



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Estudios de Postgrado
Maestría en Estructuras

**ESTUDIO ANALÍTICO DE TENSO ESTRUCTURAS BASADAS EN MEMBRANAS DE
ÚLTIMA GENERACIÓN, PARA CUBIERTAS DE RECINTOS ABIERTOS**

MSc. Ing. Cristián Enrique Larios Aguilar
Asesorado por: MSc. Ing. Luis Erique García Villeda

Guatemala, octubre 2023

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTUDIO ANALÍTICO DE TENSO ESTRUCTURAS BASADAS EN MEMBRANAS DE
ÚLTIMA GENERACIÓN, PARA CUBIERTAS DE RECINTOS ABIERTOS**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

MSC. ING. CRISTIÁN ENRIQUE LARIOS AGUILAR
ASESORADO POR MSC. ING. LUIS ENRIQUE GARCÍA VILLEDA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

MAESTRO EN ESTRUCTURAS

GUATEMALA, OCTUBRE 2023

UNIVERSIDA DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. José Francisco Gómez Rivera (a. i.)
VOCAL II	Ing. Mario Renato Escobedo Martínez
VOCAL III	Ing. José Milton De León Bran
VOCAL IV	Br. Kevin Vladimir Cruz Lorente
VOCAL V	Br. Fernando José Paz González
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXÁMEN GENERAL PRIVADO

DECANA	Inga. Aurelia Anabela Cordova Estrada
EXAMINADOR	Ing. Edgar Darío Álvarez Cotí
EXAMINADOR	Ing. Pedro Miguel Martínez Guerra
EXAMINADOR	Ing. Armando Fuentes Roca
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

ESTUDIO ANALÍTICO DE TENSO ESTRUCTURAS BASADAS EN MEMBRANAS DE ÚLTIMA GENERACIÓN, PARA CUBIERTAS DE RECINTOS ABIERTOS

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Estudios de Postgrado, con fecha 12 de noviembre 2020.

A handwritten signature in black ink, consisting of a large, stylized 'C' followed by a series of loops and a long, sweeping horizontal stroke extending to the right.

M Sc. Ing. Cristián Enrique Larios Aguilar



Decanato
Facultad de Ingeniería
24189101- 24189102
secretariadecanato@ingenieria.usac.edu.gt

LNG.DECANATO.OI.688.2023

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Estudios de Posgrado, al Trabajo de Graduación titulado: **ESTUDIO ANALÍTICO DE TENSO ESTRUCTURAS BASADAS EN MEMBRANAS DE ÚLTIMA GENERACIÓN, PARA CUBIERTAS DE RECINTOS ABIERTOS**, presentado por: **MSc. Ing. Cristián Enrique Larios Aguilar**, que pertenece al programa de Maestría en ciencias en Estructuras después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:

Ing. José Francisco Gómez Rivera

Decano a.i.

Guatemala, octubre de 2023

JFGR/gaoc



Guatemala, octubre de 2023

LNG.EEP.OI.688.2023

En mi calidad de Directora de la Escuela de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer el dictamen del asesor, verificar la aprobación del Coordinador de Maestría y la aprobación del Área de Lingüística al trabajo de graduación titulado:

“ESTUDIO ANÁLITICO DE TENSO ESTRUCTURAS BASADAS EN MEMBRANAS DE ÚLTIMA GENERACIÓN, PARA CUBIERTAS DE RECINTOS ABIERTOS”

presentado por **MSc. Ing. Cristián Enrique Larios Aguilar** correspondiente al programa de **Maestría en ciencias en Estructuras**; apruebo y autorizo el mismo.

Atentamente,

“Id y Enseñad a Todos”



Mtra. Inga. Aurelia Anabela Cordova Estrada
Directora

Escuela de Estudios de Postgrado
Facultad de Ingeniería



Guatemala, 30 de octubre de 2021

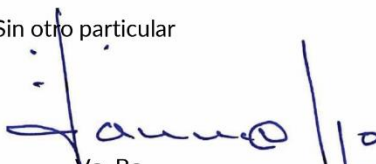
MSc. Ing Edgar Álvarez Cotí
Director, Escuela de Estudios de Postgrado
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala
Presente

Por este medio informo a usted, que se ha revisado y APROBADO la siguiente TESIS DE GRADUACIÓN titulado: "ESTUDIO ANALÍTICO DE TENSO ESTRUCTURAS BASADAS EN MEMBRANAS DE ÚLTIMA GENERACIÓN, PARA CUBIERTAS DE RECINTOS ABIERTOS" del estudiante Cristian Enrique Larios Aguilar, quien se identifica con numero de carné 8715684, del programa de Maestría en Estructuras.

Con base en la evaluación realizada, se hace constar que se ha evaluado la calidad, validez, pertinencia y coherencia de los resultados obtenidos en el trabajo presentado y según lo establecido en el Normativo de Tesis y Trabajos de Graduación aprobado por Junta Directiva de la Facultad de Ingeniería Punto Sexto inciso 6.10 del Acta 04-2014 de sesión celebrada el 04 de febrero de 2014.

Por lo anterior, se entrega con la presente, la hoja de evaluación aprobada por el docente del curso y toda la documentación administrativa de respaldo, para su aprobación correspondiente por parte de la Escuela de Estudios de Postgrado.

Sin otro particular


Yo. Bo.
Msc. Ing. Armando Fuentes Roca
Coordinador Área Estructuras
Escuela de Estudios de Postgrado
Facultad de Ingeniería

Guatemala, 30 de octubre de 2021

MSc. Ing. Edgar Álvarez Cotí
Director de la Escuela de Estudios de Postgrado
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala
Presente

Por este medio informo a usted, que, como ASESOR, he revisado y aprobado la siguiente **TÉSIS DE GRADUACIÓN** del (la) alumno (a):

Carné:	8715684
Alumno:	Cristian Enrique Larios Aguilar
Maestría:	Estructuras
Título de la Investigación:	Estudio analítico de tenso estructuras basadas en membranas de última generación, para cubiertas de recintos abiertos.

En este sentido, extendiendo el Visto Bueno correspondiente, para el cumplimiento de requisitos de la Escuela de Estudios de Postgrado, de la Facultad de Ingeniería, de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

Asimismo, se hace constar que el estudiante cumplió con el pago de los honorarios profesionales de asesoría de dicha tesis de graduación.

Sin otro particular,



Msc. Ing. Luis Enrique García Villeda
Asesor

ACTO QUE DEDICO A:

Dios	Lo más importante para mi
Mi esposa Ingrid	El amor e impulso de mi vida
Mi madre	Porque creyó que yo podía
Mi padre	Quien me enseñó a no quedarme estancado
Mis hijos	Que amo con todo mi corazón

AGRADECIMIENTOS A:

Dios	Por amarme como nadie y darme la capacidad de llegar más lejos.
Ingrid Moys	Por apoyarme como nadie
Mis dos hijos	Por la motivación que me dan constantemente
Ing. Luis García	Por su asesoría para este trabajo
Universidad de San Carlos de Guatemala	Por darme la oportunidad de completar este reto

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	III
LISTA DE SÍMBOLOS	VII
GLOSARIO.....	IX
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	XI
OBJETIVOS.....	XIII
HIPÓTESIS.....	XV
RESUMEN DEL MARCO METODOLÓGICO	XVII
INTRODUCCIÓN	XIX
1. MARCO CONCEPTUAL.....	1
1.1. Membranas tensadas.....	5
1.1.1. Materiales de nueva generación	7
1.1.2. Resistencia al fuego	9
1.1.3. Resistencia a la tensión de cables	10
1.1.4. Resistencia a la tensión de membranas.....	15
1.1.5. Resistencia a la abrasión	18
1.1.6. Resistencia a los rayos ultravioleta UV	19
1.1.7. Resistencia a los cambios de temperatura.....	20
1.1.8. Huella ecológica	20
1.2. Normativas.....	21
1.2.1. Normativas internacionales	21
1.2.2. Normativa nacional.....	22
2. ANÁLISIS ESTRUCTURAL.....	31
2.1. Geometría de las superficies tensadas	31

2.1.1.	Superficies sinclásticas	33
2.1.2.	Superficies planares.....	34
2.1.3.	Superficies anticlásticas	35
2.1.4.	Búsqueda de forma	38
2.1.5.	Código computacional para la búsqueda de forma	53
2.1.6.	Maquetas de geometría	63
2.2.	Cargas muertas	65
2.3.	Cargas vivas.....	65
2.3.1.	Cargas de lluvia	65
2.3.2.	Cargas de tefra	66
2.3.3.	Cargas de viento	66
3.	ANÁLISIS ESTRUCTURAL PARA LA TIPOLOGÍA	79
3.1.	Pretensado de superficies textiles	79
3.2.	Método de elementos finitos	90
3.2.1.	Diseño de superficies anticlásticas	94
3.2.2.	Análisis de cables tensados	96
3.2.3.	Análisis de otras estructuras	100
3.2.4.	Mástiles	102
4.	COMPARATIVAS DE DISEÑO	105
4.1.	Ejemplos de diseño estructural usando normativa y simulación.....	105
4.1.1.	Ejemplo de diseño de estructura No. 1	105
4.1.2.	Ejemplo de diseño de estructura No 2	111
4.1.3.	Ejemplo de diseño de estructura No. 3	137
5.	DISCUSIÓN DE RESULTADOS	149
	CONCLUSIONES.....	151
	RECOMENDACIONES	153
	REFERENCIAS	155

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

Figura 1.	Partes de la tela para membranas.....	8
Figura 2.	Máquina de ensayo de desgaste	19
Figura 3.	Viento sobre superficie sinclástica con chimenea.....	28
Figura 4.	Viento sobre superficies anticlásticas	29
Figura 5.	Superficies sinclástica, planar y anticlástica	32
Figura 6.	Superficie sinclástica	34
Figura 7.	Superficie planar.....	35
Figura 8.	Superficie anticlástica de paraboloides hiperbólicos	36
Figura 9.	Superficie anticlástica de arco	36
Figura 10.	Superficie anticlástica de doble arco	37
Figura 11.	Detalle de mallado de 9 nodos	39
Figura 12.	Superficie anticlástica de 9 nodos	45
Figura 13.	Figura de 3D de 9 nodos	46
Figura 14.	Mallado de 49 nodos.....	47
Figura 15.	Figura 3D de 49 nodos	51
Figura 16.	Figura 3D de 49 nodos mejorada	52
Figura 17.	Definición de numeración de mallado computacional.....	54
Figura 18.	Figura 3D de 400 nodos, ejemplo computacional.....	61
Figura 19.	Figura 3D de 99 nodos, ejemplo con arco	63
Figura 20.	Maqueta anticlástica de paraboloides hiperbólicos	64
Figura 21.	Mapa de zonificación de velocidad del viento.....	67
Figura 22.	Simulación de túnel de viento, superficie anticlástica	69
Figura 23.	Coeficiente de temperatura, superficie anticlástica,.....	70
Figura 24.	Fuerzas sobre superficie anticlástica	71

Figura 25.	Simulación de túnel de viento.....	72
Figura 26.	Aumento de velocidad sobre superficie.....	73
Figura 27.	Presión superficial positiva	74
Figura 28.	Presión superficial negativa.....	75
Figura 29.	Fuerza de succión resultante	76
Figura 30.	Velocidad del viento alrededor de modelo.....	77
Figura 31.	Forma determinada por código computacional y las fuerzas resultantes en sus nodos fijos	80
Figura 32.	Modelo en Sap2000®.....	84
Figura 33.	Detalle de tensores y su anclaje.....	88
Figura 34.	Diagrama de flujo del proceso de diseño	89
Figura 35.	Coordenadas nodales (i,j,k).....	91
Figura 36.	Sistema estructural ejemplo	93
Figura 37.	Cálculo de membrana por MEF.....	95
Figura 38.	Ángulos x-y.....	98
Figura 39.	Alineación de cables en planta.....	99
Figura 40.	Foto de membrana tensada suscrita en arcos	101
Figura 41.	Análisis de arcos para membranas tensadas.....	102
Figura 42.	Mástil lateral	103
Figura 43.	Análisis de mástiles laterales	104
Figura 44.	Estructura No 1	106
Figura 45.	Análisis estructural elementos de estructura No. 1	107
Figura 46.	Revisión de mástil tubo de 3" cédula 40.....	109
Figura 47.	Marcos en arco para visera de estadio.....	112
Figura 48.	Búsqueda de forma	117
Figura 49.	Dibujo de la búsqueda de forma entre los tres arcos establecidos	118
Figura 50.	Estadio con visera de membrana tensada	119
Figura 51.	Planta de visera de membrana tensada para estadio	120

Figura 52.	Presiones de viento generales en estadio	121
Figura 53.	Presiones de viento en membrana tensada.....	122
Figura 54.	Velocidad de viento según altura	123
Figura 55.	Presión de viento en primer tramo de membrana.....	124
Figura 56.	Estructura de soporte.....	136
Figura 57.	Nodos de estructura tipo circo	138
Figura 58.	Estructura tipo circo	139
Figura 59.	Fuerzas de viento para estructura No. 3.....	140
Figura 60.	Modelo de la estructura tipo circo	141
Figura 61.	Tubo del mástil por usar	147

TABLAS

Tabla 1.	Materiales para membranas tensadas.....	6
Tabla 2.	Resistencias de cables	11
Tabla 3.	Resistencia de membranas de última generación	16
Tabla 4.	Probeta Urdimbre.....	17
Tabla 5.	Probeta Trama	18
Tabla 6.	Factores C_q	24
Tabla 7.	Matriz de conectividad	40
Tabla 8.	Coordenadas de nodos fijos	43
Tabla 9.	Coordenadas de nodos sueltos	44
Tabla 10.	Coordenadas de mallado de 49 nodos	48
Tabla 11.	Coordenadas de nodos fijos, para ejemplo computacional.....	60
Tabla 12.	Coordenadas de nodos fijos de ejemplo con arco	62
Tabla 13.	Factor de fuerzas resultantes en los nodos fijos	81
Tabla 14.	Fuerza general resultante de viento.....	82
Tabla 15.	Tensión final en nodos debido a viento.....	82
Tabla 16.	Tensión final en los nodos debido a lluvia	85

Tabla 17.	Tensión final en los nodos debido a tefra	86
Tabla 18.	Tensiones máximas en cada nodo fijo	87
Tabla 19.	Factor de diseño de membrana.....	96
Tabla 20.	Ángulos de tensión en nodos fijos	97
Tabla 21.	Fuerza axial en mástiles	107
Tabla 22.	Fuerzas totales por combinación.....	108
Tabla 23.	Tensiones en cables.....	110
Tabla 24.	Tensión debido a combinaciones AGIES 2018	110
Tabla 25.	Coordenadas de nodos fijos de arco No. 1	113
Tabla 26.	Coordenadas de nodos fijos de arco No.2	114
Tabla 27.	Coordenadas de nodos fijos arco No.3	116
Tabla 28.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido al viento	125
Tabla 29.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido al viento	126
Tabla 30.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido a la lluvia.....	127
Tabla 31.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido a la lluvia.....	128
Tabla 32.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido a tefra	129
Tabla 33.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido a tefra	130
Tabla 34.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido a la carga muerta..	131
Tabla 35.	Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido a la carga muerta..	132
Tabla 36.	Fuerzas máximas de tensión de membrana arco 1	133
Tabla 37.	Fuerzas máximas de tensión de membrana arco 2	134
Tabla 38.	Nodos fijos estructura No 3.	137
Tabla 39.	Reacciones debido al viento.....	142
Tabla 40.	Reacciones debido a la lluvia	143
Tabla 41.	Reacciones debido a la tefra	144
Tabla 42.	Determinación de fuerza de pretensión general	145
Tabla 43.	Combinaciones AGIES.....	146
Tabla 44.	Compresión debido a pretensión de nodos	147
Tabla 45:	Comparativa simulación de túnel de viento y AGIES	150

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
x_s	Coordenadas en x de los nodos fijos
x_f	Coordenadas en x de los nodos sueltos
y_s	Coordenadas en y de los nodos fijos
y_f	Coordenadas en y de los nodos sueltos
z_s	Coordenadas en z de los nodos fijos
z_f	Coordenadas en z de los nodos sueltos
k	Factor de curvatura gaussiana
C_{ez}	Factor de exposición y altura para diseño de viento
I_c	Factor de importancia de la obra en el diseño de viento.
C_q	Factor de forma para superficies según NSE-2-18
q_s	Fuerza distribuida calculada a raíz de la velocidad del viento.
P_z	Fuerza resultante de los vientos aplicados.
C	Matriz de conectividad
C_s	Matriz de conectividad de los nodos fijos o con restricción.
C_f	Matriz de conectividad de los nodos sueltos
Q	Matriz de densidad de fuerza
K	Matriz de rigidez
E_{trama}	Módulo de elasticidad del tejido a lo largo de la trama
$E_{urdimbre}$	Módulo de elasticidad del tejido a lo largo de la urdimbre.

n	Número de nodos del mallado de la matriz de conectividad
r	Número de ramas del mallado de la matriz de conectividad.
r₁	Radio de curvatura básico
r₂	Radio de curvatura secundario
q_i	Tensión unitaria de las ramas del mallado

GLOSARIO

Análisis estructural	Es el proceso de cálculo y determinación de los efectos de las cargas y las fuerzas internas en una estructura.
CFD	Dinámica de fluidos computacional
FDM	Método de densidad de fuerzas
Geometría	Es la ciencia que estudia las líneas, planos y formas y su relación entre sí.
Mallado	Configuración imaginaria que define las superficies, dividiéndolas para su análisis.
Matriz	Arreglo matemático bidimensional de expresiones ordenadas.
Membranas	Son superficies de tela, fabricadas de distintos materiales que soportan esfuerzos de tensión.
Pretensión	Es la fuerza de tensión a la que debe someterse mecánicamente una membrana para que soporte cargas perpendiculares a su superficie.

Tensoestructuras	Son todas aquellas estructuras basadas en elementos que trabajan únicamente a tensión.
Tipología	Tipos o modelos que clasifican las estructuras
Trama	Conjunto de hilos que se extienden perpendiculares a la urdimbre.
Urdimbre	Conjunto de hilos paralelos que se extienden a lo largo de la tela.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desconocimiento del sistema constructivo de cubiertas livianas con tenso estructuras basadas en membranas de última generación, limita su utilización en nuestro medio.

El desconocimiento de un tema, cualquiera este sea, generalmente tiene que ver con razones parecidas, no importando el área de la ingeniería, donde la innovación tecnológica va en aumento progresivo, dejando atrás a los profesionales que no se actualizan constantemente.

Además de todo esto se añade el hecho que son los países desarrollados los que van a la vanguardia de los avances en la innovación de sistemas de construcción, y en nuestro medio existe muy poco o nada de acceso a la divulgación y capacitación de estos.

Por otra parte, la oposición al cambio de los métodos tradicionales constructivos son un desafío para cualquier profesional que se ha acomodado en el conocimiento adquirido hasta el momento, redundando en la carencia de interés en aquello que es innovador.

Obviamente, la raíz es la falta de capacitación y divulgación sobre el conocimiento de sistemas de membranas tensadas de última generación, ha faltado información valiosa, acerca de las ventajas y capacidades que puede ofrecer esta tipología estructural. Y es así, que, en la medida que se desconoce, por ejemplo, la capacidad y duración de las telas fabricadas actualmente, así

como, que puede ser una buena solución ecológica para recintos abiertos de gran belleza, no se ha querido aprender a utilizar este sistema constructivo.

Por lo anterior, se formula la interrogante principal:

- ¿Cuáles son las normas o lineamientos que debemos seguir en nuestro medio para poder calcular eficientemente los sistemas de membranas tensadas?

Y las siguientes preguntas secundarias:

- ¿Qué métodos de diseño estructural son los adecuados para nuestro país en el análisis específico de las membranas tensadas?
- ¿En qué forma ejercen los vientos sus fuerzas en este tipo de estructuras?
- ¿Qué fuerzas de reacción producen los esfuerzos internos del sistema, en aquellas estructuras o suelos donde se realicen?

OBJETIVOS

General

Identificar los criterios técnicos de diseño y construcción de las cubiertas livianas con tenso estructuras basadas en membranas de última generación y las ventajas de su utilización.

Específicos

1. Promover el uso de esta tipología arquitectónica, en Guatemala
2. Incentivar la implementación de normas estructurales para este sistema constructivo.
3. Identificar las cualidades de esta tipología, para disminuir el impacto ecológico en nuestras construcciones tradicionales para recintos abiertos
4. Describir las ventajas estructurales y de durabilidad de los tipos de telas de última generación.
5. Brindar una herramienta técnica para decidir el uso de esta tipología en cubiertas de recintos abiertos.

HIPÓTESIS

La utilización de modelos de viento en el diseño estructural específico de membranas tensadas de forma catenoide, proveerá resultados más eficientes que utilizando la norma NSE-2-2018. (Método correlacional).

RESÚMEN DEL MARCO METODOLÓGICO

La metodología del trabajo será “correlacional” ya que se va a encontrar relación entre el diseño estructural de membranas tensadas, realizado mediante las normas limitadas existentes en nuestro medio, y la simulación por medio de ordenadores de las fuerzas aplicadas al modelo.

Así mismo requerirá una investigación “descriptiva” debido a que tenemos que describir cómo afecta la geometría de las superficies en las fuerzas internas de cada elemento estructural del sistema.

Y por último una investigación “explicativa” ya que debemos definir porqué ocurren las distintas diferencias de análisis entre el viento normado y el viento determinado por túneles simulados de viento, así como las diferencias sustanciales debido a la forma geométrica de las superficies utilizadas en estos sistemas.

El diseño de la investigación será “No experimental” ya que únicamente se observarán las reacciones básicas debido a simulaciones informáticas y el análisis de elementos finitos definidos en las distintas geometrías de caras superficiales curvas. La variable “El viento” variará de acuerdo con factores generales que ya han sido considerados en la normativa nacional, tales como, exposición y velocidad, así como factores específicos que resultarán de la forma e influencia de la ráfaga definida en un análisis simulado de túnel de viento, lo cual dependerá de la otra variable importante que será la geometría de la superficie.

El viento será una variable dependiente y la variable geometría de la superficie será la variable independiente.

Los indicadores de estas variables serán: la presión ejercida sobre la superficie, las fuerzas transmitidas a los elementos secundarios de la estructura y las deflexiones máximas aceptables.

Metodología:

- Tipo: cuantitativo y cualitativo
- Alcance: correlacional explicativa
- Diseño: no experimental

INTRODUCCIÓN

A través de los tiempos, las telas han sido utilizadas en las construcciones de cubiertas temporales, debido a su corta vida útil y la informalidad con la que se les utilizaba, no fueron objeto de su uso en obras formales, sin embargo, las nuevas tecnologías, han producido materiales altamente eficientes que han cambiado la visión estructural de esta tipología.

Hoy en día, las membranas de última generación nos han proporcionado un sistema excelente para el uso de cubiertas especiales, ofreciendo a los usuarios un sinfín de configuraciones arquitectónicas de belleza extraordinaria, para salones de reunión, pérgolas, techos para jardines, azoteas, y cubiertas de estadios deportivos entre otras aplicaciones.

Desde mediados del siglo XX el arquitecto y a su vez ingeniero civil, Otto Frei, combinando sus dos profesiones logró encontrar una forma de analizar este tipo de estructuras, utilizando las formas que la naturaleza le ofrecía (Becerra Lomonaco, 2011).

Las tenso estructuras basadas en membranas de última generación, son una tipología sumamente interesante y compleja, porque utiliza las superficies tensadas como parte integral de la estructura soportante, aprovechando la pretensión aplicada, para dar solidez a las cubiertas que soportan las cargas tanto gravitacionales como de viento, con superficies de geometría altamente variable, que se dan de acuerdo con la configuración arquitectónica propuesta.

Esta variabilidad superficial obliga al diseñador estructural a hacer un análisis previo de búsqueda de forma, con la cual poder realizar sus cálculos de una manera precisa. Convirtiendo al viento y a la geometría en dos variables sumamente importantes a tomar en cuenta, en el análisis estructural final para definir cada elemento de nuestra tipología.

El presente trabajo, es un análisis técnico de las estructuras basadas en membranas de última generación, que define tanto geometrías como las fuerzas aplicadas en el diseño estructural de las mismas, determinando procedimientos generales que se pueden llevar a cabo en cualquier configuración arquitectónica.

La búsqueda de forma, en el presente trabajo, se solucionó utilizando como base el Método de Densidad de Fuerzas, [Force Density Method] (Pauletti, 2008), parametrizando la geometría de acuerdo con las fuerzas unitarias dadas en un conjunto de redes definidas entre los distintos nodos propuestos, completando un mallado delimitado entre nodos, tal como se les llama a los puntos donde se unen las líneas del mismo, y un conjunto de ramas, que son las líneas del mallado, dándonos como resultado las coordenadas finales para cada uno de los puntos de la superficie.

Con estas coordenadas se pudo dibujar la geometría final de cualquier superficie propuesta, corroborada con una maqueta realizada con hilos de algodón tensados en una estructura de madera, para una superficie anticlástica, de paraboloides hiperbólicos, la cual coincidió totalmente con la forma encontrada para esta configuración.

Entre más nodos se propusieron, más exactitud se mostró en la forma geométrica final de nuestros mallados. Sin embargo, la gran cantidad de nodos ingresados para lograr dicha precisión hizo demasiado laboriosa la búsqueda de

forma de las geometrías propuestas. Por lo tanto, y para aprovechar la tecnología disponible, se creó un algoritmo matemático, para ingresar cada uno de los datos conocidos, por medio de un código computacional, definido con el software Matlab®, haciendo un mallado específico, mediante un cuadriculado superficial propuesto, basado en el diseño arquitectónico visto en planta, numerando cada uno de sus nodos, desde la parte inferior de la configuración del mallado, hacia su parte superior, y así mismo, desde la derecha del mallado hacia la izquierda del mismo y complementando, de esa misma manera con las ramas diagonales, que serán utilizables para cada sistema superficial geométrico que se requiera.

Logrando así una serie de áreas triangulares entrelazadas, que arman la forma de la figura.

Al tener la geometría final definida mediante la búsqueda de forma computacional para cualquier tipo de tenso-estructura, se logró recabar toda la información necesaria para realizar los análisis respectivos de las membranas arquitectónicamente propuestas.

Se utilizó la norma ASCE SEI 55-10 de la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles (American Society of Civil Engineers), para poder ver los procedimientos básicos de diseño y sus factores de seguridad ya establecidos, en una de las únicas normas para membranas tensadas existentes en el mundo, ya que en Europa aún se está revisando una norma preliminar y en Guatemala no se tiene ninguna.

Estas membranas son fabricadas con telas especiales, tejidas con fibras de gran capacidad a la tensión y recubiertas con tecnología avanzada, con bajo peso propio y larga vida útil, con lo cual se pueden realizar cubiertas de grandes

luces y sumamente livianas, ideales para poder realizar una gran cantidad de diseños arquitectónicos sofisticados y complejos.

Algo que se considera vital para determinar finalmente la estructura de nuestras membranas, después de la búsqueda de forma, es la “pretensión”, con la cual se dará estabilidad a las telas. Esta pretensión será siempre calculada con base en las reacciones en los nodos fijos de cada una de las cargas involucradas en el sistema, amplificadas por medio de los factores de seguridad preestablecidos.

Dentro de estas cargas aplicables, la que más influye en este sistema es la del viento, por lo tanto, fue necesario establecerla con la mejor exactitud posible, y tener así un diseño eficiente que lograra cumplir con la seguridad estructural requerida y la economía necesaria que debe satisfacerse, al mismo tiempo. Es por esto, que se hizo indispensable en el presente trabajo, hacer una revisión mediante CFD (computational fluid dynamics), y comparar sus resultados con los que se puede utilizar la norma guatemalteca de AGIES NSE-2-2020 en lo que respecta a dicha carga específica.

Se propusieron tres estructuras de forma particular, para poder plantear un proceso general de diseño para sistemas tensados, utilizando configuraciones arquitectónicas distintas.

La primera estructura que se propuso fue definida a base de una superficie membranal anticlásica de paraboloides invertidos, que es de las más conocidas en esta configuración arquitectónica, de cuatro nodos fijos, los cuales serían tensados por medio de dos mástiles atirantados, colocados en las esquinas opuestas de esta.

La segunda estructura que se propuso fue una visera para un estadio a 40 m de altura, desde el suelo, con lo cual se pudo revisar las fuerzas resultantes del viento en estos niveles de presión, utilizando arcos metálicos como marcos principales, anclados de manera empotrada a los graderíos existentes, los cuales soportarán las tensiones provocadas por la succión del viento y por supuesto, por la pretensión de la lona.

La tercera estructura que se propuso, fue una carpa tipo circo, con anclajes a piso, donde se consideró la pretensión, definida en un mástil central el cual se diseñó con un apoyo articulado en su parte inferior.

Ya obtenidas las coordenadas de cada uno de los nodos del mallado, mediante la búsqueda de forma programada, se introdujeron estas en el software de elementos finitos Sap2000®, asignando también las cargas vivas que tendrán su influencia en el sistema, calculándose sus reacciones en los nodos fijos. Estas reacciones se resumieron encontrando las de valor máximo, calculadas con los factores de seguridad definidos en la norma ASCE SEI 55-10, dando como resultado el valor de la pretensión.

Esta pretensión se aplicó en cada uno de los nodos fijos, con lo cual y de acuerdo con las tablas de diseño de los fabricantes de las membranas, se pudo corroborar el tipo de tela por utilizar.

Estas tensiones aplicadas en los puntos definidos en los nodos fijos sirvieron a su vez, para calcular los mástiles en el caso de las estructuras No.1 y No.2, que trabajan a compresión; las tensiones de los cables que atirantan los mástiles en el caso de la estructura No.1, y finalmente las fuerzas de tensión en la tela membranal.

Todo esto dio como resultado tres marcos comparativos con lo cual podemos proponer un procedimiento sistemático que puede utilizarse para cualquier tipo de estructura de membranas tensadas, así como un anexo a la norma NSE-2-2020 donde se sugiera utilizar las simulaciones de túnel de viento para poder definir los diseños estructurales de tenso estructuras, basadas en membranas de última generación.

1. MARCO CONCEPTUAL

Las tenso estructuras basadas en membranas de última generación, son un sistema que aprovecha la tensión de sus membranas como base para soportar las cargas aplicadas, complementadas así mismo, por miembros que trabajan a tensión y otros a tensión-compresión, con el fin de trasladar dichas cargas a sus bases de anclaje.

Las membranas generalmente son telas de alta resistencia y capacidad contra las inclemencias de la intemperie y sus inclemencias, las cuales se han perfeccionado junto con la tecnología.

Las telas, desde tiempos inmemoriales, a lo largo de la historia de la humanidad, han sido una excelente cobertura provisional para el hombre, las cuales fueron utilizadas por nuestros ancestros para tiendas temporales, entre otras cosas.

Sin embargo y con el pasar de los años, este tipo de cobertura ha ido evolucionando de la mano del avance de la tecnología, produciendo así un sistema de cobertura sofisticado, que utiliza además de las telas, cables de acero, postes metálicos y cualquier otro tipo de materiales para dar la forma arquitectónica requerida, siendo utilizadas para cubiertas de belleza excepcional para estadios deportivos, bibliotecas, y amplias zonas de reunión de personas, ya que debido a sus capacidades estéticas y amigables para el medio ambiente, se convierten en una opción sumamente aplicable en este sentido.

En el transcurso de los años y debido en parte a su carácter temporal, como a su complejidad analítica, esta tipología de construcción, no fue considerada por la arquitectura ni la ingeniería moderna, dejando rezagados los avances tecnológicos del sistema hasta el siglo XX, cuando los científicos, Vladimir Grigoryevich Shújov, Buckminster Fuller, Frank Gehry y Otto Frei, aunados a el arquitecto Antonio Gaudí, lideraron la innovación del diseño estructural arquitectónico de formas orgánicas, tal como se mencionan en los textos que se refieren a la materia en cuestión, iniciando así una revolución en la arquitectura que con figuras muy complejas, ahora eran menos complicadas de calcular.

El ingeniero ruso Vladimir Grigoryevich Shújov, fue precursor de nuevos métodos de análisis para la ingeniería estructural, que llevaron a avances de diseño de las primeras estructuras hiperboloides del mundo, así como, estructuras laminares tipo diagrid, gridshell y por supuesto, las estructuras tensadas.

Buckminster Fuller, otro de los referentes, definió que la geometría analítica de la naturaleza era sustentada en matrices tetraédricas; fue el creador de la famosa “cúpula geodésica”, y popularizó el término “Dymaxion” que utilizó para identificar gran parte de su trabajo (Yanes, 2016).

Frank Ghery, arquitecto ganador del premio Pritzker en 1989 y el premio imperial japonés en 1992, también contribuyó con su arquitectura de forma, dándole más complejidad a los análisis estructurales, siendo su mayor obra el Museo Guggenheim de Bilbao (Bilbao, 2020).

Por último, y tal vez el más importante por el tema que nos compete, uno de los principales impulsores de la arquitectura textil, fundador del Instituto para la construcción y desarrollo de estructuras ligeras en 1968, situado en Stuttgart, Alemania, pionero de este tipo de arquitectura.

Quizás su obra más conocida sea el estadio olímpico de Munich de 1972, una cubierta de metacrilato de gran complejidad y coste económico, por lo que en los años 70 del siglo pasado, comienza a trabajar con nuevos materiales sintéticos que no necesitasen de una estructura metálica de soporte, de allí que la primera estructura textil de grandes dimensiones fue el centro de actividades de la Verne College de California (Escuela Superior de Arte y Diseño de Andalucía, 2019).

El arquitecto alemán y doctor en estructuras tensadas, Otto Frei, usando el instituto de su fundación Institut Für Leichte Flächentrag-werke, fue ganador del prestigioso premio Pritzker, aunque de forma póstuma; aunque fue informado antes de su muerte. Mucho se ha publicado desde entonces sobre el pensamiento y la obra de este arquitecto que marcó un hito en la segunda mitad del siglo XX, y para muchos de nosotros un referente obligado, un hombre que abrió caminos, un investigador profundo que propuso una metodología de trabajo rigurosa a la que se integraron conocimientos y observaciones de vertientes insospechadas en su búsqueda de encontrar soluciones constructivas respetuosas y con menor impacto al medio ambiente.

Algunas fuentes del conocimiento convocadas no siempre consideradas en el ejercicio de la profesión, como la biología, paleontología, filosofía o la historia y las tradicionalmente asociadas como son la ingeniería, la física y la geodesia (Asociación Latinoamericana del Acero, 2015).

Otto hizo de sus obras una combinación entre el arte de la forma y la ingeniería estructural. Otro de sus trabajos más reconocidos además de la cubierta del estadio Olímpico de Munich de 1972, es el pabellón de Alemania en la Exposición Universal de Montreal de 1967, donde utilizando por primera vez estructuras de redes de cables y membranas sometidas a tensión, logró cubrir las luces más colosales, con el menor peso posible, porque siempre buscó optimizar las estructuras que fuesen lo más livianas posibles pero fuertes; convirtiéndose en un referente para arquitectos e ingenieros que buscan mejorar los métodos convencionales en cuanto a aspectos técnicos, económicos y ambientales.

Tenía la optimización como uno de sus objetivos primordiales, buscando la superficie mínima, de modo de utilizar la menor cantidad de material y de recursos económicos posibles, causa por la cual es considerado uno de los primeros en pensar en construcción sostenible (Becerra, 2011).

La extensa contribución del doctor Frei, no solo se sujeta a sus proyectos realizados, sino también a su obra de aportación teórica que hace mención a la metodología experimental con sus relaciones gráficas de forma y estructura.

Con respecto a la gama de tamaños posibles de todos los objetos del universo su estudio subraya la importancia de un trabajo como el realizado por Philip y Phyllis Morrison junto con Charles y Ray Eames, titulado *Potencias de diez*, libro que trata del tamaño relativo de los objetos del universo y del efecto que produce añadir otro cero, y remite también a los diagramas presentados por el biólogo Johann-Gerhard Helmcke con una visión del marco y microcosmos utilizando medios ópticos, como el microscopio electrónico en potencias progresivas de diez (González, 2005).

Es así, que dentro de los distintos tipos de estructuras que se utilizan en la actualidad, son las tensoestructuras las que más avances tecnológicos han venido aprovechando, factor este que ha redundado en su mayor utilización, principalmente para techos de recintos abiertos.

1.1. Membranas tensadas

Las membranas tensadas son parte integral de las tenso-estructuras, las cuales están basadas en materiales con grandes cualidades para soportar tensiones, pero con poca o nula capacidad de ser usadas en compresión, por lo tanto, utilizan geometrías especiales las cuales resuelven esta necesidad, evitando a toda costa la compresión de sus elementos.

Este componente de las tenso-estructuras, es sumamente versátil ya que produce estructuras autoportantes, con gran capacidad para cubrir grandes claros, y otro sin fin de ventajas arquitectónicas únicas, pues debido al pequeño espesor de las telas utilizadas, se pueden realizar cubiertas estables, agradables a la vista y con una iluminación extraordinaria, pues el sol se trasluce en cierta medida a través de los tejidos de estas, aportando así mismo una gran protección de los rayos UV.

Las membranas de última generación, convierten a las tenso-estructuras en una tipología sumamente genial, pues aprovechando la tensión para asentar su geometría, mientras la transmiten eficientemente a los demás elementos estructurales componentes de la misma, pueden cubrir grandes áreas de cubiertas, con un peso propio altamente ligero.

Los materiales utilizados en este sistema se dividen en tres tipos: Primero las Telas, que son el elemento más importante como cobertura en este sistema,

Cables, que son utilizados frecuentemente, aunque no siempre son requeridos y Mástiles que se fabrican de perfiles metálicos existentes en el mercado, de acuerdo con la siguiente tabla que incluye las normas que los rigen.

Tabla 1.

Materiales para membranas tensadas

TELAS	PROPIEDA DES FÍSICAS	PROPIEDADES IGNÍFUGAS
PES-PVC acrílico	ASTM D4851	ASTM E84 / DIN4102
PES- PVC PVDF		
FIBRA DE VIDRIO SILICONA		
FIBRA DE VIDRIO PTFE		
ETFE		
CABLES	PROPIEDADES FISICAS	
Negros	ASCE 19/ASTM A416 / ASTM A1061	
Galvanizados		
MÁSTILES	PROPIEDADES FISICAS	
Perfilería	A-36, A529, A-242, A-588, A-709, A-514, A-852, A-913 Y A-992.	

Nota. Materiales para membranas tensadas, usando datos de International, ASTM, (2022).

Donde:

PES:	Polietersulfona
PVC:	Policloruro de vinil
PVDF:	Fluoruro de polivinilideno
PTFE:	Politetrafluoroetileno
ETFE:	Politetrafluoroetileno

1.1.1. Materiales de nueva generación

Las primeras telas utilizadas para cobertura fueron de pieles de animales, posteriormente mediante los avances tecnológicos de la humanidad, se fabricaron telas tejidas por medio de fibras encontradas en la naturaleza, lo que produjo que se construyeran tiendas que tenían solamente un uso temporal, ya que estas no resistían mucho las inclemencias del tiempo.

En el siglo XIX fueron los circos los que utilizaron los tejidos en sus instalaciones, integrando las telas con mástiles y atando la cobertura al suelo, convirtiéndose en el prototipo de las que ahora se denominan membranas. (Hernández Rubio, 2016). Sin embargo, estas solamente aprovechaban la tensión que podían darle sus constructores, hacia los anclajes al suelo.

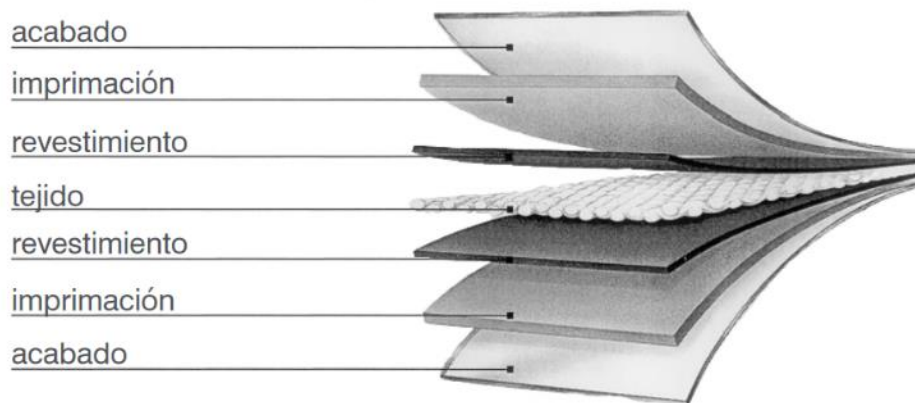
En el siglo XX se produjo un amplio avance tecnológico y analítico de las tenso-estructuras, promovido por el famoso arquitecto e ingeniero estructural Otto Frei, quien pudo idear un sinnúmero de ideas estructurales para definir las mejores formas para realizar el análisis de esta tipología de cubiertas, dando inicio a la investigación de materiales que pudieran ser capaces de ser usados, no como techos provisionales como se acostumbraba hasta ese momento, sino como techos de largos tiempos de vida útil.

Es así, que en la actualidad surgen distintos tipos de telas especiales que tienen la capacidad de soportar tanto la intemperie y sus inclemencias como la radiación solar, el fuego, la fricción de las lluvias y las tensiones a las cuales son sometidas.

Estas telas son fabricadas por hilos especiales en ambos sentidos, con tejidos entrelazados entre fibras longitudinales llamadas “urdimbre” y fibras transversales llamadas “trama”, generalmente de poliéster, nylon, politetrafluoretileno (PTFE), o polietileno de alta densidad (PEAD), las cuales son revestidas por medio de capas de refuerzo de protección para la intemperización e impermeabilización de las mismas, normalmente de cloruro de polivinilo (PVC) o silicona y un acabado final acrílico.

Figura 1.

Partes de la tela para membranas



Nota. Descripción detallada de las partes de las telas fabricadas para membranas de última generación, usando datos de Talón (2019).

Para las revisiones estructurales de las membranas se necesita el módulo de elasticidad de la tela, así como su coeficiente de Poisson, valores estos que fueron determinados mediante los ensayos de laboratorio hechos por Vallecillo, (2010) en su trabajo de denominado *Análisis teórico experimental de estructuras membranales*, donde se define extensamente las propiedades mecánicas básicas de las membranas existentes en el mercado en la actualidad, incluyendo la definición química de sus componentes. Dando resultados que nos servirán para los cálculos estructurales de las membranas bajo estudio.

Los tejidos con los cuales se fabrican estas membranas, son anisotrópicos, aunque tienen pequeñas diferencias entre trama y urdimbre, su módulo de elasticidad para la trama según estos ensayos de laboratorio indicados, es en este caso de: $E_{trama} = 215 \pm 10 \text{ MPa}$ y para la urdimbre de $E_{urdimbre} = 345 \pm 30 \text{ Mpa}$.

Así mismo, el coeficiente de Poisson de la trama quedó como 0.2861 y de la urdimbre como 0.2593 (Aragonesa de Carpas S.L.).

Con estos datos se pueden realizar los cálculos respectivos requeridos para verificar los análisis estructurales de nuestros modelos a estudiar.

1.1.2. Resistencia al fuego

Algunos de estos tejidos son elaborados con materiales inflamables, tales como el poliéster, que, aunque tiene grandes cualidades tenso-estructurales, es sumamente vulnerable al fuego, se diseñaron recubrimientos especiales que contrarrestan esta debilidad. Estos recubrimientos tienen la capacidad de soportar el fuego en cierta medida, cumpliendo con la norma estadounidense ASTM E84, en el caso de materiales producidos en Norte América, o en el caso

de las telas fabricadas en Alemania, como lo son las telas de la marca SergeFerrari®, cumpliendo con la norma DIN 4102 (Ferrari, 2021).

1.1.3. Resistencia a la tensión de cables

Con respecto al resto de materiales componentes de esta tipología, también se deben utilizar cables metálicos que tendrán que soportar las tensiones requeridas, estos cables son parte integral del sistema constructivo y servirán para transmitir las cargas de tensión que contrarrestan las de compresión de los postes o mástiles, así como para reforzar las orillas de las lonas.

Los cables son fabricados por medio de alambres entorchados que forman los torones, los cuales a su vez también son entorchados entre sí, formando un conjunto sumamente capaz de soportar grandes tensiones. Por supuesto, estos cables no podrán trabajar más que a compresión.

Dependiendo de la norma por utilizar así será el coeficiente de seguridad que se utilizará para el diseño a tensión de los cables de acero, el cual siempre será mayor a 6.

Siempre se debe tomar en cuenta el doblado de los cables produce fatiga por flexión, por lo que se debe tener una relación suficiente entre diámetro y polea.

En el mercado se puede conseguir una serie de cables, los cuales colocamos en la siguiente tabla:

Tabla 2.
Resistencias de cables

TABLA DE RESISTENCIA A LA RUPTURA Y PESOS DE LOS CABLES MAS USUALES													
Galvanizado	Tonina	Barracuda	Angula	Merluza									
negro	cobra	boa	superflex	cascabel	elefante	elefante							elevador
clasificación	6x19	6x19	6x36	6 x 36	19x7	18x7							8x19 - 8x25
Arado extra-mejorado													
alma	fibra	acero	fibra		acero		fibra		acero		fibra		
Diámetro	Resistencia a la ruptura/n	Peso: kg/m	Resistencia a la ruptura/n	Peso: kg/m	Resistencia a la ruptura/n	Peso: kg/m	Resistencia a la ruptura/n	Peso: kg/m	Resistencia a la ruptura/n	Peso: kg/m	Resistencia a la ruptura/n	Peso: kg/m	
3/16"													
1/4"	2.7	0.16	3.1	0.18	2.7	0.16	3.1	0.18					
5/16"	4.3	0.24	4.8	0.27	4.3	0.24	4.8	0.27					2.86 0.213
3/8"	6.1	0.36	6.9	0.39	6.1	0.36	6.9	0.39	6.25	0.4			4.48 0.33
7/16"	8.3	0.48	9.2	0.52	8.3	0.48	9.2	0.52	8.46	0.55			5.42 0.41
1/2"	10.7	0.63	12.1	0.68	10.7	0.63	12.1	0.68	9.8	0.67	9.8	0.64	7.57 0.56
9/16"	13.5	0.79	15.2	0.88	13.5	0.79	15.2	0.88	12.3	0.86	12.3	0.82	
5/8"	16.6	0.98	18.7	1.07	16.6	0.98	18.7	1.07	15.2	1.06	15.2	1.01	11.5 0.86
3/4"	23.8	1.41	26.7	1.55	23.8	1.41	26.7	1.55	21.8	1.52	21.8	1.44	16.2 1.22
7/8"	32.1	1.92	36.1	2.11	32.1	1.92	36.1	2.11	29.5	2.07	29.5	1.96	
1"	41.7	2.5	46.9	2.75	41.7	2.5	46.9	2.75	38.3	2.71	38.3	2.57	
1-1/8"	52.4	3.17	59	3.48	52.4	3.17	59	3.48	48.2	3.42	48.2	3.26	
Continuación de la tabla No 2													
Galvanizado	Tonina	Barracuda	Angula		Merluza								
negro	cobra	boa		superflex	cascabel	elefante	elefante	elevador					

Continuación Tabla 2.

Galvanizado	Tonina	Barracuda	Angula	Merluza	elefante		19x7		18x7		8x19 - 8x25	
negro	cobra	boa	superflex	cascabel	elefante	elefante	acero	elevador	fibra	fibra	Resist. a la ruptura	Peso: kg/m
clasificación	6x19	6x19	6x36		6 x 36		acero					
alma	fibra	acero	fibra		acero		Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Peso: kg/m
Diámetro	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Peso: kg/m	Resistencia a la ruptura	Peso: kg/m	Peso: kg/m	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Resistencia a la ruptura	Peso: kg/m
1-1/4"	645	391	43	645	391	43	725	59.1	59.1	4.02		
1-5/8"	107	6.61	7.26	107	6.61	7.26	120					
1-3/4"	124	7.66	8.44	124	7.66	8.44	139					
1-7/8"	142	8.8	9.67	142	8.8	9.67	158					
2"	160	10	11	160	10	11	180					
2-1/8"	179	11.3	12.4	179	11.3	12.4	200					
2-1/4"	200	12.7	13.9	200	12.7	13.9	224					
2-3/8"			15.5	208	14.1	15.5	249					
2-1/2"	221	15.6	17.3	221	15.6	17.3	274					
1/8"									0.603	0.048		
3/16"									1.293	0.109		
1/4"									3.016	0.18		
5/16"				4.1	0.28				5.08	0.305		
3/8"	7.5	0.46	0.46	6	0.39			4.58	6.985	0.406		
7/16"	10.2	0.58	0.58	8.1	0.52			6.25	9.43	0.594		
1/2"	13.2	0.73	0.73	10.4	0.68	8.1		8.12	12.202	0.769		
9/16"	16.8	0.94	0.94	13.2	0.88	10.7		10.3	15.876	0.999		

Continuación Tabla 2.

galvanizado	tonina	barracuda	angula	merluza	elefante	elefante							
negro	cobra	boa					elevador						
clasificación	6x19	6x19	6x36	superflex	cascabel	6 x 36	19x7	18x7	8x19 - 8x25				
Arado extra-mejorado													
alima	fibra	acero	peso kg/m	resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m	Resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m	resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m	resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m	resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m
5/8"	20.6	1.16	1.16	16.2	1.07	12.8	0.98	12.6	0.88	19.233	1.21		
3/4"	29.4	1.68	1.68	23.2	1.55	19.3	1.41	18	1.25				
7/8"	39.7	2.29	2.29	31.4	2.11	26.3	1.92	24.2	1.71				
1"	51.6	2.98	2.98	40.7	2.75	35	2.5	31.3	2.23			46.9	2.75
1-1/8"	64	3.78	64			45.1	3.17					59	3.48
1-1/4"						48.06	3.91					72.5	4.3
1-3/8"												87.1	5.21
1-1/2"												103	6.19
1-5/8"												120	7.26
1-3/4"												139	8.44
1-7/8"													
2"												180	11
2-1/8"													
2-1/4"													
1-3/8"	77.6	4.73	87.1	5.21	77.6	87.1	5.21	71.1	5.1	71.1	4.87		

Continuación de la Tabla No 2

Continuación Tabla 2.

negro	cobra	boa	superflex	cascabel	elefante	elefante	elevador					
clasificación	6x19	6x19	6x36		6 x 36		19x7	18x7	8x19 8x25	-		
	Arado extra- mejorado											
alma	fibra	acero	fibra		acero		acero	fibra	fibra			
Diámetro	resistencia a la ruptura / tons.	resistencia a la ruptura / tons.	resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m	Resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m	resistencia a la ruptura / tons.	resistencia a la ruptura / tons.	resistencia a la ruptura / tons.	peso kg/m	peso kg/m	peso kg/m
1-1/2"	91.6	103	91.6	5.63	103	6.19	84.2	84.2	84.2	5.79		
2-1/4"												
2-3/8"												
2-1/2"												

Nota. Resistencia de cables. Obtenido en CAMESA (2021). *Cables de Acero*. (<http://www.servicables.com.mx>) consultado el 30 de septiembre de 2021. De dominio público.

1.1.4. Resistencia a la tensión de membranas

Siendo la tensión, la principal característica de este tipo de estructuras, tanto los cables, como las telas componentes deben tener la capacidad de soportar las tensiones a las que serán sometidos sus materiales, así como las deformaciones constantes al extenderse y contraerse. Por lo tanto, estas telas de última generación, para membranas tensadas, están diseñadas con alta capacidad de resiliencia, con el propósito no solo de resistir las tensiones a las que constantemente serán sometidas, sino también de resistir los cambios de tensión que variará siempre con el tiempo, sin quedar deformadas debido a dichos efectos.

Para calcular la resistencia de la tensión de una membrana de última generación, siendo que estas son fabricadas mediante fibras de distintos materiales, se utilizará la siguiente fórmula:

$$\sigma = (\sigma_f)(f_f) \quad \text{Ecuación 1}$$

Fuente: (Vallecillo, 2010)

Donde σ_f es la resistencia de las fibras, f_f equivale a la fracción volumétrica de las fibras (Vallecillo, 2010).

Aunque cada fabricante publica los valores de las pruebas mecánicas realizadas, definiendo su módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson y tensión máxima de sus productos, a continuación, presentamos una tabla de resistencias y otras virtudes de las membranas existentes en el mercado.

Tabla 3.*Resistencia de membranas de última generación*

	PES-PVC Acrílico	PES-PVC PVDF	Fibra de Vidrio silicona	Fibra de vidrio PTFE	ETFE
RESISTENCIA A TRACCIÓN de trama/urdimbre (kN/m)	800/950	800/950	700/960	684/633	550
RESISTENCIA A DESGARRE de trama/urdimbre (kN/m)	115/100	115/100	100/100	100/100	200
MASA/UNIDAD superficie (g/m ²)	500-950	500-1300	500-1300	500-1300	200-350
TRANSMITANCIA ÓPTICA (%)	10-15	10-15	<80	10-20	85
COMPORTAMIENTO FRENTE AL FUEGO	Combustible No inflamable	Combustible No inflamable	No combustible	No combustible	Combustible No inflamable
AUTOLIMIEZA	baja	Media	Media	Alta	Muy alta
EXPECTATIVA DE VIDA (años)	15-20	15-20	>25	>25	>25
Coste (euros/m ²)	3.5-5.5	5.5-11.5	50	55	30-120

Nota. Resistencia de membranas de última generación. Obtenido de Cerdá Talón (2019).
Membranas para estructuras superficiales tensadas.
https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/115286/memoria_20451381.pdf?sequence=1&isAllowed=y
 (consultado el 30 de septiembre de 2021. De dominio público.

La tensión es el factor más importante en las membranas, pero también es la fuerza que más complicaciones físicas produce para nuestro análisis estructural, ya que, debido a las tensiones axiales en las fibras, habrá también deformaciones que también tendrán una relación proporcional a las mismas, las cuales estarán de acuerdo con una constante elástica, y como las membranas son fabricadas con materiales anisotrópicos, tendrán dos distintos módulos de elasticidad, uno para la urdimbre y otro para la trama, por lo tanto así también tendrá dos tipos de capacidades estructurales, las cuales tenemos que tener en cuenta al realizar los cálculos de las tensiones máximas capaces de soportar (Vallecillo, 2010).

A continuación, se presenta un resumen de una serie de muestreos de tensión para membranas de Poliamida 6.6 (PA66) con recubrimiento de PVC (Polivinil-cloruro) y Poliuretano, que realizara Raúl Vallecillo Ascariz.

Tabla 4.

Probeta Urdimbre

Probeta de Urdimbre			
Probeta	Carga rotura (Mpa)	Tensión rotura s_1 (N)	Alargamiento rotura E_g s_1
1	1,690.00	120.71	21.20
2	1,569.00	112.07	19.21
3	1,558.00	111.28	18.70
4	1,827.00	130.50	21.91
5	1,774.00	126.71	21.94
Prom.	1,683.60	120.25	20.59

Nota. Resultados de laboratorio para la urdimbre de una membrana. Obtenido de Vallecillo (2010). Análisis teórico experimental de estructuras membranales. (<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/10274/Memòria.pdf>) consultado el 30 de septiembre de 2021. De dominio público.

Tabla 5.*Probeta Trama*

Probeta de Trama			
Probeta	Carga rotura (Mpa)	Tensión rotura s_2 (N)	Alargamiento rotura $E_g s_2$
1	791.00	56.50	17.85
2	784.00	56.00	16.24
3	818.00	58.12	17.12
4	913.00	65.21	18.70
5	686.00	49.00	16.08
Prom.	798.40	56.97	17.20

Nota. Resultados de laboratorio para la trama de una membrana. Obtenido de Vallecillo (2010). Análisis teórico experimental de estructuras membranales. (<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/10274/Memòria.pdf>) consultado el 30 de septiembre de 2021. De dominio público.

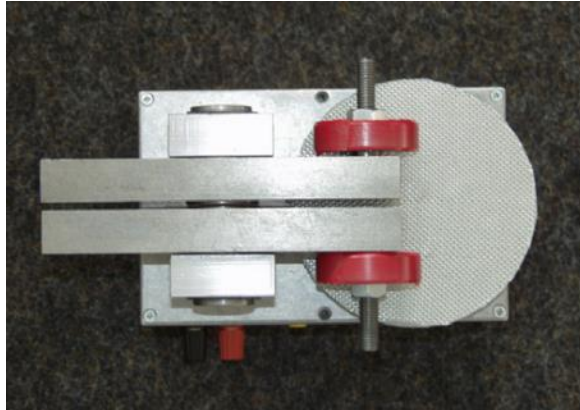
1.1.5. Resistencia a la abrasión

La abrasión es el resultado de la acción de la fricción sobre los materiales, y debido a que los materiales componentes de las tensoestructuras basadas en membranas están constantemente expuestos a la intemperie, deben tener grandes capacidades para resistir la abrasión.

Los fabricantes de este tipo de tejidos hacen constantemente los ensayos de desgaste correspondientes para cumplir con la capacidad de abrasión requerida, revisando los ciclos de desgaste que rompen la tela, usando muestras circulares de 0.10 m de diámetro (Cerdá, 2019).

Figura 2.

Máquina de ensayo de desgaste



Nota. Máquina utilizada para el ensayo de desgaste de las telas de última generación, obtenido de Cerdá Talón (2019).

1.1.6. Resistencia a los rayos ultravioleta UV

Debido al poco espesor de las telas utilizadas en las membranas tensadas, en los ambientes cubiertos con este tipo de tejidos, la luz solar trasluce en cierta medida las fibras, sin embargo, y debido a la forma de fabricación de las mismas, estas tienen alta capacidad de protección contra los rayos dañinos del sol, lo que las convierte en una de las mejores opciones de cubiertas iluminadas que pueden existir en el mercado, mucho mejor que las láminas transparentes las cuales deben ser tratadas especialmente con películas especiales para cumplir con dicha protección (Ferrari, 2021).

1.1.7. Resistencia a los cambios de temperatura

Tanto las telas utilizadas en la construcción de las tenso-estructuras, como los cables metálicos añadidos a la misma, deberán resistir ampliamente los cambios de temperatura, ya que, debido a estos, las tensiones pueden variar muchísimo, deformando la estructura, por lo que, al hacer variar sus dimensiones, también se hacen variar los niveles de tensión (Quivira, 2009).

1.1.8. Huella ecológica

El impacto ecológico debido a la construcción de edificaciones en nuestro tiempo es extremadamente alarmante, por ello, tratando de recuperar un poco el daño que hasta ahora es irreparable, se han implementado muchísimas formas de hacer conciencia en nuestra generación para dejar de dañar la biocapacidad que tiene el planeta para soportar dicho impacto.

El cálculo de la huella ecológica utiliza la huella de carbono para definirse, utilizando entre otros aspectos, aquellos que van de la mano del proceso constructivo, tomando en cuenta desde la utilización de la maquinaria de construcción, hasta el combustible quemado por el supervisor en sus visitas al proyecto (SciELO, 2019).

Los proyectos de membranas tensadas tienen la ventaja de que como tienen poco peso propio, deben usar menos recursos de maquinaria que una construcción de estructuras metálicas normal, y tienen un tiempo de ejecución que se reduce considerablemente comparado con cualquier otra tipología. Por lo tanto, el consumo de cualquier tipo de combustible en el desarrollo de los mismos es mucho menor, considerando las áreas que puede cubrir (Universidad de Costa Rica, 2008).

1.2. Normativas

Tener una normativa específica para el diseño y construcción de la tipología de membranas tensadas, puede ser muy útil en nuestro país para poder asegurar su estabilidad. Aquí podremos revisar los estándares de cada elemento constructivo componente del sistema con el cual podría apoyarse para el futuro.

1.2.1. Normativas internacionales

Existen algunas normativas para estructuras tensadas tanto en Estados Unidos como en Europa, las cuales, a raíz de su utilización cada vez más frecuente, se han hecho sumamente necesarias.

Dentro de los avances de normativas que se han realizado, se tiene que, en Europa, se ha creado un comité técnico, que ya en la actualidad, a la fecha, ha aprobado las primeras redacciones del Eurocódigo para estructuras de membrana que se denominará “Eurocódigo GT-5” (TensiNet, 2004).

Por otro lado, ya en Estados Unidos, se ha publicado la normativa “ASCE-SEI-55-10”, que se implementó en el año 2010, y que también ha sido actualizada a su segunda edición denominada “ASCE-SEI-55-16”, la cual norma las estructuras tanto temporales como permanentes de esta tipología estructural, rigiendo así mismo, las características mecánicas de las telas o membranas de última generación, tanto para resistencia a tensión, como para resistencia contra el fuego y abrasión entre otras; dando una de las disposiciones más importantes dentro de lo que a las membranas se refiere, estableciendo que la capacidad de la costura debe tener un factor de seguridad de 2, es decir que estas tienen que

tener una capacidad del 200 % de la tensión máxima de servicio (American Society of Civil Engineers, 2010).

La norma ASCE-SEI-55, también refiere a la ASCE-7 en lo que respecta a cualquier tipo de carga y sus combinaciones de diseño, dando lineamientos para la determinación de las fuerzas de viento, para aquellas membranas cuya geometría no está incluida en ninguna de las normativas, utilizando túneles de viento (American Society of Civil Engineers, 2010).

Por otro lado, también existen otras normas estadounidenses que tienen mucho que ver con otro tipo de materiales que utilizamos en nuestro medio para el diseño y construcción, es así que la resistencia a la tensión de los cables metálicos estará regida por ASCE-19 (American Society of Civil Engineers, 2016).

1.2.2. Normativa nacional

La normativa nacional se ha centrado en los problemas más importantes que se tienen en la nación, principalmente aquellos que son producto del alto riesgo sísmico debido a la región en la que se encuentra, sin embargo, se ha centrado poco o casi nada en este tipo de sistemas constructivos, aunque se pueden utilizar varios puntos aplicables de esta, ya que, por ejemplo, las estructuras de membranas tensadas, por supuesto, que deben ser diseñadas con capacidad sísmica.

En primer lugar, se utilizará la norma NSE-1-2018 por completo, donde se puede encontrar la manera de calcular la categoría de ocupación de las obras, así como la supervisión estructural que se plantea en ella. Luego, así mismo, se podrá aprovechar de la norma NSE-2-2018, en su totalidad, utilizando las cargas

vivas propuestas en la misma, cargas muertas, y cargas sísmicas, para revisar cada uno de los elementos estructurales que compongan nuestras estructuras tensadas (AGIES, 2018).

Por otro lado, se utilizarán los datos definidos para las velocidades máximas de los vientos, que es el factor más importante para analizar las cargas aplicadas en esta tipología estructural, aunque, se deberá utilizar otro tipo de formulación para el cálculo de las fuerzas aplicadas a la superficie debido, ya que en nuestra normativa no existe una forma de determinar los coeficientes de empuje o succión, en formas tan complejas como las que trazan las membranas tensadas.

Nuestra norma calcula las fuerzas producidas por el viento como cargas estáticas, calculándolas a partir del coeficiente de presión (C_q). Asumiendo que la membrana sólo sufre ligeros cambios en su geometría, de modo que los cambios en los factores de C_q son lo suficientemente pequeños como para ser ignorados, sin embargo, este enfoque puede no ser apropiado, si la forma de la membrana es sensible a la deflexión. La norma guatemalteca AGIES, (2018) considera el cálculo de viento de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$P_z = C_{ez} * C_q * q_s * I_c \quad \text{Ecuación 2}$$

Fuente: (AGIES, 2018)

Donde: P_z : es la fuerza resultante por utilizar. C_{ez} : es el factor que tiene que ver con la exposición y la altura del punto bajo estudio.

q_s : que es la fuerza distribuida calculada a raíz de la velocidad del viento,

I_c : que tiene que ver con la importancia de la obra y por último el más importante de todos...

Cq: que tiene que ver con la forma, pero que considera únicamente superficies planas, tanto inclinadas como perpendiculares, las cuales para nada se acercan a las geometrías curvas que generalmente utiliza esta tipología de superficies tensadas, por lo tanto, es aquí donde se encontrará la discordancia de la utilización del código.

En la tabla siguiente se muestran los factores de Cq, indicando los casos más representativos de las estructuras normalmente utilizadas en nuestro medio.

Tabla 6.
Factores Cq

Descripción	Factor Cq		
1. Sistema resistente principal	Presión sobre superficies verticales		
	Superficies a barlovento		0.8 empuje
	Superficies a Sotavento	0.5 succión	
	TECHO PLANO		
	Techo plano	0.7 succión	
	TECHO INCLINADO		
	Viento perpendicular a la cumbrera		
	Sector a Sotavento	0.7 succión	
	Sector a Barlovento		
	• Pendiente $\leq 1:6$	0.7 succión	
	• $1:6 < \text{pendiente} \leq 3:4$	0.9 succión	0.3 empuje
	• $3:4 < \text{pendiente} \leq 1:1$		0.4 empuje
	• Pendiente $> 1:1$		0.7 empuje
	Viento paralelo a la cumbrera		
	Viento paralelo	0.7 succión	

Nota. Factores Cq propuestos por la norma guatemalteca. Obtenido de AGIES (2018). *Normas de Seguridad Estructural* (<https://www.agies.org/bibliotecas/>) consultado el 10 de octubre de 2021.

Esta tabla, además, define los factores para elementos componentes de techos, paredes en áreas de discontinuidad o en áreas donde no hay discontinuidad, chimeneas, tanques, silos, torres sólidas, torres con estructura reticular abierta y otros accesorios; pero, para nada toma en cuenta las estructuras de la tipología que nos compete, aunque al final, posiblemente no sirva de nada utilizar factores para membranas, cuya geometría tiene pendientes variables a todo lo largo de la superficie.

Por lo tanto, y tal como lo dispusiera también la normativa ASCE-SEI-55, en 4.2.5, se necesitará definir acerca de las complicadas geometrías de las superficies tensadas, túneles de viento que puedan darnos los parámetros necesarios para determinar las fuerzas producidas por este.

Sin embargo, debido a los altos costos de laboratorios especializados y basados en los estudios que realizará, en los que pudo constatar por medio de distintas comparativas que las simulaciones de túneles de viento por medio de ordenador eran totalmente eficientes y precisas, podremos proponer la utilización de este tipo de software dentro de los que encontramos “Rwind simulation” y “CFD Autodesk”, entre otros.

El CFD (por sus siglas en inglés, computational fluid dynamics) dinámica de fluidos computacional, será un gran apoyo en el diseño estructural de las membranas tensadas, realizando modelos tridimensionales, donde se pueda analizar tanto comportamiento como la combinación de terreno y su entorno, esperando resultados que den una visualización estructural más clara, dando distintos resultados acerca de la forma, dirección y dimensión de las presiones superficiales y su reacción en los elementos de anclaje, cables y otras estructuras componentes, pudiéndose ver la representación gráfica del flujo del viento, así

como los niveles de contaminación, cambios de temperatura y por ende los esfuerzos internos de los materiales del sistema arquitectónico bajo estudio.

Abriéndose ampliamente la capacidad de cálculo numérico de un sinfín de formas y direcciones de los vientos, aunque viene a ser un método bastante complicado para su uso, debido a lo sofisticado de su comprensión.

Es así, que utilizando elementos finitos para el cálculo estructural y de acuerdo con los resultados del CFD, tendremos una herramienta poderosa para resolver el análisis estructural de cualquier tipo de geometría, pudiendo enumerar las ventajas de su uso con respecto a los túneles de viento, de la siguiente manera.

- Entrega parámetros tanto topoFiguras como geoFiguras
- Puede calcular distintas direcciones del viento
- Mayor rapidez de obtención de datos.
- Facilidad para hacer cambios geométricos requeridos en los resultados, dando como resultado mayor rapidez de resolución de los diseños (Hernández, 2016).

Por medio de la simulación de resortes se ha podido resolver el comportamiento de materiales complejos, tanto para rigidez como para la tracción y la flexión. La programación de los métodos utiliza sistemas de partículas, donde cada una de ellas, representa una posición y una masa definida en un resorte con rigidez axial, cuyo cálculo sigue la Ley de Elasticidad de Hooke. Los comportamientos de los materiales se definen en topologías de resortes específicas que colocan restricciones en redes variables (definidas por el usuario) de resortes de partículas, las cuales, producen un sistema donde se simulan resortes, que sirven para proporcionar rigidez a la tracción y a la flexión mientras

que otros resortes de partículas definen mallas representativas de una geometría física. En esta construcción topológica, las relaciones dentro de la condición del híbrido textil son relativas y no expresan explícitamente las descripciones de materiales seleccionados.

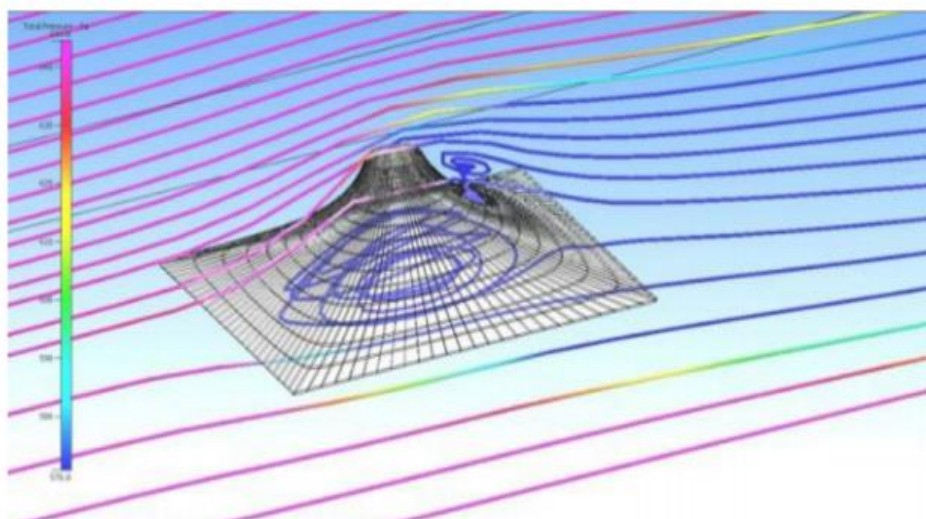
La aproximación del comportamiento mecánico para la rigidez a la flexión se captura en arreglos topológicos particulares de los resortes y las propiedades de los resortes de rigidez.

Para el estudio de las estructuras tensadas se ha establecido la utilización del método numérico primario denominado de vértice normal, para la modelización en computación gráfica, el cual ha venido siendo utilizando en la ingeniería estructural, mediante tres grados de libertad, pudiéndose calcular de manera más precisa, el comportamiento de flexión activa o elementos de viga (Lienhard, 2012).

A continuación, se muestra un par de ejemplos de modelo que simula túnel de viento, de la manera que éste interactúa con ciertas estructuras de las formas peculiares de la tipología en estudio:

Figura 3.

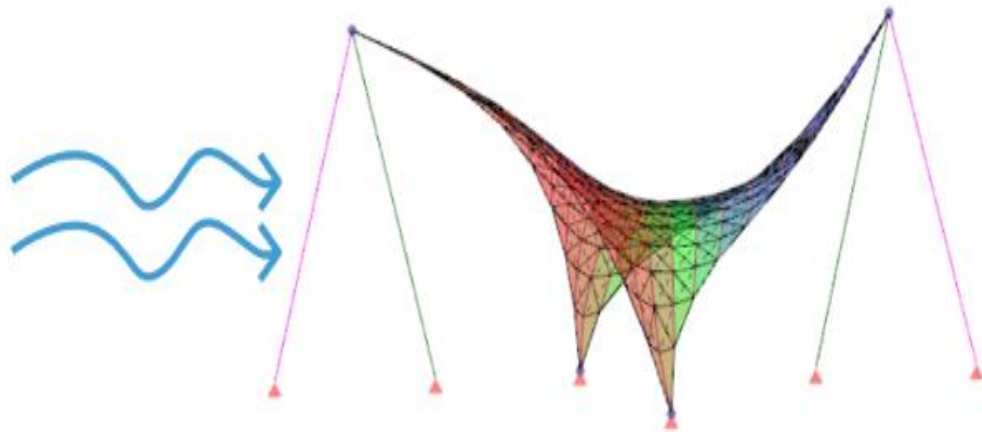
Viento sobre superficie sinclástica con chimenea



Nota. Descripción de las líneas del viento debido a la influencia de la forma geométrica sinclástica de la membrana. Obtenido de Hernández (2016) *Modelo de Análisis de Estudio de Viento para estructuras tensadas*. (<https://upcommons.upc.edu/handle/2117/103731>) consultado el 19 de septiembre de 2021. De dominio público.

Figura 4.

Viento sobre superficies anticlásticas



Nota. Descripción de las presiones del viento debido a la influencia de la forma anticlástica de la membrana, obtenido de Hernández (2016). *Modelo de Análisis de Estudio de Viento para estructuras tensadas.* (<https://upcommons.upc.edu/handle/2117/103731>) consultado el 19 de septiembre de 2021. De dominio público.

2. ANÁLISIS ESTRUCTURAL

El análisis estructural de estructuras de membranas tensadas se realizó mediante el método de elementos finitos, el cual fue de apoyo para discretizar la geometría de esta y desglosar tanto las cargas internas como las cargas externas o aplicadas sobre la estructura, utilizando el Método de Factores de Carga y Resistencia (LRFD) para revisar la resistencia de los elementos.

Ahora, el problema del tipo de geometría de las estructuras basadas en membranas tensadas es su forma, ya que esta será variable de acuerdo con las tensiones debido a las cargas externas e internas aplicadas en las telas componentes, ya sea en la urdimbre o en la trama de estas.

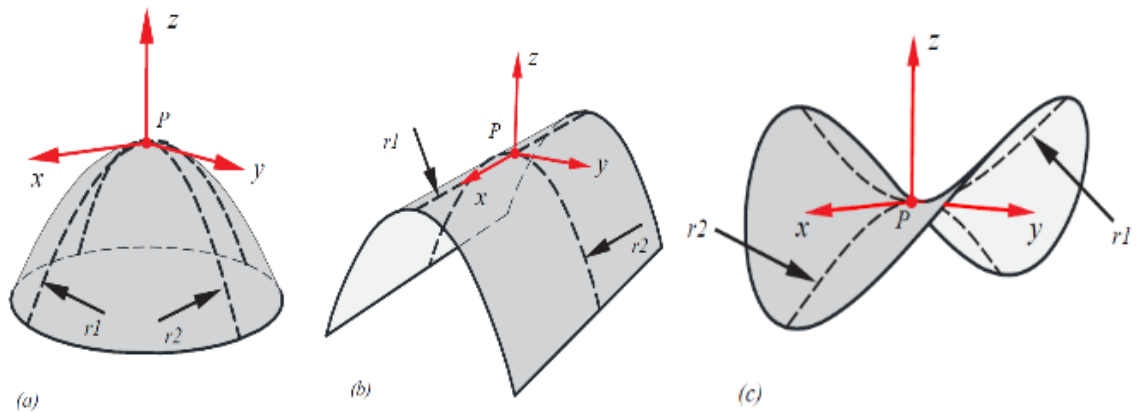
Por lo tanto, el proceso de análisis dentro de la discretización de sus elementos finitos será primordialmente su búsqueda de forma, previo al análisis de cargas.

2.1. Geometría de las superficies tensadas

Para el estudio de todos los casos de membranas tensadas, básicamente la geometría estará definida mediante las curvas gaussianas, las cuales indicarán la forma del tipo de superficie de la tela, aunque en todo caso, las superficies tenderán a producir una curva negativa debido al peso propio de la tela. A continuación, se presentan los tres tipos de superficies, Sinclástica, Planar y Anticlástica:

Figura 5.

Superficies sinclástica, planar y anticlástica



Nota. Descripción de las distintas formas geométricas existentes para membranas tensadas, obtenido de Yavuz (2019). *Tensile Membrane Structures, Form, Material and design.* (https://www.academia.edu/38298077/Tensile_Membrane_Structures) consultado el 8 de mayo de 2021.

En el caso de la superficie “sinclástica”, el punto P es el punto elíptico, y los radios de curvatura r_1 y r_2 definen curvaturas negativas. Por lo tanto, el factor de curvatura gaussiana K estará de acuerdo con la fórmula siguiente:

$$K = \frac{1}{r_1} * \frac{1}{r_2} > 0 \quad \text{Ecuación 3 (Yavuz, 2019)}$$

En el caso de la superficie Planar, el punto P es el punto parabólico, y los radios de curvatura r_1 es un radio que tiende al infinito, y r_2 que proyecta una curvatura negativa, por lo tanto:

$$K = \frac{1}{r_2} * 0 = 0 \quad \text{Ecuación 4 (Yavuz, 2019)}$$

Y por último en el caso de superficies anticlásticas, el punto P es el punto hiperbólico; el radio de curvatura r_1 define una curvatura positiva y el radio r_2 lo hace con una curvatura negativa.

$$K = \frac{1}{r_1} * \frac{1}{r_2} < 0 \quad \text{Ecuación 5 (Yavuz, 2019)}$$

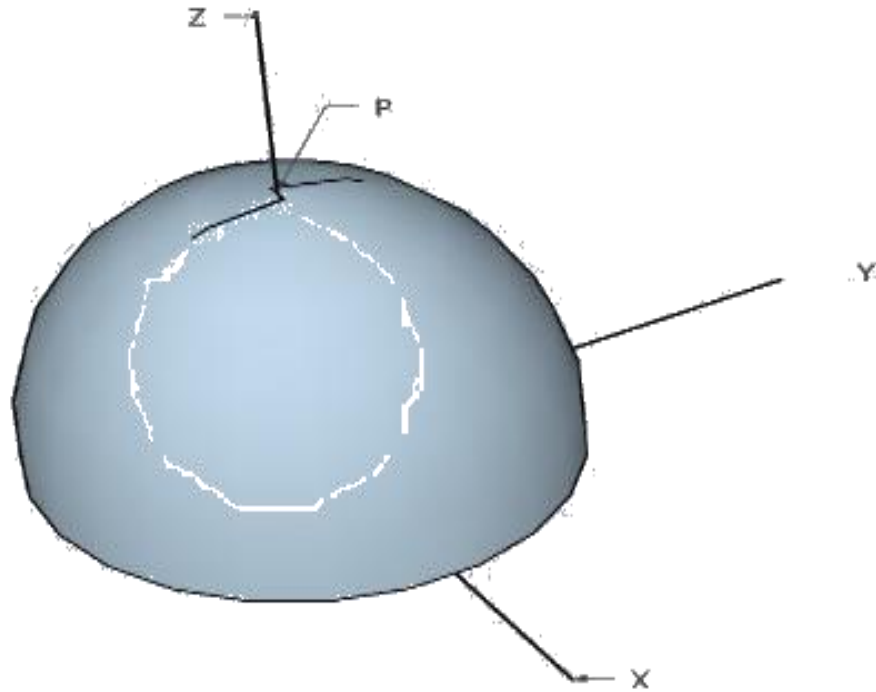
2.1.1. Superficies sinclásticas

Son las superficies con su factor de curvatura gaussiano K mayor que cero, dando como resultado techos en forma de cúpula. Este tipo de superficies generalmente se fabrican con materiales sólidos como por ejemplo el concreto armado, sin embargo, para el sistema de membranas, debido a que estas son sencillamente telas cuya forma está ligada a las fuerzas gravitacionales y las tensiones que se puedan proporcionarles a sus fibras, se podrán definir mediante varias estructuras principales en forma de arco, las cuales apoyarán para dar la forma arquitectónica requerida.

Es así, que para dar dicha forma se necesitan esos módulos extra estructurales, metálicos, de concreto armado o de madera, tal como levantamiento por medio de cables, en los cuales se apoyará la membrana, o aprovechar la implementación de presión interna, para que el cambio de presión que exista entre el interior y el exterior produzcan tal fuerza de levantamiento tal como un globo cuando es inflado.

Figura 6.

Superficie sinclástica



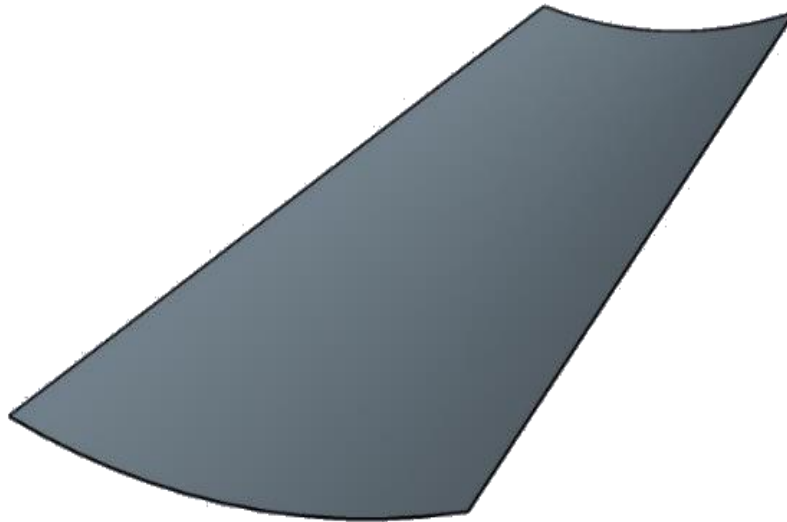
Nota. Superficie Sinclástica. Elaboración propia, realizado con SketchUp ®

2.1.2. Superficies planares

Las superficies planares, son aquellos cuyo factor de curvatura gaussiana K es igual a cero, por lo tanto, tendrán una forma muy particular circunscrita al arco producido por su único radio de curvatura. Estos techos, así como los de superficies sinclásticas, deben ser también formados por estructuras de contorno, aunque con menos restricciones, para así dar la forma requerida.

Figura 7.

Superficie planar



Nota. Superficie Planar. Elaboración propia, realizado con SketchUp ®

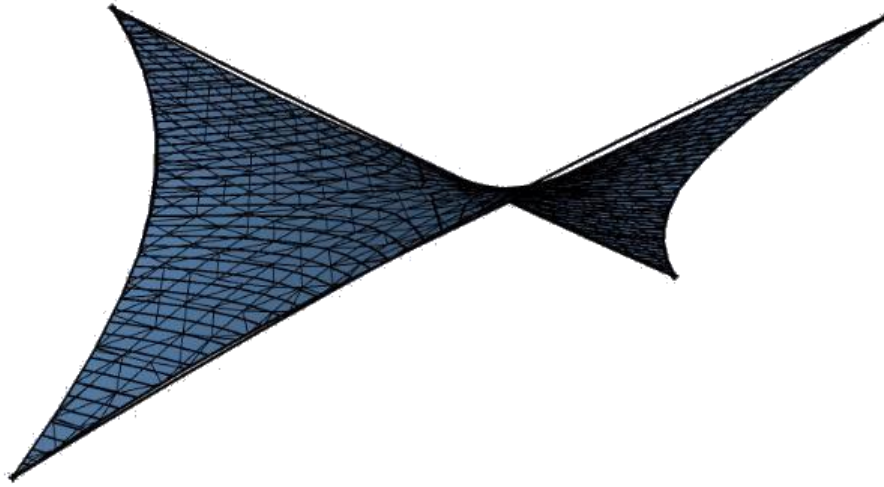
2.1.3. Superficies anticlásticas

Las superficies anticlásticas son aquellas que tienen tanto curvatura negativa como positiva, con un coeficiente de curvatura menor que cero. Estas son las superficies más utilizadas para las formas de membranas tensadas, ya que cualquier superficie de tela tensada siempre tendrá una curvatura positiva, debido al peso propio de esta, por más tensada que esta se encuentre, dándole la estructuralidad perfecta junto con la curvatura negativa, lo cual produce mayor estabilidad que en los otros tipos de superficie.

En estas superficies, se podrá ver, que cuanto más se tensa las fibras de la curva negativa, más fuerzas externas resistirán las fibras de la curva positiva. Por lo tanto, es el tipo de superficie ideal para estructurar una membrana tensada.

Figura 8.

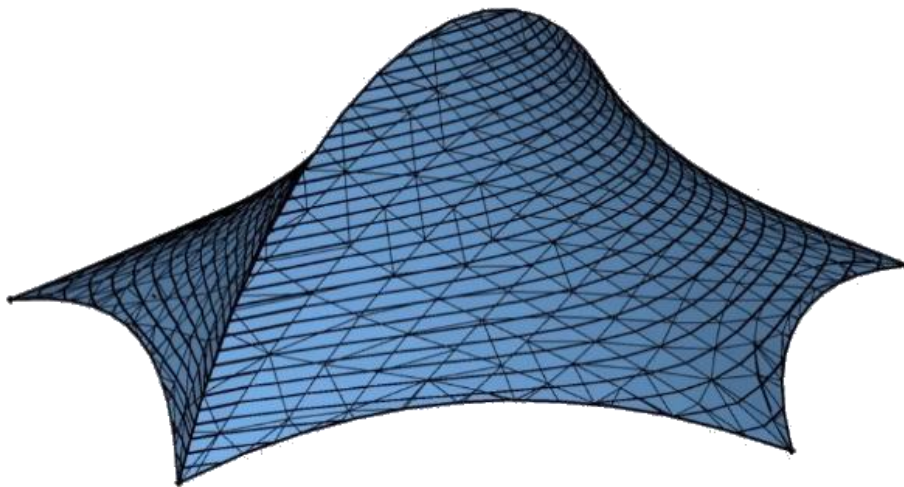
Superficie anticlástica de paraboloides hiperbólico



Nota. Superficie Anticlástica de paraboloides hiperbólico, Elaboración propia, realizado con SketchUp ®

Figura 9.

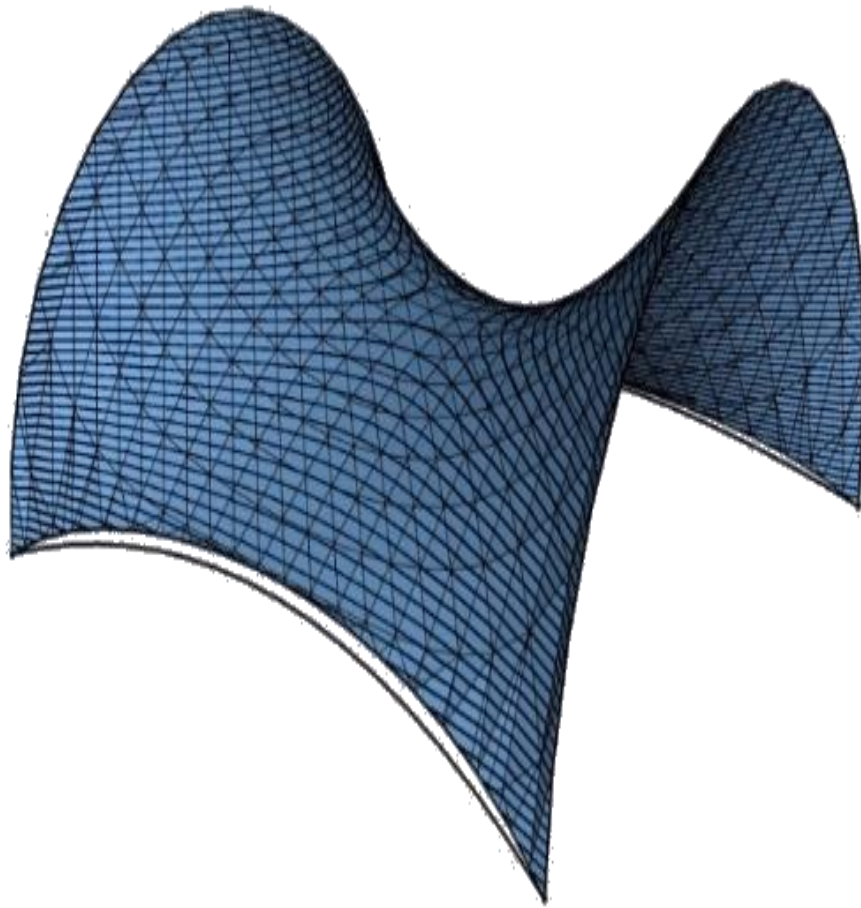
Superficie anticlástica de arco



Nota. Superficie Anticlástica de arco. Elaboración propia, realizado con SketchUp ®

Figura 10.

Superficie anticlástica de doble arco



Nota. Superficie anticlástica de doble arco. Elaboración propia, realizado con SketchUp ®

2.1.4. Búsqueda de forma

Uno de los problemas matemáticos más importantes que encontraremos en el análisis de las estructuras tensadas es su geometría, que cambia debido a sus circunstancias. Es decir que la forma geométrica de estas no se calcula como una estructura estática cualquiera, y antes de cualquier cálculo estructural, lo primero que debemos hacer es su búsqueda de forma.

Para la búsqueda de forma, generalmente se ha utilizado el método de densidad de fuerzas, FDM (Force Density Method), el cual se estará usando aquí. El método de densidad de fuerzas está basado en conocido “método de los elementos finitos”, parametrizando la geometría en conjunto con un mallado especial y las fuerzas unitarias propuestas. Las fuerzas internas del sistema en reposo, serán cero a excepción de los puntos donde exista restricción, con el objetivo de definir un sistema matemático que permita encontrar la forma de equilibrio de la estructura tensada.

El mallado debe definir un conjunto de nodos, los cuales se trasladarán a un sistema matricial, para luego realizar los cálculos correspondientes.

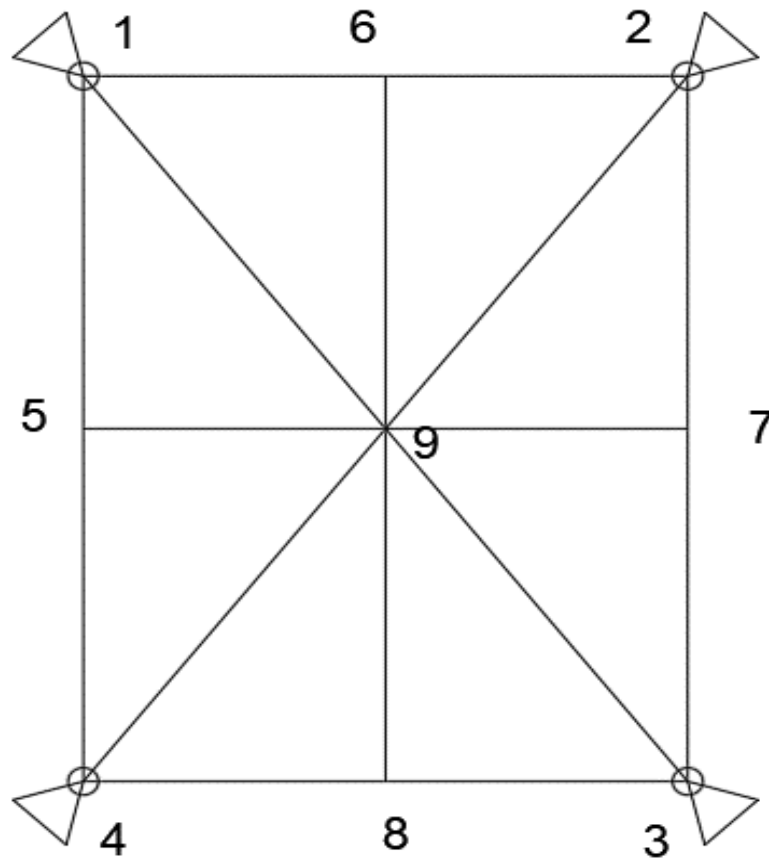
La primera matriz que se debe definir la denominaremos “Matriz de conectividad: C”, ya que es la forma matemática de determinar cómo se conectan todos y cada uno de los “nodos” del sistema propuesto.

La conexión entre nodos se le denominarán “ramas”, por lo tanto, la matriz estará compuesta de ramas y nodos. Las ramas estarán en las filas de la matriz y los nodos en las columnas de la misma, por lo tanto, la matriz C, será una matriz de $r \times n$, donde r es la cantidad de ramas y n la cantidad de nodos del sistema.

Por ejemplo, si se tiene una membrana anclada en cuatro puntos de restricción de forma que se forme un cuadrado en planta, y mallado de acuerdo con la siguiente figura:

Figura 11.

Detalle de mallado de 9 nodos



Nota. Dibujo del mallado de nueve nodos y sus respectivas ramas. Elaboración propia, realizado con AutoCAD ®

Se tendría.

$$r = 16 \quad \text{y} \quad n = 9$$

Por lo tanto, la matriz C, de 16×9 , y quedaría de la siguiente forma:

Tabla 7.

Matriz de conectividad

		Nodos								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ramas	1	1	0	0	0	0	-1	0	0	0
	2	0	-1	0	0	0	1	0	0	0
	3	0	1	0	0	0	0	-1	0	0
	4	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
	5	0	0	1	0	0	0	0	-1	0
	6	0	0	0	-1	0	0	0	1	0
	7	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
	8	-1	0	0	0	1	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	1	0	0	0	-1
	10	0	0	0	0	0	-1	0	0	1
	11	0	0	0	0	0	0	1	0	-1
	12	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
	13	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
	14	-1	0	0	0	0	0	0	0	1
	15	0	-1	0	0	0	0	0	0	1
	16	0	0	-1	0	0	0	0	0	1

Nota. Tabla de matriz de conectividad. Elaboración propia, realizado con Excel.

Suponiendo que cada una de las ramas tiene una tensión unitaria $q_i = s/l$ donde s es la fuerza de tracción de cada rama y l el largo de esta, definiendo así la matriz Q , o de “densidad de fuerza”, que es la fuerza de tensión unitaria de cada rama, razón por la cual este sistema se llama de esta manera.

Esta matriz se multiplica por el producto de la matriz de conectividad C y su traspuesta, así como por la coordenada correspondiente, sumándole así mismo la fuerza exterior que sea aplicada en el sistema, por lo que las ecuaciones de equilibrio del sistema, para cada uno de sus ejes, se pueden expresar de la siguiente forma:

$$(C^T \times Q \times C) \times x + p_x = 0 \quad \text{Ecuación 6}$$

Fuente: (Cañete, 2016)

$$(C^T \times Q \times C) \times y + p_y = 0 \quad \text{Ecuación 7}$$

Fuente: (Cañete, 2016)

$$(C^T \times Q \times C) \times z + p_z = 0 \quad \text{Ecuación 8}$$

Fuente: (Cañete, 2016)

Donde Q , es una matriz diagonal de $r \times r$, con el valor q_i en la diagonal.

Como siguiente paso, y debido a que lo único que se conoce son las coordenadas de los puntos fijos, partimos la matriz C en dos sub-matrices C_s y C_f , de acuerdo con los nodos con restricción y los nodos sin restricción, siendo C_s la matriz circunscrita por los nodos fijos o con restricción y C_f como la matriz definida por los nodos sueltos o sin restricción, utilizando f como “libre”, y s como “restringido”, por lo que las fórmulas de equilibrio quedarían de la siguiente forma:

$$(C_f^T \times Q \times C_s) \times x_s + (C_f^T \times Q \times C_f) \times x_f + p_x = 0 \quad \text{Ecuación 9}$$

$$(C_f^T \times Q \times C_s) \times y_s + (C_f^T \times Q \times C_f) \times y_f + p_y = 0 \quad \text{Ecuación 10}$$

$$(C_f^T \times Q \times C_s) \times z_s + (C_f^T \times Q \times C_f) \times z_f + p_z = 0 \quad \text{Ecuación 11}$$

Y como lo que se desconoce son las coordenadas libres, las cuales, finalmente las que nos interesan, ya que, representan la forma final del sistema, despejamos x_f , y_f , y z_f .

$$-((C_f^T \times Q \times C_s) \times x_s - p_x) \times (C_f^T \times Q \times C_f)^{-1} = x_f \quad \text{Ecuación 12}$$

Fuente: (Cañete, 2016)

$$-((C_f^T \times Q \times C_s) \times y_s - p_y) \times (C_f^T \times Q \times C_f)^{-1} = y_f \quad \text{Ecuación 13}$$

Fuente: (Cañete, 2016)

$$-((C_f^T \times Q \times C_s) \times z_s - p_z) \times (C_f^T \times Q \times C_f)^{-1} = z_f \quad \text{Ecuación 14 (Cañete, 2016)}$$

Quedando así un sistema de ecuaciones matriciales que definirán la forma de la membrana bajo estudio y dependen de la densidad de fuerzas de cada uno de sus ramas y de las coordenadas de sus puntos fijos.

Continuando con el ejemplo, supongamos que la membrana que venimos analizando, que tiene 9 nodos y 16 ramas, tiene una superficie anticlástica, definida por un paraboloides hiperbólico, es decir con doble curvatura, una positiva y la otra negativa, requiriendo esta que sus dos nodos fijos anclados de manera

diagonal sean más altos que los restantes, propongamos las coordenadas siguientes:

Tabla 8.

Coordenadas de nodos fijos

Punto:	Coordenadas		
	x	y	z
1	0	6	4.5
2	6	6	1.5
3	6	0	4.5
4	0	0	1.5

Nota. Tabla de nodos fijos propuestos. Elaboración propia, realizado con Excel.

Utilizando $q_i = 1$, $p_x = 0$, $p_y = 0$, y $p_z = 0$, ya que se encuentran en reposo, calculamos las operaciones matriciales requeridas, lo cual nos da como resultado las siguientes coordenadas finales:

Tabla 9.

Coordenadas de nodos sueltos

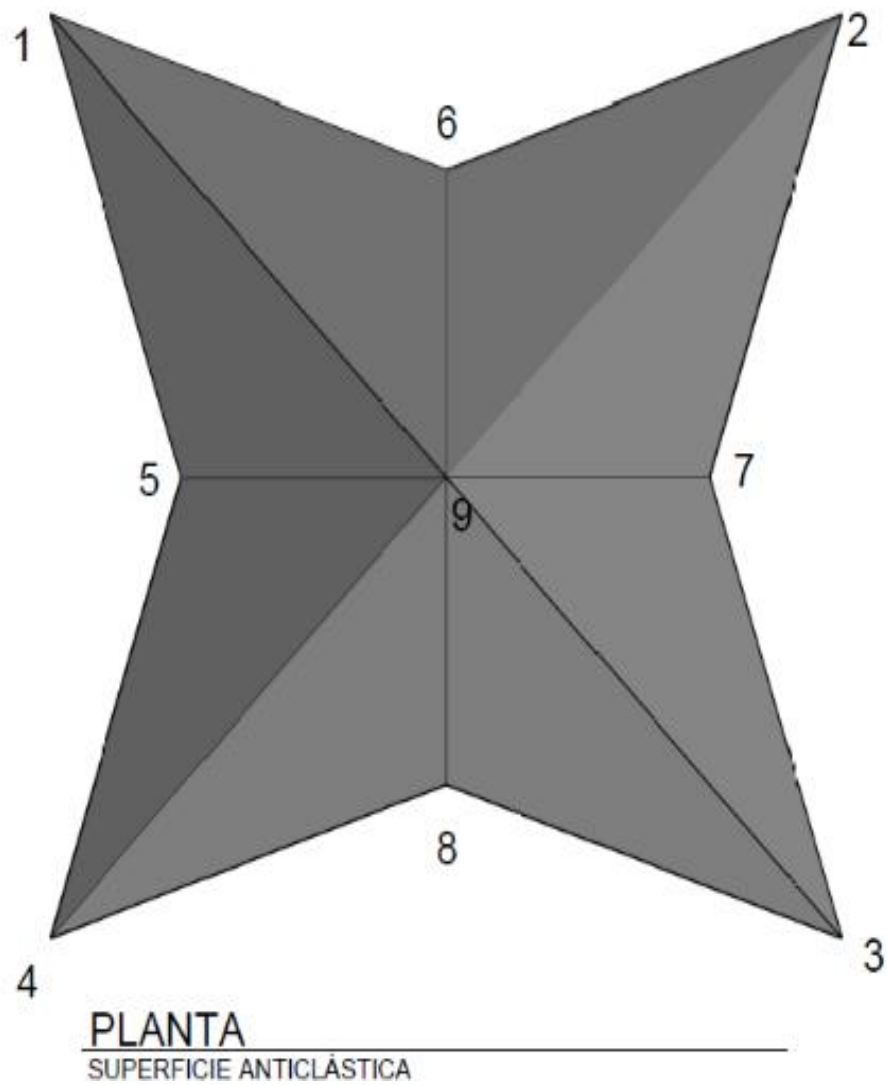
Punto:	Coordenadas		
	x	y	z
5	1	3	3
6	3	5	3
7	5	3	3
8	3	1	3
9	3	3	3

Nota. Tabla de nodos sueltos propuestos. Elaboración propia, realizado con Excel.

Después de plotearlo queda de la siguiente manera:

Figura 12.

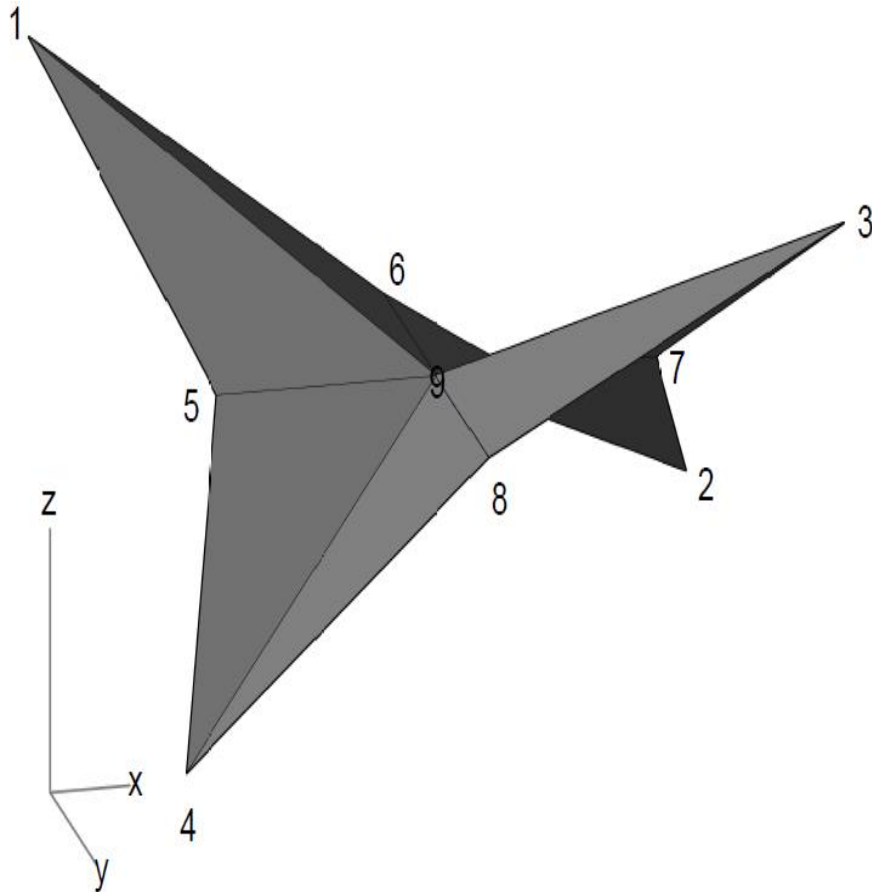
Superficie anticlástica de 9 nodos



Nota. Superficie anticlástica de nueve nodos definidos en el mallado. Elaboración propia, realizado con SketchUp.

Figura 13.

Figura de 3D de 9 nodos

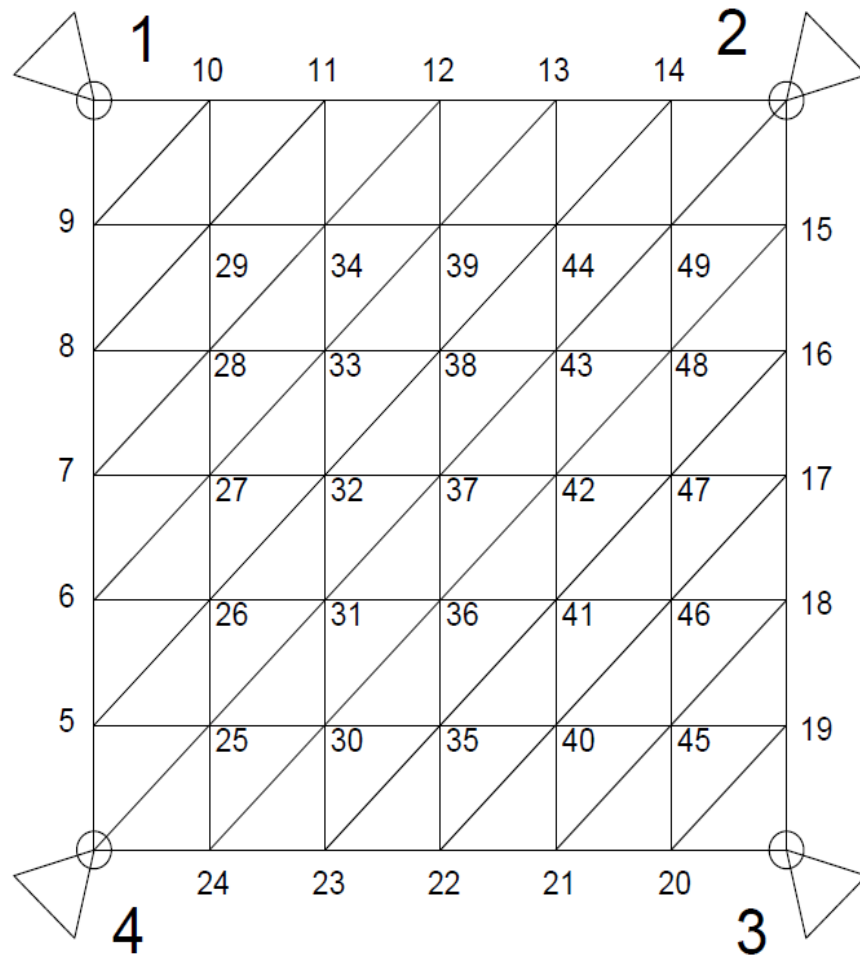


Nota. Detallado de la Superficie Anticlástica de nueve nodos de la que se hizo el mallado. Elaboración propia, realizado con SketchUp ®

El resultado logrado muestra una superficie anticlástica bastante rústica, sin embargo, si se aumenta nuestro mallado, utilizando una más alta cantidad de nodos y ramales, podremos tener una superficie más fina y detallada de acuerdo con el siguiente dibujo.

Figura 14.

Mallado de 49 nodos



Nota. Definición numerada del mallado para 49 nodos. Elaboración propia, realizado con SketchUp.

Calculando las operaciones respectivas para la matriz de conectividad de este modelo de 49 nodos y 120 ramas, se tienen las coordenadas respectivas de cada uno de los nodos de acuerdo con la siguiente tabla:

Tabla 10.

Coordenadas de mallado de 49 nodos

	x	y	z
1	0	6	4.5
2	6	6	1.5
3	6	0	4.5
4	0	0	1.5
5	1.676	4.622	3.896
6	2.641	4.132	3.56
7	3.369	4.049	3.267
8	4.026	4.268	2.921
9	4.777	4.825	2.418
10	4.825	4.777	2.418
11	4.268	4.026	2.921
12	4.049	3.369	3.267
13	4.132	2.641	3.56
14	4.622	1.676	3.896
15	4.324	1.378	3.896
16	3.359	1.868	3.56
17	2.631	1.951	3.267
18	1.974	1.732	2.921
19	1.223	1.175	2.418
20	1.175	1.223	2.418

Continuación Tabla 10.

21	1.732	1.974	2.921
22	1.951	2.631	3.267
23	1.868	3.359	3.56
24	1.378	4.324	3.896
	x	y	z
25	1.649	4.351	3.871
26	2.415	4.004	3.652
27	3.106	3.855	3.424
28	3.702	3.941	3.164
29	4.256	4.256	2.834
30	1.996	3.585	3.652
31	2.427	3.573	3.633
32	2.992	3.49	3.529
33	3.514	3.514	3.372
34	3.941	3.702	3.164
35	2.145	2.894	3.424
36	2.51	3.008	3.529
37	3	3	3.564
38	3.49	2.992	3.529
39	3.855	3.106	3.424
40	2.059	2.298	3.164
41	2.486	2.486	3.372
42	3.008	2.51	3.529
43	3.573	2.427	3.633
44	4.004	2.415	3.652
45	1.744	1.744	2.834
46	2.298	2.059	3.164
47	2.894	2.145	3.424

Continuación Tabla 10.

48	3.585	1.996	3.652
49	4.351	1.649	3.871

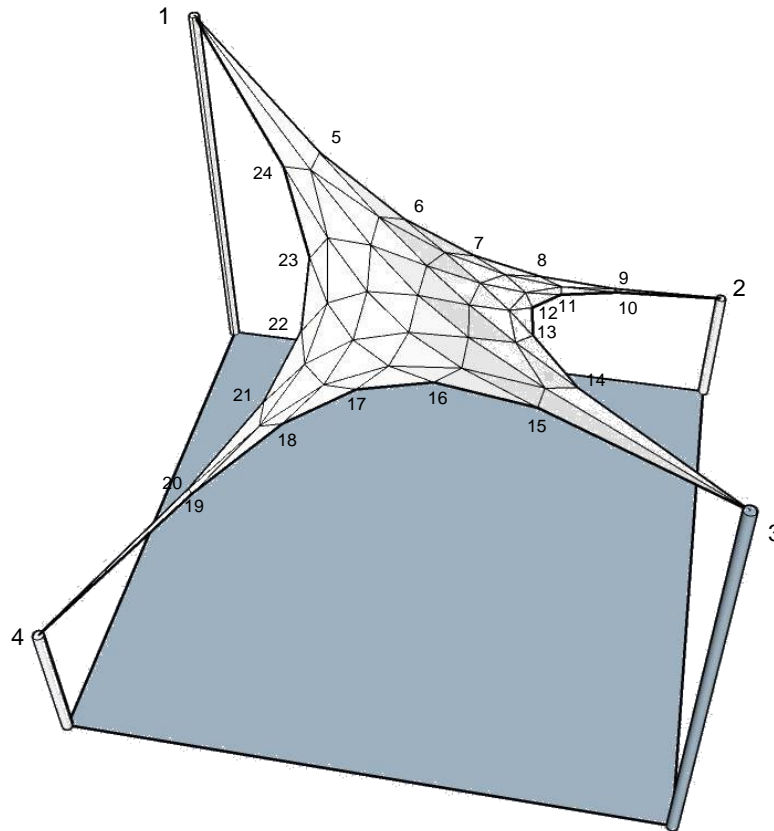
Nota. Tabla de coordenadas de la búsqueda de forma. Elaboración propia, realizado con Excel.

Estos resultados, representan las coordenadas finales de la búsqueda de forma, donde se habrá encontrado una superficie más aproximada a la realidad, con la cual ya se podrá realizar el análisis estructural respectivo.

En la siguiente figura se puede ver la exactitud de la forma superficial definitiva de nuestra membrana.

Figura 15.

Figura 3D de 49 nodos

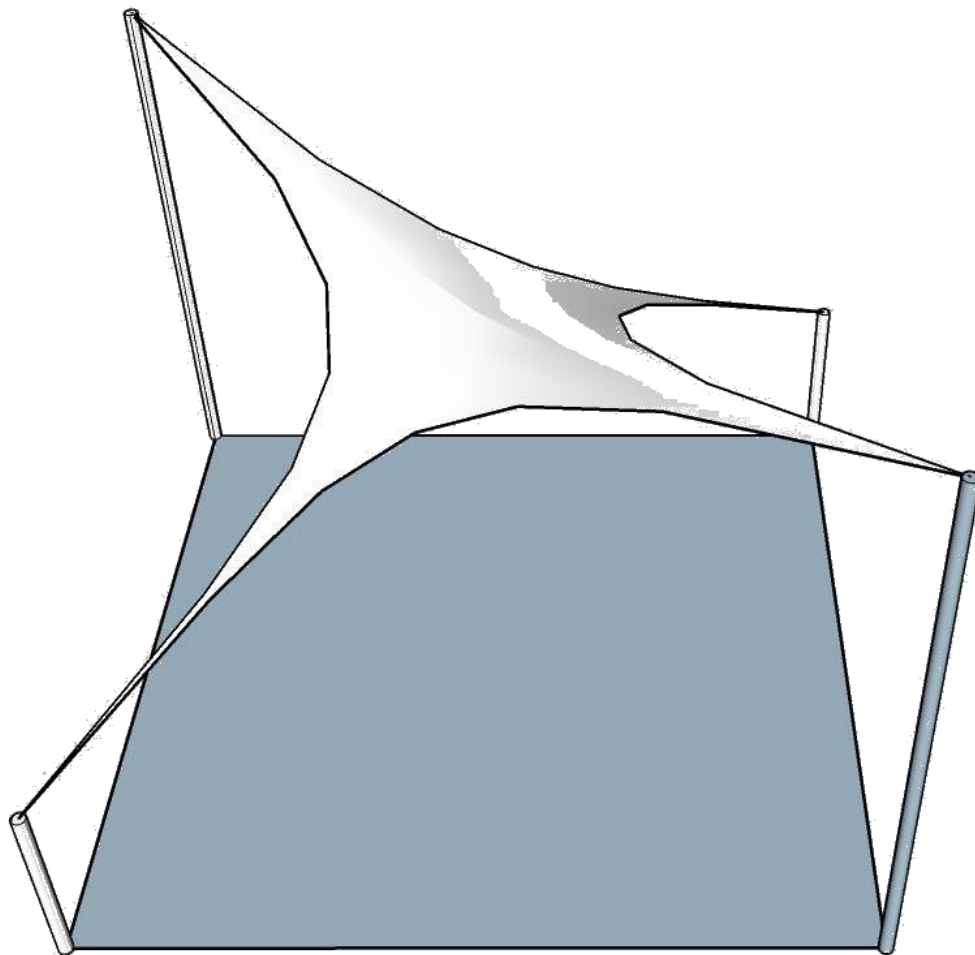


Nota. Superficie anticlástica con su forma calculada con Mathcad Prime 6.0.0.0 ®. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

Figura que ya define la forma mucho mejor que con solo nueve nodos, suavizando las aristas se tendrá la siguiente figura:

Figura 16.

Figura 3D de 49 nodos mejorada



Nota. Superficie anticlástica de 49 nodos con líneas suavizadas. Elaboración propia, realizado con SketchUp.

Esta figura muestra lo que sucede con una membrana anticlástica de paraboloides hiperbólicos, de acuerdo con el método de densidad de fuerzas.

2.1.5. Código computacional para la búsqueda de forma

Dado que entre más nodos se utiliza en el mallado, se aproxima mejor a la forma final que tendrán las membranas tensadas, se creó un código mediante el software “Matlab®”, tratando de ordenar de la mejor forma posible la introducción de los datos requeridos para el análisis respectivo.

Se pensó en un mallado cuadrículado de cualquier cantidad de número de nodos horizontales y cualquier cantidad de número de nodos verticales, conectándolos primeramente de abajo hacia arriba, luego de izquierda a derecha, y ya que este tipo de formas de superficie deben ser analizadas por medio de un mallado triangulado para que funcione, también se conectaron los nodos definidos diagonalmente de abajo hacia arriba, así como de izquierda hacia la derecha

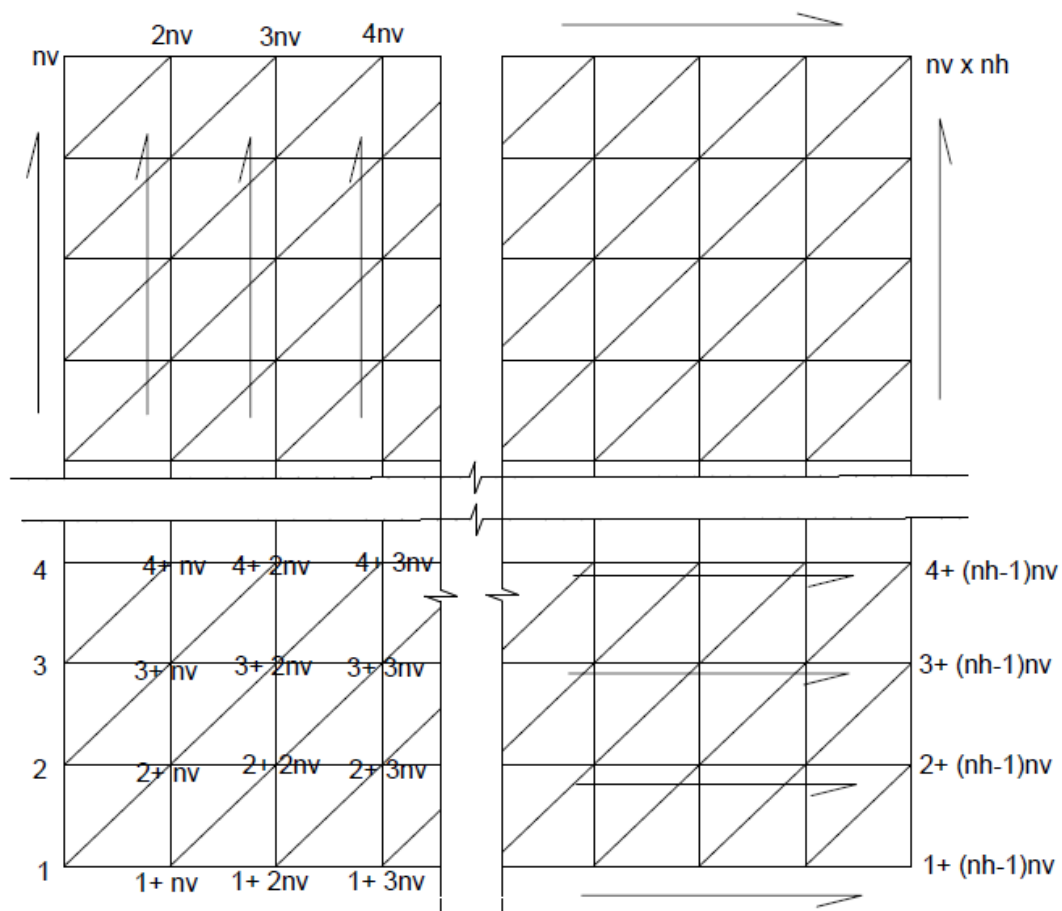
Primero se definió la numeración del mallado de acuerdo con la Figura 17.

Luego se definió la línea de conexión desde el “nodo 1”, en el lado inferior izquierdo, hasta el “nodo n_f ” en el lado superior izquierdo, y así sucesivamente por cada nodo del lado inferior subiendo consecuentemente. Luego en dirección horizontal comenzando desde el “nodo 1” nuevamente hasta llegar al nodo “ $1+(n_h-1) n_v$ ” y siguiendo la misma secuencia por cada línea horizontal desde el nivel inferior hasta el nivel superior final del mallado propuesto. Para finalizar con las conexiones diagonales, otra vez desde el “nodo 1” con el siguiente nodo superior derecho que en su caso sería el nodo “ $2+n_v$ ”, sucesivamente hasta llegar al “nodo $2n_v$ ” y luego se continúa la misma secuencia desde el nodo vecino del

lado derecho, hasta el nivel superior del mallado y consecuentemente en el siguiente del lado derecho hasta llegar al penúltimo nodo de esta secuencia horizontal.

Figura 17.

Definición de numeración de mallado computacional



Nota. Definición detallada del proceso de numeración del mallado para computadora. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

Para programar la introducción de los datos se utilizó la función “input” donde será necesario colocar la cantidad de nodos horizontales “nh”, la cantidad de nodos verticales “nv” y la cantidad de nodos fijos “nf” que se requiera considerar.

Como paso seguido se debe calcular la cantidad total de nodos que tendrá la matriz utilizando la simple multiplicación de nv x nh, y también la cantidad de ramas que se calculará como:

$$r = (nh - 1) nv + (nv - 1) nh + (nh - 1)(nv - 1) \quad \text{Ecuación 15}$$

Luego se considera la matriz de densidad de fuerzas “Q” como una matriz diagonal de “r x r”.

Después de conseguir estos datos se procede a fabricar nuestra primera matriz de conectividad “c1”, la cual irá de abajo hacia arriba, luego de izquierda a derecha y finalmente en esta misma secuencia las conexiones diagonales.

Luego se deben introducir las coordenadas de aquellos nodos que se definen como fijos “x,y,z” dando como resultado tres matrices sumamente importantes para el cálculo final de la forma de nuestros nodos sueltos.

El código quedó de la siguiente manera:

```
% programa de búsqueda de forma de membranas tensadas
close all
clear all
clc
```

```

nh=input('ingrese número de nodos horizontales = ');
nv=input('ingrese número de nodos verticales = ');
nf=input('ingrese número de nodos fijos = ');

%% mallado:
r=(nh-1)*(nv)+(nv-1)*(nh)+(nh-1)*(nv-1);
n=nh*nv;
q=1;
Q=eye(r);
Q=Q*q;

%% matriz de conectividad:
c1=zeros([r n]);
n2=(nv-1)*nh;

for j=0:nh-1
    for i=1:(nv-1)
        c1(i+j*nv-j,i+j*nv)=1;
        c1(i+j*nv-j,i+1+j*nv)=-1;
    end
end

for k=1:nv*(nh-1)
    c1(n2+k,k)=1;
    c1(n2+k,k+nv)=-1;
end

n3=(nv-1)*nh+(nh-1)*nv;

```

```

for k2=0:nh-2
for k3=1:(nv-1)
    c1(n3+k3+k2*nv-k2,k3+k2*nv)=1;
    c1(n3+k3+k2*nv-k2,k3+1+k2*nv+nv)=-1;
end
end

%% ya se tiene la matriz de conectividad C del mallado cuadrulado
%% ahora ingresamos las coordenadas de los nodos escogidos

for j=1:nf
    fprintf('\n\t%d nodo\n',j);
    xf(j)=input('ingrese coordenada x:');
    yf(j)=input('ingrese coordenada y:');
    zf(j)=input('ingrese coordenada z:');
    pf(j)=input('ingrese número de punto fijo:');
end

xf=transpose(xf);
yf=transpose(yf);
zf=transpose(zf);

%% creamos las matrices secundarias
Cf=zeros([r nf]);
Cs=zeros([r (n-nf)]);

ps=1:n;
for i2=0:nf-1
    ps(pf(nf-i2))=[];

```

```

end

for i1=1:nf
    Cf(:,i1)=c1(:,(pf(i1)));
end

ns=n-nf;

for i3=1:ns
    Cs(:,i3)=c1(:,(ps(i3)));
end

%%ahora se calculan las matrices
px = zeros(1,n-nf,'uint32');
py = zeros(1,n-nf,'uint32');
pz = zeros(1,n-nf,'uint32');

px = transpose(px);
py = transpose(py);
pz = transpose(pz);

Df1=transpose(Cs)*Q*Cf;
Df2=transpose(Cs)*Q*Cs;

matr=Df1*xf;

xs=-Df2\((Df1*xf);
ys=-Df2\((Df1*yf);
zs=-Df2\((Df1*zf);

```

```

C=[Cf,Cs];
x=[xf;xs];
y=[yf;ys];
z=[zf;zs];

fx=-((transpose(C)*Q*C))*x;
fy=-((transpose(C)*Q*C))*y;
fz=-((transpose(C)*Q*C))*z;

fxf=-((transpose(Cf)*Q*Cf))*xf;
fyf=-((transpose(Cf)*Q*Cf))*yf;
fzf=-((transpose(Cf)*Q*Cf))*zf;

for k5=1:nf
    X(pf(k5),1)=xf(k5);
    Y(pf(k5),1)=yf(k5);
    Z(pf(k5),1)=zf(k5);
end

for k6=1:ns
    X(ps(k6),1)=xs(k6);
    Y(ps(k6),1)=ys(k6);
    Z(ps(k6),1)=zs(k6);
end

```

Dando como resultado tres matrices de coordenadas X, Y, Z, las cuales son útiles para dibujar la forma final del reposo de la membrana tensada y como resultado sumamente importante en el análisis estructural que nos compete, las fuerzas de las reacciones de cada punto fijo del sistema.

Es así como usando esta herramienta se pudo dibujar la nueva superficie anticlástica definida anteriormente, pero con un detalle más exacto. Usando 20 nodos horizontales “nh” y 20 nodos verticales “nv”, para un total de 400 nodos, de los cuales se colocó 4 nodos fijos de acuerdo con el sistema de mallado determinado en el código definido. (son adimensionales en este caso)

Tabla 11.

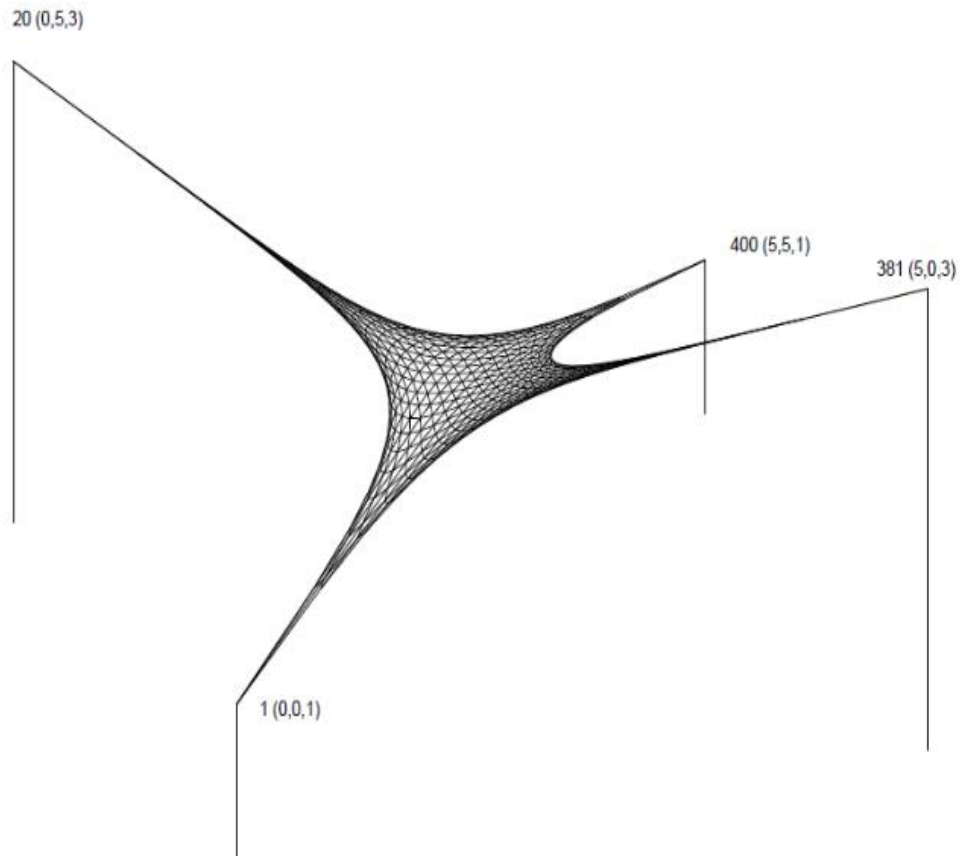
Coordenadas de nodos fijos, para ejemplo computacional

Nodo:	x	y	z
1	0	0	1
20	0	5	3
381	5	0	3
400	5	5	1

Nota. Tabla de nodos fijos propuestos. Elaboración propia, realizado con Excel.

Figura 18.

Figura 3D de 400 nodos, ejemplo computacional



Nota. Superficie Anticlástica definida con el modelo computacional realizado. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

Para la comprobación del código diseñado, hace la prueba con otro tipo de superficie, colocando un arco en el centro, y utilizando una malla de 9 nodos “nh” y 11 nodos “nv”, para un total de 99 nodos, colocando coordenadas fijas como sigue:

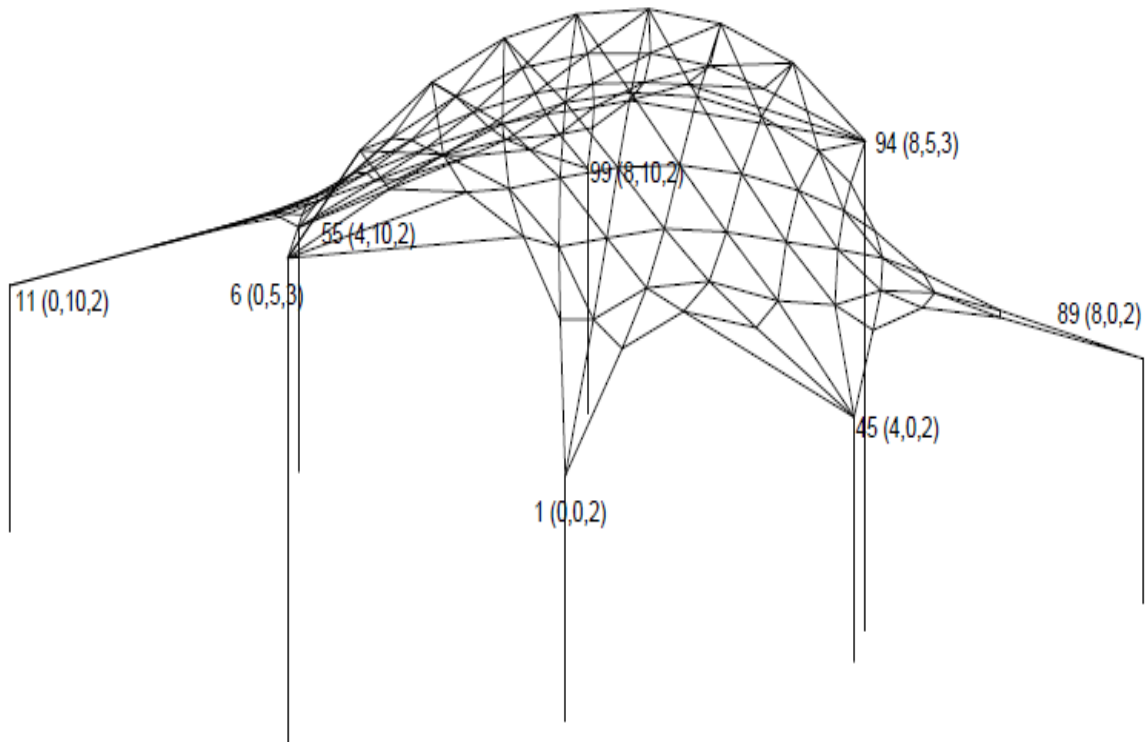
Tabla 12.*Coordenadas de nodos fijos de ejemplo con arco*

Nodo:	x	y	z
1	0	0	2
6	0	5	3
11	0	10	2
17	1	5	3.757
28	2	5	4.197
39	3	5	4.436
45	4	0	2
50	4	5	4.513
55	4	10	2
61	5	5	4.436
72	6	5	4.197
83	7	5	3.75
89	8	0	2
94	8	5	3
99	8	10	2

Nota. Tabla de nodos fijos. Elaboración propia, realizado con Excel.

Figura 19.

Figura 3D de 99 nodos, ejemplo con arco



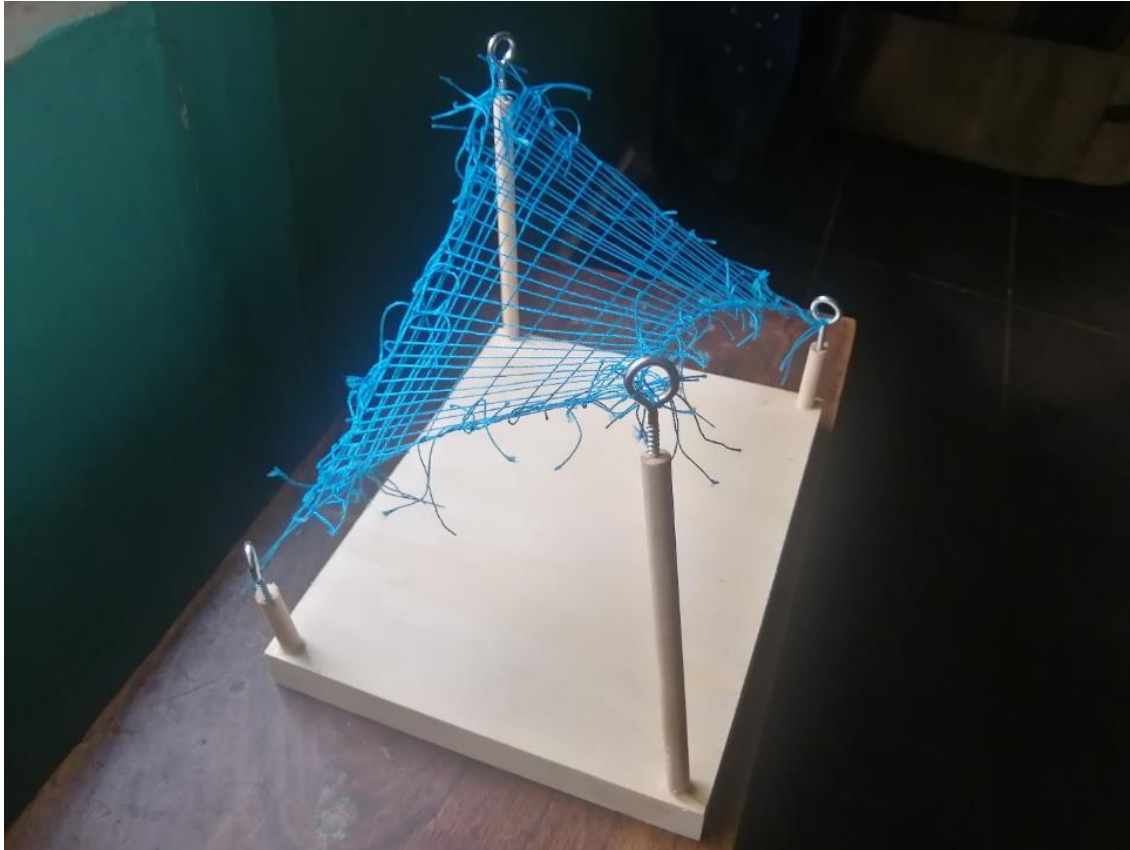
Nota. Definición gráfica de la geometría de 99 nodos. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

2.1.6. Maquetas de geometría

Se realizó una maqueta mediante hilos que mostraron el trazado de una superficie anticlástica, de paraboloide hiperbólico, tal como el ejemplo que venimos realizando, la cual muestra la forma que van adquiriendo los hilos conectores, a medida que se le añaden más hilos, formando curvas laterales debido a la tensión global unitaria de cada hilo.

Figura 20.

Maqueta anticlástica de paraboloides hiperbólico



Nota. Superficie anticlástica fabricada con maqueta de madera y lana. Elaboración propia.

Dicha curva está definida también por el ejemplo de búsqueda de forma que ya había analizado mediante el método de densidad de fuerzas. Nótese que se colocó la numeración de sus nodos, según el mallado de nueve nodos.

2.2. Cargas muertas

Las cargas muertas aplicadas deben ser consideradas de acuerdo con los materiales componentes del sistema, teniendo como característica principal el peso sumamente liviano de sus miembros.

El peso de las telas utilizadas para este sistema está en el rango de los 500 g/m² hasta los 1,300 g/m², por lo que la mayor parte de su peso es relativamente despreciable.

Es en los miembros complementarios, tales como mástiles, parales, cables y alguna que otra estructura metálica utilizada en el sistema donde la carga muerta podrá influir en el cálculo del diseño estructural de esta tipología.

2.3. Cargas vivas

Las cargas vivas tendrán mucha influencia en el diseño estructural de la tipología en cuestión, ya que, al ser aplicadas sobre la superficie de las telas, darán como resultado el aumento de las tensiones internas de la membrana, y por consiguiente en las reacciones de sus anclajes.

2.3.1. Cargas de lluvia

Dentro de las cargas vivas aplicables en el diseño de las estructuras de membranas tensadas está la lluvia, la cual se aplicará directamente sobre la superficie como una carga gravitacional.

El objetivo principal de la geometría de la membrana deberá ser el poder trabajar correctamente este tipo de cargas evitando a toda costa cualquier empozamiento en la cobertura, lo que puede provocar graves problemas.

En la normativa, la carga de lluvia (P_L) se calculará de acuerdo con el valor W_p que es igual a $10 d_h \text{ kg/m}^2$, siendo d_h , la profundidad de agua prevista sobre la cubierta en estudio. (AGIES, 2018)

2.3.2. Cargas de tefra

La carga de Tefra (A_r) o arena volcánica, también deberá calcularse de acuerdo con nuestra normativa, en aquellos lugares que se encuentren en zonas aledañas a cualquier volcán activo, en un radio de 10 km a la redonda, con una densidad de $1,700 \text{ kg/m}^2$, reduciendo su carga para obras de categoría II en 25 kg/m^2 a 15 km del foco, y para obras de categoría III y IV a 20 km del foco. (AGIES, 2018)

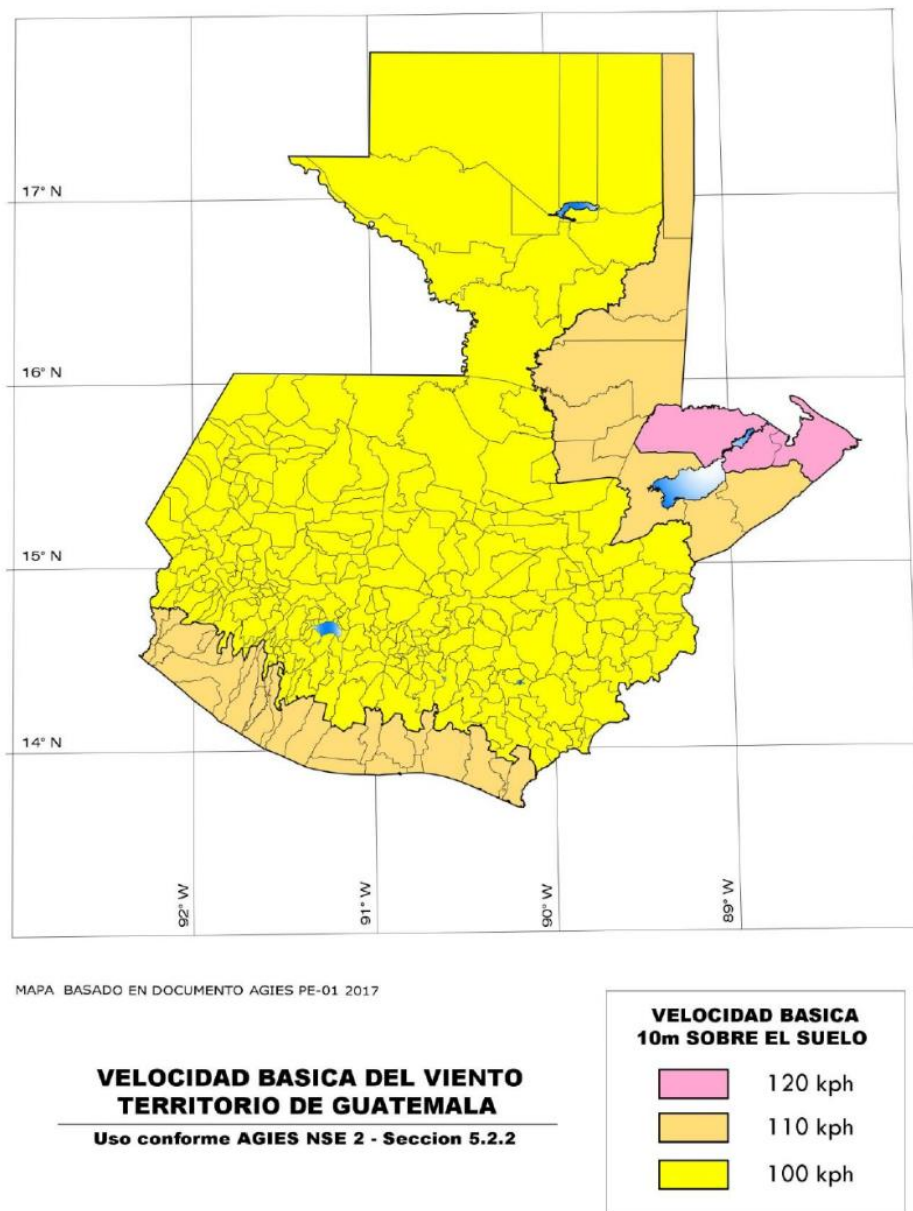
2.3.3. Cargas de viento

Para la carga de viento (W), utilizaremos los mapas de velocidades máximas publicadas en nuestra normativa, la cual está definida con base en distintos parámetros estadísticos confirmados.

El valor de la velocidad del viento aquí definido, será sumamente útil para el cálculo de las fuerzas aplicadas sobre las membranas, ya que es la base que sustenta, así mismo, cualquier software computacional de dinámica de fluidos (CFD).

Figura 21.

Mapa de zonificación de velocidad del viento



Nota. Descripción de las velocidades del viento básicas en el territorio nacional. Obtenido de AGIES (2018). *Normas de Seguridad Estructural*. [Mapa]. (<https://www.agies.org/bibliotecas/>), consultado el 11 de octubre 2021. De dominio público.

Es aquí donde se debe considerar el apoyo del ordenador modelando los sistemas estructurales de acuerdo con los cálculos de búsqueda de forma ya encontrados, para realizar el análisis de fuerzas aplicadas sobre la superficie hallada, de acuerdo con las líneas de presiones resultantes de la simulación de túnel de viento.

El túnel de viento dará los resultados que se necesitan para calcular las cargas aplicadas de acuerdo con la simulación del software CFD que se elija.

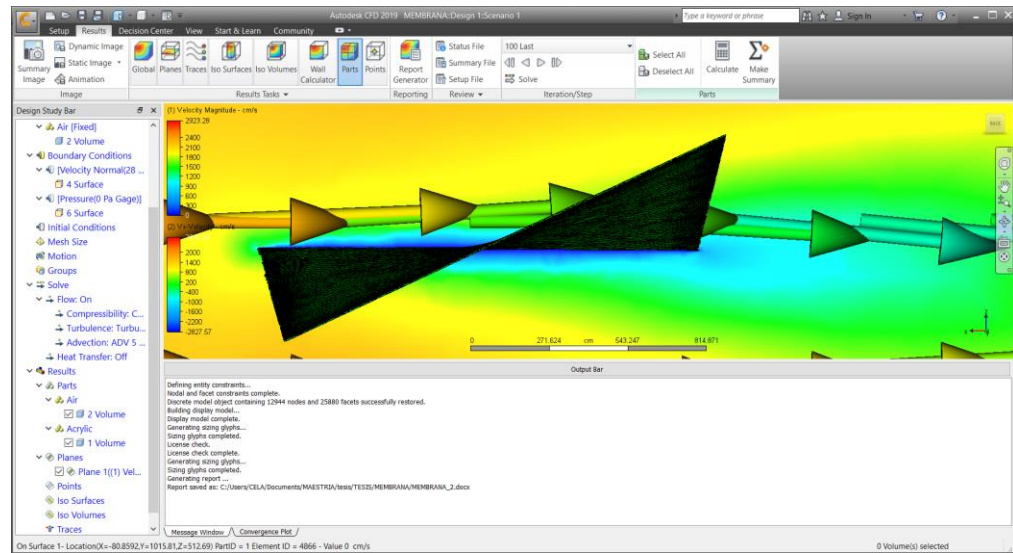
A continuación, se puede ver una serie de simulaciones con dos tipos de softwares de una superficie anticlástica de paraboloides hiperbólicos, utilizando la información definida en el modelo de búsqueda de forma que ya se ha realizado.

En este túnel de viento realizado, primeramente, por medio del programa denominado: Autodesk CFD®, así como en el programa RWIND simulation profesional®, se puede ver la reacción de las líneas de velocidad, fuerza, temperatura y presión, las cuales pasan sobre la superficie en cuestión. Realizando una aproximación bastante precisa de los datos que requerimos para conocer las fuerzas aplicadas sobre nuestra membrana.

En las siguientes gráficas se puede observar esa vital información que es requerida para nuestro análisis estructural. En la figura 22, se puede observar cómo los vectores del viento son desviados en su dirección original, a causa de la superficie.

Figura 22.

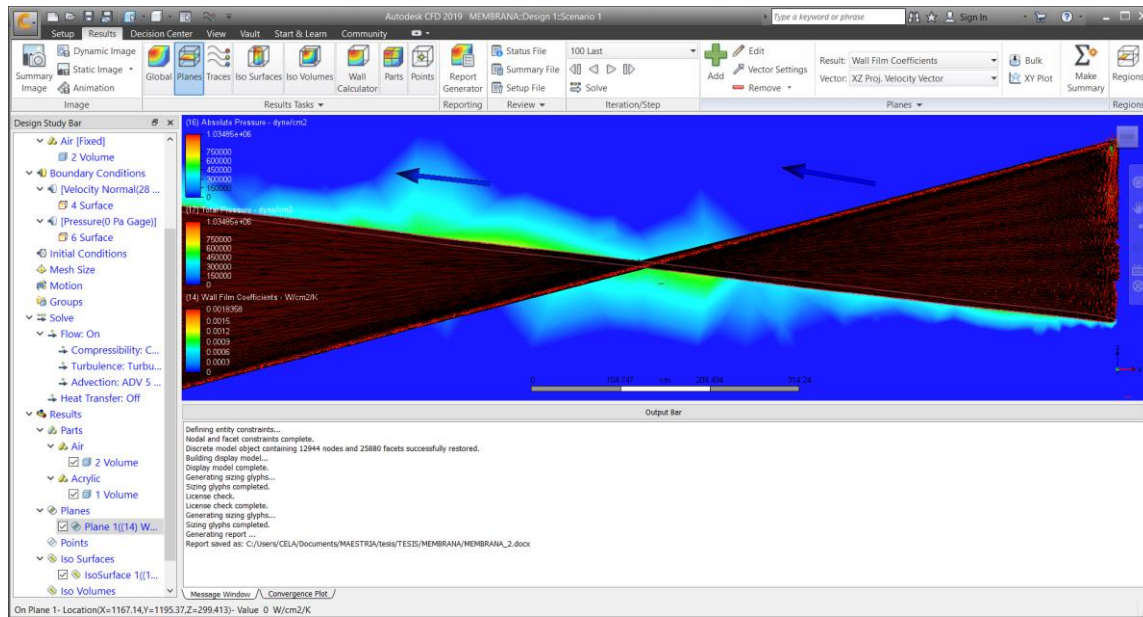
Simulación de túnel de viento, superficie anticlástica



Nota. La figura representa las presiones resultantes sobre una superficie anticlástica. Elaboración propia, realizado con Autodesk CFD.

Figura 23.

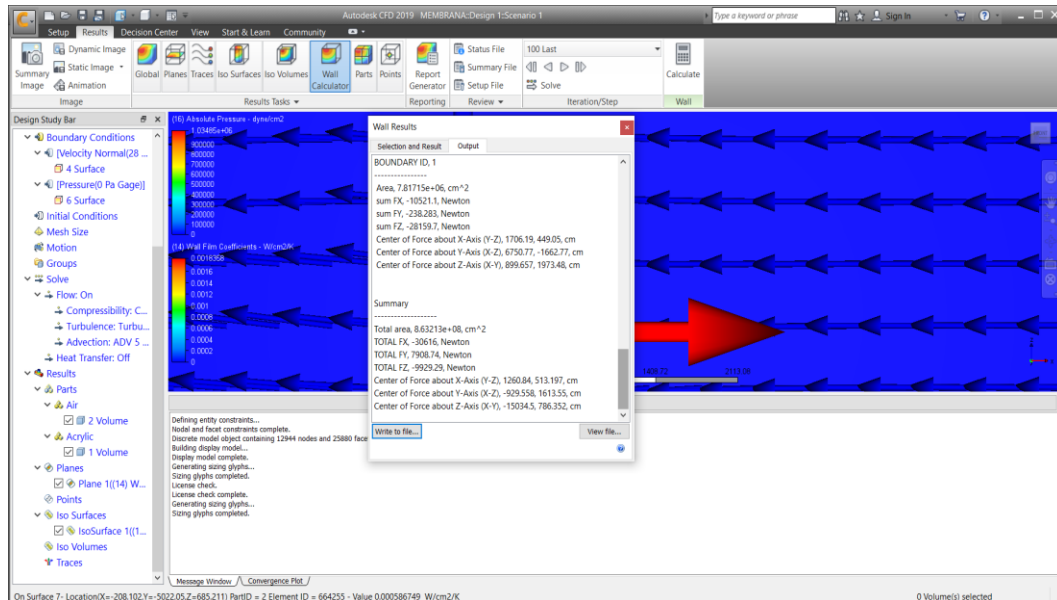
Coeficiente de temperatura, superficie anticlástica



Nota. La figura representa la reacción de cambio de temperatura sobre una superficie anticlástica. Elaboración propia, realizado con Autodesk CFD.

Figura 24.

Fuerzas sobre superficie anticlástica



Nota. La figura representa el cálculo de las fuerzas resultantes sobre una superficie anticlástica mediante la simulación del túnel de viento. Elaboración propia, realizado con Autodesk CFD.

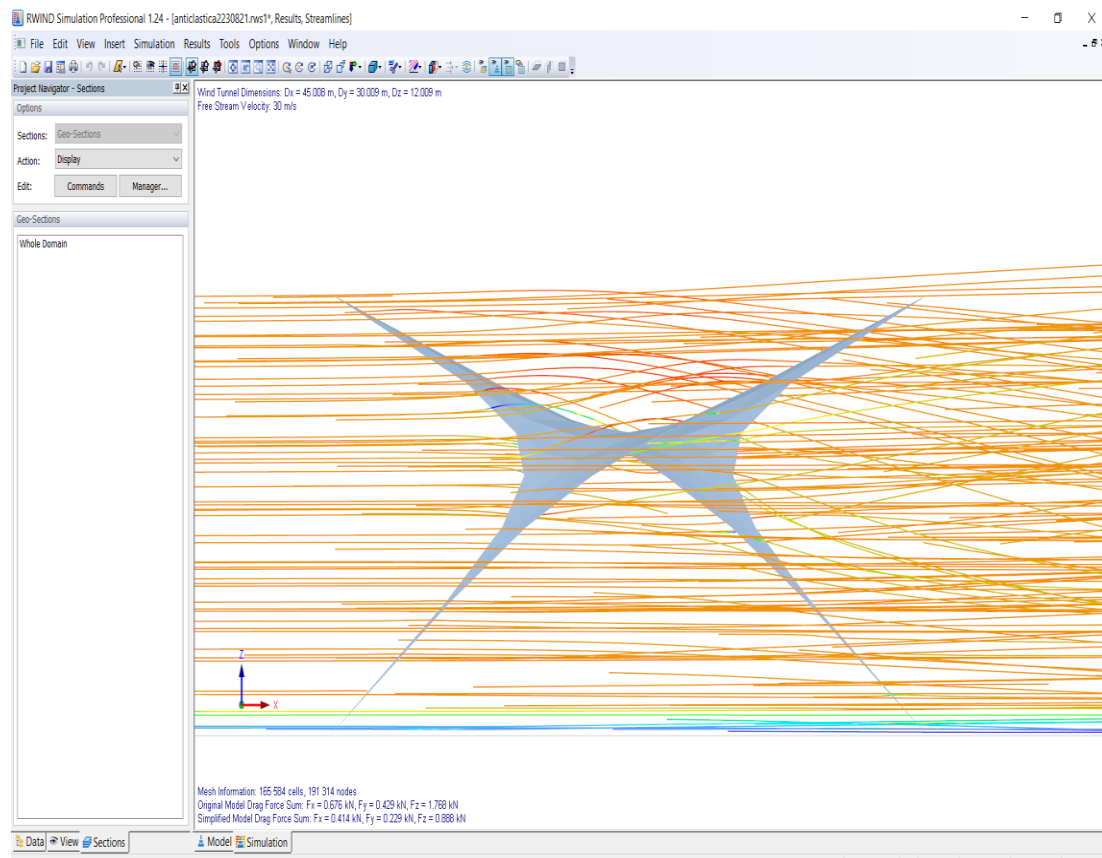
La figura 24, muestra las fuerzas resultantes del sistema, las cuales serán necesarias en el análisis estructural que nos compete. Estos resultados obtenidos nos dan una idea bastante real de la influencia del viento en la tipología de membranas tensadas.

Posteriormente, y para confirmar los resultados obtenidos con el software anterior, se introdujo el modelo también en el software RWIND simulation, profesional ®, ratificando la influencia del viento sobre nuestra superficie anticlástica.

Es así como, en la Figura 25, se puede ver, otra vez, la influencia de la superficie sobre las líneas de corriente, definiendo su trayectoria.

Figura 25.

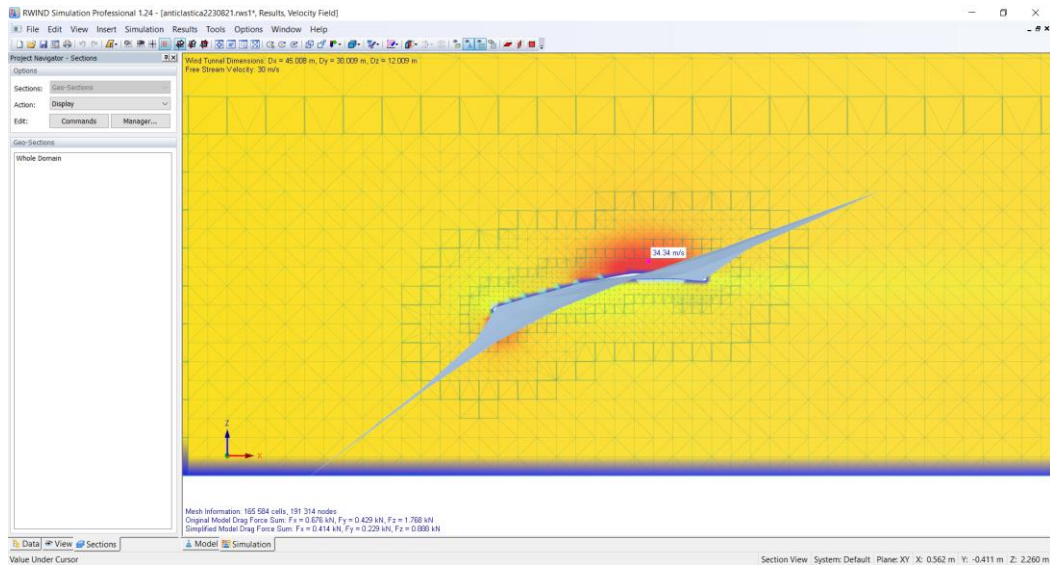
Simulación de túnel de viento



Nota. La figura las líneas del movimiento vectorial en las líneas del viento en la simulación cuando pasa sobre una superficie anticlástica. Elaboración propia, realizado con RWIND simulation profesional.

Figura 26.

Aumento de velocidad sobre superficie

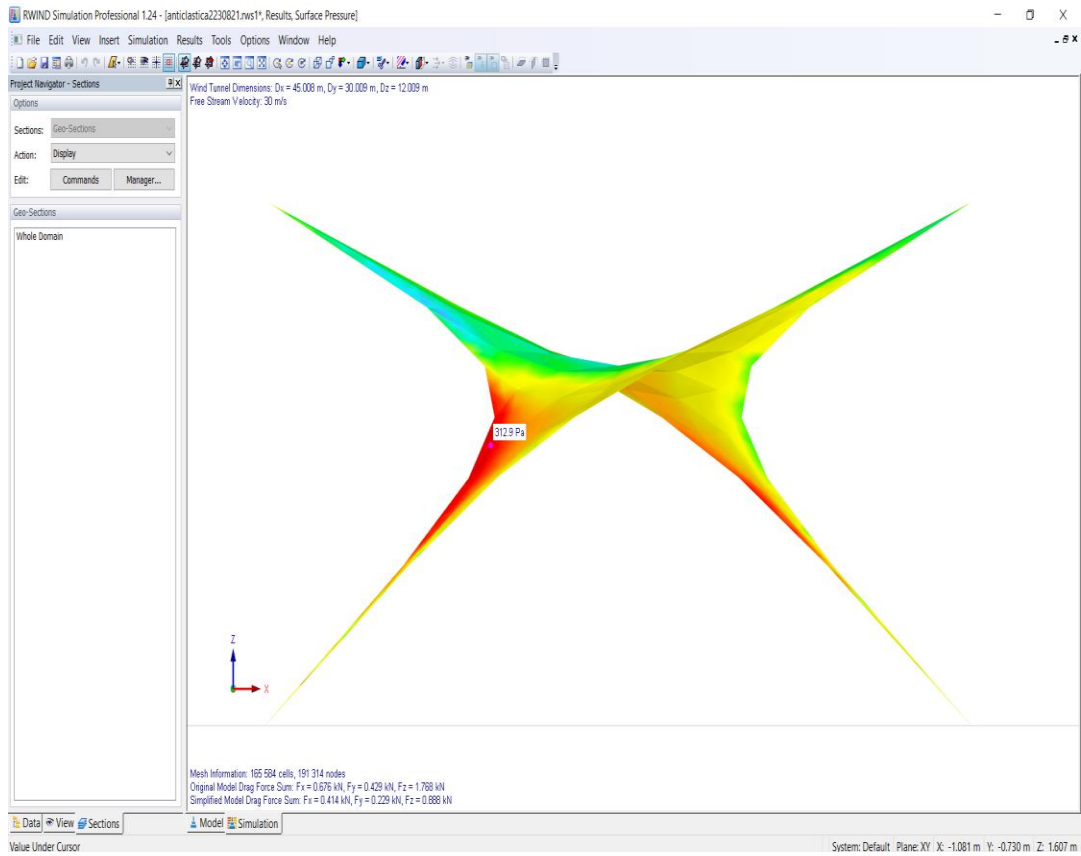


Nota. La figura representa la reacción de cambio de velocidad sobre una superficie anticlástica, mediante la simulación de túnel de viento. Elaboración propia, realizado con RWIND simulation profesional.

En la Figura 26 se confirma que ese cambio de trayectoria de las líneas de corriente, debido a la forma de la superficie, provoca así mismo un cambio de velocidad sobre la membrana y por consiguiente un cambio de presiones en los márgenes de esta, ya que esta se introdujo inicialmente como de 30 m/s, pero se ve que tiene 34.34 m/s en un área cercana a la parte superior del paraboloide hiperbólico analizado, registrando un incremento de alrededor de del 14 % en este caso. Este aumento de velocidad es sumamente importante para el análisis de las fuerzas involucradas en el sistema, ya que el cambio de presiones provocado allí produce un diferencial de presiones que, a su vez, dan como resultado una fuerza definida en la dirección de ese diferencial.

Figura 27.

Presión superficial positiva

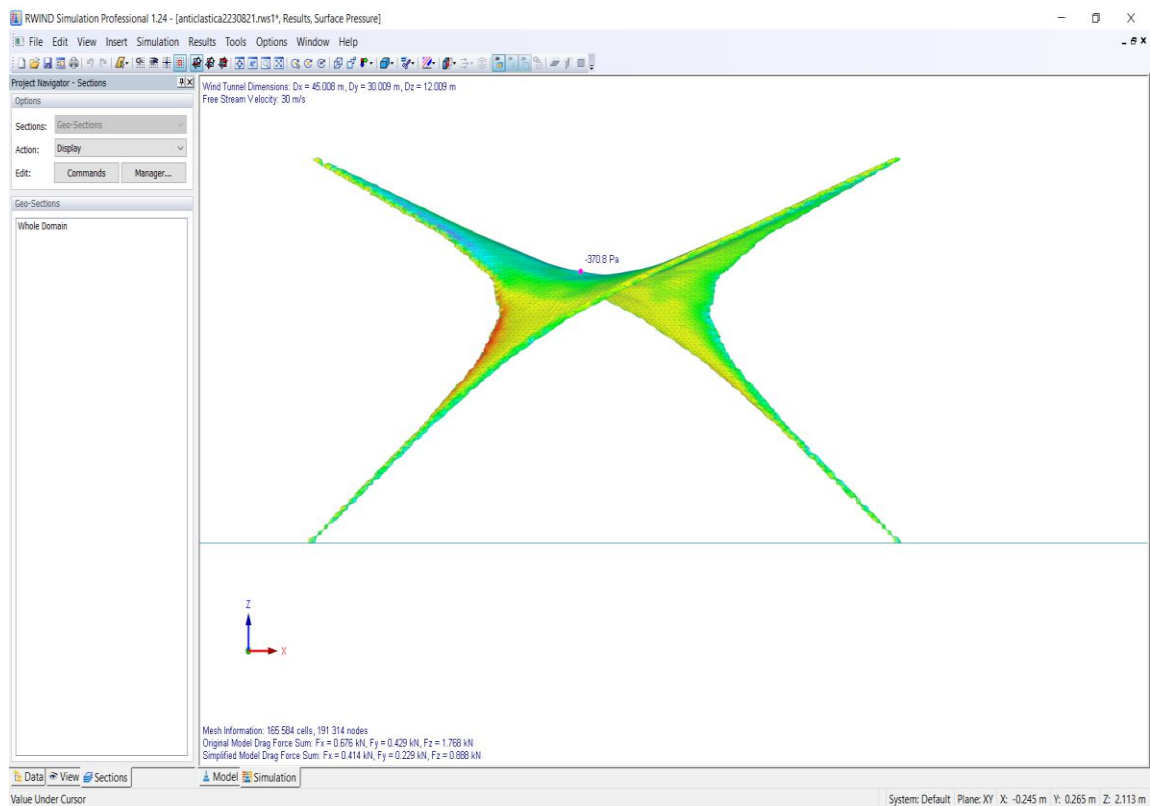


Nota. La figura representa la reacción de cambio de presiones positivas sobre una superficie anticlástica, mediante la simulación de túnel de viento. Elaboración propia, realizado con RWIND simulation profesional.

En la Figura 27 se puede ver cómo el viento aplicado a una velocidad de 30 m/s (108 km/hr), provoca una presión unitaria positiva sobre la superficie en estudio de un máximo de 312.90 Pa (31.907 kgf/m²).

Figura 28.

Presión superficial negativa



Nota. La figura representa la reacción de cambio de presiones negativas sobre una superficie anticlástica, mediante la simulación de túnel de viento. Elaboración propia, realizado con RWIND simulation profesional.

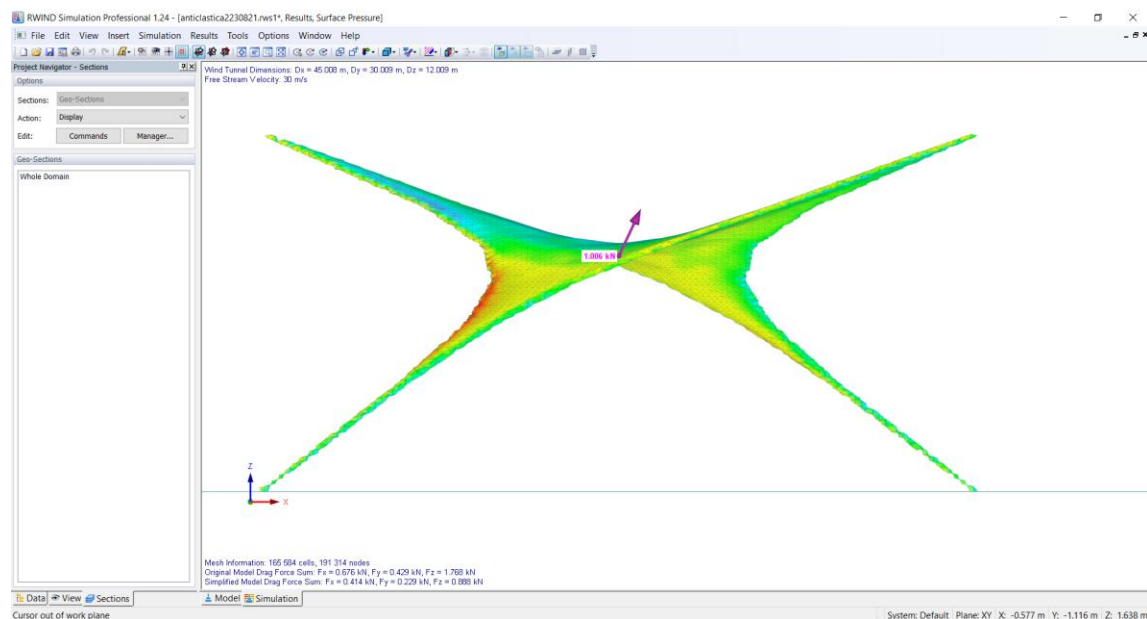
En la Figura 28, se describe una presión unitaria negativa sobre la superficie en estudio de un máximo de -370.80 Pa (-37.811 kgf/m²).

Esto es sumamente interesante, ya que se tiene al mismo tiempo una presión negativa y una positiva trabajando en conjunto. Esta es una de las razones por las que este análisis es sumamente importante en esta tipología, porque dependiendo del sector de la superficie, así será la fuerza que se debe considerar sobre esta.

En este caso se ve que la presión positiva contrarresta las cargas gravitacionales y la presión negativa contrarresta a su vez la suma de las presiones positivas.

Figura 29.

Fuerza de succión resultante



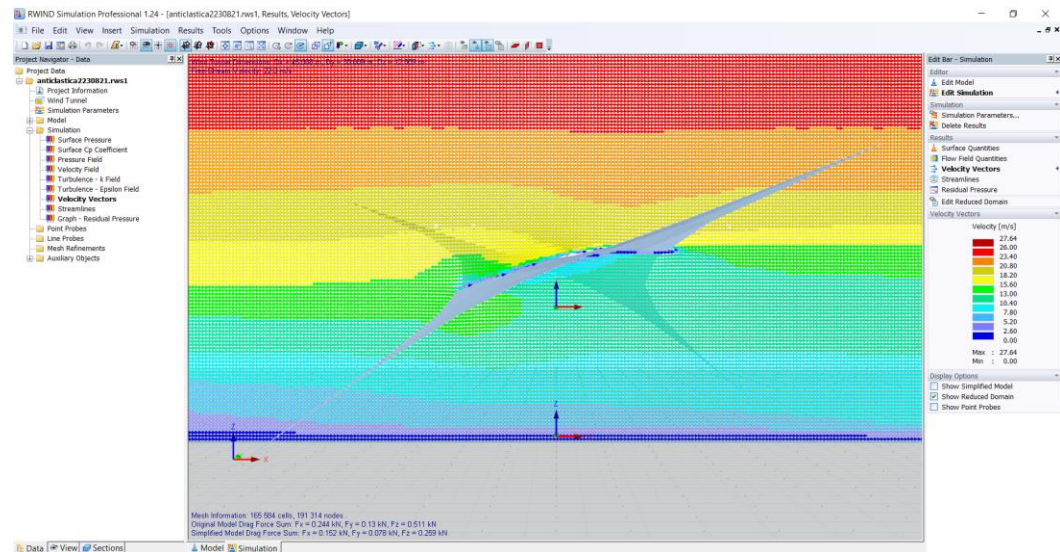
Nota. La figura representa la fuerza reacción de succión resultante sobre una superficie anticlástica, mediante la simulación de túnel de viento. Elaboración propia, realizado con RWIND simulation profesional.

En la Figura 29, el software nos calcula así mismo, el valor de la fuerza resultante de succión de 1.006 kN (102.58 kgf), que lo calcula con base en la sumatoria general de fuerzas tanto positivas como negativas del total de fuerzas que se aplican.

En la Figura 30 también podemos ver, por medio del cambio de colores, la diferencia de velocidades alrededor de la superficie que se usó como ejemplo, donde la velocidad en la parte superior tiene valores mayores que la velocidad en la parte inferior de esta.

Figura 30.

Velocidad del viento alrededor de modelo



Nota. La figura representa las distintas velocidades del viento resultante debido a su paso sobre una superficie anticlástica, mediante la simulación de túnel de viento. Elaboración propia, realizado con RWIND simulation profesional.

Esta información acerca de las velocidades es de vital importancia en el análisis de las fuerzas aplicadas sobre nuestra estructura, ya que existe una relación inversamente proporcional entre la velocidad del viento y la presión aplicada sobre cualquier cuerpo, porque según la ecuación de Bernoulli, que se puede utilizar para cualquier fluido, como lo es el viento en este caso Khan Academy, (2021), define claramente esta relación.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g h_2 \quad \text{Ecuación 16}$$

Por lo tanto, si la velocidad crece, la presión debe disminuir y si la velocidad disminuye, la presión debe de aumentar. Es evidente que ese cambio de velocidades entre la parte inferior y superior de la superficie analizada por los softwares produce así mismo, una presión resultante o fuerza de reacción que en ingeniería estructural denominamos “fuerza de succión”, que es la misma fuerza que en aerodinámica se denomina “fuerza de sustentación”.

Es importante que la dirección de análisis del viento sea considerada como la que tenga la condición más desfavorable, aunque según ASCE 7-16, se podrá utilizar un factor K_d , que va desde 0.85 hasta la unidad, que toma en consideración el valor de la probabilidad que el viento venga desde la dirección que produce la presión máxima. No obstante, y a partir de las geometrías del sistema, utilizará el factor $K_d=1$.

3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL PARA LA TIPOLOGÍA

Teniendo ya resuelta la búsqueda de forma, así como las fuerzas que el viento aplica sobre nuestras superficies, se debe realizar el análisis estructural, el cual se hizo por medio del método de los elementos finitos, utilizando primeramente el mallado ya definido en la búsqueda de forma y determinando los demás elementos de acuerdo con lo que normalmente se hace con cualquier estructura de elementos tipo “barra”.

Así mismo se tendrá generalmente que hacer un análisis de los cables estabilizadores y las barras que se requieran en el diseño, que son también parte componente de nuestra estructura.

3.1. Pretensado de superficies textiles

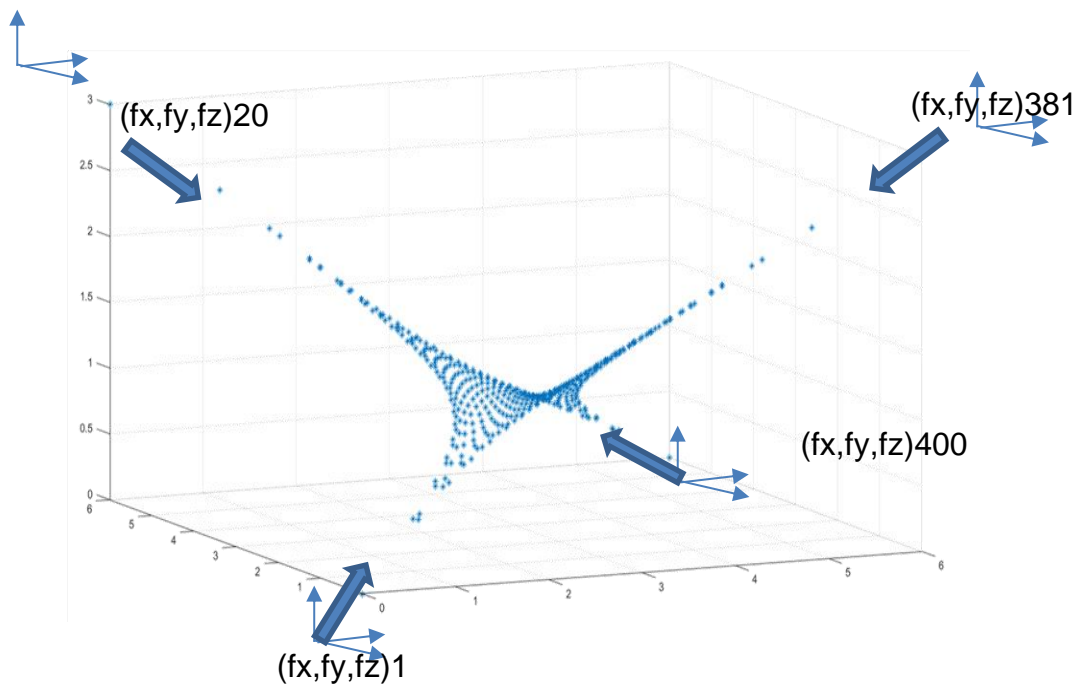
El pretensado de las superficies textiles es sumamente importante, ya que apoya en la estabilidad requerida para poder calcular la estructura mediante los métodos conocidos, los cuales no son útiles para sistemas de altas deflexiones como lo es una tela sin tensar.

Esta tensión previa es necesaria para estabilizar la membrana, la cual es considerada como una carga aplicada en sus nodos fijos, y permitirá que la membrana permanezca tensada durante su vida útil y no experimente deformaciones significativas.

Se debe calcular las fuerzas máximas entre las resultantes de tensión en los nodos fijos de la aplicación de las cargas de viento y las resultantes de tensión en dichos nodos bajo la aplicación de las cargas gravitacionales.

Figura 31.

Forma determinada por código computacional y las fuerzas resultantes en sus nodos fijos



Nota. La figura representa los resultados de las reacciones en los puntos fijos. Elaboración propia, realizado con el código computacional del software Matlab.

Tabla 13.

Factor de fuerzas resultantes en los nodos fijos

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante
1	3.2054	3.2054	1.1865	4.686
20	1.624	-1.624	-1.1865	2.585
381	-1.624	1.624	-1.1865	2.585
400	-3.2054	-3.2054	1.1865	4.686

Nota. La tabla representa los resultados de las fuerzas resultantes en los puntos fijos. Elaboración propia, realizado con Excel.

Estas fuerzas resultantes calculadas mediante el método de búsqueda de forma es un referencial indicativo, para luego calcular las tensiones verdaderas que serán la base para nuestra pretensión estructural aplicada sobre la superficie membranal en el momento su colocación.

Esta tensión estará definida por el factor de amplificación de seguridad que según la norma SEI 55-10, se utiliza actualmente en la práctica de la industria como 8.0 para el pretensado por carga muerta, 5.0 para el pretensado por carga de nieve (en nuestro caso lo usaremos para tefra y lluvia) y 4.0 para pretensado por carga de viento (American Society of Civil Engineers (ASCE SEI 55-10), 2010), los cuales deben multiplicarse por las tensiones conseguidas en el análisis de la estructura.

$$T_{pre} = [k]Max(T_{muerta}; T_{succión}; T_{gravitacional}) \quad \text{Ecuación 17}$$

(American Society of Civil Engineers, 2010)

Por lo tanto, se verán los resultados de las reacciones determinadas por cada tipo de carga aplicada sobre la superficie, para realizar finalmente el cálculo de la fuerza de pretensión requerida.

En el ejemplo que venimos realizando tenemos una resultante de viento calculada por el software de 0.31 kN, es decir 31.638 kgf definida de la siguiente manera:

Tabla 14.

Fuerza general resultante de viento

RESUMEN	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
GENERAL	42.21558	23.35113	90.54936	102.599

Nota. La tabla representa las fuerzas resultantes del viento. Elaboración propia, realizado con Excel.

Introduciendo esta información en el software de análisis estructural tenemos las siguientes reacciones en los nodos fijos:

Tabla 15.

Tensión final en nodos debido a viento

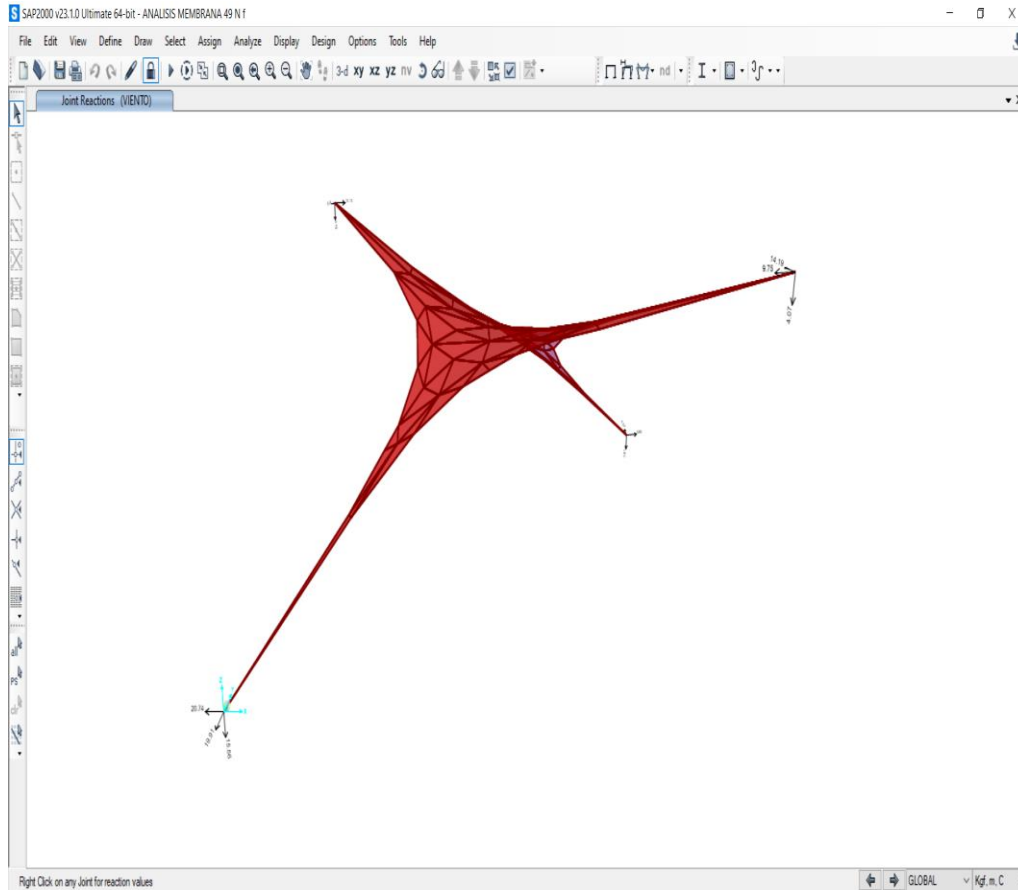
NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	T, Resultante (kg)
1	-66.885	-64.232	-50.194	105.446
20	33.974	-24.702	-10.849	43.383
381	-31.481	43.93	-12.727	55.524
400	22.177	21.653	-16.77	35.245

Nota. La tabla representa las tensiones en los nodos fijos debido al viento. Elaboración propia, realizado con Excel.

De acuerdo con la siguiente gráfica:

Figura 32.

Modelo en Sap2000®



Nota. La figura representa la introducción del sistema en software de diseño estructural. Elaboración propia, realizado con Sap2000.

Así mismo se tienen los resultados de las fuerzas gravitacionales de la siguiente manera:

Para la carga de lluvia se tiene:

Tabla 16.

Tensión final en los nodos debido a lluvia

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	T, Resultante (kg)
1	152.534	188.895	131.246	275.995
20	93.978	-123.914	-35.828	159.594
381	-87.552	116.118	-29.118	148.313
400	-158.96	-181.1	130.722	274.142

Nota. La tabla representa las tensiones resultantes debido a la lluvia. Elaboración propia, realizado con Excel.

Y para carga de tefra, suponiendo que el proyecto se encuentra a 20 km del volcán de Pacaya, se tiene:

Tabla 17.

Tensión final en los nodos debido a tefra

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	T, Resultante (kg)
1	109.824	136.004	94.497	198.716
20	67.664	-89.218	-25.796	114.907
381	-63.067	83.605	-20.965	106.802
400	-114.451	-130.392	94.12	197.382

Nota. La tabla representa las tensiones resultantes debido a la tefra. Elaboración propia, realizado con Excel.

Después de obtener estos datos se hace el resumen de tensiones y se calcula el vector máximo definido en cada nodo fijo, donde se hará la pretensión.

En la siguiente tabla se presentarán las tensiones máximas determinadas en cada nodo fijo.

Tabla 18.

Tensiones máximas en cada nodo fijo

NODO	T viento (kg) x 4	T lluvia (kg) x 5	T tefra (kg) x 5	T muerta (kg) x 8	T max (kg)
1	421.783	1,379.977	993.580	66.271	1,379.977
20	173.534	797.969	574.537	38.320	797.969
381	222.095	741.563	534.012	35.612	741.563
400	140.980	1,370.709	986.910	65.829	1,370.709

Nota. La tabla representa las tensiones máximas en los nodos fijos. Elaboración propia, realizado con Excel.

Con lo cual se ha logrado obtener el valor de la pretensión que debe tener cada nodo fijo definido en la estructura membranar.

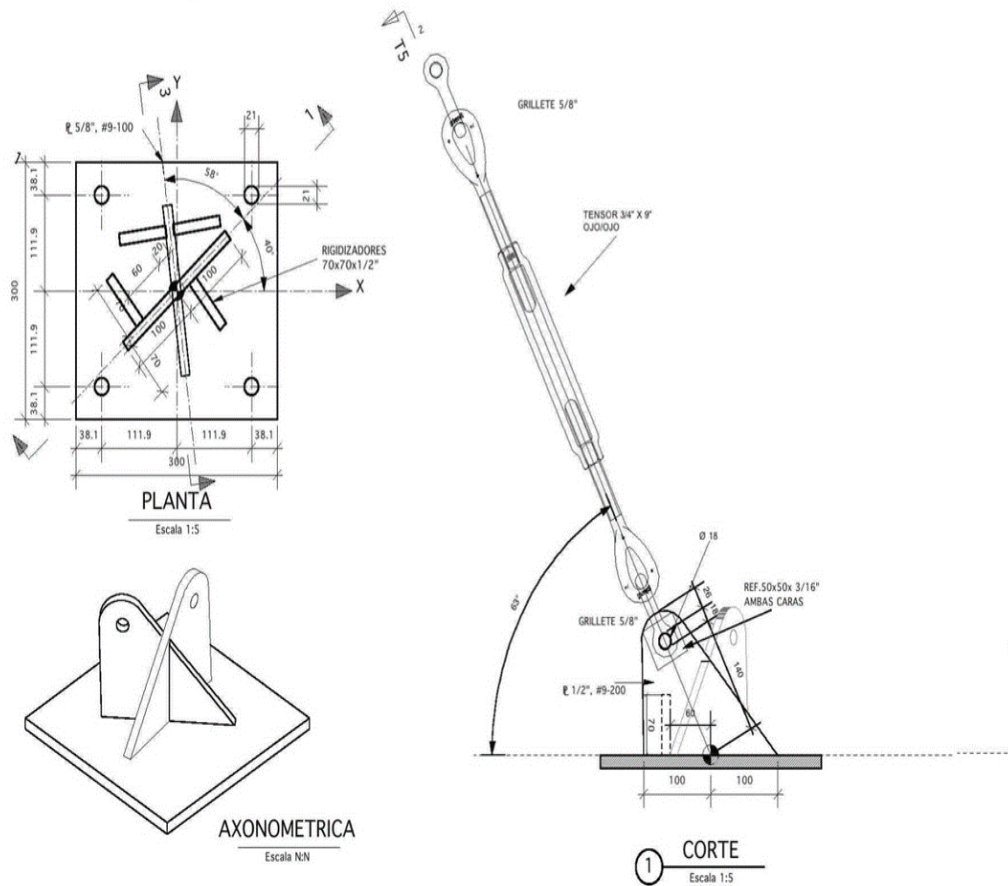
Esta pretensión generalmente en el medio se hace de manera empírica, pero según la norma que debería establecerse, será necesario que se haga mediante un tensómetro especial, con lo cual serán más precisos en este proceso tan importante.

La resultante de estos valores de tensión en el nodo fijo bajo estudio, se contrarrestarán por medio de los cables que trabajan a tensión y los estabilizadores de las barras que trabajan a compresión, utilizando el espejo geométrico del ángulo de la reacción nodal, para su aplicación. Esta tensión se proveerá mediante tensores especiales anclados a los cables, tal como se muestra en la siguiente figura.

Figura 33.

Detalle de tensores y su anclaje

NUDO 9 (ES UNO)

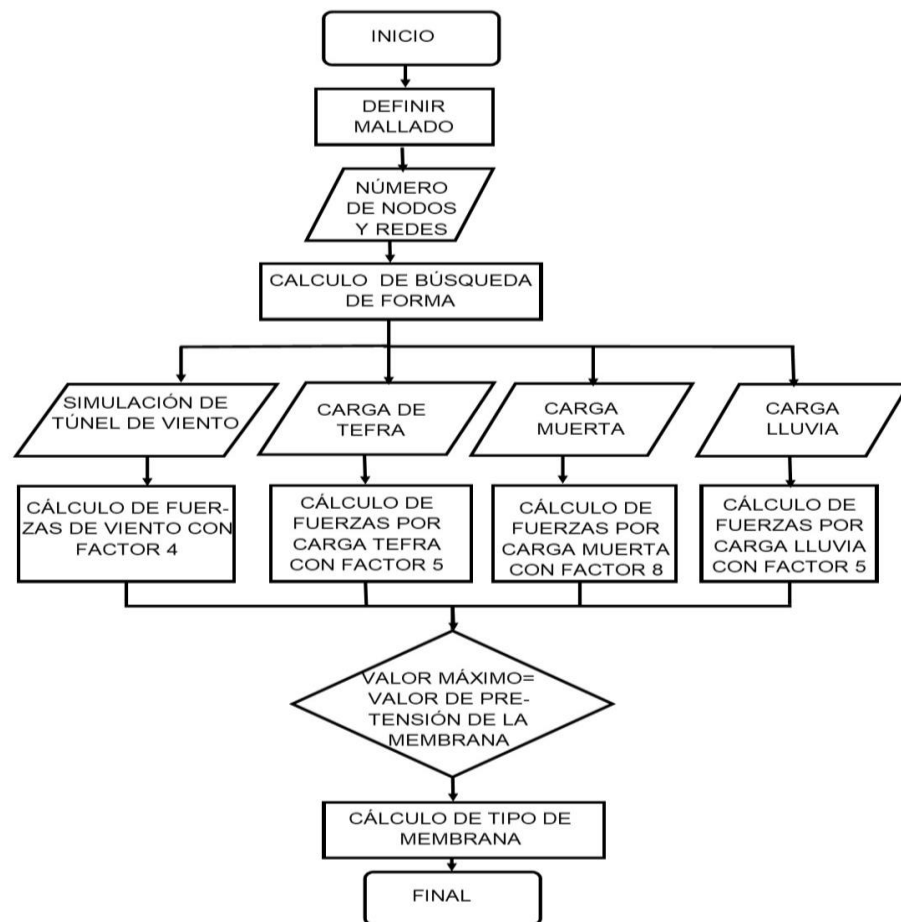


Nota. Detalle de los anclajes para tensores de una tensoestructura. Obtenido de TENSOTEC, (2022). *Detalle de sensores y su anclaje.* (<http://www.grupotensotec.com/servicios.html>) consultado el 20 de octubre de 2021. De dominio público

Finalmente, para una mejor comprensión del proceso de cálculo se presenta el siguiente diagrama de flujo:

Figura 34.

Diagrama de flujo del proceso de diseño



Nota. Esta figura representa el diagrama de flujo para la realización del cálculo de una membrana tensada. Elaboración propia realizado con Word.

3.2. Método de elementos finitos

El método de elementos finitos es uno de los mejores métodos para resolver problemas físicos, aplicados en el análisis estructural de cualquier tipo de estructuras, principalmente aquellas que son sumamente complicadas de analizar de otra manera.

Este método se basa en que, mediante la discretización de un cuerpo de naturaleza continua, es decir la partición de su integridad, en una serie finita de segmentos o parámetros, se pueda realizar el cálculo de sus elementos, (Valero, 2004).

Se obtiene como resultado una aproximación de mayor precisión, de acuerdo con la mayor cantidad de elementos en los que se haya dividido, convirtiéndose en un método numérico que resuelve mediante ecuaciones diferenciales algunos problemas de ingeniería y física, que en nuestro caso modifica las superficies propuestas en un conjunto de nodos y ramas que forman lo que en este método se denominan “mallas” (Viglaloro, 2006).

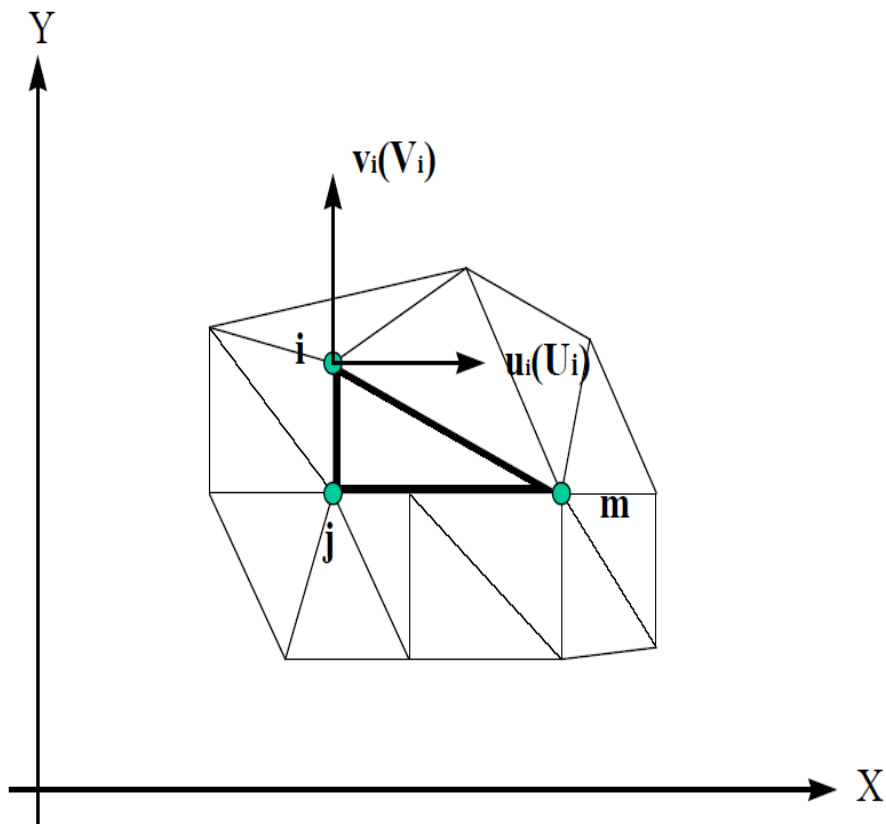
Esta discretización transforma el análisis a una serie de información que puede resolverse los mallados mediante un conjunto de matrices, las cuales serán sencillas de calcular mediante el uso de softwares especializados, tales como Matlab® y Mathcad® entre otros.

Como lo que compete en el análisis estructural es poder hallar los esfuerzos internos de cada material componente de nuestro sistema, el método de elementos finitos, (MEF), ha utilizado la sencilla ecuación de deformaciones vs. rigidez.

Primero se debe establecer el modelo y definir sus elementos. En el caso estructuras de superficie como lo son las membranas, esta discretización debe realizarse con base en triángulos, los cuales estarán interconectados por los puntos denominados “nodos” como se observa en la siguiente figura:

Figura 35.

Coordenadas nodales (i, j, k)



Nota. Detalle de la interconexión de nodos. Usando datos de Valero, (2004).

Como lo que interesa es encontrar las fuerzas del sistema, ya sean de tensión como de compresión, las cuales siempre estarán presentes en esta tipología, el método de elementos finitos se auxiliará del método de las rigideces que se establece básicamente mediante la fórmula siguiente:

$$f = k\delta \quad \text{Ecuación 18 (Hibbeler, 2010).}$$

Donde f es la fuerza resultante, k , la rigidez del elemento y d su desplazamiento.

Por lo tanto, para encontrar las fuerzas únicamente se necesita la rigidez del material y su desplazamiento.

Como lo que se tiene es un número finito de elementos, cada uno de estos argumentos están circunscritos en forma matricial, por lo tanto, esta fórmula se puede definir como la matriz (F), que es igual a la matriz de Rigidez (K) multiplicada por la matriz de desplazamientos (d).

$$F = Kd \quad \text{Ecuación 19 (Blanco, 2015).}$$

Que es un resumen de cualquier ecuación matricial de del método de rigidez. En el libro “Análisis Matricial de Estructuras” podemos ver un ejemplo de esta ecuación de la siguiente manera:

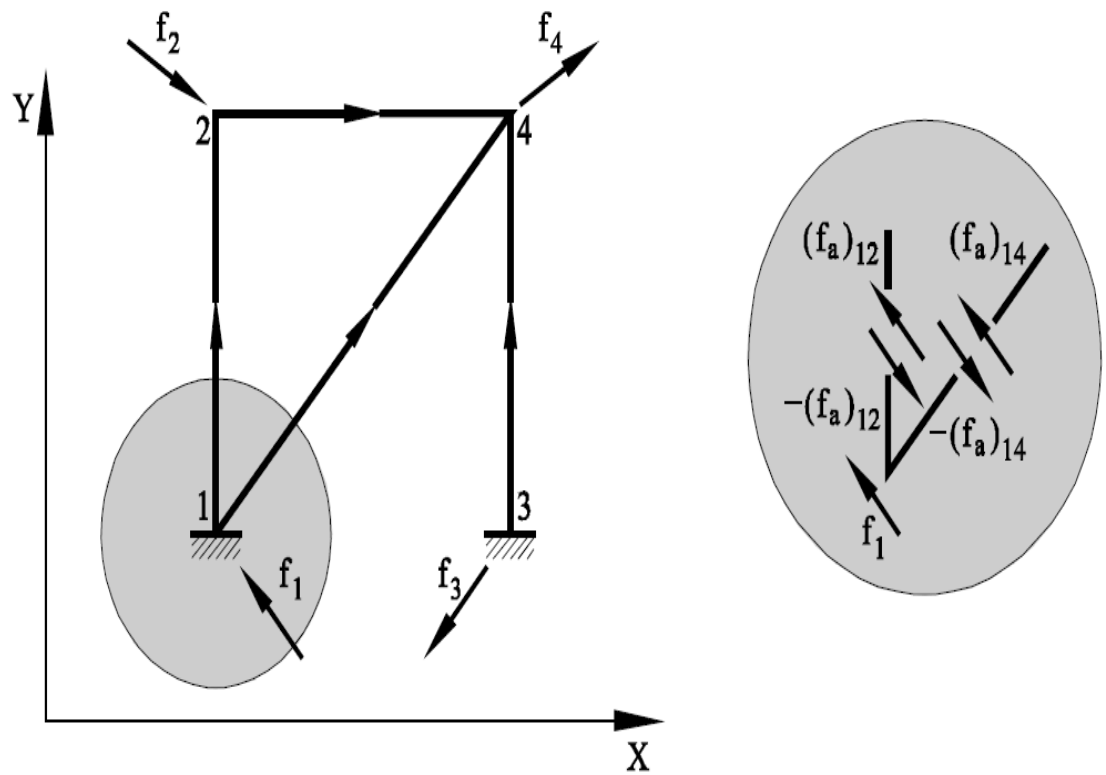
Ecuación 20

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (K_{aa}) + (K_{aa})_{14} & (K_{ab})_{12} & 0 & (K_{ab})_{14} \\ (K_{ab})_{12} & (K_{bb})_{12} + (K_{aa})_{24} & 0 & (K_{ab})_{24} \\ 0 & 0 & (K_{aa})_{34} & (K_{ab})_{34} \\ (K_{ba})_{14} & (K_{ba})_{24} & (K_{ba})_{34} & (K_{bb})_{14} + (K_{bb})_{24} + (K_{bb})_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix}$$

La cual surge del sistema estructural siguiente:

Figura 36.

Sistema estructural ejemplo



Nota. La figura representa un ejemplo de sistema estructural, usando datos de Blanco, (2015).

Aunque en cualquier sistema de nodos y barras funcionará de la misma manera, con lo cual se tendrán una serie de fuerzas y desplazamientos vectoriales en los tres ejes x,y,z; unos a manera de incógnitas y otros como datos conocidos, siempre lo resolvemos por medio del análisis matricial correspondiente.

Como ya se ha podido observar, la forma de hacer el análisis estructural de un sistema de área de elementos finitos es muy similar al análisis realizado de la búsqueda de forma de la membrana, referida en el presente trabajo, ya que esta está basada en el método de elementos finitos.

3.2.1. Diseño de superficies anticlásticas

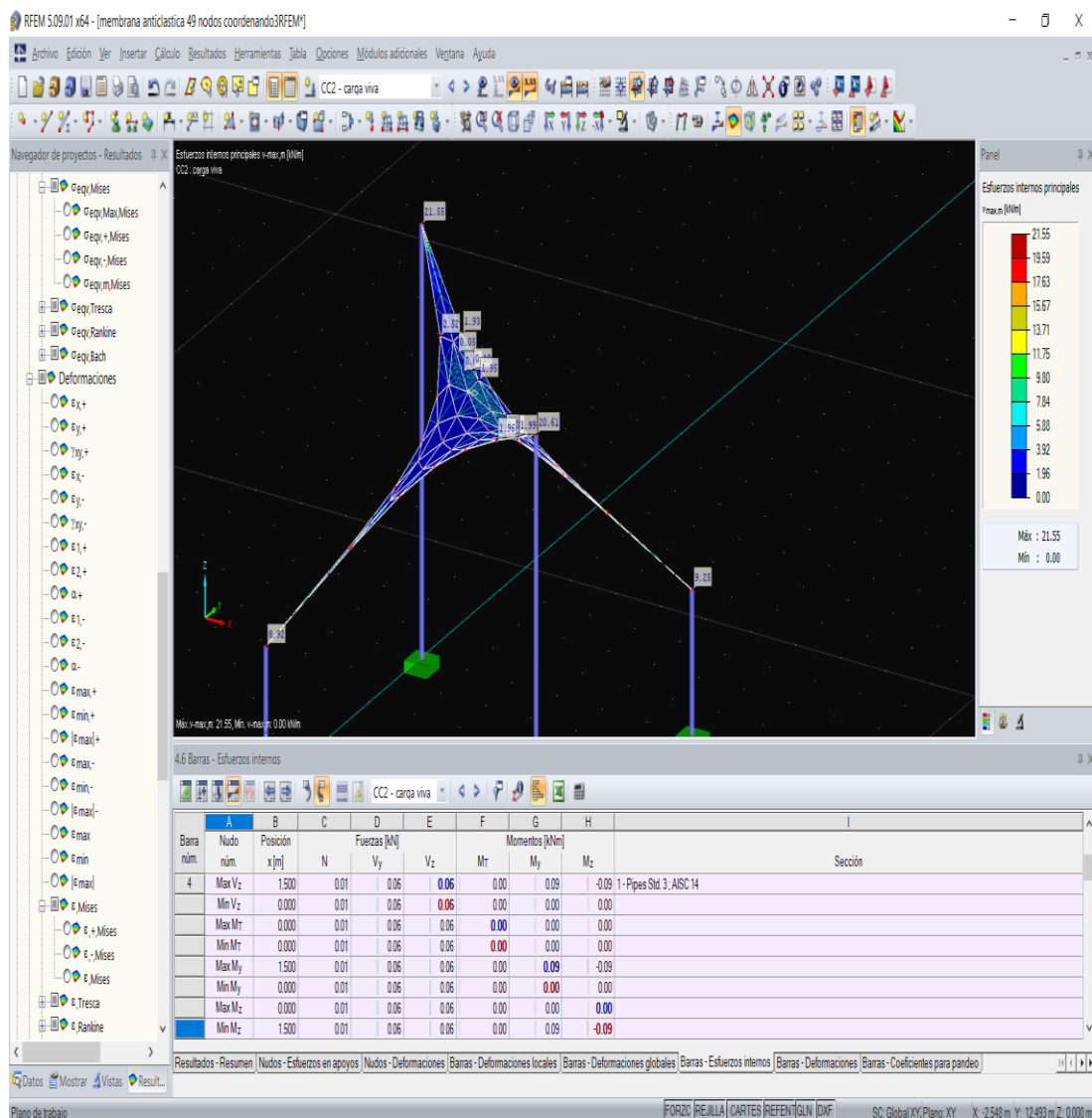
Como ya se ha mencionado anteriormente, todas las superficies membranales serán siempre del tipo anticlástica, pues generalmente tendrán curvaturas opuestas, siempre y cuando no se force la arquitectura utilizando elementos que cambien esta configuración, aunque siempre tendrán una gran gama de configuraciones geométricas, como por ejemplo las de base cónica, de arco y de paraboloide hiperbólico. Las cargas gravitacionales contrarrestan a las fuerzas de succión de viento y pretensión aplicada a la membrana.

Para el análisis de este tipo de superficie se define primero cada coordenada final de la búsqueda de forma, de acuerdo con el cálculo del método de densidad de fuerzas (FDM), datos estos, que se coloca en el software de elementos finitos que se prefiera. Existen varios softwares que calculan por medio de elementos finitos en el mercado, tales como Sap2000®, Rfem®, Abaqus®, entre otros, con los cuales se hace prácticamente sencillo el cálculo matricial complejo que se debe realizar. Por ejemplo, utilizando una membrana Serge Ferrari®, la cual tiene una resistencia a la tensión de 280 daN / 5 cm (5,710.41 kg/m= 56 kN/m).

Revisando las tensiones máximas calculadas por medio del software rfem 5.09 ®, quien calcula por medio de elementos finitos, tenemos la siguiente gráfica de los cálculos realizados:

Figura 37.

Cálculo de membrana por MEF



Nota. La figura representa la introducción del sistema en software de diseño estructural. Elaboración propia, realizado con rFEM.

Y de acuerdo con los resultados obtenidos, se puede hacer la siguiente tabla comparativa:

Tabla 19.

Factor de diseño de membrana

NODO	s (kN/m)	smax (kN/m)	fs
1	8.920	56.000	6.28
20	21.550	56.000	2.60
381	20.610	56.000	2.72
400	9.250	56.000	6.05

Nota. La tabla representa los factores de diseño calculados. Elaboración propia, realizado con Excel.

Por lo tanto, así mismo, se ha podido revisar el tipo de membrana por utilizar para esta estructura que estamos viendo.

3.2.2. Análisis de cables tensados

El sistema de cables tensados estará definido de acuerdo con los ángulos resultantes de las fuerzas aplicadas en los nodos fijos. Es decir que se usarán los resultados ya obtenidos en el análisis membranar, para diseñar la línea de los cables que absorberán las tensiones ya determinadas, tomando en cuenta así mismo, que el peso propio de los cables es prácticamente despreciable (Birchall & Bridgens, 2012).

Como en nuestro caso las fuerzas aplicadas de tensión coincidieron con los ángulos de las fuerzas de tensión máxima que se aplica en los nodos fijos de la membrana, debido a la fuerza de la carga de lluvia, se calcula los ángulos de los vectores dados, recibiendo los siguientes resultados:

Tabla 20.

Ángulos de tensión en nodos fijos

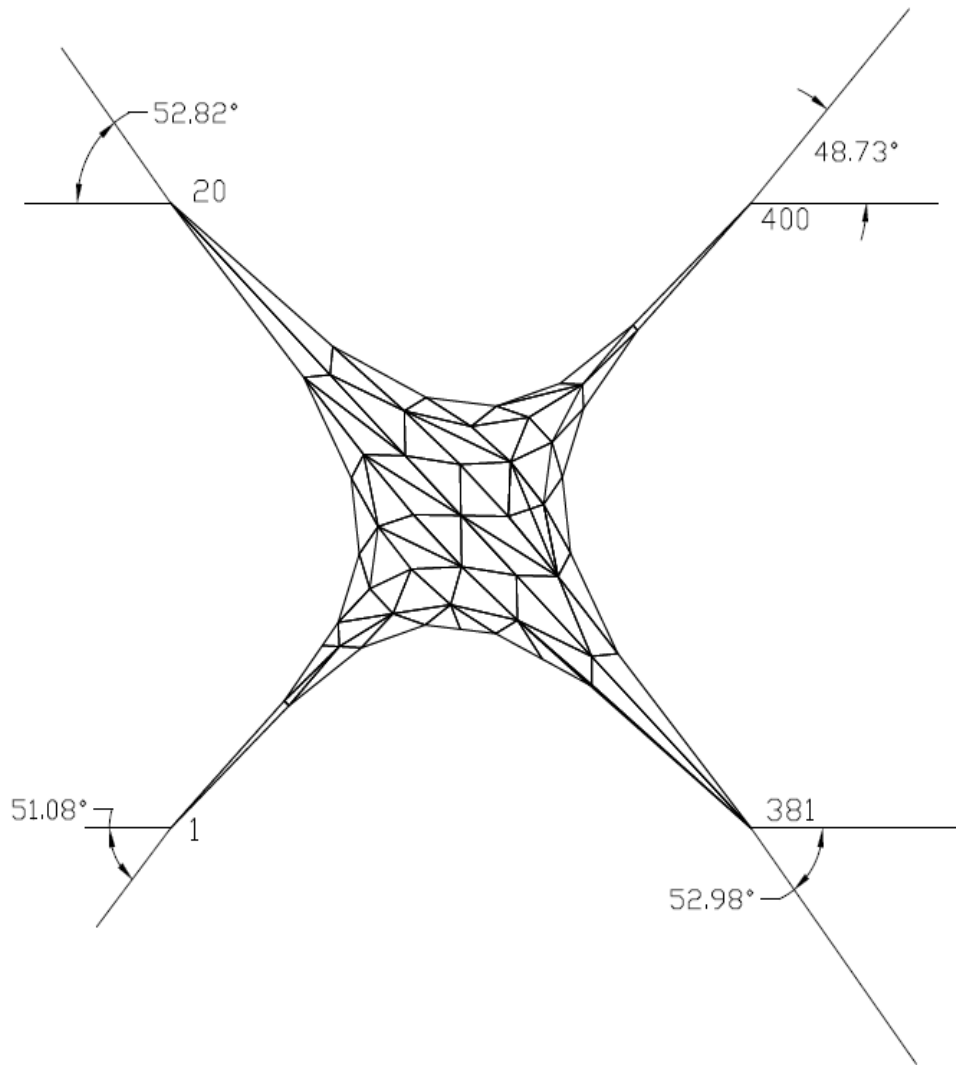
NODO	ángulo x-y (grados)	Ángulo xy-z (grados)
1	51.08	28.39
20	-52.82	-12.97
381	-52.98	-11.32
400	48.73	28.48

Nota. La tabla representa los ángulos de tensión final. Elaboración propia, realizado con Excel.

Por lo tanto, en planta se tendría lo siguiente:

Figura 38.

Ángulos x-y

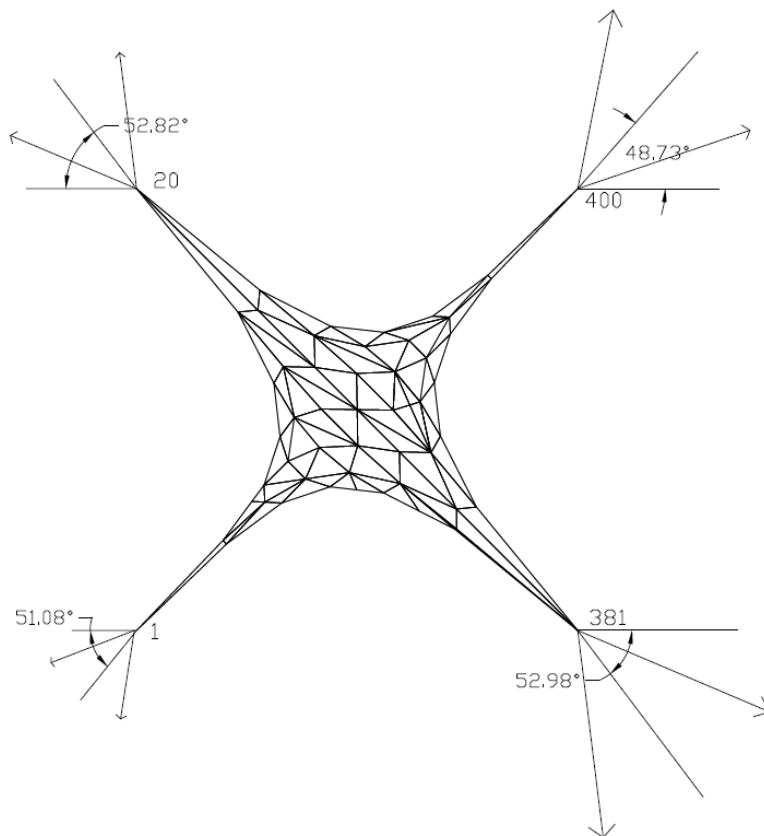


Nota. La figura representa los ángulos de tensión del sistema. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

La mejor manera de colocar los cables sería en la dirección donde se aplica la fuerza básica de pretensión, sin embargo, debido a la configuración general, los cambios en la dinámica de fuerzas existentes y una mejor redundancia del sistema será mejor la utilización de dos cables, los cuales compartirán las cargas definidas, dejando la planta quedaría de la siguiente manera:

Figura 39.

Alineación de cables en planta



Nota. La figura representa los ángulos del diseño de los cables del sistema. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

Proponiendo un ángulo entre los cables de 60 grados, 30 grados hacia la derecha y 30 grados hacia la izquierda de la línea central de la fuerza calculada, utilizando el ángulo vertical $xy-z$, se podrá tener la configuración del cable.

Posteriormente el cálculo se hizo de la manera más sencilla que existe, ya que tenemos una tensión, por lo que propusimos una especificación y un área de cable, teniendo con eso, un esfuerzo aplicado que se deberá comparar con el esfuerzo máximo del cable, utilizando un factor de seguridad de 3 a 4 para completar el chequeo (EyT, 2019).

3.2.3. Análisis de otras estructuras

Dentro de los diseños arquitectónicos de las membranas tensadas se tienen elementos que apoyan la forma tales como los arcos, los cuales son contruidos generalmente mediante tubos de sección circular.

Los arcos tendrán que calcularse también de acuerdo con las resultantes de las tensiones aplicadas a través de la superficie y mediante el método de elementos finitos para discretizar las curvas en segmentos rectos, calculados como elementos tipo barra.

Figura 40.

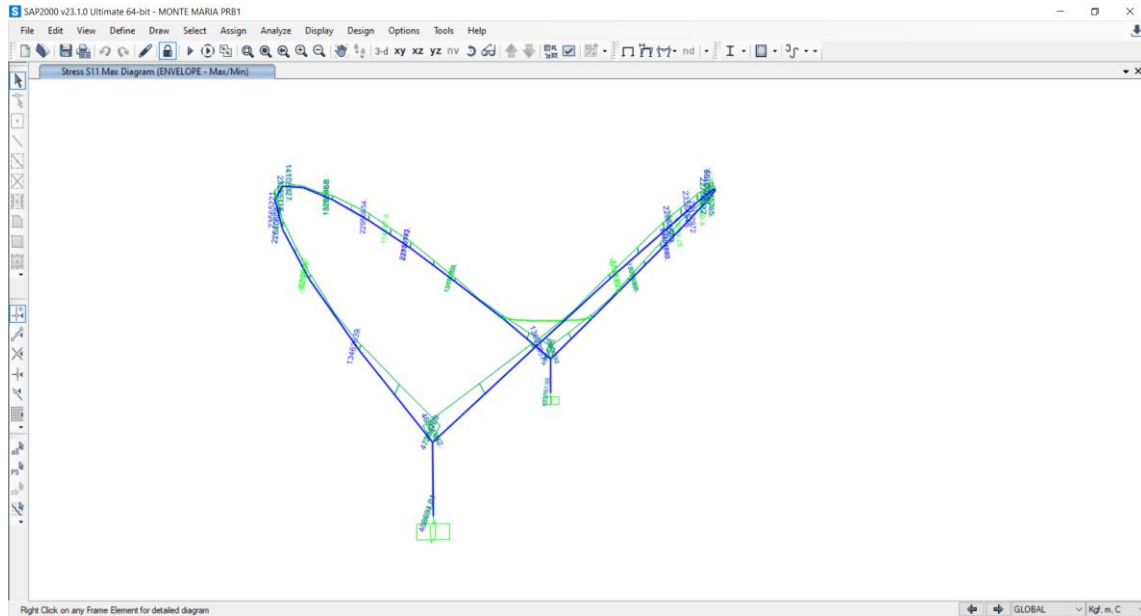
Foto de membrana tensada suscrita en arcos



Nota. Estructura de membranas tensadas. Elaboración propia.

Este conjunto de arcos se diseña con la influencia de las cargas de viento, tanto de succión como de influencia directa, la lluvia, la tefra y las pretensiones que deben tener las membranas las cuales producen esfuerzos de corte, flexión y torsión en los tubos estructurales identificados de la siguiente manera:

Análisis de arcos para membranas tensadas



Nota. La figura representa el análisis estructural del sistema de arcos para membranas tensadas.
Elaboración propia, realizado con Sap2000.

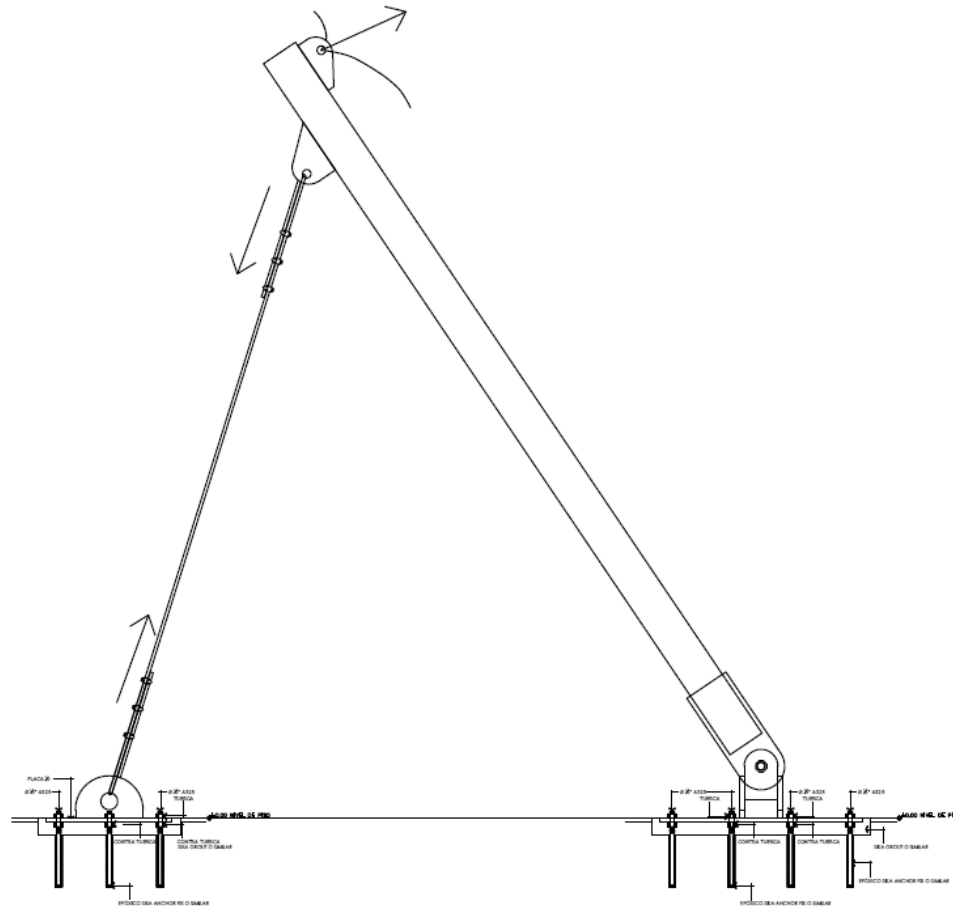
3.2.4. Mástiles

Los mástiles son postes que generalmente trabajan a compresión, gracias a la redundancia de las tensiones perimetrales que los influyen. Por lo tanto, se calcularán con base en la suma de las tensiones de las membranas que lo circunscriben, aprovechando los cálculos de estática de una simple barra.

Las tensiones de las membranas se adecúan de acuerdo con la dirección promedio de la tensión aplicada a lo largo del segmento definido de su superficie.

Figura 42.

Mástil lateral

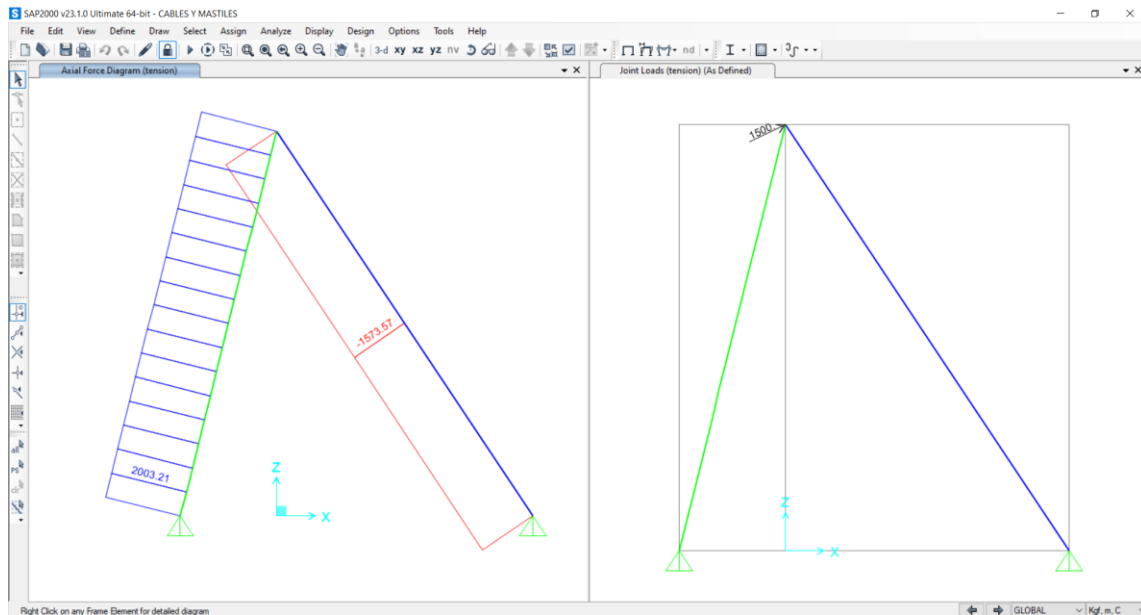


Nota. La figura representa los detalles constructivos de los mástiles para cables tensados. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

Balz & Dencher, (2004) Los mástiles estarán anclados al suelo teniendo solamente restricción tipo pin, por lo que tendrán que soportar únicamente la fuerza axial de compresión. Y finalmente para poder realizar los cálculos en el software utilizará un análisis no lineal, tal como se muestra en la siguiente figura:

Figura 43.

Análisis de mástiles laterales



Nota. La figura representa los esfuerzos internos en los mástiles y cables tensados. Elaboración propia, realizado con Sap2000.

Hasta aquí prácticamente se ha logrado realizar todo lo que necesita para poder hacer un diseño completo de cualquier estructura de membranas tensadas, sin embargo, siempre es conveniente, ser suficientemente analíticos, pues no todas las configuraciones geométricas serán iguales y como profesionales tendremos que analizar por métodos de ingeniería para resolver ciertas excepciones, que se encontrará lo largo del diseño de esta tipología estructural.

4. COMPARATIVAS DE DISEÑO

En el presente capítulo revisarán distintos ejemplos de estructuras membranales que se han diseñado a partir de ciertas configuraciones arquitectónicas especiales, con el fin de poder obtener un análisis comparativo del diseño por viento de acuerdo con la norma existente en nuestro medio y el diseño por medio de los resultados obtenidos mediante software especializado de túnel de viento.

4.1. Ejemplos de diseño estructural usando normativa y simulación

Se hicieron tres diseños diferentes los cuales se detallan a continuación.

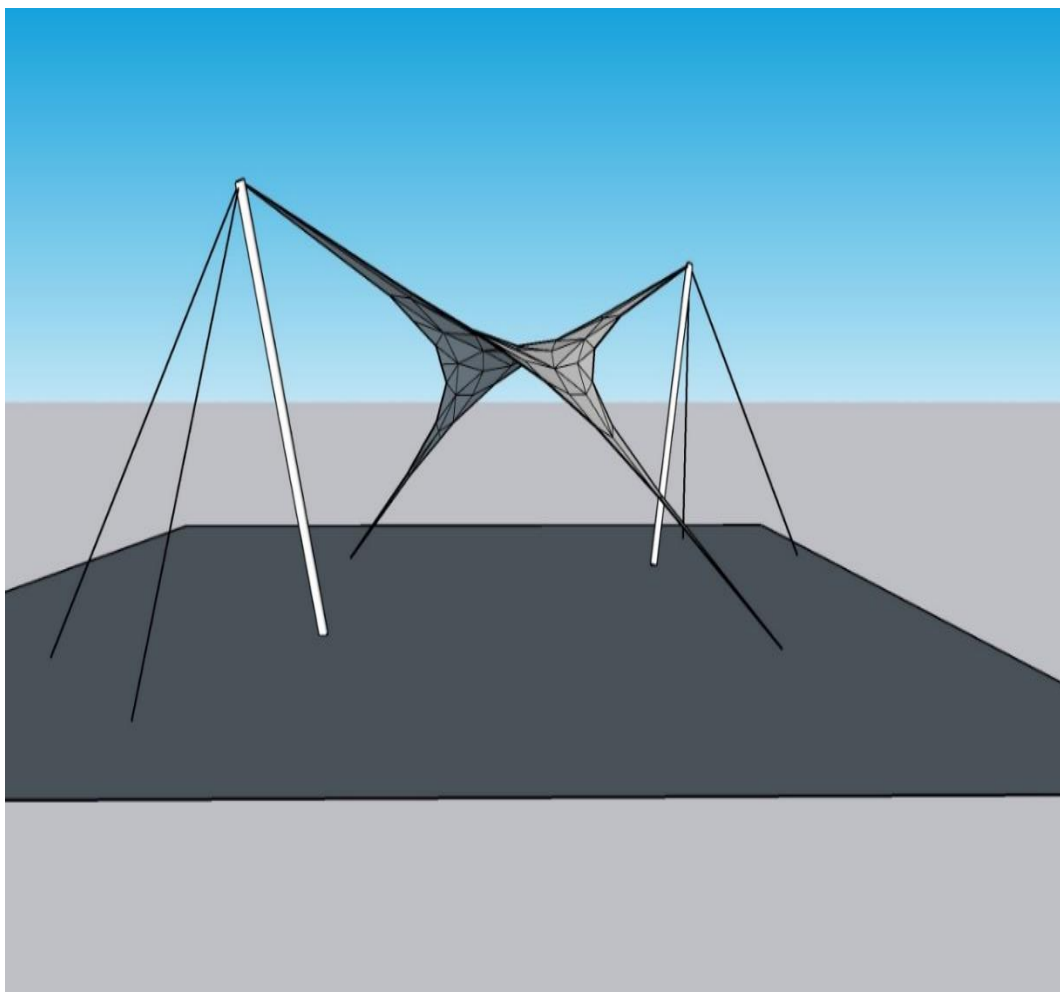
4.1.1. Ejemplo de diseño de estructura No. 1

En esta sección completaremos el ejemplo de la estructura anticlástica de paraboloide hiperbólico que viene calculando en el capítulo 3, para un techo exterior de área de reuniones.

Los resultados obtenidos son suficientes para definir las especificaciones de cada elemento estructural a utilizar, comenzando primero por la membrana, la cual será de marca Ferrari® 502-8604S2 (Ferrari, 2021). Tiene una capacidad 280 dNa/5cm, que es lo mismo que 56 kN (5,710 kgf/m) tanto en urdimbre como en trama, la cual según nuestros cálculos tendrá que soportar una tensión máxima de 21.55 kN/m, de acuerdo con la información recabada en la tabla No 20, mediante el software de elementos finitos Sap2000.

Figura 44.

Estructura No 1

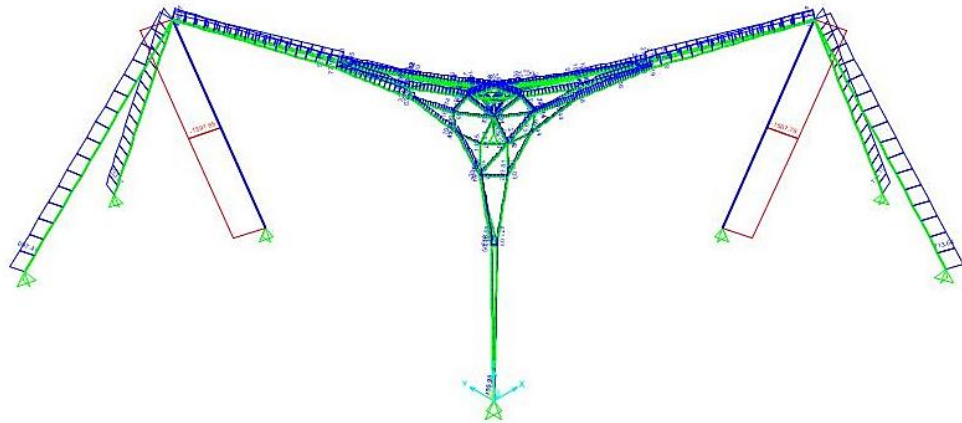


Nota. En la figura se representa el sistema de la estructura. Elaboración propia, realizado con SketchUp.

Los siguientes elementos que se deben calcular son los mástiles y los cables, los cuales trabajan en conjunto.

Figura 45.

Análisis estructural elementos de estructura No. 1



Nota. La figura representa los esfuerzos internos en la estructura de membrana tensionada. Elaboración propia, realizado con Sap2000.

Donde la carga axial en los mástiles está tabulada en la siguiente tabla:

Tabla 21.

Fuerza axial en mástiles

MASTIL	F axial viento (kg)	F axial lluvia (kg)	F axial tefra (kg)	F max (kg)
1	1,591.850	78.340	78.340	1,591.850
2	1,567.760	69.830	69.830	1,567.760
F max	1,591.850	78.340	78.340	1,591.850

Nota. La tabla representa las fuerzas axiales en los mástiles. Elaboración propia, realizado con Excel.

Y sus combinaciones calculadas de acuerdo con AGIES, (2018):

Tabla 22.

Fuerzas totales por combinación

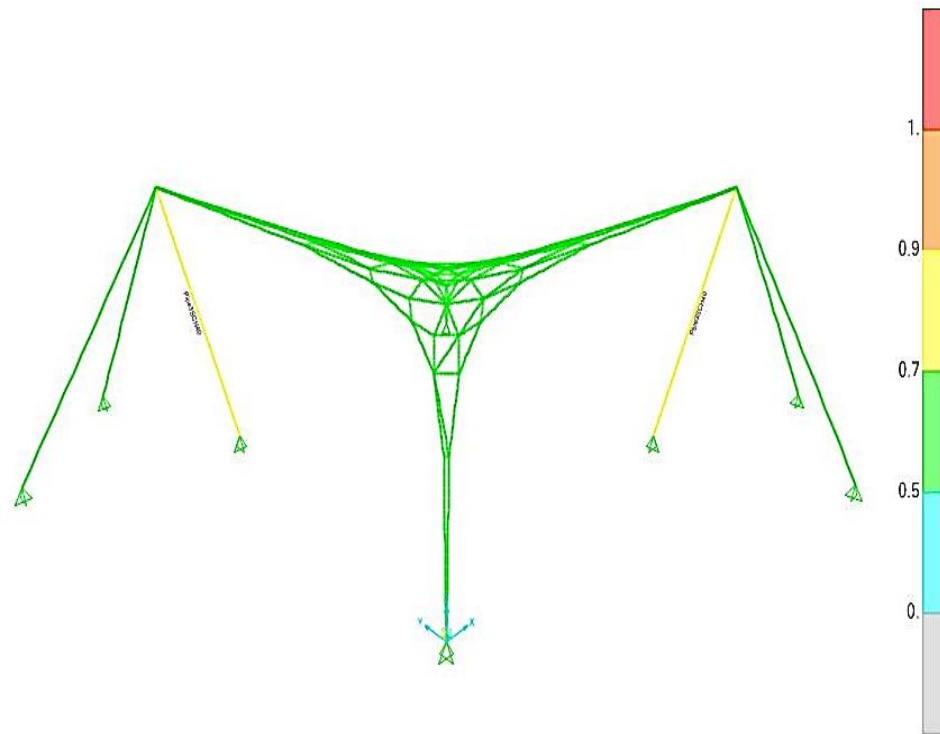
COMB.	F axial viento (kg)	F axial lluvia (kg)	F axial tefra (kg)	F max (kg)
CR2	0.000	125.344	39.170	164.51
CR3	0.000	78.340	125.344	203.68
CR6	2,069.41	39.170	0.000	2,108.58
CR7	2,069.41	0.000	0.000	2,069.41

Nota. La tabla representa las fuerzas finales según combinaciones propuestas por la norma.
Elaboración propia, realizado con Excel.

Por lo tanto, se utilizará la fuerza máxima calculada de 2,108.58 kg para revisar el diseño del tubo a utilizar en los mástiles mediante el software Sap2000[®].

Figura 46.

Revisión de mástil tubo de 3" Cédula 40



Nota. La figura representa la capacidad de soporte de esfuerzos del sistema. Elaboración propia, realizado con Sap2000.

Por lo tanto, los mástiles serán contruïdos de tubo de 3" de diámetro, cédula 40, con lo cual, podremos resistir las fuerzas máximas soportadas por el sistema, utilizando LRFD (Load and Resistance Factor Design);

Seguidamente se diseñaron los cables de acuerdo con la tensión máxima en estos.

Tabla 23.*Tensiones en cables*

CABLE	T viento (kg)	T lluvia (kg)	T tefra (kg)	T Pret. (kg)
1	677.460	36.000	36.000	689.988
2	732.280	35.460	35.460	689.988
3	692.920	34.250	34.250	689.988
4	693.770	29.390	29.390	689.988

Nota. Tensiones resultantes en los cables. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 24.*Tensión debido a combinaciones AGIES 2018*

COMBINACIÓN	T viento (kgf)	T lluvia (kgf)	T tefra (kgf)	T Pret. (kgf)	FUERZA FINAL (kgf)
F max	732.280	36.000	36.000	689.988	
CR2	0.000	54.800	17.125	689.988	71.925
CR3	0.000	34.250	54.800	689.988	89.050
CR6	917.921	17.125	0.000	689.988	917.921
CR7	900.796	0.000	0.000	689.988	900.796

Nota. La tabla representa las tensiones resultantes de las combinaciones sugeridas por la norma. Elaboración propia, realizado con Excel.

Como los cables deben soportar la tensión máxima de 917.92 kg (0.92 ton), se sugiere un cable que pueda soportar 6 veces esta carga, es decir que tenga la capacidad de soportar un máximo de 5.52 ton. Por lo tanto, se utilizará un cable galvanizado negro del tipo Tonina de 6x19, de 3/8" de diámetro, el cual tiene una resistencia a la ruptura de 6.10 ton (ver Tabla 1).

Ahora, si se utiliza la normativa nacional NSE-2-2018 (AGIES, 2018), para la ciudad de Guatemala, debemos calcular las fuerzas de acuerdo con los factores requeridos en la ecuación No 2, usando:

- Cez para exposición tipo B = 0.67
- Ic por categoría ordinaria = 1.00
- qz para velocidad de 100 km/h = 48 kg/m²

Y por último el Cq únicamente de succión definido por 1.3 para recintos abiertos, con lo cual tendríamos una fuerza de succión de: 41.81 kg/m², integrándolo en el área total de la membrana entre arcos que sería de: 8.16 m², tenemos un total de 341.16 kgf, pero según el túnel de viento la fuerza resultante es de únicamente 108.09 kgf, multiplicado por un factor de seguridad de 4, tendría 432.36 kgf es decir un 126.73 % del valor de la norma. Por lo tanto, si se quiere lograr la concordancia en este caso de la norma con el túnel de viento, el factor que debemos transformar es el factor de Cq, que se calcularía como: 1.65 en este caso.

4.1.2. Ejemplo de diseño de estructura No 2

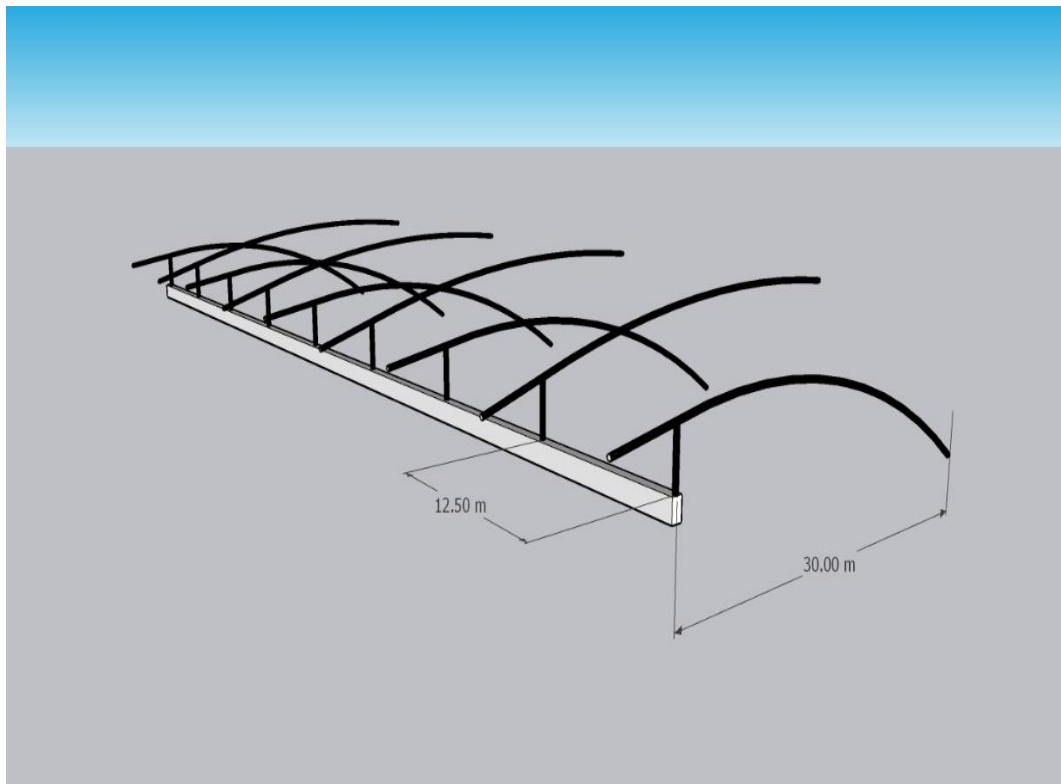
Se diseñó una estructura especial para techo de un estadio de 26 m de altura, utilizando marcos principales, contruidos de curvas desfasadas de tubo a cada 12.50 m entre sí, un marco creando un arco hacia abajo y el siguiente

creando un marco hacia arriba, y así sucesivamente hasta completar 9 marcos que en planta tendrían 35 metros de largo, como una visera de membrana tensada.

La localización del estadio sería en la ciudad de Guatemala, por lo que se calculó con la fuerza de viento producida por la velocidad de 100 km/hr (AGIES, 2018).

Figura 47.

Marcos en arco para visera de estadio



Nota. En la figura la configuración del sistema estructural correspondiente. Elaboración propia, realizado con SketchUp.

Esta configuración formó un diseño arquitectónico especial que al mismo tiempo cubre suficiente del sol para los espectadores que se encuentren en los graderíos del estadio.

Procediendo a la búsqueda de forma, se introdujo en el código diseñado en este trabajo por medio de Matlab®, una matriz de 19 nodos horizontales por 20 nodos verticales, para un total de 380 nodos, definiendo los dos primeros tramos y repitiendo la forma en los siguientes marcos.

Como los arcos tienen coordenadas específicas de nodos fijos, se establecieron tres arcos de la siguiente manera:

Tabla 25.

Coordenadas de nodos fijos de Arco No. 1

nodo	x (m)	y (m)	z (m)
1	0	0	23.2442
2	0	1.8418	24.066
3	0	3.6836	24.7117
4	0	5.5254	25.3612
5	0	7.3672	25.9567
6	0	9.2209	26.4996
7	0	11.0508	26.991
8	0	12.8926	27.4321
9	0	14.7344	27.8236
10	0	16.5762	28.1665

Continuación Tabla 25.

11	0	18.418	28.4613
nodo	x (m)	y (m)	z (m)
12	0	20.2598	28.7088
13	0	22.1016	28.9093
14	0	23.9434	29.0633
15	0	25.7852	29.1709
16	0	27.627	29.2326
17	0	29.4688	29.2482
18	0	31.3106	29.1811
19	0	33.1524	29.0924
20	0	34.9942	29.0038

Nota. Cálculo de las coordenadas de los nodos fijos del arco No 1. Elaboración propia, usando Excel.

Tabla 26.

Coordenadas de nodos fijos de Arco No.2

nodo	x (m)	y (m)	z (m)
181	12.50	0	35.4565
182	12.50	1.8418	35.4421
183	12.50	3.6836	35.3818
184	12.50	5.5254	35.2754
185	12.50	7.3672	35.1227
186	12.50	9.209	34.9235

Continuación Tabla 26.

nodo	x (m)	y (m)	z (m)
187	12.50	11.0508	34.6773
188	12.50	12.8926	34.3838
189	12.50	14.7344	34.0422
190	12.50	16.5762	33.652
191	12.50	18.418	33.2124
192	12.50	20.2598	32.7224
193	12.50	22.1016	32.1809
194	12.50	23.9434	31.5868
195	12.50	25.7852	30.9388
196	12.50	27.627	30.2353
197	12.50	29.4688	29.4745
198	12.50	31.3106	28.6111
199	12.50	33.1524	27.7215
200	12.50	34.9942	26.8318

Nota. Cálculo de las coordenadas de los nodos fijos del arco No 2. Elaboración propia, usando Excel.

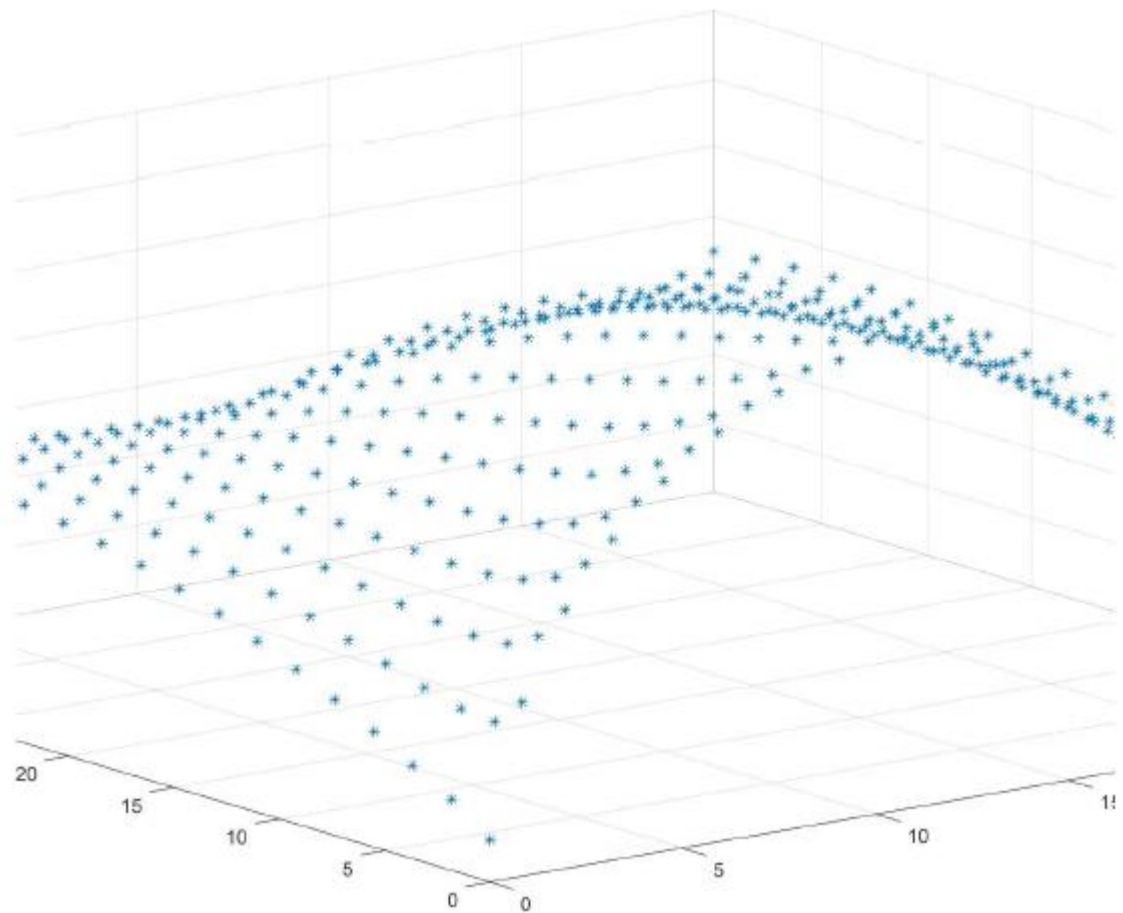
Tabla 27.*Coordenadas de nodos fijos Arco No.3*

nodo	x (m)	y (m)	z (m)
361	25.00	0	23.2442
362	25.00	1.8418	24.066
363	25.00	3.6836	24.7117
364	25.00	5.5254	25.3612
365	25.00	7.3672	25.9567
366	25.00	9.209	26.4996
367	25.00	11.0508	26.991
368	25.00	12.8926	27.4321
369	25.00	14.7344	27.8236
370	25.00	16.5762	28.1665
371	25.00	18.418	28.4613
372	25.00	20.2598	28.7088
373	25.00	22.1016	28.9093
374	25.00	23.9434	29.0633
375	25.00	25.7852	29.1709
376	25.00	27.627	29.2326
377	25.00	29.4688	29.2482
378	25.00	31.3106	29.1811
379	25.00	33.1524	29.0924
380	25.00	34.9942	29.0038

Nota. Cálculo de las coordenadas de los nodos fijos del arco No 3. Elaboración propia, usando Excel.

Figura 48.

Búsqueda de forma

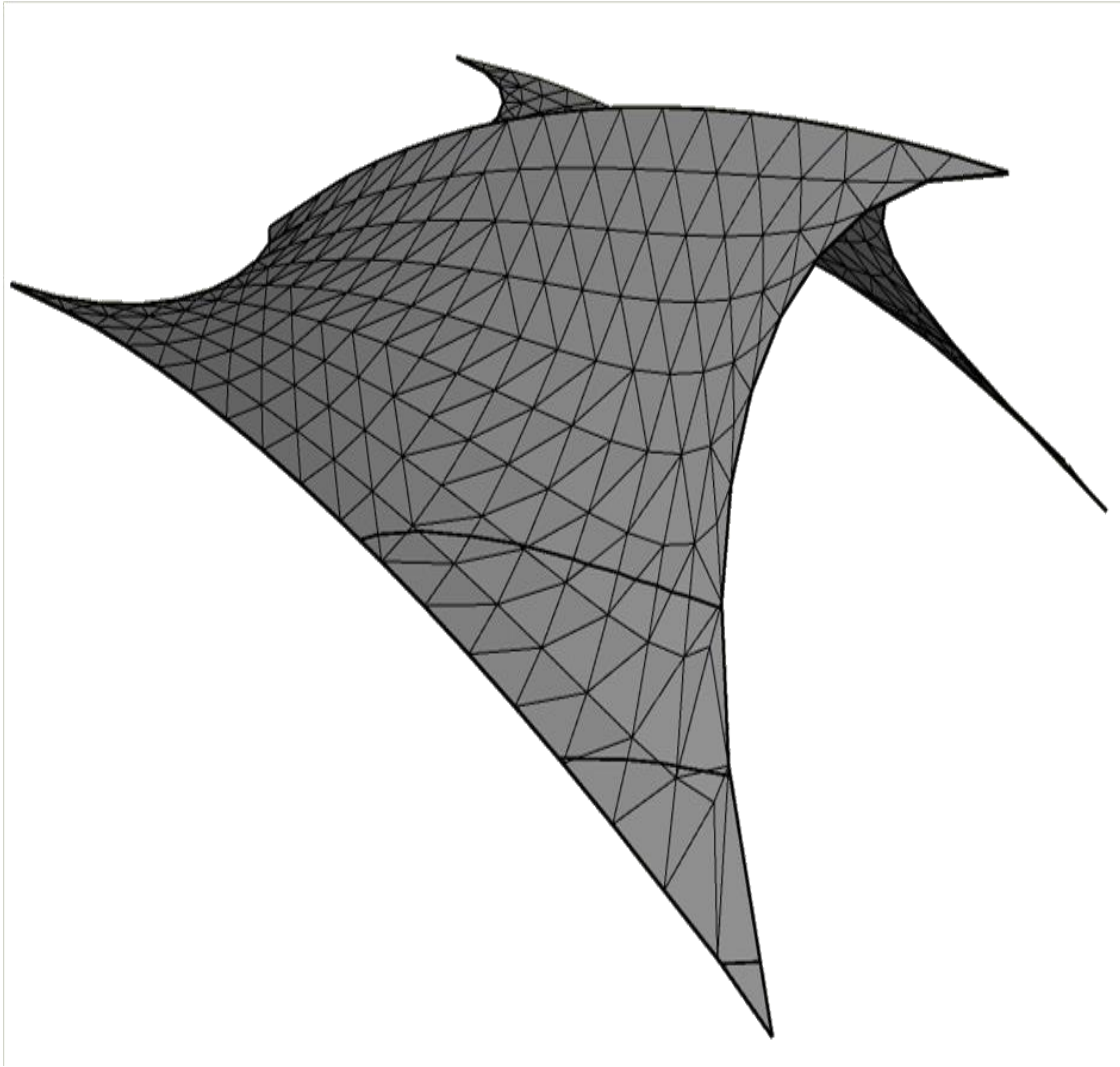


Nota. La figura representa la nube de puntos resultantes de la búsqueda de forma. Elaboración propia, usando el código diseñado en Matlab.

En la figura 48 se puede ver la forma que adquiere el conjunto de nodos de nuestro mallado, mediante nuestro código desarrollado mediante Matlab®, y en la Figura 49, la forma ya unida mediante las ramas que ya hemos determinado en el mismo código.

Figura 49.

Dibujo de la búsqueda de forma entre los tres arcos establecidos

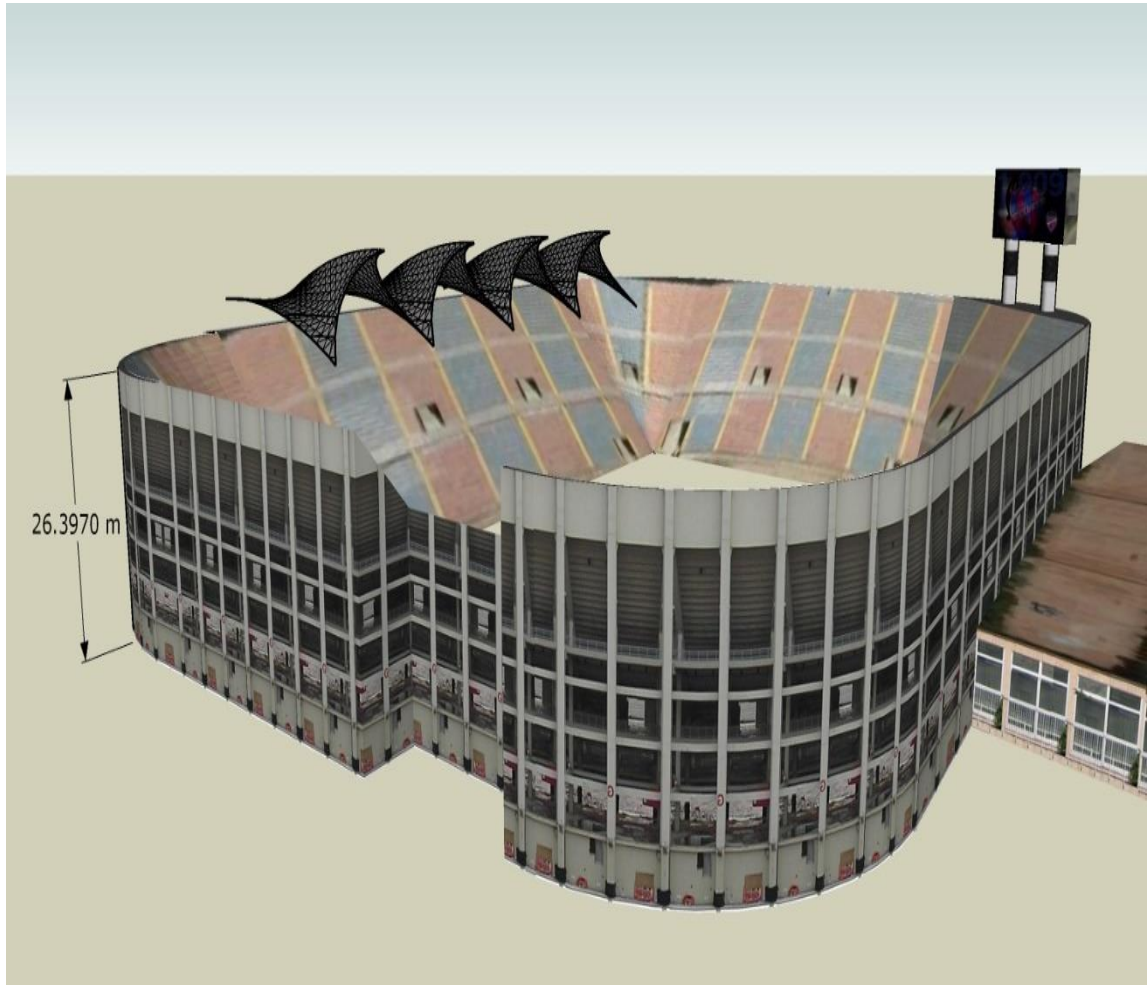


Nota. La figura define la forma encontrada. Elaboración propia, usando SketchUp.

Esta membrana se copia cuatro veces para poder lograr la visera que se requiere que pueda cumplir con el objetivo de cubrir los graderíos del estadio, quedando tal cual aparece en la Figura 49.

Figura 50.

Estadio con visera de membrana tensada

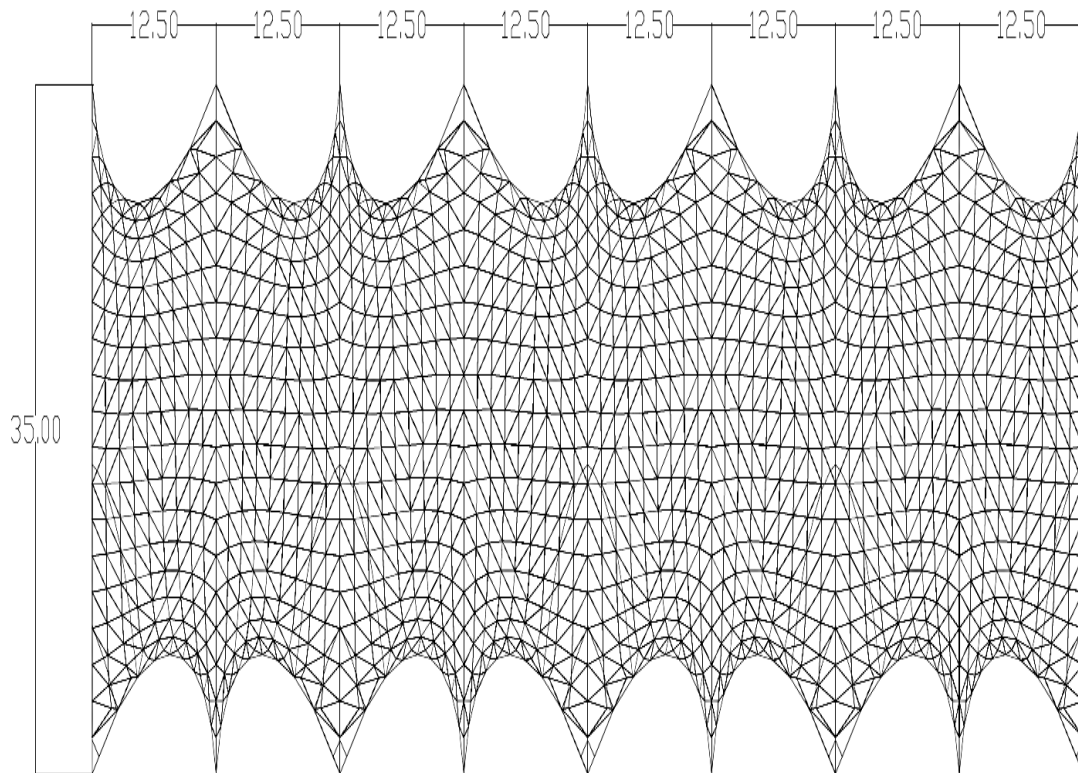


Nota. Sistema ubicado en el estadio por utilizarse. Elaboración propia, realizado con SketchUp.

La planta de la visera quedará de la siguiente manera:

Figura 51.

Planta de visera de membrana tensada para estadio



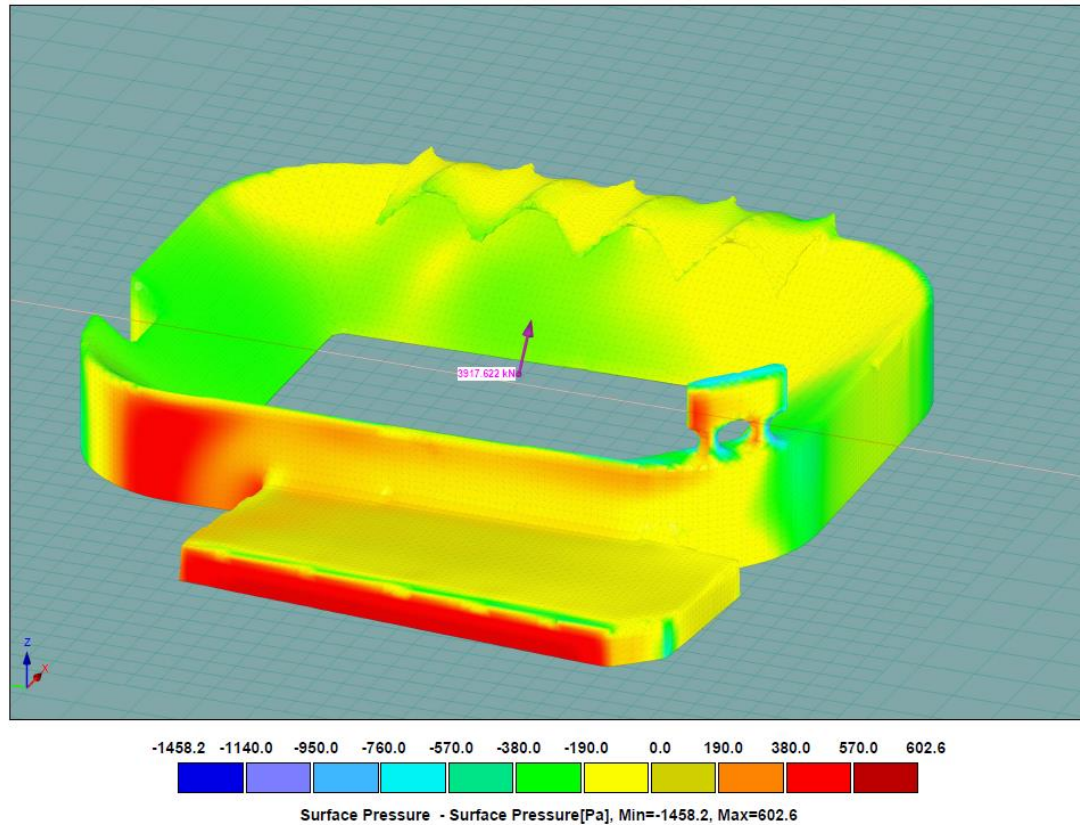
PLANTA

Nota. La figura representa la planta final del sistema de membranas. Elaboración propia, realizado con AutoCAD.

Se introdujo el estadio completo para revisar las presiones generales del viento para una velocidad de 30 m/s (108 km/hr):

Figura 52.

Presiones de viento generales en estadio



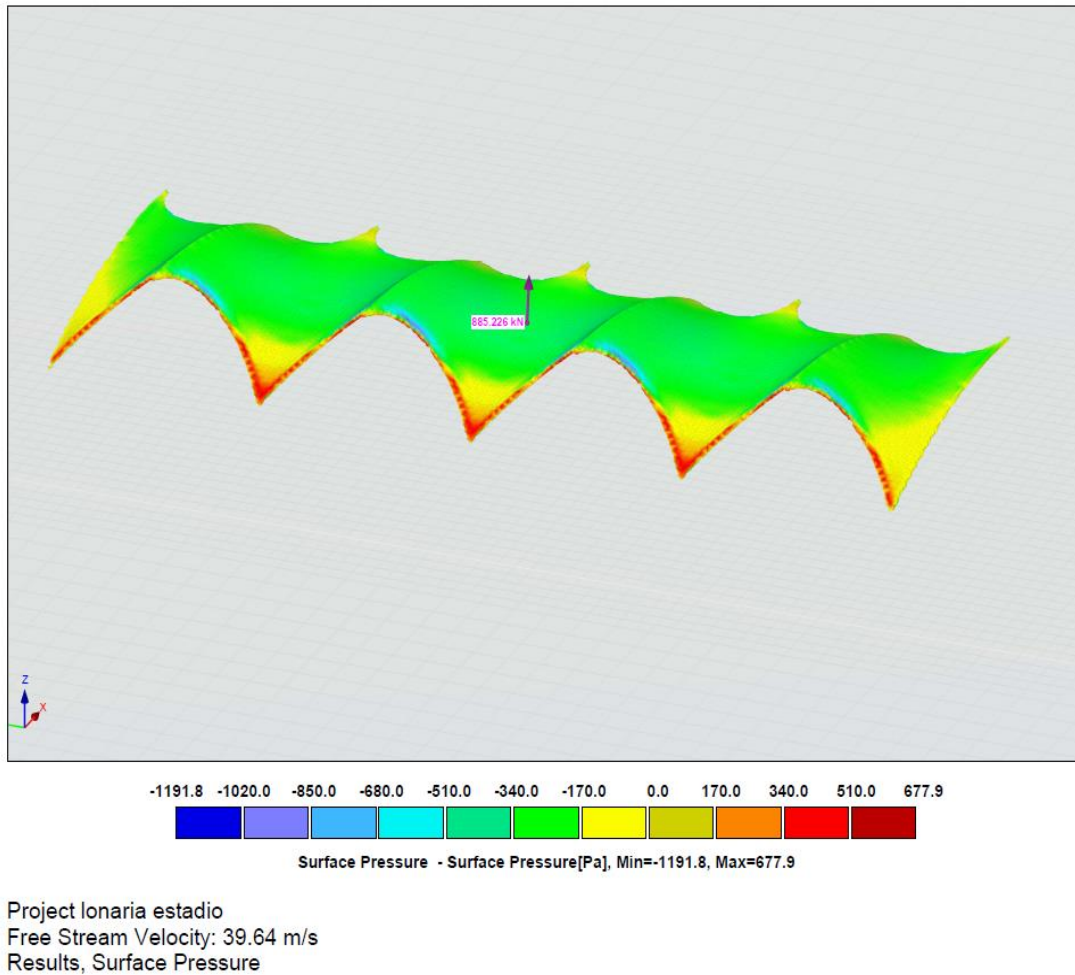
Project estadio
Free Stream Velocity: 30 m/s
Results, Surface Pressure

Nota. La figura representa las presiones del sistema completo en la simulación de túnel de viento.
Elaboración propia, realizado con Rwind.

Se independizó la membrana para revisión individual de las fuerzas aplicadas por el viento de la siguiente manera:

Figura 53.

Presiones de viento en membrana tensada

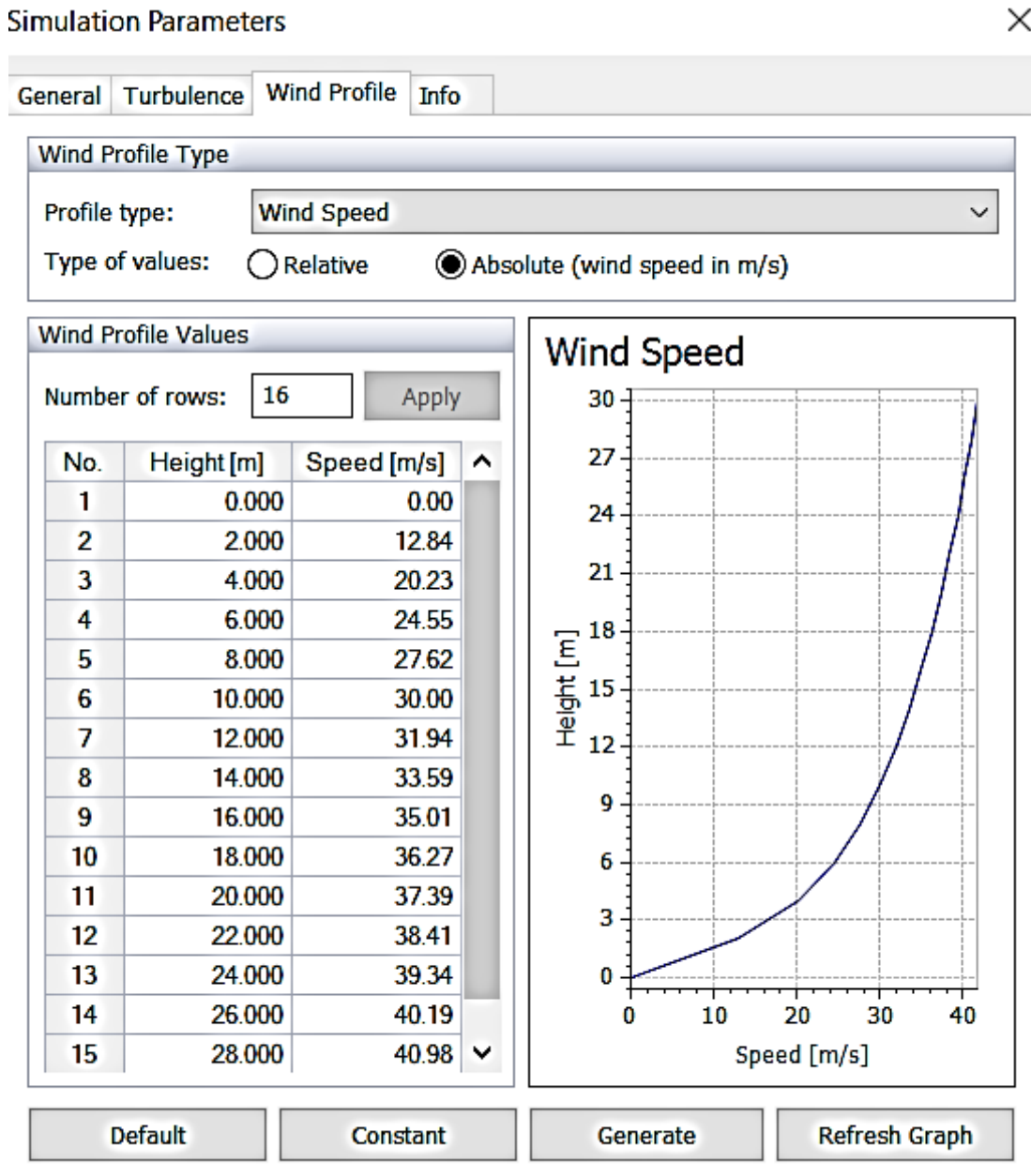


Nota. La figura representa las presiones del sistema estructural definido en la simulación de túnel de viento. Elaboración propia, realizado con Rwind.

Nótese que la velocidad varió debido a la altura en la cual se está aplicando, de acuerdo con la gráfica de viento siguiente:

Figura 54.

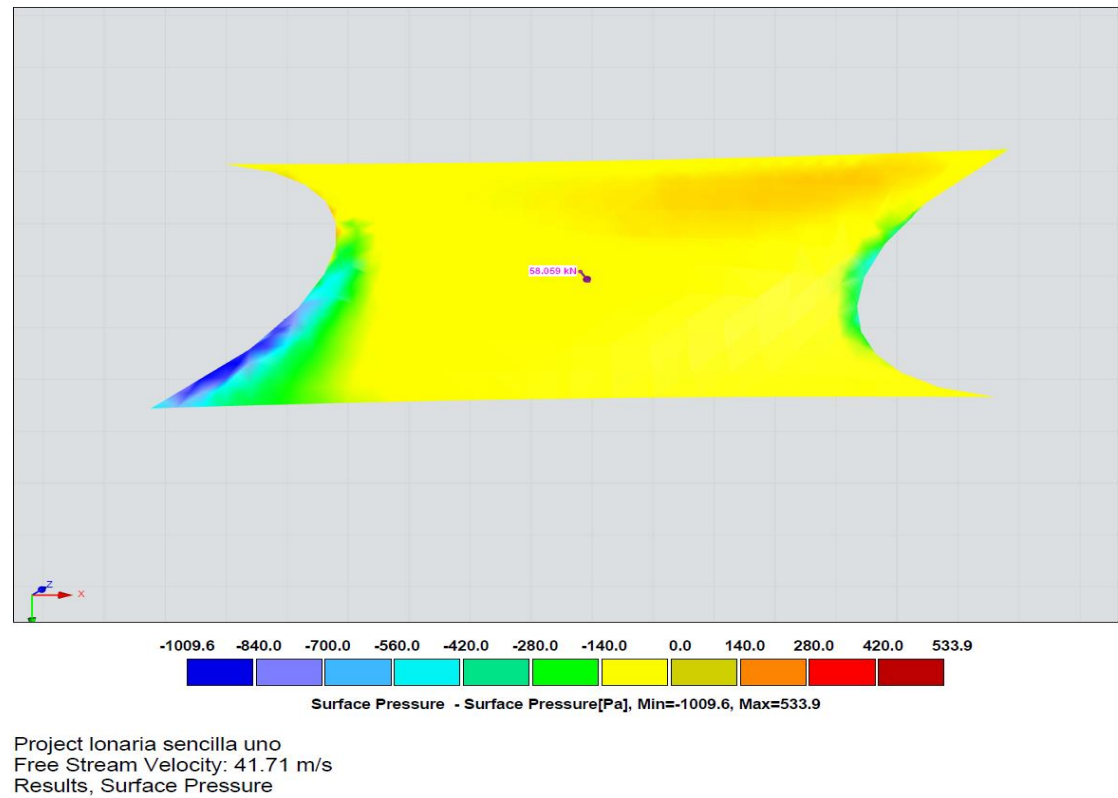
Velocidad de viento según altura



Nota. El gráfico representa las velocidades del viento en el sistema de acuerdo con la altura en la simulación de túnel de viento. Elaboración propia, realizado con Rwind.

Los resultados del software de túnel de viento se muestran a continuación:

Figura 55.
Presión de viento en primer tramo de membrana



Nota. La figura representa las presiones de la primera parte en la simulación de túnel de viento.
Elaboración propia, realizado con Rwind.

Teniendo 58.059 kN, es decir 5,920.37 kgf, de fuerza resultante entre arcos. dichos resultados se tabulan en las siguientes tablas de fuerzas nodales:

Tabla 28.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido al viento*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
1	-2,180.06	-638.43	-1,642.23	2,803.065
2	1,845.65	-332.02	830.54	2,050.965
3	1,196.92	-12.53	509.66	1,300.972
4	70.46	-24.02	1.02	74.449
5	-123.54	-26.92	-89.76	155.060
6	-198.08	133.34	-47.24	243.407
7	-467.96	-286.44	-206.32	586.176
8	-427.17	-333.02	-183.61	571.917
9	-427.36	-115.33	-106.42	455.261
10	-303.63	-386.72	-112.93	504.477
11	-264.51	-352.08	-80.26	447.624
12	-448.6	-490.75	-78.47	669.504
13	-318.58	-221.08	-23.03	388.458
14	-197.75	-152.51	-18	250.376
15	-271.56	849.19	35.06	892.243
16	542.27	-1,038.13	-118.39	1,177.194
17	136.15	123.14	-27.83	185.674
18	343.67	-815.58	-11.33	885.103
19	168.32	3,062.69	-176.2	3,072.368
20	-373.94	-1,832.72	135.13	1,875.354

Nota. Cálculo de las fuerzas de viento en los nodos fijos del arco No 1. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 29.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido al viento*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
181	-1,662.33	-1,831.56	-1,645.22	2,970.640
182	673.78	3068.70	771.69	3,235.182
183	-961.89	1,223.51	-924.06	1,809.999
184	-856.65	-448.98	-749.67	1,223.698
185	-24.92	26.47	-47.09	59.491
186	2,534.60	810.59	2,187.64	3,444.854
187	-143.82	-63.85	-144.64	213.733
188	231.02	49.37	159.21	284.878
189	133.05	108.46	50.2	178.846
190	210.22	214.29	72.77	308.882
191	316.75	284.29	114.79	440.827
192	328.87	288.02	89.43	446.216
193	462.32	364.14	117.63	600.145
194	506.90	71.56	205.59	551.666
195	452.69	-253.86	277.6	588.587
196	250.49	-357.97	226.63	492.188
197	-209.35	-171.50	6.16	270.698
198	-398.34	-461.75	104.19	618.663
199	-449.72	-178.92	-13.78	484.201
200	595.51	412.94	-118.98	734.376

Nota. Cálculo de las fuerzas de viento en los nodos fijos del arco No 2. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 30.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido a la lluvia*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
1	1,543.12	-534.46	582.29	1,733.761
2	-313.5	897.64	515.91	1,081.759
3	-189.75	450.53	68.83	493.680
4	77.5	544.76	302.96	628.136
5	54.09	657.45	245.29	703.799
6	-93.7	577.51	155.32	605.328
7	-212.92	406.26	70.08	463.997
8	-338.07	552.49	76.27	652.191
9	-635.77	613.12	54.68	884.935
10	-648.73	-113.85	-55.98	661.019
11	-1,075.41	-556.99	-79.31	1,213.686
12	-69.61	1,156.32	151.52	1,168.281
13	302.73	1,070.64	65.94	1,114.569
14	-1230.88	-1,026.17	27.09	1,602.755
15	760	448.86	8.9	882.697
16	-906.03	707.59	165.79	1,161.491
17	-751.61	1,782.19	56.82	1,935.032
18	-2,639.82	2,200.26	275.6	3,447.571
19	25.72	-9,497.42	474.76	9,509.314
20	1,092.19	5,731.98	-412.72	5,849.685

Nota. Cálculo de las fuerzas de lluvia en los nodos fijos del arco No 1. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 31.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido a la lluvia*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
181	-1,609.27	-1,647.42	-1,583.95	2,795.110
182	1,740.52	2,695.85	1,787.14	3,672.994
183	-901.72	-620.21	-790.09	1,349.815
184	2,687.48	749.43	2,489.99	3,739.551
185	2,154.94	-1,065.09	2,139.99	3,218.344
186	-944.58	-1,872.67	-551.68	2,168.750
187	27.12	-808.73	232.74	841.990
188	118.27	-436.29	264.79	523.880
189	50.53	-237.36	161.2	291.339
190	15.61	-73.44	77.95	108.228
191	29.75	129.03	10.24	132.811
192	100.17	179.39	11.08	205.761
193	171.16	-250.67	164.85	345.408
194	355.16	-169.8	240.29	461.205
195	567.29	97.03	233.43	621.065
196	762.19	-148.73	386.57	867.462
197	528.94	-595.47	482.75	931.348
198	568.95	-807.67	557.04	1,134.164
199	-101.52	-633.96	283.41	701.807
200	-1146.1	-548.58	67.29	1,272.404

Nota. Cálculo de las fuerzas de lluvia en los nodos fijos del arco No 2. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 32.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido a tefra*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
1	1,543.12	-534.46	582.29	1,733.761
2	-313.5	897.64	515.91	1,081.759
3	-189.75	450.53	68.83	493.680
4	77.5	544.76	302.96	628.136
5	54.09	657.45	245.29	703.799
6	-93.7	577.51	155.32	605.328
7	-212.92	406.26	70.08	463.997
8	-338.07	552.49	76.27	652.191
9	-635.77	613.12	54.68	884.935
10	-648.73	-113.85	-55.98	661.019
11	-1,075.41	-556.99	-79.31	1,213.686
12	-69.61	1,156.32	151.52	1,168.281
13	302.73	1,070.64	65.94	1,114.569
14	-1,230.88	-1,026.17	27.09	1,602.755
15	760	448.86	8.9	882.697
16	-906.03	707.59	165.79	1,161.491
17	-751.61	1,782.19	56.82	1,935.032
18	-2,639.82	2,200.26	275.6	3,447.571
19	25.72	-9,497.42	474.76	9,509.314
20	1,092.19	5,731.98	-412.72	5,849.685

Nota. Cálculo de las fuerzas de tefra en los nodos fijos del arco No 1. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 33.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido a tefra*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
181	-1,609.27	-1,647.42	-1,583.95	2,795.110
182	1,740.52	2,695.85	1,787.14	3,672.994
183	-901.72	-620.21	-790.09	1,349.815
184	2,687.48	749.43	2,489.99	3,739.551
185	2,154.94	-1,065.09	2,139.99	3,218.344
186	-944.58	-1,872.67	-551.68	2,168.750
187	27.12	-808.73	232.74	841.990
188	118.27	-436.29	264.79	523.880
189	50.53	-237.36	161.2	291.339
190	15.61	-73.44	77.95	108.228
191	29.75	129.03	10.24	132.811
192	100.17	179.39	11.08	205.761
193	171.16	-250.67	164.85	345.408
194	355.16	-169.8	240.29	461.205
195	567.29	97.03	233.43	621.065
196	762.19	-148.73	386.57	867.462
197	528.94	-595.47	482.75	931.348
198	568.95	-807.67	557.04	1,134.164
199	-101.52	-633.96	283.41	701.807
200	-1,146.10	-548.58	67.29	1,272.404

Nota. Cálculo de las fuerzas de tefra en los nodos fijos del arco No 2. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 34.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 1 debido a la carga muerta*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
1	30.86	-5.07	73.77	80.125
2	-6.27	11.16	173.37	173.842
3	-3.79	10.43	142.04	142.473
4	1.55	10.56	151.17	151.546
5	1.08	13.23	147.58	148.176
6	-1.87	11.54	144.96	145.431
7	-4.26	8.13	142.22	142.516
8	-6.76	11.05	141.5	142.092
9	-12.72	12.27	140.31	141.419
10	-12.97	-2.27	137.44	138.069
11	-21.51	-11.14	136.41	138.544
12	-1.39	23.13	140.56	142.457
13	6.05	21.41	138.48	140.256
14	-24.62	-20.52	137.41	141.098
15	15.2	8.98	136.88	138.014
16	-18.12	14.16	139.74	141.620
17	-15.03	35.61	249.7	252.674
18	-52.79	43.83	138.4	154.475
19	0.51	-189.13	163.09	249.737
20	21.84	113.97	46.23	124.913

Nota. Cálculo de las fuerzas de carga muerta en los nodos fijos del arco No 1. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 35.*Fuerzas de nodos fijos del arco No 2 debido a la carga muerta*

NODO	fx (kg)	fy (kg)	fz (kg)	F, Resultante (kg)
181	-32.18	-33.06	22.71	51.422
182	34.80	54.13	189.20	199.844
183	-18.03	-12.54	117.16	119.201
184	53.75	15.04	187.48	195.612
185	43.10	-21.32	179.77	186.090
186	-18.89	-37.45	126.53	133.301
187	0.54	-16.18	142.63	143.546
188	2.37	-8.73	143.84	144.124
189	1.01	-4.75	142.42	142.503
190	0.31	-1.47	141.51	141.518
191	0.59	2.58	141.01	141.035
192	2.00	3.58	142.00	142.059
193	3.42	-5.02	146.17	146.296
194	7.10	-3.41	148.88	149.088
195	11.35	1.95	150.14	150.581
196	15.24	-3.06	154.46	155.240
197	10.58	-11.64	279.32	279.763
198	11.38	-17.82	158.86	160.261
199	-2.03	-5.20	172.76	172.850
200	-22.92	-17.05	64.57	70.607

Nota. Cálculo de las fuerzas de carga muerta en los nodos fijos del arco No 2. Elaboración propia, realizado con Excel.

De acuerdo con estos resultados, se realizó la tabla de fuerzas máximas para encontrar la tensión que tendrá nuestra membrana.

Tabla 36.

Fuerzas máximas de tensión de membrana arco 1

NODO	T viento (kg) x 4	T lluvia (kg) x 5	T tefra (kg) x 5	T muerta (kg) x 8	T max (kg)
1	11,212.26	8,668.81	8,668.81	641.00	11,212.26
2	8,203.86	5,408.80	5,408.80	1,390.74	8,203.86
3	5,203.89	2,468.40	2,468.40	1,139.78	5,203.89
4	297.79	3,140.68	3,140.68	1,212.37	3,140.68
5	620.24	3,519.00	3,519.00	1,185.41	3,519.00
6	973.63	3,026.64	3,026.64	1,163.45	3,026.64
7	2,344.70	2,319.99	2,319.99	1,140.13	2,344.70
8	2,287.67	3,260.96	3,260.96	1,136.73	3,260.96
9	1,821.04	4,424.67	4,424.67	1,131.35	4,424.67
10	2,017.91	3,305.10	3,305.10	1,104.55	3,305.10
11	1,790.50	6,068.43	6,068.43	1,108.35	6,068.43
12	2,678.01	5,841.40	5,841.40	1,139.66	5,841.40
13	1,553.83	5,572.84	5,572.84	1,122.05	5,572.84
14	1,001.51	8,013.78	8,013.78	1,128.79	8,013.78
15	3,568.97	4,413.49	4,413.49	1,104.11	4,413.49
16	4,708.78	5,807.45	5,807.45	1,132.96	5,807.45
17	742.70	9,675.16	9,675.16	2,021.39	9,675.16
18	3,540.41	17,237.86	17,237.86	1,235.80	17,237.86
19	12,289.47	47,546.57	47,546.57	1,997.90	47,546.57
20	7,501.42	29,248.42	29,248.42	999.31	29,248.42

Nota. Cálculo de las fuerzas máximas de tensión del arco No 1. Elaboración propia, realizado con Excel.

Tabla 37.*Fuerzas máximas de tensión de membrana arco 2*

NODO	T viento (kg) x 4	T lluvia (kg) x 5	T tefra (kg) x 5	T muerta (kg) x 8	T max (kg)
181	11,882.56	13,975.55	13,975.55	411.38	13,975.55
182	12,940.73	18,364.97	18,364.97	1,598.75	18,364.97
183	7,240.00	6,749.08	6,749.08	953.61	7,240.00
184	4,894.79	18,697.76	18,697.76	1,564.90	18,697.76
185	237.96	16,091.72	16,091.72	1,488.72	16,091.72
186	13,779.42	10,843.75	10,843.75	1,066.41	13,779.42
187	854.93	4,209.95	4,209.95	1,148.37	4,209.95
188	1,139.51	2,619.40	2,619.40	1,152.99	2,619.40
189	715.38	1,456.70	1,456.70	1,140.02	1,456.70
190	1,235.53	541.14	541.14	1,132.14	1,235.53
191	1,763.31	664.05	664.05	1,128.28	1,763.31
192	1,784.86	1,028.80	1,028.80	1,136.47	1,784.86
193	2,400.58	1,727.04	1,727.04	1,170.37	2,400.58
194	2,206.67	2,306.02	2,306.02	1,192.71	2,306.02
195	2,354.35	3,105.33	3,105.33	1,204.65	3,105.33
196	1,968.75	4,337.31	4,337.31	1,241.92	4,337.31
197	1,082.79	4,656.74	4,656.74	2,238.10	4,656.74
NODO	T viento (kg) x 4	T lluvia (kg) x 5	T tefra (kg) x 5	T muerta (kg) x 8	T max (kg)

Continuación Tabla 37.

198	2,474.65	5,670.82	5,670.82	1,282.09	5,670.82
199	1,936.80	3,509.03	3,509.03	1,382.80	3,509.03
200	2,937.50	6,362.02	6,362.02	564.85	6,362.02

Nota. Cálculo de las fuerzas máximas de tensión del arco No 2. Elaboración propia, realizado con Excel.

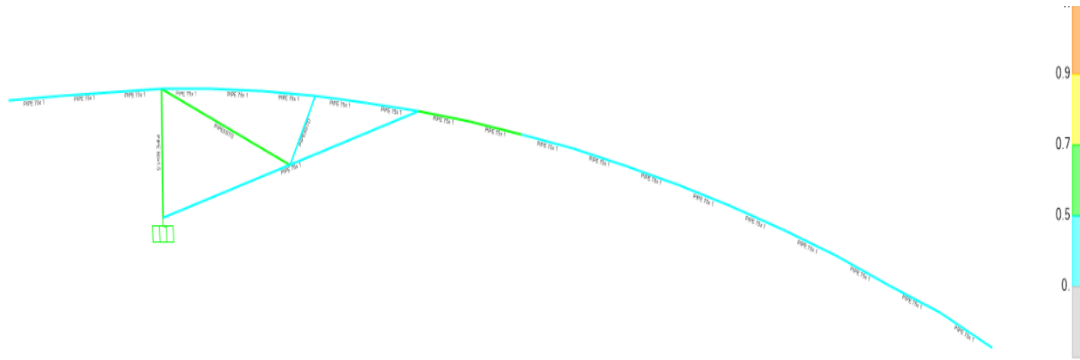
Por lo tanto, se tiene una pre-tensión promedio la membrana de 9,353.36 kgf en cada nodo a lo largo del arco.

Este dato produce un esfuerzo en la membrana de: 1,075.10 kgf/m por lo tanto se necesita una membrana reforzada que resista esta tensión de 52.73 daN/5cm utilizando LRFD para su cálculo. En consecuencia, se utilizará una membrana Flexilight ® Advanced 905 S2, la cual dará una resistencia de 420 daN/5cm, dando un factor de seguridad de 8, además está capacitada para resistir el desgarre de 55 daN.

La estructura metálica quedó definida con tubo de 75 cm con paredes de 1" de espesor con un refuerzo tipo celosía para resistir el momento del arco:

Figura 56.

Estructura de soporte



Nota. La figura representa la capacidad del sistema hacia los esfuerzos internos. Elaboración propia, realizado con Sap2000.

Si se utiliza la normativa nacional NSE-2-2018 (AGIES, 2018), para la ciudad de Guatemala, se debe calcular las fuerzas de acuerdo con los factores requeridos en la ecuación No 2, usando:

- Cez para exposición tipo B = 1.13
- Ic por categoría ordinaria = 1.00
- q_z para velocidad de 100 km/h = 48 kg/m²

Y por último el C_q únicamente de succión definido por 1.3 para recintos abiertos, con lo cual se tendría una fuerza de succión de: 70.51 kg/m², integrándolo en el área total de la membrana entre arcos que sería de: 376.57 m², tenemos un total de 26,552.71 kgf, pero según el túnel de viento la fuerza resultante es de únicamente 5,920.37 kgf, multiplicado por un factor de seguridad de 4, tendríamos 23,681.48 kgf es decir un 89.18 % del valor de la norma. Por lo tanto, si se quiere lograr la concordancia en este caso de la norma con el túnel

de viento, el factor que se debe transformar es el factor de C_q , que se calcularía como: 1.16 en este caso.

4.1.3. Ejemplo de diseño de estructura No. 3

Suponiendo una estructura tipo circo, y utilizando el código de búsqueda de forma definido en la sección 2.1.5, con ocho nodos fijos de anclaje para la membrana y un nodo fijo central, de acuerdo con las siguientes coordenadas:

Tabla 38.

Nodos fijos estructura No 3.

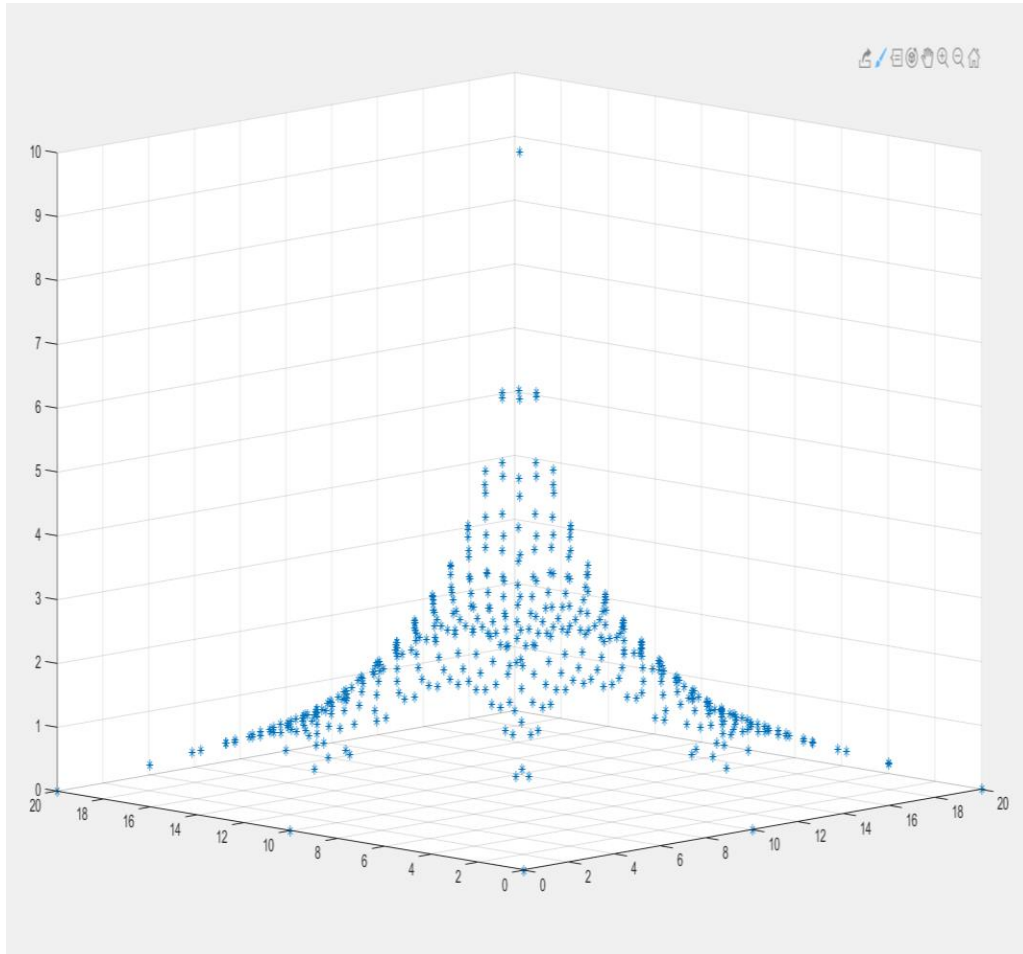
Nodo Fijo	x	y	z
1	0.00	0.00	0.00
11	0.00	10.00	0.00
21	0.00	20.00	0.00
211	10.00	0.00	0.00
221	10.00	10.00	10.00
231	10.00	20.00	0.00
421	20.00	0.00	0.00
431	20.00	10.00	0.00
441	20.00	20.00	0.00

Nota. Cálculo de coordenadas de los nodos fijos. Elaboración propia, realizado con Excel.

Se obtiene una estructura tipo circo de acuerdo con la figura siguiente:

Figura 57.

Nodos de estructura tipo circo

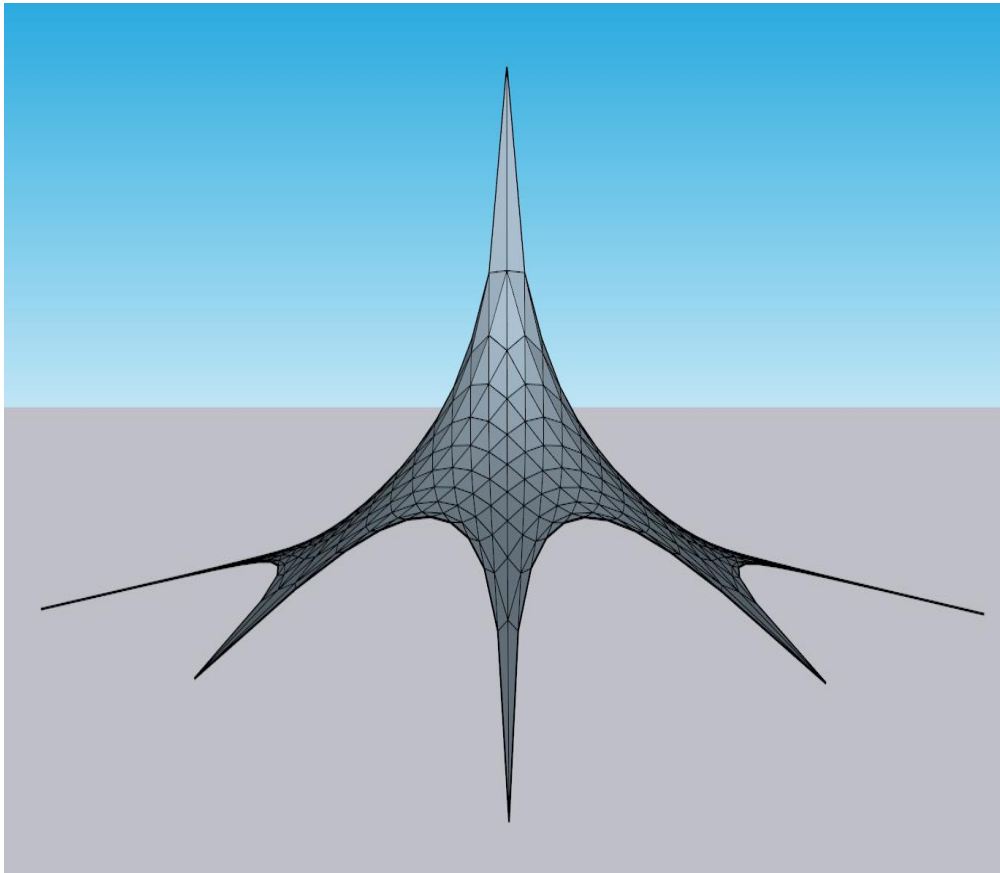


Nota. La figura representa la nube de puntos resultantes de la búsqueda de forma. Elaboración propia, mediante código diseñado en Matlab.

Ingresando dichas coordenadas primeramente en el software de dibujo AutoCAD® y luego trasladando el dibujo al software SketchUp®, se tiene la siguiente figura del mallado final de esta superficie tipo circo.

Figura 58.

Estructura tipo circo

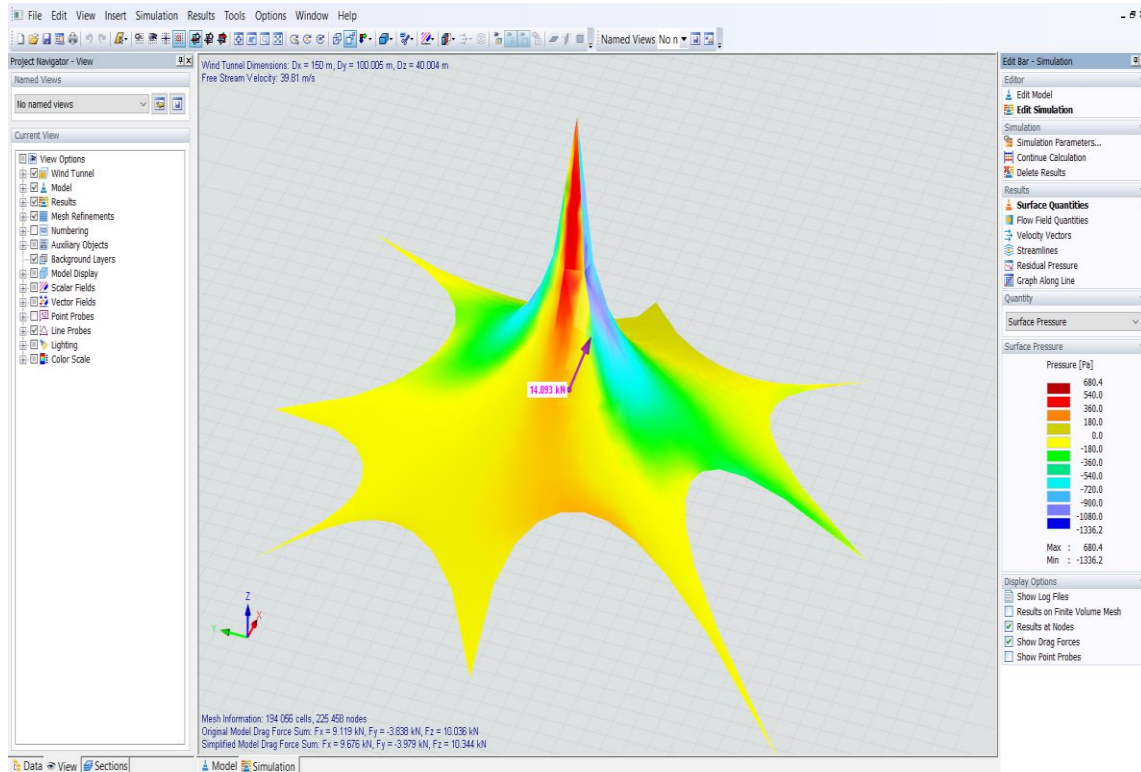


Nota. La figura representa la forma encontrada. Elaboración propia, realizado con SketchUp.

Con este dibujo y después de introducirlo en el software Rwind ®, de Dlubal ® se obtuvo la carga de succión resultante de 14.093 kN, siendo $F_x = 9.119$ kN, $F_y = -3.838$ kN, y $F_z = 10.036$ kN, para una velocidad de viento de 30 m/s (108 km/hr) de la siguiente manera:

Figura 59.

Fuerzas de viento para estructura No. 3

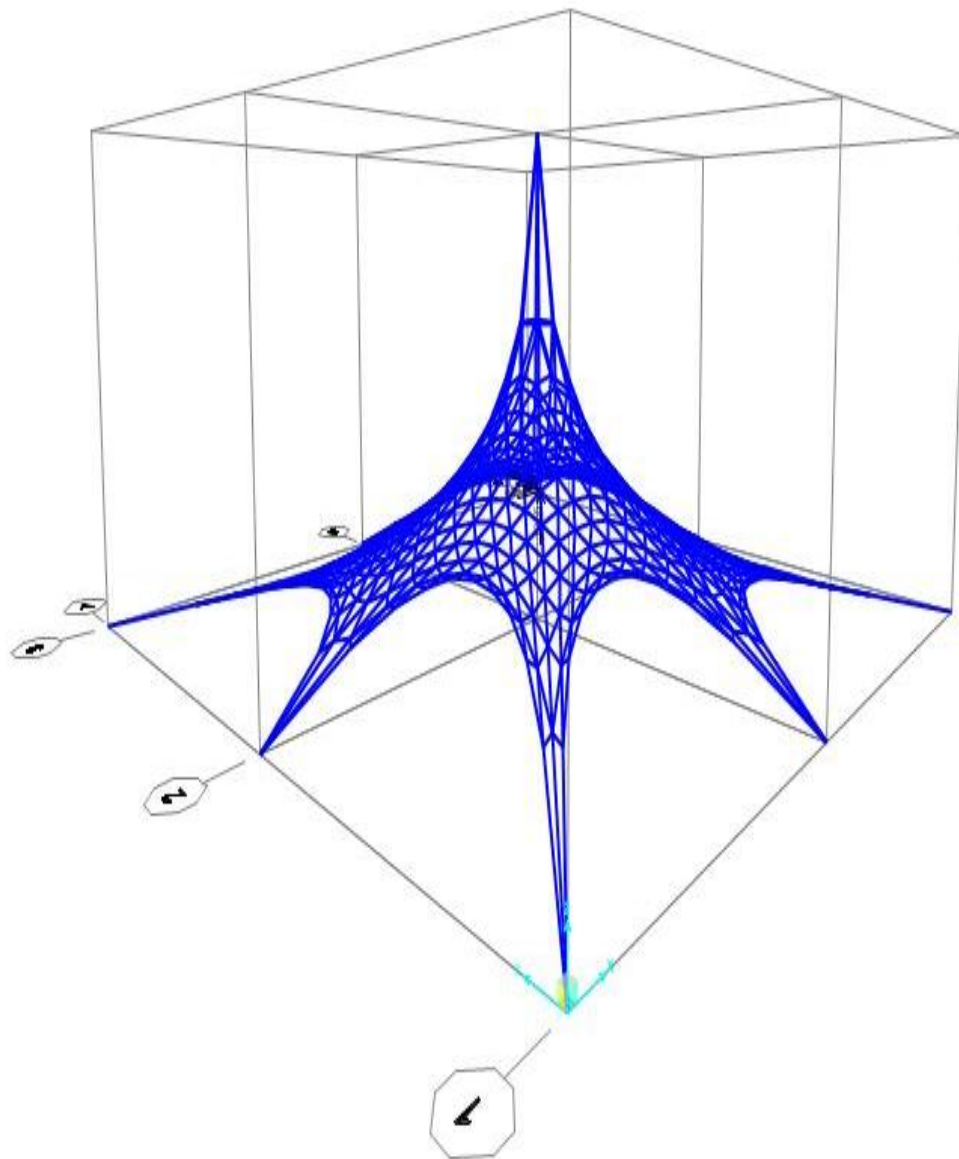


Nota. La figura representa las fuerzas resultantes del sistema. Elaboración propia, realizado con Rwind.

Como siguiente paso, se trasladó toda la información recabada al software de elementos finitos Sap2000®, donde además de las cargas de la presión de viento definidas anteriormente, se aplicaron las cargas gravitacionales de lluvia de 25 kg/m², de tefra de 25 kg/m² y la carga muerta que tiene que ver con el peso de la membrana escogida, con lo cual se logró hacer el análisis estructural de la superficie bajo diseño.

Figura 60.

Modelo de la estructura tipo circo



Nota. La figura representa la estructura de la membrana tensada. Elaboración propia, mediante SAP2000.

Los resultados obtenidos por el software SAP2000 ®, de acuerdo con las fuerzas aplicadas, se recopilaron en las tablas siguientes, donde se pudo obtener la fuerza de pretensión que se utilizará en esta estructura.

Tabla 39.

Reacciones debido al viento

REACCIONES DEBIDO AL VIENTO				
NUDO FIJO	F1	F2	F3	T
	Kgf	Kgf	Kgf	RESULT.
1	-55.21	170.75	23.73	0
11	31.91	30.88	17.67	0
21	-162.96	257.26	-42.78	307.52
211	-434.07	-98.61	23.48	0
221	-15.17	6.36	-1,907.43	1,907.50
231	-273.32	-805.58	246.38	0
421	-257.40	271.49	53.86	0
431	836.48	233.57	-283.69	913.64
441	-95.80	91.00	-5.60	132.25

Nota. Cálculo de reacciones debido a la fuerza del viento. Elaboración propia, realizado con Excel.

Para el viento y debido a que la búsqueda de los resultados se realiza con una pretensión cero, se deben obviar los resultados de los nodos positivos donde no habría tensión y el resultado del mástil central, que debe hacerse luego de las revisiones de la membrana.

Luego se continuó con la recopilación de resultados de lluvia, tefra y carga muerta que el software nos dio.

Tabla 40.

Reacciones debido a la lluvia

REACCIONES DEBIDO AL LLUVIA				
NUDO FIJO	F1	F2	F3	T
	Kgf	Kgf	Kgf	RESULT.
1	-231.37	-231.37	-68.40	334.28
11	60.10	556.31	-45.52	561.40
21	-360.67	360.67	-71.32	515.03
211	556.31	60.10	-45.52	561.40
221	0.00	0.00	4,996.20	4,996.20
231	-556.31	-60.10	-45.52	561.40
421	360.67	-360.67	-71.32	515.03
431	-60.10	-556.31	-45.52	561.40
441	231.37	231.37	-68.40	334.28

Nota. Cálculo de reacciones debido a la fuerza de la lluvia. Elaboración propia, realizado con Excel.

Los resultados de las tensiones resultantes de la tefra fueron similares a los de la lluvia, pues su carga unitaria era similar.

Tabla 41.*Reacciones debido a la tefra*

REACCIONES DEBIDO A TEFRA				
NUDO FIJO	F1	F2	F3	T
	Kgf	Kgf	Kgf	RESULT.
1	-231.37	-231.37	-68.40	334.28
11	60.10	556.31	-45.52	561.40
21	-360.67	360.67	-71.32	515.03
211	556.31	60.10	-45.52	561.40
221	0.00	0.00	4,996.20	4,996.20
231	-556.31	-60.10	-45.52	561.40
421	360.67	-360.67	-71.32	515.03
431	-60.10	-556.31	-45.52	561.40
441	231.37	231.37	-68.40	334.28

Nota. Cálculo de reacciones debido a la fuerza de la tefra. Elaboración propia, realizado con Excel.

Estos resultados tabulados se revisaron de acuerdo con la norma American Society of Civil Engineers 2010 por sus factores de amplificación definidos, para encontrar la pretensión general a la cual debe ser sometida la membrana en todos aquellos nodos de anclaje, es decir, aquellos nodos fijos determinados anteriormente.

Tabla 42.*Determinación de fuerza de pretensión general*

NODO	T viento (kg) x 4	T lluvia (kg) x 5	T tefra (kg) x 5	T muerta (kg) x 8	T max (kg)
1	0	1,671.397	1,671.397	139.052	1,671.397
11	0	2,806.977	2,806.977	233.561	2,806.977
21	1,230.082	2,575.132	2,575.132	214.198	2,575.132
211	0	2,806.977	2,806.977	233.561	2,806.977
231	0	2,806.977	2,806.977	233.561	2,806.977
421	0	2,575.132	2,575.132	214.198	2,575.132
431	3,654.551	2,806.977	2,806.977	233.561	3,654.551
441	528.999	1,671.397	1,671.397	139.052	1,671.397

Nota. Cálculo de fuerza de pretensión general. Elaboración propia, realizado con Excel.

Por lo tanto, la pretensión que se usará en la ejecución de este proyecto será de 3,654.55 kgf (35.83 kN), valor que será utilizado en cada uno de los nodos fijos.

Si para su fabricación se utiliza una tela Flexlight Advanced 1502 S2 de Serge Ferrari ® Ferrari, (2021), cuya resistencia a la tensión máxima es de 1,000 daN/5cm para la trama y de 800 daN/5cm para la urdimbre, que es lo mismo que 16,315.46 kgf/m en su capacidad mínima utilizando LRFD, necesitamos un ancho de anclaje para dicha tela de 0.22 m, por lo tanto se utilizará 0.30 m, con lo cual se estará trabajando en un 73 % de su capacidad máxima.

Para el diseño del poste del mástil, se deben utilizar los datos máximos obtenidos en el nodo 221, y utilizando la norma AGIES, (2018) tabulada de la siguiente manera:

Tabla 43.
Combinaciones AGIES

COMB.	T viento (kg)	T lluvia (kg)	T tefra (kg)	Fuerza (kg)
F max	1907.501	4996.200	4996.200	
CR2	0.000	7,993.920	2,498.100	10,492.020
CR3	0.000	4,996.200	7,993.920	12,990.120
CR6	2,479.751	2,498.100	0.000	4,977.851
CR7	2,479.751	0.000	0.000	2,479.751
			MAX=	12,990.12

Nota. Cálculo de fuerzas según las combinaciones sugeridas de la norma. Elaboración propia, realizado con Excel.

Revisando la fuerza resultante de la sumatoria de todas las componentes verticales de la pretensión de los nodos fijos se tiene:

Tabla 44.

Compresión debido a pretensión de nodos

Pretensión	-3,214.76	kg
------------	-----------	----

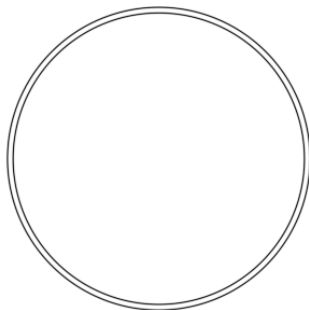
Nota. Cálculo de la fuerza resultante de pretensión. Elaboración propia, realizado con Excel.

Lo que significa que la fuerza de compresión máxima para diseño será de 12,990.12 kg, por lo cual necesitamos un tubo capaz de soportar esa carga.

Se sugiere la utilización de un tubo de 6 pulgadas STD, es decir un tubo con acero A36 que tiene una capacidad máxima de fluencia de 2,530 kg/cm² usando LRFD. la pared del tubo en cuestión es de 7.112 mm de espesor, por lo tanto, tiene un área de 37.60 cm² y una capacidad de fluencia de 95,128 kg con un Φ de compresión de 0.8 da una capacidad máxima de 76,102.4 kg, es decir 5.85 veces la exigencia que se hará sobre este.

Figura 61.

Tubo del mástil por usar



Tubo 6 STD

Nota: La figura representa la forma del tubo estructural. Elaboración propia, mediante AutoCAD.

Finalmente, para comparar la normativa nacional NSE-2-2018 AGIES, (2018), para la ciudad de Guatemala, debemos calcular las fuerzas de viento de acuerdo con los factores requeridos en la ecuación No 2, usando:

- C_{ez} para exposición tipo B = 0.79
- I_c por categoría ordinaria = 1.00
- q_z para velocidad de 100 km/h = 48 kg/m²

Y por último el C_q únicamente de succión definido por 1.3 para recintos abiertos, con lo cual se tendría una fuerza de succión de: 49.09 kg/m², integrándolo en el área total de la membrana que sería de: 181.03 m², se tiene un total de 8,886.76 kgf, pero según el túnel de viento la fuerza resultante es de únicamente 1,437.08 kgf, multiplicado por un factor de seguridad de 4, tendríamos 5,748.32 kgf es decir un 64.68 % del valor de la norma. Por lo tanto, si se quiere lograr la concordancia en este caso de la norma con el túnel de viento, el factor que debemos transformar es el factor de C_q , que se calcularía como: 0.84 en este caso.

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Se obtuvo dentro de la búsqueda de forma un sistema ampliamente capaz de configurar cualquier tipo de superficie, consiguiendo coordenadas coincidentes con la realidad, y teniendo más exactitud a medida que se aumenta la cantidad de nodos configurados, por lo tanto, se consiguió un análisis eficiente, con el cual se pueden dibujar cualquier tipo de superficie arquitectónica propuesta e ingresar así, los datos necesarios para su diseño estructural.

Los ejemplos realizados, aunque tienen superficies bastante distintas entre sí, se pueden comparar por medio del coeficiente de presión del viento (C_q), que sería el único factor que puede tener variación entre los resultados obtenidos por la simulación del túnel de viento y la normativa, ya que todas las cargas gravitacionales de tefra, lluvia y carga muerta, así como la de sismos, son las mismas en cada ejemplo; así mismo, dentro de los vientos, el coeficiente de exposición y altura (C_{ez}), la presión de remanso (q_s) y el factor de importancia (I_c), tampoco cambian, ya que sus condiciones externas también son las mismas entre sí.

Por lo tanto, se compararon los resultados obtenidos en cada uno de los ejemplos realizados, para cada uno de sus coeficientes de presión de viento (C_q) consiguiendo factores sumamente distintos, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 45:*Comparativa simulación de túnel de viento y AGIES*

DISEÑO	AGIES 2020	Simulación Túnel de viento (FS=4)	Factor
	kgf	kgf	
Ejemplo de diseño de Estructura No. 1	341.16	432.36	1.27
Ejemplo de diseño de Estructura No. 2	26,552.71	23,681.48	0.89
Ejemplo de diseño de Estructura No. 3	8,886.76	5,748.32	0.65

Nota. Comparativa de resultados entre simulación de túnel de viento y los cálculos según la normativa. Elaboración propia, realizado con Excel.

Esta diferencia que muestran dichos factores resultantes entre cada uno de los ejemplos dio un 127 % para la estructura de paraboloide hiperbólico, denominada estructura No. 1, 89 % para cubierta de visera, definida entre arcos, denominada estructura No.2, y 65 % para la estructura tipo circo denominada estructura No.3.

Por otro lado, los valores de pretensión de las estructuras No. 1 y No.3 fueron dominados por los efectos de succión del viento, aunque la estructura No.2, no obstante tener una superficie más grande y estar localizada a más de 40 metros de altura, fue dominada por las cargas gravitacionales de lluvia y tefra, haciéndonos entender cierto parecido entre las estructuras No.1 y No.3, que usan mástiles articulados, y diferenciando la estructura No.2 que usa arcos empotrados y pidió tubos más pesados que los de las otras estructuras.

CONCLUSIONES

1. Se puede asegurar, que el código computacional para la búsqueda de forma, diseñado y establecido en la presente investigación, mediante el Método de densidad de fuerzas (MEF), y el sistema de mallado computacional, basado en los lineamientos establecidos en el capítulo 2.1.5, es sumamente capaz y eficiente para realizar cualquier tipo de geometría arquitectónica que se proponga, no importando cualquiera esta sea, generando superficies precisas que se acercan cada vez más a la realidad de las membranas tensadas, a medida que estas hayan sido descompuestas, en una gran cantidad de nodos.
2. Se comprobó que la dinámica del viento es determinante para el análisis de las tenso estructuras basadas en membranas de última generación, dado que los resultados obtenidos de las reacciones de cada uno de los ejemplos realizados, dio valores máximos en este tipo de cargas.
3. Se pudo establecer una forma sistemática de diseño para cualquier tipo de tenso estructuras basadas en membranas de última generación, que se puede usar para definir una normativa.
4. Así mismo, y a raíz de la gran diferencia entre los resultados obtenidos entre la simulación del túnel de viento, que se ejecutó mediante el software comercial Rwind® y la normativa NSE-2 de AGIES 2020, de los tres ejemplos propuestos en el presente trabajo; se muestra principalmente, que para las tenso estructuras basadas en membranas de última generación, no se puede presuponer una regla general en el concepto de

cálculo de las cargas superficiales de viento. Por lo tanto, tampoco será posible definir un coeficiente general de presión de viento (C_q) válido, como tipo normativo, para las distintas formas de diseño arquitectónico que puedan definirse, ya que sus geometrías son tan variables, que obviamente dicho valor sería incongruente con la realidad de nuestras estructuras.

5. Se pudo comprobar así mismo, que las estructuras con miembros empotrados dan como resultado perfiles estructurales más pesados, que los que se pueden conseguir con las estructuras con mástiles articulados, siendo, por lo tanto, más económico diseñar estructuras con mástiles articulados.

RECOMENDACIONES

1. Para el diseño de cualquier membrana tensada, utilizar, el código computacional para la búsqueda de forma, diseñado y establecido en el presente trabajo, el cual fue corroborado y poder así, usar las geometrías resultantes, con las cuales se deberá hacer el análisis estructural de las mismas.
2. La realización de una normativa nacional, con lo cual se puedan establecer parámetros con los que debamos regirnos al diseñar todo tipo de estructura de membranas tensadas, promoviendo así, el uso de estas, aprovechando las ventajas de ser un sistema altamente liviano, que cubre grandes luces.
3. Agregar a la normativa nacional que se realice, la utilización de túneles de viento, como forma definida para el diseño de tenso estructuras basadas en membranas de última generación, ya sea mediante cualquier software computacional de dinámica de fluidos (CFD), que es más fácil y económico de aplicar o por medio de un verdadero túnel de viento, para poder así validar el diseño estructural y la determinación del coeficiente de presión (C_q), ya que utilizando un coeficiente de succión de 1.3, tal como lo requiere la normativa NSE-2, para recintos abiertos, no se pueden conseguir resultados precisos.
4. Utilizar mástiles articulados, los cuales darán como resultado estructuras más económicas y livianas.

REFERENCIAS

AGIES. (febrero 2018). *Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural*.

AGIES. <https://www.agies.org/bibliotecas/>

American Society of Civil Engineers [ASCE SEI 55-10]. (2010). *Tensile Membrane Structures*. Autor.

American Society of Civil Engineers. (2016). ASCE/SEI 7-16. *Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures*. Autor.

Aragonesa de Carpas S.L. (s.f.). *Características Técnicas*. Aracarpas.
<https://www.aracarpas.com/wp-content/uploads/2017/02/Lonas-Aracarpas.pdf>

Arte, Metal y Lona. (2020). *Foto de membrana Monte María*. Autor.

Asociación Latinoamericana del Acero [ALACERO]. (abril de 2015). *Frei Otto Pritzker*. ALACERO
<http://www.arquitecturaenacero.org/historia/arquitectos/frei-otto-pritzker>

Becerra L. (2011). *Diseño Arquitectónico y Estructural*. FCEIA.

Birchall, M., & Bridgens, B. (2012). The significance of material properties in the design of tensile structures. En *Engineering structures*. 44 (23) 1-12.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0141029612002878>

Blanco, E. (2015). *Análisis Matricial de Estructuras*. CIMNE.

CAMESA. (Noviembre 2021). *Resistencia a la ruptura y pesos de los cables más usuales*. CAMESA. <https://www.servicables.com.mx/img/sec-caracteristicas-cable/tabla-de-Resistencia-a-la-Ruptura-y-Pesos-de-los-Cables-mas-Usuales.pdf>

Cañete, M. (2016). *Método de Aproximación Catenaria para la obtención de densidades de fuerza en estructuras tensadas y antifuniculares*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada, España. Repositorio institucional.

Cerdá Talón, M. (2019). *Membranas para estructuras superficiales tensadas*. Universidad Politécnica de Valencia.

Colliers, J. (2015). *Wind Loading on Tensile Surface Structures*. Vrije Universiteit Brussel.

De Oliveira, R. M. (2011). Anotaciones sobre el proyecto y el análisis de las Estructuras Tensadas. 88 (12) *Entre Rayas*, 30-40.

Escuela Superior de Arte y Diseño de Andalucía. (2019). *Historia de las Estructuras Tensadas I (1950 - 2000)*. Autor.

EyT. (marzo 2019). *Cable de Acero*. EyT. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiYI_XFrP3yAhVprJUCHegGCAQQFnoECDsQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.elevacionytrincajes.com%2Fwp-

[content%2Fuploads%2F2019%2F10%2FCABLES-DE-ACERO-2019.pdf&usg=AOvVaw14ohiWtAFws](#)

Franco, J. T. (marzo de 2015). *Plataforma Arquitectura*. SCRIBD.
<https://www.scribd.com/document/510451660/Olympic-stadium-frei-otto>

Frías Valero, E. (2004). *Aportaciones al estudio de máquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación del método de Elementos Finitos*. [Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña]. Archivo digital.
<https://upcommons.upc.edu/handle/2117/93606>

Gosling, P. D. (2012). Analysis and design of membrane structures. *Engineering Structures*, 48 (23) 2-32.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0141029612005263>

Guggenheim Bilbao. (agosto 2020). *El Edificio*. Guggenheim Bilbao.
<https://www.guggenheim-bilbao.eus/el-edificio/frank-gehry>

Hernández Rubio, D. C. (2016). *Modelo de Análisis de Estudio de Viento para estructuras tensadas*. [Trabajo final de Máster, Universidad Politécnica de Catalunya]. Archivo digital.
<https://upcommons.upc.edu/handle/2117/103731>

Hibbeler, R. (2010). *Estática*. Pearson Education.

Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el trabajo. (s.f.). *NTP-155 Cables de Acero*. Autor.

https://www.insst.es/documents/94886/326801/ntp_155.pdf/07e66aa3-6a86-492b-b454-0ebb1e5c849e

International, A. (s.f.). *Normas internacionales de ACTM.* ACTM.
<https://la.astm.org/es/standards/>

Khan Academy. (agosto de 2021). *Qué es la ecuación de Bernoulli.* Khan Academy.
<https://es.khanacademy.org/science/physics/fluids/fluid-dynamics/a/what-is-bernoullis-equation>

Lienhard, J. (febrero de 2013). *Extending the Functional and Formal vocabulary of tensile membrane structures.* Researchgate.
https://www.researchgate.net/publication/285748792_Extending_the_functional_and_formal_vocabulary_of_tensile_membrane_structures_through_the_interaction_with_bending-active_elements

Llorens, J. I. (s.f.). *Código Estructural: Normativa.* Ministerio de Transporte, Movilidad y Agenda Urbana. <https://www.mitma.gob.es/organos-colegiados/comision-permanente-de-estructuras-de-acero/cpa/codigo-estructural>

Machado Reboucas, C. (2014). *Análisis Matemático Para Modelización de Estructuras Tensadas: Master en Construcción y Tecnologías Arquitectónicas.* Universidad Politécnica de Madrid.

Morales Guzmán, C. C. (febrero de 2018). *Diseño y desarrollo de patrones de la forma de una tenso-estructura.* REDALYC.
<https://www.redalyc.org/jatsRepo/1251/125157578007/html/index.html>

Pauletti, R. M. (2008). The natural force density method for the shape finding of taut structure. En *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197 (15) 49-50.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0045782508002041>

Quivira Catalán, V. (2009). *Membranas Tensadas, construcciones flexibles, sutiles ratpos de luz*. Universidad Católica de Valparaíso.

Rodriguez-Bravo, H. (2019). *Análisis estructural de tensoestructura al aire libre por el método de elemento finito*. ResearchGate.
https://www.researchgate.net/publication/331181785_ANALISIS_ESTRUCUTURAL_DE_TENSOESTRUCTURA_AL_AIRE_LIBRE_POR_EL_METODO_DE_ELEMENTO_FINITO

Scielo (junio 2019). *Ecological footprint calculation in a municipality of Villa Clara province*. Scielo.
http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2223-48612019000300054

Serge Ferrari. (octubre de 2021). *Productos Serge Ferrari*. Serge Ferrari.
<https://www.sergeferrari.com/es-es/productosgama-flexlight/flexlight-perform-502-s2-y-702-s2>

Simancas Yovane, K. (2003). *Reacondicionamiento bioclimático de viviendas según residencia en clima mediterráneo: La Vivienda desde tiempos remotos hasta nuestros días en el Mediterráneo*. Universitat Politècnica de Catalunya.
https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6113/04PARTE2_3.pdf

Songel Gonzáles, J. M. (mayo de 2005). *Frei Otto y El Instituto De Estructuras Ligeras De Stuttgart: Una experiencia de metodología, investigación y sistematización en la búsqueda de la forma resistente*. [Tesis de doctorado, Universidad de Valencia, España. Archivo digital. <https://riunet.upv.es/handle/10251/2346>

Vallecillo, R. (2010). *Análisis teórico experimental de estructuras membranales*. Universidad Politécnica de Catalunya.

Viglialoro, G. (diciembre de 2006). *Análisis matemático del equilibrio en estructuras de membrana con bordes rígidos y cables*. [Tesis doctoral, Universitat Politecnica de Catalunya. Archivo digital. <https://www.tdx.cat/handle/10803/6865>

Yanes, J. (julio de 2016). *Open Mind BBVA. Buckminster Fuller* <https://www.bbvaopenmind.com/ciencia/grandes-personajes/buckminster-fuller-el-hombre-que-inventaba-el-futuro/>