



**Universidad de San Carlos de Guatemala**  
**Facultad de Ingeniería**  
**Escuela de Ingeniería Mecánica Industrial**

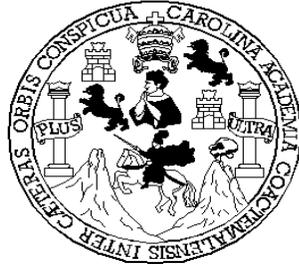
**MEJORAMIENTO DEL TRÁFICO DE PRODUCTOS POR MEDIO  
DE UN SISTEMA DE LÍNEAS DE ESPERA EN EL ÁREA DE  
DISTRIBUCIÓN DE UNA EMPRESA DEDICADA A LA  
CONFECCIÓN**

**KENNETH DOUGLAS HERNÁNDEZ CARRANZA**

Asesorado por Ing. Tadeo René Castro Peralta

**Guatemala, mayo de 2004**

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**



**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MEJORAMIENTO DEL TRÁFICO DE PRODUCTOS POR MEDIO DE UN  
SISTEMA DE LÍNEAS DE ESPERA EN EL ÁREA DE DISTRIBUCIÓN DE  
UNA EMPRESA DEDICADA A LA CONFECCIÓN**

**TRABAJO DE GRADUACIÓN**

**PRESENTADO A JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
POR**

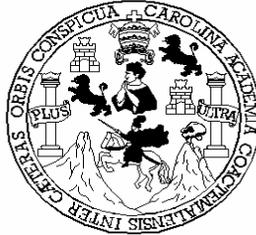
**KENNETH DOUGLAS HERNÁNDEZ CARRANZA**

**ASESORADO POR: Ing. TADEO RENÉ CASTRO PERALTA**

**AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE  
INGENIERO INDUSTRIAL**

**GUATEMALA, MAYO DE 2004**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Sydney Alexander Samuels Milson
VOCAL I	Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos
VOCAL II	Lic. Amahán Sánchez Álvarez
VOCAL III	Ing. Julio David Galicia Celada
VOCAL IV	Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz
VOCAL V	Br. Elisa Yazminda Vides Leiva
SECRETARIO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

Decano	Ing. Sydney Alexander Samuels Milson
Examinador	Ing. Víctor Hugo García Roque
Examinador	Ing. Víctor Manuel Carranza
Examinador	Ing. Carlos Roberto Gutiérrez Quintana
Secretaria	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco

**HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR**

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

**MEJORAMIENTO DEL TRÁFICO DE PRODUCTOS POR MEDIO DE UN  
SISTEMA DE LÍNEAS DE ESPERA EN EL ÁREA DE DISTRIBUCIÓN DE  
UNA EMPRESA DEDICADA A LA CONFECCIÓN**

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica Industrial con fecha noviembre de 2002

Kenneth Douglas Hernández Carranza

Guatemala, febrero de 2004

Inga. Marcia Ivonne Véliz Vargas  
Directora de la Escuela de Ingeniería Mecánica Industrial  
Facultad de ingeniería  
Universidad de San Carlos de Guatemala  
Su despacho

Respetable Directora:

Atentamente me dirijo a usted, para informarle que ha sido concluido satisfactoriamente el trabajo de graduación: MEJORAMIENTO DEL TRÁFICO DE PRODUCTOS POR MEDIO DE UN SISTEMA DE LÍNEAS DE ESPERA EN EL ÁREA DE DISTRIBUCIÓN DE UNA EMPRESA DEDICADA A LA CONFECCIÓN, elaborado por el estudiante Kenneth Douglas Hernández Carranza, tema para el cual fui asignado como asesor.

Considero que se han cumplido las metas propuestas al inicio del trabajo y lo encuentro completamente satisfactorio, por lo que recomiendo la aprobación del mismo.

Sin otro particular, me suscribo de usted atentamente,

Ing. Tadeo René Castro Peralta  
Colegiado 5,728

## **DEDICATORIA**

- A Dios Luz en mi camino que permite alcanzar mis objetivos y anhelos en la vida
- A mis padres Por su apoyo infinito e incondicional desde el inicio de este camino y que llega hoy al final. Les digo: misión cumplida con el afán de seguir dándoles frutos de éxito de aquella semilla que sembraron en mí
- A mi esposa e hija Que esta sea una muestra de satisfacción y orgullo que les permite seguir mis pasos para lograr el éxito
- A mis hermanos Para que sigan mi ejemplo recuerden que todo se cumple basado en esfuerzo y dedicación.
- A mis tíos y primos Por ser parte importante de mi vida y por seguir brindándome su apoyo

## ÍNDICE GENERAL

<b>ÍNDICE DE ILUSTRACIONES</b>	<b>V</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>VII</b>
<b>GLOSARIO</b>	<b>VIII</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>X</b>
<b>OBJETIVOS</b>	<b>XI</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>XII</b>
<b>1. TEORÍA DE COLAS O LÍNEAS DE ESPERA</b>	<b>1</b>
1.1. Estructura básica de los modelos de colas	1
1.1.1. Proceso básico de colas	1
1.1.2. Fuente de entrada	2
1.1.3. Cola	3
1.1.4. Disciplina de la cola	3
1.1.5. Mecanismos de servicio	3
1.2. Funciones de las distribuciones de poisson y exponencial	4
1.2.1. Condiciones de análisis	4
1.2.2. Proceso de Poisson	5
1.2.3. Distribución exponencial	6
1.3. Definición del proceso de llegada y salida del producto	9
1.4. Modelos de colas basados en el proceso de llegadas y salidas de Productos	16
1.4.1. Modelo de distribución exponencial	16
1.4.1.1. Análisis para el caso de dos servidores (M/M/2)	16

1.4.2.	Variación de cola finita al modelo de distribución exponencial con dos servidores	17
1.4.2.1.	Análisis para el caso de dos servidores (M/M/2/k)	18
1.4.3.	Variación de fuente finita al modelo (M/M/s)	19
1.4.3.1.	Análisis para el caso de dos servidores (M/M/2)	19
1.4.4.	Modelo con tasas de servicio y /o tasas de llegadas dependientes del estado del sistema	21
1.4.4.1.	Análisis para el caso de dos servidores (s=2)	21
<b>2.</b>	<b>DIAGNÓSTICO SITUACIONAL DEL SISTEMA ACTUAL</b>	<b>23</b>
2.1.	Características actuales del sistema de colas	23
2.1.1.	Proceso de planchado	23
2.1.1.1.	Auditoría de plancha	23
2.2.	Proceso final de plancha	24
2.2.1.	Verificación del producto	24
2.2.2.	Unidades completas del producto	24
2.3.	Traslado del producto al área de distribución	25
2.3.1.	Proceso de llegada	25
2.3.2.	Proceso de cola	25
2.3.3.	Proceso de salida	26
2.4.	Diagrama general de procesos	27
2.4.1.	Diagrama de flujo de proceso	27
2.4.2.	Diagrama de recorrido	28
<b>3.</b>	<b>ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE COLAS POR MEDIO DE MEDIDAS DE RENDIMIENTO</b>	<b>29</b>
3.1.	Estado estable	29
3.1.1.	Medición del tiempo promedio que espera un producto en cola	31
3.1.2.	Medición del tiempo promedio que un producto está en el	

sistema	31
3.1.3. Longitud media de la cola	31
3.1.4. Medición del promedio de productos en un sistema de colas	32
3.1.5. Probabilidad de bloqueo	32
3.1.6. Utilización	33
3.2. Relaciones entre medidas de rendimiento	33
3.3. Cálculo de las medidas de rendimiento	35
3.3.1. Intensidad de tráfico de productos	37
3.4. Evaluación de un modelo de colas basado en prioridades	38
3.4.1. Prioridades sin interrupción	39
3.4.1.1. Análisis para el modelo de prioridades sin interrupción	39
3.4.2. Prioridades con interrupción	40
3.4.2.1. Análisis para el modelo de prioridades con interrupción	41

<b>4. IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO DE COLAS BASADO EN EL PROCESO DE LLEGADA Y SALIDA</b>	<b>45</b>
4.1. Manejo del factor de utilización para dos servidores	45
4.2. Variación de la probabilidad usando dos servidores	46
4.2.1. Factor de utilización de probabilidad	46
4.3. Variación del número esperado de productos en el sistema	47
4.3.1. Factor de utilización del número esperado de productos en el sistema	48
4.4. Diagramas para las tasas de llegadas y/o salidas	49
4.4.1. Diagrama de valores de probabilidad utilizando dos servidores	49
4.4.2. Diagrama de valores para el número esperado de productos en el sistema con tasas dependientes de llegadas y/o salidas	50
4.4.3. Diagrama de tasas de llegadas y/o salidas para dos servidores	51

<b>5. SEGUIMIMIENTO DEL SISTEMA DE COLAS EN BUSCA DE RESULTADOS SATISFACTORIOS</b>	<b>53</b>
5.1. Control de planificación	53
5.1.1. Seguimiento del tiempo de permanencia del producto en el área de distribución	54
5.2. Sistemas de control por medio de gráficos de producción	54
5.2.1. Diagramas de Pareto	54
5.3. Cuadro de cumplimiento de entregas por reproceso	56
CONCLUSIONES	57
RECOMENDACIONES	59
BIBLIOGRAFÍA	61
APÉNDICES	62
ANEXOS	73

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

### FIGURAS

1	Proceso básico de colas	2
2	Llegadas de Poisson	6
3	Función de densidad de probabilidad para distribución exponencial	7
4	Diagrama de tasas para el proceso de llegadas y salidas del sistema de colas	10
5	Ecuaciones de balance para el proceso de entrada y salida de productos	13
6	Medidas de rendimiento para situación actual y propuesta	30
7	Resultados para el modelo de colas utilizando un sistema M/M/s para un estado estable	38
8	Datos de las variaciones de $P_0$ respecto al factor de utilización.	46
9	Gráfica de valores de la probabilidad de cero productos en el sistema para el modelo M/M/s	47
10	Datos de las variaciones de $L$ respecto al factor de utilización	48
11	Gráfica de valores del número esperado de productos en el sistema, en el estado estable $L$ para el modelo M/M/s	49
12	Gráfica comparativa de valores de probabilidad $P_0$ de productos en el sistema, en el estado estable para el modelo M/M/s	50
13	Diagrama de valores para el número esperado de productos en el sistema con tasas dependientes de llegadas y/o salidas	51
14	Diagrama de tasas para el modelo M/M/s	52
15	Gráfica de defectos auditados en el área de plancha	73
16	Gráfica de Pareto de los defectos en el área de plancha	74
17	Diagramas de flujo de proceso	75
18	Diagrama de recorrido actual	76
19	Diagrama de recorrido propuesto	77

## TABLAS

I	Resultados del modelo de disciplina de prioridades de estado estable	44
II	Análisis de llegadas y salidas de productos del centro de distribución tomando los tiempos del día pico en el área de distribución	62
III	Cuadro de producción del área de distribución	64
IV	Datos de las descripciones de los diferentes tipos de defectos	65
V	Datos de auditoria de plancha al momento de ingresar al área de distribución	67
VI	Datos para la planificación y control de los productos a exportarse	70
VII	Reporte de seguimiento de permanencia de productos.	72

## LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
Lim	Límite
$\infty$	Infinito
$\lambda$	Lamda
$\mu$	Mú
$\Delta$	Delta
$\alpha$	Alfa
e	Exponencial

## GLOSARIO

<b>Corte</b>	Es el número de unidades que conforman un contrato, donde el cliente los clasifica de esta manera para su mejor control de producción.
<b>Estado estable</b>	Estado donde el sistema llega a una condición en que el efecto de la falta inicial de productos ha sido eliminado y el tiempo de espera de cada producto ha alcanzado un nivel bastante estable.
<b>L</b>	Medición del promedio de productos en un sistema de colas
<b>Lamda (<math>\lambda</math>)</b>	Número de llegadas promedio por unidad de tiempo
<b><math>L_q</math></b>	Longitud media de la cola
<b>Mú (<math>\mu</math>)</b>	Número promedio de productos atendidos por unidad de tiempo en una estación.
<b><math>P_1</math></b>	Probabilidad de que un producto que llega tenga que esperar
<b><math>P_n</math></b>	Probabilidad de que haya n productos en el sistema
<b><math>P_0</math></b>	probabilidad de que no haya productos en el sistema

<b><math>p_w</math></b>	Probabilidad de bloqueo
<b>U</b>	Utilización
<b>W</b>	Medición del tiempo promedio que un producto está en el sistema
<b><math>W_q</math></b>	Tiempo promedio que espera un producto en cola

## **RESUMEN**

El análisis estadístico y matemático inicia con una serie de términos y conceptos teóricos y técnicos de un sistema de líneas de espera, sigue con un diagnóstico del área de distribución donde se identifica el proceso realizado, la recepción del producto y la distribución del mismo hacia las áreas de empaque. Finalmente, se diagrama el flujo de operaciones y el tráfico de productos en el área de distribución

Al analizar el sistema de colas del área se requiere medidas de rendimiento; se mide el tiempo promedio que espera un producto en cola, longitud media de la cola, número promedio de productos en un sistema de colas, además del cálculo de la intensidad de tráfico de productos; también se evalúa con el modelo de prioridades; tomando en cuenta prioridades sin interrupción y prioridades con interrupción.

Se realiza, además, el estudio de un modelo de colas basado en el proceso de llegadas y salidas de los productos hacia los módulos de empaque, tomando en cuenta el comportamiento que deberían seguir los productos en dicho estudio, respecto a las distintas variaciones, tanto de probabilidad como del número esperado de productos en el sistema además de los respectivos factores de utilización.

Y por último, se describe el seguimiento del sistema de colas en busca de resultados satisfactorios tomando en cuenta el control de la producción por medio de una planificación, se elaboran diagramas de Pareto para identificar las causas de los diferentes problemas que se detectan en el área, así como un informe del cumplimiento de entregas para una mejor fluidez de productos en el tiempo esperado y darle la mejor satisfacción al cliente.

## **OBJETIVOS**

### **General**

Establecer un mejor flujo de producción de acuerdo a un estudio técnico y estadístico agilizando el tráfico de productos dentro del área de distribución.

### **Específicos**

1. Determinar el tiempo promedio que un cliente tiene que esperar en la fila antes de ser atendido.
2. Calcular la fracción del tiempo que ocupan los servidores en atender a un cliente o en procesar un producto.
3. Determinar el número promedio y el máximo de clientes que esperan en la fila.
4. Especificar la estación de trabajo separada que maneje las cuestiones “especiales”.
5. Determinar cuánto espacio físico es el adecuado para que los productos puedan esperar.
6. Brindar un esquema del sistema de colas basado en un proceso de llegadas y salidas de productos en el área de distribución
7. Establecer las herramientas y métodos para el control de la implementación

## INTRODUCCIÓN

En algunas empresas de productos y servicios se tiene **un sistema de colas**, en el que productos o clientes llegan a una estación, esperan en una fila (o cola), tienen algún tipo de servicio y luego salen del sistema. Dichas empresas enfrentan algunos problemas relacionados con tales sistemas de colas, en los que se puede mencionar **el problema de análisis**; en el cual se interesan en saber si un sistema dado está funcionando satisfactoriamente, haciéndose algunas preguntas al respecto como:

- a) ¿Cuál es el tiempo promedio que un cliente tiene que esperar en la fila antes de ser atendido?
- b) ¿Qué fracción del tiempo ocupan los servidores en atender a un cliente o en procesar un producto?
- c) ¿Cuáles son el número promedio y el máximo de clientes que esperan en la fila?

Basados en estas preguntas, se tomarán decisiones tales como emplear o no a más gente; agregar una estación de trabajo adicional para mejorar el nivel de servicio; o si es necesario o no aumentar el tamaño del área de espera. Además, se analiza **el problema de diseño**, donde se debe diseñar las características de un sistema que logre un objetivo general, en el que se puede plantear las siguientes preguntas;

- a) ¿Cuántas personas o estaciones deben emplearse para proporcionar un servicio aceptable?
- b) ¿Deberán los clientes esperar en una sola fila (como en los bancos) o en diferentes filas (como en los supermercados)?
- c) ¿Deberá haber una estación de trabajo separada que maneje las cuestiones especiales?
- d) ¿Qué tanto espacio se necesita para que los productos puedan esperar?

# 1. TEORÍA DE COLAS O LÍNEAS DE ESPERA

Se entiende por **teoría de colas** el estudio de las líneas de espera que se producen cuando llegan clientes o productos demandando un servicio, esperando si no se les puede atender inmediatamente y partiendo cuando ya han sido servidos.

El fenómeno de la espera es el resultado directo de la aleatoriedad en la operación de instalaciones de servicio, la llegada del cliente y su tiempo de servicio no se conocen anticipadamente; pero por otra parte, la operación de la instalación se podría programar en forma tal que eliminaría la espera por completo.

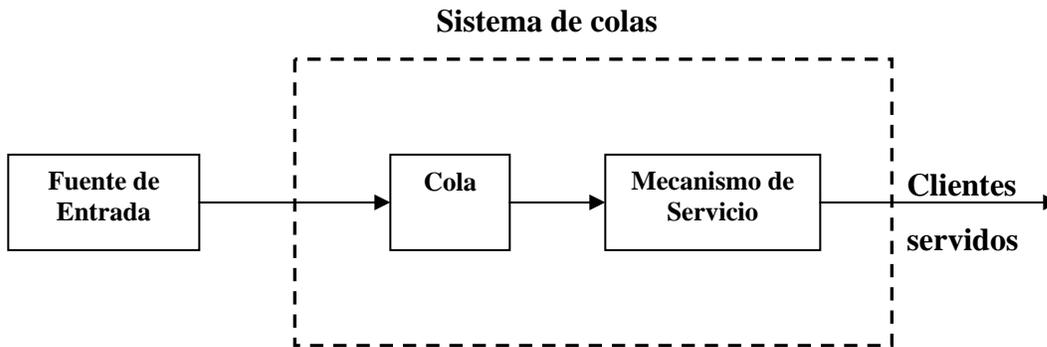
A menudo se presentan situaciones de decisión en las que unidades que llegan a recibir servicio deben esperar antes de que puedan obtenerlo, de esta manera se conocerán las leyes que gobiernan las llegadas, los tiempos de servicio y el orden en el que las unidades que llegan se atienden, entonces la naturaleza de esta situación de espera puede estudiarse matemáticamente.

## 1.1. Estructura básica de los modelos de colas

### 1.1.1. Proceso básico de colas

Este proceso que siguen la mayor parte de los modelos de colas es el siguiente: **los clientes** que requieren un servicio inician el proceso en una **fuerza de entrada**. Estos clientes entran al **sistema** y se unen a una **cola**. En determinado momento se selecciona un miembro de la cola, para proporcionar el servicio, mediante alguna regla conocida como **disciplina de servicio**, luego, se lleva a cabo el servicio requerido por el cliente en un **mecanismo de servicio**, después de lo cual el cliente sale del sistema.

**Figura 1 Proceso básico de colas**



### **1.1.2. Fuente de entrada**

La característica de la fuente de entrada es **su tamaño**, dicho tamaño es identificado como el conjunto de todos los clientes posibles de un sistema de colas. Dicha población a partir de la cual surgen las unidades que llegan se conoce como **población de entrada**. El tamaño puede suponerse que es **finito** y que la fuente de entrada es **limitada** o **infinito** y que la fuente de entrada es **ilimitada**.

Para el caso infinito los cálculos son mucho más sencillos, esto supone que aun cuando el tamaño real sea un número fijo relativamente grande, se deberá tomar una suposición implícita en cualquier modelo que no establezca otra cosa.

Para el caso finito es más difícil analíticamente pues el número de clientes en la cola afecta el número potencial clientes fuera del sistema en cualquier tiempo. Se debe especificar el patrón estadístico mediante el cual se generan los clientes a través del tiempo. Normalmente, se supone que se generan de acuerdo a un **proceso Poisson**.

### 1.1.3. Cola

Una cola se caracteriza por el número máximo permisible de clientes que puede admitir. Las colas pueden ser **finitas** o **infinitas**, según si este número es finito o infinito. La suposición de una **cola infinita** es la estándar para la mayor parte de los modelos, incluso en situaciones en las que de hecho existe una cota superior (relativamente grande) sobre el número permitido de clientes, ya que manejar una cota así puede ser un factor complicado para el análisis. Los sistemas de colas en los que la cota superior es tan pequeña que se llegan a ella con cierta frecuencia, necesitan suponer una cola finita.

### 1.1.4. Disciplina de la cola

Se refiere al orden en el que se seleccionan sus miembros para recibir el servicio que se analizaran en este estudio estadístico y matemático. Son situaciones en las cuales se rigen a ciertas formalidades como lo son: **disciplina PEPS (primero en entrar, primero en salir)**, **disciplina UEPS, (ultimo en entrar, primero en salir)** y la **disciplina selección de prioridad** es aquella en que a cada cliente se le da una prioridad y de acuerdo a ésta es seleccionado para ser atendido.

### 1.1.5. Mecanismos de servicio

Este mecanismo consiste en una o más **instalaciones de servicio**, cada una de ellas con uno o más **canales paralelos de servicio**, que se llaman **servidores**.

Si existe más de una instalación de servicio, puede ser que se sirva al cliente a través de una secuencia de ellas, llamados canales de servicio en serie. En una instalación dada, el cliente entra en uno de estos canales y el servidor le presta el servicio completo. Un modelo de colas debe especificar el arreglo de las instalaciones y

el número de servidores (canales paralelos) en cada una. Los modelos más elementales suponen una instalación, ya sea con un servidor o con un número finito de servidores.

El tiempo que transcurre desde el inicio del servicio para un cliente hasta su terminación en una instalación se llama **tiempo de servicio** (o duración del servicio) Un modelo de un sistema de colas determinado debe especificar la distribución de probabilidad de los tiempos de servicio para cada servidor, y posiblemente para los distintos tipos de clientes, aunque es común suponer la misma distribución para todos los servidores.

## **1.2. Funciones de las distribuciones de Poisson y exponencial**

### **1.2.1. Condiciones de análisis**

Para las situaciones de espera en la cual el número de llegadas y salidas de clientes o productos, durante un intervalo de tiempo es controlado por las condiciones siguientes:

**Condición 1:** la probabilidad de que un evento (llegada o salida) ocurra entre los tiempos  $t$  y  $t + h$  depende únicamente de la longitud de  $h$ , lo que significa que la probabilidad no depende ni del número de eventos que ocurren hasta el tiempo  $t$  ni del valor específico del período  $(0, t)$  (Matemáticamente, la función de probabilidad tiene incrementos **independientes estacionarios.**)

Donde  $t$  = tiempo de llegada o servicio

$h$  = diferencia entre el tiempo de llegada o servicio del primer cliente y la llegada o servicio del segundo cliente

**Condición 2:** la probabilidad de que ocurra un evento durante un intervalo de tiempo muy pequeño  $h$  es positiva, pero menor que 1.

**Condición 3:** cuando mucho puede ocurrir un evento durante un intervalo de tiempo muy pequeño  $h$ .

En dicho análisis se deduce que las tres condiciones dadas describen un proceso donde el conteo de eventos durante un lapso sigue la distribución de **Poisson** y que equivalentemente, el intervalo en tiempo entre eventos sucesivos es **exponencial**. Para dicho proceso decimos que las condiciones representan un **Proceso de Poisson**.

$P_n(t)$  = probabilidad de que ocurran  $n$  eventos durante el tiempo  $t$

Entonces, por la condición de 1, la probabilidad de que no ocurra ningún evento durante el tiempo  $t + h$  es

$$P_0(t + h) = p_0(t) p_0(h)$$

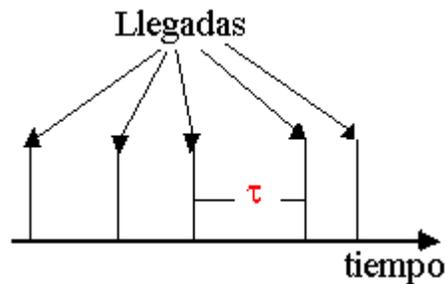
Para  $h > 0$  y suficientemente pequeña, la condición 2 indica que  $0 < p_0(h) < 1$ . Con estas condiciones la ecuación anterior tiene la siguiente solución

$$P_0(t) = e^{-\alpha t}, \quad t \geq 0 \quad \alpha = \text{constante positiva}$$

### 1.2.2. Proceso de Poisson

Este proceso supone que el número de clientes que llegan hasta un tiempo específico tiene una distribución Poisson, en el cual aquellas llegadas al sistema ocurren aleatoriamente pero con cierta tasa media fija y sin importar cuántos clientes o productos están en el sistema.

**Figura 2. Llegadas de Poisson**



### 1.2.3. Distribución exponencial

La distribución de probabilidad más importante en la teoría de colas es la **distribución exponencial**. Supóngase que una variable aleatoria  $T$  representa ya sea los tiempos entre llegadas o los tiempos de servicio, haciéndose referencia a los eventos que marcan el final de estos tiempos, de llegadas o terminación de un servicio, como eventos.

Se dice que esta variable aleatoria tiene una distribución exponencial con parámetro  $\alpha$  si su función de densidad de probabilidad es

$$f_T(t) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha t} & \text{para } t \geq 0, \\ 0 & \text{para } t < 0, \end{cases}$$

las probabilidades acumuladas son

$$P\{T \leq t\} = 1 - e^{-\alpha t} \quad (t \geq 0),$$
$$P\{T > t\} = e^{-\alpha t}$$

y el valor esperado y la varianza de T son

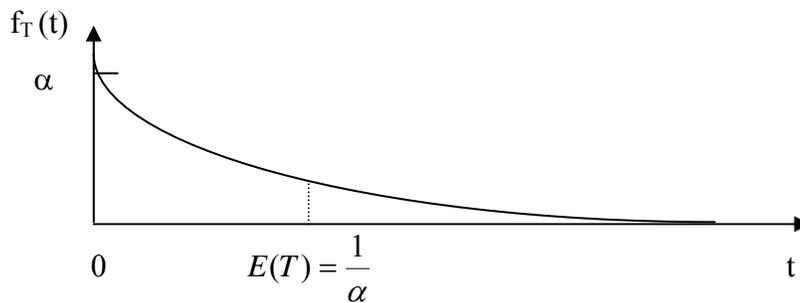
$$E(T) = \frac{1}{\alpha},$$

$$\text{var}(T) = \frac{1}{\alpha^2}$$

Además de que una de las implicaciones para el modelo de colas al suponer que T tiene una distribución exponencial, se analizan las siguientes propiedades de la distribución exponencial.

Para cualesquiera valores estrictamente positivos de  $\Delta t$  y  $t$ . Esta es una consecuencia del hecho de que estas probabilidades son el área bajo la curva de  $f_T(t)$  en el intervalo indicado de longitud  $\Delta t$ , y la altura promedio de la curva es menor para la segunda probabilidad que para la primera.

**Figura 3 Función de densidad de probabilidad para distribución exponencial**



Existe una relación con la distribución de poisson donde el tiempo entre dos ocurrencias consecutivas de un tipo específico de evento, o sea, llegadas o terminación de servicio por un servidor siempre ocupado, mantendrá una distribución exponencial con parámetro “ $\alpha$ ”. Esta propiedad se relaciona con la implicación resultante sobre la probabilidad del número de veces que ocurre este evento en un periodo dado.

Particularmente, sea  $X(t)$  el número de ocurrencias en el tiempo  $t(t \geq 0)$ , en donde el tiempo 0 es el instante en el que comienza la cuenta. La implicación se deduce de la siguiente manera

$$P\{x(t) = n\} = \frac{(\alpha t)^n e^{-\alpha t}}{n!}, \quad \text{Para } n = 0, 1, 2, \dots$$

Que quiere decir,  $X(t)$  tiene una distribución Poisson con parámetro  $\alpha t$ . Por ejemplo, para  $n = 0$ ,

$$P\{X(t) = 0\} = e^{-\alpha t},$$

Que es la probabilidad obtenida a partir de la distribución exponencial para que ocurra el primer evento después de un tiempo  $t$ . La media de la distribución Poisson es

$$E\{X(t)\} = \alpha t,$$

Donde el número esperado de eventos por unidad de tiempo es " $\alpha$ ". De esto se dice que  $\alpha$  es la tasa media a la que ocurren los eventos. Cuando se cuentan los eventos de manera continua, se dice que el proceso de conteo  $\{X(t); t \geq 0\}$  es un **proceso Poisson** con parámetro  $\alpha$  (tasa media)

Para la terminación de un servicio es útil esta propiedad cuando los tiempos de servicio tienen una distribución exponencial con parámetro  $\mu$ , dicha información es obtenida definiendo  $X(t)$  como el número de servicios completos logrados por un servidor siempre ocupado en un tiempo transcurrido  $t$ , donde  $\alpha = \mu$ .

Además de ser útil para describir el comportamiento probabilístico de las llegadas cuando los tiempos entre llegadas siguen una distribución exponencial con parámetro  $\lambda$

Entonces  $X(t)$  sería el número de llegadas en un tiempo transcurrido  $t$ , en donde  $\alpha = \lambda$  es la tasa media de llegadas, donde las llegadas ocurren de acuerdo a un **proceso de entrada Poisson** con parámetro  $\lambda$ .

### 1.3. Definición del proceso de llegada y salida del producto

En el proceso de llegada y salida de los distintos modelos de colas se suponen que las entradas o llegadas de productos, y las salidas o servicios de productos que se van del sistema ocurren de acuerdo al proceso de nacimiento y muerte.

En este proceso de teoría de probabilidad se tienen aplicaciones en varias áreas, en las cuales en el análisis de colas el término **nacimiento** se refiere a la **llegada** de un nuevo producto al sistema y el término **muerte** se refiere a la **salida** del producto servido. El estado del sistema en el tiempo  $t(t \geq 0)$ , denotado por  $N(t)$ , el cual es el número de productos que hay en el sistema de colas en el tiempo  $t$ .

El proceso de llegada y salida describe en términos probabilísticos cómo cambia  $N(t)$  al aumentar  $t$ . Generalizado esto, se dice que las llegadas y salidas individuales ocurren aleatoriamente, en el cual las tasas medias de ocurrencia dependen del estado actual del sistema. Con esto se hacen las siguientes suposiciones del proceso de llegadas y salidas:

**Suposición 1.** Dado  $N(t)=n$ , la distribución de probabilidad actual del tiempo que falta para la próxima llegada (nacimiento) es exponencial con parámetro  $\lambda_n$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )

**Suposición 2.** Dado  $N(t)=n$ , la distribución de probabilidad actual del tiempo que falta para la próxima salida (muerte) es exponencial con parámetro  $\mu_n$ , ( $n = 0,1, 2,\dots$ )

**Suposición 3.** La variable aleatoria de la suposición 1 (el tiempo que falta hasta la próxima llegada) y la variable aleatoria de la suposición 2 (el tiempo que falta hasta la próxima salida) es mutuamente independiente. La siguiente transición en el estado del proceso es

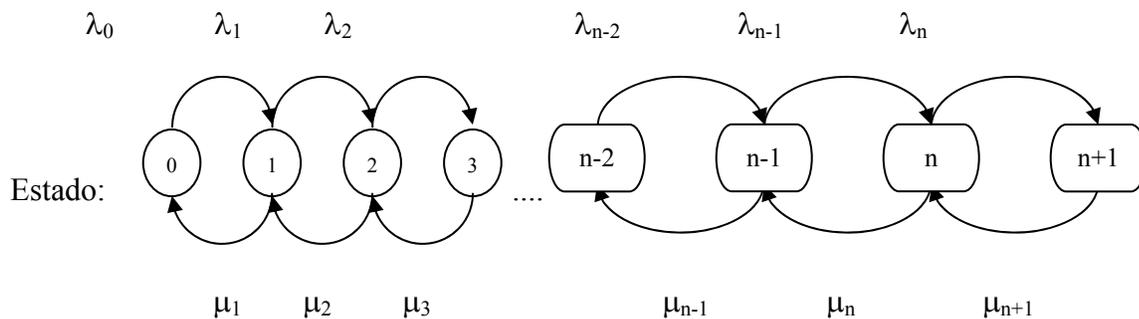
$$n \rightarrow n + 1 \text{ (una sola llegada)}$$

ó

$$n \rightarrow n - 1 \text{ (una sola salida)}$$

Dependiendo de cuál de las dos variables es menor.

**Figura 4. Diagrama de tasas para el proceso de llegadas y salidas del sistema de colas**



En el diagrama de tasas para el modelo M/M/s las flechas del diagrama muestran las únicas transiciones posibles en el estado del sistema tal y como se especifica en la suposición 3, y el elemento junto a cada flecha representa la tasa media para esa transición como se especifica en la suposición 1 y 2, cuando el sistema se encuentra en el estado que hay en la base de la flecha, con excepción de algunos casos cuando el proceso de llegada y salida es complicado cuando el sistema se encuentra en condición transitoria.

Al considerar cualquier estado  $n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) del sistema. Se supone que en el tiempo 0 se inicia el conteo del número de veces que el sistema entra este estado y el número de veces que sale de él, como se denota enseguida:

$E_n(t)$  = número de veces que el proceso entra al estado  $n$  hasta el tiempo  $t$

$L_n(t)$  = número de veces que el proceso sale del estado  $n$  hasta el tiempo  $t$

Como los dos tipos de eventos (entrar y salir) deben alternarse, estos dos números serán iguales o diferentes en sólo 1; es decir,

$$| E_n(t) - L_n(t) | \leq 1$$

dividiendo ambos lados por  $t$  y después haciendo que  $t \rightarrow \infty$  se obtiene

$$\left| \frac{E_n(t)}{t} - \frac{L_n(t)}{t} \right| \leq \frac{1}{t}, \quad \text{así} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \left| \frac{E_n(t)}{t} - \frac{L_n(t)}{t} \right| = 0$$

Al dividir  $E_n(t)$  y  $L_n(t)$  por  $t$  se obtiene la tasa real, o sea, el número de eventos por unidad de tiempo, a la que ocurren estos dos tipos de eventos, y haciendo  $t \rightarrow \infty$  se obtiene entonces la tasa media, o sea, el número esperado de eventos por unidad de tiempo.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E_n(t)}{t} = \text{tasa media a la que el proceso entra al estado } n$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{L_n(t)}{t} = \text{tasa media a la que el proceso sale del estado } n$$

### **Principio de tasa de entrada = tasa de salida**

Para un estado  $n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) del sistema se deriva la siguiente ecuación: **tasa media de entrada = tasa media de salida.**

La anterior ecuación del principio de tasas se llama **ecuación de balance** para el estado  $n$ . Después de construir las ecuaciones de balance para todos los estados en función de las probabilidades  $P_n$  desconocidas, se puede resolver este sistema de ecuaciones. Una manera de ilustrar una ecuación de balance es considerar el estado 0, donde el proceso entra a este estado sólo desde el estado 1, de esta manera la probabilidad de estado estable de encontrarse en el estado 1 ( $P_1$ ) representa la proporción de tiempo que es posible que el proceso entre al estado 0. dada las circunstancias que el proceso se encuentra en el estado 1, la tasa media de entrada al estado es  $\mu_1$ , dicho de otras palabras, para cada unidad acumulada de tiempo que el proceso pasa en el estado 1, el número esperado de veces que lo dejaría para entrar al estado 0 es  $\mu_1$ . Viéndolo desde cualquier otro estado, esta tasa media es 0.

Por lo tanto, la tasa media global a la que el proceso deja su estado actual para entrar al estado 0 (la tasa media de entrada) es:

$$\mu_1 P_1 + 0 (1 - P_1) = \mu_1 P_1$$

**Figura 5. Ecuaciones de balance para el proceso de entrada y salida de productos**

Estado	Tasa de entrada = Tasa de salida
0	$\mu_1 P_1 = \lambda_0 P_0$
1	$\lambda_0 P_0 + \mu_2 P_2 = (\lambda_1 + \mu_1) P_1$
2	$\lambda_1 P_1 + \mu_3 P_3 = (\lambda_2 + \mu_2) P_2$
.	.
.	.
.	.
n-1	$\lambda_{n-2} P_{n-2} + \mu_n P_n = (\lambda_{n-1} + \mu_{n-1}) P_{n-1}$
n.	$\lambda_{n-1} P_{n-1} + \mu_{n+1} P_{n+1} = (\lambda_n + \mu_n) P_n$
.	.
.	.
.	.

De este formulario se puede decir que la tasa media de salida debe ser  $\lambda_0 P_0$ , de manera que la ecuación de balance para el estado 0 es:

$$\mu_1 P_1 = \lambda_0 P_0$$

Existen dos transiciones posibles para los demás estados, hacia dentro y hacia fuera del estado. Cada lado de las ecuaciones de balance para estos estados representa la suma de las tasas medias para las dos transiciones incluidas.

De la anterior tabla de ecuaciones de balance, la primera ecuación de balance contiene dos variables  $P_0$  y  $P_1$ , las primeras dos ecuaciones contienen tres variables  $P_0$ ,  $P_1$  y  $P_2$ , y así sucesivamente; de manera que siempre se tiene una variable adicional. El procedimiento para resolver estas ecuaciones es despejar todas las variables en función de una de ellas, entre las cuales la más conveniente es  $P_0$ . La primera ecuación se usa para despejar  $P_1$  en función de  $P_0$ ; Después se usa este resultado y la segunda ecuación para obtener  $P_2$  en función de  $P_0$ , etc.

Al final el requisito de que la suma de todas las probabilidades debe ser igual a 1 se puede usar para evaluar  $P_0$ . al aplicar este procedimiento se obtienen los resultados siguientes:

Estado

$$\begin{aligned}
 0: \quad P_1 &= \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0 \\
 1: \quad P_2 &= \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_1 + \frac{1}{\mu_2} (\mu_1 P_1 - \lambda_0 P_0) = \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_2 \mu_1} P_0 \\
 2: \quad P_3 &= \frac{\lambda_2}{\mu_3} P_2 + \frac{1}{\mu_3} (\mu_2 P_2 - \lambda_1 P_1) = \frac{\lambda_2}{\mu_3} P_2 = \frac{\lambda_2 \lambda_1 \lambda_0}{\mu_3 \mu_2 \mu_1} P_0 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 n-1: \quad P_n &= \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_n} P_{n-1} + \frac{1}{\mu_n} (\mu_{n-1} P_{n-1} - \lambda_{n-2} P_{n-2}) = \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_n} P_{n-1} = \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \dots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \dots \mu_1} P_0 \\
 n: \quad P_{n+1} &= \frac{\lambda_n}{\mu_{n+1}} P_n + \frac{1}{\mu_{n+1}} (\mu_n P_n - \lambda_{n-1} P_{n-1}) = \frac{\lambda_n}{\mu_{n+1}} P_n = \frac{\lambda_n \lambda_{n-1} \dots \lambda_0}{\mu_{n+1} \mu_n \dots \mu_1} P_0 \\
 &\vdots \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

la formulación anterior se simplifica de la siguiente notación:

$$\boxed{C_n = \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \dots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \dots \mu_1}, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots,}$$

luego se define  $C_n = 1$  para  $n = 0$ , quedan las probabilidades de estado estables de la siguiente manera:

$$P_n = C_n P_0, \quad \text{para } n = 1, 2, \dots,$$

el requisito  $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$

implica que  $\left( \sum_{n=0}^{\infty} C_n \right) P_0 = 1,$

así,  $P_0 = \left( \sum_{n=0}^{\infty} C_n \right)^{-1}$

dada esta información  $L = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n$

Además, que el número de servidores  $s$  representa el número de productos que pueden estar en servicio (y no en cola) al mismo tiempo

$$L_q = \sum_{n=s}^{\infty} (n - s) P_n$$

## **1.4. Modelos de colas basados en el proceso de llegadas y salidas de productos**

Para dichos modelos se puede asignar cualquier valor no negativo a cada una de las tasas medias  $\lambda_0, \lambda_1, \dots$  y  $\mu_1, \mu_2, \dots$ , del proceso de llegada y salida, se cuenta con una gran flexibilidad al modelar un sistema de colas. Los modelos que en teoría de colas que más se usan están basados directamente en el proceso de llegada y salida.

### **1.4.1. Modelo de distribución exponencial M/M/s**

Este modelo describe que todos los tiempos entre llegadas son independientes e idénticamente distribuidos de acuerdo a una distribución exponencial, o sea, que el proceso de entrada en aquellas llegadas al sistema que ocurren aleatoriamente pero con cierta tasa media fija y sin importar cuántos clientes o productos están en el sistema; además, describe que todos los tiempos de servicio son independientes e idénticamente distribuidos de acuerdo a otra distribución exponencial y que el número de servidores es “s” (cualquier entero positivo), como consecuencia, este es un caso especial en el que para el proceso de llegada y salida la tasa media de llegadas ( $\lambda$ ) al sistema de colas y la tasa media de servicio por servidor ocupado ( $\mu$ ) son constantes e independientes del estado del sistema.

#### **1.4.1.1. Análisis para el caso de dos servidores (M/M/2)**

Cuando el sistema tiene varios servidores ( $s > 1$ ), no es tan sencillo expresar  $\mu_n$ . Ya que  $\mu_n$  representa la tasa media de servicio para el sistema de colas completo, es decir, la tasa media a la que ocurren las terminaciones de servicio y los clientes dejan el sistema, cuando hay “n” clientes en el sistema. Anteriormente, se menciona en la propiedad 4 de la distribución exponencial, que cuando la tasa media de servicio por servidor ocupado es  $\mu$ , la tasa media de servicio global para “n” servidores ocupados debe ser  $n\mu$ .

Entonces  $\mu_n = n\mu$  cuando  $n \leq s$ , mientras que  $\mu_n = s\mu$  cuando  $n \geq s$ , ya que los “s” servidores están ocupados.

#### **1.4.2. Variación de cola finita al modelo de distribución exponencial con dos servidores**

En situaciones los sistemas de colas tienen una cola finita; esto pasa cuando no se permite que el número de clientes en el sistema exceda un número específico denotado por  $K$ . Donde a cualquier cliente que llega cuando la cola está “llena” se le niega la entrada al sistema y este cliente lo deja para siempre.

Desde el punto de vista del proceso de llegada y salida, la tasa media de entrada al sistema se hace cero en ese momento. Por consiguiente, la única modificación necesaria en el modelo  $M/M/s$  para introducir una cola finita es cambiar los parámetros  $\lambda_n$  a:

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda & \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, K - 1 \\ 0 & \text{para } n \geq K \end{cases}$$

Cuando  $\lambda_n = 0$  para algunos valores de  $n$ , un sistema de colas que se ajuste a este modelo alcanzará en algún momento la condición de estado estable.

A este modelo se le llama por lo general  $M/M/s/k$ , donde la presencia del cuarto símbolo lo distingue del modelo  $M/M/s$ . Lo que diferencia en la formulación de los dos modelos es que  $K$  es finito para el modelo  $M/M/s/k$  y  $K = \infty$  para el modelo  $M/M/s$ . Físicamente, la interpretación usual para el modelo  $M/M/s/k$  es que se cuenta con un espacio limitado de espera que admite un máximo de  $K$  clientes en el sistema.

### 1.4.2.1. Análisis para el caso de dos servidores (M/M/2/k)

Para el caso de dos servidores ( $s > 1$ ), este modelo no permite más de  $K$  clientes en el sistema,  $K$  es el número máximo de servidores que pueden tenerse. Al suponer que  $s \leq K$ , la constante  $C_n$  se expresa de la siguiente manera:

$$C_n = \begin{cases} \frac{(\lambda / \mu)^n}{n!} & \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, s, \\ \frac{(\lambda / \mu)^s}{s!} \left( \frac{\lambda}{s\mu} \right)^{n-s} = \frac{(\lambda / \mu)^n}{s! s^{n-s}} & \text{para } n = s, s + 1, \dots, K, \\ 0 & \text{para } n > K \end{cases}$$

La notación para la probabilidad de  $n$  queda así:

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\lambda / \mu)^n}{n!} P_0 & \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, s, \\ \frac{(\lambda / \mu)^n}{s!} & \text{para } n = s, s + 1, \dots, K, \\ 0 & \text{para } n > K \end{cases}$$

donde

$$P_0 = \frac{1}{\left[ \sum_{n=0}^s \frac{(\lambda / \mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda / \mu)^s}{s!} \sum_{n=s+1}^K \left( \frac{\lambda}{s\mu} \right)^{n-s} \right]}$$

### 1.4.3. Variación de fuente finita al modelo (M/M/s)

La única diferencia entre la variación de fuente finita y el modelo M/M/s es que la fuente de entrada está limitada, lo que significa que el tamaño de la población potencial es finita. En este caso se denota N al tamaño de la población.

Cuando el número de productos en el sistema de colas es “n” ( n = 0, 1, 2,...,N ), existen sólo (N-n) clientes potenciales restantes en la fuente de entrada.

#### 1.4.3.1. Análisis para el caso de dos servidores (M/M/2)

En el caso de varios servidores ( s > 1 ), para N ≥ s ≥ 1 la formulación es la siguiente:

$$C_n = \begin{cases} \frac{N!}{(N-n)!n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, s, \\ \frac{N!}{(N-n)!s!s^{n-s}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & \text{para } n = s, s+1, \dots, N, \\ 0 & \text{para } n > N \end{cases}$$

Entonces,

$$P_n = \begin{cases} \frac{N!}{(N-n)!n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & \text{si } 0 \leq n \leq s, \\ \frac{N!}{(N-n)!s!s^{n-s}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & \text{si } s \leq n \leq N, \\ 0 & \text{si } n > N, \end{cases}$$

En donde

$$P_0 = \frac{1}{\left[ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{N!}{(N-n)!n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n + \sum_{n=s}^N \frac{N!}{(N-n)!s!s^{n-s}} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]}$$

Todos los miembros de una población potencial se encuentran alternativamente dentro y fuera del sistema de colas. Entonces, para el área de distribución se supone que el tiempo fuera de cada miembro, o sea, el tiempo que pasa desde que deja el sistema hasta que regresa, tiene una distribución exponencial con parámetro 1. Cuando n miembros están dentro y, N-n miembros están fuera, la distribución de probabilidad actual del tiempo que falta para la próxima llegada al sistema es la distribución del mínimo de los tiempos restantes afuera para esos N-n miembros.

Cuando la tasa media de servicio máxima  $s\mu$  excede a la tasa media de llegadas  $\lambda$ , se muestra de la siguiente manera:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} < 1,$$

Un sistema de colas alcanzará la condición de estado estable cuando se ajuste a este modelo.

#### 1.4.4. Modelo con tasas de servicio y /o tasas de llegadas dependientes del estado del sistema

En este modelo se enfatiza en los sistemas de colas que frecuentemente no mantienen una tasa media de servicio constante, en especial cuando los servidores son personas. Cuando se tiene una gran cantidad de trabajo atrasado, o sea, una cola larga, es muy probable que el servidor tienda a trabajar más rápido que cuando el trabajo por hacer es reducido o no existe.

Dicho aumento en la tasa de servicio puede ser el resultado del aumento en el esfuerzo que realiza el servidor cuando se encuentra bajo la presión de una larga cola, o ya sea que es resultado parcial de un compromiso en la calidad del servicio o de ayuda recibida en ciertas fases de servicio.

##### 1.4.4.1. Análisis para el caso de dos servidores ( $s = 2$ )

La formulación para el caso de varios servidores (  $s > 1$  ) se generaliza que  $\mu_n$  y  $\lambda_n$  variarán con el número de productos por servidor (  $n / s$  ) esencialmente de la misma forma como varían utilizando un solo servidor y se denota de la siguiente manera:

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu_1 & \text{si } n \leq s \\ \left(\frac{n}{s}\right)^a s\mu_1 & \text{si } n \geq s \end{cases}$$

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda_0 & \text{si } n \leq s - 1 \\ \left(\frac{s}{n+1}\right)^b \lambda_0 & \text{si } n \geq s - 1 \end{cases}$$

Para el proceso de nacimiento de llegada y salida con estos parámetros se tiene que:

$$C_n = \begin{cases} \frac{(\lambda_0 / \mu_1)^n}{n!} & \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, s \\ \frac{(\lambda_0 / \mu_1)^n}{s!(n!/s!)^c s^{(1-c)(n-s)}} & \text{para } n = s, s + 1, \dots, \end{cases}$$

en donde:

$n$  = número de productos en el sistema

$\mu_n$  = tasa media de servicio cuando hay “ $n$ ” productos en el sistema

$1/\mu_1$  = tiempo de servicio “normal” esperado: tiempo esperado para servir a un producto cuando es el único en el sistema.

$c$  = coeficiente de presión, constante positiva que indica el grado en el que la tasa de servicio del sistema resulta afectada por el estado del sistema.

## **2. DIAGNÓSTICO SITUACIONAL DEL SISTEMA ACTUAL**

### **2.1. Características actuales del sistema de colas**

#### **2.1.1. Proceso de planchado**

El encargado de los paquetes del área de plancha respectiva ingresa los productos en carretillas ligeras con cantidades exactas para cada planchador. El supervisor anota en las hojas de control las cantidades exactas que muestra el fólder de seguimiento ya corroboradas por el auditor de plancha de lo que se está planchando en ese momento dejando pendiente el estatus final del mismo. En ese momento se tienen que ingresar las cantidades correctas, ya que los operadores de los diferentes productos se equivocan al ingresar tallas incorrectas o piezas de otros productos, atrasando el flujo del proceso.

Cuando se inicia, el planchado el supervisor lleva el fólder de seguimiento del corte que se encuentra en separación para el área de control de calidad para iniciar el muestreo respectivo. El paquetero al alimentar a cada planchador deberá estar pendiente de que cada planchador nunca le falte el trabajo, al acabársele la cantidad que le fue asignada procede a darle otra cantidad igual y recoger lo planchado, en esta operación surge el atraso de piezas mal planchadas debido a que a veces los operadores son inexpertos o no existe una supervisión adecuada. (Ver figura 17)

##### **2.1.1.1. Auditoría de plancha**

El auditor de plancha indica al supervisor respectivo que el corte está listo para ingresarlo al área de plancha respectiva.

Si el corte está completo también le indica al paquetero que puede ingresarlo a la batería respectiva, realmente no existe atraso alguno ya que la auditoria consiste en revisar 50 piezas ya planchadas, mientras el resto de piezas se terminan de planchar, y al finalizar su proceso se integran a su respectivo paquete, esto sin afectar su flujo. (Ver figura 17)

## **2.2. Proceso final de plancha**

### **2.2.1. Verificación del producto**

Cuando se recibe lo que el planchador ya ha finalizado debe llevarlo al área de distribución e ingresarlos en el espacio correspondiente para cada talla de la estantería que se utiliza para cumplir esta función, se verifica el producto y si se encuentra en mal estado se rechaza y se traslada hacia la operación anterior, dejando de fluir el trabajo siendo una característica muy frecuente.

Ingresado al área de distribución deberá llevar un registro escrito de lo que plancha cada operador. Esta inspección se realiza debido a que el producto esta clasificado por el cliente por medio de un código al que debe ser completado y entregado con las unidades descritas por el código. (Ver figura 17)

### **2.2.2. Unidades completas del producto**

Ya planchado el corte se procede a contar y completar el corte y entregárselo a la gente del área de distribución, donde se hacen cargo de revisar que las unidades que conforman el corte van completas y así distribuirlo a los diferentes módulos de producción, sin embargo, existen atrasos en el flujo de proceso debido a problemas de calidad los cuales tardan de dos horas a un día, y en ese tiempo suelen extraviarse unidades que no permiten que siga el flujo en curso. (Ver figura 17)

## **2.3. Traslado del producto al área de distribución**

### **2.3.1. Proceso de llegada**

El encargado de los paquetes de plancha ingresa parcialmente las unidades del corte respectivo en el espacio indicado en la estantería del área de distribución, las unidades deben contarse y verificar que se completen según los paquetes cuadrados, de lo contrario se detiene el flujo del proceso hasta que se completen las unidades, o a veces se extravían y se tiene que hacer un formato de descuento para que siga al proceso siguiente.

El supervisor del área de distribución identifica el corte e informa al operador para que inicie el conteo y revisión de las tallas respectivas. El encargado de cuadrar el producto del área de distribución cuenta la cantidad de piezas y se las entrega al operario de tráfico. Este corrobora si la cantidad que fue contada por el cuadrador del área de distribución es la correcta. (Ver figura 17)

### **2.3.2. Proceso de cola**

A partir de que los productos llegan al área de distribución del área de plancha, tienen un tiempo de espera en cola mientras existe disponibilidad en los módulos de producción, mientras otros productos son trasladados al área de re-procesos o reparaciones por algún problema de calidad lo cual amerita ser intervenido, dichas intervenciones se dan frecuentemente en el área de planchado debido al mal planchado o mal doblado. (Ver tabla IV)

Luego, son devueltos para que puedan seguir el flujo de producción que le corresponde. Dicho tiempo de reproceso hace que los productos tengan una cierta prioridad sobre los productos que vienen con un flujo normal, haciendo que la cola se detenga y le dé paso a los productos con prioridad. Los re-procesos ocasionados por las plantas de costura son atendidos por personal de dichas plantas las cuales verifican el aseguramiento de la calidad del producto.

### **2.3.3. Proceso de salida**

Si el corte está cuadrado el supervisor del área de distribución procede a entregárselo al supervisor del área de distribución con la respectiva firma de recibido completo hacia los módulos de producción, si no está cuadrado el supervisor del área de tráfico detiene el flujo del producto y causa un atraso en el proceso hasta que se logren completar dichas unidades faltantes, o hasta que el gerente del área firme un documento que autoriza ser descontadas dichas unidades faltantes al área responsable de la pérdida.

Los servidores en este caso son personas que se encuentran en el área de distribución los cuales llevan un registro de los productos que entregan al área de producción, donde se debe inspeccionar, colocarle accesorios, empacarlos y luego auditarlos para luego ser exportados hacia los distintos lugares que lo han solicitado. (Ver figura 17)

## **2.4. Diagrama general de procesos**

### **2.4.1. Diagrama de flujo de proceso**

Para este diagrama se presenta todo el flujo del proceso de entrega y recepción del producto al área de plancha y que luego será entregado al área de distribución donde se entrega el producto a los módulos de empaque, el seguimiento se da de la manera siguiente:

- Recepción y almacenamiento de piezas
- Separación e inspección de tallas de piezas
- Formación de corte por número de paquete o talla e inspección rápida
- Transporte a planchadoras (paquetero)
- Distribución de piezas por máquina
- Planchado de mangas
- Planchado de bolsas
- Transporte al área para cuadrar se cuadra según lo recibido en separación
- Se transporta al área de distribución
- Se verifica el corte
- Se guarda en bolsas
- Se almacena en el área de distribución para ser entregado a los módulos de producción. (Ver figura 17)

#### **2.4.2. Diagrama de recorrido**

Este diagrama presenta todo el recorrido del producto de la manera siguiente:

- Recepción del producto al área de plancha
- Separación por tallas donde ingresa el producto hacia cada área de planchado.
- Ingreso hacia el área de distribución donde es recibido, contado y entregado a los módulos de empaque. (Ver figura 18)

### 3. ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE COLAS POR MEDIO DE MEDIDAS DE RENDIMIENTO

#### 3.1. Estado estable

A medida que avanza el día en las llegadas y salidas del área de distribución, el sistema llega a una condición en la que el efecto de la falta inicial de productos ha sido eliminado y el tiempo de espera de cada producto ha alcanzado un nivel bastante estable. En el inicio del proceso se conservan los efectos de las condiciones iniciales, conociéndose como **fase transitoria**. Después de que los efectos de las condiciones iniciales son eliminados, el sistema entra a un **estado estable**. Las medidas de rendimiento son valores numéricos que se utilizarán para evaluar los méritos de un sistema de colas en estado estable del área de distribución al momento de las llegadas de los productos como se indica en el inciso 2.3.1 del capítulo 2.

Al considerar la cantidad de tiempo que los productos tienen que esperar en el área de distribución durante el curso del día cuando al inicio del día no hay ningún producto en el sistema, el primer producto es atendido de manera inmediata, pero conforme van llegando más productos, lentamente se va formando la cola y la cantidad de tiempo que tienen que esperar empieza a aumentar.

A continuación se presentan los valores de las medidas de rendimiento en las cuales se encuentra el sistema y la propuesta para mejorar. (Ver figura 6)

**Figura 6. Medidas de rendimiento para situación actual y propuesta**

MEDIDAS DE RENDIMIENTO	SITUACIÓN ACTUAL PARA S = 1 SERVIDOR	SITUACIÓN PROPUESTA PARA S = 2 SERVIDORES
Promedio de productos en cola	$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}$	$L_q = \frac{P_0(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}$
Tiempo promedio de espera en cola	$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$	$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$
Tiempo promedio de espera en el sistema	$W = W_q + \frac{1}{\mu}$	$W = W_q + \frac{1}{\mu}$
Promedio de productos en el sistema	$L = \lambda * W$	$L = \lambda * W$
Probabilidad de que no haya productos en el sistema	$P_0 = 1 - \rho$	$P_0 = 1 / \left[ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\rho)^n}{n!} + \frac{(\rho)^s}{s!} * \left( \frac{s}{s-\rho} \right) \right]$
Probabilidad de que un producto que llega tenga que esperar	$P_1 = 1 - P_0 = \rho$	$P_1 = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0$ si $0 \leq n \leq s$
Probabilidad de que haya n productos en el sistema	$P_n = \rho^n * P_0$	$P_n = \frac{\lambda/\mu^n}{(s!)s^{n-s}} * P_0$ si $n \geq s$
Utilización	$U = \rho$	$U = 1 - \left[ P_0 + \left( \frac{s-1}{s} \right) P_1 + \left( \frac{s-2}{s} \right) P_2 + \dots + \left( \frac{1}{s} \right) P_s \right]$

### 3.1.1. Medición del tiempo promedio que espera un producto en cola

El tiempo promedio de espera en cola se midió de la manera siguiente:

$$W_q = L_q / \lambda$$

$L_q$  = El promedio de productos en cola

$\lambda$  = llegadas promedio por unidad de tiempo.

### 3.1.2. Medición del tiempo promedio que un producto está en el sistema

El tiempo promedio que un producto está en el sistema se midió de la manera siguiente:

$$W = W_q + 1 / \mu$$

$W_q$  = tiempo promedio de espera

$1 / \mu$  = tiempo esperado para servir a un producto

### 3.1.3. Longitud media de la cola

El número promedio de productos que se encuentran esperando en la fila para ser atendidos esta medido de la manera siguiente:

$$L_q = \frac{P_0 (\lambda / \mu)^s \rho}{s!(1 - \rho)^2}$$

$L_q$  = promedio de productos en cola

$P_0$  = probabilidad de que haya cero productos en cola

$\lambda$  = número de llegadas promedio por unidad de tiempo

$\mu$  = número promedio de productos atendidos por unidad de tiempo

$\rho$  = intensidad de tráfico de productos

$s$  = número de servidores en el área

### **3.1.4. Medición del promedio de productos en un sistema de colas**

El número promedio de productos que se encuentran en el sistema a cualquier tiempo dado y se mide de la manera siguiente:

$$L = \lambda * W$$

$\lambda$  = número de llegadas promedio por unidad de tiempo

$W$  = tiempo promedio que un producto está en el sistema

### **3.1.5. Probabilidad de bloqueo**

Es la probabilidad de que un producto que llega tenga que esperar a ser atendido denotado como  $p_w$ .

$$p_w = \frac{1}{s!} * (\lambda/\mu)^s * \frac{s}{s - (\lambda/\mu)} P_0$$

$P_0$  = probabilidad de que haya cero productos en cola

$\lambda$  = número de llegadas promedio por unidad de tiempo

$\mu$  = número promedio de productos atendidos por unidad de tiempo

$s$  = número de servidores en el área

### 3.1.6. Utilización

La fracción de tiempo, en promedio, que un servidor esta ocupado, se midió de la manera siguiente:

$$U = 1 - \left[ P_0 + \left( \frac{s-1}{s} \right) P_1 + \left( \frac{s-2}{s} \right) P_2 + \dots + \left( \frac{1}{s} \right) P_{s-1} \right]$$

$P_0$  = probabilidad de que haya cero productos en cola

$P_1$  = probabilidad de que haya un producto en cola

$P_2$  = probabilidad de que haya mas de un producto en cola

$s$  = número de servidores en el área

### 3.2. Relaciones entre medidas de rendimiento

Para el cálculo de muchas medidas de rendimiento todas dependen de los procesos de llegada y de salida del sistema de colas específico, dichas relaciones de algunas medidas de rendimiento se obtienen para este sistema de colas, mediante el uso de los siguientes parámetros de los procesos de llegada y servicio:

- $\lambda$  = número de llegadas promedio por unidad de tiempo
- $\mu$  = número promedio de productos atendidos por unidad de tiempo en una estación.

Para el caso del área de distribución, una población de productos infinita y una cantidad ilimitada de espacio de espera en la cola, el tiempo total que un producto invierte en el sistema es la cantidad de tiempo invertido en esperar en la cola más el tiempo durante el cual es atendido:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo promedio} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo promedio} \\ \text{de espera} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo promedio} \\ \text{de servicio} \end{array} \right\}$$

El tiempo promedio en el sistema y el tiempo promedio de espera están representados por las cantidades  $W$  y  $W_q$ , respectivamente. El tiempo promedio de servicio puede expresarse en función del parámetro “ $\mu$ ”. Para los efectos de cálculo en general el tiempo promedio de servicio es  $1/\mu$ , lo cual se expresa la siguiente relación:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Se relaciona el número promedio de productos en el sistema y el tiempo promedio que cada producto que pasa en el sistema, en función de  $\lambda$  y de las medidas de rendimiento analizando lo siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo promedio} \\ \text{de productos} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Número promedio} \\ \text{de llegadas por} \\ \text{unidad de tiempo} \end{array} \right\} * \left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo promedio} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right\}$$

De modo que:  $L = \lambda * W$

Y para la relación entre el número promedio de productos que esperan en la cola y el tiempo promedio de espera en la cola se analiza lo siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo promedio} \\ \text{de productos} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Número promedio} \\ \text{de llegadas por} \\ \text{unidad de tiempo} \end{array} \right\} * \left\{ \begin{array}{l} \text{Tiempo promedio} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right\}$$

De manera que:  $L_q = \lambda * W_q$

### 3.3. Cálculo de las medidas de rendimiento

Para el estudio de las medidas de rendimiento se harán cálculos en función de los parámetros “ $\mu$ ” y “ $\lambda$ ”, en este estudio se utilizarán fórmulas para calcular las diferentes medidas de rendimiento las cuales servirán para cualquier sistema de colas M/M/s, en este caso serán dos servidores  $s = 2$ .

#### Promedio de productos en la cola

$$L_q = \frac{P_0(\lambda / \mu)^s \rho}{s!(1 - \rho)^2} = \frac{0.384615(8/9)^2(8/9)}{2!(1 - (8/9 * 2))^2} = 0.22 \text{ productos}$$

#### Tiempo promedio de espera en la cola

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = W_q = \frac{(0.22)}{9} = 0.02 \text{ hrs}$$

### Tiempo promedio de espera en el sistema

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} = 0.03 + \frac{1}{9} = 0.14 \text{ hrs}$$

### Promedio de productos en el sistema

$$L = \lambda * W = 8 * 0.14 = 1.12 \text{ productos}$$

### Probabilidad de que no haya productos en el sistema

$$P_0 = 1 / \left[ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\rho)^n}{n!} + \frac{(\rho)^s}{s!} * \left( \frac{s}{s-\rho} \right) \right]$$

siendo s=2 servidores

$$P_0 = 1 / \left[ \sum_{n=0}^1 \frac{(8/9)^n}{n!} + \frac{(8/9)^2}{2!} * \left( \frac{1}{1-(8/9*2)} \right) \right] = 0.384615$$

### Probabilidad de que un producto que llega tenga que esperar

$$p_1 = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 \quad \text{si } 0 \leq n \leq s$$

$$p_1 = \frac{(8/9)^1}{1!} * 0.385 = 0.34$$

### Probabilidad de que haya n productos en el sistema

$$P_n = \frac{\lambda / \mu^n}{(s!)s^{n-s}} * P_0 \quad \text{si } n \geq s$$

$$P_n = \frac{\lambda / \mu^n}{(s!)s^{n-s}} * P_0 = \frac{(8/9)^n}{2! * 2^{n-2}} * 0.385 = 0.77 * \left(\frac{4}{9}\right)^n$$

### Utilización

$$U = 1 - \left[ P_0 + \left(\frac{s-1}{s}\right)P_1 + \left(\frac{s-2}{s}\right)P_2 + \dots + \left(\frac{1}{s}\right)P_{s-1} \right]$$

$$U = 1 - \left[ 0.385 + \left(\frac{2-1}{2}\right) * 0.34 \right] = 0.445 \text{ horas}$$

Es la fracción de tiempo, en promedio, que un servidor esta ocupado, y se denota como **U**.

#### 3.3.1. Intensidad de tráfico de productos

La intensidad del tráfico de productos se analizará de acuerdo al cociente de la tasa de llegadas “ $\lambda$ ”, entre la tasa de servicio “ $\mu$ ”, y se denotara “ $\rho$ ”. Cuanto más cerca esté  $\rho$  de 1, más cargado estará el sistema, lo cual tiene como resultado colas más largas y tiempos de espera muy grandes.

$$\rho = \lambda / \mu = 8 / 2 * 9 = 0.44$$

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de los valores analizados en el inciso 3.1 para la situación actual con 1 servidor y para la situación propuesta con 2 servidores.

**Figura 7. Resultados para el modelo de colas utilizando un sistema M/M/s para un estado estable**

$\lambda = 8$ $\mu = 9$	S = 1	S = 2
$\rho$	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{9}$
$P_0$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{13}$
$P_1$	0.098	0.34
$P_n$	$0.11 * \left(\frac{8}{9}\right)^n$	$0.77 * \left(\frac{4}{9}\right)^n$
$L_q$	7.11	0.22
$L$	8	1.12
$W_q$	0.88	0.03 (en hrs)
$W$	1	0.14 (en hrs)

### 3.4. Evaluación de un modelo de colas basado en prioridades

En el área de distribución los modelos con disciplina de prioridades, están basados en un sistema prioritario. En el orden en que los productos dejan el área de distribución son seleccionados para recibir varios servicios de:

- Reparaciones de costura
- Reparaciones de Lavandería
- Reparaciones de secado o planchado

De vuelta al área de distribución, estos productos vienen asignados bajo una prioridad sobre los productos con flujo normal de producción, ya que han sido intervenidos para finalizarlos y ser distribuidos a los módulos de producción.

### 3.4.1. Prioridades sin interrupción

Para el modelo de prioridades sin interrupción no se puede regresar a la cola a un producto que se encuentra en servicio es decir, interrumpirlo si un producto entra de prioridad más alta al sistema de colas. Una vez que el servidor comienza a servir a un producto, el servicio debe terminar sin interrupción.

#### 3.4.1.1. Análisis para el modelo de prioridades sin interrupción

Para el análisis del modelo de prioridades sin interrupción, se analizara a  $W_k$  como el tiempo esperado de espera en el sistema en estado estable, el cual se incluye el tiempo de servicio, para un miembro de la clase de prioridad k, de la siguiente manera:

$$W_k = \frac{1}{A \cdot B_{k-1} \cdot B_k} + \frac{1}{\mu} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, N,$$

donde

$$A = s! \frac{s\mu - \lambda}{r^s} \sum_{j=0}^{s-1} \frac{r^j}{j!} + s\mu = 2! * \frac{2*9 - 8}{(0.889)^2} \sum_{j=0}^1 \frac{0.889^j}{j!} + 2 * 9 = 65.8125$$

$$B_0 = 1,$$

para  $s = 2$

$$B_k = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{s\mu} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, N,$$

$s$  = número de servidores,

$\mu$  = tasa media de servicio por servidor ocupado

$\lambda_i$  = tasa media de llegadas para la clase de prioridad  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i = 8,$$

$$r = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{8}{9} = 0.89,$$

Suponiendo que  $\sum_{i=1}^k \lambda_i < s\mu = 8 < 18$ , La clase de prioridad  $k$  puede alcanzar una condición de estado estable.

### 3.4.2. Prioridades con interrupción

Para el modelo de prioridades con interrupción el producto de prioridad más baja que se encuentre en servicio se interrumpe, o sea, que se manda de regreso a la cola, siempre que entra un producto con prioridad más alta al sistema de colas. Entonces, se libera un servidor para que comience el servicio de la nueva llegada, de inmediato.

No es necesario preocuparse por definir el punto en el que comienza un servicio cuando regresa un cliente interrumpido; la distribución del tiempo de servicio que falta es siempre la misma.

Además, es importante definir para cualquier distribución de servicio entre sistemas con interrupción y continuación, en los que el servicio de un producto que se interrumpe se retoma en el punto de interrupción, y los sistemas con interrupción y repetición, donde el servicio debe comenzar de nuevo. Este segundo modelo supone prioridades con interrupción.

### **3.4.2.1. Análisis para el modelo de prioridades con interrupción**

En el análisis para el modelo de prioridades con interrupción se toma la notación que para el modelo sin interrupción, de manera que al interrumpir cambia el tiempo esperado total en el sistema, tomando en cuenta que se incluye el tiempo total de servicio de la siguiente manera:

$$W_k = \frac{1/\mu}{B_{K-1} \cdot B_K} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, N,$$

Para determinar el tiempo que espera en la cola sin incluir el tiempo de servicio un producto, para la clase de prioridad  $k$ , únicamente se resta  $1/\mu$  de  $W_k$ ; la longitud esperada de la cola correspondiente se obtiene de nuevo al multiplicar por  $\lambda_k$ .

$$L_k = \lambda_k \cdot W_k, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, N.$$

Para el análisis de prioridades existen tres situaciones en el proceso:

- 1) **Casos críticos**, para que su ingreso sea inmediato al sistema después de su reparación,  $\lambda_1 = 0.8$
- 2) **Casos serios**, para que su ingreso sea rápido y prevenir mayor pérdida de tiempo,  $\lambda_2 = 2.4$
- 3) **Casos estables**, donde el ingreso de productos a la cola puede retrasarse sin consecuencia alguna del caso,  $\lambda_3 = 4.8$

Aproximadamente el 10% de los productos caen en la primera categoría, 30% en la segunda y 60% en la tercera, como en los casos más serios se entregan al área de distribución inmediatamente el tiempo promedio de reparación de cada producto en realidad no difiere mucho entre estas categorías.

Para las prioridades con interrupción con  $s = 2$  se obtuvieron los resultados como sigue:

Ya que los tiempos de espera para los productos de clase de prioridad 1 no se ven afectados por la presencia de productos en clases de prioridad mas baja,  $W_1$  será la misma que para cualesquiera otros valores de  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ , incluyendo  $\lambda_2 = 0$  y  $\lambda_3 = 0$ . Entonces,  $W_1$  debe ser igual a  $W$  para el modelo M/M/s correspondiente con  $s = 2$ ,  $\mu = 9$  y  $\lambda = \lambda_1 = 0.8$ , lo que lleva a:

$$W_1 = W = 0.11133, \quad \text{para } \lambda = 0.8$$

$$\text{Así} \quad W_1 - 1/\mu = 0.11133 - 0.11111 = 0.00022$$

Ahora se consideran las dos primeras clases de prioridad. De nuevo se nota que los productos de las clases de prioridad más baja (en este caso solo la clase 3) no afectan en nada a los clientes de estas dos clases y por lo tanto se pueden ignorar en el análisis. Ver resultados del modelo de disciplina de prioridades de estado estable en la Tabla II.

Sea  $W_{1-2}$  el tiempo esperado de permanencia en el sistema (incluyendo el tiempo de servicio) para una llegada aleatoria en cualquiera de estas dos clases, de manera que la probabilidad de esta llegada pertenezca a la clase 1 es  $\lambda_1/(\lambda_1 + \lambda_2) = 0.25$  y de que pertenezca a la clase 2 es  $\lambda_2/(\lambda_1 + \lambda_2) = 0.75$ , entonces,

$$W_{1-2} = \frac{1}{4}W_1 + \frac{3}{4}W_2$$

Lo que es más, como el tiempo esperado de permanencia es el mismo para cualquier disciplina de la cola,  $W_{1-2}$  también debe ser igual a  $W$  para el modelo M/M/s, con  $s = 2$ ,  $\mu = 9$  y  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 3.2$ , lo que lleva a:

$$W_{1-2} = W = 0.11474$$

$$W_2 = \frac{4}{3} \left[ 0.11474 + \frac{1}{4}(0.11133) \right] = 0.11588$$

$$W_2 - \frac{1}{\mu} = 0.0048, \text{ y para los valores de } W_{1-3} \text{ se dan los siguientes}$$

valores:

$$W_{1-3} = 0.1W_1 + 0.3W_2 + 0.6W_3$$

$$W_{1-3} = W = 0.1385 \quad \text{para } \lambda=8$$

$$W_3 = \frac{1}{0.6} [0.1385 - 0.1(0.11133) - 0.3(0.11588)] = 0.15434$$

$$W_3 - \frac{1}{\lambda} = 0.04323$$

**TABLA I. Resultados del modelo de disciplina de prioridades de estado estable**

	Prioridades con interrupción	Prioridades sin interrupción
	S = 2	S = 2
A	-	65.8125
B1	-	0.966
B2	-	0.822
B3	-	0.556
W1	0.00022	0.016
W2	0.0048	0.019
W3	0.04323	0.033

Los resultados anteriores indican que en las prioridades con interrupción si se agregara un segundo servidor o más, prácticamente se eliminaría la espera para todos los productos a excepción de los productos estables.

## **4. IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO DE COLAS BASADO EN EL PROCESO DE LLEGADA Y SALIDA**

### **4.1. Manejo del factor de utilización para dos servidores**

Para el manejo del factor de utilización se usarán dos servidores, realmente si el promedio de llegadas es menor al número promedio de salidas para dos servidores; el factor de utilización  $\rho$  determinará valores menores a 1 y donde el término para  $n = 0$  para los valores de la probabilidad cuando no existen productos en cola llevará al valor correcto de 1 debido al manejo matemático y determinación de que  $n! = 1$  cuando  $n = 0$ , o sea, que no existen productos en cola.

Donde:

- $\lambda$  son 8 productos por hora el número de llegadas promedio por unidad de tiempo. Ver tabla II apéndice No 1
- $\mu$  son 9 productos por hora el número promedio de productos atendidos por unidad de tiempo en una estación. Ver tabla II apéndice No 1
- El número de servidores para el estudio es  $s = 2$

El factor de utilización  $\rho$  servirá a los encargados de verificar el tráfico de productos en el área de distribución a tener un mejor control de la cola, para medir la carga de productos.

## 4.2. Variación de la probabilidad usando dos servidores

Para la variación de probabilidad usando productos se analizarán los valores de  $P_o$ , con los valores de las variables de llegadas, salidas, número de servidores y número de productos, además, se visualizará el comportamiento por medio del gráfico de variación de probabilidad de productos en el sistema.

La probabilidad que hayan cero productos en el sistema va a aumentar de acuerdo con el número de servidores en el área, al implementar un mayor número de servidores la intensidad del tráfico será menos cargada y la cola no será demasiado larga. (Ver figura 8)

**Figura 8. Datos de las variaciones de  $P_o$  respecto al factor de utilización**

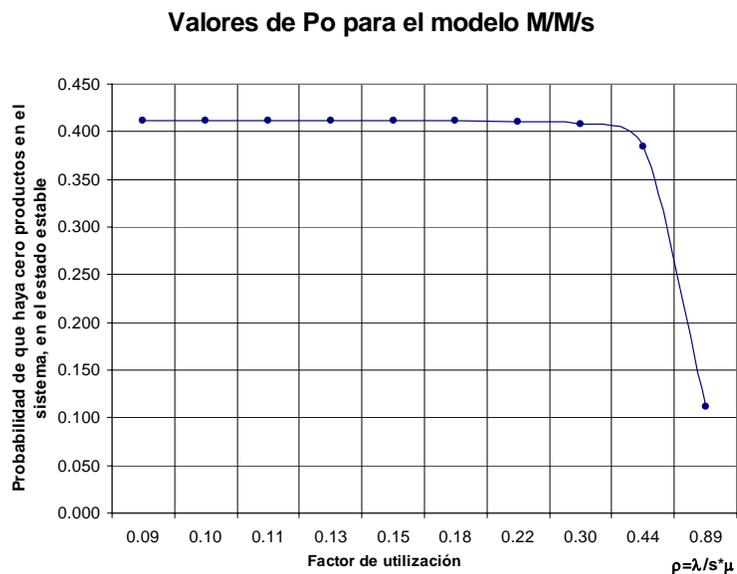
$P_o$	$\rho = \lambda/s\mu$
0.411112290360	0.08889
0.411112288418	0.09877
0.411112263241	0.11111
0.411111962488	0.12698
0.411108667292	0.14815
0.411075606946	0.17778
0.410770345329	0.22222
0.408114558473	0.29630
0.384615384615	0.44444
0.111111111111	0.88889

### 4.2.1. Factor de utilización de probabilidad

El factor de utilización de probabilidad se analizará de acuerdo con los valores obtenidos en la figura 8 además de utilizar las variables de llegadas y salidas para

encontrar el valor del factor de utilización de probabilidad. Para dicho factor de utilización se determina que a medida que exista mayor cantidad de servidores es mayor la probabilidad de que exista cero productos en el sistema, ya que dicho estudio nos dice que siempre existirán productos en el sistema que se mantengan en el área de distribución. (Ver figura 9)

**Figura 9. Gráfica de valores de la probabilidad de cero productos en el sistema para el modelo M/M/s**



### 4.3. Variación del número esperado de productos en el sistema

Para la variación del número esperado de productos se analizarán los valores encontrados para el número esperado de productos con los valores de las variables de  $L_q$ ,  $W$  y  $W_q$ , además, se visualizará el comportamiento de variación por medio del gráfico del número esperado de productos en el sistema. (Ver figura 10)

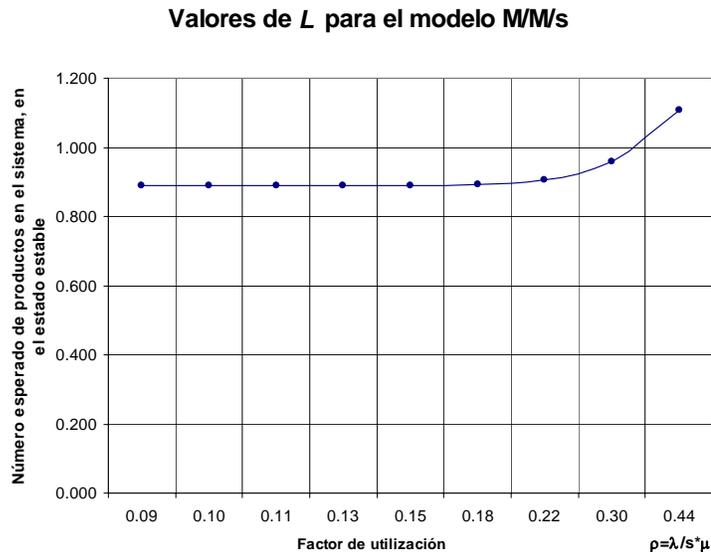
**Figura 10. Datos de las variaciones de L respecto al factor de utilización**

L	$\rho = \lambda/\sigma\mu$
0.888888939128	0.08889
0.888889454072	0.09877
0.888894611344	0.11111
0.888940390928	0.12698
0.889294464184	0.14815
0.891626301984	0.17778
0.904275403152	0.22222
0.957680544504	0.29630
1.107692307690	0.44444

**4.3.1. Factor de utilización del número esperado de productos en el sistema**

Para el estudio de dicho factor se analizarán valores de acuerdo con los datos obtenidos y que se muestran en la figura 10, además de utilizar las variables de llegadas y salidas para encontrar el valor del factor de utilización del número esperado de productos en el sistema. El número esperado de productos en el sistema estará reducido en el momento de aumentar el número de servidores en el sistema al implementarlo se reducirá el tráfico de productos y la carga no será demasiado, además de impedir que los productos aumenten en cola de espera. (Ver figura 11)

**Figura 11. Gráfica de valores del número esperado de productos en el sistema, en el estado estable L para el modelo M/M/s**



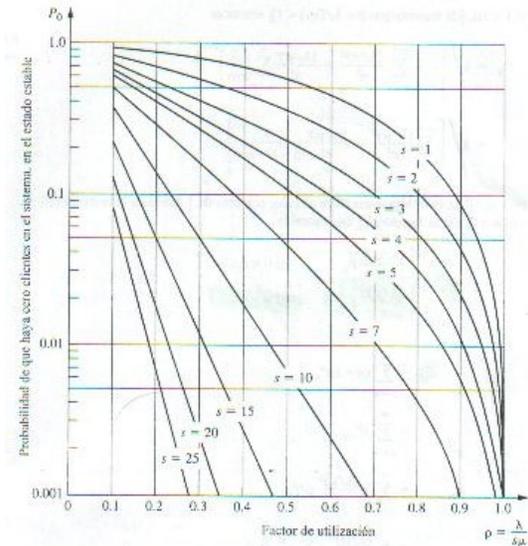
#### 4.4. Diagramas para las tasas de llegadas y/o salidas

##### 4.4.1. Diagrama de valores de probabilidad utilizando dos servidores

El diagrama de valores de probabilidad para dos servidores se utilizará para comparar el comportamiento del sistema de colas en el área de distribución, y visualizar la intensidad del tráfico de productos en el sistema.

Al implementar este sistema, el encargado de verificar el comportamiento del flujo de productos identificará cuando es más probable que no haya productos en el área o el flujo disminuya haciendo la cola más corta al incrementar el número de servidores y la reducción de la intensidad del tráfico de productos en el área de distribución.

**Figura 12. Gráfica comparativa de valores de probabilidad  $P_0$  de productos en el sistema, en el estado estable para el modelo M/M/s**



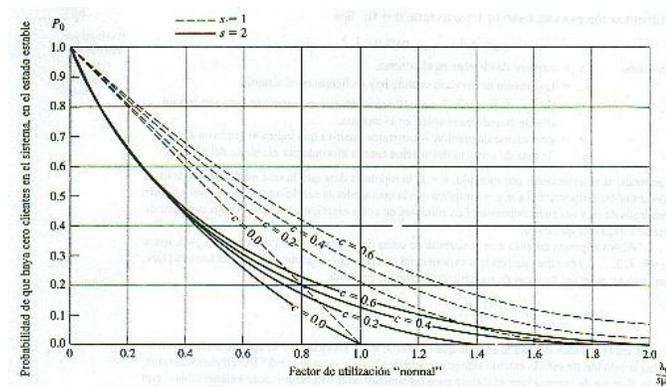
**4.4.2. Diagrama de valores para el número esperado de productos en el sistema con tasas dependientes de llegadas y/o salidas**

Para dicho diagrama, en los sistemas de colas, la tasa no mantiene una tasa media de servicio constante, se implementará para este caso en especial como servidores a personas, cuando se tiene una gran cantidad de trabajo atrasado, o sea, una cola larga, el servidor tiende a trabajar más rápido que cuando el trabajo por hacer es reducido o no existe.

En este sistema, la persona encargada de verificar el comportamiento del flujo de productos identificará cuando hay un mayor o menor número de productos en el área observando la cola más corta o más larga al incrementar o disminuir el número de servidores y la reducción de la intensidad del tráfico de productos en el área de distribución.

El aumento en la tasa de servicio puede ser el resultado del aumento en el esfuerzo que realiza el servidor cuando se encuentra bajo la presión de una larga cola, o sea, que es resultado parcial de un compromiso en la calidad del servicio

**Figura 13. Diagrama de valores para el número esperado de productos en el sistema con tasas dependientes de llegadas y/o salidas**



#### 4.4.3. Diagrama de tasas de llegadas y/o salidas para dos servidores

En este sistema la persona se encargará de verificar la estabilidad o inestabilidad del sistema en cualquier situación que sea presentada en el área. En la figura se muestra el diagrama de tasas de llegadas y/o salidas que se pueden obtener, cuando el sistema tiene varios servidores ( $s > 1$ ), no es tan sencillo expresar la tasa media de salidas  $\mu_n$ , sabiendo que  $\mu_n$  representa la tasa media de servicio para el sistema de colas completo, o sea, la tasa media a la que ocurren las terminaciones de servicio y los productos dejan el sistema, cuando hay “ $n$ ” productos en el sistema.

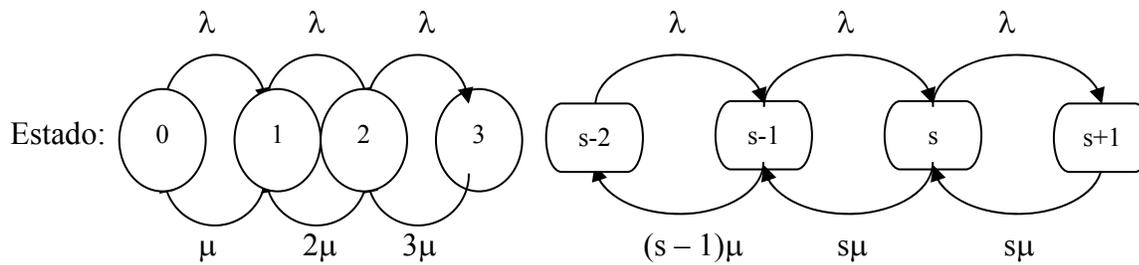
A continuación se muestra el diagrama de tasas para el caso de dos servidores o más.

**Figura 14 Diagrama de tasas para el modelo M/M/s.**

**Caso de múltiples servidores (  $s > 1$  )**

$$\lambda_n = \lambda \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & \text{para } n = 0, 1, 2, \dots \\ s\mu, & \text{para } n = s, s + 1, \dots \end{cases}$$



## **5. SEGUIMIENTO DEL SISTEMA DE COLAS EN BUSCA DE RESULTADOS SATISFATORIOS**

### **5.1. Control de planificación**

En el área de distribución, luego que el encargado lleve el control del flujo de productos, deberá llevar el control de planificación de acuerdo con las exigencias que los clientes desean para que sean entregados los productos en el lugar y en el tiempo que así sean programados. Para un mejor control, el encargado debe darle seguimiento a las operaciones anteriores en el momento de llegar al área de distribución, dando así soluciones a los productos con problemas, antes que estos sean ingresados con el menor atraso posible, dicha coordinación se llevará a cabo juntamente con el grupo de personas encargadas de darle una mejor calidad a los productos, ya que así se garantizará una mejor fluidez hacia los módulos de producción y empaque.

Dicha planificación se lleva a cabo con información de productos disponibles en el área de distribución los cuales están en las cantidades necesarias a que los clientes lo han generado. En dicha planificación se hace necesario de la siguiente información:

- a) Tipo de cliente
- b) Tipo de producto que el cliente requiere para la fecha de exportación
- c) Estilo de producto requerido por el cliente
- d) Cantidad requerida por el cliente
- e) Cantidad a exportarse real en ese momento
- f) Cantidad planificada en el área de distribución
- g) Unidades en el área de plancha en ese instante
- h) Procesos anteriores a la llegada hacia el área de distribución
- i) Observaciones

Con dicha información se puede tener un panorama más claro de dónde está el producto necesario para cumplir con las expectativas que los clientes desean sea cumplida por la empresa, y las cantidades de productos que solicitan para los distintos destinos. (Ver tabla VI)

### **5.1.1. Seguimiento del tiempo de permanencia del producto en el área de distribución**

Este seguimiento se lleva a cabo de acuerdo con el flujo de productos del área de planchado hacia el área de distribución; cada producto tiene un tiempo en el cual debe ser exportado y trasladado hacia los módulos de producción de empaque y accesorios llevando una secuencia de tiempo de permanencia en proceso; cada producto tiene un tiempo desde que inició generándose en el sistema, hasta que llega el momento que el cliente quiere que se exporte hacia el destino que lo necesite.

Para cada proceso los productos inician su tiempo de permanencia en el momento en que ingresan a dicha área para su respectivo procesamiento, y dicho tiempo de permanencia se toma desde el día de inicio hasta el tiempo en que dicho producto deja el proceso anterior e ingresa al siguiente proceso, iniciando un nuevo tiempo de permanencia para el siguiente proceso. (Ver tabla VII)

## **5.2. Sistemas de control por medio de gráficos de producción**

### **5.2.1. Diagramas de Pareto**

Estas herramientas básicas para el control de calidad, se utilizan para localizar los defectos que detienen el flujo del proceso hacia el área de distribución para luego contrarrestarlo y reducir el impacto de atraso para las semanas de exportación a las cuales se tenían que distribuir.

Cada problema que se observó pudo deberse a causas diferentes. Es imposible e impráctico pretender resolver todos los problemas o atacar todas las causas al mismo tiempo. En este sentido, se seleccionó el problema más importante, y al mismo tiempo, en un principio, centrarse sólo en atacar su causa más relevante. La idea de este proyecto es que se pueda alcanzar la mejora mayor con el menor esfuerzo.

La idea anterior contiene el llamado principio de Pareto, conocido como “Ley 80-20” o “Pocos vitales, muchos triviales”, el cual reconoce que unos pocos elementos (el 20%) generan la mayor parte del efecto (el 80%); el resto de los elementos generan muy poco del efecto total. De la totalidad de problemas de una empresa sólo unos pocos son realmente importantes.

La idea central del diagrama de Pareto es localizar los pocos defectos, problemas o fallas vitales para concentrar los esfuerzos de solución o mejora en éstos. Una vez que sean corregidos, entonces se vuelve a aplicar el principio de Pareto para localizar de entre los que quedan a los más importantes, volviéndose este ciclo una filosofía.

También el diagrama de Pareto apoyó la identificación de las pocas causas fundamentales de los problemas vitales con lo que se podrá reducir de manera importante las fallas y deficiencias en la empresa.

En el área de distribución se han tenido problemas con la calidad de los productos y la distribución de los mismos hacia los módulos de producción, (ver tabla IV), con lo cual se decide revisar los problemas de las llegadas y salidas de los productos del área para un seguimiento de mejora continua. Para ello, se estratificaron los problemas en el área de distribución por el tipo de categoría a lo que respecta a defectos de calidad en las llegadas al área de distribución, con la idea de localizar cual es el problema principal al que se debe atacar y minimizar el tiempo de reproceso o reparación que este obtenga, y así su flujo sea más continuo. (Ver figura 16)

### **5.3. Cuadro de cumplimiento de entregas por reproceso**

Para dicho cuadro de seguimiento se lleva el control de entregas de los distintos productos que en su momento obtuvieron alguna reparación o reproceso, y al finalizar dicha operación se cuantifica el porcentaje de cumplimiento.

Este cuadro se completa para conseguir mejor eficiencia en la búsqueda de soluciones a los problemas que envuelvan a dicho producto, (ver tabla VII). Para cumplir con las entregas de los diferentes productos que estén con problemas, se instalará una línea de operarios y máquinas reparadoras de cualquier problema que se presente en el área; con frecuencia se congestiona y sobrepasa la capacidad de espacio físico y se convierte intransitable el área de distribución, dificultando el tráfico adecuado de productos y las entregas a los diferentes módulos de producción y empaque; por eso se decidió evacuar el área de almacenamiento de producto obsoleto y ampliar el área de distribución, las medidas tomadas actuales de 5 metros de ancho por 20 metros de largo haciendo un área de  $100 \text{ m}^2$  mientras que la propuesta será de 10 metros de ancho por 20 metros de largo haciendo un área de  $200 \text{ m}^2$ . (Ver anexo 5)

## CONCLUSIONES

1. Para un mejor flujo de producción se analizó un sistema de colas con dos servidores, con éste se reduce la intensidad del tráfico y congestionamiento de productos en el área por medio del estudio de las llegadas promedio al sistema y las salidas promedio de productos en el área de distribución; la intensidad de tráfico de productos se redujo de un 88% a un 44%.
2. Al ingresar a la cola los productos tienen un tiempo promedio de espera en cola, en el sistema actual de 0.88 hrs. , (53.33 min.) y en el sistema propuesto de 0.03 hrs., (más de un minuto y medio), reduciéndose considerablemente el tiempo promedio de espera en cola.
3. La fracción del tiempo que ocupan los servidores en atender a un producto en el sistema actual es de 0.889 hrs. , (53 min.) y en el sistema propuesto es de 0.445 hrs. (26.7 min.)
4. Se ha determinado que el número promedio de productos que esperan en la fila en el sistema actual es de 7.11 productos y en el sistema propuesto es de 0.22 productos y el número máximo de productos en el actual es de 8; mientras que en el propuesto es de 1.12.
5. La estación de reparaciones se tomó para cuestiones especiales; la estación está compuesta por una línea de máquinas y operarios quienes atienden a los productos con prioridad, reduciendo el tiempo de espera al ingresar a la cola y entregarlos inmediatamente al siguiente proceso.

6. El espacio físico ha aumentado en el área de distribución debido al mayor número de productos que han llegado. Se obtuvo este espacio por medio del uso de instalaciones de empaque donde lo utilizaban como almacenamiento de material obsoleto; ahora se han trasladado a un área apropiada y con ello se obtiene una sola área de recepción y distribución de productos hacia los módulos de producción y empaque. El área de distribución es de 5 m de frente por 20 m de largo ( $100 \text{ m}^2$ ) y con la propuesta ha aumentado a  $200 \text{ m}^2$ , con un frente de 10 m por 20 m de largo
  
7. En el sistema de colas estudiado se ha brindado un esquema basado en un proceso de llegadas y salidas de productos en el área de distribución. Este sistema permite que se mantenga estable y no tenga que ser área de transición. En este sistema la persona encargada de verificar la estabilidad o inestabilidad del sistema compara el diagrama de tasas de llegadas y/o salidas que se pueden obtener, cuando el sistema tiene varios servidores  $s > 1$ .
  
8. Para un mejor control de los productos en el área de distribución se han proporcionado las herramientas y métodos que hacen más eficiente el flujo de productos hacia los módulos de empaque, ya que se puede visualizar la ubicación de cada producto; además de cada proceso en el cual se encuentra y a aquellos productos que por alguna razón se retrasan y se vuelven productos con prioridad dándoles el seguimiento respectivo, como parte de dichas herramientas se analizan las llegadas y salidas de productos del centro de distribución tomando los tiempos del día pico en el área de distribución así como de un cuadro de producción del área de distribución; una tabla de datos de las descripciones de los diferentes tipos de defectos, una tabla de datos de auditoria de plancha al momento de ingresar al área de distribución, tabla de datos para la planificación y control de los productos a exportarse, además de un informe de seguimiento de permanencia de productos.

## RECOMENDACIONES

1. Se requiere de personal para mantener un mejor flujo de producción pues los productos que llegan se encuentren ordenados por tipo de cliente, tipo de producto, además son despachados hacia módulos que manejen los productos ya clasificados para una mejor eficiencia en la producción. También se requiere de encargados para verificar que los productos vayan completos y reducir el número de unidades perdidas en el área.
2. Especificar las áreas para la instalación de personal, equipo y maquinaria que reduzca el tiempo de procesamiento a quienes necesiten reparaciones urgentes. Ellos deben tener prioridad alta para que sean entregados justo a tiempo, además de cubrir todas aquellos defectos que según diagrama de Pareto causan un porcentaje alto de reproceso, se deben usar accesorios y materiales disponibles para trabajos inmediatos.
3. Incrementar el número de servidores de los productos que ingresan al área de distribución ya que, según proyecciones de producción, se incrementará el número de productos despachados y exportados hacia los distintos lugares requeridos por los clientes.
4. La implementación de un equipo de cómputo para obtener un mejor control de los ingresos y egresos de los productos en el área de distribución; para obtener registro real de la producción diaria y darle el seguimiento eficaz que los productos necesitan, asignando digitadores o receptores que manejen dicha información en un mismo sistema.

5. Utilizar tarimas metálicas con una altura máxima de 5 niveles, cada nivel de aproximadamente 1.80 metros de altura y así aprovechar el espacio físico y lograr un mejor control en el área de distribución en la ubicación exacta de los productos en el área.
6. El personal de seguridad debe estar disponible las veinticuatro horas del día para cuidar de las unidades; además de llevar el control de las reposiciones de las unidades que se han extraviado en su proceso y que son adjuntadas a las unidades de dicho producto en los módulos de empaque.
7. Para las estaciones de reparaciones de las unidades con defectos, deben ser atendidos por el personal en turnos rotativos para darle fluidez a los productos en espera de dichas unidades con defecto y cumplir con las fechas de exportación planificadas.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Conway, R.W., W.L. Maxwell & L.W. Miller, **Theory of scheduling**, s.l. Addison-Wesley Publishing Co., 1967
2. Gross, D. and C. Harris, **Fundamentals of queuing theory**, 2d. ed, s.l. John Wiley & Sons, 1988
3. Hall, R.W., **Queuing methods for services and manufacturing**, s.l, Prentice-Hall, 1991
4. Hillier, F.S. y Lieberman, G.J. **Introducción a la investigación de operaciones**, McGraw-Hill, México. 1997
5. Kaufmann, A. **Métodos y modelos de la investigación de operaciones**, Barcelona , CECSA. 1978
6. Larrañeta, J, L. Onieva & S. Lozano, **Métodos modernos de gestión de la producción**, s.l. Alianza Universidad Textos, 1988
7. Sarabia Viejo, A. **La investigación operativa: una herramienta para la adopción de decisiones**, Madrid, UPCO. 1996
8. Taha, Hamdy, **Investigación de operaciones**, 2da. ed, México: John Wiley & Sons, 1988

## APÉNDICE 1

**TABLA II. Análisis de llegadas y salidas de productos del centro de distribución  
tomando los tiempos del día pico en el área de distribución**

Producto	t llegada	t salida	t días	t horas	Qty	$\Delta t$ inicio hrs.	$\Delta t$ final hrs
1	11:30	11:30	0.0000	0.000	1,120	1.500	0.000
2	11:30	11:30	0.0000	0.000	1,229	0.000	0.000
3	11:30	11:34	0.0028	0.067	288	0.000	0.067
4	11:30	11:34	0.0028	0.067	272	0.000	0.000
5	11:30	11:36	0.0042	0.100	429	0.000	0.033
6	11:30	11:37	0.0049	0.117	632	0.000	0.017
7	11:30	11:37	0.0049	0.117	51	0.000	0.000
8	11:30	11:40	0.0069	0.167	640	0.000	0.050
9	11:35	11:43	0.0056	0.133	207	0.083	0.050
10	11:35	11:43	0.0056	0.133	992	0.000	0.000
11	11:35	11:43	0.0056	0.133	218	0.000	0.000
12	11:35	11:43	0.0056	0.133	737	0.000	0.000
13	11:35	11:44	0.0062	0.150	737	0.000	0.017
14	11:35	11:44	0.0062	0.150	463	0.000	0.000
15	11:35	11:44	0.0062	0.150	910	0.000	0.000
16	11:35	11:44	0.0062	0.150	240	0.000	0.000
17	11:35	11:44	0.0062	0.150	829	0.000	0.000
18	11:35	11:45	0.0069	0.167	244	0.000	0.017
19	11:45	11:49	0.0028	0.067	410	0.167	0.067
20	11:45	11:49	0.0028	0.067	1,178	0.000	0.000
21	13:15	13:15	0.0000	0.000	1,460	1.500	1.433
22	13:15	13:22	0.0049	0.117	1,130	0.000	0.117
23	13:15	13:23	0.0056	0.133	55	0.000	0.017
24	13:15	13:23	0.0056	0.133	909	0.000	0.000
25	13:15	13:24	0.0062	0.150	1,007	0.000	0.017
26	13:25	13:26	0.0007	0.017	142	0.167	0.033
27	13:25	13:26	0.0007	0.017	683	0.000	0.000
28	13:25	13:26	0.0007	0.017	908	0.000	0.000
29	13:25	13:26	0.0007	0.017	283	0.000	0.000
30	13:25	13:30	0.0035	0.083	320	0.000	0.067
31	13:25	13:30	0.0035	0.083	612	0.000	0.000
32	13:25	13:32	0.0049	0.117	360	0.000	0.033
33	18:20	18:26	0.0042	0.100	972	4.917	4.900
34	18:20	18:26	0.0042	0.100	1,004	0.000	0.000
35	18:20	18:26	0.0042	0.100	1,000	0.000	0.000
36	18:20	18:26	0.0042	0.100	984	0.000	0.000
37	18:20	18:26	0.0042	0.100	968	0.000	0.000
38	18:20	18:27	0.0049	0.117	1,000	0.000	0.017
39	18:20	18:27	0.0049	0.117	1,085	0.000	0.000

**TABLA II (Continuación)**

40	18:20	18:27	0.0049	0.117	1,008	0.000	0.000
41	18:20	18:27	0.0049	0.117	1,012	0.000	0.000
42	18:20	18:27	0.0049	0.117	1,000	0.000	0.000
43	18:20	18:27	0.0049	0.117	898	0.000	0.000
44	18:20	18:27	0.0049	0.117	670	0.000	0.000
45	18:20	18:27	0.0049	0.117	895	0.000	0.000
46	18:20	18:27	0.0049	0.117	800	0.000	0.000
47	18:20	18:27	0.0049	0.117	770	0.000	0.000
48	18:20	18:27	0.0049	0.117	882	0.000	0.000
49	18:20	18:27	0.0049	0.117	1,200	0.000	0.000
50	18:20	18:28	0.0056	0.133	355	0.000	0.017
51	18:20	18:28	0.0056	0.133	55	0.000	0.000
52	18:20	18:28	0.0056	0.133	350	0.000	0.000
53	18:20	18:28	0.0056	0.133	1,126	0.000	0.000
54	18:20	18:28	0.0056	0.133	1,266	0.000	0.000
55	18:20	18:28	0.0056	0.133	1,200	0.000	0.000
56	18:20	18:28	0.0056	0.133	1,178	0.000	0.000
57	18:20	18:28	0.0056	0.133	1,114	0.000	0.000
58	18:20	18:28	0.0056	0.133	899	0.000	0.000
59	18:20	18:28	0.0056	0.133	600	0.000	0.000
60	18:20	18:28	0.0056	0.133	974	0.000	0.000
61	18:20	18:30	0.0069	0.167	903	0.000	0.033
62	18:20	18:30	0.0069	0.167	1,394	0.000	0.000
63	18:20	18:30	0.0069	0.167	840	0.000	0.000
64	18:20	18:30	0.0069	0.167	1,432	0.000	0.000
65	18:20	18:30	0.0069	0.167	264	0.000	0.000
66	19:08	19:18	0.0069	0.167	996	0.800	0.800
67	19:08	19:18	0.0069	0.167	1,024	0.000	0.000
68	19:08	19:18	0.0069	0.167	992	0.000	0.000
69	19:08	19:18	0.0069	0.167	747	0.000	0.000
70	19:08	19:18	0.0069	0.167	966	0.000	0.000
71	19:08	19:18	0.0069	0.167	645	0.000	0.000
72	19:13	19:18	0.0035	0.083	1,000	0.083	0.000
<b>PROMEDIO</b>			<b>0.00</b>	<b>0.12</b>	<b>780</b>	<b>0.13</b>	<b>0.11</b>

Se determinó la tasa promedio  
De llegadas  $\lambda$  y la tasa promedio de salida  $\mu$   
Además, el tiempo promedio de llegadas  $1/\lambda$   
y el tiempo promedio de salidas  $1/\mu$

**56,163 unidades globales/día en el sistema**  
**2,340 unidades promedio/hora en el Sist.**  
**39 unidades promedio/min en el Sist.**

Se tomó una muestra de 72 productos procesados en un día pico de la semana, logrando así una mejor muestra para los cálculos correspondientes y un mejor análisis de los datos.

$\lambda =$  **8 productos por hora**  
 $\mu =$  **9 productos por hora**

**intensidad de tráfico  $\rho = \lambda/s*\mu = 0.44$**

$1/\lambda =$  **0.13 Hrs. por producto**  
 $1/\mu =$  **0.11 hrs. por producto**

## APENDICE 2

**Tabla III. Cuadro de producción del área de distribución**

<b>SISTEMA DE PRODUCCIÓN</b>	
Producción Cargada durante los siete días de una semana de producción	
<b>ÁREA_RES01</b>	
CLIENTE A	Total cliente: 34,767
CLIENTE B	Total cliente: 3,557
	<b>Total área: 38,324</b>
<b>ÁREA_RES02</b>	
CLIENTE A	Total cliente: 104,240
CLIENTE B	Total cliente: 6,064
	<b>Total área: 110,304</b>
<b>AREA_RES03</b>	
CLIENTE A	Total cliente: 81,318
CLIENTE B	Total cliente: 4,932
	<b>Total área: 86,250</b>
<b>AREA_RES04</b>	
CLIENTE B	Total cliente: 30,291
	<b>Total área: 30,291</b>
<b>AREA_RES05</b>	
CLIENTE D	Total cliente: 23,282
	Total cliente: 1,444
	<b>Total área: 24,726</b>
<b>AREA_RES06</b>	
CLIENTE C	Total cliente: 47,477
	<b>Total área: 47,477</b>
<b>ÁREA_RES07</b>	
CLIENTE C	Total cliente: 43,151
	Total área: 43,151
<b>ÁREA_RES09</b>	
CLIENTE C	Total cliente: 16,544
	<b>Total área: 16,544</b>
<b>ÁREA_RES11</b>	
CLIENTE C	Total cliente: 27,830
	<b>Total área: 27,830</b>
<b>ÁREA_RES12</b>	
CLIENTE C	Total cliente: 32,526
	<b>Total área: 32,526</b>
<b>ÁREA_RES13</b>	
CLIENTE C	Total cliente: 1,278
CLIENTE C	Total cliente: 19,564
CLIENTE C	Total cliente: 9,790
CLIENTE C	Total cliente: 16,420
	<b>Total área: 47,052</b>
<b>Total general: 504,475</b>	

### APENDICE 3

**Tabla IV. Datos de las descripciones de los diferentes tipos de defectos**

<b>SEMANA DE SIETE DÍAS DE PRODUCCIÓN</b>	
<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>DEFECTO TIPO</b>
Jareta y ruedo con dobles	DEF1
Dobles en entropierna, quiebre en panel	DEF2
Piezas mal enserchadas	DEF3
Dobles en jareta, quiebre en ruedo y panel	DEF4
Quiebre en costado, dobles en panel	DEF5
Quiebre en panel, dobles en jareta	DEF6
Quiebre en panel	DEF7
Mala apariencia en pretina	DEF8
Jareta doblada	DEF9
Pretina doblada, quiebre en panel	DEF10
Quiebre en panel, jareta y pretina dobladas	DEF11
Ruedo de bolsa mal planchado	DEF12
Quiebre en panel, jareta doblada	DEF13
Ruedo mal planchado	DEF14
Mal plachado en costado	DEF15
Mala apariencia y mal manejo	DEF16
Ruedo doblado, quiebre en panel	DEF17
Mal manejo	DEF18
Quiebre en panel, dobles en ruedo	DEF19
Quiebre en panel, pretina y jareta	DEF20
Quiebre en panel, ruedo mal planchado	DEF21
Mala apariencia en panel	DEF22
Quiebre en panel, pretina mal planchada	DEF23
Quiebre en panel, jareta mal planchada	DEF24
Jareta mal planchada, quiebre en panel	DEF25
Quiebre en panel, pretina y jareta mal planchada	DEF26
Pretina y jareta mal planchadas	DEF27
Jareta mal planchada	DEF28
Quiebre en panel, pretina mal planchada	DEF29
Quiebre en panel, jareta mal planchada	DEF30
Dobles en jareta, quiebre en pretina	DEF31
Quiebre en panel, dobles en pretina y jareta	DEF32
Quiebre en panel y pretina	DEF33
Dobles en jareta	DEF34
Dobles en jareta, quiebre en panel	DEF35
Quiebre en panel, ruedo y falso	DEF36
Quiebre en costado, panel y dobles en jareta	DEF37
Quiebre en panel, costado y ruedo	DEF38
Quiebre en panel, pretina, dobles en ruedo	DEF39

**TABLA IV (Continuación)**

Quiebre en pretina, dobles en jareta	DEF40
Quiebre en panel y reudo	DEF41
Quiebre en panel, dobles en ruedo y jareta	DEF42
Quiebre en paneles, dobles en jareta	DEF43
Jareta y pretina dobladas	DEF44
Quiebre en manga y pretina	DEF45
Quiebre en panel , dobles en jareta	DEF46
Piezas mal dobladas	DEF47
Piezas mal dobladas, dobles en panel	DEF48
Dobles en ruedo, quiebre en panel	DEF49
Quiebre en ruedo	DEF50
Quiebre en ruedo y panel	DEF51
Mal enserchadas	DEF52
Quiebre en panel, mal; enserchadas	DEF53
Quiebre en pretina	DEF54

## APENDICE 4

**Tabla V. Datos de auditoria de plancha al momento de ingresar al área de distribución**

<b>DATOS TOMADOS DURANTE UNA SEMANA</b>									
<b>FECHA</b>	<b>Cliente Tipo</b>	<b>ESTILO</b>	<b>CODIGO DE CORTE</b>	<b>CONTRATO</b>	<b>CANTIDAD DE DEFECTOS</b>	<b>AQL</b>	<b>FRECUENCIA</b>	<b>FRECUENCIA ACUMULADA</b>	<b>DEFECTO TIPO</b>
Día 1	A	710	443	10117-5	3	10.00%	0.49%	0.49%	DEF1
Día 1	A	710	442	10116-5	3	10.00%	0.49%	0.98%	DEF2
Día 1	A	264	2056	92248-5	2	11.00%	0.33%	1.31%	DEF3
Día 1	A	961	1108	13296-8	6	13.50%	0.98%	2.29%	DEF4
Día 1	A	581	628	10406-6	8	16.00%	1.31%	3.60%	DEF5
Día 1	A	296	1604	15857-7	3	10.00%	0.49%	4.09%	DEF6
Día 1	A	72	1213	13781-8	3	10.00%	0.49%	4.58%	DEF3
Día 1	A	135	356	98091-5	3	8.50%	0.49%	5.07%	DEF7
Día 1	B	8XH04	40856-3	674085	3	12.50%	0.49%	5.56%	DEF7
Día 1	A	921	1079	13821-8	3	12.50%	0.49%	6.06%	DEF7
Día 1	B	8XH15	40874-5	674087	1	10.00%	0.16%	6.22%	DEF7
Día 1	A	135	1048	11799-5	4	12.00%	0.65%	6.87%	DEF6
Día 1	A	135	791	98110-5	4	12.00%	0.65%	7.53%	DEF6
Día 1	A	135	1187	11825-5	4	12.00%	0.65%	8.18%	DEF6
Día 1	A	540	1724	15727-7	4	12.00%	0.65%	8.84%	DEF6
Día 2	A	449	1243	13998-8	3	10.00%	0.49%	9.33%	DEF8
Día 2	A	540	946	13377-7	5	10.00%	0.82%	10.15%	DEF9
Día 2	A	135	1182	11823-5	4	10.00%	0.65%	10.80%	DEF10
Día 2	A	449	1763	16414-8	6	14.00%	0.98%	11.78%	DEF11
Día 2	A	10	1346	98294-6	1	13.00%	0.16%	11.95%	DEF7
Día 2	A	264	2667	90498-5	3	10.00%	0.49%	12.44%	DEF12
Día 2	A	88	931	12525-8	3	10.00%	0.49%	12.93%	DEF13
Día 2	A	961	1554	15598-8	3	10.00%	0.49%	13.42%	DEF7
Día 2	A	10	1144	12828-6	5	10.00%	0.82%	14.24%	DEF7
Día 3	A	822	400	99278-5	5	10.00%	0.82%	15.06%	DEF7
Día 3	A	921	1234	13638-8	3	10.00%	0.49%	15.55%	DEF7
Día 3	A	961	1555	15599-8	5	10.00%	0.82%	16.37%	DEF13
Día 3	A	135	377	90721-5	3	10.00%	0.49%	16.86%	DEF14
Día 3	A	449	1767	16416-8	3	10.00%	0.49%	17.35%	DEF15
Día 3	A	135	336	98120-5	5	11.00%	0.82%	18.17%	DEF11
Día 3	A	822	768	11650-5	3	12.00%	0.49%	18.66%	DEF13
Día 3	A	135	1070	11811-5	6	12.00%	0.98%	19.64%	DEF11
Día 3	A	617	1534	15863-7	7	14.00%	1.15%	20.79%	DEF16
Día 3	A	640	1225	13595-7	3	10.00%	0.49%	21.28%	DEF9
Día 3	A	961	1558	15602-8	5	10.00%	0.82%	22.09%	DEF13
Día 3	A	10	1701	15282-6	7	14.00%	1.15%	23.24%	DEF17
Día 3	A	10	1492	15256-6	3	10.00%	0.49%	23.73%	DEF18
Día 3	A	540	1755	15733-7	2	10.00%	0.33%	24.06%	DEF9
Día 3	A	10	1499	15263-6	5	10.00%	0.82%	24.88%	DEF18
Día 3	A	540	1727	15730-7	3	10.00%	0.49%	25.37%	DEF9
Día 3	A	10	1498	15262-6	5	10.00%	0.82%	26.19%	DEF18
Día 3	A	607	2641	97821-6	4	12.00%	0.65%	26.84%	DEF19
Día 3	A	740	1009	12529-8	4	12.00%	0.65%	27.50%	DEF19
Día 4	A	10	1151	12835-6	6	12.00%	0.98%	28.48%	DEF20
Día 4	A	155	1209	12898-8	3	10.00%	0.49%	28.97%	DEF21
Día 4	A	961	1557	15601-8	3	10.00%	0.49%	29.46%	DEF22
Día 4	A	899	2041	17666-7	5	10.00%	0.82%	30.28%	DEF20
Día 4	A	581	1038	12780-8	5	13.80%	0.82%	31.10%	DEF23

**TABLA V (Continuación)**

Día 4	A	135	2468	93390-5	3	10.00%	0.49%	31.59%	DEF24
Día 4	A	715	1257	13981-8	4	11.60%	0.65%	32.24%	DEF7
Día 4	A	135	1186	11825-5	5	10.00%	0.82%	33.06%	DEF25
Día 4	B	8XH15	40862	674086	4	13.50%	0.65%	33.72%	DEF19
Día 4	A	822	767	11649-5	2	10.00%	0.33%	34.04%	DEF7
Día 5	A	717	1846	15426-6	3	10.00%	0.49%	34.53%	DEF7
Día 5	A	10	1704	15285-6	4	12.00%	0.65%	35.19%	DEF7
Día 5	A	822	818	12033-5	8	10.00%	1.31%	36.50%	DEF7
Día 5	A	607	428	99863-6	5	10.00%	0.82%	37.32%	DEF23
Día 5	A	633	915	13684-8	6	12.00%	0.98%	38.30%	DEF22
Día 5	A	710	871	12355-5	4	10.00%	0.65%	38.95%	DEF26
Día 5	A	135	1071	11812-5	3	10.00%	0.49%	39.44%	DEF7
Día 5	A	296	1608	15859-7	6	10.00%	0.98%	40.43%	DEF22
Día 5	A	710	771	11656-5	6	12.00%	0.98%	41.41%	DEF27
Día 5	A	822	824	12154-5	3	10.00%	0.49%	41.90%	DEF28
Día 5	A	135	1316	12610-5	6	12.00%	0.98%	42.88%	DEF22
Día 5	A	717	880	13742-6	4	10.00%	0.65%	43.54%	DEF29
Día 5	A	10	1709	15290-6	6	12.00%	0.98%	44.52%	DEF29
Día 5	A	135	1324	12614-5	3	10.00%	0.49%	45.01%	DEF30
Día 5	A	135	1046	11798-5	6	12.00%	0.98%	45.99%	DEF26
Día 5	A	135	1120	11831-5	4	10.00%	0.65%	46.64%	DEF31
Día 5	A	135	1312	12608-5	3	10.00%	0.49%	47.14%	DEF7
Día 5	A	135	372	98103-5	4	10.00%	0.65%	47.79%	DEF32
Día 5	A	135	1364	12659-5	5	10.00%	0.82%	48.61%	DEF33
Día 5	A	135	1347	12651-5	4	12.50%	0.65%	49.26%	DEF33
Día 6	A	72	1588	15616-8	5	10.00%	0.82%	50.08%	DEF22
Día 6	A	885	1241	14007-8	8	20.00%	1.31%	51.39%	DEF22
Día 6	A	135	1325	12614-5	4	12.00%	0.65%	52.05%	DEF7
Día 6	A	135	1337	12620-5	3	10.00%	0.49%	52.54%	DEF19
Día 6	A	135	1336	12620-5	3	10.00%	0.49%	53.03%	DEF28
Día 6	A	135	1321	12612-5	5	10.00%	0.82%	53.85%	DEF24
Día 6	A	545	1636	15763-7	5	11.00%	0.82%	54.66%	DEF24
Día 6	A	885	1910	16421-8	3	10.00%	0.49%	55.16%	DEF7
Día 6	A	135	1314	12609-5	4	12.00%	0.65%	55.81%	DEF7
Día 6	A	617	1535	15874-7	3	10.00%	0.49%	56.30%	DEF7
Día 6	A	135	1305	12648-5	4	10.00%	0.65%	56.96%	DEF7
Día 6	A	135	1354	12657-5	3	10.00%	0.49%	57.45%	DEF28
Día 6	A	581	968	12790-6	3	10.00%	0.49%	57.94%	DEF7
Día 6	A	607	563	12213-6	4	12.00%	0.65%	58.59%	DEF7
Día 6	A	921	1232	13637-8	3	10.00%	0.49%	59.08%	DEF22
Día 6	A	607	866	12216-6	4	12.00%	0.65%	59.74%	DEF7
Día 6	A	581	681	10428-6	3	10.00%	0.49%	60.23%	DEF7
Día 6	A	581	961	12772-6	4	12.00%	0.65%	60.88%	DEF7
Día 6	A	135	1344	12624-5	3	10.00%	0.49%	61.37%	DEF7
Día 6	A	135	1313	12608-5	4	12.00%	0.65%	62.03%	DEF28
Día 6	A	135	1184	11824-5	3	10.00%	0.49%	62.52%	DEF34
Día 6	A	135	802	98116-5	3	10.00%	0.49%	63.01%	DEF34
Día 6	A	135	1390	12633-5	3	10.00%	0.49%	63.50%	DEF35
Día 6	A	135	1348	12651-5	5	10.00%	0.82%	64.32%	DEF35
Día 6	A	135	1331	12617-5	4	10.00%	0.65%	64.98%	DEF19
Día 6	A	921	1528	15924-8	7	14.00%	1.15%	66.12%	DEF36
Día 6	A	581	959	12785-6	6	12.00%	0.98%	67.10%	DEF37
Día 6	A	135	1345	12624-5	10	20.00%	1.64%	68.74%	DEF38
Día 6	A	135	1332	12618-5	3	10.00%	0.49%	69.23%	DEF39
Día 6	A	135	1368	12662-5	4	10.00%	0.65%	69.89%	DEF40
Día 6	A	921	1521	15951-8	6	12.00%	0.98%	70.87%	DEF41
Día 6	A	831	9945	80352-8	5	10.00%	0.82%	71.69%	DEF42
Día 6	A	135	1315	12609-5	4	10.00%	0.65%	72.34%	DEF7
Día 7	A	540	1842	15714-7	5	15.00%	0.82%	73.16%	DEF43

**TABLA V (Continuación)**

Día 7	A	921	1525	15953-8	4	12.00%	0.65%	73.81%	DEF7
Día 7	A	581	1547	15106-6	5	15.60%	0.82%	74.63%	DEF28
Día 7	A	581	969	12791-6	14	17.50%	2.29%	76.92%	DEF22
Día 7	A	10	1853	15324-6	5	10.00%	0.82%	77.74%	DEF18
Día 7	A	135	1404	12640-5	3	10.00%	0.49%	78.23%	DEF7
Día 7	A	449	1912	16718-8	3	10.00%	0.49%	78.72%	DEF7
Día 7	A	135	1303	12647-5	3	20.00%	0.49%	79.21%	DEF44
Día 7	A	710	770	11656-5	4	12.00%	0.65%	79.87%	DEF7
Día 7	A	10	1253	15324-6	5	10.00%	0.82%	80.69%	DEF18
Día 7	A	72	1670	15620-8	5	10.00%	0.82%	81.51%	DEF9
Día 7	A	921	1233	13637-8	3	12.50%	0.49%	82.00%	DEF9
Día 7	A	135	373	93103-5	3	10.00%	0.49%	82.49%	DEF7
Día 7	A	449	624	11080-8	4	13.00%	0.65%	83.14%	DEF8
Día 7	A	633	1538	16016-8	2	10.00%	0.33%	83.47%	DEF9
Día 7	A	135	1326	12615-5	5	10.00%	0.82%	84.29%	DEF7
Día 7	A	216	1434	14429-8	4	10.00%	0.65%	84.94%	DEF45
Día 7	A	135	1327	12615-5	4	10.00%	0.65%	85.60%	DEF46
Día 7	A	733	1569	16044-8	5	10.00%	0.82%	86.42%	DEF47
Día 7	A	10	1852	15323-6	5	10.00%	0.82%	87.23%	DEF48
Día 7	A	135	1396	12636-5	5	10.00%	0.82%	88.05%	DEF33
Día 7	B	154696	184	VP041	2	10.00%	0.33%	88.38%	DEF49
Día 7	A	961	1561	15605-8	2	10.00%	0.33%	88.71%	DEF35
Día 7	B	154696	4482	UG237	2	10.00%	0.33%	89.03%	DEF50
Día 7	A	135	1410	12643-5	3	10.00%	0.49%	89.53%	DEF51
Día 7	A	885	1937	16425-8	12	24.00%	1.96%	91.49%	DEF52
Día 7	A	72	852	12447-8	10	20.00%	1.64%	93.13%	DEF53
Día 7	A	72	936	13505-8	12	24.00%	1.96%	95.09%	DEF52
Día 7	A	921	1237	13639-8	3	10.00%	0.49%	95.58%	DEF7
Día 7	A	135	1944	16290-5	4	10.00%	0.65%	96.24%	DEF7
Día 7	A	899	1649	15819-7	4	10.00%	0.65%	96.89%	DEF54
Día 7	A	581	956	12782-6	5	10.00%	0.82%	97.71%	DEF7
Día 7	A	135	1397	12636-5	5	10.00%	0.82%	98.53%	DEF7
Día 7	A	885	1935	16422-8	9	18.00%	1.47%	100.00%	DEF7
					<b>611</b>				

## APENDICE 5

**Tabla VI. Datos para la planificación y control de los productos a exportarse**

CLIENTE	PROGRAMACION DEL CLIENTE	ESTILO	CANTIDAD REQUERIDA	CANTIDAD A EXPORTARSE	CANTIDAD PLANIFICADA	PROCESO #1	PROCESO #2	PROCESO #3	PROCESO #4	PROCESO #5	ÁREA DE DISTRIBUCIÓN	OBSERVACIONES
<b>CLIENTE "A"</b>		A1B102	210,000	210,000	152,000	60,000	182,000	30,000				URGENTE INGRESO DE UNIDADES. NO HAY LIMITANTE DE INGRESO
		135	74,000	74,000	74,000		74,000					URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
		264										URGENTE INGRESO DE UNIDADES
		544										URGENTE INGRESO DE UNIDADES
		710	5,000	5,000	5,000		5,000					URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
		264	1,600	1,600	1,600		1,600					URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
		822	14,000	14,000		14,000					14,000	REPROCESO POR MEDIDAS, LARGO ENTREPIERNA
	<b>Total Cliente "A"</b>			<b>304,600</b>	<b>304,600</b>	<b>232,600</b>	<b>74,000</b>	<b>262,600</b>	<b>30,000</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>14,000</b>
<b>CLIENTE "B"</b>	VM114	161223	10,000	10,000	10,000				10,000			
	VM116	161223	10,000	10,000	10,000		1,000	9,000				
	WA801	161223	1,200		1,200		1,200					
	WA803	161223	2,500		2,500		1,554	946				
	WC830	200668	11,000	11,000		11,000		11,000				
	VT038	116795	11,641	11,641	11,641		1,125	10,516				URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	VY537	198460	5,307	5,307	5,307		1,800	3,507				URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	VR301	209269	1,777	1,777	1,777		370	296	812	299		URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	VR298	209268	1,500	1,500		1,500		1,500				
	VW357	212932	0	0								
	VW357-NA	212932	8360	8,360		8360		920			7640	URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	VW357-8A	212932	17723	17,723		17723		13,400	2,292	588	1812	URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	VW357-7A	212932	2963	2,963		2963	1337	1,739				URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	VW357-PA	212932	7599	7,599		7599	98	5,882	1,800			URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	Atraso											

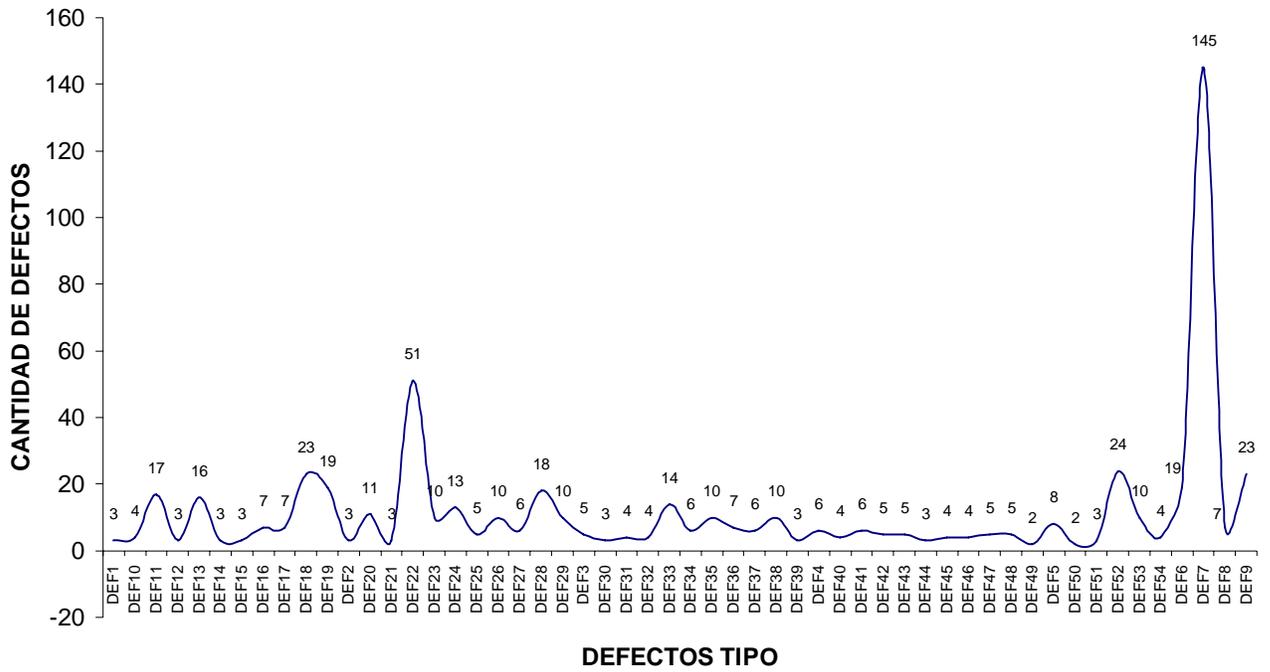
**TABLA VI (Continuación)**

<b>Total Cliente "B"</b>			<b>91,570</b>	<b>87,870</b>	<b>42,425</b>	<b>49,145</b>	<b>7,484</b>	<b>35,441</b>	<b>38,357</b>	<b>1,400</b>	<b>9,751</b>	
<b>CLIENTE "C"</b>												
	VI183	154696SAND	739	739		739		222	517			
	WA831	154696FRESNO	20,923	20,923		20,923		14,245	6,678			
	UP614	154696SAND	15,642	15,642		15,642	434		15,208			URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
	VP030	161871SPOK	350	350		350		350				
	VP029	161871SPOK	1,000	1,000		1,000		1,000				
	UP618	161871SPOK	10,000	10,000		10,000		10,000				
	VP026	159570BLK	7,398	7,398	7,398		1,479		5,919			URGENTE INGRESO DE UNIDADES COSTURA
<b>Total Cliente "C"</b>			<b>56,052</b>	<b>56,052</b>	<b>7,398</b>	<b>48,654</b>	<b>1,913</b>	<b>25,817</b>	<b>28,322</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
<b>Gran Total</b>			<b>452,222</b>	<b>448,522</b>	<b>282,423</b>	<b>171,799</b>	<b>271,997</b>	<b>91,258</b>	<b>66,679</b>	<b>1,400</b>	<b>23,751</b>	



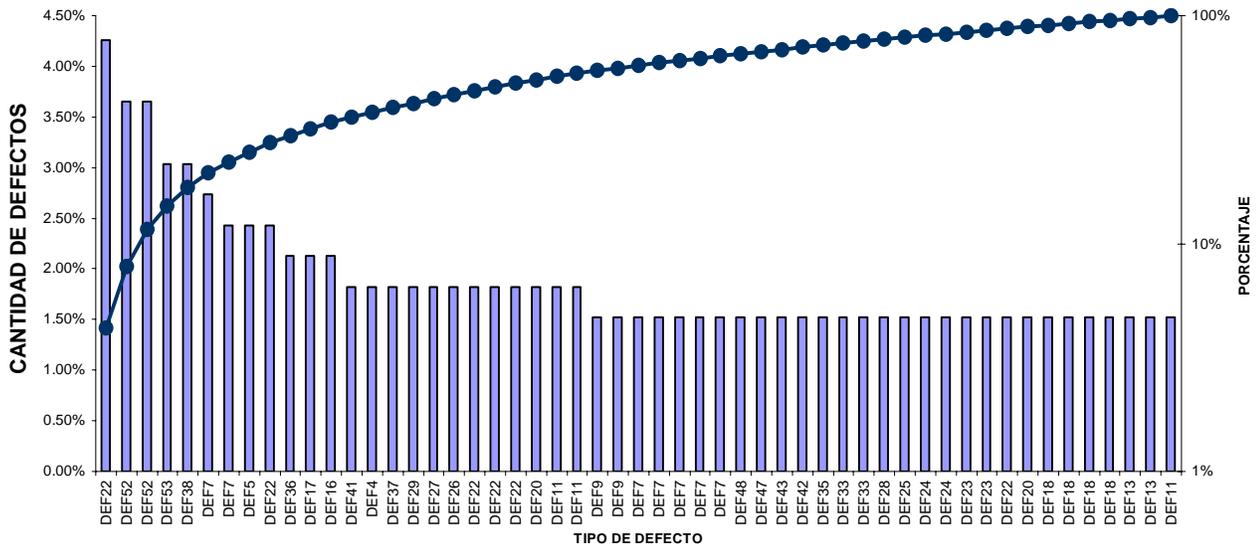
## ANEXO 1

Figura 15. Gráfica de defectos auditados en el área de plancha



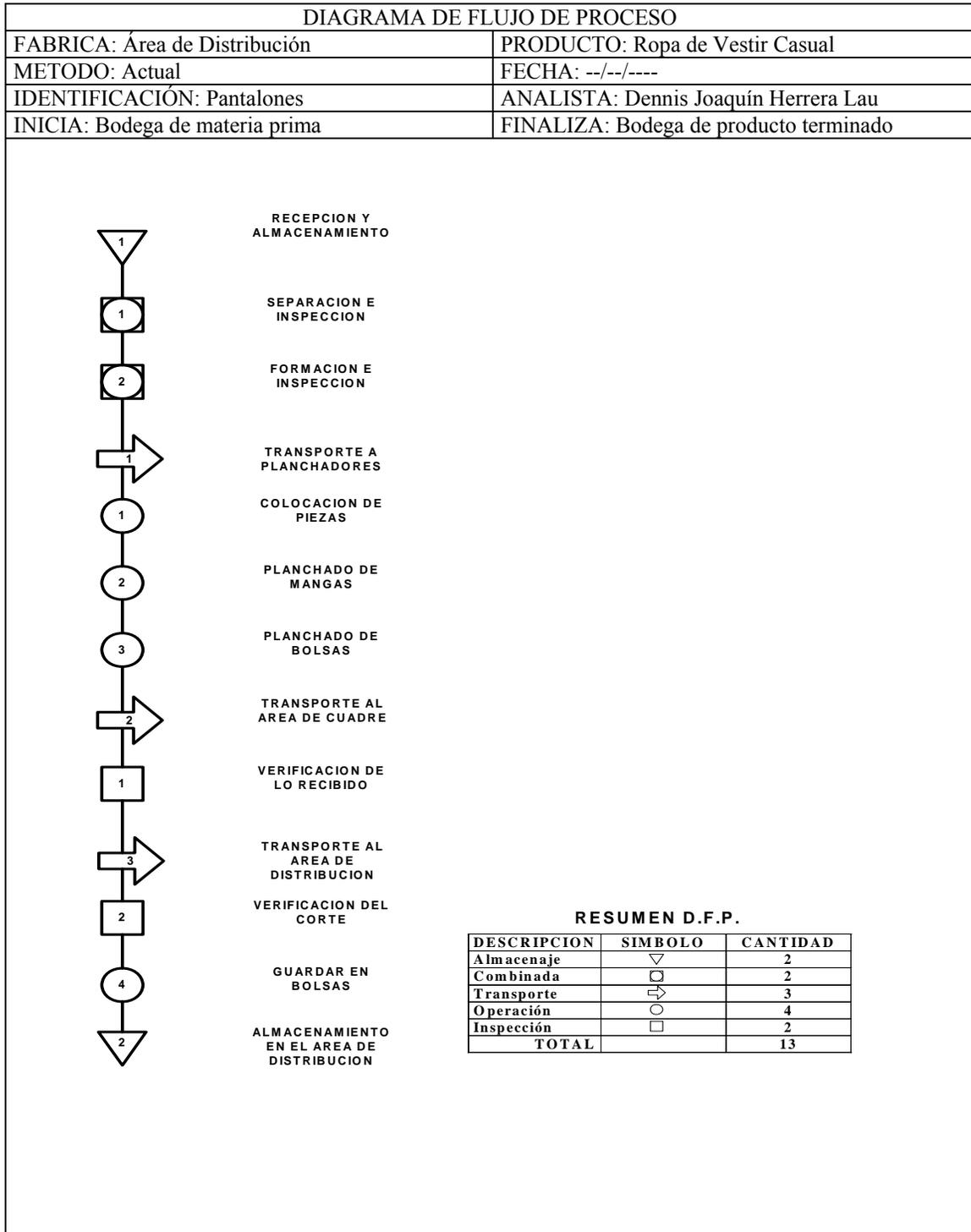
## ANEXO 2

**Figura 16. Grafica de Pareto de los defectos en el área de plancha**



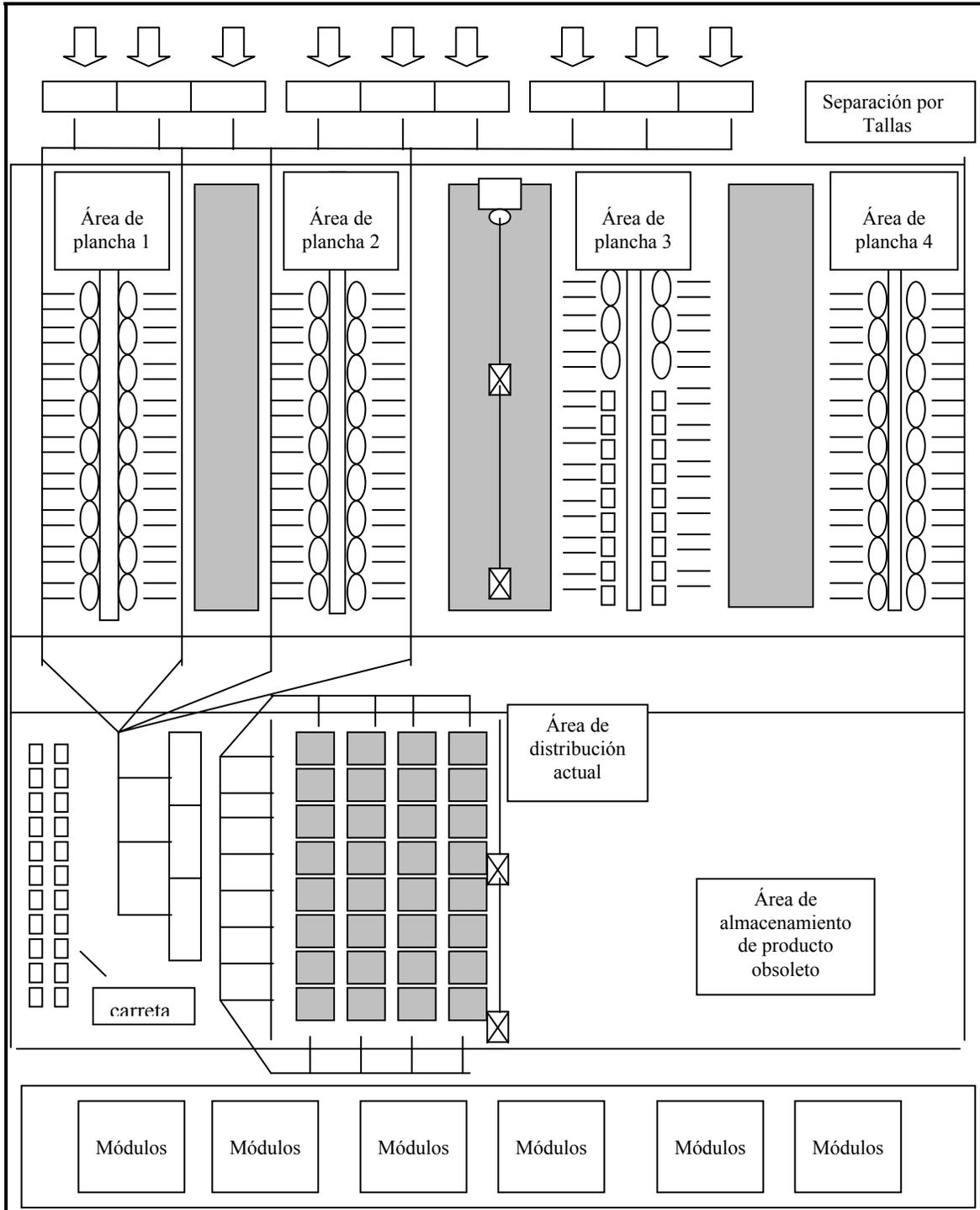
### ANEXO 3

**Figura 17. Diagrama de flujo de proceso**



## ANEXO 4

Figura 18. Diagrama de recorrido actual



ANEXO 5

Figura 19. Diagrama de recorrido propuesto

