



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Estudios de Postgrado
Maestría en Estadística Aplicada

**DISEÑO DE MODELO ACTUARIAL PARA LA PROYECCIÓN
DE MORTALIDAD EN GUATEMALA**

Ing. José Pablo Hernández Maldonado
Asesorado por el Mtro. Adonai Navas García

Guatemala, noviembre de 2021

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**DISEÑO DE MODELO ACTUARIAL PARA LA PROYECCIÓN
DE MORTALIDAD EN GUATEMALA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

ING. JOSÉ PABLO HERNÁNDEZ MALDONADO
ASESORADO POR EL MTRO. ADONAI NAVAS GARCÍA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

MAESTRO EN ESTADÍSTICA APLICADA

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2021

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANA	Ing. Aurelia Anabela Cordova Estrada
VOCAL I	Ing. José Francisco Gómez Rivera
VOCAL II	Ing. Mario Renato Escobedo Martínez
VOCAL III	Ing. José Milton de León Bran
VOCAL IV	Br. Kevin Vladimir Cruz Lorente
VOCAL V	Br. Fernando José Paz González
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez.

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANA	Ing. Aurelia Anabela Cordova Estrada
EXAMINADOR(A)	Mtro. Edgar Darío Álvarez Cotí
EXAMINADOR(A)	Mtro. Edwin Adalberto Bracamonte Orozco
EXAMINADOR(A)	Mtro. Sigfrido Gilielmo Rivera Ramos
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

DISEÑO DE MODELO ACTUARIAL PARA LA PROYECCIÓN DE MORTALIDAD EN GUATEMALA

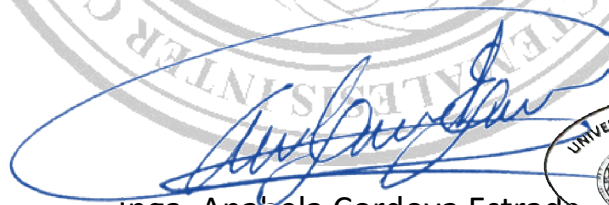
Tema que me fuera aprobado por la Dirección de la Escuela de Estudios de Postgrado, con fecha 26 de marzo de 2020.

Ing. José Pablo Hernández Maldonado

DTG.655.2021

La Decana de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Estudios de Postgrado, al Trabajo de Graduación titulado: **DISEÑO DE MODELO ACTUARIAL PARA LA PROYECCIÓN DE MORTALIDAD EN GUATEMALA**, presentado por el **Ingeniero José Pablo Hernández Maldonado**, estudiante de la **Maestría en Estadística Aplicada**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:



Inga. Anabela Cordova Estrada
Decana



Guatemala, noviembre de 2021.

AACE/cc



Guatemala, noviembre de 2021

LNG.EEP.OI.083.2021

En mi calidad de Director de la Escuela de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer el dictamen del asesor, verificar la aprobación del Coordinador de Maestría y la aprobación del Área de Lingüística al trabajo de graduación titulado:

“DISEÑO DE MODELO ACTUARIAL PARA LA PROYECCIÓN DE MORTALIDAD EN GUATEMALA”

presentado por **José Pablo Hernández Maldonado** quien se identifica con carné **201212698** correspondiente al programa de **Maestría en artes en Estadística aplicada** ; apruebo y autorizo el mismo.

Atentamente,

“Id y Enseñad a Todos”

Mtro. Ing. Edgar Darío Álvarez Cotí
Director



Escuela de Estudios de Postgrado
Facultad de Ingeniería



Guatemala 22 de marzo 2021.

M.A. Edgar Darío Álvarez Cotí
Director
Escuela de Estudios de Postgrado
Presente

M.A. Ingeniero Álvarez Cotí:

Por este medio informo que he revisado y aprobado el Informe Final del trabajo de graduación titulado “DISEÑO DE MODELO ACTUARIAL PARA LA PROYECCIÓN DE LA MORTALIDAD EN GUATEMALA” del estudiante José Pablo Hernández Maldonado quien se identifica con número de carné 2012 12698 del programa de Maestría en Estadística Aplicada.

Con base en la evaluación realizada hago constar que he evaluado la calidad, validez, pertinencia y coherencia de los resultados obtenidos en el trabajo presentado y según lo establecido en el *Normativo de Tesis y Trabajos de Graduación aprobado por Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería Punto Sexto inciso 6.10 del Acta 04-2014 de sesión celebrada el 04 de febrero de 2014*. Por lo cual el trabajo evaluado cuenta con mi aprobación.

Agradeciendo su atención y deseándole éxitos en sus actividades profesionales me suscribo.

Atentamente,


MSc. Ing. Edwin Adalberto Bracamonte Orozco
Coordinador
Maestría en Estadística Aplicada
Escuela de Estudios de Postgrado

Guatemala, 15 de agosto de 2020.

Mtro. Edgar Darío Álvarez Cotí
Director de la Escuela de Estudios de Postgrado. FIUSAC.
Presente.

Estimado Maestro Álvarez Cotí:

Me es grato enviarle un saludo.

Por medio de la presente hago de su conocimiento que José Pablo Hernández Maldonado, estudiante de la Maestría en Estadística Aplicada, quien se identifica con carné número 201212698, me ha presentado el informe final de su trabajo de graduación titulado "Diseño de modelo actuarial para la proyección de mortalidad en Guatemala.", el cual realizó bajo mi asesoría, brindada en forma Ad-Honorem

Luego de revisar el documento que contiene el informe del trabajo de investigación, manifiesto que le doy mi aprobación y considero que puede continuar con las gestiones correspondientes

Sin otro particular, me suscribo a sus respetables órdenes.

Atentamente,



Firma

Adonai Navas García
Maestro en Estadística Aplicada

Adonai Navas García
Lic. en Matemática Aplicada
Colegiado No. 1370

ACTO QUE DEDICO A:

Dios

Por darme la oportunidad de esforzarme cada día por alcanzar las metas que ha fijado para mi vida.

Mis padres

Erwin Salvador Hernández Rodríguez y Vilma Rosemary Maldonado Arredondo, por confiar en mi capacidad desde mi juventud.

Mis hermanos

Erwin Josué y Gabriela Rosemary Hernández Maldonado, por su amor, amistad y comprensión en todo este tiempo.

AGRADECIMIENTOS A:

**Universidad de San
Carlos de Guatemala**

Por abrirme las puertas al universo de la academia.

Facultad de Ingeniería

Por otorgarme las herramientas, técnicas y métodos para solucionar problemas de forma científica.

Mis catedráticos

Por transmitir conocimiento sin egoísmo y agregar valor a mi formación.

Ing. Adonai Navas

Por sus consejos como asesor y docente.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	V
LISTA DE SÍMBOLOS	IX
GLOSARIO	XI
RESUMEN.....	XIII
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	XV
OBJETIVOS.....	XIX
RESUMEN DEL MARCO METODOLÓGICO	XXI
INTRODUCCIÓN.....	XXIX
1. MARCO REFERENCIAL.....	1
1.1. Estudios previos	1
2. MARCO TEÓRICO.....	7
2.1. Características de la tabla de mortalidad.....	7
2.1.1. Tipo de construcción de la tabla de mortalidad..	7
2.2. Análisis estadístico actuarial.....	11
2.2.1. Función de mortalidad	11
2.2.2. Notación estadística actuarial	12
2.2.2.1. Modelos de sobrevivencia	13
2.2.2.2. La fuerza de mortalidad	17
2.2.2.3. Modelo De Moivre.....	18
2.2.2.4. Modelo de Gompertz	18
2.2.2.5. Modelo de Makeham	20
2.2.2.6. Modelo de Weibull	21
2.2.3. Criterio de elección del modelo.....	22

2.2.3.1.	AIC como criterio de elección de modelo.....	22
2.2.3.2.	BIC como criterio de elección de modelo.....	24
3.	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	27
3.1.	Cálculo de tasas de mortalidad	27
3.1.1.	Análisis descriptivo del censo 2018 en Guatemala	27
3.1.2.	Análisis descriptivo de fallecimientos en Guatemala.....	29
3.1.3.	Análisis descriptivo de los nacimientos en Guatemala.....	37
3.1.4.	Análisis de mortalidad bruta	40
3.1.5.	Tablas de mortalidad bruta.....	43
3.1.6.	Cálculo de la curva de mortalidad	57
3.2.	Adecuación de modelos de suavizado de mortalidad	62
3.2.1.	Análisis de Moivre	62
3.2.2.	Análisis de Gompertz	63
3.2.3.	Análisis de Makeham	65
3.2.4.	Análisis de Weibull	66
3.2.5.	Análisis de Whittaker-Henderson	71
3.2.6.	Criterio de información de Akaike.....	93
3.2.7.	Criterio de información bayesiano	95
3.3.	Determinación de nivel de confianza de los modelos	97
3.3.1.	Criterio Diebold Mariano.....	97
3.3.2.	Tablas representativas de mortalidad	99

4.	DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	133
4.1.	Análisis descriptivo de la mortalidad bruta.....	133
4.2.	Análisis del comportamiento de la curva de mortalidad...	134
4.3.	Análisis de adecuación gráfica de modelos.....	136
4.4.	Interpretación de criterios de información de los modelos.....	137
4.5.	Comparación de modelos de estimación Diebold Mariano.....	138
4.6.	Análisis descriptivo de la mortalidad ajustada.	139
	CONCLUSIONES	141
	RECOMENDACIONES.....	143
	REFERENCIAS	145
	APENDICES	151
	ANEXOS.....	161

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Pirámide poblacional 2018 Guatemala.....	28
2.	Número de fallecidos: hombres y mujeres	35
3.	Número de fallecidas mujeres.....	36
4.	Número de fallecidos hombres.....	37
5.	Nacimientos de hombres y mujeres	38
6.	Nacimientos de mujeres.....	39
7.	Nacimientos de hombres.....	40
8.	Comportamiento de la mortalidad de hombres y mujeres	58
9.	Logaritmo de mortalidad bruta de hombres y mujeres	59
10.	Mortalidad bruta de mujeres.....	59
11.	Logaritmo de la mortalidad de mujeres	60
12.	Mortalidad bruta de hombres.....	61
13.	Logaritmo de mortalidad de hombres.....	62
14.	Ajuste de Moivre a la mortalidad	63
15.	Ajuste de Gompertz a la mortalidad	64
16.	Ajuste Makeham a la mortalidad	65
17.	Ajuste Weibull a la mortalidad	66
18.	Mortalidad graduada en hombres y mujeres d2	73
19.	Mortalidad graduada en hombres y mujeres d3	73
20.	Mortalidad graduada en hombres y mujeres d4.	74
21.	Mortalidad graduada en mujeres d2.....	80
22.	Mortalidad graduada en mujeres d3.....	80
23.	Mortalidad graduada en mujeres d4.....	81

24.	Mortalidad graduada en hombres d2	87
25.	Mortalidad graduada en hombres d3	87
26.	Mortalidad graduada en hombres d4	88
27.	Mortalidad suavizada de hombres y mujeres.....	108
28.	Población suavizada en hombres y mujeres.....	109
29.	Defunciones suavizadas en hombres y mujeres.....	109
30.	Mortalidad suavizada en mujeres.	119
31.	Población suavizada en mujeres.	120
32.	Defunciones suavizadas en mujeres.....	120
33.	Mortalidad suavizada en hombres	130
34.	Población suavizada en hombres	131
35.	Defunciones suavizadas en hombres.	131

TABLAS

I.	Variables de estudio.....	XXII
II.	Distribución de defunciones	29
III.	Mortalidad bruta 0-1 años	41
IV.	Mortalidad bruta 2-4 años	42
V.	Mortalidad bruta: hombres y mujeres.....	43
VI.	Mortalidad bruta de mujeres	48
VII.	Mortalidad bruta de hombres	53
VIII.	Cálculo leyes de mortalidad	67
IX.	Suavizado de mortalidad: hombres y mujeres	75
X.	Mortalidad suavizada mujeres	82
XI.	Mortalidad suavizada hombres	88
XII.	Criterio de información Akaike: hombres y mujeres.....	93
XIII.	Criterios de información Akaike mujeres.....	94
XIV.	Criterio de información Akaike hombres	94

XV.	Criterio de información bayesiano: hombres y mujeres.....	95
XVI.	Criterio de información bayesiano mujeres.	95
XVII.	Criterio de información bayesiano hombres	96
XVIII.	Contrastes Diebold Mariano: hombres y mujeres.....	97
XIX.	Contrastes Diebold Mariano mujeres	98
XX.	Contrastes Diebold Mariano hombres	98
XXI.	Tabla de mortalidad: hombres y mujeres	99
XXII.	Tabla de mortalidad mujeres	110
XXIII.	Tabla de mortalidad hombres.....	121

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
e_x	Años de esperanza de vida
T_x	Años vividos en intervalos subsecuentes
d_x	Cantidad de muertes considerando población base
E_c	Ecuación
μ_x	Función de mortalidad
S_x	Función de supervivencia
L_x	Número de años vividos por intervalo
l_x	Número de personas vivas en cada intervalo
q_x	Probabilidad de muerte
p_x	Probabilidad de supervivencia

GLOSARIO

Actuaría	Disciplina que aplica modelos estadísticos y matemáticos para la evaluación de riesgos.
AGIS	Asociación Guatemalteca de Instituciones de Seguros.
Censo	Recuento de individuos que conforman una población.
Cohorte	Conjunto de personas que han nacido o han vivido en un mismo periodo.
Distribución	Función que asigna a cada suceso la probabilidad de que dicho evento ocurra.
Esperanza de vida	Cantidad de años que vive una determinada población.
Estadísticas vitales	Registros de nacimientos y defunciones de una población.
INACIF	Instituto Nacional de Ciencias Forenses de Guatemala.
Mortalidad bruta	Proporción de personas que fallecen en una población.

Mortalidad suavizada	Proporción de personas que fallecen en una población estacionaria.
Prima	Pago realizado por la transferencia de un riesgo previamente acordado.
Probabilidad	Posibilidad de que un evento ocurra.
REDATAM	Sistema de recuperación de datos para áreas pequeñas por microcomputador.
Ruido	Variación no explicada que se encuentra en la distribución.
Suavizado	Técnica para eliminar ruido o comportamientos no deseados.

RESUMEN

El presente estudio busca modelar el comportamiento de la mortalidad en Guatemala, actualizada con la última información obtenida del censo de población y vivienda 2018 y sus estadísticas vitales entre 2009 a 2018.

Debido a que en Guatemala se carece de información validada de mortalidad calculada desde una perspectiva actuarial, la cual permita la tarificación correcta de primas en seguros de vida, es necesaria la creación de una tabla en edades simples que identifique las variables de una población estacionaria para 2018 y a partir de esta interpolar tabla abreviadas.

En cuantas leyes de mortalidad, la distribución de Gompertz y Makeham describen gran parte de las edades en Guatemala, exceptuando edades muy jóvenes y edades avanzadas, en las cuales debido a la prolongación de la vida y la disminución de la población para edades avanzadas, caen los valores de mortalidad.

El estudio muestra que el suavizado de Whittaker-Henderson presenta con un 90 % de confianza un mejor ajuste sobre los demás modelos, determinando que la esperanza de vida en mujeres es de 76.29 años, para hombres de 71.01 años y de 73.71 años el cálculo combinado, colocando a Guatemala ligeramente por debajo de la esperanza de vida en la región.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se describirá a continuación el problema sobre el cual se percibe una necesidad de estudiar y presentar una solución.

- Contexto general

Es un hecho que el cálculo actuarial para la mortalidad y el de primas de vida en el sector de seguros en Guatemala y salud, en su mayoría desconoce el uso de herramientas estadístico-actuariales que permitan cuantificar el riesgo y al mismo tiempo ser competitivos en el establecimiento de primas, mediante la comparación de los avances en seguros de salud. La adecuación de una tabla de vida brinda a una compañía de seguros una herramienta confiable en la cuantificación del riesgo de mortalidad y a su vez un mejor cálculo en la destinación de proyectos que busquen mejorar la salud de la población, los cuales involucren la mortalidad de la población.

La segmentación de la edad para el cálculo del riesgo de exposición de mortalidad que tiene cada subgrupo permite comparar entre distintas edades, para conocer el comportamiento de cada cohorte generacional; validar si es diferente y calcular los riesgos a los que se está expuesto, según la edad.

- Descripción del problema

La carencia de datos de mortalidad segmentados por edad y sexo impiden evaluar las pólizas de salud de una población y los cambios que ésta experimenta a lo largo del tiempo. Su importancia estadística radica en dos formas: la primera

como un parámetro para la estimación del riesgo de exposición de muerte para cada edad de la población, la cual permite a las aseguradoras estimar el riesgo de siniestro en una póliza de vida y la otra, para evaluar los avances que se han tenido en salud de la población específica, lo cual ayuda a formular planes de salud destinados a edades específicas.

Las actuales prácticas de estimación del riesgo se acercan al empirismo, lo cual impide cuantificar un riesgo real en Guatemala, además de no considerar el dinamismo que sufre la población con cada cambio generacional. Asimismo, debido a la poca especialización que ha tenido el país en ciencias estadísticas y actuariales, el pensamiento analítico en la estimación del riesgo de mortalidad ha sido desplazado por el de prácticas implantadas y aceptadas en la región, esto causa un sesgo en la comparación de avances en salud o bien cálculos erróneos para la estimación del riesgo de mortalidad.

- Formulación del problema

Se describe a continuación el problema que se aborda.

Pregunta central

¿Cuál es el modelo estadístico actuarial sometido a técnicas de suavizado y graduación que proyecten con representatividad la probabilidad de mortalidad en Guatemala?

Preguntas auxiliares

- ¿Cuáles son las tasas de mortalidad bruta en Guatemala que describen el comportamiento de la tabla de mortalidad?
- ¿Cuál es el modelo para suavizar los datos que mejor se ajusta a la mortalidad bruta en Guatemala?
- ¿Cuál es el nivel de confianza de los modelos que brindan mayor representatividad de la mortalidad?
- Delimitación del problema

La tabla de mortalidad estima la esperanza de vida para el período 2018, considerando estadísticas vitales interpoladas desde 2009 a 2018, y datos del censo poblacional 2018. Los datos toman en cuenta a todos los departamentos de Guatemala y a la población fallecida, identificada y registrada apropiadamente por el INACIF como defunciones.

OBJETIVOS

General

Diseñar un modelo estadístico actuarial empleando un modelo de suavizado que se ajuste a la mortalidad guatemalteca y permita estimar probabilidades de vida con representatividad.

Específicos

- Calcular las tasas de mortalidad usando los datos del censo poblacional 2018 por medio de tasas brutas de mortalidad para determinar el comportamiento de la curva de mortalidad.
- Seleccionar el modelo adecuado para suavizar los datos de la curva de mortalidad por medio del criterio bayesiano de información para calcular las tasas de mortalidad.
- Determinar el nivel de confianza para cada modelo de proyección por medio de pruebas de hipótesis que brinde representatividad de estimación.

RESUMEN DEL MARCO METODOLÓGICO

El estudio cuantitativo de la mortalidad se estructura considerando las estadísticas vitales de la población guatemalteca y describir el grado de asociación con la mortalidad para edades específicas.

- Características del estudio

El enfoque del estudio propuesto permitió clasificarlo como cuantitativo ya que calculó el riesgo de mortalidad por sexo y edad para la población guatemalteca con datos poblacionales del censo 2018. El alcance se clasificó como descriptivo dado que obtuvo las frecuencias de mortalidad de datos para distintos grupos observados en el censo 2018, por lo tanto, midió el grado de asociación entre las personas que lograron vivir una edad determinada. El diseño no tiene comportamiento experimental ya que la información que se obtuvo es un conteo de población y no se manipuló ninguna variable. La investigación se definió como transversal porque es una aplicación de momento del cálculo de la mortalidad, se observó a los fallecidos del periodo 2009 al 2018 y se aplicó proporciones a una generación ficticia que fue formada por un gran número de cohortes.

- Unidades de análisis

La población en estudio estuvo conformada por las personas censadas por el INE en 2018, la cual contenía a los 22 departamentos de Guatemala, de la cual se extrajeron sus estadísticas vitales para un periodo de 2009 a 2018 sobre defunciones y nacimientos.

- Variables

Las variables del estudio se describen en la tabla I.

Tabla I. **Variables de estudio**

Variable	Definición teórica	Definición operativa
Función acumulativa	Es la función acumulada de la fuerza de mortalidad	Integral de 0 a t de la función densidad del modelo elegido
Función de supervivencia	Función que describe la probabilidad de una variable x de tomar un valor más grande para un t mayor	Inverso multiplicativo de la fuerza de mortalidad de una edad x a un tiempo t
Función de densidad	Función de probabilidad que describe la probabilidad de fallecer cuando x toma cierta edad	Derivada de la función acumulativa de mortalidad
Fuerza de mortalidad	Representa la tasa de mortalidad instantánea a una edad dada.	Es la derivada de la función de supervivencia.
Mortalidad bruta	Proporción de personas que fallecen al alcanzar una edad determinada	Relación del número de personas vivas a una determinada edad y las que fallecen.

Fuente: elaboración propia.

Fases del estudio

Se describirán a continuación cinco fases del estudio.

- Fase 1. Revisión de literatura

La literatura analizada buscó describir la curva de la fuerza de mortalidad como una distribución que dependía de la edad y se aplicó a diferentes poblaciones. Fue importante conocer la aplicación de estas distribuciones a poblaciones con diferentes características porque otorgaron herramientas en caso el comportamiento de la población a estudiar mostrara patrones no esperados para ciertos rangos de edad.

Luego se profundizó la forma de elegir el modelo para cada rango de edad, se usaron criterios de información de un modelo como herramienta estadística, se emplearon dos diferentes criterios; Akaike y el criterio bayesiano, se usaron dos criterios debido al tipo de penalización que hace cada uno, y también como fundamento estadístico de la predominancia de uno sobre otro.

- Fase 2. Gestión de la información

Los datos analizados se encuentran disponibles en (<https://www.censopoblacion.gt/>) la cual es una base de datos de REDATAM que se estructuró de tal manera que reflejó el cambio de población entre edades y sexos.

La información de fallecidos desde 2009 a 2018 se encontró en la página web del INE (2019), la obtención de la información para cada año permitió trabajar con datos provistos y no interpolación para esta variable.

- Fase 3. Análisis de información

Se calculó la mortalidad bruta de cada una de las edades segmentadas en la población, esto fue una proporción de los sobrevivientes a cada edad, acá se conoció el comportamiento de la función supervivencia, y de los rangos de edad que se adecuaron a una distribución específica.

Los datos de mortalidad bruta se formularon como una distribución densidad específica para cada modelo propuesto y con ello se derivaron otra serie de funciones, como la función acumulativa, la función fuerza de mortalidad, entre otras, las cuales se describen como variables de la investigación.

- Fase 4. Interpretación de información

Los datos ya graduados establecieron un comportamiento definido para cada parte de la distribución, lo cual permitió afirmar diferencias entre edades, comportamientos diferentes a la región, cambios en las tasas de mortalidad y conocimiento del riesgo de exposición a la muerte que tienen cada guatemalteco en diferentes edades.

- Fase 5. Elaboración del informe

Se recopiló la información del diseño de investigación y contrastó con los resultados obtenidos, estableciendo conclusiones y un formato que permitió su fácil comprensión.

Técnicas de análisis de información

- Whittaker-Henderson

Las probabilidades de muerte bruta obtenidas generalmente contienen fluctuaciones y esas irregularidades no corresponden a características de la población, sino a la forma de cálculo. Se busca minimizar la proximidad entre las tasas suavizadas y observadas y al mismo tiempo se busca obtener suavidad entre las edades sucesivas, como se observa en la ecuación 3. Minimizando la ecuación se obtienen ecuaciones lineales cuyas incógnitas son las tasas de mortalidad suavizadas.

- Modelo De Moivre

El modelo de De Moivre muestra los datos por medio de la ecuación 15, el cual es un modelo lineal continuo con la restricción de que $0 < x < w$, para w se tomó una edad final la cual regularmente es la establecida por el Programa para el Desarrollo de Naciones Unidas (Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo [PDNU], 2018), el cual indicaba que la esperanza de vida al nacer en Guatemala para hombres de 70.4 años y de 76.8 años para mujeres, estos son los valores que toma w para el cálculo de la mortalidad, los demás parámetros del modelos dependen de los datos a evaluar.

- Modelo de Gompertz

El modelo de Gompertz grafica los datos con la ecuación 16, la cual contenía dos parámetros para su estimación, este modelo consideró que el aumento de la mortalidad era una progresión geométrica que variaba con la edad.

En diferentes poblaciones del mundo este modelo ha probado ser muy efectivo y muchos han adecuado el modelo a sus poblaciones para un mejor modelado.

- Modelo de Makeham

El modelo de Makeham buscó representar la mortalidad por medio de la ecuación 18, es un modelo de tres parámetros, presentado como una extensión del modelo de Gompertz que incluyó un término que es independiente de la edad que incluyó exposición de riesgos de otro tipo como por ejemplo accidentes que impactan el valor de la mortalidad.

- Modelo de Weibull

Cuando los valores no presentaron un ajuste adecuado para todos los rangos de edad, se utilizó la distribución de valores extremos de Weibull, para estimar mejor los valores de mortalidad en los adolescentes.

- Prueba de Diebold Mariano

Se identificaron por medio de pruebas de hipótesis cuales modelos presentaban mejor nivel de predicción sobre la mortalidad bruta, es decir se buscó una forma de representar una curva suave que no se aleje de los valores de mortalidad bruta.

- Prueba de criterio bayesiano

Se aplicó el criterio bayesiano para evaluar los modelos a diferentes rangos de edad y sexo, quiere decir que cada distribución pudo ser válida para diferentes tramos de la función densidad y haber creado una distribución por partes que describía el comportamiento de la mortalidad para el periodo 2009 – 2018.

- Prueba de Akaike

Además de la prueba Bayesiana se incluyó el criterio de Akaike debido a su simplicidad y como soporte a la aplicación de criterios para elección del mejor modelo para cada edad, al mismo tiempo se identificaron las regiones en donde los otros modelos no se aproximaron a los datos.

INTRODUCCIÓN

Para las empresas e instituciones aseguradoras en Guatemala es importante conocer los riesgos de mortalidad asociados a cada persona por edad y sexo, esto con el objeto de mejorar el cálculo en la predicción de reservas y creación de productos tomando en cuenta los riesgos de mortalidad actuales en Guatemala. Por ello, se realizó la construcción de una tabla de mortalidad para la población guatemalteca para el año 2018, que abarcó todos los rangos de edad, incluidos en el censo poblacional de 2018, y a todos los fallecidos entre el periodo 2009 a 2018.

Se suavizó la curva de mortalidad por medio de cuatro distribuciones de mortalidad: Moivre, Gompertz, Makeham y Weibull, con el fin de modelar una función dependiente de la edad, que permitió estimar un modelo de supervivencia para diferentes rangos de edad; asimismo, fue validado por medio de criterios de información.

En el primer capítulo se presenta un análisis de estudios previos realizados en diferentes países, que tenían el mismo propósito de construir una tabla de mortalidad. Cada país contaba con características muy similares a Guatemala. Además, se comparó el comportamiento de variables y data real que ayudó a identificar posibles distribuciones que describen el comportamiento de las tasas de mortalidad.

En el segundo capítulo se detalla los conceptos teóricos necesarios para interpretar los resultados obtenidos y la forma de comparar los modelos de distribución, en los cuales el comportamiento de la mortalidad pueda ser muy

similar, además, se presenta un método de elección para el modelo de mejor ajuste de la distribución. En el tercer capítulo se presenta los resultados obtenidos durante el estudio y la manera adecuada de interpretar cada uno de estos, en este capítulo se muestra, además, la tabla de mortalidad para Guatemala.

Finalmente, en el cuarto capítulo se efectúa un análisis de la distribución definida por partes, que modela las tasas de mortalidad. También se muestra una comparación entre diferentes países de Latinoamérica que tienen características similares a Guatemala además de una comparación con el promedio continental.

1. MARCO REFERENCIAL

1.1. Estudios previos

El sector asegurador se ha caracterizado por disponer de bases arbitrarias para la estimación de contratos de corto plazo en el ramo de vida. No obstante, desde el siglo XVII, el fortalecimiento de conceptos estocásticos y probabilísticos se han desarrollado cada día más, mejorando la estimación científica del riesgo del seguro.

El inglés Jhon Graunt fue de los pioneros en la publicación de tablas de mortalidad, su primera tabla la difundió en 1662 en su libro de Observaciones de la Mortalidad, en el cual estudió la información de las muertes en Londres, información que obtenía de las parroquias de dicho lugar. Luego de eso Halley con la intención de calcular primas de seguros estudió los grados de mortalidad en la población en 1693, en donde buscaba dar respaldo científico al cálculo de la mortalidad. (Ortiz, Villegas y Zarruk, 2012, p. 421)

En estudios recientes de mortalidad los autores han recurrido a analizar los nacimientos y las muertes de cada sexo y edad, como la curva de mortalidad por lo regular no encaja con un modelo establecido, a esta se le agrega un factor multiplicativo que busca simplificar su comportamiento para aquellas edades con comportamiento distinto, obteniendo así una curva suavizada.

No obstante, Benchimol (2016) establece una serie de jerarquías en donde busca la asociación de un grupo de países con características parecidas, según este autor el comportamiento de la mortalidad deberá ser igual para estos países, ya que comparten atributos en común. Esto brindó una referencia válida para aplicar modelos estocásticos de mortalidad en Guatemala, como lo es Gompertz, que según Vargas (2015) describe adecuadamente la mortalidad en México, el cual tiene características poblacionales similares a Guatemala. Usualmente esto forma parte de la estadística bayesiana, o algunos la encierran dentro de un concepto conocido como *data cloning*.

Benchimol (2016) aplicó por primera vez este tipo de estructura para obtener aproximaciones de máxima verosimilitud en la distribución de mortalidad, además propone que un correcto resultado viene del ensamble de modelos con características similares con el fin de identificar cualquier inconveniente que pueda presentar la población a estudiar.

En 2004 se fundó la Asociación Guatemalteca de Instituciones de Seguros (AGIS), sin embargo, debido a la notoriedad del poco tiempo del seguro en Guatemala y del tamaño del mercado, el interés en profundizar la estimación de primas y riesgos de manera científica ha quedado desplazada.

La estimación científica del riesgo de mortalidad “es importante en la creación de modelos que representen la distribución estadística de la sobrevivencia de una población determinada en un tiempo dado, ya que estos son la base fundamental para el cálculo de tarifas y reservas de una aseguradora” (Ortiz, Villegas y Zarruk, 2012, p. 425). Además, la competitividad de las compañías aseguradoras dependerá mucho de su estrategia de precios, un precio menor representará mayor demanda, sin embargo, esto no siempre se traduce en rentabilidad para las compañías si la tarificación no fue la adecuada.

AGIS no publica ni divulga una tabla de probabilidades de esperanza de vida validada para Guatemala que le permita ejercer supervisión y medir de forma sistemática la evolución de los precios de primas de seguros de vida. No obstante CEPAL publica regularmente tablas de esperanza de vida para diferentes poblaciones, estas existen en el periodo de 1950 a la fecha actual y se calculan con tablas de mortalidad implícitas.

Además, está comprobado que el uso de tablas de esperanza de vida en un contexto social diferente al lugar donde se realiza el estudio de mortalidad con el objetivo de hacer una tarificación de seguro actuarial muestra resultados erróneos. “las probabilidades varían considerablemente de acuerdo con la población que se está analizando” (Ortiz, Villegas y Zarruk, 2012, p. 426). Quiere decir que la mortalidad de la población de un país con características poblacionales y geográficas distintas no proveerá de un modelo que pueda interactuar de manera adecuada con los datos.

Diferentes elementos se han considerado para la elaboración de la tabla de esperanza de vida.

Por lo tanto, es importante que las tablas de este tipo tomen en consideración el tiempo biológico de la población, es decir su edad, pero también que tome en cuenta el tiempo cronológico (físico o calendario), ya que conforme pasan los años las condiciones de vida mejoran y se incrementa la esperanza de vida de la población, debido a esto las tablas clásicas de mortalidad (estáticas) tienden a subestimar la esperanza de vida y no son útiles para periodos largos de tiempo. (Montesinos, 2014, p. 10)

Es indispensable mencionar que la distribución de probabilidad de muerte de una persona de 60 años no es la misma distribución de la misma persona que hoy tiene 20 años que cumpla 60 años.

La carencia de información en las características actuariales de la población guatemalteca hace necesario el cálculo de estadísticas vitales como lo es la mortalidad. Debon y Sala (2010) afirma que; ya es un hecho probado que la esperanza de vida o mortalidad está aumentando en cada cohorte “así pues, la creación de una tabla de esperanza de vida para la modelación del comportamiento asociado a una población de un colectivo es bastante conservadora y muchas veces poco realista si se basa en la hipótesis de datos estacionales” (p. 2)

Luego de calcular la mortalidad bruta se debe estimar la mejor técnica de graduación de los datos, es decir eliminar el ruido de la distribución de mortalidad bruta, Alonso (2010) da una explicación de posibles inconvenientes que se presentan calculando la mortalidad, afirma que a pesar de ser posible la estimación de cada tasa de mortalidad para cada subgrupo “la estimación directa implica el modelado de cientos de series temporales que en general no son independientes” (p. 20). Su investigación señala la importancia del uso de series temporales para el desarrollo de predicción tablas de mortalidad.

Es posible afirmar que la esperanza de vida ha aumentado mundialmente, por consiguiente, el aumento debe reflejarse en las estadísticas de Guatemala, Flici y Planchet (2019) en el estudio de mortalidad realizado en Algeria encontró diferencias en subpoblaciones, esas diferencias deben de notarse para Guatemala ya que las condiciones de cada población no son las mismas para todas las regiones del país.

Con el fin de brindar validez al mercado guatemalteco, Steute (2013) concluye que es necesario estudiar tendencias del país sobre el cual se va a elaborar la tabla de mortalidad para tener la certeza que un modelo será una técnica que agregará valor al cálculo de riesgo de mortalidad.

Con el fin de simplificar las diferentes distribuciones a usar en los datos, la mayoría de los modelos presentados emplean técnicas desarrolladas por Slud (2001) el cual busca generalizar la creación de una tabla de mortalidad para cualquier país. Esto quiere decir que estudios en poblaciones con características similares a Guatemala permitirán orientar las herramientas a emplear en la graduación de datos para el cálculo de la mortalidad en Guatemala. “para el mercado colombiano los modelos de Lee Carter y Gompertz son los que presentan mejor ajuste a la curva de mortalidad de Colombia” Debon y Sala (2010, p. 23). Es muy probable que en algunos rangos de edad los modelos de mortalidad se comporten igual para Guatemala, debido a la similitud de características poblacionales.

Por lo tanto, es indispensable identificar posibles modelos que se ajusten a la mortalidad de Guatemala para poder definir un modelo válido; Vargas (2015) en su trabajo de mortalidad menciona modelos empleados en México, como lo son; el modelo de Lee Carter, el modelo Renshaw Haberman, Makeham, el modelo Age Period Cohort y Brass type, con esto obtiene las tasas de mortalidad ajustadas.

Brouhns, Denuit y Vemunt (2002) explican que el modelo de Makeham se ajusta muy bien a datos históricos, no obstante, menciona la importancia de ajustar el modelo variante a una distribución definida. Se consideran entonces países con características similares a Guatemala, y se escogen los modelos con mejor ajuste para diferentes rangos de edad, proponiendo cuatro modelos de

mortalidad con el fin de reducir las variables a considerar tal como lo establece Renshaw, (2005) "los modelos de distribución ya definidos entonces reducen las dimensiones del problema de cálculo de mortalidad, reduciendo la fuerza de mortalidad a un tiempo t , y edad x , además de capturar los efectos de una generación" (p. 557).

Por lo tanto, todos estos aportes permitieron identificar modelos, y tendencias que se han identificado en la distribución de mortalidad de cada población estudiada, se analizaron aquellos que compartían características culturales similares a Guatemala, con el fin de que el análisis exploratorio de la literatura permitiera aplicar con mayor efectividad las distribuciones elegidas para el análisis de la población guatemalteca.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Características de la tabla de mortalidad

En cálculo actuarial las tablas de esperanza de vida también son conocidas como tablas de mortalidad o también como tablas actuariales, son tablas que muestran para cada edad la probabilidad de que una persona a cierta edad muera antes de cumplir su próximo aniversario. La realización de un estudio de mortalidad conlleva a querer conocer la probabilidad de supervivencia de un grupo particular con cierto promedio de edad (cohorte), los años que se esperan vivir para cada edad, y la proporción de personas que estarán vivas transcurrido cierto tiempo, el método más conocido para su cálculo es usar los valores poblacionales y modelos de supervivencia.

Las tablas de mortalidad en su mayoría se han utilizado con la finalidad de medir probabilidad de fallecimiento en las personas, no obstante, a lo largo del tiempo se han empleado de diferentes maneras como en, demografía, cálculo actuarial, fertilidad en población, migración, estudios de salud poblacional, entre otros, incluso para identificar estadísticas vitales de una población. (Shryock, 1997, p. 12)

2.1.1. Tipo de construcción de la tabla de mortalidad

Generalmente se construyen dos diferentes tablas, una para cada sexo; hombre y mujer. Esto se debe a la diferencia que ambas poblaciones presentan en su mortalidad que son características de cada sexo, además de las diferentes ocupaciones que desempeña cada uno a lo largo de su vida, es decir, hombres

suelen emplear ocupaciones más riesgosas por lo tanto su exposición es mayor. Incluso existen características específicas que distinguen los riesgos de cada persona, como los son hábitos alimenticios, fumadores, condición socio económica (Soysa, 2014).

Una vez se cuenta con los datos poblacionales es posible la creación de la tabla de mortalidad o esperanza de vida de dos tipos, la primera aquella que involucre solo a una generación, es decir un análisis por cohorte, y la segunda una tabla actual de mortalidad, la cual es como una fotografía de la mortalidad de una población.

La tabla actual de mortalidad describe las tendencias de esperanza de vida de un grupo de individuos a tasas de mortalidad observadas para cada región en específico. El concepto de este tipo de tabla es que un grupo de individuos de 25 años, seguramente experimentarán una mortalidad definida por la tabla, no obstante, si estas personas sobreviven 10 años más, la tasa de mortalidad de 35 a 36 a la que estarán sometidos seguramente será distinta a la que muestra la tabla, quiere decir que este tipo de tabla muestra tasas de mortalidad que se pueden aplicar en un momento específico (Comisión Económica para América Latina y el Caribe [CEPAL], 2017, p. 9).

La tabla de cohorte describe la esperanza de vida para un grupo o cohorte de personas nacidas durante las mismas fechas. En otras palabras, si se toma un grupo nacido en 2000, la tabla mide las tasas de mortalidad que ellos sobrevivan a 2001 en adelante, es decir, las tablas de cohorte buscan identificar la mortalidad para diferentes edades de un mismo grupo, estos estudios son regularmente empleados cuando se busca estudiar la

continuidad de vida de un grupo por un largo periodo de tiempo (CEPAL, 2017, p. 12).

Actuarios han usado modelos matemáticos y estadísticos para modelar y simular las tasas de mortalidad que pueda tener una población, o bien buscan predecir eventos que puedan afectar el desarrollo y crecimiento de una población, todos estos cambios se estiman por medio de la observación y los cambios que presentan en el tiempo.

Para el cálculo de la proporción de mortalidad en una población es indispensable disponer de la información poblacional para los mismos años que se están evaluando las defunciones, debido a que la información del censo poblacional en Guatemala es de 2018, según Vargas (2015), es necesario realizar una regresión lineal que permita determinar la población, entonces para los años 2009 a 2018 esta se calculó por medio de la siguiente ecuación.

$$l_{x,t} = l_{x,t1} + \left(\frac{t-t_1}{t_2-t_1}\right)(l_{x,t2} - l_{x,t1}) \quad (\text{Ec. 1})$$

Donde:

$l_{x,t}$ población

t tiempo para el que se desea obtener el dato faltante

Además, Vargas (2015), afirma que por medio de la relación de los fallecimientos registrados y la cantidad de personas vivas es posible calcular la mortalidad bruta de una población, por lo tanto, el cálculo se obtuvo con la siguiente expresión.

$$m_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{l_{x,t}} \quad (\text{Ec. 2})$$

Donde:

$l_{x,t}$ población

$d_{x,t}$ cantidad de fallecidos en el tiempo t

Para su cálculo ajustado se supone que la mortalidad es una curva suave y continua, la graduación de los datos consiste en una graduación con principios que dictan las tasas de mortalidad.

Ortega (1982) afirma que las técnicas de graduación han sido ampliamente estudiadas en temas actuariales para una correcta estimación de la mortalidad. Regularmente se aplican métodos paramétricos y no paramétricos que buscan ajustar bien la curva.

El método de graduación empleado consiste en identificar la adecuación de una curva para los datos que minimice la diferencia entre los datos predichos y los reales.

Ortega (1982) utiliza la fórmula de Whittaker-Henderson tipo B, que implica minimizar la cantidad.

$$\sum W_x * (q_x'' - q_x)^2 + \lambda * \sum (\Delta^d * q_x)^2 = 0 \quad (\text{Ec. 3})$$

Donde:

W_x coeficientes de ponderación

q_x'' valores que se desean suavizar

q_x valores suavizados

λ contante de la importancia a la suavidad

Δ diferencia de valores

d orden del modelo

2.2. Análisis estadístico actuarial

Se describirán las herramientas actuariales de las que se vale el estudio para la evaluación de la mortalidad en Guatemala.

2.2.1. Función de mortalidad

A lo largo de los estudios realizados se ha probado la hipótesis que existe un crecimiento de las tasas de mortalidad para ciertos rangos de edad, esto es lo que supone que su comportamiento sea capaz de ser explicado por medio de un modelo matemático, el cálculo de la mortalidad es una expresión matemática que describe la fuerza de mortalidad es decir su probabilidad de muerte como una función dependiente de la edad.

En las ciencias actuariales la función de supervivencia o función de fiabilidad es la que muestra la probabilidad de que una persona pueda sobrevivir más allá de un tiempo específico, mientras que la fuerza de mortalidad es la tasa de muerte a una edad específica para una edad determinada, también se conoce como tasa de falla, o función de peligro. (Vargas, 2015, p. 39)

Según CEPAL (2017), "los indicadores más precisos de la mortalidad de una población determinada se encuentran en las tablas de mortalidad" (p. 9). Una de las principales ventajas de actualizar los datos de mortalidad en una población es que estos datos son comparables entre distintas poblaciones a través del tiempo.

2.2.2. Notación estadística actuarial

La notación usada como $S_x(t)$, $F_x(t)$, y $f_x(t)$ es la notación usada comúnmente en estadística, no obstante, según Slud (2001) el cálculo actuarial ha desarrollado su propia notación, comúnmente aceptada, denominada; notación actuarial internacional, la notación para modelos de supervivencia y probabilidades de mortalidad es como se detalla.

$${}_u|tq_x = \Pr[u < T_x \leq u + t] = S_x(u) - S_x(u + t) \quad (\text{Ec. 4})$$

Donde:

${}_tq_x$ es la probabilidad de que (x) muera antes de la edad $x+t$

${}_u|tq_x$ es la probabilidad de que x sobreviva u años y muera en los siguientes t años

Esta es llamada también probabilidad deferida, porque implica que la muerte ocurra en un periodo determinado.

Usualmente el valor se representa como P_x , dicho valor es la probabilidad que tiene (x) de sobrevivir al menos al tiempo $x+1$, de igual forma q_x es la probabilidad de que muera antes de alcanzar la edad $x+1$. q_x es llamada la tasa de mortalidad a una edad x .

Como lo expresa Slud (2001) la relación que existe entre cada una de estas variables es.

$${}_tP_x = \exp\left\{-\int_0^t \mu_{x+s} ds\right\} \quad (\text{Ec.5})$$

Donde:

${}_tP_x$ probabilidad de que alguien con edad (x) sobreviva hasta la edad $x+t$

$\mu_x(t)$ media de la fuerza de mortalidad de una edad x

El mismo autor señala que como F_x es una distribución de f_x su función de densidad, entonces es posible afirmar que.

$${}_tq_x = \int_0^t {}_sP_x * \mu_{x+s} ds \quad (\text{Ec. 6})$$

Con $0 < s < t$

Donde:

${}_tP_x$ es la probabilidad de que alguien con edad (x) sobreviva a la edad $x+t$

$\mu_x(t)$ media de la fuerza de mortalidad a una edad x

2.2.2.1. Modelos de supervivencia

En los modelos matemáticos de supervivencia, se presenta el comportamiento de una distribución de probabilidad de la esperanza de vida como una variable aleatoria que depende solo de la edad Slud (2001).

Sea (x) una variable aleatoria que describe la edad de cualquier individuo, quiere decir que $x > 0$. La muerte del individuo de edad (x) puede ocurrir en cualquier edad mayor que x, ese rango de tiempo que vivirá se denomina T_x . Esto significa que $x+T_x$ es la edad de muerte de ese individuo de edad (x) Slud (2001).

Vargas (2015) expresa que si se modela la distribución de probabilidad $F_x(t)$, que representa la probabilidad que la persona de edad (x) no sobreviva una edad mayor a $x+t$, se obtiene lo siguiente.

$$F_x(t) = \Pr[T_x \leq t] \quad (\text{Ec. 7})$$

Donde:

$F_x(t)$ es la distribución que representa la probabilidad que la persona no sobreviva t años

T_x el tiempo que sobrevive más allá de x

t lapso por evaluar

La mayoría de los problemas sociales buscan identificar la probabilidad de sobrevivencia y no la de muerte, es por eso necesario definir S_x , que según Slud (2001); representa probabilidad de supervivencia.

$$S_x(t) = 1 - F_x(t) = \Pr[T_x > t] \quad (\text{Ec. 8})$$

Donde:

$S_x(t)$ representa la probabilidad de que (x) sobreviva t años

$F_x(t)$ representa la distribución de fuerza de mortalidad

Slud (2001) indica que S_x es conocida como la función de sobrevivencia. Ahora se considera T_0 y T_x para cualquier individuo de edad x .

En donde, T_0 es el tiempo que se cree que un recién nacido sobrevivirá, es decir la expresión indica que esta persona podría morir antes de alcanzar la edad x o bien $\Pr[T_0 < x]$, no obstante, se sabe que la persona ha sobrevivido, esto significa que $T_0 > x$, cabe mencionar que en esta expresión T_x es el tiempo que

una persona con edad x sea capaz de sobrevivir hasta un tiempo T . Es decir, que la edad de supervivencia de esta persona es de T_x+x , si la persona muere antes de eso, en t años, quiere decir que $T_x < t$ y $T_0 < x+t$ o bien, el valor de ambos eventos es equivalente. Entonces para toda $x > 0$ y toda $t > 0$ se puede decir que según Vargas (2015).

$$\Pr[T_x \leq t] = \Pr[T_0 \leq x + t \mid T_0 > x] \quad (\text{Ec. 9})$$

Donde:

T_x tiempo de supervivencia desde edad x

T_0 tiempo de supervivencia de una persona recién nacida

t tiempo por evaluar

x variable aleatoria

Basado en esta ecuación y en la teoría de las probabilidades que define la ocurrencia de dos eventos como:

$$\Pr[A|B] = \frac{\Pr[A*B]}{\Pr[B]} \quad (\text{Ec. 10})$$

Donde:

$\Pr[A]$ es $[T_0 \leq x + t]$

$\Pr[B]$ es $[T_0 > x]$

Por lo tanto,

$$\Pr[T_x \leq t] = \frac{\Pr[x < T_0 \leq x+t]}{\Pr[T_0 > x]} \quad (\text{Ec. 11})$$

Donde:

T_x tiempo de supervivencia desde edad x

T_0 tiempo de supervivencia de un recién nacido

t tiempo por evaluar

x variable aleatoria

Además, como lo menciona Slud (2001); si se escribe la probabilidad de dos eventos en términos de una distribución de mortalidad y supervivencia, se tiene lo siguiente.

$$F_x(t) = \frac{F_0(x+t) - F_0(x)}{S_0(x)} \quad (\text{Ec. 12})$$

El mismo autor evidencia que simplificando una distribución de supervivencia se obtiene la siguiente expresión:

$$S_x(t) = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)} \quad (\text{Ec. 13})$$

Donde:

$S_x(t)$ representa la probabilidad de que (x) sobreviva t años

t tiempo por evaluar

x variable aleatoria

Lo anterior muestra que la probabilidad que tiene una persona de sobrevivir desde una edad x a hasta una edad $x+t$ determinada, se obtiene con el producto de la probabilidad de haber sobrevivido la edad x desde el que se nace, por la probabilidad de sobrevivir hasta la edad $x+t$ considerando que todo esto parte desde una edad x . Slud (2001)

Es importante notar la siguiente suposición hecha en Slud (2001)

$S_x(t)$ es diferenciable para toda $t > 0$.

$\lim_{t \rightarrow \infty} tS_x(t) = 0$ significa que todas las personas eventualmente morirán.

$\lim_{t \rightarrow \infty} t^2(t) = 0$ asegura que tiene una media y una varianza.

2.2.2.2. La fuerza de mortalidad

Fabozzi, Focardi y Svetlozar (2014) mencionan que es posible el cálculo de la fuerza de mortalidad para cualquier tipo de edad por medio del modelo que se define en la ecuación 6; según lo indican; la fuerza de mortalidad es una medida de intensidad que indica la mortalidad a una edad específica x para los individuos que ya alcanzaron esa edad.

$$\mu_x = \frac{-1}{S_0(x)} \left(\frac{d}{dx} S_0(x) \right) \quad (\text{Ec.14})$$

Donde:

$\mu_x(t)$ media de la fuerza de mortalidad a una edad x
 $S_x(t)$ representa la probabilidad de que (x) sobreviva t años
 t tiempo por evaluar
 x variable aleatoria

Esto implica que si se conoce μ_x para toda $x \geq 0$ es posible calcular las probabilidades de supervivencia $S_x(t)$, para cualquier x o bien cualquier t . En otras palabras, la función de mortalidad describe la función de tiempo de vida.

2.2.2.3. Modelo De Moivre

Olshansky y Carnes (1997) realizan la modelación con uno de los primeros modelos matemáticos propuestos por De Moivre en 1725, cuando estableció que la fuerza de mortalidad puede ser definida por:

$$S(x) = 1 - \frac{x}{\omega} \quad (\text{Ec. 15})$$

con: $0 < x < \omega$

Donde:

$S(x)$ es la función de sobrevivencia de una persona

ω es un parámetro denominado la edad final

x es la edad por evaluar en año

Booth y Tickle (2008) indican que el modelo de la ley de Moivre's describe la probabilidad de sobrevivir x años a un recién nacido, cuando la esperanza de vida se encuentra en un parámetro denominado ω .

Luego de eso, Gompertz desarrolló un modelo que otorga una correcta aproximación a la ley de mortalidad. No obstante, el modelo tiene deficiencias para ciertos rangos de edad dependiendo de las características de la población, (Dickson 2009).

2.2.2.4. Modelo de Gompertz

El modelo es introducido por Gompertz en 1997 en el cual establece que $\mu_x = B * C^x$ esto se conoce como la fórmula de Gompertz, la cual provee una aproximación muy buena a la ley de mortalidad.

El modelo señala $\mu_x = B * C^x$ donde B y C son constantes tal que $0 < B < 1$ y $c > 1$. Si se desarrolla la función de sobrevivencia con cálculo integral se obtiene. Gompertz (1997)

$$S_x(t) = \exp\left\{\frac{-B}{\log c} c^x (c^t - 1)\right\} \quad (\text{Ec. 16})$$

Donde:

Bc^x : es una constante del riesgo de mortalidad

$S_x(t)$ es la probabilidad de supervivencia

Gompertz indica en su modelo de mortalidad que ésta aumenta exponencialmente con la edad, al principio parece razonable, no obstante, las gráficas de datos han mostrado que la mayoría no aumenta así por todo el rango de edad. Por lo tanto, el modelo de Gompertz no provee un buen ajuste para algunos rangos de edades, particularmente para aquellos en una mediana edad o edades muy avanzadas (Shryock, 1997).

Según Shryock (1997), "se encuentra que el modelo no es aplicable al periodo de la infancia, es decir menores de 15 años ni tampoco a aquellos mayores a 85 años" (p. 15). Con el fin de encontrar un mejor modelo Makeham modifica la ecuación agregando un término más. Este modelo, según (Olshansky y Carnes, 1997) "provee una progresión geométrica para diferentes tablas de mortalidad en humanos describiendo por más de 170 años información fiable del proceso de mortalidad" (p. 1).

La primera suposición de Gompertz fue que la esperanza de vida requería de ciertas fuerzas, y que esas fuerzas se dividían en dos partes la primera es una fuerza de integración, mientras que la segunda es una fuerza auxiliar que destruye la vida en la población, como enfermedades o epidemias. Luego de eso la investigación concluye que el segundo factor es igual para todas las personas

que nacen en el mismo año o misma cohorte y bajo las mismas condiciones culturales, uno de los principales resultados que muestra su investigación es que todos los individuos nacidos en regiones similares y durante un rango de tiempo similar, tienen la misma probabilidad de esperanza de vida.

2.2.2.5. Modelo de Makeham

Currie (2006) menciona como Makeham considera las deficiencias que tiene el modelo de Gompertz, y agrega una constante a la fuerza de mortalidad, estableciendo que existe un deterioro predispuesto en las personas para morir. Su modelo establece que.

$$\mu_x = A + Bc^x \quad (\text{Ec.17})$$

con: $A \geq -B, B > 0$ y $c > 1$

Donde:

A: es una constante que representa el riesgo de mortalidad

Bc^x es una constante del riesgo de mortalidad por la edad

Luego aplicando cálculo integral es posible la estimación de la función de supervivencia.

$$S_X(t) = \exp \left\{ -tA - \frac{Bc^x}{\ln(c)} (c^t - 1) \right\} \quad (\text{Ec. 18})$$

Donde:

A: es una constante que representa el riesgo de mortalidad

Bc^x es una constante del riesgo de mortalidad por la edad

Missov y Lenart (2013) afirman que "la distribución de Makeham cuando $c=0$ sigue la curva de Gompertz" (p. 29). El modelo de Makeham es posible emplearlo con otro tipo de distribuciones, como lo aplica Fernández (2009) donde realiza una modificación al modelo para emplearlo con una distribución gamma y una Inversa gaussiana.

Girosi y King (2007) indican que "agregar la tercera constante al modelo de Gompertz asegura que la mortalidad considere eventos que no están relacionados con la edad" (p. 29). Según Pociello (2000) agregar un término lineal a la expresión, mejora su capacidad predictiva. A este modelo se le conoce como segunda ley de Makeham.

2.2.2.6. Modelo de Weibull

Yuen (1997) menciona que una distribución de valores extremos puede ser usada para modelar la mortalidad, en especial en edades jóvenes es donde presenta mejor ajuste, esta distribución ha sido usada en diferentes poblaciones para diferentes estudios como biología, ecología, entre otros. El modelo fue propuesto por Weibull en 1951, la función densidad del modelo tiene la siguiente forma.

$$f(x, k, \lambda, c) = c \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (\text{Ec. 19})$$

Donde:

x es la edad del individuo

k el número de parámetros que indica la forma que tiene la curva

λ valor característico de la distribución de esperanza de vida

c localización del parámetro de la distribución

2.2.3. Criterio de elección del modelo

Según Diebold y Mariano (1995), la comparación entre modelos de elección busca identificar la diferencia entre los errores cuadráticos medios, por medio de la H_0 : El modelo de suavizado 1 es mejor que el modelo de suavizado 2, y una H_1 : no existe evidencia para afirmar que el modelo 1 es mejor que el modelo 2.

Para ello se crea una tabla de contingencia y se compara por medio de la prueba de Diebold Mariano con un valor de confianza del 90 %.

$$H_0: E(d_t) = 0 \quad \& \quad H_1: E(d_t) \neq 0 \quad (\text{Ec. 20})$$

Donde:

H_0 Hipótesis nula

H_1 Hipótesis alterna

d_t Diferencia del error cuadrático medio

2.2.3.1. AIC como criterio de elección de modelo

La medición de Killback y la de Leibler son criterios que buscan minimizar la pérdida de información en un modelo, a este modelo se le conoce como criterio de información de Akaike, o bien (AIC), éste es usualmente considerado como el primer criterio por tomar en cuenta para la selección de un modelo. Según Fabozzi, Focard y Svetlozar (2014):

En 1951 Kullback y Leibler fueron capaces de desarrollar una medida que obtiene la información que se pierde cuando un modelo se aproxima a la realidad, tiempo después Akaike estableció la relación que existe entre la medición de Killback y Leibler y establece el modelo que busca con

probabilidad máxima de estimación el que mejor represente los datos (Fabozzi, Focard y, Svetlozar 2014, p. 3).

$$AIC = -2\text{Log}L(\theta) + 2k \quad (\text{Ec. 21})$$

Donde:

θ vector con los parámetros del modelo

$L(\theta)$ probabilidad del modelo cuando se evalúa con la máxima probabilidad del estimador θ

K número de parámetros que contiene el modelo

De acuerdo con Fabozzi, Focard y Svetlozar (2014), el cálculo del criterio de información por si solo carece de un sentido, es necesario la comparación entre los diferentes modelos, y el mejor candidato será aquel modelo que obtenga el AIC más pequeño. AIC está compuesta por dos factores: el primer factor es el logaritmo, $-2\log L(\theta)$ que es el valor de la función de probabilidad, por eso muestra el factor $\log L(\theta)$ que es la probabilidad de obtener la información dado un modelo, luego se multiplica por -2, entonces acá el modelo con el menor AIC será aquel con el valor más alto en su función de probabilidad.

Luego el segundo componente es un ajuste proporcional a la cantidad de parámetros, mientras más parámetros tenga el modelo mayor será el valor que se suma a la primera componente, por lo tanto, penaliza el modelo.

El modelo que contenga el valor de AIC más pequeño es el que tiene mejor ajuste, no obstante, es indispensable calcular el delta de AIC entre el modelo con mejor ajuste y los demás modelos evaluados, esta diferencia es usada para soportar la decisión de elegir un modelo sobre otro.

Los criterios de elección de un delta de AIC es como sigue:

- Si la diferencia en los criterios del modelo es menor que 2, esto indica que el modelo es tan bueno como el modelo elegido como el mejor.
- Si la diferencia se encuentra entre 4 y 7 indica que el modelo explica menos información que el modelo elegido como mejor candidato
- Si la diferencia es mayor que 10, existe evidencia que el modelo no se ajusta como el modelo elegido.

2.2.3.2. BIC como criterio de elección de modelo

Fabozzi, Focard y Svetlozar (2014) mencionan que cuando la investigación involucra la comparación de varios modelos estadísticos, es necesario definir un criterio para la elección de modelo. El criterio de información bayesiano (BIC, Bayes Information Criterion) busca penalizar a los modelos que tienen más parámetros (principio de parsimonia), a diferencia de AIC es que la penalización por el número de parámetros es mayor. Según Fabozzi, Focard y Svetlozar (2014).

$$\text{BIC} = -2 \log L(\theta) + k \log(n) \quad (\text{Ec.22})$$

Donde:

θ vector con los parámetros del modelo

$L(\theta)$ probabilidad del modelo cuando se evalúa con la máxima probabilidad del estimador θ

K número de parámetros en el modelo

De acuerdo con Fabozzi, Focard y Svetlozar (2014), el mejor modelo es aquel que tiene el menor valor de BIC, y de la misma manera que AIC es posible

calcular un delta BIC que otorgue soporte de la elección de un modelo sobre otro, su interpretación al comparar modelos es la siguiente:

- Si la diferencia en los criterios del modelo es menor que 2, esto indica que el modelo es tan bueno como el modelo elegido como el mejor.
- Si la diferencia se encuentra entre 2 y 6 indica que el modelo explica menos información que el modelo elegido como mejor candidato.
- Si la diferencia es mayor que 10, existe evidencia que el modelo no se ajusta como el modelo elegido.

3. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

3.1. Cálculo de tasas de mortalidad

Para la construcción de las tablas de mortalidad para el período 2018 en Guatemala se utilizó información básica sobre población, nacimientos y defunciones por edades simples provenientes desde 2009 hasta 2018, no obstante, se ponderó únicamente los últimos cuatro años, ya que esta información presentó ciertas irregularidades como resultado de la mala declaración en la edad en censos o bien el registro tarde de nacimientos o defunciones.

3.1.1. Análisis descriptivo del censo 2018 en Guatemala

Los datos demográficos del censo fueron validados con el porcentaje de omisión para el último censo realizado en 2018 y las bases de datos de defunciones y fallecidos contrastadas con indicadores de estadísticas vitales del INE presentados en 2020, como se muestran en el apéndice 1.

El XII Censo Nacional de Población en Guatemala tuvo un periodo de recuperación del 23 de julio al 16 de agosto de 2018 y se desarrolló como un censo de derecho (de jure), esto significa que las personas fueron registradas en el lugar donde residen habitualmente.

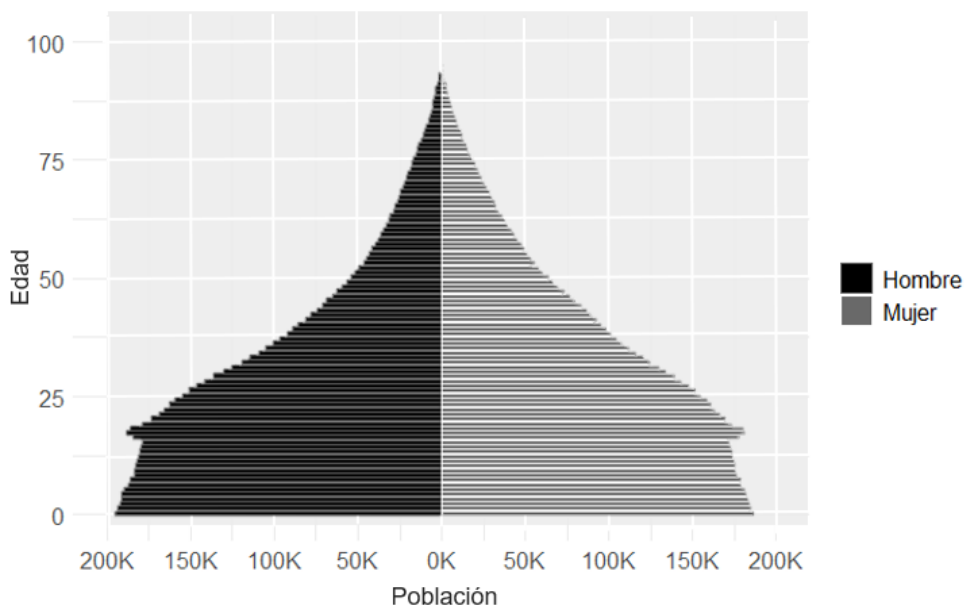
El análisis de la población para la tabla de mortalidad considera el porcentaje de omisión de información por edad que se analizó en la etapa poscensal de septiembre 2018 a diciembre 2019 que abarca el período de

consistencia de los datos del INE, tomando en cuenta que la población sigue una distribución uniforme para cada intervalo de edad, se consideró la omisión.

La cantidad de información omitida histórica para Guatemala se muestra en el apéndice 1, quiere decir que las probabilidades de mortalidad se calcularon con base en una población de 16,340,950 para el año 2018, la cual es la población corregida poscensal.

Para el cálculo de la población omitida se toman en cuenta porcentajes de omisión por edad mostrados en el apéndice 2. De esta manera, agregando la población omitida a la población censada, se obtiene la cantidad de personas estimadas en 2018 para Guatemala que se muestra en el apéndice 2.

Figura 1. **Pirámide poblacional 2018 Guatemala**



Fuente: elaboración propia.

La distribución de la población se identifica por medio de una pirámide poblacional que muestra la figura 1, acá se observa la presencia de un bono demográfico en el rango de 20-25 años, lo cual en conjunto con la esperanza de vida es posible modelar escenarios para dicha cohorte.

3.1.2. Análisis descriptivo de fallecimientos en Guatemala

El análisis de las defunciones en Guatemala para la tabla de mortalidad consideró la suma de defunciones de los años 2016,2017 y 2018, que a su vez son anualizados con los nacimientos de las mismas cohortes, para evitar sesgo debido a condiciones particulares de una cohorte, se dispone de información desde 2009, no obstante, el peso que tienen datos anteriores al censo pierde vigencia conforme pasa el tiempo, las defunciones reportadas en Guatemala por cada edad se presentan en el apéndice 3.

Las defunciones registradas en estadísticas vitales se ponderaron para los últimos tres años disponibles y los valores perdidos se distribuyeron proporcionalmente a cada edad. La parte izquierda de la tabla II, muestra la suma de las defunciones desde 2016 hasta 2018, mientras que la parte derecha muestra las defunciones con una distribución proporcional de todas las defunciones a cada edad.

Tabla II. **Distribución de defunciones**

Edad	Suma de defunciones (2016-2018)			Distribución (2016-2018)		
	Sexo			Sexo		
	Hombre	Mujer	Total	Hombre	Mujer	Total
0	13,443	10,113	23,556	13,450	10,118	23,568

Continuación tabla II.

Edad	Suma de defunciones (2016-2018)			Distribución (2016-2018)		
	Sexo		Total	Sexo		Total
	Hombre	Mujer		Hombre	Mujer	
1	2,182	1,940	4,122	2,189	1,945	4,134
2	817	716	1 533	824	721	1545
3	454	380	834	461	385	846
4	319	308	627	326	313	639
5	271	240	511	278	245	523
6	233	208	441	240	213	453
7	237	172	409	244	177	421
8	181	186	367	188	191	379
9	205	168	373	212	173	385
10	216	158	374	223	163	386
11	212	167	379	219	172	391
12	224	200	424	231	205	436
13	263	256	519	270	261	531
14	397	289	686	404	294	698
15	560	361	921	567	366	933
16	796	445	1,241	803	450	1,253
17	1,003	428	1,431	1,010	433	1,443
18	1,122	469	1,591	1,129	474	1,603
19	1,304	395	1,699	1,311	400	1,711
20	1,381	487	1,868	1,388	492	1,880
21	1,329	422	1,751	1,336	427	1,763
22	1,336	404	1,740	1,343	409	1,752

Continuación tabla II.

Edad	Suma de defunciones (2016-2018)			Distribución (2016-2018)		
	Sexo		Total	Sexo		Total
	Hombre	Mujer		Hombre	Mujer	
23	1,285	422	1,707	1,292	427	1,719
24	1,253	431	1,684	1,260	436	1,696
25	1,290	375	1,665	1,297	380	1,677
26	1,181	432	1,613	1,188	437	1,625
27	1,197	397	1,594	1,204	402	1,606
28	1,207	426	1,633	1,214	431	1,645
29	1,137	432	1,569	1,144	437	1,581
30	1,174	444	1,618	1,181	449	1,630
31	1,096	419	1,515	1,103	424	1,527
32	1,109	491	1,600	1,116	496	1,612
33	1,120	447	1,567	1,127	452	1,579
34	1,132	484	1,616	1,139	489	1,628
35	1,230	573	1,803	1,237	578	1,815
36	1,240	547	1,787	1,247	552	1,799
37	1,230	601	1,831	1,237	606	1,843
38	1,208	556	1,764	1,215	561	1,776
39	1,198	583	1,781	1,205	588	1,793
40	1,257	606	1,863	1,264	611	1,875
41	1,175	645	1,820	1,182	650	1,832
42	1,132	652	1,784	1,139	657	1,796
43	1,133	662	1,795	1,140	667	1,807
44	1,133	687	1,820	1,140	692	1,832

Continuación tabla II.

Edad	Suma de defunciones (2016-2018)			Distribución (2016-2018)		
	Sexo		Total	Sexo		Total
	Hombre	Mujer		Hombre	Mujer	
45	1,231	708	1,939	1,238	713	1,951
46	1,218	741	1,959	1,225	746	1,971
47	1,104	726	1,830	1,111	731	1,842
48	1,151	827	1,978	1,158	832	1,990
49	1,198	856	2,054	1,205	861	2,066
50	1,248	865	2,113	1,255	870	2,125
51	1,233	911	2,144	1,240	916	2,156
52	1,263	983	2,246	1,270	988	2,258
53	1,318	1,020	2,338	1,325	1,025	2,350
54	1,309	1,149	2,458	1,316	1,154	2,470
55	1,390	1,144	2,534	1,397	1,149	2,546
56	1,454	1,289	2,743	1,461	1,294	2,755
57	1,480	1,294	2,774	1,487	1,299	2,786
58	1,478	1,408	2,886	1,485	1,413	2,898
59	1,553	1,399	2,952	1,560	1,404	2,964
60	1,494	1,449	2,943	1,501	1,454	2,955
61	1,552	1,542	3,094	1,559	1,547	3,106
62	1,629	1,466	3,095	1,636	1,471	3,107
63	1,666	1,657	3,323	1,673	1,662	3,335
64	1,735	1,626	3,361	1,742	1,631	3,373
65	1,817	1,683	3,500	1,824	1,688	3,512

Continuación tabla II.

Edad	Suma de defunciones (2016-2018)			Distribución (2016-2018)		
	Sexo			Sexo		
	Hombre	Mujer	Total	Hombre	Mujer	Total
66	1,759	1,676	3,435	1,766	1,681	3,447
67	1,787	1,736	3,523	1,794	1,741	3,535
68	1,862	1,748	3,610	1,869	1,753	3,622
69	1,866	1,818	3,684	1,873	1,823	3,696
70	1,792	1,868	3,660	1,799	1,873	3,672
71	1,925	1,737	3,662	1,932	1,742	3,674
72	1,926	1,777	3,703	1,933	1,782	3,715
73	1,794	1,732	3,526	1,801	1,737	3,538
74	1,866	1,757	3,623	1,873	1,762	3,635
75	1,882	1,707	3,589	1,889	1,712	3,601
76	1,835	1,887	3,722	1,842	1,892	3,734
77	1,994	1,931	3,925	2,001	1,936	3,937
78	2,023	1,984	4,007	2,030	1,989	4,019
79	1,966	2,024	3,990	1,973	2,029	4,002
80	2,095	2,087	4,182	2,102	2,092	4,194
81	2,063	2,047	4,110	2,070	2,052	4,122
82	1,983	1,974	3,957	1,990	1,979	3,969
83	2,044	2,037	4,081	2,051	2,042	4,093
84	1,997	2,148	4,145	2,004	2,153	4,157
85	2,012	2,165	4,177	2,019	2,170	4,189
86	2,042	2,072	4,114	2,049	2,077	4,126
87	1,972	2,037	4,009	1,979	2,042	4,021

Continuación tabla II.

Edad	Suma de defunciones (2016-2018)			Distribución (2016-2018)		
	Sexo			Sexo		
	Hombre	Mujer	Total	Hombre	Mujer	Total
88	1,798	1,919	3,717	1,805	1,924	3,729
89	1,581	1,724	3,305	1,588	1,729	3,317
90	1,465	1,652	3,117	1,472	1,657	3,129
91	1,220	1,432	2,652	1,227	1,437	2,664
92	975	1,212	2,187	982	1,217	2,199
93	837	993	1,830	844	998	1,842
94	717	844	1,561	724	849	1,573
95	544	692	1,236	551	697	1,248
96	435	519	954	442	524	966
97	295	380	675	302	385	687
98	242	302	544	249	307	556
99 +	375	543	918	382	548	930
NA	685	457	1 142	0-	0	0
Total	137,777	109,585	247,362	137,792	109,628	247,420

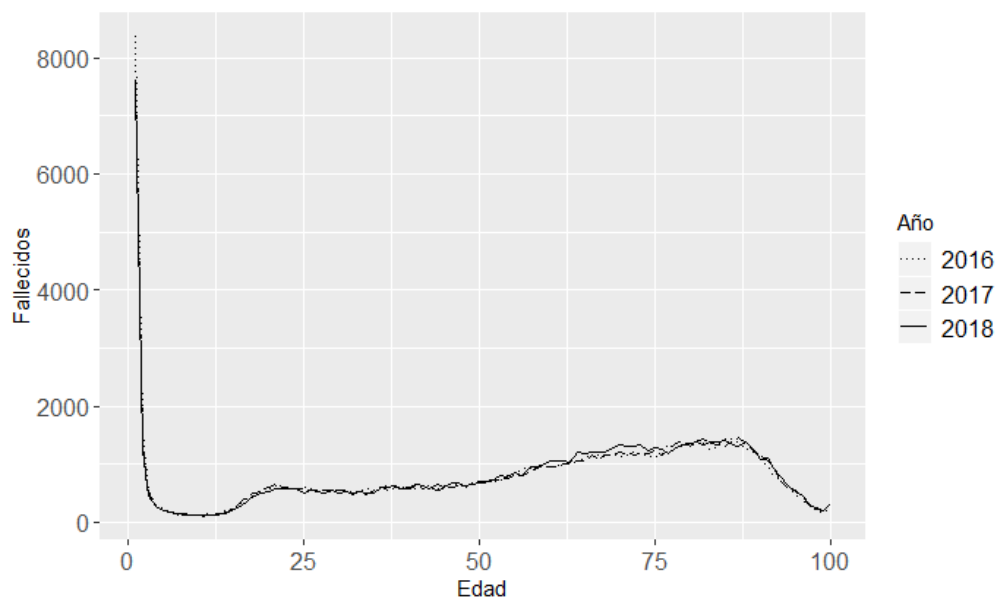
Fuente: elaboración propia.

Una vez identificados los fallecidos en los años de estudio, se modeló el comportamiento y comparó con curvas típicas, para identificar diferencias entre sexos y comportamiento.

- Comportamiento de fallecidos: hombres y mujeres.

Para tener una perspectiva de la mortalidad promedio de hombres y mujeres, en la figura 2 se cuantificó la cantidad de fallecidos de hombres y mujeres, se evidenció que el comportamiento de los fallecidos es un modelo teórico de país emergente con mortalidad alta en los primeros años y un aumento sostenido de los fallecidos con el paso del tiempo.

Figura 2. **Número de fallecidos: hombres y mujeres**



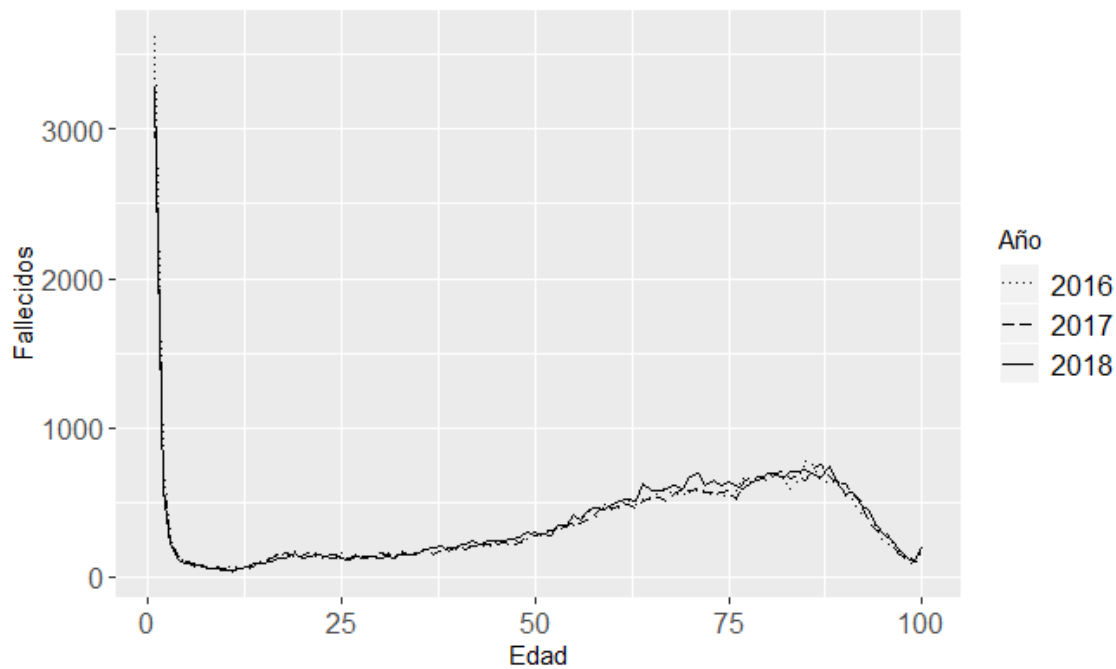
Fuente: elaboración propia.

- Comportamiento de fallecidas mujeres

La figura 3 que representa el comportamiento de la cantidad de fallecidos para cada año de estudio muestra que cada comportamiento es similar al año anterior, teniendo mayor diferencia en edades avanzadas, esto permitió

considerar que el promedio ponderado de estos tres años para el cálculo de la mortalidad muestre datos más cercanos a la realidad.

Figura 3. **Número de fallecidas mujeres**

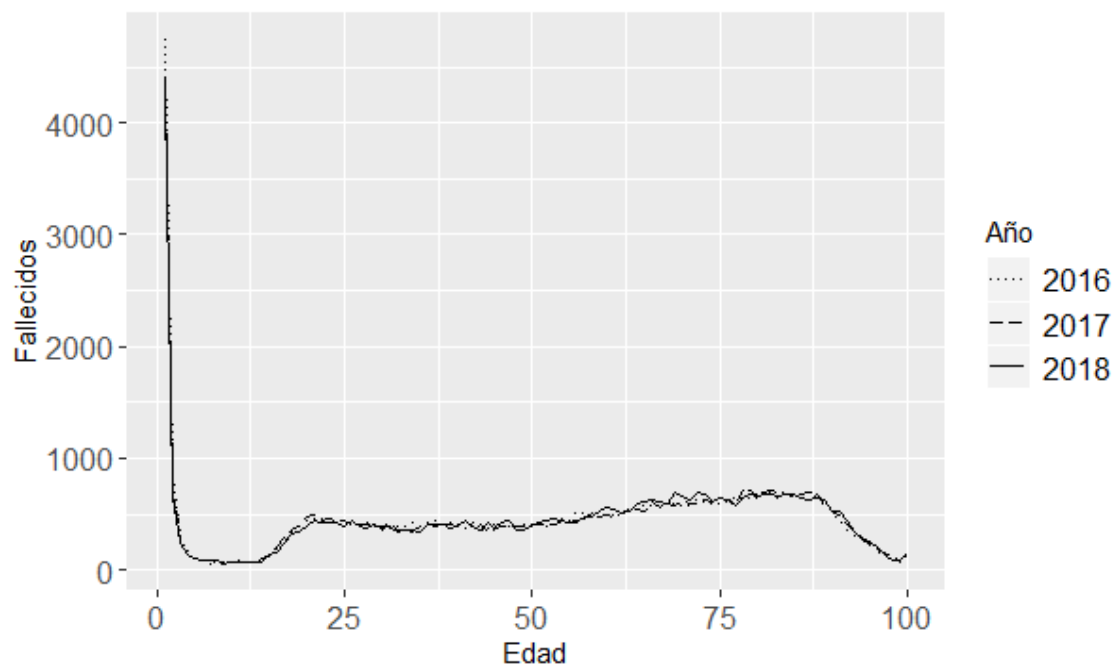


Fuente: elaboración propia.

- Comportamiento de fallecidos hombres

La cantidad de fallecidos hombres en el rango de los 15-25 años (edades jóvenes) es mayor a la cantidad de fallecidas mujeres, es evidente en la figura 4 que la mortalidad para los hombres es mayor a la de las mujeres para el mismo rango de edad; no obstante, la cantidad de fallecidos en edades tardías del rango de los 60-65 años es menor en los hombres, sin embargo, hay que considerar que la población de hombres a esta edad es menor que la de mujeres.

Figura 4. **Número de fallecidos hombres**



Fuente: elaboración propia.

3.1.3. **Análisis descriptivo de los nacimientos en Guatemala**

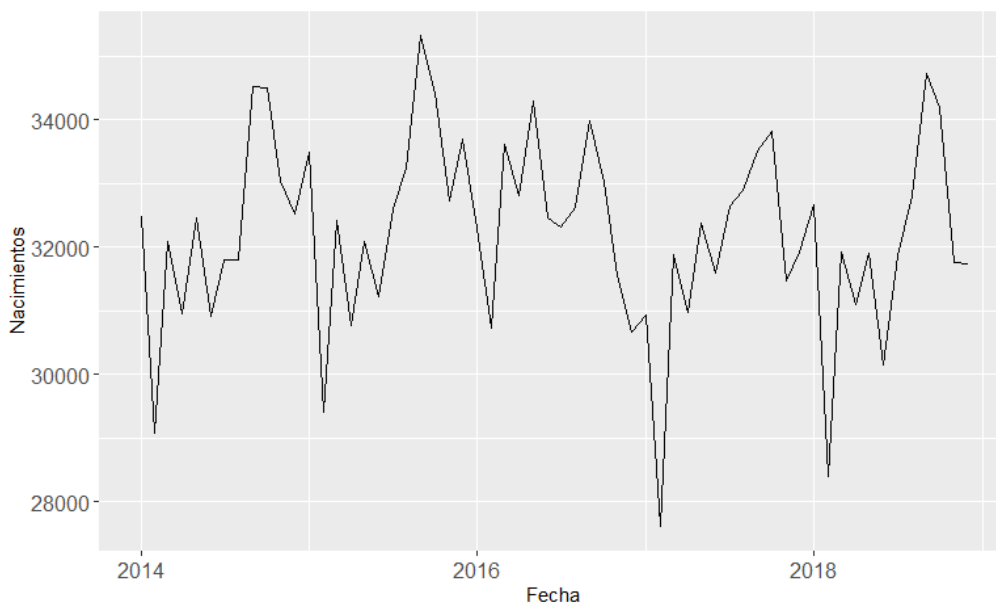
Se analizaron los nacimientos para tres cohortes diferentes con fecha más próxima a la del censo poblacional, para ellos se consideraron los nacimientos desde 2014 hasta 2018, usando rangos de tres años para cada cohorte. Es necesario analizar los nacimientos para tres años para el cálculo de los índices de mortalidad para cada edad, ya que al considerar tres poblaciones en la tabla de defunciones los nacimientos deben considerarse igual.

Como comprobación de la tendencia de los nacimientos en Guatemala, se analizó que su comportamiento mensual no presentase alguna tendencia que evidencie un sesgo en la mortalidad.

- Comportamiento de los nacimientos: hombres y mujeres

El comportamiento de las defunciones para hombres y mujeres presentado en la figura 5 muestra uno similar a las gráficas de defunciones de cada sexo separado, esto indicó que una generalización de la mortalidad de hombres y mujeres se adecua para conclusiones generales.

Figura 5. **Nacimientos de hombres y mujeres**

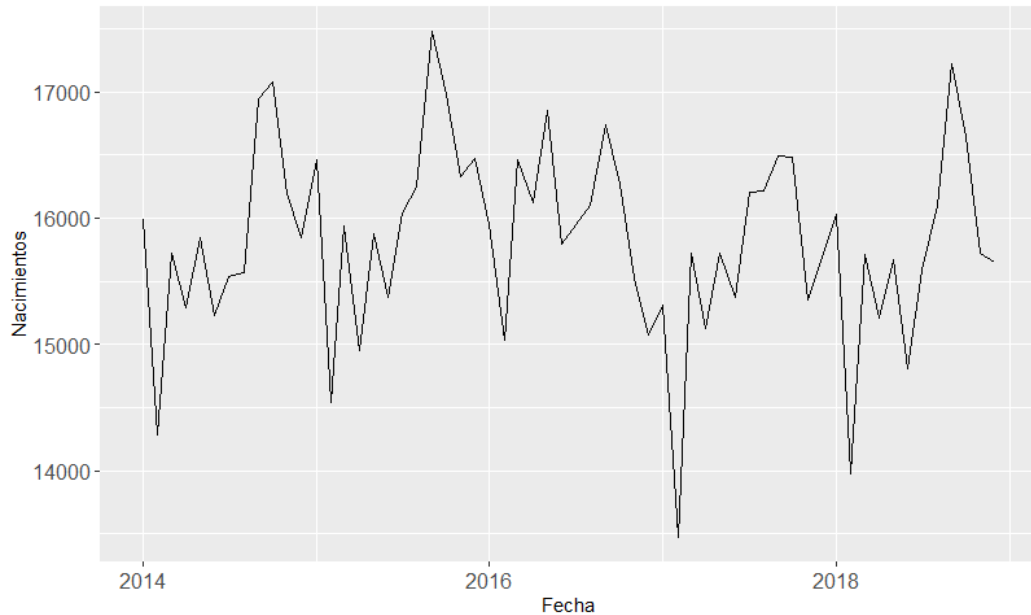


Fuente: elaboración propia.

- Comportamiento de los nacimientos de mujeres

Los nacimientos de mujeres tienen un comportamiento cíclico para cada año, presentando sus valores máximos en los meses de septiembre y octubre, mientras que sus valores más bajos se presentan en los meses de febrero y marzo, como se puede inferir en la figura 6.

Figura 6. **Nacimientos de mujeres**



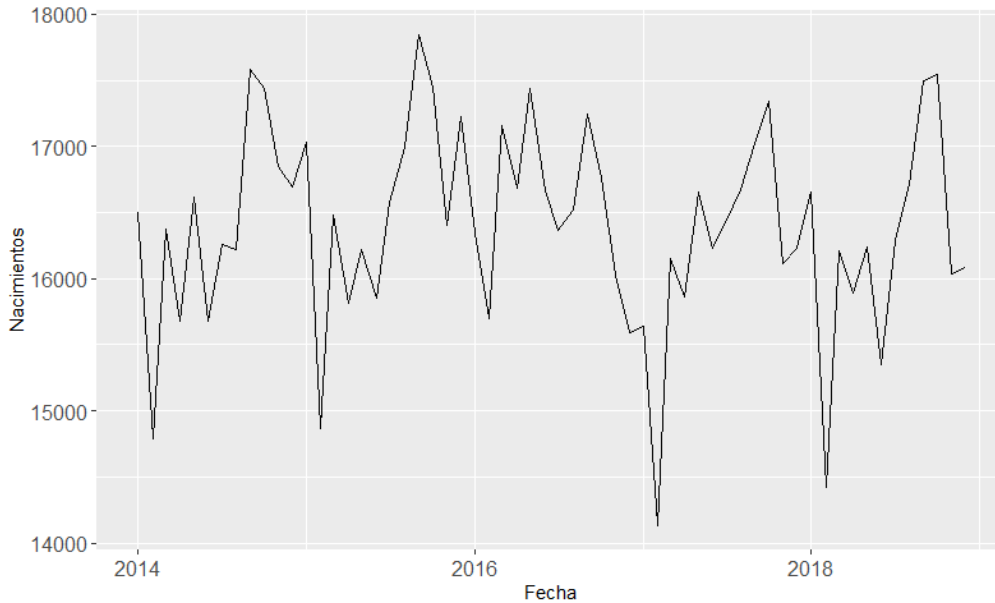
Fuente: elaboración propia.

- **Comportamiento de los nacimientos hombres**

El comportamiento de los nacimientos de hombres para el mismo intervalo es similar al comportamiento de los nacimientos de mujeres, con los máximos y mínimos alrededor de los mismos meses; octubre y febrero respectivamente, como se observa en la figura 7.

El apéndice 1 muestra los valores de los nacimientos anuales utilizados para el cálculo de la proporción de mortalidad en cada cohorte.

Figura 7. **Nacimientos de hombres**



Fuente: elaboración propia.

3.1.4. **Análisis de mortalidad bruta**

Debido a que la mortalidad se comporta diferente en cada rango de edad, el método de cálculo difiere para cada rango.

- Mortalidad bruta de 0 a 2 años

Las probabilidades de muertes esperadas para las edades de 0 a 2 años se calcularon a partir de una tasa central de mortalidad, para lo cual fue necesario obtener un promedio ponderado de las tres últimas cohortes de nacimientos.

$${}_1E_0 = \frac{(383,263 * (381,664 * 2) * (390,382 * 2) * 391,425}{2}$$
$${}_1E_0 = 1,159,390$$

Los nacimientos de tres cohortes están representados por E_x , este valor es necesario para contrastar con las defunciones. Una vez obtenido, se calcula la proporción de fallecidos para ese intervalo de edad.

$${}_1d_0 = \frac{100,000 * 23,568}{1,159,390}$$

$${}_1d_0 = 2,032.79$$

La tabla III resume el cálculo de la proporción de mortalidad bruta para cada edad.

Tabla III. **Mortalidad bruta 0-1 años**

Edad	E_x	L_o	D_x	d_x	q_x
0	1,159,390	100,000	23,568	2032.7931	0.020327
1	1,165,737	97,967	4,134	347.4168	0.003546

Fuente: elaboración propia.

Los cálculos de la probabilidad de muerte bruta se calculan con la ecuación 2 que relaciona la cantidad de fallecidos y la población base.

$${}_1q_0 = \frac{2,032.7931}{100,000}$$

$${}_1q_0 = 0.02033$$

- Mortalidad bruta de 2 a 4 años

El cálculo de la mortalidad se efectúa a partir de las tasas centrales de mortalidad es decir la población y la cantidad de defunciones ocurridas para cada edad.

$$m_2 = \frac{1,514}{(379,202 + 377,407 + 375,803)}$$

$$m_2 = 0.0013643$$

Bajo el supuesto que las defunciones se distribuyen uniformemente dentro de cada año, es posible relacionar la tasa central de mortalidad con su probabilidad de la forma.

$${}_1q_2 = \frac{2 * 0.0013643}{2 + 0.0013643}$$

$${}_1q_2 = 0.0013643$$

La tabla IV resume el cálculo para dichas edades para ambos grupos.

Tabla IV. **Mortalidad bruta 2-4 años**

Edad	L _o	D _x	d _x	q _x	Pop (censo)
2	97,620	1,545	133.5699	0.001363	377,407
3	97,486	846	73.2115	0.000749	375,803
4	97,413	639	55.5222	0.000569	374,419

Fuente: elaboración propia.

- Mortalidad bruta de 5 años en adelante

Se obtiene de la misma forma que la de 2-4 años con información de población y defunciones, combinando la probabilidad de muerte con la tasa central de mortalidad.

$${}_4q_5 = \frac{523}{3 * (371,418) + \left(\frac{1}{2}\right) * 523}$$

$${}_4q_5 = 0.0004692$$

Debido a que la información de estadísticas vitales e información poblacional se presenta en edades simples, no fue necesaria una interpolación osculatriz en los datos intermedios, no obstante, por la mala declaración de edad en los censos, la curva de mortalidad presenta irregularidades. La tabla V presenta la mortalidad bruta calculada para todo el rango de edades en hombres y mujeres.

3.1.5. Tablas de mortalidad bruta

El cálculo obtenido en la tabla III, IV se adhiere al cálculo para la mortalidad bruta de 5 años en adelante, obteniendo así la mortalidad bruta del grupo evaluado en la tabla V.

Tabla V. **Mortalidad bruta: hombres y mujeres**

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
0	100,000	23,568	2 032	0.020327	382,464
1	97,967	4,134	347	0.003546	379,202
2	97,620	1,545	133	0.001363	377,407
3	97,486	846	73	0.000749	375,803
4	97,413	639	55	0.000569	374,419
5	97,357	523	45	0.000469	371,418
6	97,312	453	40	0.000411	367,149
7	97,272	421	37	0.000383	365,984
8	97,234	379	34	0.000349	361,165
9	97,200	385	34	0.000356	360,010
10	97,166	386	34	0.000358	358,852
11	97,131	391	35	0.000364	357,661

Continuación tabla V.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
12	97,096	436	39	0.000407	356,457
13	97,056	531	48	0.000498	355,216
14	97,008	698	63	0.000657	353,843
15	96,944	933	85	0.000882	352,218
16	96,858	1,253	111	0.001147	363,899
17	96,747	1,443	125	0.001297	370,426
18	96,621	1,603	140	0.001453	367,476
19	96,481	1,711	155	0.001613	353,099
20	96,325	1,880	175	0.001818	344,291
21	96,149	1,763	168	0.001751	335,249
22	95,981	1,752	169	0.001765	330,437
23	95,811	1,719	169	0.001762	324,907
24	95,642	1,696	169	0.001773	318,549
25	95,472	1,677	171	0.001794	311,269
26	95,300	1,625	170	0.001784	303,325
27	95,130	1,606	172	0.001814	294,692
28	94,957	1,645	182	0.001919	285,392
29	94,774	1,581	181	0.001910	275,578
30	94,593	1,630	193	0.002044	265,464
31	94,399	1,527	188	0.001992	255,251
32	94,211	1,612	206	0.002189	245,174
33	94,004	1,579	210	0.002232	235,445
34	93,794	1,628	225	0.002396	226,194
35	93,568	1,815	260	0.002777	217,494

Continuación tabla V.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
36	93,308	1,799	267	0.002859	209,418
37	93,040	1,843	283	0.003040	201,747
38	92,757	1,776	282	0.003036	194,682
39	92,474	1,793	294	0.003175	187,900
40	92,180	1,875	318	0.003442	181,265
41	91,861	1,832	321	0.003489	174,713
42	91,540	1,796	326	0.003552	168,197
43	91,213	1,807	340	0.003717	161,705
44	90,873	1,832	358	0.003925	155,255
45	90,515	1,951	396	0.004366	148,611
46	90,118	1,971	417	0.004609	142,198
47	89,701	1,842	406	0.004510	135,833
48	89,294	1,990	457	0.005103	129,632
49	88,836	2,066	495	0.005553	123,667
50	88,341	2,125	531	0.005984	118,013
51	87,809	2,156	561	0.006359	112,648
52	87,247	2,258	612	0.006971	107,588
53	86,635	2,350	661	0.007586	102,864
54	85,973	2,470	718	0.008288	98,919
55	85,255	2,546	765	0.008899	94,932
56	84,490	2,755	854	0.010028	91,114
57	83,635	2,786	892	0.010567	87,413
58	82,742	2,898	958	0.011463	83,786
59	81,783	2,964	1,012	0.012236	80,245

Continuación tabla V.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
60	80,771	2,955	1,042	0.012745	76,792
61	79,728	3,106	1,130	0.014000	73,434
62	78,598	3,107	1,167	0.014647	70,186
63	77,430	3,335	1,292	0.016443	67,050
64	76,137	3,373	1,347	0.017398	64,059
65	74,790	3,512	1,442	0.018942	61,215
66	73,348	3,447	1,454	0.019453	58,489
67	71,893	3,535	1,531	0.020879	55,845
68	70,362	3,622	1,615	0.022472	53,122
69	68,746	3,696	1,689	0.024014	50,687
70	67,056	3,672	1,721	0.025046	48,258
71	65,334	3,674	1,770	0.026400	45,776
72	63,564	3,715	1,845	0.028249	43,217
73	61,718	3,538	1,819	0.028628	40,605
74	59,899	3,635	1,937	0.031397	37,985
75	57,961	3,601	1,996	0.033337	35,405
76	55,964	3,734	2,153	0.037148	32,883
77	53,811	3,937	2,362	0.042215	30,430
78	51,448	4,019	2,510	0.046649	28,048
79	48,938	4,002	2,599	0.050524	25,736
80	46,339	4,194	2,823	0.057694	23,532
81	43,515	4,122	2,881	0.062174	21,412
82	40,634	3,969	2,874	0.066062	19,365
83	37,759	4,093	3,067	0.075497	17,389

Continuación tabla V.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
84	34,692	4,157	3,229	0.085525	15,509
85	31,462	4,189	3,355	0.096711	13,740
86	28,107	4,126	3,386	0.107644	12,089
87	24,720	4,021	3,357	0.119446	10,551
88	21,363	3,729	3,151	0.127480	9,129
89	18,212	3,317	2,821	0.132054	7,820
90	15,391	3,129	2,656	0.145843	6,630
91	12,735	2,664	2,300	0.149469	5,497
92	10,434	2,199	1,916	0.150528	4,503
93	8,517	1,842	1,626	0.155877	3,632
94	6,891	1,573	1,419	0.166604	2,885
95	5,472	1,248	1,164	0.169036	2,253
96	4,307	966	930	0.170100	1,732
97	3,376	687	693	0.161097	1,307
98	2,682	556	589	0.174568	969
99+	2,093	930	306	0.114180	2,560

Fuente: elaboración propia.

La tabla VI muestra los datos calculados de la mortalidad bruta para mujeres, esta información es de utilidad para plasmar la curva de mortalidad que brinda un panorama del comportamiento que sigue.

Tabla VI. **Mortalidad bruta de mujeres**

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
0	100,000	10,118	1776.5479	0.017765	186,916
1	98,223	1,945	333.4839	0.003395	185,479
2	97,890	721	127.7471	0.001300	184,642
3	97,762	385	68.2790	0.000697	183,888
4	97,694	313	55.7264	0.000570	183,243
5	97,638	245	43.8715	0.000449	181,816
6	97,594	213	38.5526	0.000394	179,779
7	97,556	177	32.1148	0.000329	179,267
8	97,524	191	35.0895	0.000359	176,974
9	97,489	173	31.8626	0.000326	176,475
10	97,457	163	30.0950	0.000308	175,978
11	97,427	172	31.8376	0.000326	175,472
12	97,395	205	38.0399	0.000390	174,979
13	97,357	261	48.5502	0.000498	174,484
14	97,308	294	54.8366	0.000563	173,940
15	97,253	366	68.4870	0.000703	173,280
16	97,185	450	81.3858	0.000836	179,170
17	97,103	433	76.7984	0.000790	182,575
18	97,027	474	84.5518	0.000870	181,376
19	96,942	400	74.0607	0.000763	174,613
20	96,868	492	93.1344	0.000960	170,623
21	96,775	427	82.7469	0.000854	166,552
22	96,692	409	80.1358	0.000828	164,573
23	96,612	427	84.7931	0.000876	162,236

Continuación tabla VI.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
24	96,527	436	88.0290	0.000911	159,431
25	96,439	380	78.2773	0.000810	156,135
26	96,361	437	92.0927	0.000954	152,469
27	96,269	402	86.9537	0.000902	148,430
28	96,182	431	95.9535	0.000996	144,067
29	96,086	437	100.3906	0.001043	139,487
30	95,986	449	106.6293	0.001109	134,793
31	95,879	424	104.2311	0.001085	130,082
32	95,775	496	126.2808	0.001317	125,447
33	95,648	452	119.2110	0.001244	120,971
34	95,529	489	133.5134	0.001395	116,691
35	95,396	578	163.2466	0.001708	112,649
36	95,232	552	161.0719	0.001688	108,883
37	95,071	606	182.4861	0.001916	105,315
38	94,889	561	174.0271	0.001830	102,065
39	94,715	588	187.7149	0.001978	98,979
40	94,527	611	200.7795	0.002119	95,975
41	94,326	650	219.9683	0.002327	93,000
42	94,106	657	229.2741	0.002430	89,990
43	93,877	667	240.4523	0.002555	86,904
44	93,637	692	258.2651	0.002751	83,730
45	93,378	713	276.8989	0.002957	80,251
46	93,102	746	301.4136	0.003227	76,913

Continuación tabla VI.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
47	92,800	731	307.9630	0.003307	73,542
48	92,492	832	365.7390	0.003941	70,230
49	92,126	861	395.0391	0.004271	67,053
50	91,731	870	416.0890	0.004516	64,064
51	91,315	916	456.0876	0.004971	61,258
52	90,859	988	511.5209	0.005601	58,627
53	90,348	1,025	551.0642	0.006065	56,163
54	89,797	1,154	638.5698	0.007067	54,232
55	89,158	1,149	658.0268	0.007327	52,074
56	88,500	1,294	766.1385	0.008593	49,980
57	87,734	1,299	795.8816	0.008993	47,932
58	86,938	1,413	895.2533	0.010204	45,922
59	86,043	1,404	920.4783	0.010587	43,968
60	85,122	1,454	985.7397	0.011456	42,063
61	84,137	1,547	1084.4671	0.012740	40,218
62	83,052	1,471	1066.5106	0.012675	38,437
63	81,986	1,662	1243.8723	0.014977	36,713
64	80,742	1,631	1262.0124	0.015393	35,047
65	79,480	1,688	1347.0777	0.016683	33,444
66	78,133	1,681	1384.5324	0.017419	31,886
67	76,748	1,741	1479.3218	0.018933	30,361
68	75,269	1,753	1540.8942	0.020077	28,812
69	73,728	1,823	1651.5100	0.021941	27,391

Continuación tabla VI.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
70	72,076	1,873	1750.0076	0.023736	25,991
71	70,326	1,742	1682.4827	0.023343	24,585
72	68,644	1,782	1781.4760	0.025331	23,152
73	66,862	1,737	1807.7723	0.026335	21,696
74	65,055	1,762	1911.8410	0.028593	20,247
75	63,143	1,712	1942.0294	0.029852	18,831
76	61,201	1,892	2239.5408	0.035467	17,466
77	58,961	1,936	2396.8721	0.039164	16,155
78	56,564	1,989	2567.1487	0.043539	14,896
79	53,997	2,029	2727.3021	0.048215	13,689
80	51,270	2,092	2920.8025	0.054091	12,543
81	48,349	2,052	2975.6959	0.058039	11,443
82	45,373	1,979	2977.7565	0.061588	10,381
83	42,396	2,042	3185.1346	0.070198	9,356
84	39,210	2,153	3482.0879	0.082133	8,379
85	35,728	2,170	3629.3591	0.092560	7,453
86	32,099	2,077	3569.8293	0.099915	6,583
87	28,529	2,042	3576.8721	0.111432	5,768
88	24,952	1,924	3434.9278	0.120400	5,006
89	21,517	1,729	3132.9686	0.125558	4,302
90	18,384	1,657	3023.2164	0.140501	3,655
91	15,361	1,437	2680.3026	0.145792	3,046
92	12,681	1,217	2296.2080	0.149481	2,511

Continuación tabla VI.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
85	35,728	2,170	3629.3591	0.092560	7,453
86	32,099	2,077	3569.8293	0.099915	6,583
87	28,529	2,042	3576.8721	0.111432	5,768
88	24,952	1,924	3434.9278	0.120400	5,006
89	21,517	1,729	3132.9686	0.125558	4,302
90	18,384	1,657	3023.2164	0.140501	3,655
91	15,361	1,437	2680.3026	0.145792	3,046
92	12,681	1,217	2296.2080	0.149481	2,511
93	10,385	998	1914.6041	0.150983	2,037
94	8,470	849	1661.7848	0.160022	1,627
95	6,808	697	1412.5249	0.166766	1,277
96	5,396	524	1107.9342	0.162732	986
97	4,288	385	852.6052	0.158013	748
98	3,435	307	722.6827	0.168542	556
99 +	2,713	548	363.6994	0.105873	1,634

Fuente: elaboración propia.

Con el mismo esquema presentado para mujeres, en la tabla VII se presenta la mortalidad bruta para hombres, con la mortalidad bruta calculada para cada sexo es posible evidenciar si existen diferentes comportamientos, la tabla VII muestra una población base de 100,000 personas con una mortalidad infantil alta, valor que corresponde las 2,280 defunciones en la población estacionaria elegida.

Tabla VII. **Mortalidad bruta de hombres**

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
0	100,000	13,450	2,280.21	0.022802	195,548
1	97,720	2,189	360.8071	0.003692	193,723
2	97,359	824	139.1137	0.001423	192,765
3	97,220	461	77.9093	0.000800	191,915
4	97,142	326	55.3257	0.000569	191,176
5	97,087	278	47.4659	0.000488	189,602
6	97,039	240	41.4435	0.000426	187,370
7	96,998	244	42.2608	0.000435	186,717
8	96,955	188	32.9956	0.000340	184,191
9	96,922	212	37.3237	0.000384	183,535
10	96,885	223	39.3884	0.000406	182,874
11	96,846	219	38.8124	0.000400	182,189
12	96,807	231	41.0823	0.000424	181,478
13	96,766	270	48.1954	0.000497	180,732
14	96,718	404	72.4071	0.000748	179,903
15	96,645	567	102.1024	0.001055	178,938
16	96,543	803	139.9346	0.001447	184,729
17	96,403	1,010	172.8698	0.001790	187,851
18	96,230	1,129	194.7507	0.002020	186,100
19	96,036	1,311	235.3196	0.002445	178,486
20	95,800	1,388	255.5069	0.002660	173,668
21	95,545	1,336	252.5642	0.002636	168,697

Continuación tabla VII.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
22	95,292	1,343	257.5277	0.002695	165,864
23	95,035	1,292	251.9498	0.002643	162,671
24	94,783	1,260	250.5182	0.002636	159,118
25	94,532	1,297	263.7766	0.002782	155,134
26	94,268	1,188	247.8237	0.002621	150,856
27	94,021	1,204	258.3120	0.002740	146,262
28	93,762	1,214	268.8315	0.002859	141,325
29	93,493	1,144	262.3588	0.002798	136,091
30	93,231	1,181	281.2400	0.003008	130,671
31	92,950	1,103	273.4519	0.002933	125,169
32	92,676	1,116	288.3537	0.003102	119,727
33	92,388	1,127	303.6358	0.003276	114,474
34	92,084	1,139	319.7718	0.003461	109,503
35	91,765	1,237	361.4380	0.003925	104,845
36	91,403	1,247	378.6226	0.004126	100,535
37	91,025	1,237	389.9970	0.004266	96,432
38	90,635	1,215	397.1683	0.004363	92,617
39	90,237	1,205	408.4846	0.004506	88,921
40	89,829	1,264	444.6754	0.004927	85,290
41	89,384	1,182	432.0914	0.004810	81,713
42	88,952	1,139	432.8776	0.004842	78,207
43	88,519	1,140	450.7452	0.005067	74,801
44	88,069	1,140	469.0419	0.005298	71,525

Continuación tabla VII.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
39	90,237	1,205	408.4846	0.004506	88,921
40	89,829	1,264	444.6754	0.004927	85,290
41	89,384	1,182	432.0914	0.004810	81,713
42	88,952	1,139	432.8776	0.004842	78,207
43	88,519	1,140	450.7452	0.005067	74,801
44	88,069	1,140	469.0419	0.005298	71,525
45	87,600	1,238	530.0409	0.006018	68,360
46	87,069	1,225	546.1942	0.006235	65,285
47	86,523	1,111	516.1125	0.005927	62,291
48	86,007	1,158	560.4159	0.006477	59,402
49	85,447	1,205	608.0492	0.007069	56,614
50	84,839	1,255	660.0154	0.007724	53,949
51	84,179	1,240	679.6304	0.008010	51,390
52	83,499	1,270	724.7044	0.008609	48,961
53	82,774	1,325	785.9614	0.009412	46,701
54	81,988	1,316	808.5797	0.009768	44,687
55	81,180	1,397	886.0182	0.010806	42,858
56	80,294	1,461	955.4606	0.011769	41,134
57	79,338	1,487	1001.7651	0.012476	39,481
58	78,337	1,485	1030.4626	0.012988	37,864
59	77,306	1,560	1114.8977	0.014232	36,277
60	76,191	1,501	1105.7674	0.014303	34,729
61	75,085	1,559	1182.7647	0.015523	33,216

Continuación tabla VII.

Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
62	73,903	1,636	1278.7153	0.017030	31,749
63	72,624	1,673	1346.1355	0.018214	30,337
64	71,278	1,742	1439.1453	0.019816	29,012
65	69,839	1,824	1543.6125	0.021656	27,771
66	68,295	1,766	1528.4677	0.021885	26,603
67	66,767	1,794	1584.0070	0.023193	25,484
68	65,183	1,869	1689.4013	0.025303	24,310
69	63,493	1,873	1723.7962	0.026445	23,296
70	61,769	1,799	1687.1996	0.026572	22,267
71	60,082	1,932	1849.0909	0.029935	21,191
72	58,233	1,933	1898.8889	0.031604	20,065
73	56,334	1,801	1819.9267	0.031252	18,909
74	54,514	1,873	1948.5322	0.034588	17,738
75	52,566	1,889	2032.4573	0.037283	16,574
76	50,533	1,842	2052.6187	0.039048	15,417
77	48,481	2,001	2307.2672	0.045658	14,275
78	46,173	2,030	2431.7607	0.050159	13,152
79	43,742	1,973	2453.7109	0.053141	12,047
80	41,288	2,102	2702.8327	0.061790	10,989
81	38,585	2,070	2762.1371	0.066899	9,969
82	35,823	1,990	2747.4997	0.071206	8,984
83	33,075	2,051	2924.3536	0.081633	8,033
84	30,151	2,004	2960.1310	0.089496	7,130

Continuación tabla VII.

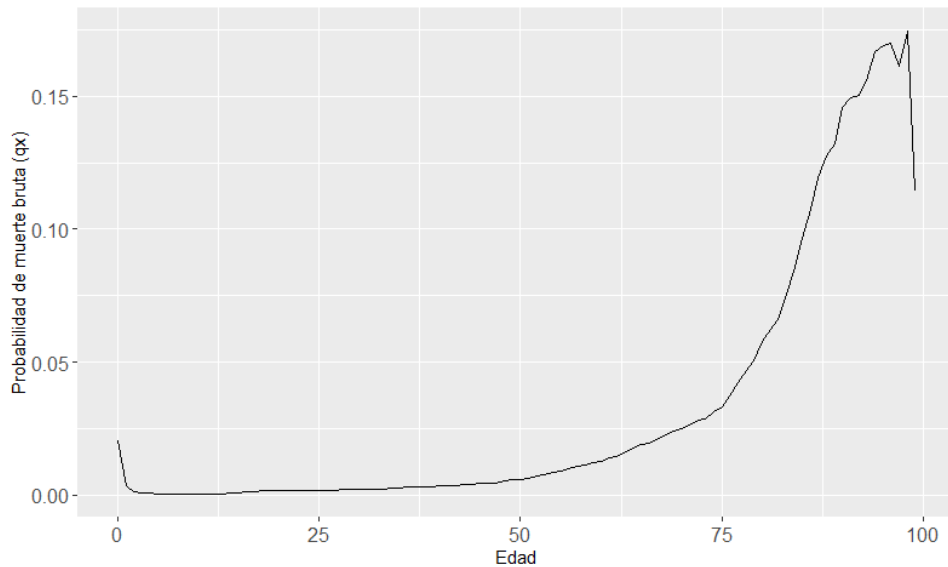
Edad	L_o	D_x	d_x	q_x	Población (censo)
85	27,191	2,019	3063.5926	0.101607	6,287
86	24,127	2,049	3175.9636	0.116802	5,506
87	20,951	1,979	3112.9590	0.129021	4,783
88	17,838	1,805	2849.5152	0.136005	4,123
89	14,989	1,588	2496.2548	0.139936	3,518
90	12,493	1,472	2283.7957	0.152365	2,975
91	10,209	1,227	1924.1261	0.154019	2,451
92	8,285	982	1550.2010	0.151847	1,992
93	6,735	844	1342.8765	0.162089	1,595
94	5,392	724	1178.8777	0.175048	1,258
95	4,213	551	927.3702	0.171999	976
96	3,285	442	757.2470	0.179747	746
97	2,528	302	542.7837	0.165207	559
98	1,985	249	461.6976	0.182618	413
99	1,524	382	255.4508	0.128662	926

Fuente: elaboración propia.

3.1.6. Cálculo de la curva de mortalidad

La figura 8 muestra el comportamiento de la mortalidad en hombres y mujeres para todas las edades, los datos provienen de la tabla V, la caída en las primeras edades brinda una idea de la alta mortalidad infantil.

Figura 8. **Comportamiento de la mortalidad de hombres y mujeres**

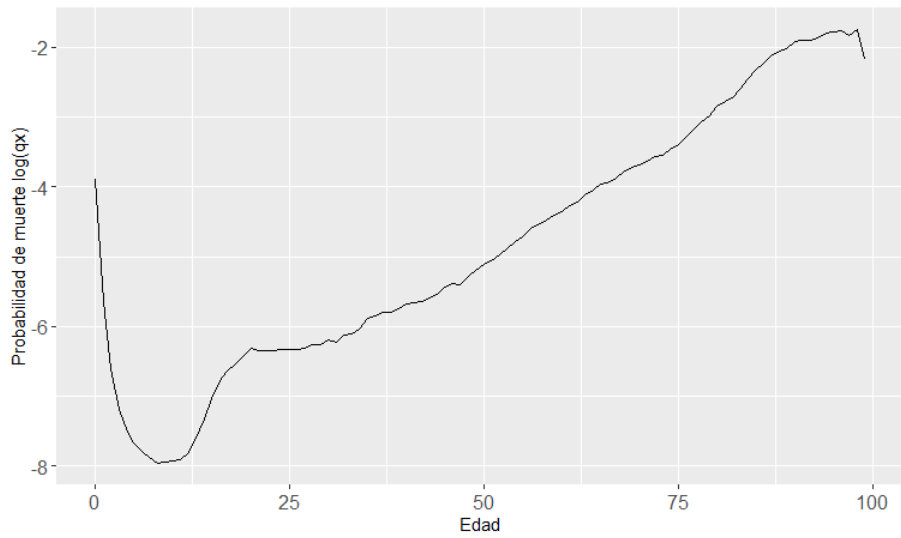


Fuente: elaboración propia.

La figura 9 muestra el comportamiento del logaritmo de la mortalidad para evidenciar la diferencia en mortalidad entre diferentes sexos, el cambio de escala es necesario para identificar comportamientos diferentes a los de una función de mortalidad.

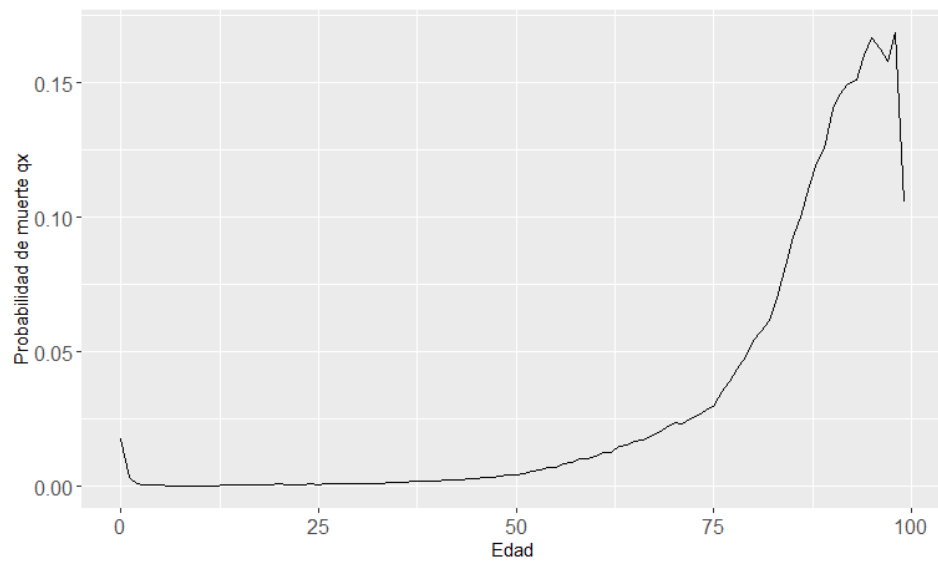
La figura 10 muestra el comportamiento gráfico de la mortalidad para cada edad, los datos provienen de la tabla VI, y se identifica que en mujeres existe una alta mortalidad en las primeras edades, y tiene una caída en edades avanzadas.

Figura 9. **Logaritmo de mortalidad bruta de hombres y mujeres**



Fuente: elaboración propia.

Figura 10. **Mortalidad bruta de mujeres**

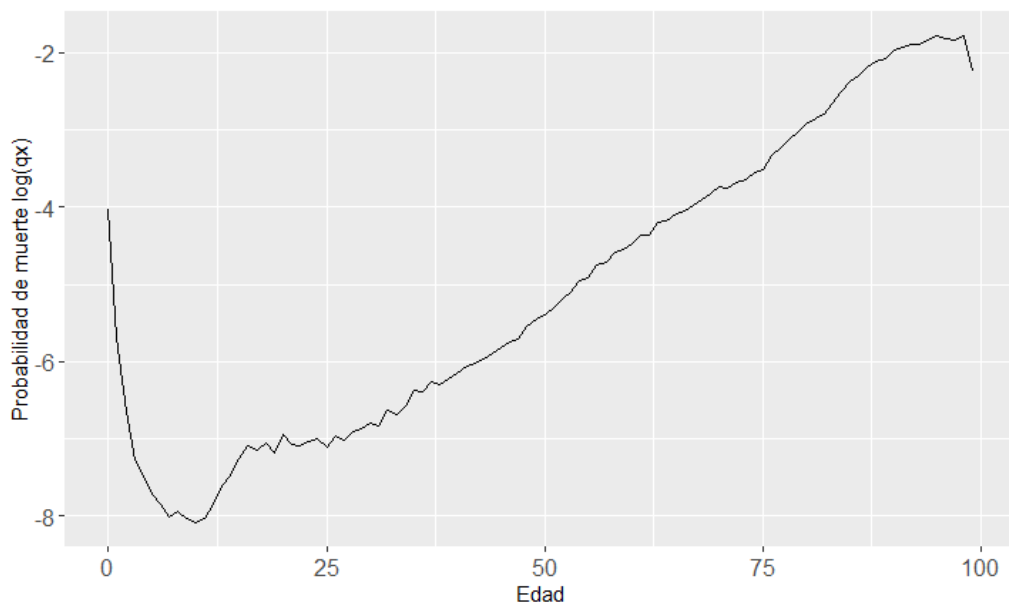


Fuente: elaboración propia.

La figura 11 muestra el comportamiento del logaritmo de la mortalidad para evidenciar las diferencias en edades simples. El cambio de escala es necesario para mostrar cambios de dirección en la tendencia, la figura 11 evidencia el cambio de mortalidad que existe en edades tempranas.

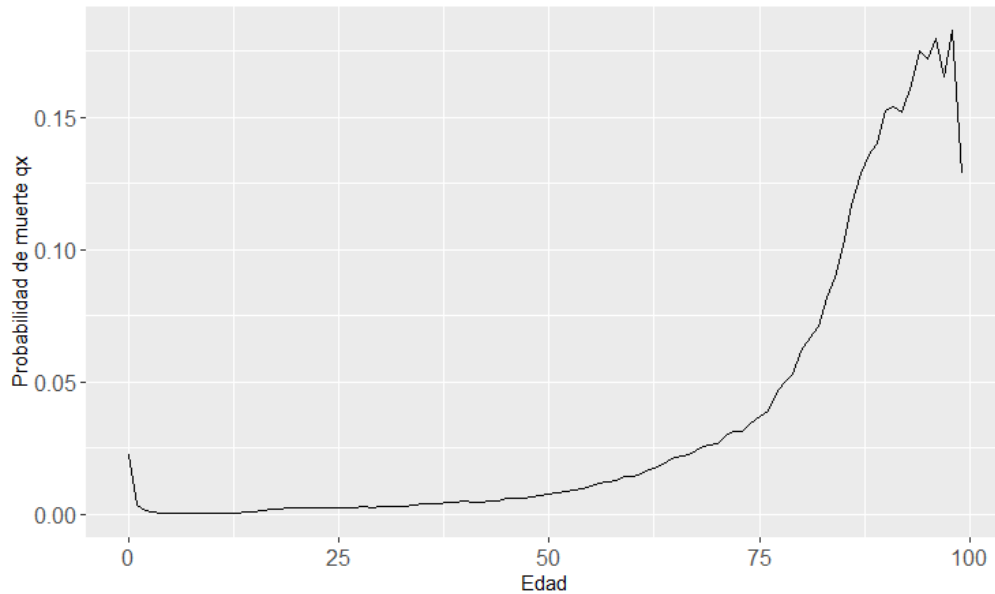
La figura 12 muestra el comportamiento de la mortalidad bruta para hombres. Además de la mortalidad infantil alta en las primeras edades, es posible evidenciar la discontinuidad en la mortalidad en edades avanzadas lo cual se puede deber a errores de recolección de información en estadísticas vitales o datos censales erróneos, ese comportamiento debe aplanarse con las técnicas de suavizado correcta.

Figura 11. **Logaritmo de la mortalidad de mujeres**



Fuente: elaboración propia.

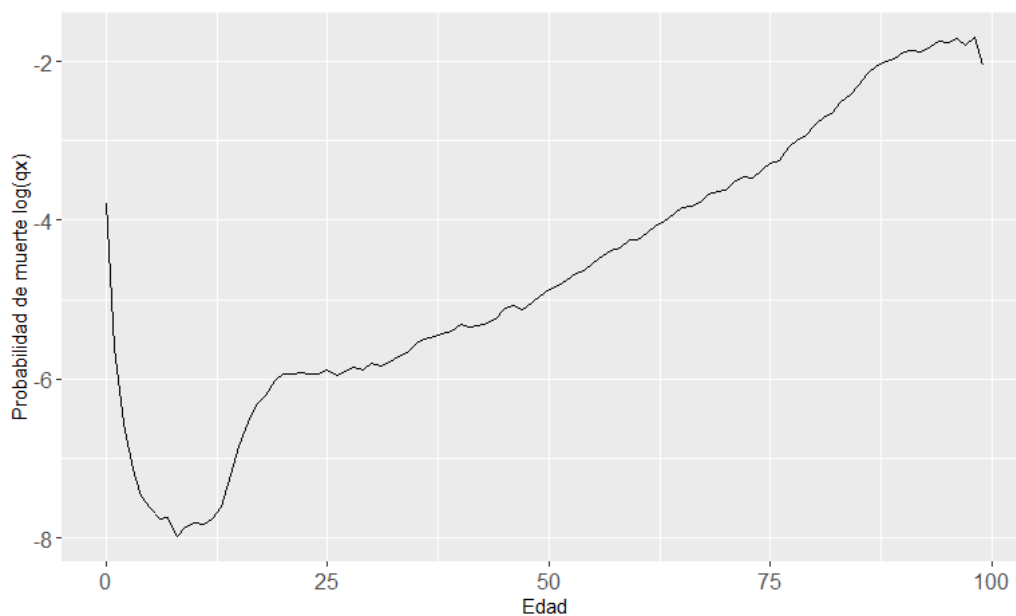
Figura 12. **Mortalidad bruta de hombres**



Fuente: elaboración propia.

La figura 13 presenta el comportamiento del logaritmo de la mortalidad bruta para el análisis para edades simples. El cambio de escala es necesario para evidenciar saltos en la mortalidad entre edades, en la figura 14 se puede inferir un valle entre las edades de 10 a 15 años, que correspondería a el rango de edad con menos probabilidad de muerte.

Figura 13. **Logaritmo de mortalidad de hombres**



Fuente: elaboración propia.

3.2. Adecuación de modelos de suavizado de mortalidad

Una vez obtenidos los datos de mortalidad bruta, es necesario suavizar los valores de q_x con el fin de que no se presenten irregularidades a lo largo de la curva, esto se busca por medio de 4 modelos conocidos como leyes de mortalidad y una técnica de suavizado.

3.2.1. Análisis de Moivre

La aplicación de la ley de Moivre mostrada en la ecuación 15, se empleó utilizando $w = 99$ que es la longitud de la tabla considerada como edad máxima, efectuándose cada cálculo de la siguiente manera.

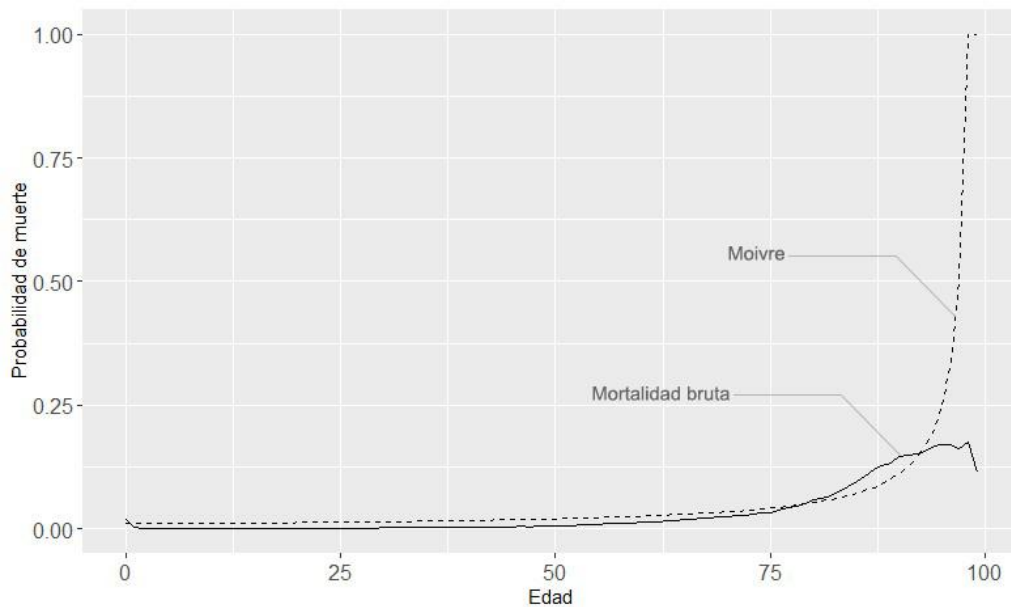
$$\mu(x) = (w - x)^{-1}$$

$$\mu(0) = (99 - 0)^{-1}$$

$$\mu(0) = 0.0101010$$

Y de igual forma para los valores restantes. El ajuste que tiene la distribución de sus valores comparado con los observados se muestra en la figura 14. Moivre muestra un ajuste cercano a la mortalidad bruta y se separa en edades avanzadas, sin embargo, no considera la mortalidad infantil alta que posee Guatemala.

Figura 14. **Ajuste de Moivre a la mortalidad**



Fuente: elaboración propia.

3.2.2. Análisis de Gompertz

Los valores de mortalidad de la ley de Gompertz se calcularon de la siguiente manera.

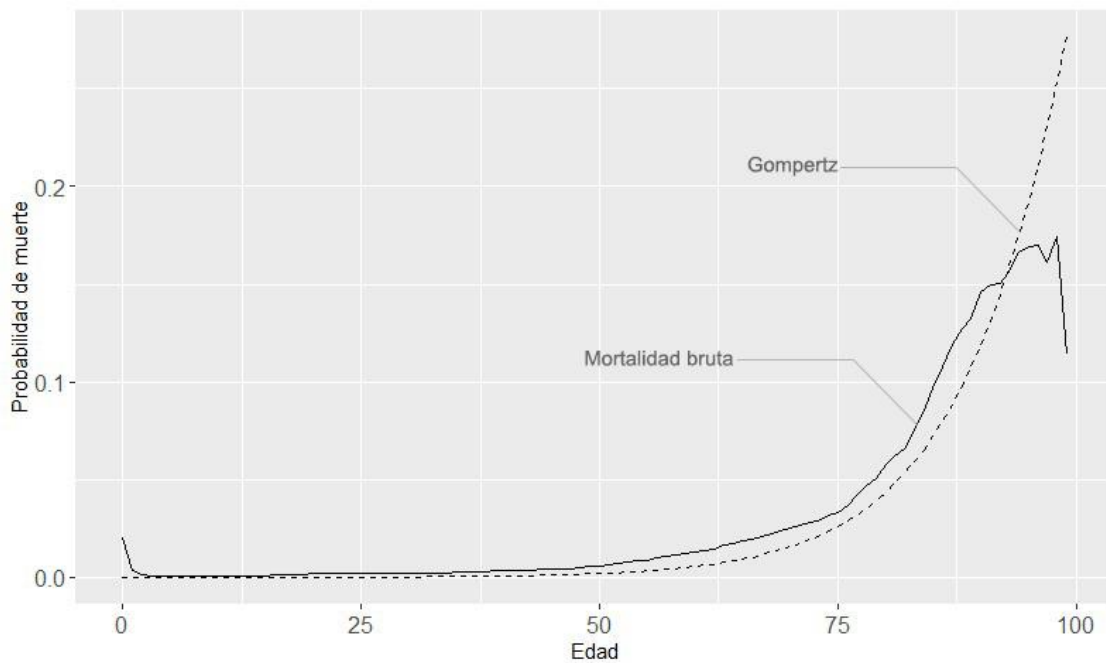
$$\mu(x) = B * c^x$$

$$\mu(0) = 0.00001 * 1.11^0$$

$$\mu(0) = 0.00001$$

De igual forma se calcularon los valores restantes, la figura 15 muestra su ajuste a la mortalidad observada, la línea punteada corresponde a los valores que siguen una distribución de Gompertz, y la línea continua representa la mortalidad bruta, en la figura 15 se muestra como la distribución no logra describir edades avanzadas en la población.

Figura 15. **Ajuste de Gompertz a la mortalidad**



Fuente: elaboración propia.

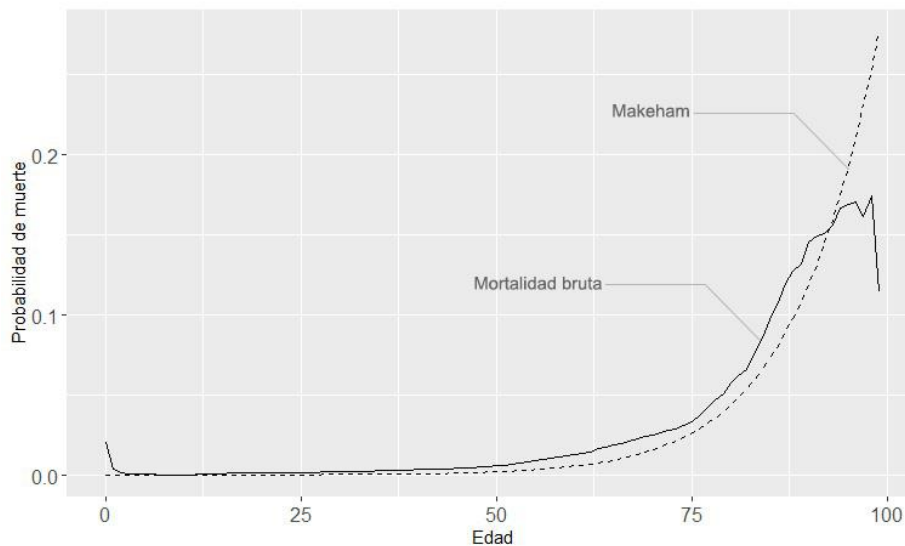
3.2.3. Análisis de Makeham

Los valores de mortalidad de la ley de Makeham se calcularon de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}\mu(x) &= A + B * c^x \\ \mu(0) &= 0.0002 + 0.00001 * 1.11^0 \\ \mu(0) &= 0.00021\end{aligned}$$

De igual forma se calcularon los valores restantes, la figura 16 muestra el ajuste de la distribución de Makeham a la mortalidad observada. Esta distribución tiene un comportamiento parecido a Gompertz debido a que el modelo tiene una constante más, sin embargo en edades avanzadas la línea punteada de la distribución se aleja de la mortalidad bruta.

Figura 16. Ajuste Makeham a la mortalidad



Fuente: elaboración propia.

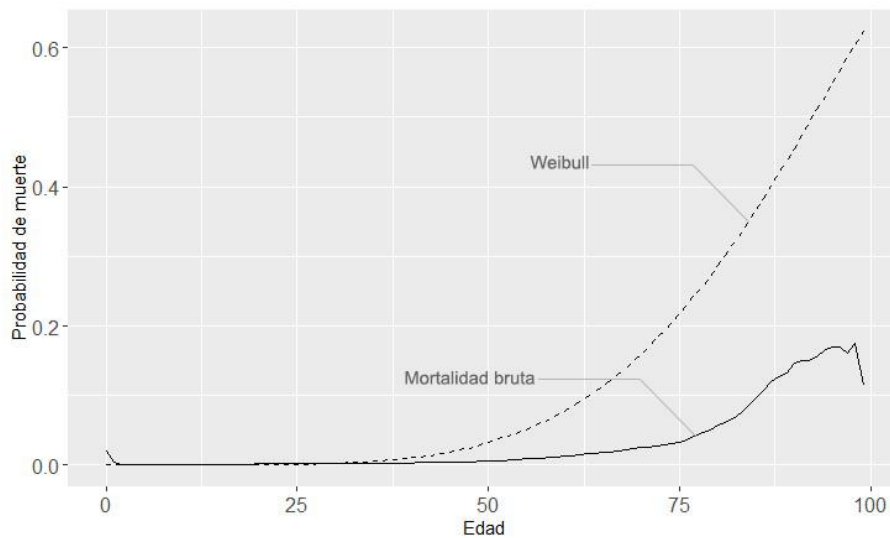
3.2.4. Análisis de Weibull

El ajuste de la mortalidad bruta a la distribución de Weibull se calculó con los siguientes parámetros.

$$\begin{aligned}\mu(x) &= k * x^n \\ \mu(x) &= 0.0000000001 * 0^5 \\ \mu(0) &= 0.0\end{aligned}$$

La figura 17 muestra el cálculo de mortalidad bajo la distribución de Weibull y los compara con la mortalidad bruta observada. Weibull tiene un factor exponencial que aumenta los valores de mortalidad con rapidez, como se muestra en la figura 17, la línea punteada se separa de la mortalidad bruta antes de llegar a los 50 años.

Figura 17. Ajuste Weibull a la mortalidad



Fuente: elaboración propia.

La tabla VIII resume el cálculo de mortalidad para cada una de las leyes probadas y se compara con la mortalidad bruta de hombres y mujeres, en la tabla se puede evidenciar como es difícil para este tipo de distribuciones ajustarse a poblaciones con alta mortalidad infantil y edades avanzadas con mortalidad moderada.

Tabla VIII. **Cálculo leyes de mortalidad**

Edad	q_x (Ambos)	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull
0	0.020327	0.010101	0.000010	0.000210	0.00000
1	0.003546	0.010204	0.000011	0.000211	1.00E-10
2	0.001363	0.010309	1.23E-05	0.000212	3.20E-09
3	0.000749	0.010416	1.36E-05	0.000213	2.43E-08
4	0.000569	0.010526	1.51E-05	0.000215	1.02E-07
5	0.000469	0.010638	1.68E-05	0.000216	3.12E-07
6	0.000411	0.010752	1.87E-05	0.000218	7.77E-07
7	0.000383	0.010869	2.07E-05	0.000220	1.68E-06
8	0.000349	0.010989	2.30E-05	0.000223	3.27E-06
9	0.000356	0.011111	2.50E-05	0.000225	5.90E-06
10	0.000358	0.011235	2.83E-05	0.000228	0.000010
11	0.000364	0.011363	3.15E-05	0.000231	1.61E-05
12	0.000407	0.011494	3.49E-05	0.000234	2.48E-05
13	0.000498	0.011627	3.88E-05	0.000238	3.71E-05
14	0.000657	0.011764	4.31E-05	0.000243	5.37E-05
15	0.000882	0.011904	4.78E-05	0.000247	7.59E-05
16	0.001147	0.012048	5.31E-05	0.000253	0.000104
17	0.001297	0.012195	5.89E-05	0.000258	0.000141

Continuación tabla VIII.

Edad	q_x (Ambos)	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull
18	0.001453	0.012345	6.54E-05	0.000265	0.000188
19	0.001613	0.012500	7.26E-05	0.000272	0.000247
20	0.001818	0.012658	8.06E-05	0.000280	0.000320
21	0.001751	0.012820	8.94E-05	0.000289	0.000408
22	0.001765	0.012987	9.93E-05	0.000299	0.000515
23	0.001762	0.013157	0.000110	0.000310	0.000643
24	0.001773	0.013333	0.000122	0.000322	0.000796
25	0.001794	0.013513	0.000135	0.000335	0.000976
26	0.001784	0.013698	0.000150	0.000350	0.001188
27	0.001814	0.013888	0.000167	0.000367	0.001434
28	0.001919	0.014084	0.000185	0.000385	0.001721
29	0.001910	0.014285	0.000206	0.000406	0.002051
30	0.002044	0.014492	0.000228	0.000428	0.002430
31	0.001992	0.014705	0.000254	0.000454	0.002862
32	0.002189	0.014925	0.000282	0.000482	0.003355
33	0.002232	0.015151	0.000313	0.000513	0.003913
34	0.002396	0.015384	0.000347	0.000547	0.004543
35	0.002777	0.015625	0.000385	0.000585	0.005252
36	0.002859	0.015873	0.000428	0.000628	0.006046
37	0.003040	0.016129	0.000475	0.000675	0.006934
38	0.003036	0.016393	0.000527	0.000727	0.007923
39	0.003175	0.016666	0.000585	0.000785	0.009022
40	0.003442	0.016949	0.000650	0.000850	0.010240
41	0.003489	0.017241	0.000721	0.000921	0.011585

Continuación tabla VIII.

Edad	q_x (Ambos)	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull
42	0.003553	0.017543	0.000800	0.001000	0.013069
43	0.003717	0.017857	0.000888	0.001088	0.014700
44	0.003925	0.018181	0.000986	0.001186	0.016491
45	0.004366	0.018518	0.001095	0.001295	0.018452
46	0.004609	0.018867	0.001215	0.001415	0.020596
47	0.004510	0.019230	0.001349	0.001549	0.022934
48	0.005103	0.019607	0.001497	0.001697	0.025480
49	0.005553	0.020000	0.001662	0.001862	0.028247
50	0.005984	0.020408	0.001845	0.002045	0.031250
51	0.006359	0.020833	0.002048	0.002248	0.034502
52	0.006971	0.021276	0.002274	0.002474	0.038020
53	0.007586	0.021739	0.002524	0.002724	0.041819
54	0.008288	0.022222	0.002801	0.003001	0.045916
55	0.008899	0.022727	0.003110	0.003310	0.050328
56	0.010028	0.023255	0.003452	0.003652	0.055073
57	0.010567	0.023809	0.003831	0.004031	0.060169
58	0.011463	0.024390	0.004253	0.004453	0.065635
59	0.012236	0.025000	0.004721	0.004921	0.071492
60	0.012745	0.025641	0.005240	0.005440	0.077760
61	0.014000	0.026315	0.005817	0.006017	0.084459
62	0.014647	0.027027	0.006456	0.006656	0.091613
63	0.016443	0.027777	0.007167	0.007367	0.099243
64	0.017398	0.028571	0.007955	0.008155	0.107374
65	0.018942	0.029411	0.008830	0.009030	0.116029
66	0.019453	0.030303	0.009802	0.010002	0.125233

Continuación tabla VIII.

Edad	q_x (Ambos)	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull
67	0.020879	0.031250	0.010880	0.011080	0.135012
68	0.022472	0.032258	0.012077	0.012277	0.145393
69	0.024014	0.033333	0.013405	0.013605	0.156403
70	0.025046	0.034482	0.014880	0.015080	0.168070
71	0.026400	0.035714	0.016517	0.016717	0.180422
72	0.028249	0.037037	0.018333	0.018533	0.193491
73	0.028628	0.038461	0.020350	0.020550	0.207307
74	0.031397	0.040000	0.022589	0.022789	0.221900
75	0.033337	0.041666	0.025073	0.025273	0.237304
76	0.037148	0.043478	0.027832	0.028032	0.253552
77	0.042215	0.045454	0.030893	0.031093	0.270678
78	0.046649	0.047619	0.034291	0.034491	0.288717
79	0.050524	0.050000	0.038064	0.038264	0.307705
80	0.057694	0.052631	0.042251	0.042451	0.327680
81	0.062174	0.055555	0.046898	0.047098	0.348678
82	0.066062	0.058823	0.052057	0.052257	0.370739
83	0.075497	0.062500	0.057783	0.057983	0.393904
84	0.085525	0.066666	0.064140	0.064340	0.418211
85	0.096711	0.071428	0.071195	0.071395	0.443705
86	0.107644	0.076923	0.079027	0.079227	0.470427
87	0.119446	0.083333	0.087720	0.087920	0.498420
88	0.127480	0.090909	0.097369	0.097569	0.527731
89	0.132054	0.100000	0.108079	0.108279	0.558405
90	0.145843	0.111111	0.119968	0.120168	0.590490

Continuación tabla VIII.

Edad	q_x (Ambos)	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull
91	0.149469	0.125000	0.133165	0.133365	0.624032
92	0.150528	0.142857	0.147813	0.148013	0.659081
93	0.155877	0.166666	0.164072	0.164272	0.6956883
94	0.166604	0.200000	0.182120	0.182320	0.733904
95	0.169036	0.250000	0.202154	0.202354	0.773780
96	0.170100	0.333333	0.224391	0.224591	0.815372
97	0.161097	0.500000	0.249074	0.249274	0.858734
98	0.174568	1.99999	0.276472	0.276672	0.903920
99	0.114180	1.99999	0.306884	0.307084	0.950990

Fuente: elaboración propia.

3.2.5. Análisis de Whittaker-Henderson

El ajuste de graduación de datos se realizó con un ajuste no paramétrico usando el modelo Whittaker Henderson, con el fin de evitar la restricción de normalidad que asumen las leyes de mortalidad.

No obstante, conocer su comportamiento frente a las leyes de mortalidad es importante, por lo que se ajusta a cada una de ellas con el fin de conocer los rangos de edades donde la curva converge al modelo universal.

Con el modelo de Whittaker-Henderson que se observa en la ecuación 3, se obtuvieron curvas que explican el comportamiento de la mortalidad bajo los supuestos que la curva de mortalidad debe ser una línea continua y suavizada.

El cálculo de los valores suavizados se obtuvo encontrando los valores que minimizan la expresión de la ecuación 3. Los pesos de la expresión se obtuvieron con la mortalidad bruta y la cantidad de población para dicha edad. Para el cálculo del primer valor suavizado se obtuvo:

$$W_1 = \frac{382,462}{((0.020327) * (1 - 0.020327))}$$

$$W_1 = 19,205,103.73$$

$$\sum 19,205,103.73 * (q_x'' - 0.020317)^2 + \lambda * \sum (\Delta^d * 0.020317)^2$$

Además, se consideró aplicar diferentes valores de lambda y de orden en las diferencias del valor suavizado.

- Mortalidad graduada: hombres y mujeres

Los valores de la mortalidad graduada se muestran en la figura 18 utilizando los siguientes parámetros:

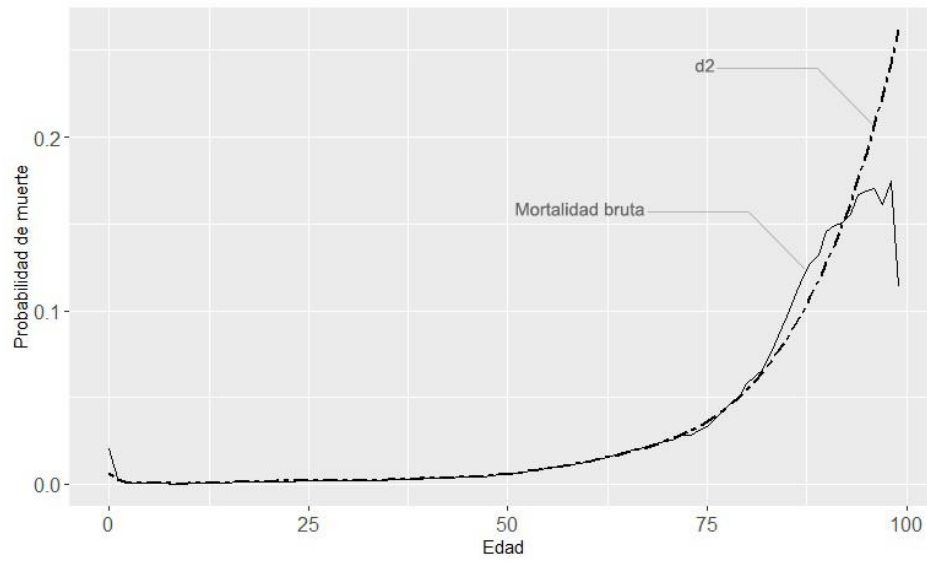
$$\lambda = 1/40$$

$$d=2$$

En la figura 18, la discontinua representa el modelo de graduación de los datos, mientras que la línea continua son los datos de mortalidad bruta, el modelo de grado 2 muestra un comportamiento similar a las leyes de mortalidad, el cual no tiene el ajuste en edades tempranas ni en edades avanzadas.

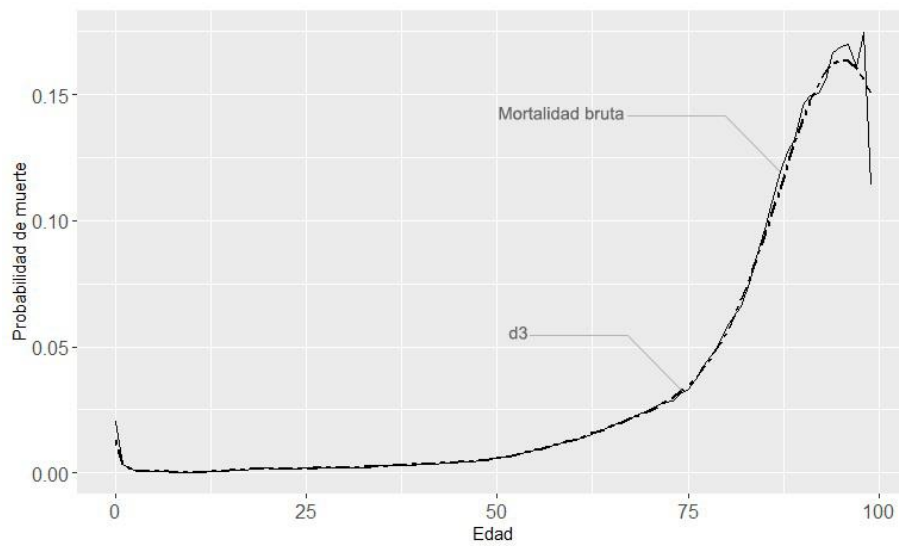
Se gradúan los datos nuevamente utilizando diferentes parámetros como se muestra en la figura 19. El modelo de grado 3, $\lambda = 1/40$ y $d=3$. Logra acercarse al comportamiento de la mortalidad en edades avanzadas y en edades tempranas.

Figura 18. Mortalidad graduada en hombres y mujeres d2



Fuente: elaboración propia.

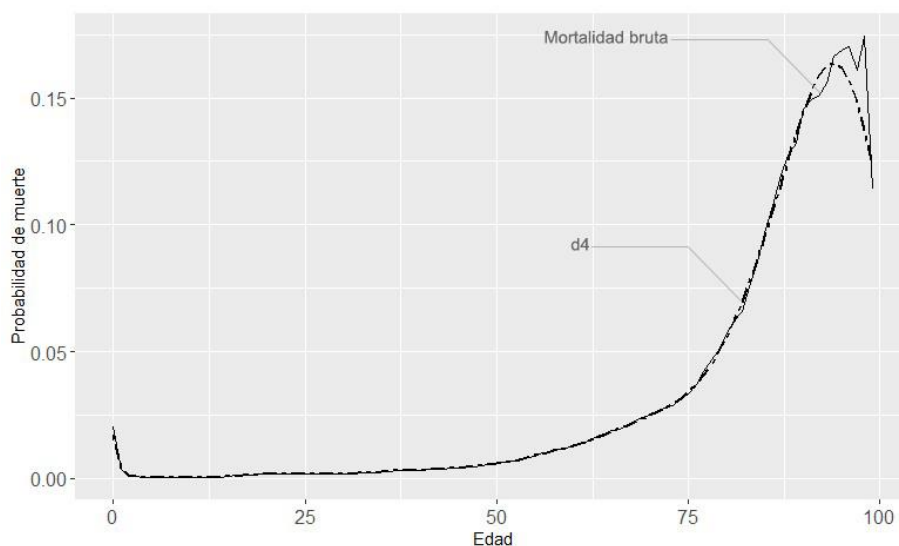
Figura 19. Mortalidad graduada en hombres y mujeres d3



Fuente: elaboración propia.

Una vez más se gradúan los datos utilizando diferentes parámetros $\lambda = 1/40$ y $d=4$ como se muestra en la figura 20. La curva de orden cuatro se separa de la irregularidad que tiene la curva en edades avanzadas y describe de mejor manera la mortalidad en edades tempranas.

Figura 20. **Mortalidad graduada en hombres y mujeres d4**



Fuente: elaboración propia.

Es notorio el ajuste de la mortalidad con una diferencia de grado 4, no obstante, para no romper con el principio de parsimonia se evaluó cada modelo con criterios de información y pruebas de hipótesis sobre el error cuadrado medio.

En la tabla IX se encuentra el resultado del suavizado para cada conjunto de parámetros en hombres y mujeres. Una de las comparaciones más importantes es la de edad 0 para la curva de grado 3 y grado 4 ya que este valor dará la esperanza de vida de la población, en la tabla IX se muestra que existen 0.004423 de diferencia.

Tabla IX. **Suavizado de mortalidad: hombres y mujeres**

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
0	0.020327	0.006672	0.012799	0.017222
1	0.003546	0.003027	0.003575	0.003659
2	0.001363	0.001454	0.001418	0.001365
3	0.000749	0.000818	0.000780	0.000766
4	0.000569	0.000570	0.000556	0.000557
5	0.000469	0.000463	0.000461	0.000465
6	0.000411	0.000408	0.000411	0.000414
7	0.000383	0.000376	0.000379	0.000380
8	0.000349	0.000355	0.000359	0.000359
9	0.000356	0.000351	0.000351	0.000350
10	0.000358	0.000354	0.000352	0.000351
11	0.000364	0.000368	0.000367	0.000367
12	0.000407	0.000413	0.000412	0.000411
13	0.000498	0.000505	0.000503	0.000503
14	0.000657	0.000656	0.000656	0.000655
15	0.000882	0.000863	0.000866	0.000867
16	0.001147	0.001093	0.001102	0.001105
17	0.001297	0.001302	0.001319	0.001325
18	0.001453	0.001480	0.001498	0.001503
19	0.001613	0.001628	0.001637	0.001636
20	0.001818	0.001732	0.001731	0.001724
21	0.001751	0.001774	0.001772	0.001767
22	0.001765	0.001782	0.001778	0.001777
23	0.001762	0.001779	0.001773	0.001772

Continuación tabla IX.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
24	0.001773	0.001779	0.001771	0.001769
25	0.001794	0.001785	0.001778	0.001776
26	0.001784	0.001801	0.001799	0.001799
27	0.001814	0.001833	0.001833	0.001836
28	0.001919	0.001878	0.001879	0.001882
29	0.001910	0.001928	0.001929	0.001931
30	0.002044	0.001989	0.001985	0.001985
31	0.001992	0.002061	0.002054	0.002051
32	0.002189	0.002162	0.002152	0.002146
33	0.002232	0.002291	0.002285	0.002281
34	0.002396	0.002454	0.002456	0.002455
35	0.002777	0.002638	0.002647	0.002651
36	0.002859	0.002812	0.002832	0.002841
37	0.003040	0.002965	0.002990	0.003001
38	0.003036	0.003098	0.003121	0.003129
39	0.003175	0.003226	0.003237	0.003237
40	0.003442	0.003354	0.003351	0.003343
41	0.003489	0.003482	0.003470	0.003458
42	0.003552	0.003622	0.003606	0.003596
43	0.003717	0.003787	0.003770	0.003766
44	0.003925	0.003985	0.003969	0.003971
45	0.004366	0.004217	0.004202	0.004207
46	0.004609	0.004475	0.004463	0.004470
47	0.004510	0.004764	0.004756	0.004763

Continuación tabla IX.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
48	0.005103	0.005104	0.005094	0.005095
49	0.005553	0.005495	0.005484	0.005478
50	0.005984	0.005936	0.005927	0.005916
51	0.006359	0.006429	0.006426	0.006416
52	0.006971	0.006976	0.006984	0.006979
53	0.007586	0.007579	0.007601	0.007605
54	0.008288	0.008235	0.008273	0.008289
55	0.008899	0.008940	0.008993	0.009019
56	0.010028	0.009690	0.009754	0.009783
57	0.010567	0.010478	0.010545	0.010567
58	0.011463	0.011302	0.011365	0.011367
59	0.012236	0.012163	0.012216	0.012192
60	0.012745	0.013065	0.013111	0.013060
61	0.014000	0.014014	0.014060	0.013993
62	0.014647	0.015015	0.015072	0.015008
63	0.016443	0.016069	0.016148	0.016109
64	0.017398	0.017175	0.017279	0.017288
65	0.018942	0.018334	0.018454	0.018524
66	0.019453	0.019551	0.019664	0.019792
67	0.020879	0.020836	0.020904	0.021072
68	0.022472	0.022201	0.022176	0.022352
69	0.024014	0.023663	0.023493	0.023636
70	0.025046	0.025240	0.024879	0.024947
71	0.026400	0.026961	0.026374	0.026336
72	0.028249	0.028855	0.028033	0.027872

Continuación tabla IX.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
73	0.028628	0.030958	0.029922	0.029641
74	0.031397	0.033306	0.032114	0.031737
75	0.033337	0.035936	0.034687	0.034257
76	0.037148	0.038880	0.037714	0.037286
77	0.042215	0.042166	0.041265	0.040900
78	0.046649	0.045819	0.045404	0.045161
79	0.050524	0.049863	0.050187	0.050120
80	0.057694	0.054321	0.055661	0.055815
81	0.062174	0.059217	0.061861	0.062274
82	0.066062	0.064575	0.068800	0.069511
83	0.075497	0.070421	0.076464	0.077517
84	0.085525	0.076778	0.084798	0.086253
85	0.096711	0.083670	0.093703	0.095630
86	0.107644	0.091125	0.103027	0.105507
87	0.119446	0.099172	0.112569	0.115674
88	0.127480	0.107846	0.122083	0.125852
89	0.132054	0.117187	0.131286	0.135691
90	0.145843	0.127243	0.139876	0.144773
91	0.149469	0.138068	0.147541	0.152628
92	0.150528	0.149723	0.153986	0.158752
93	0.155877	0.162279	0.158947	0.162644
94	0.166604	0.175812	0.162209	0.163851
95	0.169036	0.190408	0.163621	0.162024
96	0.170100	0.206161	0.163107	0.156976

Continuación tabla IX.

Edad	q_x	d_2	d_3	d_4
97	0.161097	0.223176	0.160668	0.148728
98	0.174568	0.241566	0.156380	0.137542
99	0.114180	0.261457	0.150392	0.123920

Fuente: elaboración propia.

- Mortalidad graduada mujeres

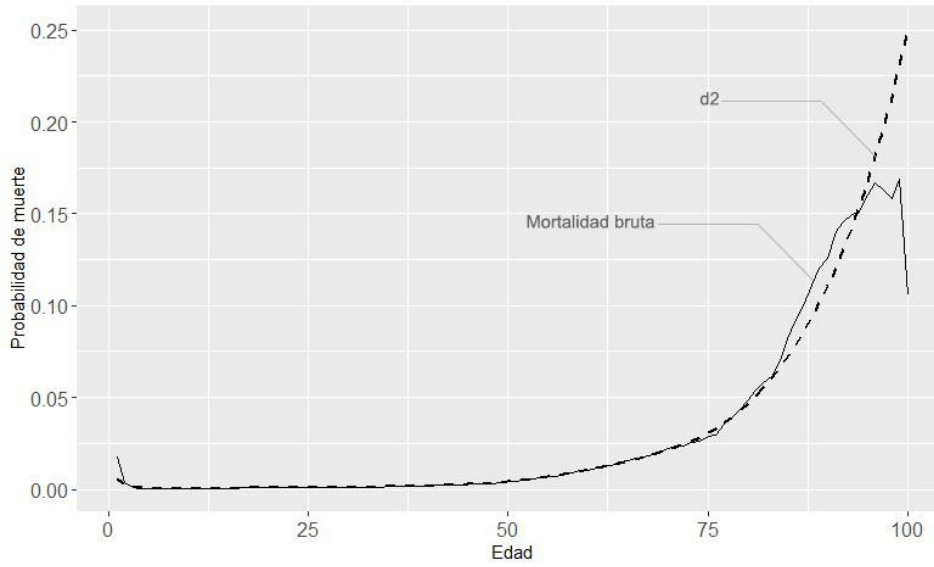
Los valores de la mortalidad graduada en mujeres se muestran en la figura 21 utilizando los parámetros $\lambda = 1/40$ y $d=2$.

En la figura 21 la línea punteada que representa el ajuste de segundo grado para mujeres tiene un mejor ajuste comparada con la de hombres y mujeres, y muestra un comportamiento similar a los de las leyes de mortalidad.

Además, se calculan los valores de la mortalidad graduada con parámetros $\lambda = 1/40$ y $d=3$, como se muestran en la figura 22

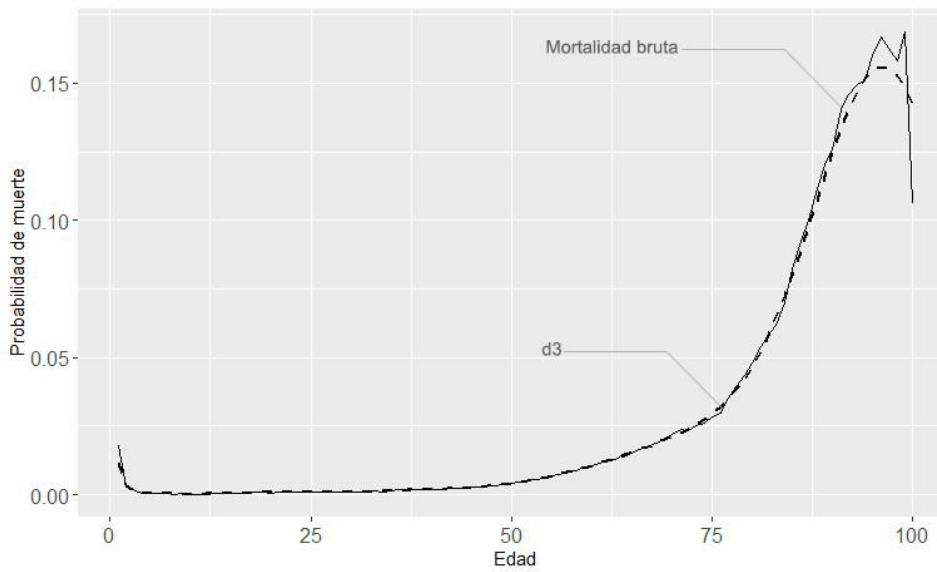
El ajuste de grado 3 muestra un comportamiento más ajustado a los valores de mortalidad bruta, separándose en las edades tempranas y avanzadas.

Figura 21. Mortalidad graduada en mujeres d2



Fuente: elaboración propia.

Figura 22. Mortalidad graduada en mujeres d3

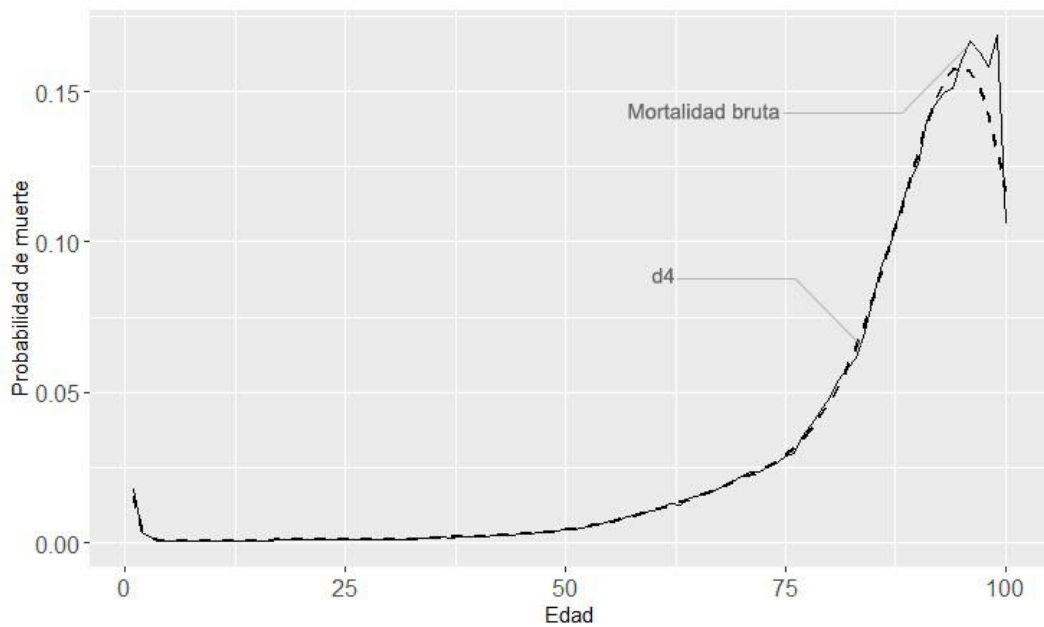


Fuente: elaboración propia.

Se gradúan nuevamente los datos para verificar su ajuste a la mortalidad bruta como se muestra en la figura 23, utilizando los parámetros $\lambda = 1/40$ y $d=4$.

La curva de grado 4 se ajusta de mejor forma en edades tempranas y edades avanzadas, finalmente se resumen los resultados de la graduación de los datos de mortalidad en mujeres en la tabla X, donde es posible notar la mejor adecuación de un modelo de grado 4 para la mortalidad.

Figura 23. **Mortalidad graduada en mujeres d4**



Fuente: elaboración propia.

Tabla X. **Mortalidad suavizada mujeres**

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
0	0.017765	0.005897	0.011397	0.015502
1	0.003395	0.002782	0.003324	0.003411
2	0.001300	0.001379	0.001353	0.001301
3	0.000697	0.000791	0.000753	0.000738
4	0.000570	0.000556	0.000538	0.000538
5	0.000449	0.000444	0.000441	0.000444
6	0.000394	0.000383	0.000386	0.000390
7	0.000329	0.000346	0.000353	0.000356
8	0.000359	0.000337	0.000336	0.000335
9	0.000326	0.000323	0.000321	0.000320
10	0.000308	0.000315	0.000315	0.000315
11	0.000326	0.000335	0.000334	0.000334
12	0.000390	0.000392	0.000389	0.000388
13	0.000498	0.000479	0.000477	0.000476
14	0.000563	0.000579	0.000585	0.000588
15	0.000703	0.000690	0.000697	0.000701
16	0.000836	0.000779	0.000784	0.000785
17	0.000790	0.000819	0.000825	0.000826
18	0.000870	0.000838	0.000839	0.000838
19	0.000763	0.000842	0.000844	0.000843
20	0.000960	0.000865	0.000857	0.000852
21	0.000854	0.000863	0.000861	0.000860
22	0.000828	0.000858	0.000860	0.000862
23	0.000876	0.000864	0.000862	0.000863

Continuación tabla X.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
24	0.000911	0.000869	0.000866	0.000865
25	0.000810	0.000872	0.000873	0.000873
26	0.000954	0.000901	0.000898	0.000897
27	0.000902	0.000933	0.000934	0.000934
28	0.000996	0.000981	0.000981	0.000983
29	0.001043	0.001033	0.001033	0.001034
30	0.001109	0.001087	0.001086	0.001087
31	0.001085	0.001146	0.001145	0.001144
32	0.001317	0.001228	0.001222	0.001218
33	0.001244	0.001318	0.001317	0.001316
34	0.001395	0.001437	0.001440	0.001440
35	0.001708	0.001575	0.001579	0.001581
36	0.001688	0.001700	0.001710	0.001715
37	0.001916	0.001813	0.001823	0.001827
38	0.001830	0.001911	0.001919	0.001921
39	0.001978	0.002017	0.002018	0.002016
40	0.002119	0.002137	0.002132	0.002126
41	0.002327	0.002273	0.002264	0.002258
42	0.002430	0.002418	0.002411	0.002409
43	0.002555	0.002577	0.002572	0.002574
44	0.002751	0.002757	0.002752	0.002756
45	0.002957	0.002963	0.002957	0.002959
46	0.003227	0.003202	0.003194	0.003194
47	0.003307	0.003479	0.003471	0.003470

Continuación tabla X.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
48	0.003941	0.003805	0.003794	0.003791
49	0.004271	0.004174	0.004163	0.004160
50	0.004516	0.004587	0.004580	0.004577
51	0.004971	0.005053	0.005051	0.005048
52	0.005601	0.005578	0.005582	0.005580
53	0.006065	0.006161	0.006177	0.006177
54	0.007067	0.006801	0.006834	0.006840
55	0.007327	0.007492	0.007545	0.007561
56	0.008593	0.008231	0.008302	0.008325
57	0.008993	0.009008	0.009093	0.009117
58	0.010204	0.009819	0.009910	0.009924
59	0.010587	0.010661	0.010749	0.010745
60	0.011456	0.011534	0.011614	0.011586
61	0.012740	0.012441	0.012511	0.012461
62	0.012675	0.013386	0.013448	0.013388
63	0.014977	0.014374	0.014430	0.014379
64	0.015393	0.015405	0.015457	0.015438
65	0.016683	0.016486	0.016527	0.016557
66	0.017419	0.017622	0.017637	0.017724
67	0.018933	0.018826	0.018787	0.018922
68	0.020077	0.020110	0.019978	0.020137
69	0.021941	0.021486	0.021221	0.021365
70	0.023736	0.022975	0.022536	0.022621
71	0.023343	0.024598	0.023960	0.023947

Continuación tabla X.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
72	0.025331	0.026390	0.025546	0.025411
73	0.026335	0.028383	0.027357	0.027098
74	0.028593	0.030613	0.029464	0.029106
75	0.029852	0.033113	0.031942	0.031527
76	0.035467	0.035915	0.034859	0.034447
77	0.039164	0.039042	0.038281	0.037936
78	0.043539	0.042519	0.042267	0.042049
79	0.048215	0.046368	0.046869	0.046827
80	0.054091	0.050611	0.052132	0.052302
81	0.058039	0.055273	0.058089	0.058495
82	0.061588	0.060379	0.064755	0.065420
83	0.070198	0.065954	0.072118	0.073074
84	0.082133	0.072024	0.080130	0.081433
85	0.092561	0.078612	0.088699	0.090434
86	0.099915	0.085749	0.097681	0.099965
87	0.111432	0.093463	0.106885	0.109856
88	0.120400	0.101792	0.116074	0.119858
89	0.125558	0.110777	0.124972	0.129642
90	0.140501	0.120463	0.133278	0.138791
91	0.145792	0.130905	0.140681	0.146810
92	0.149481	0.142163	0.146884	0.153141
93	0.150983	0.154305	0.151618	0.157210
94	0.160022	0.167408	0.154668	0.158480
95	0.166766	0.181556	0.155881	0.156523

Continuación tabla X.

Edad	q_x	d_2	d_3	d_4
96	0.162732	0.196844	0.155185	0.151101
97	0.158013	0.213375	0.152585	0.142233
98	0.168542	0.231265	0.148169	0.130232
99	0.105873	0.250638	0.142094	0.115709

Fuente: elaboración propia.

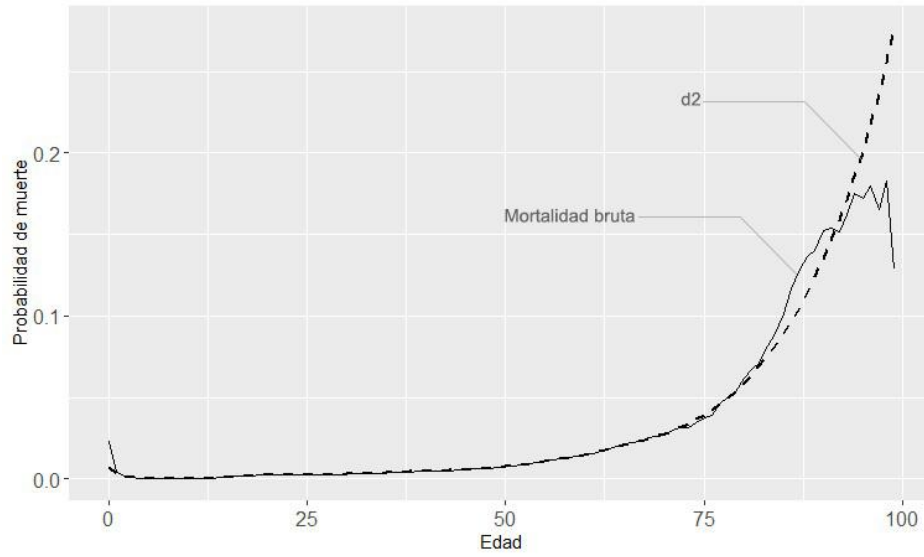
- Mortalidad graduada hombres

Los valores de la mortalidad graduada se muestran en la figura 24 utilizando los parámetros $\lambda = 1/40$ y $d=2$.

De igual forma se calculan los valores de la mortalidad graduada para hombres con parámetros $\lambda = 1/40$, $d=3$ y $\lambda = 1/40$, $d=4$, como se muestra en la figura 25 y 26 utilizando los siguientes parámetros, respectivamente,

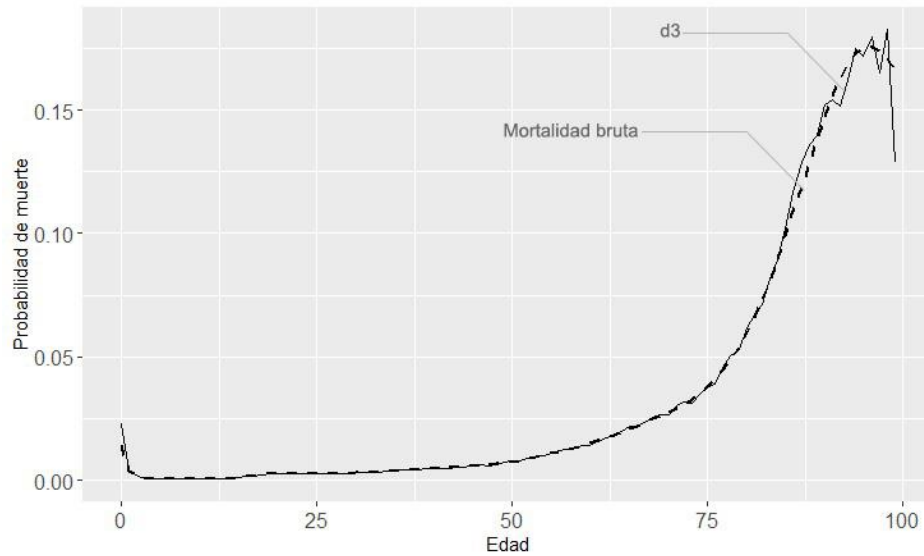
La figura 24 muestra que el ajuste de grado dos es parecido a las leyes de mortalidad, el ajuste a la curva de mortalidad de grado 3 y 4 de las figuras 25 y figura 26, muestran un comportamiento más cercano a la mortalidad bruta, es necesario comprobar cuál de los dos es representativo de la población.

Figura 24. **Mortalidad graduada en hombres d2**



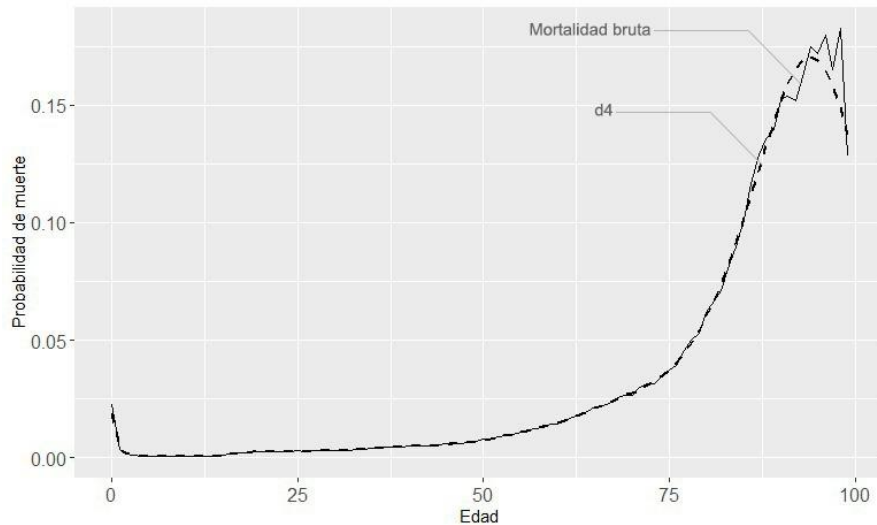
Fuente: elaboración propia.

Figura 25. **Mortalidad graduada en hombres d3**



Fuente: elaboración propia.

Figura 26. **Mortalidad graduada en hombres d4**



Fuente: elaboración propia.

En la tabla XI se encuentra el resultado del suavizado para cada juego de parámetros para hombres, en la tabla se pueden ver las diferencias que existen en el ajuste de grado 3, y el ajuste de grado 4, existiendo valores donde tienen el mismo valor de probabilidad.

Tabla XI. **Mortalidad suavizada hombres**

Edad	q_x	d_2	d_3	d_4
0	0.022802	0.007251	0.013935	0.018726
1	0.003692	0.003224	0.003799	0.003889
2	0.001423	0.001523	0.001482	0.001427
3	0.000800	0.000848	0.000807	0.000792
4	0.000569	0.000584	0.000572	0.000575
5	0.000488	0.000479	0.000479	0.000484

Continuación tabla XI.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
6	0.000426	0.000430	0.000433	0.000433
7	0.000435	0.000401	0.000400	0.000398
8	0.000340	0.000366	0.000374	0.000376
9	0.000384	0.000375	0.000376	0.000376
10	0.000406	0.000391	0.000387	0.000385
11	0.000400	0.000401	0.000399	0.000398
12	0.000424	0.000433	0.000432	0.000433
13	0.000497	0.000525	0.000524	0.000525
14	0.000748	0.000725	0.000718	0.000714
15	0.001055	0.001022	0.001022	0.001020
16	0.001447	0.001386	0.001404	0.001412
17	0.001790	0.001758	0.001796	0.001814
18	0.002020	0.002096	0.002139	0.002156
19	0.002445	0.002385	0.002411	0.002411
20	0.002660	0.002581	0.002587	0.002574
21	0.002636	0.002674	0.002669	0.002654
22	0.002695	0.002702	0.002687	0.002677
23	0.002643	0.002697	0.002679	0.002674
24	0.002636	0.002691	0.002672	0.002669
25	0.002782	0.002696	0.002679	0.002678
26	0.002621	0.002706	0.002700	0.002703
27	0.002740	0.002740	0.002739	0.002745
28	0.002859	0.002789	0.002789	0.002795
29	0.002798	0.002845	0.002845	0.002849

Continuación tabla XI.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
30	0.003008	0.002920	0.002911	0.002910
31	0.002933	0.003011	0.002998	0.002992
32	0.003102	0.003141	0.003125	0.003116
33	0.003276	0.003317	0.003305	0.003296
34	0.003461	0.003532	0.003533	0.003530
35	0.003925	0.003774	0.003790	0.003796
36	0.004126	0.004007	0.004040	0.004056
37	0.004266	0.004215	0.004259	0.004279
38	0.004363	0.004397	0.004438	0.004454
39	0.004506	0.004561	0.004587	0.004590
40	0.004927	0.004714	0.004716	0.004704
41	0.004810	0.004855	0.004839	0.004820
42	0.004842	0.005007	0.004981	0.004963
43	0.005067	0.005193	0.005162	0.005152
44	0.005298	0.005419	0.005389	0.005389
45	0.006018	0.005682	0.005655	0.005663
46	0.006235	0.005965	0.005944	0.005958
47	0.005927	0.006276	0.006262	0.006274
48	0.006477	0.006638	0.006624	0.006627
49	0.007069	0.007060	0.007044	0.007035
50	0.007724	0.007535	0.007524	0.007507
51	0.008010	0.008061	0.008062	0.008047
52	0.008609	0.008638	0.008655	0.008652
53	0.009412	0.009267	0.009301	0.009314

Continuación tabla XI.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
54	0.009768	0.009944	0.009995	0.010024
55	0.010806	0.010670	0.010729	0.010768
56	0.011769	0.011437	0.011497	0.011532
57	0.012476	0.012242	0.012292	0.012309
58	0.012988	0.013085	0.013119	0.013104
59	0.014232	0.013972	0.013990	0.013937
60	0.014303	0.014910	0.014922	0.014840
61	0.015523	0.015909	0.015932	0.015841
62	0.017030	0.016973	0.017029	0.016956
63	0.018214	0.018100	0.018206	0.018182
64	0.019816	0.019288	0.019448	0.019495
65	0.021656	0.020533	0.020734	0.020857
66	0.021885	0.021836	0.022045	0.022232
67	0.023193	0.023208	0.023374	0.023593
68	0.025303	0.024663	0.024725	0.024933
69	0.026445	0.026216	0.026112	0.026264
70	0.026572	0.027891	0.027567	0.027624
71	0.029935	0.029718	0.029136	0.029069
72	0.031604	0.031724	0.030873	0.030672
73	0.031252	0.033943	0.032845	0.032518
74	0.034588	0.036415	0.035128	0.034700
75	0.037283	0.039175	0.037801	0.037311
76	0.039048	0.042257	0.040942	0.040445
77	0.045658	0.045696	0.044627	0.044185

Continuación tabla XI.

Edad	q_x	d₂	d₃	d₄
78	0.050159	0.049516	0.048925	0.048606
79	0.053141	0.053744	0.053897	0.053774
80	0.061790	0.058407	0.059593	0.059739
81	0.066899	0.063528	0.066049	0.066539
82	0.071206	0.069133	0.073277	0.074185
83	0.081633	0.075248	0.081259	0.082658
84	0.089496	0.081899	0.089938	0.091893
85	0.101607	0.089113	0.099210	0.101765
86	0.116802	0.096919	0.108921	0.112087
87	0.129021	0.105349	0.118872	0.122600
88	0.136005	0.114441	0.128818	0.132984
89	0.139936	0.124239	0.138488	0.142870
90	0.152365	0.134796	0.147590	0.151851
91	0.154019	0.146170	0.155832	0.159506
92	0.151847	0.158429	0.162934	0.165421
93	0.162089	0.171649	0.168643	0.169213
94	0.175048	0.185911	0.172748	0.170563
95	0.171999	0.201306	0.175093	0.169240
96	0.179747	0.217934	0.175581	0.165136
97	0.165207	0.235904	0.174185	0.158287
98	0.182618	0.255335	0.170943	0.148887
99	0.128662	0.276355	0.165956	0.137283

Fuente: elaboración propia.

3.2.6. Criterio de información de Akaike

El criterio de Akaike se aplicó para cada modelo en hombres y mujeres como se muestra en la tabla XII, para la confirmación de elección del modelo con mejor ajuste y parsimonia. La tabla XII, muestra que existe una diferencia de 4 puntos en el criterio de información entre el modelo de grado 3 y 4.

Tabla XII. Criterio de información Akaike: hombres y mujeres

Leyes de mortalidad	Parámetros	AIC
Moivre	3	636.8161
Gompertz	4	484.1012
Makeham	5	487.1012
Weibull	4	406.3806
Whittaker Henderson d2	6	450.3256
Whittaker Henderson d3	7	206.095
Whittaker Henderson d4	8	202.8431

Fuente: elaboración propia.

El criterio de Akaike se aplicó también para cada modelo en mujeres como se ve en la tabla XIII. La diferencia entre el modelo d4 y el modelo d3 es más notoria en las mujeres.

El criterio de Akaike se aplicó también para cada modelo en hombres como se muestra en la tabla XIV, en los hombres la adecuación del modelo de grado 4 con el de 3 es más corta.

Tabla XIII. **Criterios de información Akaike mujeres**

Leyes de mortalidad	Parámetros	AIC
Moivre	3	630.8733
Gompertz	4	477.6979
Makeham	5	480.6979
Weibull	4	408.9169
Whittaker Henderson d2	6	445.3171
Whittaker Henderson d3	7	231.2028
Whittaker Henderson d4	8	208.2128

Fuente: elaboración propia.

Tabla XIV. **Criterio de información Akaike hombres**

Leyes de mortalidad	Parámetros	AIC
Moivre	3	643.5377
Gompertz	4	489.4592
Makeham	5	492.4592
Weibull	4	403.1243
Whittaker Henderson d2	6	453.378
Whittaker Henderson d3	7	213.0013
Whittaker Henderson d4	8	198.5004

Fuente: elaboración propia.

3.2.7. Criterio de información bayesiano

De igual manera se aplica un criterio bayesiano para hombres y mujeres, como se muestra en la tabla XV. Este criterio se aplica debido a la poca diferencia que existe entre los modelos d3 y d4, ya que el criterio bayesiano penaliza con más fuerza agregar un parámetro, en la tabla XV se observa que el modelo d4 obtiene el mejor ajuste.

Tabla XV. Criterio de información bayesiano: hombres y mujeres

Leyes de mortalidad	Parámetros	BIC
Moivre	3	636.8161
Gompertz	4	505.7322
Makeham	5	519.5477
Weibull	4	428.0116
Whittaker Henderson d2	6	471.9566
Whittaker Henderson d3	7	227.726
Whittaker Henderson d4	8	224.4742

Fuente: elaboración propia.

La tabla XVI muestra el cálculo del criterio bayesiano para mujeres, la diferencia de ajuste del modelo d4 con las leyes de mortalidad es notoria, además de la diferencia entre modelos.

Tabla XVI. Criterio de información bayesiano mujeres

Leyes de mortalidad	Parámetros	BIC
Moivre	3	641.6888

Continuación tabla XVI.

Leyes de mortalidad	Parámetros	BIC
Gompertz	4	499.3289
Makeham	5	513.1445
Weibull	4	430.5479
Whittaker Henderson d2	6	466.9481
Whittaker Henderson d3	7	252.8338
Whittaker Henderson d4	8	229.8438

Fuente: elaboración propia.

Para hombres es el modelo d4 y d3 lo que presentan valores similares de adecuación del modelo, según se muestra en la tabla XVII, además identifica que los modelos de suavizado tienen mejor ajuste que las leyes de mortalidad.

Tabla XVII. **Criterio de información bayesiano hombres**

Leyes de mortalidad	Parámetros	BIC
Moivre	3	654.3532
Gompertz	4	511.0902
Makeham	5	524.9057
Weibull	4	424.7553
Whittaker Henderson d2	6	475.009
Whittaker Henderson d3	7	234.6323
Whittaker Henderson d4	8	220.1314

Fuente: elaboración propia.

3.3. Determinación de nivel de confianza de los modelos

Se determinó una prueba de hipótesis para cada sexo y de la misma forma para cada sexo por separado, tomando en consideración la suma de cuadrados de cada modelo, es decir se busca identificar qué modelo se adecua mejor a la mortalidad brutal.

3.3.1. Criterio Diebold Mariano

Para la elección del modelo que mejor describe el comportamiento de la evolución de la población se aplicó un análisis de criterios de información y pruebas de hipótesis para contrastar parsimonia y ajuste. Todos los modelos se evaluaron con la prueba de Diebold Mariano en la tabla XVIII, con el fin de evaluar la representatividad del modelo. Ho: la predicción del segundo modelo es mejor que la del primero, y H1: la predicción del primero es mejor que el segundo. Los contrastes de la prueba de Diebold Mariano indican si el modelo 1 presenta menor error medio que el modelo 2, como se muestra en la tabla XII.

Tabla XVIII. **Contrastes Diebold Mariano: hombres y mujeres**

		Modelo 2					
		Modelo	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull	Suavizado
Modelo 1	Moivre	0	0.9277	0.9277	0.6461	0.9282	
	Gompertz	0.07231	0	0.6809	3.41E-06	0.9587	
	Makeham	0.0723	0.3191	0	3.41E-06	0.9583	
	Weibull	0.3539	1	1	0	1	
	WH d4	0.0717	0.04126	0.04174	4.17E-06	0	

Fuente: elaboración propia.

Los contrastes mostrados en la tabla XIX muestran que con un nivel de significancia del 90 % que en todos los contrastes el suavizado de Whittaker es superior a las leyes de mortalidad para predicción de las tablas en edades simples para mujeres. De igual manera se contrasta el modelo para hombres en la tabla XX.

Tabla XIX. **Contrastes Diebold Mariano mujeres**

		Modelo 2				
		Modelo	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull - Suavizado
Modelo 1	Moivre	0	0.9277	0.9277	0.6461	0.9283
	Gompertz	0.07231	0	0.6809	3.41E-06	0.9507
	Makeham	0.07231	0.3191	0	3.41E-06	0.9504
	Weibull -	0.3539	1	1	0	1
	WH d4o	0.0716	0.04931	0.04962	3.88E-06	0

Fuente: elaboración propia.

Tabla XX. **Contrastes Diebold Mariano hombres**

		Modelo 2				
		Modelo	Moivre	Gompertz	Makeham	Weibull Suavizado
Modelo 1	Moivre	0	0.9277	0.9277	0.6461	0.9282
	Gompertz	0.07231	0	0.6809	3.41E-06	0.9733
	Makeham	0.0723	0.3191	0	3.41E-06	0.9727
	Weibull	0.3539	1	1	0	1
	WH d4	0.0718	0.0267	0.02728	4.36E-06	0

Fuente: elaboración propia.

3.3.2. Tablas representativas de mortalidad

En la tabla XXI se muestra la mortalidad ajustada para Guatemala en hombres y mujeres para 2018, considerando el modelo que presentó mejor ajuste y se agrega cada una de las características de una población estacionaria, esta tabla se construyó luego de validar que el modelo d4 presenta el mejor ajuste a los datos de mortalidad bruta.

Tabla XXI. **Tabla de mortalidad: hombres y mujeres**

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	${}_tq_x$	l_x	${}_td_x$	${}_tL_x$	e_x
0-1	0.017222	100,000.00	1,722.30	99,138.85	73.71
1-2	0.003659	98,277.70	359.6	98,097.90	74
2-3	0.001365	97,918.10	133.74	97,851.23	73.27
3-4	0.000766	97,784.36	74.95	97,746.88	72.37
4-5	0.000557	97,709.41	54.5	97,682.16	71.42

Continuación tabla XXI.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
5-6	0.000465	97,654.91	45.49	97,632.16	70.46
6-7	0.000414	97,609.42	40.41	97,589.22	69.49
7-8	0.00038	97,569.01	37.12	97,550.45	68.52
8-9	0.000359	97,531.89	35.09	97,514.35	67.55
9-10	0.00035	97,496.81	34.2	97,479.70	66.57
10-11	0.000351	97,462.60	34.28	97,445.46	65.6
11-12	0.000367	97,428.32	35.8	97,410.43	64.62
12-13	0.000411	97,392.53	40.11	97,372.47	63.64
13-14	0.000503	97,352.41	48.98	97,327.92	62.67
14-15	0.000655	97,303.44	63.8	97,271.54	61.7
15-16	0.000867	97,239.64	84.32	97,197.48	60.74
16-17	0.001105	97,155.32	107.42	97,101.61	59.79
17-18	0.001325	97,047.90	128.68	96,983.56	58.86

Continuación tabla XXI.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	${}_tq_x$	l_x	${}_td_x$	${}_tL_x$	e_x
18-19	0.001503	96,919.22	145.71	96,846.37	57.93
19-20	0.001636	96,773.52	158.34	96,694.35	57.02
20-21	0.001724	96,615.18	166.61	96,531.88	56.11
21-22	0.001767	96,448.58	170.49	96,363.33	55.21
22-23	0.001777	96,278.09	171.14	96,192.52	54.31
23-24	0.001772	96,106.95	170.36	96,021.77	53.4
24-25	0.001769	95,936.59	169.74	95,851.73	52.5
25-26	0.001776	95,766.86	170.17	95,681.77	51.59
26-27	0.001799	95,596.68	172.03	95,510.67	50.68
27-28	0.001836	95,424.66	175.24	95,337.03	49.77
28-29	0.001882	95,249.41	179.32	95,159.75	48.86
29-30	0.001931	95,070.09	183.67	94,978.26	47.95

Continuación tabla XXI.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	$t d_x$	tL_x	e_x
30-31	0.001985	94,886.42	188.37	94,792.24	47.04
31-32	0.002051	94,698.05	194.29	94,600.91	46.14
32-33	0.002146	94,503.77	202.88	94,402.33	45.23
33-34	0.002281	94,300.89	215.13	94,193.32	44.33
34-35	0.002455	94,085.76	231.03	93,970.24	43.43
35-36	0.002651	93,854.73	248.9	93,730.28	42.53
36-37	0.002841	93,605.83	265.96	93,472.85	41.64
37-38	0.003001	93,339.87	280.16	93,199.79	40.76
38-39	0.003129	93,059.71	291.22	92,914.10	39.88
39-40	0.003237	92,768.49	300.37	92,618.30	39.01
40-41	0.003343	92,468.11	309.15	92,313.54	38.13
41-42	0.003458	92,158.96	318.77	91,999.58	37.26

Continuación tabla XXI.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	${}_tq_x$	l_x	${}_td_x$	${}_tL_x$	e_x
42-43	0.003596	91,840.19	330.34	91,675.02	36.39
43-44	0.003766	91,509.85	344.69	91,337.50	35.51
44-45	0.003971	91,165.16	362.07	90,984.12	34.65
45-46	0.004207	90,803.09	382.08	90,612.05	33.78
46-47	0.00447	90,421.01	404.25	90,218.88	32.92
47-48	0.004763	90,016.75	428.78	89,802.37	32.07
48-49	0.005095	89,587.98	456.53	89,359.71	31.22
49-50	0.005478	89,131.45	488.29	88,887.30	30.38
50-51	0.005916	88,643.16	524.5	88,380.91	29.54
51-52	0.006416	88,118.66	565.4	87,835.96	28.72
52-53	0.006979	87,553.26	611.07	87,247.73	27.9
53-54	0.007605	86,942.20	661.24	86,611.58	27.09

Continuación tabla XXI.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	$t d_x$	tL_x	e_x
54-55	0.008289	86,280.95	715.21	85,923.35	26.29
55-56	0.009019	85,565.75	771.79	85,179.85	25.51
56-57	0.009783	84,793.96	829.56	84,379.18	24.74
57-58	0.010567	83,964.40	887.26	83,520.77	23.98
58-59	0.011367	83,077.14	944.38	82,604.95	23.23
59-60	0.012192	82,132.76	1,001.41	81,632.06	22.49
60-61	0.01306	81,131.36	1,059.62	80,601.55	21.76
61-62	0.013993	80,071.74	1,120.49	79,511.50	21.04
62-63	0.015008	78,951.25	1,184.93	78,358.79	20.33
63-64	0.016109	77,766.32	1,252.81	77,139.92	19.64
64-65	0.017288	76,513.51	1,322.81	75,852.11	18.95
65-66	0.018524	75,190.70	1,392.85	74,494.27	18.27

Continuación tabla XXI.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	${}_tq_x$	l_x	${}_td_x$	${}_tL_x$	e_x
66-67	0.019792	73,797.85	1,460.66	73,067.52	17.61
67-68	0.021072	72,337.19	1,524.34	71,575.02	16.96
68-69	0.022352	70,812.85	1,582.84	70,021.43	16.31
69-70	0.023636	69,230.01	1,636.32	68,411.85	15.67
70-71	0.024947	67,593.69	1,686.32	66,750.52	15.04
71-72	0.026336	65,907.36	1,735.78	65,039.47	14.41
72-73	0.027872	64,171.58	1,788.61	63,277.27	13.79
73-74	0.029641	62,382.97	1,849.10	61,458.42	13.17
74-75	0.031737	60,533.87	1,921.22	59,573.26	12.56
75-76	0.034257	58,612.66	2,007.90	57,608.70	11.95
76-77	0.037286	56,604.75	2,110.57	55,549.47	11.36
77-78	0.0409	54,494.18	2,228.82	53,379.77	10.78

Continuación tabla XXI.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a $x+t$	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	${}_tq_x$	l_x	${}_td_x$	${}_tL_x$	e_x
78-79	0.045161	52,265.36	2,360.38	51,085.17	10.22
79-80	0.05012	49,904.98	2,501.25	48,654.35	9.68
80-81	0.055815	47,403.73	2,645.84	46,080.81	9.16
81-82	0.062274	44,757.88	2,787.26	43,364.25	8.67
82-83	0.069511	41,970.62	2,917.43	40,511.91	8.22
83-84	0.077517	39,053.19	3,027.32	37,539.53	7.79
84-85	0.086253	36,025.87	3,107.35	34,472.20	7.41
85-86	0.09563	32,918.52	3,148.03	31,344.51	7.06
86-87	0.105507	29,770.49	3,141.01	28,199.99	6.75
87-88	0.115674	26,629.48	3,080.35	25,089.31	6.49
88-89	0.125852	23,549.13	2,963.72	22,067.28	6.27
89-90	0.135691	20,585.42	2,793.26	19,188.79	6.11

Continuación tabla XXI.

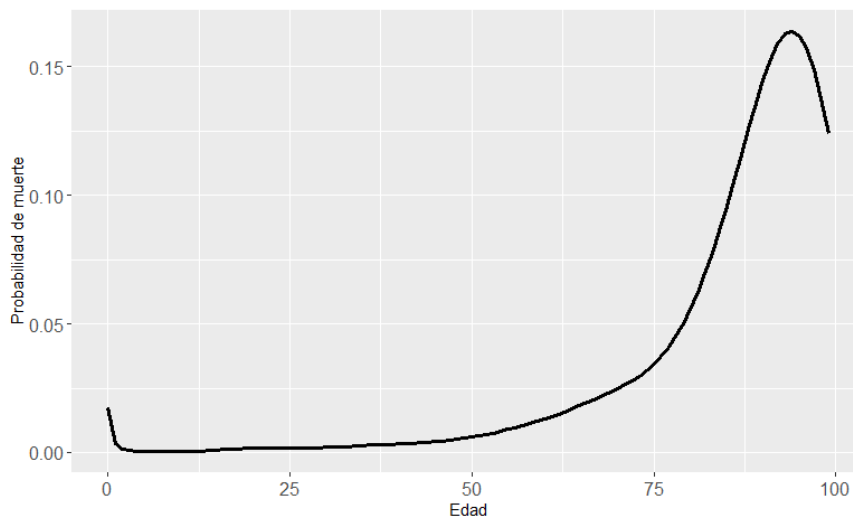
Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	${}_tq_x$	l_x	${}_td_x$	${}_tL_x$	e_x
90-91	0.144773	17,792.16	2,575.83	16,504.24	5.99
91-92	0.152628	15,216.32	2,322.44	14,055.10	5.92
92-93	0.158752	12,893.88	2,046.93	11,870.42	5.89
93-94	0.162644	10,846.95	1,764.19	9,964.86	5.91
94-95	0.163851	9,082.76	1,488.22	8,338.65	5.96
95-96	0.162024	7,594.54	1,230.50	6,979.29	6.04
96-97	0.156976	6,364.03	999	5,864.53	6.11
97-98	0.148728	5,365.03	797.93	4,966.07	6.15
98-99	0.137542	4,567.10	628.17	4,253.02	6.14
99-100	0.12392	3,938.93	488.12	15,184.57	6.04

Fuente: elaboración propia.

Una vez validado el modelo con mejor ajuste se muestra el comportamiento del modelo suavizado en la figura 27, el cambio poblacional en la figura 28 y el comportamiento de la tabla de defunciones en la figura 29, para hombres y mujeres.

La figura 27 muestra los datos de la mortalidad luego de ser suavizados y comprobados por criterios de información, la alta mortalidad característica de la población se mantiene, al igual que el descenso en la mortalidad en edades avanzadas.

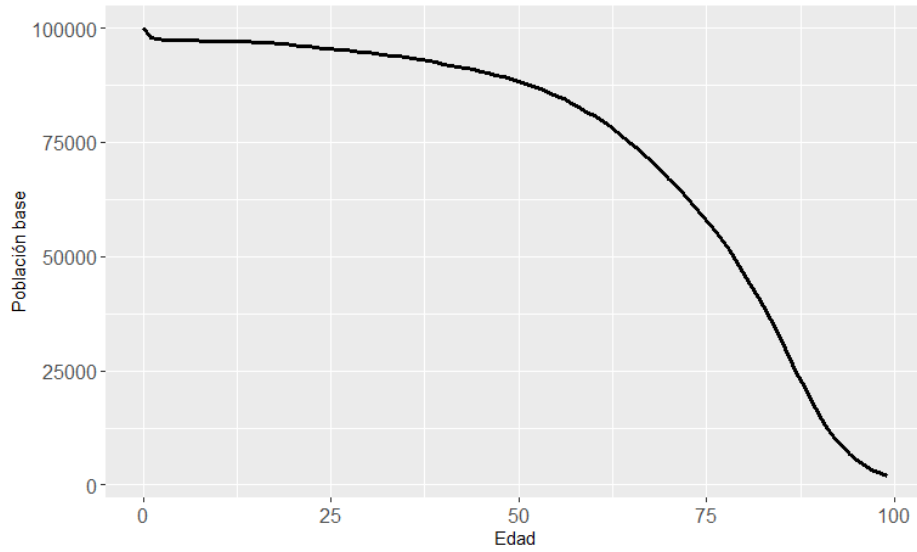
Figura 27. Mortalidad suavizada de hombres y mujeres



Fuente: elaboración propia.

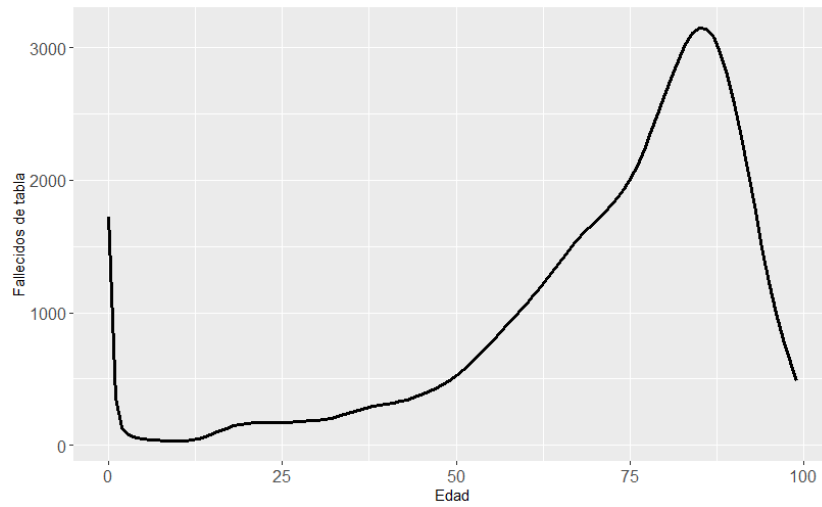
La figura 28 muestra el comportamiento de la población para hombres y mujeres, es común interpretar los cambios de curvatura en los mismos puntos donde la figura 27 tiene sus valores mínimos y máximos, no obstante, la figura 29 explica que los cambios de curvatura en la población se deben a mayor cantidad de defunciones en dichos puntos.

Figura 28. **Población suavizada en hombres y mujeres**



Fuente: elaboración propia.

Figura 29. **Defunciones suavizadas en hombres y mujeres**



Fuente: elaboración propia.

En la tabla XXII se muestra la mortalidad ajustada para Guatemala en mujeres para 2018, considerando el modelo que presentó mejor ajuste y se agrega cada una de las características de una población estacionaria.

Tabla XXII. **Tabla de mortalidad mujeres**

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
0-1	0.015502	100,000.00	1,550.27	99,224.87	76.29
1-2	0.003411	98,449.73	335.87	98,281.80	76.48
2-3	0.001301	98,113.86	127.69	98,050.02	75.74
3-4	0.000738	97,986.17	72.36	97,949.99	74.84
4-5	0.000538	97,913.81	52.69	97,887.46	73.90
5-6	0.000444	97,861.12	43.54	97,839.35	72.94
6-7	0.000390	97,817.58	38.19	97,798.48	71.97
7-8	0.000356	97,779.39	34.83	97,761.97	71.00
8-9	0.000335	97,744.56	32.77	97,728.17	70.02

Continuación tabla XXII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
9-10	0.000320	97,711.79	31.27	97,696.15	69.05
10-11	0.000315	97,680.52	30.82	97,665.11	68.07
11-12	0.000334	97,649.69	32.70	97,633.34	67.09
12-13	0.000388	97,616.99	37.90	97,598.04	66.11
13-14	0.000476	97,579.09	46.50	97,555.85	65.14
14-15	0.000588	97,532.60	57.38	97,503.91	64.17
15-16	0.000701	97,475.22	68.37	97,441.03	63.20
16-17	0.000785	97,406.85	76.54	97,368.57	62.25
17-18	0.000826	97,330.30	80.43	97,290.09	61.30
18-19	0.000838	97,249.87	81.50	97,209.12	60.35
19-20	0.000843	97,168.37	81.92	97,127.41	59.40
20-21	0.000852	97,086.45	82.80	97,045.04	58.45

Continuación tabla XXII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
21-22	0.000860	97,003.64	83.44	96,961.92	57.50
22-23	0.000862	96,920.20	83.62	96,878.39	56.55
23-24	0.000863	96,836.58	83.64	96,794.76	55.59
24-25	0.000865	96,752.94	83.74	96,711.07	54.64
25-26	0.000873	96,669.20	84.49	96,626.96	53.69
26-27	0.000897	96,584.72	86.67	96,541.38	52.74
27-28	0.000934	96,498.04	90.22	96,452.93	51.78
28-29	0.000983	96,407.82	94.77	96,360.43	50.83
29-30	0.001034	96,313.05	99.67	96,263.22	49.88
30-31	0.001087	96,213.38	104.6	96,161.08	48.93
31-32	0.001144	96,108.78	110.04	96,053.76	47.98
32-33	0.001218	95,998.74	117.00	95,940.24	47.04

Continuación tabla XXII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
33-34	0.001316	95,881.74	126.20	95,818.64	46.09
34-35	0.001440	95,755.54	137.96	95,686.55	45.16
35-36	0.001581	95,617.57	151.22	95,541.96	44.22
36-37	0.001715	95,466.36	163.76	95,384.48	43.29
37-38	0.001827	95,302.60	174.19	95,215.51	42.36
38-39	0.001921	95,128.41	182.82	95,037.00	41.44
39-40	0.002016	94,945.59	191.42	94,849.88	40.52
40-41	0.002126	94,754.17	201.52	94,653.41	39.60
41-42	0.002258	94,552.66	213.59	94,445.86	38.68
42-43	0.002409	94,339.06	227.31	94,225.41	37.77
43-44	0.002574	94,111.76	242.32	93,990.60	36.86
44-45	0.002756	93,869.44	258.73	93,740.07	35.95

Continuación tabla XXII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
45-46	0.002959	93,610.71	277.08	93,472.17	35.05
46-47	0.003194	93,333.62	298.20	93,184.53	34.15
47-48	0.003470	93,035.43	322.86	92,874.00	33.26
48-49	0.003791	92,712.57	351.56	92,536.79	32.37
49-50	0.004160	92,361.01	384.28	92,168.87	31.50
50-51	0.004577	91,976.73	421.04	91,766.21	30.63
51-52	0.005048	91,555.69	462.20	91,324.59	29.76
52-53	0.005580	91,093.48	508.30	90,839.33	28.91
53-54	0.006177	90,585.18	559.62	90,305.37	28.07
54-55	0.006840	90,025.57	615.86	89,717.64	27.24
55-56	0.007561	89,409.71	676.05	89,071.68	26.43
56-57	0.008325	88,733.65	738.74	88,364.28	25.63

Continuación tabla XXII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
57-58	0.009117	87,994.92	802.26	87,593.78	24.84
58-59	0.009924	87,192.65	865.38	86,759.96	24.06
59-60	0.010745	86,327.27	927.62	85,863.46	23.30
60-61	0.011586	85,399.65	989.44	84,904.93	22.54
61-62	0.012461	84,410.21	1,051.89	83,884.26	21.80
62-63	0.013388	83,358.32	1,116.07	82,800.28	21.07
63-64	0.014379	82,242.25	1,182.64	81,650.93	20.35
64-65	0.015438	81,059.61	1,251.40	80,433.91	19.64
65-66	0.016557	79,808.20	1,321.41	79,147.50	18.94
66-67	0.017724	78,486.80	1,391.12	77,791.24	18.25
67-68	0.018922	77,095.68	1,458.84	76,366.25	17.57
68-69	0.020137	75,636.83	1,523.13	74,875.27	16.90

Continuación tabla XXII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
69-70	0.021365	74,113.70	1,583.45	73,321.98	16.24
70-71	0.022621	72,530.25	1,640.73	71,709.88	15.58
71-72	0.023947	70,889.52	1,697.63	70,040.71	14.93
72-73	0.025411	69,191.89	1,758.25	68,312.77	14.29
73-74	0.027098	67,433.65	1,827.38	66,519.96	13.65
74-75	0.029106	65,606.27	1,909.55	64,651.49	13.01
75-76	0.031527	63,696.71	2,008.19	62,692.62	12.39
76-77	0.034447	61,688.52	2,125.01	60,626.02	11.77
77-78	0.037936	59,563.51	2,259.62	58,433.70	11.18
78-79	0.042049	57,303.89	2,409.60	56,099.09	10.60
79-80	0.046827	54,894.29	2,570.59	53,609.00	10.04
80-81	0.052302	52,323.71	2,736.67	50,955.37	9.51

Continuación tabla XXII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
81-82	0.058495	49,587.04	2,900.63	48,136.73	9.01
82-83	0.065420	46,686.41	3,054.24	45,159.29	8.54
83-84	0.073074	43,632.18	3,188.41	42,037.97	8.10
84-85	0.081433	40,443.77	3,293.47	38,797.03	7.7
85-86	0.090434	37,150.29	3,359.65	35,470.47	7.34
86-87	0.099965	33,790.64	3,377.91	32,101.68	7.02
87-88	0.109856	30,412.73	3,341.03	28,742.21	6.74
88-89	0.119858	27,071.70	3,244.77	25,449.32	6.51
89-90	0.129642	23,826.93	3,088.98	22,282.44	6.33
90-91	0.138791	20,737.95	2,878.26	19,298.82	6.2
91-92	0.14681	17,859.69	2,621.98	16,548.70	6.12
92-93	0.153141	15,237.71	2,333.52	14,070.95	6.09

Continuación tabla XXII.

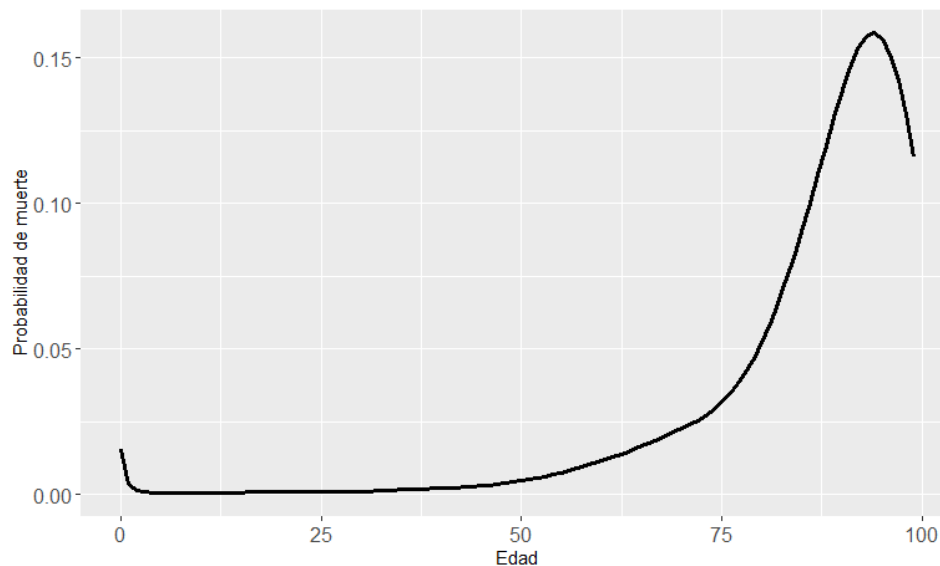
Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
93-94	0.15721	12,904.18	2,028.67	11,889.85	6.1
94-95	0.15848	10,875.51	1,723.55	10,013.73	6.15
95-96	0.156523	9,151.96	1,432.49	8,435.71	6.21
96-97	0.151101	7,719.46	1,166.42	7,136.25	6.27
97-98	0.142233	6,553.04	932.06	6,087.01	6.3
98-99	0.130232	5,620.98	732.04	5,254.97	6.26
99-100	0.115709	4,888.95	565.7	19,166.43	6.13

Fuente: elaboración propia.

De igual manera se muestra el comportamiento de la mortalidad suavizada en la figura 30 y los cambios de población por cada edad en la figura 31 y el comportamiento de la tabla de defunciones en la figura 32 para mujeres.

La figura 30 muestra los datos de la mortalidad para mujeres luego de ser suavizados y comprobados por criterios de información, la alta mortalidad característica de la población se mantiene, al igual que el descenso en la mortalidad en edades avanzadas.

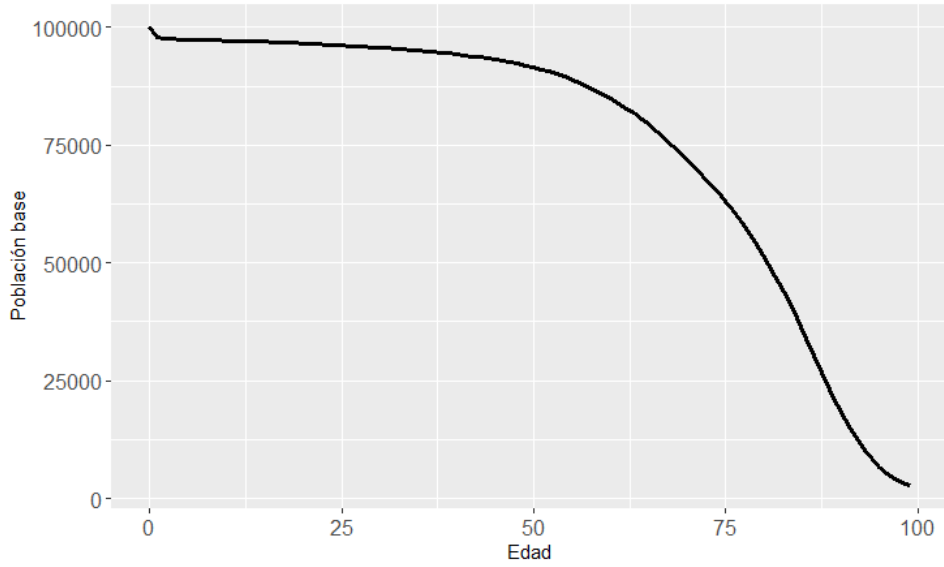
Figura 30. **Mortalidad suavizada en mujeres**



Fuente: elaboración propia.

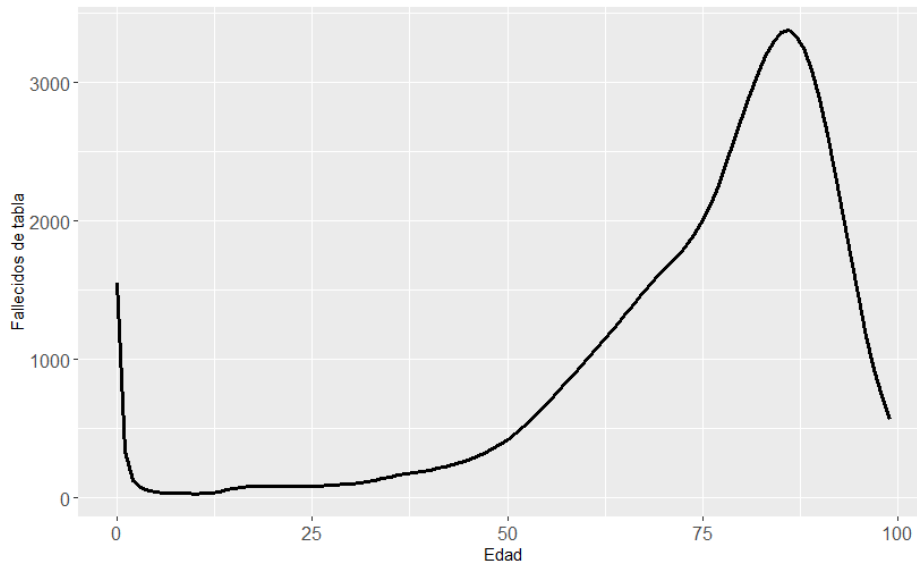
La figura 31 muestra el comportamiento de la población para hombres y mujeres, es común interpretar los cambios de curvatura en los mismos puntos donde la figura 30 tiene sus valores mínimos y máximos, no obstante, la figura 32 explica que los cambios de curvatura en la población se deben a mayor cantidad de defunciones en dichos puntos.

Figura 31. **Población suavizada en mujeres**



Fuente: elaboración propia.

Figura 32. **Defunciones suavizadas en mujeres**



Fuente: elaboración propia.

En la tabla XXIII se muestra la mortalidad ajustada para Guatemala en hombres para 2018, considerando el modelo que presentó mejor ajuste y se agrega cada una de las características de una población estacionaria.

Tabla XXIII. **Tabla de mortalidad hombres**

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	$t d_x$	tL_x	e_x
0-1	0.018726	100,000.00	1,872.63	99,063.68	71.11
1-2	0.003889	98,127.37	381.64	97,936.55	71.46
2-3	0.001427	97,745.73	139.57	97,675.94	70.74
3-4	0.000792	97,606.16	77.38	97,567.47	69.84
4-5	0.000575	97,528.78	56.13	97,500.71	68.90
5-6	0.000484	97,472.65	47.20	97,449.05	67.93
6-7	0.000433	97,425.45	42.27	97,404.31	66.97
7-8	0.000398	97,383.18	38.82	97,363.76	66.00
8-9	0.000376	97,344.35	36.70	97,326.00	65.02

Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
9-10	0.000376	97,307.65	36.60	97,289.35	64.05
10-11	0.000385	97,271.05	37.48	97,252.31	63.07
11-12	0.000398	97,233.57	38.73	97,214.21	62.09
12-13	0.000433	97,194.84	42.10	97,173.79	61.12
13-14	0.000525	97,152.75	51.04	97,127.22	60.15
14-15	0.000714	97,101.70	69.40	97,067.00	59.18
15-16	0.001020	97,032.30	98.99	96,982.81	58.22
16-17	0.001412	96,933.32	136.91	96,864.86	57.28
17-18	0.001814	96,796.41	175.63	96,708.59	56.36
18-19	0.002156	96,620.78	208.36	96,516.60	55.46
19-20	0.002411	96,412.42	232.47	96,296.19	54.58
20-21	0.002574	96,179.95	247.58	96,056.16	53.71

Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
21-22	0.002654	95,932.37	254.67	95,805.04	52.85
22-23	0.002677	95,677.70	256.20	95,549.60	51.99
23-24	0.002674	95,421.50	255.16	95,293.92	51.12
24-25	0.002669	95,166.34	254.06	95,039.31	50.26
25-26	0.002678	94,912.28	254.23	94,785.16	49.39
26-27	0.002703	94,658.05	255.94	94,530.08	48.52
27-28	0.002745	94,402.10	259.16	94,272.53	47.65
28-29	0.002795	94,142.95	263.20	94,011.35	46.78
29-30	0.002849	93,879.75	267.50	93,745.99	45.91
30-31	0.002910	93,612.24	272.44	93,476.02	45.04
31-32	0.002992	93,339.80	279.29	93,200.15	44.17
32-33	0.003116	93,060.51	289.99	92,915.51	43.3

Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
33-34	0.003296	92,770.52	305.81	92,617.61	42.44
34-35	0.003530	92,464.71	326.47	92,301.47	41.58
35-36	0.003796	92,138.23	349.80	91,963.33	40.72
36-37	0.004056	91,788.43	372.34	91,602.26	39.88
37-38	0.004279	91,416.09	391.23	91,220.47	39.04
38-39	0.004454	91,024.86	405.51	90,822.10	38.20
39-40	0.004590	90,619.35	415.98	90,411.36	37.37
40-41	0.004704	90,203.37	424.38	89,991.18	36.54
41-42	0.004820	89,778.99	432.79	89,562.59	35.71
42-43	0.004963	89,346.20	443.48	89,124.46	34.88
43-44	0.005152	88,902.73	458.06	88,673.70	34.05
44-45	0.005389	88,444.67	476.68	88,206.33	33.23

Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
45-46	0.005663	87,967.99	498.17	87,718.90	32.40
46-47	0.005958	87,469.82	521.15	87,209.24	31.59
47-48	0.006274	86,948.67	545.54	86,675.90	30.77
48-49	0.006627	86,403.13	572.63	86,116.82	29.96
49-50	0.007035	85,830.50	603.83	85,528.59	29.16
50-51	0.007507	85,226.67	639.87	84,906.74	28.36
51-52	0.008047	84,586.80	680.73	84,246.43	27.57
52-53	0.008652	83,906.07	725.98	83,543.08	26.79
53-54	0.009314	83,180.08	774.82	82,792.68	26.02
54-55	0.010024	82,405.27	826.11	81,992.21	25.26
55-56	0.010768	81,579.16	878.52	81,139.90	24.51
56-57	0.011532	80,700.64	930.72	80,235.29	23.78

Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	$t d_x$	tL_x	e_x
57-58	0.012309	79,769.93	981.93	79,278.96	23.05
58-59	0.013104	78,788.00	1,032.46	78,271.77	22.33
59-60	0.013937	77,755.54	1,083.75	77,213.66	21.62
60-61	0.014840	76,671.79	1,137.83	76,102.87	20.92
61-62	0.015841	75,533.96	1,196.53	74,935.69	20.22
62-63	0.016956	74,337.42	1,260.50	73,707.17	19.54
63-64	0.018182	73,076.93	1,328.72	72,412.57	18.87
64-65	0.019495	71,748.21	1,398.74	71,048.83	18.21
65-66	0.020857	70,349.46	1,467.33	69,615.80	17.56
66-67	0.022232	68,882.13	1,531.44	68,116.41	16.93
67-68	0.023593	67,350.69	1,589.06	66,556.16	16.3
68-69	0.024933	65,761.63	1,639.64	64,941.81	15.68

Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
69-70	0.026264	64,121.99	1,684.13	63,279.93	15.07
70-71	0.027624	62,437.86	1,724.81	61,575.46	14.46
71-72	0.029069	60,713.05	1,764.92	59,830.59	13.86
72-73	0.030672	58,948.13	1,808.11	58,044.08	13.26
73-74	0.032518	57,140.02	1,858.12	56,210.96	12.66
74-75	0.034700	55,281.90	1,918.29	54,322.76	12.07
75-76	0.037311	53,363.61	1,991.09	52,368.07	11.49
76-77	0.040445	51,372.52	2,077.77	50,333.64	10.91
77-78	0.044185	49,294.75	2,178.10	48,205.71	10.35
78-79	0.048606	47,116.66	2,290.18	45,971.57	9.81
79-80	0.053774	44,826.47	2,410.51	43,621.22	9.28
80-81	0.059739	42,415.97	2,533.92	41,149.01	8.78

Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas		Población estacionaria	Promedio de vida restante
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	$t d_x$	tL_x	e_x
81-82	0.066539	39,882.04	2,653.72	38,555.18	8.31
82-83	0.074185	37,228.32	2,761.81	35,847.42	7.86
83-84	0.082658	34,466.52	2,848.96	33,042.04	7.45
84-85	0.091893	31,617.56	2,905.44	30,164.84	7.08
85-86	0.101765	28,712.12	2,921.91	27,251.16	6.75
86-87	0.112087	25,790.20	2,890.75	24,344.83	6.45
87-88	0.122600	22,899.45	2,807.48	21,495.71	6.21
88-89	0.132984	20,091.98	2,671.93	18,756.01	6.00
89-90	0.142870	17,420.05	2,488.81	16,175.64	5.85
90-91	0.151851	14,931.24	2,267.33	13,797.57	5.74
91-92	0.159506	12,663.91	2,019.97	11,653.92	5.68
92-93	0.165421	10,643.93	1,760.73	9,763.56	5.66

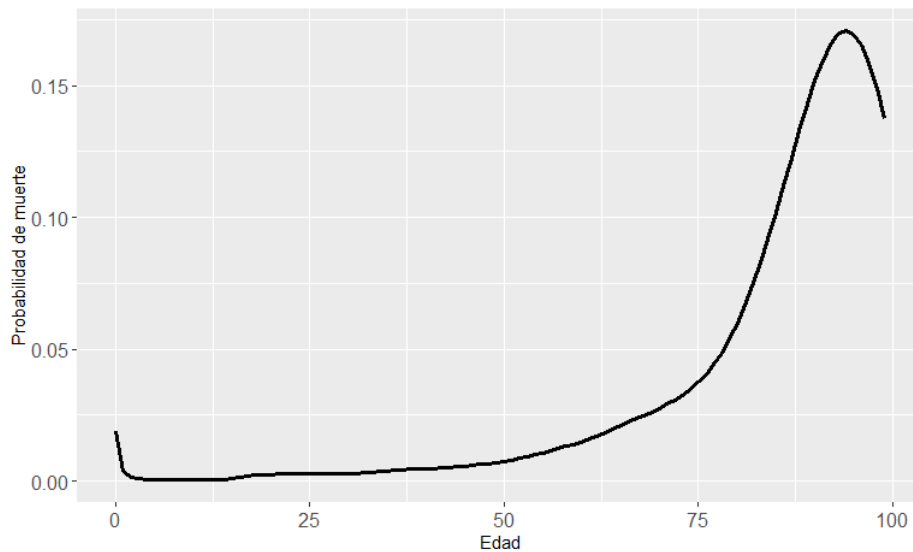
Continuación tabla XXIII.

Intervalo de edad	Proporción de mortalidad	Sobre 100,000 personas nacidas vivas	Población estacionaria	Promedio de vida restante	
Periodo de vida entre dos edades x a x+t	Proporción de personas vivas al principio del intervalo y mueren durante el intervalo	Número de personas vivas al principio del intervalo	Número de personas que mueren durante el intervalo	Número de años vividos en el intervalo	Promedio de años de vida restantes al principio del intervalo
Años	tq_x	l_x	td_x	tL_x	e_x
93-94	0.169213	8,883.20	1,503.16	8,131.62	5.68
94-95	0.170563	7,380.04	1,258.76	6,750.66	5.74
95-96	0.169240	6,121.28	1,035.97	5,603.29	5.81
96-97	0.165136	5,085.31	839.77	4,665.43	5.90
97-98	0.158287	4,245.54	672.02	3,909.53	5.96
98-99	0.148887	3,573.53	532.05	3,307.50	5.99
99-100	0.137283	3,041.47	417.54	11,537.07	5.95

Fuente: elaboración propia.

De igual manera se muestra el comportamiento de la mortalidad suavizada en la figura 33 y los cambios de población por cada edad en la figura 34 y el comportamiento de la tabla de defunciones en la figura 35 para hombres.

Figura 33. **Mortalidad suavizada en hombres**

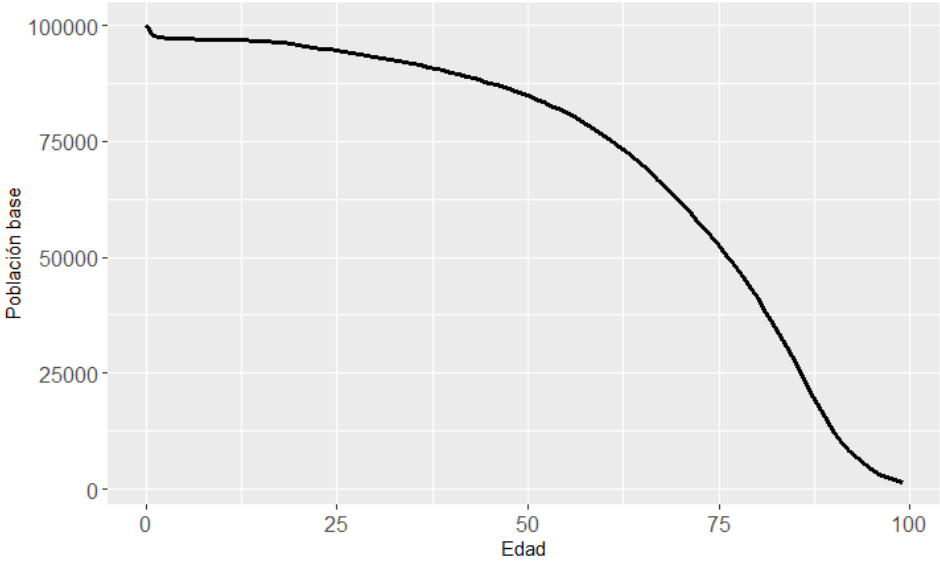


Fuente: elaboración propia.

La figura 33 muestra los datos de la mortalidad para hombres luego de ser suavizados y comprobados por criterios de información, la alta mortalidad característica de la población se mantiene, al igual que el descenso en la mortalidad en edades avanzadas.

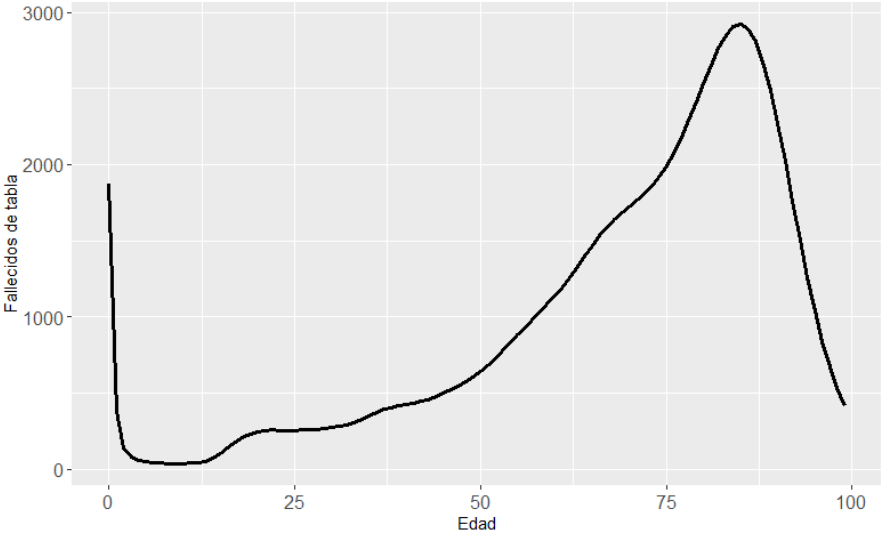
La figura 34 muestra el comportamiento de la población para hombres y mujeres, es común interpretar los cambios de curvatura en los mismos puntos donde la figura 31 tiene sus valores mínimos y máximos, no obstante, la figura 35 explica que los cambios de curvatura en la población se deben a mayor cantidad de defunciones en dichos puntos.

Figura 34. Población suavizada en hombres



Fuente: elaboración propia.

Figura 35. Defunciones suavizadas en hombres



Fuente: elaboración propia.

4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1. Análisis descriptivo de la mortalidad bruta

El análisis de la población para 2018 muestra que en Guatemala el 12 % de la población se encuentra entre los 20 a 25 años, población joven que se muestra en el bono demográfico notorio en la figura 1, la evaluación de pensiones y seguros de vida debe contrastarse con la esperanza de vida en estas edades, que considerando una población estacionaria es mayor a los 50 años, esto permite a las compañías aseguradoras establecer tarifas más competitivas considerando expectativas de vida específicas para una población, como lo mencionan Ortiz, Villegas y Zarruk (2012).

El comportamiento de los fallecidos presentado en la figura 2 muestra tendencias diferentes para hombres y mujeres, en las mujeres la cantidad de fallecidas crece a un ritmo superior a partir de los 50 años como se ve en la figura 3, mientras que en los hombres el número de fallecidos llega a los mil fallecidos anuales desde los 17 años, las mujeres sobrepasan ese número de fallecidos hasta los 53 años, vistos desde un índice de masculinidad, en Guatemala para 2018 al nacer existen 1.04 hombres por cada mujer, no obstante, a los 30 años que empieza la edad adulta el índice cae a 0.9694 hombres por cada mujer, esto puede ser debido a los diferentes riesgos a los que se encuentra expuesto cada sexo. Soysa (2014), menciona que cambios en distintos grupos como sexo es de esperar al estudiar las defunciones, debido a que la exposición del riesgo es mayor a los hombres por las tareas que ejecutan.

El análisis de los nacimientos consiste en identificar periodos en donde la cantidad difiera de los valores esperados en años anteriores, se analizaron 5 años consecutivos en busca puntos aislados que evidencien un comportamiento diferente, no obstante, los nacimientos seguían el mismo comportamiento cada año. El cálculo de la mortalidad bruta muestra características de una curva de mortalidad en cuanto a su comportamiento, similares a las presentadas por Ortega (1982), en las tablas de mortalidad para Latinoamérica, según se muestra en la figura 8, es notorio el comportamiento irregular en edades avanzadas el cual se ajusta con el modelo de graduación de Whittaker d4.

4.2. Análisis del comportamiento de la curva de mortalidad

Es indispensable mostrar gráficamente el comportamiento de la mortalidad en Guatemala, que brinda una perspectiva rápida del comportamiento en un país e identifica tendencias y comportamientos no propios de la mortalidad.

En la figura 27 se observa el comportamiento de la mortalidad para diferentes edades en hombres y mujeres, ésta tiene su punto mínimo en los 9 años con 0.00030806. La caída en la probabilidad de muerte en edades avanzadas es debido a la disminución de personas en dichos rangos de edad como se observa en la figura 28, ese valor máximo de mortalidad de las defunciones se encuentra en el rango de los 75 – 80 años, según se observa en la figura 29.

No obstante, el valor alto que se tiene en las primeras edades no es propio de una curva de mortalidad, en la figura 30 se observa el comportamiento de la mortalidad para las mujeres en diferentes edades, ésta tiene su punto mínimo en los 10 años con 0.00031554, de igual manera la caída en la mortalidad en edades avanzadas es debido a la disminución de personas en dichos rangos de edad

como se observa en la figura 31, y la mayor cantidad de muertes se presenta en edades avanzadas según se muestra en la figura 32.

En la figura 33 se observa el comportamiento de las tasas de mortalidad para los hombres en diferentes edades, con su punto mínimo en los 10 años con 0.000376 que en conjunto es más alto que el de las mujeres que para intervalo de edad tienen una tasa de mortalidad de 0.000320. Estas tasas no deben ser interpretadas individuales, es decir no significa que una mujer tiene menos riesgo que un hombre, sino más bien que el estudio de la población en conjunto indica que los hombres como grupo están bajo un mayor riesgo de mortalidad que las mujeres como grupo.

El comportamiento de la población en la figura 29 para hombres y mujeres no presenta una caída pronunciada al inicio o bien en edades menores a los 3 años, esto es importante porque identifica los avances que se han tenido como país en mortalidad infantil, es decir curvas de población con caídas pronunciadas en edades tempranas deben dirigir los esfuerzos a mortalidad infantil, además, esto se confirma con la figura 29 que presenta la cantidad de defunciones de la población estacionaria de la tabla de vida, en ella se ve que las defunciones en edad temprana alcanzan su nivel máximo en 1,722 niños para una población estacionaria de 100,000, mientras que el valor máximo de defunciones de la población ocurre a los 86 años con 3,148 fallecidos de una población estacionaria de 100,000 que considera hombres y mujeres, esto implica que como conjunto la población de hombres y mujeres muere menos en edades tempranas y vive durante más tiempo.

4.3. Análisis de adecuación gráfica de modelos

La adecuación de los modelos se mide estableciendo que la distancia del punto suavizado del modelo a la mortalidad bruta observada no exceda de 0.005 es decir de 500 muertes por arriba o por debajo de los fallecidos esperados, el modelo de Moivre se aleja de los datos de mortalidad bruta en 97 % de las mediciones, existe un acercamiento a la mortalidad bruta en los años de 77 a 79 que es donde sucede la intercepción de ambas curvas como se muestra en la figura 14. Esto indica que la distribución de Moivre no brinda un ajuste adecuado para la población guatemalteca.

La figura 15 muestra que Gompertz se acerca más a la curva de mortalidad bruta observada, en cálculo de las tasas de mortalidad usando la distribución de Gompertz se acerca en el 43 % de los puntos, mostrando gráficamente una mejor adecuación de los datos, que la prueba de hipótesis de Diebold Mariano confirma que el modelo tiene mejor adecuación de los datos que el de Gompertz, el ajuste se da principalmente en el rango desde los 2 años de edad hasta los 53 años, es decir que el modelo de Gompertz en Guatemala no es representativo para el cálculo de mortalidad infantil, ni para edades que superen los 55 años de edad.

Makeham que se muestra en la figura 16 muestra un comportamiento similar a Gompertz, esto se debe a que el modelo tiene una constante adicional a los parámetros que considera Gompertz, no obstante, la constante no es suficiente, su rango de predicción donde se acerca a los valores de mortalidad bruta observada es desde los 2 años de edad hasta los 53, al igual que Gompertz deja un vacío en los valores de mortalidad para los menores de 1 años y las personas mayores de 55 años, en la tabla XVIII que contiene los contrastes de diferencias de los modelos, se señala que Makeham y Gompertz son estadísticamente similares para Guatemala, esto señala que la mortalidad en

Guatemala para edades menores a 2 años y superiores a los 75 años son principalmente las que provocan que no se siga un comportamiento regido por las leyes de mortalidad.

Weibull que se muestra en la figura 17 se adecua en un rango mucho más pequeño que Makeham, acercándose a los datos de mortalidad bruta únicamente en 38 % de las mediciones para el rango desde los 2 años hasta los 38 años, es decir que al igual que Moivre, Gompertz. Por lo tanto, la adecuación de la mortalidad se prueba con el modelo de Whittaker-Henderson que considera movimientos atípicos de una población menor de 4 años, y cambios de mortalidad para edades superiores a los 55 años.

El modelo de Whittaker-Henderson de grado 2 se acerca a los datos de mortalidad bruta en 83 % de las veces que se mide, esto es estadísticamente significativo superior a los demás modelos como se muestra en la tabla XVIII. No obstante, el modelo de grado 2 no es capaz de adecuarse a edades menores a 2 años ni a las edades mayores a 80 años, como recomienda Ortega (1982), se aumenta el orden del modelo de Whittaker hasta lograr la adecuación de edades atípicas. La mejor adecuación de la curva de mortalidad se obtiene en el modelo de grado 3 y 4, siendo estos no diferentes estadísticamente entre sí, es criterio investigativo la elección del modelo de orden 4 ya que determina con mejor desempeño la mortalidad para edades menores de 2 años y edades avanzadas mayores de 83 años, como se muestra en la figura 23.

4.4. Interpretación de criterios de información de los modelos

El criterio de información de Akaike identificó como más parsimonioso y con el mejor ajuste al modelo de Whittaker-Henderson de grado cuatro con un valor de 202.84, en el criterio bayesiano de información obtiene un valor de 224.47, a

pesar de involucrar más parámetros que cualquier otro modelo probado estos criterios lo confirman como estadísticamente válido y superior a los demás. Esto implica que el suavizado de las tablas de mortalidad presentadas en la sección 3.3.2 utiliza un suavizado de Whittaker-Henderson para calcular esperanza de vida. Es importante mencionar que el modelo de Whittaker de grado 3 obtuvo un valor de 206.095, debido a su cercanía en el nivel de predicción comparado con el modelo de grado 3 se emplearon ambos criterios de información.

4.5. Comparación de modelos de estimación Diebold Mariano

El criterio Diebold Mariano en la sección 3.3.1, muestra la significancia de la superioridad estadística de los modelos de Whittaker sobre los presentados por las leyes de mortalidad. Es decir, los modelos de leyes de mortalidad no se ajustan a Guatemala tan bien como lo hace el modelo Whittaker de grado 4. Los contrastes son necesarios para comparar la adecuación de los modelos. A pesar de que Weibull y Moivre son los modelos más simples, Weibull aumenta la mortalidad en edades menores a los 50 años como se puede ver en la figura 17, esto provoca que no sea estadísticamente significativa su superioridad sobre ningún otro modelo. Moivre tampoco es estadísticamente superior a ningún otro modelo, su aumento de la mortalidad aumenta demasiado tarde hasta edades superiores a los 85 años como se observa en la figura 14.

Las distribuciones de Makeham y Gompertz aumentan la mortalidad en los 26 años como se observa en la figura 15 y 16, su adecuación se aleja de la mortalidad bruta observada para el rango de los 50 -75 años, la adecuación alcanzada para las edades menores a 50 años lo hacen significativamente superior a los modelos de Moivre y Gompertz con un valor α del 10 %, no obstante, no existe una diferencia estadísticamente significativa entre ellos.

Con la adecuación de las técnicas de suavizado sobre cualquier ley de mortalidad para cada sexo además es posible evidenciar como Makeham y Gompertz que son de la misma familia de curva tienen una superioridad sobre Moivre, que es el modelo más simple de mortalidad, estos valores definen que Guatemala se acerca más a una distribución de Makeham en leyes de mortalidad que a cualquier otra ley de mortalidad.

4.6. Análisis descriptivo de la mortalidad ajustada

La mortalidad se ajusta a un modelo de Whittaker-Henderson de grado 4 mostrado en la ecuación 3, ajustando los parámetros de ponderación de la mortalidad bruta observada, y un valor lambda de suavizado de 1/40. Además el modelo obtiene el menor valor como criterio de información es decir el modelo que mejor ajuste y parsimonia presenta entre los estudiados.

Según se observa en la figura 20 el modelo de orden 4, se aleja de las observaciones en edades menores a 1 año y edades arriba de los 85 años, no obstante, brinda suavidad a la curva de mortalidad, cumpliendo así con el supuesto de una curva de mortalidad según Ortega (1982).

La mortalidad para Guatemala que se muestra en la tabla XXI es el resultado del suavizado de orden 4 sobre una población estacionaria con base de 100,000 personas, con el modelo elegido es posible determinar la esperanza de vida al nacer, la cual es de 73.71 años para 2018 en hombres y mujeres. Según Naciones Unidas (2019), se proyecta una esperanza de vida de la región de América Latina y el Caribe de 75.2 años, esto implica que la esperanza de vida en Guatemala se encuentra por debajo de la tasa regional. Esto brinda un parámetro de esperanza de vida a partir de cualquier edad que puede ser considerado en la tarificación de primas de seguros de vida, es decir el riesgo

asumido en un seguro de vida debe considerar que en conjunto la población guatemalteca vive 76.29 años las mujeres y 71.02 años los hombres.

Según datos de Naciones Unidas la diferencia de la región se encuentra en 6.46 años, la mayor esperanza de vida de la región es de 85.4 años para mujeres y de 78.9 años para hombres, lo cual da un panorama a las autoridades de salud para el fortalecimiento de los programas que busquen mejoras en las condiciones de vida y así alcanzar los valores regionales.

La mortalidad para mujeres en Guatemala se muestra en la tabla XXII, el cual es el resultado del suavizado de orden 4 sobre una población estacionaria base de 100,000 personas, la esperanza de vida al nacer del conjunto de mujeres guatemaltecas es de 76.29 años y la esperanza de vida al nacer de los hombres es de 71.02 años, esto implica una diferencia de 5.27 años entre sexos, lo cual se interpreta como un menor riesgo en asegurar pólizas de vida a mujeres, es decir el costo de la prima debería ser menor al de asegurar en un póliza de vida a los hombres.

Las tablas de vida de la sección 3.3.2., son indispensables para el cálculo de tablas biométricas que estimen el valor de las primas en los productos financieros, ya que esto permite una valoración suficiente de los riesgos que asumen las aseguradoras de vida con sus asegurados, la metodología elaborada con fundamento estadístico actuarial permite una adecuada monitorización del riesgo y una valoración adecuada de provisiones técnicas.

CONCLUSIONES

1. El modelo de Whittaker-Henderson con un valor $\lambda = 1/40$ y $d = 4$, describe el comportamiento de la mortalidad de una forma continua, determinando una esperanza de vida de 76.29 años para mujeres, de 71.01 años para hombres y de 73.71 años combinado, además muestra los valores de probabilidad de muerte para cada edad por medio de una tabla de vida en edades simples.
2. Las tasas de mortalidad bruta se calcularon usando la información de tres cohortes para nacimientos, población y defunciones, a excepción de las edades de 0 a 2 años que por sesgo en datos censales en edades tempranas se consideraron nacimientos y defunciones únicamente, la curva de mortalidad muestra valores altos al nacer cayendo en su punto más bajo en los 10-11 años para mujeres, y 9-10 años para hombres, mientras que la mortalidad más alta se presenta en edades de 86-87 años en mujeres y en 85-86 años para los hombres.
3. El modelo más adecuado para suavizar los datos de mortalidad bruta en Guatemala es el de Whittaker Henderson con los parámetros de $\lambda = 1/40$ y $d = 4$, se determinó su adecuación por medio del criterio de información bayesiano y el criterio de Akaike, ambos coinciden que Whittaker presenta más información con menos parámetros.

4. Por medio de una prueba Diebold Mariano con un valor de significancia del 10 % se contrastaron los modelos entre sí, considerando las diferencias en los errores medios con los datos de mortalidad bruta, identificando al modelo de Whittaker Henderson con $\lambda = 1/40$ y $d = 4$ como el que menor sumatoria de errores medios presenta.

RECOMENDACIONES

1. Actualizar y registrar, por parte de las aseguradoras, cada año posterior los cambios en la mortalidad usando tablas abreviadas en los años intermedios hasta que ocurra el próximo censo en Guatemala, pues se calculó una tabla de vida en edades simples para Guatemala en 2018.
2. Calcular, las autoridades de salud, los cambios en la mortalidad para cada rango de edad luego de crisis epidemiológicas en la población y así evidenciar el impacto que ha tenido en cada cohorte, puesto que la tabla de mortalidad se calculó con estadísticas vitales de 2009-2018 y del censo poblacional efectuado en 2018.
3. Evaluar el comportamiento de la mortalidad en cada región de Guatemala o bien en cada grupo asegurado para identificar diferencias en tasas de mortalidad que adecuen de mejor manera el riesgo en las pólizas de vida.

REFERENCIAS

1. Alonso, A. (2010). *Predicción de tablas de mortalidad dinámicas mediante un procedimiento bootstrap* (tesis de maestría). Universidad Carlos III de Madrid, Madrid. España. Recuperado de <https://app.mapfre.com/ccm/content/documentos/fundacion/cs-seguro/libros/prediccion-de-tablas-de-mortalidad-dinamicas-mediante-un-procedimiento-bootstrap-124.pdf>
2. Benchimol, A. (2016). *Proyección de tablas de mortalidad dinámicas y análisis actuarial del riesgo de longevidad* (tesis doctoral). Universidad Carlos III de Madrid, Madrid. España. Recuperado de https://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/24033/Tesis_andres_benchimol_2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y
3. Booth, H., y Tickle, L. (2008). Mortality Modelling and Forecasting: A review of Methods. *Annals of Actuarial Science*, 3(1), 3-43. Recuperado de <https://www.cambridge.org/core/journals/annals-of-actuarial-science/article/mortality-modelling-and-forecasting-a-review-of-methods/6C045DF8515E3A2012D5E4650B06B7FF>
4. Brouhns, N., Denuit, M., y Vermunt, J. (2002). *A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables*. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31(1), 373-393. Recuperado de http://pagesperso.univ-brest.fr/~ailliot/doc_cours/M1EURIA/regression/Poisson.pdf

5. Comisión Económica para América Latina y el Caribe. (2017). *Observatorio Demográfico América Latina y el Caribe*. Recuperado de <https://repositorio.cepal.org.pdf>
6. Currie, I. (2006). Smoothing and Forecasting Mortality Rates with P-splines. *SAGE journals*, 4(1),279-298. Recuperado de <https://journals.sagepub.com/doi/10.1191/1471082X04st080oa>
7. Currie, I. (2013). *Fitting models of mortality with generalized linear and non-linear models*. Department of Actuarial Mathematics and Statistics, 1(1), 1-28. Recuperado de http://www.macs.hw.ac.uk/~iain/research/Paper_2013.pdf
8. Debon, A. y Sala, R. (2010). *Tablas dinámicas de mortalidad y supervivencia* (tesis de maestría). Universidad de Valencia, Valencia, España. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/26428291_Tablas_dinamicas_de_mortalidad_y_supervivencia
9. Dickson, D. (2009). *Actuarial Mathematics for life contingent risks*. Edinburg, UK: Cambridge University Press. Recuperado de [http://mech.math.msu.su/~falin/files/Dickson,Hardy,Waters\(2009\)Actuarial_Mathematics_for_Life_Contigent_Risks.pdf](http://mech.math.msu.su/~falin/files/Dickson,Hardy,Waters(2009)Actuarial_Mathematics_for_Life_Contigent_Risks.pdf)
10. Diebold, F. y Mariano. R. (1995). *Comparing Predictive Accuracy*. *Journal of Business and Economic Statistics*, 13(1), 253-263. Recuperado de <https://EconPapers.repec.org/RePEc:bes:jnlbes:v:13:y:1995:i:3:p:253-63>

11. Fabozzi, F., Focardi, S. y Svetlozar, T. (2014). *Model selection criterion. Econometrics, The Basic of Financial Econometrics*, 1(1), 399-403. Recuperado de <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781118856406>
12. Fernández, A. (2009). *Graduación de la mortalidad en Andalucía con modelos de mortalidad con heterogeneidad inobservable*. Researchgate, 1(1), 23-50. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/38293024>
13. Flici, F. y Planchet, F. (2019). *Experience prospective life table for the Algerian reitrees*. Risks, 7(38), 2-21. Recuperado de <https://www.mdpi.com/2227-9091/7/2/38>
14. Girosi, F. y King, G. (2007). *Understanding the Lee Carter Mortality Forecasting Method*. Harvard basic research in the social sciences, 1(1). Recuperado de <https://gking.harvard.edu/files/gking/files/lc.pdf>
15. Instituto Nacional de Estadística Guatemala. (2020). *Estimaciones y proyecciones nacionales de población, metodología y principales resultados*. Recuperado de <https://www.censopoblacion.gt/documentacion>
16. Missov, T. y Lenart, A. (2013). *Gompertz - Makeham life expectancies: Expressions and applications*. Theoretical Population Biology, 90(1) 29 -35. Recuperado de <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/24084064/>
17. Montesinos, L. (2014). *Construcción de tablas dinámicas de mortalidad mediante el método de Lee Carter y su aplicación en el análisis*

actuarial (tesis de maestría). Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú. Recuperado de <https://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/20.500.12672/4206>

18. Olshansky, S. y Carnes, B. (1997). *Ever since Gompertz. Demography*, 34(1), 1-15. Recuperado de <https://link.springer.com/article/10.2307/2061656>.
19. Ortega, A. (1982). *Tablas de mortalidad, San José*, Costa Rica: Centro Latinoamericano de Demografía. Recuperado de https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/8718/S8200608_es.pdf.
20. Ortiz, F. Villegas, A. y Zarruk, A. (2012). *Tablas de mortalidad, evolución en el sector asegurador colombiano*. Universidad Externado de Colombia. Recuperado de <https://www.uexternado.edu.co/wp-content/uploads/2017/02/MyE5.pdf>.
21. Pociello, E. (2000). *Modelización y cobertura de operaciones actuariales en colectivos con múltiples estados* (tesis doctoral). Universidad de Barcelona, Barcelona. España. Recuperado de <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/42112/1/TOL222.pdf>.
22. Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. (2018). *Índice e indicadores de desarrollo humano*. Recuperado de http://hdr.undp.org/sites/default/files/2018_human_development_statistical_update_es.pdf.

23. Renshaw, A. y Haberman, S. (2006). *A cohort-based extension to the Lee Carter model for mortality reduction factors*. Insurance: Mathematics and Economics, (38) 1, 556-570. Recuperado de <https://bendixcarstensen.com/APC/Renshaw.2006.pdf>.
24. Shryock, H. (1997). *The methods and materials of demography*. Estados Unidos: Elsevier. Recuperado de <https://www.elsevier.com/books/the-methods-and-materials-of-demography/shryock/978-0-12-641150-8>.
25. Slud, E. (2001). *Actuarial Mathematics and Life Table Statistics. Maryland*, Estados Unidos: Universidad of Maryland. Recuperado de <https://www.math.umd.edu/~slud/s470/BookChaps/01Book.pdf>.
26. Soysa, H. (2014). *Estimating parameters of Makeham's law of mortality*. (tesis de maestría). University of Moratuwa, Moratuwa. Sri Lanka. Recuperado de <http://dl.lib.mrt.ac.lk/handle/123/10500>.
27. Steute, D. (2013). *Stochastic Mortality Modelling and Management of Longevity Risk with Pricing and Reserving Applications to Annuity Products* (tesis de maestría). Universidad Duisburg-Essen, Deisburgo. Alemania. Recuperado de <https://www.semanticscholar.org/paper/Stochastic-Mortality-Modelling-and-Management-of-to-Steuten/fddad5022ba0fa4263b6f1ad5e15fdeb068f5725>.

28. Vargas, A. (2015). *La mortalidad y la longevidad en la cuantificación del riesgo actuarial para la población de México* (tesis doctoral). Universidad de Barcelona, Barcelona, España. Recuperado de https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/301629/AOV_TESIS.pdf?sequence=6.xml.

29. Yuen, K. (1997). *Comments on some parametric models for mortality tables*. *Journal of Actuarial Practice*. 5(2), 253-263. Recuperado de <https://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=https://www.google.com/&httpsredir=1&article=1105&context=joap>.

APENDICES

Apéndice 1. Nacimientos evaluados

Año	Total	Hombres	Mujeres
2018	383,263	194,923	188,340
2017	381,664	194,506	187,158
2016	390,382	198,516	191,866
2015	391,425	198,750	192,675
2014	386,195	196,685	189,510

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 2. Población censada por sexo

Edad	Sexo		Total
	Hombre	Mujer	
0	195,548	186,916	382,464
1	193,723	185,479	379,202
2	192,765	184,642	377,407
3	191,915	183,888	375,803
4	191,176	183,243	374,419
5	189,602	181,816	371,418
6	187,370	179,779	367,149
7	186,717	179,267	365,984
8	184,191	176,974	361,165
9	183,535	176,475	360,010

Continuación apéndice 2.

Edad	Sexo		Total
	Hombre	Mujer	
10	182,874	175,978	358,852
11	182,189	175,472	357,661
12	181,478	174,979	356,457
13	180,732	174,484	355,216
14	179,903	173,940	353,843
15	178,938	173,280	352,218
16	184,729	179,170	363,899
17	187,851	182,575	370,426
18	186,100	181,376	367,476
19	178,486	174,613	353,099
20	173,668	170,623	344,291
21	168,697	166,552	335,249
22	165,864	164,573	330,437
23	162,671	162,236	324,907
24	159,118	159,431	318,549
25	155,134	156,135	311,269
26	150,856	152,469	303,325
27	146,262	148,430	294,692
28	141,325	144,067	285,392
29	136,091	139,487	275,578
30	130,671	134,793	265,464
31	125,169	130,082	255,251
32	119,727	125,447	245,174
33	114,474	120,971	235,445

Continuación apéndice 2.

Edad	Sexo		Total
	Hombre	Mujer	
34	109,503	116,691	226,194
35	104,845	112,649	217,494
36	100,535	108,883	209,418
37	96,432	105,315	201,747
38	92,617	102,065	194,682
39	88,921	98,979	187,900
40	85,290	95,975	181,265
41	81,713	93,000	174,713
42	78,207	89,990	168,197
43	74,801	86,904	161,705
44	71,525	83,730	155,255
45	68,360	80,251	148,611
46	65,285	76,913	142,198
47	62,291	73,542	135,833
48	59,402	70,230	129,632
49	56,614	67,053	123,667
50	53,949	64,064	118,013
51	51,390	61,258	112,648
52	48,961	58,627	107,588
53	46,701	56,163	102,864
54	44,687	54,232	98,919
55	42,858	52,074	94,932
56	41,134	49,980	91,114

Continuación apéndice 2.

Edad	Sexo		Total
	Hombre	Mujer	
57	39,481	47,932	87,413
58	37,864	45,922	83,786
59	36,277	43,968	80,245
60	34,729	42,063	76,792
61	33,216	40,218	73,434
62	31,749	38,437	70,186
63	30,337	36,713	67,050
64	29,012	35,047	64,059
65	27,771	33,444	61,215
66	26,603	31,886	58,489
67	25,484	30,361	55,845
68	24,310	28,812	53,122
69	23,296	27,391	50,687
70	22,267	25,991	48,258
71	21,191	24,585	45,776
72	20,065	23,152	43,217
73	18,909	21,696	40,605
74	17,738	20,247	37,985
75	16,574	18,831	35,405
76	15,417	17,466	32,883
77	14,275	16,155	30,430
78	13,152	14,896	28,048
79	12,047	13,689	25,736
80	10,989	12,543	23,532

Continuación apéndice 2.

Edad	Sexo		
	Hombre	Mujer	Total
81	9,969	11,443	21,412
82	8,984	10,381	19,365
83	8,033	9,356	17,389
84	7,130	8,379	15,509
85	6,287	7,453	13,740
86	5,506	6,583	12,089
87	4,783	5,768	10,551
88	4,123	5,006	9,129
89	3,518	4,302	7,820
90	2,975	3,655	6,630
91	2,451	3,046	5,497
92	1,992	2,511	4,503
93	1,595	2,037	3,632
94	1,258	1,627	2,885
95	976	1,277	2,253
96	746	986	1,732
97	559	748	1,307
98	413	556	969
99	299	404	703
100 o más	627	1,230	1,857
Total	8,050,547	8,296,403	16,346,950

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 3. Defunciones por año

Edad	2016		2017		2018	
	Sexo		Sexo		Sexo	
	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer
0	4,750	3,616	4,408	3,218	4 285	3 279
1	838	750	687	615	657	575
2	300	265	278	230	239	221
3	174	119	134	143	146	118
4	102	114	108	101	109	93
5	100	72	83	87	88	81
6	60	68	91	64	82	76
7	89	55	63	54	85	63
8	71	57	53	69	57	60
9	68	54	70	62	67	52
10	81	70	67	40	68	48
11	76	53	67	61	69	53
12	78	69	73	57	73	74
13	98	89	102	78	63	89
14	144	90	115	105	138	94
15	192	127	207	130	161	104
16	260	168	295	154	241	123
17	334	144	352	157	317	127
18	393	173	385	139	344	157
19	437	134	473	135	394	126
20	451	175	492	170	438	142
21	456	123	445	146	428	153

Continuación apéndice 3.

Edad	2016		2017		2018	
	Sexo		Sexo		Sexo	
	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer
22	451	124	454	143	431	137
23	429	136	434	132	422	154
24	434	168	436	140	383	123
25	438	128	416	126	436	121
26	387	148	402	147	392	137
27	420	131	406	137	371	129
28	401	142	395	142	411	142
29	363	141	394	160	380	131
30	368	157	414	145	392	142
31	389	140	358	151	349	128
32	387	171	364	155	358	165
33	427	155	335	145	358	147
34	395	150	394	168	343	166
35	402	203	417	185	411	185
36	436	190	396	156	408	201
37	408	205	408	185	414	211
38	425	176	379	201	404	179
39	411	181	394	192	393	210
40	382	192	440	189	435	225
41	417	204	370	203	388	238
42	363	212	406	216	363	224
43	377	203	338	218	418	241
44	405	227	355	221	373	239

Continuación apéndice 3.

Edad	2016		2017		2018	
	Sexo		Sexo		Sexo	
	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer
45	418	231	384	228	429	249
46	383	267	399	222	436	252
47	358	222	388	236	358	268
48	407	258	383	273	361	296
49	391	280	409	303	398	273
50	419	297	408	277	421	291
51	392	317	407	310	434	284
52	406	308	404	324	453	351
53	456	340	428	333	434	347
54	443	352	433	375	433	422
55	521	398	442	365	427	381
56	514	446	458	396	482	447
57	496	401	502	427	482	466
58	479	484	475	472	524	452
59	496	448	491	459	566	492
60	486	469	471	472	537	508
61	534	524	502	491	516	527
62	557	492	541	465	531	509
63	528	520	547	511	591	626
64	591	517	533	530	611	579
65	581	566	616	537	620	580
66	577	581	566	505	616	590

Continuación apéndice 3.

Edad	2016		2017		2018	
	Sexo		Sexo		Sexo	
	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer
67	605	560	591	558	591	618
68	596	562	577	589	689	597
69	569	563	634	583	663	672
70	580	585	586	591	626	692
71	642	560	591	568	692	609
72	634	555	622	567	670	655
73	573	547	610	573	611	612
74	586	531	643	585	637	641
75	617	568	632	519	633	620
76	665	662	588	636	582	589
77	650	630	704	664	640	637
78	645	660	707	669	671	655
79	647	676	657	650	662	698
80	710	706	700	681	685	700
81	678	670	712	718	673	659
82	625	595	695	666	663	713
83	691	654	671	671	682	712
84	662	779	655	651	680	718
85	686	743	683	735	643	687
86	708	650	698	750	636	672
87	652	630	678	670	642	737
88	572	644	599	639	627	636
89	534	544	527	624	520	556

Continuación apéndice 3.

Edad	2016		2017		2018	
	Sexo		Sexo		Sexo	
	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer	Hombre	Mujer
90	439	522	496	565	530	565
91	362	429	408	513	450	490
92	299	391	334	374	342	447
93	280	340	267	308	290	345
94	229	243	237	314	251	287
95	151	208	183	240	210	244
96	144	176	156	155	135	188
97	91	106	111	144	93	130
98	68	81	86	112	88	109
99 +	94	159	148	183	133	201
NA	283	182	200	152	202	123
Total	46,267	36,298	45,726	36,000	45,784	37,287

Fuente: elaboración propia.

ANEXOS

Anexo 1. Omisión censal

Censo	Total	Hombres	Mujeres
1950	9.5	9.4	9.7
1964	7.1	7.3	6.8
1973	11.4	11.9	10.8
1981	13.8	14.2	13.4
1994	16.6	17.6	15.6
2002	8.3	9.6	7.0
2018	9.0	10.4	7.6

Fuente: Instituto Nacional de Estadística Guatemala ([INE], 2018).

Anexo 2. Omisión censal por edad

Edad	Total	Hombres	Mujeres
0-4	11.1	12.1	7.6
5-14	8.9	9.6	10.1
15-29	10.6	13.9	8.2
30-49	11.8	13.8	7.4
50-64	-1.9	-5.0	10.1
65 +	-1.2	-4.0	0.6
Total	9.0	10.4	7.6

Fuente: INE (2018).