



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica

**PROPUESTA DEL GENERADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO COMO ALTERNATIVA PARA
MEJORAMIENTO DE LA EFICIENCIA EN LA GENERACIÓN ELÉCTRICA Y LA REDUCCIÓN
DE SU IMPACTO AMBIENTAL**

Cristian Kin Flores Córdova

Asesorado por el Ing. Francisco Javier González López

Guatemala, julio de 2011

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**PROPUESTA DEL GENERADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO COMO ALTERNATIVA PARA
MEJORAMIENTO DE LA EFICIENCIA EN LA GENERACIÓN ELÉCTRICA Y LA REDUCCIÓN
DE SU IMPACTO AMBIENTAL**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

CRISTIAN KIN FLORES CÓRDOVA

ASESORADO POR EL ING. FRANCISCO JAVIER GONZÁLES LÓPEZ

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO ELECTRICISTA

GUATEMALA, JULIO DE 2011

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
VOCAL II	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL III	Ing. Miguel Ángel Dávila Calderón
VOCAL IV	Br. Juan Carlos Molina Jiménez
VOCAL V	Br. Mario Maldonado Muralles
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Romeo Neftalí López Orozco
EXAMINADOR	Ing. Jorge Luis Pérez Rivera
EXAMINADOR	Ing. José Guillermo Bedoya Barrios
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

PROPUESTA DEL GENERADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO COMO ALTERNATIVA PARA MEJORAMIENTO DE LA EFICIENCIA EN LA GENERACIÓN ELÉCTRICA Y LA REDUCCIÓN DE SU IMPACTO AMBIENTAL

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Mecánica Eléctrica, con fecha 10 de noviembre de 2009.



Cristian Kin Flores Córdova

Guatemala, 6 de mayo de 2010

Ingeniero
José Guillermo Bedoya Barrios
Coordinador del Área de Potencia
Escuela de Ingeniería Mecánica-Eléctrica
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala

Estimado Ingeniero Bedoya:

De acuerdo con la designación hecha por la Dirección de la Escuela, me permito informarle que he tenido bien asesorar el trabajo de graduación titulado **“PROPUESTA DEL GENERADOR MAGNETOHIDRODINAMICO COMO ALTERNATIVA PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EFICIENCIA EN LA GENERACION ELECTRICA Y LA REDUCCION DE SU IMPACTO AMBIENTAL ”** siendo el tema desarrollado por el estudiante **Cristian Kin Flores Cordova**, encontrándolo satisfactorio, por lo que resuelvo dar mi aprobación al mismo, remitiéndole a la Coordinación para el trámite pertinente.

Por tanto, el autor de éste trabajo de graduación y, yo, como su asesor, nos hacemos responsables por el contenido y conclusiones del mismo.

Sin otro particular, me es grato saludarle.

Atentamente,



Ing. Francisco Javier González López.

ASESOR



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

Ref. EIME 16. 2011
Guatemala, 17 de enero 2011.

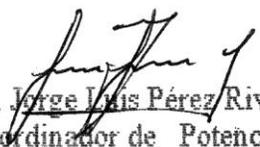
Señor Director
Ing. Guillermo Antonio Puente Romero
Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica
Facultad de Ingeniería, USAC.

Señor Director:

Me permito dar aprobación al trabajo de Graduación titulado:
"PROPUESTA DEL GENERADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO
COMO ALTERNATIVA PARA EL MEJORAMIENTO DE LA
EFICIENCIA EN LA GENERACIÓN ELÉCTRICA Y LA
REDUCCIÓN DE SU IMPACTO AMBIENTAL", del estudiante,
CRISTIAN KIN FLORES CÓRDOVA, que cumple con los
requisitos establecidos para tal fin.

Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para saludarle.

Atentamente,
D Y ENSEÑAD A TODOS


Ing. Jorge Luis Pérez Rivera
Coordinador de Potencia



JIPR/sro



REF. EIME 15. 2011.

El Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, después de conocer el dictamen del Asesor, con el Visto Bueno del Coordinador de Área, al trabajo de Graduación del estudiante; CRISTIAN KIN FLORES CÓRDOVA titulado: "PROPUESTA DEL GENERADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO COMO ALTERNATIVA PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EFICIENCIA EN LA GENERACIÓN ELÉCTRICA Y LA REDUCCIÓN DE SU IMPACTO AMBIENTAL", procede a la autorización del mismo.


Ing. Guillermo Antonio Puentes Romero

GUATEMALA, 8 DE MARZO 2011.

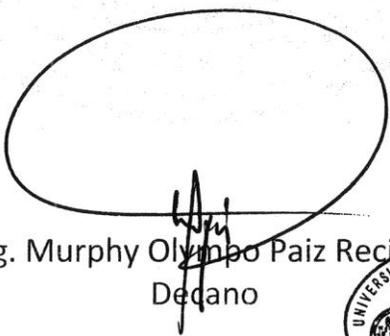




DTG. 240.2011

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica Eléctrica, al trabajo de graduación titulado: **PROPUESTA DEL GENERADOR MAGNETOHIDRODINÁMICO COMO ALTERNATIVA PARA MEJORAMIENTO DE LA EFICIENCIA EN LA GENERACIÓN ELÉCTRICA Y LA REDUCCIÓN DE SU IMPACTO AMBIENTAL**, presentado por el estudiante universitario **Cristian Kin Flores Córdova**, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:


Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
Decano



Guatemala, 8 de julio de 2011.

/gdech

ACTO QUE DEDICO A:

Mis padres

Rudy Augusto Flores Cano y Eva de la Luz Córdova de Flores, por su incondicional amor y apoyo durante mis estudios.

Mis hermanos

Rudy Armando Flores Córdova y África Ixmucané Flores Córdova, por su dedicación, perseverancia y esmero, cualidades que me sirvieron como ejemplo a seguir.

Mis abuelos

Armando Guillermo Flores Salazar (q.e.p.d.) y María Cristina Cano de Flores por todo el cariño y ayuda que me brindaron para convertirme en profesional.

Mis amigos

William Samayoa, Alejandro Retana, Cristian Herrera, Abner Castellanos, Jezper Gómez, Daniel Raban y a muchos más compañeros, por su amistad y apoyo.

AGRADECIMIENTOS A:

Mi asesor

Ing. Francisco Javier González López por compartir sus conocimientos y el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

**Mi queridísima
Universidad de
San Carlos**

Por brindarme la oportunidad de adquirir los conocimientos necesarios para desempeñar una profesión.

Los catedráticos

Escuela Ingeniería Mecánica Eléctrica, por brindarme su conocimiento en los salones de clases.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	IX
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
GLOSARIO	XVII
RESUMEN.....	XIX
OBJETIVOS	XXI
INTRODUCCIÓN.....	XXIII
1. INTRODUCCIÓN A LA MAGNETOHIDRODINÁMICA	1
1.1. Magnetohidrodinámica.....	1
1.1.1. Magnetohidrodinámica ideal.....	1
1.1.2. Magnetohidrodinámica resistiva	3
1.2. Historia de la magnetohidrodinámica	4
1.3. Principios de la Magnetohidrodinámica.....	5
1.3.1. Ideas fundamentales acerca de la hidrostática y la hidrodinámica.....	5
1.3.2. Ecuaciones de cero viscosidad en la hidrodinámica.....	6
1.3.3. Condiciones de continuidad	7
1.3.4. Ecuaciones de estado	8
1.3.5. Integral de Bernoulli para las ecuaciones de movimiento.....	9
1.3.6. Condiciones de frontera	10
1.3.7. Hidrostática y equilibrio de gases	10
1.3.8. Potencial gravitacional.....	11

1.3.9.	Equilibrio de gases atmosféricos.....	12
1.3.10.	Atmósfera isotérmica en un campo gravitacional uniforme.....	13
1.3.11.	Movimiento continuo de líquidos incompresibles no viscosos.....	14
1.3.12.	Verticidad.....	14
1.3.13.	Circulación.....	15
1.3.14.	Movimiento general.....	16
1.3.15.	Caso de simetría axial.....	18
1.3.16.	Colinas de vértices esféricos.....	19
1.3.17.	Movimiento en un plano.....	21
1.3.18.	Uso de variable compleja.....	21
1.3.19.	Uso de mapas complejos.....	22
1.3.20.	Movimiento viscoso.....	24
1.3.21.	Número de Reynolds.....	25
1.3.22.	Turbulencia.....	25
1.3.23.	Capas barrera.....	26
1.3.24.	Fluidos compresibles.....	26
1.3.25.	Ondas de sonido en una atmósfera uniforme.....	27
1.3.26.	Ondas de sonido en una dimensión.....	28
1.3.27.	Ondas periódicas.....	29
1.3.28.	Flujo sub-sónico y supersónico.....	30
1.3.29.	Ondas de choque planas estacionarias.....	31
1.3.30.	Ondas de superficie: ondas planas progresivas.....	34

1.4.	Ondas en un tanque infinitamente largo, con ancho y profundidad finita	36
1.4.1.	Velocidad de grupo	36
1.4.2.	Paquete de ondas	37
1.5.	Efectos electromagnéticos	38
1.5.1.	Ecuaciones de Maxwell	38
1.5.2.	Radiación electromagnética	39
1.5.3.	La fuerza de Lorentz y sus transformaciones	40
1.5.4.	Presión magnética.....	42
1.5.5.	Ley de Ohm.....	44
1.5.6.	Conductores en movimiento	44
1.5.7.	Polarización de la carga y la convención de la corriente eléctrica	45
1.5.8.	Ecuación de inducción.....	46
1.5.9.	Ecuaciones mecánicas.....	47
1.5.10.	El vector de Poynting	47
1.5.11.	El teorema del vector de Poynting para superficies en movimiento.....	48
1.5.12.	Divergencia del vector de Poynting	49
1.5.13.	Condiciones de barrera	49
1.5.14.	Condiciones de barrera electromagnética	50
1.5.15.	Dificultad de encajar un campo electromagnético externo	52
1.5.16.	Simplificación de las ecuaciones magnetohidrodinámicas por medio del análisis dimensional.....	53

1.5.17.	Movimientos de tubos de fuerza en un medio conductor perfecto	55
1.5.18.	Principios dinámicos	57
1.6.	Movimiento de un fluido en un campo magnético uniforme	57
1.6.1.	Ondas Alfvén	57
1.6.2.	Ondas Alfvén planas polarizadas	59
1.6.3.	Velocidad de grupo	60
1.6.4.	Transmisión y reflexión de ondas Alfvén en una discontinuidad en la densidad	61
1.6.5.	Modos acústicos e hidromagnéticos de propagación de onda en un plasma conductor infinito	62
1.6.6.	Ondas longitudinales en ángulos rectos del campo magnético	63
1.6.7.	En el caso de una gran velocidad del sonido	63
1.6.8.	En el caso de una pequeña velocidad del sonido	63
1.6.9.	Oscilaciones hidromagnéticas	63
1.6.10.	Encajando un campo electromagnético externo	64
1.6.11.	Efectos de la continuidad finita sobre ondas hidrodinámicas	64
1.6.12.	Oscilaciones hidrodinámicas forzadas	65
1.6.13.	Ondas hidromagnéticas en un líquido uniforme rotando	66
1.6.14.	Velocidad de grupo	66

2.	GENERADOR ELÉCTRICO MAGNETOHIDRODINÁMICO	69
2.1.	Principio de funcionamiento	69
2.2.	Principios de operación.....	71
2.3.	Partes de un generador MHD	72
2.4.	Aspectos importantes de los generadores MHD	74
2.4.1.	Obtención de la conductividad adecuada	74
2.4.2.	Obtención de un campo magnético potente	77
2.4.3.	Electrodos con larga vida útil.....	77
2.5.	Tipos de generadores MHD	78
2.5.1.	Generador tipo Faraday	79
2.5.2.	Generador tipo Hall	80
2.5.3.	Generador MHD tipo disco	81
3.	TIPOS DE PLANTA DE GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA CON GENERADORES MHD.....	83
3.1.	Importancia de la implementación de generadores MHD en plantas de generación eléctrica.....	83
3.2.	Introducción a la generación eléctrica por medio de plantas con generadores MHD	84
3.3.	Plantas de generación de ciclo abierto.....	85
3.3.1.	Sistemas y diseño de plantas MHD de ciclo abierto	87
3.4.	Plantas de generación MHD de ciclo abierto de metal líquido	90

3.4.1.	Funcionamiento de una planta de ciclo abierto de metal líquido.....	91
3.5.	Componentes de una planta de generación MHD de ciclo abierto	92
3.5.1.	Componentes de arrastre del flujo MHD	93
3.5.1.1.	Combustor.....	93
3.5.1.2.	Generador lineal.....	95
3.5.1.3.	Difusor.....	96
3.5.1.4.	Imán	97
3.5.1.5.	Inversor	99
3.5.2.	Sub-sistemas auxiliares de una planta de generación MHD de ciclo abierto	100
3.5.2.1.	Plantas de oxígeno.....	100
3.5.2.2.	Pre-calentadores de aire	101
3.5.2.3.	Sistema de recuperación de material de dopaje.....	101
3.6.	Plantas de generación MHD de ciclo cerrado	103
3.6.1.	Fuentes de calor para plantas MHD de ciclo cerrado	105
3.6.1.1.	Colectores solares.....	106
3.6.1.2.	Fuentes de calor nuclear	107
3.6.2.	Generadores utilizados en las plantas de ciclo cerrado MHD	107

4.	IMPACTO MEDIO AMBIENTAL Y COSTO DE LAS PLANTAS DE GENERACIÓN MHD DE ENERGÍA ELÉCTRICA.....	109
4.1.	Análisis medio ambiental	109
4.1.1.	Emisiones al aire	110
4.1.1.1.	Óxidos de sulfuro	110
4.1.1.2.	Óxidos de nitrógeno.....	112
4.1.1.3.	Metales detectables	113
4.1.1.4.	Emisión de partículas a la atmosfera	114
4.1.1.5.	Otras emisiones al aire	115
4.2.	Comparación de eficiencia de las plantas de generación MHD de ciclo abierto con otras tecnologías	117
4.3.	Costo de una planta de generación MHD de ciclo abierto	120
4.3.1.	Datos de costos de combustibles, operación y mantenimiento de planta de generación MHD de ciclo abierto, Corette.	123
4.3.2.	Datos de ganancias económicas producidas por la planta MHD de ciclo abierto Corette	125
4.3.3.	Costos comparativos de plantas de carbón convencionales a instalarse en el país versus el costo de la planta prototipo Corette	125
	CONCLUSIONES	127
	RECOMENDACIONES	129
	BIBLIOGRAFÍA.....	131

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Imágen de un flujo en forma de tubo que consiste en la unión de varias líneas de flujo	7
2.	Circulación de un fluido alrededor de un contorno cerrado	16
3.	Sección meridional de las líneas de flujo para las colinas de vértices esféricos.....	20
4.	Transformación del flujo alrededor del contorno Γ_z en el plano ξ paralelo al flujo en el plano W	23
5.	Transformación del flujo alrededor de un contorno Γ_z en el plano ξ , al flujo alrededor del plano Γ_z	24
6.	Movimiento de diferentes ondas, formas y direcciones sobre el eje X	29
7.	Ilustración de la diferencia fundamental entre flujo sub-sónico (a) y flujo supersónico (b).....	30
8.	Fuerza de Lorentz (En ángulo recto para J y H).....	41
9.	Imagen de la tensión $F_m = uH^2/8\pi$ junto con las líneas de fuerza, y la presión magnética normal $p_m = uH^2/8\pi$	43
10.	Flujo del vector de Poynting P dentro de una superficie S cerrada (el componente normal de P se denota como P_n).....	48
11.	Discontinuidad de la variable α en la barrera	49
12.	Campo magnético dentro de un solenoide infinitamente largo	50
13.	Efecto del movimiento del fluido sobre un contorno moviéndose con el fluido	56

14. Efecto de un movimiento compartido sobre las líneas de fuerza	57
15. Reflexión y transmisión de las ondas Alfvén en una densidad discontinúa	61
16. Principio de una turbina electromagnética de un generador MHD	70
17. Representación de un generador MHD básico	73
18. Imagen del ducto o canal de un generador MHD tipo Faraday	73
19. Valores representativos de la conductividad de plasmas en un generador MHD a 1 atmósfera.	76
20. Generador MHD tipo Faraday	80
21. Imagen de generador MHD tipo Hall	81
22. Generador MHD tipo disco	82
23. Esquema básico de una planta de generación magnetohidrodinámica	87
24. Planta de alta temperatura directamente pre-calentada	88
25. Planta de alta temperatura de calentamiento por fuego separado	88
26. Planta de temperatura intermedia pre-calentada y enriquecida con O ₂	89
27. Diagrama esquemático de una planta de metal líquido magneto hidrodinámica de carbón como combustible de ciclo abierto.....	90
28. Diagrama esquemático de una planta de ciclo abierto de metal líquido....	91
29. Combustor de 50 MW para instalaciones MHD	95
30. Diagrama esquemático de un generador lineal con todos sus componentes de arrastre de flujo	97
31. Imán superconductor de 6 teslas.....	98
32. Planta de generación MHD de ciclo cerrado de metal líquido híbrida con generación de vapor acoplada	103
33. Sistema MHD con colector solar de calor y enfriado a través de metal-líquido	106

TABLAS

I.	Valores de conductividad σ y escala de longitud L	54
II.	Estándares de emisiones al medio ambiente para fuentes de combustibles fósiles sólido	111
III.	Emisiones estimadas de óxido de sulfuro de una planta MHD de ciclo abierto	111
IV.	Emisiones de NO_x para plantas de generación MHD de ciclo abierto	113
V.	Porcentajes de metales detectables removidos antes de la liberación de gas de las plantas de generación MHD de ciclo abierto	114
VI.	Estimado de emisiones de partículas de plantas de generación MHD de ciclo abierto	115
VII.	Otras emisiones al aire	116
VIII.	Comparación de emisiones por tonelada plantas de vapor convencionales plantas MHD de ciclo abierto	117
IX.	Eficiencias proyectadas de plantas MHD de ciclo abierto	118
X.	Datos de la planta Corette	122
XI.	Costo estimado de planta Corette en millones de dólares	123
XII.	Valor de la energía para los años 2002 al 2017	123
XIII.	Valor de la energía de la planta MHD	124
XIV.	Costos de operación, mantenimiento y combustible	124
XV.	Capacidad de unión debido al valor de la energía	125
XVI.	Tabla comparativa de costos de instalación de plantas de generación eléctrica por medio de carbón en Guatemala versus a planta prototipo Corette de generación MHD	126

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
A	Ampere
σ	Conductividad eléctrica
G	Constante de gravitación
CA	Corriente alterna
CC	Corriente continua
CD	Corriente directa
Cosh	Coseno hiperbólico de un ángulo
ρ	Densidad
J	Densidad de la corriente eléctrica
∂	Derivada parcial
$d\vec{s}$	Diferencial de superficie
div	Divergencia

E	Energía, campo eléctrico
B	Flujo magnético
F	Fuerza
fem	Fuerza electromotriz
grad	Gradiente
∞	Infinito
\oint	Integral de superficie cerrada
\iiint	Integral triple
H	Intensidad de campo magnético
J	Joule
kW	Kilowatt
φ	Letra griega ípsilon que representa un ángulo
Φ	Letra griega fi que representa un ángulo

Ψ	Letra griega psi que representa un ángulo o una solución para la ecuación escalar de onda
MW	Megawatt
∇	Nabla
Ω	Ohm o potencial gravitacional
ξ	Parte real de una variable compleja que representa el desplazamiento de un fluido
%	Porcentaje
P	Potencia activa
S	Potencia aparente
τ	Potencial de una fuente externa
P	Presión
\otimes	Producto Vectorial
$\nabla \times$	Rotacional
Sen	Seno de un ángulo
T	Temperatura

t	Tiempo
ϕ	Tiende
VA	Voltamper
V	Volt o velocidad de un fluido
W	Watt

GLOSARIO

Compresible	Que se puede comprimir o reducir a menor volumen.
Electromotriz	Movimiento mecánico originado por el desplazamiento de partículas eléctricas, principalmente en los extremos de un circuito eléctrico.
Hidrodinámica	Ciencia que estudia la dinámica del agua y otros líquidos.
Homogéneo	Que está formado por elementos por una serie de características comunes referidas a su clase o naturaleza que permiten establecer entre ellos una relación de semejanza.
Ionización	Proceso químico o físico por medio del cual se producen iones, estos son átomos o moléculas cargadas eléctricamente debido al exceso o falta de electrones respecto a un átomo o molécula neutro.
Plasma	Gas constituido por partículas cargadas (iones) libres.

Transverso

Colocado o dirigido al través.

Viscosidad

Oposición de un fluido a las deformaciones tangenciales.

RESUMEN

La generación de energía eléctrica se puede llevar a cabo con la ayuda de diferentes tipos de plantas de generación de energía, utilizando una variedad de fuentes de energía, cada planta y cada fuente de energía tienen su eficiencia propia y su costo. Para lograr beneficiar a los entes generadores y a los consumidores es necesario crear una matriz que mezcle todo los tipos de fuentes de energía y su variedad de plantas.

El generador magnetohidrodinámico es un tipo de generador hasta el momento poco conocido en la rama de generación eléctrica. El principio de este generador es muy parecido al principio de los generadores de energía eléctrica convencionales. Su variante más conocida es la naturaleza del material conductor que ahora, en lugar de ser un alambre sólido, utiliza un líquido conductor. Trabajando ahora con un líquido, se agrega otro tipo de estudio para entender este generador, el estudio de la hidráulica y la hidrodinámica junto con el ya conocido estudio de los campos magnéticos.

El principal objetivo de este generador es incrementar las eficiencias de plantas de carbón ya existentes. Esto se logra agregando un ciclo de generación que aprovecha de mejor manera la conversión de energía térmica a energía eléctrica, lo cual representa mejorar la eficiencia de la planta completamente. Este tipo de generación también es reconocida por sus notables beneficios medio ambientales, al trabajar el generador con temperaturas muy altas y al convertir el calor a energía eléctrica se necesita menos combustible para generar la misma cantidad de potencia y los procesos

de recuperación de desperdicios se vuelven más eficientes, lo que reduce los niveles de contaminación.

Aunque esta tecnología sea poco conocida por el momento, grandes esfuerzos se realizan a nivel internacional para promover su utilización y aprovechar todas las ventajas que este tipo generador posee.

OBJETIVOS

General

Presentar el generador Magnetohidrodinámico como alternativa para mejorar la eficiencia en la generación de energía eléctrica y la reducción de su impacto ambiental al país.

Específicos

1. Exponer los principios de funcionamiento del generador magnetohidrodinámico.
2. Presentar los diferentes tipos de plantas de generación magnetohidrodinámica.
3. Exponer las ventajas en la eficiencia proporcionadas por los generadores magnetohidrodinámicos.
4. Presentar los costos de una planta de generación magnetohidrodinámica.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es una recopilación de información acerca de un nuevo tipo de generador, el generador magnetohidrodinámico. Este generador se ha venido estudiando y perfeccionando para la implementación en plantas de generación de energía eléctrica, de carbón ya existentes.

La implementación de dicho generador en el sector generación mejora la eficiencia de las plantas, debido a que agrega una etapa más de generación al circular los fluidos a altas temperaturas por él, de ser necesario el generador se puede sacar del ciclo de la planta y seguir produciendo con los ciclos originales obteniendo así la eficiencia previa.

El sector generación presenta una serie de problemas debido a los costos de los combustibles utilizados, esto repercute en el precio de este vital servicio para los usuarios. Debido a esto es necesaria la implementación de nuevas tecnologías que contribuyan a contrarrestar estos problemas. El generador magnetohidrodinámico es una de las mejores soluciones.

A continuación se presentan pruebas de lo anteriormente expuesto y se presenta la información, y estudios que respaldan esta propuesta con la intención que se considere este tipo de generador y de plantas para el sector generación del país.

1. INTRODUCCIÓN A LA MAGNETOHIDRODINÁMICA

1.1. Magnetohidrodinámica

Es la disciplina académica que estudia la dinámica de los fluidos conductores de electricidad en presencia de campos magnéticos y campos eléctricos. Ejemplos de estos líquidos incluyen los plasmas, los metales líquidos, y el agua salada.

La idea de la magnetohidrodinámica es que los campos magnéticos pueden inducir corrientes en un fluido conductor móvil, que crean fuerzas en el fluido, y también pueden producir cambios en el campo magnético. El sistema de ecuaciones que describen la magnetohidrodinámica es una combinación de las ecuaciones de Navier-Stokes de dinámica de fluidos y las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo. Estas ecuaciones diferenciales tienen que ser resueltas simultáneamente, analítica y numéricamente. Como la magnetohidrodinámica es una teoría de fluidos, no puede tratar fenómenos cinéticos en los cuales la existencia de partículas discretas sea importante.

En este trabajo se utilizará la abreviatura MHD cuando se refiera al término magnetohidrodinámica o magnetohidrodinámico.

1.1.1. Magnetohidrodinámica ideal

La forma más sencilla de la MHD es la MHD ideal, en la cual se asume que:

- a. El plasma se trata como un fluido homogéneo

- b. El plasma es un conductor perfecto, por lo que su conductividad eléctrica es infinita
- c. El plasma tiene una viscosidad nula

En la MHD ideal, la ley de Lenz hace que el fluido esté íntimamente atado a las líneas de campo magnético. Para ser más preciso, en la MHD ideal, un volumen de fluido pequeño en forma de fibra envolviendo una línea de campo continuará a lo largo de una línea de campo magnético, incluso si es contorsionado y distorsionado por el flujo del fluido en el sistema. Una analogía consiste en comparar el fluido con un peine y las líneas de campo a los cabellos; el movimiento de los cabellos sigue exactamente los del peine. Esta MHD ideal se estudia dentro de los plasmas calientes, tales como los plasmas en astrofísica y los termonucleares de origen natural (estrellas) o artificial (tokamaks).

Las ecuaciones resultantes de la MHD ideal son el resultado de aplicar al fluido las ecuaciones de Navier-Stokes, las ecuaciones de Maxwell y la ley de Ohm. Se tiene la ecuación de continuidad, las leyes de la cantidad de movimiento, el teorema de Ampere (en la ausencia de campo eléctrico y de difusión de electrones) y las ecuaciones de la termodinámica, en las cuales el flujo de calor se efectúa vía condiciones adiabáticas o isotérmicas.

$$\begin{aligned}
 \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\
 \partial_t e + \nabla \cdot (e \mathbf{v}) &= -p \nabla \cdot \mathbf{v} \\
 \partial_t \rho \mathbf{v} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) &= -\nabla (P + \frac{B^2}{2\mu_0}) - \rho \nabla \Phi + \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} \\
 \partial_t \mathbf{B} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})
 \end{aligned}$$

Los símbolos representan su significado habitual: Φ es el potencial de una fuente externa, como la causada por la gravitación; \otimes representa el producto

vectorial. La presión hidrostática P se le suma a la presión magnética $B^2/2\mu_0$, que bajo todas las circunstancias, ejerce una influencia decisiva en la dinámica.

1.1.2. Magnetohidrodinámica resistiva

La MHD resistiva describe los fluidos ionizados débilmente magnetizados con una resistencia eléctrica no nula. Esta difusión conduce a una ruptura dentro de la topología magnética (no re-conexión de las líneas de campo magnético).

Dentro de un fluido considerado como conductor no perfecto, el campo magnético puede desplazarse a través del fluido, siguiendo una ley de difusión magnética donde la constante de difusión es la resistividad del fluido. Ello implica que las soluciones de las ecuaciones de la MHD ideal son aplicables sólo por una duración y una región limitadas, pues más allá de los límites, la difusión se hace demasiado importante para poder ser ignorada.

Por ejemplo, en el Sol, se estima el tiempo de difusión a través de una región activa (resistividad colisional) en cientos o miles de años, una duración mucho más larga que la vida de una mancha solar, ahí se desprecia la resistividad (caso de la MHD ideal). A la inversa, un metro cúbico de agua de mar posee un tiempo de difusión que se mide en milisegundos, por lo que se debe tener en cuenta (MHD resistiva). En comparación con la MHD ideal, la MHD resistiva implica un término suplementario dentro de la ley de Ampere que modeliza la resistividad colisional.

Incluso en los sistemas físicos bastante grandes y buenos conductores, donde parecería a priori que la resistividad puede ser ignorada, ésta puede ser importante: dentro de los plasmas aparecen numerosas inestabilidades, lo que aumenta considerablemente la resistividad por un factor de 1 billón. Este aumento es habitualmente el resultado de la formación de estructuras a

pequeña escala, tales como corrientes eléctricas en estratos, o las turbulencias electrónicas y magnéticas localizadas.

Notar que la MHD de gases industriales, utiliza plasmas fríos (gases a dos temperaturas, fuera del equilibrio, donde sólo el "gas de electrones" se calienta a $9,726\text{ C}^0$, mientras que el resto del gas (iones y neutros está frío alrededor de los $3,726\text{ C}^0$) entra dentro de esta categoría de MHD resistiva.

1.2. Historia de la magnetohidrodinámica

Michael Faraday fue quien en 1831 reconoció que se podría utilizar un líquido conductor como una sustancia de trabajo en un generador eléctrico. Dando así el concepto de generador Magnetohidrodinámico.

El traspaso del concepto de MHD para usos comerciales en la generación de energía eléctrica fue motivado recientemente por la necesidad de mejorar la eficiencia y crear métodos más limpios para convertir carbón a energía eléctrica.

Los esfuerzos en la época moderna comenzaron en 1938 en Westinghouse, y continuaron dentro de los años 1950 en la Universidad de Cornell. Experimentos de factibilidad fueron conducidos en los años 60' en Westinghouse, G.E. y Avco, después se llevaron a cabo en la Universidad de Tennessee y en la Universidad de Stanford.

En el ámbito internacional la Ex-Unión Soviética fue la primera en avanzar en el desarrollo de plantas de ciclo cerrado, después en plantas de ciclo abierto, en instalaciones que utilizaban gas natural como combustible. Japón ha concentrado sus esfuerzos en el uso de aceites pesados como combustibles, principalmente para reducir la cantidad de combustibles

importados al país. Además de la Ex-Unión Soviética y los Estados Unidos, Polonia y la India han continuado sus investigaciones acerca de la generación debido a sus significativos recursos de combustibles fósiles. Países como Alemania, Inglaterra y Francia han parado sus estudios acerca de generación MHD, aunque se han unido en cooperación internacional con otros países de gran importancia en la investigación y con otros países que comienzan sus investigaciones, como lo son: Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Checoslovaquia, Hungría, Italia, Holanda, Rumania, Suecia y Suiza.

1.3. Principios de la Magnetohidrodinámica

1.3.1. Ideas fundamentales acerca de la hidrostática y la hidrodinámica

Las mayores dificultades en el campo de la hidrodinámica se deben al gran número de variables dependientes, la no-linealidad de las ecuaciones diferenciales, las complicaciones que introduce la compresión, la conductividad térmica, la viscosidad y todo lo que implica satisfacer las condiciones de frontera.

En este trabajo sólo se presentarán las fórmulas que describen el comportamiento de los principales fenómenos que se tienen como principios de la Magnetohidrodinámica.

Estas fórmulas se presentarán sin un análisis dimensional debido a que cualquier dimensión puede sustituir las unidades básicas como la masa, la longitud, peso y demás, dentro de estas fórmulas y así satisfacer las ecuaciones. Esto ya dependerá de la persona que necesite utilizar alguna de estas fórmulas.

Debido a lo extenso que la resolución de este cálculo conlleva se recomienda el uso de programas matemáticos para computadoras si se deseara obtener una solución numérica. Se recalca que este trabajo presentará las ecuaciones en forma general, basado en las deducciones de P.C. Kendal y su estudio de la Magnetohidrodinámica.

Se estará trabajando con los conceptos de presión, **P**, densidad, **ρ** y velocidad **V** de un fluido, junto con las ecuaciones de movimiento del fluido, ecuación de continuidad y simples ecuaciones de estado. Será muy común observar gradientes, divergentes y curvaturas junto al cálculo diferencial e integral.

A continuación se presentan las principales ecuaciones que describen el comportamiento de los fluidos en la hidrostática y la hidrodinámica, las cuales sirvieron de base para el estudio del funcionamiento del generador MHD.

1.3.2. Ecuaciones de cero viscosidad en la hidrodinámica

La ecuación de movimiento de un líquido o gas tiene la forma:

$$\rho \, dv/dt = -\text{grad } p + \rho \mathbf{F} \quad (1)$$

En donde:

V = velocidad del fluido

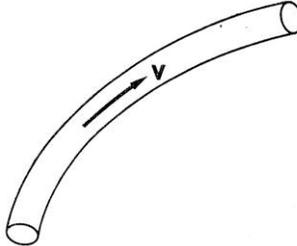
P = presión

ρ = densidad

F = fuerza por unidad de masa.

La fuerza **F** podría incluir fuerzas externas como gravedad o fuerzas viscosas dependientes de la velocidad. El término $dv/dt [= \partial \mathbf{V} / \partial t + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V}]$ representa el rango total de cambio de **V** moviéndose con el fluido.

Figura 1. **Imagen de un flujo en forma de tubo que consiste en la unión de varias líneas de flujo**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 40

La ecuación 1 también puede ser escrita así:

$$\rho\{\partial\mathbf{V}/\partial t + (\bar{\mathbf{V}}\cdot\mathbf{V})\mathbf{v}\} = -\mathbf{grad} p + \rho\mathbf{F} \quad (2)$$

Podría ser conveniente pensar que el fluido se mueve a través de un tubo estrecho cuya superficie está compuesta de guías de dirección. El término $(\mathbf{V}\cdot\bar{\mathbf{V}})\mathbf{v}$ puede ser escrito como $v\partial(v\check{\mathbf{T}})/\partial s$, donde $V (=|\mathbf{v}|)$ es la velocidad del fluido, s es la longitud de arco a lo largo de las líneas de dirección, y $\check{\mathbf{T}} (=v/|\mathbf{V}|)$ es la unidad tangente a una línea de dirección. Si $\check{\mathbf{n}}$ simboliza una unidad principal normal a la línea de dirección, entonces se tiene $\partial\check{\mathbf{T}}/\partial s = k\check{\mathbf{n}}$, en donde k es la curvatura de la línea de dirección. Entonces el término que describe la aceleración centrípeta del fluido es:

$$dv/dt = (\partial v/\partial t + v\partial v/\partial s)\check{\mathbf{T}} + kv^2\check{\mathbf{n}} = dv/dt\check{\mathbf{T}} + kv^2\check{\mathbf{n}} \quad (3)$$

1.3.3. Condiciones de continuidad

En adición a la ecuación de movimiento hay otra relación que conecta la densidad ρ del fluido con la velocidad \mathbf{V} . Esta es la condición de continuidad y es dada por la fórmula:

$$\partial\rho/\partial t + \text{div}(\rho\mathbf{V}) = 0 \quad (4)$$

Esta fórmula expresa el hecho de que el rango de cambio de masa dentro de una región arbitraria de espacio V es igual a la cantidad de fluido que está cruzando su superficie estacionaria S . La cantidad de fluido cruzando la superficie en el tiempo dt es:

$$\oint \rho V dt \cdot dS = \iiint dt \operatorname{div}(\rho v) d\tau \quad (5)$$

Esto demuestra el significado de la ecuación (4). Para el caso de un líquido incomprensible, si ρ permanece constante conforme el líquido se mueve entonces se obtiene:

$$\operatorname{div} V = 0 \quad (6)$$

Es importante resaltar que ρ no necesita ser uniforme para que la ecuación (5) se sostenga como válida.

1.3.4. Ecuaciones de estado

En el caso de un gas perfecto, la presión P , densidad ρ y la temperatura T están relacionadas por la ecuación:

$$P = \rho RT/m \quad (7)$$

En donde R es la constante universal del gas y m es el peso molecular en términos del átomo de hidrógeno; $R = 8.314 \times 10^7$ erg/deg. Para el caso isotérmico, cuando la temperatura T es uniforme y constante, se obtiene que P tiende a ρ .

Para movimiento adiabático, donde un fluido no gana ni pierde calor, la siguiente relación se mantiene:

$$P \propto \rho^\gamma \quad (8)$$

Donde la constante τ es igual al radio del calor específico con un volumen y presión constantes. Para aire seco $\tau = 1.40$, mientras que para gas completamente ionizado $\tau = 5/3$.

1.3.5. Integral de Bernoulli para las ecuaciones de movimiento

Escribiendo $H \equiv v \equiv V$ en la ecuación se obtiene:

$$\text{grad} \left(\frac{1}{2} v^2 \right) = V \times \bar{\nabla} \times v + (v \cdot \bar{\nabla}) v \quad (9)$$

Usando esta ecuación, y asumiendo que el cuerpo de la fuerza F es derivado de un potencial V , entonces se obtiene:

$$F = -\text{grad} V \quad (10)$$

Entonces la ecuación de movimiento se convierte en:

$$\frac{1}{\rho} \text{grad} p + \text{grad} \left(V + \frac{1}{2} v^2 \right) + \partial v / \partial t = v \times \bar{\nabla} \times v \quad (11)$$

Para ambos movimientos de gas isotérmico y adiabático, la presión es función de la densidad, así que $(1/\rho) \text{grad} p = \text{grad} \left(\int dp/\rho \right)$, y esto se mantiene para líquidos incomprensibles. Esto continúa para una variedad de problemas.

$$\text{Grad} \left(\int dp/\rho + V + \frac{1}{2} v^2 \right) + \partial v / \partial t = v \times \bar{\nabla} \times v \quad (12)$$

Si el movimiento es i-rotacional, se tienen:

$$\bar{\nabla} \times v = 0, \quad v = \text{grad} \Phi \quad (13)$$

Donde Φ es la velocidad potencial, entonces la ecuación se convierte en:

$$\text{grad} \left(\int dp/\rho + V + \frac{1}{2} v^2 + \partial\Phi/\partial t \right) = 0 \quad (14)$$

La cual, al integrar, da como resultado la ecuación de Bernoulli:

$$\int dp/\rho + V + \frac{1}{2} v^2 + \partial\Phi/\partial t = f(t) \quad (15)$$

Donde $f(t)$ es una función arbitraria del tiempo.

1.3.6. Condiciones de frontera

Para movimiento no viscoso la presión es siempre continua en la interface entre dos líquidos, o cero en una superficie libre. En una interface entre dos líquidos el componente normal de la velocidad es también continuo. Si los sufijos 1 y 2 distinguen los dos lados de la discontinuidad. Se denota con P la presión y con V_n la velocidad normal del fluido. Las condiciones de frontera en una interface entre dos fluidos podrían escribirse:

$$P_1 = P_2, \quad V_{n1} = V_{n2} \quad (16)$$

Además de todas estas condiciones de frontera, se requiere que la presión P sea siempre positiva. Si la presión P se vuelve negativa, podría ocurrir cavitación.

1.3.7. Hidrostática y equilibrio de gases

En equilibrio, la velocidad V del fluido es cero en todos los lugares, y la ecuación básica de equilibrio (1) con $\partial v/\partial t \equiv 0$ y $V \equiv 0$ se convierte en:

$$\rho F = \text{grad } p \quad (17)$$

En particular, si el campo externo de fuerza F es conservativo, entonces

$$F = \text{grad } \Omega, \text{ y} \quad (18)$$

$$\text{Grad } p = \rho \text{ grad } \Omega \quad (19)$$

Tomando la ecuación del rotacional (16) se obtienen: $(\text{grad } \rho) \times (\text{grad } \Omega) = 0$. Esto indica que el $\text{grad } \rho$, el $\text{grad } \Omega$ y el $\text{grad } p$ son vectores paralelos. Esto implica que el nivel de superficies $\rho = \text{constante}$, $\Omega = \text{constante}$ y $P = \text{constante}$, coinciden, entonces P y Ω podrían ser considerados como funciones de ρ .

1.3.8. Potencial gravitacional

Ecuación de Poisson. La función Ω usada en las ecuaciones anteriormente presentadas es frecuentemente utilizada como el potencial gravitacional. Si ρ es la densidad y G la constante de gravitación entonces Ω es la solución de la ecuación de Poisson.

$$\nabla^2 \Omega = -4\pi G \rho \quad (=0 \text{ en el espacio libre}) \quad (20)$$

Ω es continua en cualquier superficie de discontinuidad, como también es $\partial\Omega/\partial n$. En problemas donde hay una distribución de materia infinita Ω tiende al infinito. En problemas donde no hay partículas gravitando Ω es finita en todas partes.

Partícula Gravitando: si la partícula de masa M está en el origen y r es la distancia radial desde el origen, el potencial gravitacional de la partícula es GM/r .

Solución Completa de la ecuación de Poisson: este resultado permite escribir la solución completa de la ecuación de Poisson. El potencial en el origen $r = 0$ de un elemento gravitando de volumen dr en el punto r es $G\rho dr/r$.

El potencial Ω_0 en el origen de una distribución general de materia es entonces:

$$\Omega_0 = \iiint_{\text{En todo el espacio}} G\rho/r \, dr \quad (21)$$

Moviendo el origen es posible entonces encontrar la solución completa de la ecuación de Poisson en la forma:

$$\Omega = \iiint_{\text{En todo el espacio}} G\rho'/|r-r'| \, dr \quad (22)$$

En donde la integración es realizada con respecto a la variables primadas, y $dr' = dx'dy'dz'$ en coordenadas cartesianas rectangulares (x,y,z) . Desafortunadamente, algunas veces, esta integración es matemáticamente difícil, y se vuelve preferible resolver la ecuación de Poisson por otros métodos.

1.3.9. Equilibrio de gases atmosféricos

Cuando el fluido bajo consideración es comprensible (un gas por ejemplo) la situación se vuelve complicada. Aunque la ecuación (7) se mantiene, pero si se asume que una atmosfera es isotérmica o adiabática (o ninguna de los dos) depende altamente de las circunstancias. En la atmósfera terrestre, bajo algunas circunstancias, podría ser muy bien asumido que la temperatura T es constante, esto nos lleva a una gran inexactitud.

1.3.10. Atmósfera isotérmica en un campo gravitacional uniforme

Tomando las coordenadas cartesianas x, y, z con el eje Z vertical, se denota por \mathbf{g} la aceleración debida a la gravedad. Entonces el campo gravitacional de fuerza \mathbf{g} es dado por:

$$\mathbf{g} = \text{grad} (-gz) \quad (23)$$

Todas las variables son funciones de z solamente, entonces el único componente que no se desvanece de la ecuación para el equilibrio hidrostático es:

$$\partial/\partial z \left(\int dp/\rho + gz \right) = 0 \quad (24)$$

Usando la ecuación de estado para T constante, $dp = (RT/m) d\rho$, siendo m el peso molecular de la atmósfera, se encuentra:

$$\partial/\partial z \left(Rt/m \log \rho + gz \right) = 0 \quad (25)$$

Integrando y re-agrupando se obtiene:

$$\rho = \rho_0 \exp (-z/H) \quad (26)$$

En donde:

$$H = RT/mg \quad (27)$$

Aquí H es conocida como la escala superior de la atmósfera. Esto se debe a que en una atmósfera isotérmica la densidad varía exponencialmente con la altura. En el caso de una distribución de temperatura no uniforme se podría seguir refiriendo a H como la escala superior, aunque en este caso H pudiera no ser constante.

1.3.11. Movimiento continuo de líquidos incompresibles no viscosos

Las únicas ecuaciones utilizables son usualmente las lineales. Por lo tanto, no es sorprendente que un gran progreso haya sido hecho en caso en donde las ecuaciones de la hidrodinámica se han reducido a una forma lineal. Se asumirá que el fluido es incompresible como la mayoría de los líquidos. Esta presunción es aproximadamente verdadera para fluidos compresibles cuando la velocidad de fluidez es pequeña comparada con la velocidad del sonido. El estudio de un flujo alrededor de dos dimensiones puede ser también utilizado como una base para construir el respectivo flujo compresible.

1.3.12. Verticidad

Como $\text{div } \mathbf{V} = 0$, existe un vector potencial A en el cual $\mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{A}$. Esto se debe a que A está conectada con la verticidad del vector ζ por la ecuación:

$$\nabla^2 \mathbf{A} \equiv \zeta \quad (28)$$

Ya que el gradiente de una función arbitraria puede ser sumando a A sin que esto afecte la ecuación. A no está únicamente determinado. Para hacer A única se impone una condición adicional:

$$\text{Div } A = 0 \quad (29)$$

Utilizando el vector operador identidad:

$$\bar{\nabla} \equiv \text{grad } d\bar{\nabla} - V^2 \quad (30)$$

Las ecuaciones (27) y (28) dan como resultado:

$$\bar{\nabla}^2 A = -\zeta \quad (31)$$

Se denotan A_∞ y ζ_∞ a las componentes x de A y ζ . La componente x de la ecuación (30) es, entonces, $V^2 A_\infty = -\zeta_\infty$. Esto podría compararse con la ecuación de Poisson, la solución de dicha ecuación es dada por la ecuación (24). Aunque, incluyendo los tres componentes, se reemplaza $4\pi G\rho$ por ζ , se obtiene la solución como:

$$A = 1/4\pi \iiint_{\text{En todo el espacio}} \zeta' / |r-r'| \, d\tau \quad (32)$$

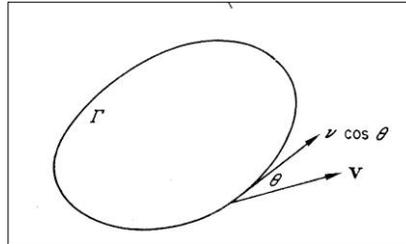
Corolario: si la vorticidad ζ' desaparece en todo el líquido, $A \equiv 0$, y sólo movimiento i-rotacional es posible. Se nota que para un flujo uniforme la vorticidad es cero en el infinito.

1.3.13. Circulación

La circulación de un fluido alrededor de un contorno cerrado Γ está definida por:

$$C = \oint_{\Gamma} v \cdot ds \quad (33)$$

Figura 2. **Circulación de un fluido alrededor de un contorno cerrado**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p.50

Transformando la integral por medio del teorema de Stoke se obtiene:

$$C = \iint_S \zeta \cdot ds \quad (34)$$

Donde S es cualquier superficie sobre Γ . Se debe tomar Γ como un contorno moviéndose con el fluido. Entonces S podría también ser tomado para ser una superficie sobre Γ pero moviéndose con el fluido. Esto se obtiene del teorema de Helmholtz, que para un contorno de Γ moviéndose con el fluido, la circulación del fluido alrededor Γ es constante. Si el movimiento de un fluido sin viscosidad es inicialmente i-rotacional, será i-rotacional todo el tiempo. Este resultado se mantiene para todos los fluidos para los cuales el teorema de Helmholtz se mantenga.

1.3.14. **Movimiento general**

La primera ecuación con la que se ha trabajado es la ecuación de movimiento en la forma escrita en la ecuación (12), con $\partial V/\partial t \equiv 0$. Es requerido encontrar V de tal manera que se tiene:

$$V \times \zeta = V \times \nabla v = \text{grad } \Phi \quad (35)$$

Donde Φ es cualquier función capaz de satisfacer las condiciones necesarias como:

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \Phi = 0, (\zeta \cdot \nabla) \Phi = 0 \quad (36)$$

Ya que el líquido es incomprensible, la velocidad del fluido obtenida por la solución de la ecuación (33) se puede mantener por la distribución de la presión:

$$P = \rho(\Phi - V - \frac{1}{2} V^2) \quad (37)$$

En donde V es el potencial del cuerpo externo de la fuerza. La ecuación 34 implica que a menos que V sea irrotacional, Φ es constante junto con las líneas de dirección y las líneas de vórtice.

En caso de que $\zeta = \omega V$ (campos de Beltrami), una solución obvia es $\Phi =$ constante, dando como resultado $V \times \zeta = 0$. Entonces ζ es paralelo a V , obteniendo $\zeta = \omega V$, en donde ω es una función tal que $\text{div } \zeta = 0 = \text{div } V$. Éste es un problema desde ya hace tiempo estudiado por E. Beltrami, principalmente para encontrar un flujo en el cual las líneas de vórtice están en todos los lugares paralelas a las líneas de dirección. Las soluciones de las ecuaciones podrían ser construidas fácilmente, especialmente en el caso de que $\omega =$ constante. En este caso operando con Curl se encuentra que:

$$\nabla \times V = \omega V, V^2 \times \nabla = \omega^2 V \quad (38)$$

Y si $\text{div } V = 0$ entonces:

$$\nabla^2 V = -\omega^2 V \quad (39)$$

Denotando con S y T los campos de vectores definidos por:

$$S = (\text{grad } \Psi) \times K, \quad \nabla \times T = \nabla \times S \quad (40)$$

En donde K es cualquier vector constante y Ψ es cualquier solución de la ecuación escalar de onda:

$$\nabla^2 \Psi = -\omega^2 \Psi \quad (41)$$

Entonces se puede demostrar que $S = \nabla \times (\Psi K)$ y $\nabla \times T = \nabla \times S$. Esto se obtiene de que S y T son soluciones independientes de la ecuación de vector de onda, y que:

$$\nabla \times S = \nabla \times T, \quad \nabla \times T = \nabla \times S \quad (42)$$

Agregando estas dos ecuaciones, se obtiene la función:

$$V = S + T \quad (43)$$

Esto satisface la ecuación $\nabla \times \nabla \times V = -\omega^2 V$.

1.3.15. Caso de simetría axial

Denotando con r, θ, Φ , coordenadas esféricas polares cuyos ejes coinciden con los ejes de simetría. Ya que la $\text{div } V = 0$, existe una función que trabaja con Ψ de tal manera que los componentes r y θ de V son dados por:

$$V_r = - (1/r^2 \text{ sen } \theta)(\partial\Psi/\partial\theta), \quad V_\theta = (1/r \text{ sen } \theta) (\partial\Psi/\partial r) \quad (44)$$

Denotando con V_Φ la velocidad acimutal. Como $\partial/\partial\Phi \equiv 0$, la componente Φ de la ecuación se obtiene:

$$\frac{\partial(v_\Phi r \text{ sen } \theta, \Psi)}{\partial(r, \theta)} = 0 \quad (45)$$

1.3.16. Colinas de vértices esféricos

Ésta es la solución de la ecuación para la cual el vértice del movimiento está confinado dentro una esfera. Mientras que las líneas i-rotacionales toman lugar fuera de la esfera. Se puede verificar sin dificultad que la solución es:

$$\Psi = Ar^2 \sin^2 \theta + Br^4 \sin^2 \theta \quad (46)$$

Y ya que:

$$G(\Psi) = = 10B \quad (47)$$

En donde A y B son constantes. La superficie de la esfera $r = a$ se convierte en una línea de dirección $\Psi = 0$ si se toma $A = -a^2 B$, obteniendo como resultado:

$$\Psi = B(r^4 - a^2 r^2) \sin^2 \theta \quad (r \leq a) \quad (48)$$

Suponiendo que en la parte de afuera de la esfera la velocidad uniforme tiende al infinito, V_∞ es paralelo al eje de simetría. La función de dirección en el infinito es entonces $\frac{1}{2} V_\infty r^2 \sin^2 \theta$. A esto se le podría sumar cualquier otro patrón de velocidad i-rotacional, el cual desaparece en el infinito para obtener que Ψ sea constante sobre la superficie de la esfera. Una función de dirección que es recomendado sumar es $C \sin^2 \theta / r$, la función de dirección de un doblete. Esto desaparece al infinito, y no tiene singularidades para $r > a$. Tomando $C = \frac{1}{2} V_\infty a^3$, se encuentra que la función de dirección para un flujo i-rotacional que pasa la esfera es:

$$\Psi = \frac{1}{2} V_\infty (r^2 - a^3/r) \sin^2 \theta \quad (a \leq r) \quad (49)$$

La condición de frontera remanente es que la presión es continua en el cambio de patrón de flujo en la superficie $r = a$. La presión es dada por la

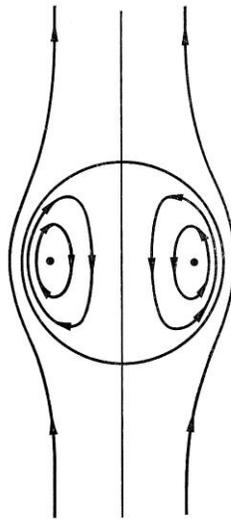
ecuación es (37) sin fuerzas externas ($V \equiv A$). Dentro de la esfera se podría verificar que $\Phi = \int G(\Psi) d\Psi$, mientras que afuera de la esfera $\Phi = \text{constante}$.

Esto se obtiene debido a que sobre la superficie de la esfera $r = a$ ($\Psi = 0$), Φ es constante, la continuidad en la presión P implica continuidad para V o V^2 . La velocidad radial sobre $r = a$ es cero, por estar en la superficie de dirección. Esto se obtiene debido a que, como la única condición impuesta por la continuidad de la presión es continua para la componente θ de la velocidad, $(r \sin \theta)^{-1} \partial\Psi/\partial r$, en $r = a$. Por lo tanto, asignando $B = 3/4 V_\infty/a^2$. Las columnas de vértice de Hill son, por lo tanto, dadas por las funciones:

$$\Psi = 3/4 V_\infty (a^{-2} r^4 - r^2) \sin^2 \theta, \quad (50)$$

$$\Psi = 1/2 V_\infty (r^2 - a^2 r^{-1}) \sin^2 \theta, \quad r \leq a \quad (51)$$

Figura 3. **Sección meridional de las líneas de flujo para las colinas de vértices esféricas**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 57

El vértice consiste de movimiento direccional i-rotacional pasando una esfera por dentro, del cual el movimiento del vértice toma lugar. Esto es una solución exacta de las ecuaciones de no-viscosidad de la hidrodinámica.

1.3.17. Movimiento en un plano

El problema del movimiento continuo i-rotacional no viscoso de un líquido incompresible puede ser tratado exhaustivamente en el caso del movimiento en dos dimensiones paralelas a un plano arreglado. Denotando por x, y, z , en coordenadas rectangulares cartesianas y suponiendo que la velocidad del fluido es $q = (u, v, 0)$. Entonces las condiciones $\text{div } q = 0$,

$\nabla \times q = 0$ se convierte en:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (52)$$

En este caso existen velocidad potencial Φ y una función de dirección Ψ tal como:

$$U = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad V = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (53)$$

Eliminando Ψ y Φ se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \quad (54)$$

1.3.18. Uso de variable compleja

Si se denota con z la variable compleja $x + iy$. Podría ser complicado dibujar un punto en el diagrama de Argand. Se deja que $w = f(z)$ sea una función de z . Se define $f(z)$ para que sea una función analítica de f si:

$$\frac{dw}{dz} = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \frac{f(z + \delta z) - f(z)}{\delta z} \quad (55)$$

Si la solución de la ecuación (55) existe como función y es única como $\delta z \rightarrow 0$ en cualquier forma. Tomando $\delta z = \delta x$ y $\delta z = i\delta y$ en cada giro se tiene:

$$\partial w / \partial x = \partial w / \partial (iy) = -i \partial w / \partial y \quad (56)$$

Si Φ y Ψ son las partes real e imaginaria de w , entonces $w = \Phi + i\psi$, las ecuaciones se convierten en:

$$\partial \Phi / \partial x = \partial \Psi / \partial y, \quad \partial \Phi / \partial y = -\partial \Psi / \partial x \quad (57)$$

Estas son las ecuaciones de Cauchy- Riemann, resueltas por las partes real e imaginaria de una función analítica. Estos resultados pueden ser usados en hidrodinámica, para las ecuaciones (53) y (57) son idénticas. Variando la función $f(z)$, infinitamente muchas soluciones de las ecuaciones de la hidrodinámica pueden ser construidas.

1.3.19. Uso de mapas complejos

Denotando por ζ la variable compleja $\xi + in$ en donde ξ y n son variables reales, se considera la relación:

$$Z = g(z) \quad (58)$$

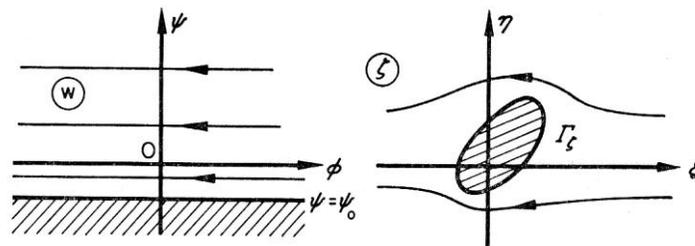
Esto se podría ver como un mapeo desde el plano (x, y) al plano (ξ, n) . Si para cada valor de Z corresponde solamente un valor de ζ (y viceversa), se podría decir que el mapeo es uno a uno o de valor singular.

Tales mapeos han sido usados extensivamente para estudiar flujos pasando aerofilos, y el movimiento de vértices (singularidades en las cuales la verticidad es cero, aunque el movimiento sea i-rotacional en cualquier otro

lugar). Los principios de esto son los siguientes. Primero consideremos el mapeo:

$$W = \Phi + i\Psi = f(\zeta) = f(\xi + in) \quad (59)$$

Figura 4. **Transformación del flujo alrededor del contorno Γ_ζ en el plano ξ paralelo al flujo en el plano W**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 60

En donde w es la velocidad potencial compleja para el plano ξ, n . Las líneas de dirección se convierten en las líneas $\Psi = \text{constante}$, y las líneas equipotenciales $\Phi = \text{constante}$. El plano ξ, n es mapeado dentro del plano Φ, Ψ , y el problema de flujo pasando un contorno Γ_ζ en el plano ζ se convierte un problema de flujo uniforme en el plano w , paralelo a la línea $\Psi = \Psi_0$. (Aquí $\Psi = \Psi_0$ es la línea de dirección que corresponde a Γ_ζ). La figura ilustra el efecto de este mapeo.

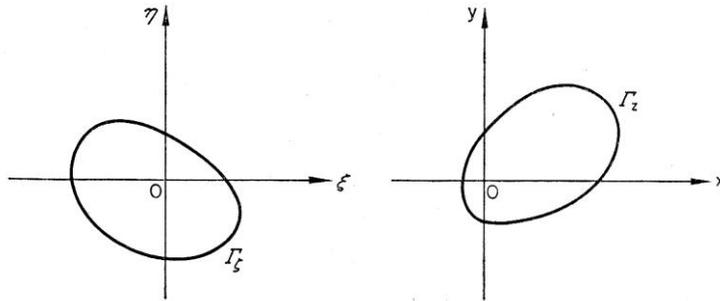
Suponiendo que una segunda transformación se obtiene:

$$Z = \xi + in = g(z) = g(x + iy) \quad (60)$$

Mapea un contorno Γ_z y su exterior en el plano x , y dentro del contorno Γ_ζ y su exterior en el plano ξ, n . Y es claro que transformada compuesta es:

$$W = f[g(z)] \quad (61)$$

Figura 5. **Transformación del flujo alrededor de un contorno Γ_z en el plano ξ , a el flujo alrededor del plano Γ_z**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 61

Mapea Γ_z dentro de una línea $\Psi = \text{constante}$ en el plano w . El potencial complejo de la ecuación (61) representa el potencial complejo para el movimiento de dirección que pasa el contorno Γ_z .

1.3.20. Movimiento viscoso

Es importante establecer un criterio de la importancia de la viscosidad (número de Reynolds) e indicar brevemente el campo de estudio del movimiento viscoso lento. Las ecuaciones para movimiento viscoso de un fluido viscoso son, en teoría elemental:

$$\rho \, dv/dt = - \text{grad } p + \rho F + \frac{1}{3} \mu \text{grad} (\text{div } v) + \mu \nabla^2 v \quad (62)$$

En donde μ es el coeficiente de viscosidad (se asume constante) y F es la fuerza por unidad de masa, excluyendo las fuerzas viscosas. Si u, v, w , son componentes cartesianas de V , se puede verificar que dos términos de la ecuación 59 pueden ser reemplazados por la divergencia del tensor cartesiano P_{ij} , en donde:

$$P_{is} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & -\frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & -\frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (63)$$

1.3.21. Número de Reynolds

Se tiene que el radio del orden de la magnitud del término de inercia a , el término de viscosidad es:

$$R = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad (64)$$

En donde $\nu = \mu/\rho$ es el coeficiente de viscosidad cinética. La cantidad R es conocida como el número de Reynolds. Para una R muy grande se podría ignorar las fuerzas de viscosidad, mientras que para una R pequeña las fuerzas viscosas son dominantes. La teoría de movimiento lento viscoso (un número de Reynolds pequeño) ha sido estudiada extensivamente.

1.3.22. Turbulencia

Para un flujo dentro de un tubo con un número de Reynolds pequeño, el patrón de velocidad es suave. Con una teoría simple debería de esperarse que a un número de Reynolds grande el patrón de velocidad sea suave también, tendiendo hacia un flujo no-viscoso uniforme. Aunque en experimentos se ha encontrado que esto no es verdad. No es posible incrementar la velocidad del fluido más allá de cierto valor crítico sin que el flujo se vuelva caótico. Este fenómeno es conocido como turbulencia. La inestabilidad es causada por la no linealidad de la ecuación (55). En la teoría del movimiento de turbulencia es considerado como una superposición de ondas planas, y su interacción estadística es estudiada a través de las ecuaciones de movimiento. En la teoría

de turbulencia de cascada aparece que la energía cinética es transferida desde grandes a pequeñas corrientadas sucesivamente, hasta que la energía es eventualmente disipada en corrientadas más pequeñas por viscosidad. Se podría demostrar que la energía disipada $\int \mu (\nabla \times v)^2 d\tau$, la integración se realiza sobre todo el espacio. Si L es la escala de longitud, o el largo de la corrientada, $|\nabla \times v| \sim v/L$. El tiempo de caída de un movimiento dado es τ en donde:

$$\tau \sim L^2/\mu \quad (65)$$

A un largo más pequeño de una corrientada L , un tiempo más pequeño de caída.

1.3.23. Capas barrera

En la teoría de un flujo que pasa por aerofilos y cuerpos sólidos, es conveniente asumir que el movimiento es no viscoso e i-rotacional excepto en una capa barrera delgada cerca de la superficie del obstáculo. Sobre el grosor de la capa de flujo paralelo a los cambios de barrera desde flujo no viscoso i-rotacional al borde más externo, a través una capa de vértice viscoso, a cero velocidad en la superficie del cuerpo.

1.3.24. Fluidos compresibles

Son aquellos fluidos que ante la acción de una fuerza experimentan variación en su volumen, convirtiéndose en excelentes acumuladores de energía (gases y vapores).

1.3.25. Ondas de sonido en una atmosfera uniforme

En la discusión acerca de las ondas de sonido de pequeña amplitud, propagadas en un medio no-viscoso comprensible se hacen las siguientes suposiciones:

- a. El movimiento es irrotacional entonces existe una velocidad potencial Φ y $V = -\text{grad } \Phi$.
- b. La ley de gas adiabático $P = k\rho^\gamma$ se mantiene.
- c. El cuadrado de todos los productos de todas las perturbaciones del estado de equilibrio p_0, ρ_0 puede ser ignorado.

Dejando $\rho = \rho_0 (1 + s)$, donde s es llamado condensación. Entonces la ecuación de continuidad (2) se convierte en primer orden:

$$s/\partial t = \bar{V}^2 \Phi \quad (66)$$

En la ausencia de fuerzas externas e ignorando los términos de segundo orden, la ecuación de Bernoulli se convierte en:

$$\int dp/\rho - \partial\Phi/\partial t = \text{constante} \quad (67)$$

Aquí se ha absorbido una función arbitraria de tiempo dentro del potencial de velocidad, pero se tiene:

$$p/\rho^\gamma = \text{constante} = p_0/\rho_0^\gamma \quad (68)$$

Aunque:

$$dp/d\rho = \gamma p_0/\rho_0 = C_0^2 \quad (69)$$

Por lo tanto:

$$\int dp/\rho = \int dp/d\rho d\rho/\rho = C_0^2 \log \rho + \text{constante} \quad (70)$$

Para el primer orden, $\log \rho = \log \rho_0 + s$. Sustituyendo en la ecuación (67) y absorbiendo la constante Φ se obtiene:

$$\partial\Phi/\partial t = C_0^2 S \quad (71)$$

Combinando las ecuaciones (66) y (71) se observa que el potencial de velocidad Φ satisface la ecuación de onda escalar:

$$\partial^2\Phi/\partial t^2 = C_0^2 \nabla^2\Phi \quad (72)$$

Esta ecuación indica que una pequeña perturbación propaga isotrópicamente con velocidad a C_0 .

1.3.26. Ondas de sonido en una dimensión

Si Φ es una función de x y t solamente, en donde x, y, z son coordenadas cartesianas, la ecuación (72) se convierte en:

$$\partial^2\Phi/\partial t^2 - C_0^2 \partial^2\Phi/\partial x^2 = 0 \quad (73)$$

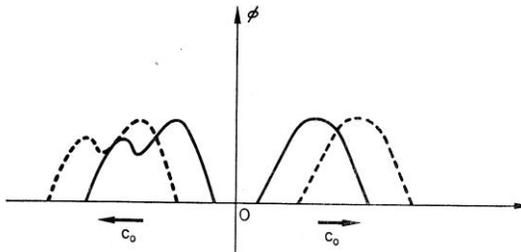
La solución general de la ecuación es:

$$\Phi = F(x-C_0t) + G(x + C_0t) \quad (74)$$

En donde F y G son funciones arbitrarias. La primera de éstas corresponde a una forma de onda arbitraria (pero de pequeña amplitud) propagándose en la dirección positiva de X . Escribiendo $X = x - C_0t$, se puede observar que X (y en consecuencia $f(x)$) es constante en los planos $x = C_0t +$

una constante moviéndose con velocidad $x = C_0$. Similarmente la función G se propaga sin cambio de forma en la dirección negativa de x con velocidad C_0 . La figura ilustra ambos casos.

Figura 6. **Movimiento de diferentes ondas, formas y direcciones sobre el eje X**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 69

1.3.27. Ondas periódicas

Sea $f(x, t)$ cualquier solución compleja para la ecuación (73). Como los coeficientes de la ecuación son reales, ambos, la parte real y la imaginaria de $f(x, t)$, satisfacen la ecuación (73) separadamente.

La solución del tiempo período de la ecuación para ondas viajando en la dirección positiva de x es, entonces, completamente representado por la cantidad compleja:

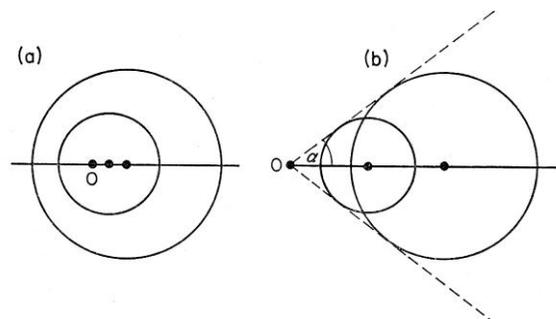
$$\Phi = \Phi_0 \exp \left\{ ik(t - x/c_0) \right\} \quad (75)$$

En esta ecuación Φ_0 puede ser un número complejo. Ambas partes real e imaginaria de esta expresión satisfacen la ecuación (73).

1.3.28. Flujo sub-sónico y supersónico

En la explicación anterior se estableció que las perturbaciones pequeñas se propagan con la velocidad del sonido en un fluido estacionario. Si el fluido se mueve con velocidad V , esta velocidad es sobre-puesta en el movimiento de la perturbación. Considerando un ejemplo muy conocido el cual ilustra la diferencia entre un flujo sub-sónico y un flujo supersónico, principalmente, un punto fuente O que emite una pequeña perturbación esférica simétrica en un fluido en movimiento con velocidad no-uniforme U ($U = |U|$). Si denotamos con C_0 la velocidad del sonido. La onda de compresión causada por la perturbación emitida en el tiempo $t = 0$ recaería en una esfera S_t de radio $C_0 t$ cuyo centro se mueve con velocidad U . si $U < C_0$ todas las esferas S_t recaerían dentro de cada una propiamente, como se muestra en la figura 7. Si $U > C_0$ las esferas S_t tocan un cono, el vértice O , de ángulo semi-vertical β , en donde $\beta = C_0/U$. β es conocido como el ángulo pareja, y el cono es conocido como cono pareja. El número $M = U/C_0$ es conocido como el número pareja, Entonces se tiene $M \sin \beta = 1$. La diferencia física entre estos dos casos se debe a que: si $M < 1$, ondas desde el punto O puede alcanzar cualquier punto en el espacio. Si $M > 1$, las ondas desde O puede alcanzar solamente puntos dentro del cono pareja.

Figura 7. Ilustración de la diferencia fundamental entre flujo sub-sónico (a) y flujo supersónico (b)



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 71

1.3.29. Ondas de choque planas estacionarias

Es usual derivar las condiciones de salto a través un choque por medio de la integración de la ecuación:

$$\partial/\partial x \{ \rho \mu (1/2 \mu^2 + \gamma p / (\gamma - 1)) - 4/3 V \partial \mu / \partial x \} - \lambda \partial T / \partial x = 0 \quad (76)$$

Esta ecuación, junto con las ecuaciones de continuidad y movimiento levemente alteradas por la condición $\partial(\rho\mu)/\partial x = 0$, se tiene:

$$\partial/\partial x (\rho\mu^2) = - \partial p / \partial x + 4/3 \partial/\partial x (\rho v \partial \mu / \partial x) \quad (77)$$

a través de una región de transición estacionaria en la cual u , p , ρ cambian rápidamente. El frente de una onda de choque es el lado de la onda dentro del cual el gas fluye. Dejando que los sufijos 1 y 2 se refieran al frente y a la parte trasera de la onda de choque respectivamente. El fluido entra a la región de transición con velocidad uniforme u_1 y sale con velocidad u_2 . Si la onda de choque está moviéndose con velocidad U , se podría sobreponer una velocidad $-U$ en todo el sistema, en tal caso la onda de choque es reducida por resta. Las velocidades en el frente y en la parte trasera de este choque estacionario son $u_1' = u_1 - U$, y $u_2' = u_2 - U$. Integrando la ecuación (77) a través de la región de transición se obtiene:

$$[\rho\mu]_1^3 = 0 \quad [\rho\mu^2 + p - 4/3\rho\mu \partial\mu/\partial x]_1^2 = 0 \quad (78)$$

Y como $\partial\mu/\partial x = 0$ afuera del área de transición, se tiene:

$$\rho_1 u_1' = \rho_2 u_2' = m \quad (79)$$

Y

$$\rho_1 u_1'^2 + p_1 = \rho_2 u_2'^2 + p_2 \quad (80)$$

La ecuación (79) demuestra que el flujo de masa m es conservado cuando pasa a través del frente de choque, mientras que la ecuación (80) representa la conservación del momento lineal. La ecuación que representa la conservación de energía de un elemento de fluido y que se complementa usando la ecuación (79) es:

$$\frac{1}{2} \rho_1 u_1'^2 + \gamma p_1 / (\gamma - 1) \rho_1 = \frac{1}{2} \rho_2 u_2'^2 + \gamma p_2 / (\gamma - 1) \rho_2 \quad (81)$$

Las ecuaciones (79), (80) y (81) determinan el flujo detrás de la onda de choque en términos del flujo enfrente de la onda. Si se denota con C_0 la velocidad del sonido, y con M' el número relativo pareja, entonces, $C_0'^2 = \gamma p / \rho$, el cual tendrá diferentes valores en cada lado del frente del choque. También se puede observar que después de algunas reducciones se obtiene que $u' = \gamma p M'^2$. Utilizando esta condición se tiene que la ecuación (79) y (80) se convierten en:

$$p_2 - p_1 = m(u_1' - u_2') = \gamma(p_1 M_1'^2 - p_2 M_2'^2) \quad (82)$$

Solucionando la ecuación (82) para $M_1'^2$ y $M_2'^2$ se encuentra que:

$$\begin{aligned} M_1'^2 &= (\gamma + 1)/2\gamma p_1/p_2 + (\gamma - 1)/2\gamma \\ M_2'^2 &= (\gamma + 1)/2\gamma p_2/p_1 + (\gamma - 1)/2\gamma \end{aligned} \quad (83)$$

Esta relación da los número pareja del flujo relativo al choque en términos del radio de compresión p_2/p_1 .

Para obtener el radio de las velocidades relativas y de las densidades en términos de p_2/p_1 principalmente se tiene:

$$u_2'/u_1' = \rho_1/\rho_2 = \frac{p_2 + h^2 p_1}{p_1 + h^2 p_2} \quad (84)$$

Las consideraciones termodinámicas requieren más allá de la entropía S , las cuales indican que ésta incrementa a través el choque, cuando se pasa del estado 1 al estado 2 ($S_1 > S_2$), para aclarar esto, es necesario mencionar que:

$$P_2/p_1 > \left(\rho_2/\rho_1\right)^\gamma \text{ o } x > \frac{\left(1 + h^2x\right)}{h^2 + x} \quad (85)$$

En donde se escribe $X = p_2/p_1$ y utilizando la ecuación (84), se considera la función $y = \left[\frac{1 + h^2x}{h^2 + x} \right]^2$ y se obtiene:

$$dy/dx = 1 + \frac{y(1-h^4)(h^2x+1)^{\gamma-1}}{(h^2+x)^{\gamma-1}} \quad (86)$$

Diferenciando una vez más se obtiene que d^2y/d^2x desaparece solamente en:

$$X = \frac{\{h^4(\gamma-1) - (\gamma+1)\}}{\{h^2(\gamma+1) - h^2(\gamma-1)\}} = 0 \quad (87)$$

Por lo tanto dy/dx siempre tiene el mismo signo para $X > 1$. Examinando el valor de $x = \infty$ se observa que dy/dx es positivo para $X > 1$. La función Y es, por lo tanto, una función que incrementa en función de x para toda $X > 1$. Por lo tanto, la entropía incrementa a través del área de choque. ($S_1 > S_2$) si y sólo si $p_2 > p_1$.

De la ecuación de gas $p = \rho RT$ se obtiene el ratio de las temperaturas en cada lado de la onda de frente:

$$T_2 = \frac{(p_2/p_1) + h^2}{(p_1/p_2) + h^2} > 1 \quad (88)$$

La temperatura incrementa a través la onda de choque. Aunque para fuertes ondas de explosión, algunas veces pareciera que el valor apropiado de γ es muy cercano a la unidad, permitiendo que una gran densidad incrementa.

1.3.30. Ondas de superficie: ondas planas progresivas

Considerando ahora la propagación de ondas de pequeña amplitud junto a la superficie de un líquido incomprensible no-viscoso de profundidad h . Se toman los ejes cartesianos $Oxyz$ con el eje Ox horizontal Oy el eje y vertical. Se debería asumir que $\partial/\partial z \equiv 0$ (así el movimiento de cada partícula es paralelo a el plano $z=0$), y el movimiento es irrotacional (debido a el movimiento de la barreras solamente). La velocidad potencial Φ y la presión p satisface las ecuaciones:

$$\partial^2\Phi/\partial x^2 + \partial^2\Phi/\partial y^2 = 0 \quad (89)$$

$$\rho/\rho + gy - \partial\Phi/\partial t = 0 \quad (90)$$

Se debe notar que para estas ecuaciones se ha tomado $V = -\text{grad } \Phi$. La primera de estas dos ecuaciones representa la continuidad de la ecuación $\text{div } V = 0$, o $\text{div grad } \Phi = 0$. La segunda ecuación es la Integral de Bernoulli de las ecuaciones de movimiento en la que no importa el cuadrado de la velocidad, en el cual la velocidad es un término de segundo orden. La función arbitraria de tiempo $f(t)$ ha sido absorbida en la velocidad potencial Φ y gy es el potencial gravitacional. La ecuación linealizada podría ser la solución y las condiciones de frontera se aplican como prosigue.

Suponiendo que el desplazamiento en una superficie libre (desde un nivel de equilibrio $y = 0$) es dado por:

$$y = \eta = a \exp\{ik(x - ct)\} \quad (91)$$

Así se tiene que el largo de la onda es $\lambda = 2\pi/k$. Aquí K es conocida como el número de onda. La velocidad de fase es c (en la dirección de X). Entonces para satisfacer la ecuación se debe tener:

$$\Phi = f(y) \exp\{ik(x - ct)\} \quad (92)$$

En donde:

$$f''(y) - k^2 f(y) = 0 \quad (93)$$

Pero en la línea $y = -h$ la componente y (componente normal) de la velocidad del fluido es cero. i.e. $\partial\Phi/\partial y = 0$. Solucionando la ecuación (93) se obtiene $\Phi = A' \exp(ky) + B' \exp(-ky)$, en donde A' y B' son constantes arbitrarias. Aplicando la condición $\partial\Phi/\partial y = 0$ en $y = -h$ se obtiene $A' \exp(-kh) = B' \exp(kh)$. Aunque: $f(y) = A \cosh\{k(y + h)\}$, en una superficie libre $y = \eta$, $P = 0$ y $(\partial\Phi/\partial t)_{y=\eta} = g\eta$. En primer orden a se convierte en: $A = \frac{g}{kc} [\cosh(kh)]^{-1}$. Por lo tanto:

$$\Phi = \frac{g a \cosh\{k(y + h)\} \exp\{ik(x - ct)\}}{kc \cosh(kh)} \quad (94)$$

Para obtener la velocidad de la onda C en términos de λ y g , se utiliza el hecho de que la superficie siempre consiste de las mismas partículas del fluido. Obteniendo ecuaciones para los componentes verticales de la velocidad del fluido y la velocidad de la superficie libre, dada por Φ y η , y sin importar los términos de segundo orden: $(-\partial\Phi/\partial y)_{y=\eta} = \partial\eta/\partial t$. Se obtiene:

$$C^2 = g/k \tanh(kh) \quad (95)$$

La velocidad de ondas progresivas planas de superficie es por lo tanto no es una constante asociada a un fluido en particular. No siendo lo mismo con la velocidad del sonido, ésta es una función del número de onda K .

1.4. Ondas en un tanque infinitamente largo, con ancho y profundidad finita

En este caso las ondas pueden viajar hacia el frente o hacia atrás siendo reflejadas en el fin del tanque. En ciertos casos (en los modos normales de oscilación) desarrollo oscilaciones armónicas simples en una forma arreglada. (ondas estándares). Considerando la superposición de ondas de amplitud igual viajando en direcciones opuestas con velocidad C . Los desplazamientos de una superficie libre son:

$$n_1 = a \cos \{k(x - ct)\}, \quad n_2 = a \cos \{k(x + ct)\} \quad (96)$$

El desplazamiento resultante de la superficie es:

$$n = n_1 + n_2 = 2^a \cos(kx) \cos(kct) \quad (97)$$

1.4.1. Velocidad de grupo

La velocidad de un grupo de ondas de agua es comúnmente observada ser menor que la velocidad individual de un grupo de ondas. Estas son observadas que entran en un grupo de ondas desde la parte de atrás, gradualmente incrementando su amplitud hasta alcanzar una amplitud máxima, y después dejando el frente, después de una disminución en su amplitud.

Considerando la superposición de dos ondas las cuyos números de onda son k y k' y estos siendo casi iguales. Escribiendo $\sigma = kc$, $\sigma' = k'c'$, en donde $C^2 = (g/k) \operatorname{tanh}(kh)$ y $c'^2 = (g/k') \operatorname{tanh}(k'h)$, la superficie tiene la forma:

$$\eta \approx 2^a \cos \left\{ \left(\frac{1}{2} k - k' \right) x - \frac{1}{2} (\sigma - \sigma') t \right\} \cos (kx - \sigma t) \quad (98)$$

Ya que la primera parte de esta expresión varía lentamente, se puede observar que hay un grupo de ondas cuya amplitud varía con su propia longitud de onda $2\pi/(k - k')$. Este grupo de ondas viaja con velocidad:

$$C_G = \frac{\sigma - \sigma'}{k - k'} \approx \frac{d\sigma}{dk} \quad (99)$$

Se puede observar que la velocidad del grupo de ondas C_G no es igual en general a la velocidad de fase C . Aunque no se tiene prueba de este hecho, la energía de un grupo de ondas viaja con la velocidad de grupo, no a la velocidad de fase. Es por esto que la velocidad de grupo es más importante que la velocidad de fase.

1.4.2. Paquete de ondas

La función que genera para las ondas de superficie dadas hasta el momento aquí han tenido la forma $\exp\{i(kx - \sigma t)\}$, siendo la velocidad de fase σ/k en donde σ es función del número de onda k . Considerando ondas en general en tres dimensiones con la función generadora $\exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \sigma t)\}$, en donde $\mathbf{r} = (x, y, z)$ y $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)$ es un vector constante. Aquí \mathbf{k} es conocido como el número de onda. Un grupo de ondas superpuestas, cuyos números de onda están muy cerca a ser iguales y son conocidos como paquete de ondas. Comparando esto con el concepto anterior de velocidad de grupo en una dimensión se puede observar que la velocidad de grupo de un paquete de

ondas paralelo al eje X es $\partial\sigma/\partial k_1$. Similarmente a la velocidad de grupo paralela al eje Y, la velocidad de grupo en tres dimensiones de un paquete de ondas es:

$$\mathbf{C}_G = \left(\partial\sigma/\partial k_1, \partial\sigma/\partial k_2, \partial\sigma/\partial k_3, \right) = \mathbf{grad}_k \sigma$$

(100)

1.5. Efectos electromagnéticos

1.5.1. Ecuaciones de Maxwell

Un grupo auto-consistente de ecuaciones acerca del campo electromagnético fue realizado por Clerk Maxwell, en su trabajo sobre Electricidad y Magnetismo en 1881. Estas ecuaciones son la base de la teoría electromagnética moderna, y en estudios de magnetohidrodinámica están acopladas con la ecuación hidrodinámica de movimiento (a través del término fuerza del cuerpo). Las ecuaciones de Maxwell involucran los siguientes vectores y sus rangos de cambio: el vector de inducción magnética \mathbf{B} , intensidad del campo magnético \mathbf{H} , el vector de desplazamiento \mathbf{D} , intensidad del campo eléctrico \mathbf{J} . Denotando con k la constante dieléctrica y con u la permeabilidad magnética. Así se tiene que usando las unidades electromagnéticas (e.m.u.) a través de:

$$\mathbf{B} = u \mathbf{H} \quad \mathbf{D} = k\mathbf{E} \quad (101)$$

Las ecuaciones de Maxwell son la ecuación de inducción:

$$\partial\mathbf{B}/\partial t = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (102)$$

Y la ecuación de Ampere:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t \quad (103)$$

Si C denota la velocidad de la luz en vacío ($\sim 3 \times 10^{10}$ cm/seg), se tiene que $k \sim 1/c^2$. El último término de la ecuación de Ampere (103) es conocido como corriente de desplazamiento, esta corriente de desplazamiento es pequeña excepto para oscilaciones de alta frecuencia. Si la corriente de desplazamiento puede ser importante o no depende del problema bajo consideración.

La siguiente ecuación de menor importancia también se mantiene:

$$\text{Div } \mathbf{B} = 0, \text{ div } \mathbf{D} = 4\pi q \quad (104)$$

En donde q denota la densidad de carga eléctrica. La primera de estas ecuaciones significa que no hay polos magnéticos libres. La segunda ecuación es la ecuación de Poisson. Diferenciando la segunda ecuación respecto al tiempo t , sustituyendo por $\partial \mathbf{D} / \partial t$ de la ecuación (103) y utilizando el vector de análisis de identidad $\text{div curl } \mathbf{H} \equiv 0$ se encuentra:

$$\text{div } \mathbf{J} = - \partial q / \partial t \quad (105)$$

Esta es la ecuación de continuidad para la carga eléctrica. Si \mathbf{u} denota la velocidad local de una carga eléctrica, se tiene que $\mathbf{J} = q\mathbf{u}$ y entonces $\partial q / \partial t + \text{div}(q\mathbf{u}) = 0$. Esta es otra forma de la ecuación (105) y es similar a la ecuación hidromagnética de continuidad 4 (sólo se debe sustituir q por ρ).

1.5.2. Radiación electromagnética

En una región no conductora de espacio no hay corriente eléctrica, entonces $\mathbf{J} = 0$, por lo tanto la ecuación (105) $q = 0$. Asumiendo que la

constante dieléctrica k y la permeabilidad magnética u son constantes. Entonces la ecuación (102) y (103) se convierten en:

$$\partial \mathbf{H} / \partial t = -1/u \nabla \times \mathbf{E}, \quad \partial \mathbf{E} / \partial t = 1/k \nabla \times \mathbf{H} \quad (106)$$

También de la ecuación (104) se obtiene:

$$\text{div } \mathbf{H} = 0, \quad \text{div } \mathbf{E} = 0 \quad (107)$$

Eliminando \mathbf{E} , se obtiene:

$$\partial^2 \mathbf{H} / \partial t^2 = -1/ku \nabla^2 \mathbf{H} = 1/ku \nabla^2 \mathbf{H} \quad (108)$$

En la obtención de esta ecuación se ha utilizado el resultado:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = -\text{grad div } \mathbf{H} - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (109)$$

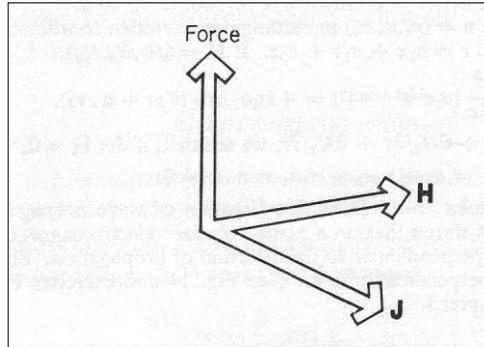
En unión con la ecuación $\text{div } \mathbf{H} = 0$. Una ecuación similar a la ecuación (108) se mantiene para \mathbf{E} también. Se debe recordar, que de cualquier forma, que \mathbf{E} está conectada con \mathbf{H} ya sea por las ecuaciones (106). La ecuación (108) es el vector equivalente de la ecuación de onda escalar.

1.5.3. La fuerza de Lorentz y sus transformaciones

Cuando \mathbf{J} no es cero, como se pudiera ser dentro de un cuerpo conductor cuando la corriente puede fluir, la corriente de desplazamiento $\partial \mathbf{D} / \partial t$ es usualmente muy pequeña comparada con \mathbf{J} . En magnetohidrodinámica la corriente de desplazamiento es generalmente tan pequeña que puede ser omitida. En este caso se tiene:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{J} \quad (110)$$

Figura 8. Fuerza de Lorentz (en ángulo recto para \mathbf{J} y \mathbf{H})



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 92.

El cuerpo de la fuerza electromagnética $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ es entonces:

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J} \times \mathbf{H} = \mu / 4\pi (\nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H} \quad (111)$$

Esta ecuación representa la fuerza por unidad bajo la influencia de un campo magnético junto con corrientes eléctricas.

Lorentz sugirió que la fuerza sobre un electrón de carga $-e$ moviéndose con velocidad \mathbf{u} es $-ue\mathbf{u} \times \mathbf{H}$ pero la idea básica envuelta aquí parece haber sido aportada por Heaviside (1889). Si hay n_i electrones por cantidad de volumen en una nube de electrones viajando con velocidad promedio \mathbf{u} , la corriente total es $\mathbf{J} = -n_i e \mathbf{u}$ y la fuerza total por unidad de volumen es $-\mu n_i e \mathbf{u} \times \mathbf{H} = \mu \mathbf{J} \times \mathbf{H}$. La fuerza es, por lo tanto, usualmente llamada fuerza de Lorentz.

1.5.4. Presión magnética

Del vector identidad se tiene:

$$u/4\pi (\bar{\mathbf{V}} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H} = -\mathbf{grad} (u H^2/ 8\pi) + u/4\pi (\mathbf{H} \cdot \bar{\mathbf{V}})\mathbf{H} \quad (112)$$

El primer término del lado derecho de la ecuación podría ser comparado con el gradiente de presión hidrodinámico. Principalmente $-\mathbf{grad} p$, y $u H^2/ 8\pi$ es llamado presión magnética.

Escribiendo $\mathbf{L} = u (\mathbf{V} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H}/4\pi$ en donde $\mathbf{L} = (L_1, L_2, L_3)$ y $\mathbf{H} = (H_1, H_2, H_3)$ refiriéndose a las coordenadas cartesianas. Se puede demostrar que utilizando la condición $\text{div } \mathbf{H} = 0$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \mu^{-1}L_1 &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{H^2}{8\pi} \right) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (H_1^2) + \frac{\partial}{\partial y} (H_1 H_2) + \frac{\partial}{\partial z} (H_1 H_3) \right\}, \\ \mu^{-1}L_2 &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{H^2}{8\pi} \right) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (H_2 H_1) + \frac{\partial}{\partial y} (H_2^2) + \frac{\partial}{\partial z} (H_2 H_3) \right\}, \\ \mu^{-1}L_3 &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{H^2}{8\pi} \right) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (H_3 H_1) + \frac{\partial}{\partial y} (H_3 H_2) + \frac{\partial}{\partial z} (H_3^2) \right\}. \end{aligned} \quad (113)$$

El arreglo definido por:

$$4\pi\mu^{-1}\mathfrak{S} = \begin{pmatrix} H_1^2 & H_1H_2 & H_1H_3 \\ H_2H_1 & H_2^2 & H_2H_3 \\ H_3H_1 & H_3H_2 & H_3^2 \end{pmatrix} \quad (114)$$

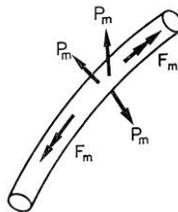
Es un tipo especial de simetría de fuerza de tensor conocida como diádica. En la notación del tensor es:

$$\mathbf{L} = -\nabla(uH^2/8\pi) + \overline{\mathfrak{S}} \cdot \boldsymbol{\gamma} \quad (115)$$

La significancia física del primer término podría ser vista por comparación con el gradiente de presión $\nabla p (\equiv \mathbf{grad} p)$ en la ecuación de movimiento 1. El término $\nabla(uH^2/8\pi)$ representa una presión magnética $uH^2/8\pi$. La significancia de la segunda ecuación tiene que ver con el teorema de divergencia que fue extendido para incluir tensores. Denotando con S cualquier superficie cerrada y con V el volumen de S, entonces por el teorema de divergencia se tiene:

$$\iiint_V \nabla \cdot \boldsymbol{\gamma} \, d\tau = \iint_S uH^2/4\pi \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{dS} \quad (116)$$

Figura 9. Imagen de la tensión $F_m = uH^2/8\pi$ junto con las líneas de fuerza, y la presión magnética normal $p_m = uH^2/8\pi$



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 94

En donde \hat{T} es la unidad tangente junto a una línea de fuerza. El segundo término $\nabla \cdot \hat{t}$, por lo tanto, representa una tensión $\mu H^2/4\pi$ junto a las líneas de fuerza. La fuerza de Lorentz es mecánicamente equivalente a la presión hidrodinámica $\mu H^2/8\pi$, junto con la tensión $\mu H^2/4\pi$ junto con las líneas de fuerza.

1.5.5. Ley de ohm

Si \mathbf{E}' es el campo eléctrico total, la conductividad eléctrica σ es definida por:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}' \quad (117)$$

La corriente eléctrica es proporcional al campo eléctrico total.

1.5.6. Conductores en movimiento

Si un conductor se mueve con velocidad V en un campo magnético \mathbf{H} , el campo eléctrico inducido es $\mathbf{E}'' = \nu V \mathbf{H}$ en ángulos rectos en ambos V y \mathbf{H} , en donde V es el componente de \mathbf{v} en los ángulos rectos a \mathbf{H} , y $H = |\mathbf{H}|$. Se tiene entonces:

$$\mathbf{E}'' = \nu \mathbf{v} \times \mathbf{H} \quad (118)$$

Esta fórmula representa el rango en el cual el conductor está cortando las líneas magnéticas de fuerza. Un movimiento paralelo al campo magnético \mathbf{H} no causa un campo eléctrico inducido.

Considerando un elemento en movimiento de un fluido conductor. Si \mathbf{v} representa la velocidad del elemento de fluido conductor, el campo eléctrico inducido es $\nu \mathbf{v} \times \mathbf{H}$. Dejando que \mathbf{E} denote el campo eléctrico en cualquier punto del campo, apareciendo de otras fuentes que la del elemento del fluido en ese

punto. El campo eléctrico total es entonces $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \nu \mathbf{v} \times \mathbf{H}$. En este caso la ley de ohm se convierte en:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}' = \sigma (\mathbf{E} + \nu \mathbf{v} \times \mathbf{H}) \quad (119)$$

1.5.7. Polarización de la carga y la convención de la corriente eléctrica

Si el fluido lleva un volumen de carga q , una corriente adicional $q\mathbf{v}$ (por convención) debería ser sumada del lado derecho de la ecuación 117. Aunque de cualquier manera la corriente puede ser usualmente no tomada en cuenta, por lo que se muestra en el siguiente argumento. Tomando la divergencia de la ecuación 113 modificada y usando las ecuaciones 100 con $\mathbf{D} = k\mathbf{E}$ y la ecuación 101 se obtiene:

$$\partial q / \partial t = -(4\pi\sigma/k) q - \text{div} (\sigma \nu \mathbf{v} + \mathbf{H} + q\mathbf{v}) \quad (120)$$

El factor $4\pi\sigma/k$ tiene dimensiones T^{-1} y se ha encontrado que es muy grande para la mayoría de conductores eléctricos (aun para gases ionizados, los cuales son relativamente malos conductores). Por ejemplo, ya que $C^2 \approx 10^{21} \text{ cm}^2 / \text{sec}^2$ se obtiene que $k/4\pi\sigma \sim 10^{-13}$ segundos en la fotosfera del sol ($\sigma = 10^{-9}$ e.m.u.). Por lo tanto, toda la carga desaparece en este corto tiempo (10^{-13} segundos) excepto la relativamente lenta densidad de carga cambiante mantenida por el término $(\sigma \nu \mathbf{v} + \mathbf{H} + q\mathbf{v})$. Esta carga es dada por:

$$q = -k/4\pi\sigma \text{div} (\sigma \nu \mathbf{v} + \mathbf{H} + q\mathbf{v}) \quad (121)$$

Pero el factor $k/4\pi\sigma$ es pequeño, esto se debe a que q es pequeño y el término $q\mathbf{v}$ podría ser omitida. Por lo tanto, en el interior de un líquido conductor

en movimiento, bajo condiciones normales, la densidad de la carga eléctrica es pequeña, y es dada para este por la aproximación de:

$$q = -ku/4\pi \operatorname{div}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \quad (122)$$

La mayoría de los conductores gaseosos son por lo tanto eléctricamente neutros excepto por una carga muy pequeña conocida como *carga de polarización*.

1.5.8. Ecuación de inducción

Reemplazando \mathbf{B} por $\mu\mathbf{H}$ la ecuación de inducción se convierte en:

$$\partial\mathbf{H}/\partial t = -u^{-1} \nabla \times \mathbf{E} \quad (123)$$

Despreciando la corriente de desplazamiento, la ecuación de Ampere se convierte en:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 4\pi\mathbf{J} \quad (124)$$

Substituyendo con \mathbf{J} en la ecuación 117 y, después, substituyendo en la ecuación 121 para \mathbf{E} nos da la ecuación de inducción en la forma:

$$\partial\mathbf{H}/\partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) - 1/4\pi u\sigma \nabla^2 \times \mathbf{H} \quad (125)$$

Aquí la conductividad eléctrica σ se asume que es constante. Formalmente en el caso de un fluido conductor infinito se podría colocar $\sigma = \infty$. La ecuación 123 se convierte en:

$$\partial\mathbf{H}/\partial t = \nabla(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \quad (126)$$

Se puede observar que ambas ecuaciones 123 y 124 son lineales en **H**. Las ecuaciones lineales son mucho más fáciles de trabajar que las ecuaciones no lineales. Esto simplifica aquellos aspectos de la magnetohidrodinámica en los cuales es necesario trabajar solamente con la ecuación de inducción.

1.5.9. Ecuaciones mecánicas

Quando los términos electromagnéticos son incluidos, la ecuación de movimiento de un fluido eléctricamente conductor toma la forma:

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{V}) \mathbf{v} \right\} = - \text{grad } p + u \mathbf{J} \times \mathbf{H} + \rho \mathbf{F} \quad (127)$$

La fuerza **F** (por unidad de masa) incluye los términos de viscosidad y cualquier fuerza externa como la gravedad.

1.5.10. El vector de Poynting

El vector de Poynting **P** es dado en términos del campo eléctrico **E** y el campo magnético **H** y se tiene:

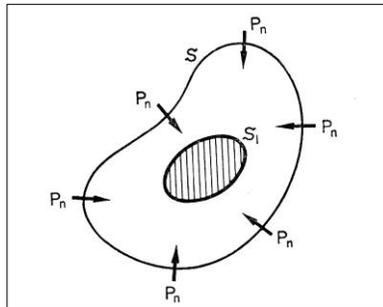
$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} / \pi \quad (128)$$

Esta ecuación tiene la propiedad de que cuando no hay disipación de energía, el flujo de **P** dentro de cualquier superficie cerrada en descanso representa el rango de cambio de la energía total dentro de esta superficie.

Denotando con *V* el interior de *S*, el cual es una superficie cerrada estacionaria. Se puede suponer que el líquido conductor está confinado dentro

una superficie s_1 enteramente dentro de S . Dejando que V_1 denote el interior de s_1 y V_2 como la región entre s_1 y s_2 como se muestra en la figura.

Figura 10. **Flujo del vector de Poynting \mathbf{P} dentro de una superficie S cerrada. (el componente normal de \mathbf{P} se denota como P_n)**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 99

Ya que no hay disipación de energía, la conductividad eléctrica es infinita dentro del líquido y, entonces, se tiene:

$$\mathbf{E} = -\mu\mathbf{v} \times \mathbf{H} \quad (129)$$

1.5.11. El teorema del vector de Poynting para superficies en movimiento

El teorema debe ser modificado para superficies que se mueven con el fluido. Suponiendo una superficie S enteramente dentro de un fluido en movimiento, la cual se mueve a la misma velocidad que la del fluido. Si se denota con V el interior de la superficie S . El rango de decrecimiento de las energías cinética y potencial es el rango de trabajo de la fuerza de Lorentz. De esta afirmación se obtiene la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\mathfrak{K} + \mathfrak{B}) &= \iiint_{V_1} \mathbf{v} \cdot (\mu\mathbf{J} \times \mathbf{H}) \, d\tau = \iiint_{V_1} \mu\mathbf{J} \cdot \mathbf{H} \times \mathbf{v} \, d\tau \\ &= -\iiint_{V_1} (\mu\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \cdot \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathbf{curl} \, \mathbf{H} - \frac{k}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right\} d\tau \\ &= \iiint_{V_1} \left\{ \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{curl} \, \mathbf{H} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{kE^2}{8\pi} \right) \right\} d\tau. \end{aligned} \quad (130)$$

1.5.12. Divergencia del vector de Poynting

Substituyendo en la identidad:

$$\text{div} = (1/4\pi \mathbf{E} \times \mathbf{H}) = 1/4\pi (\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H}) \quad (131)$$

De la ecuación de inducción $\partial \mathbf{H} / \partial t = -\nabla \times \mathbf{E}$ y de la ecuación $\mathbf{E} = -\nabla \phi - \mathbf{v} \times \mathbf{H}$ para el campo eléctrico en un fluido conductor infinito se obtiene:

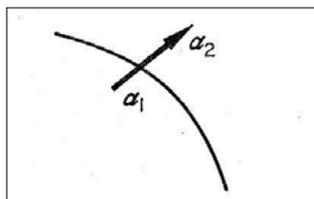
$$\text{div} \mathbf{P} = -\partial / \partial t (u H^2 / 8\pi) - u / 4\pi \{(\nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H}\} \cdot \mathbf{v} \quad (132)$$

Por lo tanto la divergencia del vector de Poynting dentro un fluido conductor infinito es igual al rango local de decrecimiento de la energía magnética junto con el rango local de trabajo en contra la fuerza de Lorentz.

1.5.13. Condiciones de barrera

En superficies de discontinuidad o de barrera, ciertas condiciones se deben satisfacer por las variables de campo en los dos lados de la discontinuidad o de la barrera y estas condiciones restringen las soluciones de las ecuaciones de campo. Se debe denotar como $[\alpha]$ el incremento en cualquier cantidad α en el cruce sobre una barrera o superficie de discontinuidad desde el lado 1 y al lado 2 como lo muestra la figura 11.

Figura 11. **Discontinuidad de la variable α en la barrera**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 103

1.5.14. Condiciones de barrera electromagnética

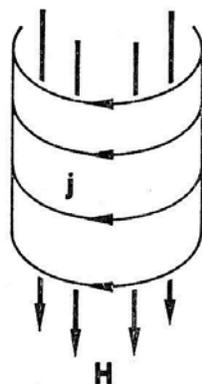
Las condiciones sobre el campo magnético podrían resumirse de la siguiente forma:

- a. Si no hay corrientes de superficie, el campo magnético es continuo.
- b. Si la corriente de superficie es de intensidad \mathbf{j} fluyendo junto a la barrera, el campo magnético normal $\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}$ es continuo y el campo magnético tangencial \mathbf{H}_t es discontinuo por una proporción de $[\mathbf{H}_t] = 4\pi\mathbf{j} \times \mathbf{n}$. Esto se demuestra en la figura 12, en el caso de un solenoide, con infinitas vueltas. El campo es cero afuera del solenoide, y es mantenido dentro por las corrientes de superficie.

Las condiciones sobre el campo eléctrico son:

- a. Los componentes tangenciales del campo eléctrico son continuos.
- b. La discontinuidad en el campo eléctrico normal E_n determina la densidad de la carga de superficie que por la relación $[E_n] = 4\pi q/k$.

Figura 12. **Campo magnético dentro de un solenoide infinitamente largo**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 104

Las condiciones mencionadas anteriormente no son del todo independientes. Si la componente normal de \mathbf{H} en una barrera es continua, entonces así es el componente normal de $\partial\mathbf{H}/\partial t$. Aunque si \mathbf{E}_t es el componente tangencial de \mathbf{E} , ya que el componente normal de $\nabla \times \mathbf{E}$ es $(\nabla \times \mathbf{E})_n$, $[(\nabla \times \mathbf{E})_n] = 0$ alrededor de la barrera. Esto impone una condición en los componentes tangenciales de \mathbf{E} .

La fuerza mecánica sobre una corriente eléctrica de densidad de volumen \mathbf{J} es $\mathbf{J} \times \mathbf{H}$ por unidad de volumen. Si el campo magnético normal no es cero y las corrientes de superficie están fluyendo, hay una fuerza mecánica tangencial a la superficie. Esta fuerza mecánica está concentrada sobre la delgada capa transportadora. En el límite, conforme el grosor de la capa tiende a cero, la aceleración de la capa de la superficie tiende a infinito. En la práctica, si este tipo de configuración se utiliza, la infinita y delgada corriente se mueve alejándose de la superficie con una velocidad c_0 la cual depende del campo magnético, la velocidad del sonido y la densidad del fluido. Aunque se puede observar que si la superficie está viajando a una velocidad menor que c_0 , se puede asumir cualquiera de las siguientes:

- a. Todos los componentes del campo magnético son continuos alrededor de la barrera.
- b. El componente normal del campo magnético es cero, y la discontinuidad en el componente tangencial está dada por la densidad de superficie de la corriente eléctrica.

1.5.15. Dificultad de encajar un campo electromagnético externo

En muchas situaciones el fluido conductor está ligado a un medio no conductor. Afuera del fluido el campo magnético debe ser un campo potencial, o sea que: $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{0}$, $\overline{\text{div}} \mathbf{H} = 0$.

Entonces se tiene que $\mathbf{H} = -\text{grad } \Omega$, en donde Ω es el potencial magnético escalar que satisface la ecuación de Laplace $\nabla^2 \Omega = 0$. Alternativamente, en los casos de simetría axial y en configuraciones en dos dimensiones se podría trabajar en términos de la función de fuerza U . El campo eléctrico es parecido al campo potencial. El campo magnético interno debe ser encajado dentro este campo magnético potencial continuamente. Los componentes tangenciales del campo eléctrico también deben de encajar los componentes tangenciales de un campo potencial eléctrico externo continuamente.

Como $\overline{\nabla \times} \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{J}$, se podría escribir la componente normal de \mathbf{J} como:

$$J_n = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\int_{\mathcal{S}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}}{S} \quad (133)$$

Ésta es la forma del teorema de Stocke para un pequeño contorno τ que encierra el área S , recayendo enteramente en la barrera y los alrededores un punto en el campo.

Afuera del fluido el potencial magnético satisface la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \Omega = 0 \quad (134)$$

Si la región externa es extensamente infinita, Ω debe desaparecer en el infinito. Esto podría demostrarse debido a que $\Omega = O(1/r)$ como $r \rightarrow \infty$ la solución de las ecuaciones de campo es única.

1.5.16. Simplificación de las ecuaciones magnetohidrodinámicas por medio del análisis dimensional

Las ecuaciones en las que se examinarán son las ecuaciones de inducción para continuidad infinita σ , y la ecuación de movimiento. Las complicaciones que se encuentran en la ecuación de movimiento se tienen debido a la fuerza \mathbf{F} . Si \mathbf{F} incluye la viscosidad la solución matemática de los problemas se vuelve mucho más difícil. Afortunadamente, en los fenómenos a gran escala de astrofísica y geofísica, la viscosidad es usualmente despreciada. En el laboratorio, por el contrario, este no es el caso, y la viscosidad puede ser el factor dominante. Anteriormente se determinó que la importancia de la viscosidad está determinada por el número R , o como se le conoce como el número de Reynolds, el cual depende en la escala de longitud del problema, la velocidad del flujo y la viscosidad cinética.

Considerando ahora la ecuación 123. Si V y L respectivamente son comparables con la velocidad del flujo y la escala de largo, se tiene:

$$\frac{|\bar{\mathbf{V}} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H})|}{(4\pi\sigma u)^{-1} |\mathbf{V}^2 \times \mathbf{H}|} \sim \frac{VH/L}{(4\pi\sigma u)^{-1} H/L^2} \sim 4\pi\sigma LV \quad (135)$$

Hay que notar que para la mayoría de fluidos $u = 1$ en las unidades electromagnéticas que se están utilizando, por lo tanto se define el número magnético de Reynolds R_m como:

$$R_m = 4\pi\sigma LV \quad (136)$$

Cuando R_m es grande, la conductividad puede ser tomada como infinita. De aquí se parte que la forma apropiada para la ecuación de inducción sea la ecuación 120. Algunos valores típicos de σ y los valores apropiados de L son

dados en la tabla. Los valores de L en el laboratorio dependerán del tamaño del aparato. En el centro líquido de la tierra, L podría variar dependiendo del tamaño de la turbulencia contra corriente al radio del centro ($\sim 2 \times 10^8$ cm). En la atmósfera solar, L podría ser tan grande como una gran mancha solar (10^9 cm) o el tamaño de un gránulo (10^8 cm).

Tabla I. **Valores de conductividad σ y escala de longitud L**

Substancia	Mercurio líquido	Centro líquido de la tierra	Atmósfera solar (fotosfera)
σ (e.m.u)	10^{-5}	10^{-6}	10^{-9}
L (cm)	10	10^8	10^8

Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p 106.

Una velocidad típica V para los laboratorios puede ser 1 cm/sec, para el centro de la tierra es usual revertir el argumento y se tiene que para un estado sin movimiento (el principal campo geomagnético solamente cambia apreciablemente en 100 años) $R_m \sim 1$. Esto da como resultado $V \sim 10^{-3}$ cm/seg en el centro de la tierra. En la atmósfera solar V es deducida desde las brisas de los puntos solares (10^5 cm/seg) hacia el ecuador solar. Aparentemente en el laboratorio R_m es generalmente pequeño, cuando en astrofísica el fenómeno R_m es grande.

Si R_m es pequeño, el campo magnético decae por disipación óhmica. Omitiendo el término $\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H})$ el cual es pequeño, la ecuación de inducción se convierte en:

$$\partial \mathbf{H} / \partial t = -1/4\pi\sigma u \nabla^2 \mathbf{H} = 1/4\pi\sigma u \nabla^2 \mathbf{H} \quad (137)$$

El campo magnético \mathbf{H} siempre decae, y tiende a desaparecer en el tiempo

T dado por:

$$H/T = \frac{H}{4\mu\sigma L^2} \quad (138)$$

El tiempo de caída se encuentra en el orden de:

$$T \sim 4\pi\sigma\mu L^2 \quad (139)$$

Para el laboratorio, en un conductor cuyas dimensiones lineares están en el orden de un metro, el tiempo de caída está cerca de un segundo para el mercurio. En la atmósfera solar el tiempo de caída está alrededor de 10 años.

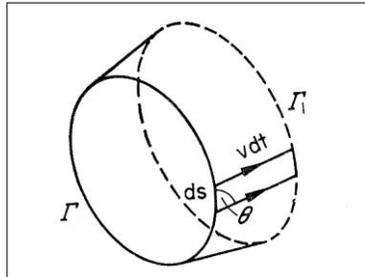
La energía magnética es convertida en energía térmica de acuerdo con la ley de ohm.

1.5.17. Movimientos de tubos de fuerza en un medio conductor perfecto

Considerando una pequeña sección normal a través la barrera K por un contorno cerrado Γ recostado sobre la superficie de un tubo de fuerza, se supone que en un pequeño intervalo de tiempo dt el movimiento del fluido transporta cada partícula sobre Γ a otro contorno cerrado Γ_1 . El contorno tendrá dos desplazamientos principales; un desplazamiento $\mathbf{u} dt$ a través del flujo del tubo y el desplazamiento $\mathbf{v} dt$ perpendicular al flujo del tubo. Aquí, \mathbf{u} y \mathbf{v} son componentes de la velocidad a lo largo del fluido y perpendiculares al flujo del tubo. Se desea evaluar el cambio en el flujo magnético a través Γ conforme se mueve hacia Γ_1 . Claramente esto no es afectado por \mathbf{u} y se podría tratar el problema como un problema plano de primer orden en dt .

Denotando con \mathbf{A} el vector de área de Γ , esto será paralelo a \mathbf{H} y de magnitud A . Denotando con v la magnitud de \mathbf{v} , la figura ilustra el efecto de \mathbf{v} en el contorno.

Figura 13. **Efecto del movimiento del fluido sobre un contorno moviéndose con el fluido**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 113

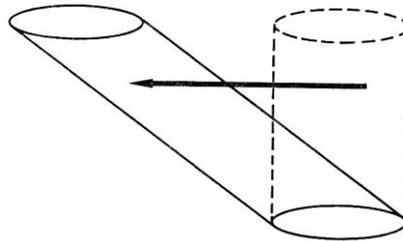
El área barrida por el arco elemento ds en movimiento desde Γ a Γ_1 es $v dt \sin \theta$, en donde $ds = |ds|$ y el $\sin \theta$ es el ángulo entre v y ds .

Después de integrar se obtiene que:

$$AH = \text{constante} \quad (140)$$

Este interesante resultado demuestra que las líneas magnéticas de fuerza se mueven junto con el fluido. La fuerza del flujo de un tubo permanece constante, conforme el tubo es movido sobre el fluido. Se observa que cualquier movimiento de corte del fluido incrementa la energía magnética a través de estrechar las líneas de fuerza. Esto se ilustra en la figura 14, la cual muestra el resultado de un movimiento de corte en un flujo de tubo inicialmente vertical.

Figura 14. **Efecto de un movimiento compartido sobre las líneas de fuerza**



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 114

1.5.18. Principios dinámicos

El hecho que las fuerzas electromagnéticas no conservativas están actuando, deja sin alteraciones los bien conocidos teoremas sobre la conservación total de energía, conservación del momento y de conservación del momento angular en un sistema aislado.

Algunas veces es conveniente considerar problemas simplificados en los cuales el movimiento del fluido y las líneas de fuerza magnética recaen en planos paralelos al plano arreglado ($z = 0$) y en los cuales todas las variables dependientes son funciones de x y y solamente.

1.6. Movimiento de un fluido en un campo magnético uniforme

1.6.1. Ondas Alfvén

Se ha demostrado que las líneas de fuerza magnética pueden ser consideradas como fibras elásticas bajo una tensión $Uh^2/4\pi$, junto con la presión hidrostática $Uh^2/8\pi$ igual a la presión magnética. Conforme el campo magnético pudiera ser reemplazado por un sistema de bandas elásticas estrechas junto a cierta presión hidrostática, no es sorprendente que las líneas de fuerza vibren cuando son perturbadas del estado de equilibrio. Las ondas

resultantes son conocidas como ondas Alfvén en honor a H. Alfvén quien las descubrió en 1941. La ecuación que describe el movimiento de onda en un campo magnético uniforme \mathbf{H}_0 se obtiene por un fluido uniforme incomprensible. Escribiendo el campo magnético total de la forma:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h} \quad (141)$$

En donde \mathbf{h} es la variación en el campo magnético. Para oscilaciones pequeñas se podría escribir la velocidad del fluido \mathbf{v} en la forma:

$$\mathbf{v} = \partial \xi / \partial t \quad (142)$$

En donde ξ es el desplazamiento de un elemento de fluido desde su posición de equilibrio. Substituyendo en la ecuación 124 e integrando, después de omitir el término de segundo orden $\mathbf{v} \times \mathbf{h}$, se obtiene:

$$\mathbf{h} = \nabla \times (\xi \times \mathbf{H}_0) \quad (143)$$

La ecuación de movimiento (126) con $F \equiv 0$, no hay fuerzas externas como gravedad, y omitiendo el término de segundo orden $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$, y escribiendo $p = p_0 + p'$, en donde p_0 es la presión uniforme de equilibrio y p' es la pequeña variación de presión, entonces se tiene:

$$\partial^2 \xi / \partial t^2 = -\text{grad} (p'/\rho) + u/4\pi\rho (\nabla \times \mathbf{h}) \times \mathbf{H}_0 \quad (144)$$

Suponiendo que \mathbf{H}_0 es paralelo al eje x en coordenadas cartesianas rectangulares x, y, z , $\mathbf{H}_0 = (0,0,H_0)$. Entonces, si \mathbf{A} es cualquier vector de tal manera que la $\text{div} \mathbf{A} = 0$, la fórmula de expansión demuestra que $\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{H}_0) = (\mathbf{H}_0 \cdot \nabla)\mathbf{A} = H_0 \partial \mathbf{A} / \partial z$. Aunque tomando rotacional usado en la ecuación (141) y utilizando esta fórmula dos veces, y ya que la $\text{div} \xi = 0$, se obtiene:

$$(\partial^2/\partial t^2 - V_A^2 \partial^2/\partial z^2) \nabla \mathbf{x} \xi = 0 \quad (145)$$

En donde:

$$V_A^2 = \frac{\mu h_0^2}{4\pi\rho} \quad (146)$$

La ecuación (145) es la ecuación de onda. Las perturbaciones pequeñas viajan con una velocidad V_A en cualquier dirección del eje z . Aquí V_A es conocida como la velocidad de Alfvén.

1.6.2. Ondas Alfvén planas polarizadas

En una onda hidromagnética plana polarizada de pequeña amplitud, el vector de desplazamiento ξ y la perturbación de campo \mathbf{h} están dadas en la forma:

$$\xi = \xi_0 \exp \{ip(t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}/V)\}, \mathbf{h} = \mathbf{h}_0 \exp \{ip(t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}/V)\} \quad (147)$$

En donde \mathbf{n} es la unidad normal al plano de polarización, \mathbf{n} es normal al frente de la onda, \mathbf{r} es el vector de posición y ξ_0 , \mathbf{h}_0 son vectores complejos constantes. Esto representa una onda hidromagnética de frecuencia $p/2\pi$ viajando a una velocidad constante V paralela a el vector unitario \mathbf{n} .

Debido a que la $\text{div } \xi$ y la $\text{div } \mathbf{h}$ son ambas cero, se tiene que $\mathbf{n} \cdot \xi = 0$ y $\mathbf{n} \cdot \mathbf{h} = 0$. Esto se tiene debido a que el plano de polarización contiene ambas a ξ y \mathbf{h} . Se debe observar que ξ y \mathbf{h} son paralelos, dejando:

$$V_A = \sqrt{\frac{\mu H_0^2}{4\pi\rho}} \quad (148)$$

Entonces $V_A (\partial/\partial z) \equiv (\mathbf{V}_A \cdot \mathbf{V})$, y ξ satisface la ecuación:

$$\partial^2 \xi / \partial t^2 - (\bar{\mathbf{V}}_A \cdot \mathbf{V})^2 \xi = 0 \quad (149)$$

\mathbf{h} satisface una ecuación similar. Esta forma poco familiar de una ecuación de onda muestra que el vector del campo ξ se propaga con velocidad V_A .

Por lo tanto se puede comprobar que el desplazamiento y el campo magnético están relacionados a través de la fórmula:

$$\mathbf{h} = -i\rho(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_0)\xi/V \quad (150)$$

La energía magnética de la onda por unidad de volumen es $u|\mathbf{h}|^2/8\pi$, la cual es igual a $u\{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_0)^2/8\pi V^2\}$. Pero si V es la velocidad del fluido, $V = \partial\xi/\partial t = i\rho\xi$. Y entonces se tiene:

$$u^{1/2}\mathbf{h} = \mp(4\pi\rho)^{1/2}\mathbf{v}, \quad \frac{1}{2}\rho\mathbf{v}^2 = u\mathbf{h}^2/8\pi \quad (151)$$

La energía cinética de la onda es igual a la energía magnética. Hay equiparación de energía entre la velocidad del fluido y campo magnético. Para ondas viajando paralelamente a una dirección \mathbf{n} formando un acutángulo con el campo magnético, $u^{1/2}\mathbf{h} = -(4\pi\rho)^{1/2}\mathbf{v}$. Para ondas cuya dirección forma un obtusángulo con el campo magnético $u^{1/2}\mathbf{h} = (4\pi\rho)^{1/2}\mathbf{v}$. Estos resultados se aplican a ondas magnéticas no lineales.

1.6.3. Velocidad de grupo

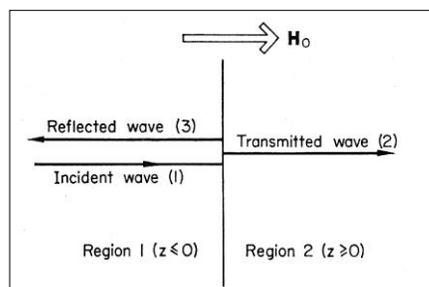
A pesar de que las ondas hidromagnéticas pueden ser polarizadas en cualquier dirección, la velocidad de grupo es paralela al campo magnético e igual en magnitud a la velocidad de Alfvén V_A .

Ya que la energía de la onda viaja con la velocidad de grupo en lugar de viajar con la velocidad de fase, es un resultado, aunque simple, es importante. Esto demuestra el hecho de que en un líquido incomprensible las líneas magnéticas de fuerza oscilan independientemente una de otra. Aunque ninguna fuerza puede ser transferida de una línea de fuerza a otra. Para líquidos comprensibles, la energía puede ser comunicada a través las líneas de fuerza, a través de una presión magnética transversa.

1.6.4. Transmisión y reflexión de ondas Alfvén en una discontinuidad en la densidad

Suponiendo que un tren de ondas planas polarizadas en un líquido infinito conductor es incidente sobre un plano de superficie $z = 0$ cuya densidad es discontinua. Se debe considerar solamente el caso más simple en el cual la onda Alfvén está polarizada en el plano de ángulos rectos a el campo magnético H_0 , el cual es paralelo al eje z . Dejando que los sufijos 1 y 2 denoten los dos lados de la barrera $z \leq 0$ y $z \geq 0$ respectivamente. Dejando que los sufijos 1, 2, 3 que distinguan la incidencia, ondas trasmitidas y ondas reflejadas respectivamente. Como lo muestra la figura 15. En este caso v y h son perpendiculares al eje z .

Figura 15. Reflexión y transmisión de las ondas Alfvén en una densidad discontinúa



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 125

Las fórmulas para las distintas ondas se tiene:

Onda incidente (viajando paralelamente a \mathbf{H}_0)

$$\mathbf{V}_1 = v_1 \mathbf{i} \exp\{ip (t - z/V_{A1})\}, \quad u^{1/2} \mathbf{h}_1 = - (4\pi\rho_1)^{1/2} v_1 \mathbf{i} \exp\{ip (t - z/V_{A1})\} \quad (152)$$

Onda reflejada (viajando anti-paralelamente a \mathbf{H}_0)

$$\mathbf{V}_3 = v_3 \mathbf{i} \exp\{ip (t - z/V_{A1})\}, \quad u^{1/2} \mathbf{h}_3 = - (4\pi\rho_1)^{1/2} v_3 \mathbf{i} \exp\{ip (t - z/V_{A1})\} \quad (153)$$

Onda transmitida (viajando paralelamente a \mathbf{H}_0)

$$\mathbf{V}_2 = v_2 \mathbf{i} \exp\{ip (t - z/V_{A2})\}, \quad u^{1/2} \mathbf{h}_2 = - (4\pi\rho_1)^{1/2} v_2 \mathbf{i} \exp\{ip (t - z/V_{A2})\} \quad (154)$$

1.6.5. **Modos** acústicos e hidromagnéticos de **propagación** de onda en un plasma conductor infinito

Considerando un plasma infinito conductor uniforme, en el que se puede ignorar la estructura molecular y se puede tratar como un gas continuo infinito conductor. Suponiendo que a presión p y la densidad ρ están conectadas por la relación adiabática $p \propto \rho^\gamma$. Si p_0 y ρ_0 son los valores constantes de equilibrio de p y ρ , $dp/d\rho = \gamma p_0/\rho_0 = C_0^2$, en donde C_0 es la velocidad del sonido. Si se denota con p' y ρ' las pequeñas salidas de p y ρ del equilibrio se obtiene:

$$p' = C_0^2 \rho' \quad (155)$$

1.6.6. Ondas longitudinales en ángulos rectos del campo magnético

Aquí, debido a que la onda está viajando en los ángulos rectos del campo, se tiene que $\theta = 0$, entonces, se obtiene la ecuación:

$$w_1 = \pm k(C_0^2 + V_A^2)^{1/2}, w_2 = 0 \quad (156)$$

Sólo las ondas posibles pueden viajar a velocidad $\sqrt{(C_0^2 + V_A^2)}$. De hecho la presión magnética complementa la presión hidromagnética, entonces, así las ondas son ondas de sonido modificadas.

1.6.7. En el caso de una gran velocidad del sonido

En este caso se tiene:

$$w_1 \approx \pm kC_0, w_2 \approx \pm k_3 V_A \quad (157)$$

w_1 corresponde al modo acústico y w_2 corresponde al modo Alfvén.

1.6.8. En el caso de una pequeña velocidad del sonido

$$w_1 \approx \pm k V_A C_0, w_2 \approx \pm k_3 C_0 \quad (158)$$

En este caso w_1 corresponde al modo acústico, el cual viaja con la velocidad de una onda hidromagnética, y w_2 corresponde al modo Alfvén, pero ahora este modo se propaga con la velocidad del sonido, la cual es pequeña.

1.6.9. Oscilaciones hidromagnéticas

Un efecto de una barrera finita sobre las ondas hidromagnéticas es la formación de ondas estacionarias. Se encontró muy temprano en el desarrollo

de este tema que aislando fluidos altamente conductores los cuales sus dimensiones lineales son denotadas por L , deberían de tener un período de oscilación de L/V_A . La astrofísica desea explicar estrellas magnéticamente variables y los ciclos de manchas solares en términos de las oscilaciones hidromagnéticas.

1.6.10. Encajando un campo electromagnético externo

Este caso se tiene cuando los bordes del fluido sobre un vacío o una región no conductora representan más dificultad. En esta interface se aplican las condiciones mecánicas y electromagnéticas de barrera. La aplicación más simple es cuando el líquido conductor está libre de campo. El campo magnético externo en el vacío no puede penetrar la superficie, éste es tangencial a la superficie debido a la componente normal del campo que es continua y por lo tanto es cero, a lo largo de la superficie. En la presencia de un campo de superficie \mathbf{H}_s , la presión hidrodinámica p_s balancea la presión magnética. Entonces se obtiene la fórmula:

$$p_s = H_s^2/8\pi \quad (159)$$

1.6.11. Efectos de la continuidad finita sobre ondas hidrodinámicas

Considerando la propagación de ondas hidromagnéticas en un líquido incomprensible no viscoso y no gravitacional de conductividad eléctrica constante σ . Denotando con p' la pequeña variación de presión, con ρ la constante de densidad, con \mathbf{H}_0 la constante de campo magnético, con V la pequeña velocidad del líquido y con \mathbf{h} la pequeña variación en el campo magnético. La ecuación linealizada de movimiento es:

$$\rho \partial V/\partial t = - \text{grad } p' + u/4\pi (\mathbf{V} \times \mathbf{h}) \times \mathbf{H}_0 \quad (160)$$

Escribiendo la ecuación de inducción:

$$n = (4\pi u \sigma)^{-1} \quad (161)$$

Se convierte en:

$$\partial \mathbf{h}/\partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}_0) - n \nabla^2 \mathbf{h} \quad (162)$$

Ya que $\text{div } \mathbf{h} = 0$ y $\text{div } \mathbf{V} = 0$, esta ecuación se convierte en:

$$\partial \mathbf{h}/\partial t = (\mathbf{H}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v} + n \nabla^2 \mathbf{h} \quad (163)$$

1.6.12. Oscilaciones hidrodinámicas forzadas

Suponiendo que un campo magnético oscilante de frecuencia $2\pi/w$ es mantenido fuera del cuerpo de este líquido eléctricamente conductor rodeado por un fuerte campo magnético uniforme \mathbf{H}_0 . Si las ondas de fuerza las cuales son generadas cruzando el campo magnético en un ángulo φ , el largo de la onda de ondas hidromagnéticas es dado por $2\pi/k$ en donde:

$$K^2 = \frac{w^2}{iwn + V_A^2 \cos^2 \varphi} \quad (164)$$

De esta ecuación se puede observar que k es siempre un complejo. Esto significa que la amplitud de las ondas siempre decrece conforme la onda viaja dentro del líquido. La pérdida de energía es transformada a calor por disipación óhmica. La distancia d en la cual la amplitud de la onda decrece en un factor $e = 2.71828$ es conocido como *profundidad de piel*. Variando lentamente campos

impuestos, estos pueden viajar una gran distancia dentro del líquido conductor, obteniendo así:

$$d \approx \frac{2V_A^3 \cos^3 \varphi}{\omega^2 n} \quad (165)$$

1.6.13. Ondas hidromagnéticas en un líquido uniforme rotando

Denotando con \mathbf{w}_0 la velocidad angular constante del líquido y con \mathbf{H}_0 el campo magnético constante. Si se asume que los ejes se mueven con velocidad angular \mathbf{w}_0 , la aceleración por Coriolis sobre un elemento de campo en movimiento con velocidad \mathbf{v} es $2\mathbf{w}_0 \times \mathbf{v}$. Entonces, la ecuación de movimiento se convierte en:

$$\rho(\partial \mathbf{v} / \partial t + 2\mathbf{w}_0 \times \mathbf{v}) = -\text{grad } p' + u/4\pi (\nabla \times \mathbf{h}) \times \mathbf{H}_0 \quad (166)$$

La ecuación de inducción linealizada se convierte en:

$$\partial \mathbf{h} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}_0) \quad (167)$$

1.6.14. Velocidad de grupo

Considerando la velocidad de grupo en el caso de una rotación rápida. Se escoge el eje z paralelo al eje de rotación, y si se supone que el campo magnético es paralelo al vector unitario $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$, entonces tomando $\mathbf{K} = (k_1, k_2, k_3)$ se obtiene la ecuación:

$$W = \pm (V_A^2 / 2\omega_0 k_3) (n_1 k_1 + n_2 k_2 + n_3 k_3)^2 (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) \quad (168)$$

Todo lo anteriormente descrito a través de ecuaciones es el principio teórico del comportamiento de líquidos conductores, sus características principales y su comportamiento, cuando estos líquidos interactúan con un campo magnético uniforme. Siendo así los principios que describen el comportamiento de la magnetohidrodinámica (MHD).

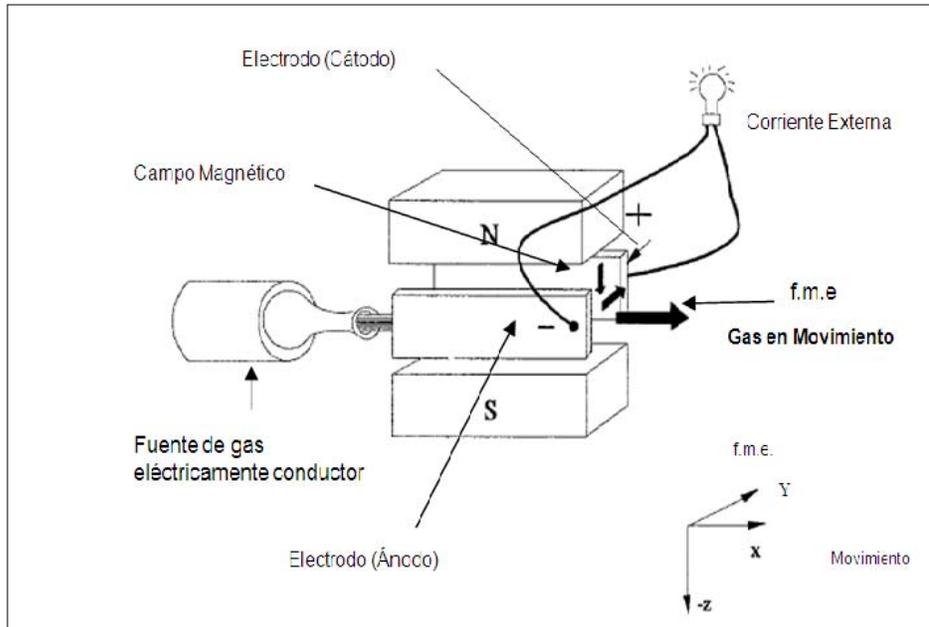
2. GENERADOR ELÉCTRICO MAGNETOHIDRODINÁMICO

2.1. Principio de funcionamiento

En su fundamento un generador MHD no es muy diferente de un generador convencional. En un generador convencional un conductor sólido (usualmente cobre) se mueve a través de un campo magnético con el fin de producir electricidad. De aquí se puede generalizar la idea, que para producir electricidad se necesitan tres cosas: un conductor, movimiento y un campo magnético. En un generador MHD un conductor gaseoso o líquido se mueve a través de un campo magnético para generar electricidad. El campo magnético que se ha venido discutiendo es el mismo para los dos tipos de generadores.

Entonces se tiene que el principio es simple. Un líquido o gas presurizado, eléctricamente conductor fluye a través de un campo magnético transverso en un canal o conducto. Los electrodos colocados sobre las paredes del canal paralelos al campo magnético y conectados a través de un circuito eléctrico externo permiten el movimiento inducido de la fuerza electromotriz de Faraday que lleve una corriente eléctrica al circuito y, por lo tanto, que esta lleve potencia a una carga conectada en dicho circuito.

Figura 16. Principio de una turbina electromagnética de un generador MHD



Fuente: P.C. Kendall, *Magnehydrodynamics*. p. 151

Llevando a una expresión simple que involucra la velocidad del líquido u , la densidad del flujo magnético como B , la intensidad del campo en movimiento inducido es:

$$\mathbf{U} \times \mathbf{B} \quad (169)$$

La densidad de corriente J , dentro del canal para una conductividad escalar σ , se obtiene por medio de la ley de Ohm para un conductor en movimiento como:

$$\mathbf{J} = \sigma[\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}] \quad (170)$$

Esta ecuación describe de manera sencilla la densidad de corriente inducida generada por este tipo de generador.

La mecánica de movimiento de cuerpos sólidos es una ciencia bien establecida en nuestros tiempos, mientras que la mecánica de movimiento de gases es un poco más complicada especialmente cuando se tiene que incluir efectos magnéticos y electrodinámicos. Estos efectos y comportamientos fueron ampliamente descritos en la primera parte de este documento. Con los estudios hasta ahora realizados podemos determinar con suficiente exactitud el movimiento gaseoso bajo un campo magnético combinado. La diferencia más notable entre un generador convencional y un generador MHD es la naturaleza del conductor.

Un conductor metálico contiene alrededor de 10^{22} o 10^{23} electrones libres por cm^3 mientras un gas típico de trabajo como se le llama a los gases utilizados en los generadores MHD contiene 10^{12} o 10^{13} electrones libres por cm^3 . La movilidad de los electrones es mucho más alta en un gas que en un conductor sólido, aunque esto no compensa la baja densidad de electrones en el gas. Por consecuencia la conductividad de un medio gaseoso es menor que la de un metal. También en un generador MHD el llamado efecto Hall es mucho más pronunciado.

2.2. Principios de operación

En un generador MHD el gas caliente o el líquido caliente es acelerado por medio de una válvula y es inyectado dentro de un canal. Un potente campo magnético es colocado a través del canal, y en concordancia con la ley de Faraday de inducción, un campo eléctrico es establecido, el cual actúa en dirección perpendicular al flujo del gas y al campo magnético. Las paredes del canal que son paralelas al campo magnético funcionan como electrodos y le permiten al generador proveer de una corriente eléctrica a un circuito externo.

La cantidad de energía generada por el generador MHD es dada por cada metro cúbico del canal y es proporcional al producto de la conductividad del gas, el cuadrado de la velocidad y el cuadrado de la fuerza del campo magnético a través del cual el gas pasa. Utilizando estas relaciones se puede lograr que los generadores MHD operen competitivamente y tengan tamaños físicos razonables.

La conductividad eléctrica del plasma debe estar en un rango de temperatura aproximadamente arriba de los 1500 C^0 . Las hojas de una turbina de gas no pueden operar a tal temperatura. Un valor adecuado de conductividad eléctrica (10 a 50 siemens por metro) puede ser alcanzada por medio del dopaje de la masa de gas circulando, el porcentaje de dopaje debe ser alrededor del 1% de la masa de gas circulando, y este dopaje debe ser inyectado al gas. El material que se agrega al gas debe ser un material alcalino ionizable, como la sal de potasio y el cesio.

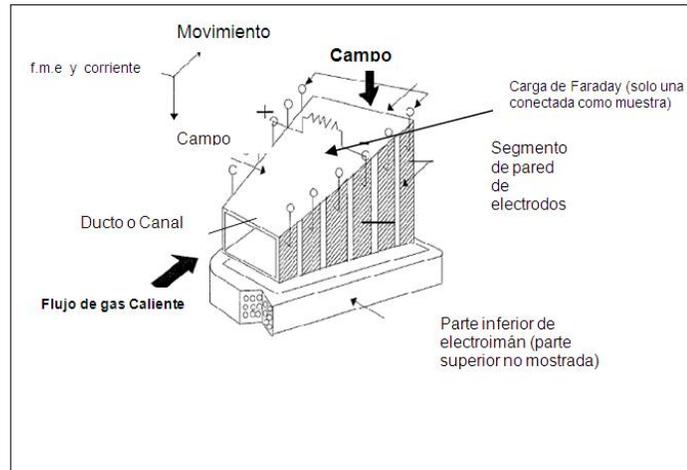
2.3. Partes de un generador MHD

Un generador MHD básico consta de tres partes físicas básicas las cuales son:

- a. El canal o ducto
- b. Imán o electroimán
- c. Electroodos.

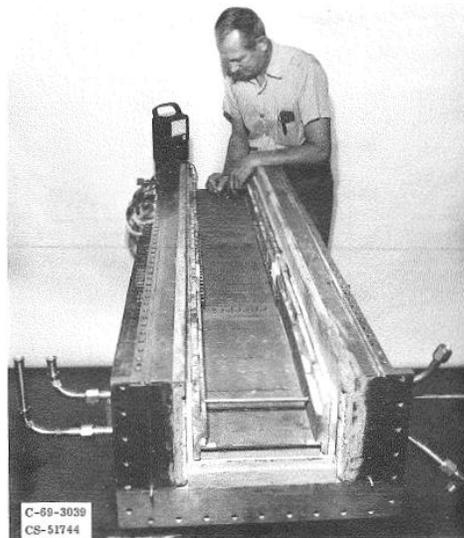
La configuración de un generador MHD se muestra en la figura.

Figura 17. **Representación de un generador MHD básico**



Fuente: Petrick Michael, *Magnetohydrodynamic Generator*. p. 3

Figura 18. **Imagen del ducto o canal de un generador MHD tipo Faraday**



Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power Generation*. p. 20

Las altas temperaturas en que opera el fluido de trabajo en un generador MHD y la mezcla de este gas con los materiales alcalinos para su dopaje se obtiene un ambiente altamente corrosivo, motivo por el cual las paredes del generador que son el canal o ducto necesitan de ser construidas de un material que soporte estas altas temperaturas, que este ambiente corrosivo, que sea eléctricamente aislante y que sea aislante térmico.

Los primeros materiales utilizados como refractores fueron MgO y Estroncio circonatado, pero estos solo duraban una hora antes de corroerse.

En la actualidad las paredes del ducto son construidas de un material llamado Ytrio y dióxido de circonio.

2.4. Aspectos importantes de los generadores MHD

Los aspectos más importantes en el generador MHD son:

- a. La obtención de la conductividad adecuada para el gas o líquido de trabajo.
- b. Obtención de un campo magnético muy potente.
- c. Obtención de electrodos con larga vida útil.

2.4.1. Obtención de la conductividad adecuada

Como se menciona anteriormente la movilidad de los electrones en un gas o líquido conductor es mayor que en un conductor sólido pero al mismo tiempo se tiene que esto no compensa la baja densidad de electrones libres del gas o el líquido conductor, lo cual conlleva a que el gas o el líquido tenga una conductividad eléctrica menor que la de los metales.

Por este motivo se hace necesario llevar a cabo el proceso conocido como dopaje del medio de trabajo, el dopaje consiste en añadir algún material alcalino. Los materiales alcalinos utilizados pueden ser la sal de potasio la cual tiene un potencial de ionización de 4.09 eV, esta sal es altamente utilizada debido a su bajo costo, y el cesio con un potencial de ionización de 3.89 eV, el cesio es preferible utilizarlo cuando el tiempo de funcionamiento del generador es pequeño o el líquido de trabajo es reciclado.

Existen dos métodos de ionización:

- a. Ionización térmica: en la cual la recombinación asegura una temperatura común para los electrones, iones y neutrones, la ley de acción de masa (Ecuación de Saha) describe esta propiedad, y el calor de ionización en electro-voltios es el potencial de ionización. La ionización térmica es el proceso de calentamiento del fluido para alcanzar el nivel de conductividad deseado en dicho fluido.
- b. Ionización extra-térmica o no equilibrada: en esta es en donde los electrones y partículas pesadas se encuentran a diferentes temperaturas y el concepto de fluidos entrelazados (electrones, ion y gases neutros) están involucrado. Algunos ejemplos de este tipo de ionización pueden ser: la inyección de electrones al fluido o la foto-ionización.

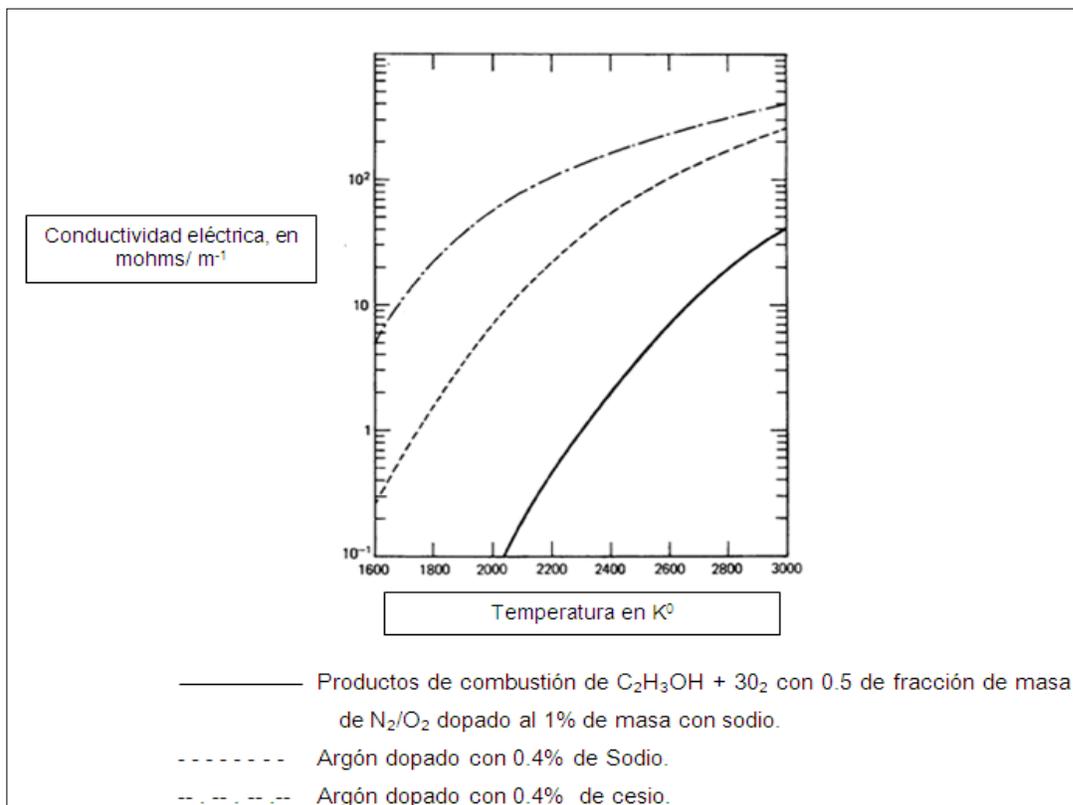
La cantidad de material de dopaje que se debe agregar se encuentra entre el 1% de la cantidad de masa del material de trabajo. Y aunque es una cantidad muy pequeña por motivos de eficiencia económica se trata de recuperar la mayor cantidad de material de dopaje.

El proceso de dopaje para la ionización del material envuelve la disociación de átomos a iones y electrones libres, es conocido que a mayor

cantidad de temperatura de los electrones libres, mayor es el nivel de ionización y con esto se obtiene mayor conductividad eléctrica para el fluido.

Otra forma con que se eleva la conductividad de los gases y fluidos es incrementando la temperatura de los mismos. Esto se logra con la quema de combustibles fósiles, las temperaturas alcanzadas en las plantas nucleares no es suficiente para llegar a las temperaturas necesarias.

Figura 19. **Valores representativos de la conductividad de plasmas en un generador MHD a 1 atmosfera.**



Fuente: UNESCO, *Electrical power generation status report 1981, executive summary*. Abril 1982. p. 29

2.4.2. Obtención de un campo magnético potente

Para obtener una mayor eficiencia el valor del campo magnético debe ser de un valor elevado y se encuentra entre 3 a 5 Tels. Para lograr la obtención de este campo magnético en la actualidad se utilizan ya sea grandes electroimanes de núcleo de hierro, o imanes hechos con súper-conductores, cualquiera de los dos tipos de imanes funciona siempre y cuando sus valores de campo magnético se encuentren dentro de los valores ya mencionados. Las dificultades que presentan los electroimanes con núcleo de hierro son tamaños físicos muy grandes y al mismo tiempo son mucho más pesados comparados con los imanes de superconductores, aunque un imán fabricado de superconductores puede tener un costo mucho más elevado.

2.4.3. Electroodos con larga vida útil

En los inicios del estudio de los generadores MHD se encontró una gran dificultad que refleja una corta vida útil de los electroodos que recolectaban y trasportaban la carga eléctrica a los circuitos externos, esta corta vida útil se debía a la severa corrosión causada por el ataque electroquímico sobre las superficies del ánodo por los iones de carga negativa de los radicales del óxido de sulfuro y el oxígeno. Estos iones son liberados por los desperdicios de carbón a través de un arco de corriente transportado a través de la capa de desperdicios, y son llevados a la superficie del ánodo por el campo eléctrico. Así se obtenía la oxidación, sulfurización de las superficies anódicas junto con derretimiento por arco. Siendo estas a su vez las mayores barreras para el desarrollo de electroodos de larga duración.

Los primeros diseños de electroodos consistían en varias configuraciones de cerámicas moldeables en contenedores metálicos. Con estos diseños se logro conseguir una reducción de la caída de voltaje en el electrodo y reducción

en las pérdidas por transferencia de calor, aunque se tenía una rápida oxidación de los contenedores metálicos. Así que para obtener una duración requerida para plantas generadoras, el diseño de los electrodos envolvió progresivamente temperaturas más frías de metal y un mínimo de superficies cerámicas.

De aquí es donde a través de diferentes pruebas con materiales que proporcionaban protección catódica para los electrodos dieron como resultado que electrodos revestidos con una capa de platino son la mejor opción otorgando tiempo de vida entre las 6000 a 8000 horas.

Utilizando este tipo de electrodos se obtienen los siguientes beneficios:

- a. Buen enfriamiento del cuerpo del electrodo, alta difusión térmica la cual retarda la actividad electrolítica.
- b. Superficies anódicas protegidas con una pequeña capa delgada de oxidación, material resistente al sulfuro.
- c. Buen enfriamiento interno del los aislantes del electrodo con buena conductividad eléctrica lo que reduce fugas de corriente y/o perdida de voltaje.

2.5. Tipos de generadores MHD

En la práctica existe un número de diferentes consideraciones a tomar en cuenta al momento de utilizar un generador MHD. Entre estas consideraciones se tiene: la eficiencia del generador, diferentes costos dependiendo del modelo y los sub-productos tóxicos. Estas consideraciones dependen del diseño del generador MHD que se escoja. Existen 3 tipos de generador MHD los cuales son:

- a. El generador Faraday
- b. El generador Hall
- c. El generador de disco

2.5.1. Generador tipo Faraday

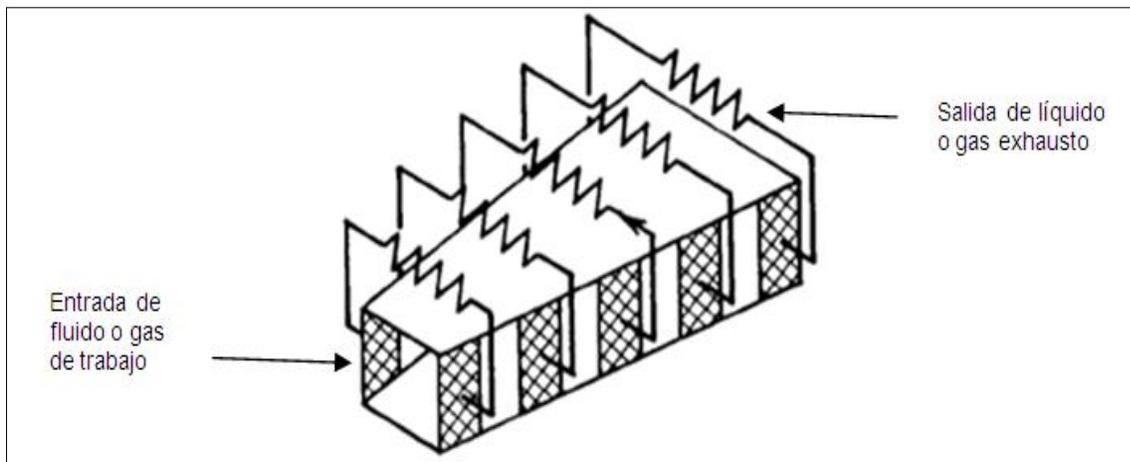
Este generador obtiene su nombre en honor a Michael Faraday quien fue el primero en observar el efecto de líquidos conductores circulando en un campo magnético. Un simple generador Faraday consiste en un ducto o canal con forma de cuña de algún material no conductor. Cuando un líquido conductor fluye a través del ducto, el cual está en presencia de un campo magnético perpendicular, una carga es inducida en el campo, la que puede ser arrastrada como potencia eléctrica a través de la colocación de electrodos en las paredes del ducto o canal con ángulos de 90 grados del campo magnético.

Aunque este diseño tiene algunas limitaciones de densidad y el tipo de campo utilizado, la cantidad de potencia que puede ser extraída es proporcional al área transversal del canal o ducto y la velocidad del flujo conductor. La sustancia conductora es también enfriada y sufre una reducción de velocidad por este proceso. Los generadores MHD típicamente reducen la temperatura de la sustancia conductora desde las temperaturas de plasma sobre los 1500 C⁰.

El principal problema práctico del generador Faraday son los voltajes diferenciales y corrientes diferenciales en el fluido que se encuentra a través de los electrodos a los lados del ducto. Las pérdidas más grandes se tienen por el efecto Hall de la corriente. Por lo que el generador Faraday se convierte muy ineficiente. Refinamientos en el diseño de este tipo de generador se han realizado con intención de reducir este problema. El campo magnético óptimo

sobre el ducto de este tipo de generador tiene la forma parecida a la de un asiento. Para obtener este campo, en un generador grande se requiere un magneto muy potente. Es por esto que durante muchas investigaciones se han adaptado magnetos hechos de materiales superconductores.

Figura 20. **Generador MHD tipo Faraday**



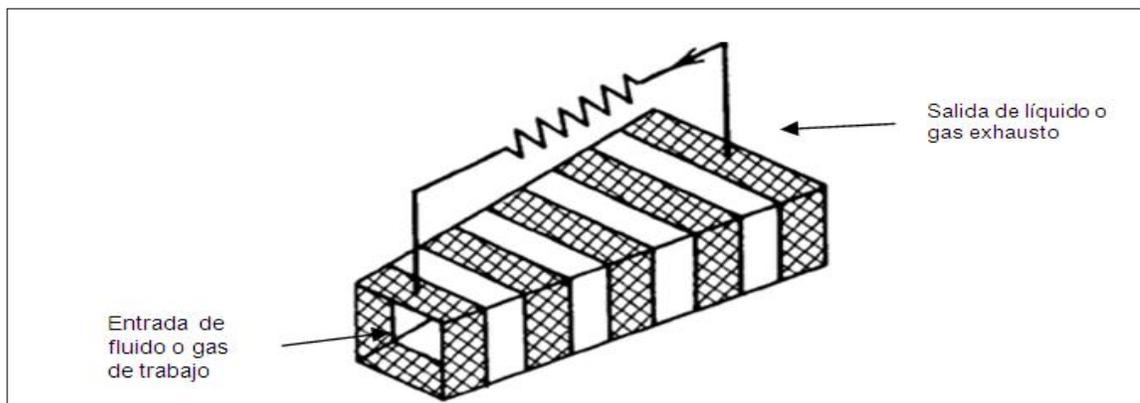
Fuente: Petrick Michael, *Magnetohydrodynamic generator*. p. 4

2.5.2. **Generador tipo Hall**

Este tipo de generador es el utilizado con más frecuencia debido a que soluciona el problema creado por el efecto Hall. La característica principal de este tipo de generador es crear una corriente que fluye junto con el fluido. El esquema normal es colocar una gran cantidad de pequeños electrodoes verticales a los lados del ducto. El primer y el último electrodo en el ducto son los que alimentan la carga. Cada uno de los demás electrodoes es más corto que su electrodo inmediato en el lado opuesto del ducto o canal. Estos cortes de la corriente de Faraday inducen un potente campo magnético dentro del fluido, pero con una cuerda de un círculo en los ángulos correctos con las corrientes de Faraday. Este campo secundario inducido crea un campo magnético con forma de arcoíris entre el primer y el último electrodo.

Las pérdidas en este generador son menores que en un generador tipo Faraday, también se tiene que los voltajes son mayores debido a que se tiene un menor corte de la corriente final inducida. Este diseño necesita que la velocidad del líquido que fluye, no se encuentre fuera de rango, para que los electrodos que están localizados en medio del generador puedan atrapar las corrientes de Faraday. Conforme varía la carga, la velocidad del fluido varía, desalineando las corrientes de Faraday con los electrodos que están destinados a atraparlas, lo que vuelve la eficiencia del generador muy dependiente de la carga.

Figura 21. **Imagen de generador MHD tipo Hall**



Fuente: Petrick Michael, *Magnetohydrodynamic generator*. p.5

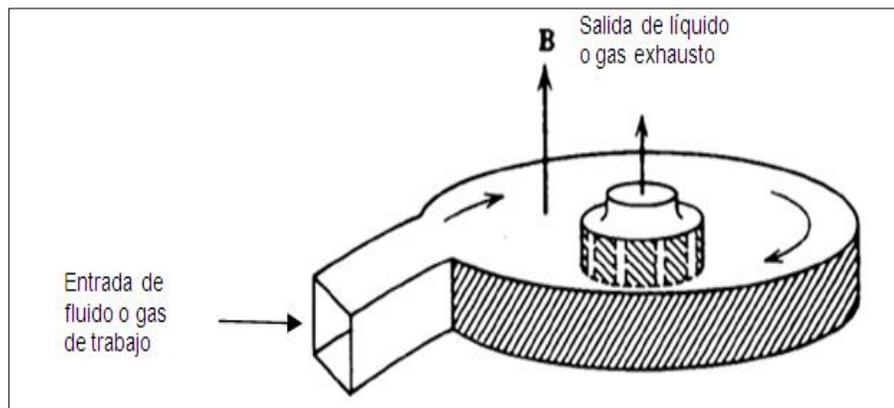
2.5.3. **Generador MHD tipo disco**

El tercer tipo de diseño de generador MHD es el tipo disco. Actualmente este diseño de generador es el más eficiente con relación al efecto Hall. Este diseño tiene hasta el momento los records de eficiencia y densidad de energía más altos entre los 3 diseños de generadores MHD. El generador MHD tipo disco tiene la característica que el fluido, se mantiene fluyendo entre el centro de un disco y un ducto que se encuentra envuelto al rededor de la orilla. La

excitación magnética es creada por un par de alambres circulares Helmholtz colocados sobre la periferia del disco. Las corrientes producidas por el efecto Hall fluyen entre los electrodos en forma de anillos cerca del centro y entre electrodos en forma de anillo cerca de la periferia.

Otro avance significativo de este diseño es que el magneto es más eficiente. Primero, se tienen simples líneas de campo paralelas. Segundo, debido a que el flujo es procesado dentro un disco, el campo magnético puede estar más cerca del fluido, y la fuerza del campo magnético se incrementa hasta una séptima potencia de la distancia. Finalmente, el tamaño del generador es compacto para la potencia que produce, por lo tanto el magneto también es pequeño. Esto conlleva a que el magneto utilizará un mucho menor porcentaje de la potencia generada por el generador.

Figura 22. **Generador MHD tipo disco**



Fuente: Petrick Michael, *Magnetohydrodynamic generator*. p. 6

3. TIPOS DE PLANTA DE GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA CON GENERADORES MHD

Los tipos de plantas de generación MHD que existen no se clasifican en si por el tipo o diseño de generador que esta utiliza, sino que se clasifican dependiendo del tipo de ciclo que se le da al fluido o gas de trabajo.

Por lo que se tienen dos tipos de plantas son:

- a. Plantas MHD de ciclo abierto
- b. Plantas MHD de ciclo cerrado

3.1. Importancia de la implementación de generadores MHD en plantas de generación eléctrica

Como se ha venido discutiendo anteriormente los generadores MHD son un tipo de generadores que utilizan un método diferente con el que se puede generar energía eléctrica. Pero la importancia de la investigación, estudio y diseño de estos generadores radica en la importancia de maximizar la eficiencia en las plantas de generación eléctrica. A través de todos los estudios realizados en plantas experimentales con generadores MHD, los resultados de los estudios y análisis apuntan a que los generadores MHD deben ser la tecnología que en verdad contribuya a aumentar la eficiencia en la generación de energía eléctrica que se produce por medio de combustibles fósiles.

En otras palabras para que la implementación de este tipo de generadores y las plantas donde se ubicarían, sea comercialmente atractiva y técnicamente eficiente para fortalecer los sistemas eléctricos de potencia de cada país, debe

ir enfocada a mejorar la eficiencia de la generación de energía eléctrica producida a través de combustibles fósiles, principalmente la generación de energía eléctrica a través de la utilización de carbón. Y esto se logra básicamente de dos formas:

- a. Debido a la mejor eficiencia de la conversión de energía térmica a energía eléctrica, de los generadores MHD
- b. Mejorando la eficiencia de plantas de vapor ya existentes por medio de agregar al ciclo de generación una fase con generadores MHD

Partiendo de esto encontramos que los estudios se basan en dos alternativas principales para la implementación de plantas generadoras por medio de MHD las cuales son mencionadas anteriormente.

3.2. Introducción a la generación eléctrica por medio de plantas con generadores MHD

La magnetohidrodinámica (MHD) es el proceso por el cual se genera potencia eléctrica a través de la quema de carbón a altas temperaturas. Los gases de combustión son pasados a través de un ducto o canal el cual está rodeado por magnetos superconductores. La electricidad (corriente directa para ser precisos) es producida en el canal cuando los gases conductores pasan a través del campo magnético. El resto del gas caliente es usado para generar vapor, y una potencia eléctrica adicional es generada por medio de la utilización de generadores convencionales de turbinas de vapor. A este tipo de generación de potencia eléctrica se le conoce como proceso MHD de ciclo abierto de quema de carbón.

El generador MHD no tiene partes mecánicas móviles, el conductor en movimiento como se explicó con anterioridad es un gas o un plasma a alta temperatura, aproximadamente a 2600 °C. Los cuales alcanzan sus altas temperaturas por medio de la quema de carbón. Así mismo se detalló anteriormente que para aumentar la conductividad de dicho gas o el plasma se debe agregar un material para su dopaje.

Corriente eléctrica directa (CD) es producida cuando el gas o el plasma a alta temperatura interactúan con el potente campo magnético en el generador. La electricidad es extraída por medio de una serie de electrodos colocados en las paredes del generador MHD. El gas o plasma todavía a alta temperatura aproximadamente de 2100 °C o 2200 °C emergen del generador y pueden ser enfriados a través de un medio controlado en un sistema de calderas. El vapor producido en el sistema de calderas es utilizado para operar un generador de turbina de vapor convencional.

3.3. Plantas de generación de ciclo abierto

Las plantas de generación MHD de ciclo abierto, son el tipo de planta que según los estudios respectivos arrojan eficiencias atractivas para su comercialización. Básicamente una planta MHD de ciclo abierto es una planta en la cual después que el gas caliente circula por el generador MHD, generando así corriente DC, este emerge del generador a alta temperatura. La temperatura es aprovechada para generar vapor el cual será utilizado para la generación de energía eléctrica a través de generadores convencionales con turbinas para vapor. Después, al gas se le remueve el sulfuro y el nitrógeno por control contra la contaminación y es desechado a la atmósfera.

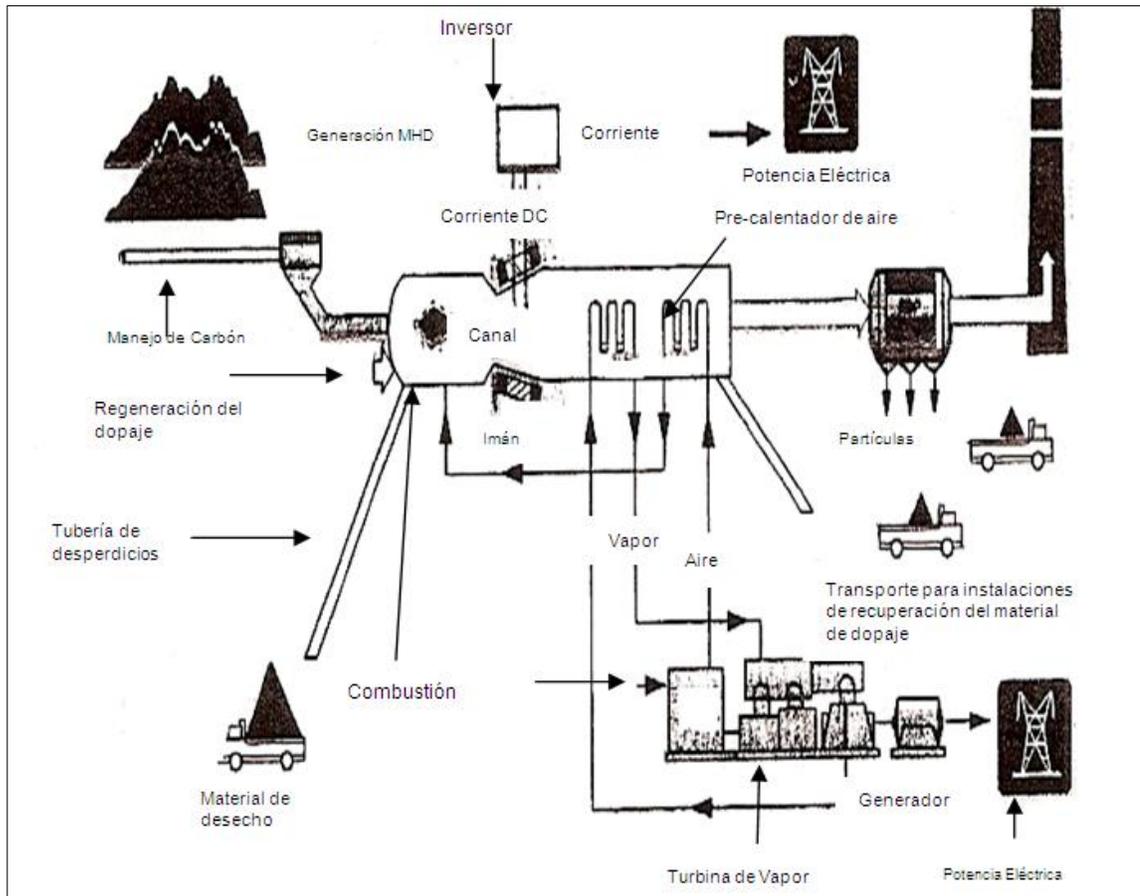
La generación MHD se ha enfocado principalmente a utilizar el carbón como combustible. Con la quema del carbón se alcanzan las temperaturas necesarias para calentar el gas.

El carbón es primero procesado y después es enviado a un combustor en donde es quemado a temperaturas muy altas, las cuales se encuentran entre los 2,482 °C a los 2,760 °C, y con gran presión, de 7 a 15 atmósferas. Los productos gaseosos de la combustión son hechos eléctricamente conductores aproximadamente entre los 10 a 12 M ohm/Mt, a través de inyectarles una pequeña fracción cerca del 1% de un material de dopaje como se mencionó anteriormente, siendo este material potasio carbonatado. El gas conductor es expandido a una alta velocidad, cerca de los 1000 Mt/seg, y circulado a través de un potente campo magnético. Los gases aún calientes cerca de los 1982 °C, son enviados a producir vapor para una turbina de vapor. Antes o después de pasar por esta turbina los gases son usualmente utilizados para pre-calentar el carbón y/o el aire. En un sistema de ciclo abierto el vapor exhausto comúnmente va hacia un calentador de agua y después hacia la chimenea.

El nombre con que se les conoce a las plantas, en las que parte de la generación se produce con generación MHD y otra parte se produce a través de generación por vapor, es el de plantas híbridas o binarias.

La generación por MHD también es proyectada a llevar al máximo de eficiencia las plantas de vapor ya existentes al agregar un ciclo de generación por MHD.

Figura 23. Esquema básico de una planta de generación magnetohidrodinámica

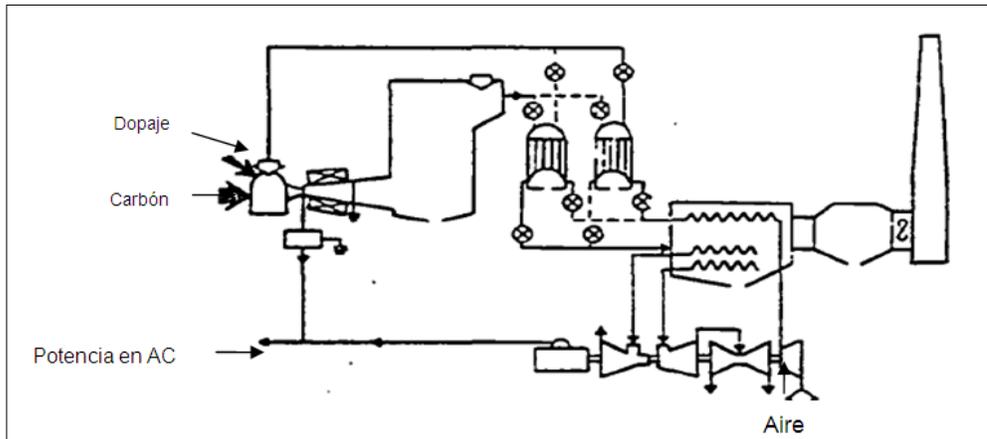


Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 53

3.3.1. Sistemas y diseño de plantas MHD de ciclo abierto

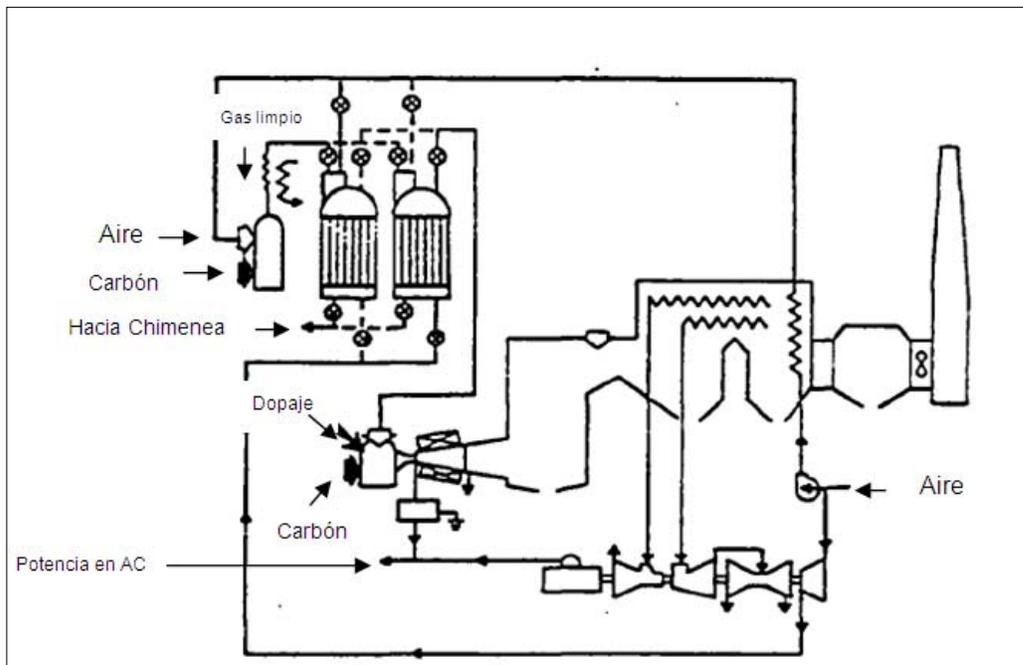
Las plantas de ciclo abierto MHD y vapor son identificadas por el tipo de quema de carbón o por el método que utilizan para alcanzar la temperatura necesaria en el combustor MHD. Estas incluyen variaciones en el oxidante del combustor MHD (aire u oxígeno enriquecido con aire), la temperatura y el método de pre-calentamiento. Las siguientes figuras muestran las 3 configuraciones más importantes de las plantas MHD binarias de ciclo abierto.

Figura 24. **Planta de alta temperatura directamente pre-calentada**



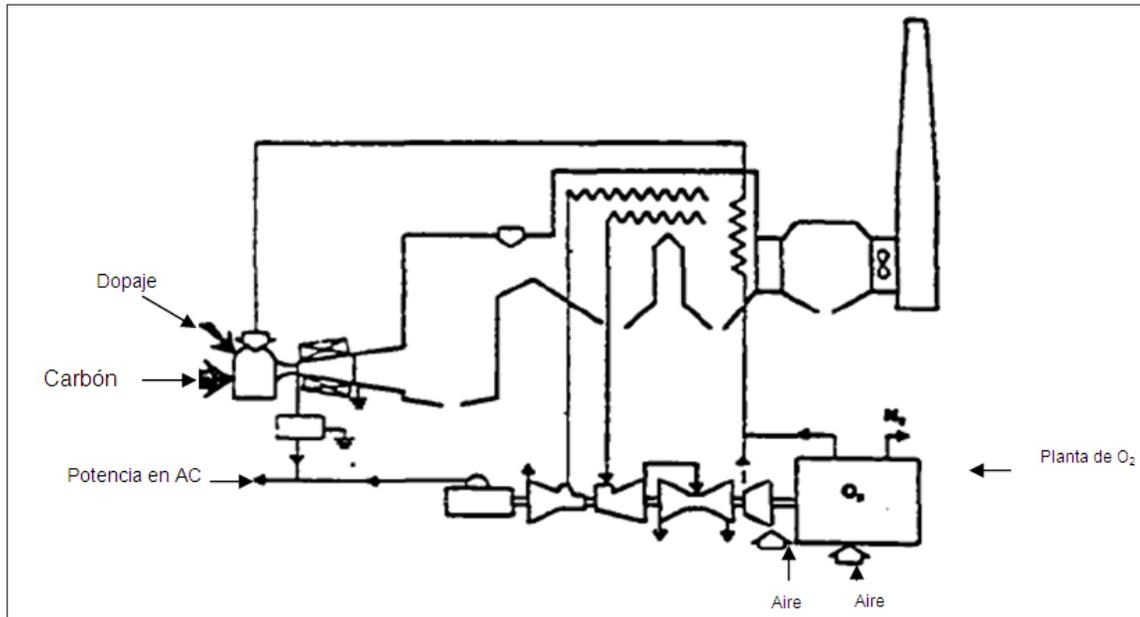
Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 58

Figura 25. **Planta de alta temperatura de calentamiento por fuego separado**



Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 65

Figura 26. **Planta de temperatura intermedia pre-calentada y enriquecida con O_2**



Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 69

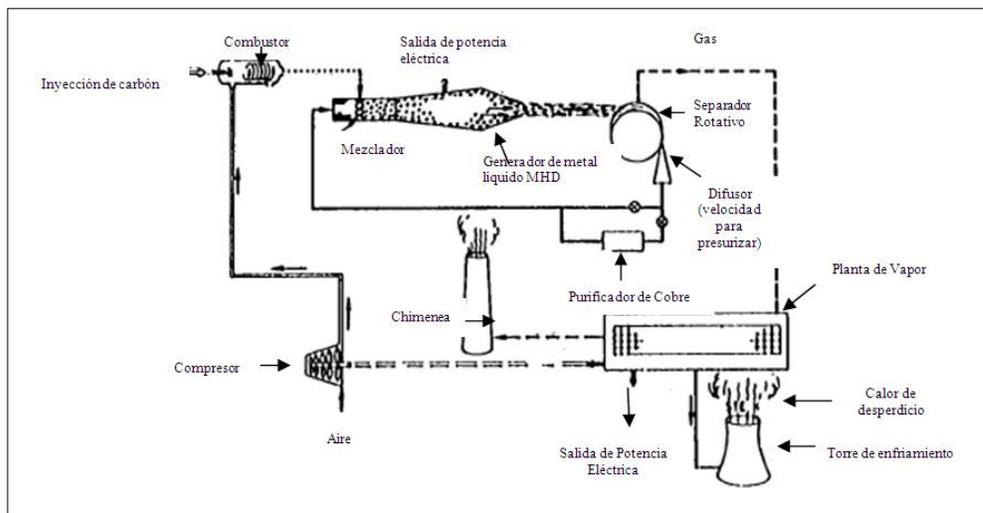
En la planta de alta temperatura directamente pre-calentada, el oxidante del combustor es pre-calentado a altas temperaturas por el gas exhausto que emerge del generador MHD en combinación con intercambiadores recuperativos y regenerativos de calor, de alta velocidad refractarios con núcleo de ladrillo. Este tipo de intercambiadores de calor son una parte crítica en las instalaciones de las plantas MHD híbridas.

Es necesario precisar que, aunque este tipo de plantas están siendo diseñadas para trabajar con carbón como combustible en algunos países como Rusia, por ejemplo, se han diseñado plantas que utilizan gas natural como combustible.

3.4. Plantas de generación MHD de ciclo abierto de metal líquido

En este tipo de plantas de carbón (o cualquier otro tipo de combustible fósil) es quemado con aire presurizado y el gas de combustión es utilizado como el fluido termodinámico. Este gas es mezclado con un metal líquido compatible, por lo general cobre, por lo que al calentar el cobre por medio de contacto directo se elimina la necesidad de un intercambiador de calor primario. Los componentes de dos fases, de metal líquido y los componentes del lazo de cobre son exactamente los mismos que para todas las versiones de generadores de dos fases de metal líquido magnetohidrodinámicos. La energía remanente de la combustión del gas que sale del generador de metal líquido magnetohidrodinámico es utilizada también para una planta de vapor, una turbina de vapor o cualquier aplicación para procesos que utilicen calor en su sistema de cogeneración.

Figura 27. Diagrama esquemático de una planta de metal líquido magneto hidrodinámica de carbón como combustible de ciclo abierto

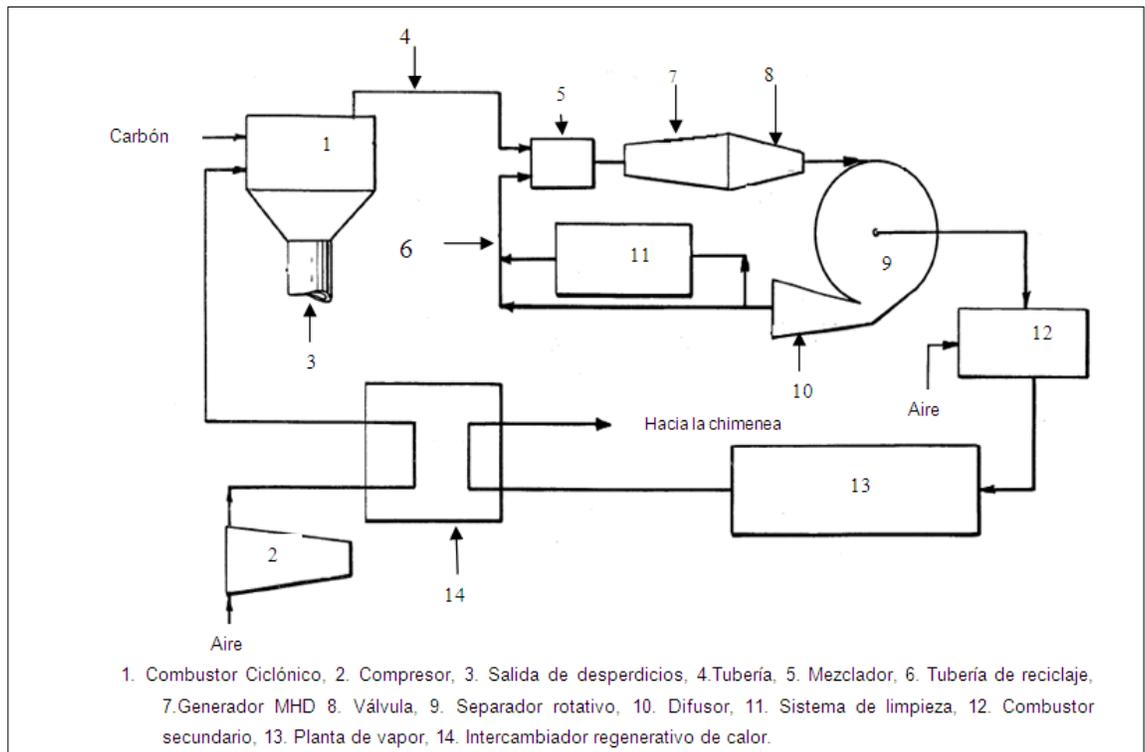


Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 74

3.4.1. Funcionamiento de una planta de ciclo abierto de metal líquido

La figura que se muestra a continuación es un diagrama esquemático de una planta de ciclo abierto por quema de carbón de dos fases que utiliza metal líquido para la generación MHD.

Figura 28. Diagrama esquemático de una planta de ciclo abierto de metal líquido



Fuente: Charles Brian, *Magnetohydrodynamic apparatus*. p. 2

Elementos que componen esta planta:

El carbón es quemado en el combustor ciclónico (1) utilizando aire del compresor (2), los desperdicios son retirados por medio de la salida de

desperdicios (3) y los gases de la combustión pasan a través de la tubería (4) hacia el mezclador. El compresor (2) puede ser de una o varias etapas y con o sin etapas de enfriamiento. En el mezclador (4) los gases de combustión son mezclados con cobre líquido el cual proviene de la tubería de reciclaje (6) para producir un fluido homogéneo de dos fases el cual es dirigido hacia el generador MHD (7) para producir potencia eléctrica. El fluido de dos fases que sale por la válvula (8) es dirigido hacia el separador rotativo (9) en donde los componentes líquidos y gaseosos del fluido de dos fases son separados. El cobre fundido es retirado por medio del difusor (10) para convertir la velocidad en presión previamente a retornar el cobre al mezclador (5). Una pequeña parte de cobre proveniente del difusor se pasa a través del sistema de limpieza (11) en donde el sulfuro es removido, por ejemplo a través de introducir burbujas de aire dentro del fluido, para formar una corriente concentrada de SO_2 . Otros contaminantes también pueden ser removidos en el sistema de limpieza. Continuando después de su separación del fluido, el flujo de gas es introducido dentro de un combustor secundario (12) en donde una pequeña cantidad de oxígeno es añadida para completar la combustión, y el calor residual del flujo de gas es utilizado entonces en una planta convencional de vapor (13) y en un intercambiador de calor regenerativo (14) antes de ser desechado el gas a la atmósfera.

3.5. Componentes de una planta de generación MHD de ciclo abierto

Los componentes de una planta de generación MHD de ciclo abierto se clasifican de la siguiente forma:

- a. Componentes de arrastre del flujo MHD.
- b. Componentes para vapor de menor temperatura
- c. Sistemas Auxiliares

3.5.1. Componentes de arrastre del flujo MHD

Los componentes de arrastre de flujo que son mencionados a continuación tienen como objetivo otorgarle un alto desempeño y larga durabilidad a las plantas de generación MHD, y estos componentes que deben cumplir con todos los requerimientos ya existentes como en cualquier otro tipo de plantas de generación de energía eléctrica. Se han desarrollado trabajos teóricos y experimentales cuyos resultados han sido ambos tomados en cuenta en el diseño y la fabricación de estos componentes.

Los componentes de arrastre del flujo MHD son:

- a. El combustor
- b. Generador Lineal
- c. Difusor
- d. Imán
- e. Invertidor

3.5.1.1. Combustor

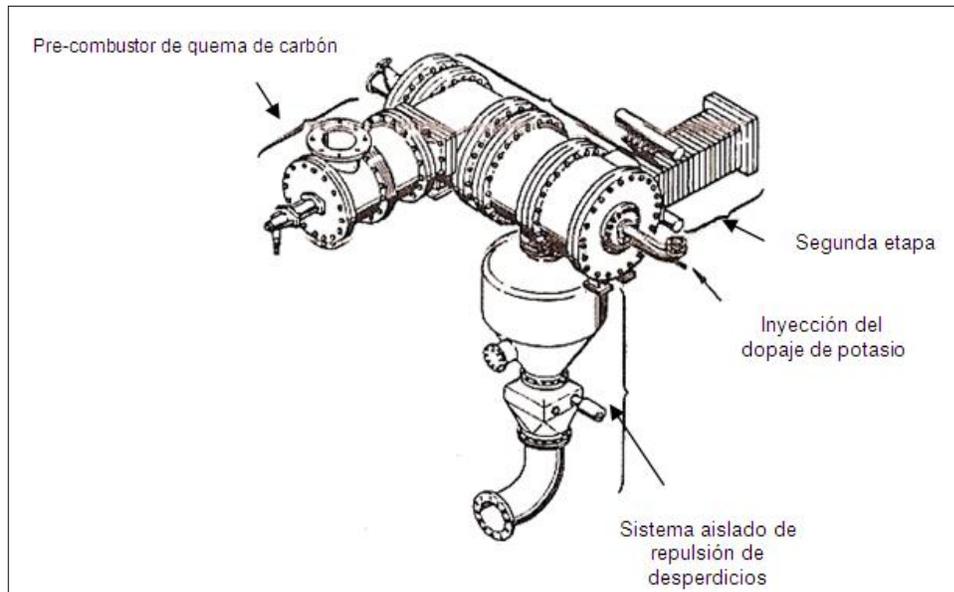
Los combustores de quema de carbón y el de quema de gas han sido estudiados dependiendo de la caracterización de combustible y ceniza. Los esfuerzos teóricos en el estudio de estos combustores se han enfocado en la determinación de los requerimientos espaciales y temporales del plasma para la generación de potencia eléctrica a través de la MHD. Conforme estos requerimientos fueron definidos, los parámetros y requerimientos de los combustores fueron determinados. El diseño, fabricación y pruebas de los

combustores sigue una escala razonable basada en consideraciones técnicas, costo y riesgos.

Los combustores utilizados en las aplicaciones MHD deben de ser capaces de alcanzar grandes temperaturas de salida de plasma, temperaturas entre los rangos de los 2,300 °C y los 2,700 °C. Gas natural, carbón y mezclas de carbón y aceites son los combustibles utilizados. El desarrollo de los combustores para la MHD deben considerar: la pérdida de calor, formación de NO_x, eficiencia de la combustión y otros fenómenos químicos y cinéticos que ocurren durante la combustión. Aunque todas estas consideraciones se siguen estudiando y analizando a través de experimentos para mejorar los diseños de los combustores.

El combustor consiste en un tubo oxidante, un inyector ensamblado, cámara de combustión y una boquilla convergente. El ducto oxidante, el inyector ensamblado y la cámara de combustión están ubicados en una misma área del ducto. Alta eficiencia en la combustión, un alto grado de dopaje para la ionización y una pérdida moderada de calor son las principales características de este tipo de combustores utilizados en MHD. Es también esperado que con este arreglo de combustor se pueda llegar a alcanzar temperaturas de salida del plasma de 2,600 °C.

Figura 29. **Combustor de 50 MW para instalaciones MHD**



Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation*. p. 34

3.5.1.2. **Generador lineal**

El generador lineal es el elemento de arrastre de flujo que recibe más atención. Relativamente la mayoría de pruebas que se han llevado a cabo en el campo de la MHD estos estuvieron enfocados al estudio y análisis de este tipo de generador, además gracias a los experimentos a escala en los laboratorios se han desarrollado técnicas de fabricación y ensamblaje para varios tipos de configuraciones de canal, tales como el diseño de marco de ventana. Todo esto con el objetivo de justificar un esfuerzo aun mayor en la fabricación de generadores de mayor potencia, se desarrolla una gran cantidad de pruebas a escala, con el objetivo de poder predecir el comportamiento de los mismos. A través de estas pruebas a pequeña escala se ha podido predecir el comportamiento del flujo del generador, el efecto de las capas de material de desperdicio, rangos de transferencia de calor y predicciones del campo eléctrico.

Como elemento principal de una planta MHD, el generador ha recibido la mayor atención, esto se puede observar en los reportes presentados por la comunidad internacional, en los que se reporta que aun se efectúan pruebas en todas las instalaciones alrededor del planeta.

Como se describió con anterioridad el generador lineal no es más que un ducto por el cual se hace circular gas a alta presión y alta temperatura. Este gas interactúa con un campo magnético que es producido por un imán potente que se encuentra ubicado sobre las paredes del generador, como resultado del fluido circulando a través de un campo magnético, se induce una corriente eléctrica la cual es recogida y llevada a el exterior a través de electrodos los cuales están localizados en las paredes del ducto con un ángulo de 90 grados.

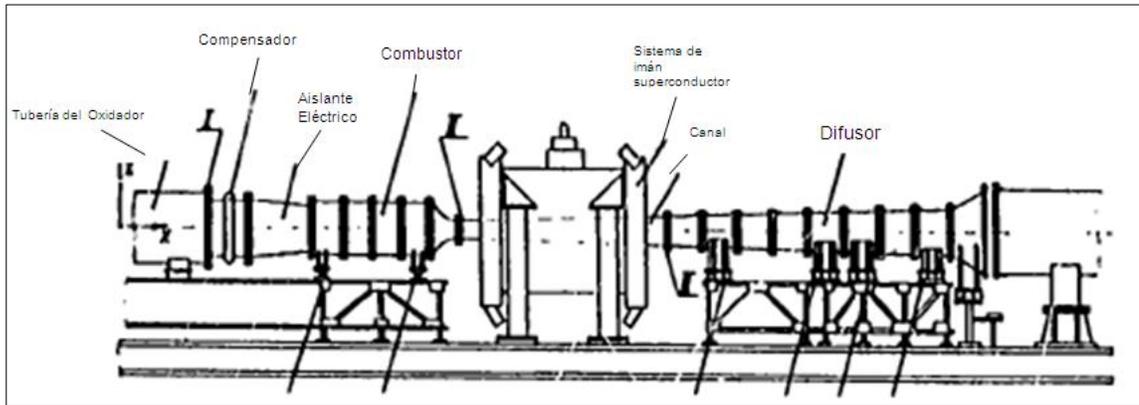
Las consideraciones a tomar en cuenta en el diseño y fabricación de los generadores lineales tienen que ver con la dinámica de los gases dependiendo de la forma del ducto, características eléctricas del canal, la cantidad de masa fluyendo por el ducto, la presión con que el gas es inyectado, fuerza del campo magnético y en qué modo está trabajando la inyección si en modo supersónico o sub-sónico.

Los dos tipos de canal para estos generadores más utilizados son los diseños de: marco de ventanas y el diseño de pared diagonal conductora.

3.5.1.3. Difusor

Los Difusores MHD se han caracterizado por tener un alto bloqueo en la entrada debido a fronteras gruesas de unión que salen del canal MHD. El difusor es el elemento mecánico que se encarga las características de un fluido en un sistema termodinámico abierto.

Figura 30. Diagrama esquemático de un generador lineal con todos sus componentes de arrastre de flujo



Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation*. P 20.

3.5.1.4. Imán

En la tecnología utilizada para las plantas de generación eléctrica por MHD se desarrollaron imanes fabricados de superconductores los cuales pueden llegar a tener una fuerza de campo magnético de 6 Teslas. Aunque están en construcción imanes más potentes para utilizar en los generadores MHD que tengan potencias más grandes que los que actualmente existen.

La energía necesaria para crear el potente campo magnético que debe generar el imán en las plantas de generación MHD es obtenida de la energía eléctrica que produce el mismo generador MHD, razón por la cual los sistemas de imanes de superconductores son la mejor opción por su rendimiento y debido a utilizar la menor cantidad de energía del generador para producir dicho campo magnético.

Este tipo de imanes de sistema de superconducción consisten específicamente en un devanado magnético de capas concéntricas de de

alambres montados unos sobre otros, y que se van reduciendo sobre el eje lo cual se logra reduciendo el largo de las capas interiores del círculo que se va formando con el devanado. Cada capa plana de devanado es enmarcada en el centro con un tubo de centro rígido y un enmarcado final de la capa exterior evita que las fuerzas de separación de los devanados de los dipolos actúen. Los momentos característicos que tienden a doblar los devanados que se inducen en los enmarcados exteriores son acarreados por los devanados y equilibrados por los tubos de centro rígido. El diseño de este tipo de imanes tiene sus orígenes en los primeros imanes que se fabricaron para las pruebas de los generadores MHD y en muchos de los dipolos magnéticos superconductores construidos para aplicaciones de física de alta energía.

Algunos de los datos característicos de estos dipolos superconductores o imanes de 6 Telas de potencia son: Operan a 900 amperes, tienen un pico de campo en los devanados de 7.3 Telas, pesan alrededor de las 30 y 40 toneladas, y pueden almacenar 40 Mega joule de energía magnética cuando operan a su máxima potencia de campo magnético, funcionan con un consumo de helio líquido aproximado de 33 litros por hora. La densidad total de la corriente en los devanados es de $3 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ y el equivalente de flujo de calor para los conductores de las orillas enfriados es de 0.8 W/cm^2 .

Figura 31. **Imán superconductor de 6 teslas**



Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation.* p 37.

3.5.1.5. Inversor

El inversor es el encargado de cambiar la electricidad DC generada por el generador MHD a electricidad AC, con el objetivo de transportarla por las líneas de transmisión y hacerla llegar a los consumidores. Este es un dispositivo de electrónica de potencia que se encarga en transformar la señal continua de la onda a una onda alterna. Este dispositivo está muy relacionado con el sistema de control del generador MHD debido a que por ser el elemento que se encuentra entre la energía generada y la energía demanda, de aquí provienen las señales que utilizará el sistema de control del generador para dirigir su funcionamiento.

Los generadores MHD están acoplados a un sistema de alta tensión a través de un sistema el cual consiste en un equipo interrelacionado que se encarga el control de la relación de corriente/voltaje DC, consolidando la conversión DC a AC y las condiciones de funcionamiento de la potencia AC. Todos los estudios realizados en el diseño de estos sistemas de carga requieren una cuidadosa configuración del equipo con el propósito de alcanzar eficiencia económica del sistema.

Para el óptimo funcionamiento de la planta MHD, el sistema de carga debe mantener la distribución de la impedancia del circuito de carga igual o tan cercana como sea posible a la distribución de impedancia axial del generador MHD. Dando así una impedancia de carga adecuada por el inversor, las funciones requeridas por el equipo de control de DC corriente/voltaje del generador incluye el control de la distribución de la corriente en los electrodos sin inducir arcos destructivos dentro del generador, y el control de la distribución de los voltajes de Hall a lo largo de todo el generador.

Dentro de algunos de los requerimientos que los inversores deben tener para su funcionamiento en las plantas MHD están: un alto factor de potencia, baja potencia armónica, protección para transcientes DC y AC y control de potencia AC. Los tres tipos de inversores utilizados que suplen estos requerimientos son: inversor de línea estática conmutada, inversor de fuerza estática conmutada y el inversor rotativo.

3.5.2. Sub-sistemas auxiliares de una planta de generación MHD de ciclo abierto

Se le conoce con el nombre de sub-sistemas auxiliares de una planta de generación MHD de ciclo abierto a las plantas de oxígeno de alta temperatura, los pre-calentadores de aire y el sub-sistema de recuperación del material de dopaje.

3.5.2.1. Plantas de oxígeno

Los estudios y pruebas previas realizadas para la implementación de plantas de generación MHD demostraron el potencial de la oxigenación del aire de combustión como una alternativa para elevar la temperatura del aire precalentado en los sistemas de combustión de la planta MHD.

Demostrando así que el enriquecimiento con oxígeno podía acelerar la comercialización de los sistemas MHD dichas pruebas pudieron ser realizadas debido a que la tecnología para la producción de oxígeno ya se encontraba establecida con anterioridad al inicio de los estudios y pruebas con la generación MHD, y era altamente utilizada en las plantas de generación eléctrica con carbón ya existentes.

Básicamente el objetivo de las plantas de oxígeno es enriquecer con oxígeno el aire pre-calentado que se utilizará en la combustión, con lo cual se logra alcanzar más eficiencia. Las plantas de oxigenación también cumplen ventajas en la rentabilidad, flexibilidad en la operación y reducen el tamaño y el capital que es necesario invertir para las plantas de generación MHD.

3.5.2.2. Pre-calentadores de aire

Las pruebas realizadas en plantas de generación MHD demuestran que para alcanzar la máxima eficiencia en dichas plantas es necesario el calentamiento a alta temperatura del aire. Lo cual puede ser logrado a través de dos métodos: calentadores indirectos de aire por combustión que operan con productos limpios de la combustión en un combustor separado, y con pre-calentadores de aire directos que operan productos de la combustión que contienen material de dopaje proveniente del combustor primario.

La función principal de estos pre-calentadores es pre-calentar el aire que se utilizará en el proceso de combustión en las cámaras de combustión de la planta, con el pre-calentamiento lo que se obtiene es alcanzar las altas temperaturas necesarias que se utilizan en este tipo de generación tanto para el gas, o plasma que se utilizará como fluido conductor dentro del generador MHD.

3.5.2.3. Sistema de recuperación de material de dopaje

Debido a la alta cantidad de componentes de potasio que se tienen en los gases de combustión y la necesidad económica de recuperar la mayor cantidad del material de dopaje para su re-utilización, es la implementación de sistemas que se encarguen de recuperar el material de dopaje y al mismo tiempo limpiar

de ciertas impurezas que se producen durante la combustión se vuelve una necesidad para alcanzar la eficiencia económica en la operación de las plantas MHD. El desechar el material de dopaje incrementaría el costo de operación de la planta y, por lo tanto, el desechar el material de dopaje no es económicamente viable.

Los sistemas de recuperación de los materiales alcalinos que se utilizan como material de dopaje pueden utilizar diferentes métodos químicos para recuperar dichos materiales, como lo son: Proceso de formado, El proceso de Engel-Precht, el proceso de Tomlinson-Tampela, el proceso modificado de Tampela y el proceso Westinghouse. Todos estos métodos mencionados consisten en reacciones químicas termodinámicas con las cuales se logra la separación de los componentes químicos, motivo por el cual estos métodos son utilizados para la separación del material alcalino utilizado como semilla en la generación MHD, y después su re-utilización. Estas reacciones químicas se logran a través del cambio de temperatura o cambio de temperatura y cambio de superficie dependiendo del método utilizado.

El tipo de proceso a utilizar depende de la concentración de sulfuro que tenga el carbón que se utiliza como combustible en las plantas MHD, ya que cada tipo de proceso tiene diferentes costos, por lo cual el más adecuado dependerá del carbón que se utilice.

Así que el objetivo principal de estos sistemas es de recuperar y reprocesar la mayor cantidad de material de dopaje para su re-utilización en el proceso de incrementar la conductividad del fluido o plasma que se utilizará en el generador MHD.

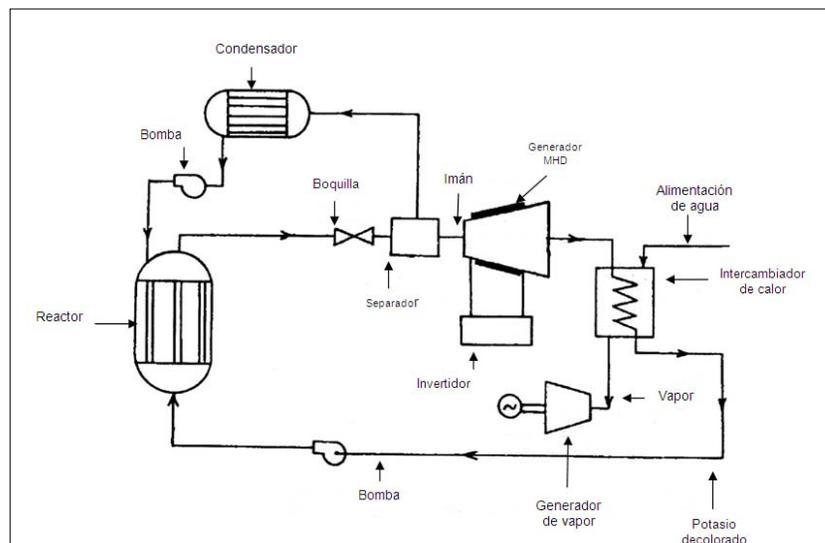
3.6. Plantas de generación MHD de ciclo cerrado

Las plantas de ciclo cerrado de generación MHD funcionan con algún tipo de gas inerte. Esta idea fue concebida por primera vez en 1965. Las principales desventajas son las altas temperaturas requeridas y un flujo muy químicamente activo que podría ser removido a través de un ciclo cerrado. Como el nombre lo indica, el fluido de trabajo utilizado en las plantas de ciclo cerrado circula en un lazo cerrado. El fluido de trabajo puede ser helio o argón con dopaje de cesio.

La ventaja principal de este tipo de plantas es que las temperaturas necesarias son menores y se encuentran entre los 530 °C.

A continuación se muestra un diagrama esquemático de una planta de generación de ciclo cerrado.

Figura 32. **Planta de generación MHD de ciclo cerrado de metal líquido híbrida con generación de vapor acoplada**



Fuente: Charles Brian, *Magnetohydrodynamic apparatus*. p. 4

Como se muestra en la figura 32 el sistema completo tiene 3 lazos en total los cuales están entrelazados. El lazo de la izquierda es el lazo externo de calentamiento, el carbón es gasificado y este gas teniendo un alto valor calorífico de entre los 5.35 MJ/kg y una temperatura de 530 °C, aquí es quemado este carbón en el combustor para producir calor. En el intercambiador de calor, es transferido el calor al argón, el cual es el fluido de trabajo para el ciclo MHD. Los productos de la combustión pueden ser descargados a la atmosfera después de haber pasado a través de los pre-calentadores de aire (con el objetivo de recuperar parte del calor producido en la combustión), y de pasar por los purificadores para remover emisiones dañinas. El lazo del centro es el lazo MHD. El argón caliente tiene un dopaje de cesio y se hace circular a través del generador MHD. La potencia DC de salida del generador es convertida a potencia AC por medio del inversor y después es conectada al sistema de potencia.

El lazo a la derecha de la figura es el lazo de vapor con el cual se logra recuperar aun más calor del líquido de trabajo y convertir este calor en energía eléctrica. El fluido pasa por el intercambiador en donde se transfiere parte del calor a un flujo de agua la cual se convierte en vapor. Este vapor es usado en parte para una turbina con la cual funciona el compresor y otra parte para la turbina de la planta de vapor. La salida de la planta de vapor es conectada al sistema de potencia. Después el líquido de trabajo vuelve al intercambiador posteriormente de pasar por el compresor y el inter-enfriador. Un sistema de ciclo cerrado puede proveer de más conversión de energía a temperaturas más bajas. Temperaturas de 1600 °C que comparadas a las de 2200 °C o más altas de las temperaturas necesarias en el ciclo abierto.

Es importante mencionar que la mayoría de estudios y experimentos se han realizado sobre plantas de ciclo abierto, y que el énfasis en los centros de

investigación públicos y privados han dejado a un lado investigaciones sobre plantas de ciclo cerrado, algunos de los motivos más importantes de enfocarse a plantas de ciclo abierto es que se obtienen más beneficios económicos en aumentar las eficiencias de las plantas de vapor y de carbón ya existentes al agregar un ciclo de generación MHD, y las plantas de carbón y vapor ya existente son en su mayoría de ciclo abierto.

Además, los estudios y pruebas realizadas al ser comparadas las plantas de ciclo abierto MHD con las plantas de ciclo cerrado MHD, se observa que las plantas de ciclo abierto tienen mayores eficiencias, razón por la cual el sector de generación eléctrica enfoca sus esfuerzos al estudio, análisis, experimentación y fabricación de componentes y tecnología para las plantas de ciclo abierto. Aunque la investigación y experimentación con plantas de ciclo cerrado continua siendo atractiva por algunas de sus bondades, donde la que resalta mas es la menor temperatura para el fluido de trabajo, ya que debido a esta se consideran algunos otros métodos de recolección de calor alternativos como los mencionados a continuación.

3.6.1. Fuentes de calor para plantas MHD de ciclo cerrado

Dentro de las bondades que ofrecen las plantas de generación de ciclo cerrado MHD se encuentra el interés de las diferentes fuentes de calor que pueden ser aprovechadas. De todas las fuentes de calor que existen hay dos que llaman más la atención para este tipo de plantas las cuales son:

- a. Solar
- b. Nuclear

La recolección de energía térmica solar se lleva a cabo de colectores solares, mientras que la obtención de calor nuclear se realiza a través de intercambiadores en las plantas nucleares ya existentes.

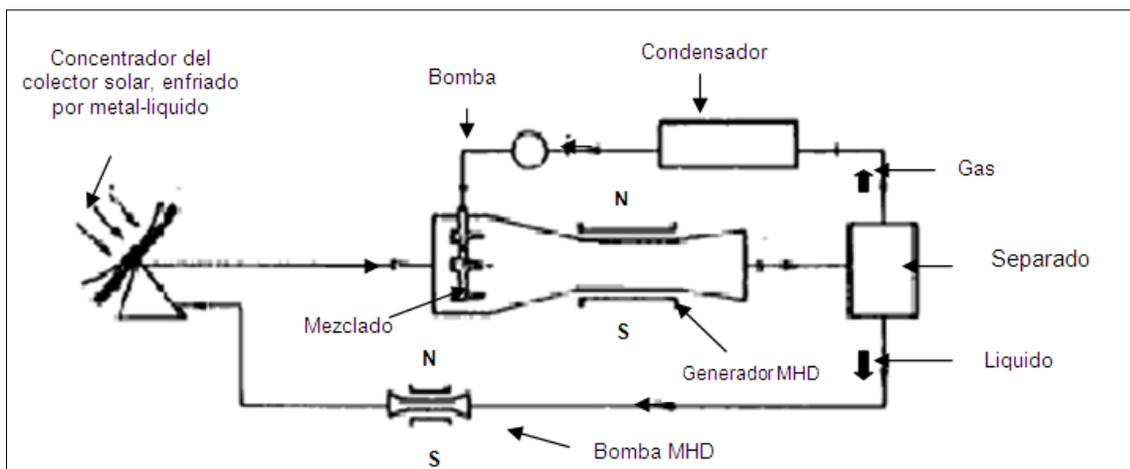
3.6.1.1. Colectores solares

El interés en colectores solares para la recolección de calor para las plantas de generación MHD de ciclo cerrado ha sido de reciente desarrollo y, principalmente, se aplicaría para plantas de ciclo cerrado de metal-líquido.

Dentro de las razones por las que los colectores solares son atractivos están las siguientes:

- a. Por su potencial de eficiencia en la conversión que es mayor que otros métodos de conversión alternativos, para ambos procesos, el proceso eléctrico y proceso de térmico
- b. La eficiencia y el costo son casi independientes del tamaño
- c. El uso de colectores enfriadores de metal-líquido significan una mayor eficiencia en los colectores solares y una mayor eficiencia en los sistemas de conversión

Figura 33. Sistema MHD con colector solar de calor y enfriado a través de metal-líquido



Fuente: UNESCO, *Electrical power generation status report 1981, executive summary*. Abril 1982. p. 40

3.6.1.2. Fuentes de calor nuclear

Una de las mayores motivaciones para considerar ciclos cerrados de generación MHD por medio de reactores veloces de respiradero enfriados por metal-líquido es la eliminación de cualquier potencial peligro en la interface agua-metal. Algunos estudios realizados sugieren que para este tipo de reactores de respiradero las temperaturas de ciclo abierto son muy altas, mientras que estos tipos de reactores podrían ser los más apropiados para el control de los actuales reactores termonucleares. Estudios realizados en los Estados Unidos demuestran que en un pequeño ciclo de Rankin estos reactores podrían alcanzar una eficiencia del 43% para un ciclo cerrado de metal-líquido MHD. En comparación con ciclos de vapor actuales de altas temperaturas donde la eficiencia es de 38%. Siendo estos estudios realizados a una temperatura de 457 °C. Con dicha temperatura se obtiene una ganancia substancial en la potencia de salida.

Es de aquí de donde se obtiene la idea de aprovechar el calor producido en una planta nuclear para contribuir al calor necesario en el proceso de ciclo cerrado de generación MHD.

3.6.2. Generadores utilizados en las plantas de ciclo cerrado MHD

Todos los trabajos de estudio y de investigación en generadores utilizados generación MHD de metal -líquido de ciclo cerrado, en la actualidad están enfocados al tipo de generador de Faraday, con un fluido de trabajo de dos fases, debido a que este es el único tipo de generador MHD que es compatible con las eficiencias que son deseadas obtener en la generación MHD. Debido a que el generador es el componente clave en el sistema de potencia y el más inusual, este es el que ha recibido más atención.

4. IMPACTO MEDIO AMBIENTAL Y COSTO DE LAS PLANTAS DE GENERACIÓN MHD DE ENERGÍA ELÉCTRICA

El aumento de la eficiencia ofrecida por el concepto de generación de energía eléctrica por medio de la MHD ofrece un beneficio directo a la reducción de la contaminación. Aun si estos sistemas produjeran la misma cantidad de emisiones que los sistemas tradicionales (106 Btu/lb), la cantidad de contaminación por kilowatt hora de electricidad producida es inferior, debido a que se necesita que menos combustible sea quemado para producir la misma cantidad de unidades eléctricas. La reducción de contaminación debido al aumento de la eficiencia promete ser bastante substancial en sistemas de generación de potencia eléctrica MHD avanzados. Un ejemplo claro de esto es la promesa de la empresa Weinstein en Boulay U.S.A. que proyecta una eficiencia del 60.6% para una planta de ciclo combinado.

Es de importancia recalcar que el análisis de la eficiencia y del impacto ambiental de la plantas MHD que se conoce hasta el momento, en casi su totalidad es acerca de plantas de generación MHD de ciclo abierto, ya que los estudios y pruebas se han enfocado a este tipo de plantas.

4.1. Análisis medio ambiental

El ímpetu por desarrollar plantas de generación MHD de ciclo abierto primordialmente es su atractivo económico. Este atractivo económico se debe a su alta eficiencia y a que no son necesarios removedores de desperdicios. Algunas investigaciones demuestran que también pueden existir otras ventajas medio ambientales, aunque en realidad solo algunas de las emisiones

contaminantes del aire han sido estudiadas, mientras que existe una lista de posibles contaminantes provenientes de instalaciones de quema de combustibles fósiles incluyendo más de 602 contaminantes inorgánicos y 491 orgánicos. En las plantas de generación MHD de ciclo abierto se espera que las emisiones líquidas desaparezcan completamente, junto con sólidos, aceite, grasa, cobre, hierro y otros metales pesados. Los desperdicios sólidos serán dominados por desperdicios de superficie, por otros sólidos re-colectables y por sulfuro. De los contaminantes que se han obtenido datos que permitan emitir un dictamen acerca del impacto al medio ambiente que tiene este tipo de generación son los que se presentan a continuación.

4.1.1. Emisiones al aire

Cuando las plantas de generación MHD de ciclo abierto entran en línea deberán de cumplir con los requisitos existentes para plantas estacionarias de generación eléctrica por quema de carbón. Y hasta posiblemente requisitos más estrictos dependiendo del nivel de contaminación que muestre el medio ambiente o cambios que se efectúen en la regulación en las legislaciones acerca de los límites que estas emisiones deben tener.

4.1.1.1. Óxidos de sulfuro

Para tener una idea clara de las ventajas que representa para el medio ambiente, las plantas de generación MHD, comparadas con las plantas de vapor de tecnología actual, y en lo referente a las emisiones de gases tóxicos para la atmósfera que las plantas de vapor convencionales tienen, se presentan las siguientes tablas con las cuales se puede hacer una comparación con los datos obtenidos en diferentes plantas MHD de ciclo abierto y sus emisiones de óxidos de sulfuro.

Tabla II. **Estándares de emisiones al medio ambiente para fuentes de combustibles fósiles sólido**

Contaminante	Estándar (lb/Mbtu)	Posible estándar Futuro (lb/Mbtu)
SOx	1.20 como SO ₂	0.60 a 0.30 como SO ₂
NOx	0.70 como NO ₂	0.40 a 0.13 como NO ₂
Total de partículas	0.1	0.10 a 0.05
Partículas finas (menores a 3 micrones)	ninguna	0.10 a 0.02

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 90

Tabla III. **Emisiones estimadas de oxido de sulfuro de una planta MHD de ciclo abierto**

Referencia de planta, año	lb/106 Btu	Entrada	lb/Kwh
General Electric, 1976	1.2		0.008
General Electric, 1976	0.8		0.0062
Jackson, 1976		1.2	
Shawn, Cain , 1977	0.77 g/Kwht		1.6 g/Kwhe
Penny, 1977			5 ppm
Halls, Jackson, 1977			
Sistema recuperador de fertilizante			100 ppm
Harris, Shah, 1976	0.5		0.334
REA, 1976	0.045		

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p 92.

Como se concluye al analizar los datos obtenidos en las plantas de referencia, las plantas de generación MHD de ciclo abierto tienen ventajas y emisiones aun más reducidas que las que los estándares solicitan para plantas de generación que utilizan el carbón como combustible.

4.1.1.2. Óxidos de nitrógeno

En relación a los óxidos de nitrógeno existe una variación en las cantidades de NO_x emitidas por las plantas de generación MHD de ciclo abierto, y esto se debe a que en la combustión de combustibles fósiles el proceso de óxido nitroso es una función de la temperatura, y hay diferentes variaciones en la configuración de estas plantas y las temperaturas en que cada una de estas configuraciones trabaja.

Con temperaturas extremadamente altas en plantas de generación MHD de ciclo abierto es posible alcanzar una emisión de NO_x diez veces mayor que el valor actual permitido en los estándares, con lo que se obtiene un valor de 6.6 lbs. $\text{NO}_2/10^6$ Btu. Afortunadamente la forma de reducir estas emisiones para las plantas de generación MHD de ciclo abierto es utilizando métodos relativamente sencillos:

Utilizando combustión de dos etapas.

- a. Maximizando la producción de NO_x después rasparlo de donde se alojaba para su comercialización como una importante fuente de nitrógeno para fertilizantes.
- b. Utilizando oxígeno puro en lugar de aire para la combustión de oxidante.

La primera de estas opciones de control para la emisión de NO_x , la combustión de dos etapas no solo reduce la emisión sino también incrementa la densidad de potencia de 10% a un 20% por medio de la operación al 90% de aire estequiométrico.

Tabla IV. **Emissiones de NO_x para plantas de generación MHD de ciclo abierto**

Referencia: planta y año	Entrada lb/ 10 ⁶ Btu	ug/J	Salida lb/Kwh	ppm
General Electric, 1976	0.3	0.129	0.002	248
General Electric, 1976	0.3		0.0023	
Jackson, octubre 1976				
Shaw, 1978	0.71	0.304		585
Folsom, 1978	0.72	0.309		595
Folsom, 1978	0.685	0.295		566
Mori, Taira, 1972				243
Mori, Taira, 1972				50
Pepper, Eustis, Kruger, 1972				283
Penny, Bourgeois, Cain, 1977				135-300
Bienstock, 1973				150
Hals, Lewis, 1972				160-260
REA, 1976				155
Shaw, 1977	1.10g/Kwht			2.3 g/Kwhe

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p 93.

Como se puede observar, las emisiones de salida de NO_x son muy pequeñas y en algunas plantas se tiene cero como salida de óxido nitroso con lo cual se muestra otra bondad de este tipo de plantas para el medio-ambiente.

4.1.1.3. Metales detectables

No se tienen estudios experimentales acerca de metales detectables en las instalaciones de las plantas de generación MHD de ciclo abierto. Aunque se tiene una especulación (Harris, Shah, 1976) que todos los elementos detectables serán vaporizados en el combustor, y desde sulfatos, óxidos,

cloruros y fluoruros tendrían que poder ser recolectados con K_2SO_4 , aunque esto se suma a la inevitable corrosión de los materiales de las instalaciones.

Por lo anteriormente descrito se tiene una estimación de 99% de remoción de estos metales del gas que es desechado a la atmósfera.

Tabla V. **Porcentajes de metales detectables removidos antes de la liberación de gas de las plantas de generación MHD de ciclo abierto**

Elemento	Porcentaje % del elemento que es removido antes de la liberación del gas en la atmosfera
Antimonio	25-99
Arsénico	60-99
Berilio	25-99
Boro	25-99
Cadmio	35-99
Cromo	0-99
Cobalto	20-99
Hierro	0-99
Manganeso	0-99
Mercurio	90-99
Selenio	70-99
Uranio	0-99
Vanadio	30-99
Zinc	28-99

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 95

4.1.1.4. Emisión de partículas a la atmosfera

Hay varios motivos por los que las partículas no representan ningún problema para las plantas de generación MHD de ciclo abierto. Estos motivos son:

- a. Para que la planta sea económicamente viable el 99.5% del material de dopaje y las cenizas deben ser recuperados.
- b. Ciclones mecánicos, raspadores de Venturi, filtros de bolsa de casa, precipitadores electrostáticos y otros dispositivos de recolección son tecnologías bien desarrolladas en el presente.
- c. Algún tipo de pre-generación, precipitadores de lados-calientes podrían ser necesarios para evitar la acumulación de desperdicios de carbón quemado y esto reduciría aun más las emisiones de partículas.
- d. Parámetros de combustión que rechacen la mayoría de ceniza y residuos de carbón quemado, pagarán grandes dividendos en la recuperación del material de dopaje.

Tabla VI. **Estimado de emisiones de partículas de plantas de generación MHD de ciclo abierto**

Referencia: Planta y año	Entrada lb/ 10 ⁶ Btu	Salida lb/Kwh
General Electric, 1976	0.1	0.0008
General Electric, 1976	0.06	0.00046
Shaw, Cain, 1977	0.1	
Partícula	0.15 g/Kwht	0.32 g/Kwhe
Harris, Shah, 1976	0.1	0.0007
General Electric, 1976	0.1	0.0007
REA, 1976	0.1	

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies.* p. 97

4.1.1.5. Otras emisiones al aire

Descargas térmicas al aire podrían ser consideradas en los diseños de turbinas MHD de gas, pero en los sistemas MHD-vapor estas serían menores

debido a los combustores convencionales y a mayor eficiencia esperada para la MHD. Aunque el calor es el contaminante en el aire más relacionado con el exceso en mortandad, el potencial de dispersión de calor de la atmósfera es una de las consideraciones más grandes por lo que ha habido consideraciones para aumentar el calentamiento de la chimenea para incrementar la volatilidad del gas MHD para lograr mejor dispersión de otros contaminantes sólidos y gaseosos.

Tabla VII. **Otras emisiones al aire**

Calor al aire Caso base General Electric, 1976	606 Btu/Kwh
CO	
Shaw, Cain, 1977	ninguna
Bienstock, 1971	0
General Electric, 1977	0
Hals, Lewis, 1972 con etapa simple	4%
Hals, Lewis, 1972 con etapa doble	0.4 a 0.6 %

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies.* p. 98

Otra forma de poder ver las bondades de las plantas MHD de ciclo abierto es comparando con la cantidad de contaminantes producidos por plantas convencionales de vapor, realizando una comparación con una base de toneladas por día. Utilizando carbón con un contenido del 3% de sulfuro se obtienen los siguientes resultados.

Tabla VIII. **Comparación de emisiones por tonelada plantas de vapor convencionales plantas MHD de ciclo abierto**

	1000 MW planta de vapor convencional	1000 MW planta MHD utilizando carbón como combustible
Partículas	33 toneladas por día	3 toneladas por día
Óxidos de sulfuro	450 toneladas por día	3 toneladas por día
Óxidos de nitrógeno	80 toneladas por día	4 toneladas por día

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 102

4.2. Comparación de eficiencia de las plantas de generación MHD de ciclo abierto con otras tecnologías

Las técnicas actuales de generación de energía eléctrica presentan diferentes eficiencias y, por lo anteriormente expuesto. la finalidad de la generación MHD es utilizar este principio para la generación y aumentar la eficiencia de las plantas actuales que generan a través de turbinas convencionales de vapor, añadiendo un ciclo de generación por MHD. La mejor manera de poder realizar la comparación con las otras tecnologías es revisando las eficiencias registradas en plantas de generación MHD de ciclo abierto ya existentes en las cuales se han realizado las pruebas necesarias para estimar su eficiencia.

Tabla IX. **Eficiencias proyectadas de plantas MHD de ciclo abierto**

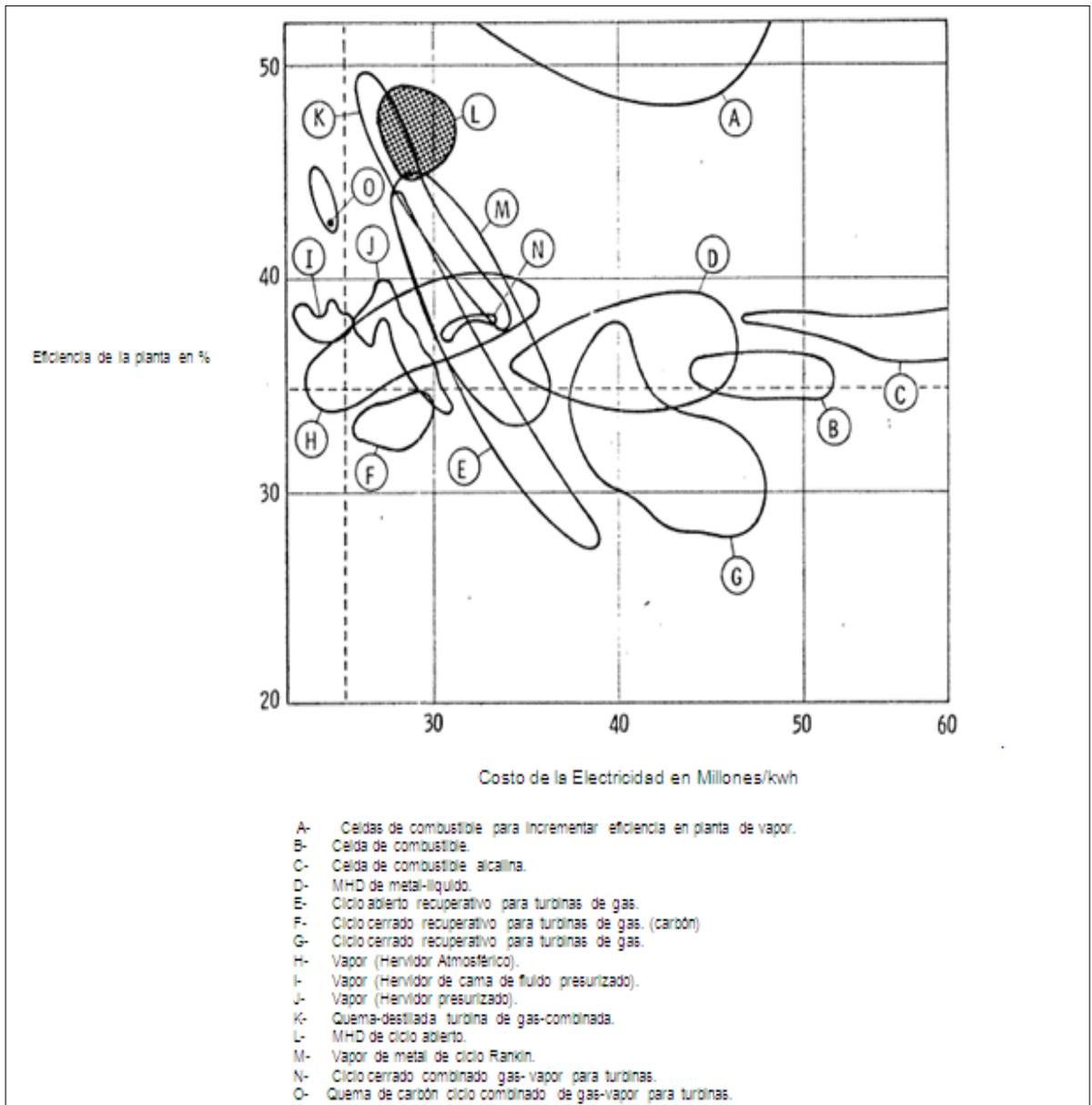
Referencia: Planta y año	Estimado
Pomeroy, 1978	48.3% - 49.2%
Cutting, 1977	46% - 46.9%
NASA, 1977	48.3% - 48.7%
Penny, Bourgeois, Cain, 1977	55% - 60%
Bergman, Bienstock, 1976	45.6% - 50.14%
Jackson, 1976	47%
NASA, 1976	46% - 54%
Siekel, Harris, 1976	41% - 53%
Westinghouse, 1976	44% - 49%
General Electric	44% - 55%
Pepper, Yu, 1975	52%
Powell, Ulmer, 1974	50% - 55%
Feldman, simons, 1970	50.8% - 51.9%
Hals, Jackson, 1969	50% - 60%

Fuente: J. Gruhl, *Coal-fired open cycle magnetohydrodynamic power plant emissions and energy efficiencies*. p. 103

La eficiencia de las diferentes plantas térmicas actuales llega a los valores de hasta 40%, se puede observar que las plantas MHD proporcionan mayores eficiencias, con valores que puede ser de hasta 60%. Por las fechas en las que se tomaron estos datos se puede predecir que con el paso del tiempo y el avance tecnológico las eficiencias pueden ser más altas. El incremento en la eficiencia de una planta con un ciclo de generación MHD en mayor parte se debe a la falta de partes móviles de los generadores MHD.

Además de tomar en cuenta la eficiencia en una planta para poder determinar que es económica viable y poder comercializar a gran escala este tipo de tecnología es necesario hacer una comparación de costo de este tipo de planta con las demás tecnologías existentes.

Figura 34. **Eficiencia en porcentaje Versus costo de la electricidad por Millones/kwh dependiendo de las diferentes tecnologías de generación**



Fuente: UNESCO, Electrical power generation status report 1981, executive summary. Abril 1982. p. 50

Interpretando los valores de la gráfica anterior queda demostrado que las plantas de generación MHD de ciclo abierto representan una buena opción de eficiencia y costo. Lo que beneficia de gran manera al sector de generación de energía eléctrica y las convierte en una buena opción para mitigar la creciente crisis que enfrenta dicho sector.

4.3. Costo de una planta de generación MHD de ciclo abierto

Para tener una idea del costo que representa el montaje de una planta de generación MHD de ciclo abierto para su comercialización, fue diseñada especialmente la planta de Corette en Estados Unidos. Localizada en Montana, esta planta de 180 MW tiene como objetivo principal demostrar que la tecnología de generación por MHD es completamente compatible con las plantas de vapor y de quema de carbón ya existentes, y que la mejor opción es acoplar un ciclo de generación MHD, también dichas plantas pueden seguir generando energía aun sin utilizar el ciclo de generación MHD. Se demuestra a través de las pruebas realizadas en la planta de Corette que el incremento en la cantidad de energía generada. Según los expertos en este tipo de generación, la generación MHD es un tipo de tecnología recomendada para la generación a gran escala.

Algunas de las características demostradas al trabajar con esta planta son:

- a. Opera con grandes ventajas para el medio ambiente, y hasta se pueden obtener utilidades por protección al medio ambiente (dependiendo de la legislación de cada país).

- b. Demuestran suficiente eficiencia para llamar la atención de las agencias gubernamentales de regulación de emisiones por encontrarse por debajo de los estándares conocidos.
- c. Integra los sistemas de vapor, re-calentamiento, y de alimentación ya existentes de las instalaciones de la planta de vapor original a la que fue acoplado el ciclo MHD.
- d. Permite a la planta operar normalmente aun si la unidad MHD está fuera de línea.
- e. Incrementa la utilización de la turbina ya existente.
- f. Obtiene una eficiencia solo de ciclo MHD del 37.5%.
- g. Incrementa la capacidad de la planta en un 19.5%.
- h. Incrementa la eficiencia de la planta en un 10%.
- i. Reduce el impacto ambiental de la planta, especialmente en la emisión de NO_x y SO_x.
- j. Demuestra una vida de 5 años para los componentes MHD, imán superconductor, canal y combustor.
- k. Lleva de 5 a 7 años desde el diseño hasta la puesta en marcha.

- I. Tiene un costo aproximado de 274 millones \$; el doble que una planta convencional de quema de carbón para generación con turbinas de vapor, del mismo tamaño.

Para establecer una idea del costo de este tipo de tecnología ya con intenciones de su comercialización, se presentan una serie de tablas en las cuales se desglosa los costos de operación y montaje para la planta de Corete. Esta planta tiene una finalidad de ser una planta de demostración para los interesados en este tipo de generación por 2 años, después pasará a ser un proveedor privado de energía para el mercado de estados unidos por 20 años y ofertará su potencia generada como cualquier agente privado y como se realiza ya en la mayoría de nuestros países en el sector de generación eléctrica.

Tabla X. Datos de la planta Corette

Dueño	Montana Power Co.
Construida en	1969
Ubicación	Yellowstone River, Montana.
Capacidad Nominal	180 MW
Operacional	166 MW
Combustible	Carbón Montana Rosebud
1. Ceniza	9.10%
2. Sulfuro	0.80%
3. Energía	8600 Btu/lb
Entrada térmica	506.5 Mw
Generación de vapor	1800 psi/ 1000 F ⁰
Vapor re-calentado	1000 F ⁰
Salida neta	157 MW
Rango de calor	11,010 Btu

Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation.* p. 40

Tabla XI. **Costo estimado de planta Corette en millones de dólares**

Sumario de costos x \$ 1,000	Costo
Ingeniería preliminar	\$ 1,196
Ingeniería detallada	\$ 6,777
Equipo	171,666
Construcción	
1. Instalación	\$ 22,017
2. Indirectos	\$ 8,382
	\$ 30,399
Misceláneos	
1. Integración del proyecto	\$ 9,975
2. Ingeniería medio-ambiental	\$ 1,500
	\$ 11,475
Contingencias	
Proyecto	\$ 42,710
TOTAL	\$ 264,223

Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation*. p. 41

4.3.1. Datos de costos de combustibles, operación y mantenimiento de planta de generación MHD de ciclo abierto, Corette.

Tabla XII. **Valor de la energía para los años 2002 al 2017**

Costo capital Anual	
costo de CTCC en 1989	\$ 759 kw/h
Costo de CTCC al 2002 al 5%	\$ 1474 kw/h
Rango nivelado rango 2002-2017	18.55%
Costo anual nivelado del capital	\$ 262/kw
Costo anual nivelado al 90%Millones/Kwh	30.5
Costo Anual del combustible	
costo 1990	\$ 2.40/MMBtu
2002 costó al 6%	\$5.12/MMBtu
	45.06 millones/kwh a 9000 Btu/kwh
costo nivelado para 2002 al 2017	67.41 Millones/kwh
Costo de Operación y Mantenimiento	
costo 1989	\$ 40/Kw-año= 5.1 millones/kwh al 90%
costo 2002	9.6 millones/kwh

Continua tabla XII.

costo nivelado para 2002 al 2017	13.15 millones
COSTOS TOTALES	
Capital	\$ 30.5 millones
Combustible	\$ 67.41 millones
Total	110.61 millones/Kwh

Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation.* p. 42

Tabla XIII. Valor de la energía de la planta MHD

Canal	27.1 MW
Turbina	77 MW
Total en bruto	104.02 MW
Cargas Auxiliares	18.6
Salida neta	85.6 MW

Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation.* p. 44

De estos datos se obtiene:

Energía= 562,400 Mw hr/año (con un factor de capacidad del 75%) * 110 millones/kwh = \$61, 863,000/año.

(171)

Tabla XIV Costos de Operación, Mantenimiento y combustible

Ítem	Rango	Costo unitario	Costo anual x \$1000
Carbón	99,256/hr	\$ 12.10/ ton	3,945
Material de dopaje	7,228/hr	1.7 C	807
Gas	102 NETD		56
Agua		\$ 500/mensual	6
misceláneos, químicos y lubricantes			50
TOTAL			4,864
Operación y Mantenimiento			
Mantenimiento			2,722
Mantenimiento de los materiales del canal			3,000
A&G			450
TOTAL			6,172

Continúa tabla XIV.

Costo total para 1989			11,036
Costo total nivelado para 2002 al 2017 (11,036 * 1.89 * 1.37)			28,576

Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby. *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation*.
p. 45

4.3.2. Datos de ganancias económicas producidas por la planta MHD de ciclo abierto Corette

Tabla XV. Capacidad de unión debido al valor de la energía

Valor de la energía	\$ 61,863,000
Costos de operación	\$ 28,576,000
Ganancias producidas por Unión	\$ 33,287,00

Fuente: J. Lohrasi, A. Hart and G. Ashby, *Magnetohydrodynamics (MHD) power generation*.
p. 46

Interpretando los datos anteriormente presentados se puede concluir que económicamente es viable la implementación de dicha tecnología en la generación de energía eléctrica. Representa ventajas medio ambientales y ventajas económicas, en las ganancias para los agentes productores, siendo estos privados o públicos.

4.3.3. Costos comparativos de plantas de carbón convencionales a instalarse en el país versus el costo de la planta prototipo Corette

Como se muestra en la tabla siguiente, comparando los costos estimados de plantas a instalarse en el país, la planta Corette presenta un costo menor que las otras opciones.

Tabla XVI. Tabla comparativa de costos de instalación de plantas de generación eléctrica por medio de carbón en Guatemala Versus la planta prototipo Corette de generación MHD

Nombre de planta de Carbón en Guatemala	Capacidad Nominal en MW	Costo en Millones \$	Costo en Millones \$ por Megavatio
Duke Energy	85	150	1.7647
Jaguar Energy	300	700	2.3333
<i>Planta Prototipo Corette MHD</i>	180	264	1.4667

Fuente: Gamarro Urias, Jorge "Inversión en el sector eléctrico" Prensa Libre Sección de Economía. el 25 de marzo de 2010. p 19.

CONCLUSIONES

1. Las plantas de carbón para generación eléctrica que cuentan con un generador MHD incrementan su eficiencia en un rango entre el 16% al 20% de su eficiencia.
2. La generación MHD integra los sistemas de vapor, re-calentamiento y de alimentación ya existentes de las instalaciones de la planta de vapor original, a la que fue acoplado el ciclo MHD; esta implementación a la planta operar normalmente, aun si la unidad MHD está fuera de línea.
3. Las bondades de la generación MHD demostradas en los documentos presentados en este trabajo, pueden contribuir a resolver algunos de los problemas más serios a los que se enfrenta el sector de generación eléctrica.
4. La matriz de generación de cualquier país se beneficiará con el acople de ciclos MHD en las plantas de carbón de ciclo abierto.
5. Aunque ciertas tecnologías no estén completamente desarrolladas para el máximo aprovechamiento de este nuevo tipo de generación, sus beneficios inherentes motivan a su estudio intensivo.
6. El impacto ecológico de este tipo de generación debe ser uno de sus principales motivadores para su pronta implementación, debido a las

crisis que se enfrentan en la actualidad en todas partes del mundo por el deterioro del medio ambiente.

7. La implementación de este tipo de generación no necesita el desecho de tecnologías anteriores para plantas de vapor, está perfectamente comprobado que los estudios y diseños tienen como propósito principal maximizar la eficiencia de las plantas ya existentes.
8. La inversión realizada en acoplar a las plantas ya existentes un ciclo MHD es recuperada a corto plazo debido a las ganancias que se obtienen con el mejoramiento de la eficiencia en la generación y todo lo que esto implica.
9. El incremento exagerado en el precio de los combustibles fósiles y la inminente disminución en sus reservas a nivel mundial, nos obligan a hacer un uso más responsable de los mismos sin dañar el desarrollo de las sociedades.
10. La aplicación de la tecnología, para la generación MHD, es una de las respuestas más inmediatas que se le puede ofrecer al sector de generación eléctrica.
11. Al obtener una eficiencia más elevada en la generación eléctrica se puede obtener una mayor independencia de los mercados externos de generación, para el sector nacional de generación.

RECOMENDACIONES

1. Realizar los estudios que fueran necesarios para poder implementar este tipo de generación en las plantas de carbón ya instaladas en el país.
2. Llevar a cabo los estudios económicos que demuestren cuánto se cambiaría el porcentaje de generación por carbón, a la matriz de generación con el uso de esta tecnología.
3. Incentivar el estudio y la investigación de este tipo de generadores en las distintas universidades del país.
4. Utilizar los medios de difusión adecuados para informar a los agentes generadores sobre las bondades medio ambientales que posee este tipo de generación.

BIBLIOGRAFÍA

1. CHARLES, Brian. *Magnetohydrodynamic apparatus*. United States Patent Office. 1970. 8 p.
2. COWLING, T.G. *Magnetohydrodynamics*. 4a. ed, New York USA: The Macmillan Company, 1967. 168 p
3. GRUHL, J, Coal-fired Open Cycle Magnetohydrodynamic Power Plant Emissions and Energy Efficiencies, *MIT*, Energy lab Report MIT-EL 78-018. Noviembre 1977. 142 p.
4. HORN, George. Magnetohydrodynamic Electrical Generators, United States Patent Office. 1967. 9 p.
5. LOHRASI, J; HART, A; ASHBY, G. *Magnetohydrodynamics (MHD) Power Generation*. New Jersey USA: N.R. johansen N.J. Chapman, 1991. 51 p.
6. P.C. Kendall, *Magnetohydrodynamics with Hydrodynamics*. New York USA: Pergamon Press, 1964. 174 p. Volume 1
7. PETRICK Michael, Magnetohydrodynamic Generator, United States Patent Office. 1968 Diciembre 3.
8. SLUYTER, Marshall. *1981 Electrical Power Generation Status Report*, UNESCO, Abril 1982. 156 p.

