

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES UTILIZANDO UNA SIMPLIFICACION AL
METODO DE RIGIDEZ

TESIS

PRESENTADA A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
POR

JULIO ALEJANDRO DE LEON CHAVARRIA

AL CONFERIRSELE EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 1995

PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
Biblioteca Central


08
T(3598)
C.4

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de tesis titulado:

ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES UTILIZANDO UNA SIMPLIFICACION AL METODO DE RIGIDEZ.

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil en abril de 1994.

F. 

Julio Alejandro de León Chavarría
Carnet: 89 - 12095

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA**



MIEMBROS DE LA JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Julio Ismael González Podszueck
VOCAL 1 ^{RO.}	Ing. Miguel Angel Sánchez Guerra
VOCAL 2 ^{DO.}	Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano
VOCAL 3 ^{RO.}	Ing. Juan Adolfo Echeverría Méndez
VOCAL 4 ^{TO.}	Br. Fernando Waldemar de León Contreras
VOCAL 5 ^{TO.}	Br. Pedro Ignacio Escalante Pastor.
SECRETARIO	Ing. Francisco Javier González López

TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Julio Ismael González Podszueck
EXAMINADOR	Ing. Raúl Alberto Marroquín Marroquín
EXAMINADOR	Ing. Mario René de León García
EXAMINADOR	Ing. Francisco Ubieto Bedoya
SECRETARIO	Ing. Francisco Javier González López



FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

Guatemala,
17 de octubre de 1,995

Ingeniero
Ricardo A. Ibarra M.
Jefe del Departamento de Estructuras
Escuela de Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería

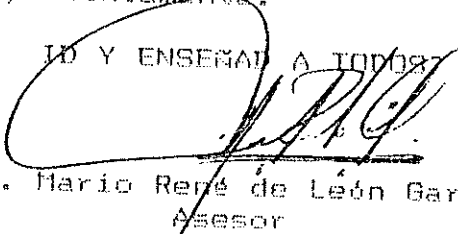
Estimado Ingeniero Ibarra.

Por este medio me es grato dirigirme a su persona, para hacer de su conocimiento que he revisado, así como que se han efectuado las correcciones del caso, del trabajo de tesis titulado ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES UTILIZANDO UNA SIMPLIFICACION AL METODO DE RIGIDEZ, elaborado por el estudiante Julio Alejandro de León Chavarría, por lo cual me complace aprobarla.

Cabe destacar el trabajo realizado por el estudiante de León, como un buen trabajo de investigación analítica. La tesis será un buen incentivo para promover trabajos similares, que permitan simplificar trabajo de cálculo laborioso.

Agradeciendo de antemano la atención a la presente, me suscribo de usted muy atentamente.

YO Y ENSEÑAR A TODOS


Ing. Mario René de León García
Asesor

MRdeLG/bbdeb.



FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

Guatemala, octubre 27 de 1995

Ingeniero
Jack Douglas Ibarra,
Director de la Escuela
de Ingeniería Civil,
Facultad de Ingeniería,
U S A C.

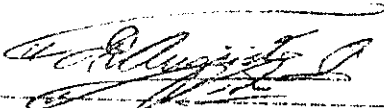
Señor Director

Por medio de la presente informo a usted, que he revisado el trabajo de tesis titulado ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES UTILIZANDO UNA SIMPLIFICACION AL METODO DE RIGIDEZ, elaborado por el estudiante universitario Julio Alejandro De León Chavarría, y asesorado por el el Ing. Mario René de León García.

Habiendo determinado que dicho trabajo cumple con lo establecido, y que será de mucha utilidad para estudiantes y profesionales de la ingeniería civil, el suscrito le da su aprobación

Sin otro particular, me suscribo de usted,

Atentamente,


Ing. Ricardo A. Ibarra M.
Jefe del Departamento de Estructuras

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

El Director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Mario René de León García y del Jefe del Departamento de Estructuras Ing. Ricardo Augusto Ibarra M., sobre el trabajo de tesis del estudiante Julio Alejandro de León Chavarría, titulado ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES UTILIZANDO UNA SIMPLIFICACION AL METODO DE RIGIDEZ, da por este medio su aprobación a dicha tesis.

Ing. Jack Douglás Ibarra Solórzano



Guatemala, noviembre de 1,995.

JDIS/bbdeb.

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



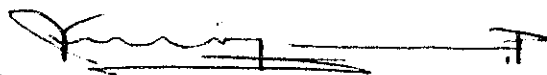
FACULTAD DE INGENIERIA

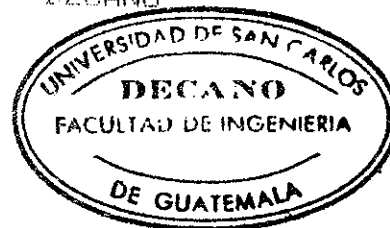
Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

El Decano de la Facultad de Ingeniería, luego de conocer la autorización por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano, al trabajo de tesis ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES UTILIZANDO UNA SIMPLIFICACION AL METODO DE RIGIDEZ, del estudiante Julio Alejandro de León Chavarria, procede a la autorización para la impresión de la misma.

IMPRIMASE:


Ing. Julio Ismael González Podszueck
DECANO



Guatemala, noviembre de 1,995

Abdeb.

ACTO QUE DEDICO A

Mi padre Celestial

Mis padres:

Héctor Antonio de León Sagastume
Ofelia Eduvigis Chavarría Rivera

Mi esposa:

Tannia Ivonne G. de de León

Mi hijito:

Julio Alejandro de León González

Mis hermanos:

Héctor Antonio de León Chavarría
Martín Fernando de León M^c Mannis

Mis sobrinitos:

Tesalita y Tonito

Mis tíos, en especial A:

Carmen de Mortley.
Carlos Fernández
Ilia de Fernández

Mis cuñadas:

Selenne
Tesalia

Mis primos:

Nylda
Carlos
Luis Pedro

Mi Abuelita:

Carmen de León

La Universidad de San Carlos de Guatemala

La Facultad de Ingeniería

Mis amigos

Usted:

Estimado lector

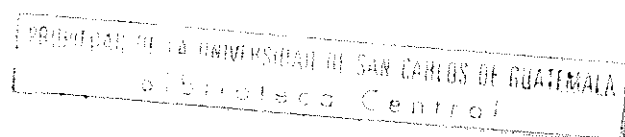
AGRADECIMIENTO ESPECIAL

A mis compañeros de la Facultad, en especial a Paco y Félix, ya que con ellos recorrí la mayoría de mis estudios dándome un gran apoyo.

A mis Catedráticos Universitarios, que me enseñaron las bases para desarrollar mi carrera profesional.

Al Ing. Mario René de León, por haberme asistido y asesorado en este estudio de tesis.

A mis compañeros de trabajo de CARE, en especial a mis amigos del Proyecto.



INDICE

Hipótesis	i
Justificación	i
Objetivos	ii
Introducción	iii
Glosario	1,2,3,4

CAPITULO 1 Método de rigidez

1.1 Nudo	5
1.2 Grado de libertad	5
1.3 Estructura fija	5
1.4 Momentos y fuerzas fijas	5
1.5 Matriz de rigidez	6
1.6 Definición del Método de Rigidez	6
1.7 Consideraciones para el análisis de escaleras ortopoligonales....	8
1.8 Dimensionamiento de una escalera	8
1.8.1 Procedimiento general para calcular las dimensiones de los peldaños de una escalera.....	9
1.9 Ejemplo 1.1 Integración de cargas y cálculo de propiedades....	9
1.9.1 Carga muerta	10
1.9.2 Carga viva	10
1.9.3 Carga última	10
1.9.4 Propiedades	10
1.9.4.1 Módulo de Elasticidad.....	10
1.9.4.2 Momento de Inercia.....	10
1.9.4.3 Coeficiente de Rigidez El.....	10
1.10 Ejemplo 1.2 Problema resuelto	10

CAPITULO 2 Análisis de escaleras ortopoligonales utilizando una simplificación al Método de Rigidez

2.1 Desarrollo de la simplificación	18
2.2 Ejemplo demostrativo	19
2.3 Ejemplos resueltos	26
2.3.1 Ejemplo 2.1	26
2.3.2 Ejemplo 2.2	31
2.4 Comparación del Método de Rigidez con su simplificación.....	40

CAPITULO 3 Comportamiento de escalera ortopoligonales sujetadas a diferentes condiciones de apoyo

3.1 Metodología	42
3.2 Desarrollo	42
3.2.1 Análisis estructural	42
3.2.2 Tablas comparativas para escaleras ortopoligonales.....	44
3.2.2.1 Desplazamiento lineal en X.....	44
3.2.2.2 Desplazamiento lineal en Y	45
3.2.2.3 Resultante de desplazamientos.....	46
3.2.2.4 Desplazamientos rotacionales.....	47
3.2.2.5 Fuerzas de corte.....	48
3.2.2.6 Momentos.....	50
3.2.3 Tablas comparativas para escalera de losa plana	53
3.2.3.1 Desplazamientos lineales en X.....	53
3.2.3.2 Desplazamientos lineales en Y.....	53
3.2.3.3 Desplazamientos rotacionales	54
3.2.3.4 Fuerzas de corte	55
3.2.3.5 Momentos.....	56
3.2.4 Diagramas de corte, momento y elástica de la escalera ortopoligonal	59
3.2.4.1 Caso 1.....	59
a) Corte.....	59
b) Momento	60
c) Elástica	60
3.2.4.2 Caso 2.....	61
a) Corte.....	61
b) Momento	62
c) Elástica	62
3.2.4.3 Caso 3.....	63
a) Corte	63
b) Momento.....	64
c) Elástica	64
3.2.4.4 Caso 4.....	65
a) Corte	65
b) Momento	66
c) Elástica	66
3.2.5 Diagramas de momento de la escalera ortopoligonal proyectada a un eje horizontal	67
Caso 1	67
Caso 2	68
Caso 3	69
caso 4	70

3.2.6 Comentario final de análisis	71
--	----

CAPITULO 4 Diseño de escaleras ortopoligonales en concreto armado

4.1 Recomendaciones generales para elementos sujetos a corte y flexión, según el Código ACI 318 - 89	72
4.2 Ejemplo resuelto	73
4.2.1 Acero producido por Momento máximo	74
4.2.2 Acero mínimo	74
4.2.3 Acero máximo de fórmula	74
4.2.4 Chequeo	74
4.2.5 Corte que resiste el concreto	74
4.2.6 Chequeo	74
4.2.7 Armados de la sección	75, 76
4.2.8 Comentario sobre los diferentes armados	77
4.2.9 Análisis de costos	77
Conclusiones	79, 80
Recomendaciones	81
Bibliografía	82
Apéndice	

HIPOTESIS

1. El cálculo del análisis estructural de una escalera ortopoligonal, se puede simplificar utilizando subestructuras, tomando éstas como elementos unidos en serie que se repiten en forma constante. La estructura total entonces, puede calcularse como la unión de estas subestructuras o modelos de estructuras.
2. Las reacciones de extremo o coeficientes de rigidez calculadas en los modelos, por diferentes tipos de desplazamiento y carga, pueden utilizarse para calcular las reacciones y deformaciones de esos puntos para la estructura total, cuando los modelos son unidos en serie.

JUSTIFICACION

1. El método de rigidez utiliza reacciones equivalentes de extremo, para diferentes condiciones de carga y deformación, creando un modelo matemático que analiza los efectos de las diferentes cargas y desplazamientos en los nudos, no así en el interior y a lo largo de cada elemento. En esta tesis se probará que este mismo concepto puede ser aplicado a submodelos de una estructura los que se analizarán como elementos unidos en serie.
2. Una estructura con características repetitivas, puede dividirse en subestructuras, de manera de crear un modelo matemático que analice únicamente los nudos de unión de las mismas.

OBJETIVOS

GENERAL

1. Proporcionar a estudiantes e Ingenieros Civiles un método alternativo que simplifique el análisis estructural de escaleras ortopoligonales, en comparación a los métodos convencionales que son altamente laboriosos.
2. Conocer el comportamiento de escaleras ortopoligonales sujetadas con diferentes condiciones de apoyo.

ESPECIFICOS

1. Realizar una simplificación al método de rigidez para el análisis de escaleras ortopoligonales, utilizando rigideces equivalentes de extremo de miembro para diferentes modelos de elementos unidos en serie.
2. Determinar la efectividad de la utilización de los modelos.
3. Analizar y discutir los efectos que se provocan en las escaleras ortopoligonales para diferentes condiciones de apoyo y, compararlas con las escaleras de losa plana.
4. Diseñar las escaleras ortopoligonales en concreto reforzado recomendando el mejor armado para la sección, enfocado desde el punto de vista estructural y económico.

INTRODUCCION

El presente estudio de tesis, es el resultado de un exhaustivo análisis por medio del cual se le hace una simplificación al método de rigidez, tomando como base la unión de elementos y/o modelos unidos en serie. Como resultado final se espera que éste sea un instrumento para ingenieros civiles y estudiantes de esta disciplina, que ayude en la solución del análisis estructural de escaleras ortopoligonales.

En el Capítulo 1 se definen conceptos básicos del método de rigidez, algunas consideraciones para el análisis de escaleras ortopoligonales, un procedimiento para dimensionar las mismas y se describe la forma de como integrar las cargas. Posteriormente se ilustran los conceptos mediante la resolución de dos ejemplos.

En el capítulo 2 se desarrolla la parte medular de este estudio, la cual es la simplificación. Dándose las bases y criterios a seguir para la misma por medio de un ejemplo demostrativo. Seguidamente se resuelven dos ejemplos de escaleras de diferentes tamaños para reforzar los conceptos. Posteriormente se efectúa una comparación del método de rigidez con su simplificación.

En el capítulo 3 se estudia el comportamiento de las escaleras ortopoligonales sujetadas a diferentes condiciones de apoyo, comparándolas con las escaleras de losa plana.

En el Capítulo 4 se estudia el diseño de escaleras ortopoligonales, así como también se plantea cuatro armados diferentes dándose las ventajas y/o desventajas para cada uno de éstos.

GLOSARIO

1. ESCALERAS ORTOPOLIGONALES

Con este nombre se entiende expresar una estructura de eje continuo y quebrado, situado en un plano, y cuyos elementos forman entre sí ángulos rectos. Enumerar los diferentes tipos de escalera que en la actualidad se suelen usar sería una labor interminable. Pero aún sin necesidad de pasar revista a toda esta prolifera familia, se puede asegurar que el tipo más simple y depurado lo constituye la escalera ortopoligonal. Con poco que se observe se puede llegar a la conclusión que esta estructura es la materialización de la esencia del concepto "escalera". No son la sencillez y esbeltez de su línea las únicas bondades de este tipo de escaleras. Estructuralmente ofrece ventajas suficientes por sí mismas para inclinar la balanza en favor de su elección en más de una ocasión.

Viene oportuno aquí el recordar que la elección de una variante estructural con preferencia a cualquiera otra de las opciones conocidas, no es, ni puede ser, obra exclusiva del gusto y humor del arquitecto diseñador.

2. ESCALERA

Elemento artístico-constructivo, que une dos planos paralelos situados a distinto nivel.

3. PARTES QUE COMPONEN UNA ESCALERA

Se tomará como base las figs. 2 y 3 y se designará a cada parte de la escalera, de acuerdo con las siguientes definiciones.

a) Grada, peldaño o escalón:

Elemento principal de la escalera, compuesto por la unión de una huella y una contrahuella.

b) Huella o pedada:

Parte horizontal de la grada que sirve para apoyar el pie.

c) Contrahuella o alzada:

Parte vertical de la grada o altura de escalón.

d) Pestaña:

Saliente de un escalón, el cual rebasará el plano de la alzada.

e) Línea de huella:

Es la línea imaginaria que pasa por el centro de cada tramo de la escalera y sobre el cual, todas las huellas o pedadas, tienen idéntica medida, sea la escalera de tramos rectos o compensada.

Lo anteriormente expuesto se sujeta a escaleras cuyo ancho no sobrepase 1.20m. Para anchos mayores que el señalado, la línea de huella se trazará a 0.60m de la línea de zanca o limón interior. Sobre ésta se indicará con una flecha el sentido ascendente de la escalera, habiéndose establecido, convencionalmente, que la misma señalará siempre hacia donde suba cada tramo.

f) Línea de zanca o limón interior:

Es la línea que limita interiormente el ancho de un tramo y que separa a éste, del ojo de la escalera. En la fig.3, el recorrido de ésta es el fijado por las letras G-H-I-J.

g) Línea de limón externo:

Es la que limita exteriormente a los tramos de las escaleras. ver fig. 3, letras B-C-D-E

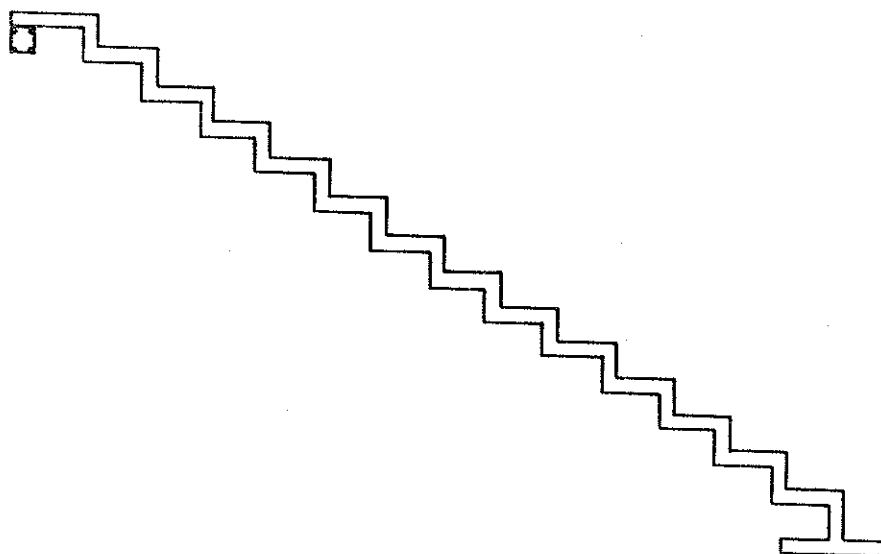
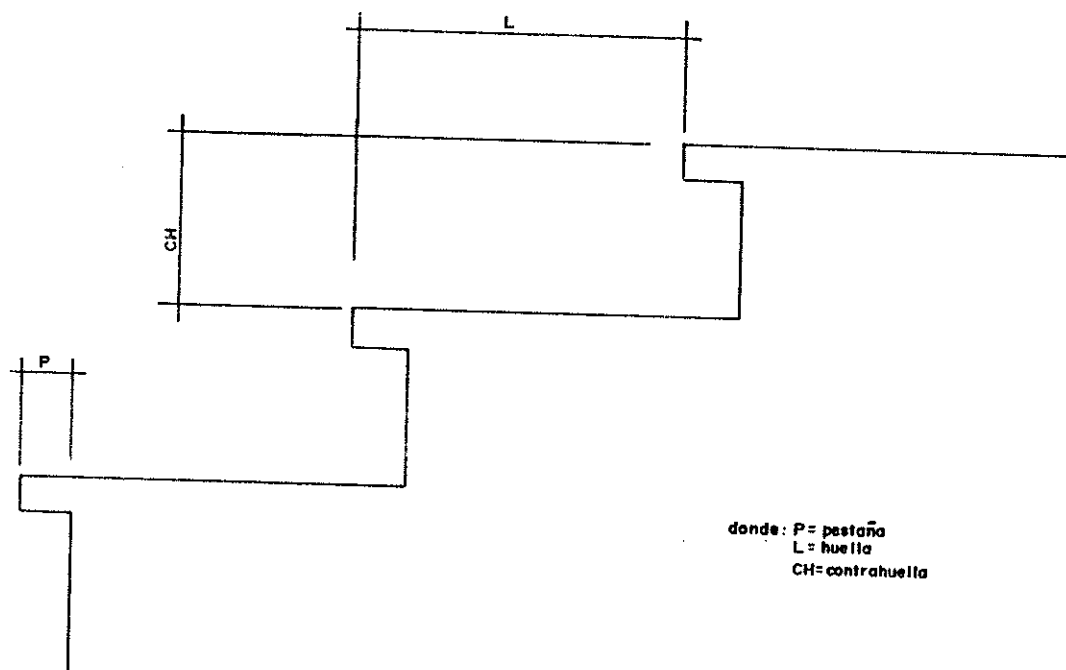


Figura 1. Escalera ortopoligonal



donde: P = pestño
L = huella
CH = contrahuella

Figura 2 Sección longitudinal de los peldaños de una escalera en general

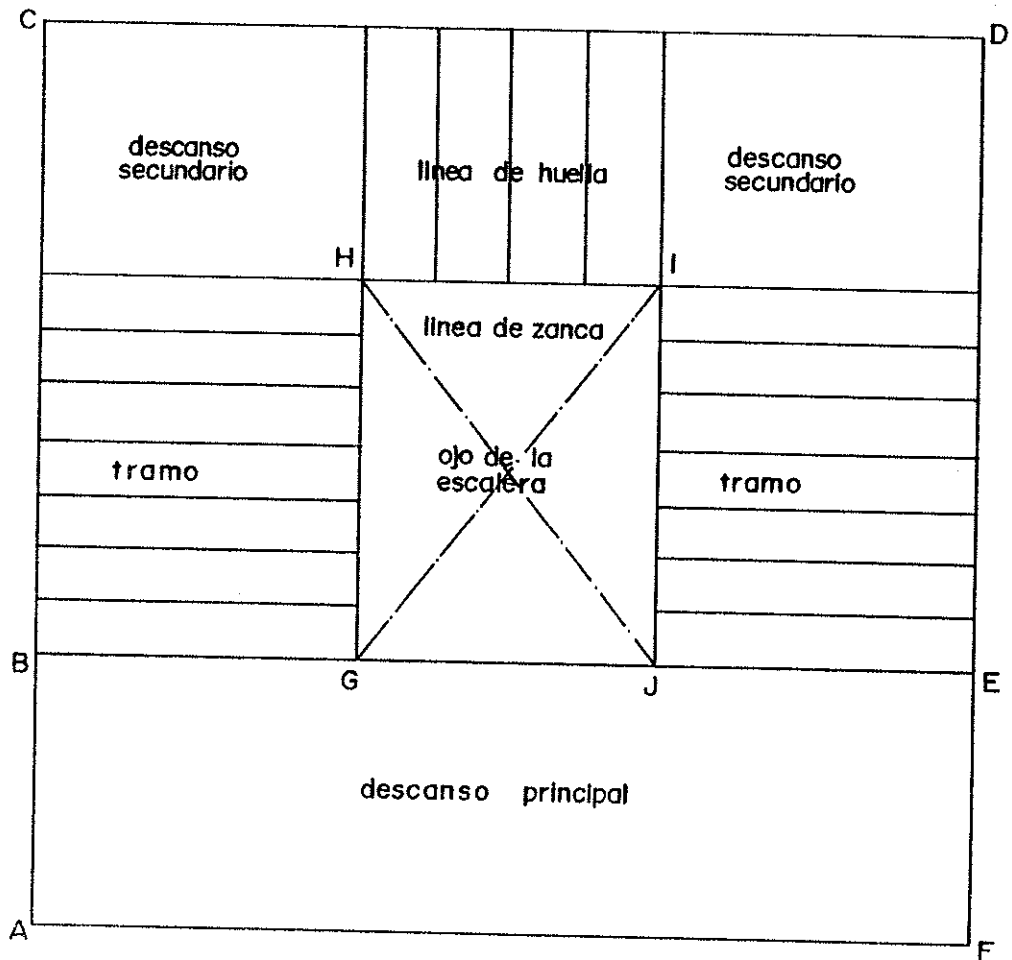


Figura 3

CAPITULO 1

METODO DE RIGIDEZ

Para definir el método de rigidez es necesario conocer ciertos conceptos, los cuales se detallan a continuación:

1.1 Nudo:

Son puntos donde dos o más miembros se unen o intersectan, o bien los puntos de apoyo.

1.2 Grado de libertad:

Los movimientos que permiten los nudos en una estructura, ya sea de traslación (vertical u horizontal) o de rotación, corresponden al número de desplazamientos desconocidos y éstos a la vez representan al grado de libertad de la estructura.

1.3 Estructura fija:

Esta se obtiene alterando todos los nudos de la estructura real de modo tal que, todos los desplazamientos en éstos sean cero, dicha condición se logra empotrando los nudos, dando como resultado una estructura cinemáticamente determinada.

1.4 Momentos y fuerzas fijas:

Son las reacciones causadas por los momentos y las fuerzas (puntual o distribuida) que actúan sobre cada elemento de la estructura fija. Estas pueden obtenerse mediante fórmulas tabuladas en libros de análisis estructural, sin embargo en la tabla No.2 del apéndice se encuentran fórmulas específicas para el único caso de cargas que interesan en el análisis de escaleras ortopoligonales.

Los momentos y las fuerzas que actúan sobre los nudos de la estructura no se toman en cuenta para el cálculo de momentos y fuerzas fijas.

1.5 Matriz de rigidez:

Esta representa la interacción de los coeficientes de rigideces que se dan en los nudos de una estructura, causados por los desplazamientos de nudo desconocidos, tomados unitarios para determinar la matriz de rigidez, dichos coeficientes se encuentran en la tabla No. 1 del apéndice.

La matriz de rigidez tiene la propiedad de que es simétrica y única para cada estructura, ésta no depende de las cargas que actúan sobre la misma, de tal forma que se puede analizar una estructura con diferentes condiciones de carga, utilizando la misma matriz. Esto simplifica el análisis estructural grandemente, en comparación a otros métodos no matriciales tales como Kani, Cross, etc.

1.6 Definición del Método de Rigidez:

Las fuerzas fijas representan los valores máximos que se pueden dar en un elemento de una estructura, sin embargo, si se cambian las condiciones de apoyo en los nudos, se generan desplazamientos de nudo, provocándose así una distribución de éstas, ya que la rigidez infinita que presenta el empotramiento disminuye.

Los desplazamientos de nudos desconocidos representan las únicas incógnitas del método de rigidez, y para el cálculo de éstos se debe multiplicar vectorialmente por la izquierda la inversa de la matriz de rigidez por la diferencia de los vectores de carga AD y ADL, así como se muestra en la ecuación matricial No. 1.1.

La primera ecuación de superposición del método de rigidez se presenta a continuación:

$$AD = ADL + (K \times D) \quad (1)$$

Despejando el vector de desplazamientos de nudo desconocidos, se tiene:

$$D = K^{-1} \times (AD - ADL) \quad (1.1)$$

En donde el vector D representa a los desplazamientos, el vector AD las acciones externas en la estructura original, el vector ADL las fuerzas y momentos fijos y K la matriz de rigidez, todos éstos correspondientes a los desplazamientos de nudo desconocidos.

En general, los vectores y la matriz tendrán tantos renglones como existan desplazamientos de nudo desconocidos. Por lo tanto, si d representa a éstos, el orden de la matriz de rigidez será de $d \times d$, en tanto AD, ADL y D son vectores del orden $d \times 1$.

Una vez resuelto lo anterior es posible calcular otras cantidades, tales como las acciones de extremo de miembro y las reacciones de los apoyos en la estructura real. Estos vectores se denominarán AM y AR, respectivamente.

En la estructura fija sujeta a las cargas, los vectores de acciones de extremo de miembro y reacciones correspondientes a AM y AR se denominarán AML y ARL, respectivamente.

Debe notarse que cuando se haga referencia a las cargas que actúan sobre la estructura fija, se supone que todas las cargas reales se toman en consideración excepto a aquellas que corresponden a un desplazamiento de nudo desconocido.

Cada uno de los vectores AM y AML es del orden $m \times 1$, suponiendo que m representa el número de acciones de extremo de miembro. De igual manera, los vectores AR y ARL son del orden $r \times 1$, en donde r representa el número de reacciones en los apoyos.

En la estructura fija sujeta a desplazamientos unitarios que generan coeficientes de rigidez, las matrices de acciones de extremo de miembro y reacciones se denominarán AMD y ARD, respectivamente. En caso general las matrices AMD y ARD son del orden de $m \times d$ y $r \times d$, respectivamente. De igual forma que la matriz de rigidez, las matrices AMD y ARD tampoco dependen de las cargas que actúan en la estructura

Por lo tanto las ecuaciones de superposición para obtener los vectores AM y AR en la estructura real pueden expresarse en forma matricial de la siguiente manera:

$$AM = AML + AMD \times D \quad (2)$$

$$AR = ARL + ARD \times D \quad (3)$$

Las ecuaciones anteriores y la ecuación 1 juntas, constituyen las tres ecuaciones de superposición del método de rigidez.

En resumen la solución completa del análisis consiste en resolver el vector D de la Ec. 1, y luego sustituir en las Ecs. 2 y 3 Para determinar AM y AR respectivamente.

Para ilustrar todos los conceptos mencionados anteriormente se estudiará el ejemplo 1.2.

1.7 Consideraciones para el análisis de escaleras ortopoligonales :

Las cargas que actúan sobre la escalera se considerarán puntuales, ya que la carga distribuida que actúa en una sección tan pequeña como lo es la huella, causa los mismos efectos que una carga puntual.

Esta carga se considerará actuando axialmente en la contrahuella, ya que todas las cargas se apoyan en ella.

Para la integración de las cargas, sólo se tomarán en cuenta las cargas muerta y viva que pueden actuar simultáneamente en la escalera, combinándolas según lo recomienda el Código del Instituto Americano del Concreto (ACI) 318-89.

1.8 DIMENSIONAMIENTO DE UNA ESCALERA

Para dimensionar una escalera se debe tomar en cuenta principalmente dos aspectos, éstos son la comodidad y la seguridad, para ello se han hecho estudios de los cuales se han obtenido ciertas relaciones que deben mantener la huella y la contrahuella en una escalera, así como también la longitud del descanso en tramos largos.

1.8.1 Procedimiento general para calcular las dimensiones de los peldaños de una escalera:

La relación que debe existir entre la huella y la contrahuella se puede sintetizar cumpliendo con las siguientes desigualdades:

- 1) $61 \leq 2ch + h \leq 66$
- 2) $45 \leq ch + h \leq 48$
- 3) $480 \leq Ch * h \leq 540$

nota: las dimensiones están
dadas en centímetros .

En la desigualdad 1 se ha tomado el valor oscilante de 61 a 66, debido a que, éste representa el término medio de la longitud de paso en el sentido horizontal, considerando la marcha de las personas de todas las edades, lo cual da aproximadamente, éste valor promedio. En tramos largos se necesita un descanso con una longitud de:

$$L = ch + 63$$

Y, en general, el descanso para una escalera de n pasos será:

$$L = ch + n (2ch + h)$$

La inclinación que debe tener una escalera para que ésta sea cómoda de transitar oscila entre 26° y 37° .

1.9 EJEMPLO 1.1 Integración de cargas y cálculo de propiedades :

De la fig. 1.1 calcular la carga a utilizar en el análisis y las propiedades geométricas y del material de la escalera.

Datos:

Lh =	30.00 cms.
Lch =	18.00 cms.
Espesor de huella y contrahuella =	10.00 cms.
Ancho de la escalera =	1.20 mts.
Carga Viva =	200.00 kg / mt ²
Wc =	2400.00 kg / mt ³
F'c =	210.00 kg / cm ²

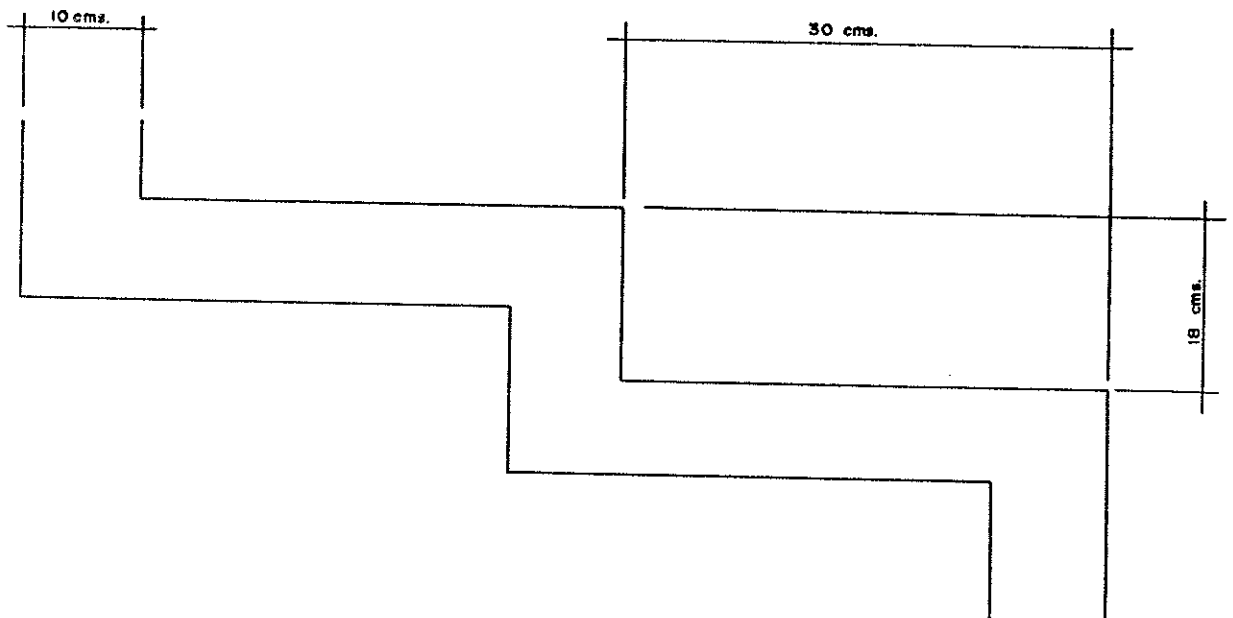


Figura 1.1. fracción de un corte longitudinal de una escalera ortopoligonal

1.9.1. Carga muerta:

$$C_m = 0.10 * 0.30 * 120 * 2400 + 0.10 * 0.18 * 1.20 * 2400 = 138.24 \text{Kg}$$

1.9.2. Carga viva:

$$C_v = 0.30 * 1.20 * 200 = 72 \text{Kg}$$

nota: El Código " Uniform Building Code (UBC) " recomienda una carga viva de 500 kg / m^2 , sin embargo el dato utilizado de 200 kg / m^2 fue tomado de la Tesis del Ing. Arnoldo Pérez, ésto se hizo para poder realizar una comparación de resultados.

1.9.3. Carga última según ACI 318-89:

$$C_u = 1.40 * 138.24 + 1.70 * 72 = 315.94 \text{ Kg}$$

Esta carga es la que se utiliza para el análisis.

1.9.4. Propiedades**1.9.4.1. Módulo de elasticidad:**

$$E_c = 15100 * (210)^{1/2} = 218,819.79 \text{ Kg / cm}^2$$

1.9.4.2. Momento de inercia de la huella y la contrahuella calculado respecto al eje Z:

$$I = (1/12) * 120 * 10 = 10,000 \text{ cm}^4$$

1.9.4.3 Coeficiente de rigidez EI:

$$EI = 218819.79 * 10000 = 2,188,197,900.00 \text{ kg - cm}^2$$

1.10 EJEMPLO 1.2

Calcular los desplazamientos de nudo desconocidos, acciones de extremo de miembro y, reacciones en los apoyos, indicados en la fig. 1.2. , utilizando para ello las propiedades calculadas en el ejemplo anterior.

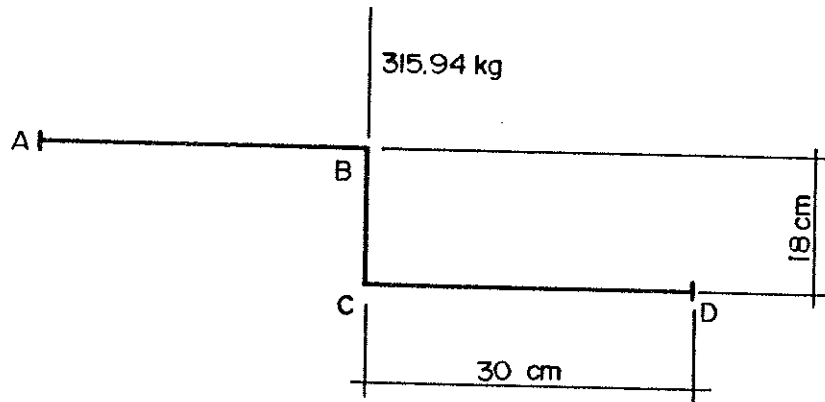


Figura 1.2

1er. paso Determinar el grado de libertad (grado de indeterminación cinemática) de la escalera:

El nudo A está sujetado por un empotramiento, el cual no permite movimiento de ninguna clase. El nudo B tiene restricción en el sentido horizontal, puesto que el empotramiento del nudo A impide este movimiento, no así para el movimiento vertical y rotacional, es decir existen dos grados de libertad para este nudo. El nudo C tiene restricción en el sentido horizontal puesto que el empotramiento del nudo D no permite movimiento en ese sentido, la libertad de movimiento se presenta en el sentido rotacional y vertical, pero el movimiento vertical corresponde con la libertad que existe en el mismo sentido del nudo B, de tal forma que este grado de libertad es el mismo. Y por último el nudo D se presenta en las mismas condiciones del nudo A.

El grado de libertad de la escalera es la suma de todos los desplazamientos que existen en cada nudo, por lo tanto en este caso es 3, ver fig. 1.3a.

2do. paso Formar la matriz de rigidez:

Hay que superponer cada uno de los efectos que produce cada grado de libertad. Para ello se libera el grado de libertad 1 y se sujeta el 2 y 3 (fig. 1.3b), posteriormente se libera el grado de libertad 2 y se sujeta el 1 y 3 (fig. 1.3c), por último se libera el 3 y se sujeta el 1 y 2 (fig.1.3d).

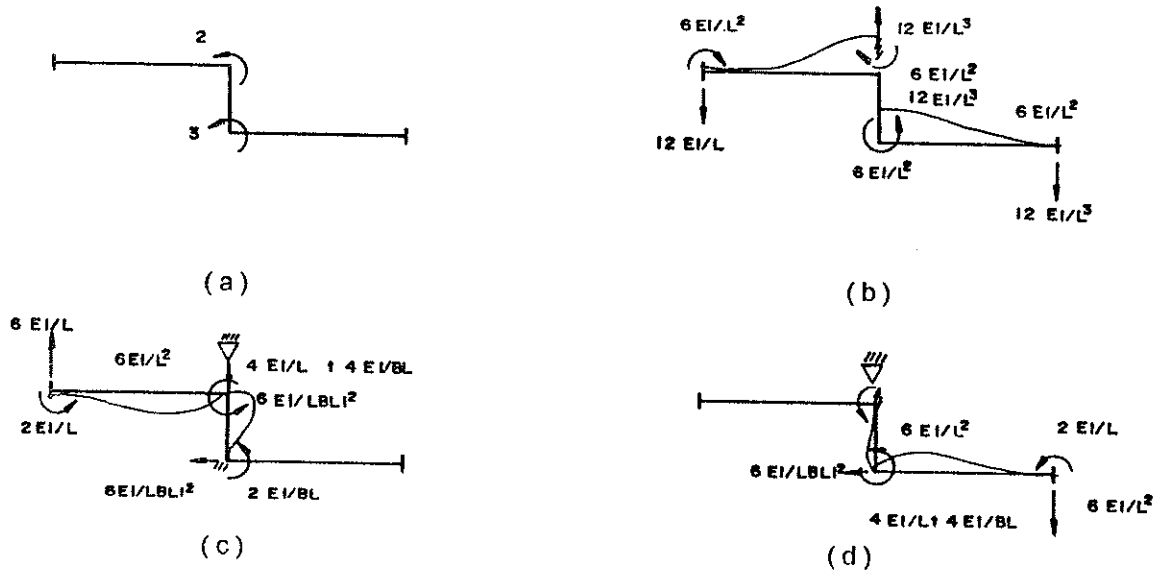


Figura 1.3

A continuación la matriz de rigidez:

sea: $ch = \beta L$

$$K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} (12 EI / L^3) * 2 & -6 EI / L^2 & 6 EI / L^2 \\ -6 EI / L^2 & 4 EI / L + 4 EI / \beta L & 2 EI / \beta L \\ 6 EI / L^2 & 2 EI / \beta L & 4 EI / L + 4 EI / \beta L \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Esta matriz fue armada de la siguiente manera, la posición que ocupa K_{1-1} , la cual tiene un valor de $(12 EI / L^3) * 2$ corresponde a la acción o rigidez en el grado de libertad 1 cuando éste actúa. El factor 2 se debe a que el nudo B del elemento AB se desplaza de igual forma que el nudo C del elemento CD, cada uno de esos desplazamientos generan rigideces las cuales tienen la misma magnitud. La posición K_{2-1} es la rigidez que provoca el grado de libertad 1 en donde actúa el grado de libertad 2, este valor es de $-6 EI / L^2$. Las otras posiciones de la matriz de rigidez se obtienen utilizando el mismo principio.

Sustituyendo los valores se tiene,

$$K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1945064.79 & -14587985.93 & 14587985.93 \\ \text{simétrica} & 778025916.10 & 243133098.80 \\ & & 778025916.10 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

3er. paso Formar los vectores de carga AD y ADL:

$$AD = \begin{matrix} & 1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -315.9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$ADL = \begin{matrix} & 1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

En el vector AD el lugar que ocupa AD_{1-1} corresponde a la carga que actúa en el grado de libertad 1, AD_{2-1} en el grado de libertad 2 y AD_{3-1} en el grado de libertad 3. Nótese que en 2 y 3 no actúa ninguna carga por eso el valor es de 0.

El vector ADL es 0, y es debido a que no existe ninguna carga que actúa en los elementos (huella y contrahuella). La carga que actúa axialmente en la contrahuella no afecta este vector.

4to. paso Calcular los desplazamientos de nudo desconocidos:

Utilizando la ec. 1. que aparece en la página No. 6, se tiene:

$$K \times \begin{matrix} & 1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} & 1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -315.94 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{matrix} - \begin{matrix} & 1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Calculando la ecuación matricial anterior queda:

$$\begin{aligned} D_1 &= -0.00027488400 \\ D_2 &= -0.00000749684 \\ D_3 &= 0.00000749684 \end{aligned}$$

5to. paso Determinar AML y ARL:

Para este caso los vectores son cero por la misma razón que ADL es cero.

6to. paso Armar las matrices AMD y ARD:

$$AMD = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 12 EI / L^3 & 0 & 6 EI / L^2 \\ 6 EI / L^2 & 0 & 4EI / L \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Las matrices AMD y ARD se arman de la misma forma que la matriz de rigidez. La posición $AMD_{2,3}$ es la que ocupa $4 EI / L$, ésta corresponde a la acción o rigidez que se genera en el grado de libertad 2 cuando está actuado el grado de libertad 3.

Sustituyendo valores queda:

$$AMD = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 5215.48 & 0 & 30800.01 \\ 30800.01 & 0 & 242519.27 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\text{ARD} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 6EI/(\beta L)^2 & 6EI/(\beta L)^2 \\ -12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 \\ -6EI/L^2 & 2EI/L & 0 \\ 0 & 6EI/(\beta L)^2 & 6EI/(\beta L)^2 \\ -12EI/L^3 & 0 & -6EI/L^2 \\ 6EI/L^2 & 0 & 2EI/L \end{bmatrix} \end{matrix}$$

La posición que ocupa ARD_{4-2} la cual es $6EI/(\beta L)^2$, corresponde a la acción o rigidez en el grado de libertad 4 que se genera cuando está actuando el grado de libertad 2. Las demás posiciones se obtienen de la misma forma. Sustituyendo valores queda:

$$\text{ARD} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 40522183.13 & 40522183.13 \\ -972532.39 & 14587985.93 & 0 \\ -14587985.93 & 14587985.30 & 0 \\ 0 & 40522183.13 & 40522183.13 \\ -972532.39 & 0 & -14587985.93 \\ 14587985.93 & 0 & 14587985.93 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

7mo. paso Determinar AR y AM:

Sustituyendo los desplazamientos, la matriz de rigidez y los vectores AMD y ARD en las ecs. 2 y 3, se obtienen las acciones de extremo de miembro AM y las reacciones en los apoyos de la escalera AR. Ver fig 1.4.

9no. paso:

Diagrama de momento:

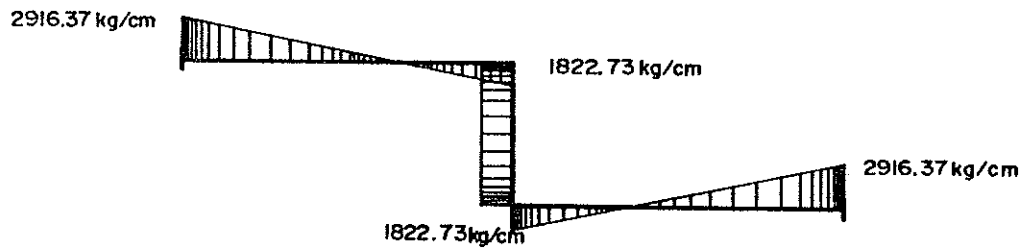


Figura 1.6

10mo. paso:

Elástica de la escalera:

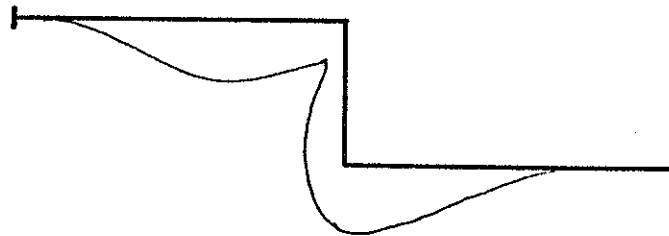


Figura 1.7

CAPITULO II

ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES UTILIZANDO UNA SIMPLIFICACION AL METODO DE RIGIDEZ

2.1 Desarrollo de la simplificación:

Se analizaron tres modelos de escaleras ortopoligonales, ver fig. 2.1. A cada uno de éstos se le hizo el siguiente análisis:

2.1.1 Se calculó la matriz de rigidez.

2.1.2 Se generaron los coeficientes de rigidez para la estructura, aplicando para cada caso que se indica a continuación, una deformación diferente.

2.1.2.1 Caso 1 Giro en B:

Este corresponde a un valor unitario de desplazamiento de giro, el cual genera coeficientes de rigidez.

2.1.2.2 Caso 2 Desplazamiento horizontal en B:

Este corresponde a un valor unitario de desplazamiento horizontal, el cual genera coeficientes de rigidez.

2.1.2.3 Caso 3 Desplazamiento vertical en B:

Este corresponde a un valor unitario de desplazamiento vertical, el cual genera coeficientes de rigidez.

2.1.2.4 Caso 4 Giro en A:

Ver inciso 2.1.2.1

2.1.2.5 Caso 5 Desplazamiento horizontal en A:

Ver inciso 2.1.2.2

2.1.2.6 Caso 6 Desplazamiento Vertical en A:

Ver inciso 2.1.2.3

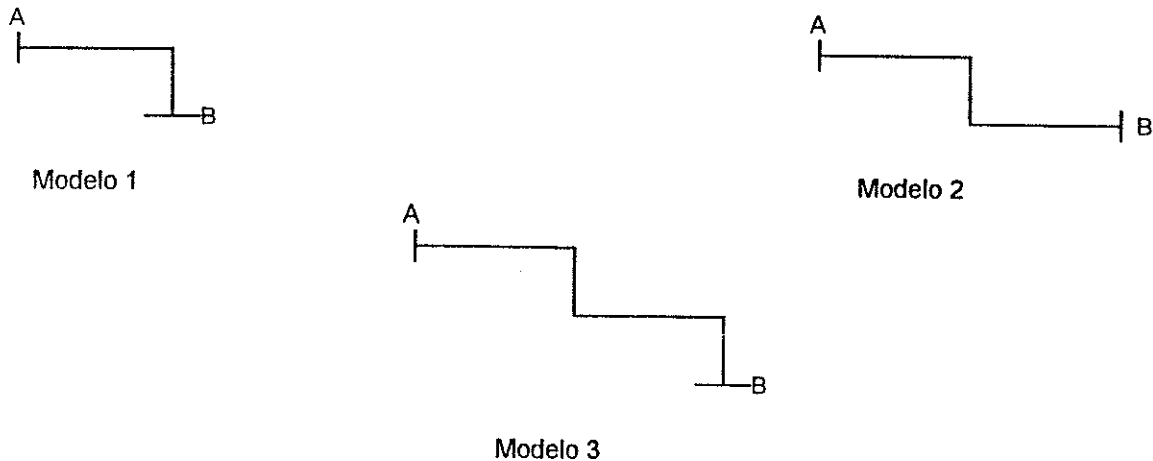


Figura 2.1

Con estos coeficientes de rigideces generados se arman los vectores de carga ADL y ARL, el vector AD es cero en todos los casos, puesto que los desplazamientos y giros no son aplicados en donde existe un grado de libertad. Teniendo la matriz de rigidez y el vector ADL se calculan los desplazamientos de nudo desconocidos. Posteriormente puede obtenerse el vector AR.

El vector AR se constituye como las acciones o coeficientes de rigidez provocadas por desplazamientos unitarios de extremo.

En el siguiente ejemplo demostrativo se detalla el procedimiento que se utilizó para realizar la simplificación.

2.2 Ejemplo demostrativo

Determinar los coeficientes de rigidez provocados por desplazamientos unitarios de extremo (vector AR), indicados en la fig. 2.2, para el caso 1 del modelo 2.

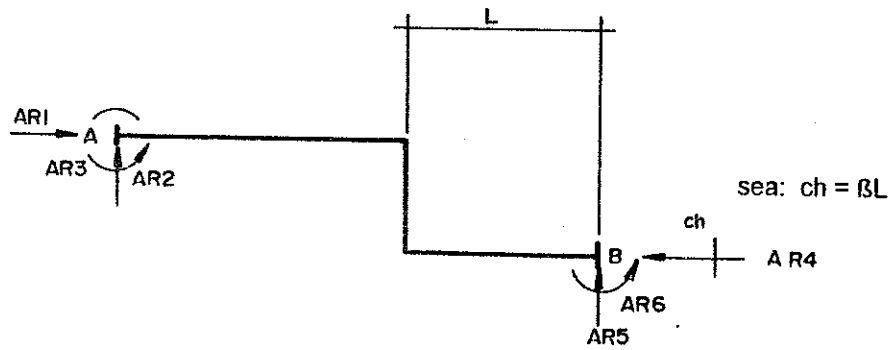


Figura 2.2

1er. paso Determinar el grado de libertad de la escalera:

Esta estructura fue analizada en el ejemplo 1.2 del capítulo anterior y se presenta con las mismas condiciones geométricas y de apoyo, por lo tanto el grado de libertad es 3.

2do. paso Formar la matriz de rigidez:

Tiene la misma matriz de rigidez de la escalera analizada en el ejemplo 1.2 del capítulo anterior.

$$K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} (12 EI / L^3) * 2 & -6 EI / L^2 & 6 EI / L^2 \\ -6 EI / L^2 & 4 EI / L + 4 EI / \beta L & 2 EI / \beta L \\ 6 EI / L^2 & 2 EI / \beta L & 4 EI / L + 4 EI / \beta L \end{bmatrix} \end{matrix}$$

La inversa de la matriz de rigidez es la siguiente:

$$K^{-1} = \frac{L}{2EI} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{L^2 [(20\beta + 21)^2 - 121]}{240(5\beta + 8)(\beta + 2)} & \frac{\beta L}{2(\beta + 2)} & \frac{-\beta L}{2(\beta + 2)} \\ & \frac{\beta(5\beta + 8)}{2(2\beta + 3)(\beta + 2)} & \frac{-\beta(3\beta + 4)}{2(2\beta + 3)(\beta + 2)} \\ & & \frac{\beta(5\beta + 8)}{2(2\beta + 3)(\beta + 2)} \end{bmatrix}$$

Simétrica

CASO 1 Giro en B:

En la fig. 2.3 se indican los coeficientes de rigidez provocados por el desplazamiento unitario de giro.

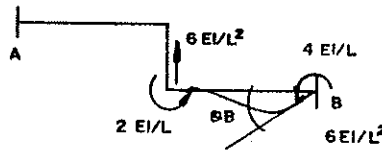


Figura 2.3

Agrupando términos comunes se tiene:

$$D_1 = \frac{L}{2(\beta + 2)} \left(\frac{-(10\beta^2 + 21\beta + 8)}{5\beta + 8} + \beta \right)$$

Aplicando más álgebra:

$$D_1 = \frac{L}{2(\beta + 2)} \left(\frac{-5\beta^2 - 13\beta - 8}{(5\beta + 8)} \right)$$

$$D_1 = \frac{-L(5\beta + 8)(\beta + 1)}{2(\beta + 2)(5\beta + 8)}$$

Por último se obtiene:

$$D_1 = \frac{-L(\beta + 1)}{2(\beta + 2)}$$

De igual forma se obtienen los otros desplazamientos, que a continuación se presentan:

$$D_2 = \frac{-\beta(3\beta + 5)}{2(\beta + 2)(2\beta + 3)} \quad \text{y} \quad D_3 = \frac{\beta(\beta + 1)}{2(\beta + 2)(2\beta + 3)}$$

D_1 corresponde al desplazamiento vertical, D_2 corresponde al giro 2 y D_3 al giro 3, según fig. 2.3.

7mo. paso determinar AR:

Utilizando la ecuación matricial No.3 citada en la página No. 7, pero en forma de ecuaciones simultáneas que en este caso es de 6 incógnitas, se obtienen las siguientes reacciones, las cuales son las rigideces o acciones provocadas por el desplazamiento unitario de giro.

$$AR_1 = ARL_{1-1} + ARD_{1-1} * D_{1-1} + ARD_{1-2} * D_{2-1} + ARD_{1-3} * D_{3-1}$$

$$AR_2 = ARL_{2-1} + ARD_{2-1} * D_{1-1} + ARD_{2-2} * D_{2-1} + ARD_{2-3} * D_{3-1}$$

$$AR_3 = ARL_{3-1} + ARD_{3-1} * D_{1-1} + ARD_{3-2} * D_{2-1} + ARD_{3-3} * D_{3-1}$$

$$AR_4 = ARL_{4-1} + ARD_{4-1} * D_{1-1} + ARD_{4-2} * D_{2-1} + ARD_{4-3} * D_{3-1}$$

$$AR_5 = ARL_{5-1} + ARD_{5-1} * D_{1-1} + ARD_{5-2} * D_{2-1} + ARD_{5-3} * D_{3-1}$$

$$AR_6 = ARL_{6-1} + ARD_{6-1} * D_{1-1} + ARD_{6-2} * D_{2-1} + ARD_{6-3} * D_{3-1}$$

$$AR_1 = \frac{6EI}{(\beta L)^2} * \frac{-\beta(3\beta + 5)}{2(\beta + 2)(2\beta + 3)} + \frac{6EI}{(\beta L)^2} * \frac{\beta(\beta + 1)}{2(\beta + 2)(2\beta + 3)}$$

Agrupando términos comunes se obtiene:

$$AR_1 = \frac{3EI\beta}{(\beta L)^2(\beta + 2)(2\beta + 3)} \left(-(3\beta + 5) + \beta + 1 \right)$$

Aplicando álgebra queda:

$$AR_1 = \frac{3EI\beta}{(\beta L)^2(\beta + 2)(2\beta + 3)} \left(-2(\beta + 2) \right)$$

Por último se obtiene:

$$AR_1 = \frac{-6EI}{\beta L^2(2\beta + 3)}$$

De igual forma se obtienen las siguientes rigideces o acciones:

$$AR_2 = \frac{3EI(\beta + 3)}{L^2(2\beta + 3)}$$

$$AR_3 = \frac{EI[(3\beta + 5) + 2]}{3L(\beta + 2)(2\beta + 3)}$$

$$AR_4 = \frac{-6EI}{\beta L^2(2\beta + 3)}$$

$$AR_5 = \frac{-3EI(\beta + 3)}{L^2(2\beta + 3)}$$

$$AR_6 = \frac{EI(3\beta + 5)(\beta + 3)}{L(\beta + 2)(2\beta + 3)}$$

En la tabla No.1 del apéndice, están todas las rigideces o acciones para los 6 casos de los 3 modelos.

2.3 Ejemplos resueltos

2.3.1 Ejemplo 2.1

Analizar la escalera ortopoligonal del ejemplo 1.2, utilizando la simplificación del método de rigidez. Calculando todas las acciones de extremo de miembro y reacciones que se obtuvieron en ese ejemplo.

1er. paso Grado de libertad de la escalera:

Para el análisis de esta escalera se puede utilizar el modelo 2 y obtener directamente las reacciones utilizando las fórmulas de la tabla 2 del apéndice, sin embargo por razones didácticas se considerarán dos elementos unidos en serie, de la siguiente manera, el modelo 1 seguido de un elemento horizontal. De tal forma que se tiene solamente un nudo que presenta libertad, ésta es en el sentido vertical y rotacional, por lo tanto el grado de libertad es de 2.

2do. paso Matriz de rigidez:

La libertad de movimiento en los dos sentidos corresponden al caso 3 y 1 respectivamente del modelo 1 y a las acciones generadas en elemento horizontal, las cuales se encuentran en la tabla 1 del apéndice.

Caso 3 (Tabla No. 1 del apéndice, modelo 1 y solo un elemento)

La fig. 2.4 indica las acciones o rigideces provocadas por este caso para cada elemento individual.

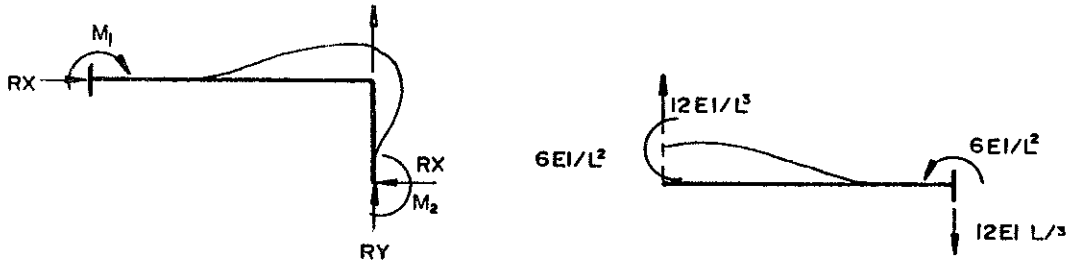


Figura 2.4

$$R_y + \frac{12EI}{L^3} = \frac{3EI(5\beta + 8)}{L^3(\beta + 1)}$$

$$M_2 + \frac{6EI}{L^2} = \frac{3EI(2\beta + 3)}{L^2(\beta + 1)}$$

Caso 1 (Tabla No. 1 del apéndice, modelo 1 y solo un elemento)

La fig. 2.5 indica las acciones o rigideces provocadas por este caso para cada elemento individual.

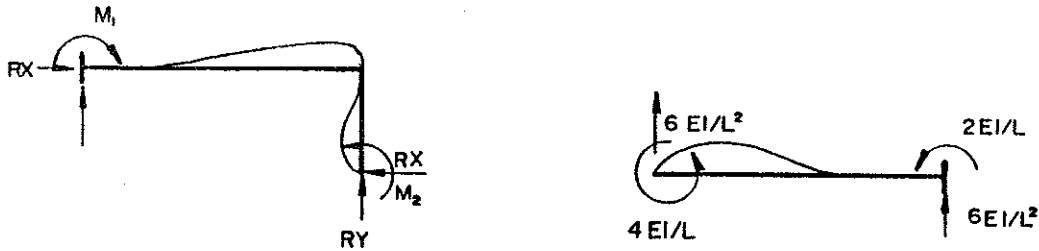


Figura 2.5

$$R_y + \frac{6EI}{L^2} = \frac{3EI(2\beta + 3)}{L^2(\beta + 1)}$$

$$M_2 + \frac{4EI}{L} = \frac{EI(2\beta + 1)(\beta + 3)}{\beta L(\beta + 1)}$$

La matriz de rigidez obtenida es:

$$K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{3EI(5\beta+8)}{L^3(\beta+1)} & \frac{3EI(2\beta+3)}{L^2(\beta+1)} \\ \frac{3EI(2\beta+3)}{L^2(\beta+1)} & \frac{EI(2\beta+1)(2\beta+3)}{\beta L(\beta+1)} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Notese que en la solución de este ejemplo, se ha logrado reducir en un grado la estructura y, con ésto el volumen de trabajo, respecto al ejemplo 1.2 del capítulo anterior. En escaleras de mayor altura se logra simplificar mucho más el análisis. Para fines de comparación, se tiene que, la matriz de rigidez se redujo en un 125 %.

Sustituyendo valores:

$$K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1671540.05 & 19146731.53 \\ 19146731.53 & 702046822.50 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

3er paso Vector AD:

$$AD = \begin{matrix} & 1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -315.94 \\ 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

4to. paso Desplazamientos:

Aplicando la ecuación matricial No. 1 citada en la página No. 6, se obtiene:

$$D_1 = -0.00027488400$$

$$D_2 = 0.00000749684$$

2.3.2 Ejemplo 2.2

Analizar la escalera ortopoligonal presentada en la fig. 2.7. Las dimensiones de la huella y la contrahuella son las mismas que en los ejemplos anteriores, así como también la magnitud de las cargas. Calcular las reacciones en los apoyos y las acciones de extremo de miembro mostradas.

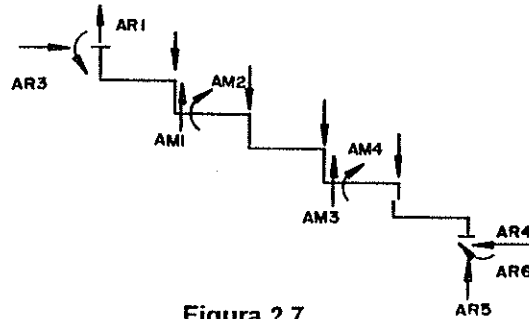


Figura 2.7

1er. paso Grado de libertad:

Para resolver esta escalera se tomarán en consideración los siguientes elementos unidos en serie, un elemento vertical unido al modelo 1 y éste al modelo 3 seguido del modelo 2 y por último otro elemento vertical.

En la fig. 2.8 se presentan los grados de libertad correspondientes a cada nudo.

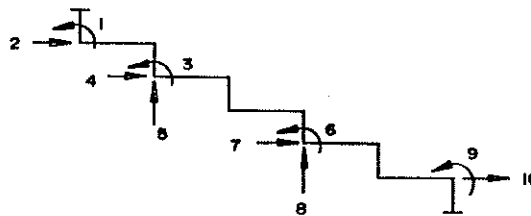


Figura 2.8

Por lo tanto esta escalera se presenta con 10 grados de libertad, no considerando los efectos por carga axial, los cuales generarán una matriz de rigidez del orden de 10×10 . Observe que utilizando el método de rigidez tradicional, el grado de libertad para esta escalera, sería de 30, si se considera los efectos por carga axial, debiendo generar una matriz de 30×30 , que implicaría 900 espacios de memoria en una computadora, comparada con solo 100 espacios que ocupa la matriz de rigidez generada con la simplificación hecha, lo anterior representa una reducción del 800 %, a esto se debe agregar la reducción en memoria de las otras matrices necesarias para calcular deformaciones y reacciones, es decir, matrices de miembro, matrices de carga, matrices de reacción, etc.

2do. paso Elaboración de la matriz de rigidez:

Grado de libertad 1 : Giro en A en el modelo 1 y giro en el extremo de abajo del elemento vertical, fig. 2.9, ver tabla 1 del apéndice.

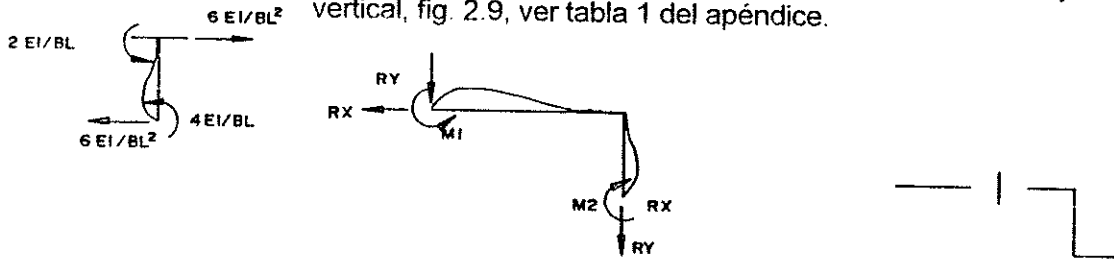


Figura 2.9

$$K_{1-1} = \frac{4EI}{\beta L} + \frac{EI(3\beta + 4)}{L(\beta + 1)} = 750,673,446.30$$

$$K_{2-1} = \frac{-6EI}{(\beta L)^2} + \frac{-3EI}{\beta L^2(\beta + 1)} = -48,120,092.71$$

$$K_{3-1} = \frac{-EI}{L(\beta + 1)} = -45,587,456.25$$

$$K_{4-1} = \frac{3EI}{\beta L^2(\beta + 1)} = 7,597,909.38$$

$$K_{5-1} = \frac{-3EI(\beta + 2)}{L^2(\beta + 1)} = -11,852,738.63$$

$$\text{ADL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & \frac{PL(4\beta+3)}{4(\beta+3)} \\ 4 & \frac{3P}{2(\beta+3)(3\beta+1)} \\ 5 & \frac{P[(6\beta+5)^2-7]}{2(\beta+3)(3\beta+1)} \\ 6 & \frac{-PL}{4(3\beta+1)} + \frac{PL(\beta+1)}{2(\beta+2)} \\ 7 & \frac{-3P}{2(\beta+3)(3\beta+1)} \\ 8 & \frac{P(10\beta+3)}{2(3\beta+1)(\beta+3)} + \frac{P}{2} \\ 9 & \frac{-PL(\beta+1)}{2(\beta+2)} \\ 10 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & 3554.33 \\ 4 & 47.01 \\ 5 & 174.90 \\ 6 & 2070.10 \\ 7 & -47.01 \\ 8 & 299.01 \\ 9 & -2916.37 \\ 10 & 0 \end{bmatrix}$$

	1	2	3	4	5	5	7	8	9	10
1	750673446.30	-48120092.71	-45587456.25	7597909.38	-11852738.63	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	-48120092.71	6894399.25	27859001.04	-2391934.43	759790.94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	-45587456.25	27859001.04	554647384.40	-33346380.03	9877282.19	-22793728.13	5487378.99	-5318536.56	0.00	0.00
4	7597909.38	-2391934.43	-33346380.03	3319897.79	-1236167.79	10311448.44	-927963.36	476376.86	0.00	0.00
5	-11852738.63	759790.94	9877282.19	-1236167.79	1013778.19	-3581871.56	476376.86	-314770.53	0.00	0.00
6	0.00	0.00	-22793728.13	10311448.44	-3581871.56	342607267.30	-16100331.77	9833865.56	107406050.70	5788883.33
7	0.00	0.00	5487378.99	-927963.36	476376.86	-16100331.77	2214381.88	-1055265.19	-5788883.33	1286418.52
8	0.00	0.00	-5318536.56	476376.86	-314770.53	9833865.56	-1055265.19	696836.83	6251994.00	578888.33
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	107406050.70	-5788883.33	6251994.00	649779889.20	46311066.66
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5788883.33	-1286418.52	578888.33	46311066.66	5788883.33

K =

4to. paso Desplazamientos:

Utilizando la ecuación matricial No.1 se obtienen los siguientes desplazamientos de nudo desconocidos:

- $D_1 = -0.0001450550669$
- $D_2 = -0.0013054952040$
- $D_3 = -0.0002459886277$
- $D_4 = -0.0058312051900$
- $D_5 = -0.0066785754710$
- $D_6 = 0.0001628842324$
- $D_7 = -0.0058312056540$
- $D_8 = -0.0131365242000$
- $D_9 = 0.0001450549184$
- $D_{10} = -0.0013054946480$

5to. paso Vectores AML y ARL:

Los vectores de carga AML y ARL se obtienen utilizando las fórmulas de la tabla No.2 de apéndice.

$$\begin{array}{c}
 \text{ARL} = \\
 \begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 1 \\
 \left[\begin{array}{c}
 0.00 \\
 0.00 \\
 0.00 \\
 0.00 \\
 \frac{P}{2} \\
 0.00
 \end{array} \right]
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5 \\
 6
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 1 \\
 \left[\begin{array}{c}
 0.00 \\
 0.00 \\
 0.00 \\
 0.00 \\
 157.97 \\
 0.00
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$AR = \begin{matrix} & 1 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.00 \\ 631.88 \\ 17,633.80 \\ 0.00 \\ 631.88 \\ 17,633.80 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

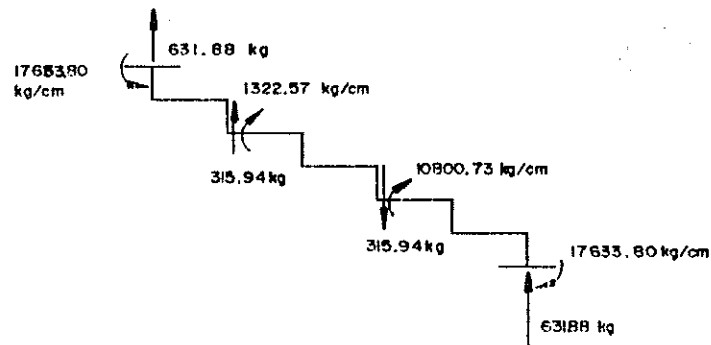


Figura 2.10

8vo. paso Diagrama de corte:

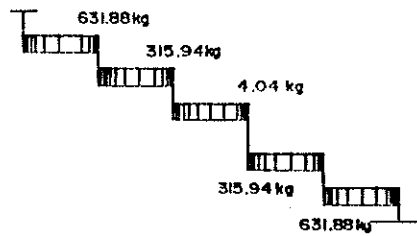
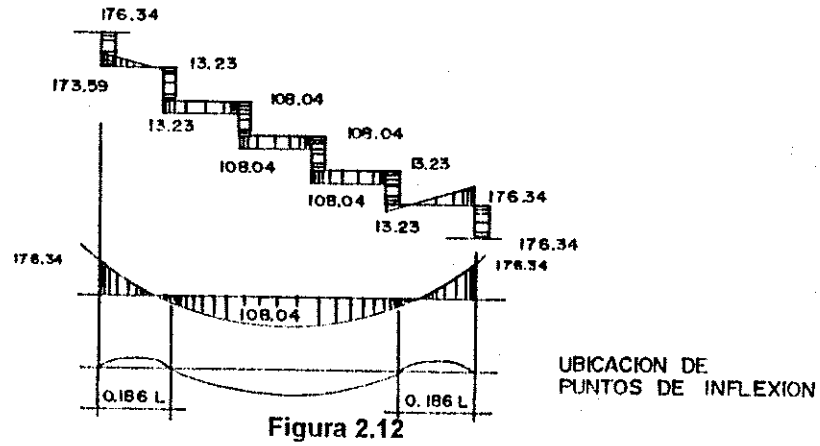


Figura 2.11

9no. paso Diagrama de momento (kg - m):



Nótese que el comportamiento de la escalera ortopoligonal empotrada es parecido al de una escalera de losa plana apoyada de la misma manera.

10mo. paso Elástica de la escalera:

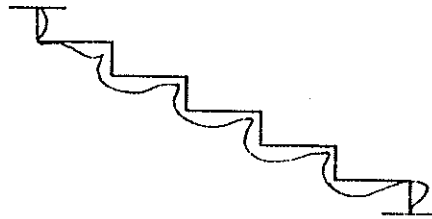


Figura 2.13

2.4 Comparación del método de rigidez con su simplificación

La comparación se hará tomando en consideración la magnitud de la matriz de rigidez ya que ésta es la base del método.

En el ejemplo 1.2 del capítulo anterior se obtuvo una matriz del orden de 3 x 3. Ese mismo ejemplo se desarrolló en este capítulo en la sección 2.3.1 obteniéndose una matriz del orden de 2 x 2. Los vectores AR y AM en los dos ejemplos son exactamente los mismos.

En el ejemplo 2.2 se analizó una escalera ortopoligonal utilizando los tres modelos unidos en serie, esto se hizo con el fin de comprobar si efectivamente el desarrollo de la simplificación se había concebido correctamente para los tres modelos. Al Final del apéndice se presenta ese mismo ejemplo resuelto por el método directo de rigidez, las dimensionales están en el sistema inglés, puesto que el programa fue realizado por una empresa estadounidense denominada C - Squared B- Squared Software Design, Inc. San Francisco , CA, si se realiza la conversión al sistema internacional se obtienen los mismos resultados del análisis por medio de la simplificación. Este programa toma en cuenta los desplazamientos axiales mientras que este estudio de tesis no, puesto que los efectos por carga axial se consideran despreciables. Utilizando estos tres modelos la matriz de rigidez quedó del orden de 10×10 en el ejemplo 2.2, implica 100 espacios de memoria en una computadora, mientras que por el método convencional quedaría del orden de 19×19 , es decir, 361 espacios de memoria, si se desprecian los efectos por carga axial, por tanto, existe una simplificación del 261%. Sin embargo, se podría simplificar más el cálculo utilizando únicamente el modelo 3 cuando la geometría de la escalera lo permita, si no, podría complementarse con los demás modelos o elementos verticales y horizontales. En ese sentido se podría obtener una matriz hasta de 8×8 , de la siguiente manera, ver fig. 2.14, implicando 64 espacios de memoria, reduciendo la matriz de rigidez en 464%.

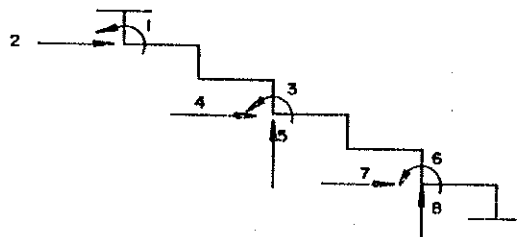


Figura 2.14

Considerando la escalera de la fig. 1 del glosario, que salva un entre piso de 2.52 mts. se tendría por el método simplificado utilizando solo el modelo 3 una matriz del orden de 18×18 . Y por el método convencional de rigidez del orden de 54×54 , obviando los efectos por carga axial. Por tanto existe una reducción del 800% en el tamaño de la misma. Se hubiese podido concebir un modelo más grande al anteriormente mencionado y, definitivamente el análisis se hubiera simplificado aún más, pero se consideró que éste era suficiente para la reflexión esperada por parte del lector.

CAPITULO III

COMPORTAMIENTO DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES SUJETADAS A DIFERENTES CONDICIONES DE APOYO

3.1 METODOLOGIA

3.1.1 Utilizando el programa de computadora mencionado en la página No. 41, se analizará mediante simulación una escalera ortopoligonal que salva un entre piso de 2.52 mts. sujeta a cuatro condiciones de apoyo diferentes, a saber:

Caso 1 Doble empotramiento

Caso 2 Empotrado-articulado

Caso 3 Articulado-empotrado

Caso 4 Doble articulación

3.1.2 Se elaborará una tabla para los diferentes resultados de los cuatro análisis, de manera tal que los casos críticos serán notados de forma comparativa. En el caso de los desplazamientos, el programa los presenta en coordenadas rectangulares, adicionalmente se elaborará otra tabla correspondientes a la suma vectorial de los mismos. En el caso de fuerzas finales se obviarán las axiales, puesto que la deformación en ese sentido se considera despreciable.

3.1.3 Se elaborarán los diagramas de corte y momento para los cuatro casos.

3.1.4 Se harán comparaciones entre las escaleras de losa plana y las ortopoligonales, para determinar el comportamiento de ésta última.

3.2 DESARROLLO

3.2.1 ANALISIS ESTRUCTURAL:

La escalera en análisis constará de 28 elementos. Enumerando los nudos de abajo hacia arriba y de derecha a izquierda se obtienen 29 y 28 elementos tal como se muestra en la figura 3.1, además se tomarán en cuenta los datos obtenidos en el ejemplo 1.1 del capítulo 1 pág No 9.

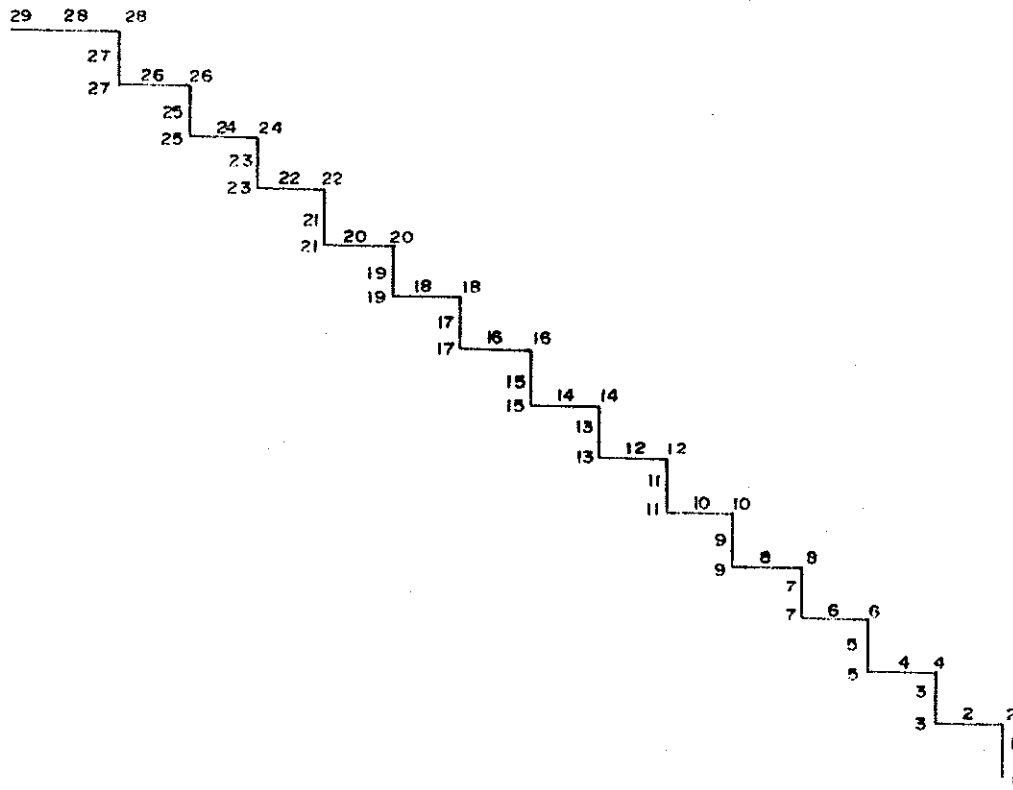


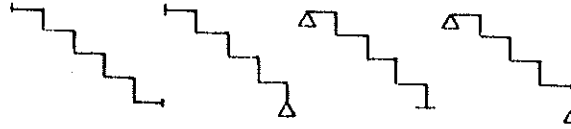
Figura 3.1

Huella	=	30.00 cm	=	0.9842 pies
Contra huella	=	18.00 cm	=	0.5905 pies
Momento de inercia	=	10,000.00 cm ⁴	=	240.2500 pulg ⁴
Módulo de Elast.	=	218,819.79 kg / cm ²	=	3,105.8230 Ksi
Carga última	=	315.94 kg	=	0.6950 kips

Los análisis se realizaron utilizando el programa de computadora mencionado en la página No. 40, por tanto los resultados obtenidos en los cuatro casos se encuentran en las siguientes tablas comparativas.

3.2.2 TABLAS COMPARATIVAS

3.2.2.1 Desplazamientos lineales en el eje X (pulgadas)



Nudo No	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	-0.0041	-0.0485	-0.0050	-0.0460
3	-0.0041	-0.0482	-0.0047	-0.0454
4	-0.0257	-0.1015	-0.0339	-0.1035
5	-0.0257	-0.1012	-0.0336	-0.1030
6	-0.0561	-0.1521	-0.0767	-0.1644
7	-0.0561	-0.1518	-0.0764	-0.1639
8	-0.0882	-0.1918	-0.1247	-0.2213
9	-0.0882	-0.1945	-0.1244	-0.2208
10	-0.1165	-0.2254	-0.1704	-0.2682
11	-0.1165	-0.2251	-0.1701	-0.2677
12	-0.1368	-0.2412	-0.2081	-0.3008
13	-0.1368	-0.2409	-0.2078	-0.3003
14	-0.1465	-0.2410	-0.2332	-0.3161
15	-0.1465	-0.2407	-0.2329	-0.3155
16	-0.1442	-0.2251	-0.2430	-0.3126
17	-0.1442	-0.2248	-0.2427	-0.3121
18	-0.1304	-0.1952	-0.2359	-0.2903
19	-0.1304	-0.1949	-0.2356	-0.2898
20	-0.1067	-0.1545	-0.2120	-0.2508
21	-0.1067	-0.1543	-0.2117	-0.2502
22	-0.0764	-0.1078	-0.1728	-0.1969
23	-0.0764	-0.1075	-0.1725	-0.1963
24	-0.0441	-0.0612	-0.1212	-0.1330
25	-0.0441	-0.0609	-0.1209	-0.1325
26	-0.0161	-0.0223	-0.0618	-0.0651
27	-0.0161	-0.0220	-0.0615	-0.0646
28	0.0000	-0.0003	-0.0003	-0.0005
29	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Deformación máxima

Deformación máxima

Deformación máxima

Deformación máxima

En los casos 1 y 4, los valores máximos se localizan en el mismo nudo, el caso 4 supera 2.16 veces al caso 1. La deformación en el caso 2 y 3 son similares entre si y casi resultan ser el promedio entre los otros dos casos. Los valores máximos de desplazamientos para el caso 2 y 3 tienden a correrse hacia el apoyo menos rígido (articulación).

3.2.2.2 Desplazamientos lineales en el eje Y (pulgadas)



Nudo No	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	-0.0001	-0.0002	-0.0002	-0.0003
3	-0.0237	-0.0893	-0.0340	-0.0940
4	-0.0238	-0.0894	-0.0342	-0.0943
5	-0.0690	-0.1802	-0.0994	-0.2006
6	-0.0691	-0.1803	-0.0996	-0.2009
7	-0.1227	-0.2622	-0.1803	-0.3062
8	-0.1228	-0.2623	-0.1805	-0.3065
9	-0.1744	-0.3270	-0.2633	-0.3998
10	-0.1744	-0.3272	-0.2635	0.4001
11	-0.2158	-0.3692	-0.3373	-0.4728
12	-0.2158	-0.3693	-0.3375	-0.4730
13	-0.2412	-0.3852	-0.3939	-0.5191
14	-0.2412	-0.3854	-0.3940	-0.5193
15	-0.2475	-0.3746	-0.4268	-0.5349
16	-0.2475	-0.3747	-0.4269	-0.5351
17	-0.2339	-0.3388	-0.4325	-0.5191
18	-0.2339	-0.3388	-0.4326	-0.5193
19	-0.2020	-0.2820	-0.4097	-0.4728
20	-0.2020	-0.2821	-0.4098	-0.4730
21	-0.1560	-0.2108	-0.3598	-0.3998
22	-0.1560	-0.2109	-0.3599	-0.4000
23	-0.1026	-0.1343	-0.2865	-0.3062
24	-0.1026	-0.1344	-0.2866	-0.3064
25	-0.0507	-0.0640	-0.1959	-0.2006
26	-0.0506	-0.0640	-0.1960	-0.2008
27	-0.0118	-0.0137	-0.0967	-0.0940
28	-0.0118	-0.0138	-0.0968	-0.0942
29	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Deformación máxima

Deformación máxima

Deformación máxima

Deformación máxima

El desplazamiento máximo en los casos 1 y 4 se localizan en el mismo nudo, manteniéndose la misma relación que en los valores máximos en X. El caso 3 supera 1.12 veces al caso 2 y, los valores máximos tienden a correrse siempre hacia el apoyo menos rígido.

3.2.2.3 Resultante de desplazamientos lineales (pulgadas)

Nudo No	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0041	0.0485	0.0050	0.0460
3	0.0240	0.1015	0.0343	0.1044
4	0.0350	0.1353	0.0482	0.1400
5	0.0736	0.2067	0.1049	0.2255
6	0.0890	0.2359	0.1257	0.2596
7	0.1349	0.3030	0.1958	0.3473
8	0.1512	0.3267	0.2194	0.3780
9	0.1954	0.3805	0.2912	0.4567
10	0.2097	0.3965	0.3138	0.4817
11	0.2452	0.4324	0.3778	0.5433
12	0.2555	0.4411	0.3965	0.5605
13	0.2773	0.4543	0.4454	0.5997
14	0.2822	0.4545	0.4578	0.6079
15	0.2876	0.4453	0.4862	0.6210
16	0.2864	0.4371	0.4912	0.6197
17	0.2748	0.4066	0.4959	0.6057
18	0.2678	0.3910	0.4927	0.5949
19	0.2404	0.3428	0.4726	0.5545
20	0.2284	0.3216	0.4614	0.5354
21	0.1890	0.2612	0.4175	0.4716
22	0.1737	0.2369	0.3992	0.4458
23	0.1279	0.1720	0.3344	0.3637
24	0.1117	0.1477	0.3112	0.3340
25	0.0672	0.0883	0.2302	0.2404
26	0.0531	0.0678	0.2055	0.2111
27	0.0200	0.0259	0.1146	0.1141
28	0.0118	0.0138	0.0968	0.0942
29	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Deformación máxima

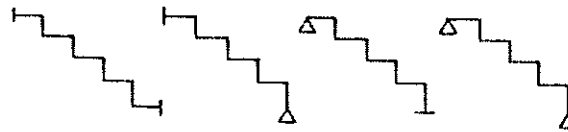
Deformación máxima

Deformación máxima

Los valores máximos de los casos 1 y 4 siempre se localizan en el mismo nudo, manteniéndose la misma relación de tamaños. Que en el piso superior se coloque un apoyo menos rígido respecto al inferior, hace más crítica la condición de desplazamiento, puesto que el caso 3 supera 1.09 veces más al caso 2.

En conclusión, las flechas máximas se localizan en medio de la escalera para los casos 1 y 4 y, para el 2 y 3 ligeramente se corre uno o dos escalones respecto del centro, tendiendo a acercarse al apoyo menos rígido.

3.2.2.4 Desplazamientos rotacionales (radianes)

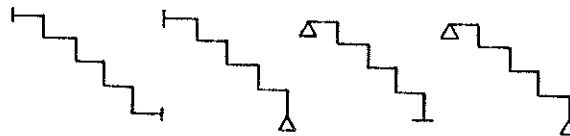


Nudo No	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	
1	0.0000	0.0067	0.0000	0.0062	
2	0.0012	0.0072	0.0016	0.0071	
<i>Máximo +</i>	3	0.0027	0.0076	0.0037	0.0082
<i>Máximo +</i>	4	0.0034	0.0076	0.0047	0.0085
<i>Máximo +</i>	5	0.0042	0.0074	0.0059	0.0088
<i>Máximo +</i>	6	0.0044	0.0071	0.0064	0.0088
<i>Máximo +</i>	7	0.0046	0.0064	0.0069	0.0084
<i>Máximo +</i>	8	0.0045	0.0059	0.0069	0.0081
	9	0.0042	0.0048	0.0067	0.0072
	10	0.0038	0.0041	0.0064	0.0065
	11	0.0031	0.0028	0.0057	0.0053
	12	0.0026	0.0019	0.0052	0.0044
	13	0.0017	0.0005	0.0041	0.0029
<i>Cambio de signo</i>	14	0.0011	-0.0003	0.0033	0.0019
<i>Tangente a la curva de θ°</i>	15	0.0000	-0.0017	0.0019	0.0002
<i>Cambio de signo</i>	16	-0.0006	-0.0025	0.0011	-0.0008
<i>Cambio de signo</i>	17	-0.0017	-0.0038	-0.0004	-0.0024
	18	-0.0022	-0.0044	-0.0013	-0.0034
	19	-0.0031	-0.0054	-0.0028	-0.0049
	20	-0.0036	-0.0059	-0.0037	-0.0058
	21	-0.0042	-0.0064	-0.0050	-0.0071
<i>Máximo -</i>	22	-0.0044	-0.0066	-0.0058	-0.0077
<i>Máximo -</i>	23	-0.0046	-0.0066	-0.0069	-0.0086

	24	-0.0045	-0.0064	-0.0074	-0.0090
	25	-0.0042	-0.0057	-0.0081	-0.0093
<i>Máximo -</i>	26	-0.0037	-0.0051	-0.0084	-0.0094
<i>Máximo -</i>	27	-0.0027	-0.0036	-0.0086	-0.0091
	28	-0.0019	-0.0024	-0.0085	-0.0087
	29	0.0000	0.0000	-0.0080	-0.0076

En cuanto a giros máximos positivos se refiere el caso 4 es 91 % mayor que el caso 1 y, el caso 2 es 10 % mayor que el caso 3. Mientras que los giros máximos negativos para el caso 4 superan en un 104 % al caso 1 y, el caso 3 supera en un 30 % al caso 2, esto último se debe a que cuando el apoyo inferior es más rígido, el giro aumenta mucho más, tendiendo a acercarse siempre al apoyo menos rígido. El cambio de signo se da casi en los nudos del centro de la escalera y, en éstos se presentan las flechas máximas, ver tablas de desplazamientos lineales.

3.2.2.5 Fuerza finales de corte (kips)

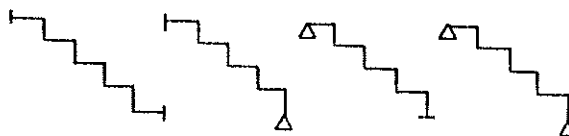


Máximo + y - en huella

Elm. No.	Nudo No.	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	1	0.0777	13.6451	14.8910	26.6636
	2	-0.0777	-13.6451	-14.8910	-26.6636
2	2	-4.4350	-11.8823	-14.1354	-20.5158
	3	4.4350	11.8823	14.1354	20.5158
3	3	0.0776	13.6452	14.8910	26.6637
	4	-0.0776	-13.6452	-14.8910	-26.6637
4	4	-3.7399	-11.1872	-13.4404	-19.8207
	5	3.7399	11.1872	13.4404	19.8207
5	5	0.0776	13.6450	14.8911	26.6638
	6	-0.0776	-13.6450	-14.8911	-26.6638
6	6	-3.0448	-10.4921	-12.7453	-19.1258
	7	3.0448	10.4921	12.7453	19.1258
7	7	0.0776	13.6453	14.8909	26.6640
	8	-0.0776	-13.6453	-14.8909	-26.6640
8	8	-2.3497	-9.7970	-12.0501	-18.4304
	9	2.3497	9.7970	12.0501	18.4304
9	9	0.0777	13.6452	14.8910	26.6632
	10	-0.0777	-13.6452	-14.8910	-26.6632

En el caso 1 por ser una estructura empotrada, la deformación vertical supera en 69 % a la horizontal, esto explica que las fuerzas de corte en la contrahuella sean significativamente más pequeñas que las de la huella, no así, para los casos 2 y 3, ya que éstos presentan una combinación de apoyo empotrado - articulado y viceversa, que hace distribuir las rigideces a lo largo de la escalera provocando que las fuerzas de corte en la contrahuella aumenten en relación al caso 1. En el caso 4 debido a la condición de apoyos, la estructura se deforma mucho más que los casos anteriores, redundando en fuerzas mayores respecto a los otros tres casos.

3.2.2.6 Momentos finales (kips - pie)



	Elm. No.	Nudo No.	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
<i>Máximo +</i>	1	1	-10.2242	0.0000	-9.4111	0.0000
		2	10.2701	8.0574	18.2043	15.7449
<i>Máximo -</i>	2	2	-10.2701	-8.0574	-18.2043	-15.7449
		3	5.9052	-3.6372	4.2922	-4.4468
<i>Punto de inflexión</i>	3	3	-5.9052	3.6372	-4.2922	4.4468
		4	5.9510	4.4203	13.0853	11.2982
<i>Punto de inflexión</i>	4	4	-5.9510	-4.4203	-13.0853	-11.2982
		5	2.2702	-6.5903	-0.1427	-8.2095
<i>Punto de inflexión</i>	5	5	-2.2702	6.5903	0.1427	8.2095
		6	2.3160	1.4672	8.6504	7.5354
<i>Punto de inflexión</i>	6	6	-2.3160	-1.4672	-8.6504	-7.5354
		7	-0.6807	-8.8592	-3.8935	-11.2881
<i>Punto de inflexión</i>	7	7	0.6807	8.8592	3.8935	11.2881
		8	-0.6349	-0.8017	4.8996	4.4570
<i>Punto de inflexión</i>	8	8	0.6349	0.8017	-4.8996	-4.4570
		9	-2.9475	-10.4440	-6.9601	-13.6824
<i>Punto de inflexión</i>	9	9	2.9475	10.4440	6.9601	13.6824
		10	-2.9017	-2.3867	1.8330	2.0623
<i>Punto de inflexión</i>	10	10	2.9017	2.3867	-1.8330	-2.0623
		11	-4.5301	-11.3448	-9.3427	-15.3927
<i>Punto de inflexión</i>	11	11	4.5301	11.3448	9.3427	15.3927
		12	-4.4843	-3.2874	-0.5497	0.3519

<i>Punto de inflexión</i>	12	12	4.4843	3.2874	0.5497	-0.3519
		13	-5.4286	-11.5613	-11.0411	-16.4189
	13	13	5.4286	11.5613	11.0411	16.4189
		14	-5.3826	-3.5038	-2.2479	-0.6740
<i>Máximo - Máximo +</i>	14	14	5.3826	3.5038	2.2479	0.6740
		15	-5.6430	-11.0937	-12.0554	-16.7610
	15	15	5.6430	11.0937	12.0554	16.7610
		16	-5.5971	-3.0362	-3.2623	-1.0161
	16	16	5.5971	3.0362	3.2623	1.0161
		17	-5.1733	-9.9420	-12.3855	-16.4189
	17	17	5.1733	9.9420	12.3855	16.4189
		18	-5.1274	-1.8845	-3.5925	-0.6740
	18	18	5.1274	1.8845	3.5925	0.6740
		19	-4.0194	-8.1061	-12.0315	-15.3927
<i>Punto de inflexión</i>	19	19	4.0194	8.1061	12.0315	15.3927
		20	-3.9735	-0.0488	-3.2385	0.3519
<i>Punto de inflexión</i>	20	20	3.9735	0.0488	3.2385	-0.3519
		21	-2.1814	-5.5863	-10.9936	-13.6824
<i>Punto de inflexión</i>	21	21	2.1814	5.5863	10.9936	13.6824
		22	-2.1356	2.4712	-2.2004	2.0623
<i>Punto de inflexión</i>	22	22	2.1356	-2.4712	2.2004	-2.0623
		23	0.3407	-2.3822	-9.2712	-11.2881
<i>Punto de inflexión</i>	23	23	-0.3407	2.3822	9.2712	11.2881
		24	0.3865	5.6752	-0.4781	4.4570
<i>Punto de inflexión</i>	24	24	-0.3865	-5.6752	0.4781	-4.4570
		25	3.5469	1.506	-6.8650	-8.2095
<i>Punto de inflexión</i>	25	25	-3.5469	-1.506	6.8650	8.2095
		26	3.5928	9.5634	1.9282	7.5354
<i>Punto de inflexión</i>	26	26	-3.5928	-9.5634	-1.9282	-7.5354
		27	7.4373	6.0783	-3.7744	-4.4467
<i>Punto de inflexión</i>	27	27	-7.4373	-6.0783	3.7744	4.4467
		28	7.4831	14.1357	5.0186	11.2982
<i>Máximo + Máximo - Máximo +</i>	28	28	-7.4831	-14.1357	-5.0186	-11.2982
		29	12.0117	11.3346	0.0000	0.0000

El caso 1 tiene semejanza con el comportamiento de una escalera de losa plana, sin embargo, los casos 2, 3 y 4 muestran un comportamiento totalmente diferente, puesto que para los casos 2 y 3 se esperaban únicamente dos puntos de inflexión y, se generaron 8 y 10, respectivamente. Para

el caso 4 no se esperaba ningún punto de inflexión y, sin embargo, se generaron 20, por tanto, para averiguar el porqué de dicho comportamiento, es necesario evaluar el mismo en las escaleras de losa plana y, compararlo con las escaleras ortopoligonales.

Para lo anterior se analizará una escalera de losa plana, mediante simulación utilizando siempre el programa de computadora mencionado en la página No.40. Considerando la escalera ortopoligonal de la figura No. 3.1 se obviarán los nudos superiores, quedando entonces 15 nudos y 14 elementos tal como se muestra en la figura No. 3.2

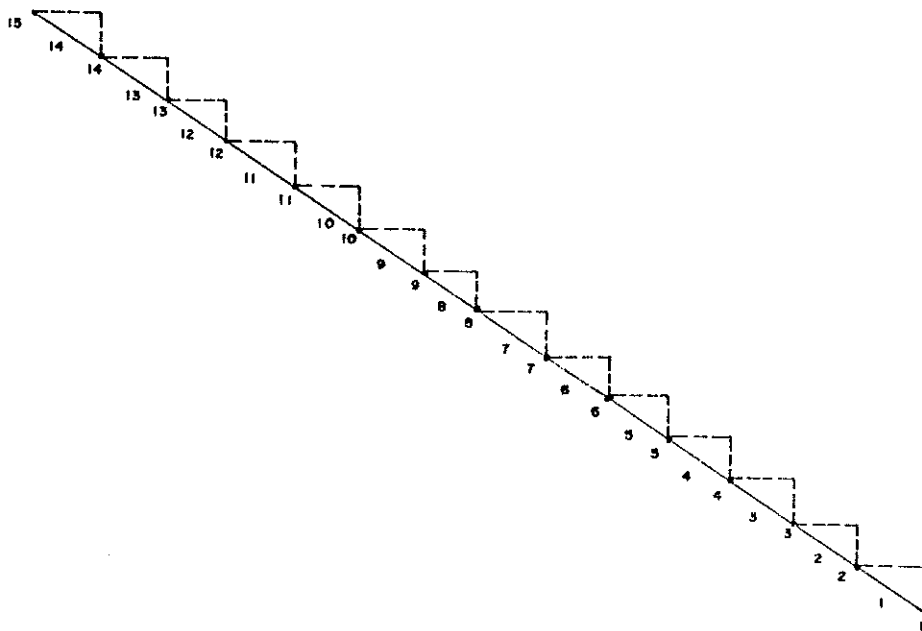


Figura 3.2

3.2.3 TABLAS COMPARATIVAS Escaleras de Losa Plana.

Sea: Escaleras ortopoligonales = EO
 Escaleras de losa plana = ELP

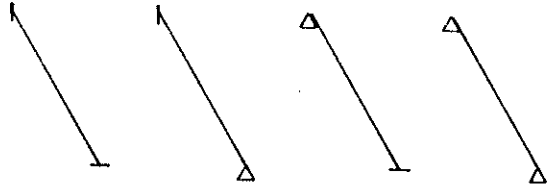
3.2.3.1 Desplazamientos lineales en X (pulgadas)

Nudo No	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	-0.0085	-0.0677	-0.0127	-0.1330
3	-0.0289	-0.1299	-0.0446	-0.2585
4	-0.0546	-0.1819	-0.0870	-0.3698
5	-0.0798	-0.2200	-0.1321	-0.4612
6	-0.1000	-0.2421	-0.1737	-0.5285
7	-0.1128	-0.2474	-0.2070	-0.5690
8	-0.1165	-0.2368	-0.2287	-0.5815
9	-0.1110	-0.2120	-0.2366	-0.5657
10	-0.0969	-0.1758	-0.2294	-0.5226
11	-0.0762	-0.1323	-0.2070	-0.4539
12	-0.0516	-0.0863	-0.1703	-0.3627
13	-0.0271	-0.0440	-0.1214	-0.2530
14	0.0079	-0.0125	-0.0632	-0.1301
15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Valor máximo
 Valores máximos
 Valor máximo

La ubicación de los valores máximos es similar a los de la tabla 3.2.2.1. Evaluando los casos 2 y 4, la ELP supera en 2.57% y 84%, respectivamente, a la EO. En el caso 1 y 3, la EO supera en un 26 y 2.70% a la ELP, respectivamente. En conclusión, para los casos 1 y 3 la deformación lineal en X es mayor en las EO en comparación a las ELP, no así, para los casos 2 y 4.

3.2.3.2 Desplazamientos lineales en Y (pulgadas)

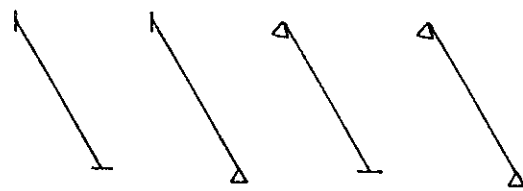


Nudo No	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	-0.0142	-0.1130	-0.0213	-0.2219

	3	-0.0484	-0.2167	-0.0746	-0.4311
	4	-0.0913	-0.3034	-0.1452	-0.6167
	5	-0.1333	-0.3671	-0.2206	-0.7691
	6	-0.1671	-0.4038	-0.2898	-0.8813
<i>Valor máximo</i>	7	-0.1884	-0.4128	-0.3454	-0.9488
<i>Valores máximos</i>	8	-0.1946	-0.3951	-0.3817	-0.9697
<i>Valor máximo</i>	9	-0.1854	-0.3537	-0.3948	-0.9434
	10	-0.1620	-0.2935	-0.3828	-0.8714
	11	-0.1273	-0.2208	-0.3454	-0.7568
	12	-0.0862	-0.1441	-0.2842	-0.6048
	13	-0.0454	-0.0735	-0.2025	-0.4219
	14	-0.0133	-0.0209	-0.1055	-0.2169
	15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

La ubicación de los valores máximos es similar a la tabla 3.2.2.2. Evaluando los casos 2 y 4, la ELP supera en 7 y 81%, respectivamente, a la EO. En el caso 1 y 3, la EO supera en 27 y 9% a la ELP, respectivamente, a la ELP. En conclusión, para los casos 1 y 3, la deformación lineal en Y es mayor en las EO en comparación a las ELP, no así, para los casos 2 y 4.

3.2.3.3 Desplazamientos rotacionales (radianes)

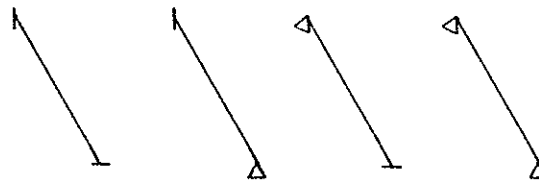


	Nudo No	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
<i>Máximo +</i>	1	0.0000	0.0097	0.0000	0.0190
	2	0.0022	0.0093	0.0034	0.0180
	3	0.0034	0.0082	0.0054	0.0169
<i>Máximo +</i>	4	0.0037	0.0064	0.0063	0.0144
	5	0.0033	0.0043	0.0063	0.0113
<i>Cambio de signo</i>	6	0.0024	0.0019	0.0054	0.0077
<i>Cambio de signo</i>	7	0.0012	-0.0004	0.0040	0.0038
	8	-0.0001	-0.0026	0.0021	-0.0002
<i>Cambio de signo</i>	9	-0.0014	-0.0044	0.0001	-0.0042
	10	-0.0025	-0.0057	-0.0021	-0.0080
<i>Máximo -</i>	11	-0.0033	-0.0065	-0.0042	-0.0114

<i>Máximo -</i>	12	-0.0036	-0.0064	-0.0061	-0.0143
	13	-0.0032	-0.0054	-0.0077	-0.0166
	14	-0.0021	-0.0033	-0.0087	-0.0180
<i>Máximo -</i>	15	0.0000	0.0000	-0.0090	-0.0185

Nótese que en el caso 4, los valores máximos se dan en los apoyos, tal y como se esperaba, por tratarse de una ELP apoyada en articulaciones. Así mismo, en los caso 2 y 3, en el apoyo articulado aparece el giro máximo. Sabiendo que los extremos de un peldaño de la EO forma un elemento de la ELP, se tiene que, la posición de los valores máximos y cambio de signo en el caso 1 es la misma para los dos tipos de escaleras. Para los casos 2 y 3 la ubicación de los valores máximos cercanos al empotramiento y el cambio de signo se dan también en el mismo lugar para los dos tipos de escaleras, mientras que en el caso 4 solo la posición del cambio de signo es la misma. Comparándolas entre sí, se tiene que, para el caso 1 los valores máximos positivo y negativo en las ELP superaron en 24 y 28%, respectivamente, a las EO. Para el caso 3 el valor máximo positivo superó 9% al de las EO, pero el valor máximo negativo en las EO superó en 5% al de las ELP. Para el caso 2 el valor máximo positivo en las ELP superó en 28% al de las EO y, el valor máximo negativo en las EO superaron en 2 % al de las ELP. En el caso 4 los valores máximo positivo y negativo de las ELP superó en 116 y 97 % a las EO. En conclusión, cuando los desplazamientos rotacionales máximos de las ELP superan a las EO sucede con un amplio margen de diferencia, sin embargo, cuando es la EO la que supera, los valores son ligeramente mayores, por tanto, la ELP se deforma mucho más que la EO.

3.2.3.4 Fuerzas de corte (kips)

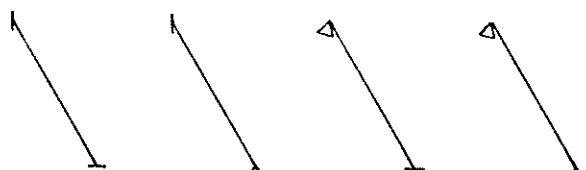


	Elm. No.	Nudo No.	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
<i>Máximo -</i>	1	1	-4.3516	-3.1836	-5.4413	-4.2994
		2	4.3516	3.1836	5.4413	4.2994
<i>Máximo +</i>	2	2	-3.7556	-2.5877	-4.8453	-3.7035
		3	3.7556	2.5877	4.8453	3.7035
	3	3	-3.1596	-1.9917	-4.2494	-3.1076
		4	3.1596	1.9917	4.2494	3.1076
	4	4	-2.5637	-1.3957	-3.6534	-2.5114
		5	2.5637	1.3957	3.6534	2.5114
	5	5	-1.3718	-0.2038	-2.4615	-1.3195
		6	1.3718	0.2038	2.4615	1.3195
	6	6	-0.7758	0.3921	-1.8654	-0.7238

	7	0.7758	-0.3921	1.8654	0.7238
7	7	-0.1798	0.9879	-1.2694	-0.1278
	8	0.1798	-0.9879	1.2694	0.1278
8	8	0.4161	1.5841	-0.6736	0.4684
	9	-0.4161	-1.5841	0.6736	-0.4684
9	9	1.0121	2.1800	-0.0776	1.0643
	10	-1.0121	-2.1800	0.0776	-1.0643
10	10	1.6081	2.7760	0.5184	1.6601
	11	-1.6081	-2.7760	-0.5184	-1.6601
11	11	2.2040	3.3720	1.1141	2.2563
	12	-2.2040	-3.3720	-1.1141	-2.2563
12	12	2.8000	3.9679	1.7103	2.8523
	13	-2.8000	-3.9679	-1.7103	-2.8523
13	13	3.3959	4.5639	2.3062	3.4480
	14	-3.3959	-4.5639	-2.3062	-3.4480
Máximo -	14	3.9919	5.1598	2.9022	4.0441
Máximo +		15	-3.9919	-5.1598	-2.9022

Comparando los resultados anteriores con los de la tabla 3.2.2.5, se tiene que, para el caso 1 en las EO las fuerzas máximas positiva y negativa que actúan en la huella son 6% más grande que la que actúa en las ELP y, las que actúan en la contrahuella son 5472% más pequeña en comparación a las de las ELP. Para el caso 2 se tiene que las fuerzas positivas y negativas que actúan en las EO tanto en la huella como en la contrahuella superan en un 130 y 164%, respectivamente, a las ELP. En el caso 3 al igual que el 2 éstas mismas superan en 160 y 189%, respectivamente, a las ELP. Para el caso 4 al igual que los dos últimos, las fuerzas máximas de corte que actúan en la huella y contrahuella superan en un 377 y 520% a las que actúan en las ELP. En general, se tiene que, para los casos 2, 3 y 4 las fuerzas de corte que actúan en las EO superan en un gran porcentaje a las que actúan en las ELP. Para el caso 1, la fuerza máxima que actúa en la huella supera en 6% a la que actúan en las ELP, pero la fuerza máxima actuante en la contrahuella es extremadamente pequeña en comparación a la fuerza máxima actuante en las ELP.

3.2.3.5 Momentos (kips - pie)



Elm. No.	Nudo No.	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Máximo -	1	-12.5113	0.0000	-18.3481	0.0000
	Máximo +	2	7.5167	-3.6540	12.1028

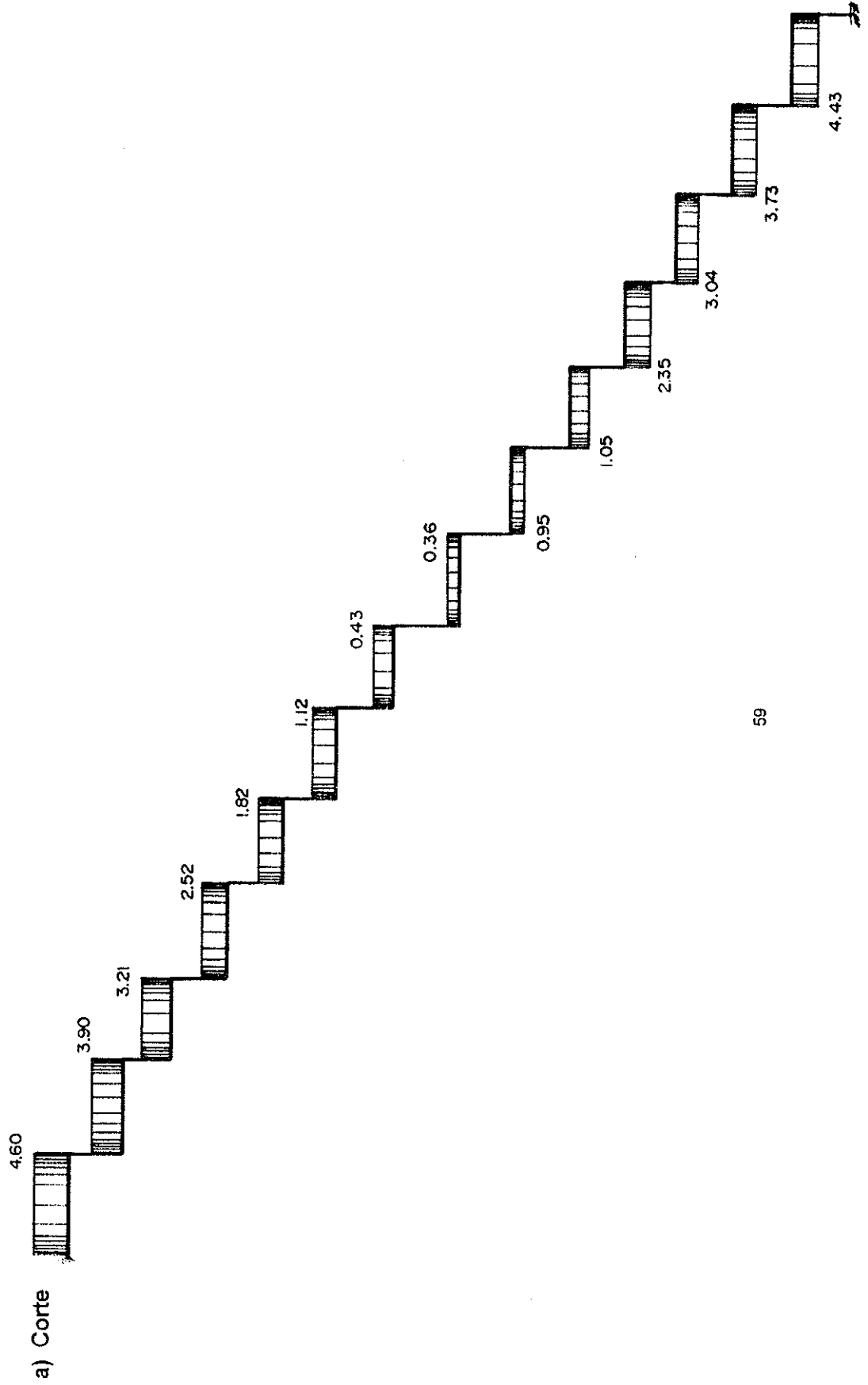
	2	2	-7.5167	3.6540	-12.1028	4.9346
		3	3.2062	-6.6240	6.5416	-9.1853
<i>Punto de inflexión</i>	3	3	-3.2062	6.6240	-6.5416	9.1854
		4	-0.4203	-8.9101	1.6643	-12.7520
<i>Punto de inflexión</i>	4	4	0.4203	8.9101	-1.6643	12.7520
		5	-3.3628	-10.5120	-2.5289	-15.6346
	5	5	3.3628	10.5121	2.5290	15.6346
		6	-4.9372	-10.7460	-5.3541	-17.1495
	6	6	4.9372	10.7459	5.3542	17.1495
		7	-5.8276	-10.2959	-7.4953	-17.9800
<i>Máximo -</i>	7	7	5.8276	10.2959	7.4953	17.9799
		8	-6.0340	-9.1618	-8.9524	-18.1265
<i>Máximo +</i>	8	8	6.0340	9.1619	8.9524	18.1264
		9	-5.5564	-7.3437	-9.7256	-17.5890
	9	9	5.5564	7.3438	9.7256	17.5889
		10	-4.3948	-4.8416	-9.8146	-16.3676
<i>Punto de inflexión</i>	10	10	4.3947	4.8415	9.8147	16.3676
		11	-2.5491	-1.6555	-9.2198	-14.4622
<i>Punto de inflexión</i>	11	11	2.5491	1.6555	9.2198	14.4620
		12	-0.0194	2.2147	-7.9409	-11.8726
<i>Punto de inflexión</i>	12	12	0.0195	-2.2147	7.9409	11.8727
		13	3.1943	6.7689	-5.9779	-8.5991
	13	13	-3.1942	-6.7689	5.9780	8.5992
		14	7.0920	12.0071	-3.3310	-4.6415
<i>Máximo -</i>	14	14	-7.0920	-12.0071	3.3310	4.6416
		15	11.6737	17.9293	0.0000	0.0000

En cuanto a la posición de los momentos máximos, éstos se dan siempre en los empotramientos y, para el caso 4 en el centro de la luz. El número de puntos de inflexión para los casos 1, 2, 3 y 4 son de 2, 1, 1 y 0, respectivamente, tal y como se esperaba. Para el caso 1, el momento máximo positivo que actúa en las EO supera en un 2.89% al que actúa en las ELP, pero el momento máximo negativo en las ELP supera en un 21.82% al de las EO, es decir, que la EO es menos crítica y requiere menos acero de refuerzo en la cama superior, en el lugar donde actúa dicho momento, en comparación a las ELP. Para el caso 2, el momento máximo positivo en la ELP supera en un 26.84% al de la EO y, en cuanto a momento máximo negativo se refiere, las EO superan en un 17.73% a las ELP. Para el caso 3, se tiene que, el momento máximo positivo es casi igual en los dos tipos de escalera, ligeramente el que actúa en las ELP supera en 0.78% al de las EO, en cuanto al momento máximo negativo se refiere, el que actúa en las EO es 50% mayor al de la ELP, requiriéndose en las EO el doble de refuerzo en la cama superior en el lugar donde actúa dicho momento. Y, para el caso 4 tanto el momento máximo positivo y negativo que actúan en las ELP superan en 8.15% al que actúa en las EO.

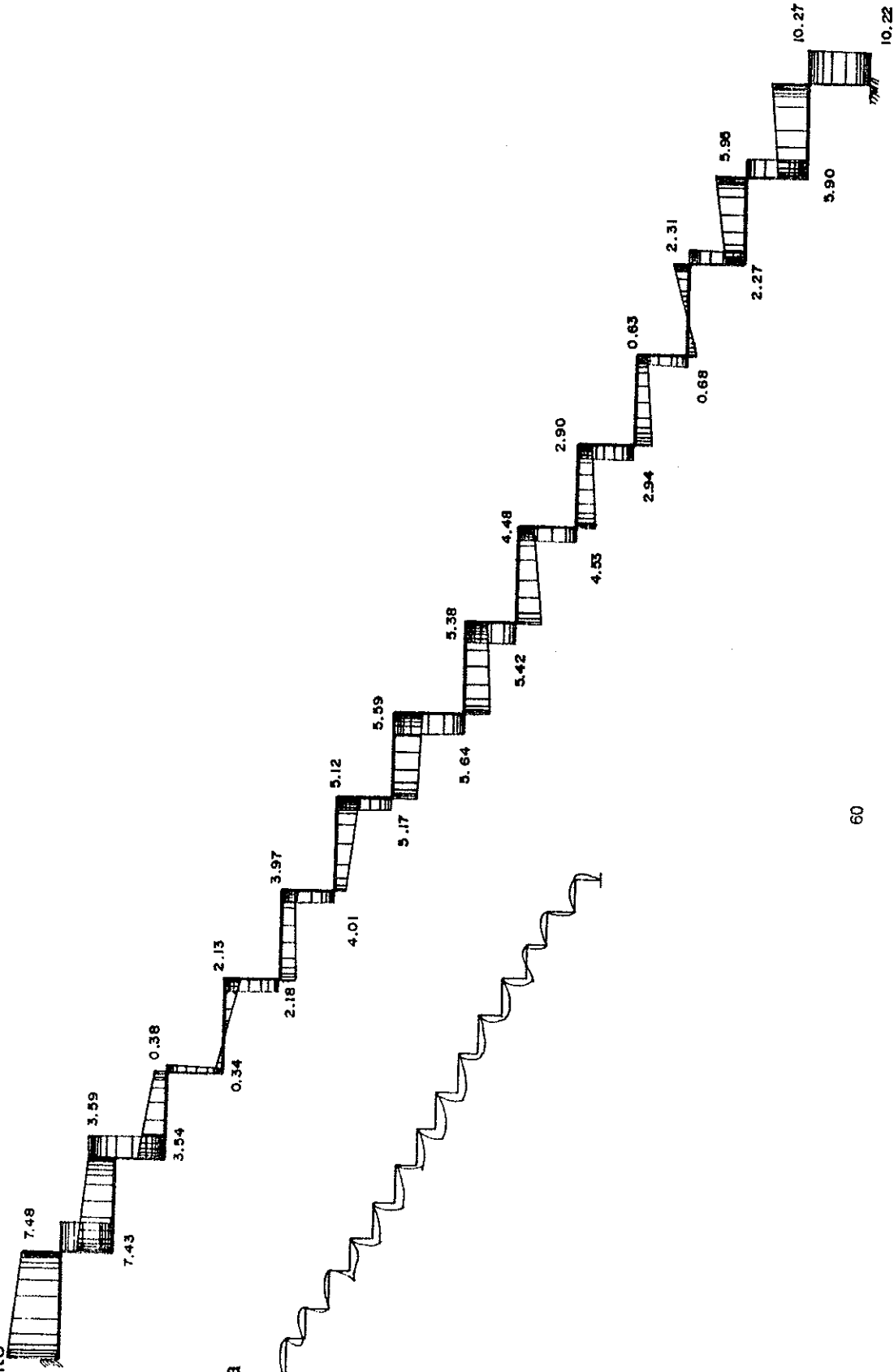
En conclusión existen muchas diferencias entre el comportamiento de las EO y las ELP, en cuanto a desplazamientos, fuerzas axiales y momentos actuantes se refiere, sin embargo, solo el caso 1 muestra semejanza en los dos tipos de escalera, por ejemplo, se generaron únicamente dos puntos de inflexión en cada una de éstas.

3.2.4 DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

3.2.4.1 Caso 1



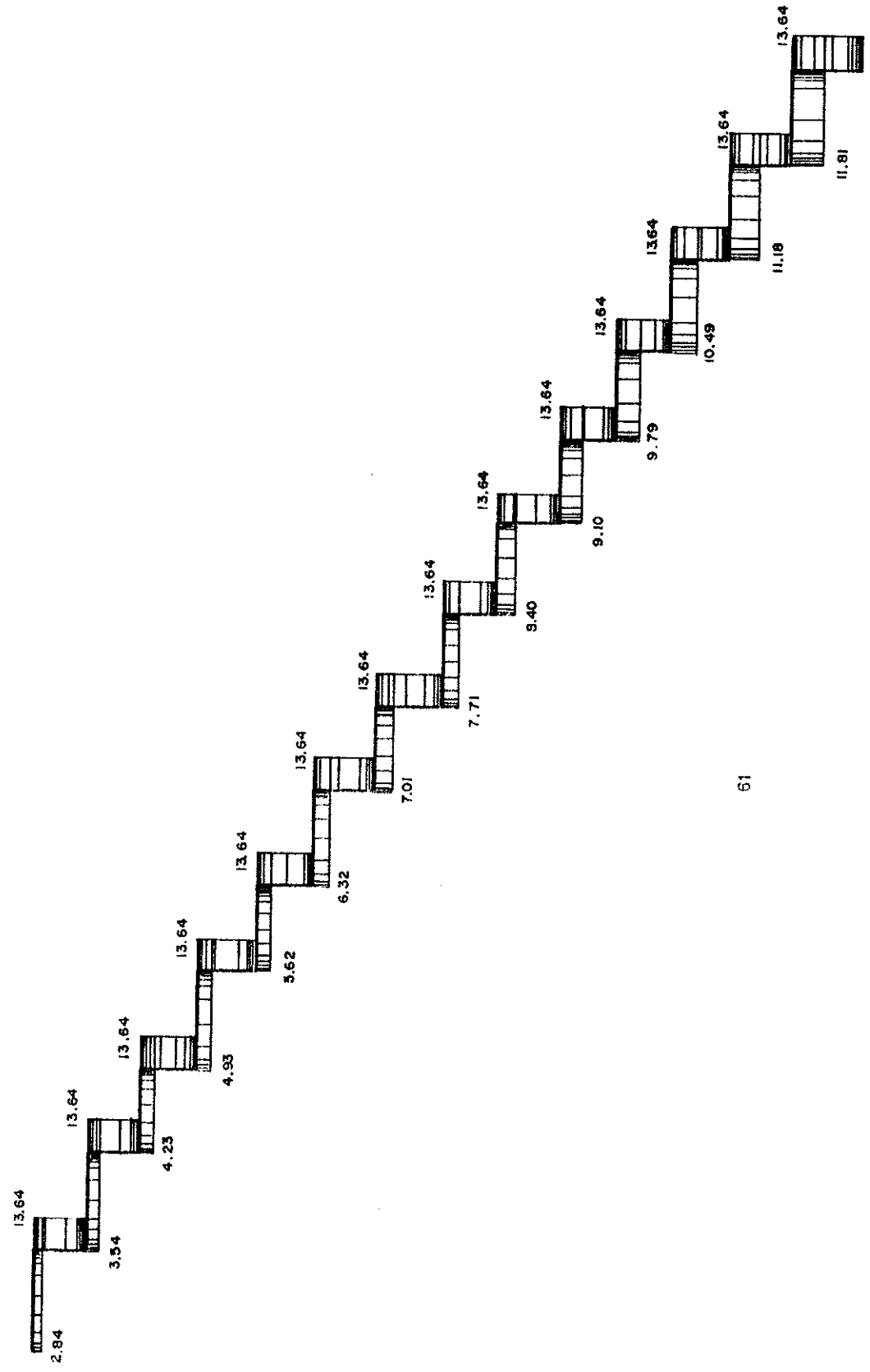
b) Momento 12.01



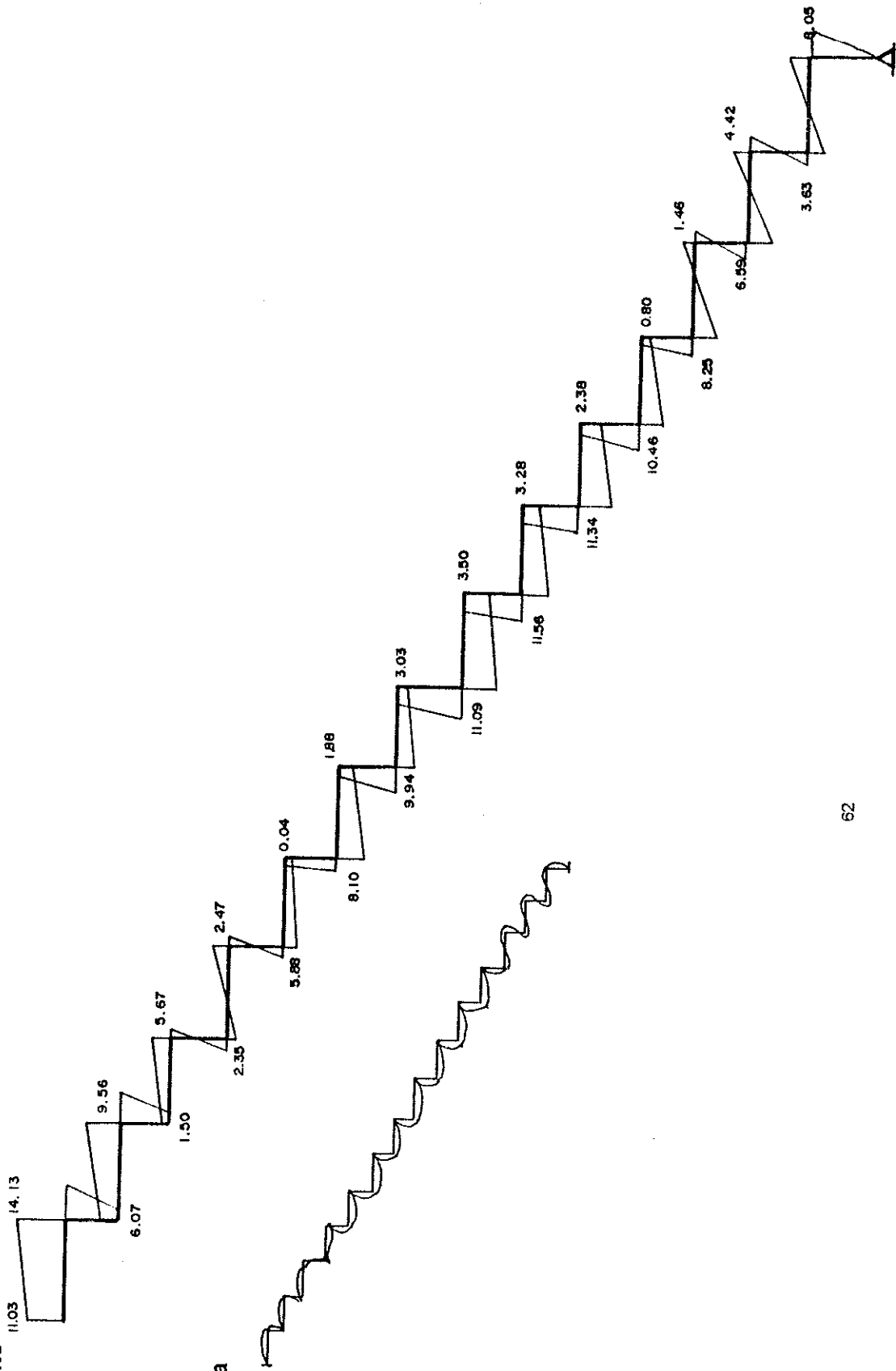
c) Elástica

3.2.4.2 Caso 2

a) Corte

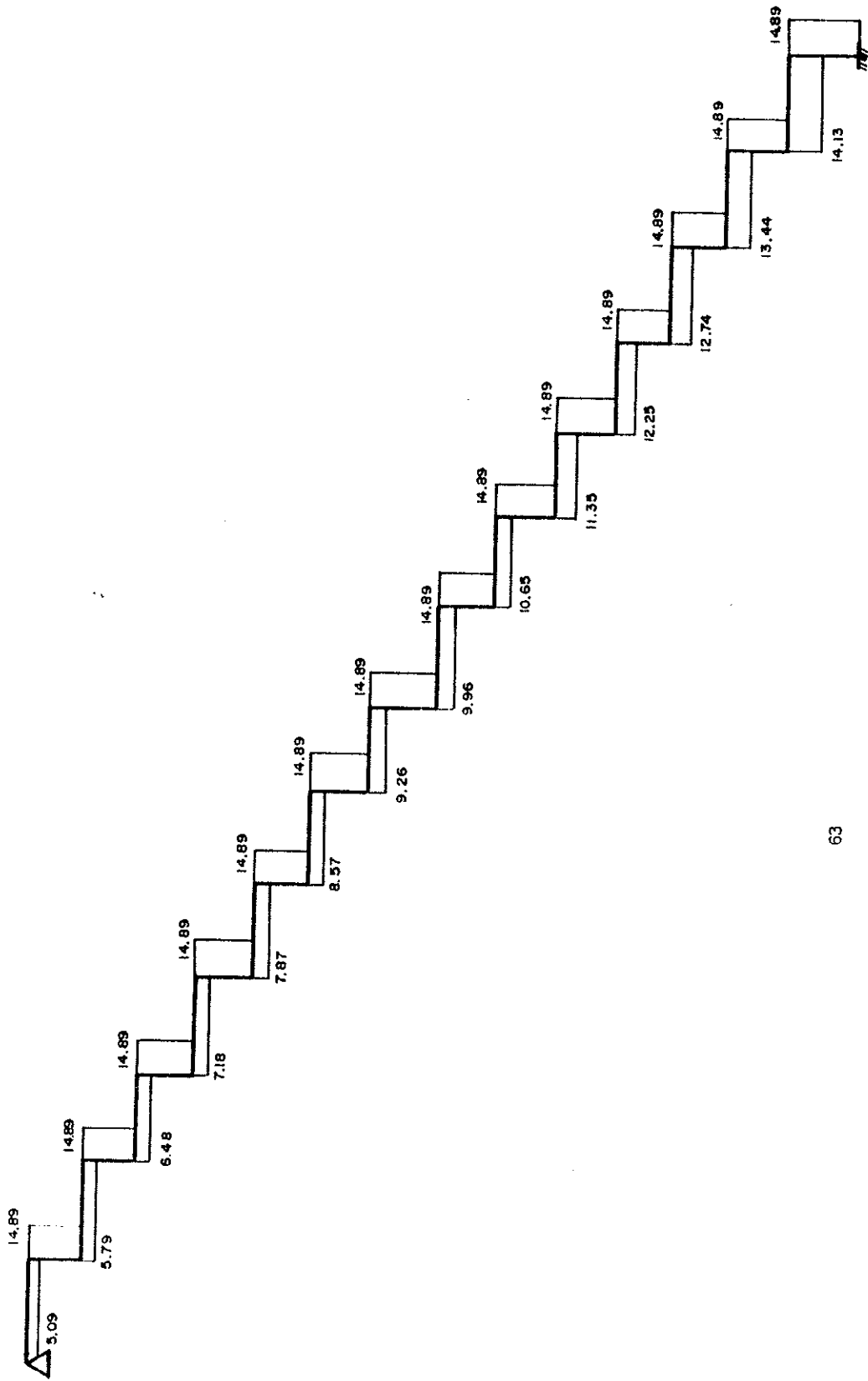


b) Momento

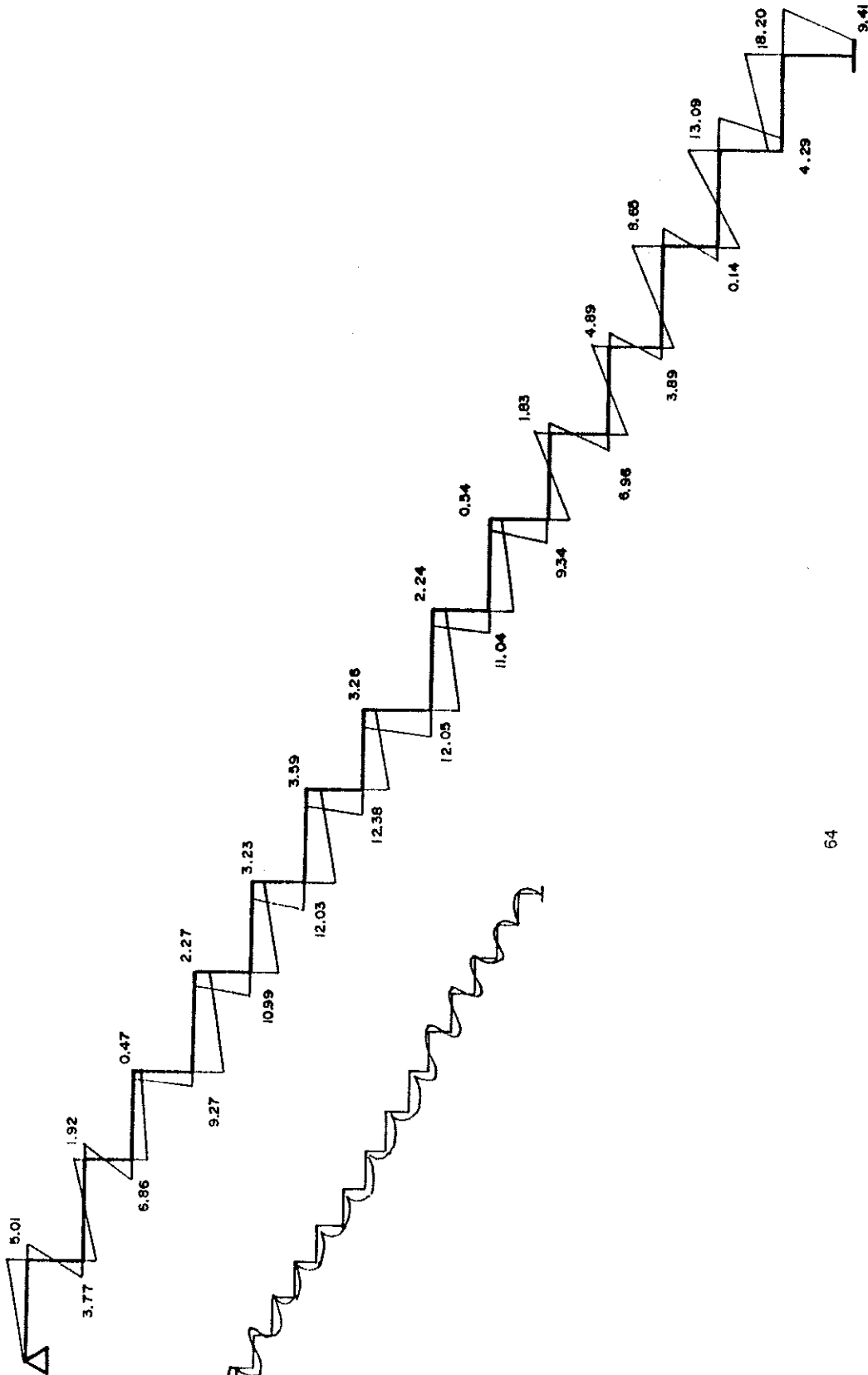


3.2.4.3 Caso 3

a) Corte



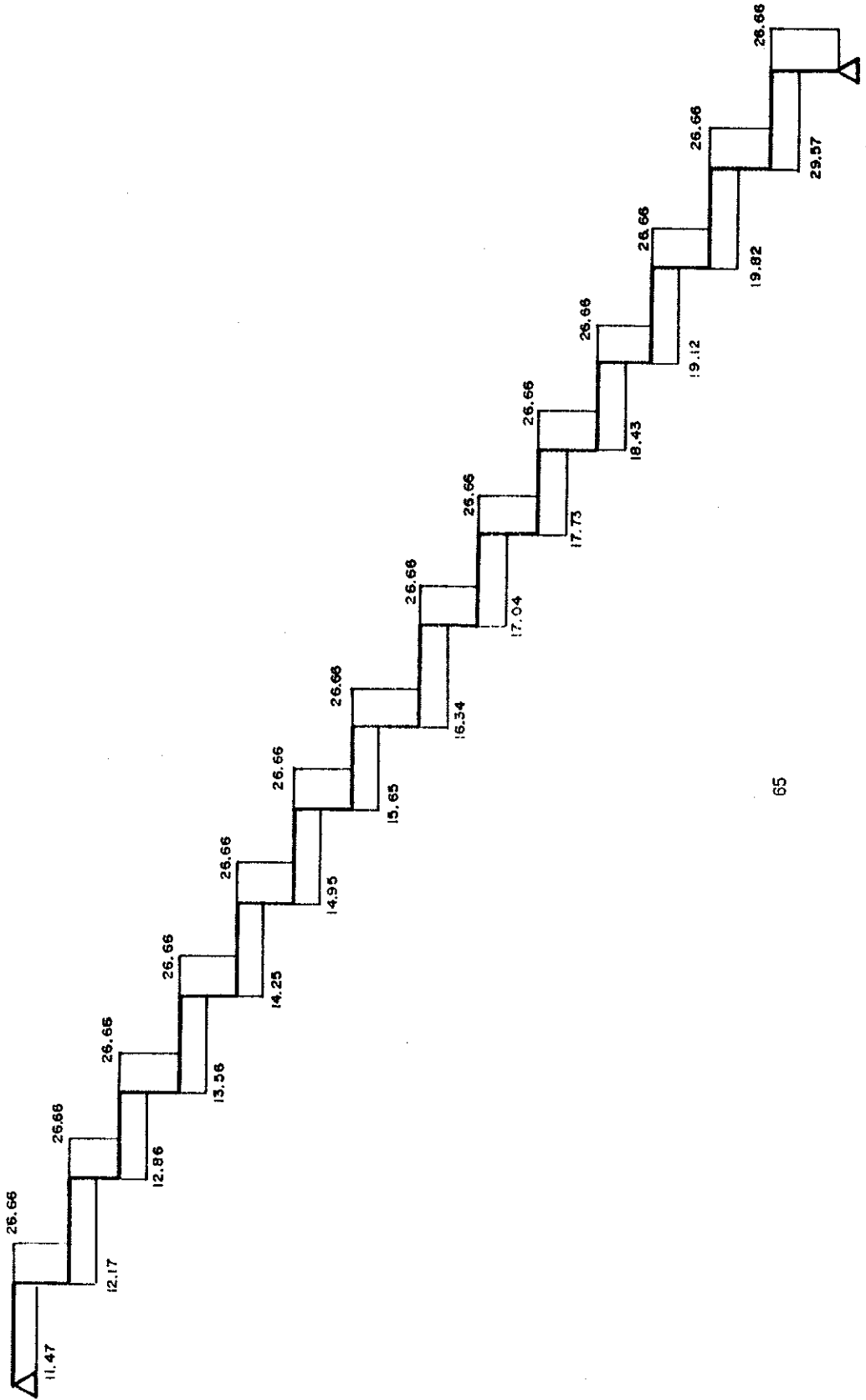
b) Momento



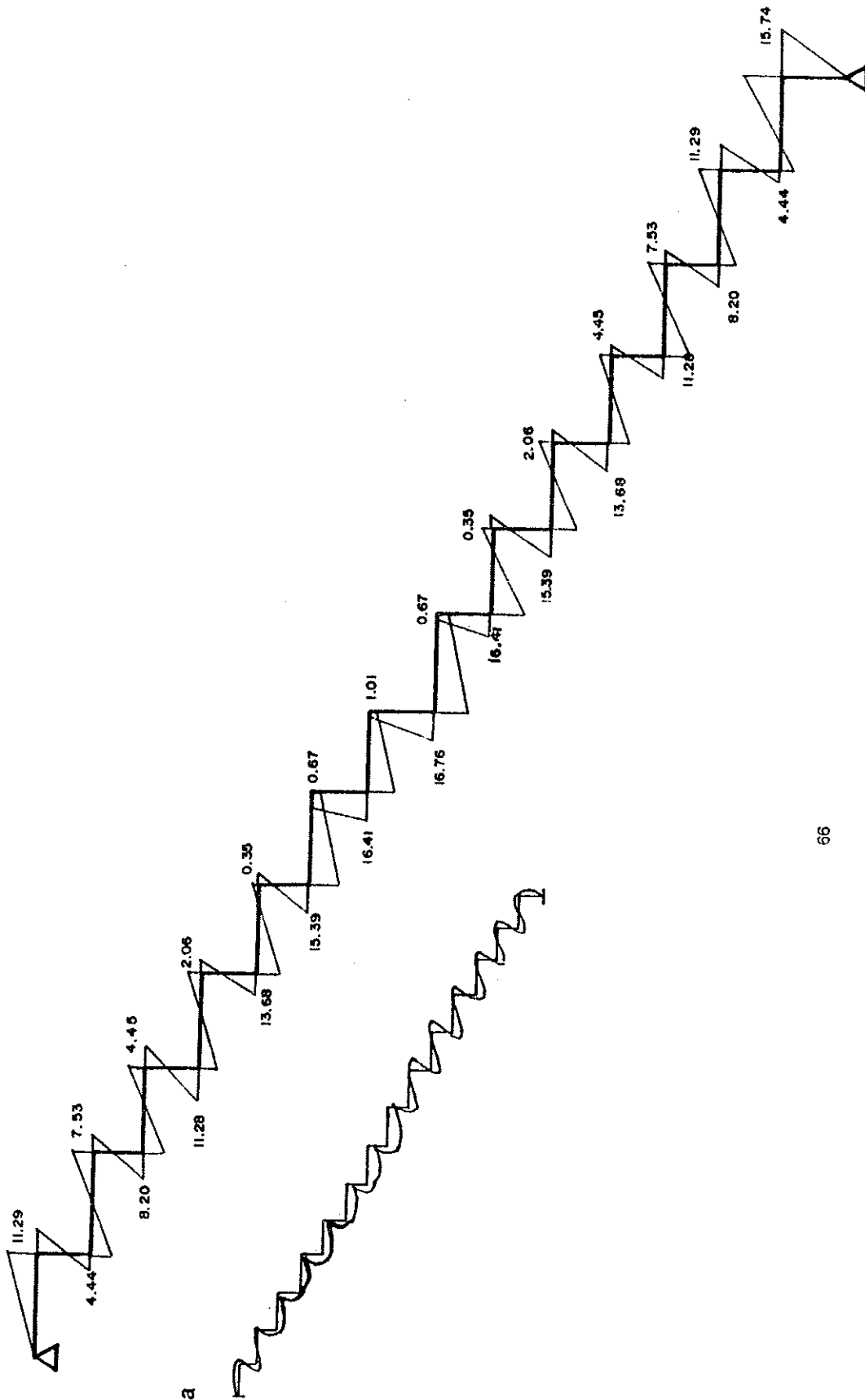
c) Elástica

3.2.4.4 Caso 4

a) Corte



b) Momento

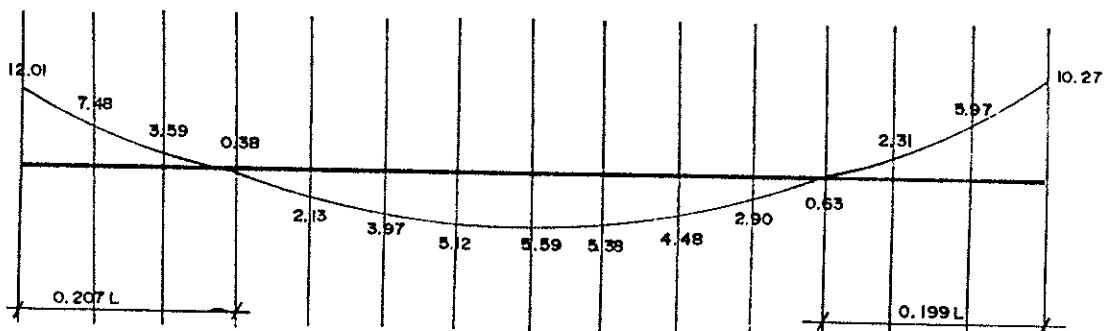


3.2.5 DIAGRAMAS DE MOMENTOS PARA LOS NUDOS DE LAS ESCALERAS ORTOPOLIGONALES PROYECTADOS A UN EJE HORIZONTAL

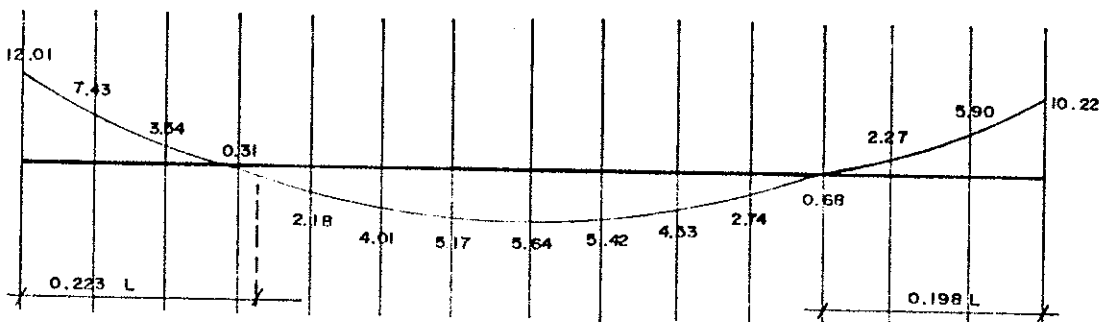
Para cada caso se harán dos diagramas, uno corresponderá a los momentos actuantes en los nudos superiores, es decir, en la parte de arriba de la contrahuella y, el otro para los momentos actuantes en la parte inferior de la contrahuella, o nudos inferiores. Lo anterior persigue determinar el porqué del exceso de puntos de inflexión y la desigualdad del comportamiento entre las escaleras de losa plana y ortopoligonal, cuando ésta última no está sujeta por doble empotramiento.

Caso 1

a) Diagrama de momentos para los nudos superiores:



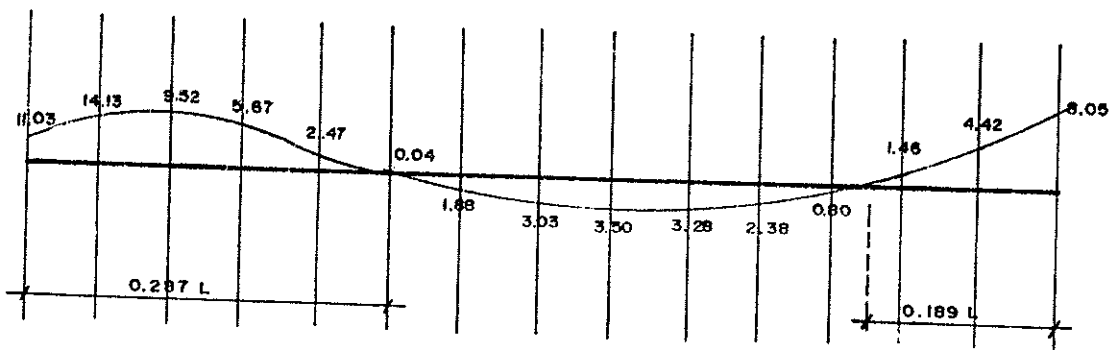
b) Diagrama de momentos para los nudos inferiores:



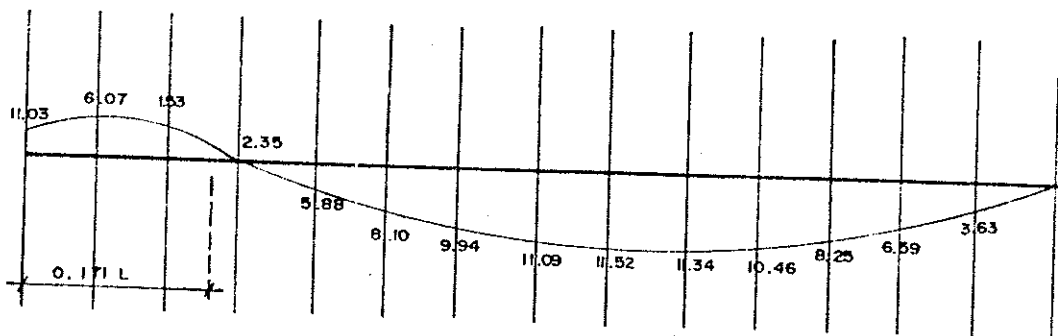
Nótese que para los dos incisos el comportamiento es similar al de una escalera de losa plana, en la cual únicamente se localizan 2 puntos de inflexión. Para fines de diseño se recomienda utilizar para el cálculo del acero negativo el valor máximo del inciso *a* y, para el cálculo del momento positivo el valor máximo del inciso *b*.

Caso 2

a) Diagrama de momentos para los nudos superiores:



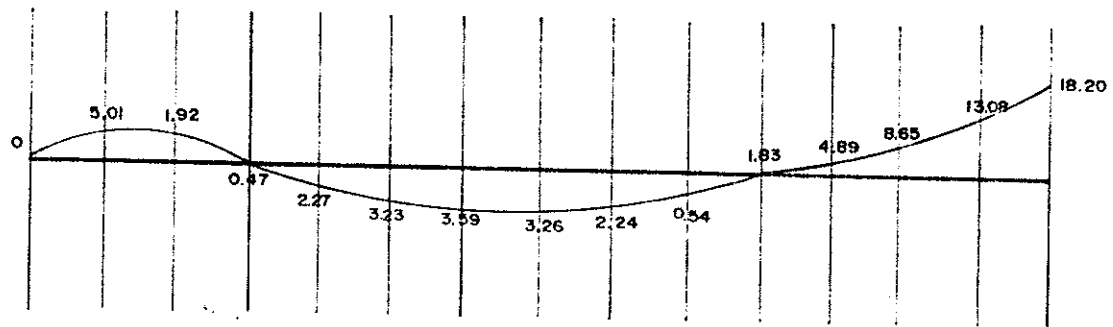
b) Diagrama de momentos para los nudos inferiores:



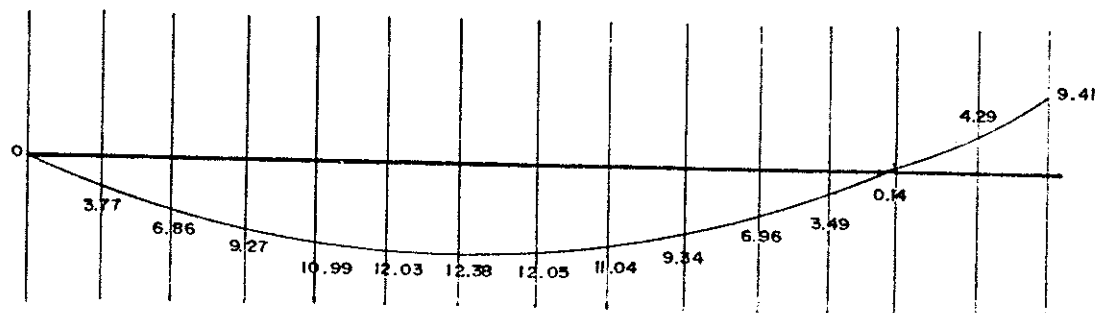
En el inciso **a** se tiene que, el efecto que provoca la contrahuella no permite que la escalera ortopoligonal se comporte como una escalera de losa plana, ya que registra dos puntos de inflexión. Obsérvese que en el inciso **b** por tomarse los momentos actuantes en los nudos inferiores el comportamiento es similar al de una escalera de losa plana.

Caso 3

a) Diagrama de momentos para los nudos superiores:

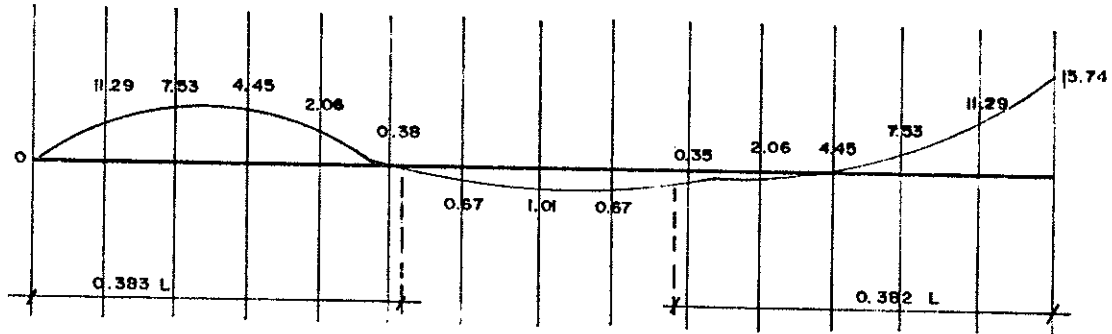


b) Diagrama de momentos para los nudos inferiores:

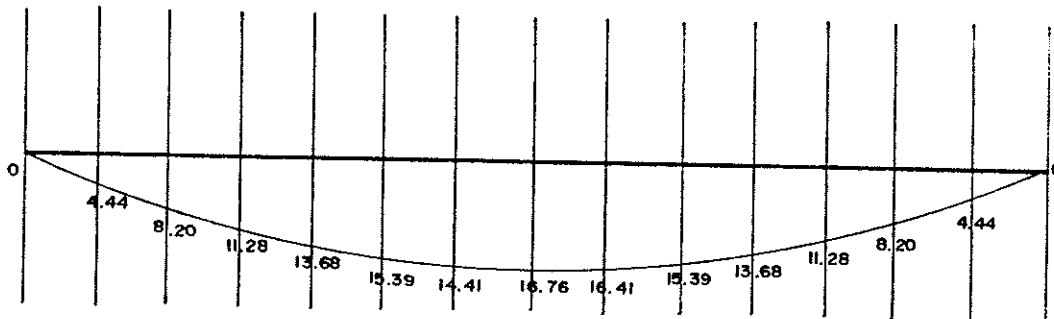


Caso 4

a) Diagrama de momentos para los nudos superiores:



b) Diagrama de momentos para los nudos inferiores:



Para los caso 3 y 4 las condiciones no varían en relación al caso 2, puesto que, sólo el inciso *a* difiere del comportamiento de las escalera de losa plana, no así, para el el inciso *b*.

3.2.6 Comentario final del análisis:

Solo para el caso 1 la escalera ortopoligonal es similar al de una escalera de losa plana, no así para los otros tres casos, donde aparecen "n" puntos de inflexión, lo cual, genera un efecto de articulación en una zona definida de la escalera ortopoligonal. Los incisos **b** de los diagramas anteriores, muestran que el comportamiento de la escalera ortopoligonal es similar al de una escalera de losa plana, no así, para los incisos **a**, entonces se puede concluir que, la razón por la cual el comportamiento entre estos tipos de escalera sea diferente se debe al efecto del eje ortopoligonal sometido a determinada condición de apoyo.

El momento que produce el acero máximo de la sección es de 18.98 kip-pie y, éste es el mismo para los dos tipos de escaleras en análisis, ahora bien, a continuación se muestra una tabla comparativa para determinar cual de los dos tipos de escaleras es más recomendable para utilizar como una opción constructiva:

	Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
Momentos máximos	Ortopoli-gonal	Losa plana	Ortopoli-gonal	Losa plana	Ortopoli-gonal	Losa plana	Ortopoli-gonal	Losa plana
Negativo	-10.27	-12.50	-14.13	-12.01	-18.20	-18.35	-16.76	-18.13
Positivo	12.01	11.67	14.13	17.93	18.20	12.10	16.76	18.13

Comparando los momento máximos positivos, se tiene que, los actuales en las losa plana superan a los de la escalera ortopoligonal, en los casos 2 y 4, mientras que para los momentos máximos negativos en los casos 1, 3 y 4, sin embargo, no es tan significativa la diferencia. Nótese que ninguno de los casos para los dos tipos de escaleras sobrepasa el momento que produce el acero máximo, sin embargo, vale la pena realizar más análisis con otras magnitudes mayores, para ver la variación de momentos. En términos generales, para ésta magnitud de carga no es desde el punto de vista estructural, imprescindible inclinarse por una u otra escalera.

CAPITULO IV

DISEÑO DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES EN CONCRETO ARMADO

- 4.1 Recomendaciones generales para elementos sujetos a corte y flexión según el Código ACI 318-89.

4.1.1 Refuerzo a Flexión:

$$A_{s \text{ min}} = \frac{14.1}{F_Y} * b * d * 0.40$$

$$A_{s \text{ máx}} = 0.50 * (0.85^2 * \frac{F_c}{F_Y} * \frac{6300}{6300 + F_Y}) * b * d$$

$$A_{s \text{ temp}} = 0.002 * b * d$$

$$M_u = \phi [A_s * F_Y (d - \frac{A_s * F_Y}{F_c * b * c})]$$

donde:

- b = Base del elemento (ancho de la escalera)
- d = Peralte efectivo
- t = Grosor de la sección

4.1.2 Diseño a corte:

El corte resistido por el concreto (V_c) es:

$$V_c = 0.85 * 0.53 * (F'_c)^{0.5} * b * d$$

4.2 Ejemplo resuelto

Se tomarán los resultados obtenidos en el ejemplo 2.2 del capítulo II, página No. 39:

El $M_{\text{máx}}$ en el análisis es de = 17,633.80 Kg - cm

El $V_{\text{máx}}$ en el análisis es de = 631.88 Kg

$$d = 10 - 2 - \text{diam}_{(\text{cms})} / 2 = 7.52 \text{ cm}$$

donde: 2 = recubrimiento
10 = grosor de sección
diam/2 = la mitad de la varilla de refuerzo

$$F_Y = 2810 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F'_c = 210 \text{ Kg/cm}^2$$

4.2.1 Acero producido por $M_{m\grave{a}x}$ de análisis:

$$A_s = 0.94 \text{ cm}^2$$

4.2.2 Acero mínimo:

$$A_{s \text{ min}} = 1.81 \text{ cm}^2$$

4.2.3 Acero Máximo de fórmula:

$$A_{s \text{ máx}} = 16.84 \text{ cm}^2$$

4.2.4 Chequeo:

$$1.81 < 0.94 < 16.84$$

La desigualdad de la izquierda no cumple, por lo tanto colocar acero mínimo en la sección.

4.2.5 Corte que resiste el concreto:

$$V_c = 5891.20 \text{ Kg}$$

4.2.6 Chequeo:

$$5891.20 > 631.88$$

La desigualdad cumple, por lo tanto no es necesario reforzar a corte.

4.2.7 Armado de la sección:

Armado 1:

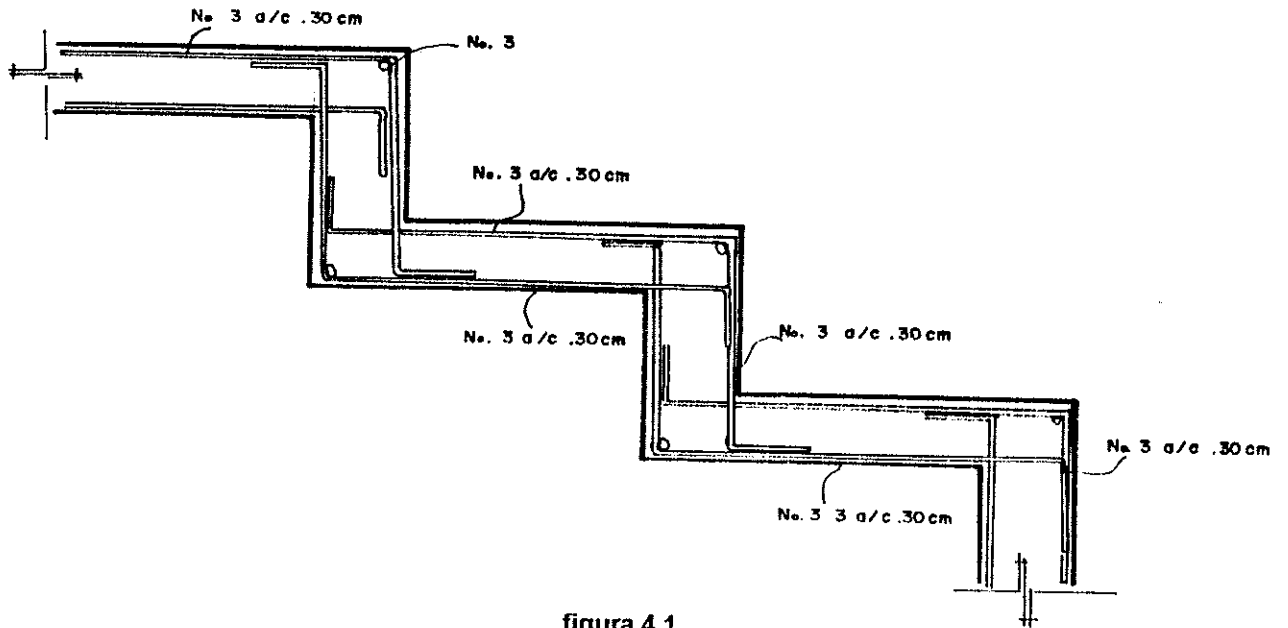


figura 4.1

Armado 2:

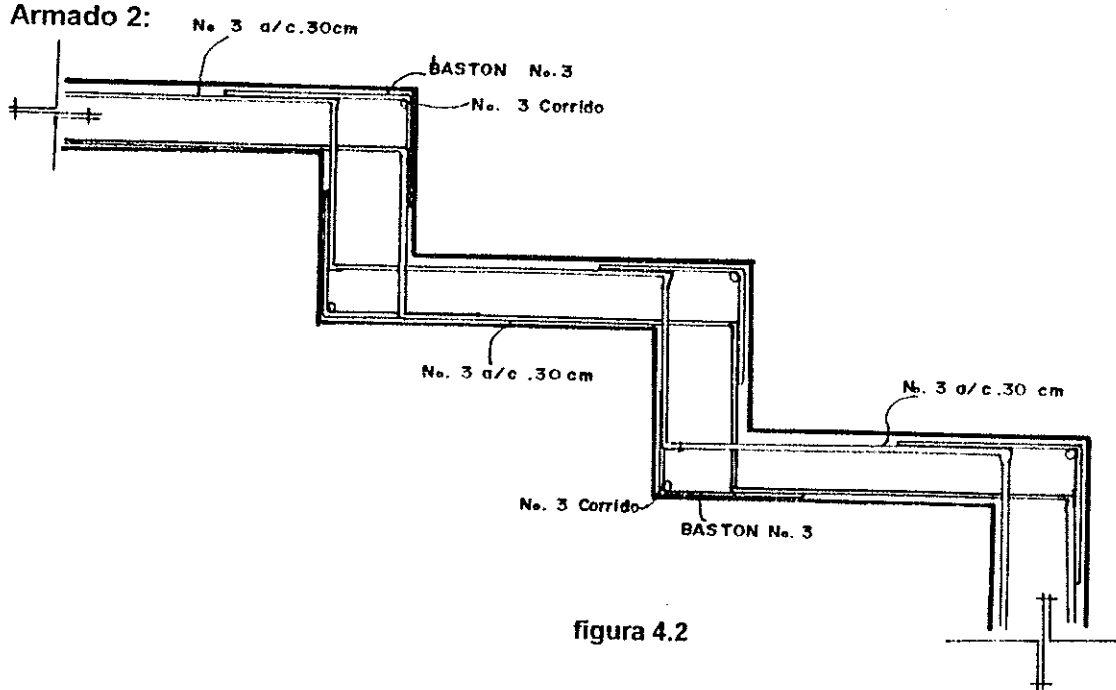


figura 4.2

Armado 3:

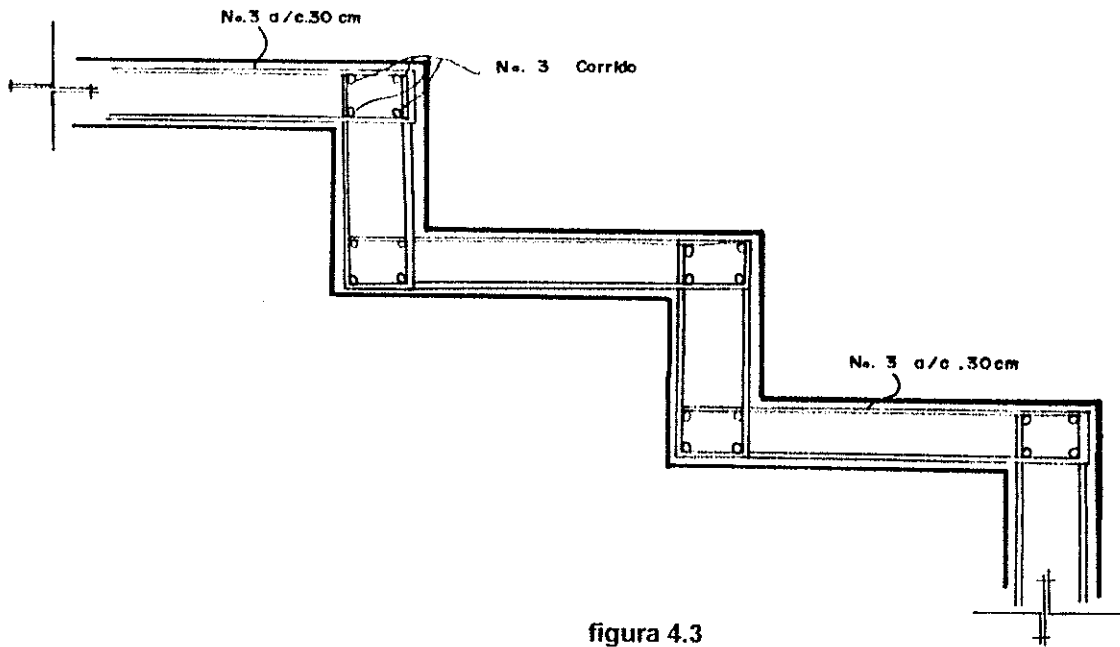


figura 4.3

Armado 4:

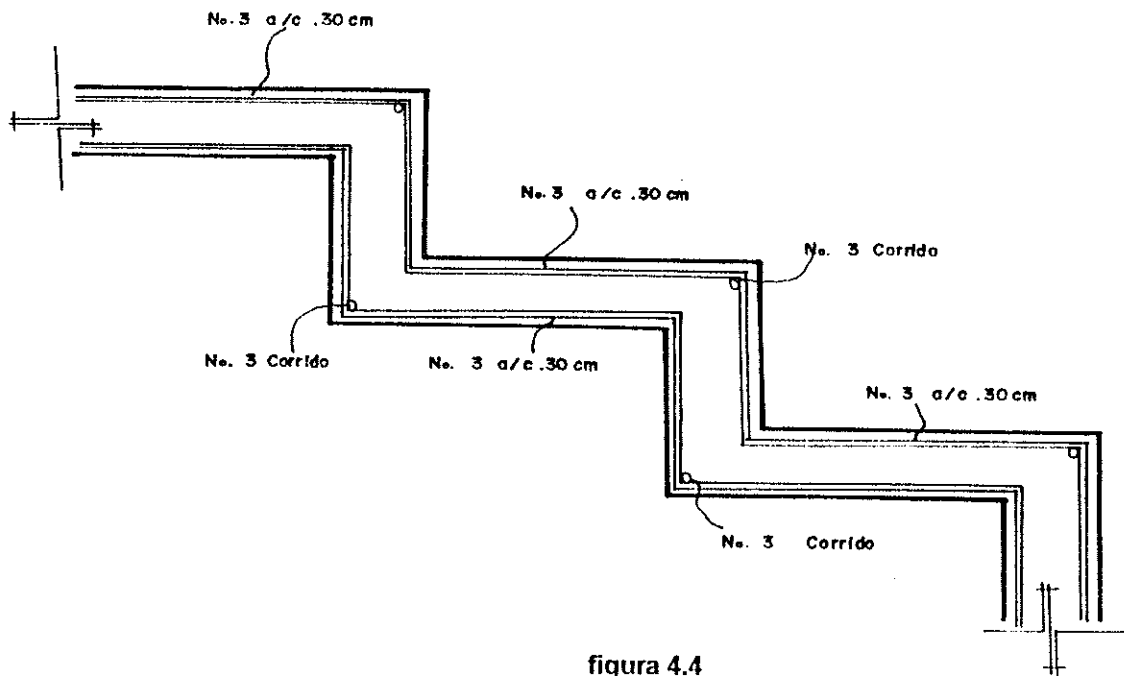


figura 4.4

4.2.8 Comentario sobre los diferentes armados:

El armado 1 permite a la escalera comportarse como una membrana flexible y segura, puesto que cada hierro corrido atraviesa por lo menos 3 elementos de la escalera y, se ubican de forma tal que en los nudos no se provocan articulaciones, sin embargo, existe mucho corte de hierro, lo cual produce mucho desperdicio.

El armado 2 al igual que el armado 1 proporciona a la escalera ortopoligonal flexibilidad y, puesto que son hierros corridos el desperdicio del mismo es menor, en comparación al armado anterior, la forma en que se coloca el hierro corrido permite que en los nudos no se formen articulaciones.

El armado 3 se presenta como una estructura muy rígida, puesto que cada elemento se arma individualmente como si fuera una viga, sin embargo, puede utilizarse, pero aún así no representa lo realizado en el análisis estructural.

El armado 4 se presenta con hierros corridos pero, colocados de manera tal que en los nudos se van formando articulaciones, por lo tanto no se recomienda este armado.

4.2.9 Análisis de costos

4.2.9.1 Armado 1

Asumiendo que la escalera mostrada en la figura 4.1 tiene un ancho unitario. Para la construcción de ésta se requiere el siguiente listado de materiales y presupuesto:

No.	DESCRIPCION	UNIDAD	CANTIDAD	P.U.	TOTAL
1	Cemento	SACO	1.15	30.00	34.50
2	Arena	M ³	0.06	60.00	3.60
3	Piedrín	M ³	0.09	110.00	9.90
4	Madera	Pie-tabla	10	2.00	20.00
5	Hierro de 3/8"	Varilla	1.46	10.00	14.60
TOTAL					82.60

4.2.9.1 Armado 2

Asumiendo que la escalera mostrada en la figura 4.2 tiene un ancho unitario. Para la construcción de ésta se requiere el siguiente listado de materiales y presupuesto:

No.	DESCRIPCION	UNIDAD	CANTIDAD	P.U.	TOTAL
1	Cemento	SACO	1.15	30.00	34.50
2	Arena	M ³	0.06	60.00	3.60
3	Piedrín	M ³	0.09	110.00	9.90
4	Madera	Pie-tabla	10	2.00	20.00
5	Hierro de 3/8"	Varilla	1.25	10.00	12.50
TOTAL					80.50

4.2.9.2 Armado 3

Asumiendo que la escalera mostrada en la figura 4.3 tiene un ancho unitario. Para la construcción de ésta se requiere el siguiente listado de materiales y presupuesto:

No.	DESCRIPCION	UNIDAD	CANTIDAD	P.U.	TOTAL
1	Cemento	SACO	1.15	30.00	34.50
2	Arena	M ³	0.06	60.00	3.60
3	Piedrín	M ³	0.09	110.00	9.90
4	Madera	Pie-tabla	10	2.00	20.00
5	Hierro de 3/8"	Varilla	3.84	10.00	38.40
TOTAL					106.40

En los armados 1 y 2 se puede notar que casi cuesta lo mismo en cuanto a materiales se refiere, sin embargo, la mano de obra es más alta para el armado 1 que para el 2, puesto que el corte de hierro y, el propio armado es mucho más laborioso. El armado 3 supera 32% en costo de materiales al armado 1.

CONCLUSIONES

1. La hipótesis planteada fue comprobada.
2. No es necesario conocer las fuerzas y momentos en todos los nudos que forman la escalera, puesto que la variación de éstos no es fuerte ni sorpresiva de nudo a nudo, por tanto, sólo basta con hacer un muestreo realizando el análisis con la utilización de los modelos planteados y, para lograr mayor simplificación, el uso del modelo 3, por ejemplo, sería muy válido, y éste reduciría considerablemente el número de nudos. Se hubiese podido concebir un modelo más grande al anteriormente mencionado pero se consideró que éste era suficiente para la reflexión esperada por parte del lector.
3. Este procedimiento es válido para cualquier marco en el espacio.
4. El comportamiento de la escalera ortopoligonal empotrada es semejante al comportamiento de la escalera de losa plana, no así, cuando la condición de apoyos cambian.
5. En los casos 2, 3 y 4 los elementos se castigan grandemente, provocando " n " puntos de inflexión, debido al efecto que provoca la contrahuella cuando la escalera está sujeta a articulación-empotramiento o viceversa y doble articulación, sin embargo, lo anterior disminuye los momentos actuantes, lo cual se refleja al diseñar la sección.
6. En los casos 2, 3 y 4, los puntos de inflexión aparecen en los extremos de la escalera, formando una zona bien definida y concentrada, la cual produce un efecto de articulación a lo largo de dicha zona.
7. En los diagramas de momentos presentados para la escalera ortopoligonal proyectada en el eje X, se tiene que, para los casos 2, 3 y 4, el inciso **b** que representa los momentos actuantes en los vértices inferiores muestran un comportamiento similar al de una escalera de losa plana, no así, para el inciso **a**. Por lo tanto el efecto que se produce en las alzadas provoca la distorsión en la deformación, cuando la escalera está sujeta a estas condiciones de apoyo. Para fines de diseño de las escaleras ortopoligonales se recomienda utilizar para el cálculo del acero negativo el valor máximo del inciso **a** y, para el cálculo del acero positivo el valor máximo del inciso **b**.

8. En lo posible evitar que los apoyos de las escaleras ortopoligonales sean articulaciones, puesto que dicha condición permite a la escalera deformarse prácticamente el doble que cuando éstas están empotradas, generando fuerzas de corte muy grandes así como también momentos positivos grandes, sin embargo, la condición de empotrado en los dos apoyos hace una estructura muy rígida, lo cual podría ser perjudicial en el momento de un sismo, ya que éste somete a la escalera a esfuerzos de vibración impredecibles, lo cual genera deformaciones no deseadas para esta condición de apoyo. Por tanto una combinación de apoyos empotrado-articulado se complementan para proporcionar a la escalera la seguridad y flexibilidad deseada.
9. Que el apoyo superior sea menos rígido que el inferior hace la condición más crítica en comparación a un apoyo más rígido en la parte superior y menos rígido en la parte inferior, sin embargo, esta diferencia no es significativa.
10. En el Capítulo 4, el armado 3 además de hacer muy rígida la estructura, supera en costo al armado 2, por tanto, es mejor utilizar éste último, ya que da a la escalera ortopoligonal una gran flexibilidad y, además que los hierros corridos permiten que no se desperdicie material, a diferencia del armado 1 y 3, ya que éste redundaría en el aumento del costo. En conclusión se recomienda utilizar el armado 2.
11. Teniendo a la vista los momentos generados por la carga última utilizada en el análisis, no es, desde el punto de vista estructural, imprescindible escoger uno u otro tipo de escalera, puesto que ninguno de los momentos generados para los dos tipos de escalera vuelven crítico el diseño y, las diferencias entre uno y otro no son significativas.

RECOMENDACIONES

1. Plantear la simplificación de esta tesis, mediante matrices de modelos, similares a las matrices de miembro utilizadas por el método directo de rigidez, para poder realizar el análisis mediante un programa de computadora, el cual ocuparía menos espacio en memoria, respecto al método directo convencional.
2. Se recomienda estudiar más a fondo el comportamiento de las escaleras ortopoligonales sujetadas a diferentes condiciones, no solo de apoyo, sino de cargas, así como también para diferentes tamaños de escaleras.
3. Estudiar más a fondo el motivo de la generación de tantos puntos de inflexión en la escalera ortopoligonal, pudiendo ser una hipótesis, la restricción del apoyo en el sentido horizontal.
4. Darle seguimiento a este estudio de tesis respecto a determinar si no es perjudicial desde el punto de vista estructural, que existan tantos puntos de inflexión en las escaleras ortopoligonales.
5. Ampliar el trabajo realizado en esta tesis, a otro tipo de estructura conformada por sub-estructuras unidas en serie, las cuales pueden plantearse mediante el procedimiento indicado en la presente o, por el Método de Elementos Finitos.
6. En base a esta tesis plantear otros estudios, para el análisis de escaleras ortopoligonales en voladizo.

BIBLIOGRAFIA

1. Gere, James M. & Weaver, William Jr.
ANALISIS DE ESTRUCTURAS RETICULARES
México. Editorial C.E.C.S.A, 9na. impresión c 1,983.

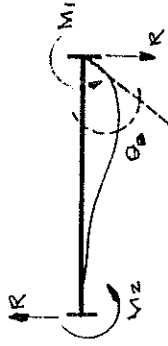
2. American Concrete Institute.
REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES DE
CONCRETO REFORZADO
(A C I 318 - 89). Y COMENTARIOS.
Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto.
México. editorial Limusa, edición c 1989.

3. Molina Castañeda, Jorge Mario.
CRITERIO PARA EL DISEÑO Y CALCULO DE
ESCALERAS RECTAS DE CONCRETO REFORZADO
Tesis de Ingeniero Civil. Universidad de San Carlos de
Guatemala,
Facultad de Ingeniería. c 1977.

4. Pérez Pérez, Arnoldo Alfredo.
ANALISIS DE ESCALERAS ORTOPOLIGONALES
POR EL METODO DE LA RIGIDEZ DIRECTO Y
DISEÑO EN CONCRETO ARMADO.
Tesis de Ingeniero Civil. Universidad de San Carlos de
Guatemala,
Facultad de Ingeniería. c 1990.

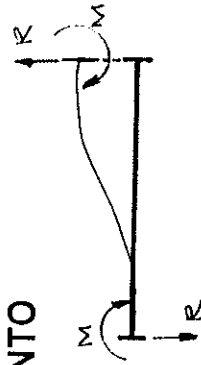
SOLO UN ELEMENTO

GIRO



R	M_1	M_2
$\frac{6EI}{L^2}$	$\frac{4EI}{L}$	$\frac{2EI}{L}$

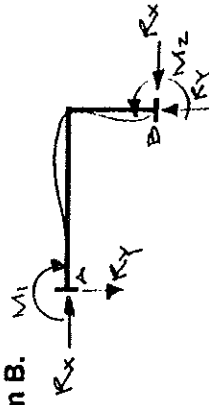
DESPLAZAMIENTO



R	M
$\frac{12EI}{L^3}$	$\frac{6EI}{L^2}$

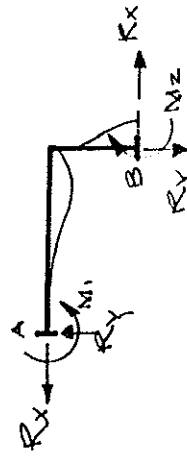
MODELO 1

CASO 1 Giro en B.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{3EI(2\beta + 1)}{(\beta L)^2(\beta + 1)}$	$\frac{3EI}{L^2(\beta + 1)}$	$\frac{EI}{L(\beta + 1)}$	$\frac{EI(4\beta + 3)}{L(\beta + 1)}$

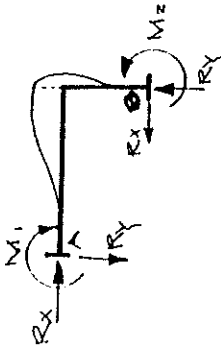
CASO 2 = - CASO 5 Desplazamiento horizontal en B y A, respectivamente.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{3EI(4\beta + 1)}{(\beta L)^3(\beta + 1)}$	$\frac{9EI}{\beta L^3(\beta + 1)}$	$\frac{3EI}{\beta L^2(\beta + 1)}$	$\frac{3EI(2\beta + 1)}{(\beta L)^2(\beta + 1)}$

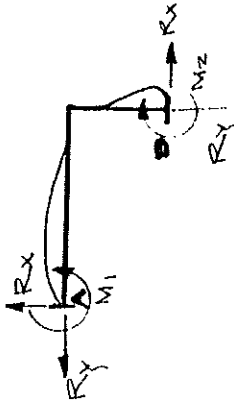
TABLA No. 1

CASO 3 = - CASO 6 Desplazamiento vertical en B y A, respectivamente.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{9EI}{\beta L^3(\beta+1)}$	$\frac{3EI(\beta+4)}{L^3(\beta+1)}$	$\frac{3EI(\beta+2)}{L^2(\beta+1)}$	$\frac{3EI}{L^2(\beta+1)}$

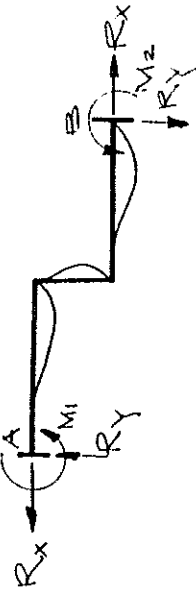
CASO 4 Giro en A.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{3EI}{\beta L^2(\beta+1)}$	$\frac{3EI(\beta+2)}{L^2(\beta+1)}$	$\frac{EI(3\beta+4)}{L(\beta+1)}$	$\frac{EI}{L(\beta+1)}$

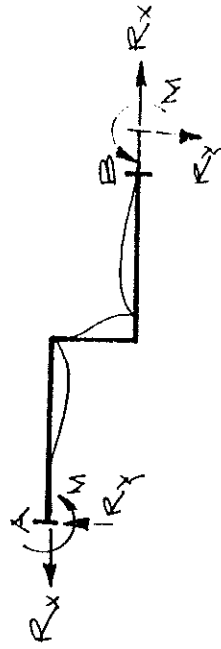
MODELO 2

CASO 1 Giro en B.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{6EI}{\beta L^2(2\beta+3)}$	$\frac{3EI(\beta+3)}{L^2(2\beta+3)}$	$\frac{EI[(3\beta+5)^2+2]}{3L(\beta+2)(2\beta+3)}$	$\frac{EI(3\beta+5)(\beta+3)}{L(\beta+2)(2\beta+3)}$

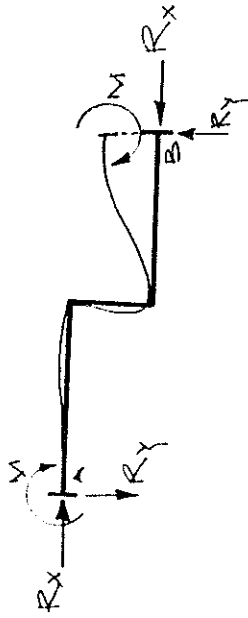
CASO 2 = - CASO 5 Desplazamiento horizontal en B y A, respectivamente.



Rx	Ry	M
$\frac{24EI}{\beta^2 L^3(2\beta+3)}$	$\frac{18EI}{\beta L^3(2\beta+3)}$	$\frac{6EI}{\beta L^2(2\beta+3)}$

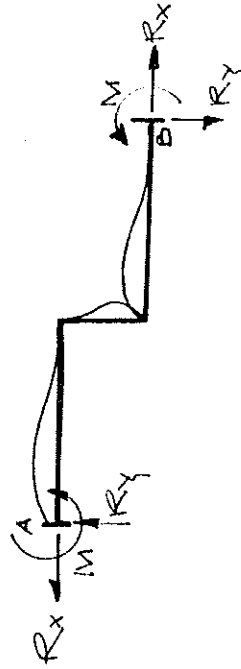
TABLA No. 1

CASO 3 = - CASO 6 Desplazamiento vertical en B y A, respectivamente.



Rx	Ry	M
$\frac{18 EI}{\beta L^3 (2\beta + 3)}$	$\frac{3 EI (\beta + 6)}{L^3 (2\beta + 3)}$	$\frac{3 EI (\beta + 3)}{L^2 (2\beta + 3)}$

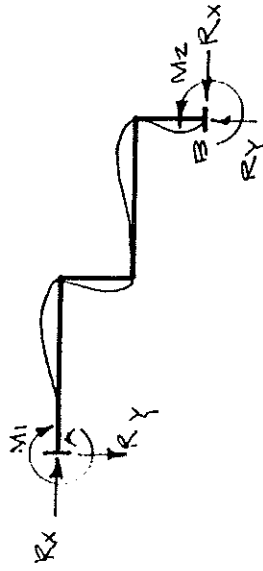
CASO 4 Giro en A.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{6 EI}{\beta L^2 (2\beta + 3)}$	$\frac{3 EI (\beta + 3)}{L^2 (2\beta + 3)}$	$\frac{EI (3\beta + 5) (\beta + 3)}{L (\beta + 2) (2\beta + 3)}$	$\frac{EI [(3\beta + 5)^2 + 2]}{3 L (\beta + 2) (2\beta + 3)}$

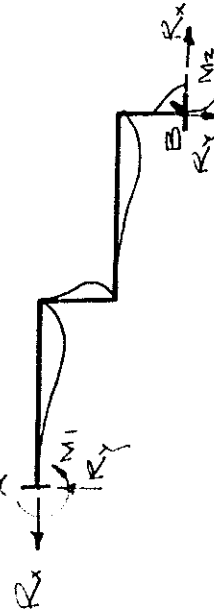
MODELO 3

CASO 1 Giro en B.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{3EI(3\beta+2)}{\beta L^2(3\beta+1)(\beta+1)}$	$\frac{3EI(2\beta+1)}{L^2(3\beta+1)(\beta+1)}$	$\frac{EI}{2L(\beta+1)}$	$\frac{EI(15\beta+13)}{2L(\beta+1)(3\beta+1)}$

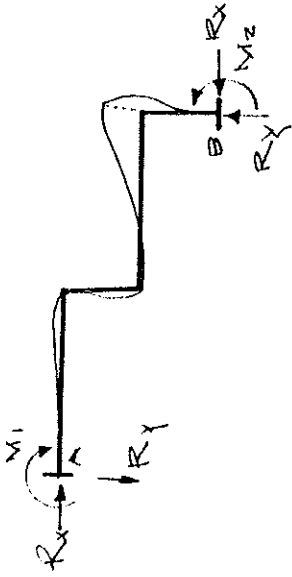
CASO 2 = CASO 5 Desplazamiento horizontal en B y A, respectivamente.



Rx	Ry	M ₁	M ₂
$\frac{2EI[(3\beta+5)^2-13]}{\beta^2 L^3(3\beta+1)(\beta+1)}$	$\frac{9EI[(2\beta+3)^2-5]}{2\beta L^3(3\beta+1)(\beta+1)(\beta+3)}$	$\frac{3EI(\beta+2)}{\beta L^2(\beta+3)(\beta+1)}$	$\frac{3EI(3\beta+2)}{\beta L^2(3\beta+1)(\beta+1)}$

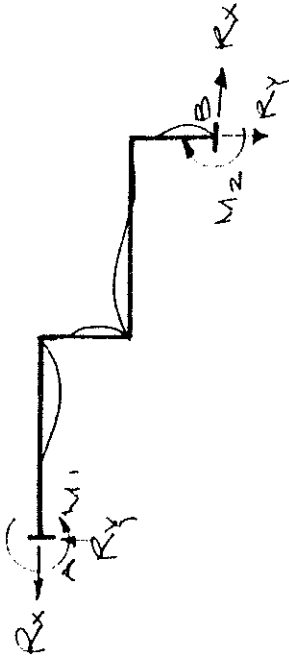
TABLA No. 1

CASO 3 = - CASO 6 Desplazamiento vertical en B y A, respectivamente.



Rx	Ry	M1	M2
$\frac{9EI[(2\beta+3)^2-5]}{2\beta L^3(3\beta+1)(\beta+1)(\beta+3)}$	$\frac{3EI[(4\beta+5)^2-13]}{2L^3(\beta+3)(3\beta+1)(\beta+1)}$	$\frac{3EI(2\beta+3)}{L^2(\beta+1)(\beta+3)}$	$\frac{3EI(2\beta+1)}{L^2(3\beta+1)(\beta+1)}$

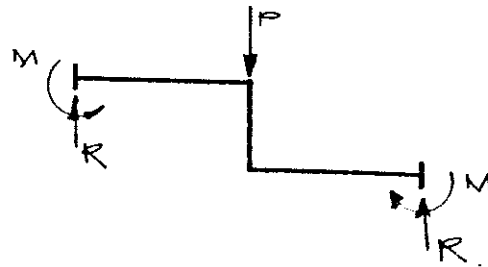
CASO 4 Giro en A.



Rx	Ry	M1	M2
$\frac{3EI(\beta+2)}{\beta L^2(\beta+3)(\beta+1)}$	$\frac{3EI(2\beta+3)}{L^2(\beta+3)(\beta+1)}$	$\frac{EI(13\beta+15)}{2L(\beta+1)(\beta+3)}$	$\frac{EI}{2L(\beta+1)}$

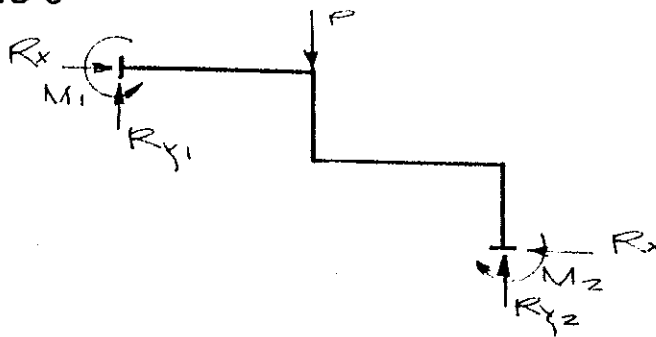
FUERZAS FIJAS

MODELO 2



R	M
$\frac{P}{2}$	$\frac{PL(\beta+1)}{2(\beta+2)}$

MODELO 3



Rx	Ry1	Ry2	M1	M2
$\frac{3 \cdot P}{2(\beta+3)(3\beta+1)}$	$\frac{P[(6\beta+5)^2-7]}{12(\beta+3)(3\beta+1)}$	$\frac{P(10\beta+3)}{2(3\beta+1)(\beta+3)}$	$\frac{PL(4\beta+3)}{4(\beta+3)}$	$\frac{PL}{4(\beta+1)}$

MODELO 1

CASO 1

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^2	EI / L^2	EI / L	EI / L
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	13.8956	1.9481	0.6494	6.2049
0.55	13.4364	1.9355	0.6452	6.0997
0.56	13.0004	1.9231	0.6410	5.9982
0.57	12.5859	1.9108	0.6369	5.9001
0.58	12.1916	1.8987	0.6329	5.8053
0.59	11.8162	1.8868	0.6289	5.7137
0.60	11.4583	1.8750	0.6250	5.6250

CASO 2 = - CASO 5

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^3	EI / L^3	EI / L^2	EI / L^2
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	39.0937	10.8225	3.6075	13.8956
0.55	37.2264	10.5572	3.5191	13.4364
0.56	35.4795	10.3022	3.4341	13.0004
0.57	33.8432	10.0570	3.3523	12.5859
0.58	32.3086	9.8210	3.2737	12.1916
0.59	30.8679	9.5939	3.1980	11.8162
0.60	29.5139	9.3750	3.1250	11.4583

CASO 3 = - CASO 6

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^3	EI / L^3	EI / L^2	EI / L^2
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	10.8225	8.8442	4.9481	1.9481
0.55	10.5572	8.8065	4.9355	1.9355
0.56	11.3866	8.9211	4.9737	1.9737
0.57	10.0570	8.7325	4.9108	1.9108
0.58	9.8210	8.6962	4.8987	1.8987
0.59	9.5939	9.6604	4.8868	1.8868
0.60	9.3750	8.6250	4.8750	1.8750

CASO 4

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^2	EI / L^2	EI / L	EI / L
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	3.6075	4.9481	3.6494	0.6494
0.55	3.5191	4.9355	3.6452	0.6452
0.56	3.4341	4.9231	3.6410	0.6410
0.57	3.3523	4.9108	3.6369	0.6369
0.58	3.2737	4.8987	3.6329	0.6329
0.59	3.1980	4.8868	3.6289	0.6289
0.60	3.1250	4.8750	3.6250	0.6250

MODELO 2

CASO 1

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI/L^2	EI/L^2	EI/L	EI/L
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	2.7233	2.6029	1.4739	2.2613
0.55	2.6608	2.5976	1.4737	2.2580
0.56	2.6006	2.5922	1.4735	2.2547
0.57	2.5426	2.5870	1.4732	2.2514
0.58	2.4867	2.5817	1.473	2.2482
0.59	2.4329	2.5766	1.4728	2.2450
0.60	2.3810	2.5714	1.4725	2.2418

CASO 2 = - CASO 5

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI/L^3	EI/L^3	EI/L^2
β	Rx	Ry	M
0.54	20.1727	8.1699	2.7233
0.55	19.3509	7.9823	2.6608
0.56	18.5754	7.8017	2.6006
0.57	17.8427	7.6278	2.5426
0.58	17.1499	7.4602	2.4867
0.59	16.4942	7.2987	2.4329
0.60	15.8730	7.1429	2.3810

CASO 3 = - CASO 6

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^3	EI / L^3	EI / L^2
β	Rx	Ry	M
0.54	8.1699	4.8088	2.6029
0.55	7.9823	4.7927	2.5976
0.56	7.8017	4.7767	2.5922
0.57	7.6278	4.7609	2.5870
0.58	7.4602	4.7452	2.5817
0.59	7.2987	4.7297	2.5766
0.60	7.1429	4.7143	2.5714

CASO 4

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^2	EI / L^2	EI / L	EI / L
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	2.7233	2.6029	2.2613	1.4739
0.55	2.6608	2.5976	2.2580	1.4737
0.56	2.6006	2.5922	2.2547	1.4735
0.57	2.5426	2.5870	2.2514	1.4732
0.58	2.4867	2.5817	2.2482	1.4730
0.59	2.4329	2.5766	2.2450	1.4728
0.60	2.3810	2.5714	2.2418	1.4725

MODELO 3

CASO 1

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^2	EI / L^2	EI / L	EI / L
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	4.9844	1.5465	0.3247	2.6148
0.55	4.8470	1.5338	0.3226	2.5867
0.56	4.7154	1.5212	0.3205	2.5593
0.57	4.5894	1.5089	0.3185	2.5325
0.58	4.4685	1.4968	0.3165	2.5062
0.59	4.3524	1.4849	0.3145	2.4805
0.60	4.2411	1.4732	0.3125	2.4554

CASO 2 = - CASO 5

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^3	EI / L^3	EI / L^2	EI / L^2
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	14.8017	6.7949	2.5884	4.9844
0.55	14.1568	6.6266	2.5278	4.8470
0.56	13.5500	6.4650	2.4694	4.7154
0.57	12.9784	6.3096	2.4133	4.5894
0.58	12.4394	6.1602	2.3592	4.4685
0.59	11.9306	6.0164	2.3072	4.3524
0.60	11.4501	5.8780	2.2569	4.2411

CASO 3 = - CASO 6

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^3	EI / L^3	EI / L^2	EI / L^2
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	6.7949	4.0186	2.2452	1.5465
0.55	6.6266	3.9954	2.2353	1.5338
0.56	6.4650	3.9726	2.2256	1.5212
0.57	6.3096	3.9500	2.2159	1.5089
0.58	6.1602	3.9277	2.2064	1.4968
0.59	6.0164	3.9057	2.1969	1.4849
0.60	5.8780	3.8839	2.1875	1.4732

CASO 4

Datos tomados de la tabla No1 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura

Factor	EI / L^2	EI / L^2	EI / L	EI / L
β	Rx	Ry	M1	M2
0.54	2.5884	2.2452	2.0196	0.3247
0.55	2.5278	2.2353	2.0127	0.3226
0.56	2.4694	2.2256	2.0059	0.3205
0.57	2.4133	2.2159	1.9991	0.3185
0.58	2.3592	2.2064	1.9924	0.3165
0.59	2.3072	2.1969	1.9858	0.3145
0.60	2.2569	2.1875	1.9792	0.3125

FUERZAS FIJAS

MODELO 2

Datos tomados de la tabla No. 2 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura.

Factor	P	P L
β	R	M
0.5400	0.5000	0.3031
0.5500	0.5000	0.3039
0.5600	0.5000	0.3047
0.5700	0.5000	0.3054
0.5800	0.5000	0.3062
0.5900	0.5000	0.3069
0.6000	0.5000	0.3077

MODELO 3

Datos tomados de la tabla No. 2 para valores de β más comunes que hacen la escalera más cómoda y segura.

Factor	P	P	P	P L	P L
β	R _x	R _{y₁}	R _{y₂}	M ₁	M ₂
0.54	0.1617	0.5472	0.4528	0.3644	0.0954
0.55	0.1594	0.5482	0.4518	0.3662	0.0943
0.56	0.1572	0.5493	0.4507	0.3680	0.0933
0.57	0.1550	0.5504	0.4496	0.3697	0.0923
0.58	0.1529	0.5514	0.4486	0.3715	0.0912
0.59	0.1508	0.5525	0.4475	0.3733	0.0903
0.60	0.1488	0.5536	0.4464	0.3750	0.0893

FA300 FRAME ANALYSIS
 (c) 1987 C-Squared B-Squared Software Design, Inc.
 San Francisco, CA

10-07-95
 tesis

Structure Type: FRAME
 Active Units: k ftk klf ft in ksi kcf deg rad
 Modulus of Elasticity (E): 3105.823 ksi
 Density: 0.150 ksf

JOINT COORDINATES

Joint	x-Coord (ft)	y-Coord (ft)	Supports
1	-59.05500	42.51960	Fixed 1 1 1
2	-59.05500	35.43300	
3	-47.24400	35.43300	
4	-47.24400	28.34640	
5	-35.43300	28.34640	
6	-35.43300	21.25980	
7	-23.62200	21.25980	
8	-23.62200	14.17320	
9	-11.81100	14.17320	
10	-11.81100	7.08660	
11	0.00000	7.08660	
12	0.00000	0.00000	Fixed 1 1 1

ELEMENTS

Elm	J1	J2	Length (ft)	Angle (deg)	Area (in2)	Inertia (in4)
1	1	2	7.0866	-90.000	186.000	240.250
2	2	3	11.8110	0.000	186.000	240.250
3	3	4	7.0866	-90.000	186.000	240.250
4	4	5	11.8110	0.000	186.000	240.250
5	5	6	7.0866	-90.000	186.000	240.250
6	6	7	11.8110	0.000	186.000	240.250
7	7	8	7.0866	-90.000	186.000	240.250
8	8	9	11.8110	0.000	186.000	240.250
9	9	10	7.0866	-90.000	186.000	240.250
10	10	11	11.8110	0.000	186.000	240.250
11	11	12	7.0866	-90.000	186.000	240.250

TOTAL WEIGHT OF STRUCTURE: 19.680 k

LOAD CASE L1: muerta

Joint Loads

Joint	Type	Amount (k:ft-k)
3	Y	-0.695