toma como referencia el marco $qd0$ del estator, y atrasando el eje q 90° del eje d (Note que en el capítulo 3 se consideró que el eje q estaba 90° adelante del eje d , en esta ocasión el ángulo de considera 90° en atraso para facilitar el desarrollo del modelo matemático), se tiene:

$$V_t e^{j\theta} = (v_d + jv_q) e^{j(\delta - \pi/2)} \quad (6.41)$$

Por lo tanto:

$$v_d + jv_q = V_t e^{j\theta} e^{-j(\delta - \pi/2)} \quad (6.42)$$

Expandiendo el lado derecho de la expresión (6.42), se tiene:

$$v_d + jv_q = V_t \sin(\delta - \theta) + jV_t \cos(\delta - \theta) \quad (6.43)$$

Entonces:

$$v_d = V_t \sin(\delta - \theta) \quad (6.44)$$

$$v_q = V_t \cos(\delta - \theta) \quad (6.45)$$

Sustituyendo v_d y v_q en las ecuaciones (6.39) y (6.40), se obtienen las siguientes ecuaciones algebraicas del estator:

$$x_q \dot{i}_q - v_d = 0 \quad (6.46)$$

$$E'_q - v_q - x'_d \dot{i}_d = 0 \quad (6.47)$$

Las ecuaciones de la red, asumiendo que el ángulo del bus infinito es cero, son:

$$(i_d + j i_q) e^{j(\delta - \pi/2)} = \frac{(v_d + j v_q) e^{j(\delta - \pi/2)} - V_\infty \angle 0^\circ}{r_e + j x_e} \quad (6.48)$$

$$(i_d + j i_q) = \frac{(v_d + j v_q) - V_\infty e^{-j(\delta - \pi/2)}}{r_e + j x_e} \quad (6.49)$$

Simplificando y separando las partes real e imaginaria se obtiene:

$$r_e i_d - x_e i_q = v_d - V_\infty \sin(\delta) \quad (6.50)$$

$$x_e i_d + r_e i_q = v_q - V_\infty \cos(\delta) \quad (6.51)$$

De esta manera, se obtiene, que para el sistema SMIB, las ecuaciones diferenciales (6.36)-(6.38) y las ecuaciones algebraicas (6.46), (6.47), (6.50) y (6.51). A continuación se linealizan estas ecuaciones alrededor de un punto de operación, denotado por el superíndice o , y se eliminan las variables algebraicas i_d , i_q , θ , v_d y v_q , por medio del siguiente procedimiento. Linealizando las ecuaciones (6.46) y (6.47):

$$\Delta v_d = x_q \Delta i_q \quad (6.52)$$

$$\Delta v_q = -x'_d \Delta i_d + \Delta E'_q \quad (6.53)$$

Reescribiendo las ecuaciones (6.52) y (6.53), en forma matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta v_d \\ \Delta v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & x_q \\ -x'_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_q \\ \Delta i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

Linealizando las ecuaciones de la red (o de flujo de carga), (6.50) y (6.51), se obtiene:

$$\Delta v_d = r_e \Delta i_d - x_e \Delta i_q + V_\infty \cos(\delta^\circ) \Delta \delta \quad (6.55)$$

$$\Delta v_q = x_e \Delta i_d + r_e \Delta i_q - V_\infty \sin(\delta^\circ) \Delta \delta \quad (6.56)$$

Reescribiendo las ecuaciones (6.55) y (6.56), de forma matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta v_d \\ \Delta v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_e & -x_e \\ x_e & r_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_q \\ \Delta i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_\infty \cos(\delta^\circ) \\ -V_\infty \sin(\delta^\circ) \end{bmatrix} \Delta \delta \quad (6.57)$$

Igualando los lados derechos de las ecuaciones (6.54) y (6.57), y simplificando se tiene:

$$\begin{bmatrix} r_e & -(x_e + x_q) \\ (x_e + x_d) & r_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_q \\ \Delta i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -V_\infty \cos(\delta^\circ) \\ V_\infty \sin(\delta^\circ) \end{bmatrix} \Delta \delta \quad (6.58)$$

Ahora se define el operador Δ_Z a través de la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} r_e & -(x_e + x_q) \\ (x_e + x_d) & r_e \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta_Z} \begin{bmatrix} r_e & (x_e + x_q) \\ -(x_e + x_d) & r_e \end{bmatrix} \quad (6.59)$$

Donde el operador Δ_Z está dado por:

$$\Delta_Z = r_e^2 + (x_e + x_q)(x_e + x_d) \quad (6.60)$$

Despejando las variables Δi_q y Δi_d de la ecuación (6.58) y simplificando, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_Z} \begin{bmatrix} (x_e + x_q) & -r_e V_\infty \cos(\delta^\circ) + V_\infty \sin(\delta^\circ)(x_e + x_q) \\ r_e & r_e V_\infty \sin(\delta^\circ) + V_\infty \cos(\delta^\circ)(x_e + x_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

Linealizando las ecuaciones de la máquina síncrona, e introduciendo la velocidad normalizada $\omega_r = \omega/\omega_s$, las ecuaciones (6.36) a (6.38), se convierten en:

$$\frac{d\Delta \delta}{dt} = \omega_s \Delta \delta \quad (6.62)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega_r}{dt} = & -\frac{i_q^0}{2H}\Delta E_q' - \frac{D\omega_s}{2H}\Delta\omega_r + \left(\frac{1}{2H}i_q^0(x_d' - x_q)\right)\Delta i_d \\ & + \left(\frac{1}{2H}i_d^0(x_d' - x_q) - \frac{1}{2H}\Delta E_q'^0\right)\Delta i_q + \frac{1}{2H}\Delta T_m \end{aligned} \quad (6.63)$$

$$\frac{d\Delta E_q'}{dt} = -\frac{1}{T_{d0}}\Delta E_q' - \frac{1}{T_{d0}}(x_d - x_d')\Delta i_d + \frac{1}{T_{d0}}\Delta E_{fd} \quad (6.64)$$

Reescribiendo de forma matricial las ecuaciones (6.62), (6.63) y (6.64), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta E_q' \\ \Delta\delta \\ \Delta\omega_r \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{d0}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_s \\ -\frac{i_q^0}{2H} & 0 & -\frac{D\omega_s}{2H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_q' \\ \Delta\delta \\ \Delta\omega_r \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{d0}}(x_d - x_d') & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{2H}i_q^0(x_d' - x_q) & \frac{1}{2H}i_d^0(x_d' - x_q) - \frac{1}{2H}\Delta E_q'^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{fd} \\ \Delta T_m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.65)$$

Sustituyendo Δi_d y Δi_q de la ecuación (6.61), en la ecuación (6.65) se obtiene:

$$\frac{d\Delta E_q'}{dt} = -\frac{1}{K_3 T_{d0}}\Delta E_q' - \frac{K_4}{T_{d0}}\Delta\delta + \frac{1}{T_{d0}}\Delta E_{fd} \quad (6.66)$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_s \Delta\omega_r \quad (6.67)$$

$$\frac{d\Delta\omega_b}{dt} = -\frac{K_2}{2H}\Delta E_q' - \frac{K_1}{2H}\Delta\delta - \frac{D\omega_s}{2H}\Delta\omega_r + \frac{1}{2H}\Delta T_m \quad (6.68)$$

Donde:

$$K_1 = -\frac{1}{\Delta_Z} \left\{ i_q^o V_\infty (x'_d - x'_q) \left[(x_q + x_e) \sin(\delta^o) - r_e \cos(\delta^o) \right] + V_\infty \left[(x'_d - x'_q) i_d^o - E_q^{\prime o} \right] \left[(x'_d + x_e) \cos(\delta^o) + r_e \right] \sin(\delta^o) \right\} \quad (6.69)$$

$$K_2 = \frac{1}{\Delta_Z} \left[i_q^o \Delta_Z - i_q^o (x'_d - x'_q) (x_q + x_e) - r_e (x'_d - x'_q) i_d^o + r_e E_q^{\prime o} \right] \quad (6.70)$$

$$K_3 = \left[1 + \frac{(x_d - x'_d)(x_q + x_e)}{\Delta_Z} \right]^{-1} \quad (6.71)$$

$$K_4 = \frac{V_\infty (x_d - x'_d)}{\Delta_Z} \left[(x_q + x_e) \sin(\delta^o) - r_e \cos(\delta^o) \right] \quad (6.72)$$

También se puede expresar el cambio en la potencia eléctrica ΔP_e a través de las constantes derivadas anteriormente:

$$\Delta P_e = E_q^o \Delta i_q + i_q^o \left\{ \Delta E_q^{\prime} + (x_q - x'_d) \Delta i_d \right\} = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E_q^{\prime} \quad (6.73)$$

Dado que:

$$V_t = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \rightarrow V_t^2 = v_d^2 + v_q^2 \quad (6.74)$$

Linealizando la ecuación (6.74), se tiene:

$$2V_t \Delta V_t = 2v_d^o \Delta v_d + 2v_q^o \Delta v_q \quad (6.75)$$

$$\Delta V_t = \frac{v_d^o}{V_t} \Delta v_d + \frac{v_q^o}{V_t} \Delta v_q \quad (6.76)$$

La sustitución de la ecuación (6.61) en la ecuación (6.54) da como resultado:

$$\begin{bmatrix} \Delta v_d \\ \Delta v_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_Z} \begin{bmatrix} x_q r_e & x_q \left\{ r_e V_\infty \sin(\delta^o) + V_\infty \cos(\delta^o) (x'_d + x_e) \right\} \\ -x'_d (x_q + x_e) & -x'_d \left\{ -r_e V_\infty \cos(\delta^o) + V_\infty (x_q + x_e) \sin(\delta^o) \right\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_q^{\prime} \\ \Delta \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta E_q^{\prime} \end{bmatrix} \quad (6.77)$$

Sustituyendo la ecuación (6.77) en la ecuación (6.76), resulta en:

$$\Delta V_t = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta E'_q \quad (6.78)$$

Donde:

$$K_5 = \frac{1}{\Delta_Z} \left\{ \frac{v_d^o}{V_t} x_q \left[r_e V_\infty \sin(\delta^o) + V_\infty \cos(\delta^o) (x'_d + x_e) \right] \right\} + \frac{v_q^o}{V_t} x'_d \left\{ -r_e V_\infty \cos(\delta^o) + V_\infty (x_q + x_e) \sin(\delta^o) \right\} \quad (6.79)$$

$$K_6 = \frac{1}{\Delta_Z} \left\{ \frac{v_d^o}{V_t} x_q r_e - \frac{v_q^o}{V_t} x'_d (x_q + x_e) \right\} + \frac{v_q^o}{V_t} \quad (6.80)$$

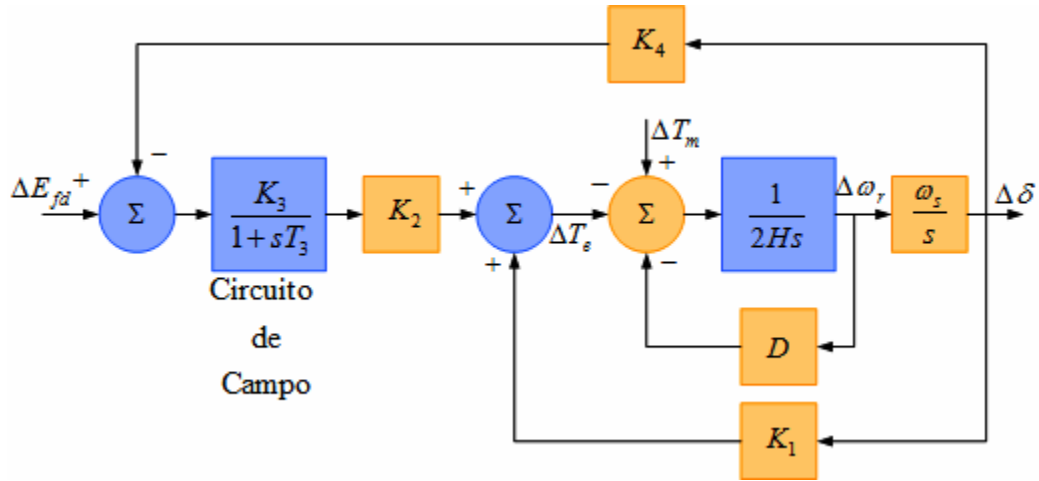
Las constantes derivadas en esta sección son denominadas constantes $K_1 - K_6$, desarrolladas inicialmente por Heffron y Phillips, y luego por DeMello y Concordia, para el estudio de oscilaciones locales de baja frecuencia [19].

Reescribiendo las ecuaciones (6.66), (6.67) y (6.68) de forma matricial, da como resultado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_3 T'_{d0}} & -\frac{K_4}{T'_{d0}} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_s \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{D\omega_s}{2H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T'_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta E_{fd} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2H} \end{bmatrix} \Delta T_m \quad (6.81)$$

La figura 6-50 presenta el modelo de bloques de pequeña señal para el sistema SMIB que implementa las ecuaciones (6.81), (6.73) y (6.78), las características dinámicas del sistema están expresadas en términos de las constantes K .

Figura 6-50. Diagrama de bloques del sistema SMIB



La implementación del sistema de control de excitación se llevará a cabo utilizando el sistema de control de excitación ST1A, véase la sección 6.3.2.3.1; presentado de forma simplificada en la figura 6-51 para incluir solamente los elementos necesarios para representar un sistema de acción rápida en el modelo de espacios desarrollado anteriormente y resumido en la figura 6-50. La ecuación de estado principal del sistema de excitación ST1A está dada por:

$$T_R \frac{dE_{fd}}{dt} = -E_{fd} + K_A (V_{ref} - V_t) \quad (6.82)$$

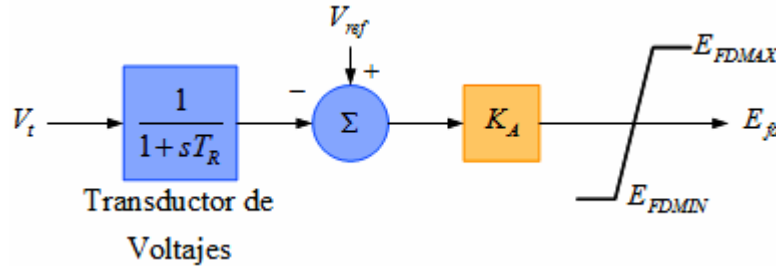
Linealizando la expresión (6.82) se obtiene:

$$T_R \frac{d\Delta E_{fd}}{dt} = -\Delta E_{fd} + K_A (\Delta V_{ref} - \Delta V_t) \quad (6.83)$$

Reescribiendo la expresión (6.83) en términos de las constantes K , se tiene:

$$\frac{d\Delta E_{fd}}{dt} = -\frac{K_A K_6}{T_R} \Delta E'_q - \frac{K_A K_5}{T_R} \Delta \delta - \frac{1}{T_R} \Delta E_{fd} + \frac{K_A}{T_R} \Delta V_{ref} \quad (6.84)$$

Figura 6-51. Modelo ST1A simplificado



Incorporando la ecuación (6.84) dentro de la ecuación (6.81), se obtiene:

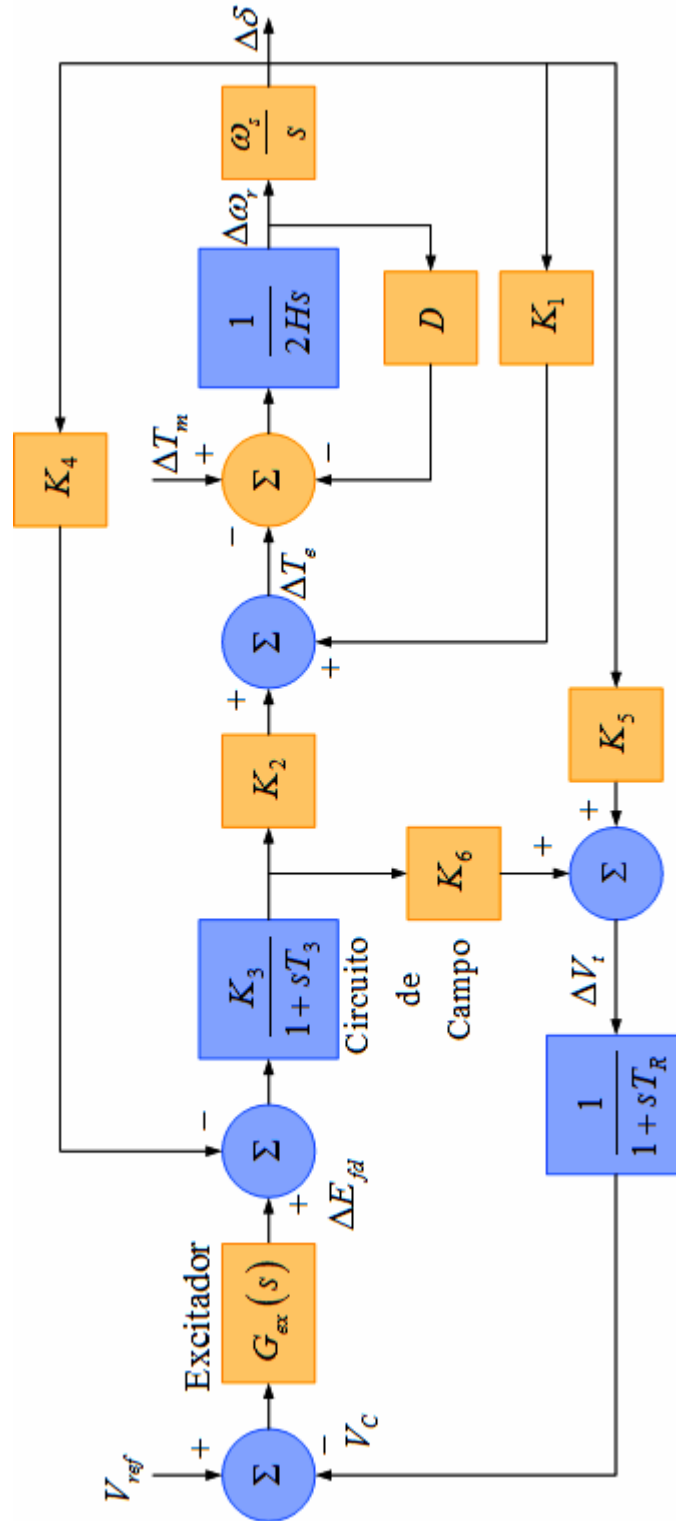
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega_r \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_3 T'_{d0}} & -\frac{K_4}{T'_{d0}} & 0 & \frac{1}{T'_{d0}} \\ 0 & 0 & \omega_s & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{D\omega_s}{2H} & 0 \\ -\frac{K_A K_6}{T_R} & -\frac{K_A K_5}{T_R} & 0 & -\frac{1}{T_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega_r \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_A}{T_R} \end{bmatrix} \Delta V_{ref} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \quad (6.85)$$

La ecuación (6.85) en conjunto con las ecuaciones (6.73) y (6.78) se utilizan para conformar el diagrama de bloques presentado en la figura 6-52. En el diagrama de bloques de la figura 6-52 la función de transferencia del excitador se representa por el bloque $G_{ex}(s)$. Para este caso la función de transferencia es simplemente K_A , si se tomaran en cuenta los lazos de estabilización menor del sistema de excitación (por ejemplo el transformador de estabilización) como los que se presentan en la figura 6-37 la función de transferencia del excitador estaría dada por:

$$G_{ex}(s) = \frac{\Delta E_{FD}}{\Delta V_t} = \frac{\frac{K_A}{1+sT_A} \frac{1}{1+sT_E}}{1 + \frac{K_A}{1+sT_A} \frac{1}{1+sT_E} \frac{sK_F}{1+sT_F}} \quad (6.86)$$

Esto se puede generalizar para cualquier tipo de sistema de excitación, tomando en cuenta que la función de transferencia del transductor de voltaje no debe ser incluida.

Figura 6-52. Modelo del sistema SMIB con AVR



Implementación del PSS

Las señales de estabilización derivadas de la señal de desviación de velocidad de la máquina, la frecuencia terminal, o la potencia eléctrica son procesadas a través del PSS por medio de su función de transferencia $G_{PSS}(s)$. Naturalmente, se puede extender el modelo presentado en la figura 6-52 para incluir el PSS. En la figura 6-53 se presenta el modelo en diagrama de bloques del sistema SMIB con la implementación del PSS. De la figura 6-53, la contribución del PSS al lazo de torque-ángulo, asumiendo $\Delta V_{ref} = 0$ y $\Delta \delta = 0$ (esto implica que la desviación de velocidad es muy pequeña y por lo tanto las contribuciones de K_4 y K_5 pueden ser despreciadas), se expresa por:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T_{PSS}}{\Delta \omega_r} &= \frac{G_{PSS}(s)G_{ex}(s)K_2K_3}{G_{ex}(s)K_3K_6 + \left(\frac{T_R}{K_3} + T'_{d0}\right)(1 + sT_R)} \\ \frac{\Delta T_{PSS}}{\Delta \omega_r} &= \frac{G_{PSS}(s)G_{ex}(s)K_2}{\left(\frac{1}{K_3} + G_{ex}(s)K_6\right) + s\left(\frac{T_R}{K_3} + T'_{d0}\right) + s^2T'_{d0}T_R} \quad (6.87) \\ \frac{\Delta T_{PSS}}{\Delta \omega_r} &= G_{PSS}(s)GEP(s) \end{aligned}$$

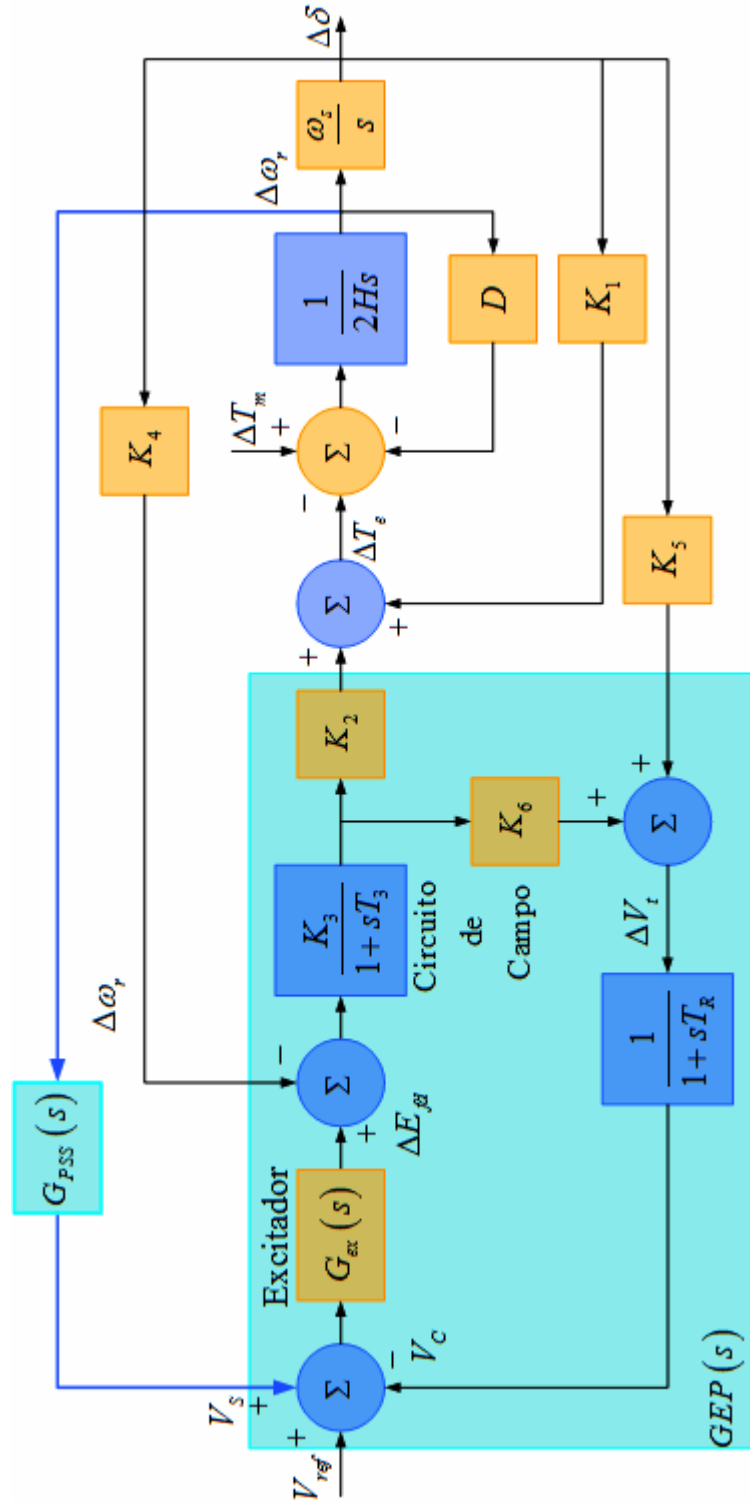
Esta expresión puede ser aproximada, para un rango común de constantes, como:

$$\frac{\Delta T_{PSS}}{\Delta \omega_r} = \frac{G_{PSS}(s)G_{ex}(s)K_2}{\left(\frac{1}{K_3} + G_{ex}(s)K_6\right)\left(1 + s\frac{T'_{d0}}{G_{ex}(s)K_6}\right)(1 + sT_R)} \quad (6.88)$$

Finalmente, para excitadores con valores de ganancia muy alta la expresión (6.88) se puede aproximar por:

$$\frac{\Delta T_{PSS}}{\Delta \omega_r} = \frac{K_2}{K_6} \frac{G_{PSS}(s)}{\left(1 + s\frac{T'_{d0}}{G_{ex}(s)K_6}\right)(1 + sT_R)} \quad (6.89)$$

Figura 6-53. Modelo del sistema SMIB con AVR y PSS



En caso de proporcionar amortiguación pura a través de todo el rango de frecuencia, $G_{PSS}(s)$ sería una función de adelanto de fase pura con ceros:

$$G_{PSS}(s) = K_{PSS} \left(1 + s \frac{T'_{d0}}{G_{ex}(s) K_6} \right) (1 + sT_R) \quad (6.90)$$

Donde K_{PSS} es la ganancia del PSS. Dicha función es un detalle matemático y no puede ser realizada físicamente. Si se toma en cuenta lo anterior, se tiene que utilizar una función de adelanto-atraso de fase tal que provea suficiente adelanto de fase a través del rango de frecuencia deseado. La función de transferencia del PSS normalmente utilizada, está dada por:

$$G_{PSS}(s) = K_{PSS} \frac{(1 + sT_1)(1 + sT_3)}{(1 + sT_2)(1 + sT_4)} \frac{sT_W}{(1 + sT_W)} = K_{PSS} G_1(s) \quad (6.91)$$

Las constantes de tiempo T_1 , T_2 , T_3 , T_4 deben ser ajustadas para proveer amortiguamiento en el rango de frecuencias en el cual las oscilaciones normalmente se presentan. A través de este rango, estas constantes, deben compensar el atraso de fase introducido por la máquina síncrona y el regulador. Valores típicos de estas constantes se presentan en la norma *IEEE Std. 421.5-1992* y en *Computer models for representation of digital-based excitation systems* [88, 89].

La ganancia del PSS se obtiene inicialmente encontrando la ganancia a la cual es sistema se hace inestable. Esta puede ser obtenida por una prueba o por un diagrama del lugar geométrico de las raíces. T_W , la ganancia del filtro pasa alto, asegura que no exista un error de estado estable de referencia de voltaje debido a la desviación de la velocidad, generalmente se ajusta a 10 segundos. K_{PSS} se ajusta a un valor $\frac{1}{3} K_{PSS}^*$, donde K_{PSS}^* es la ganancia bajo la cual el sistema es inestable.

6.5. Simulaciones del capítulo

6.5.1. SIMULACIÓN 1: respuesta dinámica y estabilidad del sistema de control de excitación

En esta sección se simulará la respuesta dinámica de un sistema de control de excitación tipo DC1A despreciando la función de saturación del mismo; inicialmente, se evaluará la respuesta del sistema sin el lazo de estabilización del sistema de control de excitación, para luego revisar la influencia de dicho lazo en la operación del sistema. Finalmente, se incorporará un controlador PID para mejorar la respuesta dinámica y eliminar el error de estado estable del sistema. El modelo del generador se representa a través de un modelo linealizado, la función de transferencia que relaciona al voltaje en terminales al voltaje de campo puede ser representada por medio de una ganancia K_G y una constante de tiempo T_G , está dada por:

$$\frac{V_t(s)}{E_{FD}(s)} = \frac{K_G}{1 + sT_G} \quad (6.92)$$

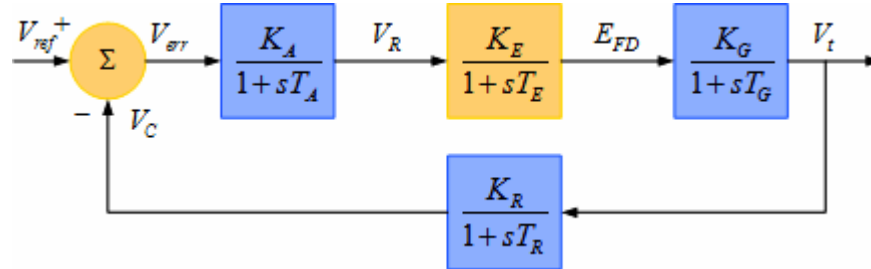
La figura 6-54, presenta el modelo del sistema de excitación DC1A sin el lazo de estabilización que integra el modelo de linealizado de la máquina síncrona descrito por la expresión (6.92). La constante K_R representa el tiempo de procesamiento y filtrado de la señal V_t . De la Figura 6-54 obtenemos la función de transferencia de lazo abierto:

$$KG(s)H(s) = \frac{K_A K_E K_R K_G}{(1 + sT_A)(1 + sT_E)(1 + sT_R)(1 + sT_G)} \quad (6.93)$$

La función de transferencia de lazo cerrado que relaciona el voltaje en terminales y el voltaje de referencia está dada por:

$$\frac{V_t(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{K_A K_E K_R K_G (1 + sT_R)}{(1 + sT_A)(1 + sT_E)(1 + sT_R)(1 + sT_G) + K_A K_E K_R K_G} \quad (6.94)$$

Figura 6-54. Diagrama del sistema DC1A y la máquina síncrona



Para un escalón unitario $V_{ref}(s) = \frac{1}{s}$, utilizando el teorema del valor final, la respuesta de estado estable es:

$$V_{t_{ss}} = \lim_{s \rightarrow 0} sV_t(s) = \frac{K_A}{1 + K_A} \quad (6.95)$$

Los siguientes parámetros se utilizan para evaluar numéricamente las funciones de transferencia (6.93) y (6.94):

	Ganancia	Constante de Tiempo
Amplificador	K_A	T_A
Excitador	$K_E = 1$	$T_E = 0.4$
Transductor	$K_R = 1$	$T_R = 1.0$
Generador	$K_G = 1$	$T_G = 0.05$

Sustituyendo los valores anteriores en la ecuación (6.93) se obtiene:

$$KG(s)H(s) = \frac{K_A}{(1+0.1s)(1+0.4s)(1+s)(1+0.05s)}$$

$$KG(s)H(s) = \frac{500K_A}{(s+10)(s+2.5)(s+1)(s+20)} \quad (6.96)$$

$$KG(s)H(s) = \frac{500K_A}{s^4 + 33.5s^3 + 307.5s^2 + 775s + 500}$$

La ecuación característica está dada por:

$$1 + KG(s)H(s) = 1 + \frac{500K_A}{s^4 + 33.5s^3 + 307.5s^2 + 775s + 500} = 0 \quad (6.97)$$

De la cual se obtiene la siguiente ecuación polinomial:

$$s^4 + 33.5s^3 + 307.5s^2 + 775s + 500 + 500K_A = 0 \quad (6.98)$$

Si se aplica el criterio de Routh-Hurwitz a la ecuación (6.98) se obtiene:

$$\begin{array}{r|rrr} s^4 & 1 & 307.5 & 500 + 500K_A \\ s^3 & 33.5 & 775 & 0 \\ s^2 & 284.365 & 500 + 500K_A & 0 \\ s^1 & 58.9K_A - 716.1 & 0 & 0 \\ s^0 & 500 + 500K_A & & \end{array} \quad (6.99)$$

De la fila s^1 se puede notar que, para que el sistema sea estable, K_A debe ser menor que 12.16, además de la fila s^0 , K_A debe ser mayor que -1. Por lo tanto, si se utilizan valores positivos para K_A , para que el sistema sea estable, la ganancia K_A debe ser:

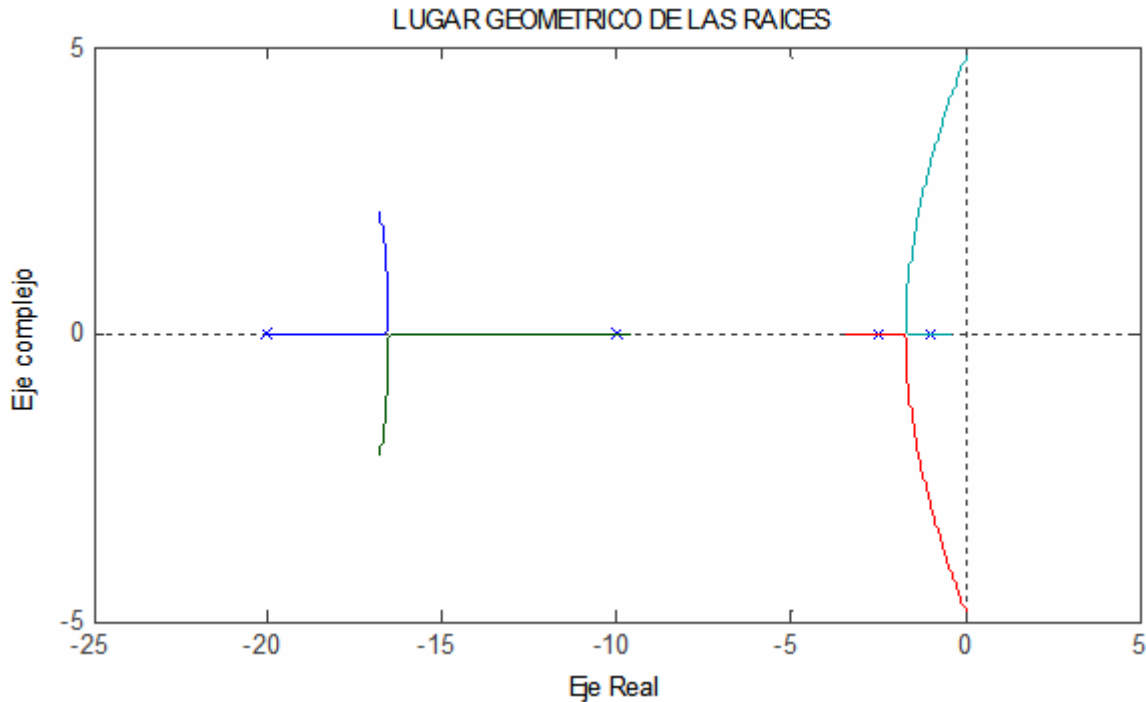
$$K_A < 12.16 \quad (6.100)$$

Utilizando $K_A = 12.16$ en la ecuación auxiliar de la fila s^2 se obtiene:

$$284.365s^2 + 6580 = 0 \quad (6.101)$$

Resolviendo la ecuación (6.101) se obtiene $s = \pm j4.81$. Por lo tanto, con $K_A = 12.16$, se tienen dos polos conjugados en el eje $j\omega$, y el sistema es marginalmente estable. La Figura 6-55 presenta el diagrama del lugar geométrico de las raíces, en el que se evalúa la ganancia K_A en un rango de 0 a 12.16. El lugar de intersección del eje complejo $j\omega$ se da en $s = \pm j4.81$ para $K_A = 12.16$, por lo tanto, se verifica que el sistema es marginalmente estable para $K_A = 12.16$ a través el lugar geométrico de las raíces de la figura 6-55.

Figura 6-55. Lugar geométrico de las raíces del lazo abierto del sistema DC1A



Cuando se conoce el rango de valores de la ganancia del amplificador para los cuales el sistema es estable se puede evaluar la función de transferencia de lazo cerrado y la respuesta al escalón del sistema en cuestión. Sustituyendo los parámetros en la ecuación (6.94) se obtiene:

$$\frac{V_t(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{25K_A(1+20s)}{s^4 + 33.5s^3 + 307.5s^2 + 775s + 500 + 500K_A} \quad (6.102)$$

Utilizando una ganancia $K_A = 10$, la respuesta de estado estable (6.95), es:

$$V_{t_{ss}} = \lim_{s \rightarrow 0} sV_t(s) = \frac{K_A}{1+K_A} = \frac{10}{1+10} = 0.909 \quad (6.103)$$

Con la cual se puede estimar el error de estado estable:

$$V_{err_{ss}} = V_{ref} - V_{t_{ss}} = 1.0 - 0.909 = 0.091 \quad (6.104)$$

Para reducir el error de estado estable se debe aumentar K_A , lo que puede resultar en inestabilidad, por lo que se debe implementar otra estrategia de control suplementario.

La figura 6-56 presenta el modelo de *Simulink* utilizado para simular el sistema de control de excitación de la figura 6-54 bajo la influencia de un escalón unitario en el voltaje de referencia. La simulación resulta en la respuesta al escalón presentada en la figura 6-57. De los resultados, se puede notar que con una ganancia del amplificador $K_A = 10$, la respuesta del sistema es altamente oscilatoria, con un sobrepaso muy alto y un tiempo de establecimiento muy grande. Además, el error de estado estable es más del 9%.

Es obvio que no se puede tener un error de estado estable pequeño y una respuesta transitoria satisfactoria, por lo que se deben implementar otras estrategias de control suplementario como el lazo de estabilización para mejorar la respuesta transitoria y la implementación de un controlador PID para eliminar el error de estado estable.

Figura 6-56. Modelo de *Simulink* para el sistema DC1A

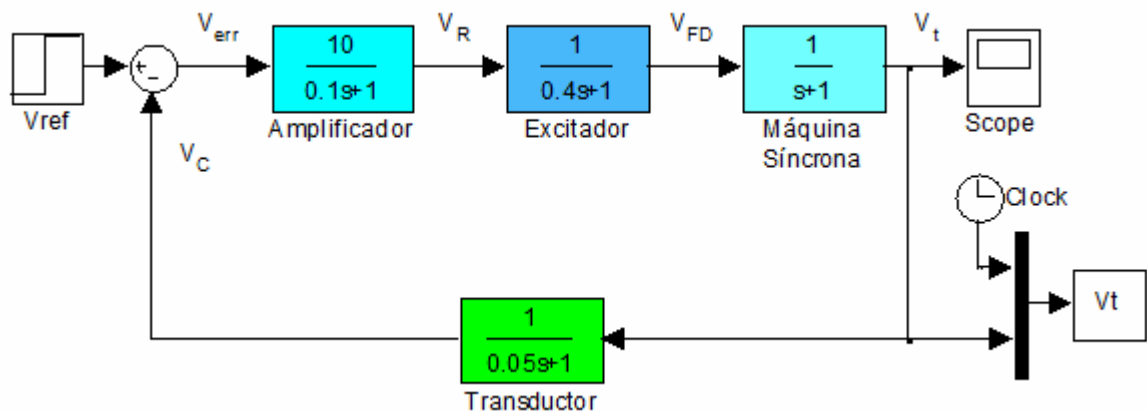
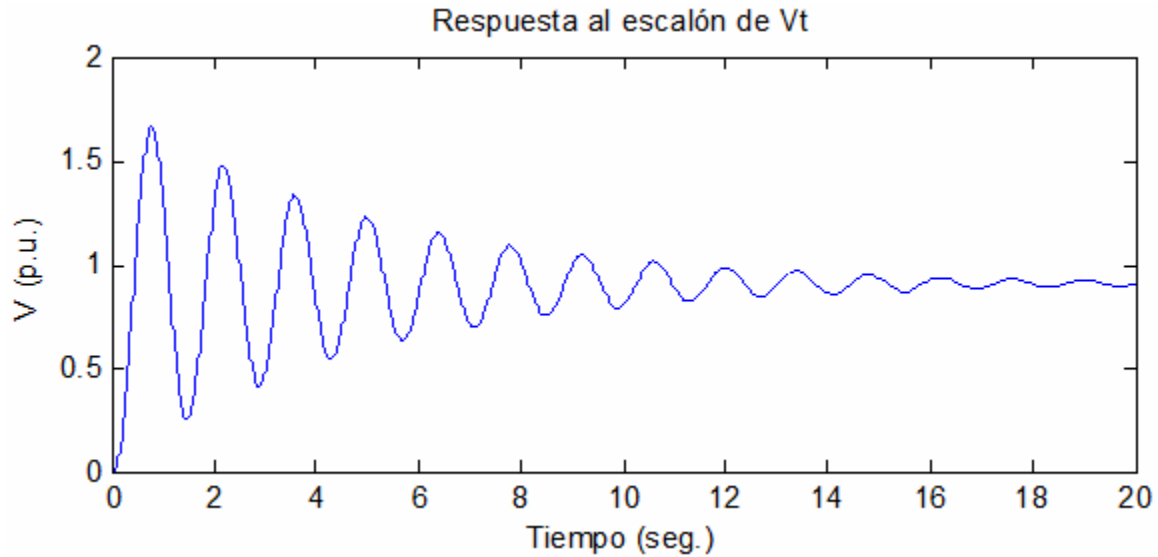
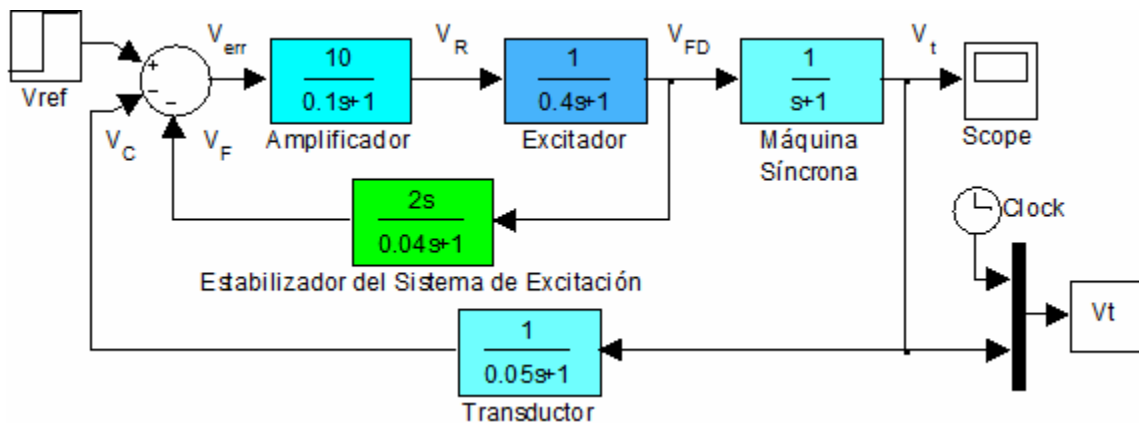


Figura 6-57. Respuesta al escalón del sistema DC1A



La adición del lazo de estabilización provee una respuesta más rápida del sistema de control de excitación y amortigua la respuesta oscilatoria del mismo. En la figura 6-58 se presenta el modelo de *Simulink* que suma un lazo de estabilización en el sistema de excitación cuyas constantes son $K_F = 2$ y $T_F = 0.04$.

Figura 6-58. Modelo de Simulink del sistema DC1A con estabilización



Si se toma en cuenta la suma del lazo de estabilización y el valor de los parámetros de dicho lazo, se puede obtener la función de transferencia de lazo cerrado para el sistema:

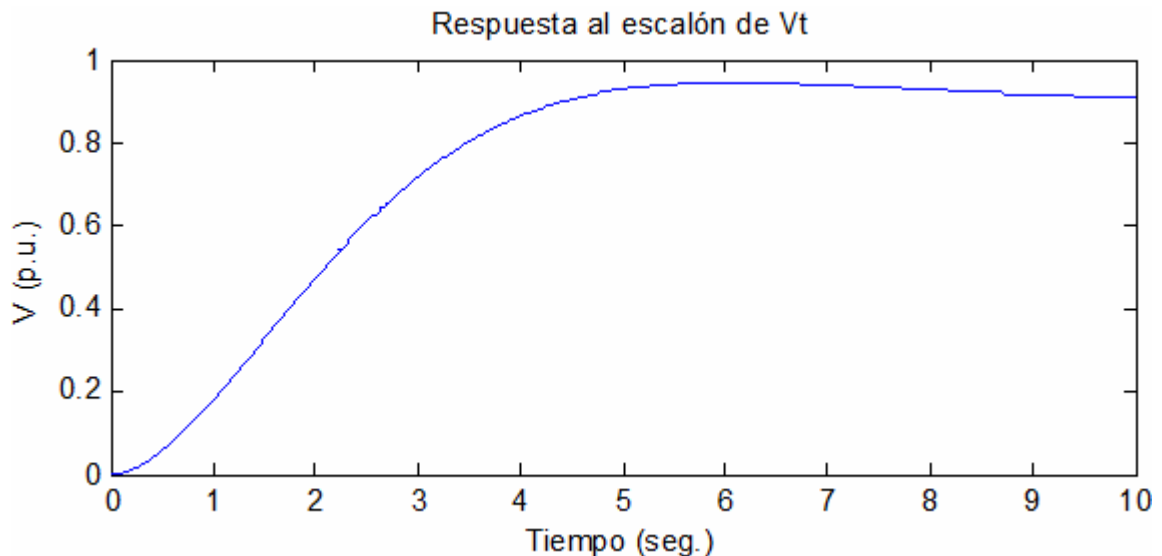
$$\frac{V_t(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{250(s^2 + 45s + 500)}{s^5 + 58.5s^4 + 13645s^3 + 270962.5s^2 + 274875s + 137500} \quad (6.105)$$

De la expresión (6.105) se puede obtener la respuesta de estado estable:

$$V_{t,ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sV_t(s) = \frac{(250)(500)}{137500} = 0.909 \quad (6.106)$$

La figura 6-59 muestra la respuesta al escalón del sistema de control de excitación con la implementación del lazo de estabilización. De los resultados, se observa que ahora la respuesta transitoria es satisfactoria con un sobrepaso de 4.13% y un tiempo de establecimiento de aproximadamente de 8 segundos. A pesar de estos resultados, el error de estado estable (6.106) continúa siendo muy grande. Naturalmente, el siguiente paso es agregar un controlador PID al sistema para eliminar el error de estado estable.

Figura 6-59. Respuesta al escalón del sistema DC1A con estabilización



El controlador PID es utilizado para mejorar la respuesta dinámica como para reducir o eliminar el error de estado estable del sistema. El controlador derivativo agrega un cero a la función de transferencia de lazo abierto del sistema mejorando la respuesta transitoria. El controlador integral agrega un polo en el origen y aumenta el tipo del sistema en un orden, reduciendo el error de estado estable. La función de transferencia del controlador PID está dada por:

$$G_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (6.107)$$

La figura 6-60 muestra el modelo de Simulink para simular la implementación del controlador PID en el sistema DC1A y el subsistema necesario para implementar el controlador PID en el cuál se representa la ecuación (6.107). Las constantes utilizadas en el controlador son $K_P = 1$, $K_I = 0.25$ y $K_D = 0$, lo que significa que solamente se utilizó la acción integral. La respuesta del sistema se presenta en la figura 6-61, se puede observar que la implementación del PID elimina el error de estado estable.

Figura 6-60. Modelo de Simulink del sistema DC1A con PID y el bloque PID

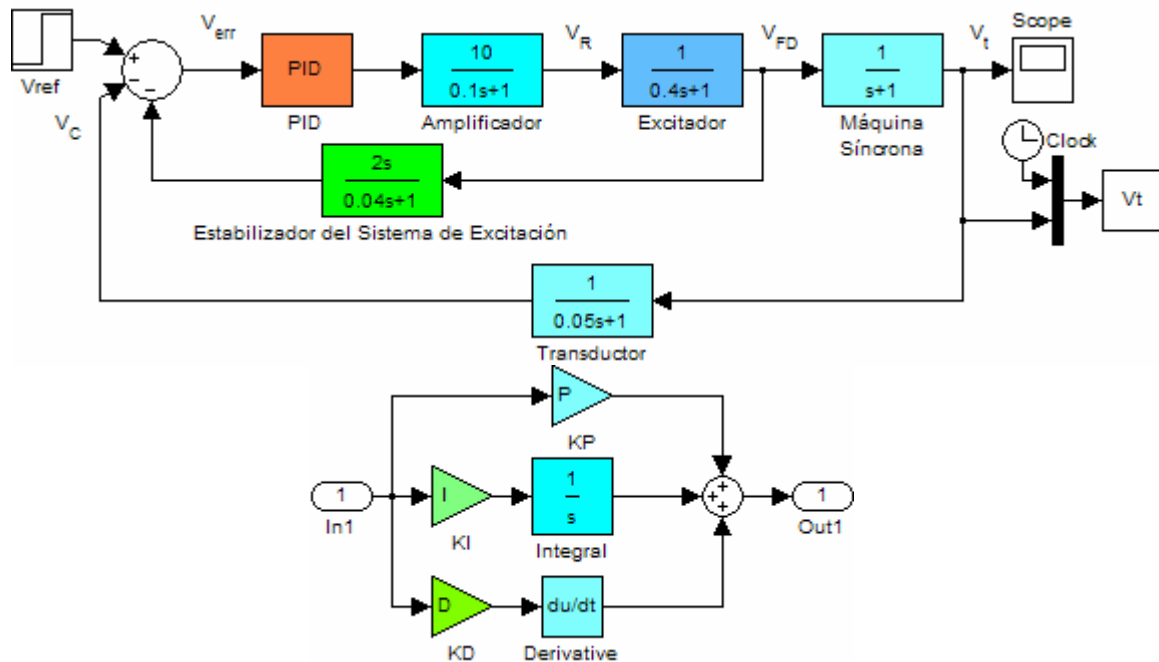
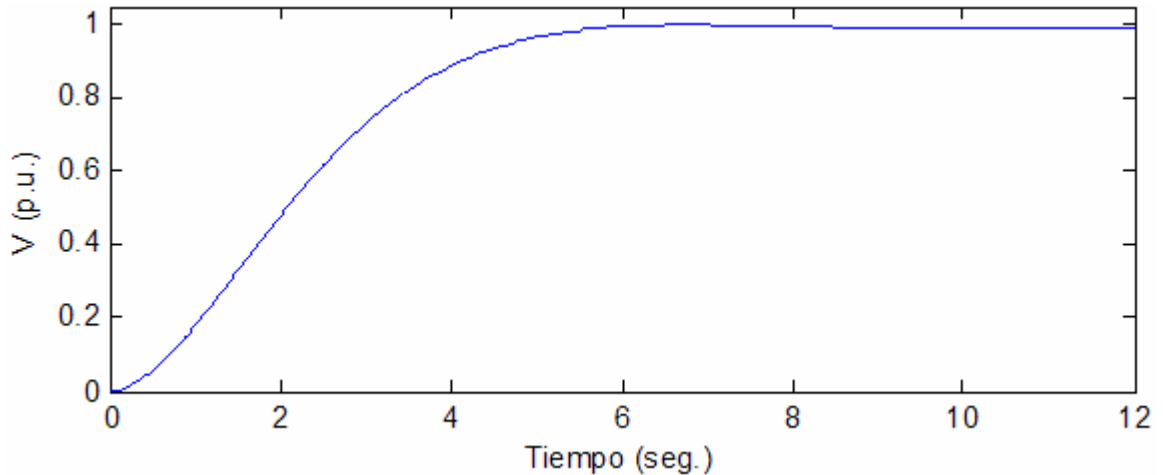


Figura 6-61. Respuesta al escalón de V_t con PID



El uso del controlador PID puede justificar la eliminación del lazo de estabilización ya que es posible emular las funciones de este a través del controlador. Además, el tiempo de respuesta del sistema será menor dado que se está eliminando un lazo de retroalimentación. La figura 6-62 presenta el sistema de excitación DC1A sin el lazo de estabilización y con un controlador PID. Las constantes utilizadas en el PID son $K_p = 1$, $K_i = 0.25$ y $K_d = 0.28$, lo que significa que el control derivativo emulará el trabajo que hacía el estabilizador al mejorar la respuesta transitoria del sistema. La figura 6-63 presenta la respuesta al escalón en la que el sistema presenta un tiempo de respuesta muy bajo así como un error de estado estable igual a cero.

Figura 6-62. Modelo de Simulink del sistema DC1A sin estabilizador y con PID

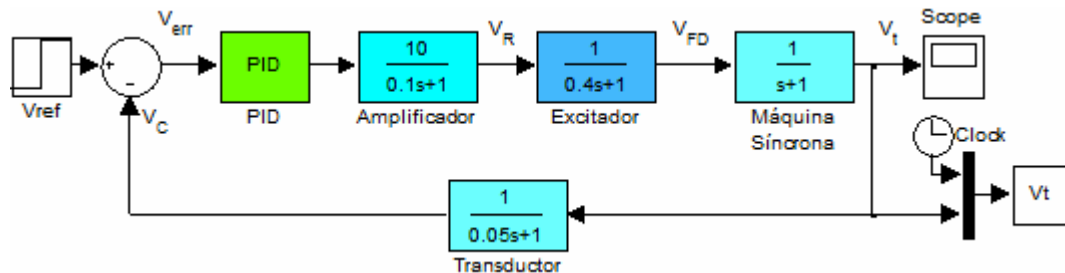
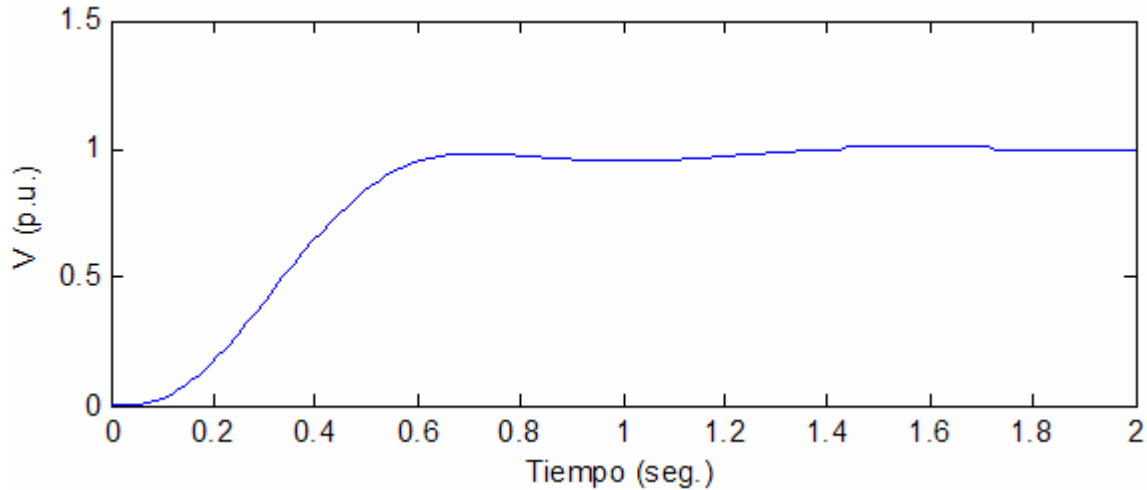


Figura 6-63. Respuesta al escalón de V_t sin estabilizador y con PID



6.5.2. SIMULACIÓN 2: efectos del sistema de control de excitación y del estabilizador de sistemas de potencia en el sistema SMIB

Caso 1: Efectos de los controles en la estabilidad de pequeña señal

En esta sección se estudiará el modelo SMIB aplicando la teoría de sistemas utilizando los lineamientos presentados por Chow y Dean [51, 104]. El sistema SMIB se utiliza como el primer paso en el diseño de un sistema de control de excitación para una planta de generación entregando una potencia \bar{S} . El objetivo es implementar un regulador de voltaje con salida $u(t)$ para controlar el voltaje de campo tal que el voltaje en terminales V_t se mantenga a un valor ajustado V_{ref} . El modelo de la máquina síncrona, que será utilizado, incluye los efectos subtransitorios equivalente al modelo *Model 1.1.*, se desprecia el efecto del transductor de voltaje y el sistema de excitación es del tipo ST.

Los estados para la máquina son el ángulo del rotor de la máquina δ , la velocidad de la máquina ω , y los flujos de eje directo y en cuadratura de la máquina E'_d , ψ_d , E'_q y ψ_q . El ángulo de la máquina δ está en radianes, la velocidad de la máquina ω está normalizada con respecto a la velocidad síncrona, y los flujos y tensiones están dados en valores normalizados (p.u.) con respecto al voltaje nominal. El sistema de control de excitación está modelado por medio del estado V_R .

El sistema de potencia se linealiza para un punto particular de equilibrio, es decir para un punto de operación particular donde la máquina está generando una potencia compleja $\bar{S} = P_e + jQ$, el modelo linealizado del sistema SMIB dado en la forma de espacios de estado se describe por:

$$\Delta \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u(t) \quad (6.108)$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{C}\Delta \mathbf{x} \quad (6.109)$$

Donde Δ denota la perturbación de los estados, \mathbf{x} es la matriz de estado, \mathbf{y} es el vector de salida, $u(t)$ es la variable de control o de entrada, \mathbf{A} es la matriz de transición de estado o matriz del sistema, \mathbf{B} es la matriz de entrada y \mathbf{C} es la matriz de salida. Para el sistema en cuestión estos elementos están dados por:

$$\mathbf{x} = [\delta \quad \omega \quad E'_q \quad \psi_d \quad E'_d \quad \psi_q \quad V_R]^T \quad (6.110)$$

$$\mathbf{y} = [V_t \quad \omega \quad P_e]^T \quad (6.111)$$

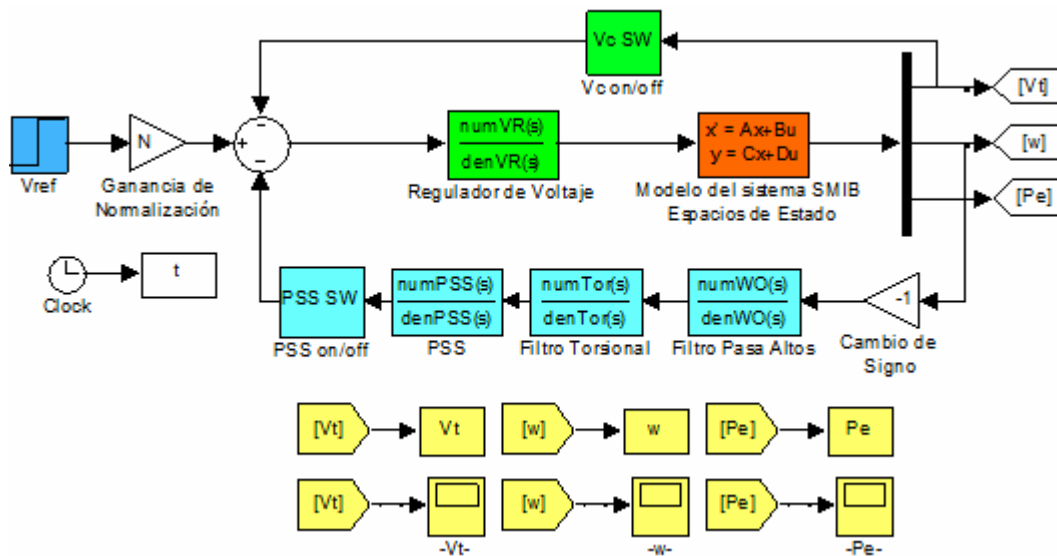
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 377.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.246 & -0.156 & -0.137 & -0.123 & -0.0124 & -0.0546 & 0 \\ 0.109 & 0.262 & -2.17 & 2.30 & -0.0171 & -0.0753 & 1.27 \\ -4.58 & 0 & 30.0 & -34.3 & 0 & 0 & 0 \\ -0.161 & 0 & 0 & 0 & -8.44 & 6.33 & 0 \\ -1.70 & 0 & 0 & 0 & 15.2 & -21.5 & 0 \\ -33.9 & -23.1 & 6.86 & -59.5 & 1.50 & 6.63 & -114 \end{bmatrix} \quad (6.112)$$

$$\mathbf{B} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 16.4]^T \quad (6.113)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -0.123 & 1.05 & 0.230 & 0.207 & -0.105 & -0.460 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.42 & 0.90 & 0.787 & 0.708 & 0.0713 & 0.314 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.114)$$

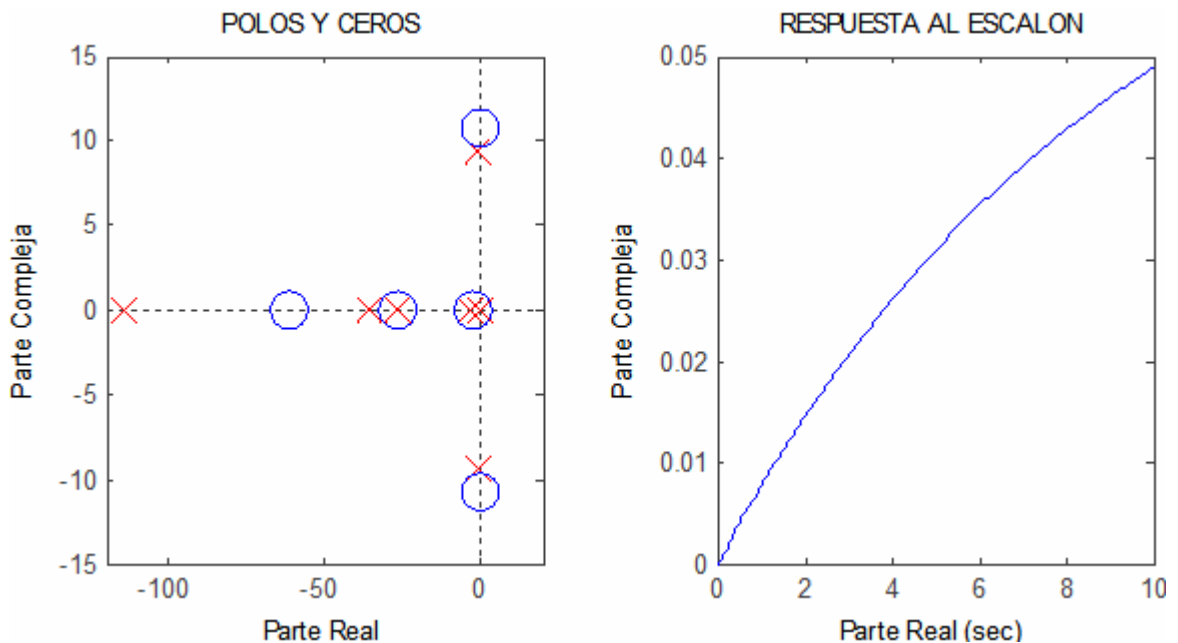
El sistema se simula mediante el modelo de Simulink que se presenta en la figura 6-64. El modelo tiene la opción de simular al sistema bajo la influencia de los controles y sin los mismos, ambos lazos de control pueden ser activados/desactivados por medio de un archivo de MATLAB donde se establece su estado lógico (ON/OFF); y donde también se deben definir todas las constantes y funciones de transferencia del modelo. El lazo del AVR desprecia la influencia del transductor de voltaje, además, puede simular cualquier tipo de controlador para mejorar la respuesta del sistema estático que contiene el modelo. De igual manera, el modelo permite la representación de cualquier modelo de PSS, además implementa la opción de utilizar dos filtros adicionales, un filtro torsional y un filtro pasa altos.

Figura 6-64. Modelo de Simulink para controlar el sistema SMIB



El análisis del sistema SMIB se realizará por los métodos utilizados en la teoría de control. Se inicia el análisis obteniendo los polos y ceros de la función de salida del voltaje en terminales, la cuál puede ser computa de (6.109). Los polos están dados por $s = -0.105, -0.479 \pm j9.335, -3.081, -26.76, -35.4$ y -114.7 . Los ceros de dicha función están dados por: $s = -61.3, -26.59, -0.15693 \pm j10.68$ y -2.5638 . El diagrama de polos y ceros se presenta en la Figura 6-65. Los polos dominantes de (6.108) son el polo real $s = -0.105$ asociado con la respuesta del voltaje de campo, y el modo de oscilación (o electromecánico) $s = -0.479 \pm j9.33$ con una pequeña razón de amortiguación $\zeta = 0.0513$, la cual representa la oscilación de la máquina contra el bus infinito. El polo real resultará en una constante de tiempo de $T_r = \frac{1}{0.105} \approx 10$ segundos y los polos complejos resultan en oscilaciones ligeramente amortiguadas de $T_p = \frac{1}{9.335} \approx 0.673$ segundos.

Figura 6-65. Diagrama de polos y ceros, y respuesta al escalón del sistema SMIB



En la figura 6-65 también se presenta la respuesta al escalón unitario de V_t con respecto a V_{ref} . Es fácil notar que dicha respuesta está relacionada como el polo dominante $s = -0.105$. Utilizando el teorema del valor final se establece la respuesta de estado estable del sistema:

$$V_{t_{ss}} = \lim_{s \rightarrow 0} 0.1sV_t(s) = 0.07472 \quad (6.115)$$

De la expresión (6.115) y de la Figura 6-65, se concluye que el sistema no cumple con mantener el voltaje en terminales en su valor de referencia, es su valor de estado estable 0.07472 en lugar de 0.1; esto significa un 25% de error de estado estable.

Las condiciones de funcionamientos demostradas no son satisfactorias, por lo que es necesario implementar una estrategia de control para obtener las condiciones deseadas. El siguiente paso en este análisis es encontrar el rango de ganancias para las cuales el sistema es estable para lo cuál se obtiene la respuesta al escalón, con magnitud 0.1, de la función de lazo cerrado del lazo de regulación de voltaje. La figura 6-66 presenta dicha respuesta bajo la influencia de diferentes ganancias $G_{V_t}(s) = K_p$ con $p = 10, 20, \dots, 50$. A medida en que K_p aumenta, el modo de voltaje se mueve hacia la izquierda desde $s = -0.105$, mejorando T_r . Sin embargo, el modo de oscilación o electromecánico se desestabiliza para $K_p = 50$. El diagrama del lugar geométrico de las raíces de la figura 6-67 muestra que para una ganancia $K_u \approx 47$ el sistema es marginalmente estable. A pesar de que el sistema se vuelve estable de nuevo cuando $K_p > 1260$, tal valor de ganancia es no es robusta porque cualquier reducción en la ganancia del sistema debido a un cambio en la condición de operación llevaría al modo de oscilación hacia la parte derecha del plano. Por lo tanto el rango de valores de la ganancia K_p para los cuales el sistema es estable se define por la expresión:

$$K_p < 47 \quad (6.116)$$

Figura 6-66. Respuesta de V_t al escalón en V_{ref}

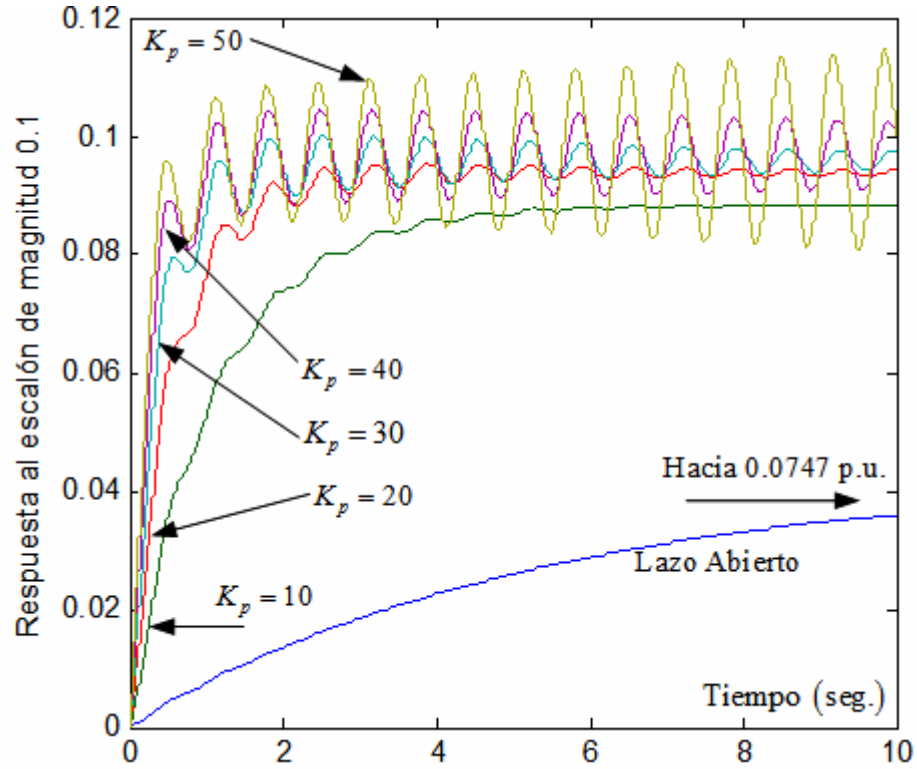
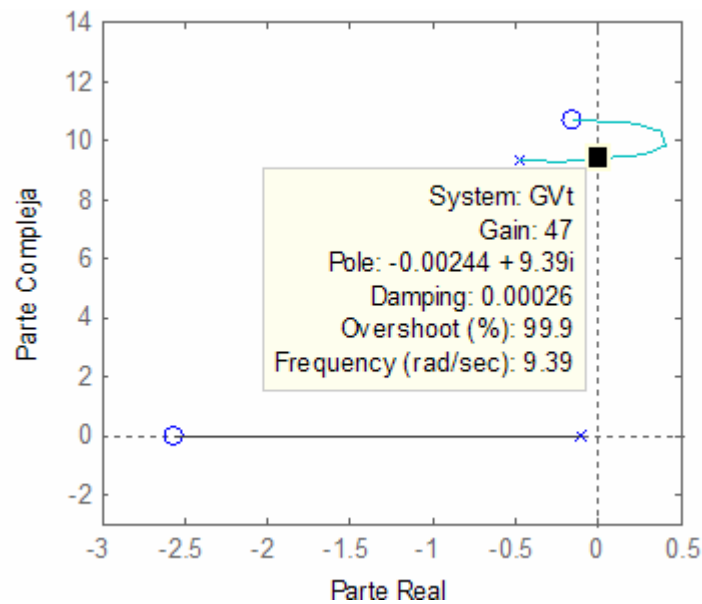


Figura 6-67. Lugar geométrico de las raíces del lazo de regulación de voltaje



Conociendo el rango de valores para los cuales el sistema de excitación es estable se puede ajustar el controlador proporcional para que el regulador estático contenido en el modelo tenga un funcionamiento satisfactorio. Sin embargo, aún queda el problema del error de estado estable. Naturalmente, el siguiente paso en el análisis debe ser la implementación de una estrategia de control que elimine el error de estado estable mientras mantiene la respuesta transitoria con un desempeño satisfactorio. Para satisfacer los requerimientos de control se utilizará un controlador tipo PI, cuya función de transferencia está dada por:

$$G_c(s) = G_{PI}(s) = K_p \left(1 + \frac{K_I}{s} \right) \quad (6.117)$$

Los parámetros se selección de los rangos $0 < K_p < K_u$ y $0.1 < K_I < 10$ de tal manera que el tiempo de respuesta sea menor de 0.5 segundos y que el sobrepaso sea alrededor de 10%. Un conjunto de valores que satisface las especificaciones de diseño es $K_p = 35$ y $K_I = 0.4$, cuya respuesta al escalón se muestra en la gráfica punteada de la Figura 6-68, donde $T_r = 0.446$ y el sobrepaso $M_p = 12.5\%$. La acción integral, como se puede notar, ha removido el error de estado estable. Existe un margen en el tiempo de respuesta T_r debido a que el PSS hará más lenta la respuesta. Sin embargo, si se utiliza un PSS para proveer de amortiguación extra, el sobrepaso será reducido.

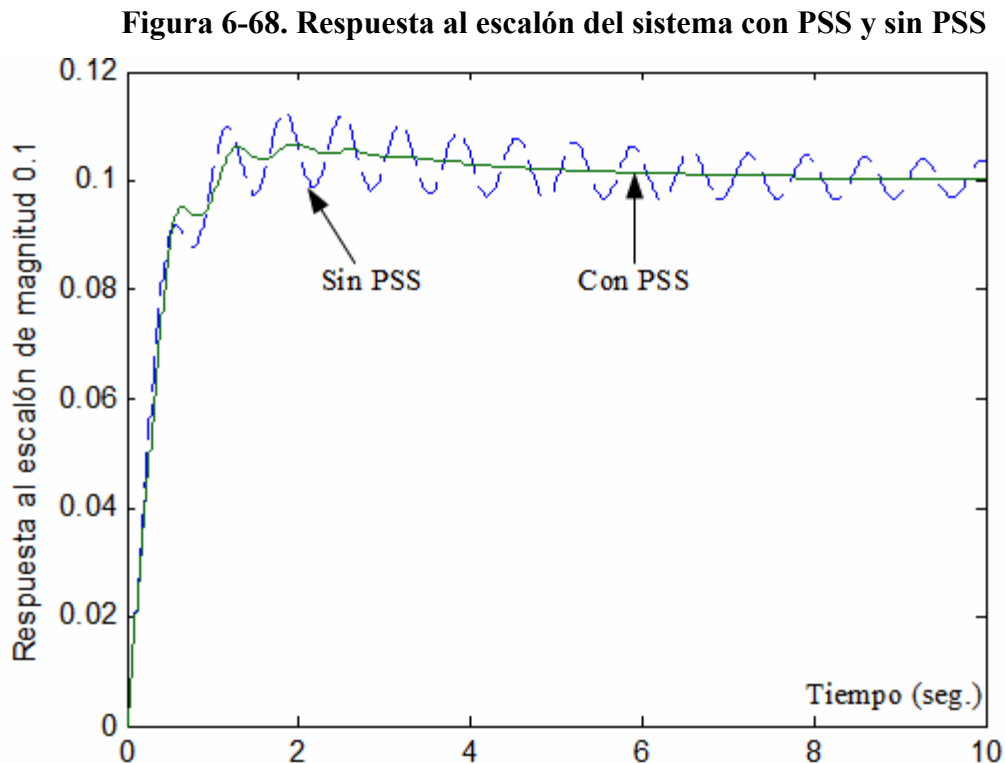
Finalmente, se implementa un estabilizador de sistemas de potencia al sistema SMIB. Para simular esta implementación el filtro torsional, el filtro pasa altos y el PSS están definidos por la siguientes expresiones [104]:

$$G_{tor}(s) = \frac{1}{1 + 0.061s + 0.0017s^2} \quad (6.118)$$

$$G_{washout}(s) = \frac{10s}{10s + 1} \quad (6.119)$$

$$G_{PSS}(s) = 1.13 \left[\frac{14(s + 2.94)}{s + 34.9} \right]^2 \quad (6.120)$$

La función de transferencia (6.120) está diseñada de manera que el PSS provee amortiguamiento solamente al modo de oscilación por medio de un compensador de adelanto de fase de segundo orden, el proceso para obtener dicha función no se describirá por razones de espacio, se recomienda consultar [51, 105]. La implementación de las funciones (6.118) a (6.120) en el modelo de Simulink permite obtener la respuesta al escalón que se presenta en la curva sólida de la figura 6-68. Tal como se muestra, el sistema tiene un tiempo de establecimiento de 0.456 segundos y un sobrepaso de 6.81%, dando una respuesta satisfactoria del sistema y amortiguando el modo de oscilación.



Caso 2: Efectos de los controles en la estabilidad transitoria

En esta simulación se utilizará el programa PST (*Power system toolbox*) de *Cherry Tree Scientific Software* [110-112], para evaluar el efecto del sistema de regulación de voltaje o AVR y el del PSS bajo la influencia de una falla. El sistema a evaluar fue abstraído de las referencias [19, 74, 110-112] y se presenta en la figura 6-69. El sistema SMIB de esta simulación está conformado por un generador equivalente, un transformador conectado en serie con el generador equivalente a través de una barra denominada LT, el transformador se conecta a una barra denominada HT y de esta barra parten dos líneas de transmisión en paralelo que se conectan a un bus infinito. El generador equivalente representa a cuatro unidades de generación idénticas conectadas en paralelo, este se representa por medio de un modelo tipo *Model 2.1* según [21] y está denominado “*subtransient model*” o modelo subtransitorio por el programa PST [110]; este modelo tiene la capacidad de modelar los efectos subtransitorios, es decir, el efecto de los devanados de amortiguación; además es capaz de modelar la saturación de la máquina tal como se define en [21], a través de los valores de saturación. El sistema de regulación de voltaje es de tipo estático, se modela a través del modelo ST1A, este modelo tiene la capacidad de simular los límites máximos y mínimos del regulador, cabe recalcar que este tipo de modelo es congruente con los sistemas estáticos modernos de alta ganancia y respuesta rápida [104].

Los generadores están manejados por una turbina de ciclo combinado, este tipo de turbina tiene varias etapas de presión, dichas etapas de presión pueden excitar ciertos modos torsionales causando inestabilidad torsional y amplificando los modos de oscilación local. La turbina es modelada de acuerdo a [77], para una turbina de cuatro etapas, el programa PST es capaz de representar dicho tipo de turbinas.

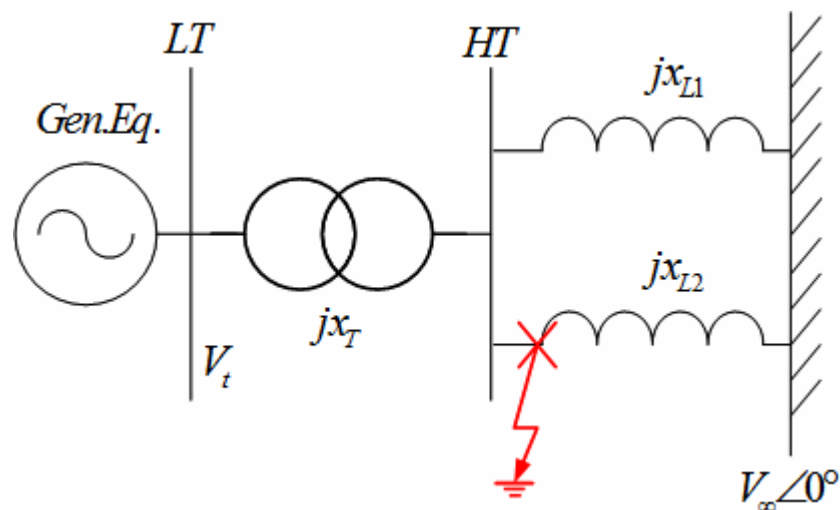
La posibilidad de oscilación del ángulo del rotor se debe a una amortiguación negativa del AVR, por esto, el estabilizador de sistemas de potencia es necesario en este caso; el estabilizador de sistemas de potencia está basado en el modelo PSS1A y su entrada es la velocidad de la máquina. Los parámetros del sistema están y los parámetros del generador y la fueron tomados de [110] y no se describirán por razones de espacio.

A continuación se describen los parámetros utilizados por el sistema de excitación y el estabilizador de sistemas de potencia, es importante mencionar que estos parámetros necesitan de un cuidadoso diseño [74, 110]:

$$T_R = 0.02 \quad K_A = 121 \quad T_A = 0.05 \quad V_{RMAX} = 5.0 \quad V_{RMIN} = -5.0 \quad (6.121)$$

$$\begin{aligned} K_{PSS} = 6 \quad T_W = 1.41 \quad T_1 = 0.154 \quad T_2 = 0.033 \\ T_3 = 0.1 \quad T_4 = 0.1 \quad V_{SMAX} = 0.2 \quad V_{SMIN} = -0.05 \end{aligned} \quad (6.122)$$

Figura 6-69. Diagrama del sistema SMIB de la Simulación 2, Caso 2



El sistema de la figura 6-69 es sometido a una falla trifásica la cuál es liberada después de 0.1 segundos, las figuras 6-70 y 6-71, muestran las respuestas de las diferentes variables de interés del sistema (V_t , E_{FD} , ω_r y P_e) bajo diferentes configuraciones de control: control manual ($E_{FD}=\text{Constante}$), control por medio del sistema de excitación (AVR) y control por medio del sistema de excitación y el estabilizador de sistemas de potencia (AVR+PSS). De los resultados de la figura 6-70 (a), se puede contar que con el voltaje de campo constante (control manual), el sistema es estable, sin embargo, el nivel de amortiguación de las oscilaciones es bajo, esto podría resultar en la salida de las unidades si se diera una falla inmediatamente después o si se amplifican las oscilaciones de pequeña señal. Esta falta de amortiguación también se puede notar en la figura 6-71 (a) que representa al voltaje en terminales.

El uso de un sistema de excitación estático de alta ganancia y acción rápida se amortigua significativamente la primera oscilación como se observa en la figura 6-70 (a). Sin embargo, las oscilaciones subsiguientes están amortiguadas negativamente; por lo que el sistema pierde sincronismo en la tercera oscilación; obviamente, esto es el efecto de la excitación de los modos de oscilación local, los cuales están relacionados con el ángulo del rotor y la velocidad. Con el estabilizador de sistemas de potencia las oscilaciones del rotor son efectivamente amortiguadas, sin que existan modificaciones de la primera oscilación.

El resultado de utilizar el estabilizador de sistemas de potencia se presenta elegantemente en una gráfica tridimensional en las figuras 6-72 y 6-73 que representan el ángulo de oscilación de las máquinas (la máquina y el bus infinito) y la desviación de la velocidad, que como ya se mencionó, son las fuentes principales de inestabilidad con el uso de AVR únicamente.

Figura 6-70. Respuesta de V_t y E_{FD} bajo una falla trifásica

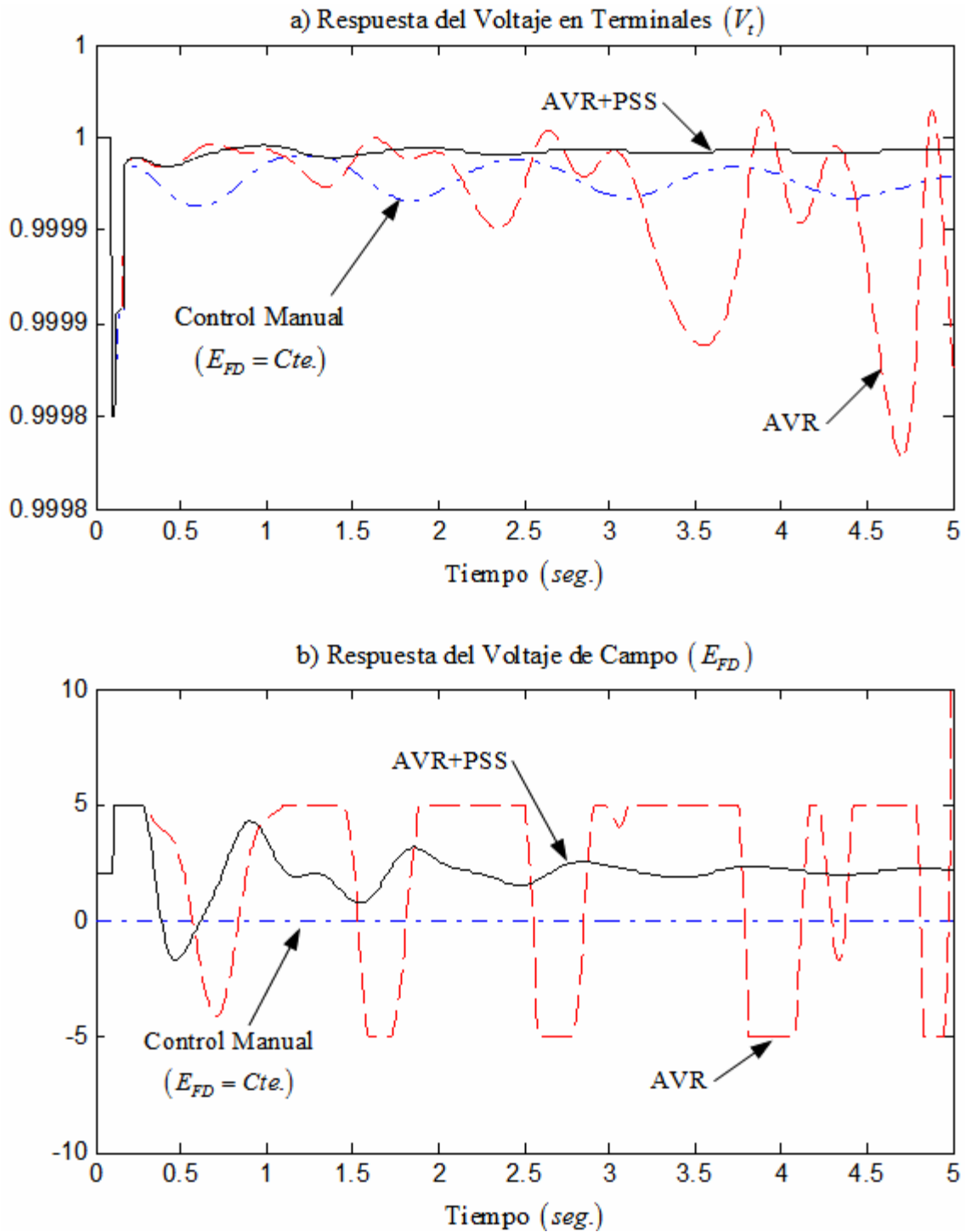


Figura 6-71. Respuesta de ω_r y P_e bajo una falla trifásica

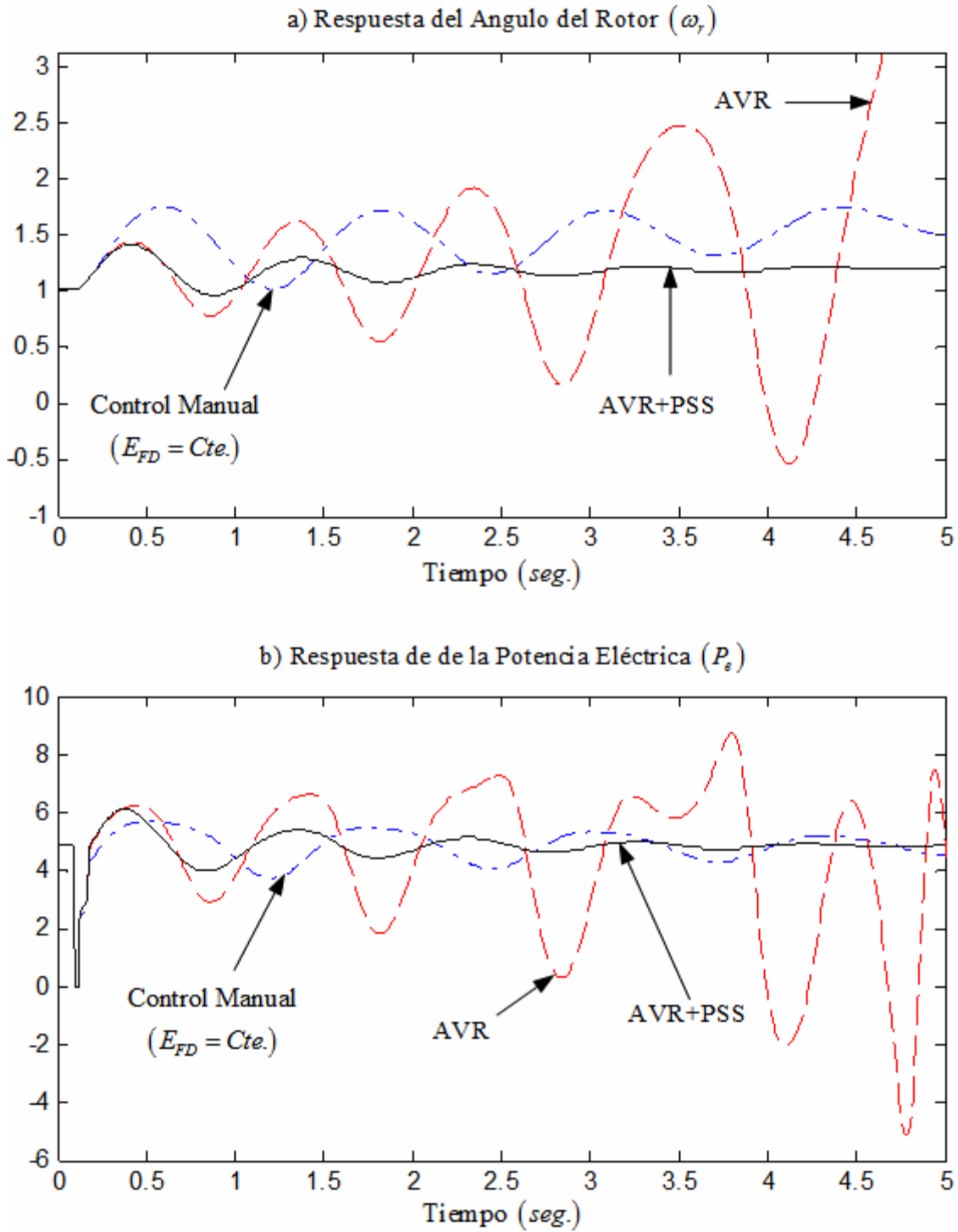


Figura 6-72. Gráfica tridimensional de la variación del ángulo de la máquina bajo el efecto del AVR y el PSS

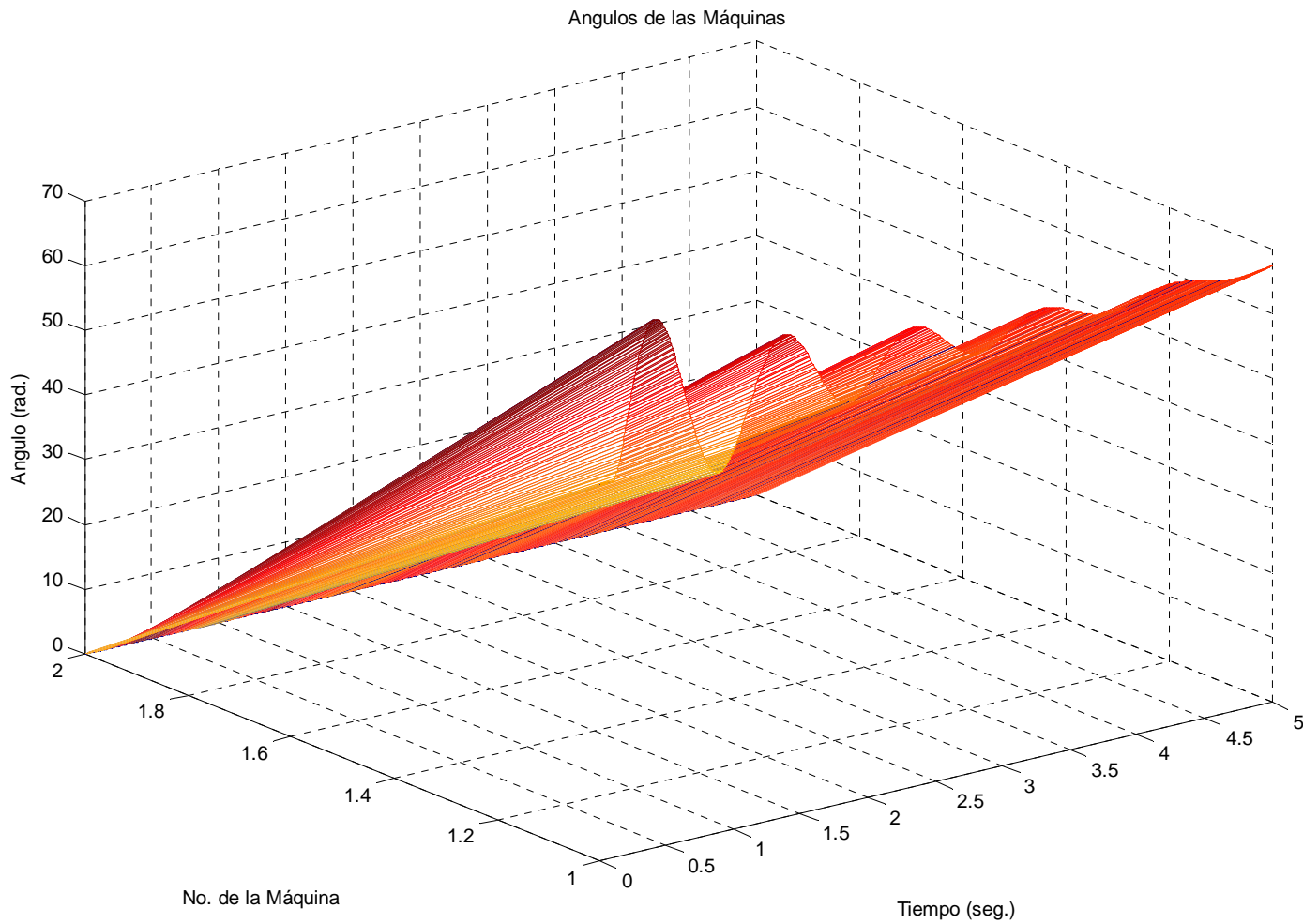
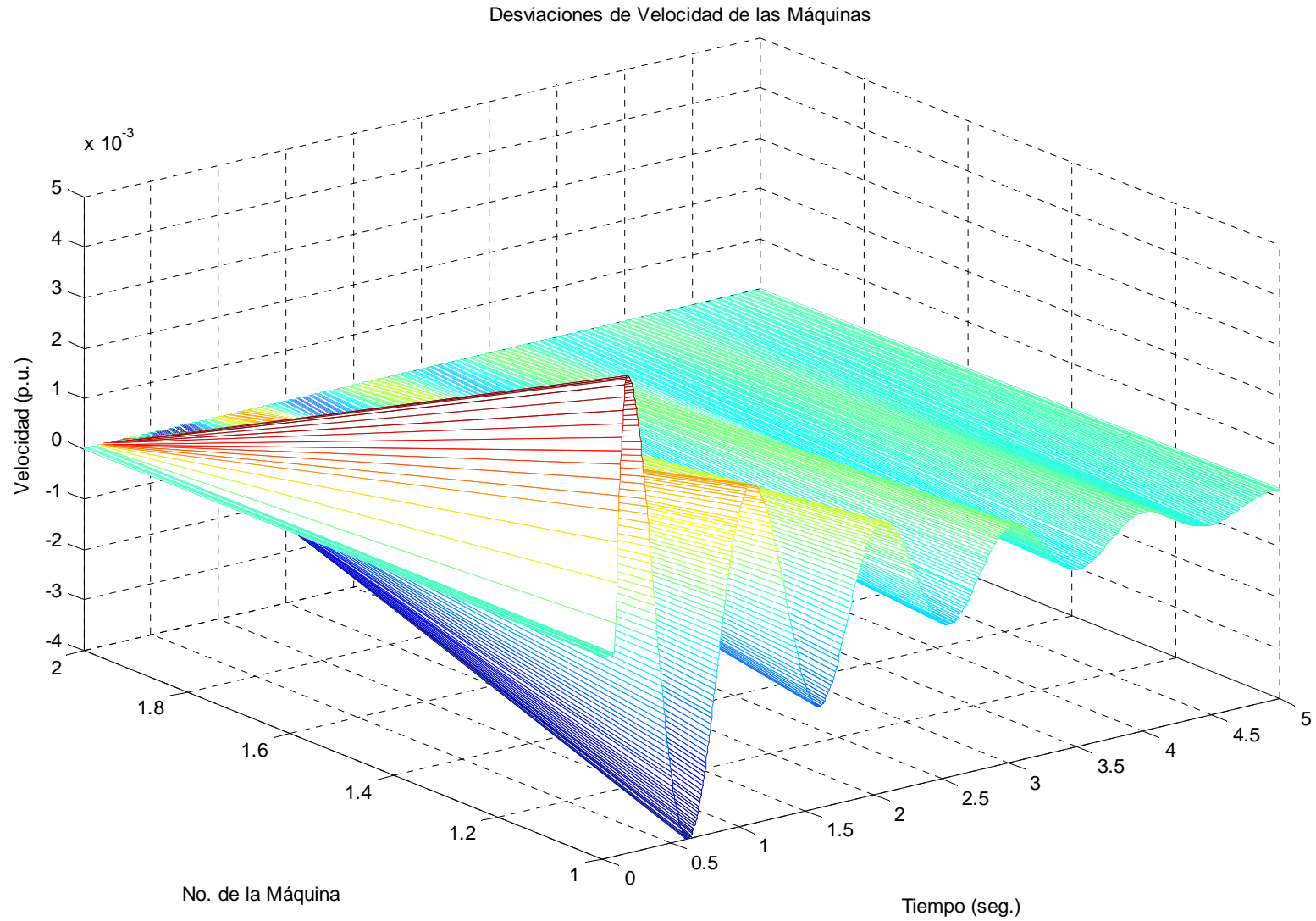


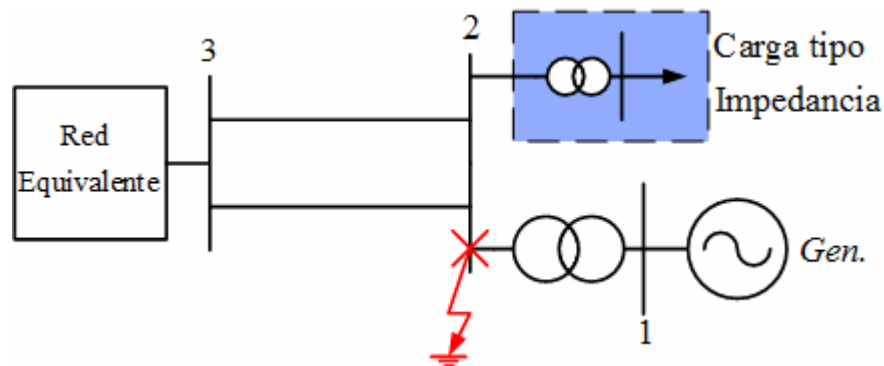
Figura 6-73. Gráfica tridimensional de la desviación de velocidad de la máquina bajo el efecto del AVR y el PSS



Caso 3: Sistema de bus infinito con carga local

En este caso se analiza el efecto del sistema de control de excitación y del estabilizador de sistemas de potencia en un sistema de bus infinito con una carga local sometido a una falla trifásica, este se presenta en la Figura 6-74; tanto el sistema como el programa de *Simulink* utilizados son una modificación del que se presenta en [113]. El autor del programa original para simular este modelo es el renombrado profesional experto en estabilidad de voltaje Doctor Thierry Van Cutsem, Director de Investigación del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación de la Universidad de Liège, Bélgica; autor de las referencias [113, 114], quien amablemente proporcionó al autor de este documento el programa para ilustrar los efectos de la integración de los sistemas de control de potencia activa – frecuencia y potencia reactiva – voltaje a través de modelos complejos en el ambiente *Simulink*. El modelo de Simulink general se presenta en la figura 6-75 y se desglosa en las figuras 6-76 a 6-79, en las simulaciones realizadas en esta sección este modelo fue ligeramente modificado para los propósitos de la misma. El modelo además utiliza una *S function* donde se definen los parámetros de la red así como el control de la simulación.

Figura 6-74. Diagrama del modelo de bus infinito con carga local



El modelo de la máquina síncrona es un modelo $qd0$ capaz de representar los efectos subtransitorios de los devanados de amortiguación, se presenta en la figura 6-77, este modelo es mucho más eficiente que los modelos elaborados en el capítulo 3 debido a características de programación; además, provee todas las salidas necesarias para implementar los lazos de control. En la figura 6-78 se presenta la implementación de una turbina térmica de ciclo combinado y del lazo del gobernador; esto provee una oportunidad de implementar un estabilizador de sistemas de potencia de manera que se establezca el sistema por medio de la calibración del mismo considerando la modificación de los modos de oscilación excitados por la turbina. El modelo de Simulink de la Figura 6-79 representa al sistema de control de excitación a través del modelo ST1A, teniendo la particularidad de modelar los límites máximos y mínimos del mismo, sin embargo, no es capaz de representar la saturación del excitador a diferencia de los modelos del PST. El modelo del PSS se define a través del modelo PSS1A, presentado en la Figura 6-76, este modelo no simula los límites del mismo, sin embargo, es lo suficientemente exacto para los propósitos de esta simulación.

Figura 6-75. Modelo de Simulink para simular el sistema de la Figura 6-74

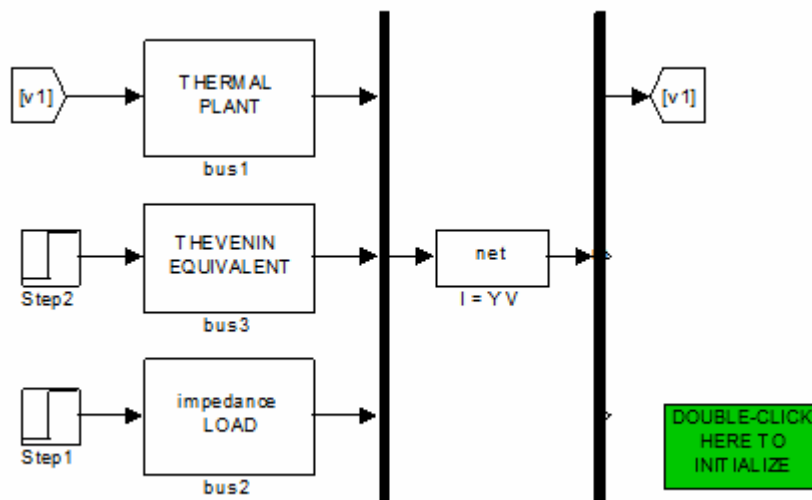


Figura 6-78. Modelo de *Simulink* de la turbina y el gobernador

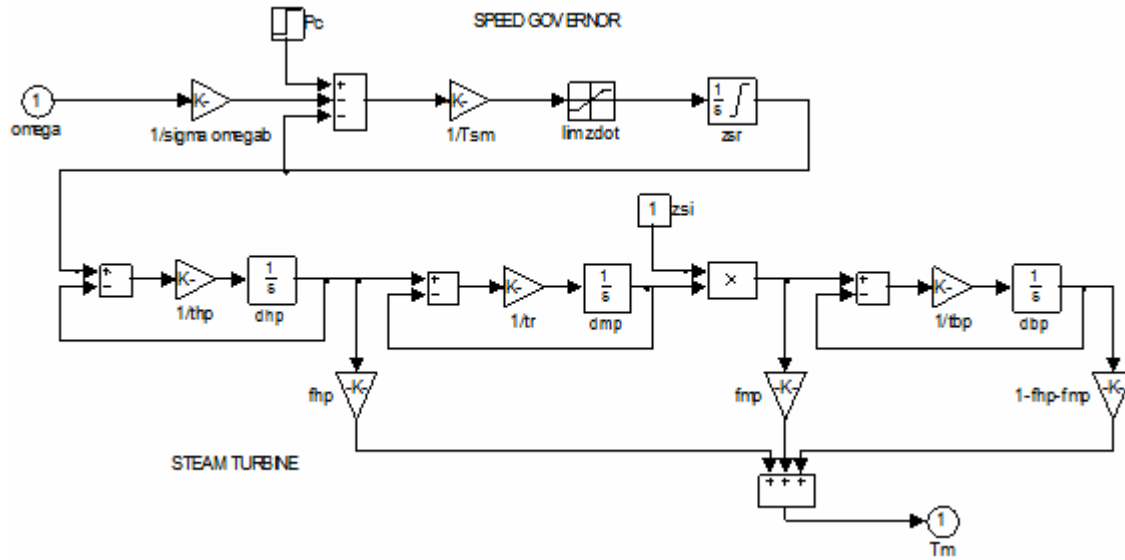


Figura 6-79. Modelo de *Simulink* del sistema de excitación

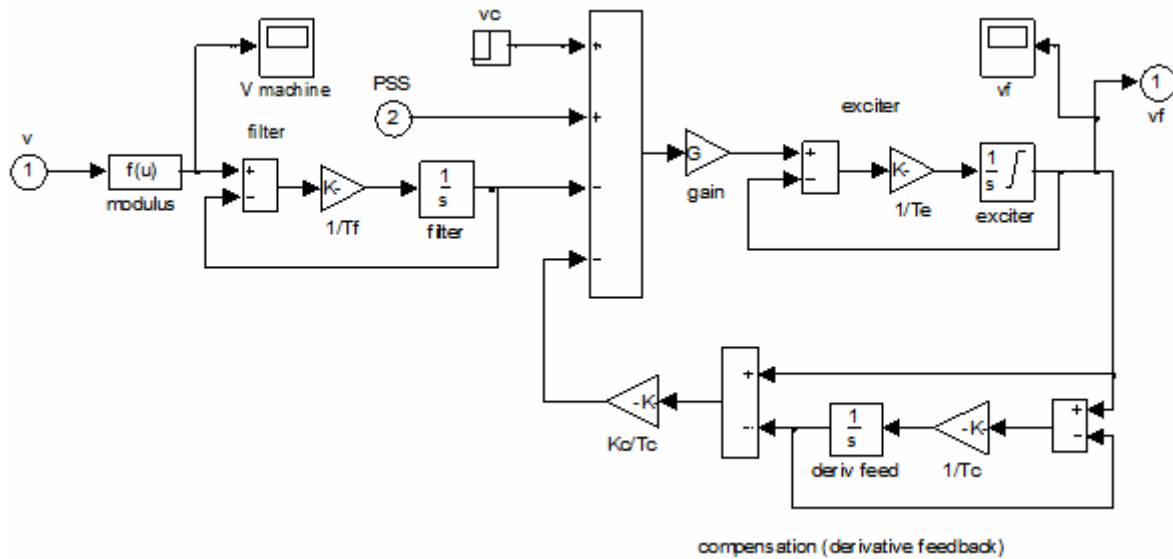


Figura 6-80. Respuesta de V_t y E_{FD} bajo una falla trifásica

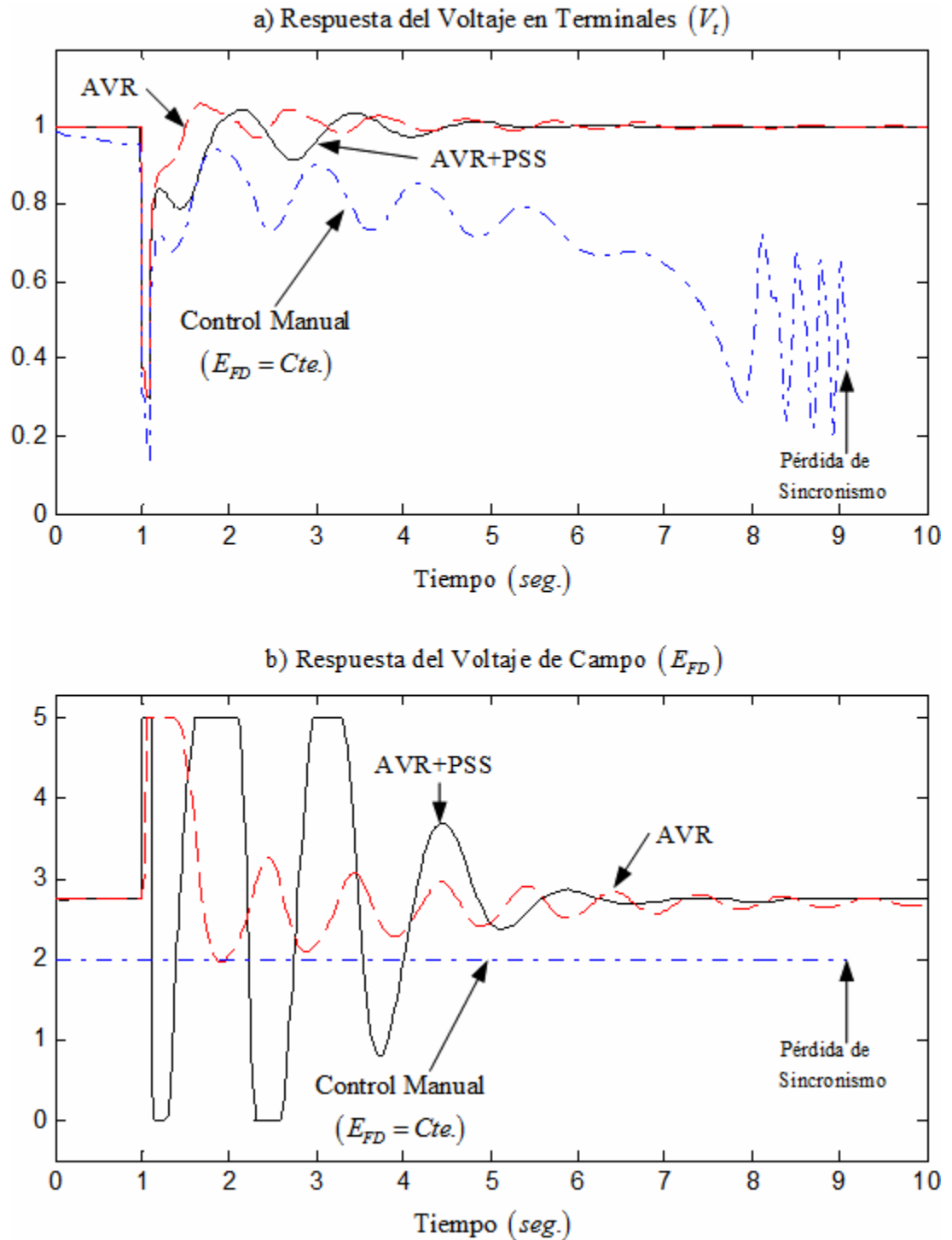
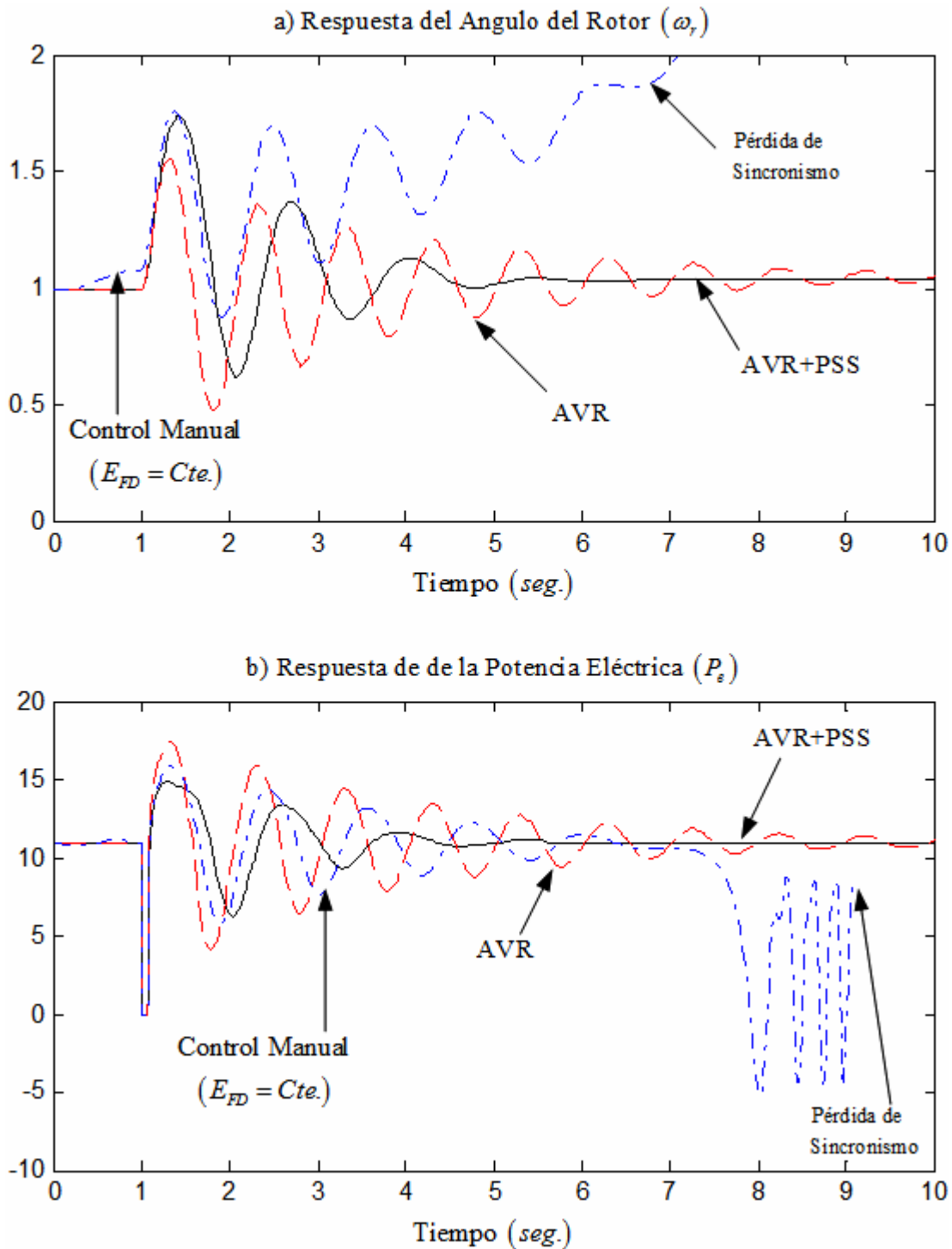


Figura 6-81. Respuesta de ω_r y P_e bajo una falla trifásica



Las figuras 6-80 y 6-81 muestran los resultados de las simulaciones realizadas a través del modelo de Simulink y de ciertas ligeras modificaciones realizadas al mismo. El sistema es sometido a una falla trifásica la cuál es liberada después de 0.1 segundos en el punto descrito en la figura 6-74, en las figuras 6-80 y 6-81, se muestran las respuestas de las diferentes variables de interés del sistema (V_t , E_{FD} , ω_r y P_e) bajo diferentes configuraciones de control: control manual ($E_{FD}=\text{Constante}$), control por medio del sistema de excitación (AVR) y control por medio del sistema de excitación y el estabilizador de sistemas de potencia (AVR+PSS).

El control manual se ajustó debajo del valor requerido para tener estabilidad siendo este valor un voltaje de 2 p.u. en el devanado de campo, esto ilustra la desventaja del control manual, que debe ser monitoreado por un operador, si el operador ajustara el control manual de la manera descrita resultaría en pérdida de sincronismo de la máquina como se muestra en las figura 6-80 y 6-81. El uso de un sistema de excitación de alta ganancia y respuesta rápida se puede apreciar en la parte a de la figura 6-81, se observa como la máquina puede ser estabilizada por este sistema de excitación, sin embargo, el amortiguamiento de las oscilaciones es poco satisfactorio además de mostrar un tiempo de establecimiento demasiado lento. La implementación del estabilizador de sistemas de potencia tiene la función de amortiguar rápidamente las oscilaciones del ángulo de la parte a de la figura 6-81, así como de proveer una rápida respuesta al voltaje en terminales como se observa en la parte a de la figura 6-80; además, provee un mejoramiento en el tiempo de respuesta del ángulo comprometiendo la primera oscilación donde el ángulo es mayor debido al sobrepaso de la respuesta.

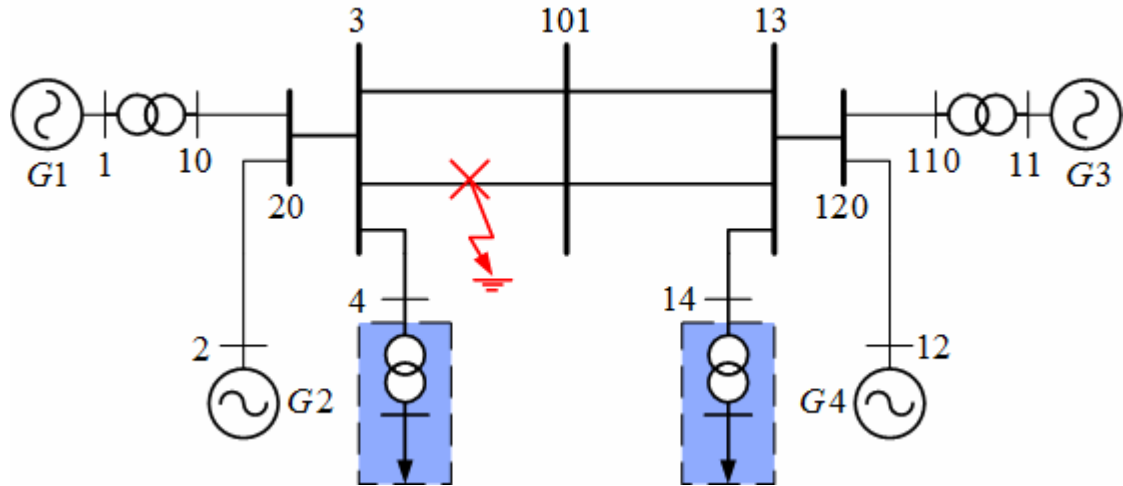
Este caso provee un claro ejemplo de un sistema que puede ser estabilizado por medio del sistema de excitación, pero donde también se hace necesaria la presencia de un estabilizador de sistemas de potencia debido a que si se aumenta la ganancia del sistema de excitación este puede proveer amortiguación negativa, produciendo la desestabilización del sistema.

6.5.3. SIMULACION 3: Efectos de los sistemas de control de excitación y del estabilizador de sistemas de potencia en sistemas multimáquinas

En esta simulación final se analiza un sistema, presentado en la figura 6-82, utilizado en varias investigaciones realizadas por *Ontario Hydro*, bajo el financiamiento de la *Canadian Electrical Association*, y ha sido publicado [19, 72, 74, 101, 118, 119]. Las referencias [74, 101, 118, 119] analizan ampliamente los efectos de los sistemas de control y de la modelación de cargas sobre las oscilaciones del sistema. El sistema es un sistema de potencia de dos áreas, las dos áreas son idénticas e incluyen dos unidades de generación equipadas con sistemas de excitación estáticos de respuesta rápida. El sistema opera bajo transmitiendo 400 MW del área 1 al área 2 a través de dos líneas de transmisión, la característica importante de este sistema es que exhibe modos de oscilación local y entre áreas, un análisis profundo de este tema se describe en [19, 74, 101, 118, 119], en donde también se calculan los valores de los parámetros de los sistemas de excitación y del PSS por medio del análisis de estabilidad de pequeña señal y análisis modal.

A continuación se utiliza el programa PST para realizar varias simulaciones en el dominio del tiempo a partir de la información descrita en [74, 101, 118, 119], simulando una falla trifásica de 5 milisegundos en el punto indicado en la figura 6-82 bajo diferentes configuraciones de control como se ha realizado en las simulaciones anteriores. Las cuatro unidades de generación se representan cada una por un modelo que considera los efectos subtransitorios de los devanados de amortiguación. El sistema de excitación está modelado a través del modelo ST1A (cuando se utiliza). Las turbinas y el gobernador están modeladas a través de un modelo que representa a las unidades de ciclo combinado [19, 74]. El PSS se representa a través del modelo PSS1A.

Figura 6-82. Sistema de dos áreas con cargas tipo impedancia



Fuente: Rogers, Graham. *Power system oscillations*. E.E.U.U.: 1999.

Figura 6-83. Respuesta del voltaje en el bus de falla

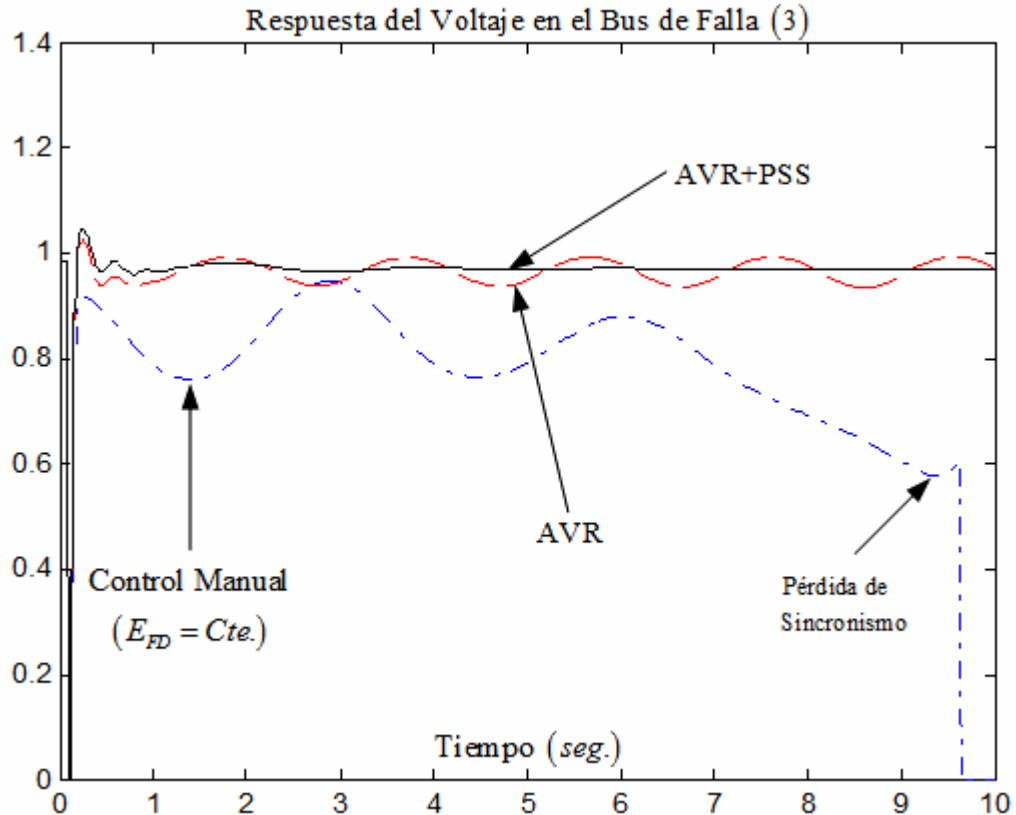


Figura 6-84. Respuesta del voltaje de campo E_{FD} bajo el control del AVR y bajo el control del AVR y del PSS

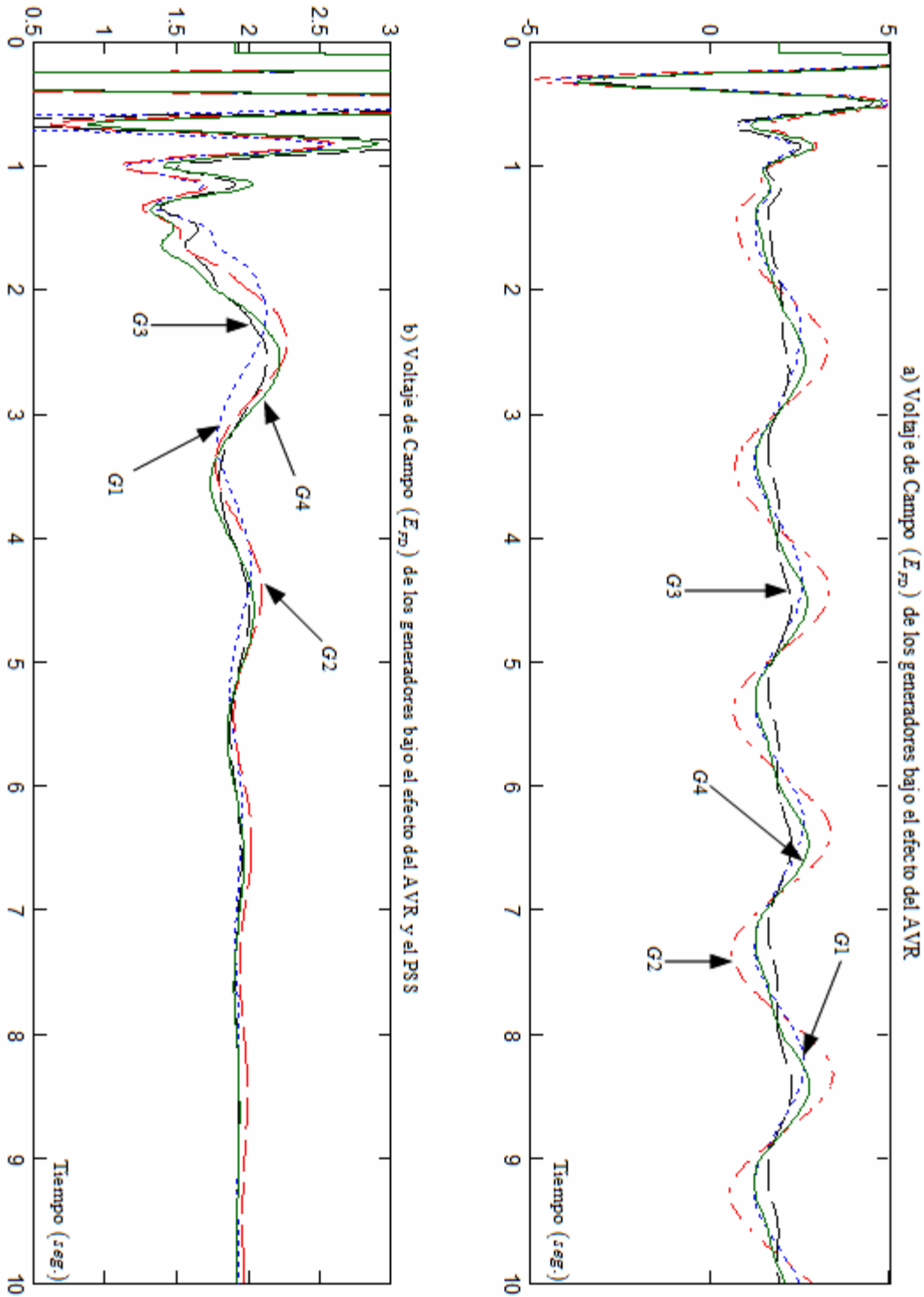


Figura 6-85. Graficas tridimensionales de la respuesta de la desviación de la velocidad bajo control del AVR y PSS

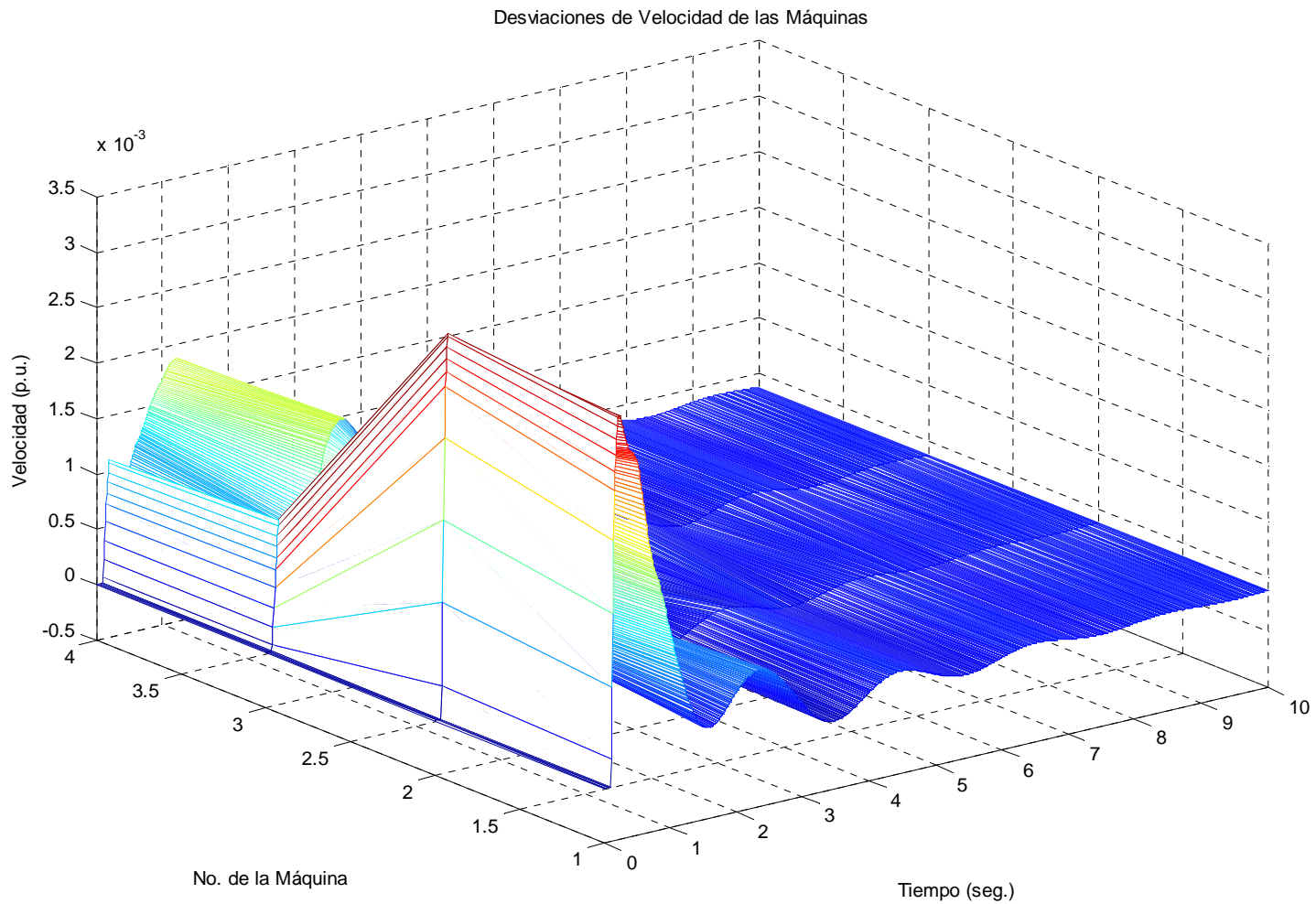
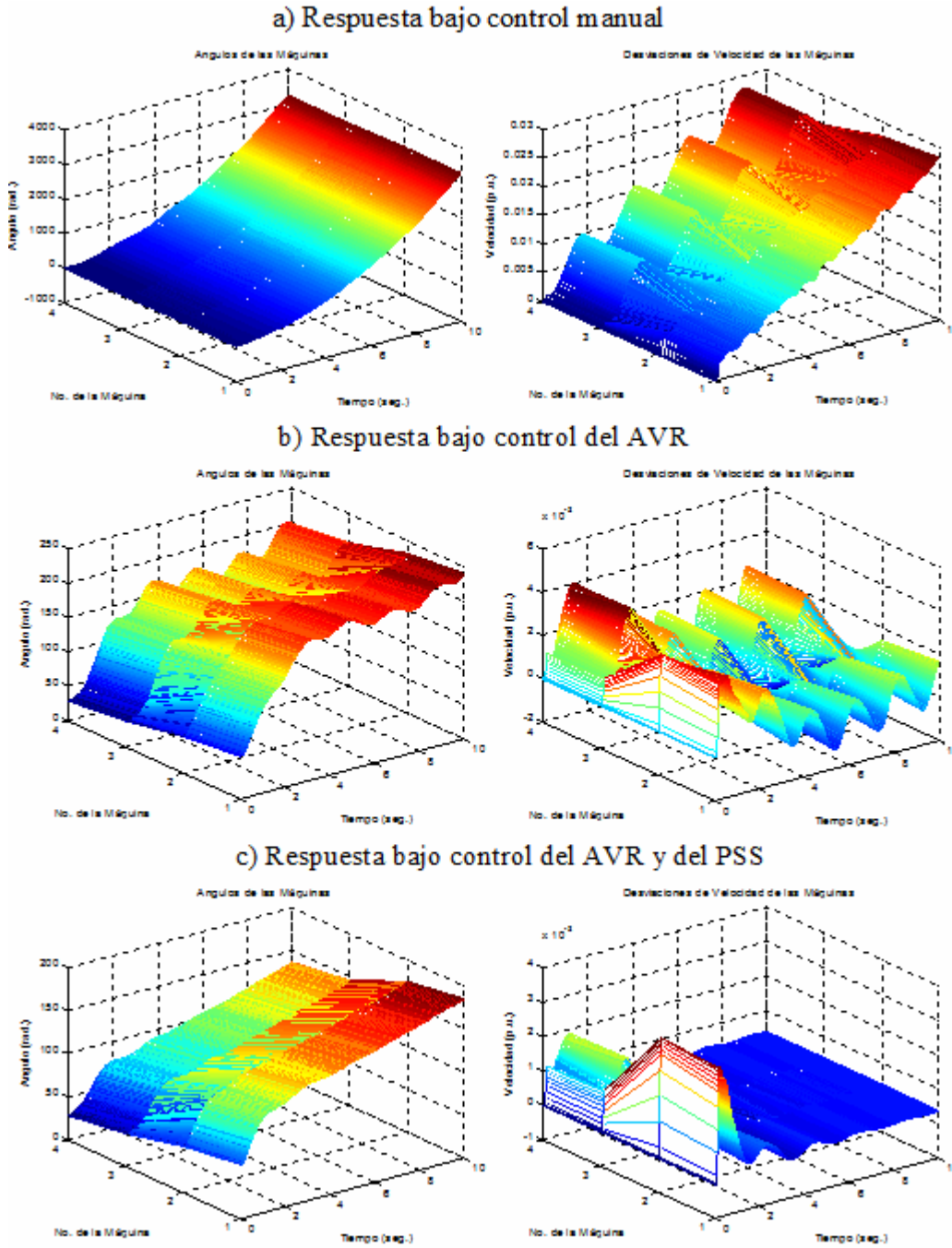


Figura 6-86: Gráficas tridimensionales de la respuesta del ángulo y la desviación bajo diferentes tipos de control



En las figuras 6-83 a 6-86 se presentan los resultados de las simulaciones realizadas con el programa PST. La figura 6-83 ilustra el voltaje en el bus donde ocurre la falla (bus 3) bajo la influencia del control manual ($E_{FD} = cte.$), control por medio del sistema de excitación (AVR) y control por medio del sistema del excitación con PSS. Se observa que bajo el control manual el voltaje del bus donde ocurre la falla es inestable, también indica que aproximadamente 9 segundos después de liberada la falla el sistema colapsará. Bajo el control del sistema de excitación el sistema es estable pero no con suficiente amortiguamiento; esto podría resultar en inestabilidad se los modos de oscilación correspondientes fueran negativamente amortiguados producto de otra falla, además el tiempo de respuesta del sistema es demasiado grande, lo que obviamente es poco satisfactorio. Finalmente, las cuatro unidades de generación fueron provistas de estabilizadores de sistemas de potencia, su efecto es notable en cuanto a la amortiguación de la oscilación del sistema el cuál es efectivamente estabilizado después de 1 segundo de haberse liberado la falla.

La figura 6-84 presenta la respuesta del voltaje de campo de las cuatro unidades de generación bajo la configuración de control por medio del sistema de excitación (a) y bajo el control del sistema de excitación y del PSS de cada unidad. Nótese que para el control por medio del sistema de excitación el generador 1 (G1) y el generador 2 (G2) que están más cercanos a la falla, tienen muy poca amortiguación; obviamente, esto es poco satisfactorio. La adición del estabilizador de sistemas de potencia a las unidades resulta en un mayor sobrepaso del voltaje de campo, pero un tiempo de respuesta muy pequeño que estabiliza a todas las unidades después de cuatro segundos. Finalmente, se presentan en las figura 6-85 y 6-86, varios gráficos tridimensionales de la respuesta de la desviación de la velocidad de los generadores y la respuesta de los ángulos de los mismos, se observa que la implementación de los sistemas de excitación y del estabilizador de sistemas de potencia efectivamente estabiliza al sistema.

CONCLUSIONES

1. Los resultados de los estudios de estabilidad de pequeña y gran señal dependen de gran manera de los modelos matemáticos de la máquina síncrona y por eso es importante desarrollar modelos que tengan el nivel adecuado de exactitud. Los modelos desarrollados y simulados en trabajo, como se demostró en este documento, son lo suficientemente exactos para representar a la máquina en estudios de estabilidad porque tienen la facultad de representar los efectos de amortiguación de los devanados de compensación y de las pérdidas del hierro.
2. Las características del sistema de control de potencia activa – frecuencia (LFC), en particular el lazo de retroalimentación del gobernador, que se encarga del control de velocidad, son insuficientes para brindar una operación satisfactoria durante el estado dinámico, aunque si son adecuadas para el estado permanente. La implementación del controlador integral que conforma al AGC permite, en el caso de sistemas aislados, eliminar el error de estado estable del sistema; y en el caso de sistemas interconectados, corregir el error de estado estable y mantener los intercambios programados entre las áreas del sistema después de una perturbación.
3. Los sistemas de control de excitación son inminentemente necesarios para mantener el voltaje en terminales de los generadores en su valor programado. Adicionalmente, son capaces de mejorar la estabilidad de un sistema de potencia por medio de la amortiguación de las oscilaciones del mismo a través de un diseño adecuado y cuidadoso de sus parámetros de funcionamiento.

4. A pesar que los sistemas de control de excitación contribuyen al mejoramiento la estabilidad del sistema de potencia, éstos pueden aumentar su ganancia y proporcionar amortiguamiento negativo excitando desestabilizando el sistema por medio de la excitación de los modos de oscilación electromecánicos llevando a estos al área derecha del diagrama de polos y ceros. Esta característica de los sistemas de control de excitación, y la existencia de modos de oscilación entre áreas hace necesaria la implementación de un PSS para amortiguar adecuadamente los modos de oscilación del sistema de potencia a través de un meticuloso diseño de sus parámetros de operación.

RECOMENDACIONES

1. En este trabajo se desarrollaron los modelos de los elementos de los sistemas de potencia necesarios para realizar estudios de estabilidad. Por lo tanto, es importante para la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica promover investigaciones en donde se traten los temas de estabilidad de pequeña señal y de estabilidad transitoria utilizando el material expuesto en este trabajo.
2. Se han desarrollado los modelos de los diferentes estabilizadores de sistemas de potencia, sin embargo, no se trató el diseño de los estabilizadores de sistemas de potencia. Es de importante que la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica proponga este tema como una línea de investigación que es objeto de estudio en la actualidad a nivel mundial.
3. Es de trascendental importancia que se realice un análisis de pequeña señal y de gran señal del sistema nacional interconectado para determinar los puntos donde existen modos de oscilación local y modos de oscilación entre áreas. A partir de estos estudios es posible diseñar los mecanismos adecuados para amortiguar estos modos a través de estabilizadores de sistemas de potencia, compensadores de potencia activa estáticos o FACTS. Esto promete una nueva y desafiante línea de investigación para la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica.

BIBLIOGRAFÍA

1. Strang, Gilbert. **Algebra lineal y sus aplicaciones**. 2 ed. México: Addison Wesley Iberoamericana, 1988.
2. Duffy, Dean. *Advanced engineering mathematics with MATLAB®*. 2 ed. E.E.U.U.: Chapman & Hall CRC, 2003.
3. Soto, M. y J. Vicente. **Algebra Lineal: con MATLAB® y MAPLE®**. 2 ed. España: Prentice Hall, 1998.
4. The Mathworks, Inc. **Homepage**. www.mathworks.com. Julio, 2004.
5. Chapman, S. *MATLAB® programming for engineers*. 2 ed. E.E.U.U.: Thomson - Brooks/Cole, 2003.
6. Pérez, C. **MATLAB® y sus aplicaciones en las ciencias y la ingeniería**. Madrid: Pearson Educación, 2002.
7. Etter, D. **Solución de problemas de ingeniería con MATLAB®**. 2 ed. México: Prentice Hall, 1998.
8. Nakamura, S. **Análisis numérico y visualización gráfica con MATLAB®**. México: Prentice Hall, 1997.
9. Gómez Expósito, Antonio *et. al.* **Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica**. Madrid: McGraw-Hill / Interamericana de España, 2002.
10. Sanz, Javier. **Máquinas eléctricas**. España: Prentice Hall, 2002.
11. Fortescue, C.L. *Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks*. Presentado en la 34ª convención anual del *American Institute of Electrical Engineers*, Atlantic City, New Jersey, Junio 28 1918.
12. Park, R.H. "Two-Reaction theory of synchronous machines – generalized method of analysis – part I, part II ". **AIEE Transactions**. E.E.U.U., Vol. 48: 716-727; Vol.52:352-355, 1933.

13. Park, R. H. *Definition of an ideal synchronous machine and formula for the armature flux linkages*. General Elec. Rev., June 1928, Vol.31.
14. Hancock, Norman. *Matrix analysis of electrical machinery*. 2 ed. E.E.U.U.: Pergamon Press, 1974.
15. Cathey, Jimmie. *Electric machines: analysis and design applying Matlab®*. E.E.U.U.: McGraw-Hill, 2001
16. Grainger, John. J. **Análisis de sistemas de potencia**. México: McGraw-Hill / Interamericana de México, 1996.
17. Chapman, Stephen J. *Electric machinery and power system fundamentals*. E.E.U.U.: McGraw-Hill, 2002.
18. Chapman, Stepehn J. **Máquinas eléctricas**. 2 ed. México: McGraw-Hill / Interamericana de México, 1993.
19. Kundur, Prabha. *Power system stability and control*. E.E.U.U.: McGraw-Hill, 1994.
20. Bergen, Arthur y Vittal, Vijay. *Power systems analysis*. 2 ed. E.E.U.U.: Prentice Hall, 2000.
21. Electric Machinery Committee de la IEEE Power Engineering Society. *IEEE Std 1110™-2002: guide for synchronous generator modeling practices and applications in power system stability analysis*. Revisión de la norma IEEE Std 1110™-1991. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2003.
22. TransÉnergie Technologies Inc. *SimPowerSystems user's guide*. E.E.U.U.: The Mathworks Inc., 2002.
23. The Mathworks Inc. *Using Simulink®*. E.E.U.U.: The MathWorks, 2002.
24. Dommel, H. *Electromagnetic transients program (EMTP) theory book*. E.E.U.U.: Bonneville Power Administration, 1987.
25. Manitoba HVDC Research Centre. *Introduction to PSCAD® / EMTDC™*. Canadá: Manitoba HVDC Research Centre, 2003.
26. Manitoba HVDC Research Centre. *EMTDC™*. Canadá: Manitoba HVDC Research Centre, 2003.

27. Cathey, Jimmie. Apuntes del curso de *Electric Machinery* impartido en la Universidad de Kentucky. (Comunicación personal). Febrero, 2004.
28. Marqués, Gil. *Dinâmica das máquinas eléctricas*. Lisboa: IST (Instituto Superior Técnico), 2002.
29. Marqués, Gil. *Controlo de motores eléctricos*. Lisboa: IST (Instituto Superior Técnico), 1999.
29. Ong, Chee-Mun. *Dynamic simulation of electric machinery*. Taiwan: Prentice Hall PTR, 1998.
30. Nasar, Syed y Boldea, Ion. *Electric machines: dynamics and control*. E.E.U.U.: CRC Press, 1992.
31. Aller Castro, José Manuel. **Introducción a la teoría general de las máquinas eléctricas rotativas**. España: Universidad Simón Bolívar, 2000.
32. Canay, I.M. “Determination of the model parameters of machines from the reactance operators $x_d(p), x_q(p)$, (Evaluation of standstill frequency response test).” **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U., Vol. 8, No. 2: 272-279. Junio 1993.
33. Canay, I.M. “Modeling of alternating-current machines having multiple rotor circuits”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U., Vol. 8, No. 2: 280-296. Junio 1993.
34. Anderson, P.M. y Fouad, A.A. *Power system control and stability*. 2 ed. E.E.U.U.: IEEE Press, 2003.
35. Arrillaga, J. y Watson, N. *Power systems electromagnetic transients simulation*. Londres: *The Institution of Electrical Engineers* (IEE), 2003.
36. Van der Sluis, Lou. *Transients in power systems*. Reino Unido: John Wiley & Sons, 2001.
37. Saadat, Hadi. *Power system analysis*. E.E.U.U.: McGraw-Hill Higher Education, 2002.
38. Alvarado, Fernando y Cañizares, Claudio. “Synchronous machine parameters from sudden-short test by back-solving”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U., Vol.4, No. 2: 224-236. Junio 1989.

39. Martin, J.P. *et. al.* “Synchronous machine parameter determination using the suden short-circuit axis currents”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol.14, No. 3: 454-459. Junio 1999.
40. Boje, E.S. *et. al.* “Time-domain identification of synchronous machine parameters from simple standstill tests”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol.5, No. 1: 164-175. Junio 1990.
41. Verbeeck, J. *et. al.* “Determination of synchronous machine parameters using network synthesis techniques”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol.14, No. 3: 310-314. Junio 1990.
42. Boldea, I. y Nasar, S.A. “A general equivalent circuit (GEC) of electric machines including crosscoupling saturation and frequency effects”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol.3, No. 3: 689-695. Septiembre 1988.
43. Henschel, S. y Dommel, H. W. “Noniterative synchronous machine parameter identification from frequency response tests”. **IEEE Transactions on Power Systems.** E.E.U.U., Vol.14, No. 2: 310-314. Mayo, 1999.
44. Tahan, S. y Kamwa, I. “A two-factor saturation model for synchronous machines with multiple rotor circuits”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol. 10, No. 4: 609-615. Diciembre 1995.
45. Beya, K. *et. al.* “Identification of synchronous machines parameters using broadband excitations”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol. 9, No. 4: 270-280. Junio 1994.
46. Verbeeck, J. *et. al.* “Identification of synchronous machine parameters using a multiple input multiple output approach”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol. 14, No. 4: 909-917. Diciembre 1999.
47. Escarela-Perez, Rafael *et. al.* “Synchronous machine parameters from frequency response finite-element simulations and genetic algorithms”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol. 16, No. 2: 198-203. Diciembre 1999.
48. da Costa, Edson y Jardini, José. “Identification of synchronous machine parameters using load rejection test data”. **IEEE Transactions on Energy Conversion.** E.E.U.U., Vol. 17, No. 2: 242-247. Junio 2002.

49. Kyriakides, E. y Heydt, G. T. “*An observer for the estimation of synchronous generator damper currents for use in parameter identification*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U., Vol. 18, No. 1: 175-177. Marzo, 2003.
50. Kamen, E. y Bonnie, H. ***Fundamentals of signals and systems***. E.E.U.U.:Prentice-Hall, 2000.
51. Frederick, Dean y Chow, Joe. ***Feedback control problems using MATLAB® and the Control Systems Toolbox***. E.E.U.U.: Brooks/Cole, 2000.
52. Johansson, E. *et. al.* “*Location of eigenvalues influenced by different models of synchronous machines*”. **IEEE Power and energy systems, sixth IASTED International Conference**. California, Mayo 2002.
53. Keyhani, S.M. y Tsai, H. “*Identification of high-order synchronous generator models from SSFR test data*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U., Vol. 9, No. 3: 593-598. Septiembre 1994.
54. Oliverira, Sebastião. “*Modeling of synchronous machines for dynamic studies with different mutual coupling between direct axis windings*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U., Vol. 4, No. 4: 591-599. Diciembre, 1989.
55. IEEE/PES Working group # 12 of the synchronous machinery subcomité of the electric machinery comitee. “*Experience with standstill frequency response (SSFR) testing and analysis of salient pole synchronous machines*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U., Vol. 14, No. 4: 1209-1217. Diciembre, 1999.
56. Martínez, Juan A., Johnson, Brian y Grande-Morán Carlos. “*Parameter determination for modeling system transients. Part IV: rotating machines*”. (Aceptado para la publicación en *IEEE Transactions on Power Delivery*) Noviembre, 2004
57. de Mello, F.P *et. al.* “*Determination of synchronous machine stator and field leakage inductances standstill frequency response tests*”. **IEEE Transactions on Power Systems**. E.E.U.U.: Vol. 3, No. 4: 1625-1632. Noviembre, 1998.
58. Tsai, H. *et. al.* “*On-line synchronous machine parameter estimation from small disturbance operating data*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 10, No. 1: 25-36. Marzo, 1995.

59. Wamkeue, R. *et. al.* “*Iteratively reweighted least squares for maximum likelihood identification of synchronous machine parameters form on-line tests*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 14, No. 2: 159-166. Junio, 1999.
60. Dorf, Richard y Bishop, Robert. ***Modern control systems***. 9 ed. E.E.U.U.: Prentice Hall, 2001.
61. Bishop, Robert. ***Modern control systems analysis & design***. E.E.U.U.: Addison Wesley Longman, 1997.
62. Ogata, Katsuhiko. ***Modern control engineering***. 3 ed. E.E.U.U.: Prentice-Hall, 1998.
63. Ogata, Katsuhiko. ***Designing linear control systems with Matlab®***. E.E.U.U.: Prentice-Hall, 1994.
64. Kuo, Benjamin. ***Automatic control systems***. 7 ed. E.E.U.U.: Prentice-Hall, 1996.
65. Kuo, Benjamin y Hanselman, Duane. ***Matlab® tools for control system analysis and design***. 2 ed. E.E.U.U.: Prentice-Hall, 1995.
66. Nise, Norman. ***Control systems engineering***. 3 ed. E.E.U.U.: John Wiley & Sons, 2000.
67. Dorsey, John. ***Continuous and discrete control systems: modelling, identification, design and implementation***. E.E.U.U.: McGraw-Hill, 2002.
68. Messner, William y Tilbury, Dawn. ***Control tutorials for Matlab® and Simulink®: a web-based approach***. E.E.U.U.: Addison Wesley Longman, 1999.
69. Elgerd, Olle. ***Electric energy systems theory: an introduction***. E.E.U.U.: McGraw-Hill, 1971.
70. Wood, Allen y Wollenberg, Bruce. ***Power generation operation and control***. 2 ed. E.E.U.U.: John Wiley & Sons, 1996.
71. Machowski, Jan *et. al.* ***Power system dynamics and stability***. West Sussex, Inglaterra: John Wiley & Sons, 1998.
72. Sauer, Peter y Pai, M.A. ***Power system dynamics and stability***. E.E.U.U.: Prentice-Hall, 1998.

73. Pai, M.A. *Power system stability: analysis by the direct method of lyapunov*. E.E.U.U.: North-Holland Publishing Company, 1981.
74. Rogers, Graham. *Power system oscillations*. E.E.U.U.: Kluwer Academic Publishers, 1999.
75. Miller, T. *Reactive power control in electric systems*. E.E.U.U.: John Wiley & Sons, 1982.
76. Working Group on Prime Mover and Energy Supply Models for System Dynamic Performance Studies. “*Hydraulic turbine and turbine control models for system dynamic studies*”. **IEEE Transactions on Power Systems**. E.E.U.U.: Vol. 7, No. 1: 167-179. Junio, 1992.
77. Working Group on Prime Mover and Energy Supply Models for System Dynamic Performance Studies. “*Dynamic models for fossil fuelled steam units in power system studies*”. **IEEE Transactions on Power Systems**. E.E.U.U.: Vol. 6, No. 2: 753-761. Mayo, 1999.
78. Nagrath, I. J. y Kothari, D.P. *Power system engineering*. India: Tata McGraw-Hill, 1994.
79. Nagrath, I.J. y Kothari, D.P. *Modern power system analysis*. 3 ed. India: Tata McGraw-Hill, 2003.
80. IEEE Excitation Systems Subcommittee of the Power Generation Committee of the IEEE Power Engineering Society. **IEEE Std. 421.2-1990: Guide for identification, testing, and evaluation of the dynamic performance of excitation control systems**. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1990.
81. Blackburn, J. Lewis. *Protective relaying: principles and applications*. 2 ed. E.E.U.U.: Marcel Dekker, 1998.
82. Relay-Instrument Division, Westinghouse Electric Corporation. *Applied protective relaying*. E.E.U.U.: Westinghouse Electric Corporation, 1976.
83. Mason, Russell. *The art & science of protective relaying*. E.E.U.U.: General Electric Corporation, 2004.
84. Ravindranath, B. y Chander, M. *Power system protection and switchgear*. E.E.U.U.: John Wiley and Sons, 1977.

85. Ram, Bradi y Vishwakarma, D.N. *Power system protection and switchgear*. India: Tata McGraw-Hill, 1995.
86. The AC Generator Protection Guide Working Group of the IEEE Power System Relaying Committee. “*Guide for ac generator protection ANSI/IEEE C37.102-1987*”. **IEEE Transactions on Power Delivery**. E.E.U.U., Vol.4, No. 2: 957-964. Abril, 1989.
87. IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions. *Definition and classification of power system stability*. **IEEE Transactions on Power Systems**. E.E.U.U., Vol.19, No. 3: 1387-1401. Agosto 2004.
88. Energy Development and Power Generating Committee of the Power Engineering Society. *IEEE Std. 421.5-1992: IEEE recommended practice for excitation system models for power system stability studies*. E.E.U.U.: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992.
89. IEEE/PES Excitation System Subcommittee. “*Computer models for representation of digital-based excitation systems*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 11, No. 3: 607-615. Septiembre, 1996.
90. IEEE Task Force on Excitation Limiters. “*Recommended models for overexcitation limiting devices*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 10, No. 4: 706-713. Diciembre, 1995.
91. IEEE Task Force on Excitation Limiters. “*Underexcitation limiter models for power system stability studies*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 10, No. 3: 524-531. Septiembre, 1995.
92. Gourishankar, Vembu. **Conversión de energía electromecánica**. México: Editorial Alfaomega, 1995
93. Fitzgerald, A.E. *et al.* **Electric Machinery**. 6 ed. E.E.U.U.: McGraw-Hill, 2003.
94. Rogers, Graham. “*Demystifying power system oscillations*”. **IEEE Computer Applications in Power**. E.E.U.U.: 30-35. Julio, 1996.
95. Rogers, Graham *et. al.* “*Keeping an eye on power system dynamics*”. **IEEE Computer Applications in Power**. E.E.U.U.: 50-54. Octubre, 1997.
96. Rogers, Graham *et. al.* “*Power system structure and oscillations*”. **IEEE Computer Applications in Power**. E.E.U.U.: 14-21. Octubre, 1999.

97. Rogers, Graham y Chow, Joe. “*Hands on teaching power system dynamics*”. **IEEE Computer Applications in Power**. E.E.U.U.: 12-16. Enero, 1995.
98. Roger, Graham *et. al.* “*Comparison of PSS, SVC, and STATCOM Controllers for Damping Power System Oscillations*”. **IEEE Transactions on power systems**. E.E.U.U.: Vol 18, No. 2: 786-792. Mayo, 2003.
99. Rogers, Graham. “*The application of power system stabilizers to a multigenerator plant*”. **IEEE Transactions on power systems**. E.E.U.U.: Vol 15, No. 1: 350-355. Febrero, 2000.
100. Rogers, Graham *et. al.* “*H_∞ damping controller design in large power systems*”. **IEEE Transactions on power systems**. E.E.U.U.: Vol. 10, No.1: 158-166. Febrero, 1995.
101. Rogers, Graham *et. al.* “*A fundamental study of inter-area oscillations in power systems*”. **IEEE Transactions on power systems**. E.E.U.U.: Vol. 6, No. 3: 914-921. Agosto, 1991.
102. Hirsch, Morris and Smale, Stephen. ***Differential equations, dynamical systems, and linear algebra***. E.E.U.U.: Academic Press, 1974.
103. Irwin, M.C. ***Smooth dynamical systems***. Londres, Inglaterra: Academic Press, 1980.
104. Chow, Joe *et. al.* “*Power system stabilizers as undergraduate control design projects*”. **IEEE Transactons on Power Systems**. E.E.U.U.: Vol. 19, No. 1: 144-151. Febrero, 2004.
105. Chow, J. H. y Sanchez-Gasca, J.J. “*Pole-placement designs of power system stabilizers*”. **IEEE Transactions on power systems**. E.E.U.U.: Vol. 4, No.1: 271-277. Febrero, 1989.
106. Murdoch, A., *et. al.* “*Integral of accelerating power type PSS. Par 1 – Theory, design, and tuning methodology*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 14, No. 4: 1658-1663. Diciembre, 1999.
107. Murdoch, A., *et. al.* “*Integral of accelerating power type PSS. Par 2 – Field testing and performance verirication*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 14, No. 4: 1664-1672. Diciembre, 1999.

108. Hiyama, T. “*Robustness of fuzzy logic power system stabilizers applied to multimachine power system*”. **IEEE Transactions on energy conversion**. E.E.U.U.: Vol.9, No.3: 451-459. Septiembre, 1994.
109. Bomfim, A., *et. al.* “*Simultaneous tuning of power system damping controllers using genetic algorithms*”. **IEEE Transactions on power systems**. E.E.U.U.: Vol. 15, No. 1: 163-169. Febrero, 2000.
110. Chow, Joe. *Power system toolbox version 2.0: dynamic tutorial and functions*. Cánada: Cherry Tree Scientific Software, 2004.
111. Chow, Joe. *Power system toolbox version 2.0: load flow tutorial and functions*. Cánada: Cherry Tree Scientific Software, 2004.
112. Cherry Tree Scientific Software. *State space object and functions*. Canada: Cherry Tree Scientific Software, 2004.
113. Van Cutsem, Thierry *et. al.* “*An educational simulation tool for power system control and stability*”. **IEEE Transactions on Power Systems**. E.E.U.U.: Vol. 19, No. 1: 48-55. Febrero, 2004.
114. Van Cutsem, Thierry y Vournas, Costas. “*Voltage stability of electric power systems*”. Londres, Inglaterra: Kluwer International, 1998.
115. Allen, E., *et. al.* “*Interactive object-oriented simulation of interconnected power systems using SIMULINK*”. **IEEE Transactions on education**. E.E.U.U.: Vol. 44, No.1: 87-94. Febrero, 2001.
116. Hiyama, T. y Ueno, A. “*Development of real time power system simulator in Matlab/Simulink environment*”. **IEEE Power engineering society summer meeting**. E.E.U.U.: Vol. 4, No. 1: 16-20. Julio, 2000.
117. Rogers, Graham, *et. al.* “*Application of power system stabilizers for enhancement of overall system stability*”. **IEEE Transactions on Power Systems**. E.E.U.U.: Vol. 4, No. 2: 614-626. Mayo, 1999.
118. Rogers, Graham, *et. al.* “*Analytical investigation of factors influencing power system stabilizers performance*”. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. E.E.U.U.: Vol. 7, No. 3: 382-390. Septiembre, 1992.
119. Rogers, Graham, *et. al.* “*Modeling of generators and their controls in power system simulations using singular perturbations*”. **IEEE Transactions on power systems**. E.E.U.U.: Vol.13, No.1: 109-114. Febrero, 1998.

120. Rogers, Graham, *et. al.* “*Effective use of power system stabilizers for enhancement of power system reliability*”. **IEEE PES Summer meeting, 1999.**
121. Rogers, Graham, *et. al.* “*Eigenvalue analysis of very large power systems*”. **IEEE Transactions on power systems.** E.E.U.U.: Vol. 3, No.2: 472-480. Mayo, 1998.
122. Martins, Nelson y Lima, Leonardo. “*Determination of suitable locations for power system stabilizers and static var compensators for damping electromechanical oscillations in large scale power systems*”. **IEEE Transactions on power systems.** E.E.U.U.: Vol. 5, No.4: 1455-. Noviembre, 1990.
123. Grigsby, L.L. *The electric power engineering handbook.* E.E.U.U.: CRC Press & IEEE Press, 2001.
124. Fink, Donald. *Manual de ingeniería eléctrica.* México: McGraw-Hill, 1996.
125. Dorf, Richard. *Electrical engineering handbook.* E.E.U.U.: CRC Press & IEEE Press, 2001.