



Universidad de San Carlos de Guatemala  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Estudios de Postgrado  
Maestría en Estadística Aplicada

**MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA  
LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA**

**Ing. René Roberto Castellanos Moreira**

Asesorado por el Mtro. Edwin Adalberto Bracamonte Orozco

Guatemala, octubre de 2021



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA  
LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

**ING. RENÉ ROBERTO CASTELLANOS MOREIRA**  
ASESORADO POR EL MTRO. EDWIN ADALBERTO BRACAMONTE  
OROZCO

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

**MAESTRO EN ESTADÍSTICA APLICADA**

GUATEMALA, OCTUBRE DE 2021



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA



**NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA**

DECANA	Ing. Aurelia Anabela Cordova Estrada
VOCAL I	Ing. José Francisco Gómez Rivera
VOCAL II	Ing. Mario Renato Escobedo Martínez
VOCAL III	Ing. José Milton de León Bran
VOCAL IV	Br. Kevin Vladimir Armando Cruz Lorente
VOCAL V	Br. Fernando José Paz González
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

**TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO**

DECANA	Ing. Aurelia Anabela Cordova Estrada
EXAMINADOR(A)	Ing. Edgar Darío Álvarez Cotí
EXAMINADOR(A)	Ing. Edwin Adalberto Bracamonte Orozco
EXAMINADOR(A)	Ing. Luis Carlos Bolaños
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez



## **HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR**

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

### **MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA**

Tema que me fuera aprobado por la Dirección de la Escuela de Estudios de Postgrado, con fecha 23 de mayo de 2020

**Ing. René Roberto Castellanos Moreira**

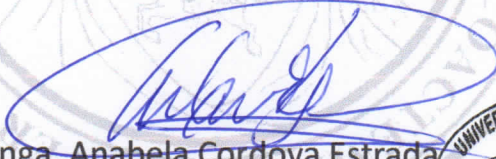




DTG. 489.2021

La Decana de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Estudios de Postgrado, al Trabajo de Graduación titulado: **MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA**, presentado por el **Ingeniero René Roberto Castellanos Moreira**, estudiante del programa de **Maestría en Estadística Aplicada**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:



Inga. Anabela Cordova Estrada  
Decana



Guatemala, octubre de 2021

AACE/cc





**Guatemala, octubre de 2021**

LNG.EEP.OI.020.2021

En mi calidad de Director de la Escuela de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer el dictamen del asesor, verificar la aprobación del Coordinador de Maestría y la aprobación del Área de Lingüística al trabajo de graduación titulado:

**“MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA”**

presentado por **René Roberto Castellanos Moreira** quien se identifica con carné **200818828** correspondiente al programa de **Maestría en artes en Estadística aplicada** ; apruebo y autorizo el mismo.

Atentamente,

*“Id y Enseñad a Todos”*

**Mtro. Ing. Edgar Darío Álvarez Cotí**  
Director

**Escuela de Estudios de Postgrado  
Facultad de Ingeniería**







Guatemala 10 de junio 2021.

**M.A. Edgar Darío Álvarez Cotí**  
**Director**  
**Escuela de Estudios de Postgrado**  
**Presente**

**M.A. Ingeniero Álvarez Cotí:**

Por este medio informo que he revisado y aprobado el Informe Final del trabajo de graduación titulado **“MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA”** del estudiante **René Roberto Castellanos Moreira** quien se identifica con número de carné **200818828** del programa de Maestría en Estadística Aplicada.

Con base en la evaluación realizada hago constar que he evaluado la calidad, validez, pertinencia y coherencia de los resultados obtenidos en el trabajo presentado y según lo establecido en el *Normativo de Tesis y Trabajos de Graduación aprobado por Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería Punto Sexto inciso 6.10 del Acta 04-2014 de sesión celebrada el 04 de febrero de 2014*. Por lo cual el trabajo evaluado cuenta con mi aprobación.

Agradeciendo su atención y deseándole éxitos en sus actividades profesionales me suscribo.

Atentamente,

  
**MSc. Ing. Edwin Adalberto Bracamonte Orozco**  
**Coordinador**  
**Maestría en Estadística Aplicada**  
**Escuela de Estudios de Postgrado**





Guatemala, 10 de junio 2021.

Maestro  
Edgar Darío Álvarez Cotí  
Director  
Escuela de Estudios de Postgrado  
Facultad de Ingeniería  
Presente.

Estimado Señor Director:

De manera atenta hago constar que he revisado el Informe Final y Artículo Científico de la estudiante **René Roberto Castellanos Moreira** con número de carné **200818828** de la Maestría en **Estadística Aplicada** titulado: **“MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA”**

Con base en la evaluación realizada hago constar la originalidad, calidad, coherencia según lo establecido en el Normativo de Tesis y Trabajos de Graduación aprobados por la Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería Punto Sexto inciso 6.10 del Acta 04-2014 de sesión celebrada el 04 de febrero de 2014. Cumpliendo tanto en su estructura como en su contenido, por lo cual el trabajo y artículo evaluado cuenta con mi aprobación.

**Atentamente,**  
**“Id y Enseñad a Todos”**

**MSc. Ing. Edwin Adalberto Bracamonte Orozco**  
**Coordinador**  
**Maestría en Estadística Aplicada**  
**Escuela de Estudios de Postgrado**





Guatemala, 26 de agosto de 2020.

Mtro. Edgar Darío Álvarez Cotí  
Director de la Escuela de Estudios de Postgrado. FIUSAC.  
Presente.

Estimado Maestro Álvarez Cotí:

Le envío un cordial saludo.

Por medio de la presente hago de su conocimiento que René Roberto Castellanos Moreira, estudiante de la Maestría en Estadística Aplicada, quien se identifica con carné número 200818828, me ha presentado el informe final de su trabajo de graduación titulado "MODELO PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA HORARIA DE POTENCIA ELÉCTRICA LOCAL EN EL MERCADO ELÉCTRICO DE GUATEMALA", el cual realizó bajo mi asesoría, brindada en forma Ad-Honorem

Luego de revisar el documento que contiene el informe del trabajo de investigación, manifiesto que le doy mi aprobación y considero que puede continuar con las gestiones correspondientes

Sin otro particular, me suscribo a sus respetables órdenes.

Atentamente,

  
Edwin Adalberto Bracamonte Orozco  
INGENIERO INDUSTRIAL  
Colegiado No. 2856  
Edwin Adalberto Bracamonte Orozco  
Maestro en Investigación de Operaciones



## **ACTO QUE DEDICO A:**

<b>Dios</b>	Por su infinito amor y su misericordia.
<b>Mi esposa</b>	Sharely Sasbin de Castellanos por su amor, paciencia, apoyo y espera incondicional
<b>Mis padres</b>	René Castellanos y Floridalma Moreira por su incansable esfuerzo en la vida.
<b>Mis hijos</b>	Mirari y René Castellanos Sasbin, por esas bellas sonrisas de felicidad amor y motivación.
<b>Mis hermanos</b>	Marian, Marlon y Maite Castellanos Moreira, por tantos recuerdos de amor y felicidad.



## **AGRADECIMIENTOS A:**

<b>Universidad de San Carlos de Guatemala</b>	Por ser mi casa de estudios y el de muchos otros profesionales de Guatemala.
<b>Facultad de Ingeniería</b>	Por permitir e incentivar el desarrollo de estos programas.
<b>Mis amigos de la Facultad</b>	Por compartir sus conocimientos.
<b>Mis catedráticos de Maestría</b>	Por su esfuerzo, dedicación y esmero en compartir sus conocimientos.



## ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	V
LISTA DE SÍMBOLOS .....	IX
GLOSARIO .....	XI
RESUMEN.....	XIII
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	XV
OBJETIVOS.....	XIX
RESUMEN DEL MARCO METODOLÓGICO .....	XXI
INTRODUCCIÓN .....	XXVII
1. MARCO REFERENCIAL.....	1
1.1. Estudios previos .....	1
2. MARCO TEÓRICO.....	9
2.1. Pronósticos.....	9
2.2. Series de tiempo.....	10
2.2.1. Tendencia.....	10
2.2.2. Ciclicidad .....	10
2.2.3. Estacionalidad .....	10
2.2.3.1. Frecuencia de una serie de tiempo	11
2.2.3.2. Estacionalidad múltiple .....	11
2.2.4. Variaciones irregulares .....	12
2.2.5. Esquemas de modelos de las series de tiempo	12
2.3. Suavizados exponenciales para series de tiempo .....	13
2.3.1. Suavizado exponencial para doble estacionalidad	
.....	16

2.4.	Modelos de espacio de estado de innovaciones.....	18
2.4.1.	Modelos de espacio de estado de innovaciones para patrones estacionales complejos (BATS y TBATS).....	21
2.5.	Modelado de procesos estocásticos .....	23
2.5.1.	Modelos autorregresivos de orden p (AR).....	23
2.5.2.	Modelos de medias móviles de orden q (MA) ..	24
2.5.3.	Modelos autorregresivos de medias móviles, ARMA (p,q).....	24
2.5.4.	Modelos autorregresivos integrados de medias móviles, ARIMA (p,d,q).....	24
2.5.5.	Tipo de variable.....	25
2.6.	Parámetros y criterios de evaluación de la bondad de ajuste .....	26
2.7.	Demanda de potencia eléctrica y energía consumida.....	27
3.	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	29
3.1.	Categorización de la demanda de potencia eléctrica .....	29
3.2.	Modelización de la demanda de potencia eléctrica con series de tiempo .....	39
3.2.1.	Modelado con subseries de tiempo.....	40
3.2.2.	Modelado con serie semanal.....	49
3.2.2.1.	Diagnóstico residual del modelo HWDS .....	50
3.2.2.2.	Diagnóstico residual del modelo BATS (0.23, {2,3}, -, {33,231}).....	53
3.2.2.3.	Precisión de los modelos ajustados.....	55



3.2.2.4.	Pronósticos del modelo HWDS ajustado .....	56
3.2.2.5.	Pronósticos del modelo BATS ajustado .....	58
3.2.2.6.	Pronósticos para cambios súbitos en el nivel de demanda (Efectos Covid-19) .....	65
3.3.	Bondad de ajuste del modelo seleccionado .....	68
4.	DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	73
4.1.	Categorización de la demanda de potencia eléctrica .....	73
4.2.	Modelización de la demanda de potencia eléctrica .....	75
4.2.1.	Modelado con subseries de tiempo .....	75
4.2.2.	Modelado con serie semanal .....	78
4.2.2.1.	Desempeño del modelo seleccionado ante variaciones súbitas de demanda .....	81
4.3.	Bondad de ajuste del modelo seleccionado .....	82
	CONCLUSIONES .....	85
	RECOMENDACIONES .....	87
	REFERENCIAS .....	89
	APÉNDICES .....	95
	ANEXOS .....	101



## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

### FIGURAS

1.	Demanda de potencia eléctrica en Guatemala, miércoles 12 de febrero de 2020.....	30
2.	Demanda de potencia eléctrica en Guatemala, domingo 09 al sábado 15 de febrero 2020.....	31
3.	Demanda de potencia eléctrica en Guatemala, 1 al 29 de febrero 2020.....	32
4.	Descomposición de la serie de tiempo, 2017 – 2020.....	33
5.	Distribución de frecuencias de valores de demanda por día de la semana .....	35
6.	Categorización gráfica de la demanda de potencia por día de la semana .....	37
7.	Categorización de la demanda de potencia según el mes del año	38
8.	Serie de tiempo de la demanda de potencia eléctrica registrada, de enero 2017 a febrero 2020.....	39
9.	Error de pronóstico de los modelos para la subserie de los domingos.....	42
10.	Error de pronóstico de los modelos para la subserie de los lunes	44
11.	Error de pronóstico de los modelos para la subserie de martes a jueves.....	46
12.	Error de pronóstico de los modelos para la subserie de los viernes	47
13.	Error de pronóstico de los modelos para la subserie de sábados..	49
14.	Función de autocorrelación en los residuos del modelo HWDS.....	51
15.	Histograma de los residuos del modelo HWDS .....	52
16.	Función de autocorrelación en los residuos del modelo BATS .....	54

17.	Histograma de los residuos del modelo BATS.....	55
18.	Pronósticos del modelo HWDS para las semanas 7 y 8, febrero 2020.....	57
19.	Pronósticos del modelo BATS para las semanas 7 y 8, febrero 2020.....	58
20.	Valores MAPE a lo largo de la semana 7 - 2020 .....	60
21.	Error de pronóstico con los modelos ajustados durante la semana 7 – 2020.....	63
22.	Error de pronóstico con los modelos ajustados durante la semana 8 – 2020.....	64
23.	Disminución de demanda de potencia por efectos Covid-19 .....	65
24.	Pronósticos del modelo BATS para la semana 12, marzo 2020 ....	66
25.	Pronósticos del modelo BATS del miércoles 18 al sábado 21 de marzo 2020.....	68
26.	Desviaciones horarias con el modelo BATS durante las semanas 07 y 08 – 2020 .....	71

## TABLAS

I.	Variables de estudio .....	XXII
II.	Prueba de normalidad Kolmogorov Smirnov para los valores de demanda.....	35
III.	Prueba de Kruskall Wallis para identificar diferencias en las distribuciones de demanda por día de la semana.....	36
IV.	P-valores de la prueba Bonferroni para identificar las poblaciones estadísticamente diferentes .....	36
V.	P-valores de la prueba Bonferroni para identificar las poblaciones estadísticamente diferentes .....	38
VI.	Modelos evaluados para la subserie de tiempo de los domingos .....	41

VII.	Valores MAPE por intervalos acumulados .....	41
VIII.	Modelos evaluados para la subserie de tiempo de los lunes .....	43
IX.	Valores MAPE por intervalos acumulados .....	43
X.	Modelos evaluados para la subserie de tiempo del conjunto martes – jueves.....	44
XI.	Valores MAPE por intervalos acumulados .....	45
XII.	Modelos evaluados para la subserie de tiempo del conjunto viernes	46
XIII.	Valores MAPE por intervalos acumulados .....	47
XIV.	Modelos evaluados para la subserie de tiempo de los sábados .....	48
XV.	Valores MAPE por intervalos acumulados .....	48
XVI.	Modelos de doble estacionalidad ajustados al conjunto de entrenamiento 01 de enero 2017 – 1 de febrero 2020 .....	50
XVII.	Prueba Ljung-Box para residuos del modelo HWDS.....	51
XVIII.	Prueba de normalidad sobre los residuos del modelo HWDS.....	52
XIX.	Prueba Ljung-Box para residuos del modelo BATS .....	53
XX.	Prueba de normalidad sobre los residuos del modelo BATS .....	54
XXI.	Valores MAPE por intervalos acumulados por día en el conjunto de pruebas.....	56
XXII.	Valores MAPE a lo largo de la semana 7 - 2020.....	59
XXIII.	Valores MAPE a lo largo de la semana 8 - 2020.....	59
XXIV.	Valores MAPE por intervalos acumulados por día durante la semana 7 – 2020.....	61
XXV.	Valores MAPE por intervalos acumulados por día durante la semana 8 – 2020.....	62
XXVI.	Valores MAPE por intervalos acumulados por día durante la semana 12 – 2020 .....	67
XXVII.	Valores MAE calculados por banda horaria y día de la semana 7 – 2020.....	69

XXVIII.	Valores MAE calculados por banda horaria y día de la semana 8 – 2020.....	69
XXIX.	Cálculo del 5 % promedio por banda horaria de la demanda pronosticada por el modelo BATS en la semana 07 – 2020 .....	70
XXX.	Cálculo del 5 % promedio por banda horaria de la demanda pronosticada por el modelo BATS en la semana 08 – 2020 .....	70

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
<b>MW</b>	Megavatios
<b>MWh</b>	Megavatios-hora
$\alpha$	Parámetro de suavizado exponencial para el nivel
$\beta$	Parámetro de suavizado exponencial para la tendencia
$\gamma_1$	Parámetro de suavizado exponencial para la primera componente de estacionalidad
$\gamma_2$	Parámetro de suavizado exponencial para la segunda componente de estacionalidad
$\omega$	Parámetro de la transformación de Box-Cox.
$e_t$	Residuos de un modelo
$\chi^2$	Valor de la distribución chi cuadrado.





## GLOSARIO

<b>ANOVA</b>	En estadística, es el Análisis de Varianza.
<b>AMM</b>	Administrador del Mercado Mayorista.
<b>AMM_d</b>	Proyección oficial de demanda con horizonte diario.
<b>AMM_s</b>	Proyección oficial de demanda con horizonte semanal.
<b>BATS</b>	Método para modelar series de tiempo con estacionalidad compleja con ecuaciones de espacio de estado.
<b>Fallas</b>	Son todos los eventos distintos de la operación normal o programada que interfieren el flujo de potencia en un sistema eléctrico y pueden afectar el suministro a la demanda.
<b>HWDS</b>	Método de Suavizado Exponencial de Holt Winters para la Doble Estacionalidad anidada.
<b>Megavatio</b>	En electricidad, es la unidad de potencia eléctrica, equivalente a un millón de vatios.
<b>Posdespacho</b>	Informe publicado por el Administrador del Mercado Mayorista de Guatemala, definido en el Artículo 65 del

Acuerdo Gubernativo Número 299-98 (Reglamento del Administrador del Mercado Mayorista).

**Potencia eléctrica** La cantidad de energía eléctrica entregada o absorbida por un elemento en un momento determinado.

**Ruido Blanco** En estadística, valores ordenados en el tiempo con media cero, varianza constante e incorrelacionados.

**Subseries** Arreglos de la serie de tiempo completa, según las variables categóricas.

## RESUMEN

En este estudio se encuentra la evaluación de distintas metodologías pertenecientes a las series de tiempo para determinar los parámetros de un modelo para el pronóstico horario de demanda de potencia eléctrica en Guatemala, el cual busca disminuir el porcentaje de variación o error en la estimación que actualmente ocurre entre lo planificado y el valor en tiempo real.

Inicialmente, se describió el comportamiento de la demanda de potencia eléctrica en Guatemala, el cual obedece a la conducta, actividad y hábitos de la población. los valores observados del período muestral desde enero 2016 hasta marzo de 2020 fueron analizados bajo métodos estadísticos no paramétricos ya que la distribución de la variable no cumplió con las pruebas de normalidad.

Luego, se evaluaron las diferencias estadísticamente significativas entre las distribuciones de frecuencia por días de la semana con el objetivo de agrupar días en sus secuencias naturales obteniendo subseries de tiempo. las cuales fueron modeladas con métodos para capturar una componente estacional. encontrando que los resultados no mejoran las proyecciones oficiales actuales.

Finalmente, se aplicaron métodos para series de tiempo cuya formulación permiten capturar estacionalidades múltiples anidadas, como lo son el Suavizado Exponencial de Holt-Winters para la Doble Estacionalidad -HWDS- y los modelos de Espacio de Estado para la Estacionalidad Múltiple con acrónimo -BATS-. concluyendo que con estas metodologías se logran obtener modelos que mejoran los pronósticos oficiales actuales y permiten cumplir los requerimientos normativos vigentes.



## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

- **Contexto general**

En el mercado eléctrico de Guatemala, un objetivo primordial es minimizar el costo operativo del sistema eléctrico de potencia que abastece a la demanda de energía eléctrica, por medio de un despacho económico en orden de mérito de los costos de generación de electricidad de las centrales estatales y privadas. Es decir, que se minimiza la sumatoria de los productos entre el costo y el volumen de generación de cada central, siempre que la sumatoria de la producción de todas las centrales satisfaga a la demanda de energía. para el muy corto plazo este optimo se busca en cada período de mercado de una hora de duración.

De forma periódica se publica una optimización de los recursos disponibles de generación de energía, es decir un despacho teórico para un horizonte diario con 24 períodos de mercado. En función de la calidad de los datos de entrada, está la calidad del despacho de energía y el cumplimiento de la función objetivo, por lo que ajustar a la realidad tanto como sea posible la curva de demanda de potencia horaria es de mucho interés, no solo para el operador del sistema sino también para los agentes que participan en el mercado mayorista de Guatemala.

- **Descripción del problema**

Las variaciones entre el dato en tiempo real de la demanda de potencia eléctrica horaria en Guatemala y el pronóstico de corto plazo (1 hora) indicado

en el programa de despacho diario, es una fuente directa en la variación de precios de oportunidad de energía de muy corto plazo, al igual que lo es la disponibilidad en tiempo real del recurso primario de generación o de las centrales generadoras.

Dado que, en todo momento la generación de electricidad debe equiparar a la demanda de potencia para mantener el balance de frecuencia en el sistema, la programación del despacho de energía eléctrica busca anticipar los recursos de generación para abastecer dicha demanda. Así, a mayor error en el pronóstico de demanda, es decir a mayores desviaciones, mayor será la variación sobre el despacho de centrales generadoras para abastecer a la demanda. Hay que mencionar que sobre la demanda no se tiene control, pero es deseable tener un buen grado de certeza del pronóstico, y a medida que se mejore el ajuste entre la demanda pronosticada y la demanda real, se reducen costos en el sistema y la variabilidad en el despacho de ciertas unidades térmicas, lo que provoca adelantos en el tiempo de los mantenimientos y aumenta sus respectivos costos de operación.

Para disminuir la variación, se buscó minimizar las desviaciones con modelos de series de tiempo, todos los resultados se obtuvieron con el programa estadístico Rstudio. Se compararon los resultados de los métodos de suavizamiento exponencial para lo cual fue necesaria la representación gráfica de la serie de datos, el análisis de sus componentes de tendencia, ciclicidad, estacionalidad y aleatoriedad. Estas indicaron el tipo de suavizado exponencial que se adecuó mejor, principalmente por la estacionalidad múltiple de la serie. por otro lado, se evaluó también la metodología establecida por Box y Jenkins (García, 2016) con la cual se necesitó diferir la serie para lograr su estacionariedad y con la ayuda de las funciones de autocorrelación simple y parcial, se determinaron los órdenes del modelo ARIMA y sus coeficientes para

pasar a la fase de evaluaciones de sus respectivos ajustes indicados por el error de los modelos.

- Formulación del problema
  - Pregunta central

¿Cuál es el modelo de mejor ajuste para el pronóstico de demanda horaria de potencia eléctrica, que permite disminuir el error de estimación de la demanda local de Guatemala en tiempo real?

- Preguntas auxiliares
  - ¿Cuáles son las principales variables exógenas que tienen impacto sobre la demanda de potencia horaria en Guatemala?
  - ¿Qué beneficios se obtienen de aplicar modelos estadísticos para predecir el comportamiento de la demanda, en contraste con las desviaciones que se observan actualmente entre el pronóstico y la demanda reportada en tiempo real?
  - ¿Cuál es el nivel de confiabilidad del modelo resultante para proyectar el consumo horario de demanda?
- Delimitación del problema

El estudio se realizó con la información disponible del Mercado Mayorista de Electricidad de Guatemala. Esta se publica diariamente y contiene la

información operativa al día inmediato anterior. La muestra para el estudio se tomó desde el año 2016 hasta marzo de 2020. El propósito del estudio fue proyectar la demanda local del mercado de Guatemala y no incluyó la demanda de exportación en las interconexiones con los sistemas vecinos México y Centro América.



## **OBJETIVOS**

### **General**

Determinar el modelo de mejor ajuste para el pronóstico de demanda horaria de potencia eléctrica en el mercado eléctrico de Guatemala que reduzca el error actual entre la estimación programada y el valor en tiempo real, por medio de técnicas estadísticas para pronósticos, como series de tiempo y métodos autorregresivos.

### **Específicos**

- Determinar las principales variables exógenas que hacen sensible a la demanda de potencia en Guatemala, por medio de la categorización de los días de operación y otras variables exógenas, para hacer susceptible al modelo propuesto y a su vez este arroje un mejor ajuste.
- Determinar un modelo de pronóstico para la demanda horaria de potencia eléctrica, mediante la aplicación de técnicas estadísticas, para disminuir las variaciones actuales entre la demanda proyectada y la demanda real.
- Delimitar los rangos aceptables de variación en los resultados del modelo, evaluando la bondad de ajuste con los datos reales, para cumplir con lo estipulado en las normas de coordinación comercial y operativa vigentes en el mercado de electricidad de Guatemala.



## RESUMEN DEL MARCO METODOLÓGICO

La metodología aplicada a este estudio se basó en el uso de modelos de pronóstico con series de tiempo, utilizando las metodologías de suavizamiento exponencial de Holt – Winters de Doble Estacionalidad, la metodología propuesta por Box-Jenkins y técnicas más recientes como los modelos BATS por sus siglas en inglés (Box-Cox transform, ARMA error, Trend and Seasonal components) para seleccionar el modelo de mejor ajuste a través de la evaluación de los errores de cada metodología.

- Características del estudio

El estudio sobre la proyección de la demanda de potencia eléctrica se clasificó como cuantitativo, puesto que se propuso obtener una predicción del comportamiento de la variable que ayudara a disminuir su variación respecto al dato real, para esto fue necesario tipificar o categorizar los comportamientos de las curvas de demanda de los días de una semana.

El alcance fue correlacional, puesto que los modelos cuantitativos propuestos evalúan la autocorrelación en la misma serie de tiempo para definir sus propios parámetros.

Debido a la naturaleza de la variable en estudio no fue posible adoptar un diseño experimental, puesto que se carece de control sobre la variable u otras variables que puedan afectarla.

Sin embargo, se contó con una serie de datos suficientemente extensa para el desarrollo del modelo, desde 2016 hasta marzo 2020.

- Unidades de análisis

La población de estudio estuvo conformada por las lecturas de carga horaria sobre la demanda de potencia eléctrica local de Guatemala, las cuales por naturaleza conforman una serie de tiempo.

- Variables

Las variables en estudio se describen en la tabla I.

Tabla I. **Variabes de estudio**

<b>Variable</b>	<b>Definición teórica</b>	<b>Definición operativa</b>
Demanda de potencia eléctrica	La potencia eléctrica es la proporción por unidad de tiempo, o ritmo, con la cual la energía eléctrica es transferida por un circuito eléctrico.	La demanda de potencia eléctrica en Guatemala publicada diariamente se calcula como la sumatoria de la potencia eléctrica aportada por cada central generadora en un instante de tiempo dentro de un período de mercado horario, su unidad de medida es el Watt o Vatio [W], para fines prácticos se utilizó el MW = $1 \times 10^6$ W.

Continuación de la tabla I.

---

Curva típica de carga diaria	Es la forma característica o perfil a lo largo de un día que toma la serie temporal de demanda de potencia eléctrica.	Tiene un comportamiento característico para cada tipo de día (laboral, entre semana, fin de semana, asueto, entre otros). Aunque al ser una sucesión de valores de demanda, estos están expresados en MW, para fines prácticos en este trabajo no tuvo unidad de medida, más bien sirvió como categorizaciones preliminares de la variable.  Demanda alta: días laborales de lunes a viernes. Demanda intermedia: sábados. Demanda baja: domingos.
------------------------------	---	--

---

Fuente: elaboración propia.

- Técnicas de análisis de información
  - Prueba de Kruskal-Wallis: prueba no paramétrica que compara tres o más poblaciones para determinar diferencias estadísticamente

significativas. se utilizó esta herramienta para categorizar la demanda de potencia eléctrica y agruparla en subseries de tiempo.

- Pruebas de normalidad: por la cantidad de datos que se esperaban, se utilizó la prueba de Kolmogorov-Smirnov sobre los residuos del modelo, para comprobar la normalidad en la distribución de los residuos de éste.
- Metodología de Box y Jenkins: se utilizó esta metodología para la formulación de modelos ARIMA, fue necesario transformar los datos para obtener estacionariedad en las series. para determinar qué tipo de modelo se ajustó mejor, para lo cual se utilizaron los correlogramas simples y parciales, una vez que el modelo se identificó, fue necesaria la estimación de los coeficientes y de las constantes, con la ayuda de criterios como mínimos cuadrados y máxima verosimilitud, facilitados en el paquete estadístico Rstudio.
- Métodos de suavizado exponencial: se utilizó la gama de posibilidades de los métodos de suavizado exponencial para modelar dos componentes estacionales, estos no necesitan que la variable tenga distribución normal o presente estacionariedad.
- Transformación Box-Cox: herramienta cuyo parámetro  $\omega$  permitió definir el tipo de transformación entre el logaritmo natural y una transformación de potencia, con el objetivo de hacer la variación estacional de la serie aproximadamente igual a lo largo de ésta.
- Prueba de Ljung-Box: prueba para comprobar la incorrelación entre las observaciones de una serie de tiempo, se utilizó para evaluar

mediante el análisis de los residuos de los modelos, que éstos capturaron la mayor información posible de los datos de muestra.

- Análisis gráfico: se utilizó el análisis de diferentes gráficas para describir y evidenciar el comportamiento de la serie de tiempo en estudio, de igual forma para el análisis de sus componentes y los resultados de los modelos.
- Software estadístico: se utilizó el paquete de software Microsoft Excel 2016, y RStudio versión 3.6.3.





## INTRODUCCIÓN

A continuación, se presenta un estudio realizado sobre la proyección de demanda de potencia eléctrica local en Guatemala. Es decir que solo abarca la proyección para los valores delimitados al territorio nacional, y se dejó de lado la demanda de exportación.

Los valores de demanda local reflejan el comportamiento y hábitos de la población. Esta desarrolla actividades con alto grado de repetitividad y monotonía. Se esperaba que la aplicación de métodos para modelar series de tiempo diera buenos resultados, lo cual si sucedió.

En el capítulo uno se presenta la teoría seleccionada de las series de tiempo que permiten una modelación de alta frecuencia para el muy corto plazo que en este caso obedece a 33 valores diarios.

El capítulo dos muestra el resultado de aplicar métodos no paramétricos al análisis de datos de la demanda de potencia eléctrica y el resultado de dividir la serie completa en subseries de tiempo agrupadas por días con diferencias estadísticas no significativas. En este mismo capítulo se presenta el resultado de aplicar las metodologías para modelar series de tiempo con estacionalidad múltiple, con muy buenos resultados y que permitió alcanzar los objetivos planteados.

El capítulo tres ofrece el análisis de los resultados y se concluye con las metodologías que permiten ajustar un modelo de demanda con el menor error posible dentro de la estadística clásica.



# **1. MARCO REFERENCIAL**

## **1.1. Estudios previos**

En las últimas dos décadas, varios países de Latinoamérica han migrado de un sistema eléctrico de potencia verticalmente integrado, el cual tradicionalmente fue operado por cada Estado, hacia una estructura de mercado de competencia, que procura optimizar los costos operativos como respuesta a la incapacidad de muchos Estados de financiar la expansión del servicio de energía con calidad y eficiencia. Existe un número reducido de excepciones a estos casos, sin embargo, para la mayoría, la situación se agravó en las décadas de 1980 y 1990 (Millán, 2006). Con esta migración se esperaba transparentar los costos de operación. Evidenció que no solo en Guatemala sucedía esto. Es importante señalar que en una estructura de mercado se aspira a la transparencia máxima de la operación y tener acceso a la información del sistema, incluyendo la demanda real de potencia y sus pronósticos, siempre que se respete aquella información que sea confidencial y cuya divulgación atente contra la integridad de los participantes.

En un mercado de electricidad los participantes generadores venden su producción de energía, su potencia y algunos servicios complementarios esenciales para el funcionamiento del sistema, con aquellos participantes consumidores que requieren de estos productos y servicios para sus propios procesos productivos, por lo que esta investigación enfatiza la importancia de la predicción de demanda de potencia en un mercado de competencia.

Ya sea una estructura verticalmente integrada o de mercado competitivo, el objetivo del sistema eléctrico de potencia es el mismo, abastecer una demanda de energía eléctrica. por lo que operar el mercado de electricidad requiere de proyecciones de demanda por abastecer con la generación de electricidad a partir de los recursos disponibles, sean estos renovables o no. Sin embargo, la demanda de potencia o la curva de consumo de energía es difícil de pronosticar porque es sensible a factores externos que inciden en el comportamiento de la población y la industria. Aun así, es necesario que la generación eléctrica equipare a la demanda en todo momento, con el fin de mantener la frecuencia de sincronismo lo más estable posible.

Existe una correlación positiva entre el crecimiento anual del producto interno bruto y el consumo de energía eléctrica, así como con la demanda de potencia. Ejemplos de esta correlación están plasmados en los informes de programación de largo plazo. El último disponible, durante la redacción de este trabajo corresponde al año estacional 2019 – 2020, (Administrador del Mercado Mayorista [AMM], 2019). el AMM quien funge como Operador del Sistema y de Mercado en Guatemala, con base en esta información y en modelos estadísticos de series temporales, realiza proyecciones de carácter indicativo de consumo de energía y demanda de potencia para los siguientes dos años, con el fin de simular la operación del sistema y el abastecimiento de la demanda.

Sin embargo, se debe mencionar que estas son proyecciones para el largo plazo. por lo que no se pretende abordar en este trabajo dichas variables, ya que el objetivo es realizar la proyección para el muy corto plazo desde 1 hasta 168 horas o períodos de mercado, es decir, desde un día hasta una semana. aun así, conocer estas relaciones entre ambos indicadores es un dato importante en función de la metodología aplicada.

De acuerdo con Hinojosa (2008), el pronóstico de demanda de corto plazo es una tarea esencial en la planificación, análisis y operación de sistemas de suministro de energía eléctrica. Las grandes variaciones entre el pronóstico de demanda y los valores reales de demanda de muy corto plazo distorsionan el despacho real de las centrales de generación de un sistema respecto del plan diario de operación, en el cual se optimiza el costo operativo del sistema. Por lo tanto, tienen un impacto perjudicial en el mercado. Esto se concreta en los sobrecostos que causa a la operación y en costos marginales no esperados. Adicionalmente, menciona que para el corto plazo las variables climáticas (temperatura, humedad, velocidad del viento, etc.) son causas directas de la variabilidad del consumo de energía.

Este autor propone una metodología mediante lógica difusa para determinar las entradas exógenas al modelo de pronóstico (las variables climáticas, categorización de días laborales, asuetos, entre otros). Dicho modelo convierte variables cuantitativas en valores cualitativos mediante un proceso que utiliza funciones gaussianas. El método por Razonamiento Inductivo Difuso tiene una simulación cualitativa que compara los datos de prueba con sus “k” vecinos más cercanos de una base de datos de entrenamiento e interpola entre las salidas previamente observadas. Por lo tanto, aprende y analiza los patrones observados de las señales medidas y predice el comportamiento futuro a base de su propio pasado sin identificar el sistema del cual las señales fueron generadas.

A la vez, el autor cita algunos de los métodos usados tradicionalmente, en los que destacan métodos estadísticos como, regresión lineal, suavizamiento exponencial, Filtro de Kalman y Estimación de Estado, Modelos Econométricos (AR, MA, ARMA, ARIMA, SARIMA y SARIMAX), Redes Neuronales Artificiales y Redes Recurrentes. Sin embargo, como principal aporte a este estudio se destaca el uso de los modelos con componente estacional.

Otros autores como Valencia, Lozano y Moreno (2007) coinciden en que a medida que se disminuyan las desviaciones del pronóstico de demanda, se mejora la programación de las unidades de generación y se evita la publicación de redespachos donde se requiera nueva generación más costosa o se prescindan de generación con restricciones o muy poca versatilidad en su arranque y parada. Además, exponen que pronosticar la demanda de potencia, permite tener planes de operación para atender el consumo energético, con cierto grado de certeza. Este es un aporte importante a la investigación, ya que se debe tomar en cuenta que los pronósticos deben ir acompañados de un grado de certeza.

También es importante destacar que analizan los valores de demanda de potencia y consumo de energía como dos series temporales. Por esto es uno de los principales aportes a este trabajo, además de ejemplificar el uso de promedios móviles acompañado de filtros de tipo de día que permitieron generar pronósticos de demanda con bajo error respecto al valor real ( $\pm 5\%$ ), específicamente para el caso del consumo energético en el Valle del Cauca, Colombia. Los resultados presentados por los autores son alentadores en cuanto a la bondad del método y utilizan los conceptos de error cuadrático medio y el error absoluto porcentual medio para la comparación con otros métodos propios del operador de sistema de dicha región.

Otras fuentes como Fernández (2016) toman modelos existentes con los cuales, luego de analizar el efecto que induce una mala predicción sobre días posteriores, introduce una modificación en este. Este es el caso del modelo de Red Eléctrica Española encargado de operar el sistema y el mercado eléctrico español. En este caso, el autor retoma el modelo, analiza y trata de mejorar la predicción de demanda en períodos de alto error cuadrado medio.

Utilizando los datos de los días con error alto (mayor al 4 %) localizados en un período de 3 años, pueden observarse patrones dados por días libres, eventos puntuales cíclicos, entre otros, que sirven para introducir correcciones en el modelo de pronóstico. Como aporte a este trabajo hay que resaltar el concepto de ajuste horario que presenta en su aplicación, ya que a diferencia de otros modelos no observa solamente el mismo período de mercado de  $n$  días precedentes para su serie temporal, sino que tiene la libertad de evaluar la tendencia de las  $t$  horas precedentes, al período de mercado, lo cual, por la conceptualización del mercado intradiario español es de gran importancia, aunque para el caso de Guatemala no exista como tal la figura de mercado intradiario.

Existen también estudios del consumo de energía sobre circuitos o zonas, tal es el caso que desarrolla Pérez (2017), en el que implementa un modelo ARIMA para el pronóstico de demanda del circuito que alimenta el consumo de energía en Melilla, España.

Aunque el referido estudio se aplica a una carga relativamente pequeña, (84 MW) presenta un detalle bien explicado de la aplicación del modelo, por lo que provee una serie de pasos a seguir los cuales pueden indicar o servir de guía a esta investigación, de modo que este fue el principal aporte de esta referencia.

Murto (citado por Tabares y Hernández, 2009) publica investigaciones sobre la demanda eléctrica y sus determinantes en varios países. Estas permiten identificar un conjunto de variables comunes que explican la evolución de la demanda eléctrica en el tiempo. Es importante hacer énfasis en que estas variables aportan explicaciones a las variaciones que sufre una curva típica de carga o demanda.

Este aporte fortaleció los filtros que los autores anteriores mencionan de forma recurrente como entradas a los diferentes modelos referidos. Entre las variables se encuentran: hora del día, día de la semana, días festivos o asuetos, mes del año, épocas de vacaciones, condiciones meteorológicas, temperaturas, crecimientos económicos y algunos factores no predecibles.

Con la información aportada por la curva de carga se buscan dos objetivos: el primero, prever y adaptarse a la demanda en los plazos corto y mediano, para preparar la operación del sistema. A largo plazo, para promover la construcción de nuevas centrales y líneas de transmisión para el suministro futuro. El segundo objetivo es gestionar la demanda, es decir, indicar a los consumidores por medio de una señal económica adaptar su consumo eléctrico para lograr una mayor eficiencia conjunta de operación, (Tabares y Hernández, 2009).

Murillos, Trejos y Carvajal (2003) desarrollan un modelo ARIMA para el pronóstico de demanda de potencia en Colombia, el cual puede estudiarse detenidamente y está disponible en aplicación *E-views*, pero el principal aporte a este trabajo radica en que, para cada uno de los 24 períodos de mercado u horas del día, proponen construir un modelo ARIMA con 365 observaciones. Estas sugieren una cantidad confiable para el pronóstico, de hecho, muestran los parámetros del modelo escogido para una hora en particular, con sus respectivas pruebas gráficas (correlogramas) y analíticas (pruebas de normalidad sobre los residuos).

Un aporte valioso para este estudio es la aplicación de filtros dinámicos mediante la tipificación de los días del año en días laborales, festivos, asuetos, entre otros que realizan Gómez, Carreño y Caviedes (2010), para el caso de Colombia y que son utilizados como datos de entrada para un modelo de



predicción horario de demanda de potencia, cuya mecánica podría aplicarse para el caso de Guatemala por ser países con costumbre similares.

Gómez et al. (2010) adicionalmente, presentan los resultados de evaluar distintos modelos para la proyección de la demanda de electricidad, entre las cuales están: promedios móviles, modelo potencial para una regresión lineal, modelo autorregresivo (ARIMA) y Redes neuronales.

La mayoría de las fuentes consultadas coinciden en recurrir a las metodologías que se circunscriben a las series temporales. Por lo anterior las metodologías para los modelos autorregresivo de media móvil y para los suavizados exponenciales fueron el enfoque para la evaluación del modelo de este trabajo para el pronóstico de demanda de potencia eléctrica en Guatemala.



## **2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1. Pronósticos**

La necesidad de generar pronósticos está presente en casi todas las disciplinas de la sociedad moderna, existen innumerables métodos y esfuerzos para mejorar constantemente los resultados de los pronósticos.

Hyndman y Athanasopoulos (2018), indican que el pronóstico es una tarea estadística común para prever condiciones para la producción, programación y guías en la planificación.

Definen el pronóstico como la predicción del futuro con la mayor precisión posible, tomando en cuenta la información histórica y el conocimiento de variables futuras que influyan en el mismo.

De acuerdo con Samaniego (2002), los tipos de pronósticos pueden clasificarse en: cualitativos y cuantitativos.

Los métodos cualitativos están fuertemente relacionados con la experiencia, el conocimiento y capacidades de razonamiento, estos tienen la característica de que su funcionamiento no considera indispensable una formulación matemática.

Por otro lado, los métodos cuantitativos tienen como base la construcción de modelos basados en ecuaciones matemáticas o métodos estadísticos, como los que abordan el estudio de las series de tiempo en los cuales, según el número

de observaciones de la variable de interés, los pronósticos se adecuan y utilizan para el muy corto, corto, mediano o largo plazo.

## **2.2. Series de tiempo**

Se entiende por serie de tiempo una sucesión de valores que una variable toma a lo largo de intervalos constantes de tiempo, (García, 2016), adicionalmente, una serie de tiempo tiene 4 componentes que ayudan a describirla: tendencia, ciclicidad, estacionalidad e irregularidad.

### **2.2.1. Tendencia**

Esta componente describe el aumento o disminución del valor de la variable, se puede referir a ella como la dirección cambiante de la serie. (Hyndman y Athanasopoulos, 2018)

### **2.2.2. Ciclicidad**

Se presenta como variaciones en forma de onda que oscilan alrededor de la tendencia, tiene amplios lapsos de duración irregular, típicamente se logran observar cuando la historia de la serie es larga. (García, 2016)

### **2.2.3. Estacionalidad**

Son patrones que se repiten con forma regular, de acuerdo con condiciones externas y en espacios de tiempo constantes. (Webster, 2000)

### **2.2.3.1. Frecuencia de una serie de tiempo**

Según Hyndman y Athanasopoulos (2018), la frecuencia de una serie de tiempo se define como el número de observaciones antes de que se repita el patrón estacional.

Aunque las series de tiempo no están estrictamente limitadas a un período estacional anual, la mayoría de éstas son orientadas para su modelación y pronóstico en períodos anuales, aun así, los períodos estacionales para una serie de tiempo están en libertad de ser definidos a conveniencia del estudio y según la naturaleza de la variable en cuestión.

Partiendo de lo anterior, aunque no hay una regla específica que clasifique a las series de tiempo por su número de observaciones, la frecuencia de estas y la naturaleza del período estacional dentro de un año calendario, sugiere que las series pueden ser de muy alta, alta o baja frecuencia, es decir, para observaciones de una variable en cada hora, dentro de un período estacional diario o semanal, sugiere que es un serie de muy alta frecuencia, si se toma en cuenta que durante un año no bisiesto existen hasta 8760 observaciones de la serie.

### **2.2.3.2. Estacionalidad múltiple**

Las series de tiempo con frecuencia alta o muy alta usualmente presentan patrones estacionales más complejos, por ejemplo, lecturas horarias de una variable pueden obedecer a una estacionalidad de longitud diaria, con 24 valores, a su vez presentar una estacionalidad mayor cada 168 valores con una longitud semanal y seguidamente de una estacionalidad anual, lo cual se conoce como estacionalidades anidadas. (Hyndman y Athanasopoulos 2018)

#### **2.2.4. Variaciones irregulares**

Son todas las variaciones producidas por sucesos inusuales, con patrones no discernibles (Webster, 2000). Se dice que esta componente recoge todos los efectos que no se capturan en las 3 componentes descritas anteriormente.

#### **2.2.5. Esquemas de modelos de las series de tiempo**

Para fines de modelación, si las componentes de una serie de tiempo pueden tratarse de forma independiente, la serie se puede representar mediante la suma de sus componentes y constituyen un modelo aditivo. (García, 2016)

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t \quad (\text{Ec. 1})$$

Si las componentes no se pueden tratar de forma independiente y denotan una relación entre estas, el esquema es multiplicativo. (García, 2016)

$$Y_t = T_t * C_t * S_t * I_t \quad (\text{Ec. 2})$$

Por último, ya que la componente aleatoria es impredecible, es común que esta actúe de forma independiente y de lugar al esquema mixto. (García, 2016)

$$Y_t = T_t * C_t * S_t + I_t \quad (\text{Ec. 3})$$

donde:

$Y_t$ : valor de la serie en el período t

$T_t$ : componente de Tendencia

$C_t$ : componente cíclica

$S_t$ : componente de estacionalidad

$I_t$ : componente aleatoria o irregular

### 2.3. Suavizados exponenciales para series de tiempo

Según Hyndman y Athanasopoulos (2018), el suavizado exponencial surgió a finales de la década de 1950 y forma parte de los métodos de pronóstico más exitosos y a su vez, relativamente simples.

Los pronósticos producidos por estos métodos son medias ponderadas de valores históricos, a los cuales se asignan pesos que decaen exponencialmente conforme las observaciones se alejan del período más reciente, análogamente, cuanto más reciente es el valor histórico, mayor peso asociado tiene.

Estos métodos generan pronósticos confiables para una amplia gama de series de tiempo, son fáciles de aplicar, por lo que representan una alternativa común para un enorme número de aplicaciones.

Tradicionalmente se conocen 3 tipos de suavizado exponencial. El suavizado exponencial simple cuya aplicación es para series sin tendencia clara ni estacionalidad, este primer método posee un parámetro  $\alpha$  cuyo valor oscila entre 0 y 1, se pondera a la observación más reciente con dicho parámetro  $\alpha$  y a la predicción más reciente con un peso de  $1-\alpha$ , lo anterior se expresa en la siguiente ecuación. (García, 2016)

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) \hat{Y}_t \quad (\text{Ec. 4})$$

donde:

$\hat{Y}_{t+1}$ : predicción para el período subsiguiente al período t

$\hat{Y}_t$ : predicción para el período t

$Y_t$ : observación real de la variable en el momento t

$\alpha$ : parámetro de suavizado, con valor entre 0 y 1

El decaimiento exponencial de las observaciones pasadas se hace evidente si se expande la ecuación 4, al expresar la predicción  $\hat{Y}_t$  en términos de los valores correspondientes a los períodos anteriores, así:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) * (\alpha Y_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{Y}_{t-1}) = \alpha Y_t + \alpha(1 - \alpha) Y_{t-1} + (1 - \alpha)^2 \hat{Y}_{t-1} \quad (\text{Ec. 5})$$

De forma recursiva, se puede seguir sustituyendo el valor  $\hat{Y}_{t-n}$ , y el resultado será una media móvil, ponderada de las observaciones pasadas:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + \alpha(1 - \alpha) Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 Y_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 Y_{t-3} + \alpha(1 - \alpha)^4 Y_{t-4} + \dots + \alpha(1 - \alpha)^{t-1} Y_1 + (1 - \alpha)^t \hat{Y}_1 \quad (\text{Ec. 6})$$

Seguidamente, surgió el suavizado exponencial doble conocido como suavizado de Holt, el cual agrega un parámetro  $\beta$  adicional al suavizado simple, que también toma valores entre 0 y 1. adicionalmente agrega una ecuación para la tendencia de la serie y una segunda ecuación que es la suma de los componentes de nivel y tendencia.

En 1960, el método de Holt fue extendido para modelar la estacionalidad, conocido como suavizado triple o de Holt Winters, aquí se agrega un tercer



parámetro  $\gamma$ , que de forma similar a  $\alpha$  y  $\beta$ , oscila entre los valores 0 y 1. (Hyndman y Athanasopoulos, 2018).

La ecuación de pronóstico bajo este método para el esquema aditivo viene dada por:

$$\hat{Y}_{t+h|t} = L_t + hB_t + S_{t+h-m(k+1)} \quad (\text{Ec. 7})$$

Y sus ecuaciones para el nivel, la tendencia y la estacionalidad están dadas por:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-m}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + B_{t-1}) \quad (\text{Ec. 8})$$

$$B_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)B_{t-1} \quad (\text{Ec. 9})$$

$$S_t = \gamma(Y_t - L_{t-1} - B_{t-1}) + (1 - \gamma)S_{t-m} \quad (\text{Ec. 10})$$

donde:

$\hat{Y}_{t+h|t}$ : valor pronosticado de la serie en el período subsiguiente a t

$Y_t$ : observación real de la variable en el momento t

$m$ : número de períodos de la estacionalidad

$L_t$ : nivel de la serie

$B_t$ : tendencia de la serie

$S_t$ : estacionalidad de la serie

$h$ :  $[(h - 1) \text{ mod } m] + 1$

$\alpha$ : parámetro de suavizado para el nivel

$\beta$ : parámetro de suavizado para la tendencia

$\gamma$ : parámetro de suavizado para la estacionalidad

Las ecuaciones anteriormente mostradas obedecen al esquema aditivo del método, las ecuaciones para el esquema multiplicativo contienen los mismos términos, sin embargo, las relaciones aritméticas entre estos varían.

Los índices  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , se calculan con una optimización no lineal sobre los valores que minimizan el error entre los datos reales y los valores ajustados. Para todos los métodos de suavizado exponencial se deben inicializar los índices de nivel, tendencia y estacionalidad, Trull (2019) realiza una revisión detallada de los métodos de inicialización para estos modelos.

### **2.3.1. Suavizado exponencial para doble estacionalidad**

Taylor (2003) propuso un método conocido como suavizado exponencial de Doble Estacionalidad de Holt Winters, el cual agrega un parámetro y una ecuación más al método de Holt Winters para capturar la doble estacionalidad anidada de una serie de tiempo, lo que suele ser común en las series de alta frecuencia con valores horarios.

Específicamente, el desarrollo de este método fue aplicado para obtener pronósticos de la demanda de potencia eléctrica en Inglaterra y Gales.

Sin embargo, el método profundiza más allá de la ponderación de observaciones pasadas para las componentes estacionales anidadas de la serie, ya que al realizar una validación en los residuos, (Taylor, 2003) observó que existía una correlación entre estos, lo cual se podía modelar agregando un ajuste por un modelo autorregresivo de orden 1 AR(1). Esto, finalmente, mejoraba notoriamente los resultados para los pronósticos de demanda en intervalos de media hora y con horizonte semanal.

Las ecuaciones modificadas en el suavizado exponencial de Holt-Winters para la Doble Estacionalidad presentadas por Taylor (2003) son las siguientes:

$$L_t = \alpha \left[ \frac{Y_t}{(S1_{t-m_1} * S2_{t-m_2})} \right] + (1 - \alpha)(L_{t-1} + B_{t-1}) \quad (\text{Ec. 11})$$

$$B_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)B_{t-1} \quad (\text{Ec. 12})$$

$$S1_t = \gamma_1 \left[ \frac{Y_t}{(L_t * S2_{t-m_2})} \right] + (1 - \gamma_1)S1_{t-m_1} \quad (\text{Ec. 13})$$

$$S2_t = \gamma_2 \left[ \frac{Y_t}{(L_t * S1_{t-m_1})} \right] + (1 - \gamma_2)S2_{t-m_2} \quad (\text{Ec. 14})$$

$$\hat{Y}_{t+h|t} = (L_t + hB_t) * S1_{t+h-m_1} * S2_{t+h-m_2} + \phi_{AR}^h \varepsilon_t \quad (\text{Ec. 15})$$

donde:

$\hat{Y}_{t+h|t}$ : valor pronosticado de la serie en el período subsiguiente a t

$Y_t$ : es la observación real de la variable en el momento t

$m_1$ : número de períodos de la estacionalidad 1

$m_2$ : número de períodos de la estacionalidad 2

$L_t$ : nivel de la serie

$B_t$ : tendencia de la serie

$S1_t$ : estacionalidad 1 de la serie

$S2_t$ : estacionalidad 2 de la serie

$h$ :  $[(h - 1) \text{ mod } m] + 1$

$\alpha$ : parámetro de suavizado para el nivel

$\beta$ : parámetro de suavizado para la tendencia

$\gamma_1$ : parámetro de suavizado para la estacionalidad 1

$\gamma_2$ : parámetro de suavizado para la estacionalidad 2

$\phi$ : Parámetro para el ajuste de correlación de primer orden

Todos los métodos de suavizado permiten una estacionalidad multiplicativa o aditiva, según lo requiera la serie, esto modifica las operaciones aritméticas en las ecuaciones de cada caso.

Cabe mencionar que Taylor (2010) desarrolló el método para una tercera estacionalidad, con lo cual agrega una componente estacional anual a la modelación de la serie, que a su vez significa un parámetro adicional de suavizamiento, una ecuación adicional para la tercera estacionalidad y un término más a la ecuación del valor pronosticado para el período  $t$ .

#### **2.4. Modelos de espacio de estado de innovaciones**

Los modelos de espacio de estado de innovación constituyen la evolución de los métodos de suavizado exponencial para que puedan formularse modelos estocásticos como tal (Hyndman y Athanasopoulos, 2018).

Es decir, los métodos de suavizado exponencial, expuestos anteriormente, carecen de intervalos de confianza en cada predicción, y se limitan únicamente a pronósticos puntuales.

Por eso, no cumplen con el concepto de modelos estadísticos, los cuales son procesos que generan datos estocásticos y que producen una distribución de pronósticos completa.

Estos modelos de espacio de estado agregan una distribución estadística de errores a las ecuaciones de suavizado exponencial, que se distribuyen de forma normal e independiente. Hyndman y Athanasopoulos (2018), sugieren la siguiente notación para dichos errores:

$$e_t \sim NID(0, \sigma^2)$$

Lo cual significa: distribuidos de forma normal e independiente con media cero y varianza constante.

Para cada método de suavizado exponencial, se pueden modelar los errores ya sea de forma aditiva o multiplicativa, a su vez cada modelo consiste en una ecuación que describe los datos observados y ecuaciones de estado que describen cómo los componentes de la serie cambian con el tiempo.

Por ejemplo, para el método de suavizado exponencial simple, en el que el valor pronosticado de forma puntual es igual al valor pronosticado con la ecuación de suavizamiento para el nivel, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\hat{Y}_{t+1} = L_t \quad (\text{Ec. 16})$$

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)L_{t-1} \quad (\text{Ec. 17})$$

Estas últimas se pueden reescribir como:

$$L_t = L_{t-1} + \alpha(Y_t - L_{t-1}) \quad (\text{Ec. 18})$$

Y por tanto  $(Y_t - L_{t-1}) = (Y_t - \hat{Y}_{t-1})$  constituye el residuo  $e_t$  en el período  $t$ .

Esto constituye un modelo de espacio de estado de innovaciones subyacente al suavizado exponencial simple y su ecuación es:

$$Y_t = L_{t-1} + e_t \quad (\text{Ec. 19})$$

Para denominar y distinguir estos modelos se utiliza la siguiente notación ETS (-, -, -) (Hyndman y Athanasopoulos, 2018). Aquí, las letras representan la inicial en inglés del nombre de las componentes del modelo con el siguiente orden (Error/Error, Trend/Tendencia, Seasonal/Estacionalidad), mientras que, para la distinción del modelo en cuestión, se utilizan los caracteres encerrados entre paréntesis. Cada una de las componentes está limitada al conjunto de iniciales que se muestra a continuación, lo cual indica como actúan las componentes en cada modelo, ya sea de forma aditiva o multiplicativa:

Error = {A, M}, Tendencia = {N, A, Ad} y Estacionalidad= {N, A, M}. (Ec. 20)

donde:

N: Nulo o no existente

A: Aditivo

M: Multiplicativo

Ad: Aditivo amortiguado

Por ejemplo, un modelo de Holt con errores aditivos y estacionalidad aditiva, se denota como ETS(A,A,N)

Un modelo de Holt-Winters con errores y estacionalidad multiplicativa y a su vez tendencia aditiva amortiguada, se denota como ETS(M,M,Ad).

En el anexo 1 se encuentra una tabla que muestra las ecuaciones para modelos de espacio de estado, por tipo de error y posibles configuraciones de estacionalidad y tendencia.

### 2.4.1. Modelos de espacio de estado de innovaciones para patrones estacionales complejos (BATS y TBATS)

Para extender el método de suavizado exponencial con múltiple estacionalidad, De Livera, Hyndman y Snyder (2011) desarrollan los modelos BATS, cuyas siglas son un acrónimo al uso de las transformaciones de Box-Cox, la corrección de la autocorrelación en los errores por medio de modelación autorregresiva y media móvil, el uso de tendencia y de las componentes estacionales, para la modelación de una serie de tiempo.

La formulación es la siguiente:

$$Y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{Y_t^{(\omega)} - 1}{\omega}, & \omega \neq 0 \\ \log(Y_t), & \omega = 0 \end{cases} \quad (\text{Ec. 20})$$

$$Y_t = L_{t-1} + \phi B_{t-1} + \sum_{i=1}^T S_{t-m_i}^{(i)} + d_t \quad (\text{Ec. 21})$$

$$L_t = L_{t-1} + \phi B_{t-1} + \alpha d_t \quad (\text{Ec. 22})$$

$$B_t = (1 - \phi)B + \phi B_{t-1} + \beta d_t \quad (\text{Ec. 23})$$

$$S_t^{(i)} = S_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i d_t \quad (\text{Ec. 24})$$

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-1} + \sum_{i=1}^q \theta_i e_{t-i} + e_t \quad (\text{Ec. 25})$$

donde:

$Y_t^{(\omega)}$ : representa la transformación Box-Cox aplicada a la serie con parámetro  $\omega$

$Y_t$ : es la observación real de la variable en el período  $t$

$L_t$ : nivel de la serie en el período  $t$

$m_i$ : período estacional  $i$ -ésimo

$B$ : tendencia a largo plazo

$B_t$ : tendencia de la serie a corto plazo en el período  $t$

$S_t^{(i)}$ : i-ésima componente estacional en el momento t

$d_t$ : modelo ARMA(p,q)

$e_t$ : proceso de ruido blanco con media cero y varianza constante

$\alpha$ : parámetro de suavizado para el nivel

$\beta$ : parámetro de suavizado para la tendencia

$\gamma_i$ : parámetro de suavizado para la estacionalidad  $1, \dots, T$

$\phi$ : constante de amortiguamiento para la tendencia, con el objetivo de asegurar la convergencia a la tendencia a corto plazo y no a cero.

Para la distinción de los modelos BATS, se utiliza la estructura con los siguientes argumentos  $(\omega, \phi, \{p, q\}, m_1, m_2, \dots, m_T)$ , para indicar el parámetro Box-Cox ( $\omega$ ), el parámetro de amortiguación ( $\phi$ ), los parámetros ARMA (p y q) y los períodos estacionales  $(m_1, \dots, m_T)$ .

Un modelo con suavizado exponencial de Holt-Winters para doble estacionalidad como el descrito por Taylor (2003) está dado por BATS  $(1, 1, \{0, 0\}, m_1, m_2)$ . y si se agrega el ajuste AR (1) para capturar la autocorrelación de los residuos descrito por el mismo autor, el modelo está dado por BATS  $(1, 1, \{1, 0\}, m_1, m_2)$ .

El modelo aditivo triple estacional de Holt-Winters con ajuste AR (1) descrito en Taylor (2010) está dado por BATS  $(1, 1, \{1, 0\}, m_1, m_2, m_3)$ .

De Livera et al (2011) también plantean un modelo con términos trigonométricos basados en la transformada de Fourier para las estacionalidades del modelo, con el objetivo de atender posibles estacionalidades no enteras.

$$S_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} S_{j,t}^{(i)} \quad (\text{Ec. 26})$$



$$S_{j,t}^{(i)} = S_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + S_{j,t-1}^{*(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + \gamma_1^{(i)} d_t \quad (\text{Ec. 27})$$

$$S_{j,t}^{*(i)} = -S_{j,t-1}^{(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + S_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + \gamma_2^{(i)} d_t \quad (\text{Ec. 28})$$

donde:

$\gamma_1^{(i)}, \gamma_2^{(i)}$ : son parámetros de suavizado

$\lambda_j^{(i)}$ :  $2\pi j/m_i$

$S_{j,t-1}^{(i)}$ : describe el nivel estocástico el  $i$ -ésimo componente estacional

$S_{j,t-1}^{*(i)}$ : describe el crecimiento estocástico en el nivel del  $i$ -ésimo componente estacional, necesario para describir el cambio en el componente estacional.

$k_i$ : el número de armónicos requeridos para la  $i$ -ésima componente estacional.

Al reemplazar la componente estacional en las ecuaciones anteriormente descritas en el modelo BATS, por la formulación trigonométrica se obtiene una nueva modelación denominada TBATS, cuyos argumentos se denotan de la siguiente forma  $\text{TBATS}(\omega, \phi, \rho, q, \{m_1, m_1\}, \{m_2, k_2\}, \dots, \{m_T, k_T\})$ .

## 2.5. Modelado de procesos estocásticos

El concepto de proceso estocástico según García (2016), es una ordenación en el tiempo de variables aleatorias  $Y_t$ , el conjunto de estas observaciones se denomina realización o trayectoria de una serie de tiempo.

### 2.5.1. Modelos autorregresivos de orden $p$ (AR)

Este modelo expresa la proyección de la serie temporal en función de la correlación con sus observaciones pasadas o retardos ( $t-p$ ) más una componente de aleatoriedad. (González, 2009)

### **2.5.2. Modelos de medias móviles de orden $q$ (MA)**

Este modelo expresa la proyección de la serie temporal en función de la aleatoriedad que recoja los valores medios de sus ( $q$ ) observaciones pasadas. (González, 2009)

### **2.5.3. Modelos autorregresivos de medias móviles, ARMA ( $p,q$ )**

Con este proceso, en el que se incorpora una componente autorregresiva y una componente de media móvil, la serie temporal es una función de la correlación con sus observaciones pasadas o retardos ( $p$ ) y la media de sus observaciones pasadas ( $q$ ).

### **2.5.4. Modelos autorregresivos integrados de medias móviles, ARIMA ( $p,d,q$ )**

Para que la serie de tiempo se analice como un modelo ARMA, es necesario que presente estacionariedad, de lo contrario, suele aplicársele a la serie de datos una transformación o una diferenciación, para alcanzar esta condición. Al número de diferenciaciones aplicadas sobre la serie se le denomina orden de integración, (González, 2009). Así las siglas ARIMA hacen referencia a un modelo Autorregresivo Integrado de Medias Móviles de orden ( $p,d,q$ ).

Box y Jenkins (citado por García, 2016) desarrollaron modelos para series temporales con dependencia comprobada entre los de datos, es decir, cada valor en algún momento es función de un valor anterior.

De acuerdo con Chong y Aguilar (2016) la metodología de Box y Jenkins se resume en cuatro fases siguientes:

La primera es identificar los órdenes ( $p$ ,  $q$  y  $d$ ), lo cual requiere diferenciar la serie para obtener estacionariedad. Con esto se encuentra el orden ( $d$ ), seguido encontrar sus funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial para el orden ( $p$ ) de la parte autorregresiva y ( $q$ ) de la media móvil.

La segunda es estimar los valores o coeficientes que acompañan a los órdenes ( $p$  y  $q$ ), estos pueden estimarse por máxima verosimilitud o por mínimos cuadrados ordinarios.

La tercera es el diagnóstico. Esto incluye analizar los coeficientes obtenidos en la fase 2 por medio de su significancia contrastada con un  $p$ -valor, evaluar la bondad de ajuste ya sea por el coeficiente de determinación ajustado o los criterios AIC y el análisis de los residuos con pruebas de bondad de ajuste para comprobar normalidad en la distribución de los residuos.

La cuarta y última es el pronóstico con el modelo seleccionado. Según los criterios anteriores se procede a encontrar una proyección y se debe tener en cuenta la diferenciación que se hizo sobre la serie original.

### **2.5.5. Tipo de variable**

La demanda de potencia eléctrica es para fines de este estudio, una variable continua, puesto que es el resultado de la medición de megavatios que consume el sistema.

Una variable que teóricamente puede tomar cualquier valor entre dos valores dados se llama continua, si no es así se llama variable discreta. (García, Sierra y Guzmán, 2011)

## 2.6. Parámetros y criterios de evaluación de la bondad de ajuste

Es común evaluar la bondad de ajuste de los modelos para series de tiempo utilizando las diferencias entre los valores reales y los valores predichos de cada modelo, lo cual se expresa en ecuación 29 y es llamado el error de pronóstico (García et al., 2011). Sin embargo, se debe tener en cuenta que, por la naturaleza estocástica de la serie de tiempo, evaluar un modelo por las diferencias puntuales en cada lectura es poco práctico, además de poco objetivo y equívoco.

$$e_t = Y_t - F_t \quad (\text{Ec. 29})$$

Por lo anterior existen los siguientes parámetros que califican de forma objetiva las predicciones hechas con un modelo.

- Error Absoluto Medio (MAD): evalúa la exactitud promedio del pronóstico en un lapso, sin considerar la dirección del error

$$MAD = \frac{\sum_1^m |Y_t - F_t|}{m} \quad (\text{Ec. 30})$$

- Error Porcentual Medio (MAPE): evalúa las desviaciones en porcentajes y no en las unidades de la variable

$$MAPE = \frac{\sum_1^m \frac{|Y_t - F_t|}{Y_t}}{m} * 100 \quad (\text{Ec. 31})$$

- Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE): evalúa las desviaciones sin considerar la dirección del error y otorga un mayor peso a las desviaciones mal grandes

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_1^m (Y_t - F_t)^2}{m}} \quad (\text{Ec. 32})$$

Para la evaluación del ajuste de los modelos, Aballay (2018) realiza una tabla en la cual se resumen los valores de Error Absoluto Medio (MAE), el Error Medio Porcentual (MAPE) y la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) para evaluar qué modelo presenta el menor error entre las observaciones reales y los respectivos predichos.

## 2.7. Demanda de potencia eléctrica y energía consumida

Un sistema eléctrico de potencia debe ser capaz de suministrar la energía que se requiere consumir y ser capaz de abastecer los valores máximos de demanda de potencia que se presentan en el tiempo, de modo que la potencia demandada en períodos infinitesimales de tiempo constituye la energía consumida, matemáticamente es (Dorf y Svoboda, 2011):

$$W = \int_0^{t_1} P(t) dt \quad (\text{Ec. 8})$$

donde:

W = Energía consumida

P = Potencia absorbida

t = tiempo

Por lo que, fácilmente se entiende que la energía se puede calcular por medio del área bajo la curva que encierra la potencia integrada en el tiempo, de modo que si la potencia en un sistema se expresa en MW la energía será expresada comúnmente en MWh.

Según Samaniego (2002), la demanda de potencia eléctrica y su consumo de energía asociado son variables en el tiempo con una cierta característica de aleatoriedad y que, además, se comportan de manera diferente para cada punto de la red eléctrica.

Sin embargo, cada sistema visto como un país, posee una curva típica de demanda, es decir una forma de la curva que suele ser predominante, pero que tiene variaciones dependiendo de condiciones propias de cada día, las cuales van desde cambios en la temperatura, velocidades de viento, días asuetos, días previos al inicio de la semana laboral, incluso los mismos días laborales de una semana pueden presentar variaciones puntuales a la curva típica.

De acuerdo con García (2016), el consumo de energía eléctrica en España expresado en MWh, así como el precio horario en euros por MWh, son ejemplos de valores ordenados secuencialmente en el tiempo en intervalos regulares y que constituyen series temporales.

Las series de tiempo de demanda de potencia eléctrica y de consumo de energía son susceptibles de muchos factores, algunos con cierto control indirecto como la tarifa regulada y otro con nulo o poco control como los hábitos de los consumidores, estados de la economía, condiciones climáticas y otros eventos aislados, (Hinojosa, 2016).

A su vez, la curva de demanda total de un sistema o país se compone de otras curvas de demanda, como la residencial, industrial y comercial, dependiendo de la época del año éstas también sufren variaciones.

### **3. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS**

#### **3.1. Categorización de la demanda de potencia eléctrica**

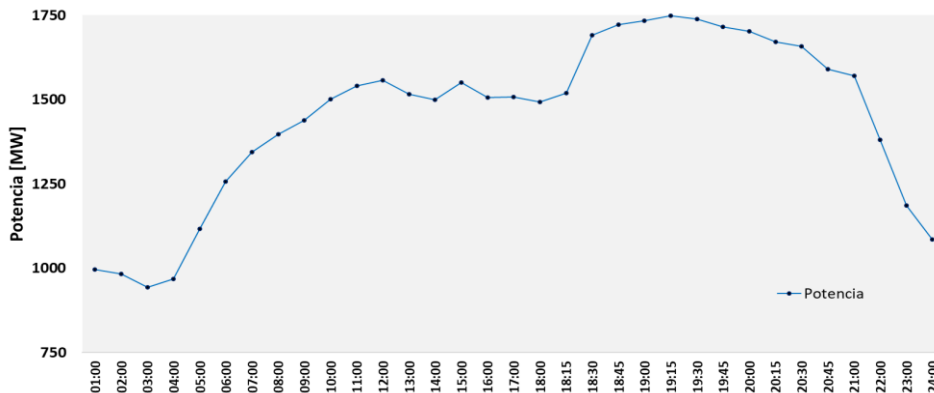
Antes de mostrar el resultado de la categorización en función de los días, es necesario describir el contexto de la demanda de potencia eléctrica en Guatemala, la cual está estrechamente ligada con los hábitos de la población.

En Guatemala, es el Administrador del Mercado Mayorista el encargado de operar el Sistema Eléctrico de Potencia y, como tal, publica diariamente un posdespacho, en el cual se resume la operación de cada día, y específicamente contiene datos de la demanda de potencia eléctrica, para cada una de las 24 horas del día. Sin embargo, los datos para un día no están limitados a los 24 valores, ya que diariamente se tiene una consideración especial en el lapso de la Banda de Punta, (Reglamento del Administrador del Mercado Mayorista, 1998) de modo que se obtiene una lectura cada 15 minutos ocurridos entre 18:00 a 22:00 horas, con lo cual se extiende a 33 valores por día.

Esta particularidad especial, se realiza por la importancia que representa para un sistema eléctrico de potencia el valor máximo de demanda que es necesario abastecer, por lo tanto, se considera que, aumentando la resolución de dicho período, se tiene mejor control y estimación sobre la generación a producir.

En la siguiente figura se muestra el desarrollo de la demanda de potencia eléctrica durante un día típico de operación.

Figura 1. **Demanda de potencia eléctrica en Guatemala, miércoles 12 de febrero de 2020**



Fuente: elaboración propia, con datos registrados en el posdespacho diario del AMM.

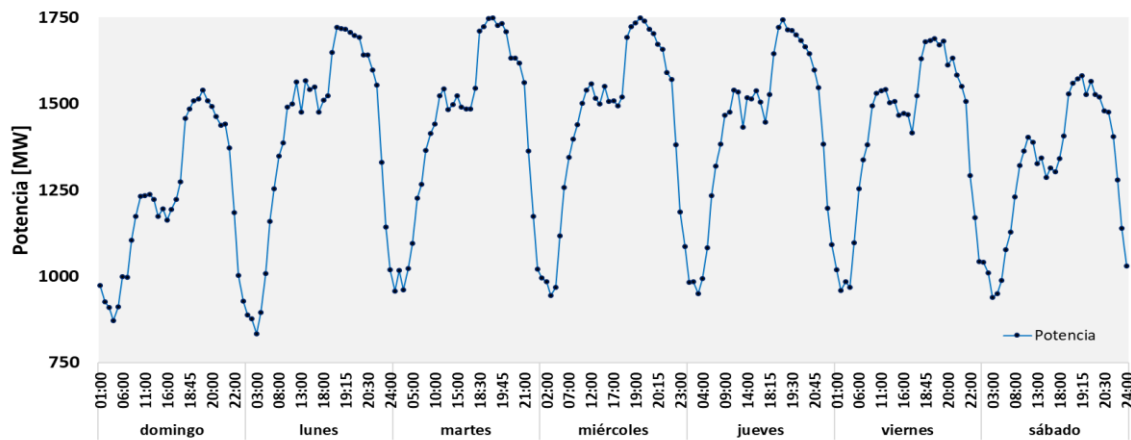
Es claro que la sucesión de valores de demanda de potencia de la figura 1, constituyen por sí mismos una serie de tiempo, de la cual se interpreta lo siguiente: en horas de madrugada el consumo nacional llega a sus valores mínimos, aproximadamente a las 5:00 horas se observa un aumento en el nivel de la serie. Este es coincidente con el comienzo de actividades domésticas, seguidamente conforme avanza las horas comienza a incrementarse la actividad laboral que incluye tanto a los comercios, como a la industria, y con ello también el aumento del nivel de la serie.

Hay que resaltar que también se observan leves disminuciones marcadas en las horas 12:00 y 13:00, lo cual coincide con el horario acostumbrado de almuerzo. Por último, cuando se llega a la hora 18:00 se hace muy notorio que la demanda está por alcanzar sus valores máximos diarios, lo que está asociado a la carga lumínica tanto de los hogares como del alumbrado público en la ciudad, la carga de recreación de los hogares (entretenimientos como, televisión, radio, computadoras) y el uso de electrodomésticos en la preparación de alimentos.



Si la serie de tiempo se extiende para incluir los 7 días de la semana, se observa que cada día constituye un período estacional, con alguna distinción o variación explicada por las actividades características de cada día, como se observa en la figura 2.

Figura 2. **Demanda de potencia eléctrica en Guatemala, domingo 09 al sábado 15 de febrero 2020**



Fuente: elaboración propia, con datos registrados en el posdespacho diario del AMM.

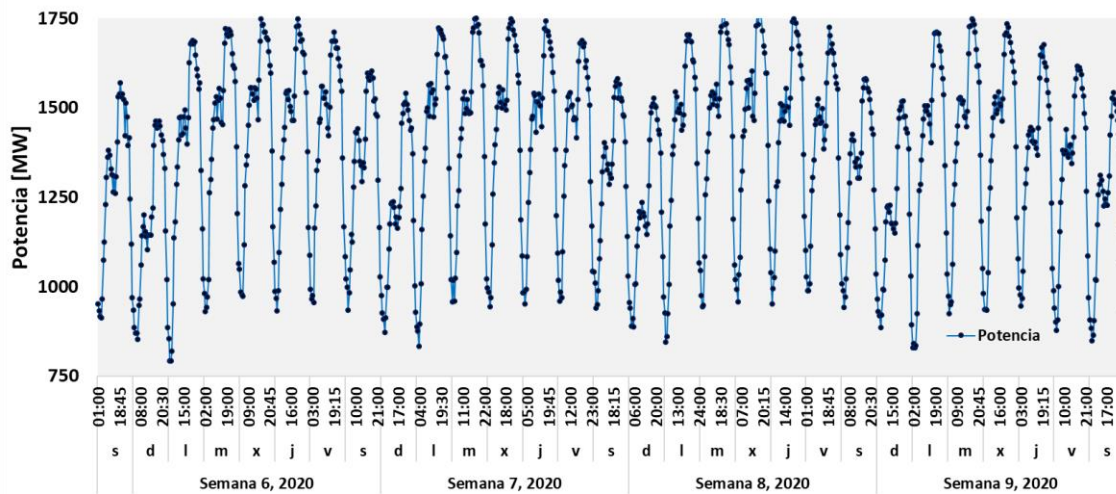
La programación de corto plazo con horizonte semanal en Guatemala comprende su inicio los domingos y finaliza los sábados. por esta razón, la figura 2 se graficó según esta secuencia.

Específicamente aquí se utilizó la semana 7 del año 2020, comprendida del 9 al 15 de febrero. Si se realiza un análisis similar para la serie semanal como se hizo para la serie diaria, es notorio que el inicio y fin de la serie que corresponden a los domingos y sábados, respectivamente, presentan un patrón similar al resto de días dentro de la semana. Sin embargo, el nivel de la serie es evidentemente inferior.

Otra característica de esta serie es que el día lunes en horas de madrugada, se presenta el valor mínimo de la semana y que el día viernes muestra una caída pronunciada entre las 12:00 y 17:00 horas, el cual es distinto al resto de días dentro de la semana.

Expandiendo aún más la serie para abarcar un mes completo, específicamente febrero de 2020, cuya duración fue del sábado 01 al sábado 29, se obtiene la figura 3.

Figura 3. **Demanda de potencia eléctrica en Guatemala, 1 al 29 de febrero 2020**

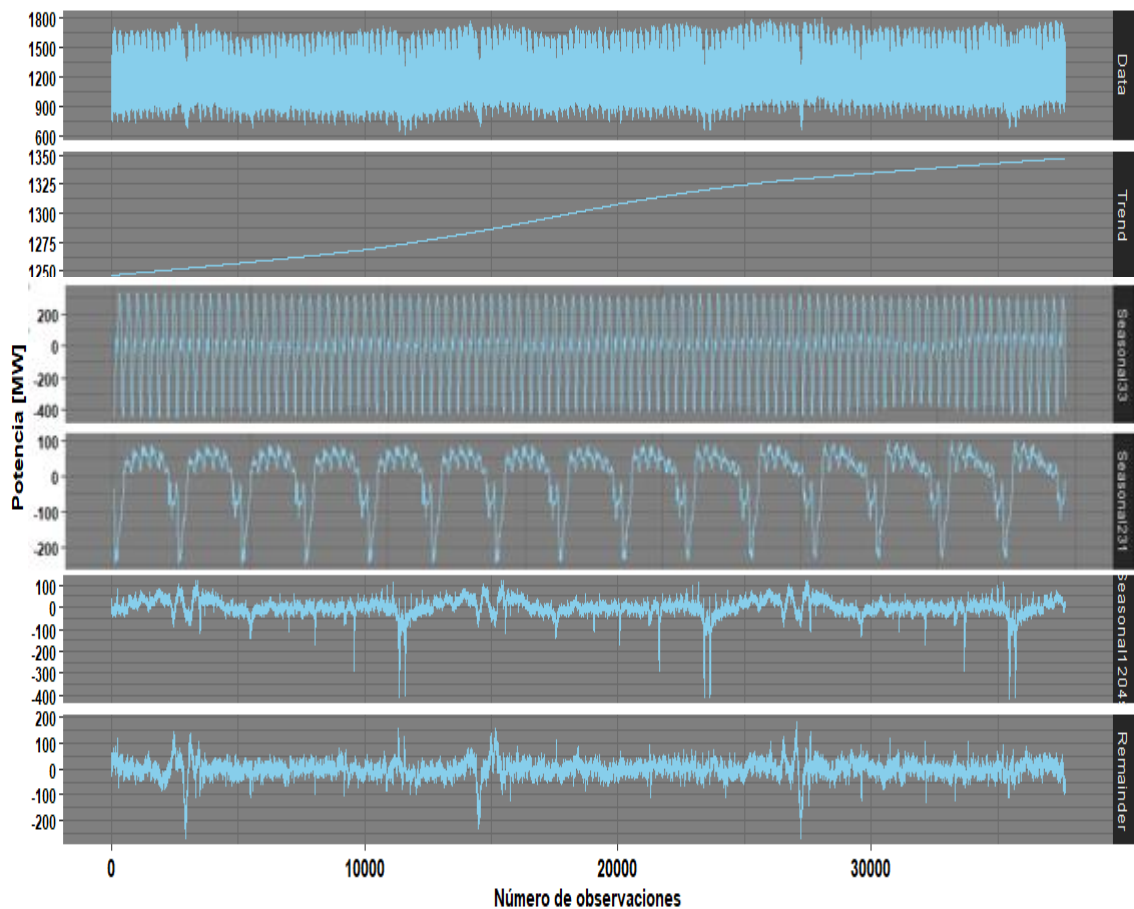


Fuente: elaboración propia, con datos registrados en el posdespacho diario del AMM.

La figura anterior sugiere la existencia de una estacionalidad doble de la serie, siendo la primera estacionalidad la que abarca los 33 valores diarios y la segunda estacionalidad, la que abarca los 231 valores semanales y que comprende el aumento en los niveles de la serie durante los días laborales dentro de la semana y la disminución durante los fines de semana.

Adicionalmente, es razonable pensar en una tercera estacionalidad, de duración anual, ya que a lo largo del año hay marcadas celebraciones que provocan cierto comportamiento de la demanda de potencia eléctrica, como lo son la Semana Santa, las fiestas navideñas y de fin de año, para comprobar esto se realizó una descomposición de la serie, incluyendo las estacionalidades múltiples, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 4. **Descomposición de la serie de tiempo, 2017 – 2020**



Fuente: elaboración propia, con base en datos registrados por el AMM, 2017 – 2020.

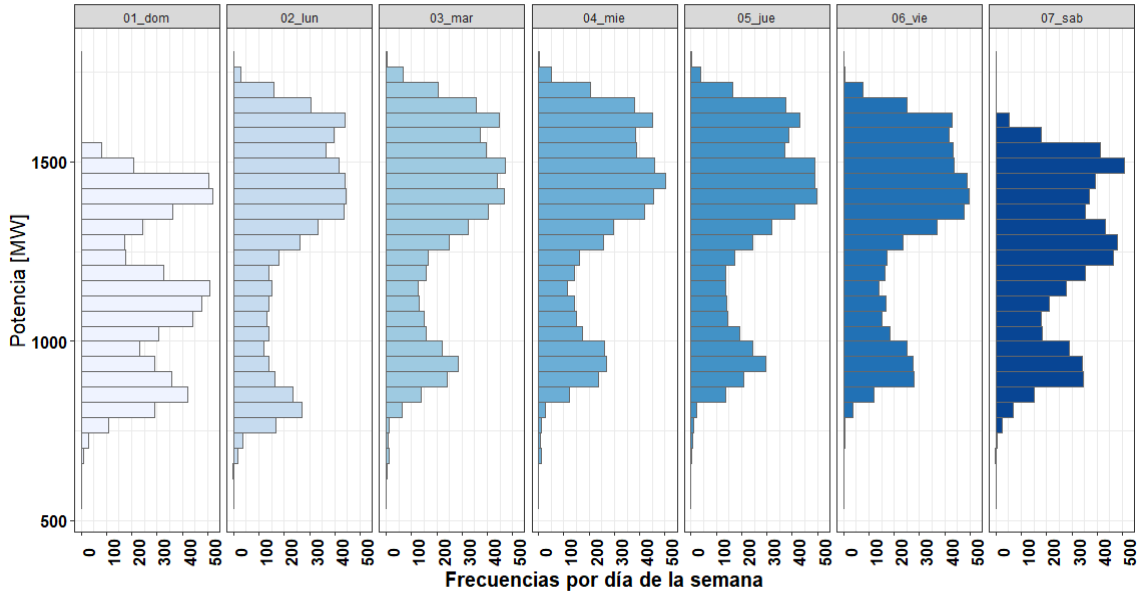
De la descomposición de la serie de tiempo con datos desde enero 2017 hasta febrero 2020, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- La tendencia (Trend), luego de retirar todo efecto de estacionalidad, es una línea claramente hacia el alza, comportamiento esperado, puesto que el desarrollo normal de la demanda de energía es un crecimiento constante, el cual oscila entre 2.7 % y 3 % anual (Administrador del Mercado Mayorista, 2020) y que además esta correlacionado con el crecimiento del PIB del país.
- Se comprueba la estacionalidad diaria de alta frecuencia con 33 valores. (Seasonal 33).
- Se comprueba la estacionalidad semanal de alta frecuencia siendo un múltiplo de la estacionalidad diaria (33 valores x 7 días a la semana) 231 valores. (Seasonal 231).
- Se comprueba la estacionalidad anual, siendo un múltiplo de la estacionalidad diaria (33 valores x 7 días a la semana x 52 semanas del año) 12,012 valores. (Seasonal 12012).

Luego de describir el comportamiento de la demanda eléctrica de potencia en Guatemala, se procedió a aplicar una prueba H de Kruskal Wallis para cumplir el primer objetivo específico y categorizar la demanda por día de operación.

En la figura 5, se observó la distribución de la variable de demanda de potencia eléctrica para cada día de la semana.

Figura 5. **Distribución de frecuencias de valores de demanda por día de la semana**



Fuente: elaboración propia, con base en las publicaciones del AMM.

Cabe mencionar que se optó por Kruskal Wallis y no ANOVA, ya que se determinó, por medio de una prueba de Kolmogorov Smirnov aplicada a una muestra de los valores de demanda de potencia eléctrica de los miércoles, que esta no se distribuye de forma normal, como lo muestra en la tabla II.

Tabla II. **Prueba de normalidad Kolmogorov Smirnov para los valores de demanda**

Variable	Estadístico	Media	Varianza	p-valor	Conclusión
Demanda	0.13643	1359.062	256.207	$2.518 \times 10^{-6}$	Se rechaza $H_0$

Fuente: elaboración propia.

Seguidamente, el resultado de la prueba de Kruskal Wallis, sugirió que los valores de la variable son significativamente diferentes, al menos para una de las poblaciones (días), como se muestra en la tabla III.

Tabla III. **Prueba de Kruskal Wallis para identificar diferencias en las distribuciones de demanda por día de la semana**

Chi-cuadrado ( $\chi^2$ )	Grados de libertad	p-valor	Decisión
3512.4	6	$< 2.2 \times 10^{-16}$	Se rechaza $H_0$

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, se procede con una prueba *post-hoc* de Bonferroni, para identificar las poblaciones con diferencias estadísticamente diferentes entre sí, las cuales se muestran en la tabla IV.

Tabla IV. **P-valores de la prueba Bonferroni para identificar las poblaciones estadísticamente diferentes**

	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Lunes	$< 2 \times 10^{-16}$	-	-	-	-	-
Martes	$< 2 \times 10^{-16}$	$4.5 \times 10^{-8}$	-	-	-	-
Miércoles	$< 2 \times 10^{-16}$	$2.4 \times 10^{-10}$	1	-	-	-
Jueves	$< 2 \times 10^{-16}$	$1.5 \times 10^{-7}$	1	1	-	-
Viernes	$< 2 \times 10^{-16}$	1	$9.8 \times 10^{-5}$	$7.4 \times 10^{-7}$	0.00015	-
Sábado	$< 2 \times 10^{-16}$	$2 \times 10^{-16}$	$2 \times 10^{-16}$	$2 \times 10^{-16}$	$< 2 \times 10^{-16}$	$< 2 \times 10^{-16}$

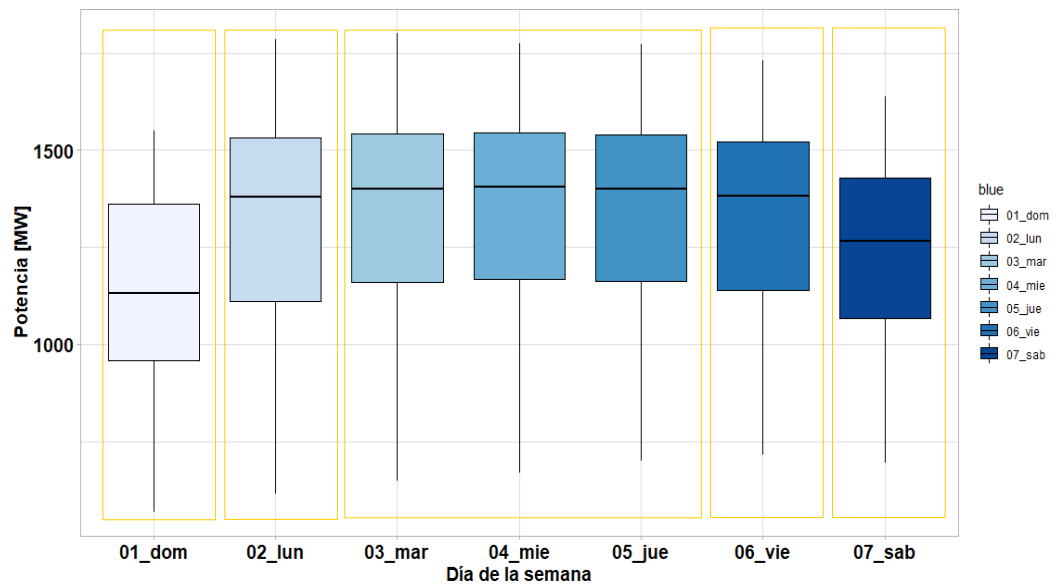
Fuente: elaboración propia.

Este resultado, sugiere que es posible analizar la demanda de potencia eléctrica, agrupando los días cuyos valores de demanda no son estadísticamente diferentes, con lo cual se hicieron los siguientes grupos:

- Domingos
- Lunes
- Martes, miércoles y jueves
- Viernes
- Sábados

Representados también de forma gráfica en la figura 6

Figura 6. **Categorización gráfica de la demanda de potencia por día de la semana**

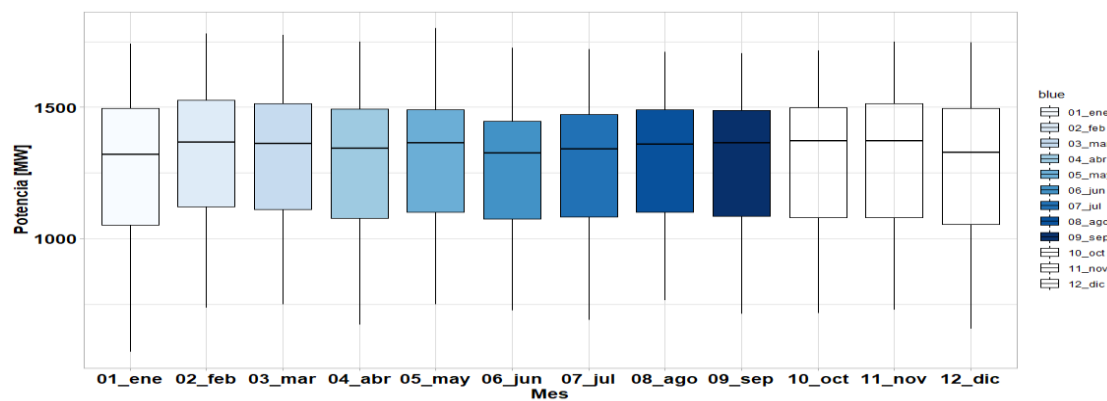


Fuente: elaboración propia.

Adicionalmente, derivado de la figura en la que se demostró la existencia de una estacionalidad anual, se realizó de forma similar a la categorización de los días, una categorización de la variable por los meses del año.

La siguiente gráfica sugiere que existen diferencias significativas en las distribuciones de los valores de la demanda en los meses del año, lo cual quedó demostrado con los resultados de la prueba de Bonferroni en la tabla V.

Figura 7. **Categorización de la demanda de potencia según el mes del año**



Fuente: elaboración propia.

Tabla V. **P-valores de la prueba Bonferroni para identificar las poblaciones estadísticamente diferentes**

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov
Feb	0.000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Mar	0.000	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Abr	0.310	0.000	0.023	-	-	-	-	-	-	-	-
May	0.001	0.024	1	1	-	-	-	-	-	-	-
Jun	0.488	0.000	0.000	0.000	0.000	-	-	-	-	-	-
Jul	1	0.000	0.000	1	0.006	0.049	-	-	-	-	-
Ago	0.095	0.002	0.210	1	1	0.000	0.314	-	-	-	-
Sep	0.504	0.000	0.040	1	1	0.000	1	1	-	-	-
Oct	0.004	0.069	1	1	1	0.000	0.015	1	1	-	-
Nov	0.000	1	1	0.605	1	0.000	0.000	1	0.423	1	-
Dic	1	0.000	0.000	1	0.123	0.066	1	1	1	0.447	0.002

Fuente: elaboración propia.

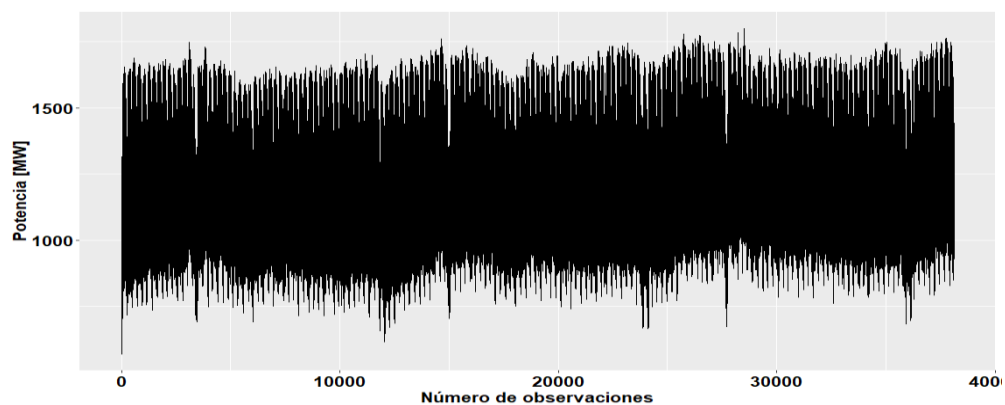


### 3.2. Modelización de la demanda de potencia eléctrica con series de tiempo

Es importante mencionar que previo a la aplicación de las metodologías de series de tiempo para modelar la demanda de potencia eléctrica, fue necesario depurar la base de datos, principalmente, se sustituyó a los valores atípicamente bajos, que se identificaron como producto de fallas en el sistema eléctrico de potencia (desconexiones imprevistas por disturbios de cualquier tipo) y no un valor de demanda que refleja el consumo real.

También, se realizó una corrección en la base de datos eliminando el efecto de días de asueto o feriados, los cuales influyen en la disminución de demanda y son parte de una estacionalidad anual. Para completar las correcciones anteriormente descritas, se calculó el promedio aritmético entre el valor de lectura correspondiente a las semanas adyacentes con los valores reales, siguiendo la recomendación de Taylor (2010).

Figura 8. **Serie de tiempo de la demanda de potencia eléctrica registrada, de enero 2017 a febrero 2020**



Fuente: elaboración propia.

### **3.2.1. Modelado con subseries de tiempo**

En función de la categorización en días de la demanda de potencia por sus diferencias estadísticamente no significativas, se procedió a construir subseries de tiempo por cada grupo, con el fin de evaluar si las metodologías para modelar una estacionalidad daban buenos resultados.

En primer lugar, se aplicó la metodología de suavizado exponencial para construir un modelo con los parámetros que indica Holt-Winters, los cuales permiten capturar una estacionalidad y la tendencia de las subseries de tiempo.

También se aplicó la metodología de Box-Jenkins para obtener un modelo SARIMA con el objetivo de capturar la estacionalidad única. Posteriormente, se evaluó el ajuste de cada modelo con el dato real.

Para esta evaluación, de forma similar al trabajo de Trull (2019), se particionó la serie en un conjunto de entrenamiento que abarcó desde el 15 enero 2017 hasta el 15 de febrero 2020 y un conjunto de prueba definido del 16 al 22 de febrero 2020.

Para fines de cumplir con el objetivo planteado, también se incluyó la comparación con los valores proyectados que realizó el operador del sistema dentro de la programación semanal y la programación diaria.

En la tabla VI se resumen los modelos utilizados para la subserie de tiempo de los domingos, los cuales se ajustaron con el mismo conjunto de datos de entrenamiento.

Tabla VI. **Modelos evaluados para la subserie de tiempo de los domingos**

<b>1) Suavizado Exponencial de Holt Winters</b>							
Alpha		Beta			Gamma		
0.2511		0.0000			0.6737		
<b>2) Modelo Estacional Autorregresivo Integrado de Media Móvil -SARIMA-</b>							
<b>(3, 0, 4)(0, 1, 1)<sub>33</sub></b>							
ar1	ar2	ar3	ma1	ma2	ma3	ma4	sma1
-0.6895	0.4943	0.7647	1.2131	0.2738	-0.4408	-0.0880	-0.6103

Fuente: elaboración propia.

La bondad de ajuste de estos modelos se evaluó con el cálculo de su error medio porcentual (MAPE) fuera de la muestra, es decir, calculados contra el conjunto de datos de prueba, los resultados se observan analíticamente en la tabla VII.

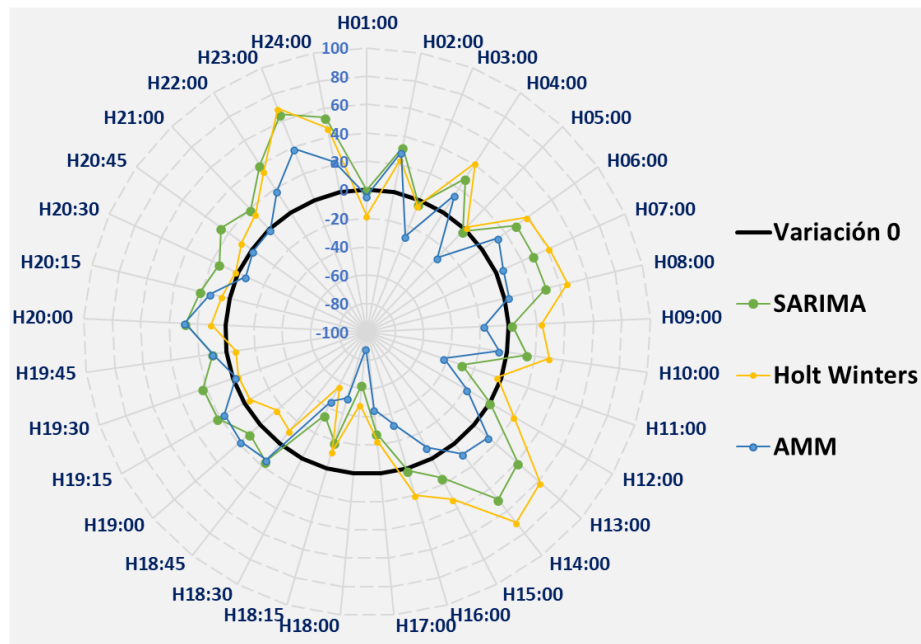
Tabla VII. **Valores MAPE por intervalos acumulados**

<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Holt Winter	2.36 %	2.72 %	2.34 %	2.71 %	2.73 %	2.37 %	2.09 %	2.25 %
SARIMA	1.73 %	1.95 %	1.62 %	1.77 %	2.00 %	1.86 %	1.77 %	2.05 %
AMM_d	2.05 %	1.70 %	1.72 %	1.62 %	2.23 %	2.00 %	1.85 %	1.80 %
AMM_s	2.05 %	1.70 %	1.72 %	1.62 %	2.23 %	2.00 %	1.85 %	1.80 %

Fuente: elaboración propia.

En la siguiente figura se representa de forma gráfica los errores de los modelos evaluados para la subserie de tiempo y el valor proyectado por parte del operador de mercado, idealmente el modelo de mejor ajuste debe acercarse en la mayoría de las lecturas a la curva de variación cero.

Figura 9. **Error de pronóstico de los modelos para la subserie de los domingos**



Fuente: elaboración propia.

De forma similar, en la que se trabajó el ajuste de los modelos para la subserie de datos de los domingos, se realizó el ajuste de cada modelo para la subserie de datos de los lunes, mostrados en la tabla VIII.

Tabla VIII. **Modelos evaluados para la subserie de tiempo de los lunes**

<b>1) Suavizado Exponencial de Holt Winters</b>							
Alpha		Beta			Gamma		
0.1972		0.0017			0.7019		
<b>2) Modelo Estacional Autorregresivo Integrado de Media Móvil -SARIMA-</b>							
<b>(4, 0, 1)(1, 1, 2)<sub>33</sub></b>							
ar1	ar2	ar3	ar4	ma1	sar1	sma1	sma2
-0.6895	0.4943	0.7647	1.2131	0.2738	-0.4408	-0.0880	-0.6103

Fuente: elaboración propia.

Los resultados de la bondad de ajuste de los modelos para la subserie de los lunes se observan analíticamente en la tabla IX.

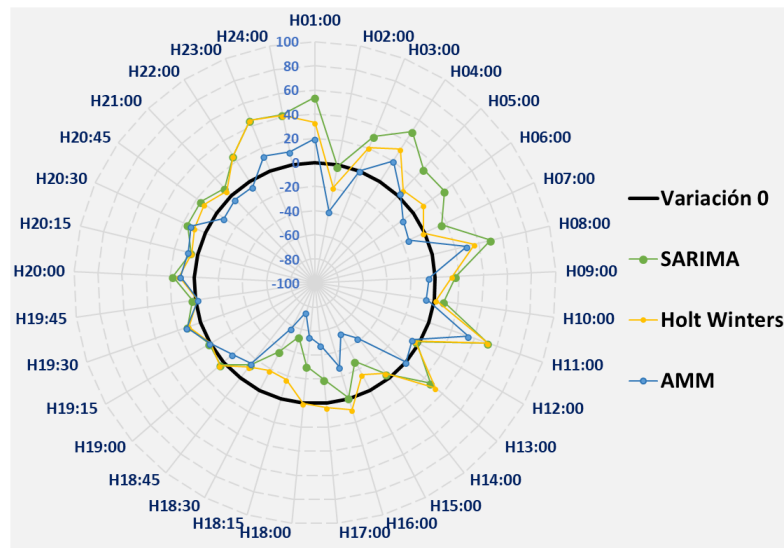
Tabla IX. **Valores MAPE por intervalos acumulados**

<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Holt Winter	2.93 %	1.99 %	1.72 %	1.55 %	1.36 %	1.20 %	1.09 %	1.25 %
SARIMA	3.77 %	3.21 %	2.58 %	2.19 %	2.22 %	1.92 %	1.74 %	1.81 %
AMM_d	2.24 %	1.68 %	1.41 %	1.57 %	2.05 %	1.80 %	1.62 %	1.47 %
AMM_s	2.24 %	1.68 %	1.41 %	1.57 %	2.05 %	1.81 %	1.63 %	1.48 %

Fuente: elaboración propia.

De nuevo, se representan gráficamente los errores de los modelos evaluados en la figura 10.

Figura 10. **Error de pronóstico de los modelos para la subserie de los lunes**



Fuente: elaboración propia.

De igual forma, se ajustaron los modelos para la subserie de tiempo de los martes a jueves, en las tablas X y XI se resumen los parámetros de los modelos y la bondad de ajuste, respectivamente.

Tabla X. **Modelos evaluados para la subserie de tiempo del conjunto martes – jueves**

<b>1) Suavizado Exponencial de Holt Winters</b>								
Alpha			Beta			Gamma		
0.2747			0.0010			0.4037		
<b>2) Modelo Estacional Autorregresivo Integrado de Mevia Móvil -SARIMA-</b>								
$(5, 0, 0)(2, 1, 1)_{33}$								
ar1	ar2	ar3	ar4	ar5	sar1	sar2	sma1	
0.4403	0.1647	0.0879	0.0343	0.0815	-0.0633	-0.0752	-0.7006	

Fuente: elaboración propia.

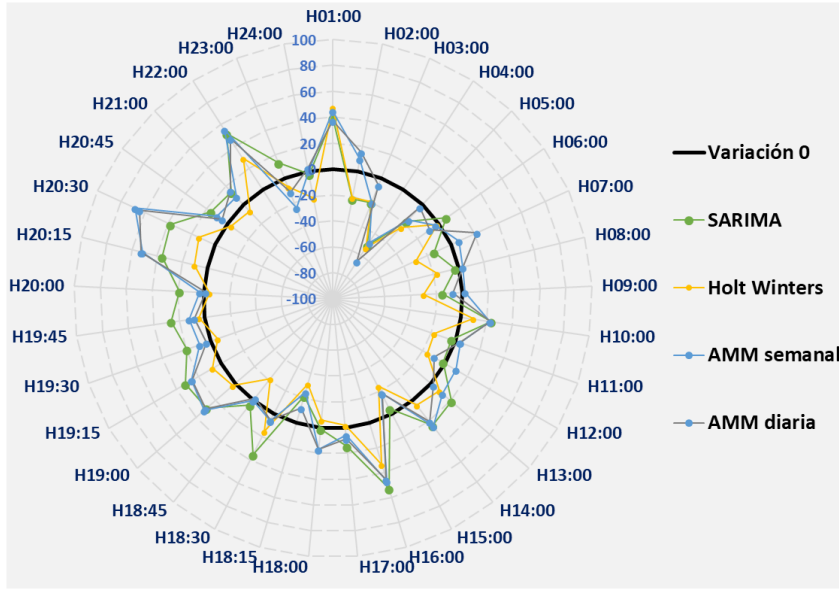
Tabla XI. **Valores MAPE por intervalos acumulados**

<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Martes								
HW	3.61 %	2.53 %	2.10 %	1.86 %	1.66 %	1.47 %	1.33 %	1.29 %
BATS	3.38 %	2.14 %	1.67 %	1.67 %	1.56 %	1.50 %	1.54 %	1.51 %
AMM_d	3.16 %	1.94 %	1.53 %	1.50 %	1.34 %	1.26 %	1.35 %	1.32 %
AMM_s	3.12 %	1.86 %	1.45 %	1.50 %	1.37 %	1.30 %	1.40 %	1.41 %
Miércoles								
HW	1.55 %	1.52 %	1.25 %	1.43 %	1.46 %	1.36 %	1.26 %	1.31 %
BATS	2.25 %	2.07 %	1.81 %	2.19 %	1.98 %	1.92 %	1.85 %	1.97 %
AMM_d	1.88 %	1.78 %	1.65 %	1.89 %	1.82 %	1.76 %	1.62 %	1.59 %
AMM_s	1.71 %	1.76 %	1.70 %	1.86 %	1.81 %	1.73 %	1.60 %	1.63 %
Jueves								
HW	3.37 %	2.45 %	2.56 %	2.44 %	2.31 %	2.04 %	1.88 %	1.72 %
BATS	4.10 %	2.95 %	2.89 %	2.48 %	2.17 %	1.97 %	1.79 %	1.76 %
AMM_d	3.50 %	2.59 %	2.47 %	2.47 %	2.16 %	2.00 %	1.82 %	1.63 %
AMM_s	3.41 %	2.68 %	2.71 %	2.58 %	2.39 %	2.24 %	1.94 %	1.82 %

Fuente: elaboración propia.

Nuevamente, se grafican los errores de los modelos evaluados.

Figura 11. **Error de pronóstico de los modelos para la subserie de martes a jueves**



Fuente: elaboración propia.

A continuación, se presentan los resultados de los modelos para la subserie de datos de los viernes.

Tabla XII. **Modelos evaluados para la subserie de tiempo del conjunto viernes**

<b>1) Suavizado Exponencial de Holt Winters</b>					
Alpha		Beta		Gamma	
0.2172		0.0018		0.6819	
<b>2) Modelo Estacional Autorregresivo Integrado de Mevia Móvil -SARIMA-</b>					
<b><math>(2, 0, 1)(1, 1, 2)_{33}</math></b>					
ar1	ar2	ma1	sar1	sma1	sma2
1.1569	-0.2302	-0.6217	-0.4217	-0.176	-0.2461

Fuente: elaboración propia.



Los resultados del error se observan en la tabla XIII.

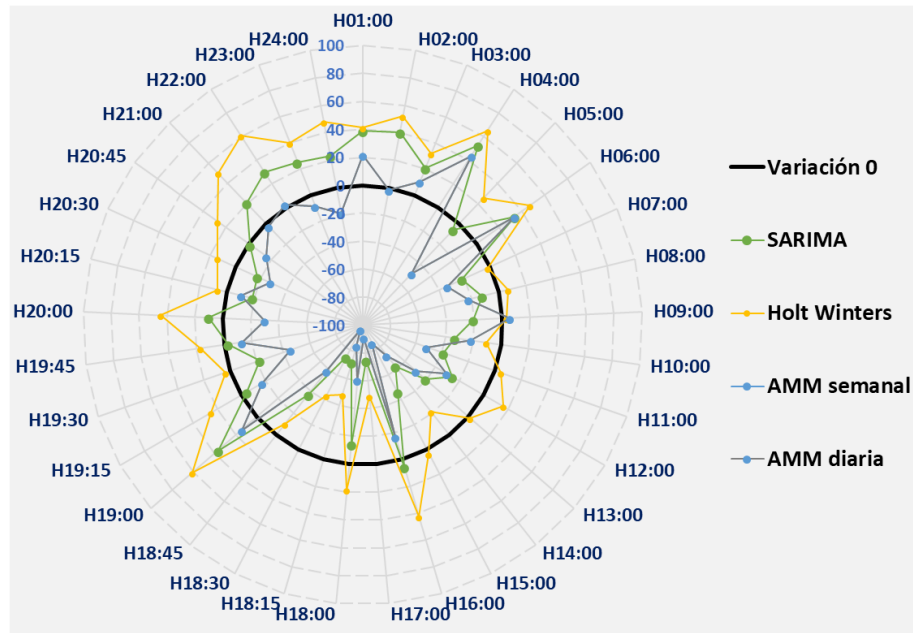
Tabla XIII. **Valores MAPE por intervalos acumulados**

<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Holt Winter	5.26 %	4.05 %	3.42 %	3.17 %	2.91 %	2.74 %	2.58 %	2.70 %
SARIMA	5.03 %	3.44 %	2.50 %	2.35 %	2.67 %	2.46 %	2.20 %	2.23 %
AMM_d	1.93 %	2.38 %	2.19 %	2.60 %	3.22 %	3.02 %	2.77 %	2.46 %
AMM_s	1.93 %	2.38 %	2.19 %	2.60 %	3.22 %	3.02 %	2.77 %	2.46 %

Fuente: elaboración propia.

Nuevamente, se grafican los errores de los modelos evaluados.

Figura 12. **Error de pronóstico de los modelos para la subserie de los viernes**



Fuente: elaboración propia.

Finalmente, se presentan los modelos ajustados para la subserie de datos de los sábados.

Tabla XIV. **Modelos evaluados para la subserie de tiempo de los sábados**

<b>Suavizado Exponencial de Holt Winters</b>				
Alpha		Beta		Gamma
0.2662		0.0025		0.6936
<b>Modelo Estacional Autorregresivo Integrado de Media Móvil -SARIMA-</b>				
<b>(1, 0, 1)(1, 1, 2)<sub>33</sub></b>				
ar1	ma1	sar1	sma1	sma2
0.9123	-0.4486	-0.2469	-0.3539	-0.1161

Fuente: elaboración propia.

Los resultados del error se observan en la tabla XV.

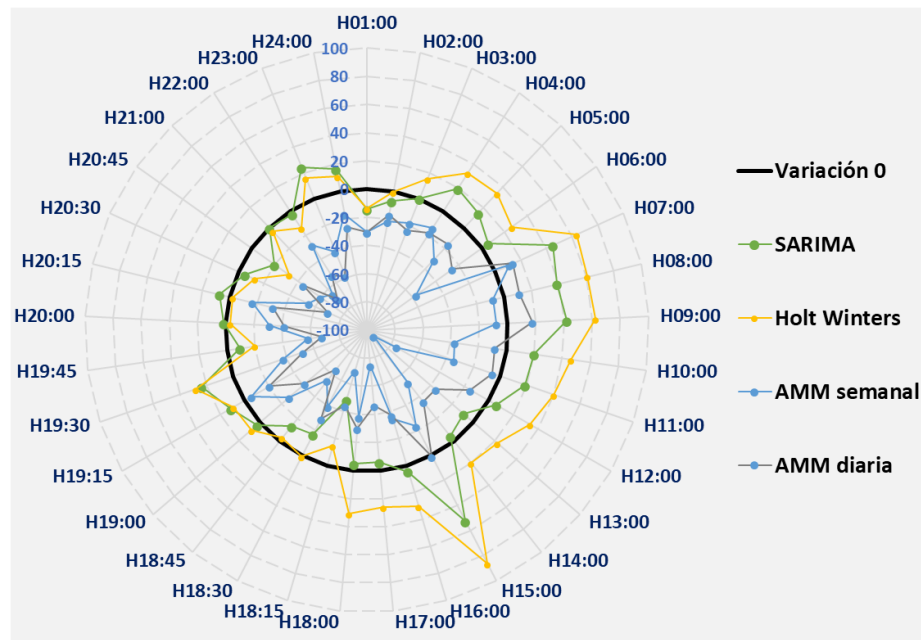
Tabla XV. **Valores MAPE por intervalos acumulados**

<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Holt Winter	1.60 %	2.78 %	2.94 %	2.94 %	2.62 %	2.32 %	2.07 %	1.94 %
SARIMA	1.02 %	1.60 %	1.59 %	1.52 %	1.48 %	1.37 %	1.23 %	1.20 %
AMM_d	2.28 %	1.88 %	1.53 %	1.66 %	1.88 %	2.04 %	2.24 %	2.50 %
AMM_s	2.13 %	2.29 %	2.44 %	2.79 %	3.04 %	2.87 %	2.83 %	2.89 %

Fuente: elaboración propia.

Nuevamente, se grafican los errores de los modelos evaluados.

Figura 13. **Error de pronóstico de los modelos para la subserie de sábados**



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2. Modelado con serie semanal

Un segundo planteamiento para cumplir el objetivo de la modelización de la demanda de potencia eléctrica en Guatemala fue hacer uso de la serie sin particiones y las herramientas del suavizado exponencial de Holt – Winters de Doble Estacionalidad, así como un ajuste de los modelos de Espacio de Estado BATS, con un alcance semanal, es decir 231 valores.

En la tabla XVI se resumen los parámetros correspondientes a los modelos ajustados, para los cuales el conjunto de entrenamiento abarcó del 01 de enero 2017 al 25 de enero 2020 y fue probado del 26 de enero al 08 de febrero 2020.

Tabla XVI. **Modelos de doble estacionalidad ajustados al conjunto de entrenamiento 01 de enero 2017 – 1 de febrero 2020**

<b>1) Suavizado Exponencial de Holt-Winters con Doble Estacionalidad -HWDS- y ajuste de error AR(1)</b>					
<i>Alpha</i>	<i>Beta</i>	<i>Gamma 1</i>	<i>Gamma 2</i>	<i>Phi</i>	<i>Omega</i>
0.0766	0.00009	0.1940	0.0806	0.4566	1.0435
<b>2) Modelo de Espacio de Estado para Estacionalidad Compleja -BATS- (<math>\omega, \phi, p, q, m_1, m_2, \dots, m_T</math>).</b>					
<i>Omega</i>	<i>Phi</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>S1</i>	<i>S2</i>
0.2328	-	2	3	33	231
<i>Alpha</i>	<i>Beta</i>	<i>Gamma 1</i>	<i>Gamma 2</i>		
0.0309	-	0.1478	-0.0053		
<i>Ar(1)</i>	<i>Ar(2)</i>				
0.4452	0.3488				
<i>Ma(1)</i>	<i>Ma(2)</i>	<i>Ma(3)</i>			
-0.0189	-0.2124	-0.0252			

Fuente: elaboración propia.

A continuación, se muestran los diagnósticos sobre los residuos de los modelos ajustados.

### 3.2.2.1. Diagnóstico residual del modelo HWDS

Para comprobar el grado de correlación entre los residuos del modelo obtenido con la metodología de Holt Winters para Doble Estacionalidad con ajuste AR(1) en lo errores, se utiliza una prueba de Ljung-Box, con los resultados mostrados a continuación en la tabla XVII.

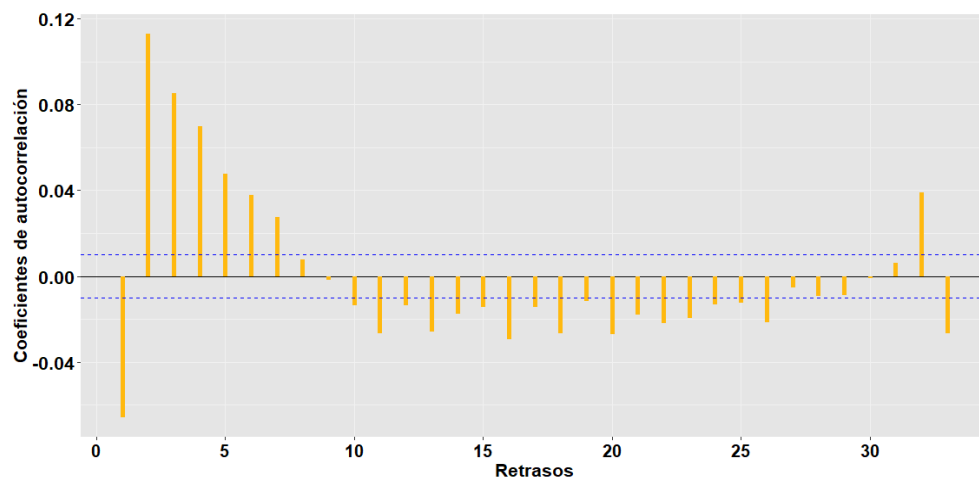
Tabla XVII. Prueba Ljung-Box para residuos del modelo HWDS

Chi-cuadrado ( $\chi^2$ )	Grados de libertad	p-valor	Decisión
1241.1	10	$< 2.2 \times 10^{-16}$	Se rechaza $H_0$

Fuente: elaboración propia.

Se demostró que el p-valor es inferior a 0.05, por lo que se rechazó la hipótesis nula, es decir, los residuos son estadísticamente diferentes de un ruido blanco y no se consideran incorrelacionados, como se muestra en la figura 14.

Figura 14. Función de autocorrelación en los residuos del modelo HWDS



Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, es deseable que los residuos tengan una media igual a 0, que en caso de no cumplirse la corrección es fácilmente aplicable, ya que solo se necesita sumar el valor de la media a cada pronóstico para eliminar el sesgo del modelo (Hyndman y Athanasopoulos, 2018).

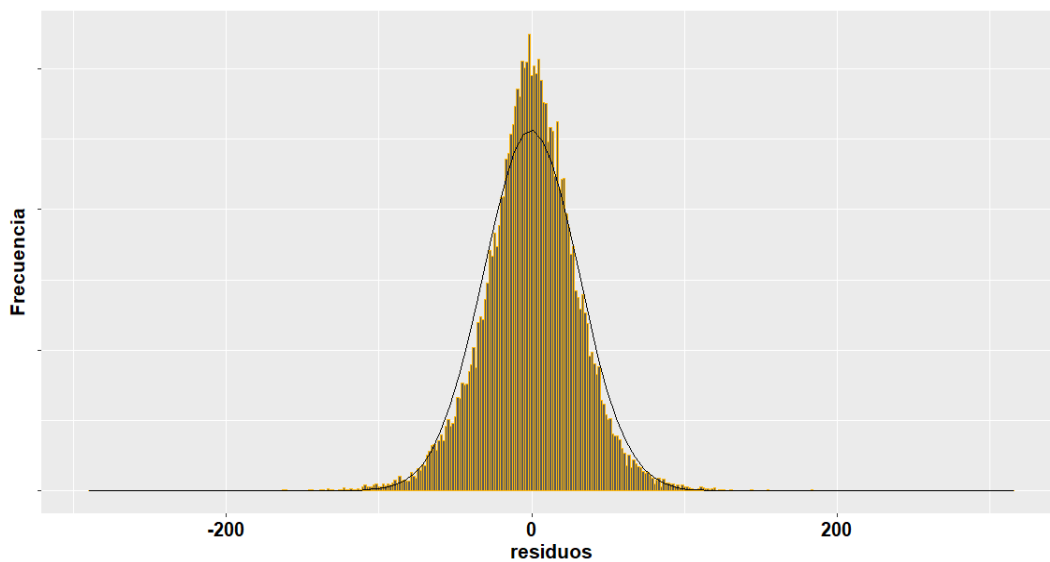
Adicionalmente, los residuos se deberían distribuir de forma normal, aunque no es algo elemental (Hyndman y Athanasoupolos, 2018), lo cual se contrastó con una prueba de Kolmogorov-Smirnov cuyos resultados se encuentran a continuación en la tabla XVIII y su histograma en la figura 15.

Tabla XVIII. **Prueba de normalidad sobre los residuos del modelo HWDS**

Media residual	D	p-valor	Decisión
-0.3492 MW	0.034347	$< 2.2 \times 10^{-16}$	Se rechaza $H_0$

Fuente: elaboración propia.

Figura 15. **Histograma de los residuos del modelo HWDS**



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2.2. Diagnóstico residual del modelo BATS (0.23, {2,3}, -, {33,231})

Para comprobar el grado de correlación entre los residuos del modelo BATS ajustado, se utilizó una prueba de Ljung-Box, con los resultados mostrados a continuación en la tabla XIX.

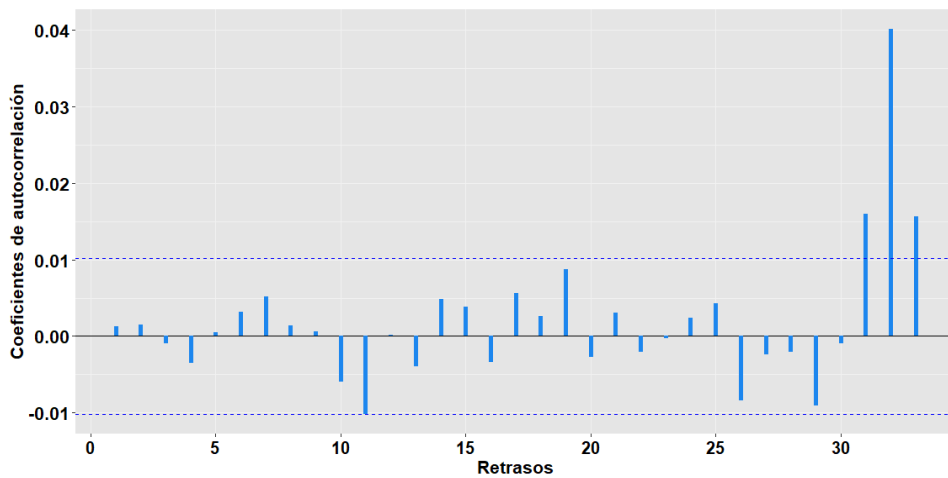
Tabla XIX. Prueba Ljung-Box para residuos del modelo BATS

Chi-cuadrado ( $\chi^2$ )	Grados de libertad	p-valor	Decisión
31.352	31	0.4779	No se rechaza Ho

Fuente: elaboración propia.

Se demostró que el p-valor es mayor a 0.05, por lo que no se rechazó la hipótesis nula, y los residuos no son estadísticamente diferentes de un ruido blanco y se consideran incorrelacionados, como se muestra en la gráfica 16.

Figura 16. **Función de autocorrelación en los residuos del modelo BATS**



Fuente: elaboración propia.

Por último, se comprobó si los residuos de dicho modelo se distribuyen de forma normal, y con media cero, tales resultados se muestra a continuación en la tabla XX y figura 17.

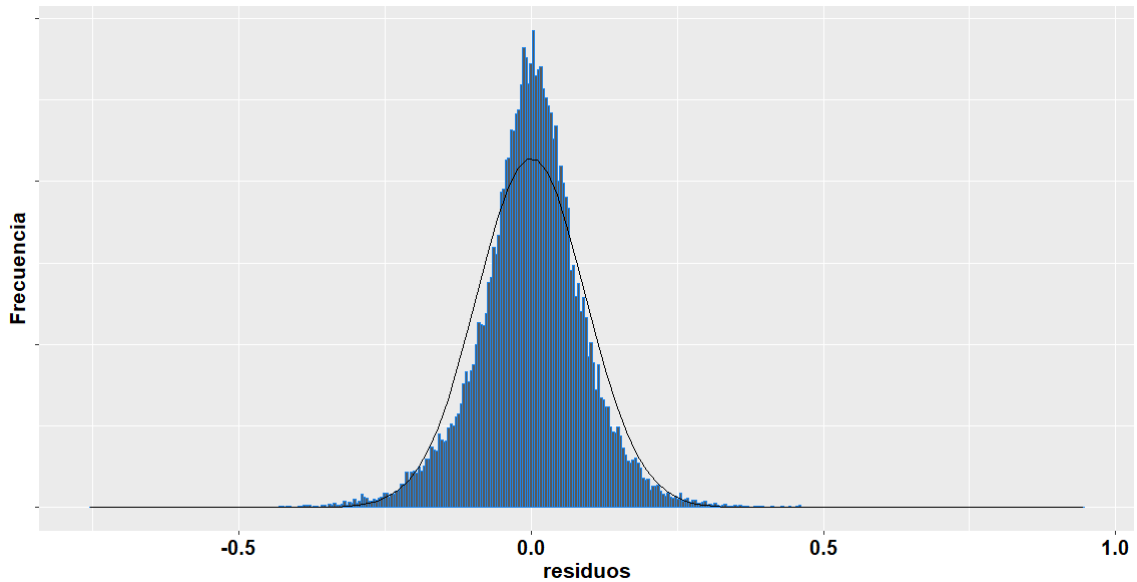
Tabla XX. **Prueba de normalidad sobre los residuos del modelo BATS**

<b>Media residual</b>	<b>D</b>	<b>p-valor</b>	<b>Decisión</b>
0.0004 MW	0.0477	$< 2.2 \times 10^{-16}$	Se rechaza $H_0$

Fuente: elaboración propia.



Figura 17. **Histograma de los residuos del modelo BATS**



Fuente: elaboración propia.

### **3.2.2.3. Precisión de los modelos ajustados**

Hyndman y Athanasopoulos (2018) mencionan que, para evaluar la precisión en los modelos de series de tiempo, se deben utilizar pronósticos generados por los mismos y compararlos con datos reales de la serie, mismos que constituyen el conjunto de prueba. La tabla XXI resume los errores medios porcentuales obtenidos por los modelos ajustados en el conjunto de pruebas.

Tabla XXI. **Valores MAPE por intervalos acumulados por día en el conjunto de pruebas**

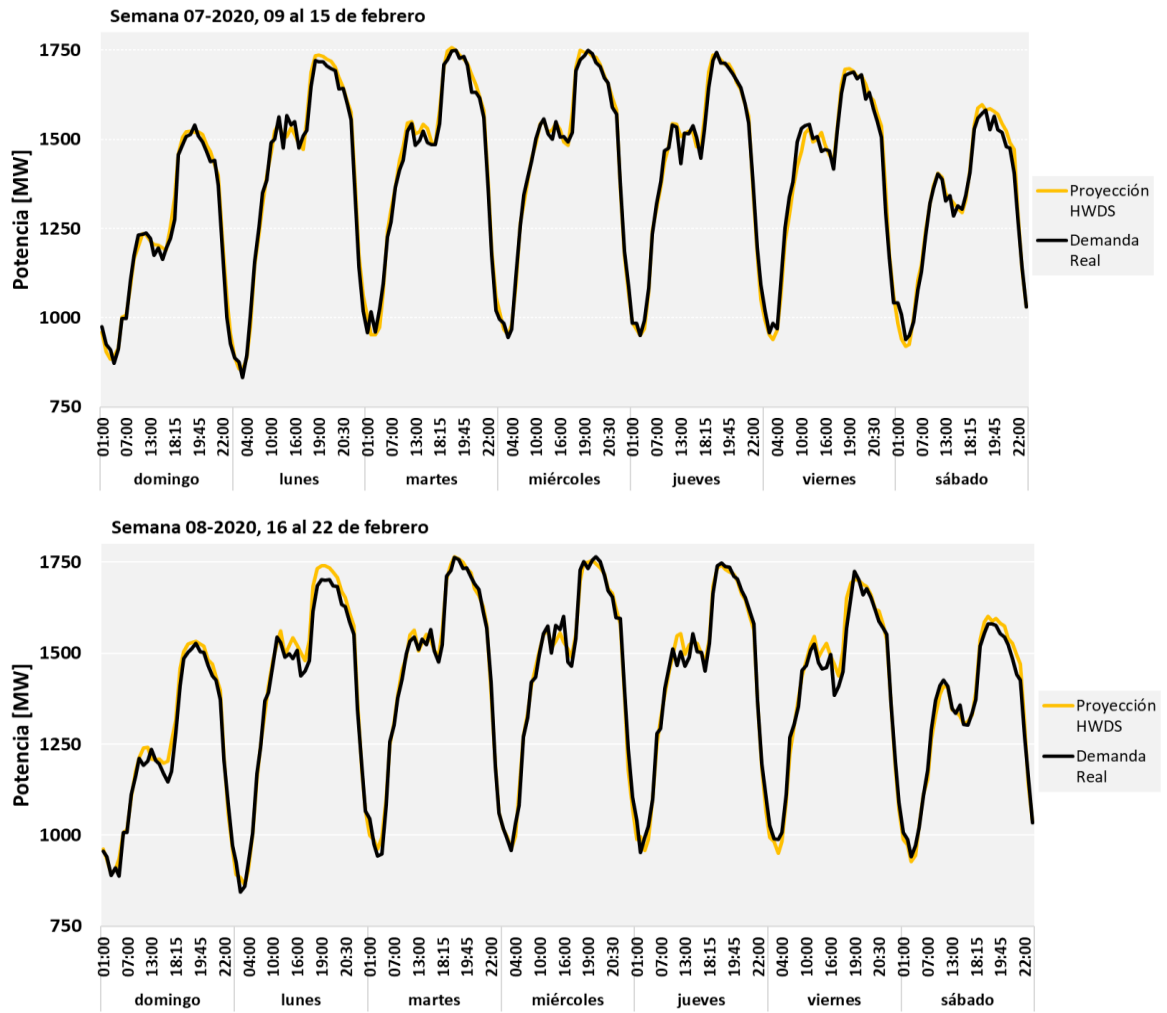
<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Domingo 26 de enero 2020								
HWDS	2.00 %	3.12 %	2.79 %	2.23 %	1.91 %	1.83 %	1.68 %	1.54 %
BATS	0.60 %	1.77 %	1.66 %	1.46 %	1.33 %	1.33 %	1.26 %	1.20 %
Lunes 27 de enero 2020								
HWDS	3.22 %	2.77 %	2.64 %	2.57 %	2.19 %	1.90 %	1.79 %	1.74 %
BATS	2.89 %	2.75 %	2.49 %	2.34 %	2.10 %	1.88 %	1.76 %	1.66 %
Martes 28 de enero 2020								
HWDS	2.70 %	2.44 %	1.98 %	2.06 %	1.77 %	1.53 %	1.39 %	1.58 %
BATS	2.09 %	1.95 %	1.67 %	1.66 %	1.50 %	1.28 %	1.18 %	1.45 %
Miércoles 29 de enero 2020								
HWDS	2.71 %	1.70 %	1.42 %	1.68 %	1.58 %	1.69 %	1.76 %	1.76 %
BATS	3.00 %	1.88 %	1.62 %	1.54 %	1.39 %	1.47 %	1.54 %	1.58 %
Jueves 30 de enero 2020								
HWDS	1.73 %	1.37 %	1.16 %	1.06 %	1.43 %	2.03 %	1.80 %	1.62 %
BATS	2.78 %	1.89 %	1.53 %	1.27 %	1.66 %	2.19 %	1.95 %	1.80 %
Viernes 31 de enero 2020								
HWDS	2.37 %	1.39 %	1.41 %	1.35 %	1.46 %	1.39 %	1.31 %	1.33 %
BATS	2.65 %	1.65 %	1.65 %	1.63 %	1.64 %	1.58 %	1.49 %	1.54 %
Sábado 01 de febrero 2020								
HWDS	1.56 %	1.74 %	1.42 %	1.42 %	1.78 %	1.92 %	2.15 %	2.25 %
BATS	1.75 %	1.70 %	1.33 %	1.39 %	1.69 %	1.71 %	1.86 %	1.88 %

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2.4. Pronósticos del modelo HWDS ajustado

En la figura 18 se muestran los valores de demanda pronosticados con el modelo ajustado según la metodología de Holt Winters para la Doble Estacionalidad para las semanas 7 y 8 del año 2020, comparados con los valores reales de demanda publicados por el operador del sistema. los valores obtenidos se encuentran tabulados en los apéndices 1 y 2.

Figura 18. Pronósticos del modelo HWDS para las semanas 7 y 8, febrero 2020

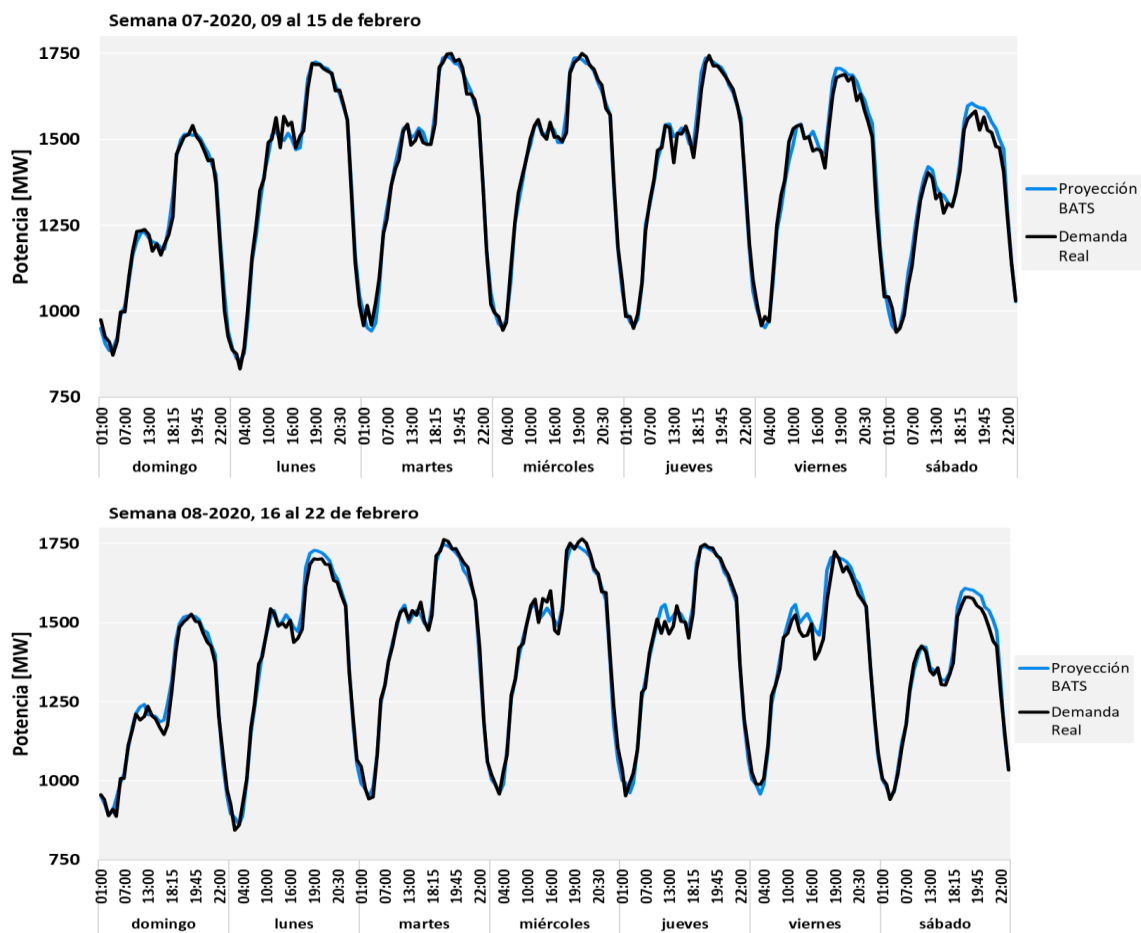


Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2.5. Pronósticos del modelo BATS ajustado

En la figura 19 se muestran los valores de demanda pronosticados con el modelo BATS ajustado para las semanas 7 y 8 del año 2020, comparados con los valores reales de demanda publicados por el operador del sistema, los valores obtenidos se encuentran tabulados en los apéndices 3 y 4.

Figura 19. Pronósticos del modelo BATS para las semanas 7 y 8, febrero 2020



Fuente: elaboración propia.

Gráficamente los pronósticos obtenidos para un horizonte semanal con ambos modelos ajustados mostraron una predicción muy cercana al valor real de demanda local de Guatemala.

Sin embargo, con el objetivo de selección el mejor modelo se comparó cuál de estos devolvió los menores valores de Error Medio Porcentual con horizontes semanales, adicionalmente con fines comparativos, se incluyó el mismo cálculo de precisión para la estimación diaria y semanal del operador de mercado, como se observa en las tablas XXII, XXIII para las semanas 7 y 8 del año 2020, respectivamente, así como en la figura 20.

Tabla XXII. **Valores MAPE a lo largo de la semana 7 - 2020**

	<b>33 domingo</b>	<b>66 lunes</b>	<b>99 martes</b>	<b>132 miércoles</b>	<b>165 jueves</b>	<b>198 viernes</b>	<b>231 sábado</b>
HWDS	1.68 %	1.69 %	1.70 %	1.53 %	1.45 %	1.51 %	1.54 %
BATS	1.53 %	1.52 %	1.50 %	1.38 %	1.35 %	1.42 %	1.51 %
AMM d	1.95 %	2.08 %	1.85 %	1.70 %	1.64 %	1.77 %	1.96 %
AMM s	1.95 %	2.10 %	1.92 %	1.74 %	1.76 %	1.80 %	1.86 %

Fuente: elaboración propia.

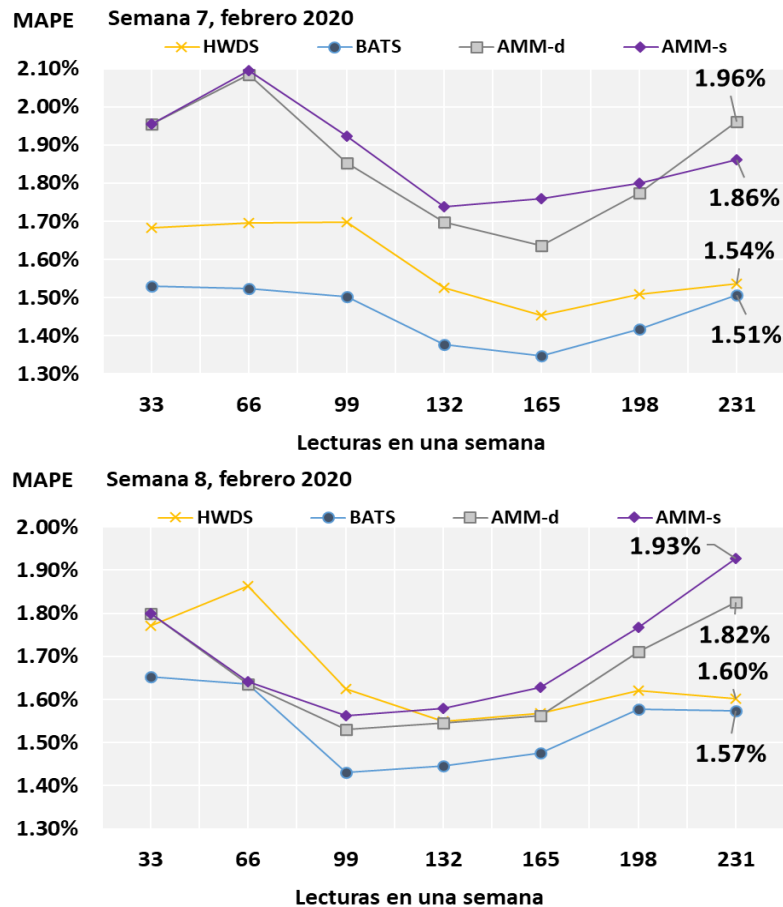
Tabla XXIII. **Valores MAPE a lo largo de la semana 8 - 2020**

	<b>33 domingo</b>	<b>66 lunes</b>	<b>99 martes</b>	<b>132 miércoles</b>	<b>165 jueves</b>	<b>198 viernes</b>	<b>231 sábado</b>
HWDS	1.77 %	1.86 %	1.63 %	1.55 %	1.57 %	1.62 %	1.60 %
BATS	1.65 %	1.64 %	1.43 %	1.45 %	1.48 %	1.58 %	1.57 %
AMM d	1.80 %	1.64 %	1.53 %	1.55 %	1.56 %	1.71 %	1.82 %
AMM s	1.80 %	1.64 %	1.56 %	1.58 %	1.63 %	1.77 %	1.93 %

Fuente: elaboración propia.

Con los resultados de las tablas anteriores se determinó que el modelo con mejor ajuste corresponde al modelo BATS (0.23,-,2,3,33,231)

Figura 20. Valores MAPE a lo largo de la semana 7 - 2020



Fuente: elaboración propia.

Las tablas XXIV y XXV, resumen los valores MAPE obtenidos con los modelos para horizontes diarios e intradiarios, durante las semanas 7 y 8 del año 2020, respectivamente. Por último, se representó en las figuras 21 y 22 el desempeño de los modelos ajustados graficando las desviaciones horarias para las semanas 7 y 8 del año 2020.

Tabla XXIV. **Valores MAPE por intervalos acumulados por día durante la semana 7 - 2020**

<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Domingo 09 de febrero 2020								
HWDS	2.29 %	1.53 %	1.36 %	1.44 %	1.55 %	1.47 %	1.46 %	1.68 %
BATS	2.38 %	1.84 %	1.58 %	1.50 %	1.61 %	1.47 %	1.39 %	1.53 %
AMM_d	1.82 %	2.05 %	2.14 %	1.84 %	1.89 %	1.89 %	1.83 %	1.95 %
AMM_s	1.82 %	2.05 %	2.14 %	1.84 %	1.89 %	1.89 %	1.83 %	1.95 %
Lunes 10 de febrero 2020								
HWDS	1.58 %	1.83 %	1.67 %	1.78 %	1.83 %	1.68 %	1.58 %	1.71 %
BATS	1.72 %	2.09 %	1.92 %	2.09 %	2.01 %	1.71 %	1.54 %	1.52 %
AMM_d	1.94 %	2.49 %	2.49 %	2.76 %	2.53 %	2.40 %	2.41 %	2.22 %
AMM_s	2.24 %	2.64 %	2.56 %	2.80 %	2.56 %	2.43 %	2.43 %	2.24 %
Martes 11 de febrero 2020								
HWDS	4.25 %	2.89 %	2.46 %	2.33 %	2.03 %	1.79 %	1.72 %	1.70 %
BATS	4.36 %	2.97 %	2.32 %	2.07 %	1.80 %	1.60 %	1.52 %	1.46 %
AMM_d	2.95 %	2.27 %	2.10 %	1.82 %	1.63 %	1.47 %	1.45 %	1.39 %
AMM_s	3.79 %	2.85 %	2.42 %	2.00 %	1.74 %	1.72 %	1.70 %	1.58 %
Miércoles 12 de febrero 2020								
HWDS	1.45 %	1.37 %	1.09 %	1.05 %	1.13 %	1.06 %	0.97 %	1.01 %
BATS	1.13 %	1.48 %	1.18 %	1.09 %	1.15 %	1.08 %	1.00 %	1.00 %
AMM_d	2.24 %	1.44 %	1.37 %	1.39 %	1.32 %	1.20 %	1.10 %	1.23 %
AMM_s	1.19 %	1.52 %	1.45 %	1.33 %	1.21 %	1.12 %	1.11 %	1.18 %
Jueves 13 de febrero 2020								
HWDS	1.13 %	1.01 %	0.94 %	1.15 %	1.34 %	1.20 %	1.08 %	1.17 %
BATS	1.28 %	1.04 %	0.96 %	1.19 %	1.46 %	1.31 %	1.19 %	1.23 %
AMM_d	1.05 %	1.13 %	1.06 %	1.40 %	1.40 %	1.29 %	1.29 %	1.39 %
AMM_s	1.72 %	1.07 %	1.20 %	1.46 %	1.39 %	1.73 %	1.73 %	1.85 %
Viernes 14 de febrero 2020								
HWDS	2.03 %	2.50 %	2.58 %	2.28 %	2.04 %	1.79 %	1.71 %	1.78 %
BATS	1.50 %	1.68 %	1.70 %	1.63 %	1.70 %	1.60 %	1.59 %	1.76 %
AMM_d	3.11 %	1.86 %	1.94 %	2.12 %	2.10 %	2.11 %	2.11 %	2.46 %
AMM_s	2.34 %	1.94 %	2.07 %	2.05 %	1.92 %	1.77 %	1.73 %	2.00 %
Sábado 15 de febrero 2020								
HWDS	4.27 %	2.93 %	2.05 %	1.89 %	1.66 %	1.69 %	1.73 %	1.70 %
BATS	2.39 %	2.79 %	2.36 %	2.19 %	1.94 %	2.02 %	2.09 %	2.04 %
AMM_d	2.41 %	3.67 %	4.00 %	4.10 %	3.62 %	3.50 %	3.35 %	3.08 %
AMM_s	2.63 %	2.93 %	3.06 %	3.26 %	2.90 %	2.66 %	2.45 %	2.22 %

Fuente: elaboración propia.

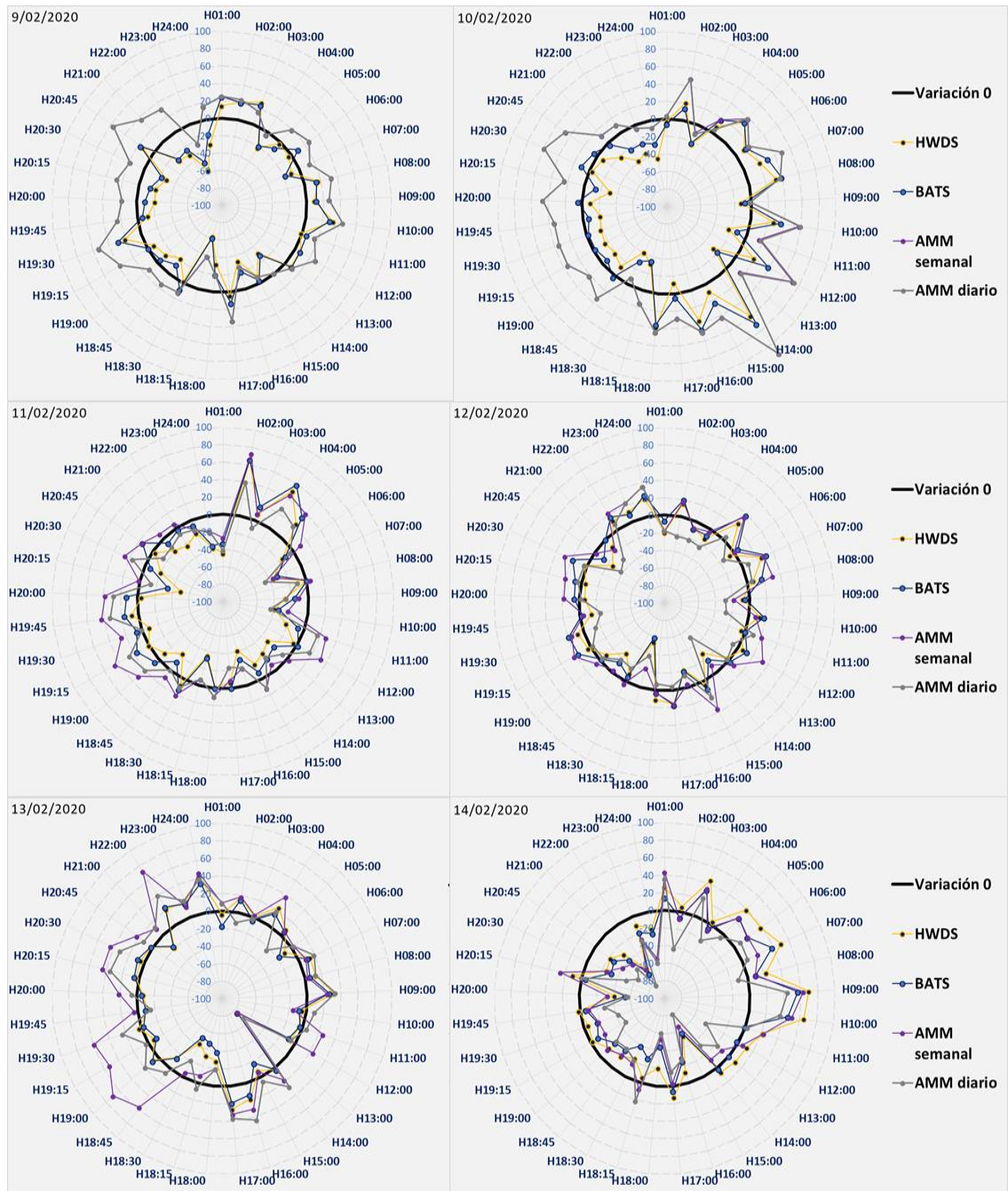
Tabla XXV. **Valores MAPE por intervalos acumulados por día durante la semana 8 - 2020**

<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Domingo 16 de febrero 2020								
HWDS	0.55 %	1.13 %	1.46 %	1.46 %	2.06 %	1.90 %	1.85 %	1.77 %
BATS	0.67 %	1.56 %	1.68 %	1.53 %	1.95 %	1.75 %	1.66 %	1.65 %
AMM_d	2.05 %	1.70 %	1.72 %	1.62 %	2.23 %	2.00 %	1.85 %	1.80 %
AMM_s	2.05 %	1.70 %	1.72 %	1.62 %	2.23 %	2.00 %	1.85 %	1.80 %
Lunes 17 de febrero 2020								
HWDS	2.74 %	1.91 %	1.72 %	1.70 %	2.08 %	2.12 %	2.08 %	1.95 %
BATS	2.98 %	2.33 %	1.82 %	1.58 %	1.87 %	1.82 %	1.71 %	1.62 %
AMM_d	2.24 %	1.68 %	1.41 %	1.57 %	2.05 %	1.80 %	1.62 %	1.47 %
AMM_s	2.24 %	1.68 %	1.41 %	1.57 %	2.05 %	1.81 %	1.63 %	1.48 %
Martes 18 de febrero 2020								
HWDS	3.05 %	1.96 %	1.69 %	1.56 %	1.46 %	1.31 %	1.21 %	1.15 %
BATS	2.22 %	1.33 %	1.11 %	1.17 %	1.13 %	1.04 %	1.04 %	1.02 %
AMM_d	3.16 %	1.94 %	1.53 %	1.50 %	1.34 %	1.26 %	1.35 %	1.32 %
AMM_s	3.12 %	1.86 %	1.45 %	1.50 %	1.37 %	1.30 %	1.40 %	1.41 %
Miércoles 19 de febrero 2020								
HWDS	1.16 %	1.24 %	1.09 %	1.36 %	1.41 %	1.27 %	1.16 %	1.32 %
BATS	1.52 %	1.37 %	1.16 %	1.46 %	1.49 %	1.41 %	1.32 %	1.49 %
AMM_d	1.88 %	1.78 %	1.65 %	1.89 %	1.82 %	1.76 %	1.62 %	1.59 %
AMM_s	1.71 %	1.76 %	1.70 %	1.86 %	1.81 %	1.73 %	1.60 %	1.63 %
Jueves 20 de febrero 2020								
HWDS	4.20 %	2.76 %	2.74 %	2.52 %	2.21 %	1.92 %	1.70 %	1.64 %
BATS	3.65 %	2.39 %	2.50 %	2.33 %	2.14 %	1.84 %	1.65 %	1.60 %
AMM_d	3.50 %	2.59 %	2.47 %	2.47 %	2.16 %	2.00 %	1.82 %	1.63 %
AMM_s	3.41 %	2.68 %	2.71 %	2.58 %	2.39 %	2.24 %	1.94 %	1.82 %
Viernes 21 de febrero 2020								
HWDS	2.58 %	2.20 %	1.83 %	1.97 %	2.44 %	2.27 %	2.04 %	1.88 %
BATS	1.79 %	1.67 %	1.70 %	1.92 %	2.63 %	2.47 %	2.32 %	2.09 %
AMM_d	1.93 %	2.38 %	2.19 %	2.60 %	3.22 %	3.02 %	2.77 %	2.46 %
AMM_s	1.93 %	2.38 %	2.19 %	2.60 %	3.22 %	3.02 %	2.77 %	2.46 %
sábado 22 de febrero 2020								
HWDS	1.89 %	1.56 %	1.53 %	1.34 %	1.25 %	1.25 %	1.35 %	1.48 %
BATS	0.61 %	0.80 %	0.83 %	0.89 %	1.02 %	1.17 %	1.38 %	1.54 %
AMM_d	2.28 %	1.88 %	1.53 %	1.66 %	1.88 %	2.04 %	2.24 %	2.50 %
AMM_s	2.13 %	2.29 %	2.44 %	2.79 %	3.04 %	2.87 %	2.83 %	2.89 %

Fuente: elaboración propia.

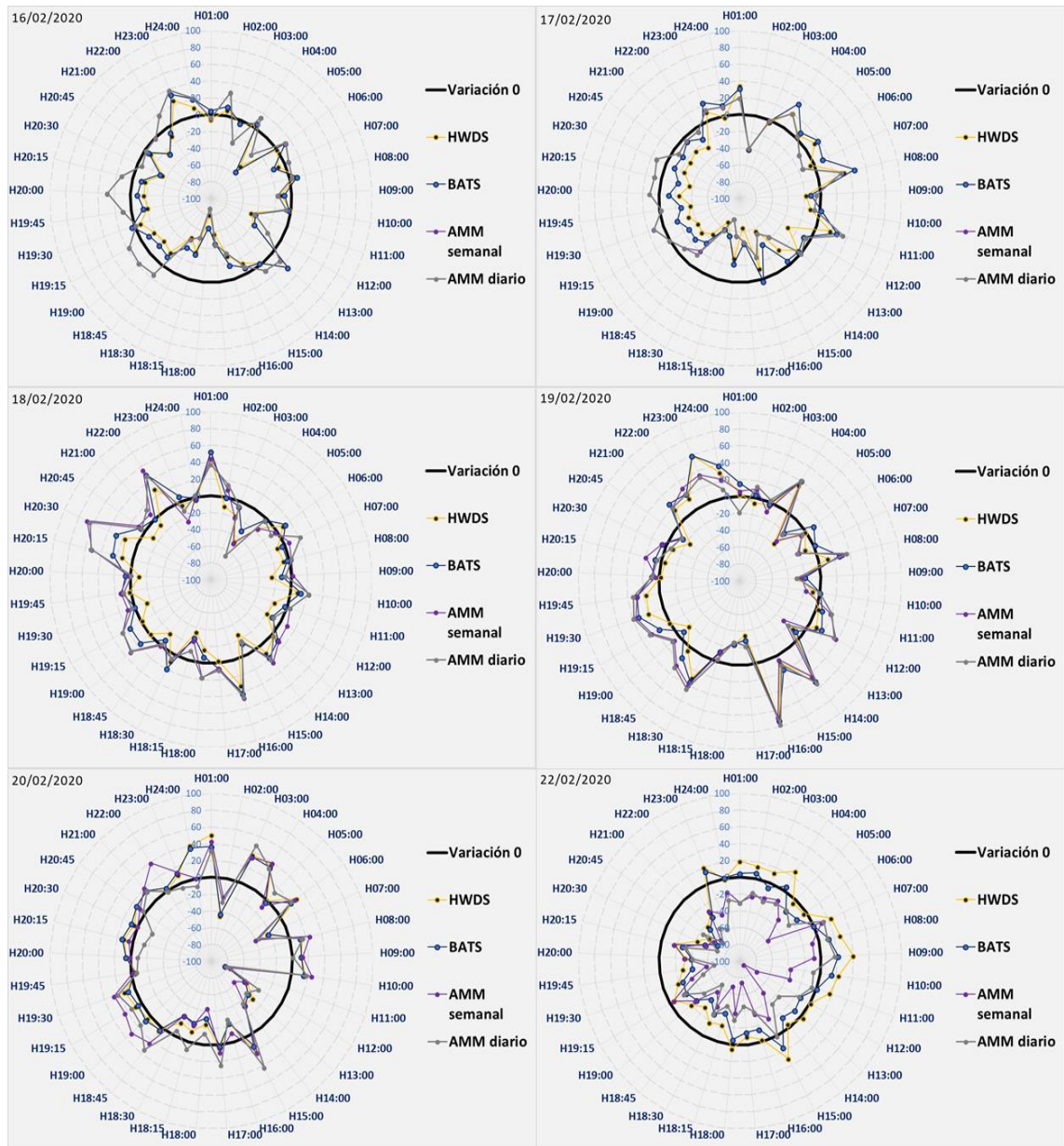


Figura 21. Error de pronóstico con los modelos ajustados durante la semana 7 – 2020



Fuente: elaboración propia.

Figura 22. Error de pronóstico con los modelos ajustados durante la semana 8 – 2020



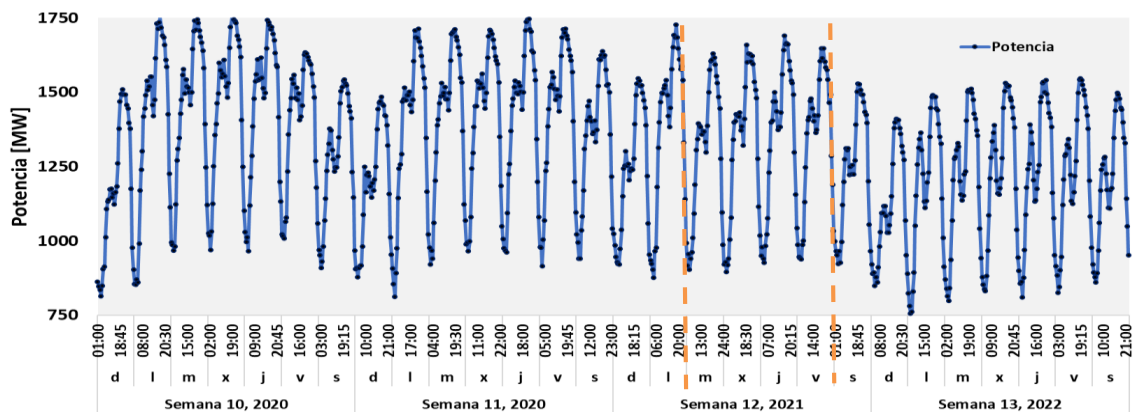
Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2.6. Pronósticos para cambios súbitos en el nivel de demanda (Efectos Covid-19)

Surgió la interrogante del desempeño del mismo modelo seleccionado ante las disminuciones súbitas en el nivel de la serie por factores externos no controlables y que afectan de forma significativa la rutina de la población y por tanto su consumo de energía.

Una situación que causó cambios en la demanda de potencia eléctrica en Guatemala fueron las suspensiones de labores en las dependencias del estado e iniciativas privadas, así como los horarios restringidos de las actividades comerciales para el distanciamiento social, entre otras, como medidas de mitigación ante la presencia confirmada de casos de Covid-19 en Guatemala. Estas fueron publicadas en el Diario Oficial de Centro América el 16 de marzo de 2020 (Disposiciones Presidenciales en caso de calamidad pública y órdenes para el estricto cumplimiento, 2020) cuyos efectos se hacen evidentes en la figura 23, con el comportamiento de la serie a partir del día 17 de marzo 2020.

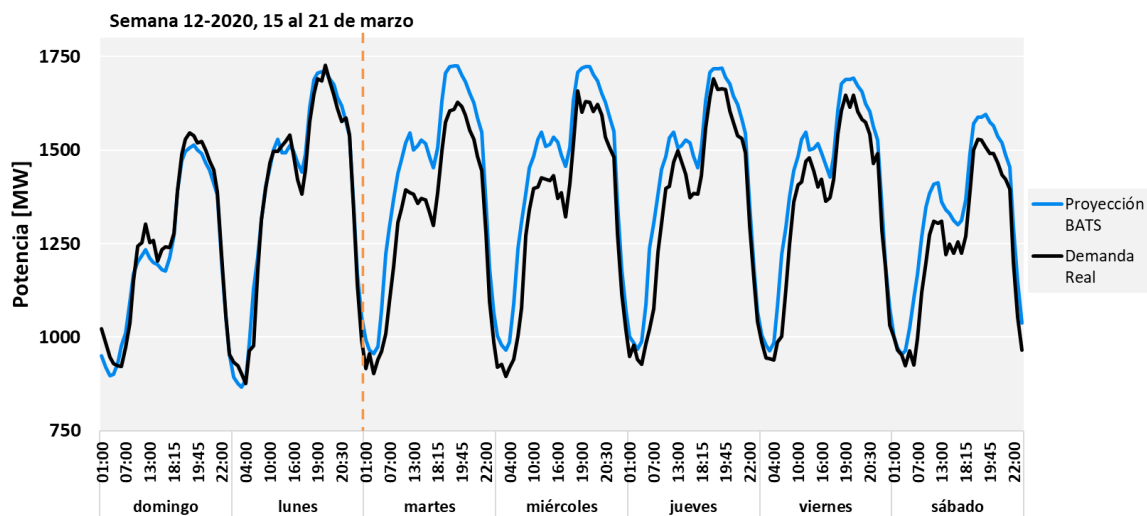
Figura 23. Disminución de demanda de potencia por efectos Covid-19



Fuente: elaboración propia con datos de posdespachos.

El desempeño del modelo ajustado para el horizonte semanal bajo estas condiciones evidenció una falta de ajuste a partir del martes 17 de marzo como puede observarse en la figura 24.

Figura 24. **Pronósticos del modelo BATS para la semana 12, marzo 2020**



Fuente: elaboración propia.

Sin embargo, el mismo modelo, se utilizó para proyecciones con horizontes diarios, luego de recoger los nuevos valores, es decir, las lecturas de demanda de potencia disminuida del día martes 17 de marzo de 2020, pasaron a ser parte del conjunto histórico y retroalimentación del modelo ajustado para la proyección del miércoles 18 de marzo. Esta misma mecánica se utilizó para la proyección del resto de los días de esa misma semana.

De modo que los valores proyectados con el modelo ajustado con un horizonte diario (33 valores) a partir del miércoles 18 de marzo 2020 al sábado 21 de marzo 2020 se resumen la tabla XXVI.

Tabla XXVI. **Valores MAPE por intervalos acumulados por día durante la semana 12 – 2020**

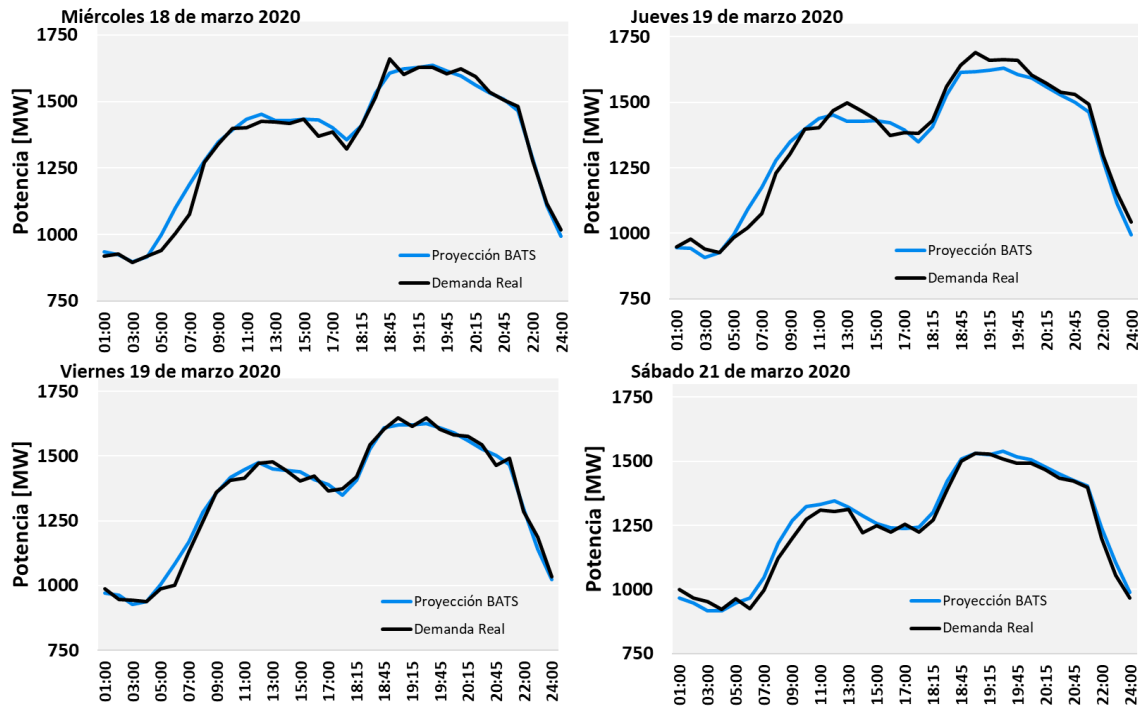
<b>Lecturas (hora)</b>	<b>4 (04:00)</b>	<b>8 (08:00)</b>	<b>12 (12:00)</b>	<b>16 (16:00)</b>	<b>20 (18:30)</b>	<b>24 (19:30)</b>	<b>28 (20:30)</b>	<b>33 (24:00)</b>
Miércoles 18 de marzo 2020								
BATS	0.59 %	3.61 %	2.84 %	2.49 %	2.24 %	2.08 %	1.94 %	1.78 %
Jueves 19 de marzo 2020								
BATS	1.92 %	3.64 %	3.03 %	3.00 %	2.76 %	2.73 %	2.54 %	2.56 %
Viernes 20 de marzo 2020								
BATS	1.27 %	2.68 %	2.08 %	1.91 %	1.82 %	1.66 %	1.53 %	1.61 %
Sábado 21 de marzo 2020								
BATS	2.37 %	3.21 %	3.34 %	3.02 %	2.80 %	2.44 %	2.26 %	2.26 %

Fuente: elaboración propia.

De forma gráfica se representó el ajuste de las proyecciones con horizonte diario para visualizar el ajuste del modelo ante la disminución de demanda.



Figura 25. **Pronósticos del modelo BATS del miércoles 18 al sábado 21 de marzo 2020**



Fuente: elaboración propia.

### 3.3. Bondad de ajuste del modelo seleccionado

Por último, para cumplir el tercer objetivo se calculó por bandas horarias el Error Medio Absoluto (MAE) provocado por el Suavizado Exponencial del modelo BATS, que no son más que los promedios de las desviaciones en valores absolutos que deja el modelo en un espacio de tiempo.

A continuación, se presentan los valores MAE calculados por bandas horarias con la información de demanda real de las semanas 7 y 8 del año 2020 y sus respectivos pronósticos generados por el modelo propuesto, hay que

resaltar que el parámetro MAE no es libre de escala, por tanto, los valores de las tablas XXVI y XXVII se pueden leer en la dimensional de Megavatios [MW].

**Tabla XXVII. Valores MAE calculados por banda horaria y día de la semana 7 - 2020**

	<b>Dom</b>	<b>Lun</b>	<b>Mar</b>	<b>Mie</b>	<b>Jue</b>	<b>Vie</b>	<b>Sáb</b>
Valle	21.4	19.5	32.4	15.2	15.5	18.6	21.2
Intermedia	14.8	30.4	14.0	12.6	19.4	24.0	20.8
Punta	18.3	11.3	14.1	13.9	16.1	28.9	35.8

Fuente: elaboración propia.

**Tabla XXVIII. Valores MAE calculados por banda horaria y día de la semana 8 - 2020**

	<b>Dom</b>	<b>Lun</b>	<b>Mar</b>	<b>Mie</b>	<b>Jue</b>	<b>Vie</b>	<b>Sáb</b>
Valle	18.5	21.1	14.1	24.2	27.4	17.8	8.9
Intermedia	23.3	18.8	12.0	23.0	28.3	36.2	11.7
Punta	16.4	25.0	16.3	17.8	10.7	31.2	38.3

Fuente: elaboración propia.

En la Norma de Coordinación Comercial No. 1 del AMM se presenta uno de los criterios para iniciar un redespacho, siendo que si “la demanda real difiere en cinco por ciento (5 %) respecto de la pronosticada” Administrador del Mercado Mayorista (AMM, 2001) Se puede iniciar un proceso de reprogramación, es decir una nueva optimización con nuevos pronósticos, porque la programación inicial es obsoleta.

Por lo cual en las tablas XXVIII y XXIX se muestra el 5 % de la demanda de potencia promedio por banda horaria de la proyección del modelo seleccionado,

cuyos valores son mucho mayores a los errores provocados por el modelo, demostrando así que la probabilidad de requerir un redespacho por desviaciones de demanda es baja.

Tabla XXIX. **Cálculo del 5 % promedio por banda horaria de la demanda pronosticada por el modelo BATS en la semana 07 – 2020**

	<b>Dom</b>	<b>Lun</b>	<b>Mar</b>	<b>Mie</b>	<b>Jue</b>	<b>Vie</b>	<b>Sáb</b>
Valle	47.1	48.9	52.4	52.9	52.9	52.9	51.0
Intermedia	59.0	72.4	73.7	74.1	74.0	73.5	66.7
Punta	72.3	81.9	82.5	82.6	82.3	81.2	76.5

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXX. **Cálculo del 5 % promedio por banda horaria de la demanda pronosticada por el modelo BATS en la semana 08 – 2020**

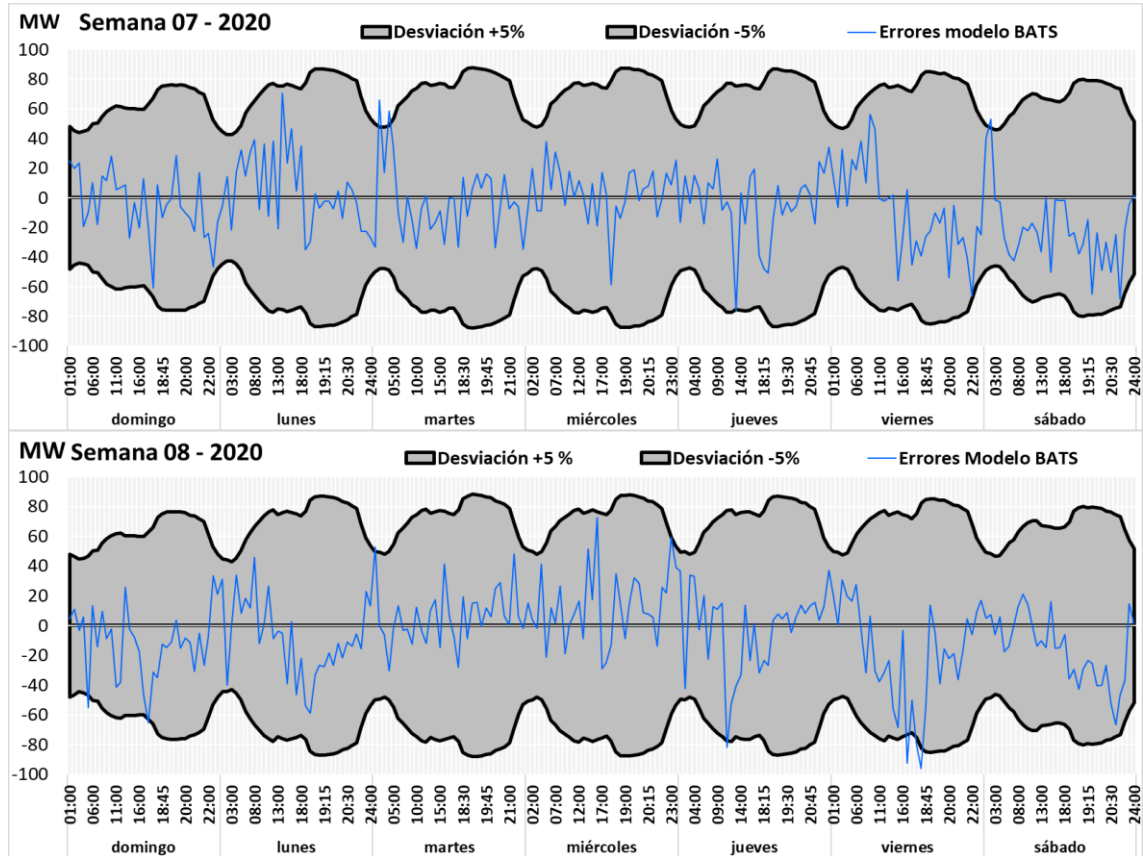
	<b>Dom</b>	<b>Lun</b>	<b>Mar</b>	<b>Mie</b>	<b>Jue</b>	<b>Vie</b>	<b>Sáb</b>
Valle	47.6	49.4	52.9	53.4	53.5	53.4	51.5
Intermedia	59.3	72.8	74.0	74.5	74.3	73.8	67.0
Punta	72.5	82.0	82.7	82.7	82.4	81.3	76.6

Fuente: elaboración propia.

Gráficamente, se mostraron los errores del modelo durante la semana, para comprobar si de forma puntual estos también quedan dentro del 5 % de tolerancia, es necesario resaltar que, aunque el criterio citado del 5 % no lo indica, la desviación que supera la tolerancia debe ser sostenida en el tiempo para iniciar un proceso de redespacho.



Figura 26. **Desviaciones horarias con el modelo BATS durante las semanas 07 y 08 – 2020**



Fuente: elaboración propia.

En la figura anterior se puede comprobar de forma puntual que solo el 3 % de los errores provocados por el modelo seleccionado, están fuera del margen de tolerancia y que además no fueron sostenidos en el tiempo, por lo que no se incumple con la normativa vigente.



## 4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 4.1. Categorización de la demanda de potencia eléctrica

Un pensamiento intuitivo que se tiene sobre la agrupación para la estimación o modelación de la demanda de potencia en la mayoría de los sistemas eléctricos es que la demanda que se debe suministrar es para fines prácticos igual durante los días laborales de lunes a viernes, diferenciándose tanto de los sábados como de los domingos, como se muestra en los ejemplos de modelación de demanda eléctrica presentados por García, 2016.

Sin embargo, para el caso específico de Guatemala, las distribuciones de los valores de demanda de potencia eléctrica categorizados por día de la semana demostraron un desajuste con la distribución normal, según el p-valor  $< 0.05$ , obtenido en la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov Smirnov.

Por esta razón, se decidió realizar un análisis no paramétrico de los valores de demanda, a través de la prueba Kruskal – Wallis, la cual permite evaluar la diferencia estadística entre 2 o más poblaciones sin que éstas tengan necesariamente distribución normal e igualdad de varianzas.

El resultado de la prueba fue un p-valor  $< 0.05$ , lo que rechaza la hipótesis nula que dicta que las muestras provienen de una misma población. Lo anterior permite inferir que, al menos, una de las poblaciones es diferente al resto, es decir, al menos la distribución para uno de los 7 días de la semana es estadísticamente diferente del resto.

El resultado anterior sugirió realizar un análisis *post-hoc* de Bonferroni para marcar las diferencias estadísticamente significativas entre los días de la semana según la distribución de la variable y evaluar cuáles son diferentes entre sí. Con ello, se obtuvieron 4 grupos de poblaciones estadísticamente diferentes, es decir que, al menos para 2 días de la semana, los valores de demanda pueden considerarse estadísticamente iguales, pero al menos un día de la semana es diferente de todos los grupos formados. Esto concuerda con el análisis exploratorio y la descripción de la serie de tiempo expuesta en el capítulo anterior.

Por ejemplo, a pesar de que los lunes alcanzan valores altos de demanda de potencia eléctrica similares al de los martes a jueves, en estos también se presentan los valores más bajos de demanda dentro de una semana completa y típica, justamente previo al inicio de la actividad laboral.

Esto se refleja en el análisis *post hoc* de Bonferroni, cuyas muestras de demanda pertenecientes a los lunes fueron estadísticamente diferentes al resto de los días de la semana con p-valores  $< 0.05$ . a excepción del p-valor = 1 en su comparación con las muestras de los viernes, a pesar de no ser días adyacentes en la semana.

Con esto se demuestra que el tipo de día es una variable exógena categórica que influye directamente en los valores de demanda, coincidente con lo expresado por Samaniego (2002), Hinojosa (2008) y Trull (2019).

Por otro lado, la categorización de la demanda por meses denota estacionalidades marcadas que coinciden con fechas importantes en el año que impactan en los niveles de demanda a la vez que marcan las tendencias de corto plazo, como lo son la semana santa, las fiestas de fin de año, y las vacaciones de medio año. Este conjunto de variaciones o efectos son inestables

principalmente por el corrimiento de algunas fechas en el año y pueden observarse gráficamente en el apéndice 6 como los cambios súbitos en la tendencia de corto plazo para los años del 2016 al 2019.

## **4.2. Modelización de la demanda de potencia eléctrica**

Con lo discutido, se logró dividir la serie de tiempo en subseries para poder aplicar métodos de proyección que capturan solo una componente estacional.

Sin embargo, además de los resultados obtenidos, la practicidad para la proyección se mejora si una metodología ofrece resultados con horizontes diarios o semanales, sin necesidad de realizar particiones de la serie, lo cual es una razón más recurrir a metodologías que modelen estacionalidades complejas o múltiples.

### **4.2.1. Modelado con subseries de tiempo**

Según la categorización en días de la demanda de potencia eléctrica y los resultados del análisis de Bonferroni, se fragmentó la serie completa en subseries de tiempo, formando grupos de días con las siguientes condiciones: 1) poblaciones sin diferencias estadísticamente significativas y 2) adyacentes en el tiempo. Las subseries formadas fueron: 1) domingos, 2) lunes, 3) martes a jueves, 4) viernes y 5) sábados.

Para modelar estas subseries de tiempo, la recomendación de autores como Samaniego (2002) y García (2016) fue ajustar modelos con la metodología de los suavizados exponenciales de Holt – Winters y la metodología de Box – Jenkins para los modelos Estacionales Autorregresivos Integrados de Media Móvil. En el caso del suavizado exponencial de Holt – Winters, la componente

estacional se utilizó en esquema aditivo, ya que de esta forma se evitaron las alteraciones en los niveles de la serie por efectos multiplicativos en la interacción de la estacionalidad con la tendencia.

Los resultados de la modelización por subseries de tiempo demostraron no tener una mejora en la bondad de ajuste al valor real en comparación con las predicciones que realizó el operador del sistema, específicamente con los domingos, lunes, viernes y sábados, puesto que los errores medios porcentuales por día superaron el 2 % en algunos casos.

Aunque el objetivo de hacer las agrupaciones ya expuestas fue evaluar si un modelo con solo una componente estacional lograba mejorar las proyecciones oficiales, esto no se logró. Por ello, se investigó la causa en la falta de ajuste y se graficó la muestra que se utilizó para ajustar cada modelo de cada subserie (estas gráficas se encuentran en el apéndice 3). Se encontró que aún después de depurar la serie de los efectos de días festivos y fallas del sistema, existen aumentos y disminuciones en los valores medios de la subserie a lo largo del período de prueba, cuya duración no es constante, por lo cual no es recomendable tratarla como una segunda estacionalidad anidada, ya que se convierte en una componente cíclica de duración variable, como lo define la teoría de series de tiempo.

En otras palabras, en las subseries de tiempo formadas a partir de categorías de un solo día, se aprecia una falta de homogeneidad que resulta en una falta de ajuste.

Sin embargo, para la subserie de tiempo, que abarcó los de martes a jueves, tanto el suavizado exponencial de Holt-Winters como el modelo SARIMA

ajustado a la serie, mejoró el error medio porcentual que dejó la proyección oficial por parte del operador del sistema, alcanzado valores de hasta 1.29 %.

A diferencia de las subseries de tiempo formadas con un solo día, la subserie de tiempo de martes a jueves ofrece una relativa homogeneidad, al agrupar de forma consecutiva un mayor número de observaciones.

Como lo sugirió la figura 6 y lo demostró el análisis *post-hoc* de Bonferroni, la agrupación de estas 3 poblaciones disminuye el efecto de una segunda estacionalidad y consecuentemente mejora los resultados de los modelos.

Particularmente, los resultados para la subserie de martes a jueves son similares en cuanto a las conclusiones de los ejemplos presentados por García (2016) luego de haber ajustado un suavizado exponencial de Holt Winters y un modelo SARIMA para la serie de tiempo de demanda de potencia eléctrica de lunes a viernes en España. Sin embargo, por la simplicidad de metodologías concluye sobre el suavizado exponencial de Holt – Winters, que es especialmente diseñado para series de tiempo con una componente estacional muy marcada, como lo es la subserie de los martes a jueves.

Aunque los resultados obtenidos son muy alentadores para modelar la demanda de potencia eléctrica de martes a jueves, es necesario evaluar modelos con horizontes semanales.

Se hace tanto énfasis en anticipar con el menor error posible la demanda de potencia eléctrica porque a diferencia de otras variables estudiadas con series de tiempo que son por lo general de baja frecuencia y con horizonte de predicción de mediano o largo plazo (múltiplos de meses) cuyo margen de error naturalmente debe ser más amplio. El error de pronóstico por hora de la demanda

de potencia eléctrica tiene impactos de carácter económicos y físicos, cuyos efectos pueden evaluarse de forma casi inmediata, puesto que un sistema eléctrico de potencia opera de forma continua.

#### **4.2.2. Modelado con serie semanal**

Para modelar los efectos de la doble estacionalidad anidada fue necesario recurrir a los métodos extendidos por Taylor (2003) así como los modelos desarrollados por De Livera et. Al (2011). ya que por medio de los análisis descriptivos de las figuras 1, 2 y 3 así como de la descomposición de la serie en la figura 4, quedó demostrado la presencia de estacionalidades múltiples de la demanda de potencia eléctrica en Guatemala.

Siendo que la primera estacionalidad con horizonte diario tiene una frecuencia de 33 observaciones, la segunda estacionalidad anidada es un múltiplo de la estacionalidad diaria con horizonte semanal y frecuencia de 231 valores. Por último, una tercera estacionalidad anual con frecuencia de 12012 valores.

Tanto el suavizado exponencial de Holt Winters con Doble Estacionalidad como los modelos de Espacio de Estado para la Estacionalidad Compleja BATS mostraron una mejora importante en los resultados obtenidos, puesto que disminuyeron los errores porcentuales medios que se obtuvieron con los modelos ajustados a las subseries de tiempo. También disminuyeron el mismo parámetro calculado con las proyecciones oficiales tanto semanales como actualizaciones diarias del operador del sistema, obteniendo valores de 1.51 % para la semana de prueba número 7 y 1.57 % para la semana de prueba número 8 del año 2020.



Tanto la metodología de suavizado exponencial de Holt Winters con Doble Estacionalidad como el modelo de Espacio de Estado de Estacionalidad Compleja BATS ajustados para la demanda de potencia eléctrica, acomodan muy bien los patrones de estacionalidad anidada. Sin embargo, tal cual lo refieren los autores de ambos modelos Taylor (2003) y De Livera et. Al (2011) respectivamente, fue necesaria una corrección sobre los residuos para tratar de evitar la correlación entre estos. Esto último se realizó por medio de un modelo AR(1) en el caso del suavizado exponencial de Holt Winters y mediante un proceso ARMA (2,3) en el caso del modelo BATS.

En cuanto a los parámetros de los modelos ajustados, llama la atención que los valores de  $\beta$  son iguales a 0 en cada caso, de acuerdo con la teoría de los modelos de suavizado exponencial. Esto significa que la componente de tendencia no tiene un efecto significativo en la modelación de la demanda.

Con la aplicación de ambas metodologías a la serie de tiempo de potencia eléctrica en Guatemala, el modelo de BATS demostró tener una mejor captura de información con la muestra suministrada para ajustar el modelo, tal cual se muestra en las figuras 14 y 16 con la función de autocorrelación en los residuos de cada modelo respectivamente y se confirman con las pruebas Ljung-Box cuyos resultados se resumen en las tablas XVII y XVIII respectivamente, que con un 95 % de confianza, solamente los residuos del modelo BATS fueron indiferentes a un ruido blanco, puesto que el p-valor de dicha prueba fue de 0.4779, lo cual se logra a través de la aplicación de una transformación de Box-Cox, de acuerdo con lo propuesto por De Livera et al, (2011).

Siguiendo con la discusión en los análisis de residuos, la media obtenida con ambos modelos es un valor muy pequeño comparado con los niveles de la serie de tiempo. Sin embargo, la distribución de los residuos dejados por cada

modelo no cumplió con una distribución normal a un 95 % de confianza, lo cual es deseable para el cálculo de los intervalos de predicción, pero que no es necesario satisfacer según Hyndman y Athanasopoulos (2018).

Con base en los análisis residuales de cada modelo, se tomó la decisión de seleccionar el modelo BATS (0.23, {2,3}, -, {33,231}), cuyos parámetros son los siguientes:  $\omega = 0.23$ ,  $\phi = 0$ ,  $\alpha = 0.0309$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma_1 = 0.1478$ ,  $\gamma_2 = -0.0053$ ,  $p = 2$ ,  $q = 3$ ,  $AR(1) = 0.4452$ ,  $AR(2) = 0.3484$ ,  $MA(1) = -0.0189$ ,  $MA(2) = -0.2124$ ,  $MA(3) = -0.0252$ .

Por otro lado, las proyecciones realizadas con los modelos para el horizonte semanal son alentadoras ya que gráficamente las figuras 18 y 19 evidencian un ajuste razonablemente bueno con los datos reales de demanda de potencia eléctrica. Analíticamente, las tablas XXII y XXIII evidencian un mejor ajuste de los modelos de suavizado exponencial con corrección en los residuos comparados con los pronósticos oficiales por parte del operador del sistema.

Específicamente el modelo BATS (0.23, {2,3}, -, {33,231}) tiene errores porcentuales medios por día (cada 33 valores) entre 1.35 % y 1.65 %, mientras que para los mismo períodos los errores porcentuales medios de la proyección del operador de sistema están entre 1.56 % y 2.10 %.

Los errores medios porcentuales derivados de las proyecciones con el modelo BATS seleccionado en el lapso de una semana, es decir de 231 valores fueron de 1.51 % y 1.57 % para las semanas proyectadas respectivamente. tal como se observa en la figura 20 en el horizonte de programación semanal, similar a los valores reportados por Taylor (2003) en el desarrollo de la metodología. mientras que, para los mismos períodos semanales, los errores porcentuales medios de la proyección del operador del sistema están entre 1.86 % y 1.93 %.

En las tablas XXIV y XXV se tabularon los errores porcentuales medios que se van calculando con el transcurrir de las lecturas de los días durante las semanas 7 y 8 de 2020 respectivamente. Es interesante notar que alrededor de las 18:30 horas cuando se han alcanzado 20 lecturas, el error porcentual medio crece para los domingos, lunes, viernes y sábados. Sin embargo, vuelven a disminuir para el final de cada día.

Mientras que para los martes, miércoles y jueves no se aprecia el mismo efecto, el error medio porcentual permanece alrededor de los mismos valores durante todo el día.

#### **4.2.2.1. Desempeño del modelo seleccionado ante variaciones súbitas de demanda**

En la evaluación del desempeño del modelo cuando ocurren cambios súbitos en el nivel de la serie de tiempo de demanda de potencia eléctrica, como sucedió con las medidas para mitigar la propagación del virus Covid-19 en Guatemala. El modelo demostró un mal ajuste para el horizonte de predicción semanal, principalmente, a partir del día en el que cobraron vigencia las medidas, tal como se observa en la figura 24. Esto se debe a que los datos históricos más recientes no reflejan los valores de demanda en dicha situación y se carece de variables explicativas con un modelo univariante.

Sin embargo, el mismo modelo demostró que dentro de los horizontes de predicción diaria, se ajustó rápidamente a la disminución del nivel, tal cual quedó demostrado en la tabla XVI y figura 25. Esto se debe a que una vez se recogió la información de un día con esta disminución súbita en los niveles. La misma naturaleza de los suavizados exponenciales otorga un mayor peso ponderado a las observaciones más recientes del nivel de la serie y a su vez mantiene el efecto

ponderado en las dos estacionalidades anidadas, con lo cual se obtienen nuevamente errores medios porcentuales entre 1.61 % y 2.56 %

Se debe tener presente que un modelo para la serie de tiempo univariante permite pronosticar con cierto grado de precisión los valores futuros, pero no explicar aquellos eventos extraordinarios que impactan directamente la actividad y comportamiento o costumbres de la población y por ende su consumo de energía eléctrica, como lo reportado por Trull (2019) ante cambios súbitos de demanda en España.

Sumado a lo anterior, en caso de variar súbitamente la forma característica de la curva de demanda de potencia eléctrica, debería reajustarse el modelo a medida que se van obteniendo los últimos valores de demanda en tiempo real con la ampliación del conjunto de datos de entrenamiento al incluir los valores más recientes y obtener un nuevo conjunto de datos de pruebas. Posteriormente se evaluará si se mejora la bondad de ajuste al último conjunto de pruebas disponible en comparación con el modelo inicial.

#### **4.3. Bondad de ajuste del modelo seleccionado**

El Suavizado Exponencial a través del Modelo BATS fue seleccionado ya que presentó los valores más bajos del parámetro de error medio porcentual y sus residuos no son diferentes de un ruido blanco, adicionalmente se comprobó que el Error Medio Absoluto (MAE) por banda horaria del mismo modelo no superó en ningún caso el 5 % de variación respecto de la proyección con el mismo modelo cada banda horaria, la tolerancia del 5 % está vigente aún a la fecha de elaboración de este trabajo y se encuentra en la normativa de Guatemala.

Se detalló aún más este resultado y se encontró que de los 231 valores proyectados, solamente 12 de los 462 valores superaron el margen de tolerancia en el período de pruebas. Es decir que en el 97.4 % de las observaciones, los errores derivados de la proyección del modelo ajustado estuvieron dentro de la toleración indicada por la normativa vigente de Guatemala.

Adicionalmente, se debe hacer énfasis en que los 12 valores que representan el 2.6 % de las observaciones que, si salen del margen de tolerancia indicado, no se encontraron de forma consecutiva. Con ello, no se incumple con la normativa vigente, dichas desviaciones pueden deberse a comportamientos atípicos de la demanda en tiempo real.

Aunado a lo anterior, se destaca que la relativa sencillez en la aplicación tanto de la metodología de suavizado exponencial de Holt Winters para Doble Estacionalidad como la aplicación del modelo BATS en comparación con otros modelos que poseen dos o más variables explicativas con estadística multivariada, permiten un rápida y eficaz implementación de actualización de demanda de potencia en línea para disminuir de forma constante la desviación en tiempo real, lo cual sería una aplicación novedosa en el mercado nacional.

Ya que, ante cambios súbitos en el nivel de demanda, la metodología de series de tiempo aplicada en este trabajo se adaptó de forma rápida a dichos cambios, produciendo pronósticos confiables.



## CONCLUSIONES

1. El modelo de mejor ajuste para el pronóstico horario de la demanda de potencia eléctrica en Guatemala se obtuvo con métodos estadísticos de series de tiempo univariantes de alta frecuencia y múltiple estacionalidad anidada. siendo el modelo BATS (0.23,-,{2,3},33,231), con los siguientes parámetros:  $\omega = 0.23$ ,  $\phi = 0$ ,  $\alpha = 0.0309$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma_1 = 0.1478$ ,  $\gamma_2 = -0.0053$ ,  $p = 2$ ,  $q = 3$ ,  $AR(1) = 0.4452$ ,  $AR(2) = 0.3484$ ,  $MA(1) = -0.0189$ ,  $MA(2) = -0.2124$ ,  $MA(3) = -0.0252$ .
2. Se determinó que las principales variables exógenas que influyen en los valores de la demanda de potencia eléctrica en Guatemala son los diferentes tipos de días, según el análisis de Kruskal Wallis realizado sobre las muestras categorizadas en días, se encontraron 5 grupos estadísticamente diferentes, siendo los siguientes: 1) domingos, 2) lunes, 3) martes a jueves, 4) viernes y 5) sábados.
3. Se determinó, a través del modelo ajustado BATS (0.23,-,{2,3},33,231), que los errores medios porcentuales disminuyeron para las semanas proyectadas con 1.51 % y 1.57 %, respectivamente. comparados con 1.86 % y 1.93 % correspondientes a los pronósticos oficiales por parte del operador del sistema.
4. Se determinó con el modelo resultante que los errores de pronóstico superaron el 5 % de variación respecto del valor proyectado solamente en 12 de los 462 valores proyectados, con lo cual el nivel de confiabilidad durante el período de prueba fue de 97.4 %, es importante mencionar que

los valores fuera de la toleración no fueron de forma sostenida en el tiempo, por lo cual no se incumple con la normativa vigente en Guatemala.



## RECOMENDACIONES

1. Evaluar en futuros estudios si la depuración exhaustiva de la base de datos mejora significativamente los errores de los modelos evaluados, para determinar si el efecto de la tercera componente estacional se puede mejorar.
2. Buscar regresiones con variables dicotómicas o ficticias para estudios con condiciones especiales esperadas como asuetos y feriados u otros eventos, como recomiendan algunos autores citados, ya que el modelo ajustado por medio de las series de tiempo predice con alta precisión los valores de demanda de potencia eléctrica como quedó demostrado, para semanas laborales comunes.
3. Implementar el pronóstico en línea como medida rápida de mitigación ante errores muy grandes sostenidos entre el pronóstico inicial y la operación en tiempo real, derivado de la relativa sencillez del modelo encontrado y su rápido acople ante cambios súbitos en la demanda.
4. Aplicar la misma metodología para ajustar un modelo BATS a otros mercados eléctricos, países, regiones e industrias cuyo consumo de potencia y energía deseen proyectar a corto plazo y posean sus datos históricos, dado que la cantidad de variables involucradas se limita a la misma historia de la demanda de potencia eléctrica.



## REFERENCIAS

1. Administrador del Mercado Mayorista (2019). *Informe de Programación de Largo Plazo Versión Provisoria 2019 - 2020* (1). Guatemala: Recuperado de [http://www.amm.org.gt/portal/?page\\_id=1995](http://www.amm.org.gt/portal/?page_id=1995).
2. Administrador del Mercado Mayorista. (2001). *Coordinación del despacho de carga* (NCC-01). Recuperado de [https://www.amm.org.gt/portal/?wpfb\\_dl=210NCC-1%20actualizado%202010-2020.pdf](https://www.amm.org.gt/portal/?wpfb_dl=210NCC-1%20actualizado%202010-2020.pdf).
3. Chong, M., y Aguilar, R. (2016). Proyección de Series de Tiempo para el Consumo de la Energía Eléctrica a Clientes Residenciales en Ecuador. *ESPOL*, 29(1): 56-76. Recuperado de <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/issue/view/29>.
4. De Livera, A., Hyndman, R., y Snyder, R. (2011). Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing. *Journal of the American Statistical Association*, 106 (496): 1513-1527. Recuperado de <https://robjhyndman.com/publications/complex-seasonality/>.
5. Dorf, R.C., y Svoboda, J. A. (2011). *Circuitos Eléctricos*. CD Mex, México: AlfaOmega.

6. Fernández, M. (2016) *Análisis y Mejora de la Predicción de la Demanda Eléctrica en períodos de alto ECM*. (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica de Madrid, España.
7. García, J.C. (2016). *Predicción en el dominio del tiempo, Análisis de series de temporales para ingenieros*. Valencia, España: Universitat Politècnica de Valencia.
8. García, F., Sierra, J. y Guzmán, V. (2007). *Simulación de Sistemas para Administración e Ingeniería*. CD Mex, México: Grupo Editorial Patria.
9. Gómez, G. A., Carreño, J.C., y Caviedes, J.Z. (2010). Herramienta de software para el pronóstico de demanda horaria de potencia eléctrica en el sistema eléctrico de Codensa S.A. *Tecnura*, 15 (28), 7-22. Recuperado de [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0123-921X2011000100002](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-921X2011000100002).
10. González, M. (2009). *Análisis de Series Temporales: Modelos ARIMA*. Vizcaya, España: Universidad del País Vasco. Recuperado de <http://https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/0409gon.pdf.jsessionid=7C60FCB82399435C73CD1E96A443D46B?sequence=1>.
11. Hinojosa, V. (enero, 2008) *Pronóstico de Demanda de Corto Plazo en Sistemas de Suministro de Energía Eléctrica utilizando Inteligencia Artificial*. (Tesis de doctoral). Universidad Nacional de San Juan, Argentina.

12. Hinojosa, V. (2008) Pronóstico de demanda para sistemas de suministro de energía eléctrica utilizando algoritmos evolutivos y razonamiento inductivo fuzzy – Desarrollo de la plataforma gráfica Merlyn, *Revista Técnica Energía*, 4 (1), 71-79. Recuperado de <https://doi.org/10.37116/revistaenergia.v4.n1.2008.259>.
13. Hyndman, R.J., y Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: principles and practice, 2nd edition*. Melbournem, Australia: Otexts. Recuperado de [OTexts.com/fpp2](https://OTexts.com/fpp2).
14. Millan, J. (2006). *Entre el Mercado y el Estado*. Washington, USA: Editorial del BID.
15. Murillos, J., Trejos, A., y Carvajal, P. (2003), Estudio de pronóstico de la demanda de energía eléctrica utilizando modelos de series de tiempo. *Scientia et Technica Año IX No. 23* (6), 37-42.doi: 10.22517/23447214.7379.
16. Pérez-Urruti, D. (febreo, 2017) *Pronóstico de Demanda de Energía Eléctrica en Melilla*. España. (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica de Madrid.
17. Presidencia de la República. Disposiciones presidenciales en caso de calamidad pública y órdenes para el estricto cumplimiento. Disposiciones necesarias en caso de calamidad pública provocada por COVID-19. *Diario de Centroamérica*. Guatemala. 16 de marzo de 2020

18. Samaniego, A. N., (2002) *Pronóstico de Demanda a Corto Plazo Del Sistema Nacional Interconectado mediante Modelos ARMA*. (Tesis de pregrado). Universidad Politécnica Nacional, Ecuador.
19. Tabárez, H., y Hernández J, (diciembre, 2009) *Pronóstico de Demanda de Energía y Potencia a Corto Plazo. Caso de Estudio: Unidad de control de Pronóstico Noreste*. Antioquia-Chocó, Colombia.
20. Taylor, J.W. (2003). Short-Term Electricity Demand Forecasting Using Double Seasonal Exponential Smoothing. *Journal of Operational Research Society*, 54 (8), pp. 799-805. Recuperado de <https://users.ox.ac.uk/~mast0315/ExpSmDoubleSeasonal.pdf>.
21. Taylor, J.W. (2010). Triple Seasonal Methods for Short-Term Electricity Demand Forecasting. *European Journal of Operational Research* 204 (1), pp. 139-152. doi: 10.1016/j.ejor.2009.10.003.
22. Trull, O. (2019). *Predicción a corto plazo de la demanda horaria de energía eléctrica en España mediante modelos optimizados de Holt-Winters múltiple-estacionales* (Tesis doctoral). Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España.
23. Valencia, A. L., Lozano, C. A., y Moreno, C. A. (octubre, 2007), Modelo de promedios móviles para el pronóstico horario de potencia y energía eléctrica. *El Hombre y la Máquina*, (29) 96-105. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/478/47802911.pdf>
24. Villada, F, Cadavid, D. R., Molina, J. D. (junio, 2008), Pronóstico del precio de energía eléctrica usando redes neuronales artificiales.

*Revista Facultad de Ingeniería Universidad Antioquia 44, 111-118.*

Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/rfiua/n44/n44a11.pdf>

25. Webster, A. (2000). *Estadística aplicada a los negocios y la economía*. Bogotá, Colombia McGraw-Hill Interamericana, S.A.





## APÉNDICES

**Apéndice 1. Pronóstico en MW de demanda de potencia eléctrica con el modelo HWDS con ajuste AR(1) para la semana 7 de 2020**

<b>Hora/Día</b>	<b>Domingo</b>	<b>Lunes</b>	<b>Martes</b>	<b>Miércoles</b>	<b>Jueves</b>	<b>Viernes</b>	<b>Sábado</b>
<b>H01:00</b>	960.0	889.9	1001.9	1015.8	987.0	991.9	985.0
<b>H02:00</b>	904.6	856.0	951.4	967.9	967.4	952.4	940.3
<b>H03:00</b>	882.6	855.5	951.5	952.0	949.6	939.3	919.3
<b>H04:00</b>	893.8	886.3	972.9	981.1	969.8	965.3	924.4
<b>H05:00</b>	913.8	975.0	1072.2	1091.7	1074.2	1058.8	998.8
<b>H06:00</b>	1001.5	1146.4	1240.8	1263.7	1244.0	1215.0	1103.5
<b>H07:00</b>	1007.8	1232.9	1302.7	1320.0	1305.8	1287.9	1148.8
<b>H08:00</b>	1088.6	1316.4	1365.8	1390.0	1369.6	1358.6	1244.4
<b>H09:00</b>	1165.1	1399.0	1441.5	1447.6	1436.2	1424.7	1319.5
<b>H10:00</b>	1199.3	1463.0	1480.2	1489.1	1481.6	1466.0	1371.0
<b>H11:00</b>	1235.8	1522.7	1545.7	1545.1	1543.4	1517.0	1404.4
<b>H12:00</b>	1231.3	1545.9	1549.0	1551.2	1541.5	1531.1	1393.2
<b>H13:00</b>	1215.2	1502.8	1514.9	1519.3	1507.8	1493.3	1348.6
<b>H14:00</b>	1204.4	1507.9	1521.8	1527.9	1515.5	1500.8	1334.3
<b>H15:00</b>	1203.5	1532.0	1542.6	1545.4	1522.7	1519.0	1320.8
<b>H16:00</b>	1196.6	1514.1	1531.7	1526.8	1519.2	1485.2	1305.4
<b>H17:00</b>	1189.5	1487.7	1491.0	1492.8	1479.6	1455.8	1295.0
<b>H18:00</b>	1254.7	1471.3	1486.6	1482.9	1474.8	1436.6	1328.6
<b>H18:15</b>	1338.0	1556.5	1580.2	1574.2	1560.3	1529.5	1414.8
<b>H18:30</b>	1459.2	1689.8	1702.8	1701.5	1687.9	1653.7	1539.6
<b>H18:45</b>	1506.2	1734.8	1747.2	1750.7	1736.4	1696.8	1588.6
<b>H19:00</b>	1520.9	1736.7	1758.1	1745.0	1736.6	1698.4	1598.4
<b>H19:15</b>	1522.5	1733.3	1749.5	1745.5	1722.7	1691.0	1581.9
<b>H19:30</b>	1520.3	1724.5	1736.8	1731.8	1710.4	1675.8	1585.4
<b>H19:45</b>	1521.4	1719.7	1725.3	1730.1	1712.1	1679.3	1577.5
<b>H20:00</b>	1514.3	1702.3	1713.5	1709.8	1691.3	1654.0	1570.1
<b>H20:15</b>	1484.1	1673.2	1681.3	1677.3	1661.2	1622.0	1544.6
<b>H20:30</b>	1466.5	1646.0	1652.6	1655.6	1639.9	1609.1	1522.4
<b>H20:45</b>	1427.1	1605.3	1620.5	1616.8	1597.2	1573.2	1490.0
<b>H21:00</b>	1400.3	1577.0	1580.4	1581.4	1565.6	1537.1	1470.9
<b>H22:00</b>	1215.5	1369.0	1386.6	1370.2	1361.2	1353.3	1298.0
<b>H23:00</b>	1059.4	1176.6	1189.3	1173.6	1179.5	1180.2	1135.6
<b>H24:00</b>	956.4	1063.2	1058.1	1064.6	1051.7	1061.7	1029.9

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 2. **Pronóstico en MW de demanda de potencia eléctrica con el modelo HWDS con ajuste AR(1) para la semana 8 de 2020**

<b>Hora/Día</b>	<b>Domingo</b>	<b>Lunes</b>	<b>Martes</b>	<b>Miércoles</b>	<b>Jueves</b>	<b>Viernes</b>	<b>Sábado</b>
H01:00	961.5	891.4	1000.2	1016.5	988.2	993.3	988.8
H02:00	932.6	883.9	985.3	997.4	996.3	982.7	973.0
H03:00	892.0	861.9	961.3	960.6	958.2	950.8	927.9
H04:00	907.1	903.6	994.2	997.4	988.0	981.6	944.8
H05:00	935.0	1001.8	1099.6	1120.4	1100.1	1093.3	1025.2
H06:00	1006.5	1154.6	1246.7	1271.3	1250.3	1222.0	1111.8
H07:00	1015.1	1245.5	1310.8	1334.0	1317.3	1300.1	1154.6
H08:00	1103.8	1336.2	1383.3	1408.7	1387.6	1374.7	1262.1
H09:00	1175.0	1409.8	1452.0	1460.1	1450.7	1438.3	1331.1
H10:00	1212.2	1478.3	1490.7	1504.2	1494.1	1478.7	1386.8
H11:00	1239.0	1526.1	1550.3	1550.8	1548.3	1524.0	1408.6
H12:00	1242.3	1561.5	1563.3	1566.0	1554.5	1546.2	1407.8
H13:00	1209.6	1494.0	1506.9	1513.3	1495.8	1488.0	1345.2
H14:00	1207.7	1520.7	1528.1	1533.7	1523.5	1508.6	1339.8
H15:00	1209.4	1541.4	1550.9	1555.1	1530.8	1527.8	1327.4
H16:00	1198.0	1522.1	1534.7	1531.0	1526.3	1490.0	1306.6
H17:00	1203.2	1503.0	1508.7	1511.4	1498.1	1469.8	1312.2
H18:00	1256.2	1478.9	1492.1	1488.2	1476.6	1438.1	1331.0
H18:15	1316.1	1534.2	1559.3	1551.2	1539.2	1505.8	1394.2
H18:30	1457.8	1684.0	1702.9	1699.2	1682.8	1649.9	1536.1
H18:45	1503.5	1732.0	1744.9	1747.6	1734.5	1693.0	1585.6
H19:00	1525.4	1740.7	1764.2	1750.4	1743.0	1701.4	1600.4
H19:15	1529.8	1740.5	1759.2	1754.9	1730.7	1699.9	1587.4
H19:30	1533.6	1735.5	1749.7	1745.6	1723.4	1688.2	1596.4
H19:45	1525.6	1723.7	1732.5	1734.9	1717.1	1682.9	1583.1
H20:00	1518.7	1708.4	1720.6	1716.5	1697.8	1660.7	1575.6
H20:15	1482.1	1670.1	1677.5	1677.1	1661.4	1621.1	1539.9
H20:30	1470.9	1653.2	1659.0	1663.3	1647.4	1615.6	1527.7
H20:45	1434.7	1611.2	1627.4	1621.4	1604.0	1579.1	1494.4
H21:00	1397.3	1574.5	1578.7	1580.0	1563.4	1535.8	1469.1
H22:00	1218.6	1372.4	1391.8	1377.8	1369.0	1358.8	1302.5
H23:00	1058.6	1178.6	1193.1	1179.0	1184.8	1182.4	1140.9
H24:00	961.0	1067.3	1063.1	1073.8	1061.8	1069.8	1035.4

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 3. **Pronóstico en MW de demanda de potencia eléctrica con el modelo BATS (0.23, {2,3}, -, {33,231}) para la semana 7 de 2020**

<b>Hora/Día</b>	<b>Domingo</b>	<b>Lunes</b>	<b>Martes</b>	<b>Miércoles</b>	<b>Jueves</b>	<b>Viernes</b>	<b>Sábado</b>
<b>H01:00</b>	949.5	892.9	990.2	1002.3	1000.2	1003.9	1001.1
<b>H02:00</b>	905.7	862.0	951.4	963.6	969.6	964.8	957.0
<b>H03:00</b>	885.8	854.4	942.8	952.6	954.2	951.2	940.6
<b>H04:00</b>	891.6	877.0	964.7	976.8	977.6	974.2	952.2
<b>H05:00</b>	921.4	975.1	1061.9	1078.9	1077.1	1071.5	1014.6
<b>H06:00</b>	988.0	1143.8	1236.1	1251.9	1252.0	1234.4	1116.4
<b>H07:00</b>	1015.4	1222.4	1297.6	1314.0	1309.1	1299.6	1171.3
<b>H08:00</b>	1090.6	1309.8	1364.8	1380.0	1376.3	1370.6	1263.8
<b>H09:00</b>	1163.0	1394.8	1430.5	1444.5	1441.5	1437.3	1341.2
<b>H10:00</b>	1203.6	1454.1	1475.5	1484.0	1484.7	1484.7	1385.5
<b>H11:00</b>	1228.8	1512.3	1531.1	1540.1	1542.6	1539.4	1420.2
<b>H12:00</b>	1230.8	1525.9	1542.6	1545.6	1544.6	1544.4	1410.7
<b>H13:00</b>	1213.7	1496.7	1504.7	1513.4	1508.1	1502.8	1363.4
<b>H14:00</b>	1201.3	1496.4	1513.8	1517.8	1514.2	1505.5	1342.7
<b>H15:00</b>	1198.1	1517.8	1532.2	1540.6	1532.7	1522.7	1335.9
<b>H16:00</b>	1183.9	1503.0	1521.3	1525.5	1523.7	1497.5	1316.0
<b>H17:00</b>	1180.4	1470.6	1484.4	1491.6	1486.3	1462.9	1305.1
<b>H18:00</b>	1242.7	1474.7	1485.8	1490.6	1485.4	1461.2	1343.5
<b>H18:15</b>	1335.7	1559.4	1577.6	1579.1	1575.1	1551.8	1433.4
<b>H18:30</b>	1448.7	1677.9	1696.8	1697.7	1695.3	1669.4	1551.8
<b>H18:45</b>	1497.7	1719.2	1735.7	1737.2	1736.1	1705.7	1597.9
<b>H19:00</b>	1512.9	1724.7	1742.3	1736.8	1735.1	1706.8	1604.4
<b>H19:15</b>	1514.8	1719.4	1733.8	1732.0	1726.0	1698.4	1596.6
<b>H19:30</b>	1512.0	1709.3	1721.7	1720.7	1716.2	1687.8	1591.5
<b>H19:45</b>	1515.2	1706.1	1716.8	1718.2	1710.0	1687.6	1589.4
<b>H20:00</b>	1502.7	1687.5	1695.7	1697.6	1689.6	1667.0	1575.7
<b>H20:15</b>	1477.5	1655.6	1665.7	1664.3	1659.0	1637.6	1549.1
<b>H20:30</b>	1459.8	1631.8	1639.1	1640.4	1635.7	1615.5	1530.3
<b>H20:45</b>	1425.0	1592.4	1601.6	1603.7	1596.5	1577.8	1500.5
<b>H21:00</b>	1398.5	1557.6	1568.3	1569.9	1564.1	1546.3	1472.7
<b>H22:00</b>	1208.2	1353.5	1365.6	1365.1	1358.5	1359.1	1301.3
<b>H23:00</b>	1049.0	1165.1	1180.1	1177.2	1180.9	1189.2	1144.2
<b>H24:00</b>	944.4	1046.5	1055.6	1060.2	1058.8	1067.2	1027.5

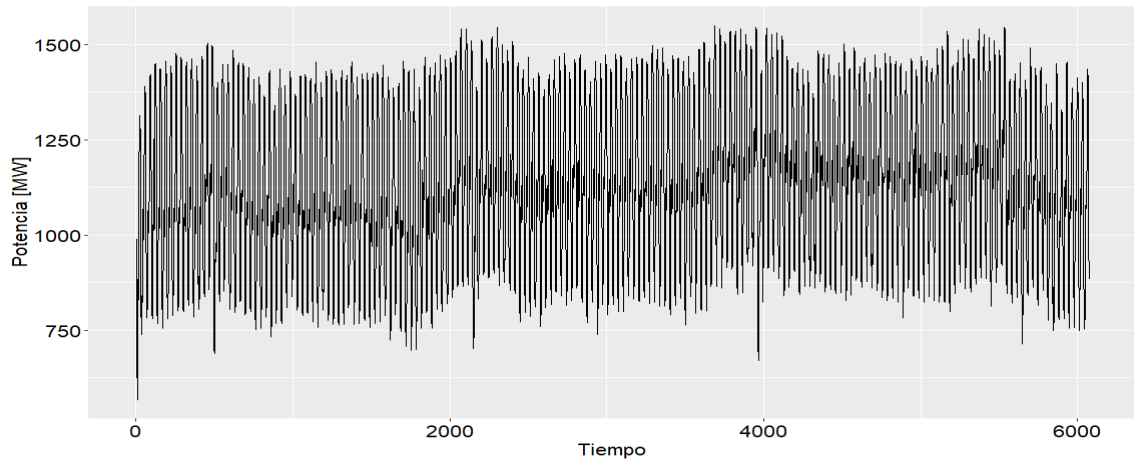
Fuente: elaboración propia.

Apéndice 4. **Pronóstico en MW de demanda de potencia eléctrica con el modelo BATS (0.23, {2,3}, -, {33,231}) para la semana 8 de 2020**

<b>Hora/Día</b>	<b>Domingo</b>	<b>Lunes</b>	<b>Martes</b>	<b>Miércoles</b>	<b>Jueves</b>	<b>Viernes</b>	<b>Sábado</b>
<b>H01:00</b>	951.1	894.6	992.2	1004.2	1002.1	1005.8	1002.8
<b>H02:00</b>	928.5	883.9	974.7	987.4	993.6	988.7	980.5
<b>H03:00</b>	891.7	860.4	949.0	959.0	960.6	957.4	947.0
<b>H04:00</b>	904.8	889.7	978.3	990.9	991.6	988.2	965.7
<b>H05:00</b>	943.2	997.6	1086.0	1103.3	1101.6	1095.2	1037.8
<b>H06:00</b>	993.6	1150.0	1242.8	1258.6	1258.8	1241.1	1122.4
<b>H07:00</b>	1021.3	1228.9	1304.8	1320.8	1316.1	1306.5	1178.1
<b>H08:00</b>	1102.1	1322.9	1378.6	1393.9	1390.1	1384.6	1276.7
<b>H09:00</b>	1170.8	1403.9	1439.8	1453.7	1450.6	1446.3	1349.9
<b>H10:00</b>	1212.8	1464.8	1486.7	1495.0	1495.8	1495.8	1395.7
<b>H11:00</b>	1233.4	1517.8	1536.6	1545.6	1548.1	1544.8	1425.4
<b>H12:00</b>	1241.7	1538.6	1555.6	1558.6	1557.6	1557.3	1422.7
<b>H13:00</b>	1209.7	1492.1	1500.0	1508.6	1503.7	1497.9	1358.8
<b>H14:00</b>	1208.0	1503.7	1521.7	1525.7	1521.9	1513.1	1349.8
<b>H15:00</b>	1203.6	1524.2	1538.7	1547.0	1539.4	1529.1	1341.8
<b>H16:00</b>	1186.8	1506.0	1524.8	1528.9	1526.9	1500.7	1319.1
<b>H17:00</b>	1192.0	1484.4	1498.3	1505.5	1500.1	1476.7	1317.5
<b>H18:00</b>	1241.0	1472.4	1483.8	1488.6	1483.6	1459.5	1341.7
<b>H18:15</b>	1313.5	1534.1	1552.1	1553.7	1549.7	1526.9	1409.7
<b>H18:30</b>	1445.2	1674.2	1692.8	1693.8	1691.6	1665.7	1548.2
<b>H18:45</b>	1497.4	1718.7	1735.2	1736.8	1735.7	1705.3	1597.5
<b>H19:00</b>	1517.3	1729.7	1747.2	1741.8	1740.0	1711.8	1609.2
<b>H19:15</b>	1522.1	1727.5	1741.7	1740.0	1734.1	1706.3	1604.3
<b>H19:30</b>	1522.5	1721.0	1733.5	1732.4	1727.9	1699.4	1602.6
<b>H19:45</b>	1520.1	1711.5	1722.1	1723.6	1715.4	1693.0	1594.5
<b>H20:00</b>	1510.2	1695.6	1703.8	1705.7	1697.7	1675.0	1583.4
<b>H20:15</b>	1477.7	1655.8	1666.0	1664.4	1659.1	1637.8	1549.5
<b>H20:30</b>	1467.2	1639.6	1647.1	1648.2	1643.6	1623.4	1537.9
<b>H20:45</b>	1431.4	1599.5	1608.6	1610.9	1603.6	1584.9	1507.5
<b>H21:00</b>	1399.0	1558.0	1568.7	1570.3	1564.5	1546.6	1473.0
<b>H22:00</b>	1214.4	1360.3	1372.3	1371.6	1364.9	1365.8	1307.7
<b>H23:00</b>	1051.0	1167.0	1182	1178.9	1182.6	1191.1	1145.9
<b>H24:00</b>	949.9	1052.4	1061.7	1065.9	1064.5	1073.0	1033.3

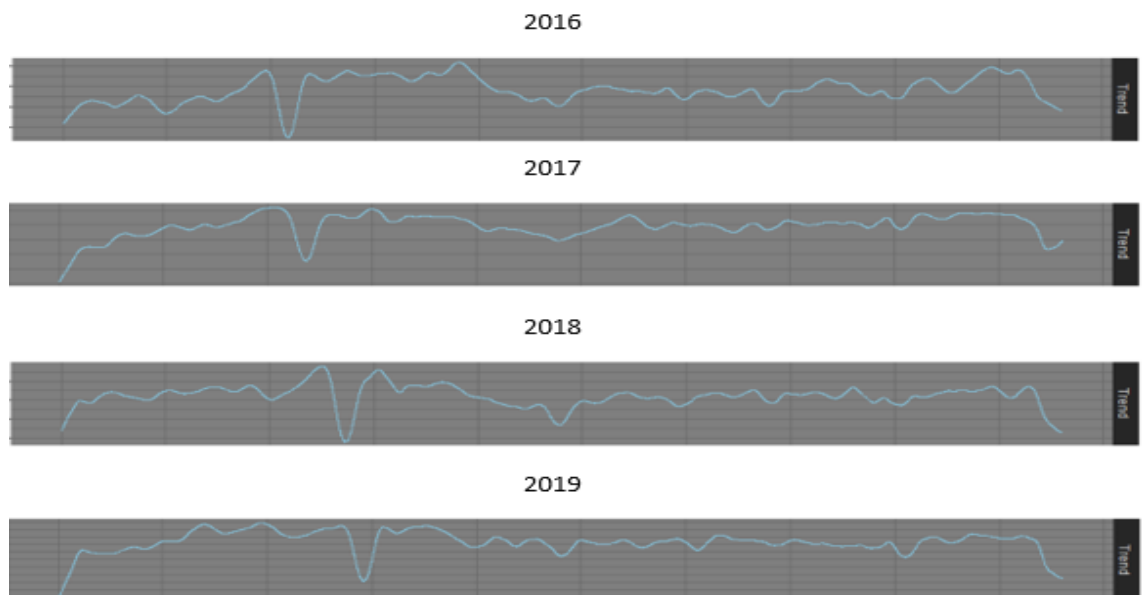
Fuente: elaboración propia.

## Apéndice 5. Subserie de tiempo de los domingos



Fuente: elaboración propia.

## Apéndice 6. Cambios súbitos en la tendencia de corto plazo de la demanda de potencia eléctrica



Fuente: elaboración propia.



## ANEXOS

### Anexo 1. Ecuaciones de espacio de estados para cada uno de los modelos en el marco ETS

<i>ADDITIVE ERROR MODELS</i>			
Trend	Seasonal		
	N	A	M
<b>N</b>	$y_t = \ell_{t-1} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/\ell_{t-1}$
<b>A</b>	$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t/s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
<b>A<sub>d</sub></b>	$y_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})s_{t-m} + \varepsilon_t$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t/s_{t-m}$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta\varepsilon_t/s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma\varepsilon_t/(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$
<i>MULTIPLICATIVE ERROR MODELS</i>			
Trend	Seasonal		
	N	A	M
<b>N</b>	$y_t = \ell_{t-1}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}(1 + \alpha\varepsilon_t)$	$y_t = (\ell_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \alpha(\ell_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = \ell_{t-1}s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1}(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$
<b>A</b>	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$
<b>A<sub>d</sub></b>	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$y_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$ $\ell_t = (\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})\varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\varepsilon_t)$

Fuente: Rob Hyndman y George Athanasopoulos. *Forecasting: Principles and Practice*.

www.otexts.com.