



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

**ANÁLISIS DE LAS RESULTANTES ARMÓNICAS DEBIDO AL
USO DE DISPOSITIVOS DE ELECTRÓNICA DE POTENCIA Y
OTROS EQUIPOS, SUS EFECTOS Y SOLUCIONES EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS**

Allan Giovanni Barrios de León
Asesorado por el Ing. Carlos Alberto Quijivix

Guatemala, abril de 2007

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DE LAS RESULTANTES ARMÓNICAS DEBIDO AL
USO DE DISPOSITIVOS DE ELECTRÓNICA DE POTENCIA Y
OTROS EQUIPOS, SUS EFECTOS Y SOLUCIONES EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

ALLAN GIOVANNI BARRIOS DE LEON

ASESORADO POR EL ING. CARLOS ALBERTO QUIJIVIX

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO ELECTRICISTA

GUATEMALA, ABRIL DE 2007

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

Análisis de las resultantes armónicas debido al uso de dispositivos de electrónica de potencia y otros equipos, sus efectos y soluciones en sistemas eléctricos,

tema que fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, el 23 de mayo de 2006.

Allan Giovanni Barrios de León

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

| | |
|------------|--------------------------------------|
| DECANO | Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos |
| VOCAL I | Inga. Glenda Patricia García Soria |
| VOCAL II | Inga. Alba Maritza Guerrero de López |
| VOCAL III | Ing. Miguel Ángel Dávila Calderón |
| VOCAL IV | Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz |
| VOCAL V | Br. Elisa Yazminda Vides Leiva |
| SECRETARIA | Inga. Marcia Ivonne Véliz Vargas |

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

| | |
|------------|-------------------------------------|
| DECANO | Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos |
| EXAMINADOR | Ing. Armando Alonso Rivera Carrillo |
| EXAMINADOR | Ing. Armando Gálvez Castillo |
| EXAMINADOR | Ing. José Guillermo Bedoya Barrios |
| SECRETARIA | Inga. Marcia Ivonne Véliz Vargas |

AGRADECIMIENTOS A:

DIOS

Por la vida, condiciones y conocimientos que me han sido dados, reconocido en todo momento la inmensidad de su creación, representada formidablemente en los fenómenos eléctricos, y situaciones de mi vida.

MIS PADRES

Por ser ejemplo de lucha y superación.

MIS HERMANAS

Por el apoyo que me brindaron a lo largo de mi carrera, en especial a Sonia, quien ha sido guía para nosotros.

MARTA BARRIOS

Por su ejemplo, ayuda y su amor incondicional hacia nosotros.

MIS AMIGOS

Quienes comparten conmigo las alegrías y penas de esta carrera que es la vida, en especial a Julio Marroquín, Francisco Mogollón, Juan Vásquez, Byron Maldonado, y Juan Carlos Aguire.

MI ESPOSA E HIJO

Nancy de León y Antony Barrios, por el amor brindado en todo momento y por motivarme y apoyarme formando parte integral de mi vida, sueños y anhelos

Guatemala, 9 de noviembre de 2006

Ingeniero
José Guillermo Bedoya
Coordinador del Área de Potencia
Escuela Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería
USAC

Estimado Ingeniero Bedoya:

De acuerdo con la designación hecha por la Dirección de Escuela, me permito informarle que he tenido a bien asesorar el Trabajo de Graduación titulado: ANALISIS DE LAS RESULTANTES ARMONICAS DEBIDO AL USO DE DISPOSITIVOS DE ELECTRONICA DE POTENCIA Y OTROS EQUIPOS, SUS EFECTOS Y POSIBLES SOLUCIONES EN SISTEMAS ELECTRICOS, desarrollado por el estudiante Allan Giovanni Barrios de León, carné 1996-16728 y, encontrándolo satisfactorio en su contenido y resultados, me permito dar aprobación al mismo remitiéndole a esa Coordinación para el tramite pertinente, en el entendido que el Autor y este Asesor somos responsables en el contenido y conclusiones del Trabajo.

Sin otro particular me es grato suscribirme.

Atentamente:



Ing. Carlos Alberto Quijivix
ASESOR

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



Guatemala, 11 de enero 2007.

FACULTAD DE INGENIERIA

Señor Director
Ing. Mario Renato Escobedo Martinez
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería, USAC.

Señor Director:

Me permito dar aprobación al trabajo de Graduación titulado: **Análisis de las resultantes armónicas debido al uso de dispositivos de electrónica de potencia y otros equipos, sus efectos y soluciones en sistemas eléctricos**, desarrollado por el estudiante; Allan Giovanni Barrios de León, por considerar que cumple con los requisitos establecidos para tal fin.

Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para saludarle.

Atentamente,

ID Y ENSEÑAD A TODOS

Ing. José Guillermo Bedoya Barrios
Coordinador Área de Potencia

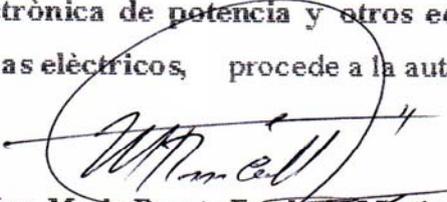
JGBB/sro

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

El Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, después de conocer el dictamen del Asesor, con el Visto Bueno del Coordinador de Área, al trabajo de Graduación del estudiante; Allan Giovanni Barrios de León titulado: **Análisis de las resultantes armónicas debido al uso de dispositivos de electrónica de potencia y otros equipos, sus efectos y soluciones en sistemas eléctricos,** procede a la autorización del mismo.


Ing. Mario Renato Estrobedo Martínez

DIRECTOR



GUATEMALA, 15 DE ENERO 2,007.

Universidad de San Carlos
de Guatemala



Facultad de Ingeniería
Decanato

Ref. DTG. 103.2007

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, al trabajo de graduación titulado: **ANÁLISIS DE LAS RESULTANTES ARMÓNICAS DEBIDO AL USO DE DISPOSITIVOS DE ELECTRÓNICA DE POTENCIA Y OTROS EQUIPOS, SUS EFECTOS Y SOLUCIONES EN SISTEMAS ELÉCTRICOS**, presentado por el estudiante universitario **Allan Giovanni Barrios de León**, procede a la autorización para la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.


Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
DECANO

Guatemala, abril de 2007



/gdech

ÍNDICE GENERAL

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------|
| ÍNDICE DE ILUSTRACIONES | VII |
| LISTA DE SÍMBOLOS | XIII |
| GLOSARIO | XV |
| RESUMEN | XXIII |
| OBJETIVOS | XXV |
| INTRODUCCIÓN | XXVII |
| | |
| 1. AVANCES EN EL ANÁLISIS ARMÓNICO | 1 |
| 1.1. ¿Por qué y cómo se generan los armónicos?..... | 2 |
| La generación armónica..... | 2 |
| 1.3. Algunos Índices armónicos generales | 8 |
| 1.4. El análisis armónico | 10 |
| 1.4.1. Serie de Fourier y coeficientes de Fourier..... | 11 |
| 1.4.2. Simetría y simplificación de resultados de señales periódicas | 14 |
| 1.5. Forma exponencial de la serie de Fourier | 17 |
| 1.6. Transformada de la serie de Fourier | 19 |
| 1.7. Transformada discreta de Fourier (DFT)..... | 23 |
| 1.8. Función ventana | 24 |
| 1.9. Transformadas alternativas | 26 |
| 1.9.1. La transformada de Wavelet | 27 |
| | |
| 2. LAS FUENTES ARMÓNICAS | 29 |
| 2.1 Consideraciones preliminares..... | 29 |

| | | |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.2. | Magnetización no lineal del transformador | 31 |
| 2.2.1. | Características normales de excitación..... | 31 |
| 2.2.2. | Determinación de la forma de onda de la corriente | 31 |
| 2.2.3 | Sobreexcitación simétrica | 33 |
| 2.2 | Corrientes armónicas iniciales. | 35 |
| 2.3. | Magnetización D.C..... | 37 |
| 2.4. | Armónicos de máquinas Rotatorias | 39 |
| 2.4.1 | Distribución de la fuerza magnetomotriz de corriente alterna en los embobinados..... | 39 |
| 2.4.2. | Embobinado Trifásico..... | 41 |
| 2.4.3. | Armónicos de ranuras | 43 |
| 2.4.4. | Voltaje armónico producido por las máquinas síncronas | 44 |
| 2.4.5 | Efectos del rotor de polos salientes | 45 |
| 2.4.6. | Voltajes armónicos producidos por motores de inducción | 47 |
| 2.5 | Distorsión causada por dispositivos de arco..... | 48 |
| 2.5.1. | Hornos del arco eléctricos | 48 |
| 2.5.2. | Iluminación tipo descarga | 52 |
| 2.6. | Rectificadores monofásicos | 56 |
| 2.6.1. | Alimentación con potencia D.C. | 56 |

| | | |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3. | ARMÓNICOS GENERADOS POR DISPOSITIVOS DE ELECTRÓNICA DE POTENCIA..... | 61 |
| 3.1. | Consideraciones previas: | 61 |
| 3.2. | Parámetros de rendimiento del rectificador..... | 62 |
| 3.3. | Modelo generalizado de análisis armónico para convertidores fuente corriente (CSI) | 65 |

| | | |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.3.1. | Configuración básica de convertidores Trifásicos (seis pulsos) | 70 |
| 3.3.2. | Efecto de conexión del transformador..... | 73 |
| 3.3.3. | Armónicos relacionados con convertidores de doce pulsos..... | 74 |
| 3.3.4. | Configuraciones de pulso superior | 76 |
| 3.3.5. | El rectificador puente monofásico | 77 |
| 3.3.6. | Convertidores monofásicos completos. | 80 |
| 3.3.7. | Convertidores trifásicos completos..... | 85 |
| 3.4. | Armónicos e inter-armónicos no característicos en sistemas con conversores..... | 88 |
| 3.5. | Conversores Trifásicos fuente voltaje | 89 |
| 3.6. | Configuraciones de VSC multi-niveles (inversores) | 90 |
| 3.7. | El compensador estático de VAR(SVC) reactores controlados por tiristores..... | 92 |
| 3.8. | Regulador monofásico (a.c.) onda completa..... | 95 |
| 4. | EFFECTOS DE LA DISTORSIÓN ARMÓNICA | 97 |
| 4.1. | Resonancias | 97 |
| 4.1.1. | Resonancia paralela..... | 98 |
| 4.1.2. | Resonancia en serie..... | 100 |
| 4.2. | Efectos de la resonancia en el comportamiento del sistema | 101 |
| 4.2.1 | Capacitores de corrección del factor de potencia | 101 |
| 4.2.2. | Amplificaciones de corrientes en resonancia de circuito R-L-C paralelo | 103 |

| | | |
|-----------|--------------------------------------------------------------|------------|
| 4.2.3. | Amplificación de armónicos de bajo-orden | 104 |
| 4.3. | Efectos de armónicos en las máquinas rotatorias | 105 |
| 4.3.1. | Efectos en las máquinas síncronas..... | 105 |
| 4.3.2. | Pérdidas armónicas..... | 107 |
| 4.3.3. | Torques armónicos..... | 108 |
| 4.3.4. | Pares debidos a armónicos internos..... | 111 |
| 4.4. | Efecto de armónicos en plantas de potencia estática..... | 113 |
| 4.4.1. | Sistema de la transmisión..... | 113 |
| 4.4.2. | Transformadores..... | 113 |
| 4.4.3. | Bancos de capacitores | 115 |
| 4.5. | Efectos en los conductores..... | 114 |
| 4.6. | Efecto de armónicos en instrumentos de medida..... | 118 |
| 4.7. | Efectos en sistemas de control medición y protección..... | 119 |
| 4.7.1. | Efectos en dispositivos de control..... | 119 |
| 4.7.2. | Relevadores de protección (<i>relays</i>)..... | 119 |
| 4.7.3. | Fusibles e interruptores..... | 120 |
| 4.8. | Efecto de armónicos en el equipo del consumidor..... | 120 |
| 4.9. | Interferencia con las comunicaciones..... | 122 |
| 4.10. | Interferencia inductiva..... | 122 |
| 5. | ELIMINACIÓN DE LOS PROBLEMAS ARMÓNICOS..... | 125 |
| 5.1. | Definiciones de filtros pasivos | 125 |
| 5.2. | Criterio de Diseño de filtro..... | 128 |
| 5.2.1. | Criterio convencional..... | 128 |
| 5.2.2. | Criterio de diseño de filtros avanzado..... | 130 |
| 5.3. | Impedancia de la red para los cálculos de desempeño..... | 129 |
| 5.3.1. | Diagramas de impedancia envolvente | 131 |

| | | |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.3.1.1. | Diagrama del círculo..... | 132 |
| 5.4. | Filtro sintonizado..... | 133 |
| 5.4.1. | Filtros de doble sintonizado..... | 135 |
| 5.4.2. | Filtros sintonizados automáticamente | 136 |
| 5.5. | Filtros amortiguados (<i>damped</i>)..... | 137 |
| 5.5.1. | Tipos de filtros amortiguados (<i>damped</i>)..... | 138 |
| 5.6. | Configuraciones de filtros convencionales | 139 |
| 5.6.1. | Diseño del seis-pulso | 139 |
| 5.6.2. | Configuración del doce-pulsos | 141 |
| 5.7. | Filtración pasa banda para convertidores de doce-pulsos | 141 |
| 5.8. | Distribución y Planificación del Sistema de Filtros..... | 144 |
| 5.9. | Propiedades de los componentes de los filtros..... | 145 |
| 5.9.1. | Condensadores..... | 144 |
| 5.9.2. | Inductores | 147 |
| 5.10. | Filtros activos | 147 |
| 5.10.1. | Conexión de Filtros Activos Serie..... | 148 |
| 5.10.2. | Conexión de Filtros Activos Paralelo..... | 150 |
| CONCLUSIONES..... | | 153 |
| RECOMENDACIONES..... | | 155 |
| BIBLIOGRAFÍA | | 157 |

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

| | | |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | (a) Flujo de potencia a la frecuencia fundamental (b) Flujo de potencia armónico. | 3 |
| 2 | Circuito básico para explicar el mecanismo de conversión | 4 |
| 3 | Forma de onda del circuito de la figura 2: (a) la fuente de voltaje; (b) el voltaje por el tiristor; (c) el voltaje de carga; (d) corriente | 5 |
| 4 | Componentes de voltaje de carga del circuito de la figura 2 | 6 |
| 5 | Función de onda cuadrada | 15 |
| 6 | Representación de espectro de línea de una onda cuadrada | 17 |
| 7 | Función rectangular | 21 |
| 8 | La función $sinc = \frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T}$ | 22 |
| 9 | Función periódica Infinita procesada con una función de la ventana rectangular: (a) la función de la ventana, rectangular y espectro de frecuencia; (b) la función periódico $x(t) = A \cos(4\pi t/T)$ y espectro de frecuencia. | 25 |
| 10 | Wavelet madre de muestra | 28 |
| 11 | Wavelet a escala o hija de muestra | 28 |
| 12 | Magnetización del transformador (sin histéresis): (a) curva de magnetización; (b) forma de onda del flujo y corriente de magnetización | 32 |

| | | |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 13 | Magnetización del transformador (incluyendo la histéresis): (a) curva magnetización; (b) flujo y corriente de magnetización | 32 |
| 14 | Componentes armónicos de las corrientes de Excitación del transformador corriente excitación: A, corriente de magnetización (% de corriente tasada); B, el componente fundamental (% de corriente de magnetización total); C, tercer armónico (% de corriente fundamental); D, quinto armónico (% de corriente fundamental); E, séptimo armónico (% de corriente fundamental). | 35 |
| 15 | Densidad de flujo en el transformador con y sin remanente | 36 |
| 16 | Corriente inicial (de arranque) de un transformador de 5MVA: $B_r = 1.3 \text{ T} = 0$ | 36 |
| 17 | La variación de volumen armónico (como un porcentaje de la corriente tasada) con tiempo | 37 |
| 18 | (a) Característica de excitación; (b) Forma de onda de la corriente de excitación | 38 |
| 19 | f.m.m. y distribución del flujo de embobinados de paso completo con una ranura por polo | 39 |
| 20 | Determinación de factor de distribución | 41 |
| 21 | Armónicos de ranura | 43 |
| 22 | Mecanismo de generación armónica en una máquina con los polos salientes | 46 |
| 23 | Respuesta de un generador de polos salientes síncrono en la presencia de una corriente armónica | 46 |
| 24 | Espectros de frecuencia para (a) fundiendo y (b) refinando los períodos | 49 |
| 25 | Planos probabilísticos de magnitudes armónicas | 50 |

| | | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 26 | Quinto armónico como un porcentaje de la fundamental con tiempo [5]: (a) fundiendo; (b) refinando | 51 |
| 27 | Forma de onda de la corriente (a) y espectro (b) de una lámpara de descarga de alto-eficacia | 52 |
| 28 | Circuito de prueba de Iluminación fluorescente trifásica; B, balastro; El C, el capacitor de corrección de potencia; L, el inductor variable; S, interruptor para aislar el condensador el punto de la estrella | 53 |
| 29 | (a) El voltaje del Tubo; (b) Corriente de fase con condensador, una lámpara, 240 mA/división,; (c) La corriente del neutral, tres bancos de tres lámparas en la estrella, 240 mA/división | 54 |
| 30 | Características de la lámpara fluorescente | 55 |
| 31 | Puente rectificador de diodos de una fase con capacitor d.c. | 56 |
| 32 | (a) Forma de onda de la corriente y (b) Espectro armónico generado por un televisor de 23" | 58 |
| 33 | Corrientes armónicas generadas por un horno microondas | 59 |
| 34 | Corrientes armónicas generadas por una combinación de PC/impresora | 59 |
| 35 | Forma de onda del voltaje y corriente de entrada. | 64 |
| 36 | Convertor de p-fases de un sentido | 66 |
| 37 | Tren de pulsos negativos y positivos | 66 |
| 38 | Convertidor p-fase bidireccional | 67 |
| 39 | (a) La representación del dominio del tiempo y (b) La representación del dominio de la frecuencia de una onda cuadrada | 69 |
| 40 | Síntesis de la forma de onda de una onda cuadrada. | 70 |
| 41 | Forma de onda del convertidor puente de seis-pulsos: | 71 |

| | | |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 42 | Corriente de fase en el sistema con transformador delta estrella | 73 |
| 43 | Representación del dominio del tiempo de una forma de onda de seis-pulsos con transformador en delta-estrella | 74 |
| 44 | Configuración de convertor de Doce-pulsos | 75 |
| 45 | (a) La representación del dominio del tiempo de la corriente de fase de el convertidor de 12-pulsos; | |
| | (b) Representación del dominio de la frecuencia del funcionamiento del convertidor 12-pulsos | 76 |
| 46 | Puente rectificador monofásico | 78 |
| 47 | Formas de onda del rectificador puente monofásico con corriente de carga perfectamente. | 78 |
| 48 | Espectro de frecuencias del rectificador puente monofásico | 80 |
| 49 | Convertidor monofásico completo. | 81 |
| 50 | Rectificadores Controlados | 85 |
| 51 | Forma de onda de las corrientes armónicas de un convertor VSC | 90 |
| 52 | Una fuente de voltaje cascada inversor rectificador | 90 |
| 53 | Forma de onda de los voltajes de salida de inversores de tres y cinco niveles | 91 |
| 54 | Forma de onda de los voltajes de salida de inversores de tres y cinco niveles | 91 |
| 55 | Un reactor controlado a tiristor | 92 |
| 56 | Configuración trifásica de un TCR en paralelo con un banco de condensadores de desviación (<i>shunt</i>) | 93 |
| 57 | Regulador de onda completa | 95 |
| 58 | Forma de onda del regulador monofásico de la figura 57 | 95 |
| 59 | Contenido armónico del regulador a.c. de la figura 57 | 96 |
| 60 | Resonancia en paralelo en un punto de acoplamiento común | 99 |
| 61 | Efecto del nivel de cortocircuito sobre la impedancia | |

| | | |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| | del sistema, con una carga de 2MW. | 100 |
| 62 | Circuito de resonancia de Serie | 101 |
| 63 | Circuito con filtro sintonizado <i>stopper</i> (de tapón) | 102 |
| 64 | Corrientes armónicas a través de un circuito de bloqueo | 103 |
| 65 | Diagrama vectorial de circuito RLC paralelo en resonancia | 103 |
| 66 | Circuito equivalente de una máquina de inducción por fase para el n armónico | 110 |
| 67 | Torques producidos por armónicos y corrientes | 111 |
| 68 | Curva par-deslizamiento tomando en cuenta la 7 ^o armónica interna. | 112 |
| 69 | Acción de la conexión de capacitores | 123 |
| 70 | (a) Circuito de filtro en paralelo de sintonizado simple (b) Impedancia de un filtro de sintonizado simple versus frecuencia. | 126 |
| 71 | (a) Filtro de segundo orden en paralelo; (b) Impedancia de un filtro de segundo orden versus su frecuencia. | 127 |
| 72 | Circuito del calculo de la distorsión armónica del voltaje | 129 |
| 73 | Diagrama de círculo general de impedancia de un sistema a.c., con resistencia mínima. | 133 |
| 74 | Transformación de (a) dos filtros afinado simple (b) filtro doble sintonizado. (c) la impedancia contra frecuencia de un filtro doble sintonizado para 5 y 7 armónicos. | 136 |
| 75 | Filtros paso-altos amortiguado: (a) de primer orden; (b) de segundo orden; (c) de tercer orden; (d) tipo C | 138 |
| 76 | Admitancia de filtro de pasa bajos de segundo-orden | 140 |
| 77 | Componente de pasa bajos de tercer orden | 140 |
| 78 | Configuración del filtro para el funcionamiento del 12-pulso y el sitio de impedancia típico | 142 |

| | | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 79 | Filtros amortiguados de segundo-orden, combinado y tipo-C. | 144 |
| 80 | Filtros Activos: (un) la serie; (b) la desviación | 148 |
| 81 | Circuito monofásico de un filtro activo serie | 149 |
| 82 | Compensación magnética de armónicos del convertidor | 150 |
| 83 | Sistema para la compensación de la distorsión armónica | 151 |
| 84 | Magnitudes típicas de un filtro activo: (a) la corriente de carga; (b) compensado de la corriente de suministro | 152 |

TABLAS

| | | |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| I | Corrientes armónicas típicas producidas por un motor de inducción de rotor devanado | 48 |
| II | Niveles promedio de armónicos de hornos de arco expresada en porcentajes de la fundamental. | 51 |
| III | Amplitud Máxima de los armónicos de corriente producidos por el TCR orden armónico | 94 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| Símbolo | Significado |
|--------------------|-------------------------------------------------|
| A | Amperios |
| a.c. | Corriente alterna |
| B | Densidad de flujo magnético |
| d.c. | Corriente directa |
| $\frac{d\phi}{dt}$ | Flujo magnético variable |
| f_e | Frecuencia eléctrica |
| | operación |
| h | Horas |
| H | Intensidad de campo Magnético |
| Hz | Hertz |
| i | Corriente de excitación |
| I_A | Corriente del inducido |
| KV | Kilo voltio |
| KVA | Kilo voltampere |
| KW | Kilo watt |
| L_A | Autoinductancia |
| MVA | Mega voltamperes |
| n | Velocidad mecánica |
| N | Número de vueltas del Devanado de una bobina |
| N_p | Número de espiras por fase |
| p | Paso |
| P | Potencia activa |

| | |
|---------------|-----------------------------------------------------|
| P | Número de polos |
| Q | Potencia reactiva |
| R_A | Resistencia de las bobinas del devanado inducido |
| r.p.m. | Revoluciones por minuto |
| S | Potencia aparente |
| VA | Voltamperes |
| V_{ac} | Voltaje de corriente alterna |
| V_{dc} | Voltaje de corriente directa |
| VE | Valor de la energía en \$/kWh |
| $V\phi$ | Voltaje de fase |
| X | Reactancia |
| X_A | Reactancia asociada a la autoinductancia |
| X_s | Reactancia asociada con la la reacción del inducido |
| ω | Velocidad angular |
| θ | Ángulo de desfase entre la corriente y el voltaje |
| γ | Espacio en grados entre cada ranura del estator |
| % | Porcentaje |

GLOSARIO

- Armónicas** Ondas de voltaje o corriente cuya frecuencia es un múltiplo de la frecuencia de la onda fundamental. Las cargas no lineales conectadas a un sistema eléctrico generan armónicas resultando en la distorsión de la onda de voltaje resultante.
- Autoinductancia** Inducción de la propia corriente sobre sí misma, cuando en una bobina circula corriente alterna se induce un campo magnético que a su vez induce un voltaje, el voltaje inducido provoca que una componente de corriente adicional a la corriente original circule en la bobina.
- Bobina** Elemento formado por un núcleo forrado con un devanado de varias vueltas de alambre de cobre, en la mayor parte de los casos el núcleo es de un material ferromagnético. Introduce inductancia en un circuito eléctrico.
- Campo magnético** Fuerza producida por unidad de polo magnético en un espacio determinado. Puede ser generado por un imán permanente o por una corriente variable que fluye en un conductor eléctrico. Su dimensional es el ampere por metro (A/m).

| | |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Carga | Demanda de potencia eléctrica para un sistema de potencia o generador. |
| Conductor | Material que en su estructura molecular tiene varios electrones libres que facilitan la circulación de corriente cuando se le aplica un voltaje. |
| Conmutador | Dispositivo electromecánico que tiene como función convertir los voltajes y las corrientes alternas en voltajes y corrientes continuas. |
| Corriente | Rapidez con la que la carga eléctrica se transfiere a través de un conductor. Su dimensional es el ampere (A). |
| Corriente alterna | Corriente cuya forma de onda cambia entre dos niveles prescritos, fluye cíclicamente de un nivel positivo a un nivel negativo. |
| Corriente directa | Corriente que fluye en una sola dirección, su forma de onda puede ser una línea recta o una onda pulsante que siempre se mantiene en un nivel positivo. |

| | |
|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Delta abierta | Conexión de dos transformadores que permite que la carga pueda tomar potencia trifásica, la capacidad de carga de esta conexión es el 57.7% de la de una conexión delta. |
| Devanado | Parte de la bobina que envuelve al núcleo, está formado por varias espiras. |
| Devanado inducido | Devanado en el que se induce el voltaje eléctrico, generalmente se encuentra en el estator del generador síncrono. |
| Diodo | Dispositivo semiconductor formado por una unión pn, su función es permitir el flujo de corriente en una sola dirección. |
| Dispositivo de estado sólido | Dispositivo formado por elementos semiconductores, por lo que basa su funcionamiento en la física de estado de los materiales semiconductores. |
| Entrehierro | Espacio existente entre el rotor y el estator de un generador síncrono. |
| Espira | Pieza de cobre o vuelta de alambre de cobre que en conjunto forma el devanado de una bobina. |

| | |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Generador síncrono | Generador cuyo voltaje de salida tiene su frecuencia eléctrica sincronizada con la velocidad mecánica |
| Impedancia | Magnitud que representa a una carga eléctrica. Es un número complejo cuya parte real es la resistencia y cuya parte imaginaria es la reactancia. Su dimensional es el ohmio (Ω). |
| Onda senoidal | Forma de onda semejante a la función trigonométrica seno. |
| Permeabilidad | Medida de la facilidad con la que se pueden establecer líneas de flujo magnético en un material. Su dimensional es el weber por amperio metro (Wb/Am). |
| Potencia activa | Componente real de la potencia aparente, al ser absorbida por una carga puede efectuar trabajo. Su dimensional es el watt (W). |
| Potencia aparente | Potencia alterna producto del voltaje y la corriente aplicados a una carga. Es una magnitud compleja, su parte real es la potencia activa y su parte imaginaria es la potencia reactiva. Su dimensional es el voltampere (VA). |

| | |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Potencia directa | Potencia eléctrica que fluye en una sola dirección, su forma de onda puede ser una línea recta o una onda pulsante que siempre se mantiene en un nivel positivo. |
| Potencia eléctrica | Capacidad de conversión de la energía eléctrica en otra forma como energía mecánica, calor o luz. Su dimensional es el watt (W). |
| Potencia reactiva | Componente imaginaria de la potencia aparente, es el flujo de energía que en forma alternada va hacia la carga y regresa de ella. Su dimensional es el voltampere reactivo (VAR). |
| Primotor | Fuente de potencia mecánica para la rotación del eje de un generador. |
| Reactancia | Parte imaginaria de la impedancia. En un circuito eléctrico su magnitud resulta en el atraso o adelanto de la corriente respecto al voltaje, consecuencia de una carga inductiva o capacitiva respectivamente. Su dimensional es ohmio (Ω). |
| Reactancia capacitiva | Reactancia que resulta en el adelanto de la corriente respecto al voltaje en un circuito eléctrico. Es inverso Del producto de la capacitancia con la frecuencia. |
| Reactancia Inductiva | Reactancia que resulta en el atraso de la corriente respecto al voltaje en un circuito eléctrico. Es producto de la inductancia con la frecuencia eléctrica. |

| | |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Rectificador | Dispositivo que convierte corriente alterna en corriente directa. |
| Relevador | Dispositivo utilizado en esquemas de protección y en esquemas de control, tiene como función modificar las condiciones de operación de un circuito eléctrico mediante la respuesta a una señal externa o del mismo circuito. |
| Resistencia | Medida de la oposición al flujo de carga a través de un material, su dimensional es el ohmio (Ω). |
| Rotor | Elemento del generador síncrono ubicado en su eje, contiene al devanado de campo. Como su nombre lo indica es la parte de la máquina que rota. |
| SCR | Dispositivo semiconductor de tres terminales cuyas siglas en inglés significan rectificador controlado de silicio. Su función es conducir corriente en una sola dirección siempre y cuando el voltaje que se le aplique sea mayor a su voltaje de umbral, su voltaje de umbral se controla con la corriente que ingresa en una de sus terminales llamada compuerta. |
| Semiconductor | Material que se comporta como un conductor o como un aislante dependiendo del campo eléctrico en el que se encuentre. Los materiales semiconductores más comunes son el silicio y el germanio. |

| | |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Sistema de Excitación | Conjunto de elementos cuya función es suministrar controlar la corriente directa que circula en el devanado de campo de un generador síncrono. |
| Transformador | Artefacto que mediante la acción de un campo magnético, cambia la energía eléctrica alterna de un nivel de voltaje a energía eléctrica alterna de otro nivel de voltaje. |
| Trasiente | Pico de voltaje de gran magnitud producto de una descarga electroatmosférica o de un disturbio en la red eléctrica. |
| Voltaje | Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos, su dimensional es el voltio (V). El potencial eléctrico es la capacidad de trabajo por unidad de carga. |
| Voltaje nominal | Magnitud de voltaje de diseño para la operación de un dispositivo o artefacto eléctrico o electrónico. |

RESUMEN

En el capítulo uno se observa que La transformada de Fourier todavía es la herramienta de proceso de señal ampliamente utilizada en sistemas de potencia para el análisis armónico. Para el cómputo eficaz, su uso se ha reforzado por el desarrollo de una variedad de algoritmos bajo el título general del Transformada Rápida de Fourier. El desarrollo de ventanas eficaces, esenciales en el análisis de señales no estacionarias, así como la información inter-armónica, es otra aplicación importante.

Las alternativas principales a la transformada Fourier bajo la consideración en el análisis de sistemas de potencia son las transformadas Walsh, Hartley y el Wavelets.

Aunque el análisis armónico implica las condiciones de estado estables, la información obtenida de las mediciones no son necesariamente de ese tipo y así la transformada Wavelet se aproxima, aunque inicialmente se diseñó para el proceso de transientes, también puede usarse para extraer el volumen armónico de registros de sistemas de potencia prácticos.

En el capítulo dos se menciona equipos recientes y la forma en que están modificando los sistemas eléctricos. Estos procesos proporcionan equipos muy compactos y de funcionamiento eficaz, aumentando considerablemente así, el volumen armónico actual. Particularmente molesto es el tercer armónico, que se agrega aritméticamente en el neutral de la red trifásica.

Dentro del rango normal de operación el volumen armónico de la corriente de magnetización del transformador no es significativo. Sólo está durante la energización y al operar arriba de su voltaje normal por lo que los transformadores pueden aumentar su contribución armónica considerablemente. Los dispositivos de electrónica de potencia constituyen las fuentes principales de distorsión actual armónica. Las características principales de los dispositivos electrónicos de potencia se han descrito en el capítulo tres.

Las correcciones a los problemas armónicos se analizan en el capítulo cinco. La decisión en la magnitud y tipo de reducción armónica a ser usada siempre es hecha por las consideraciones económicas. Los filtros de cualquier tipo siempre son caros y así. Uno de los problemas en este respecto es la dificultad de determinar el grado de obligación de las diferentes partes involucradas.

La instalación de filtros armónicos pasivos en un punto en el sistema normalmente tiene un efecto positivo en el sistema en conjunto. Sin embargo, a menudo el costo de proporcionar a tal bienestar general es raramente compartido entre las partes beneficiadas. La parte negativa de esto es que combinación paralela de los filtros e impedancias del sistema produce resonancias (normalmente a armónicos no característicos) y, así aumenta substancialmente la distorsión a esas frecuencias.

OBJETIVOS

- **General**

Establecer criterios de cómo se generan los armónicos en un Sistema Eléctrico, debido a la Electrónica de Potencia y Otros Equipos, como se analizan y la forma en que se corrigen.

- **Específicos**

1. Contar con conocimientos adecuados sobre el estudio de armónicos en un Sistema Eléctrico.
2. Que los estudiantes aprendan las nuevas tecnologías y los usos más convenientes de la electrónica de potencia.
3. Que sirva de referencia para el estudio del análisis matemático y técnico de los usos más efectivos de la electrónica de potencia.
4. Plantear un estudio del tema que pueda servir tanto a estudiantes como a profesionales.

INTRODUCCIÓN

Debido a la demanda siempre creciente de la industria y el comercio, junto con el gran desarrollo de la electrónica de potencia, los equipos de conversión estática a tiristores han aumentado considerablemente, ejemplo de ello son: rectificadores, atenuadores electrónicos de iluminación, fuentes conmutadas, sistemas de alimentación ininterrumpida, etcétera; además del incremento en la utilización de: lámparas de descarga en gases, circuitos ferro resonantes, arrancadores y variadores de velocidad para motores de corriente alterna y de corriente continua, reactores con núcleo saturable, hornos de arco, bancos de capacitores en paralelo para la corrección del factor de potencia y diversos equipos de características no lineales, con el lógico aumento en el nivel de armónicas presentes en las redes eléctricas y/o sistemas de potencia.

La presencia de armónicas tiene entre sus varios efectos la reducción del factor de potencia total de la instalación, Por ejemplo, en el caso de la rectificación de potencia controlada por tiristores, si se retrasa la conmutación en un ángulo determinado equivale a desplazar en dicho ángulo todas las ondas de corriente de las distintas ramas rectificadoras, o sea, introducir una diferencia de fase entre las ondas de corriente y tensión en cada una de las ramas, produciéndose ondas en "zig zag" con gran generación de armónicas.

Asimismo hay que considerar que los componentes armónicos de frecuencias altas dan lugar a mayores pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas en los circuitos magnéticos.

Además, en las máquinas rotativas originan campos giratorios de secuencia inversa (por ejemplo la 5ª armónica). Razón por la cual se vuelve necesario un repaso a la generación de armónicos en estas máquinas.

Las armónicas pueden ocasionar una perturbación inaceptable sobre la red de distribución de energía eléctrica, y causar el recalentamiento de motores, cables y transformadores, el disparo de los interruptores automáticos, el sobrecalentamiento de capacitores, y también problemas serios en, máquinas de control numérico, equipos de comunicación, control, protección y sistemas para la medición de equipo técnico y de potencia en general.

Ahora bien, vistos ya los inconvenientes, que pueden representar la generación de armónicos. Este trabajo pretende presentar de forma agradable pero sobre todo actualizada los tópicos más importantes y necesarios para la comprensión del mismo, haciendo énfasis en las nuevas técnicas de análisis, existente a las que se pudo acceder así también se remarca el problema de armónicos debido al uso de Electrónica de Potencia. Se menciona sin embargo temas contemporáneos para el análisis Armónico, como lo son Series De Fourier, Armónicos generados por máquinas rotatorias, transformadores, etc. Temas que sin duda alguna son necesarios para comprender de mejor manera las nuevas tendencias de la Electrónica de Potencia y su control.

El interesado encontrara en este trabajo una condensación de la bibliografía disponible a la que se pudo acceder, a la vez que se trata en este trabajo de realizar un desarrollo de los temas que se consideran necesarios.

Este trabajo puede constituir entonces un complemento importante para las personas que conocen del tema a la vez que una opción agradable y completa para el estudiante o persona interesado en el tema.

En resumen el lector encontrara aquí:

- El porque de los Armónicos.
- Análisis matemático de los Armónicos.
- Fuentes tradicionales de la generación de armónicos.
- Armónicos generados por Electrónica de Potencia.
- Efectos de la distorsión armónica.
- Eliminación y corrección de los problemas armónicos.
- Técnicas de análisis por computadora de armónicos.

1. AVANCES EN EL ANÁLISIS ARMÓNICO

Es indudable que con el crecimiento de los sistemas eléctricos, la complicación a la hora de analizarlos crece de igual manera sin embargo, existen criterios a los que comúnmente se recurre pues constituyen los fundamentos básicos que son necesarios para lograr el entendimiento de los fenómenos que se estudian.

Cuando se intenta estudiar o comprender los armónicos generados en una red eléctrica necesariamente tendremos que empezar por entender y conocer las Series de Fourier. Que constituyen una de las mejores herramientas para el análisis y comprensión de estos fenómenos, así mismo también de ellas se desprende otras formas de análisis como lo son La Forma Compleja de la Serie de Fourier, La Transformada Discreta de Fourier (DFT) y la Transformada Rápida de Fourier (FFT), paralelo al desarrollo tecnológico las formas de análisis se han desarrollado de similar forma dando lugar a nuevas formas de análisis armónico, algunas de las cuales se resumen en este capítulo.

Será necesario hacer uso nuevamente de conceptos como Funciones periódicas, funciones senoidales y cosenoidales así como sus identidades o equivalencias las cuales formaron parte de algunos cursos de matemática de la carrera de Ingeniería, así mismo de señales que se analizan en función del dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia.

Así pues en este capítulo se encontrara los fundamentos matemáticos que se necesitan para desarrollar el contenido de los posteriores capítulos.

1.1. ¿Por qué y cómo se generan los armónicos?

Un Armónico en sistemas eléctricos es definido como un voltaje o corriente senoidal que es un entero múltiplo de la frecuencia principal generada, llamada fundamental, Y en cuanto a su generación, diremos que para preservar una señal eléctrica senoidal en un circuito eléctrico Generador-Carga la única forma es que dicha carga sea puramente resistiva de lo contrario se verán distorsiones en la forma de onda o en el Angulo de dicha señal y justamente esa es una forma de la generación de armónicos, además de las cargas no lineales (que no son puramente resistivas) también generan armónicos las fallas en las maquinas rotatorias, dispositivos de electrónica de potencia, etc.

Si una señal eléctrica de sonido se analiza en un osciloscopio, su forma de onda se observa en el dominio del tiempo; es decir, la pantalla muestra la amplitud de señal a cada instante en el tiempo. Si la misma señal es aplicada a un amplificador de alta fidelidad, el sonido resultante es una mezcla de frecuencias armónicas que constituyen un acorde musical completo. La señal eléctrica, por consiguiente, puede describirse en el dominio del tiempo o de la frecuencia.

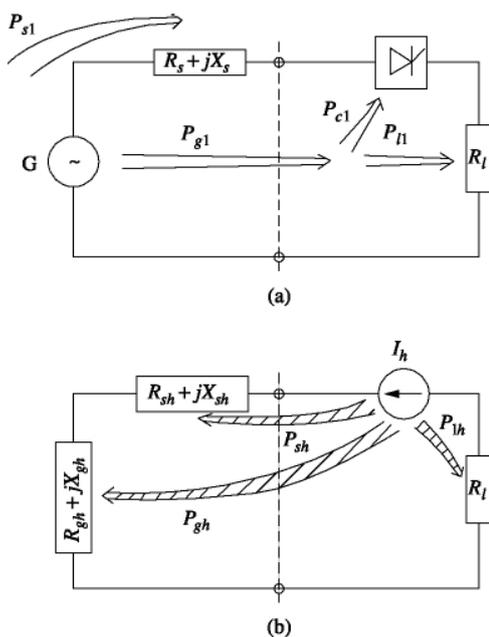
La generación armónica

La generación de electricidad normalmente se produce a las frecuencias constantes de 50 Hz o 60 Hz y la fuerza electromotriz de los generadores. En la mayoría de estudios (cursos) se considera senoidal. Sin embargo, cuando una fuente de voltaje senoidal es aplicada a un dispositivo de carga no lineal, el resultando es una corriente que no es perfectamente senoidal.

En un sistema eléctrico es común encontrar muchas impedancias por las que la corriente no es senoidal, lo que causa una caída de voltaje, de esa forma, produce una distorsión en el voltaje, conteniendo este último armónicos.

La figura 1 ayuda a formarse una idea de cómo sucede esto, donde el generador G alimenta una carga puramente resistiva R_l con una línea de impedancia $(R_s + jX_s)$ y un convertidor estático. Este circuito se analiza de la siguiente forma. La potencia proporcionada por el generador es (P_{g1}) al punto de acoplamiento común (PCC) de carga con otros consumidores. En la figura 1(a) se ve que la mayoría de potencia (P_{l1}) es transferida a la carga, mientras que una parte relativamente pequeña de él (P_{c1}) es convertida en potencia a diferentes frecuencias en el convertidor estático. Además existen algunas pérdidas de potencia (P_{s1}) a la frecuencia fundamental en la resistencia de la línea de transmisión y generación del sistema (R_{s1}) .

Figura 1. (a) Flujo de potencia a la frecuencia fundamental; (b) Flujo de potencia armónico.



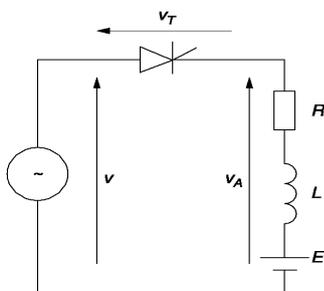
Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 2**

Entonces con La figura 1 (b) se puede ver que el flujo de potencia armónica tiene las direcciones mostradas. Para este caso el voltaje del generador es inicialmente senoidal, la potencia que proporciona el generador es solo a la frecuencia fundamental y, por consiguiente, la fuerza electromotriz (f.e.m.) del generador. Se pone en cortocircuito en este diagrama, es decir la línea a.c. y el generador se representan por sus impedancias armónicas ($R_{sh} + jX_{sh}$) y ($R_{gh} + jX_{gh}$), respectivamente.

Es importante notar que el conversor estático aparece como una fuente de corrientes armónicas. Una proporción pequeña de la potencia (P_{c1}) es transformada en potencia armónica: algo de esta potencia ($P_{sh} + P_{gh}$) es consumida en el sistema (R_{sh}) y la resistencia del generador (R_{gh}) y el resto (P_{lh}) en la carga. Las pérdidas debidas a la componente de frecuencia fundamental (P_{s1}) y las pérdidas por potencia armónica causada por la presencia del conversor ($P_{sh} + P_{gh} + P_{lh}$). Deben considerarse para las pérdidas de potencia total.

Ahora se puede ver la figura 2, dónde V es una fuente de voltaje senoidal y E la fuerza electromotriz constante de una batería con la resistencia interna despreciable. Suponiendo también un tiristor ideal su funcionamiento podría ser, se enciende en $\omega t = \alpha$ y se apaga en $\omega t = \beta$ y su voltaje decae.

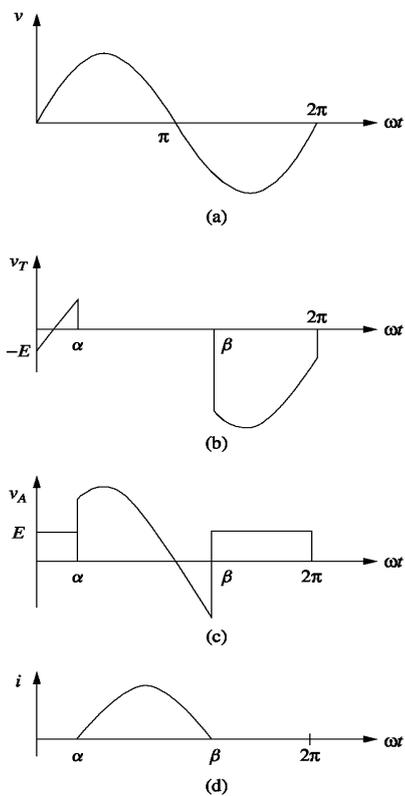
Figura 2. **Circuito básico para explicar el mecanismo de conversión**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 3**

La figura 3(a), (b) y (c) muestran los voltaje que estarían en la fuente, el tiristor y el de la carga respectivamente y la figura 3(d) se muestra la forma de onda de la corriente.

Figura 3. Forma de onda del circuito de la figura 2: (a) la fuente de voltaje; (b) el voltaje por el tiristor; (c) el voltaje de carga; (d) corriente.

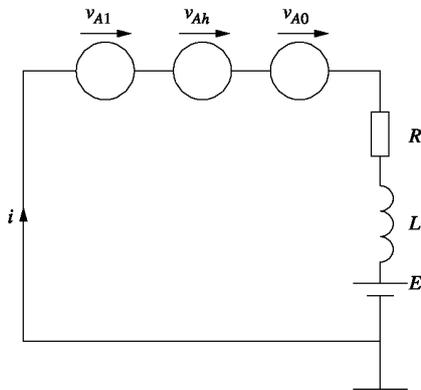


Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 4**

Para obtener el voltaje V_A para este caso se debe de analizar por series de Fourier que es un método que se explicara mas adelante y sin embargo el mismo indica que V_A esta dado por los tres componentes mostrados en la figura 4, es decir

$$V_A = V_{A1} + V_{Ah} + V_{A0} \quad (1.1)$$

Figura 4. Componentes de voltaje de carga del circuito de la figura 2



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 4**

Donde

$$V_{A1} = \sqrt{2}V_{A1} \text{sen}(\omega t + \theta_1) \quad (1.2)$$

es la componente fundamental,

$$V_{Ah} = \sum_{h=2}^n \sqrt{2}V_{Ah} \text{sen}(h\omega t + \theta_h) \quad (1.3)$$

es el contenido armónico, y

$$V_{A0} = \frac{1}{T} \int_0^T V_A dt = V_{dc} \quad (1.4)$$

es la componente d.c.

entonces las corrientes también podría expresarse de manera similar como:

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \text{sen}(\omega t + \gamma_1) \quad (1.5)$$

$$i_h = \sum_{h=2}^n \sqrt{2}I_h \text{sen}(h\omega t + \gamma_h) \quad (1.6)$$

$$I_0 = \frac{V_{dc} - E}{R} \quad (1.7)$$

y considerar aspectos de la energía de la siguiente forma.

La potencia activa generada por la fuente es

$$P_G = V_1 I_1 \cos \xi_1 \quad (1.8)$$

y la potencia suministrada a la carga es

$$P_A = P_{A1} + P_{Ah} + P_{A0} \quad (1.9)$$

donde

$$P_{A1} = V_{A1} I_1 \cos(\theta_1 - \xi_1) = I_1^2 R \quad (1.10)$$

es la potencia suministrada por la componente fundamental,

$$P_{Ah} = \sum_{h=2}^n V_{Ah} I_h \cos(\theta_h - \xi_h) = \sum_{h=2}^n I_h^2 R \quad (1.11)$$

es el potencia armónica suministrada.

$$P_{A0} = V_{dc} I_0 = E I_0 + I_0^2 R \quad (1.12)$$

es la potencia debida a la componente de d.c..

Si las pérdidas en el tiristor se ignoran $P_G = P$ y se puede aplicar la siguiente relación:

$$P_G = P_A = I^2 R + E I_0 \quad (1.13)$$

donde:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \sum_{h=2}^n I_h^2}$$

es el valor de la raíz media cuadrática de la corriente o valor(r.m.s.)

Considerado entonces como se generan los armónicos al menos con un ejemplo se procederá entonces describir las series de Fourier para un comprensión matemática de estos efectos.

1.3. Algunos Índices armónicos generales

El índice armónico que es más común relacionado con la forma de onda del voltaje es el THD que se define como la raíz media cuadrática (r.m.s.) de los armónicos, expresado como un porcentaje de la componente fundamental, es decir

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N V_n^2}}{V_1}$$

Donde V_n es el valor eficaz de la componente armónica de orden n , N es el máximo orden armónico a ser considerado y V_1 es el voltaje r.m.s. (eficaz) fundamental de línea a neutro.

Es común considerar el rango armónico de 2 a 25, pero la mayoría de las normas especifica a los 50. Un valor de THD alto para la entrada de corriente puede no significar mucho si la carga es baja, ya que la magnitud de la corriente armónica también lo es, aunque su distorsión relativa a la frecuencia fundamental es alta. Para evitar problemas un factor de distorsión de demanda total (TDD) es usado, y definido como:

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N I_n^2}}{I_R}$$

Este factor es similar al THD sólo que la distorsión se expresa como un porcentaje de algunos valores o la máxima magnitud de la corriente de carga, en lugar de un porcentaje de la corriente fundamental. Entonces cuando se diseñan los sistemas de suministro de potencia eléctrica se debe de considerar que resistan estos valores o corrientes de carga máximas.

Para tomar una idea se considera el siguiente caso con datos obtenidos de mediciones. Una carga puramente resistiva trifásica de 50 kW la cual esta conectada directamente a una barra trifásica de 50 Hz y 415 V (de fase-a-fase). La carga estaba consumiendo 41.5 kW cuando se midió y la forma de onda del voltaje contenía 11 V de secuencia negativa del quinto armónico y 8 V de secuencia positiva del séptimo armónico. Asumiendo que la resistencia de carga varía con la raíz cuadrada del armónico de orden h, los pasos siguientes se usan para calcular los índices THD y TDD en el punto de conexión: valores de la resistencia de carga:

$$R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} \left(\frac{415/\sqrt{3}}{41500/3} \right)^2 = 4.15\Omega$$

$$R_5 = R_1 \sqrt{h} = 4.15\sqrt{5} \quad R_7 = R_1 \sqrt{h} = 4.15\sqrt{7}$$

los componentes de corriente:

$$I_r = \frac{50}{415\sqrt{3}} = 69.56A$$

$$I_1 = \frac{(V_1/\sqrt{3})}{R_1} = \left(\frac{415/\sqrt{3}}{4.15} \right) = 57.735A$$

$$I_5 = \frac{(V_5/\sqrt{3})}{R_5} = \left(\frac{11/\sqrt{3}}{4.15\sqrt{5}} \right) = 0.6844A$$

$$I_7 = \frac{(V_7/\sqrt{3})}{R_7} = \left(\frac{8/\sqrt{3}}{4.15\sqrt{7}} \right) = 0.4207A$$

$$THD_v = \frac{\sqrt{(V_5^2 + V_7^2)}}{V_1} = \frac{\sqrt{(11)^2 + (8)^2}}{415} = 0.03276$$

$$THD_i = \frac{\sqrt{(I_5^2 + I_7^2)}}{I_1} = \frac{\sqrt{(0.68438)^2 + (0.42066)^2}}{57.735} = 0.01391$$

$$TDDi = \frac{\sqrt{I_5^2 + I_7^2}}{I_r} = \frac{\sqrt{(0.68438)^2 + (0.42066)^2}}{69.56} = 0.01155$$

1.4. El análisis armónico

En el caso anterior se supuso que los datos se obtenían por medición y luego se procedía a calcular los factores de distorsión armónica, esos datos también pueden ser proporcionados por el fabricante. El inconveniente más común al hablar de armónicos es la no linealidad de muchos dispositivos y su análisis de las distorsiones provocadas en las onda senoidales de a la corriente y el voltaje, aunque 1822 J.B.J. Fourier postuló que cualquier función continua periódica en un intervalo T puede estar representada por la suma de una componente d.c., una componente sinusoidal fundamental, y una serie de componentes sinusoidales de orden superior (llamadas armónicas) a frecuencias que son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental. Esta formulación no fue hecha pensando en sistemas eléctricos pues en esa época no existían tales aplicaciones, Fourier diseñó sus famosas series pensando en problemas de flujo de calor y luego más tarde se aplicó a sistemas eléctricos, con tanto éxito que hoy en día sigue siendo el fundamento para el análisis armónico.

Aunque claro existen muchas herramientas para este análisis la mayoría de estas se fundamenta en la Transformada de Fourier originada de las Series de Fourier. El análisis armónico es entonces el proceso de calcular las magnitudes y fases de la fundamental y los armónicos de orden superior de una función periódica.

El resultando como ya dijimos se conoce como la serie de Fourier, que establece “una relación de esa función entre el dominio del tiempo y esa función en el dominio de la frecuencia.” Generalmente la transformada de Fourier y su inversa se usan para representar cualquier función en el intervalo de $-\infty$ hasta ∞ en el dominio del tiempo o de la frecuencia.

1.4.1. Serie de Fourier y coeficientes de Fourier

La serie de Fourier de una función periódica $f(t)$ tiene la expresión

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \text{sen}(n\omega_0 t)) \quad (1.14)$$

y un forma equivalente se puede expresar de la siguiente forma, la cual se obtiene de sustituciones se definiciones que se hacen a continuación y por claridad se continua la explicación de este tema con la ecuación (1.14)

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) \quad (1.15)$$

En esta expresión a_0 es valor medio de la función $x(t)$, mientras a_n y b_n , de los coeficientes de la serie, son las componentes rectangulares del n th armónico. Es decir que cualquier armónico se puede analizar como un vector por lo que El n th vector armónico correspondiente es.

$$A_n \angle \phi_n = a_n + jb_n \quad (1.16)$$

con la magnitud

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

y ángulo de la fase

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right)$$

Para una función $x(t)$ dada, el coeficiente constante, a_0 , puede obtenerse integrando ambos lados de ecuación (1.14) desde $-T/2$ a $T/2$ (sobre un período T):

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \int_{-T/2}^{T/2} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \text{sen}(n\omega_0 t) \right] dt \quad (1.17)$$

La serie de Fourier del lado derecho se puede integrar término a término, y comúnmente $T = 2\pi / \omega_0$

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = a_0 \int_{-T/2}^{T/2} dt + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \int_{-T/2}^{T/2} \cos(n\omega_0 t) dt + b_n \int_{-T/2}^{T/2} \text{sen}(n\omega_0 t) dt \right] \quad (1.18)$$

El primer término en el lado derecho es igual a $T a_0$, mientras las otras integrales son cero. Por lo tanto, el coeficiente constante de la serie de Fourier es dado por

$$a_0 = 1/T \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (1.19)$$

El cual es el área bajo la curva de $x(t)$ de $-T/2$ a $T/2$, dividido por un período de la señal en un período T . El coeficientes a_n puede determinarse multiplicando la ecuación (1.14) por el $\cos(m\omega_0 t)$, donde m es cualquier entero positivo, e integrando entre

$-T/2$ y $T/2$, como:

$$\begin{aligned} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos(m\omega_0 t) dt &= \\ &= \int_{-T/2}^{T/2} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \text{sen}(n\omega_0 t)] \right] \cos(m\omega_0 t) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a_0 \int_{-T/2}^{T/2} \cos(m\omega_0 t) dt + \\
&\sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \int_{-T/2}^{T/2} \cos(n\omega_0 t) \cos(m\omega_0 t) dt + b_n \int_{-T/2}^{T/2} \sin(n\omega_0 t) \cos(m\omega_0 t) dt \right] \quad (1.20)
\end{aligned}$$

El primer término en el lado derecho es cero, como son todos los términos de b_n desde el $\sin(n\omega_0 t)$ y $\cos(m\omega_0 t)$ ya que son funciones ortogonales para todo n y m .

Similarmente, los términos en a_n son cero, mientras sean ortogonales, a menos que $m = n$. En este caso, la ecuación (1.20) y usando la identidad $\cos^2 \omega_0 t = 1/2(\cos 2\omega_0 t + 1)$ se vuelve

$$\begin{aligned}
\int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos(m\omega_0 t) dt &= a_n \int_{-T/2}^{T/2} \cos^2(m\omega_0 t) dt \\
&= \frac{a_n}{2} \int_{-T/2}^{T/2} \cos 2(m\omega_0 t) dt + \frac{a_n}{2} \int_{-T/2}^{T/2} dt \quad (1.21)
\end{aligned}$$

El primer término en el lado derecho es cero mientras el segundo término es igual a $a_n T/2$. por lo tanto, los coeficientes a_n se pueden obtener de

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad \text{para } n = 1 \rightarrow \infty \quad (1.22)$$

Para determinar los coeficientes b_n , la ecuación (1.14) se multiplica por el $\sin(2\pi mt/T)$ y, de forma similar al anterior,

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad \text{para } n = 1 \rightarrow \infty \quad (1.23)$$

Debe notarse que debido a la periodicidad del integrandos en las ecuaciones (1.19), (1.22) y (1.23), el intervalo de integración generalmente puede tomarse como t y $t + T$.

Si la función $x(t)$ continua a tramos (es decir tiene un número finito saltos verticales) en el intervalo de integración, la integral existe y los coeficientes de Fourier pueden ser calculados para esta función.

Las ecuaciones (1.19), (1.22) y (1.23), las fórmulas generales para los coeficientes de Fourier, pueden ser representadas como la suma de dos integrales separados:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2}^0 x(t) \cos(n\omega_0 t) dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} x(t) \text{sen}(n\omega_0 t) dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2}^0 x(t) \text{sen}(n\omega_0 t) dt \end{aligned} \quad (1.25)$$

Reemplazando t por $-t$ en la segunda integral de la ecuación (1.24), y cambiando los límites produce

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt + \frac{2}{T} \int_{+T/2}^0 x(-t) \cos(-n\omega_0 t) d(-t) \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} [x(t) + x(-t)] \cos(n\omega_0 t) dt \end{aligned} \quad (1.26)$$

similarmente,

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} [x(t) - x(-t)] \text{sen}(n\omega_0 t) dt \quad (1.27)$$

Simetría impar a forma de onda de una señal periódica tiene simetría impar si $x(t) = -x(-t)$. Entonces el termino a_n se vuelve cero para todo n , mientras

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \text{sen}(n\omega_0 t) dt \quad (1.28)$$

La serie de Fourier para funciones impares, por lo tanto, solo esta dada en función de términos senos.

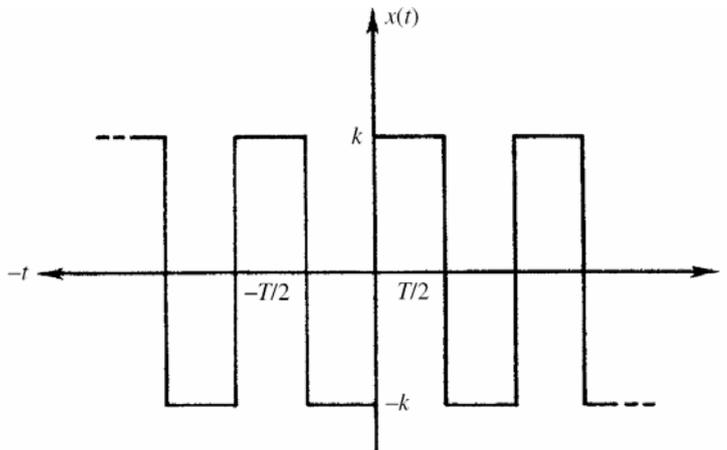
Simetría par la forma de onda de una señal tiene simetría par si $x(t) = x(-t)$. En este caso $b_n = 0$ para todo n y

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (1.29)$$

La serie de Fourier para una función par igual, contiene por lo tanto sólo términos coseno.

Ciertas formas de onda pueden ser pares o impares dependiendo de la posición de referencia de tiempo seleccionado. Por ejemplo, la onda cuadrada de figura 5, mostrada como una función impar, puede ser transformada en una función par cambiando el origen (el eje vertical) por $T/2$.

Figura 5. **Función de onda cuadrada**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 21**

Simetría de media onda una función $x(t)$ tiene la simetría de media onda si

$$x(t) = -x(t + T/2) \quad (1.30)$$

es decir la forma de la señal sobre un período $t + T/2$ a $t + T$ es el negativo de la forma de la señal sobre del período t a $t + T/2$. Por consiguiente, la onda cuadrada de la función de figura 1.5 tiene simetría de media onda.

Usando la ecuación (1.22) y reemplazando (t) por $(t + T/2)$ en el intervalo $(-T/2,0)$

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2+T/2}^{0+T/2} x(t+T/2) \cos((n\omega_0(t+T/2))) dt \\
 &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} x(t) [\cos(n\omega_0 t) - \cos((n\omega_0 t) + n\pi)] dt \quad (1.31)
 \end{aligned}$$

entonces por definición $x(t) = -x(t + T/2)$.

si n es entonces un entero impar

$$\cos((n\omega_0 t) + n\pi) = -\cos(n\omega_0 t)$$

y

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (1.32)$$

si n fuera entonces un entero par

$$\cos((n\omega_0 t) + n\pi) = \cos(n\omega_0 t)$$

y

$$a_n = 0$$

de manera similar

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \operatorname{sen}(n\omega_0 t) dt \text{ para } n \text{ impares} \\
 &= 0 \text{ para } n \text{ pares} \quad (1.33)
 \end{aligned}$$

De esa manera las formas de onda con simetría de media onda contienen únicamente armónicos de orden impar.

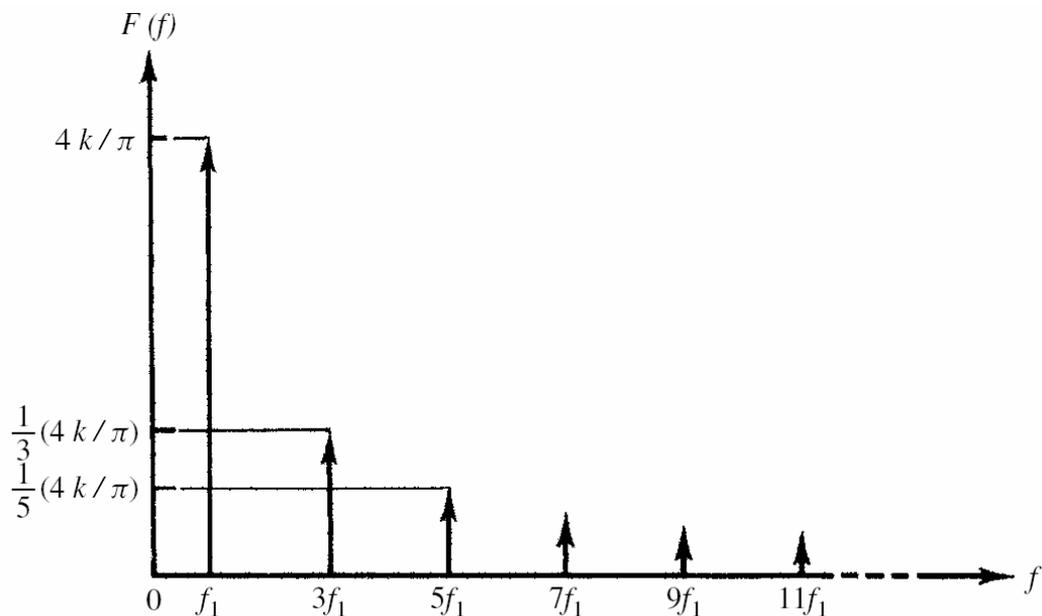
Para ejemplificar este caso se muestra la figura 5 que es una función impar con simetría de media onda. Por consiguiente, sólo los coeficientes b_n y los armónicos impares existirán.

El resultado de analizar esta figura debe de ser

$$b_n = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} x(t) \text{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt \quad (1.34)$$

qué puede representarse por un espectro de la línea de amplitudes que es inversamente proporcionales a el orden armónico, como se muestran en la figura 6

Figura 6. Representación de espectro de línea de una onda cuadrada



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 22

1.5. Forma exponencial de la serie de Fourier

Para lograr conocer los nuevos métodos de análisis como se menciona en la introducción estos se fundamentan en Series de Fourier en especial de la forma exponencial por lo que luego del tema anterior este (forma exponencial) empiezan a tomar mas relevancia. La serie de Fourier se pueden expresar en una forma equivalente, en función de las exponenciales porque los términos en la serie se pueden agrupar de la siguiente forma.

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \text{sen}(n\omega_0 t)) \quad (1.35)$$

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$

De las anteriores ecuaciones el coseno y el seno se pueden expresar en función de las exponenciales como sigue:

$$\cos(n\omega_0 t) = \frac{1}{2} (e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t})$$

$$\text{sen}(n\omega_0 t) = \frac{1}{2j} (e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t})$$

Sustituyendo estas ecuaciones en la expresión (1.35), se obtiene

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2} + b_n \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2j} \right) \quad (1.36)$$

y simplificando esta ecuación, se agrupan los términos con exponenciales similares. Observando que $1/j = -j$, la ecuación se convierte en

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{a_n - jb_n}{2} \right) e^{jn\omega_0 t} + \left(\frac{a_n + jb_n}{2} \right) e^{-jn\omega_0 t} \right] \quad (1.37)$$

esta expresión se simplifica si se introduce a continuación un nuevo coeficiente para reemplazar los coeficientes a y b . Por definición,

$$\tilde{c}_n = \frac{a_n - jb_n}{2}, \quad \tilde{c}_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2}, \quad \text{y} \quad \tilde{c}_0 = a_0 \quad (1.38)$$

La nueva forma de la ecuación (1.37) es

$$f(t) = \tilde{c}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\tilde{c}_n e^{jn\omega_0 t} + \tilde{c}_{-n} e^{-jn\omega_0 t}) \quad (1.39)$$

Hacer las operaciones anteriores tienen la intención de permitir hacer que n varíe desde 1 hasta infinito en esta ecuación lo que equivale a hacer que n varíe de $-\infty$ a $+\infty$ (incluyendo el cero) en una ecuación compacta,

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{c}_n e^{jn\omega_0 t} \quad (1.40)$$

Y esta es la forma exponencial de la serie de Fourier.

Los coeficientes a_n y b_n que ya se conocen. Pasan ser,

$$\begin{aligned} \tilde{c}_n &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt - \frac{j}{T} \int_0^T f(t) \operatorname{sen} n\omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) (\cos n\omega_0 t - j \operatorname{sen} n\omega_0 t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \end{aligned} \quad (1.41)$$

Esta ecuación de \tilde{c}_n se aplica tanto si n es positiva, como si es negativa o cero, A_n de la ecuación 1.15 y el complejo \tilde{c}_n de esta sección. Se diferencian porque con este ultimo nos referimos a la forma exponencial.

$$|\tilde{c}_n| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{1}{2} c_n \quad (1.42)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n} \quad (1.43)$$

1.6. Transformada de la serie de Fourier

El análisis de Fourier, cuando es aplicado a señales periódicas continuas, en el dominio del tiempo, produce una serie de componentes de frecuencia discretas en el dominio de frecuencia.

Permitiendo que el período de integración se extienda hasta el infinito, el espacio entre las frecuencias armónicas, tiende a cero y los coeficientes de Fourier, c_n , de la ecuación (1.41) se vuelven una función continua, tal que

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi fT} dt \quad (1.44)$$

La expresión para la función en el dominio del tiempo $x(t)$ que también es continua y de infinita duración, en términos de $X(f)$ es entonces

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi fT} df \quad (1.45)$$

$X(f)$ es conocida como la función de densidad espectral de $x(t)$.

En general, $X(f)$ es compleja y puede escribirse como

$$X(f) = \text{Re } X(f) + j \text{Im } X(f) \quad (1.46)$$

La parte real de $X(f)$ se obtiene de

$$\text{Re } X(f) = \frac{1}{2} [X(f) + X(-f)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos 2\pi fT dt \quad (1.47)$$

para obtener la parte imaginaria de $X(f)$

$$\text{Im } X(f) = \frac{1}{2} j [X(f) - X(-f)] = -\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \text{sen } 2\pi fT dt \quad (1.48)$$

el espectro de amplitud de la señal de frecuencia se obtiene de

$$|X(f)| = \left[(\text{Re } X(f))^2 + (\text{Im } X(f))^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.49)$$

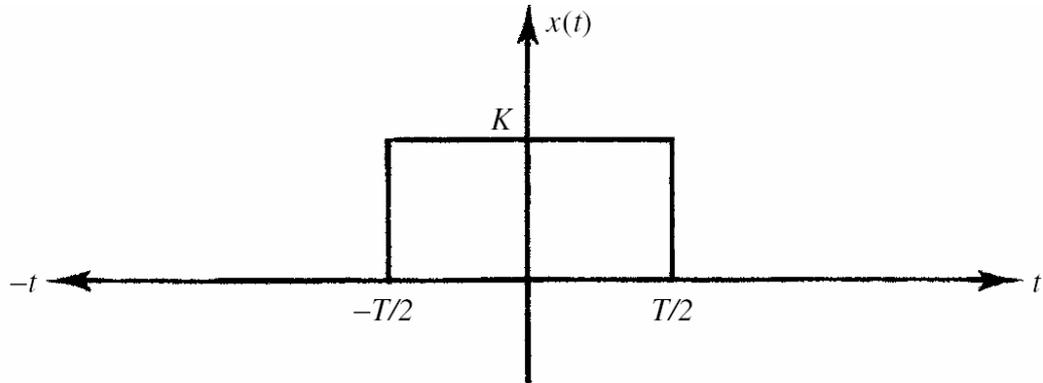
el espectro de fase es

$$\phi(f) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im } X(f)}{\text{Re } X(f)} \right] \quad (1.50)$$

Usando las ecuaciones (1.46) a (1.50), la transformada inversa de Fourier puede expresarse en términos de la magnitud y componentes de espectros de fase:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)| \cos[2\pi fT - \phi(f)] df \quad (1.51)$$

Figura 7. Función rectangular



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 27**

Como un ejemplo, se puede considerar una función rectangular como la de la figura 7, definida por,

$$\begin{aligned} x(t) &= K \quad \text{para } |t| \leq T/2 \\ &= 0 \quad \text{para } |t| > T/2 \end{aligned}$$

Es decir la función es continua sobre todo t pero es cero fuera de los límites $(-T/2, T/2)$. Su transformada de Fourier es

$$\begin{aligned} X(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \int_{-T/2}^{T/2} K e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \frac{-K}{\pi f} * \frac{1}{2j} [e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T}] \end{aligned} \quad (1.52)$$

y usando la identidad

$$\text{sen } \phi = \frac{1}{2j} (e^{j\phi} - e^{-j\phi})$$

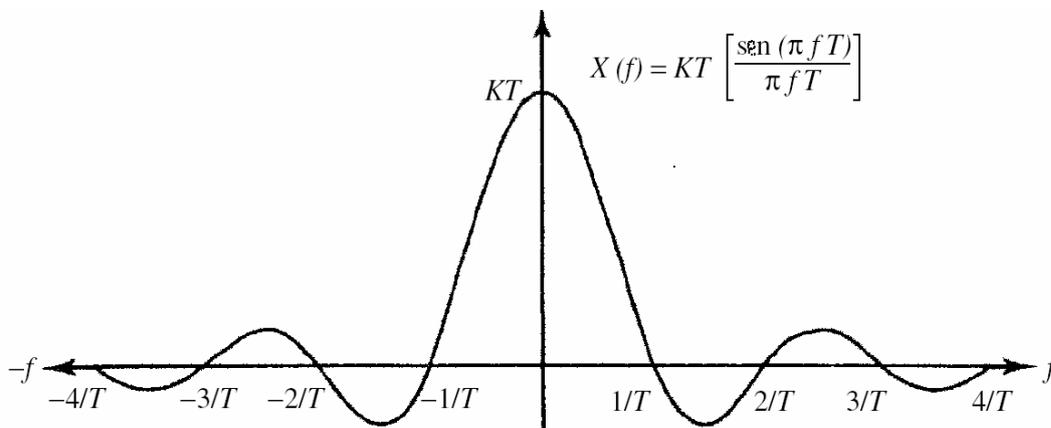
Produce la expresión siguiente para la transformada de Fourier:

$$X(f) = \frac{K}{\pi f} \text{sen}(\pi f T)$$

$$= KT \left[\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T} \right] \quad (1.53)$$

El término en los corchetes, es conocido como la función **sinc**, y se muestra en la figura 8.

Figura 8. La función **sinc** = $\frac{\text{sen}(\pi f T)}{\pi f T}$



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 29**

Mientras la función es continua, tiene valor cero en los puntos $f = n/T$ para $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ y los lóbulos laterales disminuyen en magnitud como $1/T$. Esto debe compararse a la serie de Fourier de una onda cuadrada periódica que tiene las frecuencias discretas en armónicos impares. El intervalo $1/T$ es el ancho de banda eficaz de la señal.

1.7. Transformada discreta de Fourier (DFT)

Considérese la Transformada Discreta de Fourier (DFT) como la función:

$$X(f_k) = 1/N \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-j2\pi kn/N} \quad (1.54)$$

Y

$$x(t_n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(f_k) e^{j2\pi kn/N} \quad (1.55)$$

Se percibe que la ecuación (1.54) describe el cómputo de N ecuaciones por ejemplo, si $N = 4$ y se substituyendo a :

$$W = e^{-j2\pi/N}$$

$$x(t_n) = X_0(k)$$

Ambas substituciones en la ecuación (1.54). Esta expresión puede ser escrita entonces para $N = 4$ como: (note que las substituciones se realizan únicamente para facilitar la escritura aunque comúnmente estas expresión esta en función del tiempo, como se ve en el caso mas general mas adelante.) Con lo cual se tiene la siguiente ecuación

$$X(f_k) = 1/N \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) W^{kn}$$

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^0 + x_0(2) \cdot W^0 + x_0(3) \cdot W^0 \\ x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^1 + x_0(2) \cdot W^2 + x_0(3) \cdot W^3 \\ x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^2 + x_0(2) \cdot W^4 + x_0(3) \cdot W^6 \\ x_0(0) \cdot W^0 + x_0(1) \cdot W^3 + x_0(2) \cdot W^6 + x_0(3) \cdot W^9 \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser más fácilmente representadas en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix} = \left[\frac{1}{N} \right] \cdot \begin{bmatrix} W^0 + W^0 + W^0 + W^0 \\ W^0 + W^1 + W^2 + W^3 \\ W^0 + W^2 + W^4 + W^6 \\ W^0 + W^3 + W^6 + W^9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0(0) \\ x_0(1) \\ x_0(2) \\ x_0(3) \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

o más compactamente:

$$[X(f_k)] = 1/N [W^{kn}] [x(t_n)] \quad (1.58)$$

Es importante remarcar que este es un ejemplo y que para una situación mas general el análisis matemático tendría la forma de la siguiente matriz, hay que mencionar el carácter matricial de la ecuación 1.58 con lo que la sumatoria de la ecuación 1.58 toma la forma de una arreglo

$$\begin{bmatrix} X(f_0) \\ X(f_1) \\ \vdots \\ X(f_k) \\ \vdots \\ X(f_{N-1}) \end{bmatrix} = 1/N \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W & \dots & W^k & \dots & W^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W^k & \dots & W^{k^2} & \dots & W^{k(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W^{N-1} & \dots & W^{(N-1)k} & \dots & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_k) \\ \vdots \\ x(t_{N-1}) \end{bmatrix} \quad (1.59)$$

El examen de (1.56) revela que ya que W y posiblemente $x(t_n)$ sean complejas, entonces son necesarias N^2 multiplicaciones complejas y $N*(N-1)$ adiciones para realizar el cómputo matricial requerido.

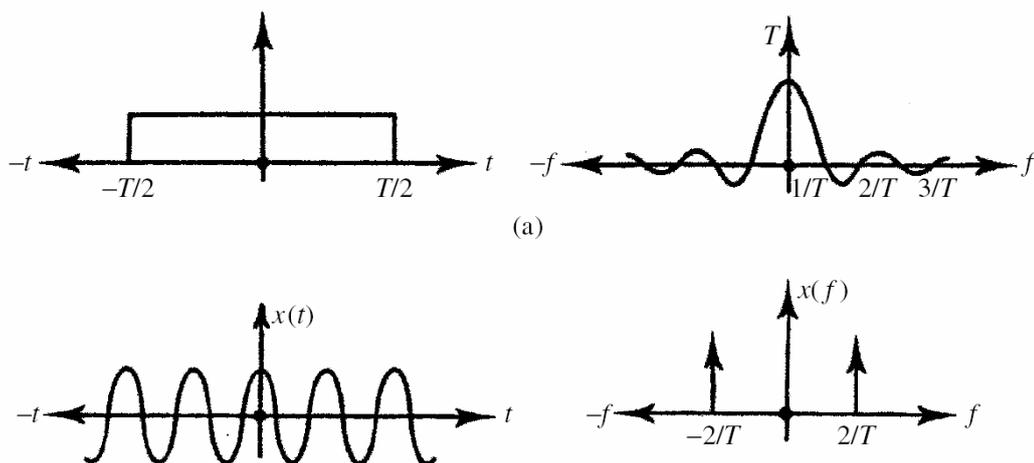
1.8. Función ventana

En cualquier análisis práctico de una señal en el dominio del tiempo, es normal limitar el tiempo de duración sobre el cual se desea observar la señal.

Este proceso es conocido como el (*windowing*) o ventaneo y es particularmente útil para el análisis de señales no estacionarias que pueden ser divididas dentro de segmentos cortos de naturaleza *cuasi*-estacionaria con una periodicidad infinita implícita. Además, en el análisis digital de las formas de onda, sólo un número finito de muestras de la señal se guardan al realizar un análisis espectral. Así incluso señales estacionarias, son analizadas con datos de tiempo limitados y esto suele introducir errores en la frecuencia del espectro de la señal.

El efecto de (*windowing*) ventaneo puede ser visto mejor definiendo una función en el dominio del tiempo que este dentro de los límites de tiempo finitos. Fuera de éstos, la función es cero. La ventana más simple es la función ventana rectangular mostrada en la figura 9(a).

Figura 9. Función periódica Infinita procesada con una función de la ventana rectangular: (a) la función de la ventana rectangular y espectro de frecuencia; (b) la función periódico $x(t) = A \cos(4\pi t/T)$ y espectro de frecuencia.



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 39

La aplicación de una función ventana tiene el efecto de multiplicar cada punto de una señal del dominio del tiempo por el punto de tiempo correspondiente de la función ventana.

Así, dentro de una ventana rectangular, la señal es simplemente la misma, pero fuera de esta la señal es completamente atenuada.

Esto se ilustra para una función periódica infinita y una función ventana rectangular en la figura 9 (b).

Cuando se analizan funciones por este medio es común introducir un margen de error resultante conocido como *Leakage* espectral y es el ruido no periódico contribuido por cada uno de los componentes espectrales periódicos presentes.

1.9. Transformadas alternativas

Tradicionalmente, las transformadas de Fourier se han usado en sistemas de potencia a la vez que en otras ramas de la ingeniería en especial en aquellas donde se necesite el análisis de señales. Por lo cual también resalta la importancia de otras técnicas para el análisis.

Las transformadas alternativas más conocidas son, Walsh, Hartley, y Wavelets. Como en el caso de Fourier, la transformada de Walsh, constituye un juego de funciones ortogonales. El concepto involucra sólo componentes de onda cuadrada. Pero para resultados exactos se necesita un número grande de condiciones para el proceso.

La transformada Hartley, también usa el principio de ortogonalidad, se expresa como

$$F(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \text{cas}(vt) dt \quad (1.60)$$

donde:

$$\text{cas}(vt) = \cos(vt) + \text{sen}(vt)$$

y v es idéntico al ω de Fourier, es decir el radianes/seg.

además, su inversa, es

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(v) \text{cas}(vt) dt \quad (1.61)$$

tiene exactamente la misma forma, y esto lleva a un software más simple.

Una diferencia importante entre la transformada Fourier y Hartley es que esta última es toda real y así requiere sólo la mitad de la memoria para el almacenamiento (es decir una cantidad equivalente a la parte real comparada con una cantidad compleja de Fourier). Sin embargo, la transformada de Fourier se extiende ampliamente a lo largo del campo de sistema de potencia y permite una valuación muy conveniente de la magnitud e información de la fase. Lo último no siempre se requiere, sin embargo, y en tales casos la eficacia de la transformada Hartley puede ser suficientemente atractiva para ser usada como una alternativa a la filosofía tradicional.

1.9.1. La transformada de Wavelet

La WT, originalmente obtenida para procesar señales sísmicas, proporciona una rápida y eficaz manera de analizar el voltaje no-estacionario y la forma de onda de la corriente. Como en el caso de Fourier, la transformada Wavelet descompone una señal en sus componentes de frecuencia.

La transformada de wavelet es el producto de una función oscilatoria y una función de decaimiento. Una wavelet madre se expresa como:

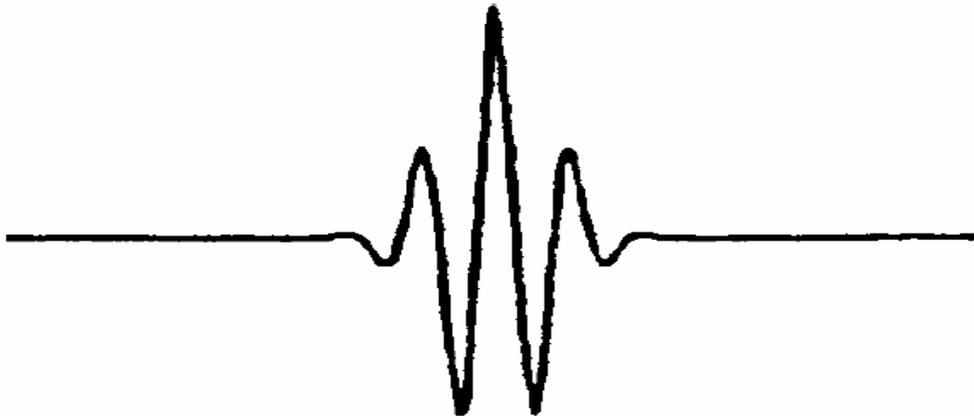
$$g(t) = e^{-\omega t^2} e^{j\omega t} \quad (1.62)$$

Un ejemplo de un wavelet madre se muestra en Figura 10.

Una variedad wavelets originadas de una wavelet madre pueden usarse para aproximar cualquier función dada. Estos wavelets se obtienen escalando cambiando (en el tiempo) la wavelets madre como se muestra en la figura 11, y puede expresarse como

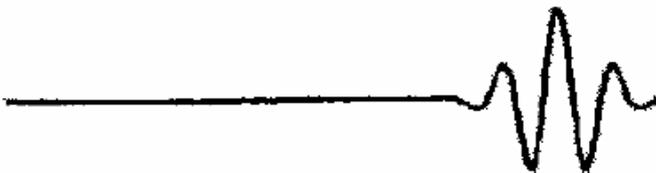
$$g'(a,b,t) = \frac{1}{\sqrt{a}} g\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.63)$$

Figura 10. **Wavelet madre de muestra**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 53**

Figura 11. **Wavelet a escala o hija de muestra**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 53**

2. LAS FUENTES ARMÓNICAS

2.1 Consideraciones preliminares

Antes de la aparición de los semiconductores de potencia, las fuentes principales de distorsión de la forma de onda (debe entenderse que al mencionar “forma de onda” nos referimos a la forma de onda de la tensión o corriente en un sistema eléctrico a.c.) eran los hornos de arcos eléctricos, el efecto acumulado de lámparas fluorescentes, y en menor escala las máquinas eléctricas y transformadores.

El uso creciente de dispositivos electrónicos de potencia para el mando de aparatos y sistemas de potencia han sido la razón para una mayor preocupación sobre la distorsión de la forma de onda en los tiempos recientes. Un convertidor electrónico de potencia puede verse como una matriz de interruptores estáticos los cuales proporcionan una interconexión flexible entre los nodos de la entrada y la salida del sistema de potencia. A través de estos interruptores de potencia puede transferirse entre la entrada y la salida, sistemas de operación que operan a las mismas o diferentes frecuencias.

El dispositivo de electrónica de potencia mas usado es el rectificador monofásico, usado en aplicaciones en oficinas modernas y en aparatos domésticos. Aunque los valores individuales siempre son pequeños, su efecto combinado puede ser una fuente importante de distorsión de la forma de onda.

Debido a sus considerables valores de potencia. Los convertidores estáticos de potencia son los principales dispositivos aportadores de armónicos. Los términos Rectificación E Inversión son usados para transferir potencia de a.c. a d.c. o d.c. a a.c., respectivamente y el término conversión se usa cuando los dispositivos electrónicos de potencia tiene capacidad bidireccional de transferir potencia.

Según la posición relativa del instante en que encienden los interruptores (tiristores diodos IGBTs etc.) de uno ciclo al próximo en estado estable, se usan con frecuencia cuatro diferentes principios básicos de control de potencia los cuales son:

- (1) **Control fase ángulo constante**, produce encendidos consecutivos de las válvulas, espaciados igualmente con referencia a sus respectivos voltajes de conmutación.
- (2) **El control equidistante de encendido (o de disparo)** produce encendidos consecutivos a intervalos iguales de la frecuencia de alimentación.
- (3) **Control fase ángulo modulado** produce tiempos variables de encendido con fase modulada
- (4) **El control del ciclo integral** selecciona un número entero de ciclos completos o medios ciclos de la frecuencia del suministro.

El análisis de Fourier descrito en la parte uno de este trabajo es directamente aplicable al control fase ángulo y el control equidistante-de encendido, mientras que los encendidos modulados y los ciclos integrales de control requieren un análisis especial.

2.2. Magnetización no lineal del transformador

2.2.1. Características normales de excitación

El primario de un transformador sin carga está prácticamente balanceado por su f.e.m. atrasada, porque el efecto de la resistencia del embobinado y la reactancia de fuga (*leakage*) es despreciable a bajas corrientes, en cualquier instante, por lo tanto la señal de voltaje v_1 por un suministro alimentación senoidal es

$$v_1 = -e_1 = -E_m \sin \omega t = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

De la ecuación (2.1) se obtiene la expresión siguiente para el flujo principal:

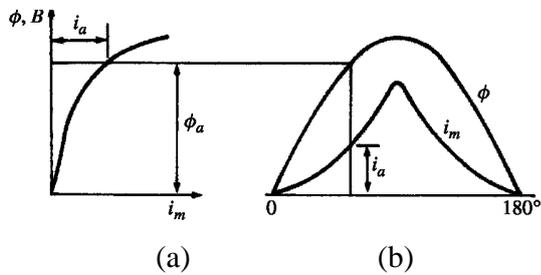
$$\phi = -\int \frac{e_1}{N_1} dt = \frac{E_m}{N_1 \omega} \cos \omega t = \phi_m \cos \omega t \quad (2.2)$$

Es decir un voltaje senoidal en el primario produce un flujo senoidal sin carga alguna presente o conectada. La corriente en el primario, sin embargo, no es puramente senoidal, porque el flujo no es linealmente proporcional para la corriente de magnetización, como se explica a continuación.

2.2.2. Determinación de la forma de onda de la corriente

En un núcleo ideal sin pérdidas por histéresis, el flujo ϕ y la corriente de magnetización necesaria para producirlo se relacionan una con otra por la curva de magnetización del acero usado en la laminación del transformador como es mostrado en la figura 12(a). En la figura 12(b), donde ϕ representa el flujo senoidal necesario para equilibrar el voltaje del primario, la corriente de magnetización, se traza comparada con el tiempo por cada valor de ϕ y la forma de onda resultante está lejana de ser senoidal.

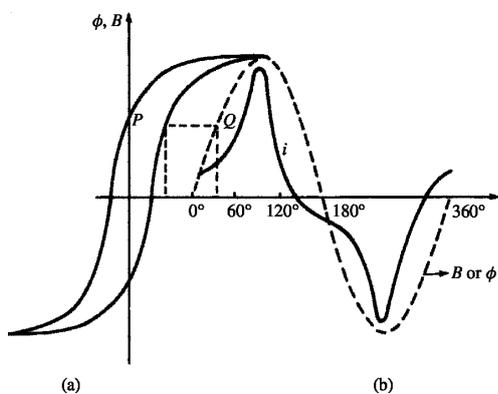
Figura 12. **Magnetización del transformador (sin histéresis): (a) curva de magnetización; (b) forma de onda del flujo y corriente de magnetización**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 63**

Sin embargo, al operar cerca del voltaje nominal, la corriente de magnetización del transformador es sólo 1-2% del valor de la corriente y no representa ningún problema especial. Cuando el efecto de la histéresis es incluido, como en el caso de figura 13, la forma de la corriente de magnetización no senoidal no es extensamente simétrica sobre su valor máximo. En esto caso la corriente que corresponde a cualquier punto en la onda de densidad de flujo de la figura 13(b) es determinada de la figura 13(a), la porción ascendente de La histéresis es usada para la porción ascendente de la onda de densidad de flujo.

Figura 13. **Magnetización del transformador (incluyendo la histéresis): (a) curva magnetización; (b) flujo y corriente de magnetización**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 63**

La distorsión ilustrada en las Figuras 12 y 13 es principalmente causada por armónicas de secuencias cero y triples y particularmente la tercera. Así para mantener un suministro razonablemente de voltaje senoidal es necesario mantener un camino para la corriente de secuencia cero y lo cual es normalmente logrado con el uso de bobinas conectadas en delta.

Con un banco de transformadores trifásicos las f.m.m.s de los armónicos triples están todos en fase y ellos actúan en cada transformador en la misma dirección por lo tanto el camino del flujo de las armónicas triples debe retornar a través del aire (o más bien a través del aceite y tanque del transformador) y la alta reluctancia de tal camino reduce el flujo de armónicas triples a un valor muy pequeño (aproximadamente 10% de las que aparecen en núcleos de fases o trafos independientes). Así, la densidad de flujo y la f.e.m. de la forma de onda permanece senoidal bajo todas las condiciones en este caso. Sin embargo, la eliminación de las armónicas triples en los embobinados conectados en delta es totalmente eficaz solo cuando los voltajes son absolutamente equilibrados. la corriente armónica de magnetización a menudo se eleva a su máximo nivel en las primeras horas de la mañana es decir cuando el sistema esta ligeramente cargado y el voltaje es alto. (lo anterior se aplica solo para países desarrollados)

2.2.3 Sobreexcitación simétrica

Por razones de economía los transformadores son normalmente diseñados para hacer buen uso de las propiedades magnetizantes del material del núcleo. Esto significa que un transformador típico que usa una buena calidad de acero de grano orientado podría esperarse que corra con la cresta de la densidad de flujo magnético en el estado permanente de el orden de 1.6 - 1.7 T.

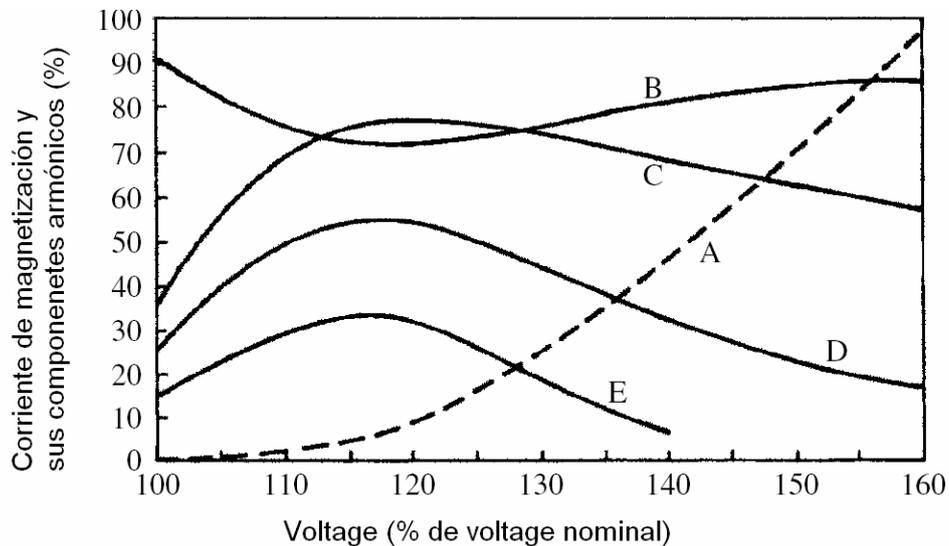
Si un transformador que funciona con esta cresta que opera la densidad de flujo magnética se somete a un 30% de elevación en el voltaje, el material del núcleo, puede someterse a una densidad de flujo magnética de, aproximadamente de, 1.9-2.0 T que podrá producir una considerable saturación.

El problema de saturación de sobre voltaje es particularmente oneroso en el caso de transformadores conectados para grandes plantas rectificadoras llevando a cabo rechazos de carga. Estudios han demostrado que el voltaje en las terminales del convertidor puede alcanzar un nivel de 1.43 por unidad, así se conduce al transformador (del convertidor) a una saturación profunda.

La corriente de magnetización simétrica asociada a un solo transformador de núcleo saturable contiene todas las armónicas impares. Si la componente fundamental se ignora, y si se asume que todas las armónicas triples se absorben en los embobinados conectados en delta entonces los armónicos generados son de orden 5, 7, 11, 13, 17, 19, . . ., es decir aquéllos de órdenes $6k \pm 1$, donde k es un entero. En el rectificador de seis pulsos convencional su diseño convencional es usado para filtrar esos armónicos desde las barras de a.c. como ellos son exactamente del mismo orden como los armónicos teóricamente producidos por un convertidor de 6 pulsos, aunque sin embargo la configuración usada es la de un convertidor de 12 pulsos, los armónicos teóricos son de orden $12k \pm 1$, donde k es un entero. En este caso son producidos armónicos de quinto y séptimo-orden por una saturación transformador convertidor que no son filtrados y tiene que ser absorbidos por el sistema a.c.

La composición de la corriente de magnetización versus el voltaje de excitación típico se ve en la figura 14.

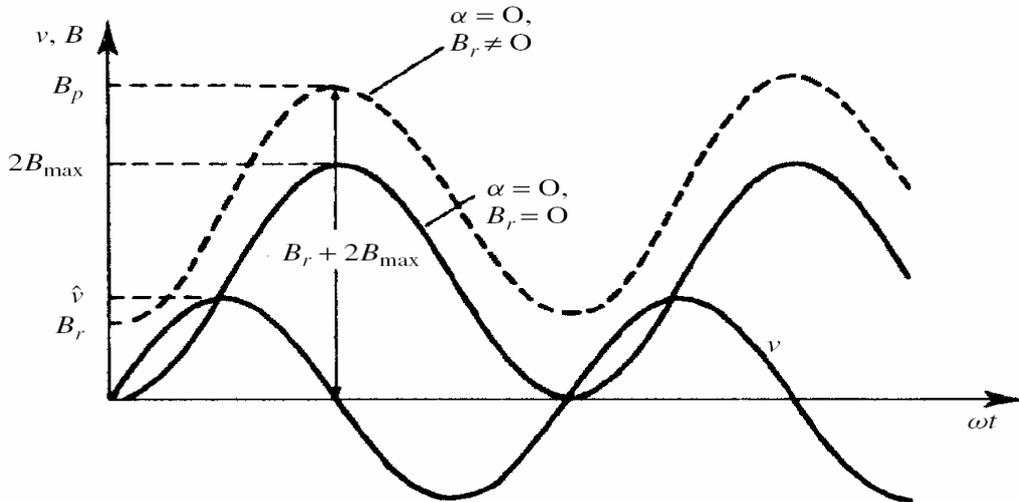
Figura 14. **Componentes armónicos de las corrientes de excitación del transformador**
corriente excitación: A, corriente de magnetización (% de corriente tasada); B,
el componente fundamental (% de corriente de magnetización total); C, tercer
armónico (% de corriente fundamental); D, quinto armónico (% de corriente
fundamental); E, séptimo armónico (% de corriente fundamental).



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 64**

Si un transformador es apagado puede quedarse con una densidad de flujo residual en el núcleo de magnitud $+B_r$ o $-B_r$ (o bajo algunas circunstancias cero). Cuando el transformador es re-energizado la densidad de flujo ilustrada en figura 15 puede alcanzar niveles máximos de $2B_{max}$ o $B_r + 2B_{max}$ (casi tres veces el flujo activo)

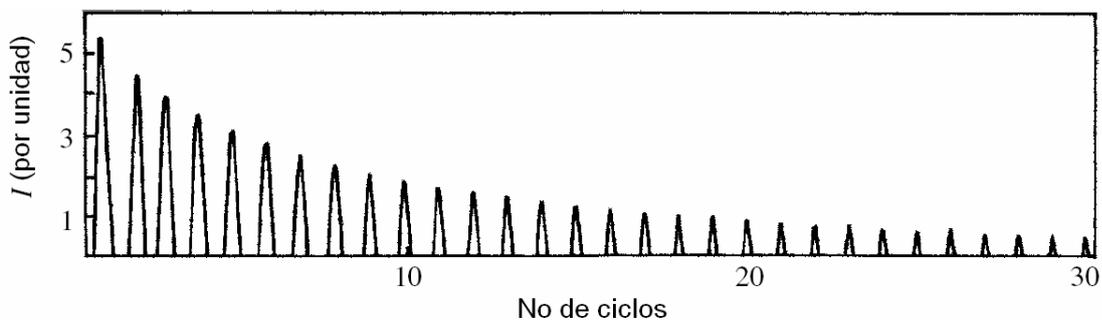
Figura 15. Densidad de flujo en el transformador con y sin remanente



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 65

Para un transformador normalmente diseñado esto puede crear densidades de flujo máximas de aproximadamente 3.4 o 4.7 T, respectivamente. Cuando esto es comparado con los niveles de saturación de densidad de flujo de alrededor de 2.05 T esperados de la sobreexcitación simétrica, puede verse que el núcleo del transformador está conduciendo a niveles de extrema saturación. Este efecto da lugar a las corrientes de magnetización arriba de 5 a 10 por unidad de su valor (comparado con los valores normales). Tal corriente de arranque es mostrada en figura 16.

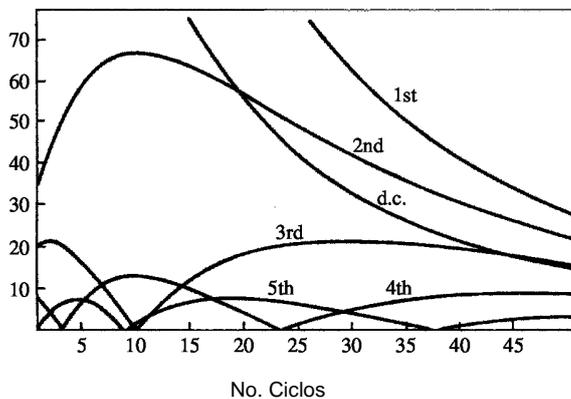
Figura 16. Corriente inicial (de arranque) de un transformador de 5MVA: $B_r = 1.3 \text{ T} = 0$



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 65

El decremento de la corriente de arranque con el tiempo es principalmente una función de la resistencia del embobinado primario. Para los transformadores grandes las corrientes de arranque pueden seguir durante muchos segundos debido a su resistencia relativamente baja como ilustración, la serie de Fourier de la forma de onda de la figura 16 produce el perfil armónico mostrado en la figura 17.

Figura 17. La variación de volumen armónico (como un porcentaje de la corriente tasada) con tiempo



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 66

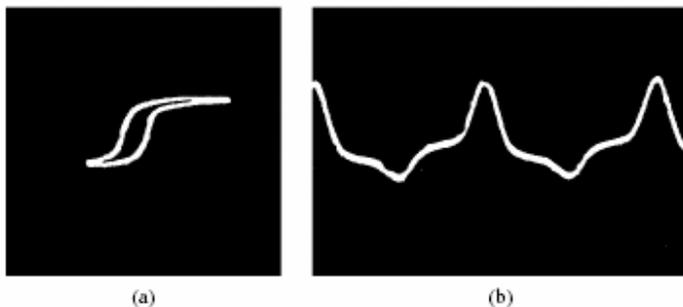
El contenido armónico, mostrado como un porcentaje de la corriente del transformador, varía con el tiempo, y cada armónico tiene crestas y partes nulas.

2.3. Magnetización D.C.

Se ha mostrado que un transformador excitado por un voltaje senoidal produce una corriente de excitación simétrica que contiene sólo armónicos impares. Si una carga lineal o no lineal se conecta a este transformador la corriente de excitación puede contener nuevamente únicamente armónicas impares, con lo cual la carga no produce un componente directo de corriente.

Bajo el desbalance magnético, la forma de las características de magnetización y la corriente de excitación son diferentes de aquellas bajo las condiciones de ninguna carga, condición que se conoce como condiciones en vacío. Si el flujo está desbalanceado como se muestra en la figura 18(a), el núcleo contiene un promedio del flujo ϕ_{dc} . La existencia de un valor medio de flujo se obtiene o es la componente directa de la corriente de excitación y se muestra esta presente en la figura 18(b).

Figura 18. (a) Característica de excitación; (b) forma de onda de la corriente de excitación



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 66**

Bajo tales condiciones de desbalance, la corriente de excitación del transformador contiene componentes armónicos pares e impares. La asimetría puede ser causada por cualquier carga conectada al secundario del transformador, llevando una componente directa de corriente, en adición a los términos senoidales. La corriente directa puede ser una característica de diseño, como en un transformador que alimenta a un rectificador de media onda, o puede resultar de la operación de desbalance de algunas piezas particulares del equipo, como un convertor trifásico con el encendido desbalanceado.

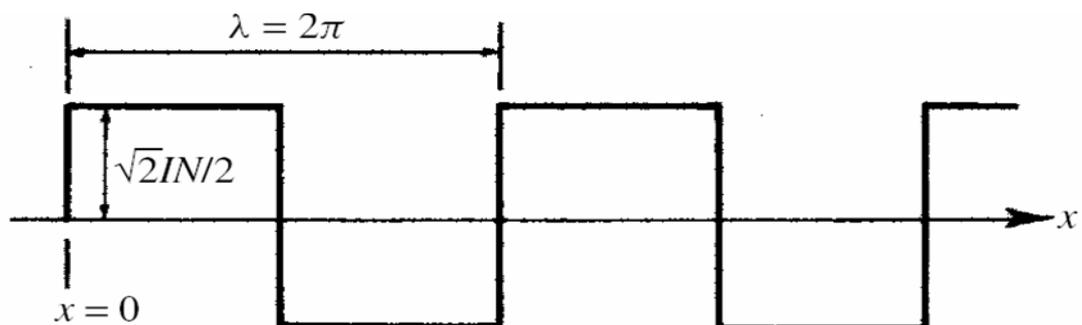
Un efecto similar puede ocurrir como resultado de corrientes geométricas inducidas (GIC). Éstas son las corrientes de frecuencia muy bajas (típicamente 0.001-0.1 Hz) y puede alcanzar niveles altos como 200 A. Ellos entran en los bobinados del transformador por medio de la conexión estrella aterrizada y producen flujos asimétricos causando la saturación de medio ciclo.

2.4. Armónicos de maquinas Rotatorias

2.4.1. Distribución de la fuerza magnetomotriz de corriente alterna en los embobinados

En la figura 19 se ve la f.m.m. y la distribución de flujo en una fase De un embobinado polifásico de paso completo con una ranura por polo por fase en la suposición de que la separación aérea es constante, y en ausencia de saturación ferrica bajo tales condiciones idealizadas de

Figura 19. f.m.m. y distribución del flujo de embobinados de paso completo con una ranura por polo



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 67

Separación la f.m.m. es uniforme y tiene un valor máximo de $(iN)/2$ dónde i es una corriente instantánea máxima por conductor y N es el número de conductores por ranura.

La representación del dominio de la frecuencia de la f.m.m. rectangular de la distribución espacial de la figura 19 es

$$F(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} \left\{ \text{sen} \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{1}{3} \text{sen} \left(3 \frac{2\pi x}{\lambda} \right) + \frac{1}{5} \text{sen} \left(5 \frac{2\pi x}{\lambda} \right) + \dots \right\} \quad (2.3)$$

Así, la distribución de la f.m.m. rectangular. se reduce a una fundamental y componentes armónicos. La amplitud del n_{th} armónico es $1/n$ veces la fundamental. En general, para una corriente alterna de frecuencia angular $\omega = 2\pi f$, la ecuación (2.3) se vuelve

$$F(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} \text{sen}(\omega t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \text{sen} \left(n \frac{2\pi x}{\lambda} \right), \quad (2.4)$$

Dónde λ es la longitud de onda y I el valor r.m.s. de la corriente.

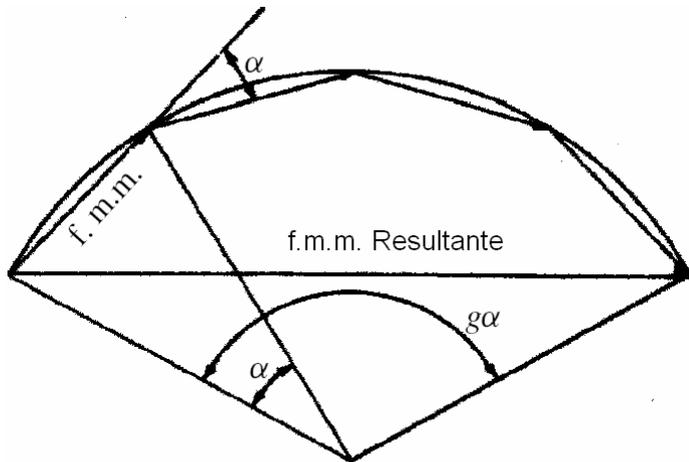
Sin embargo, en la practica los embobinados son distribuidos a lo largo de la superficie con las g ranuras por polo por fase y la m.m.f.s de las g bobinas son desplazadas una de otra en el espacio.

Además, el ángulo de desplazamiento es diferente para los diferentes armónicos debido a que su distancia entre polos son diferentes. Para una máquina de m -fases, el número de ranuras por polo es $Q = mg$ y el ángulo eléctrico entre ranura es $\alpha = \pi/Q$

El factor de la distribución es

$$K_d = \frac{\text{f.m.m. (que resulta)}}{\text{suma de f.m.m.s. de los debanados individuales}}, \quad (2.5)$$

Figura 20. Determinación de factor de distribución



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 68**

De la geometría de Figura 20,

$$k_d = \frac{\text{sen}(g\alpha/2)}{g\text{sen}(\alpha/2)}$$

para la frecuencia fundamental, y

$$k_{dn} = \frac{\text{sen}(ng\alpha/2)}{g\text{sen}(n\alpha/2)} \quad (2.6)$$

para el n^{th} armónico.

Ahora la f.m.m. de una fase de un bobinado polifásico es

$$F(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} g\text{sen}(\omega t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dn}}{n} \text{sen}\left(n \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \quad (2.7)$$

2.4.2. Embobinado Trifásico

Los embobinados de fase de una máquina de trifásica son desplazados por $2\pi/3$ en el espacio y las corrientes por $2\pi/3$ en el tiempo. Las f.m.m.s. correspondientes son

$$F_1(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} g \operatorname{sen} \omega t \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dn}}{n} \operatorname{sen} \left(n \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right\} \quad (2.8)$$

$$F_2(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} g \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dn}}{n} \operatorname{sen} \left[n \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \right\} \quad (2.9)$$

$$F_3(x) = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} g \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{dn}}{n} \operatorname{sen} \left[n \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \right\} \quad (2.10)$$

La f.m.m. total. es $F(x) = F_1(x) + F_2(x) + F_3(x)$, y su n_{th} términos armónicos son

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} g \frac{k_{dn}}{n} \left\{ \operatorname{sen} \left(n \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \operatorname{sen} \omega t + \operatorname{sen} \left[n \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right\} \\ & + \operatorname{sen} \left[n \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \operatorname{sen} \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \\ & = \frac{2\sqrt{2}IN}{\pi} g \frac{k_{dn}}{2n} \left\{ \cos \left[\frac{2\pi n x}{\lambda} - \omega t \right] - \cos \left[\frac{2\pi n x}{\lambda} + \omega t \right] \right\} \\ & + \cos \left[\frac{2\pi n x}{\lambda} - \omega t - (n-1) \frac{2\pi}{3} \right] - \cos \left[\frac{2\pi n x}{\lambda} + \omega t - (n+1) \frac{2\pi}{3} \right] \quad (2.11) \\ & + \cos \left[\frac{2\pi n x}{\lambda} - \omega t - (n-1) \frac{4\pi}{3} \right] - \cos \left[\frac{2\pi n x}{\lambda} + \omega t - (n+1) \frac{4\pi}{3} \right] \end{aligned}$$

Poniendo n a su vez = 1, 3, 5, etc.,

$$\begin{aligned} F(x) = & \frac{3\sqrt{2}IN}{\pi} g \left\{ \left(k_{d1} \right) \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t \right) + \left(\frac{k_{d5}}{5} \right) \cos \left(5x \frac{2\pi x}{\lambda} + \omega t \right) \right\} \\ & + \left(\frac{k_{d7}}{7} \right) \cos \left(7x \frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t \right) + \dots \quad (2.12) \end{aligned}$$

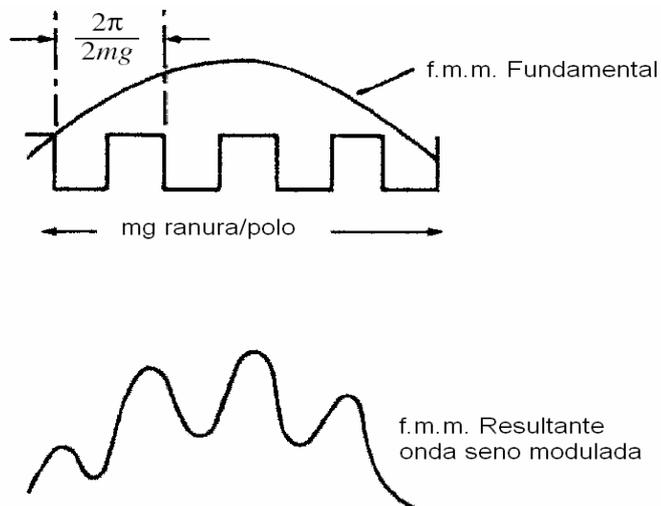
Puede verse que la fundamental es una onda viajera moviéndose en la dirección positiva, los armónicos triples (3,9.15, etc.)están ausentes, la quinta armónica es una onda viajera en la dirección negativa, la séptima viaja en la dirección positiva, etc.

2.4.3. Armónicos de ranuras

Si la máquina tiene mg ranuras por polo (como se muestra en la figura 21), la variación de los permeancia en la separación aérea pueden aproximarse por

$$A_1 + A_2 \text{sen}\left(2mg \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (2.13)$$

Figura 21. Armónicos de ranura



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 70**

Desde la f.m.m. fundamental. varía como $B \text{ sen}(2\pi x/\lambda)$, la variación de densidad de flujo resultante es

$$\left\{ B \text{ sen} \frac{2\pi x}{\lambda} \right\} \left\{ A_1 + A_2 \text{ sen} \left(2mg \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right\} \quad (2.14)$$

qué tiene un componente de frecuencia fundamental, es decir

$$A_1 B \text{ sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \quad (2.15)$$

y los componentes de frecuencia expresaron como

$$A_2 B \text{ sen} \frac{2\pi x}{\lambda} \text{ sen} \left(2mg \frac{2\pi x}{\lambda} \right) = \frac{A_2 B}{2} \left\{ \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} (2mg - 1) \right) - \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} (2mg + 1) \right) \right\} \quad (2.16)$$

Por consiguiente el ranurado da lugar a armónicos de orden $2mg \pm 1$.

2.4.4. Voltaje armónico producido por las máquinas síncronas

Si el flujo magnético del campo es perfectamente distribuido senoidalmente alrededor del espacio, entonces la f.e.m. generada en cada bobina de la armadura $2\pi f \phi \text{ sen } \omega t$ voltios por giro. Aquí ϕ es el flujo total por polo y la frecuencia f se relaciona con la velocidad N (en revoluciones por segundo) y parejas de polos p por $f = Np$.

Sin embargo el flujo nunca es totalmente distribuido de esta manera, particularmente en las máquinas de polos salientes. Una no senoidal distribución del campo puede expresarse como una serie armónica:

$$F(x) = F_1 \text{sen}\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) + F_3 \text{sen}\left(\frac{3 \times 2\pi x}{\lambda}\right) + F_5 \text{sen}\left(\frac{5 \times 2\pi x}{\lambda}\right) + \dots \quad (2.17)$$

Puede considerarse que la máquina tiene $2p$ polos fundamentales junto con $6p, 10p, \dots, 2np$ polos armónicos, todos individualmente sinusoidales y f.e.m.s todos generando f.e.m.s con en un bobinado asociado. La f.e.m. del embobinado puede expresarse como una serie armónica:

$$E(t) = E_1 \text{sen}\omega t + E_3 \text{sen}3\omega t + E_5 \text{sen}5\omega t + \dots \quad (2.18)$$

Las magnitudes de los f.e.m.s armónicos son determinadas por los flujos armónicos,

Para una ranura íntegra que enrolla con las ranuras de g por polo por fase y un ángulo α entre ranuras, el factor de la distribución para el n th armónico es

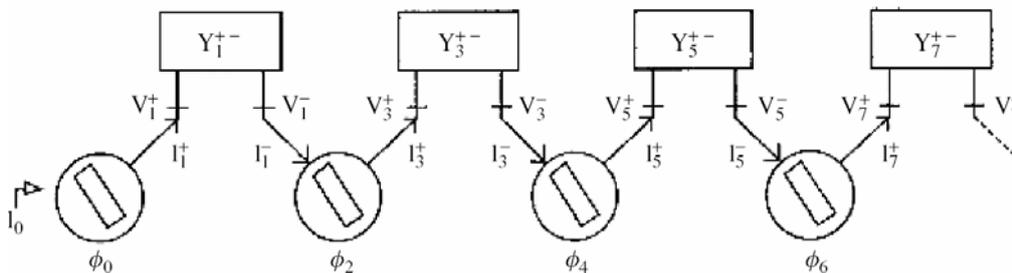
$$k_{dn} = \frac{\text{sen}(ng\alpha/2)}{g \text{sen}(n\alpha/2)} \quad (2.19)$$

2.4.5. Efectos del rotor de polos salientes

En el caso de polos salientes bien diseñados, el flujo se concentra exclusivamente en el eje del rotor. Si la corriente del estator es de secuencia positiva, el campo producido por esta corriente en el rotor es estacionario, y sólo causa reacción de armadura a la frecuencia. Por otro lado, el flujo producido por una corriente de estator de secuencia negativa puede ser dividido en dos componentes que giran en sentidos opuestos que por consiguiente induzcan dos f.e.m.s en el estator, una de ellos de secuencia negativa a la frecuencia fundamental y la otra de secuencia positiva a causa del tercer armónico.

El último, usando el mismo razonamiento, producirá el voltaje de quinto armónico y esto a su vez creará algunos armónicos de orden séptimo, etc. Este mecanismo se ilustra en Figura 22 para el caso de un la máquina conectada a una línea de transmisión asimétrica.

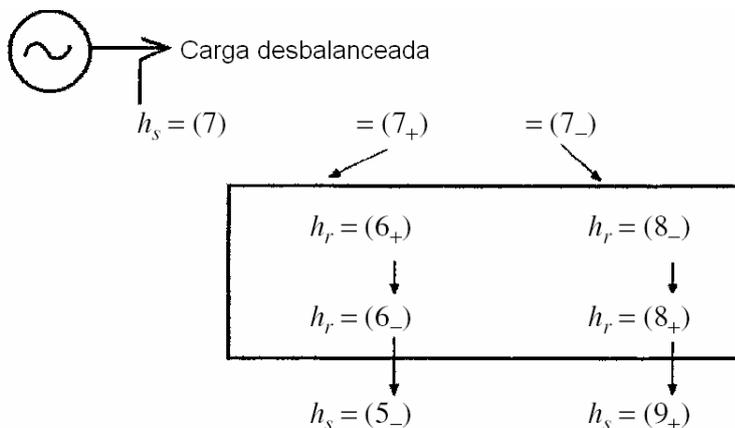
Figura 22. Mecanismo de generación armónica en una máquina con los polos salientes



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 72**

El anterior razonamiento puede extenderse a la presencia de corrientes armónicas en el stator. Si el stator contiene una corriente de orden armónico h y secuencia positiva, el flujo del rotor incluirá dos campos opuestos girando de orden $(h-1)$ eso inducirá un voltaje de secuencia positivo de orden h y un voltaje de secuencia negativo de orden $(h-2)$.

Figura 23. Respuesta de un generador de polos salientes síncrono en la presencia de una corriente armónica



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 72**

Sin embargo, en casos especiales cuando o la carga es asimétrica o el generador alimenta el equipo de un convertidor estático la máquina puede ser una fuente importante de armónico la generación.

2.4.6. Voltajes armónicos producidos por motores de inducción

La velocidad de sincronismo de rotación del campo del estator de un motor de inducción es la frecuencia fundamental de la longitud de onda es decir $f_1\lambda$. para un deslizamiento s , la velocidad del rotor es en consecuencia $f_1\lambda(1-s)$ y la frecuencia de la corriente del rotor es sf_1 .

Los armónicos son producidos por motores de inducción como resultado del contenido armónico y la distribución de la f.m.m. y son dependientes de la velocidad

Un armónico (f.m.m.) de orden n en el rotor (i) tiene una longitud de onda λ/n ; (el ii) viaja a una velocidad $\pm(sf)\lambda/n$ con respecto al rotor; y (iii) viaja a una velocidad $f\lambda(1-s) \pm (sf)\lambda/n$ con respecto al estator.

Este armónico induce un f.e.m. en el stator a una frecuencia igual a la razón de velocidad÷longitud de onda es decir a la proporción la velocidad la longitud de onda, es decir

$$f^1 = \frac{f\lambda(1-s) \pm (sf)(\lambda/n)}{\lambda/n} = f\{n - s(n \pm 1)\} \quad (2.20)$$

el signo positivo es tomado cuando la f.m.m. armónica del rotor viaja en la dirección opuesta de la fundamental.

tabla 1 **Corrientes armónicas típicas producidas por un motor de inducción de rotor devanado**

| Frecuencia (Hz) | Corriente como un porcentaje de la fundamental | Causa |
|-----------------|------------------------------------------------|-----------------------------|
| 20 | 3.0 | Polo desbalanceado |
| 40 | 2.4 | Fase desbalanceada |
| 50 | 100.0 | Fundamental mutua |
| 80 | 2.3 | Polo desbalanceado |
| 220 | 2.9 | .5ta y 7ma armónicas mutuas |
| 320 | 3.0 | |
| 490 | 0.3 | 11y13 armónicas mutuas |
| 590 | 0.4 | |

Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 74**

Una idea de las magnitudes relativas de la corriente armónica producida por un motor de inducción de rotor devanado y su causa se da en la tabla 2.1 para un motor de seis polos a una velocidad de 0.9 por la unidad.

2.5 Distorsión causada por dispositivos de arco

Las características voltaje-corriente de arcos eléctricos son altamente no lineales. Los continuos encendidos de arco provocan una disminución en el voltaje debido al corto circuito de la corriente, cuyo valor es únicamente limitado por la impedancia de sistema de potencia. Las fuentes armónicas principales en esta categoría son el horno del arco eléctrico, tipo descarga, encendiendo con balastros magnéticos, y en menor grado los soldadores de arco.

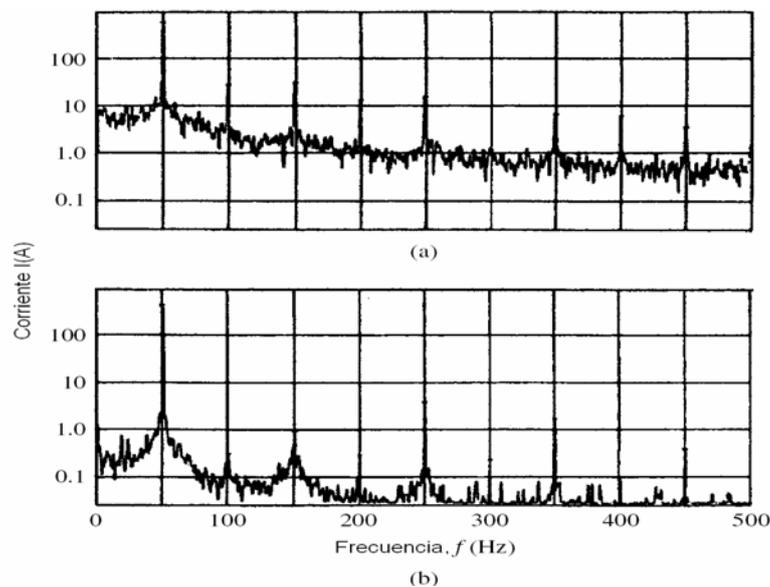
2.5.1. Hornos del arco eléctricos

La característica voltaje corriente de un horno de arco tiene una forma cuasi-trapezoidal y su magnitud es una función de la longitud del arco.

Los niveles de corriente, son limitados principalmente por los cables del horno (y conductores) y transformador, puede alcanzar valores de hasta de 60 kA. Esas impedancias tienen un efecto amortiguador en el voltaje de suministro y así la carga del arco aparece como una fuente relativamente estable de armónicos.

Sin embargo, el voltaje estocástico cambia debido a las alteraciones súbitas del arco produciendo que las frecuencias se extiendan, predominantemente en el rango 0.1-30 Hz sobre cada uno de los armónicos presentes. Este efecto es más evidente durante la fase fundición, causado por el movimiento continuo del trozo de fundición y la interacción de fuerzas electromagnéticas entre los arcos. Durante la parte del refinamiento del proceso el arco se comporta bien, pero hay alguna modulación de la longitud del arco por ondas en la superficie del metal fundido. Los espectros de frecuencia tiempo-promedio típicos de los periodos de fusión y refinando se ven en la figura 24.

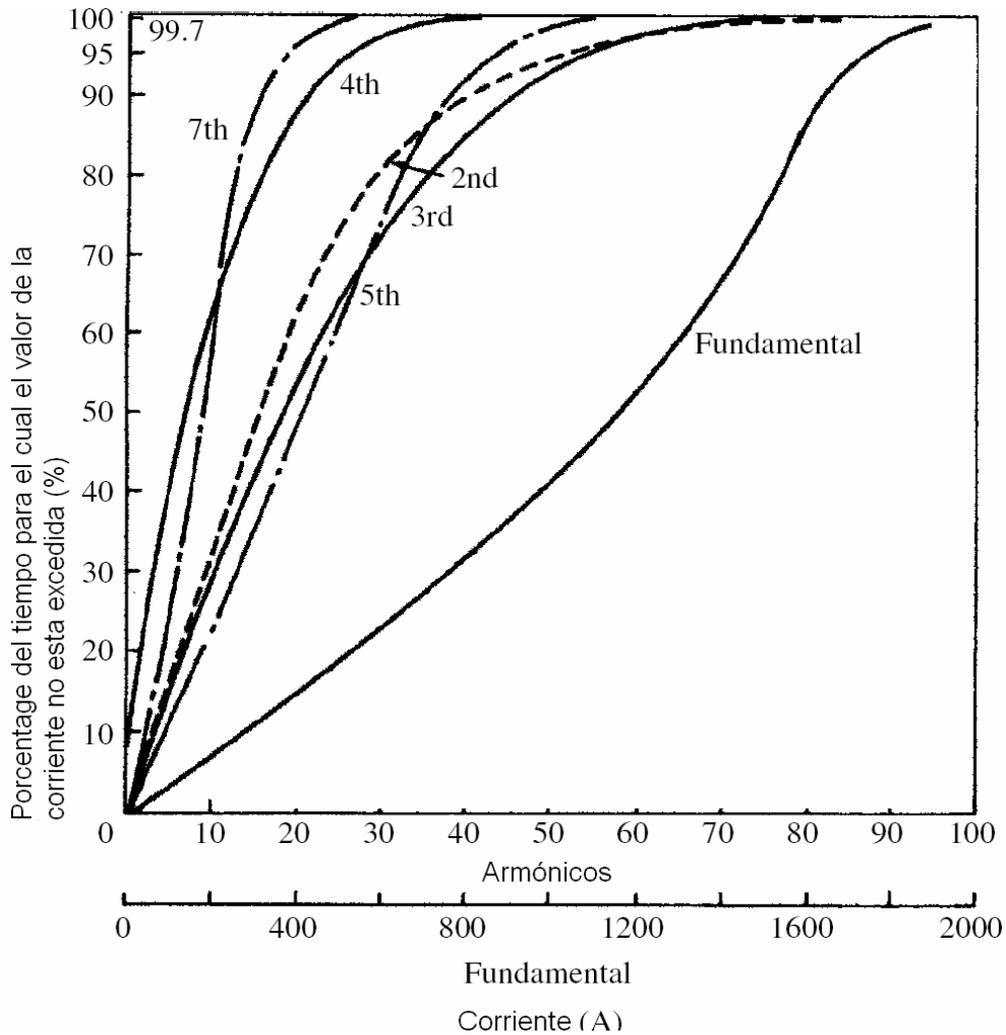
Figura 24. Espectros de frecuencia para (a) fundiendo y (b) refinando los períodos



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 75**

Sin embargo, los niveles de corrientes armónicas varían notablemente con el tiempo, y es bueno desplegarlos en forma de planos probabilísticos, como se ve en la figura 25.

Figura 25. Planos probabilísticos de magnitudes armónicas



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 75**

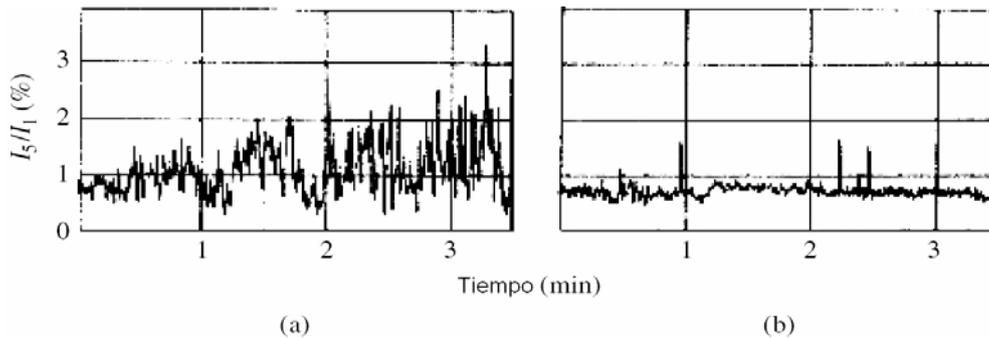
Tres juegos de niveles de corrientes armónicas promediadas obtenidas por diferentes investigaciones también se ven en la tabla 2.2 como porcentajes de la fundamental.

Tabla II Niveles promedio de armónicos de hornos de arco expresada en porcentajes de la fundamental.

| Orden | Nivel | | |
|-------|-------|-------|------|
| | [7] | [5] | [6] |
| 2 | 3.2 | 4.1 | 4.5 |
| 3 | 4.0 | 4.5 | 4.7 |
| 4 | 1.1 | 1.8 | 2.8 |
| 5 | 3.2 | 2.1 | 4.5 |
| 6 | 0.6 | ----- | 1.7 |
| 7 | 1.3 | 1.0 | 1.6 |
| 8 | 0.4 | 1.0 | 1.1 |
| 9 | 0.5 | 0.6 | 1.0 |
| 10 | >0.5 | >0.5 | >1.0 |

Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 76

Figura 26. Quinto armónico como un porcentaje de la fundamental con tiempo [5]: (un) fundiendo; (b) refinando



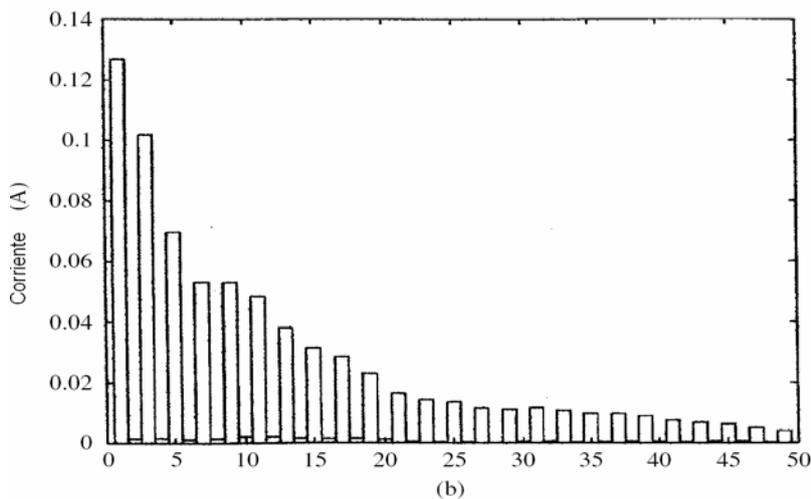
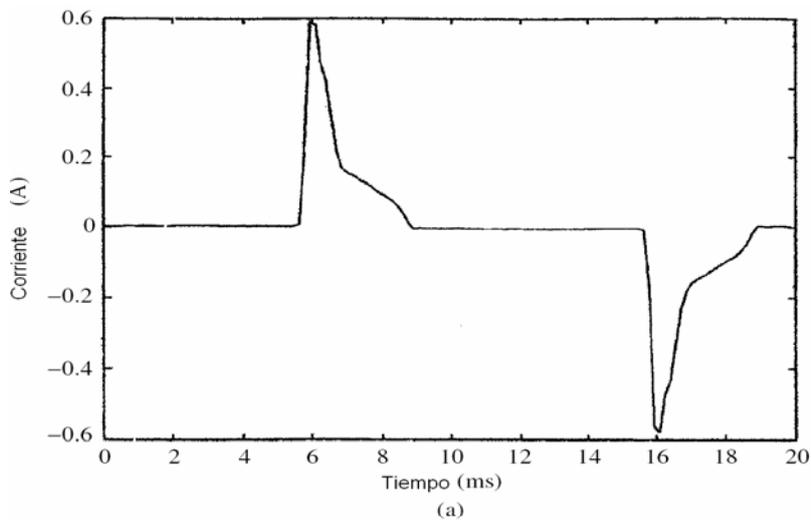
Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**: Pág. 76

Finalmente, la variación en el tiempo de las corrientes armónicas se ejemplifica por los registros que se ven en la figura 26 para el quinto armónico, un punto importante es que la corriente armónico no sólo varía con el tiempo si no también con respecto a la componente fundamental.

2.5.2. Iluminación tipo descarga

La iluminación por descarga luminosa es altamente no lineal y da lugar a considerables corrientes armónicas de orden impar. Este efecto se ve en la figura 27, que muestra las formas de onda de las corrientes y el espectro armónico de una lámpara de alto-eficacia.

Figura 27. Forma de onda de la corriente (a) y espectro (b) de una lámpara de descarga de alto-eficacia

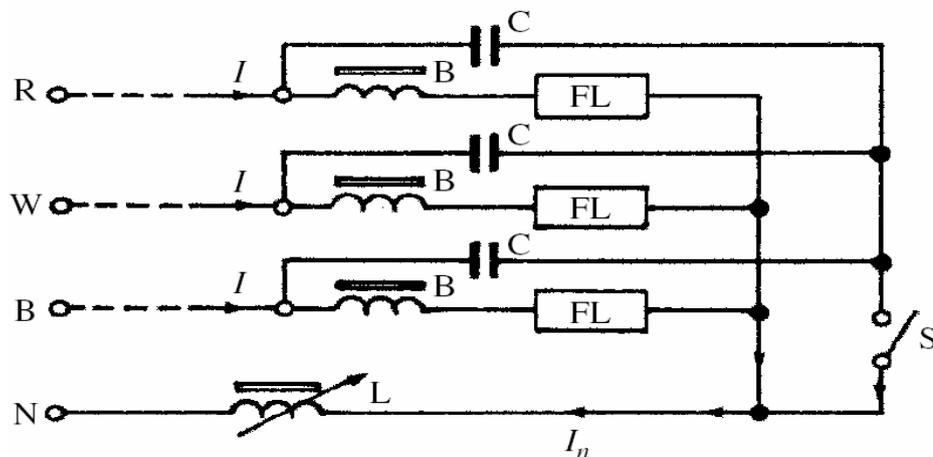


Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 77

Este efecto es particularmente importante en el caso de lámparas fluorescentes, dado la gran concentración de este tipo de iluminación. Se necesitan balastos magnéticos adicionales para limitar la corriente dentro de la capacidad del tubo fluorescente y estabilizar el arco.

En una carga trifásica, cuatro-alambres las armónicas triples son básicamente sumadas en el neutral, la tercera es la más dominante. Con referencia al circuito fluorescente básico de figura 28, un juego de voltaje y corriente en oscilogramas se despliegan en figura 29. Estas formas de onda se muestran con referencia a la fase senoidal del voltaje de suministro.

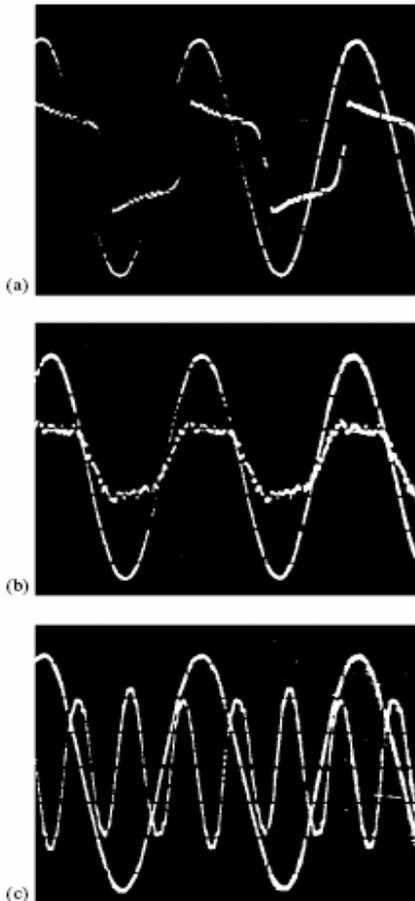
Figura 28. **Circuito de prueba de iluminación fluorescente trifásica; B, balastro; El C, el capacitor de corrección de potencia; L, el inductor variable; S, interruptor para aislar el condensador el punto de la estrella**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 78**

El voltaje a través del tubo (figura 29(a)) es claramente no lineal. La forma de onda en la figura 29(b) muestra la corriente de fase, y la forma de onda en la figura 29(c) la corriente neutra para un banco trifásico de tres lámparas conectadas en estrella. El último casi consiste exclusivamente del terceros armónicos.

Figura 29. (a) El voltaje del Tubo; (b) Corriente de fase con condensador, una lámpara, 240 mA/división,; (c) La corriente del neutral, tres bancos de tres lámparas en la estrella, 240 mA/división

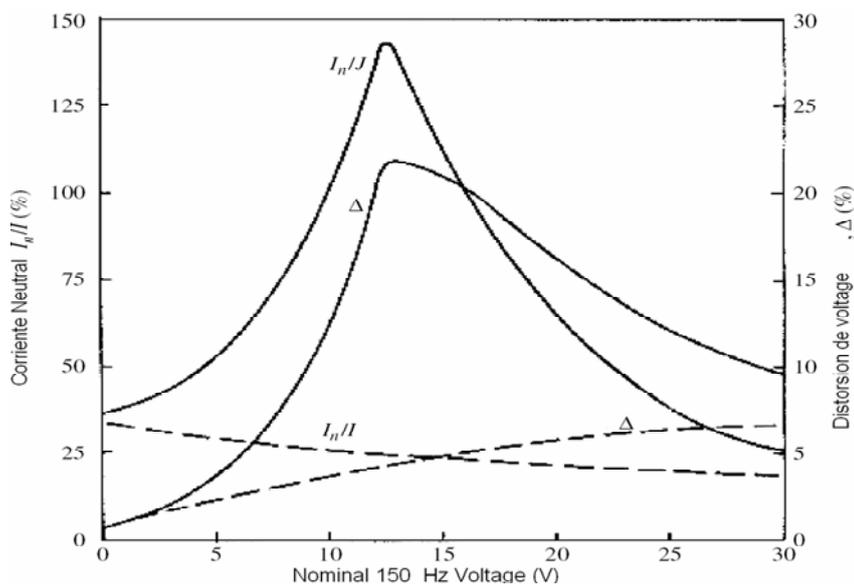


Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 78**

Los circuitos de iluminación involucran a menudo largas distancias y tienen diversidad de cargas pequeñas. Con capacitores individuales de corrección de factor de potencia, el circuito de LC complejo puede acercarse a una condición de resonancia en el tercer armónico. Este efecto se ha ilustrado por resultados de laboratorio en una instalación trifásica balanceada de lámparas fluorescentes.

Los resultados de mayor interés se refieren a los efectos de aumentar la reactancia del neutro y aislar el condensador en el punto de estrella (como se ve en la figura 28).

Figura 30. Características de la lámpara fluorescente prueban el circuito. El voltaje nominal a 150 Hz es el producto calcular de la 150 Hz corriente por fase y el circuito de la impedancia de secuencia, Interruptor S cerrado (el punto de la estrella de conexión para el neutral); (- - -), interruptor S abren (punto de la estrella que flota)



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 79**

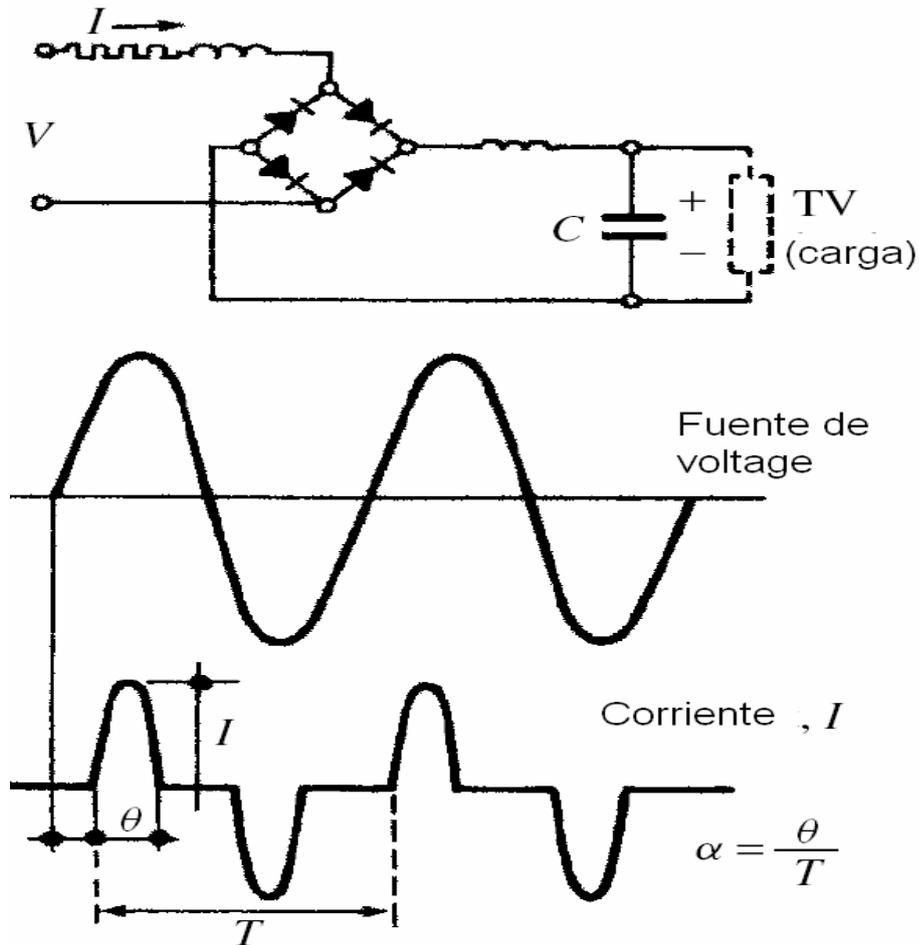
En el gráfico de la figura 30 la abscisa es usada la tercera armónica del voltaje nominal, es decir el producto de la corriente de la tercera armónica de la lámpara por fase y el circuito correspondiente de tercera armónica de impedancia de secuencia cero puede verse que con el capacitor conectado en el punto de estrella conectado al neutral, la corriente del tercer armónico del neutro puede exceder con facilidad el valor nominal calculado por el método convencional basado en tres veces la corriente de la lámpara nominal, con el punto de la estrella desconectado la corriente del neutro es menor que su valor nominal.

2.6. Rectificadores monofasicos

2.6.1. Alimentación con potencia D.C.

Muchos aparatos comerciales y domésticos requieren la corriente directa para su funcionamiento. El puente rectificador monofásico (Figura 31) se ha vuelto una fuente popular de potencia.

Figura 31. Puente rectificador de diodos de una fase con capacitor d.c.



Fuente: Jos Arrillaga. Power harmonics system. Pág. 80

Para estos aparatos debido a su costo reducido y la sensibilidad relativamente baja para proporcionar las variaciones de voltaje bajo las condiciones de operación normal.

El circuito de figura 31 produce un pulso de corriente muy estrecho a todos los medio-ciclos de la frecuencia del suministro, porque el d.c. el condensador sólo se recarga cuando el suministro el voltaje excede el nivel d.c. (es decir cerca de la cresta de la onda de de voltaje senoidal).

La serie de Fourier de la corriente de Figura 31 tiene la expresión:

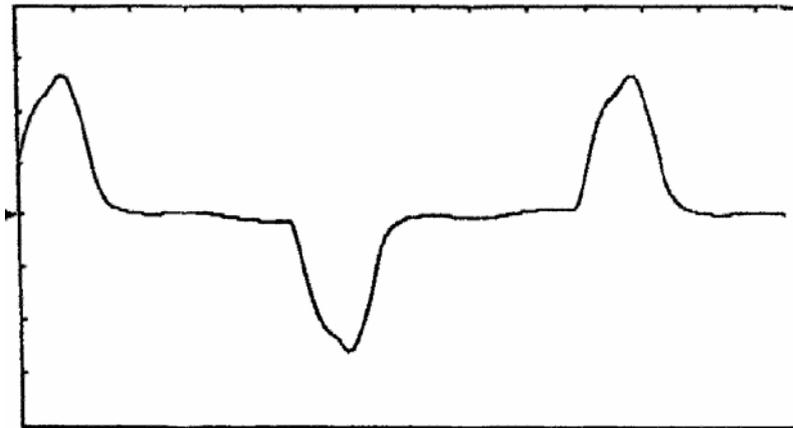
$$I_n = \frac{8\alpha I}{\pi} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{\cos n\alpha\pi}{1-n^2\alpha^2\pi^2} \cos n\omega t \quad (2.21)$$

dónde I es el valor pico del impulso $\alpha = \theta/T$ su duración .

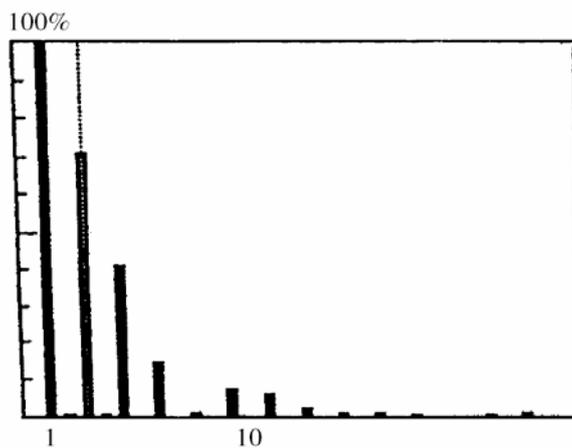
Las corrientes armónicas calculadas por la ecuación (31) asume que el voltaje del suministro es sin distorsión (*undistorted*). En la práctica, sin embargo, la acumulación de pulsos de corrientes, situados al centro de la forma de onda , achatando la forma seno del voltaje en la cresta (o pico); el la señal achatada en la cresta tiene el efecto de ensanchar los pulsos de corriente usados para los capacitores de carga, así, se reduce las armónicas inyectadas. Los ejemplos típicos de aplicaciones de distorsiones monofasicos son Televisores Computadoras personales y hornos micro ondas.

Televisores La figura 32 muestras la forma de la corriente y su espectro armónico (como un porcentaje de la componente fundamental) de un televisor de 23 pulgadas obtenido de un el analizador armónico. Los armónicos principales están en el orden de magnitud el tercero, quinto, séptimo y noveno.

Figura 32. (a) Forma de onda de la corriente y (b) espectro armónico generado por un televisor de 23"



(a)

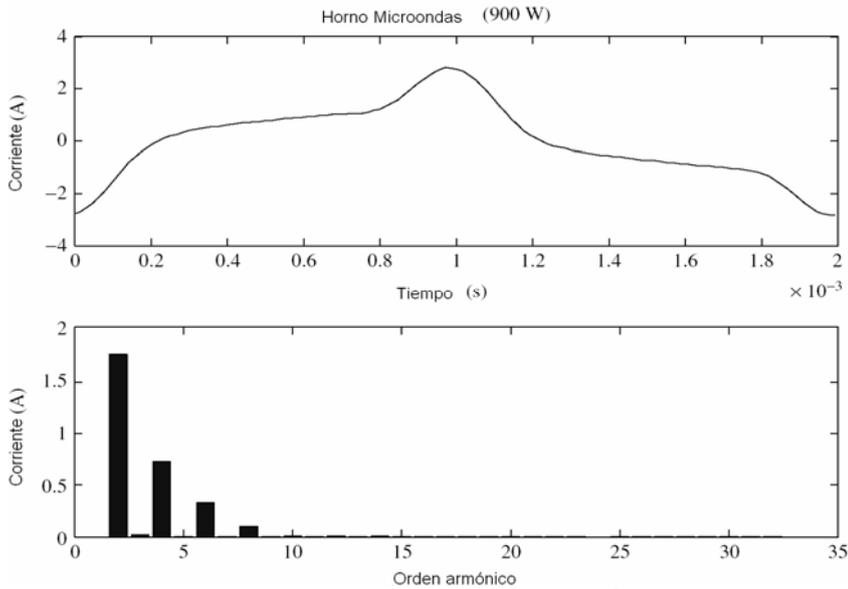


(b)

Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 81

Hornos microondas en la figura 33 se muestran los registros de la forma de la corriente y el espectro correspondiente generado por un micro ondas domestico, que nuevamente consiste principalmente del tercero, quinto y séptimo armónicos.

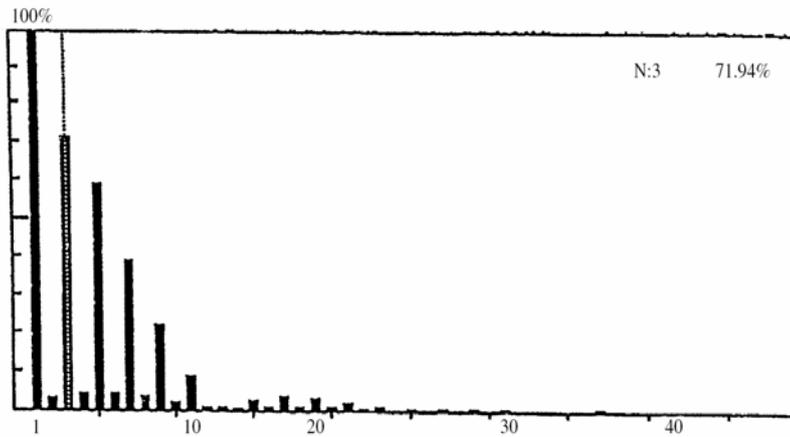
Figura 33. Corrientes armónicas generadas por un horno microondas



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 83**

Computadoras e impresoras la figura 34 muestra el espectro armónico generado por una combinación de una computadora personal y una impresora. De nuevo, el componente principal es el tercero (72%), seguido por el quinto (60%), séptimo (40%) y noveno (22.6%).

Figura 34. Corrientes armónicas generadas por una combinación de PC/impresora



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 82**

Para dimensionar el efecto acumulativo de este tipo de carga, se puede imaginar el caso de un bloque de oficinas que pueden tener hasta 1000 computadoras personales. Si un transformador 1000 kVA, 11 kV/440 V proporciona al edificio a digamos 0.95 factor de potencia, la corriente fundamental valuada será 1248 A. Del espectro de la figura 34, y asumiendo una corriente fundamental de 1 amperio por PC, los componentes principales de la corriente armónica por fase pueden ser aproximadamente:

$$I_3 = (1000/3)(0.72) = 240 \text{ UN} \quad I_5 = (1000/3)(0.6) = 200 \text{ UN}$$

$$I_7 = (1000/3)(0.4) = 133 \text{ UN} \quad I_9 = (1000/3)(0.226) = 75 \text{ UN}$$

La distorsión de la demanda total correspondiente es:

$$TDD(\%) = 100 \frac{\sqrt{(240^2 + 200^2 + 133^2 + 75^2)}}{1248} = 28\%$$

Además, la corriente neutral de el transformador contendrá 720 A (3 × 240) de tercera armónica y 225 A (3 × 75) de noveno armónico, es decir prácticamente el mismo valor como los conductores de fase.

3. ARMÓNICOS GENERADOS POR DISPOSITIVOS DE ELECTRÓNICA DE POTENCIA

3.1. Consideraciones previas:

Se sabe que al utilizar diodos rectificadores en un puente rectificador (como los encontrados en las fuentes de poder de equipo electrónico) se puede obtener un único voltaje fijo, para obtener voltajes de salida controlados, se usan tiristores con control por fase en lugar de diodos, entonces se puede variar el voltaje de salida de los tiristores controlando el ángulo de retardo o de disparo de los tiristores, un tiristor controlado por la fase, se activa aplicando un pulso corto a su compuerta y se desactiva por conmutación natural o de línea.

Estos rectificadores controlados por fase son sencillos y más baratos, con eficiencias superiores al 95%. Como convierten de c.a. a c.d. A estos se conocen como **rectificadores** controlados o también como convertidores de c.a. a c.d. Y se usan en la industria en especial en controladores de velocidad variables (*drivers* o arrancadores), desde bajos niveles de potencia hasta niveles de megawatts. Los convertidores se conectan en serie cuando se requiere que operen a mayores voltajes y para mejorar el factor de potencia en la entrada.

Para analizar las ventajas de los convertidores controlados por fase con cargas RL (como suele suceder) puede aplicarse el método de series de Fourier, explicado en el capítulo 1 en forma parecida a los diodos. Sin embargo, para simplificar el análisis se puede suponer que la inductancia (del circuito RL) es suficientemente alta como para que la corriente en la carga sea continua y no tenga rizo en el caso ideal.

El aumento en el uso de estos dispositivos de Electrónica de Potencia en la industria en general, incrementa a su vez el contenido armónico de las redes eléctricas. Este capítulo es pues la parte medular de el trabajo de graduación. Y se inicia con algunas definiciones:

Convertidores: dispositivos eléctricos fundamentados en elementos de electrónica de potencia con los cuales se obtienen diferentes voltajes o corrientes a frecuencias y amplitudes distintas, utilizados para convertir potencia de c.a. a c.d. y de c.d. a c.a.

Rectificadores: son los convertidores de c.a. a c.d.

Inversores: son los convertidores de c.d. a c.a. su función es cambiar un voltaje de entrada de c.d. a un voltaje simétrico de salida de c.a., con la magnitud o frecuencia deseadas, un voltaje variable de salida se puede obtener haciendo variar el voltaje de entrada de c.d., manteniendo constante la ganancia del inversor.

3.2. Parámetros de rendimiento del rectificador

Un rectificador es un dispositivo capaz de procesar potencia y que produce un voltaje de salida de c.d. con un contenido idealmente mínimo de armónicos. Al mismo tiempo debe mantener la corriente de entrada tan senoidal como sea posible, y en fase con el voltaje de entrada, logrando de esa forma mantener el factor de potencia muy cerca de la unidad.

Para establecer la calidad de el traslado de potencia de un rectificador se requiere la determinación del contenido de armónicas de la corriente de entrada, el voltaje de salida y la corriente de salida se pueden usar desarrollos en series de Fourier para determinar el contenido de armónicas de voltajes y corrientes.

Para los distintos circuitos rectificadores, su rendimiento se evalúa, para el caso normal, en función de los siguientes parámetros.

- Valor promedio del voltaje de salida (o de carga), V_{cd} .
- Valor promedio de la corriente de salida (o de carga), I_{cd} .
- Potencia de salida en c.d.,

$$P_{cd} = V_{cd} I_{cd} \quad (3.1)$$

- El valor de la raíz cuadrada media (r.m.s) del voltaje de salida, V_{rms} .
- El valor rms de la corriente de salida, I_{rms} .
- **La potencia de salida en ca**

$$P_{ca} = V_{rms} I_{rms} \quad (3.2)$$

- La eficiencia (o razón de rectificación) de un rectificador, que es una función importante debido a que permite comparar la eficacia, y se define así.

$$\eta = P_{cd} / P_{ca} \quad (3.3)$$

- Se puede decir que el voltaje de salida esta formado por 1) el valor c.d. y 2) el componente de c.a. o rizo.

El valor efectivo (r.m.s) del componente de c.a. en el voltaje de salida es

$$V_{ca} = \sqrt{V_{rms}^2 - V_{cd}^2} \quad (3.4)$$

- El factor de forma que es una medida de la forma del voltaje de salida, es

$$FF = \frac{V_{rms}}{V_{cd}} \quad (3.5)$$

- El factor de rizo que es una medida del contenido alterno residual, es

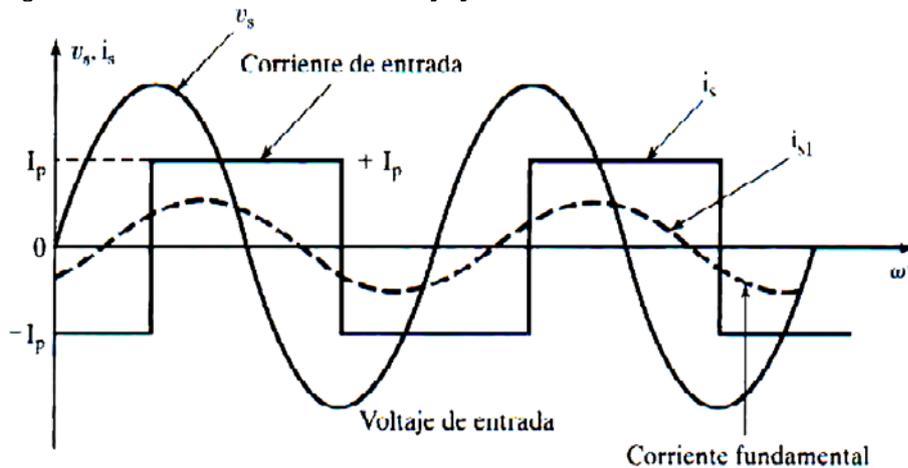
$$RF = \frac{V_{ca}}{V_{cd}} \quad (3.6)$$

- El factor de utilización de transformador (TUF, de *Transformer utilization factor*) se define como

$$TUF = \frac{P_{cd}}{V_s I_s} \quad (3.7)$$

En donde V_s e I_s son el voltaje r.m.s y la corriente r.m.s del secundario del transformador, respectivamente. En la figura 35 se da la forma de onda de la corriente y el voltaje a la entrada de un rectificador, donde V_s es el voltaje senoidal de la entrada, I_s es la corriente instantánea de entrada e i_{s1} es su componente fundamental

Figura 35. Forma de onda del voltaje y corriente de entrada.



Fuente: **Muhammad H. Rashid. Electrónica de Potencia. Pág. 70**

Si ϕ el ángulo entre los componentes fundamentales de la corriente y el voltaje de entrada, a ϕ se le llama ángulo de desplazamiento. El factor de desplazamiento (DF de *displacement factor*) se define como

$$DF = \cos \phi \quad (3.9)$$

El Factor armónico (HF de factor armónico) que es una medida de la distorsión de una forma de onda, y también se llama distorsión armónica total (THD, de *total harmonic distortion*) de la corriente de entrada se define como:

$$HF = \left(\frac{I_S^2 - I_{S1}^2}{I_{S1}^2} \right)^{1/2} = \left[\left(\frac{I_S}{I_{S1}} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad (3.10)$$

Donde I_{S1} es la componente fundamental de la corriente de entrada I_S . Tanto I_{S1} como I_S se expresan aquí en valor r.m.s. El factor de potencia (PF) se define como

$$PF = \frac{V_S I_{S1} \cos \phi}{V_S I_S} = \frac{I_{S1} \cos \phi}{I_S} \quad (3.11)$$

El factor de cresta (CF, de *crest factor*), que es una medida de la corriente pico de entrada $I_{S(pico)}$ en comparación con I_S , su valor r.m.s, interesa con frecuencia para especificar las capacidades de corriente pico de los dispositivos y los componentes. El CF de la corriente de entrada se define por

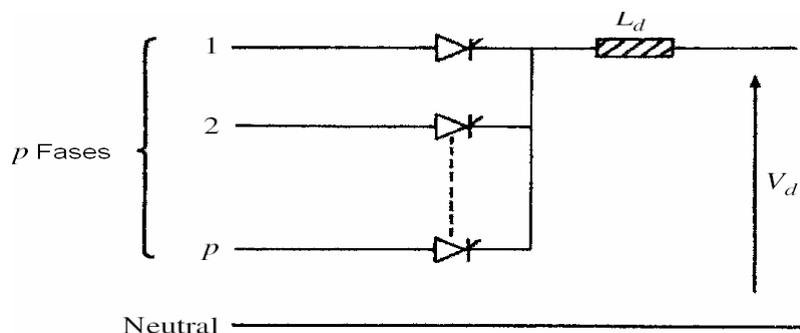
$$CF = \frac{I_{S(pico)}}{I_S} \quad (3.12)$$

3.3. Modelo generalizado de análisis armónico para convertidores fuente corriente (CSI)

Es muy difícil poder tomar un modelo ideal de conversor que genere suficiente información para poder determinar sus parámetros, sin embargo la intención en este trabajo de graduación es un análisis armónico, y para las personas interesadas en los parámetros de desempeño se recomienda consultar en específico la bibliografía 2 contenida en los anexos. Un convertidor con fuente de corriente se caracteriza por su alta inductancia en el lado d.c. de su configuración respecto al lado de a.c. del sistema. Esto se logra por medio de una serie de reactores atenuadores en el lado de d.c. Como el sistema a.c. es predominantemente inductivo, alguna capacitancia en paralelo, (normalmente en forma de filtros sintonizados) debe conectarse al lado a.c. del conversor.

De tal forma que, la corriente d.c. es bastante constante y el convertidor actúa como una fuente de voltaje armónico en el lado d.c. y de corriente armónica en el lado a.c. Los interruptores (que pueden ser diodos, tiristores transistores de potencia, etc.) deben bloquear voltajes de ambas polaridades, pero son sólo requeridos para conducir corriente en una dirección. En la mayoría de los casos, los convertidores grandes son del tipo fuente corriente por la disponibilidad de tiristores de alta eficiencias.

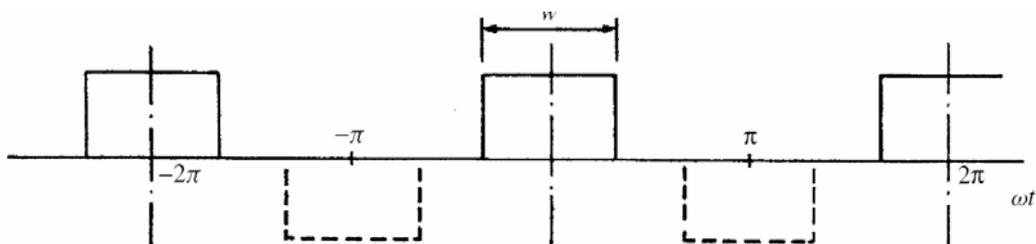
Figura 36. **convertor de p-fases de un sentido**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.86**

El convertor que se muestra en la figura 36 se puede asumir como ideal y de p fases, su impedancia es cero en el sistema a.c. e infinita inductancia atenuadora (*smoothing inductance*). Bajo estas condiciones las corrientes de fase se componen de pulsos rectangulares periódicos positivos de ancho $w = 2\pi/p$, repitiendo la frecuencia de suministro.

Figura 37. **Tren de pulsos negativos y positivos**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 86**

Para realizar el análisis de la forma de onda de la figura 37, se tomara el origen en el centro de el pulso, de esa forma se tendrá una función 'par' de $F(\omega t)$ (es decir $f(x) = f(-x)$) y la serie de Fourier tiene sólo términos coseno. Los coeficientes de Fourier pertinentes, suponiendo que cada pulso tendrá una altura de 1, son

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} d(\omega t) = \frac{w}{2\pi} = \frac{1}{p} \quad (\text{Note que } w \neq \omega) \quad (3.13)$$

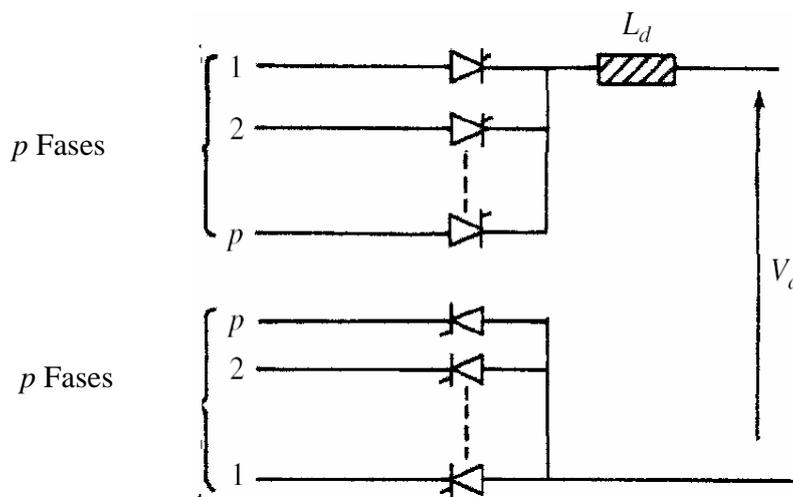
$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \cos(n\omega t) d(\omega t) = \frac{2}{n\pi} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{p}\right) \quad (3.14)$$

La serie de Fourier correspondiente para los pulsos de corriente positivos es

$$Fp = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\omega}{4} + \text{sen}\left(\frac{\omega}{2}\right) \cos(\omega t) + \frac{1}{2} \text{sen}\left(\frac{2\omega}{2}\right) \cos(2\omega t) + \frac{1}{3} \text{sen}\left(\frac{3\omega}{2}\right) \cos(3\omega t) + \frac{1}{4} \text{sen}\left(\frac{4\omega}{2}\right) \cos(4\omega t) + \dots \right) \quad (3.15)$$

Como se trata de un convertidor ideal de p fases (bidireccional) puede producir pulsos de corriente positivos y negativos como se muestra en la figura 38

Figura 38. Convertidor p-fase bidireccional



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.87**

Aplicando Las ecuaciones (3.13) y (3.14) al grupo negativo da La siguiente serie de Fourier

$$F_n = \frac{2}{\pi} \left(-\frac{\omega}{4} + \text{sen}\left(\frac{\omega}{2}\right) \cos(\omega t) - \frac{1}{2} \text{sen}\left(\frac{2\omega}{2}\right) \cos(2\omega t) + \frac{1}{3} \text{sen}\left(\frac{3\omega}{2}\right) \cos(3\omega t) - \frac{1}{4} \text{sen}\left(\frac{4\omega}{2}\right) \cos(4\omega t) + \dots \right) \quad (3.16)$$

Como la corriente de fase en esta configuración (bidireccional) estará compuesta tanto de pulsos negativos como positivos alternados entonces $F(\omega t + \pi) = -F(\omega t)$. Su serie de Fourier se obtiene combinando las ecuaciones (3.15) y (3.16)

$$F = F_p + F_n = \frac{4}{\pi} \left(\text{sen}\left(\frac{w}{2}\right) \cos(\omega t) + \frac{1}{3} \text{sen}\left(\frac{3w}{2}\right) \cos(3\omega t) + \frac{1}{5} \text{sen}\left(\frac{5w}{2}\right) \cos(5\omega t) + \dots \right) \quad (3.17)$$

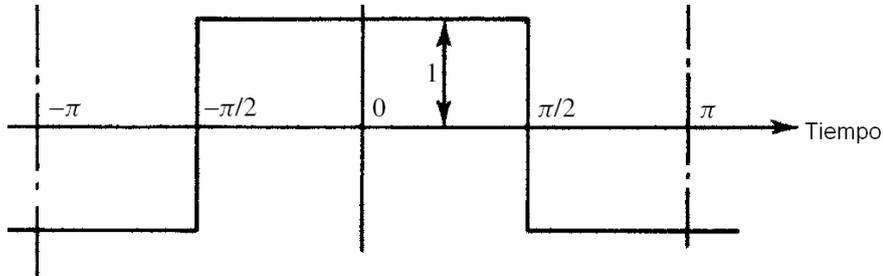
Como era de esperarse y en base a su simetría par que se analizo en el capítulo 1 los armónicos de orden par se han eliminado.

Ejemplo si se sustituye a $w = \pi$ que equivale a un ancho de pulso $= \pi$ como se ve en la figura 3.5 (a), en la ecuación (3.17) la ecuación para la forma de onda en el dominio de frecuencia, nos daría:

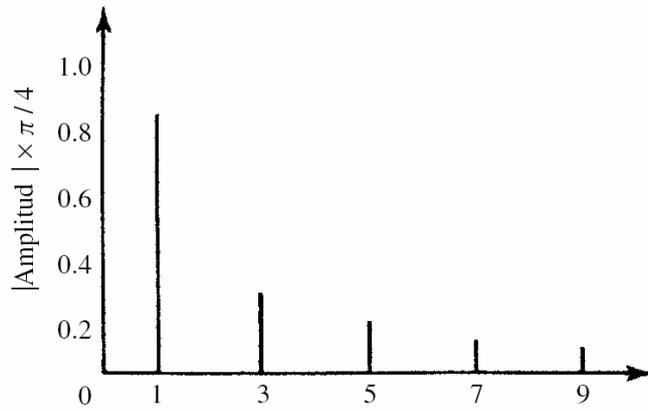
$$F(t) = \frac{4}{\pi} \left(\cos(\omega t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega t) + \frac{1}{5} \cos(5\omega t) - \frac{1}{7} \cos(7\omega t) + \dots \right) \quad (3.18)$$

Los armónicos de orden $n = 1, 5, 9$, etc. son de secuencia positiva y aquéllos de orden $n = 3, 7, 11$, etc. son de secuencia negativa. La figura a 39 (b) representa la grafica en el dominio de frecuencia de las amplitudes de los armónicos de la onda cuadrada descrita.

Figura 39. (a) La representación del dominio del tiempo y (b) la representación del dominio de la frecuencia de una onda cuadrada



(a)



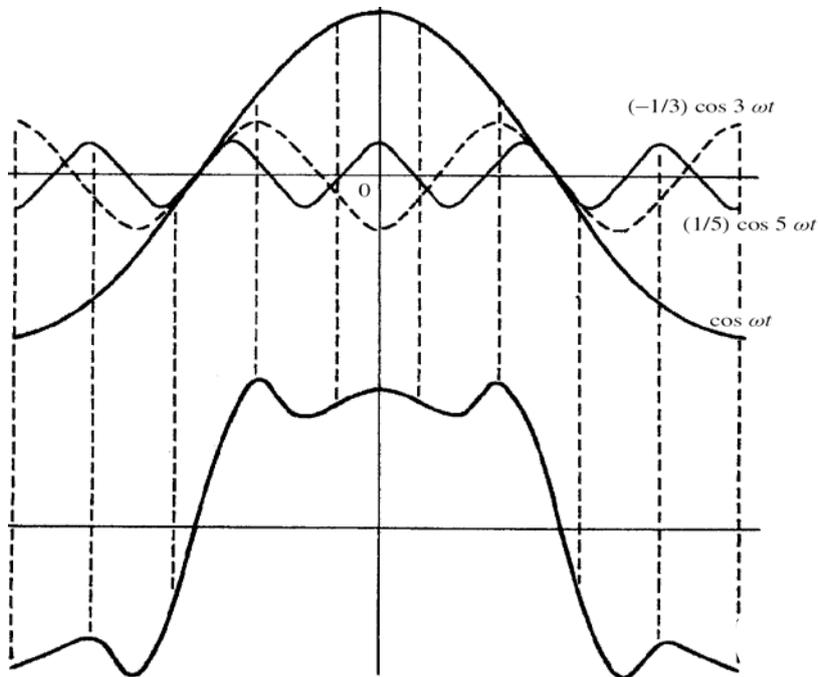
(b)

Fuente: Van Valkenburg. **Análisis de Redes. Pág. 517**

Teóricamente si se representara la serie de Fourier (es decir representar cada armónico individual en una misma grafica) en función del tiempo, de la ecuación (3.18) tendríamos nuevamente la forma de onda cuadrada considerada en este ejemplo, como se representa en la figura 40 en la cual se muestra este proceso.

En este caso solo se representa la fundamental, terceras y quintas armónicas y por lo tanto la forma de onda compleja obtenida de la suma de estas, como lo establece las series de Fourier, no es por consiguiente completa, sin duda alguna se vera que de seguir este proceso de sumas se obtendría la forma de onda original solo que expresada en una función de cósenos.

Figura 40. Síntesis de la forma de onda de una onda cuadrada



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.89**

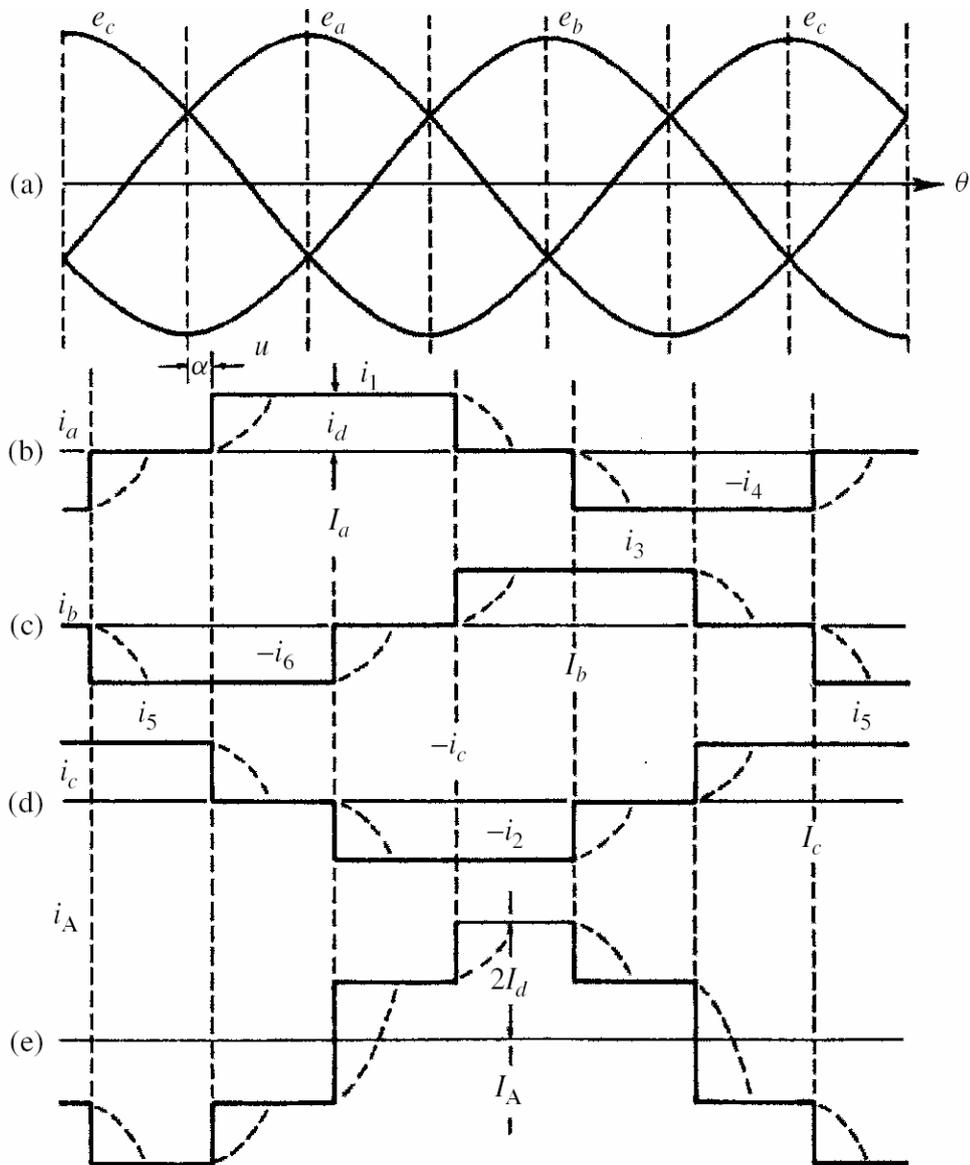
3.3.1. Configuración básica de convertidores trifásicos (seis pulsos)

Ahora se analizara un convertidor trifásico de seis pulsos de la forma ya descrita. Los rectificadores (convertidores) de seis-pulsos se obtiene de las configuración bidireccional trifásica. Sustituyendo $w = 2\pi/3$ ya que p es 3, en la ecuación (3.17) e insertando la corriente d.c. I_d , la representación de la corriente a.c. de la fase queda así:

$$i(a) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \left(\cos(\omega t) - \frac{1}{5} \cos(5\omega t) + \frac{1}{7} \cos(7\omega t) - \frac{1}{11} \cos(11\omega t) + \dots \right) \quad (3.19)$$

Las corrientes de la tres fases se muestran en la figura 41 (b), (c) y (d), respectivamente.

Figura 41. Forma de onda del convertidor puente de seis-pulsos: (a) voltajes fase a neutros; (b)-(d) corrientes de fase en el lado del convertidor; (e) la corriente de fase en el del sistema con el transformador en delta-estrella



Fuente: Jos Arrillaga. Power system harmonics Pág.90

Ahora de este método se pueden sacar las siguientes conclusiones de la ecuación (3.19):

- (1) La ausencia de armónicos triples.
- (2) La presencia de armónicos de órdenes $6k \pm 1$ para valores enteros de k .
- (3) Esos armónicos de órdenes $6k + 1$ son de secuencia positiva y aqueos armónicos de órdenes $6k-1$ son de sucesión negativa.
- (4) Las corrientes de la tres-fase de la frecuencia fundamental son

$$\begin{aligned} A(1\angle 0) \\ B(1\angle -120) \\ C(1\angle 120) \end{aligned}$$

Es decir de secuencia positiva de rotación. (lo que supone que la forma de onda de la fuente tiene secuencia abc es decir positiva). Las corrientes trifásicas del tercer componente armónico (si existen) serían:

$$\begin{aligned} A(1/3\angle 0) \\ B(1/3\angle -120 \times 3) = (1/3\angle 0) \\ C(1/3\angle 120 \times 3) = (1/3\angle 0) \end{aligned}$$

es decir de rotación de secuencia cero (aunque podemos ver que si estas corrientes estuvieran conectadas en estrella la suma algebraica es cero, siempre que el sistema este balanceado).

Las corrientes de las tres fases del quinto componente armónico son:

$$\begin{aligned} A(1/5\angle 0) \\ B(1/5\angle -120 \times 5) = (1/5\angle 120) \\ C(1/5\angle 120 \times 5) = (1/5\angle -120) \end{aligned}$$

es decir de secuencia negativa de rotación.

- (5) la magnitud r.m.s. de la frecuencia fundamental es

$$I_1 = (1/\sqrt{2})(2\sqrt{3}/\pi)I_D = (\sqrt{6}/\pi)I_d \quad (3.20)$$

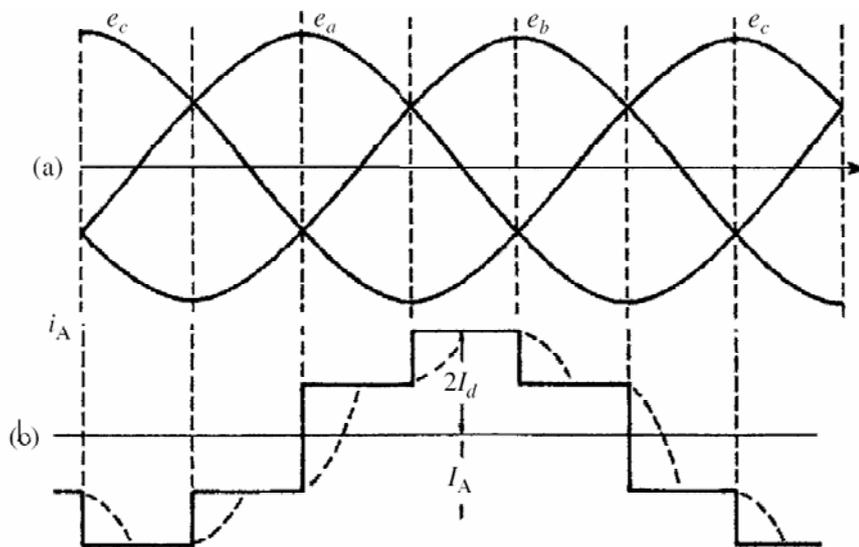
- (6) Que es un valor que se podrá comparar con resultados de ejemplos posteriores de la fundamental de la corriente en el convertidor trifásico
- (7) La magnitud r.m.s. de la frecuencia de la n ésima armónica es

$$I_n = I_n/n \quad (3.21)$$

3.3.2. Efecto de conexión del transformador

Cuando se conecta en delta el primario o secundario de un transformador, la forma de onda de la corriente en el lado a.c. se muestra en la figura 42. La serie de Fourier de la forma de onda mostrada en la figura 42(b) se puede obtener de la ecuación "general" (3.17) por superposición de resultados de dos pulsos de componente de ancho π y $\pi/3$, respectivamente.

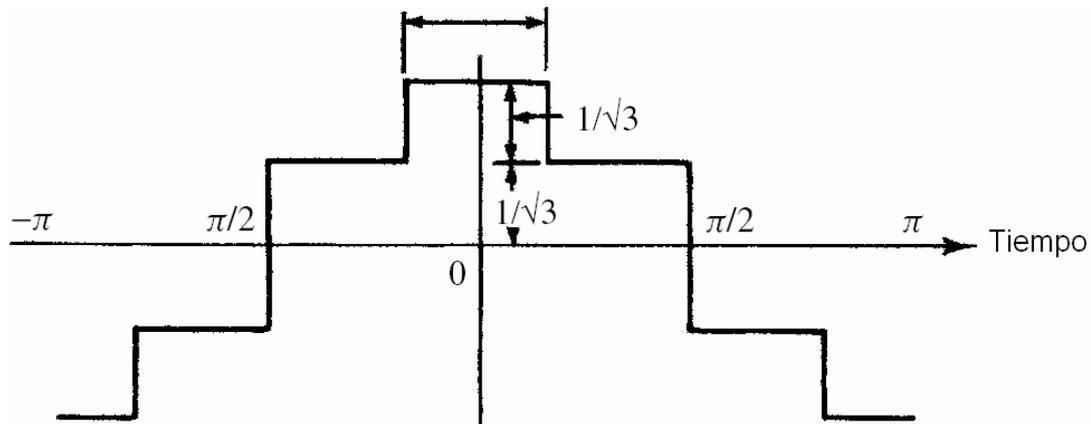
Figura 42. Corriente de fase en el sistema con transformador delta estrella



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 90**

Para mantener el mismo voltaje en el primario y secundario en cuanto a la conexión estrella-estrella, un factor de $\sqrt{3}$ se introduce en la relación del transformador, y la forma de onda de la corriente se muestra en la figura 43

Figura 43. Representación del dominio del tiempo de una forma de onda de seis-pulsos con transformador en delta-estrella



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 91**

La serie de Fourier resultante para la corriente en la fase a del lado primario es

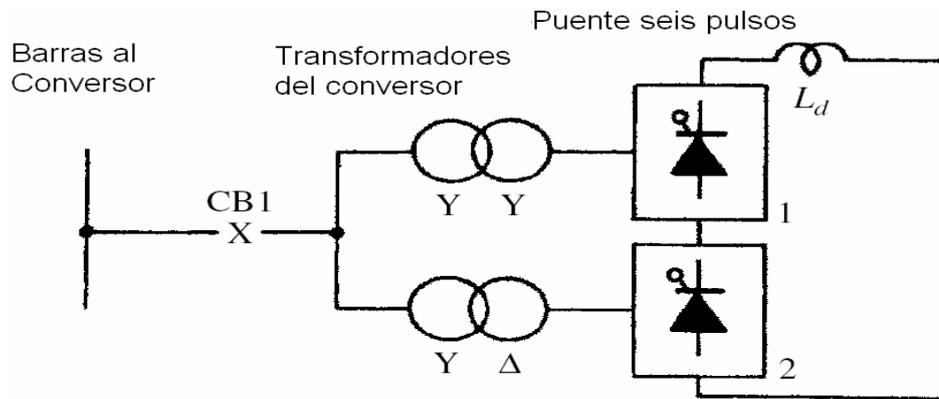
$$i(a) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d \left(\cos(\omega t) + \frac{1}{5} \cos(5\omega t) - \frac{1}{7} \cos(7\omega t) - \frac{1}{11} \cos(11\omega t) + \frac{1}{13} \cos(13\omega t) + \frac{1}{17} \cos(17\omega t) \dots \right) \quad (3.22)$$

Esta serie sólo difiere de la conexión estrella-estrella por el signo de armónicos de orden $6k \pm 1$ para los valores impares de k, es decir los 5, 7, 17, 19, etc.,

3.3.3. Armónicos relacionados con convertidores de doce pulsos

Las configuraciones de doce pulsos consisten en dos grupos de los seis pulsos alimentados de dos juegos de transformadores trifásicos en paralelo, con sus voltajes fundamentales iguales y desfasados 30° ; una configuración de un convertidor de 12-pulsos común se muestra en figura 41.

Figura 44. Configuración de conversor de Doce-pulsos



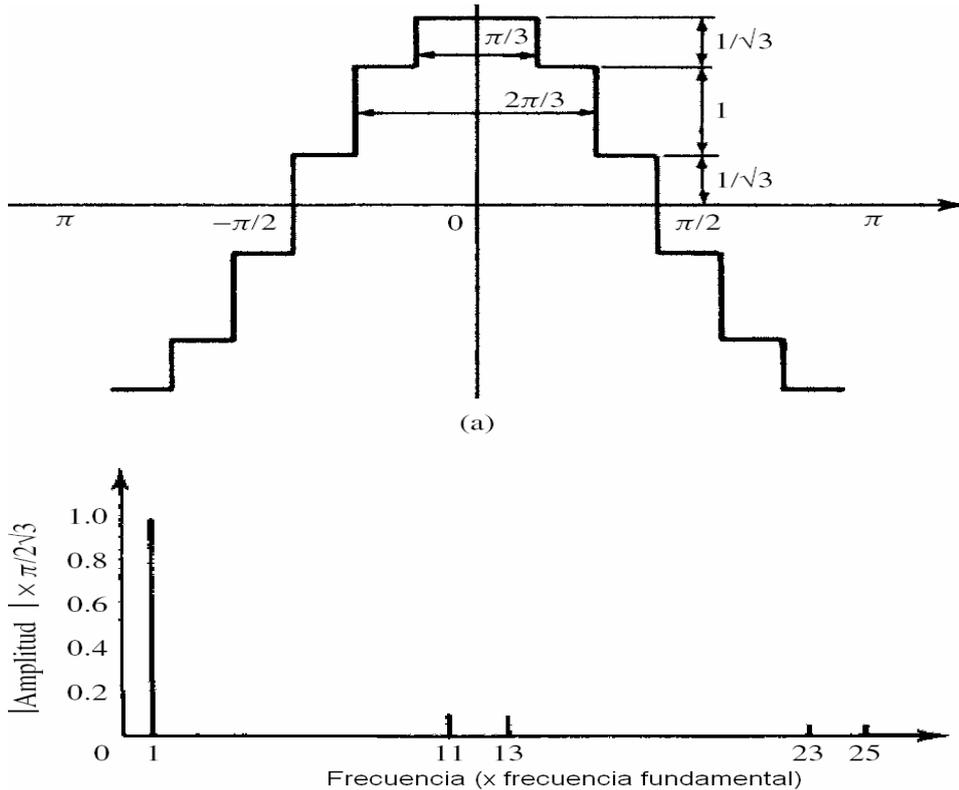
Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.92**

Para que un conversor de 12-pulsos funcione los dos grupos de seis-pulsos deben operar con el mismo ángulo de control y por consiguiente las corrientes de frecuencia fundamentales en el lado a.c. de los dos transformadores están en fase entre si. La corriente a.c. entonces se puede obtener de la suma de las series de Fourier de cada transformador, las corrientes del transformador estrella-estrella se obtienen de la ecuación (3.19) y las de la delta-estrella de la ecuación (3.22), entonces el resultado es.

$$i(a)_{12} = 2 \left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi} \right) I_d \left(\cos(\omega t) - \frac{1}{11} \cos(11\omega t) + \frac{1}{13} \cos(13\omega t) - \frac{1}{23} \cos(23\omega t) + \frac{1}{25} \cos(25\omega t) \dots \right) \quad (3.23)$$

La presente serie esta compuesta por armónicos de orden $12k \pm 1$. Las corrientes armónicas de órdenes $6k \pm 1$ (con k impar), es decir $k = 5, 7, 17$, que 19, etc., circulan entre los dos, transformadores del conversor pero no entran a la red a.c. La representación del dominio del tiempo de la forma de onda del conversor 12-pulsos se da en la figura 45(a) y la representación del dominio de la frecuencia que le corresponde en la figura 45 (b).

Figura 45. (a) La representación del dominio del tiempo de la corriente de fase de el convertidor de 12-pulsos; (b) Representación del dominio de la frecuencia del funcionamiento del convertidor 12-pulsos



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics**. Pág. 93

3.3.4. Configuraciones de pulso superior

El uso de dos transformadores con 30° de desfase se usaron para mostrar el funcionamiento de un conversor de 12-pulsos en el caso anterior. Para lograr configuraciones de más pulsos se debe agregar adecuadamente transformadores desfasados en paralelo y así obtener la configuración deseada. Es importante mencionar que dependiendo de la aplicación es necesaria mayor o menor cantidad de pulsos, y se han de tomar más consideraciones desde luego sin embargo.

Lo mencionado forma las bases de las configuraciones, así por ejemplo si desea conocer el funcionamiento del convertidor de 24-pulsos, este se logra por medio de cuatro transformadores con 15° de desfase y el para el funcionamiento de un conversor de 48-pulso este requerirá ocho transformadores con 7.5° de desfase. Aunque teóricamente posible, los conversores superiores a 48 son raramente justificados.

De manera igual al caso de la conexión del 12-pulsos, los desfases alternados en configuraciones de pulso superiores, requieren el uso de factores apropiados en las relaciones de los transformadores en paralelo, para lograr los voltajes de frecuencia fundamentales comunes en su primarios y secundarios.

En resumen “Las corrientes armónicas teóricas son relacionadas por el número de pulsos (p) por la expresión general $pk \pm 1$ y sus magnitudes disminuyen en proporción inversa al orden armónico. Es común desprestigiar armónicos que estén sobre el orden 49 ya que su amplitud es muy pequeña”

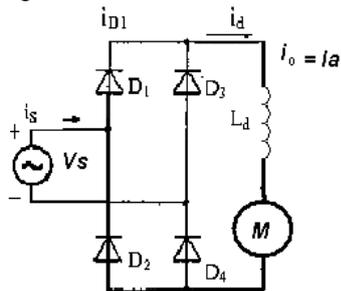
3.3.5. El rectificador puente monofásico

Luego de realizar un enfoque genérico del tema, ahora esos conceptos y parámetros se usaran en ejemplos reales, para obtener un mayor dimensión y conocimiento de dichos análisis.

Ejemplo: Se puede considerar un motor como una carga inductivamente alta, como el motor c.d. de la figura 46 en la que es alimentado por un rectificador monofásico conexión puente, La carga hace que el motor tome corriente de armadura, libre de rizo, de I_a , como se ve en la figura 46.

Para determinar factor armónico de la corriente de entrada y el factor de potencia en la entrada del rectificador. Se considera que, un motor de c.d. es altamente inductivo, y actúa como un filtro, que atenúa la corriente.

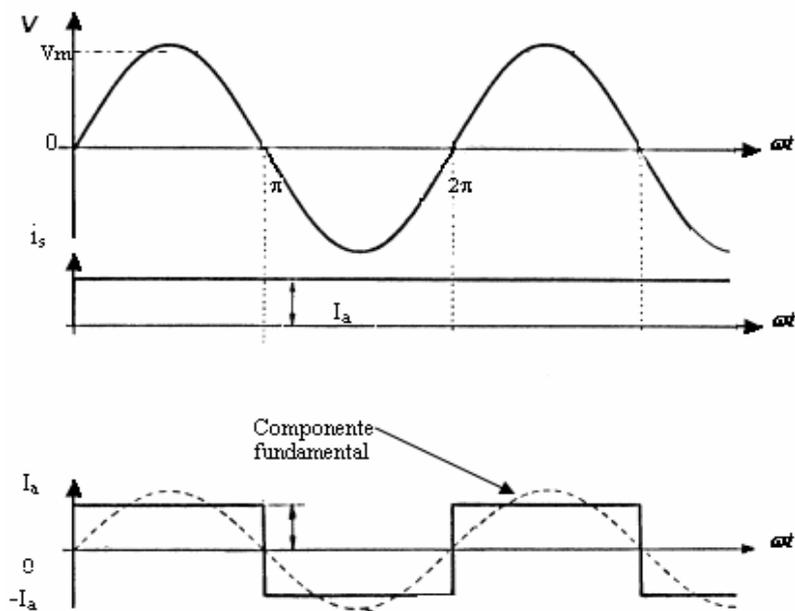
Figura 46. **Puente rectificador monofásico**



Fuente: Muhammad H.Rashid. **Electrónica de Potencia. Pág. 435**

Las formas de onda de la corriente y el voltaje de entrada del rectificador se ven en la figura 47.

Figura 47. **Formas de onda del rectificador puente monofásico con corriente de carga perfectamente.**



Fuente: Muhammad H.Rashid. **Electrónica de Potencia. Pág. 435**

La serie de Fourier de la forma de onda de la anterior figura es

$$i_s(t) = i_{cd} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)]$$

$$I_{cd} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_s(t) d(\omega t) = a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_a d(\omega t) = 0$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(t) \cos(n\omega t) d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} I_a \cos(n\omega t) d(\omega t) = 0$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(t) \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) = b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} I_a \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) = \frac{4I_a}{n\pi}$$

Ahora se sustituye a_n y b_n , en la ecuación para la corriente de entrada y queda

$$i_s(t) = \frac{4I_a}{\pi} \left(\frac{\text{sen}\omega t}{1} + \frac{\text{sen } 3\omega t}{3} + \frac{\text{sen } 5\omega t}{5} + \dots \right) \quad (3.24)$$

La componente fundamental de la corriente r.m.s. de entrada es

$$i_{s1} = \frac{4I_a}{\pi\sqrt{2}} = 0.90I_a$$

El valor r.m.s. de la corriente de entrada es

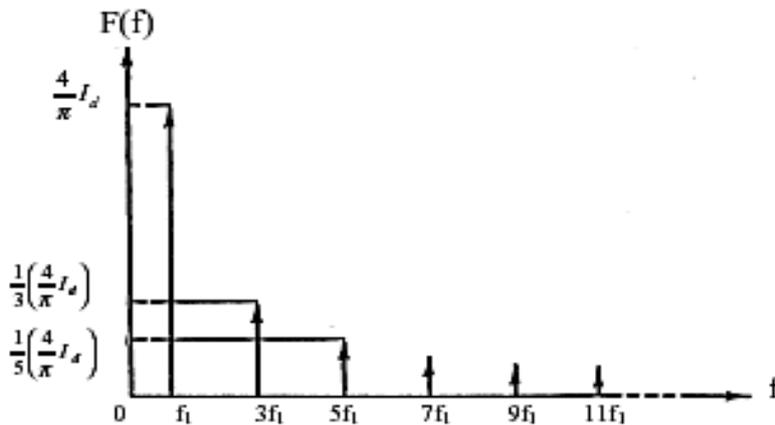
$$i_s = \frac{4I_a}{\pi\sqrt{2}} \left(1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{9}\right)^2 \dots \right)^{1/2} = I_a$$

Entonces para encontrar el factor armónico de la corriente de entrada y el factor de potencia a la entrada del rectificador. Se obtiene de la Ec. 3.10

$$CF = THD = \left[\left(\frac{1}{0.90} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} = 0.4843 \text{ o } 48.43\%$$

$DF = \cos \phi = 1$ ya que el ángulo de desplazamiento $\phi = 0$, como $FP = (I_{S1}/I_S) = 0.90$ (en retraso). El espectro de frecuencias para este rectificador en escala lineal aparece en la figura 48

Figura 48. Espectro de frecuencias del rectificador puente monofásico

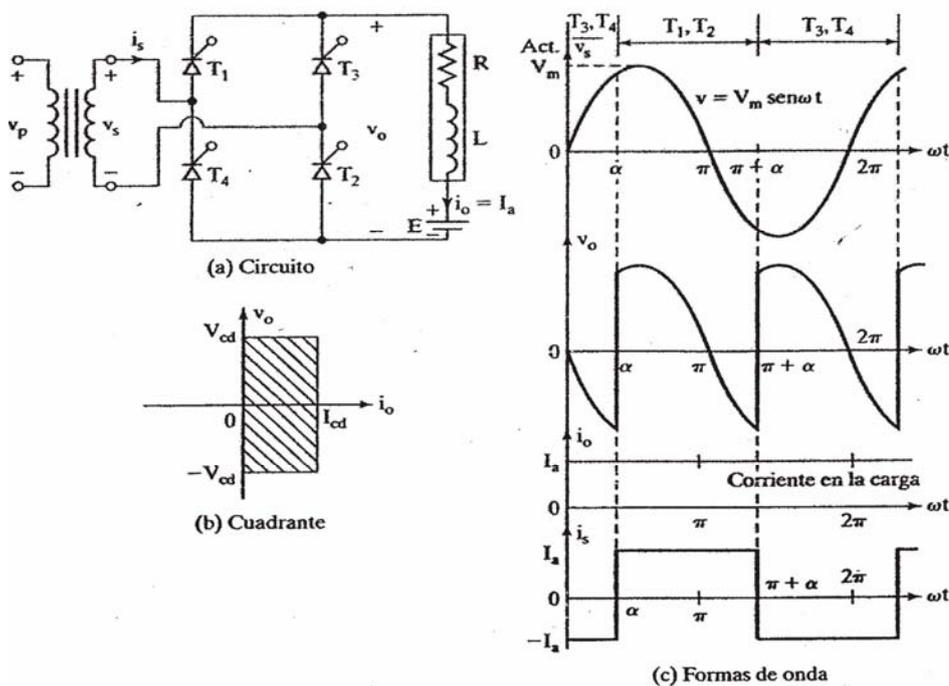


3.3.6. Convertidores monofásicos completos.

A continuación se muestra en la figura 46 (a) el arreglo del circuito de un convertidor monofásico completo, con una carga muy inductiva de tal modo que la corriente en la carga es continua y no contiene rizo. Durante el medio ciclo positivo los tiristores T_1 y T_2 tienen polarización directa, y cuando se dispara en forma simultánea esos dos tiristores, en $\omega t = \alpha$, la carga se conecta a la fuente de alimentación a través de T_1 y T_2 . Debido a la carga inductiva, los tiristores T_1 y T_2 continúan conduciendo después de $\omega t = \pi$. aun cuando el voltaje de entrada sea ya negativo. Durante el medio ciclo negativo del voltaje de entrada, los tiristores T_3 y T_4 tienen polarización directa, y el disparo de esos tiristores aplica el voltaje de alimentación a través de los tiristores T_1 y T_2 en forma de voltaje de bloqueo inverso T_1 y T_2 se desactivan por conmutación de línea o natural, y la corriente de carga es transferida de T_1 y T_2 a T_3 y T_4 .

La figura 49 (b) muestra las regiones de operación del convertidor, y la figura 49 (c) muestra las formas de onda del voltaje de entrada, voltaje de salida, y corrientes de entrada y salida.

Figura 49. **Convertidor monofásico completo.**



Fuente: Muhammad H.Rashid. **Electrónica de Potencia. Pág. 435**

Durante el periodo de α a π , el voltaje de entrada v_s y la corriente de entrada i_s son positivos, y la potencia pasa de la fuente a la carga. Se dice que le convertidor se opera en modo de rectificación. Durante el periodo de π a $\pi + \alpha$ el voltaje de entrada v_s es negativo y la corriente de alimentación i_s es positiva, y pasa potencia inversa de la carga a la fuente, Se dice que le convertidor esta operado en modo de inversión. Este convertidor se usa en forma extensa en la industria con potencia máximas aproximadas de hasta 15 kW. Dependiendo del valor de A, el voltaje promedio de la salida podría ser positivo o negativo.

El voltaje r.m.s. del voltaje de salida es

$$\left[V_{rms} = \frac{V_m^2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} (1 - \cos 2\omega t) d(\omega t) \right]^{1/2} \quad (3.25)$$

Ejemplo de cálculo de Parámetros de un convertidor monofásico completo

El convertidor completo mostrado en la figura 46 (a) se conecta a una fuente de 120V y 60Hz. La corriente I_a en la carga es continua, y su contenido de rizo es despreciable. La relación de vueltas del transformador es unitario. a) expresar la corriente de entrada en una serie de Fourier; determinar el HF de esa corriente, el DF y FP. b) si el ángulo de retardo es $\alpha = \pi/3$, calcular V_{cd} , V_n , V_{rms} , HF, DF y FP.

La forma de onda se ve en la figura 46 © para la corriente de entrada, y la corriente instantánea de entrada se puede expresar como sigue en una serie de Fourier:

$$i_s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)]$$

en donde:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi+\alpha} i_s(t) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} I_a d(\omega t) - \int_{\pi+\alpha}^{2\pi+\alpha} I_a d(\omega t) \right] = 0$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi+\alpha} i_s(t) \cos(n\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} I_a \cos n\omega t d(\omega t) - \int_{\pi+\alpha}^{2\pi+\alpha} I_a \cos n\omega t d(\omega t) \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{4I_a}{n\pi} \text{sen}(n\alpha) \text{ para } n = 1, 3, 5, \dots$$

$$= 0 \text{ para } n = 2, 4, 6, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{2\pi+\alpha} i_s(t) \text{sen}(n\omega t) d(\omega t)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} I_a \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) - \int_{\pi+\alpha}^{2\pi+\alpha} I_a \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) \right]$$

$$= \frac{4I_a}{n\pi} \cos(n\alpha) \text{ para } n = 1, 3, 5, \dots$$

$$= 0 \text{ para } n = 2, 4, 6, \dots$$

Como $a_0 = 0$ y las corriente de entrada se puede representar con

$$i_s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(n\omega t + \phi_n)$$

en donde:

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = -n\alpha \quad (3.26)$$

Y ϕ_n es Angulo de desplazamiento de la enésima armónica de corriente, El valor r.m.s de la enésima armónica de corriente de entrada es

$$I_{Sn} = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_n^2 + b_n^2)^{1/2} = \frac{2\sqrt{2}I_a}{n\pi} \quad (3.27)$$

El valor r.m.s de la corriente fundamental es

$$I_{S1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_a = 0.9003I_a \quad (3.28)$$

El valor r.m.s de la corriente de entrada se puede calcular a partir de la ecuación (10.9) como sigue:

$$I_S = \left(\sum_{n=1}^{\infty} I_{Sn}^2 \right)^{1/2}$$

También, I_S se puede determinar en forma directa de:

$$I_S = \left[\frac{2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} I_a^2 d(\omega t) \right]^{1/2} = I_a$$

Según la ecuación (3.10), el HF es

$$HF = \left[\left(\frac{I_S}{I_{S1}} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} = 0.483 \text{ es decir } 48.3\%$$

$$DF = \cos \phi_1 = \cos(-\alpha) \quad (3.29)$$

$$FP = \frac{I_{S1}}{I_S} \cos(-\alpha) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos \alpha \quad (3.30)$$

b) para $\alpha = \pi/3$,

$$V_{Cd} = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha = 54.02V \text{ y } V_n = 0.5 \text{ p.u.}$$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = V_S = 120V$$

$$I_{S1} = \left(2\sqrt{2} \frac{I_a}{\pi} \right) = 0.90032 I_a \quad I_S = I_a$$

$$HF = \left[\left(\frac{I_S}{I_{S1}} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} = 0.4834 \text{ es decir, } 48.34\%$$

$$\phi_1 = -\alpha \quad DF = \cos \phi_1 = \cos(-\alpha) = \cos(-\pi/3) = 0.5$$

$$FP = \frac{I_{S1}}{I_S} \cos(-\alpha) = 0.45 \text{ (en retraso)}$$

(en retraso)

Ejemplo La corriente de carga de un convertidor trifásico completo como el que se muestra en la figura 50(a) es continua, con un contenido despreciable de rizo

a) Expresar la corriente de entrada como una serie de Fourier y determinar el HF de la corriente de entrada, el DF y el FP de la entrada. b) Si en ángulo de retardo es $\alpha = \pi/3$, calcular V_n HF, DF y FP.

Solución

a. La forma de onda para la corriente de entrada se ve en la figura 50 (b), y la corriente de entrada de una fase se puede expresar como sigue en una serie de Fourier:

$$i_s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)]$$

en donde:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_s(t) d(\omega t) = 0$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(t) \cos(n\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\int_{\pi/6+\alpha}^{5\pi/6+\alpha} I_a \cos n\omega t d(\omega t) - \int_{7\pi/6+\alpha}^{11\pi/6+\alpha} I_a \cos n\omega t d(\omega t) \right] \\ &= \frac{4I_a}{n\pi} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{3}\right) \text{sen}(n\alpha) \text{ para } n = 1, 3, 5, \dots \\ &= 0 \text{ para } n = 2, 4, 6, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(t) \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\int_{\pi/6+\alpha}^{5\pi/6+\alpha} I_a \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) - \int_{7\pi/6+\alpha}^{11\pi/6+\alpha} I_a \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) \right] \\ &= \frac{4I_a}{n\pi} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{3}\right) \cos(n\alpha) \text{ para } n = 1, 3, 5, \dots = 0 \text{ para } n = 2, 4, 6, \dots \end{aligned}$$

Como $a_0 = 0$ y las corrientes armónicas para $n =$ múltiplo de 3 están ausentes en una fuente trifásica balanceada, la corriente de entrada se puede expresar en la siguiente forma:

$$i_s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_{sn} \text{sen}(n\omega t + \phi_n) \text{ para } n = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$$

en donde:

$$\phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = -n\alpha \quad (3.31)$$

El valor r.m.s de la n -ésima armónica de la corriente de entrada es

$$I_{Sn} = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_n^2 + b_n^2)^{1/2} = \frac{2\sqrt{2}I_a}{n\pi} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{3}\right) \quad (3.32)$$

El valor r.m.s de la corriente fundamental es

$$I_{S1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_a = 0.7797 I_a$$

La corriente r.m.s de entrada es

$$I_S = \left[\frac{2}{2\pi} \int_{\pi/6+\alpha}^{5\pi/6+\alpha} I_a^2 d(\omega t) \right]^{1/2} = I_a \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.81651 I_a$$

$$HF = \left[\left(\frac{I_S}{I_{S1}} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{\pi}{3} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} = 0.3108 \text{ es decir } 31.08\%$$

$$DF = \cos \phi_1 = \cos(-\alpha)$$

$$PF = \frac{I_{S1}}{I_S} \cos(-\alpha) = \frac{3}{\pi} \cos \alpha = 0.9549 DF$$

b) para

$\alpha = \pi/3$, $V_n = \cos(\pi/3) = 0.5$; $HF = 31.08\%$, $DF = \cos 60^\circ = 0.5$, $FP = 0.478$ (en retraso)

3.4. Armónicos e inter-armónicos no característicos en sistemas con convertidores

Los modelos ideales comúnmente no dan los valores armónicos causados por condiciones imperfectas del sistema o fallas comunes en la práctica. En general cualquiera de las partes principales de un sistema siempre está en error a una menor o mayor magnitud:

- (1) Los voltajes a.c. del sistema. nunca son perfectamente balanceados y sin distorsión, y las impedancias del sistema, en particular el transformador del convertidor, no son precisamente iguales en las tres fases.
- (2) La corriente d.c. puede modularse desde otra estación de convertidores en el caso de un enlace inversor rectificador.
- (3) los sistemas de control de ángulo de disparo (encendido) a menudo dan rizados de errores sustanciales en su aplicación.

Como resultado de lo anterior los convertidores estáticos grandes producen armónicos de órdenes y magnitudes que no se pueden predecir por la serie de Fourier de la forma de onda que se idealiza.

Como estos armónicos son de naturaleza incierta “no característicos” hace difícil de prevenirse de ellos en la fase de de diseño, los filtros normalmente no se proporcionan para armónicos atípicos (no característicos) y como resultado su presencia puede causar más problemas que los armónicos característicos.

Armónicos característicos en convertidores son los que resultan de la operación correcta de estos equipos en condiciones ideales. Ejemplos de armónicos característicos son los obtenidos de una forma de onda triangular obtenida de un generador de señales del laboratorio de electrónica.

Armónicos no característicos son aquellas que aparecen originadas por alguna condición de funcionamiento anómala y deben su origen como ya se dijo:

- Desbalance o asimetría en las tensiones de la red (en amplitud y/o fase).
- Desbalance en las inductancias equivalentes de la red y del convertidor.
- Asimetría en los pulsos de disparo enviados a los tiristores.

3.5 Conversores Trifásicos fuente voltaje

Un conversor de fuente voltaje (*voltaje source converter, VSC*) se caracteriza por ser predominantemente capacitivo en el lado de d.c. e inductivo en lado a.c., del sistema. Bajo estas condiciones el voltaje d.c. es bien definido, mientras la corriente en el lado a.c. es controlada por el proceso de modulación del conversor.

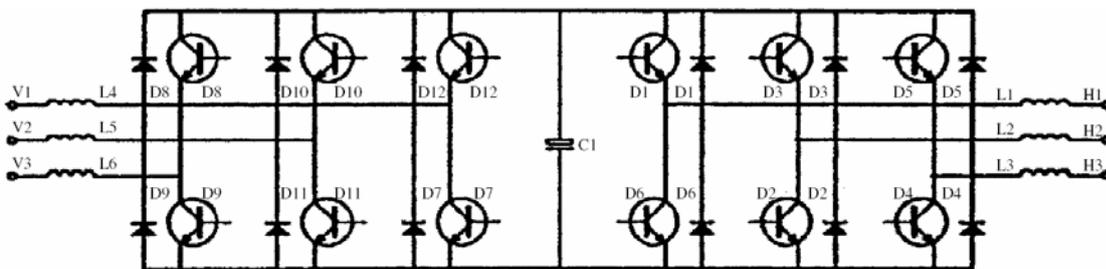
La configuración de VSC más simple es el puente de diodos de seis-pulso con un condensador grande a través de las terminales de salida. En este circuito el condensador es cargado cada medio-ciclos de la frecuencia del suministro por dos cortos pulsos de corriente, típicamente como se muestra en la figura 51. Los armónicos contenidos correspondientes pueden alcanzar niveles de hasta 90% (5), 80% (7), 75% (11) y 70% (13). Sin embargo, a diferencia del suministro de potencia rectificado monofásico.

Figura 51. Forma de onda de las corrientes armónicas de un convertor VSC



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics**. Pág. 117

Figura 52 Una fuente de voltaje cascada inversor rectificador



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics**. Pág. 117

Un típico rectificador inversor fuente voltaje cascada se muestra en la figura 52. los Adelantos en los valores de los dispositivos GTO y los IGBT están extendiendo el concepto de aplicación de conversión fuente voltaje a motores mas grandes e incluso para aplicaciones de iluminación HV d.c.

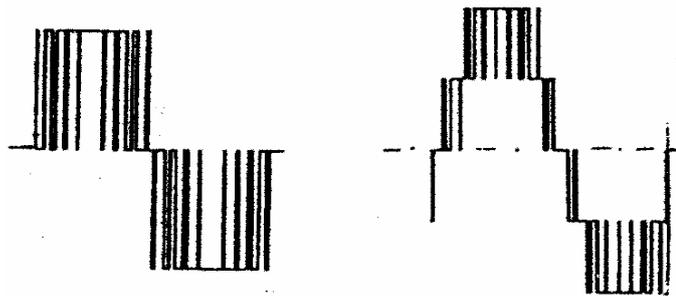
3.6 Configuraciones de VSC multi-niveles (inversores)

Estos dispositivos son especialmente diseñados para control de velocidad de motores, y son comúnmente llamados *drives*, de esa forma los *drives* (*drives* variadores, reguladores o controles) se están fabricando para potencias cada vez más alta de hasta 200KW. El problema es que como los IGBTs son usados como dispositivos de interrupción estos provocan tensiones adicionales en los embobinados del motor.

Las soluciones multi-niveles se han desarrollado para generar formas de onda de alto voltaje usando dispositivos de interrupción (*switching*) de bajo voltaje relativamente hablando.

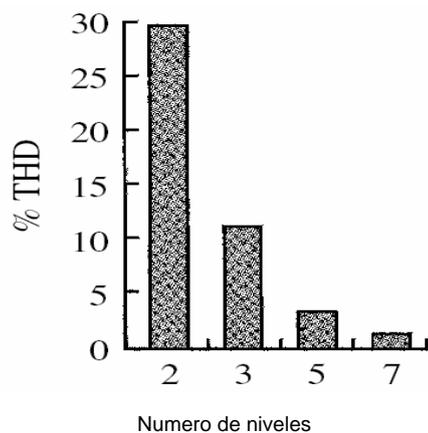
Un conversor fuente voltaje multi-nivel puede interrumpir sus salidas entre múltiples niveles de voltaje dentro de cada ciclo, creando así un voltaje de forma de onda para una frecuencia particular de interrupción (*switcheo*), las fases de los voltajes de salida teóricas de las configuraciones de tres y cinco niveles son ilustrados en la figura 53.

Figura 53. Forma de onda de los voltajes de salida de inversores de tres y cinco niveles



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.118**

Figura 54. Forma de onda de los voltajes de salida de inversores de tres y cinco niveles



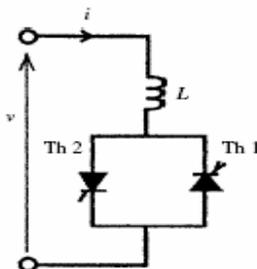
Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.118**

La reducción del contenido armónico logrado por los dispositivos multinivel se ilustra en la figura 54, donde el espectro de un inversor de 5 niveles es comparado con el caso estándar, de dos niveles. La figura también muestra el voltaje THD calculado para formas de onda de salida de dos -, tres, cinco - y siete niveles.

3.7. El compensador estático de VAR(SVC) reactores controlados por tiristores.

Estos dispositivos usan reactores de control a tiristores para realizar compensación estática de potencia reactiva, los compensadores tal como el mostrado en la figura 55, son de uso común en los sistemas de transmisión de alto voltaje y algunos en fábrica o plantas industriales tal como hornos de arco eléctrico. Su propósito principal es:

Figura 55. Un reactor controlado a tiristor



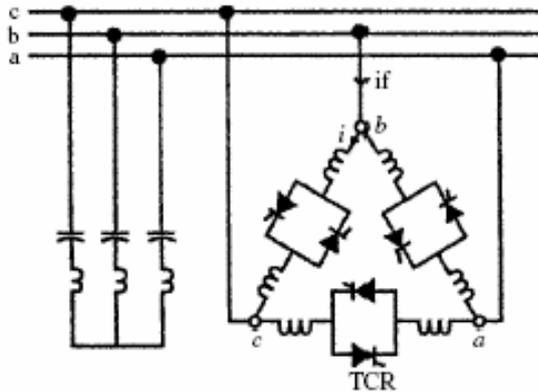
Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 128**

- Proporcionar control rápido de voltaje en el sistema de potencia.
- La reducción del efecto flicker.
- Mejoramiento del factor de potencia.
- Balance de las fases y estabilidad de sistemas de potencia.

Se muestra en la figura 56 un circuito trifásico típico SVC conectado en delta. Las corrientes en los tres embobinados son retrasadas 90 grados con respecto de los voltajes correspondientes porque el efecto de la resistencia no es significativo. La corriente instantánea tiene la expresión:

$$i = \sqrt{2} \frac{V}{X_L} (\cos(\alpha) + \cos(\omega t)) \text{ para } \alpha < \omega t < \alpha + \sigma \quad (3.34)$$

Figura 56. Configuración trifásica de un TCR en paralelo con un banco de condensadores de desviación (shunt)



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. pág. 128**

Dónde V es el valor r.m.s. del voltaje del suministro, $X_L = \omega L$ es la reactancia de los embobinados en la frecuencia fundamental y α es el retraso de encendido con respecto a el correspondiente voltaje.

Las corrientes armónicas producidas por la conducción parcial son de órdenes impares, produciendo que los retrasos de disparo o de encendido (conducción) sean los mismos en los dos tiristores conectados de espaldas (*back to back*). El valor r.m.s. de las corrientes armónicas se da por la expresión

$$I_n = \frac{4V}{\pi X_L} \left[\frac{\text{sen}((n+1)\alpha)}{2(n+1)} + \frac{\text{sen}((n-1)\alpha)}{2(n-1)} - \cos(\alpha) \frac{\text{sen}(n\alpha)}{n} \right] \text{ para } n = 3, 5, 7, \dots \quad (3.35)$$

Para analizar las armónicas resultantes se a colocado la tabla III que incluye los valores máximos de los primeros 37 armónicos como un porcentaje de la componente fundamental totalmente conduciendo, aunque los valores máximos no ocurren para los mismos retrasos de encendido. Bajo condiciones de voltaje absolutamente simétrico los valores que se colocaron entre paréntesis () (de armónicos triples) están presentes en las fases individuales. Y este es un hecho importante para aplicaciones en la industria fundidora de hierro que utiliza hornos de arco eléctrico donde los voltajes son desvalanceados debido a los periodos de arco inestables, la corriente de tercera armónica también aparece en las corrientes de línea

Tabla III **Amplitud Máxima de los armónicos de corriente producidos por el TCR orden armónico**

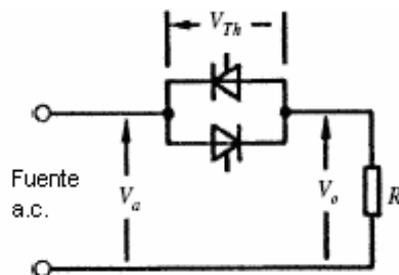
| Orden armónico | % |
|----------------|---------|
| 1 | 100.00 |
| 3 | (13.78) |
| 5 | 5.05 |
| 7 | 2.59 |
| 9 | (1.57) |
| 11 | 1.05 |
| 13 | 0.75 |
| 15 | (0.57) |
| 17 | 0.44 |
| 19 | 0.35 |
| 21 | (0.29) |
| 23 | 0.24 |
| 25 | 0.20 |
| 27 | (0.17) |
| 29 | 0.15 |
| 31 | 0.13 |

Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 130**

3.8. Regulador monofasico (a.c.) onda completa

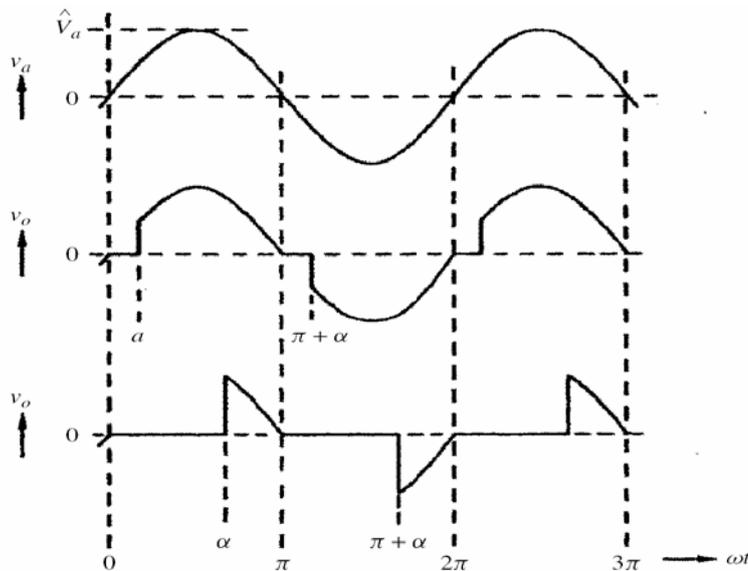
La aplicación principal de este tipo de regulador (*controller*) es en cargas resistivas monofásicas, particularmente en *dimmers* de iluminación incandescente. Ellos consisten en un par de tiristores de espaldas que aparecen en serie con la carga como se muestra en la Figura 57. La forma de onda del voltaje de salida, es regulada por retraso de disparo con referencia al cruce por cero del voltaje, como se muestra en la figura 58.

Figura 57. Regulador de onda completa



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.137**

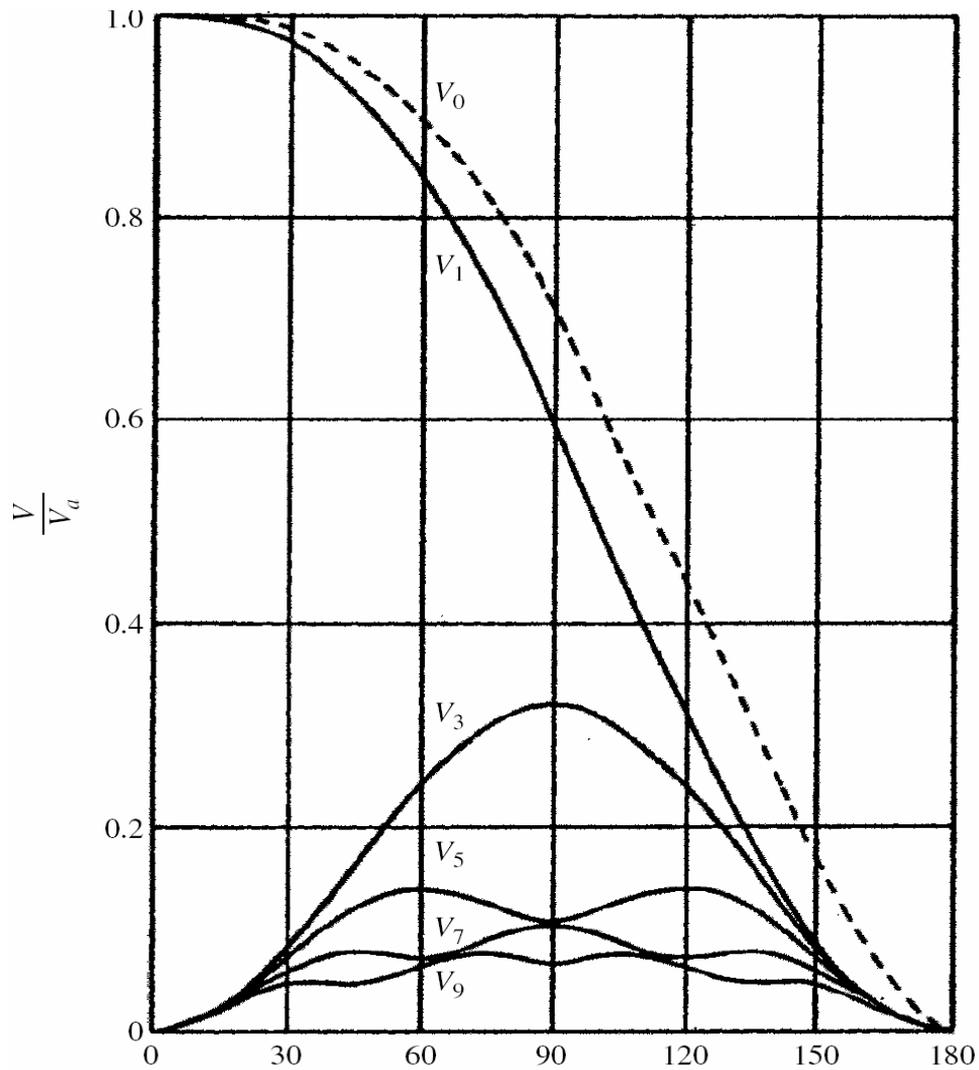
Figura 58. Forma de onda del regulador monofásico de la figura 57



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.138**

El contenido armónico trazado como una función de ángulo de disparo se da en la figura 59.

Figura 59. Contenido armónico del regulador a.c. de la figura 57



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 139**

4. EFECTOS DE LA DISTORSIÓN ARMÓNICA

Una vez que las fuentes armónicas se definen claramente, ellas deben interpretarse en términos de sus efectos sobre el resto del sistema y el equipo externo del sistema de potencia.

Cada elemento del sistema de potencia debe examinarse por su sensibilidad a los armónicos. Los efectos principales de voltajes y corrientes armónicas dentro de los sistemas son:

- 1 La posibilidad de amplificación de los niveles armónicos como resultado de la resonancia serie y paralelo.
- 2 Una reducción en la eficacia de la generación, transmisión y utilización de la energía eléctrica.
- 3 Envejecimiento del aislamiento de componentes eléctricos de la instalación con la reducción consecuente de su vida útil.
- 4 Mal funcionamiento de los elementos de la instalación o del sistema.

Entre los posibles efectos externos provocados por los armónicos es una degradación en los sistemas de comunicación, ruido audible excesivo voltaje armónico inducido.

4.1. Resonancias

La presencia de condensadores, como los usados para la corrección del factor de potencia, puede resultar en resonancias locales del sistema que llevan a su vez a corrientes excesivas y posiblemente al daño a los condensadores.

4.1.1. Resonancia paralela

La resonancia en paralelo produce impedancias altas a la frecuencia de resonancia. Puesto que la mayoría de fuentes armónicas puede ser consideradas como fuentes de corriente, esto produce un incremento en los voltajes armónicos y corrientes altas en cada etapa de las impedancias en paralelo.

Las resonancias paralelas pueden ocurrir en una variedad de formas, la más simple es donde un condensador se conecta a la misma barra, como la fuente armónica. Una resonancia en paralelo puede ocurrir entonces entre la impedancia del sistema y el condensador.

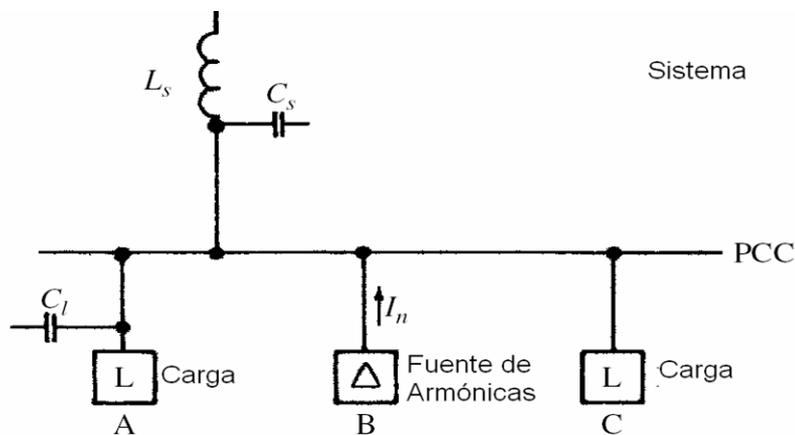
Si se asume que la impedancia del sistema es completamente inductiva, la frecuencia de resonancia es

$$f_p = f \sqrt{\left(\frac{S_s}{S_c}\right)} \quad (4.1)$$

Donde f es la frecuencia fundamental (Hz), f_p es la frecuencia de resonancia en paralelo (Hz), S_s es el nivel de corto circuito (en Var) y S_c es el nivel del capacitor (en Var).

Además las posibilidades para que ocurra la resonancia en paralelo pueden verse con una representación mejor del sistema. Por ejemplo en la figura 60 la corriente armónica del consumidor B encuentra una impedancia armónica alta a la barra. Esto puede ser debido a una resonancia entre la inductancia del sistema (L_s) y el sistema (C_s) y/o carga capacitiva (C_l).

Figura 60. Resonancia en paralelo en un punto de acoplamiento común (PCC)



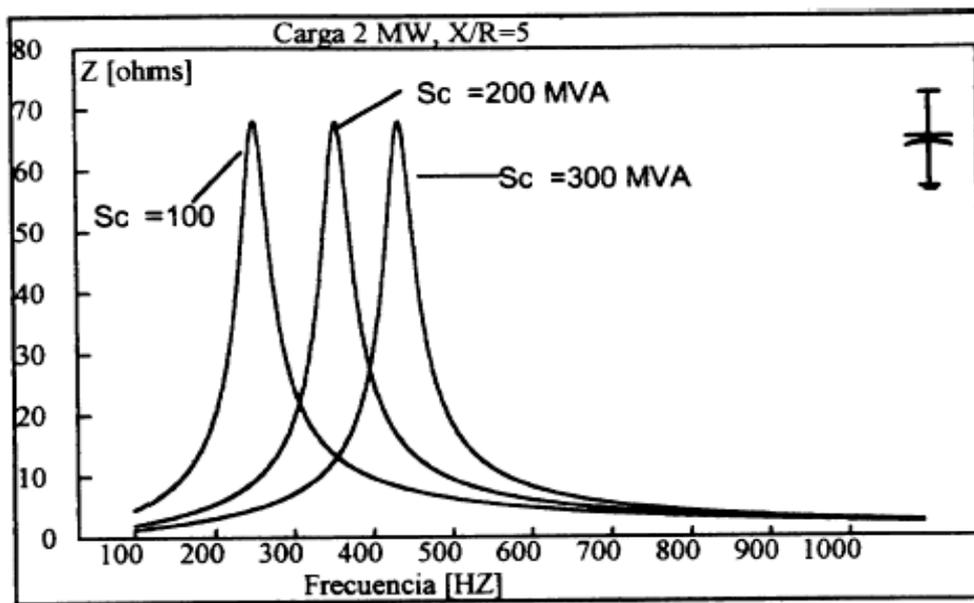
Fuente: Jos Arrillaga. **Power system armónicas. Pág. 144**

Para determinar cuales son las condiciones de resonancia existentes es necesario medir las corrientes armónicas en cada carga y en el suministro, junto con el voltaje armónico de la barra.

De esta forma, si la corriente que fluye en el sistema de potencia en la barra es pequeña, mientras el voltaje armónico es alto, es posible que la resonancia sea producida en el sistema de potencia es decir que no es producto de la interacción de la carga con el sistema, sino que del sistema en si. Si en cambio una corriente armónica grande fluye en las cargas del consumidor A y existen voltajes armónicos en la barra, entonces este efecto es posiblemente producido por la resonancia entre la inductancia del sistema y el condensador de la misma carga.

En la figura 61 se observa como una variación del nivel de cortocircuito S_c produce un corrimiento de la frecuencia de resonancia del sistema. Como lo indica la ecuación 4.1.

Figura 61. Efecto del nivel de cortocircuito sobre la impedancia del sistema, con una carga de 2MW, Banco de condensadores de 4 MVAR, $X/R = 5$ y la frecuencia fundamental f corresponde a 50 Hz



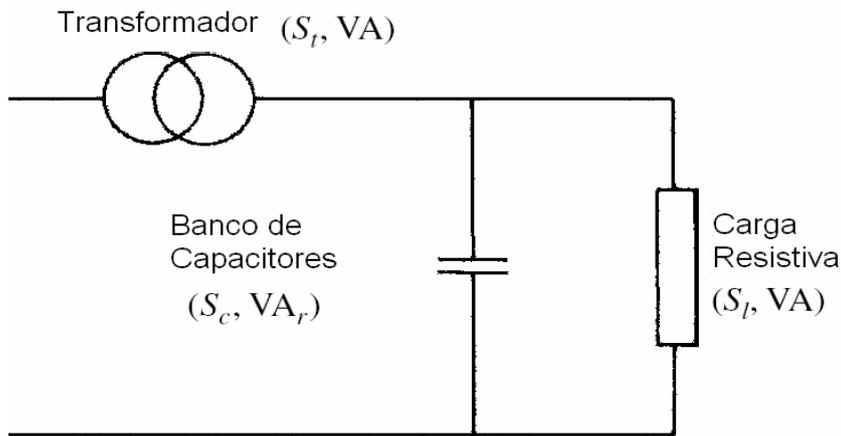
Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics**, Pág. 144

4.1.2. Resonancia en serie

En el sistema de figura 62 a frecuencias altas la carga puede ignorarse como la impedancia capacitiva se reduce. Bajo estas condiciones la resonancia en serie existe cuando

$$f_s = f \sqrt{\left(\frac{S_t}{S_c Z_t} - \frac{S_t^2}{S_c^2} \right)}, \quad (4.2)$$

Figura 62. **Circuito de resonancia de Serie**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 145**

donde f_s es la frecuencia de resonancia en serie (Hz), S_t es el (*rating*) valor del transformador, Z_t es la impedancia del transformador por unidad, S_c es el (*rating*) valor del condensador y S_l es el (*rating*) valor de la carga (resistiva).

La preocupación con la resonancia en serie es que las corrientes altas del condensador pueden fluir para voltajes armónicos relativamente pequeños. La corriente real que fluirá dependerá en el factor de calidad Q del circuito. Esto es típicamente del orden de 5 a 500 Hz

4.2. Efectos de la resonancia en el comportamiento del Sistema

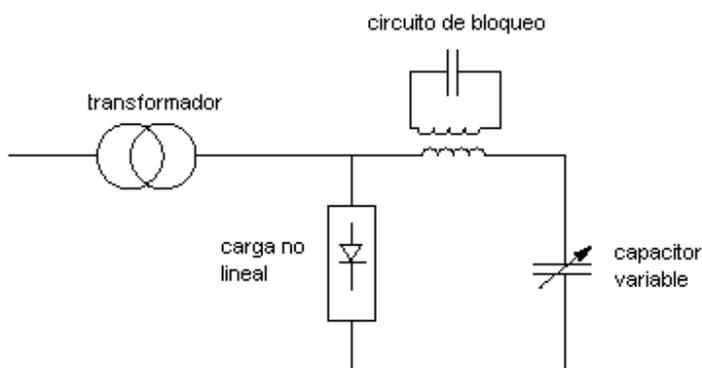
4.2.1. Capacitores de corrección del factor de potencia

Las resonancias armónicas afectan el diseño de los condensadores para la corrección del factor de potencia. La corriente excesiva de sobrecarga de estos condensadores repercute siempre en problemas en los bancos de capacitores.

Otra área donde los efectos de resonancia pueden llevar a fallas en los componentes es asociada con la aplicación de señales en la línea de potencia (de control de onda) para el manejo de carga.

En tales sistemas se usan filtros a menudo para prevenir los inconvenientes y tales resonancias son absorbidas por elementos de baja impedancia tales como capacitores utilizados en la corrección del factor de potencia. Una instalación se puede ver en la figura 63.

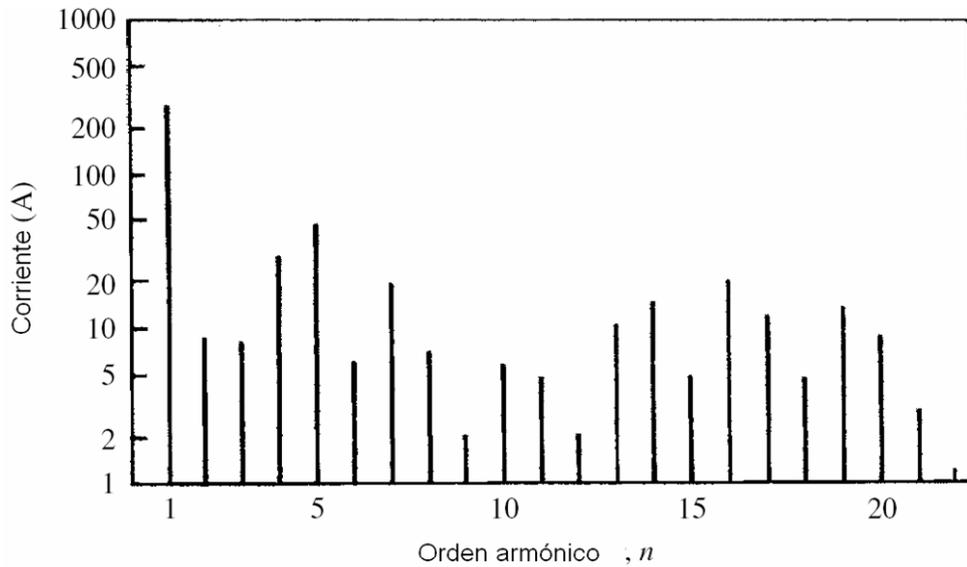
Figura 63. **Circuito con filtro sintonizado stopper (de tapón) para la señal de control de onda.**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.146**

Donde las resonancias locales existen, las corrientes armónicas excesivas pueden fluir, resultando en el daño a los condensadores del filtro. La figura 64 muestra las corrientes armónicas captadas en una instalación donde ocurrieron fallas de ese tipo.

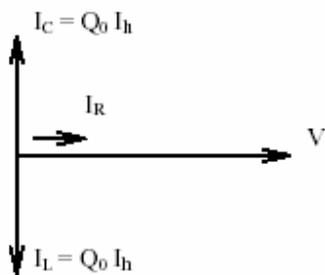
Figura 64. Corrientes armónicas medidas a través de un circuito de bloqueo



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics**. Pág. 146

4.2.2. Amplificaciones de corrientes en resonancia de circuito R-L-C paralelo

Figura 65. Diagrama vectorial de circuito RLC paralelo en resonancia.



A la frecuencia de resonancia la amplificación de corrientes a través del condensador corresponde al factor de calidad armónico de la red. (Q_0)

$$Q_0 = \frac{X}{R} h_o \tag{4.3}$$

Ejemplo: Sea un circuito resonante paralelo que tenga a 50 Hz una relación $(X/R) = 10$. Supóngase que la resonancia del circuito ocurre en la quinta armónica, o sea $\omega_0 = 5\omega$. Además el circuito es excitado por una corriente I de quinta armónica. En este caso la corriente por el condensador es:

$$I_c = I_5 \left(\frac{X}{R} \right) \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right) = I_5 \cdot 10 \cdot 5 = I_5 \cdot 50 \quad (4.4)$$

La corriente por el condensador es 50 veces la corriente de entrada I_5 . Por lo tanto la amplificación ocurrida es significativa.

4.2.3. Amplificación de armónicos de bajo-orden

Para entender como se produce el fenómeno de amplificación de armónicos. Se considera el caso de un convertidor estático (representado como un inyector de corrientes armónicas) alimentando a un sistema a.c. de impedancia interna Z_r al h armónico. La admitancia del sistema a.c. a la fundamental y armónicos de orden bajo es predominantemente inductiva, es decir

$$Y_r = G_r - jB_r \quad (4.5)$$

En la ausencia de filtros o compensadores, la corriente armónica (I_h) genera en el punto de conexión un voltaje armónico de amplitud

$$V_h = Z_r I_h = jI_h/Y_r \quad (4.6)$$

Si un banco de condensadores o filtros de admitancia Y_f están presentes, el voltaje armónico en el punto de conexión se vuelve:

$$V'_h = I_h / (Y_r + Y_f) \quad (4.7)$$

y, desde la admitancia que es casi siempre capacitiva de un banco de filtros ($Y_f = jB_f$),

$$V'_h = I_h / (G_r - jB_r + jB_f) \quad (4.8)$$

Se puede ver que si $B_r = B_f$ el voltaje armónico es limitado únicamente por la resistencia del sistema que es generalmente muy pequeña. Así, cuando $Y_r + Y_f < Y_r$ la distorsión armónica la da, el factor de amplificación:

$$V'_h / V_h = Y_r / (Y_r + Y_f) \quad (4.9)$$

De esta forma, una corriente armónica no característica de bajo orden que no tiene ningún efecto negativo en la ausencia del condensador o bancos de filtros, puede amplificarse para dar un voltaje mayor que el armónico filtrado.

4.3. Efectos de armónicos en las maquinas rotatorias

4.3.1. Efectos en las maquinas síncronas

Para que no existan tensiones inducidas en el rotor de una maquina síncrona las formas de onda de las corrientes de alimentación deben ser puramente senoidales, de esta forma la maquina rotara a velocidad sincrónica en régimen estable, debido a que en una maquina sincrónica el campo electromagnético del rotor gira a la misma velocidad que la del estator siendo este la del sistema que idealmente es senoidal.

Además en la mayoría de motores trifásicos la conexión del estator es generalmente de 3 terminales, por lo que las corrientes armónicas triples generadas externamente nunca circularán dentro de la máquina. Excepto las producidas por voltajes armónicos triples, que son producidas de la distribución no senoidal de la densidad del flujo espacial en el entrehierro.

En motores síncronos que se energizan con corrientes no senoidales la armónicas triples no estarán presentes tanto de secuencia positiva como de secuencia negativa, en estas maquinas las armónicas de secuencia positiva producen campos giratorios en le mismo sentido del movimiento del rotor, mientras que las armónicas de secuencia negativa producen campos giratorios de sentido contrario.

Las armónicas de orden superior producen campos de magnitud mucho menor que el campo magnético de la frecuencia fundamental, aunque su velocidad relativa respecto al rotor no es cero como en el caso de la fundamental, y existe deslizamiento entre dichos campos y el rotor, así que se inducirán tensiones en el rotor que a la vez producirán corrientes parasitas tanto en el núcleo del rotor como en la bobina de excitación , con la consecuencia del calentamiento del rotor , lo que da lugar a una limitación en al potencia reactiva que un motor síncrono entrega a la red con el fin de mejorar el factor de potencia.

4.3.2. Pérdidas armónicas

Cuando se aplican voltajes no senoidales a máquinas eléctricas puede causar sobrecalentamiento. Los motores no tienen normalmente un *derated* (*derated* significa quitarle un porcentaje de carga a un dispositivo eléctrico motores, generadores etc. para evitar que se sobrecaliente) tan grande como la distorsión armónica lo requiere estos *permanecen* dentro de los 5% normalmente recomendado por las normas existentes.

Sobre ese límite los motores experimentarán problemas de calor excesivos. Sin embargo, los motores contribuyen para la amortiguación (*damping*) del volumen armónico del sistema en virtud de la proporción de X/R relativamente alta de su bloque de circuito de rotor.

Voltajes armónicos o corrientes dan lugar a pérdidas adicionales en los embobinados del estator, los circuitos del rotor, estator y laminaciones del rotor.

Las pérdidas en los conductores del estator y rotor son mayores que aquellas asociadas con la resistencia d.c. debido a las corrientes de remolino (corrientes *eddy*) y el efecto piel (*Skin*).

En el caso de motores de inducción con rotores inclinados, el flujo cambia en el estator y rotor entre ambos a frecuencias altas lo que puede producir pérdidas substanciales. El valor de estas pérdidas depende de la cantidad de inclinación, y las características de pérdida-hierro de las laminaciones.

La pérdida extra de potencia es probablemente el efecto más serio de armónicos en las máquinas a.c. Una valoración aproximada de la tensión o fatiga térmica adicional de los embobinados puede obtenerse del factor de distorsión adaptado a la inductancia, es decir la versión del THD para las inductancias

$$THD_L = \frac{1}{V_1} \sqrt{\sum_{n=2}^N \left(\frac{V_n^2}{n^\alpha} \right)} \quad (4.10)$$

dónde $\alpha = 1$ a 2 , V_n es la frecuencia r.m.s. n el voltaje armónico, N es el orden máximo del armónico a ser considerado y V_1 es el voltaje fundamental de línea a neutro r.m.s.

4.3.3. Torques armónicos

Es de suponer que las componentes armónicas deben de incidir en el par total de un motor por lo que sobre el rotor de una maquina de inducción actúan pares electromagnéticos adicionales que se deben a las armónicas.

Estos pares armónicos son similares al par electromagnético fundamental y se pueden analizar por superposición, así cada par armónico se puede analizar independientemente. Si el voltaje de alimentación para un motor trifásico es puramente senoidal y simétricos en sus tres fases, se origina un campo magnético giratorio en el entrehierro que gira a velocidad de sincronismo en el estator y a una velocidad menor en el rotor la cual esta determinada por el deslizamiento.

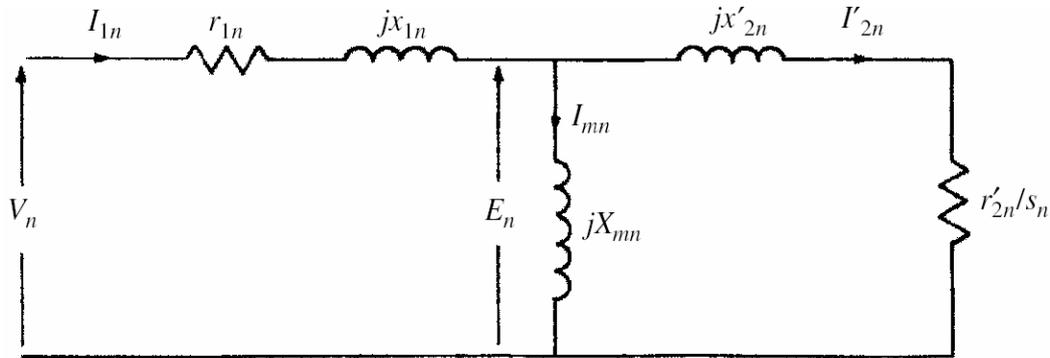
Los enlazamientos de flujo en las barras del rotor originan corrientes por efecto de inducción en el estator estas generaran a su vez un campo electromagnético que tratara de alinearse con el del estator creando así un par o torque electromagnético.

De igual manera si la alimentación a este motor se realiza desde un sistema trifásico pero con voltajes que no son enteramente senoidales las componentes armónicas de orden h de las corrientes del estator producen un campo magnético giratorio cuya velocidad puede determinarse.

El campo magnético giratorio de orden h del estator enlaza con las barras del rotor e induce tensiones en este, a la frecuencia de deslizamiento armónico s_h . Estas tensiones armónicas trifásicas de orden h producen a su vez corrientes circulantes de orden h en el rotor, de la misma frecuencia, las que forman un campo magnético correspondiente de orden h del rotor, que gira casi (debido al deslizamiento) a la misma velocidad que el campo armónico giratorio de orden h del estator. Por lo que la tendencia de los campos giratorios armónicos de orden h , del estator y del rotor a alinearse entre sí originan torques armónicos T_h .

El circuito equivalente familiar de una máquina de inducción puede dibujarse para cada armónico como en la figura 66, donde todos los parámetros corresponden a las frecuencias reales de las corrientes de los embobinados.

Figura 66. Circuito equivalente de una máquina de inducción por fase para el n armónico.



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág. 151**

Para una corriente armónica I_n , el torque por fase esta dado por $I_n^2 (r'_{2n} / S_n)$ watts a la velocidad armónica.

Tomando en cuenta la velocidad fundamental esta se vuelve

$$T_n = (I_n^2 / n) (r'_{2n} / S_n) \quad (4.11)$$

con signo de n que da la dirección del torque. Ya que s_n es aproximadamente 1.0, la ecuación (4.11) puede escribirse como

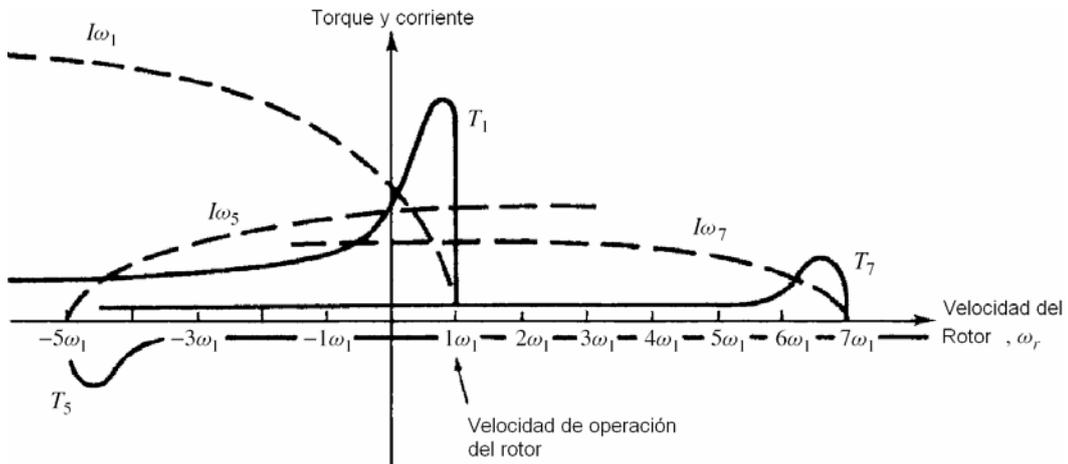
$$T_n = (I_n^2 / n) r'_{2n} \quad \text{por unidad} \quad (4.12)$$

si I_n y r_{2n} están por unidad.

Si se usa la relación $V_n = I_n Z_n$ y $Z_n = n Z_1$, los torque pueden expresarse en términos de los voltajes armónicos, es decir

$$T_n = (V_n^2 / n) (r'_{2n} / X_1^2) \quad (4.13)$$

Figura 67. Torques producidos por armónicos y corrientes



Fuente: Jos Arrillaga. **Power system harmonics. Pág.152**

Porque el deslizamiento a frecuencias armónicas es casi la unidad, el torque práctico producido por, los valores por unidad de las corrientes armónicas es muy pequeño, y además estas torques pequeñas ocurren en pares que tienden a cancelarse. Esto se ilustra en la figura 67. Por consiguiente los efectos de armónicos en el torque medio pueden, en la mayoría de casos ignorarse. Aunque el armónicos tienen un efecto pequeño en el torque medio, ellos pueden producir pulsaciones (que origina vibraciones en el motor) importantes en el torque.

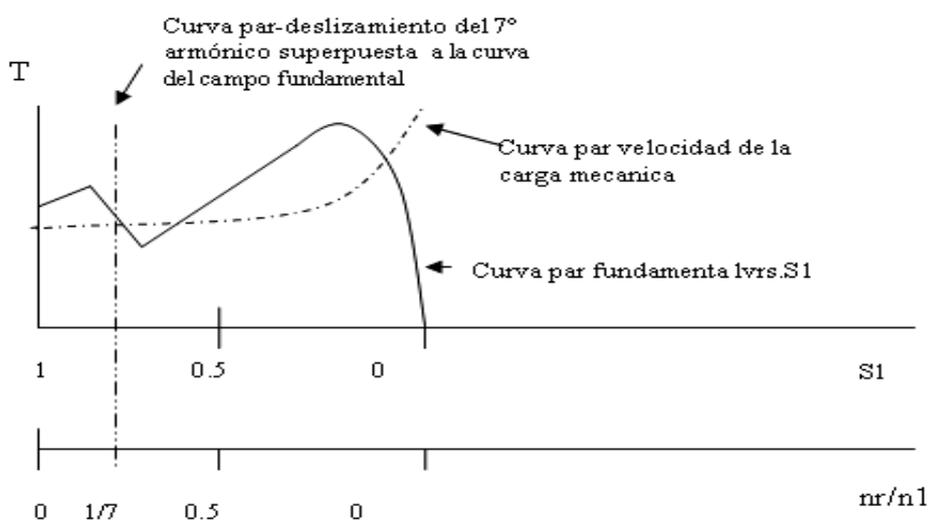
4.3.4. Pares debidos a armónicos internos

Para analizar lo que sucede con el par en un motor, se puede empezar por analizar un motor de inducción que son los que comúnmente se encuentran en la industria, los motores trifásicos de inducción comúnmente tienen un flujo magnético senoidal siempre que los voltajes de alimentación sean simétricos en sus tres fases, pero debido a que el entrehierro no es uniforme el campo magnético establecido con frecuencia no es senoidal.

Cada componente armónica tendrá por lo tanto su equivalente en el par total, eliminándose los de orden triple, y los demás están presentes girando a la velocidad de sincronismo de esa forma si la velocidad síncrona de la fundamental es de 600 r.p.m, la velocidad que corresponde al 5to armónico es de 120 r.p.m. Se deberá de considerar el signo del par debido a cada armónico, de esa forma un armónico determinado podrá aportar o restar al par total, siendo el par total la suma algebraica de todos los pares (de la fundamental y todos los armónicos presentes).

Si el par debido 7mo armónico gira con un velocidad de 128 r.p.m y es de sentido negativo la figura 68 muestra que a una velocidad ligeramente superior a las 128 r.p.m el valor del par opuesto de la carga puede tener tanta resistencia al punto de poder parar el motor, de forma que el motor es capaz de arrancar sin embargo no podrá alcanzar su velocidad de régimen normal, parándose antes de que ello ocurra. Sin embargo comúnmente no ocurre debido a la inercia propia del rotor y de esa forma el motor se logra alcanzar la velocidad de régimen normal.

Figura 68. Curva par-deslizamiento tomando en cuenta la 7^o armónica interna.



Fuente: Francisco González. **Fundamentos Teóricos sobre armónicas. Pág. 225**

4.4. Efecto de armónicos en plantas de potencia estática

4.4.1. Sistema de la transmisión

El flujo de corrientes armónicas en la red de transmisión produce dos efectos principales. Uno es la pérdida de potencia adicional causada por el incremento en el valor r.m.s de la forma de onda de la corriente es decir.

$$\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2 R_n \quad (4.14)$$

Donde I_n es el n_{th} corriente armónica y R_n la resistencia del sistema a esa frecuencia armónica. Los efectos piel (*skin*) y de proximidad son funciones de la frecuencia y elevan el valor de la resistencia a.c. de el cable, aumentando de esa forma las perdidas $I^2 R$.

El segundo efecto del flujo de corriente armónica es la creación de voltaje armónico A través de los circuitos de impedancias. Los voltajes armónicos aumentan el deterioro del dieléctrico en proporción a sus voltajes armónicos máximos en los transformadores (cresta). Y también aumenta el número de fallas y por consiguiente el costo de reparaciones.

4.4.2. Transformadores

El efecto primario de armónicos en sistemas de potencia en los transformadores es el calor adicional generado por las pérdidas causadas por el contenido armónico de la corriente de carga. Otros problemas incluyen las posibles resonancias entre la inductancia del transformador y la capacitancia del sistema, la tensión de aislamiento mecánica (enrollando y laminación) debido a la temperatura, y posibles vibraciones pequeñas del núcleo.

La presencia de voltajes armónicos incrementa la histéresis, las corrientes de remolino (*eddy*), corrientes de pérdidas en la laminación y la tensión (o fatiga) en el aislamiento.

El incremento en las pérdidas en el núcleo debido a armónicos depende del efecto que los armónicos tienen en el voltaje de suministro y en el diseño del núcleo del transformador.

El flujo de corrientes armónicas incrementa las pérdidas en el cobre; este efecto es más importante en el caso de transformadores de convertidores porque ellos no se benefician de la presencia de filtros que normalmente se conectan en el lado a.c. de los sistemas. Los transformadores de convertidores a menudo desarrollan manchas calientes inesperadas las cuales dañan el aislamiento en sectores del transformador.

Los bobinados conectados en delta pueden ser sobre cargados por la circulación de corrientes triples y de secuencia cero lo cual se debe de tomar en cuenta en el diseño.

Si la corriente de carga contiene una componente d.c. la saturación resultante del el circuito magnético del transformador contiene grandes aumentos en el volumen armónico de la corriente de excitación.

Las pautas para el *derating* del transformador para tener en cuenta el volumen armónico es dado en la norma ANSI/IEEE C57.110 basada en un factor de *derating* la cual se expresa como:

$$K = \sqrt{\frac{\sum_h (I_h^2 h^2)}{\sum_h (I_h^2)}} \quad (4.15)$$

En términos del factor de K anterior, la expresión siguiente se usa para determinar el *derated* (o el máximo permitido) la corriente:

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{1 + P_{EC.R.}}{1 + KP_{EC.R.}}} \quad (4.16)$$

donde I_R es la corriente fundamental r.m.s. bajo condiciones de carga y $P_{EC.R.}$ es la proporción de pérdida por corrientes *eddy* con valor $I^2 R$ de 100kw.

4.4.3. Bancos de capacitores

La presencia de distorsión en el voltaje aumenta las pérdidas en el dieléctrico de los capacitores, las perdidas totales pueden expresarse por

$$\sum_{n=1}^{\infty} C(\tan \delta) \omega_n V_n^2 \quad (4.17)$$

dónde $\tan \delta = R/(1/\omega C)$ el factor de pérdida es $\omega_n = 2\pi f_n$ y V_n el voltaje r.m.s de el n^{th} armónico.

La tensión o fatiga térmica adicional de los condensadores conectados directamente al sistema (es decir sin la inductancia serie) se evalúa aproximadamente con la ayuda de el factor de THD el cual se define como

$$THD_C = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^N (n \cdot V_n^2)}}{V_1} \quad (4.18)$$

4.5. Efectos en los conductores

A la circular corriente directa a través de un conductor se produce calentamiento como resultado de las pérdidas por efecto Joule, I^2R , donde R es la resistencia a corriente directa del cable y la corriente esta dada por el producto de la densidad de corriente por el área transversal del conductor.

A medida que aumenta la frecuencia de la corriente que transporta el cable (manteniendo su valor r.m.s igual al valor de corriente directa) disminuye el área efectiva por donde ésta circula puesto que la densidad de corriente crece en la periferia, lo cual se refleja como un aumento en la resistencia efectiva del conductor.

Las tres corrientes de línea de secuencia cero están en fase, al llegar al centro de una conexión estrella, retornarán por el neutral o por la tierra. Este hecho, aunque el sistema trifásico este perfectamente balanceado, puede provocar calentamiento de cables y conectores al excederse su ampacidad; a lo que habría que agregar que en el neutral se producirá una diferencia de potencial armónico triple inesperado si lo que se supone es la no presencia de armónicos. Y esto sucederá aunque el neutral se encuentre aterrizado en uno de sus extremos; de tal manera que en equipo ubicado en ciertos puntos y a cierta distancia del punto donde el neutral se aterriza, la diferencia del potencial con respecto a la tierra no será cero.

En equipo electrónico el cual requiera de voltaje cero, o próximo a cero, con respecto a tierra es drástica, la existencia de la diferencia de potencial armónico triple puede ser un serio inconveniente.

El incremento de la temperatura influye en la degradación del aislante del conductor y en su tiempo de vida útil, y siempre existe el problema que en la mayoría de diseños los sistemas no se dimensionan para tomar en cuenta la potencia reactiva presente por las corrientes de secuencia cero por lo que existirá una reducción en el factor de potencia.

Existe además otro problema y es que es común pensar que en un sistema trifásico balanceado no circula corriente por el neutral; sin embargo se ha visto que esto no siempre es así de esta forma se pueden encontrar diseños donde el conductor neutral tiene un diámetro menor que le de cables de conducción sobrecargando así al conductor.

Es importante recalcar que el conductor neutral entonces según sea la carga puede conducir corrientes aun mayores que las que se conducen por las líneas vivas, como por ejemplo una instalación trifásica donde existan generalmente cargas monofásicas electrónicas, como es común encontrar en los edificios comerciales y de oficinas; que son abastecidos por sistemas trifásicos de cuatro alambres (estrella), debidos a los relativamente altos niveles de corrientes armónicas triples circulando por el neutral de las cuales la tercera es comúnmente la mayor.

La mayoría de equipo electrónico drena corrientes altamente distorsionadas con importante contenido de armónicas triples las cuales se encuentran en fase en las tres líneas del sistema trifásico y como consecuencia se suman algebraicamente en el conductor neutral. Agregado a esto si el cuarto conductor del sistema trifásico lo constituye la tierra, la corriente armónica triple a través de ella, provocará que se caliente y pierda contenido de humedad, disminuyendo por lo tanto su conductividad, afectando la efectividad de las puestas a tierra.

En resumen en los cables o conductores, conectores o barras de tableros se producirán tres tipos de pérdidas:

- 1) Las pérdidas que se dan por efecto Joule de la forma $I^2 R$ donde I es el valor Eficaz de la corriente en el conductor e igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las componentes armónicas y la fundamental.
- 2) Pérdidas por efecto piel, debidas al incremento de la resistencia efectiva del conductor por la frecuencia relativamente alta de las componentes armónicas.
- 3) Pérdidas por corrientes parasitas, producidas por el efecto de cables próximos al conductor de interés. Estas pérdidas pueden provocar un calentamiento excesivo en los materiales conductores (barras de tableros, cables de las líneas vivas o calientes, cables del neutral, conductores de los devanados de máquinas), reduciendo así la vida útil de los mismos,

4.6. Efecto de armónicos en instrumentos de medida

Los instrumentos de medición se calibraron inicialmente con corriente alterna puramente senoidal y como consecuencias usadas en una fuente de electricidad distorsionada puede dar lugar a cometer errores de medición. La magnitud y la dirección del flujo de la potencia armónica es importante para las consideraciones a fin de establecer con claridad las pérdidas ocasionadas así como los elementos que las provocan. Los estudios han mostrado que los errores debido al volumen armónico varían grandemente según sea el equipo de medición.

4.7. Efectos en sistemas de control medición y protección

4.7.1. Efectos en dispositivos de control

Frecuentemente existen sistemas de control paralelos a los sistemas de transmisión de potencia que utilizan equipos de comunicación a través de ondas electromagnéticas, estos operan pueden operar a veces a frecuencias que son interferidas por corrientes armónicas que pueden haberse producido en convertidores u hornos de arco eléctrico. Dichas corrientes poseen una amplitud pequeña y suelen producir interferencias o ruidos que no so fáciles de predecir y en un ambiente altamente interferido estas pueden ser de alta frecuencia. Estas componentes de alta frecuencia pueden actuar por inducción y además, pueden propagarse por radiación a través del sistema de distribución causando interferencia entre los sistemas.

4.7.2. Relevadores de protección (*relays*)

Los siguientes son los efectos más significativos.

- 1 Los relevadores pueden operar en situaciones no deseadas por cambios en sus características producto de la presencia de armónicos.
- 2 La alta velocidad requerida para la operación de relevadores diferenciales puede ser alterada.
- 3 Los relevadores que operan observando valores cresta de voltaje o de corriente, o el cruce por cero de las señales pueden ser degradados por el excesivo contenido de armónicos en el sistema.
- 4 Corrientes armónicas triples o de secuencia cero en exceso pueden hacer que los relevadores de tierra realicen un falso disparo.

Aunque es importante mencionar que los relevadores tienen rangos del 10% al 20% de distorsión armónica y esta es mayor que los límites superiores normados para el funcionamiento de otros equipos.

4.7.3. Fusibles e interruptores

La apertura de fusibles producto de corrientes armónicas, que incrementan la temperatura en el punto de conexión en el sistema, esto aunque la carga total funcionando en conjunto no llegue al 100 % de la capacidad de la instalación eléctrica recordando que los fusibles en este caso es cuando están sometidos a las mayores corrientes y por lo tanto a mayor calentamiento.

4.8. Efecto de armónicos en el equipo del consumidor

Éste es un asunto ampliamente discutido en muchos artículos ya que es de importancia para la mayoría de grandes consumidores.

El siguiente es un resumen de los principales efectos:

- (1) **Televisores** Los armónicos que afectan el voltaje máximo pueden causar una disminución significativa en el tamaño de la pantalla de los televisores a la vez que opacar el brillo en la misma.
- (2) **Computadoras** Allí el diseñador impone los límites acerca de la distorsión armónica aceptable en los circuitos de suministro de energía para computadoras y procesamiento de datos por ejemplo: 3% (Honeywell, DIC) o 5% (IBM). CDC especifica que la proporción de cresta al valor eficaz del suministro de voltaje debe igualar 1.41 ± 0.1 .

(3) **Iluminación fluorescente y mercurio** Estos aparatos tienen condensadores que, con la inductancia del balastro y la del circuito, producen una frecuencia de resonancia. Esto puede generar no solo mas armónicos sin excesivo calentamiento y fallas en los dispositivos. Sin embargo, la frecuencia de resonancia de la mayoría de las lámparas esta en el rango de 75-80 Hz y no debe de interactuar con la del suministro de la potencia. El ruido audible es otro posible efecto de distorsión armónica del voltaje.

(4) **Equipo Electrónico** cortes en la forma de onda de voltaje que resulta de las conmutaciones de corriente puede afectar la sincronización de otro equipo de conversión o cualquier otro aparato controlado por los ceros de voltaje.

Los armónicos creados por reguladores de velocidad afectan a la red local del mismo consumidor de las siguientes maneras:

- (i) Recortes en la forma de onda del voltaje (causando declives de voltaje breves en el suministro) puede causar la operación incorrecta de tiristores de otros equipos.
- (ii) Los voltajes armónicos pueden causar el encendido de los circuitos de protección en un momento no requerido.
- (iii) Los efectos de resonancia entre los diferentes equipos puede resultar en sobre voltajes.

Los problemas descritos arriba también podrían ser experimentados por otros consumidores si son conectados a la misma barra (415 V o 11 kV)

4.9. Interferencia con las comunicaciones

El ruido en los circuitos de comunicación degrada la calidad de la transmisión y puede interferir con las señales. Los ruidos altos causan la pérdida de información y pueden incluso ser molestos en niveles audibles.

El ambiente de transmisión de potencia continuamente cambiante exige la reconsideración regular del problema de la interferencia cuando se ponen las líneas telefónicas en la vecindad de sistemas de potencia.

4.10. Interferencia inductiva

Según la ley de Faraday es posible que entre dos conductores exista inducción de uno a otro o mutua por lo tanto es posible que cualquier sistema de comunicación que comparta vías con un sistema de potencia o de alimentación eléctrica se vea afectado por la inducción de corrientes o voltajes armónicos que producirán ruido el cual según sea su nivel distorsionara los mensajes que se transmiten por el sistema de comunicación si el blindaje de los cables de dicho sistema no es el adecuado.

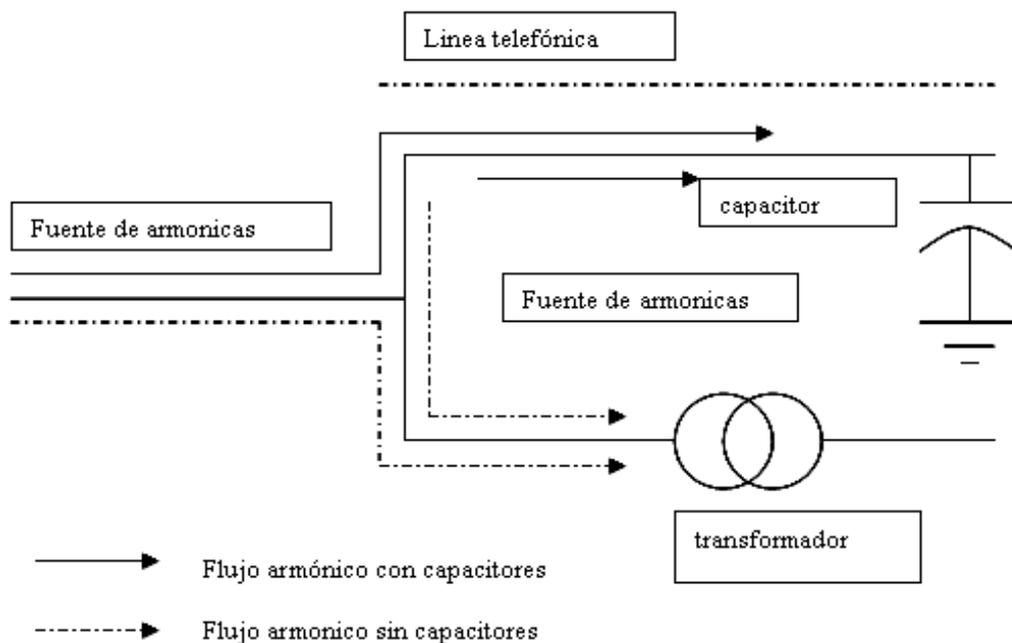
El auge precisamente de cables conductores que minimizan este efecto como por ejemplo, cable coaxial fibra óptica y enlaces por microondas, a ayudado en la actualidad para disminuir los efectos de inducción indeseables.

Un sistema trifásico por lo tanto crea campos magnéticos y eléctricos alternos a lo largo de la trayectoria de las líneas de transmisión y de esa forma existen voltajes inducidos sobre cualquier circuito paralelo al sistema de potencia que no este correctamente blindado o que no haya considerado estos efectos en su diseño.

A medida que se desarrollan sistemas de comunicación la incidencia de la interferencia armónica en los mismo hace de gran interés este tema, como ejemplo se puede mencionar el creciente uso de computadoras, proliferación de convertidores en el sistema de distribución, circuitos telefónicos cada vez mas extensos y le incremento de equipo electrónico para el control, medición y protección de sistemas de potencia.

Como se a mencionado conectar condensadores para el mejoramiento del factor de potencia aumenta las posibilidades de resonancia y esta a su vez puede dar lugar a amplificaciones de corrientes armónicas de cualquier orden, estas comúnmente repercuten en la creación de niveles de ruidos altos en el sistema eléctrico. Se puede ver una representación de lo anterior en la figura 69, y aunque las armónicas sean generadas en puntos lejanos la acción de los capacitores las desvía hacia un área de exposición del sistema telefónico.

Figura 69. **Acción de la conexión de capacitores**



Fuente: Francisco González. **Fundamentos Teóricos Sobre Armónicos Pág. 193**

5. ELIMINACIÓN DE LOS PROBLEMAS ARMÓNICOS

Cuando se planea la instalación de plantas con grandes componentes no lineales hay que decidirse entre un diseño de dispositivos no lineales de bajo nivel de distorsión o la instalación de equipo de compensación armónica en las terminales. La primera solución es posible por el ángulo de desfase de los transformadores y/o el control de puentes convertidores o por el uso de dispositivos de *switching* con capacidad de apagado. La compensación armónica externa, por otro lado, se logra por medio de filtros. En cada caso la decisión puede depender de factores como el valor de potencia y voltaje del equipo a ser instalado y el efecto de la distorsión de la forma de onda local (interior) en el resto de la planta.

Cuando el solo propósito es impedir a una frecuencia particular entrar, es posible usar una serie de filtros que consisten en un inductor paralelo y condensador el cual presenta una impedancia grande a la frecuencia pertinente. Esta solución, sin embargo, no puede extenderse para impedir el surgimiento de armónicos desde la fuente, porque la producción de armónicos por los componentes no lineales de planta (como los transformadores y convertidores estáticos) son esencial para su funcionamiento normal.

En el caso de convertidores estáticos, las corrientes armónicas se previenen normalmente desde la entrada, en el resto del sistema proporcionando un camino paralelo de impedancia baja para las frecuencias armónicas.

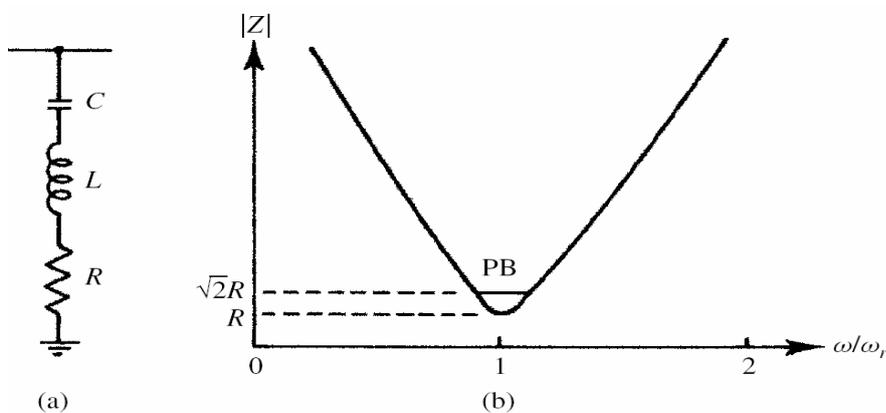
Aunque este capítulo es principalmente concerniente con filtros pasivo, también se agrego una parte para a la filtración activa.

5.1. Definiciones de filtros pasivos

Un filtro paralelo se sintoniza cuando se encuentra a una frecuencia que hace que sus reactancias inductivas y capacitivas se igualen. La calidad de un filtro (Q) determina la agudeza de afinación y en este respecto los filtros pueden ser de cualquier tipo de Q baja o alta. Lo anterior es la agudeza con que un filtro se puede afinar a frecuencias de armónicos bajos (por ejemplo el quinto) y un valor típico está entre 30 y 60.

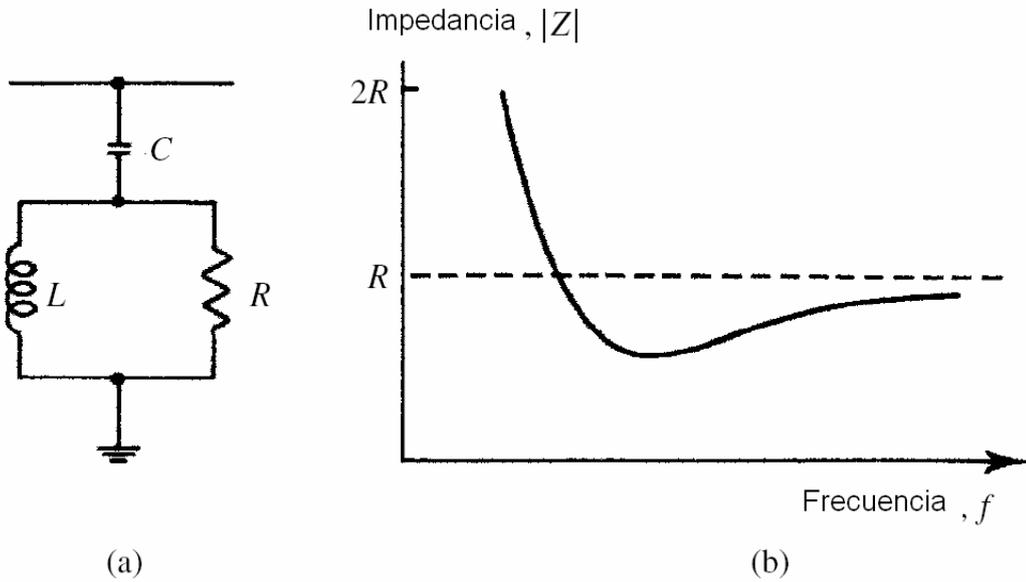
Los filtros de Q bajos, típicamente en la región de 0.5-5, tienen una impedancia baja encima de una amplia gama de frecuencia. Cuando se usan para eliminar los armónicos de orden superior (por ejemplo los superiores al 17) también son llamados filtros pasa altos. Ejemplos típicos de circuitos de filtros de valores Q altos y bajos y su variación de impedancia respecto a la frecuencia se ilustra en las Figuras 70 y 71

Figura 70. (a) Circuito de filtro en paralelo de sintonizado simple; (b) impedancia de un filtro de sintonizado simple versus frecuencia.



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 220**

Figura 71. (a) Filtro de segundo orden en paralelo; (b) impedancia de un filtro de segundo orden versus su frecuencia.



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 220**

En el caso de un filtro sintonizado, Q se define como la proporción de la inductancia (o capacitancia) a la resistencia de la frecuencia de resonancia, es decir

$$Q = X_o / R \tag{5.1}$$

Como se muestra en la figura 70 (b), el filtro pasa banda (PB) se define como el que está limitado por las frecuencias a la que la reactancia del filtro iguala su resistencia, es decir el ángulo de la impedancia es 45° y el módulo de impedancia es $\sqrt{2}R$. El factor de calidad y el filtro pasa banda son relacionados por la expresión

$$Q = \omega_n / PB \tag{5.2}$$

Dónde ω_n es la frecuencia angular de sintonía que está dada en radianes por segundo. La agudeza de afinación en el filtro pasa-altos (o factor Q) es el recíproco de el de filtros de sintonizado es decir $Q = R/X$.

La magnitud de de sintonizado de la frecuencia de sintonización se representa por un el factor d el autor en al fuente [1] hace referencia a este factor como (desviación relativa de la frecuencia). Este factor incluye varios efectos:

- (i) Las variaciones en la frecuencia fundamental (de suministro);
- (ii) las variaciones en el capacitancia e inductancia causadas por el envejecimiento y la temperatura;
- (iii) Afinación inicial mala causada por tolerancias de fabricas y tamaños de paso para la afinación finitos.

El des-sintonización total, en por la unidad de la frecuencia de sintonización nominal, es

$$\delta = (\omega - \omega_n) / \omega_n \quad (5.3)$$

Además, un cambio de L o C de 2% causa la misma des-sintonía como una variación de la frecuencia del sistema de 1%. Por consiguiente d se expresa a menudo como

$$\delta = \frac{\Delta f}{f_n} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta L}{L_n} + \frac{\Delta C}{C_n} \right) \quad (5.4)$$

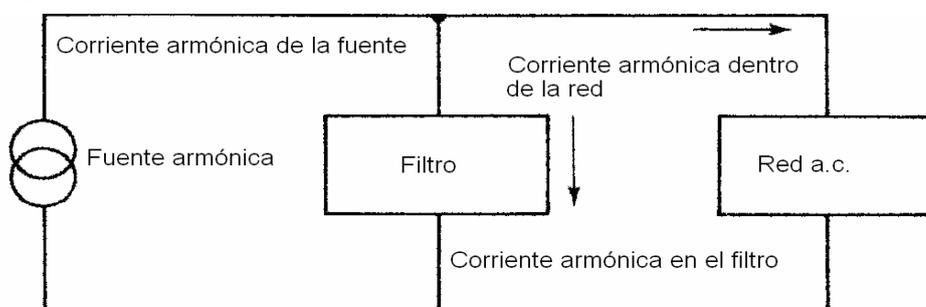
5.2. Criterio de Diseño de filtro

5.5.1. Criterio convencional

El tamaño de un filtro se define como la potencia reactiva que el filtro proporciona a la frecuencia fundamental. Es substancialmente igual a la potencia reactiva fundamental proporcionada por los condensadores. El criterio ideal en el diseño del filtro es la eliminación de todos los efectos perjudiciales causados por la distorsión de la forma de onda, incluso la interferencia telefónica que es el efecto más difícil, para eliminar. Sin embargo, el criterio ideal es poco realista por razones técnicas y económicas. Desde el punto de vista técnico, es muy difícil estimar de antemano la distribución de armónicos a lo largo del sistema de potencia a.c. Desde el punto de vista económico, la reducción de interferencia telefónica normalmente puede lograrse de forma más económica tomando algunas medidas preventivas en el sistema telefónico y otras en el sistema de potencia.

Un método más práctico es intentar reducir el problema a un nivel aceptable en el punto de acoplamiento común con otros consumidores. Para cumplir con las limitaciones armónicas requeridas, el diseño de filtros involucra los pasos siguientes:

Figura 72. Circuito del calculo de la distorsión armónica del voltaje



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 222**

- (1) El espectro de corrientes armónicas producido por la carga no lineal se inyecta en un circuito que consiste en filtros en paralelo con el sistema a.c. Figura 72 y los voltajes armónicos son calculados.
- (2) los resultados de (1) se usan para determinar los parámetros específicos, es decir el THD, TIF, IT.
- (3) las tensiones en los componentes del filtro, es decir los condensadores, inductores y resistencias, son entonces calculados y con ellos sus valores y sus pérdidas.

Tres componentes requieren de consideración detallada en el diseño de filtros: la fuente de corriente, el filtro y las admitancias del sistema. El diseño obvio de filtros es una sola configuración de pasa banda ancha capaz de atenuar el espectro entero de armónicos inyectado (por ejemplo del quinto hacia arriba en el caso de un convertidor del seis-pulso). Sin embargo, la capacitancia requerida para encontrar tal objetivo también es grande, y es normalmente más barato atenuar los armónicos más bajos por medio de filtros de sintonizado simple.

5.2.2. Criterio de diseño de filtros avanzado

El criterio convencional descrito arriba suministra diseños de filtros adecuados a la mayoría de aplicaciones. Sin embargo, en casos donde una industria con cargas no lineales tiene un valor de potencia muy grande, como un convertidor H.V.d.c., éstos criterios pueden llevar a soluciones inadecuadas e incluso inestabilidades armónicas. La razón es que el método convencional ignora la interacción que existe entre el dispositivo no lineal y el resto del sistema de potencia.

Tal interacción afecta las corrientes armónicas inyectadas así como las impedancias armónicas totales del sistema (qué deben incluir la contribución real del dispositivo no lineal), y así requiere una solución reiterativa o iterativa, en lugar de la solución directa del método convencional.

La deducción de modelos avanzados de plantas no lineales, teniendo en cuenta su interacción armónica con el resto del sistema, se describe por métodos computacionales.

5.3. Impedancia de la red para los cálculos de desempeño

Las impedancias armónicas de la red cambian con la configuración del sistema y condiciones de carga. Aunque éstos pueden determinarse medidas, es difícil supervisar todas las posibles condiciones de la red; en particular, los cambios futuros no pueden ser medidos.

El uso de programas por computadora proporciona mayor flexibilidad. Si las impedancias obtenidas son demasiado pesimistas (es decir irrazonablemente grande y/o el amortiguamiento demasiado bajo) que es normalmente el caso debido a la falta de exactitud en los parámetros usados para el cálculo, de tal forma que el filtro será más costoso de lo necesario.

Así el modelado correcto de la variación de resistencia del componente (o rama del sistema) con la frecuencia, particularmente para los transformadores y cargas, es importante para determinar el factor de amortiguamiento de la red con precisión.

5.3.1. Diagramas de impedancia envolvente

Pueden presentarse los resultados de los estudios por computadora en forma tablas o, más eficazmente, como los diagramas de impedancia, como un sector, polígonos o diagramas de círculo. En el último caso una área de X/R en el diagrama de impedancia complejo es definido para un cierto rango de frecuencia. El sitio la impedancia a.c. del sistema para condiciones variables del sistema y a diferentes frecuencias armónicas se define para estar dentro del diagrama de estas áreas.

El diagrama de impedancia envolvente permite una búsqueda sistemática para el peor-caso de la impedancia.

Los diagramas más utilizados son (la fuente 1 describe con más detalle estos diagramas, aquí se mencionara el diagrama de círculo para formar un concepto de ellos):

Diagrama de sectores

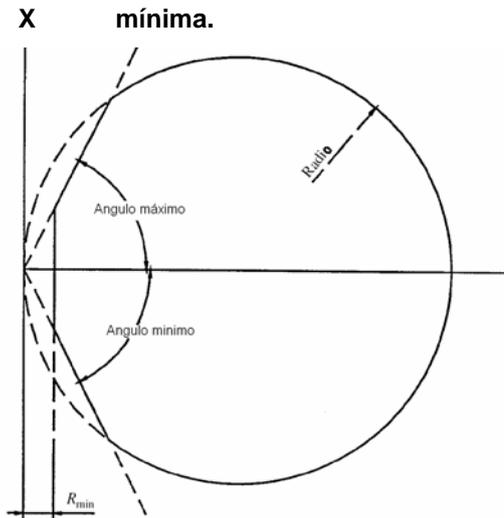
Diagrama del círculo

Polígonos discretos

Diagrama del círculo

Como se ilustra en la figura 73, en esta representación el sitio del sistema las impedancias es un círculo con un radio seleccionado para abarcar la impedancia máxima para ser considerada. Además del radio, el ángulo máximo y mínimo y la resistencia mínima debe especificarse.

Figura 73. Diagrama de círculo general de impedancia de un sistema a.c., con resistencia mínima.



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 227**

Este diagrama mantiene una envolvente más adecuada para los valores reales que el diagrama de sector y una aproximación más realista para los armónicos característicos.

Filtro sintonizado

Un filtro sintonizado simple es un circuito serie RLC (como el mostrado en la figura 70) sintonizado a una frecuencia de un armónico (generalmente un armónico característico bajo). Su impedancia se da por

$$Z_1 = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (5.5)$$

qué a la frecuencia de resonancia (f_n) se reduce a R. Hay dos parámetros básicos de diseño para ser considerados previo a la selección de R, L y C. Estos son: el factor de calidad (Q), y la desviación de frecuencia relativa (δ), ya definida.

Para expresar la impedancia del filtro en términos de Q y d, las relaciones siguientes son aplicadas:

$$\omega = \omega_n(1 + \delta) \quad (5.6)$$

donde

$$\omega_n = \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \right) \quad (5.7)$$

La reactancia del inductor o condensador en ohmios a la frecuencia sintonizada es

$$X_o = \omega_n L = \frac{1}{\omega_n C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.8)$$

$$Q = \frac{X_o}{R} \quad (5.9)$$

$$C = \frac{1}{\omega_n X_o} = \frac{1}{\omega_n R Q} \quad (5.10)$$

$$L = \frac{X_o}{\omega_n} = \frac{R Q}{\omega_n} \quad (5.11)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.6), (5.10) y (5.11) en la ecuación (5.5) obtenemos

$$Z_f = R \left(1 + j Q \delta \left(\frac{2 + \delta}{1 + \delta} \right) \right) \quad (5.12)$$

o, considerando que δ es relativamente pequeño comparado con la unidad,

$$Z_f \approx R(1 + j2\delta Q) = X_o(Q^{-1} + j2\delta) \quad (5.13)$$

y

$$|Z_f| \approx R(1 + 4\delta^2 Q^2)^{1/2} \quad (5.14)$$

Es generalmente más conveniente tratar con valores de las admitancias en lugar de las impedancias en el diseño del filtro, es decir:

$$Y_f \approx \left(\frac{1}{R(1 + j2\delta Q)} \right) = G_f + jB_f \quad (5.15)$$

donde

$$G_f = \frac{Q}{X_o(1 + 4\delta^2 Q^2)} \quad (5.16)$$

$$B_f = \frac{2\delta Q^2}{X(1 + 4\delta^2 Q^2)} \quad (5.17)$$

El voltaje armónico a la barra del filtro es

$$V_n = \frac{I_n}{Y_{nf} + Y_{sn}} = \frac{I_n}{Y_n} \quad (5.18)$$

y por consiguiente para minimizar la distorsión de voltaje es necesario aumentar la admitancia del filtro paralelo en conjunto con la del sistema a.c. .

Con ciertos límites el diseñador puede decidir en los valores de Q y dimensión del filtro (valores de VA valores a la frecuencia fundamental).

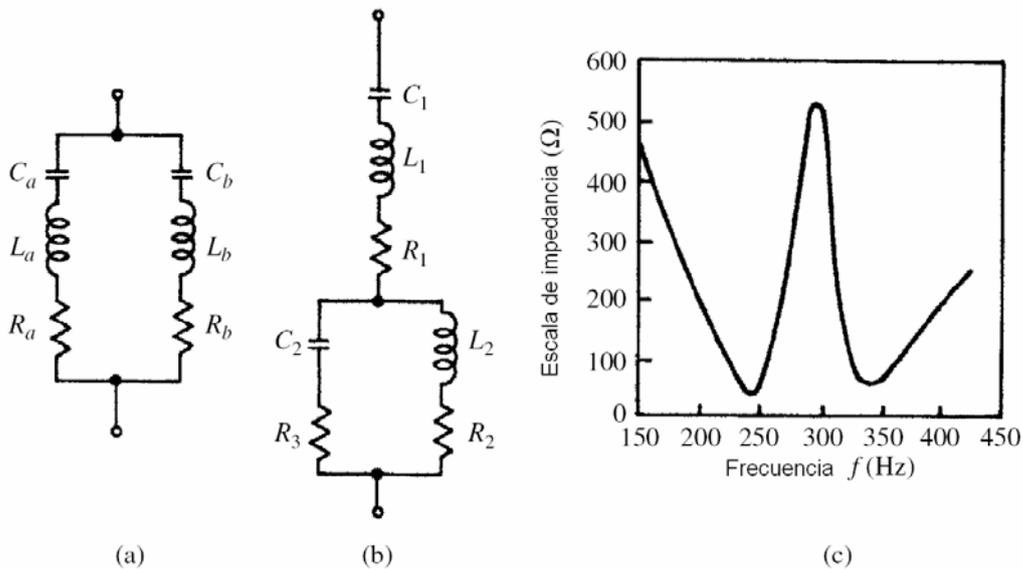
En términos de Q y d, la ecuación (5.18) puede escribirse como sigue:

$$|V_n| = I_n \left\{ \left[G_{sn} = \frac{1}{R(1 + 4\delta^2 Q^2)} \right]^2 + \left[B_{sn} = \frac{2Q\delta}{R(1 + 4\delta^2 Q^2)} \right]^2 \right\} \quad (5.19)$$

5.4.1. Filtros de doble sintonizado

Las impedancias equivalentes de dos filtros sintonizados simples (Figura 74(a)) cerca de su frecuencia de resonancia prácticamente igual que aquéllas de una configuración de filtro doble sintonizado, ilustrado en Figura 74(b), sujeto a las relaciones siguientes entre sus componentes

Figura 74. Transformación de (a) dos filtros afinado simple (b) filtro doble sintonizado. (c) La impedancia contra frecuencia de un filtro doble sintonizado para 5 y 7 armónicos.



. Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 234

5.4.2. Filtros sintonizados automáticamente

En el diseño de filtros sintonizados es conveniente para reducir la desviación de frecuencia máxima. Esto puede lograrse haciendo el sintonizado de los filtros por cualquiera *swicheo* automático de capacitancia o variando la inductancia. Un rango de $\pm 5\%$ normalmente es considerado usualmente adecuado. Un sistema de control, que mide la frecuencia armónica de la potencia reactiva en el filtro (su señal y magnitud) y usa la información para alterar el valor de L o C , se ha usado en filtros de convertidores HVd.c. Los filtros automáticamente sintonizados ofrecen las ventajas siguientes sobre los filtros fijos:

- (1) Los valores de los condensadores son más bajos.
- (2) El condensador usado puede combinar un coeficiente de temperatura alto de capacitancia y un alto valor de potencia reactiva que está dada en por unidad de volumen y en por unidad de costo.
- (3) Debido al Q más alto, la pérdida de la potencia es más pequeña.

Las ventajas (1) y (2) reducen el costo del condensador que es el más caro de los componentes del filtro. La ventaja (3) reduce el costo de la resistencia y el costo de las pérdidas del sistema.

5.5. Filtros amortiguados (*damped*)

El filtro amortiguado ofrece varias ventajas:

- (1) Su desempeño y carga son menos sensibles a la variación de temperatura, la desviación de frecuencia, las tolerancias de fabricación, la pérdida de elementos del condensador, etc.
- (2) Mantiene una impedancia baja para un ancho espectro de armónicos sin la necesidad de subdivisiones en ramas paralelas.
- (3) El uso de filtros sintonizados a menudo resulta en resonancia paralela entre el filtro y las admitancias del sistema a un orden armónico debajo de la frecuencia más baja del filtro sintonizado, o en medio de las frecuencias del filtro sintonizado. En tales casos el uso de uno o mas filtros amortiguados es una alternativa mas aceptable.

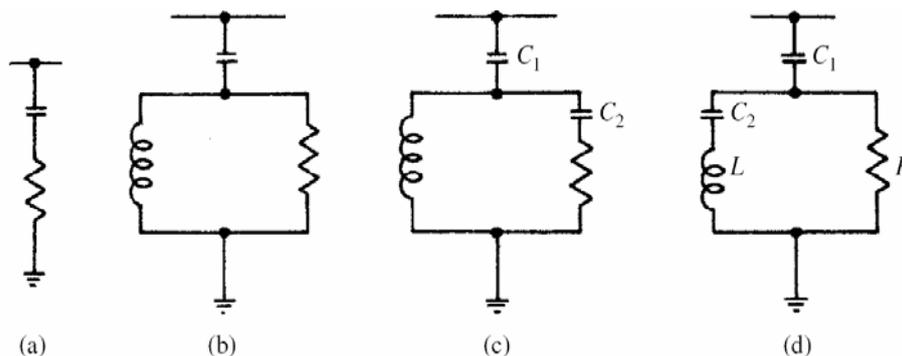
Las desventajas principales de los filtros de apagado amortiguados son:

- (4) para lograr un nivel similar de desempeño de filtración, el filtro amortiguado necesita ser diseñado para valores altos de la fundamental en VA, aunque en la mayoría de los casos un buen desempeño puede lograrse dentro de los límites requeridos para la corrección de factor de potencia.
- (5) Las pérdidas en la resistencia y el reactor son generalmente más altas

5.5.1. Tipos de filtros amortiguados (*damped*)

Se muestran cuatro tipos de filtros de apagado (*damped*) en la figura 75, de primer-orden, el segundo-orden, de tercer orden, y tipo C.

Figura que 75. Filtros paso-alto amortiguado: (a) de primer orden; (b) de segundo orden; (c) de tercer orden; (d) tipo C



. Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 236

- (1) El filtro del primero-orden normalmente no se usa, porque requiere un condensador grande y tiene pérdidas excesivas a la frecuencia fundamental.

- (2) El tipo de filtro de segundo-orden proporciona un desempeño de la filtración mejor, pero tiene superiores pérdidas a frecuencia fundamentales comparadas con los filtros del tercer-orden.
- (3) la ventaja principal del filtro de tercer-orden sobre el tipo de segundo-orden es la reducción de pérdida sustancial a la frecuencia fundamental, debiendo a los aumentos de la impedancia a esa frecuencia causada por la presencia del condensador C2. Además, el valor de C2 es muy pequeño comparado con C1.
- (4) la actuación de la filtración del C-tipo las ventajas del filtro entre aquéllos del segundo - y tipos del tercero-orden. Su ventaja principal es una reducción considerable en las pérdidas a frecuencia fundamental, ya que C2 y L están en serie afinados a esa frecuencia. Sin embargo, este filtro es más susceptible a las desviaciones de frecuencia fundamental y fluctuaciones de sus componentes.

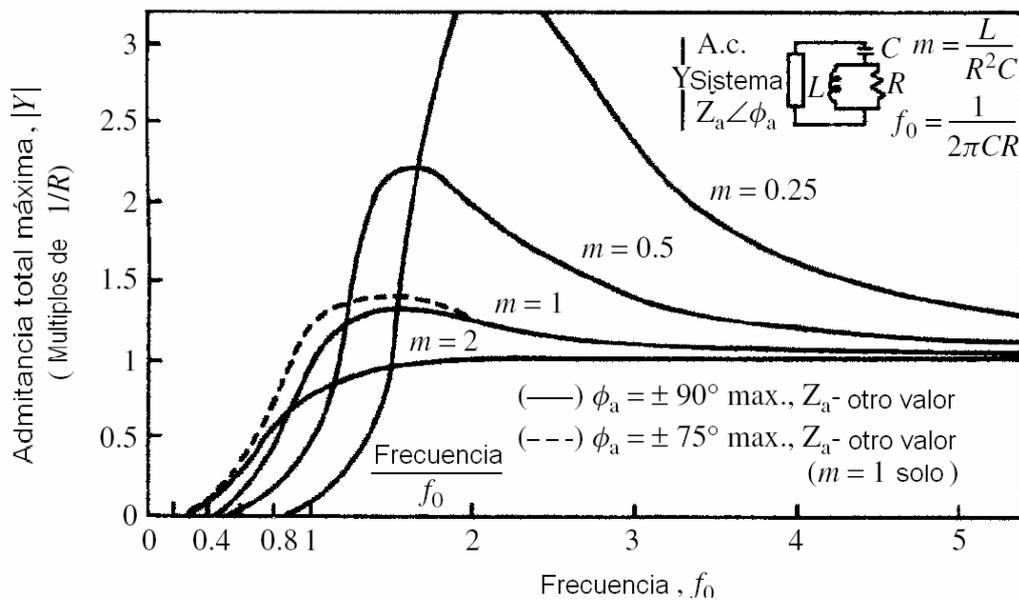
5.6. Configuraciones de filtros convencionales

5.6.1. Diseño del seis-pulso

Normalmente se diseñan convertidores estáticos de valores grandes para el funcionamiento de 12 pulsos por lo menos. En muchos diseños, sin embargo, para cubrir con el mantenimiento y otros paros temporales parciales, se permite el funcionamiento de seis-pulso. Bajo tales condiciones estos convertidores producen considerable volumen de armónicos de orden 5 y 7 así como de los que corresponden a los característicos del convertidor de 12-pulsos.

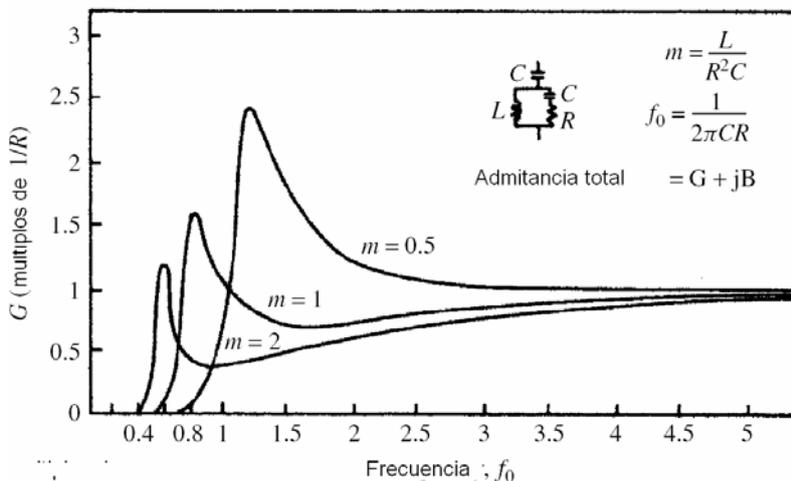
Éstos son convencionalmente filtrados usando una combinación híbrida de ramales con filtros sintonizados para los armónicos de órdenes, es decir 5, 7, 11 y 13, y un filtro amortiguado pasa alto para los 17 y los órdenes más altos.

Figura 76. Admitancia de filtro de pasa bajos de segundo-orden



. Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 238**

Figura 77. Componente de la conductancia para el filtro de pasa bajos de tercer orden



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 238**

5.6.2. Configuración del doce-pulsos

Siempre que el funcionamiento de un convertidor de doce-pulsos razonable pueda garantizarse bajo todas las condiciones de operación los filtros armónicos del quinto y séptimo orden pueden eliminarse. Un ejemplo de la configuración usada en un convertidor alto-voltaje d.c. y su impedancia correspondiente el sitio se muestra en Figura 78. El sitio exhibe los puntos resonantes a los 11, 13, y 27 armónicos, e impedancias razonablemente bajas al quinto y séptimo, que cubrirá con los niveles esperados bajo la distribución de la potencia desbalanceada ligeramente entre los puentes individuales.

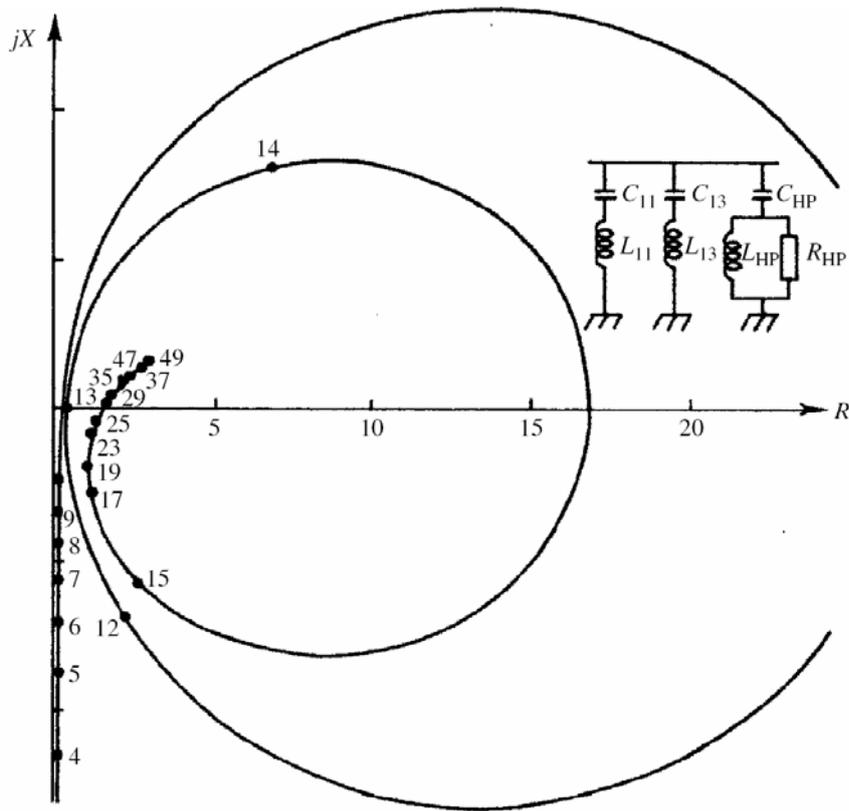
5.7. Filtración pasa banda para conversores del doce-pulsos

El diseño del filtro convencional para los conversores estáticos, basado en el uso separado de filtros sintonizados para la resonancia de los armónicos tipo 11 y 13 y un filtro paso alto para los armónicos de orden alto, normalmente proporcionará una reducción más eficaz que la requerida.

Esto es porque el tamaño mínimo de los filtros es normalmente determinado por la cantidad mínima de potencia reactiva de generación requerida por los conversores.

Por consiguiente el diseño del filtro puede simplificarse, reemplazando los filtros sintonizados 11 y 13 por un solo filtro del tipo amortiguado, o reemplazando todos los filtros por un filtro amortiguado simple. En el primer caso, el filtro *damped* que reemplaza los dos filtros sintonizados debe ser sintonizarse sobre el 12vo armónico y un Q suficientemente alto puede seleccionarse (20-50),

Figura 78. Configuración del filtro para el funcionamiento del 12-pulso y el sitio de impedancia típico



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 243

Mientras el filtro amortiguado para los armónicos altos tiene un Q mucho más pequeño (2-4). En el segundo caso, el filtro *damped* simple se sintoniza sobre el 12vo armónico pero a un Q bastante bajo (2-6) para conseguir una impedancia suficientemente baja al armónico alto.

También, el diseño híbrido discutido en la última sección (Figura 80) exhibe incrementos de impedancia a bajas frecuencias armónicas.

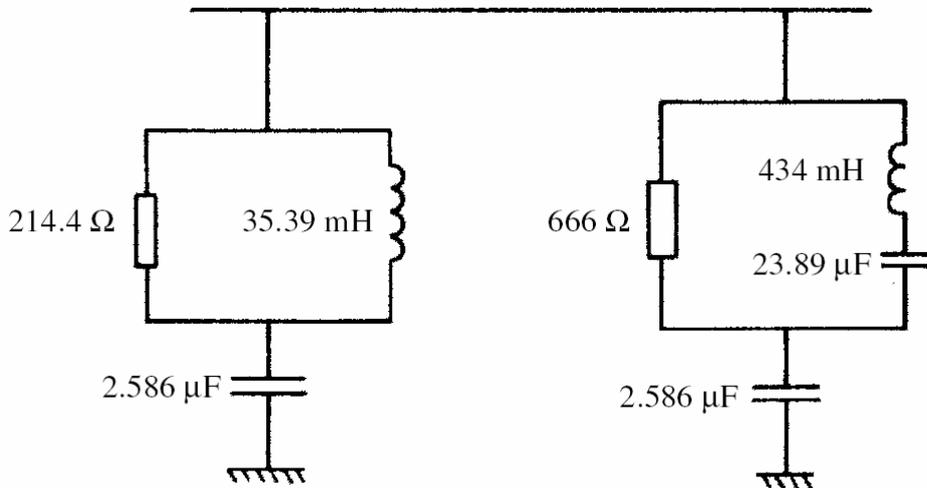
Con los valores grandes de algunos proyectos H.V.d.c. hay un incremento de la probabilidad de resonancia (de armónicos de bajo orden no característicos) entre la impedancia del sistema y la capacitancia del filtro. Esta condición es más probable cuando la red incluye cables a.c. largos (de grandes distancias). (Líneas arriba que proporcionan la generación de sustancial potencia reactiva).

El amortiguamiento de una red tiende a aumentar con el aumento de la frecuencia; para armónicos de bajo-orden el ángulo de impedancia limitando puede ser que ocurran resonancias altas y severas. Por otro lado, un método para controlar el perfil del voltaje de la red a.c. la tendencia es compensar totalmente, por los medios locales, la potencia reactiva absorbida por los convertidores. La alta capacidad de los filtros o bancos de condensadores en paralelo disminuye la frecuencia de resonancia con la red.

Una resonancia paralela puede amplificar considerablemente varios armónicos a tiempos diferentes, es decir la frecuencia crítica varía como una función del sistema a.c. y de la configuración y número de condensadores en funcionamiento; por consiguiente, en general los recursos no pueden ser adoptados para un armónico específico, pero debe evitar inaceptables amplificaciones para varias frecuencias.

Una condición muy común que es el resultado del desbalance del sistema es la producción de una tercera armónica de corriente significativa por el convertidor esta tercera armónica es de secuencia positiva y no será bloqueada por la conexión del transformador.

Figura 79. Filtros amortiguados de segundo-orden, Combinado y tipo-C.



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 244

Un diseño del filtro alternativo que consiste en un tipo-C y un filtro amortiguado de segundo-orden (mostrado en figura 79) puede usarse para eliminar la resonancia de orden bajo.

5.8. Distribución y Planificación del Sistema de Filtros

Los niveles crecientes de distorsión de voltaje en algunos sistemas de distribución pueden contenerse mejor con la aplicación de filtros armónicos en lugares estratégicos. En este respecto, los sistemas de distribución radiales tienen características especiales que hacen la planificación y el diseño del filtro diferente a aquéllos de plantas del sistema industrial. Entre éstos las diferentes relaciones X/R y grandes distancias eléctricas, una amplia variación en la carga con información limitada de las características de la carga, el uso de condensadores para el control del voltaje y corrección del factor de potencia y la natural dispersión de las inyecciones armónicas.

La distribución de cargas dispersadas generan corrientes pequeñas de armónicos de orden alto y los ángulos de fase de estas corrientes son extensamente distribuidos, resultando en un alto grado de cancelación. Sin embargo para los armónicos de orden bajo, particularmente el tercero, quinto y séptimo, hay menos cancelación y las corrientes armónicas resultantes son más altas.

Los sistemas de distribución radiales con bancos de condensadores primarios generalmente tienen resonancias en la cercanía de la quinta y séptimas frecuencias armónicas que incluye el grupo entero de condensadores distribuidos. Estas resonancias son mucho más anchas que las resonancias de frecuencias más altas que involucran únicamente uno o dos bancos de condensadores.

La tendencia en la distribución es considerar el uso optimizado simultáneamente de capacitancias para las fundamental y frecuencia armónicas. Aunque esto puede ser logrado muy eficazmente por los algoritmos genéticos, esta solución es sumamente exigente en los requisitos computacionales. Por eso generalmente,

5.9. Propiedades de los componentes de los filtros

Del conocimiento de los voltajes fundamentales y armónicos en las barras pertinentes los valores de la corriente y de voltaje de los condensadores, inductores y resistencias pueden calcularse, y con ellos las potencias activa, reactivas y pérdidas. Para prevenir el daño de estos componentes sus valores deben estar basados en las condiciones más severas esperadas.

Éstos deben incluir el voltaje fundamental más alto, la desviación de frecuencia eficaz más alta, las corrientes armónicas de otras fuentes y de las posibles resonancias entre el filtro y el sistema a.c.

5.9.1. Condensadores

Los condensadores están compuestos de unidades normales conectadas en serie y/o paralelo en orden para lograr los valores globales de voltaje y kVA deseados. Los factores principales involucrados en su diseño son: el coeficiente de temperatura de capacitancia, la potencia reactiva por la unidad, el volumen, pérdida de potencia, fiabilidad y costo.

Un coeficiente de temperatura muy bajo de capacitancia es deseable para los filtros afinados en orden para evitar la des-sintonización causada por el cambio de capacitancia con la temperatura ambiente o con el calentamiento propio del condensador; esta propiedad, sin embargo, es insignificante para los filtros amortiguados o condensadores de potencia.

Los condensadores obtienen su alta potencia reactiva por unidad teniendo pérdidas bajas y operando a tensiones de voltaje muy altas. Por esta razón, el funcionamiento prolongado en sobre voltajes moderados debe evitarse para prevenir la destrucción térmica del dieléctrico; incluso a altos sobre voltajes por breves periodos de funcionamiento pueden producir ionización destructiva del dieléctrico. Los valores de potencia reactiva requerida del condensador es la suma de las potencias reactiva a cada una de las frecuencias a que se somete.

5.9.2. Inductores

Los inductores usados en los circuitos de filtros necesitan ser diseñados tomando en cuenta las altas frecuencias involucradas, es decir el efecto superficial (efecto *skin* o piel) y las pérdidas por histéresis deben ser incluidos en el cálculo de pérdidas de potencia. También, el efecto del nivel de flujo en el núcleo, es decir el “des-sintonizado” causado por la no linealidad magnética, debe por lo tanto tenerse en cuenta.

Esto normalmente lleva al uso de densidades de flujo bajas cuando se usan núcleos férricos. Alternativamente, los inductores del filtro son bien diseñados con núcleos no magnéticos.

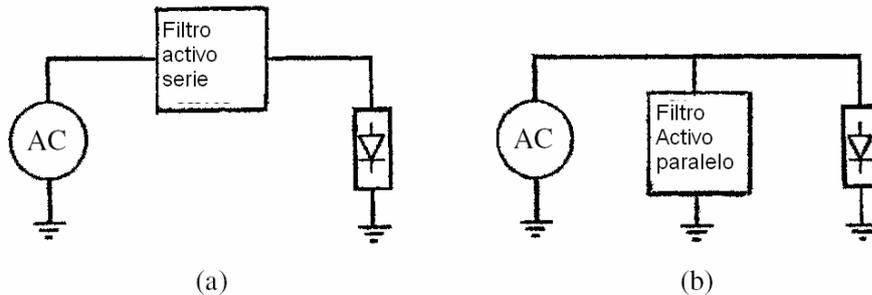
El factor Q a la frecuencia armónica predominante puede seleccionarse para el costo más bajo y normalmente está entre 50 y 150. Sin embargo, normalmente se requieren valores de Q mas bajos y éstos se obtienen usando una resistencia de serie.

Los valores de Inductores dependen principalmente de la corriente r.m.s máxima y le nivel de aislamiento requerido para tolerar sobrevoltages. Normalmente R y L forman el lado de tierra de un filtro sintonizado.

5.11. Filtros activos

La complejidad del diseño y el costo alto de pérdidas de los filtros pasivos convencionales, como su capacidad restringida para eliminar inter armónicos y armónicos no característicos, ha animado el desarrollo de compensación armónica por medio de dispositivos de electrónica de potencia, normalmente llamado los filtros activos.

Figura 80. Filtros activos: (a) la serie; (b) la desviación



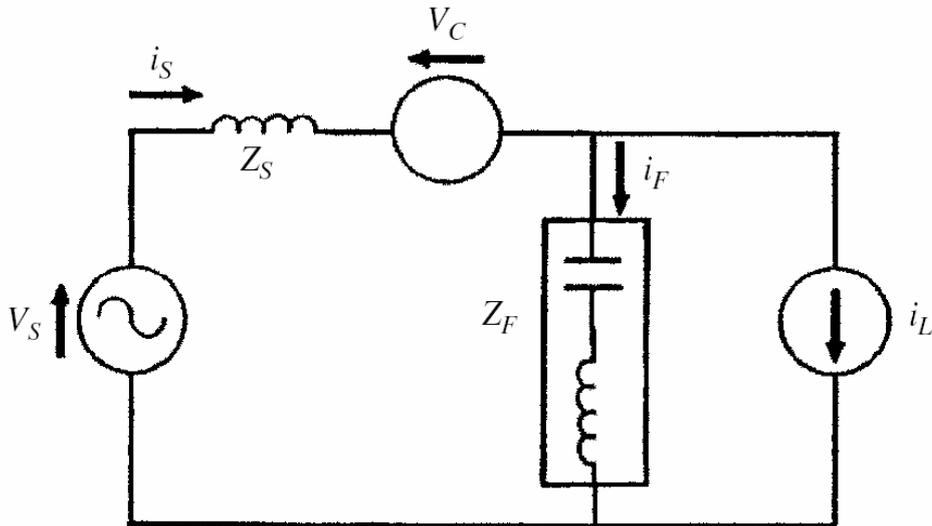
Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 256

Según su conexión a la red, los filtros activos pueden ser de tipo serie, como el mostrado en Figura 80 (a), para prevenir el traslado de corriente armónica, o del tipo paralelo, mostrado en Figura 80 (b), para reducir el volumen armónico en la red. Las características de operación y limitaciones de los dos tipos de filtros activo se verán mas adelante.

5.10.1. Conexión de filtros activos serie

Como la generación de contenido armónico es una parte inherente del funcionamiento de los componentes no lineales, debe suministrarse una trayectoria para que fluyan. Por consiguiente el uso de los filtros serie-conectados en aislamiento no son normalmente viables y ellos tienen que ser combinados con algún tipo de filtración pasiva. El último absorbe la corriente armónica generada por la planta no lineal. Mientras los bloques de los filtros activos transfieren los armónicos en otra dirección. Esta combinación aísla los filtros pasivos de la impedancia del sistema a.c., mejorando su respuesta y reduciendo las posibles sobrecargas. La figura 81 muestra un diagrama monofásico de una combinación de filtro serie activo y filtro paralelo pasivo. Los armónicos se representan por una fuente de corriente I_L y la red y el filtro pasivo por las impedancias Z_S y Z_F , respectivamente. El filtro activo se representa por una fuente de voltaje V_C en serie.

Figura 81. Circuito monofásico de un filtro activo serie



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 256

La fuente de voltaje controlado no ofrece ninguna impedancia al flujo de componente fundamental pero introduce una resistencia muy grande entre la red y el elemento no lineal para las frecuencias armónicas.

En la práctica, debido a lo limitado del ancho de banda del filtro activo, hay un nivel máximo para esa resistencia.

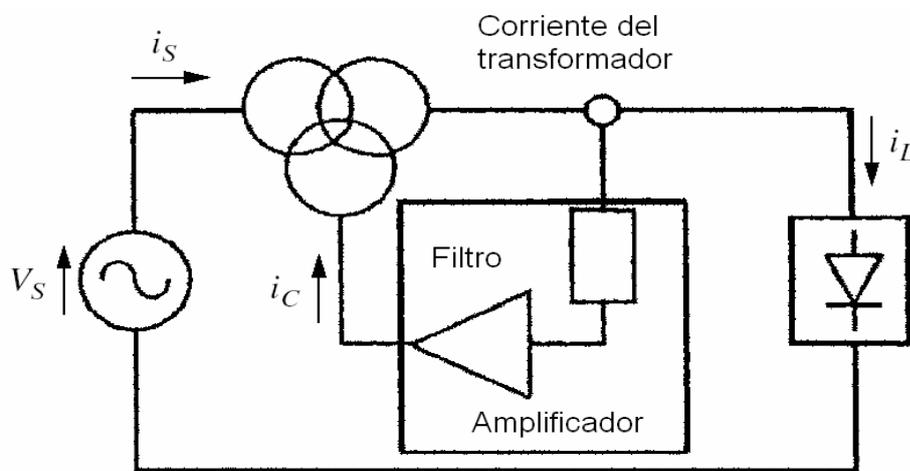
En el caso ideal, la corriente armónica del elemento no lineal es obligada a circular por el filtro pasivo, y el voltaje del filtro activo es la suma del suministro y el voltaje del filtro o filtros pasivos. Los valores de potencia de los filtros activos serie es del orden de 2-5% de la potencia nominal del elemento no lineal (en VA).

La limitación principal de la configuración de filtro de activo/pasivo es que se restringe a una frecuencia fundamental fija.

5.10.2. Conexión de filtros activos paralelo

Una propuesta temprana para la conexión del filtro activo paralelo era hecha en 1971 para la eliminación de corrientes armónicas del convertidor por compensación magnética, como muestra en la figura 82.

Figura 82. **Compensación magnética de armónicos del convertidor**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 257**

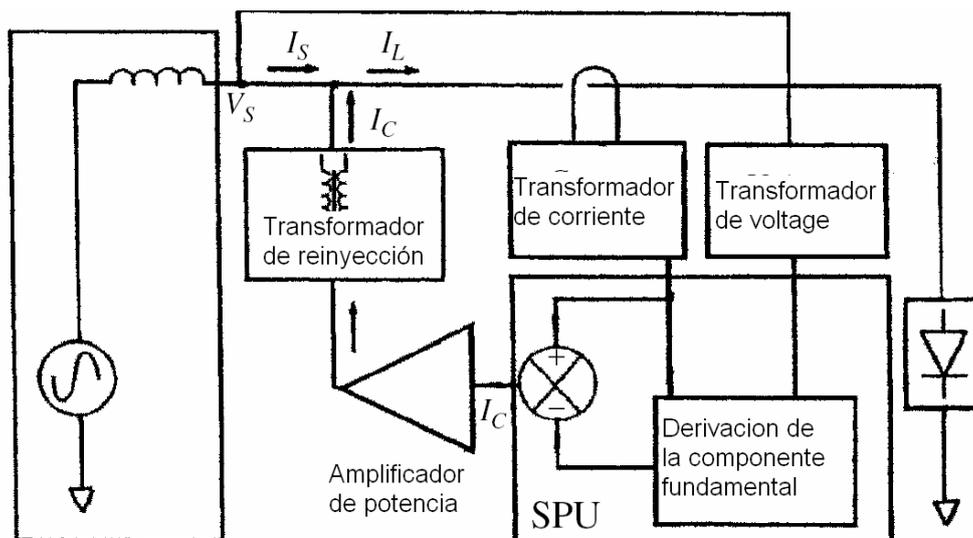
En esta configuración un transformador de corriente captura la información sobre la corriente total del convertidor. La corriente fundamental se elimina entonces por medio de un circuito serie resonante. El volumen restante de la corriente se amplifica a niveles apropiados por medio de un amplificador lineal, la salida es retroalimentada por un embobinado terciario en el transformador del convertidor.

Ha habido investigación considerable más recientemente en este campo, sobre todo en el la deducción y procesando de la señal representativa de los componentes de la corriente armónicas para obtener la apropiada compensación de corriente.

Por otro lado la eliminación armónica, los sistemas de compensación activos pueden diseñarse para mejorar el factor de la potencia. La figura 83 muestra un circuito basado en el uso de una unidad de procesamiento de señal (SPU) para la compensación de corrientes armónicas de una carga y el desplazamiento de ángulo de la frecuencia de la corriente fundamental. En esta unidad la muestra del contenido armónico de la corriente se transmite al SPU. El SPU sintetiza una onda del senoidal en fase con la componente fundamental de la corriente de carga (con el propósito de la eliminación armónica) o con el voltaje terminal (para la compensación combinada de armónicos y mejoramiento del factor de desplazamiento).

La corriente senoidal sintetizada se substrahe entonces de la señal representativa de la corriente de carga para obtener los requerimientos de compensación; esta señal se da a un amplificador y entonces se combina, por un transformador de re inyección (o por conexión directa usando un inductor), con la corriente de carga para formar un corriente de sistema casi senoidal.

Figura 83. Sistema activo para la compensación de la distorsión armónica

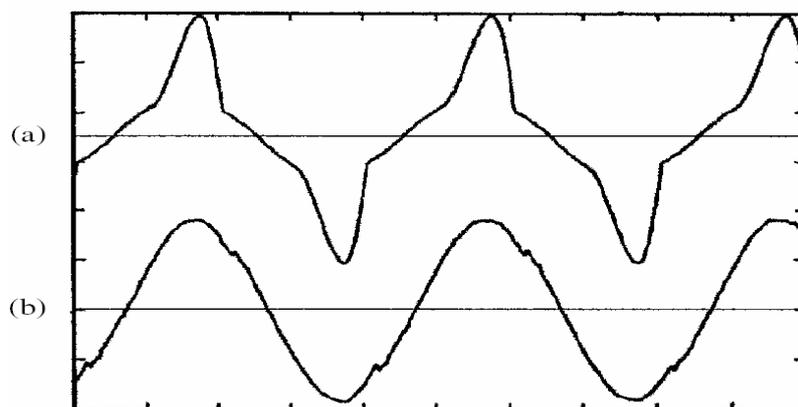


Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system**. Pág. 258

La característica principal de este sistema de proceso es que el SPU opera en el dominio del tiempo y así evita la necesidad del proceso complejo para extraer los componentes armónicos. Por consiguiente el filtro activo paralelo no se ata a una frecuencia fundamental específica y así la compensación lograda es eficaz en cualquier frecuencia dentro de los límites impuestos por el diseño.

Aunque el filtro paralelo activo tiene las ventajas definidas sobre la filtración pasiva, su uso en las aplicaciones industriales reales ha estado hasta ahora limitado. Esto es porque el costo del inversor todavía es más alto que la solución de filtro pasiva. Una reciente contribución ha propuesto la conexión de un filtro paralelo activo en serie con un filtro pasivo. En este caso los valores del filtro activo se reducen y mejoran la actuación del el filtro pasivo. El efecto de compensado de un prototipo del filtro activo se ilustra en la figura 86.

Figura 84. **Magnitudes típicas de un filtro activo: (a) la corriente de carga; (b) compensado de la corriente de suministro**



Fuente: Jos Arrillaga. **Power harmonics system. Pág. 258**

La figura 86(a) muestra la forma de onda de la corriente absorbida por un puente rectificador monofásico alimentando una carga resistiva, y la figura 86(b) ilustra el efecto de compensando logrado por el filtro activo.

CONCLUSIONES

1. La transformada de Fourier todavía es la herramienta de proceso de señal ampliamente utilizada en sistemas de potencia para el análisis armónico. Para el cómputo eficaz, su uso se ha reforzado por el desarrollo de una variedad de algoritmos bajo el título general del Transformada Rápida de Fourier
2. El tercer armónico es particularmente molesto, ya que se agrega aritméticamente en el neutral de la red trifásica.
3. Las armónicas pueden ocasionar una perturbación inaceptable sobre la red de distribución de energía eléctrica, y causar el recalentamiento de motores, cables y transformadores, el disparo de los interruptores automáticos, el sobrecalentamiento de capacitores, y también problemas serios en, máquinas de control numérico, equipos de comunicación, control, protección y sistemas para la medición de equipo técnico y de potencia en general.
4. Uno de los problemas en este respecto es la dificultad de determinar el grado de obligación de las diferentes partes involucradas. La instalación de filtros armónicos pasivos en un punto en el sistema normalmente tiene un efecto positivo el efecto en el sistema en conjunto. Sin embargo, a menudo el costo de proporcionar tal bienestar general es raramente compartido entre las partes beneficiadas. La parte negativa de esto es que la combinación paralela de los filtros e impedancias del sistema produce resonancias (normalmente a armónicos no característicos) y, así aumenta substancialmente la distorsión a esas frecuencias.

5. Se sabe que al utilizar diodos rectificadores en un puente rectificador (como los encontrados en la mayoría de equipo electrónico) se puede obtener un único voltaje fijo, para obtener voltajes de salida controlados, se usan tiristores con control por fase en lugar de diodos, entonces se puede variar el voltaje de salida de los tiristores controlando el ángulo de retardo o de disparo de los tiristores, un tiristor controlado por la fase, se activa aplicando en pulso corto a su compuerta y se desactiva por conmutación natural o de línea. Este fenómeno es el que comúnmente produce armónicos.

RECOMENDACIONES

1. Comúnmente, los cursos de matemáticas en los que se analizan las Series de Fourier son opcionales dejando a discreción mucho del contenido que es necesario para lograr un conocimiento amplio del análisis armónico, por lo que es recomendable aumentar los conocimientos en esta área previo al estudio de armónicos en sistemas eléctricos y de potencia.
2. La electrónica de potencia aumenta día con día su importancia aunque el tema no es totalmente novedoso, su incremento sustancial se debe a la economía en los costos de los equipos, es por eso que sin duda alguna existe la necesidad de fomentar un curso que cubra aspectos de suma importancia como por ejemplo: Conversores, Inversores, Controladores, Arrancadores o *Drivers* etc.
3. La bibliografía disponible en cuanto al tema de armónicos no se encuentra con facilidad en español lo cual obliga a la persona interesada a buscar bibliografía en inglés, lo que a su vez redundaría en que este deba tener conocimientos básicos del tema, por lo que estos temas deberían ser entre otros, Series de Fourier, funciones alternativas, dispositivos semiconductores de electrónica de potencia y su funcionamiento.

4. Los armónicos son y serán un tema contemporáneo y aunque su análisis requiera conceptos ya establecidos las técnicas de análisis por computadora facilita de cierta manera su estudio, siempre que utilicemos equipo de electrónica de potencia se generaran armónicos un efecto inherente a los mismos, será entonces recomendable saber cuando estos efectos están ocasionando problemas como por ejemplo ruido en las comunicaciones, disparos de equipos de protección, o daños en los mismos para lo cual se han de establecer medidas de corrección.

5. La implementación de un controlador basado en microprocesadores facilita la puesta en servicio de un sistema de esta naturaleza e incorpora funciones adicionales de control, medición y protección que reducen la cantidad de dispositivos adicionales.

BIBLIOGRAFÍA

1. Jos, Arrillaga. **Power harmonics system**. Inglaterra : Editorial John Wiley & Sons, Ltd, 2003.
2. Muhammad H. Rashid. **Electrónica de Potencia**. Mexico: Editorial Prentice Hall, Inc., 2004.
3. Hsu, How. **análisis de Fourier**. Mexico: Editorial McGraw-Hill. 1994 .
4. Basler Electric Company, **Technical presentation of power control and protection**. (Volumen 1 y 2). Estados Unidos: s.e., 1999.
5. Chapman, Stephen J. **Máquinas eléctricas**. México: Editorial McGraw-Hill, 1993.
6. Fitzgerald, A. E. y otros. **Máquinas eléctricas**. México: Editorial McGraw-Hill, 1992.
7. Grainger, John J. y William D. Stevenson Jr. **Análisis de sistemas de potencia**. México: Editorial McGraw-Hill, 1999.
8. Huelsaman, Lawrence P. **Teoría de Circuitos**. Mexico: Editorial McGraw-Hill, 1992.
9. González, Francisco Javier. **Fundamentos Teóricos sobre Armónicas**. Guatemala: Editorial.
10. Van, Valkenburg. **Análisis de Redes**: Mexico: Editorial Prentice Hall, Inc., 1994.