



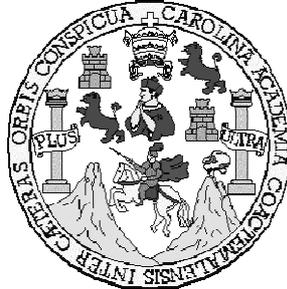
Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica Industrial

**PROPUESTA DE UN MODELO DE SERIES DE TIEMPO PARA EL
PRONÓSTICO DE VENTAS EN UNA FÁBRICA DE PRODUCTOS
QUÍMICOS**

Guisela Hurtarte Aguilar
Asesorado por el Ing. Otto René Batres González

Guatemala, noviembre de 2008

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**PROPUESTA DE UN MODELO DE SERIES DE TIEMPO PARA EL
PRONÓSTICO DE VENTAS EN UNA FÁBRICA DE PRODUCTOS
QUÍMICOS.**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

**PRESENTADO A JUNTA DIRECTIVA DE
FACULTAD DE INGENIERÍA**

POR

GUISELA HURTARTE AGUILAR

ASESORADO POR EL ING. OTTO RENÉ BATRES GONZÁLEZ

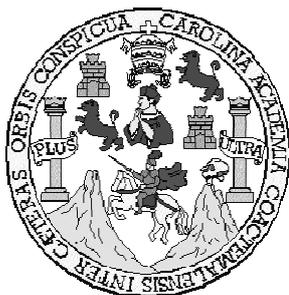
AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERA INDUSTRIAL

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2008

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos
VOCAL I	Inga. Glenda Patricia García Soria
VOCAL II	Inga. Alba Maritza Guerrero de López
VOCAL III	Ing. Miguel Ángel Dávila Calderón
VOCAL IV	Br. José Milton De León Bran
VOCAL V	Br. Isaac Sultán Mejía
SECRETARIA	Inga. Marcia Ivónne Véliz Vargas

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Sergio Torres Hernández
EXAMINADOR	Ing. César Ernesto Urquizú Rodas
EXAMINADOR	Ing. Víctor Hugo García Roque
SECRETARIO	Inga. Marcia Ivónne Véliz Vargas

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

**PROPUESTA DE UN MODELO DE SERIES DE TIEMPO PARA EL
PRONÓSTICO DE VENTAS EN UNA FÁBRICA DE PRODUCTOS
QUÍMICOS,**

tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Mecánica Industrial, con fecha 27 de abril de 2007.

Guisela Hurtarte Aguilar

AGRADECIMIENTO A:

- Dios** Por todas las bendiciones que ha derramado sobre mí y por permitirme cumplir con esta meta.
- Virgen Santísima** Por ser mi guía.
- Mis padres** Por su apoyo y ayuda incondicional. Porque sin ustedes no me hubiera sido posible llegar hasta aquí.
- Omar** Por ser un gran apoyo para mí, por estar siempre a mi lado y por todo su amor.
- María Isabel** Por ser la fuente de inspiración de mi vida.
- Mis hermanos y a mis tíos** Por haber estado presentes en cada etapa de mi vida, brindándome su apoyo.
- Ing. Otto Batres y al Dr. Carlos Castillo** Por el tiempo dedicado en este trabajo y por sus amables consejos.
- Mis amigos y compañeros de estudio** Por su amistad y por la ayuda brindada.

ACTO QUE DEDICO A:

Dios y La Virgen Santísima

Mis Padres

Rigoberto Hurtarte y Marta Lissethe
Aguilar

Mi esposo

Omar Cordero

Mi hija

María Isabel

Mis hermanos

Lissethe, Carlos Rodolfo y Otto

Mi sobrino

Kevin Andrés

Mis tíos

María, Ileana, Otilia, Alicia y Rodolfo,
Rosa María

Mis primos

Rosa María, Luis Alberto, Carlos René,
Álvaro, Ana Isabel, Otti, Diego y
Carlos Manuel.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	V
GLOSARIO	IX
RESUMEN	XIII
OBJETIVOS.....	XV
INTRODUCCIÓN	XVII
1. ANTECEDENTES GENERALES DE LA FÁBRICA	1
1.1. Descripción de la fábrica.....	1
1.1.1. Reseña histórica.....	1
1.1.2. Ubicación.....	2
1.1.3. Misión	3
1.1.4. Visión.....	3
1.1.5. Productos	3
1.2. Análisis organizacional.....	7
1.2.1. Área administrativa.....	8
1.2.2. Área de producción	9
1.2.3. Área de ventas.....	10
1.3. Metodología de elaboración de pronósticos	11
1.3.1. Análisis de los datos	14

1.3.2. Análisis de los pronósticos	16
1.3.2.1. Regresión lineal	16
1.3.2.2. Regresión exponencial	17
1.3.2.3. Regresión logarítmica.....	18
1.3.3. Análisis de error y determinación del mejor modelo	19
1.3.4. Elaboración de pronósticos.....	24

2. ANTECEDENTES GENERALES DE LOS MODELOS DE SERIES DE TIEMPO UNIVARIADOS	27
2.1. Modelos autoregresivos de promedio móvil (ARMA)	29
2.2. Estacionariedad	30
2.2.1. Restricciones de estacionariedad para un proceso autoregresivo de orden 1 [AR(1)]	31
2.2.2. Restricciones de estacionariedad para un modelo ARMA(p,q)	32
2.3. Función de autocorrelación	33
2.3.1. Función de autocorrelación de un proceso AR(2).....	34
2.3.2. Función de autocorrelación de un proceso MA(1).....	35
2.3.3. Función de autocorrelación de un proceso ARMA(1,1)	35
2.4. Función de autocorrelación parcial	36
2.5. Autocorrelaciones muestrales de las series estacionarias	40
2.5.1. Estimación de un modelo AR(1)	42
2.5.2. Estimación de un modelo ARMA(1,1)	44
2.6. Estacionalidad	45
2.6.1. Modelos de datos estacionales	45
2.6.2. Diferenciación estacional	46

3. ANÁLISIS Y PROPUESTA DEL DISEÑO	49
3.1. Justificación del rediseño del proceso de elaboración de pronósticos.	49
3.2. Rediseño del proceso.....	50
3.2.1. Análisis de estacionariedad.....	54
3.2.2. Estimación de los parámetros.	56
3.2.3. Comprobación del modelo	59
3.3. Elaboración de pronósticos de ventas con el modelo propuesto.....	64
4. IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA.....	67
4.1. Recursos Necesarios.....	67
4.1.1. Recursos Humanos	67
4.1.2. Recursos financieros	68
4.1.3. Recursos de planta propiedad y equipo.....	69
4.2. Plan piloto de acción	69
4.2.1. Área administrativa.....	70
4.2.2. Área de producción	71
4.2.3. Área de ventas.....	72
4.3. Plan de capacitación al personal.....	72
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	75
5.1. Comparación de los modelos.....	75
5.1.1. Obtención del error real	75
5.1.1.1. Método de regresión.....	76
5.1.1.2. Modelo de series de tiempo	77
5.2. Análisis de costos.....	79
5.2.1. Relación de costos con la metodología actual.....	81

5.2.2. Relación de costos con la metodología propuesta	82
5.2.3. Análisis de costo beneficio.....	83
5.3. Ventajas y desventajas del modelo propuesto	84
CONCLUSIONES	85
RECOMENDACIONES	87
BIBLIOGRAFÍA	89
ANEXO	91

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Mapa de ubicación de Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A.....	2
2.	Organigrama Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A.....	11
3.	Flujo de elaboración de pronósticos de ventas.....	13
4.	Ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Enero 2002 a diciembre 2007.....	15
5.	Comportamiento teórico de funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial seleccionadas.....	39
6.	Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de dos procesos simulados.	43
7.	Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la serie de ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.	52
8.	Ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Enero 2002 a diciembre 2007.....	54
9.	Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuales de la estimación de la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.	60
10.	Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuales de la estimación de la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.....	62

TABLAS

I.	Cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos vendidas entre enero de 2002 y diciembre de 2007.	14
II.	Datos transformados de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos vendidas entre enero de 2002 y diciembre de 2006.	20
III.	Índices estacionales mensuales. Período 2002 - 2006	21
IV.	Pronóstico de evaluación y error observado para las ventas mensuales de desinfectante para baños y pisos del año 2007, utilizando el modelo combinado.	22
V.	Pronóstico de evaluación y error observado para las ventas mensuales de desinfectante para baños y pisos del año 2007, utilizando el modelo cíclico.	23
VI.	Índices estacionales mensuales. Período 2002 - 2007	24
VII.	Pronósticos de ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Año 2008.....	25
VIII.	Resultados de la prueba Dickey Fuller para probar estacionariedad de la serie de datos de ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.....	55
IX.	Resultados de la estimación de los coeficiente de la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.....	57
X.	Resultados de la estimación de los coeficientes de la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.	58

XI.	Pronósticos de la parte con comportamiento tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Año 2008..	64
XII.	Pronósticos de la parte sin comportamiento tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Año 2008..	65
XIII.	Pronósticos de ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos, obtenido por medio de un modelo de series de tiempo. Año 2008.	66
XIV.	Recursos financieros necesarios para la implementación de la propuesta.	68
XV.	Ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Enero a junio de 2008.....	76
XVI.	Error real obtenido con el método de regresión, para el primer semestre de 2008.	76
XVII.	Error real obtenido con el modelo de series de tiempo, para el primer semestre de 2008.	78
XVIII.	Ventas y pronósticos de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos durante el primer semestre de 2008.	80
XIX.	Costos de la metodología actual durante el primer semestre de 2008. ...	81
XX.	Costos de la metodología propuesta durante el primer semestre de 2008.....	82

GLOSARIO

Autocorrelación	Es la correlación de una serie de datos con valores retardados de sí misma; también es conocida como correlación serial. La función de autocorrelación suele representarse mediante un gráfico.
Correlación	Es la relación concomitante entre dos o más variables, o sea, entre dos o más series de datos. El grado de relación puede ser medido y representado por el coeficiente de correlación designado por la letra r . Una correlación positiva perfecta tiene un coeficiente $+1$, una correlación negativa perfecta tiene un coeficiente -1 . La ausencia de correlación da como coeficiente 0 .
Diferenciación estacional	Transformación que calcula las diferencias entre valores de la serie separados por una amplitud constante. La amplitud está determinada por la periodicidad (estacionalidad) de la serie. Por ejemplo, para datos trimestrales se considerarán diferencias de amplitud 4 , mientras que para datos mensuales se considerarán diferencias de amplitud 12 .

Estacionalidad	Es el conjunto de fluctuaciones que se repiten regularmente a lo largo de un intervalo de tiempo. Es atribuida principalmente al efecto sobre las actividades socioeconómicas de las estaciones climatológicas, festividades religiosas (por ejemplo Navidad) y eventos institucionales con fechas relativamente fijas (por ejemplo, el comienzo del año escolar).
Índice estacional	Número que cuantifica el efecto neto de un período dado, dentro de una estación, sobre el nivel de la serie.
Nivel de confianza	Se llama nivel de confianza a la probabilidad de que el intervalo construido en torno a un estadístico capte el verdadero valor del parámetro.
Parámetros	Son valores desconocidos de características de una distribución teórica. El objetivo de la estadística es estimarlos ya sea dando un valor concreto o bien dado un intervalo de confianza.
Pronóstico	Son predicciones de lo que puede suceder o de lo que se puede esperar. Son premisas o suposiciones básicas en que se basan la planeación y la toma de decisiones.

Regresión	Modelo matemático que describe la evolución de los datos de una variable dependiente "y" en función de una(s) variable(s) independiente(s) "x", y que permite predecir aquella a partir de esta(s).
Variable exógena	Variable que no se explica dentro de un modelo determinado sino que se considera como dada. También se denominan variables autónomas o independientes.

RESUMEN

En años recientes el alcance de los pronósticos se ha expandido más allá de sus aspectos técnicos, abarcando un conjunto más amplio de problemas de planificación, toma de decisiones y de administración. Para lograr mejoras en los programas de producción y de inventarios puede ser de gran ayuda contar con un sistema de elaboración de pronósticos preciso y adecuado ya que esto contribuirá a reducir los tiempos de entrega de producción, a hacer más eficiente la planificación, a reducir los niveles de inventario de producto terminado y puede también ayudar a reducir los costos de oportunidad.

Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. es una empresa que se dedica a la fabricación y venta de productos institucionales de limpieza. Para la elaboración mensual de los pronósticos de ventas de todos sus productos esta empresa utiliza el análisis de regresión, con el cual el jefe de operaciones encuentra la relación de las ventas de un producto con las ventas anteriores del mismo y en base a esto planifica la producción mensual de cada producto.

En este trabajo se plantea a Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. una nueva metodología de elaboración de pronósticos de ventas la cual utiliza el análisis de series de tiempo para pronosticar las ventas de corto plazo de dicha empresa. Con esta nueva metodología se aporta a Laboratorios Químicos e Higiénicos una mejora en el sistema de elaboración de pronósticos con los que se ayuda a reducir los costos de almacenaje y de oportunidad en que incurre la empresa.

OBJETIVOS

General:

Proponer un Modelo de Series de Tiempo para el pronóstico de ventas en una Fábrica de Productos Químicos.

Específicos:

1. Realizar un análisis y una descripción de la situación actual de la fábrica de productos químicos en cuanto a los pronósticos de ventas totales.
2. Establecer un método confiable y certero para los pronósticos de ventas totales.
3. Contribuir en la reducción de los tiempos de entrega de producción y los niveles de inventario.
4. Contribuir en la mejora de los pronósticos de ventas totales a corto y mediano plazo.
5. Ayudar a mejorar los procesos de planificación de la fábrica de productos químicos.
6. Fortalecer los procesos para la toma de decisiones gerenciales.
7. Establecer un criterio para realizar pronósticos más exactos y realistas.

INTRODUCCIÓN

En un mundo altamente competitivo con condiciones cambiantes en los negocios y rápido cambio tecnológico, se requiere que las empresas busquen mejorar los programas de producción e inventario, para lo cual un adecuado y preciso sistema de pronósticos puede ser de gran ayuda, ya que puede reducir los tiempos de entrega de producción y los niveles de inventario así como también permitir que los programadores utilicen en forma eficiente la capacidad de las máquinas.

Los pronósticos se pueden realizar por medio de dos tipos de análisis, el cualitativo dentro del que figuran los métodos de juicio y el cuantitativo dentro del cual figuran los métodos de regresión simple o múltiple, así como el análisis de series de tiempo. El análisis de regresión consiste en estimar una ecuación en la cual una o más variables independientes o exógenas explican el comportamiento de una variable dependiente. Por lo tanto, los parámetros de la ecuación estimada y los valores futuros de las variables independientes se utilizan para proyectar el valor futuro de la variable dependiente.

Por su parte, el análisis de series de tiempo es un método econométrico por medio del cual los valores futuros de una variable se proyectan de conformidad con valores históricos de la misma variable.¹ Es importante indicar que el objetivo de este análisis es estimar una ecuación en diferencia, utilizando el análisis de regresión, en la cual la variable dependiente en el período t se encuentre en función de la misma variable y del error de estimación en los períodos $t-1, t-2, \dots, t-k$.

Los pronósticos se pueden realizar para tres diferentes horizontes de tiempo: el corto, mediano y largo plazo. En principio en el pronóstico de corto plazo se busca obtener pronósticos de demanda para algún producto o servicio individual, en este tipo de pronósticos son muy utilizados tanto los métodos de regresión así como el análisis de series de tiempo; y el largo plazo en el cual los pronósticos se utilizan principalmente para tipos de decisiones como localización de instalaciones, planificación de capacidad y selección de procesos, para obtener estos pronósticos el análisis de series de tiempo resulta ser el más apropiado, pues el análisis realizado es superior al que se hace con un método de regresión.

¹ Cabe indicar que el análisis de series de tiempo puede ser univariado (si la proyección de la variable dependiente se basa únicamente en información histórica de la misma variable) o multivariado (si la proyección de la variable dependiente se base en información histórica de si misma así como del otras variables). No obstante, en el presente estudio se pretende utilizar el análisis de series de tiempo univariado.

Ante la necesidad de una empresa de mantenerse a la vanguardia en competitividad el presente trabajo de graduación presenta un análisis del actual sistema de pronósticos de ventas en una fábrica que elabora productos químicos y propone como mejora para el mismo un modelo autoregresivo integrado de promedio móvil (ARIMA) del método de análisis de series de tiempo, para permitirle a la empresa desarrollar mejoras en sus sistemas de planificación e inventarios así como en su programa de producción.

1. ANTECEDENTES GENERALES DE LA FÁBRICA

1.1.Descripción de la Fábrica

1.1.1. Reseña histórica

Laboratorios Químicos e Higiénicos, S.A. es una empresa guatemalteca que se estableció en el año de 1983, en la 1ª. Avenida entre 16 y 17 calles de la zona 3 de Guatemala, vendiendo productos institucionales de limpieza y mantenimiento. Posteriormente, en el año de 1989, empezó a vender productos para lavado de automóviles, lavandería y mantenimiento industrial. En el año 2000 se trasladó a la Avenida Elena entre 21 y 22 calles de la zona 3, sitio donde se encuentra ubicada actualmente.

Debido al crecimiento experimentado desde hace algunos años Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. ha tenido que expandir su fuerza laboral y su capacidad productiva. Actualmente se dedica a la fabricación, desarrollo y comercialización de productos químicos de alta calidad, los cuales son utilizados para la limpieza, higienización y mantenimiento industrial e institucional. Durante el período que Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. tiene operando ha logrado clientes satisfechos, gracias a la excelencia en sus productos y servicios. Y ha logrado vender un promedio de entre catorce y quince mil quetzales diarios.

1.1.2. Ubicación

Las áreas administrativa, de producción y ventas de la empresa Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. se encuentran ubicadas dentro del mismo inmueble, el cual está localizado en Avenida Elena 21-60 zona 3 de la Ciudad de Guatemala. Esta ubicación resulta muy adecuada para las distribuciones de la empresa por ser una ubicación estratégica. La Figura 1 muestra el mapa de ubicación de Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A.

Figura 1. Mapa de ubicación de Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A.



Fuente: Dirección de Catastro. Municipalidad de Guatemala. 2007

1.1.3. Misión

Lograr la completa satisfacción de nuestros clientes apoyándose en la mejora continua de nuestros productos y servicios, a través de un recurso humano comprometido, tecnología de punta y aseguramiento de la calidad, que da como resultado una organización altamente competitiva desenvolviéndose en un mercado globalizado.

1.1.4. Visión

Lograr una expansión global a través del mejoramiento continuo de nuestra organización y entregar así a nuestros clientes productos y servicios que llenen totalmente sus expectativas a precios altamente competitivos.

1.1.5. Productos

Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. cuenta con una gran variedad de productos, los cuales se encuentran divididos en varias categorías. Dichas categorías se agrupan dependiendo del uso para el que son destinados los productos. Las categorías y los productos de cada una de las mismas se detallan a continuación:

- Productos de limpieza general:
 - Desinfectantes de baños y pisos
 - Desodorantes ambientales
 - Detergentes multilimpiadores
 - Abrillantadores de madera
 - Jabón líquido de tocador

- Jabón líquido desinfectante
- Shampoo para alfombras
- Productos quita sarro para baños
- Detergentes en polvo
- Detergentes líquidos
- Limpiadores de vidrios
- Desengrasantes
- Ceras para pisos
- Pinoleo y creolina
- Atrapa-polvo
- Cloro líquido
- Insecticidas
- Productos para car wash:
 - Shampoo para carrocería
 - Desengrasante para motores
 - Limpiadores de Tapicería
 - Silicona para abrillantado de tableros y llantas
 - Limpiador de vidrios para ojo de pescado
- Productos para lavandería:
 - Blanqueadores
 - Detergente líquido
 - Detergente en polvo
 - Detergente clorinado
 - Detergente para ropa fina
 - Suavizadores de tela

- Productos para acondicionamiento de aguas industriales:
 - Sistemas de enfriamiento
 - Controladores de pH
 - Anti-incrustantes
 - Desincrustantes
 - Anti-oxidantes
 - Floculantes
 - Algicidas
 - Calderas
 - Expulsores de oxígeno
 - Anti-incrustantes
 - Anti-oxidantes
 - Desincrustantes
 - Aditivos para combustible
- Productos para piscinas:
 - Hipoclorito de Calcio (cloro granulado)
 - Tricloro (ácido tricloroisocianúrico)
 - Estabilizadores de pH
 - Clarificadores
 - Floculantes
 - Algicidas
 - Equipo
- Productos para procesos de alimentos y farmacéuticos:
 - Detergentes líquidos y en polvo
 - Removedor de piedra de leche
 - Jabón sanitizante de manos
 - Desengrasantes

- Alcohol en gel
- Desinfectantes
- Otros productos industriales:
 - Digestor de fosas sépticas y pozos de absorción
 - Limpiador de radiadores de cobre y aluminio
 - Dieléctrico limpiador desengrasante
 - Hidróxido de sodio (soda cáustica)
 - Limpiadores de acero inoxidable
 - Penetrante aflojador de tornillos
 - Crema desengrasante de manos
 - Destapador de drenajes
 - Limpiador de aluminio
 - Potabilización de agua
 - Decapante de metales
 - Silicona desmoldante
 - Alcohol isopropílico
 - Desengrasantes
 - Ácido muriático
 - Alcohol etílico
 - Aerosoles
 - Thinner

1.2. Análisis organizacional

La estructura organizacional de Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. se divide en áreas, estando todas bajo el mando y supervisión directa de la Gerencia General, quien es la máxima autoridad de la fábrica, ésta dirige y supervisa todas las actividades administrativas y técnicas de la misma. Para la supervisión de las actividades técnicas cuenta con el apoyo y asesoría de un Director Técnico. Los colaboradores de la Gerencia General son:

Director Técnico: Asesora y apoya al Gerente General en asuntos técnicos relacionados con el proceso productivo de la fábrica. Así mismo es el encargado de la supervisión directa en el área de producción.

Secretaria: Realiza todas las funciones secretariales de redacción, archivo de documentos, y envío de correspondencia.

Gerente Administrativo: Coordina y dirige los procesos administrativos de la fábrica. A su cargo están los encargados de recursos humanos y de servicios administrativos.

Gerente de Producción: Coordina y supervisa las actividades productivas de la fábrica. A su cargo están las unidades de operaciones, control de calidad y bodegas.

Gerente de ventas: Diseña las estrategias de ventas y lleva a cabo la supervisión de la ejecución y resultados de las mismas. A su cargo están los vendedores de la fábrica.

1.2.1. Área administrativa

Esta área es la encargada de llevar a cabo todos los procesos administrativos de la fábrica así como de realizar el seguimiento a los mismos cuando así se requiere. El superior del área es el Gerente Administrativo, quien está bajo el mando directo del Gerente General y tiene bajo su responsabilidad a los encargados de recursos humanos y de servicios administrativos.

El encargado de recursos humanos es quien maneja la planilla de la empresa, lleva a cabo los procesos de selección y reclutamiento de personal así como darle seguimiento a permisos y ausencias entre otras. También debe desarrollar informes y preparar capacitaciones para el personal cuando le es requerido.

El encargado de servicios administrativos es quien coordina los procesos de compras, facturación y cobros dentro de la fábrica. Para llevar a cabo las tareas asignadas el encargado de servicios administrativos cuenta con el apoyo de un encargado de cobros, uno de facturación y uno de compras.

1.2.2. Área de producción

Esta área es la encargada del proceso de fabricación así como del control de calidad y de las bodegas. El superior de esta área es el Gerente de Producción quién está bajo el mando directo del Gerente General y cuenta con el apoyo y asesoría del Director Técnico. A su cargo están el Jefe de Operaciones, el Jefe de Control de Calidad y el Jefe de Bodegas.

El Jefe de Operaciones es el encargado de dirigir el proceso de fabricación de todos los productos que elabora Laboratorios Químicos e Higiénicos. Para llevar a cabo esta tarea cuenta con el apoyo de dos encargados, uno para el proceso de fabricación de productos de higiene y tocador y otro para el proceso de fabricación de los productos de limpieza. El Jefe de Operaciones además de supervisar el proceso de producción es el encargado de la planificación de la misma, en base a esta planificación debe hacer las requisiciones necesarias al Encargado de Compras.

El Jefe de Control de Calidad es el encargado de llevar a cabo inspecciones de verificación de las especificaciones establecidas en los productos producidos. También son funciones de esta jefatura prestar asistencia al Jefe de Operaciones para que su cumplan dichas especificaciones y presentar informes a Gerencia sobre los hallazgos del control de calidad para que se puedan tomar las medidas necesarias cuando así se requiera. Para llevar a cabo las tareas asignadas el Jefe de Control de Calidad cuenta con el apoyo de un encargado de Laboratorio de Control de Calidad y un encargado de Calidad Interno.

El Jefe de Bodegas es el encargado del almacenamiento e inventario de los productos terminados así como de la materia prima. También debe encargarse del despacho de materia prima al Jefe de Operaciones así como del despacho del producto terminado hacia los clientes. Para llevar a cabo las tareas asignadas el Jefe de Bodegas cuenta con el apoyo de ayudantes de bodega y de pilotos repartidores.

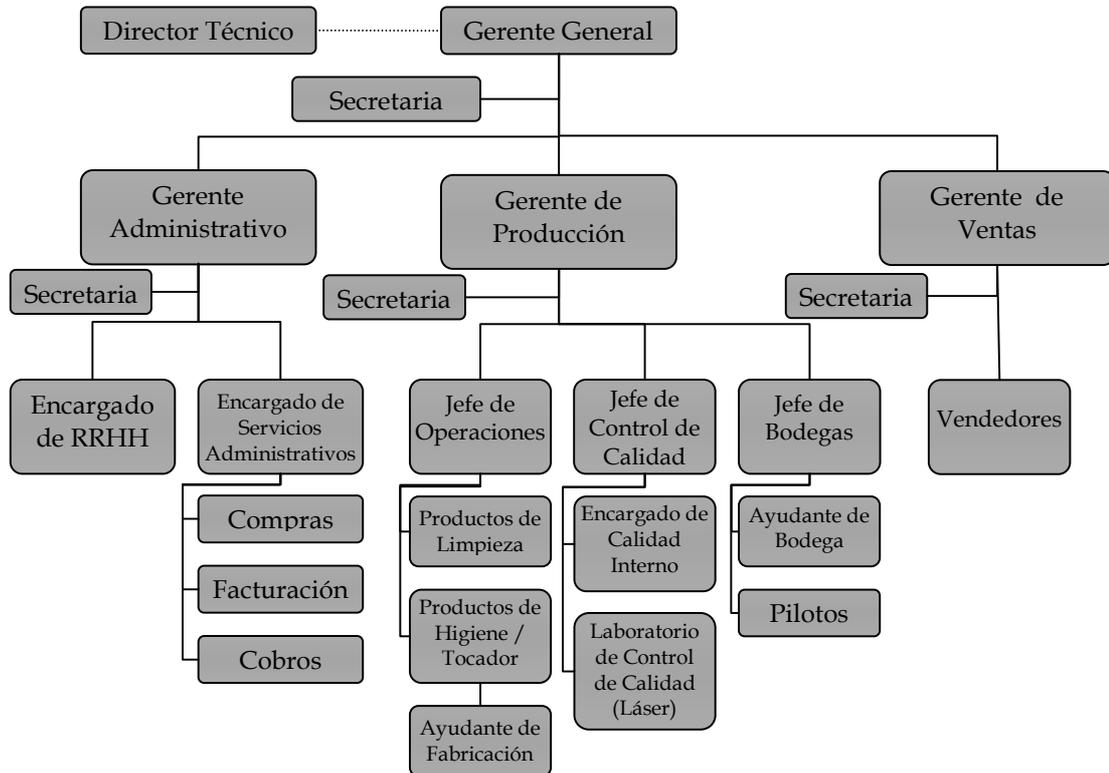
1.2.3. Área de ventas

Esta área es la encargada de diseñar las estrategias de venta y de colocación del producto terminado. El superior de esta área es el Gerente de Ventas, quien está bajo el mando directo del Gerente General. A su cargo se encuentran los vendedores.

Los vendedores son quienes deben ejecutar las estrategias diseñadas por el Gerente de Ventas así como dar seguimiento a los clientes para conocer sus opiniones sobre el producto con el fin de garantizar la satisfacción de cada cliente.

El organigrama completo de Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. incluyendo la posición de cada Gerencia y Jefatura se presenta en la Figura 2.

Figura 2. Organigrama Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A.



Fuente: Servicios Administrativos. Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. 2007

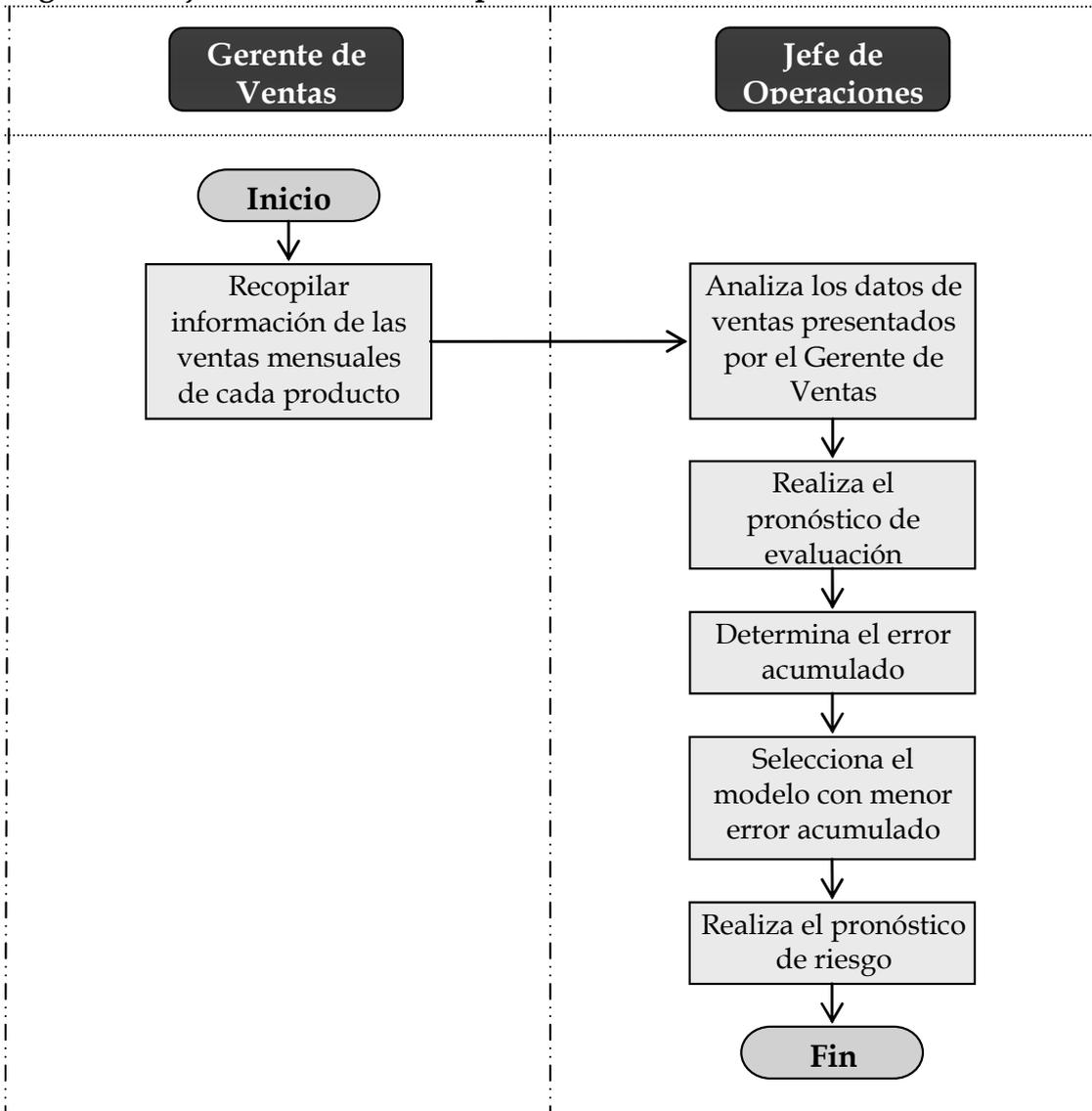
1.3. Metodología de elaboración de pronósticos

Los pronósticos de ventas son elaborados por el Jefe de Operaciones y se realizan con el objetivo de estimar la cantidad de producto a fabricar para planificar la producción mensual. Los pronósticos se realizan para cada una de los productos que se fabrican y para cada una de las presentaciones disponibles de los mismos.

Para la realización de los pronósticos el Gerente de Ventas traslada al Jefe de Operaciones los datos de las ventas mensuales, en cajas, de cada una de las presentaciones de cada producto vendido durante el mes. Posteriormente el Jefe de Operaciones procede a analizar los datos trasladados para luego elaborar el pronóstico de evaluación de cada producto con lo que determina el menor error acumulado para poder obtener el pronóstico de riesgo el cual utiliza para la planificación de la producción mensual.

El proceso de elaboración de pronósticos de ventas en donde se detallan los pasos que se siguen durante dicho proceso y el encargado de la ejecución de cada uno de los pasos se presenta en la Figura 3.

Figura 3. Flujo de elaboración de pronósticos de ventas



Para el desarrollo del presente trabajo se analiza la metodología de elaboración del pronóstico de ventas del desinfectante en presentación de un galón el cual se empaca en cajas de seis unidades cada una. Para este mismo producto se analiza y propone un nuevo método de elaboración de pronósticos.

1.3.1. Análisis de los datos

Los datos a analizar corresponden a la cantidad de cajas vendidas mensualmente por parte de Laboratorios Químicos e Higiénicos de desinfectante de baños y pisos en presentación de un galón durante los años 2002 a 2007. Estos datos se presentan en la Tabla I.

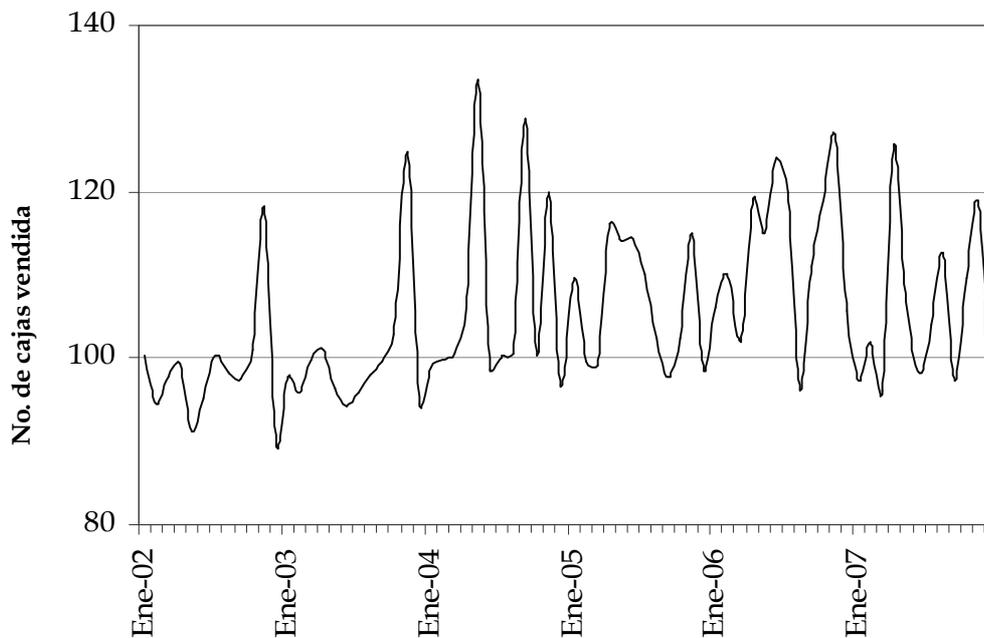
Tabla I. Cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos vendidas entre enero de 2002 y diciembre de 2007.

Mes \ Año	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Enero	100	98	99	110	106	97
Febrero	94	96	100	100	110	102
Marzo	98	100	100	99	102	96
Abril	99	101	106	116	119	125
Mayo	91	96	134	114	115	107
Junio	95	94	99	114	124	98
Julio	100	96	100	110	120	104
Agosto	98	98	100	102	96	113
Septiembre	97	100	129	98	111	97
Octubre	101	103	100	102	119	110
Noviembre	118	125	120	115	127	119
Diciembre	90	95	97	99	106	98

Fuente: Área de ventas. Laboratorios Químicos e Higiénicos S.A. 2008.

Como punto de partida para el análisis de los datos se grafica la cantidad de cajas vendidas de galones de desinfectante durante los meses de enero de 2002 a diciembre de 2007 presentados en la Tabla I. Esta gráfica se muestra en la Figura 4.

Figura 4. Ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Enero 2002 a diciembre 2007



En la Figura 4 se puede apreciar que las ventas de desinfectante de baños y pisos presentan un comportamiento cíclico con una tendencia al alza moderada y algún tipo de comportamiento estacional alrededor de los meses de noviembre y diciembre. Lo anterior conduce a considerar que la curva formada por los datos de cajas vendidas de desinfectante para baños y pisos, en presentación de un galón, es una curva combinada, es decir con comportamiento cíclico y ascendente.

1.3.2. Análisis de los pronósticos

Dado que en el análisis realizado a los datos se determinó que éstos se comportan de manera similar a una curva combinada, es necesario transformar los datos, para lo cual es posible utilizar distintas ecuaciones de regresión para determinar la que mejor se ajuste a los datos y de esta forma poder realizar los pronósticos de evaluación.

Las ecuaciones de regresión que se analizan en Laboratorios Químicos e Higiénicos son la lineal, la exponencial y la logarítmica. De estas ecuaciones de regresión se escoge la que presenta un mejor factor de correlación y luego se toma la pendiente de los datos originales obtenida con la ecuación de regresión seleccionada para posteriormente transformar los datos a una tendencia simulada.

1.3.2.1. Regresión lineal

Para realizar la regresión lineal se utilizan la ecuación de una recta, la cual está dada por la ecuación (1).

$$y = a + bx \quad (1)$$

donde:

a = valor del eje y cuando el valor del eje x es cero (intercepto)

b = pendiente de la recta

x = período de tiempo

y = dato a pronosticar

Para encontrar los valores estimados de los parámetros a y b se deben utilizar las ecuaciones (2) y (3) respectivamente.

$$a = \frac{\sum y * \sum x^2 - \sum x * \sum xy}{N * \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (2)$$

$$b = \frac{N * \sum xy - \sum x * \sum y}{N * \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (3)$$

Al realizar los cálculos de los parámetros estimados con los datos de cajas de desinfectante para baños y pisos vendidas en Laboratorios Químicos e Higiénicos se encontró que $a=95.3412429$ mientras que $b=0.30083356$. La regresión lineal presenta un factor de correlación $r = 0.5098498$.

1.3.2.2. Regresión exponencial

Para realizar la regresión exponencial se utiliza la ecuación (4).

$$y = a \cdot b^x \quad (4)$$

donde:

x = período de tiempo

y = dato a pronosticar

Para estimar los parámetros a y b de la regresión exponencial se utilizan las ecuaciones (5) y (6) respectivamente.

$$a = e^{\frac{\sum \ln y * \sum x^2 - \sum x * \sum \ln y}{N * \sum x^2 - (\sum x)^2}} \quad (5)$$

$$b = e^{\frac{N * \sum x \ln y - \sum x * \sum \ln y}{N * \sum x^2 - (\sum x)^2}} \quad (6)$$

Al realizar las estimaciones de los parámetros de la ecuación exponencial con los datos de ventas de cajas de desinfectante para baños y pisos mensuales de Laboratorios Químicos e Higiénicos se determinó que $a = 95.3759521$ mientras que $b = 1.00285588$. La regresión exponencial presenta un factor de correlación $r = 0.52483766$.

1.3.2.3. Regresión logarítmica

Para realizar una regresión logarítmica se utiliza la ecuación (7).

$$y = a + b \cdot \ln x \quad (7)$$

donde:

x = período de tiempo

y = dato a pronosticar

Para estimar los valores de los parámetros a y b de la regresión logarítmica se utilizan las ecuaciones (8) y (9) respectivamente.

$$a = \frac{\sum y \cdot \sum \ln x^2 - \sum \ln x \cdot \sum (\ln x)y}{N \cdot \sum (\ln x)^2 - (\sum \ln x)^2} \quad (8)$$

$$b = \frac{N \cdot \sum (\ln x)y - \sum \ln x \cdot \sum y}{N \cdot \sum (\ln x)^2 - (\sum \ln x)^2} \quad (9)$$

Al realizar las estimaciones de los parámetros a y b con los datos de cajas de desinfectante para baños y pisos vendidas en Laboratorios Químicos e Higiénicos se encontró que $a = 88.3048$ mientras que $b = 5.15678$. La regresión logarítmica presenta un factor de correlación $r = 0.45079$.

1.3.3. Análisis de error y determinación del mejor modelo

Habiendo obtenido el factor de correlación de cada una de las ecuaciones de regresión empleadas, se selecciona la ecuación que presenta la mayor correlación con los datos observados, es decir se selecciona la ecuación de regresión que se ajusta más a los datos de ventas reales.

Para el caso de cajas de desinfectante para baños y pisos vendidas en Laboratorios Químicos e Higiénicos se observa que la ecuación de regresión que se ajusta más a los datos es la regresión exponencial por lo que se utiliza el valor estimado de b con esta ecuación para transformar los datos a un modelo cíclico lineal. Para transformar cada uno de los datos observados se utiliza la ecuación (10).

$$D_N = D_O - b * x \quad (10)$$

donde:

D_N = Dato nuevo o transformado

D_O = Dato observado

b = Parámetro estimado con la ecuación de regresión que presenta mejor ajuste

x = Período de tiempo

Para la transformación de los datos se consideró que $b = 1.00285588$. Los datos transformados a un modelo cíclico lineal se presentan en la Tabla II.

Tabla II. Datos transformados de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos vendidas entre enero de 2002 y diciembre de 2006.

Mes \ Año	2002	2003	2004	2005	2006
Enero	98	83	72	71	56
Febrero	91	80	72	60	59
Marzo	93	83	72	59	50
Abril	94	83	77	75	65
Mayo	85	78	103	72	60
Junio	88	75	67	71	69
Julio	92	75	68	66	64
Agosto	89	76	67	57	39
Septiembre	87	77	94	51	53
Octubre	89	79	65	55	59
Noviembre	106	100	83	66	66
Diciembre	76	69	59	49	44

Los valores transformados obtenidos difieren un poco de los datos observados de ventas mensuales, esto se debe al valor de la pendiente que se obtuvo de la regresión. Sin embargo la transformación realizada se utiliza para estabilizar los datos a fin de poder encontrar los índices estacionales. Para calcular el índice estacional de cada mes se utiliza la ecuación (11).

$$IE_i = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}, \quad 1 \leq i \leq 12 \quad (11)$$

donde:

\bar{y}_i = Promedio de ventas en el mes i

\bar{y} = Promedio total de ventas

Al realizar los cálculos de los índices estacionales para cada mes se obtuvieron los datos mostrados en la Tabla III.

Tabla III. Índices estacionales mensuales. Período 2002 - 2006

Mes	Índice Estacional
Enero	1.04
Febrero	0.99
Marzo	0.98
Abril	1.08
Mayo	1.09
Junio	1.01
Julio	1.00
Agosto	0.90
Septiembre	0.99
Octubre	0.95
Noviembre	1.15
Diciembre	0.81

Con el valor obtenido de los índices estacionales es posible entonces calcular el pronóstico de evaluación para lo cual se utiliza la ecuación (12).

$$\hat{y}_i = \bar{y} \cdot IE_i + b \cdot x \quad (12)$$

donde:

\hat{y}_i = Pronóstico del mes i

\bar{y} = Promedio total de ventas

b = Parámetro estimado con la ecuación de regresión que presenta mejor ajuste

x = Período de tiempo

IE_i = Índice Estacional del mes i

Empleando la ecuación (12), se procedió a calcular el pronóstico de evaluación correspondiente al año 2007. Posteriormente se encontró el error mensual de los pronósticos de evaluación calculado como la diferencia entre el dato observado de ventas y el valor pronosticado. Los pronósticos calculados y los errores respectivos se presentan en la Tabla IV.

Tabla IV. Pronóstico de evaluación y error observado para las ventas mensuales de desinfectante para baños y pisos del año 2007, utilizando el modelo combinado.

Mes	Pronóstico	Ventas	Error
Enero	137	97	-40
Febrero	134	102	-32
Marzo	134	96	-38
Abril	142	125	-17
Mayo	144	107	-37
Junio	140	98	-42
Julio	140	104	-36
Agosto	133	113	-20
Septiembre	141	97	-44
Octubre	139	110	-29
Noviembre	155	119	-36
Diciembre	131	98	-33

La Tabla IV muestra que los pronósticos de evaluación presentan, para todos los meses evaluados, datos de ventas superiores a las ventas observadas durante el mismo período. Los errores mostrados en dicha tabla son para todos los meses bastante altos presentando además un error acumulado de 404 cajas de desinfectante más a las vendidas realmente.

Debido al dato tan elevado del pronóstico de evaluación es necesario utilizar otro método de pronóstico y realizar una comparación entre el nuevo método y el ya utilizado para verificar cuál de los dos presenta un error acumulado menor.

Para realizar otro análisis a los pronósticos se utilizará un modelo cíclico. Para elaborar un pronóstico por medio del modelo cíclico se debe utilizar la ecuación (13).

$$\hat{y}_i = IE_i \cdot y_i \quad (13)$$

Para el cálculo de los pronósticos de evaluación con el modelo cíclico se utiliza el índice estacional ya calculado para el modelo combinado. El y_i que se utiliza es el dato de ventas de cada mes del año 2006. Los pronósticos obtenidos y el error, calculado de la misma forma que para el modelo combinado, se presentan en la Tabla V.

Tabla V. Pronóstico de evaluación y error observado para las ventas mensuales de desinfectante para baños y pisos del año 2007, utilizando el modelo cíclico.

Mes	Pronóstico	Ventas	Error
Enero	110	97	-13
Febrero	109	102	-7
Marzo	99	96	-3
Abril	128	125	-3
Mayo	125	107	-18
Junio	125	98	-27
Julio	120	104	-16
Agosto	86	113	27
Septiembre	110	97	-13
Octubre	112	110	-2
Noviembre	146	119	-27
Diciembre	85	98	13

En la Tabla V se puede apreciar que los errores obtenidos por medio del modelo cíclico muestran valores tanto negativos como positivos, es decir que pronostican ventas mayores o menores a las observadas en el mes evaluado. El error acumulado es significativamente menor para los pronósticos obtenidos por medio del modelo cíclico.

Teniendo en cuenta que se obtuvo un menor error acumulado utilizando los pronósticos de evaluación dados por medio del modelo cíclico se selecciona éste como el mejor modelo para realizar los pronósticos de riesgo para el año 2008.

1.3.4. Elaboración de pronósticos

Para obtener los pronósticos de riesgo es necesario calcular de nuevo el índice estacional incluyendo ahora los datos de ventas correspondientes al año 2007, mismos que se habían dejado fuera del cálculo del índice para ser utilizados como datos para realizar los pronósticos de evaluación y conocer el modelo que arroja un menor error acumulado.

Los índices estacionales que se obtuvieron al incluir los datos de ventas de desinfectante para baños y pisos correspondientes al año 2007 se presentan en la Tabla VI.

Tabla VI. Índices estacionales mensuales. Período 2002 - 2007

Mes	Índice Estacional
Enero	0.97
Febrero	0.95
Marzo	0.94
Abril	1.06
Mayo	1.04
Junio	0.99
Julio	1.00
Agosto	0.96
Septiembre	1.00
Octubre	1.01
Noviembre	1.15
Diciembre	0.92

Con los índices estacionales obtenidos se procede entonces a realizar un pronóstico de riesgo en el que se estima la cantidad de cajas de galones de desinfectante para baños y pisos que se venderán en Laboratorios Químicos e Higiénicos en el año 2008. Para obtener el pronóstico de ventas indicado se utiliza la ecuación (14).

$$\hat{y}_i = IE_i \cdot y_i \quad (14)$$

Donde y_i es el dato observado de ventas en cada mes del último año disponible, es decir los datos de ventas del año 2007.

Los valores estimados de ventas obtenidos por medio de la ecuación 14 se presentan en la Tabla VII.

Tabla VII. Pronósticos de ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Año 2008.

Mes	Pronóstico
Enero	95
Febrero	98
Marzo	91
Abril	133
Mayo	112
Junio	98
Julio	104
Agosto	109
Septiembre	98
Octubre	111
Noviembre	137
Diciembre	91

2. ANTECEDENTES GENERALES DE LOS MODELOS DE SERIES DE TIEMPO UNIVARIADOS

Se le llama serie de tiempo a un conjunto de mediciones de cierto fenómeno o experimento registradas de forma secuencial en el tiempo. Estas observaciones son denotadas por $\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_t\}$ donde y_i es el valor de la variable observada en el período i con $-\infty < i < \infty$.

Los modelos de series de tiempo tratan de explicar el comportamiento de una o más variables en función de la evolución de la misma variable o de alguna otra variable. Los modelos de series de tiempo pueden ser univariados o multivariados dependiendo de si el mismo es explicado por una o por varias variables, respectivamente. Cuando la variable explicativa del modelo es el valor rezagado de la misma variable, al modelo se le conoce como un modelo autoregresivo.

Los modelos de series de tiempo son ampliamente utilizados debido a su capacidad de hacer inferencia sobre el futuro basándose en sucesos pasados. En el caso de pronósticos de ventas los modelos de series de tiempo son sumamente útiles debido a que predicen el comportamiento de las ventas futuras en base a las ventas observadas durante un período de tiempo.

Antes de explicar en qué consiste un modelo autoregresivo de promedio móvil (ARMA) es necesario definir primero lo que es un proceso estocástico.

Un proceso estocástico es una sucesión de variables aleatorias. Se dice que una variable discreta y_t es aleatoria (i.e. estocástica) si para cualquier número real r existe una probabilidad $p(y \leq r)$ que y tome un valor menor o igual que r . Si y_t representa el valor de las ventas de una empresa y debido a que no es posible pronosticar dichas ventas perfectamente entonces se dice que y_t es una variable aleatoria.

Para las variables discretas la distribución de probabilidad de y_t está dada por una fórmula que especifica cada posible valor de y_t y la probabilidad que se asocia a dicho valor. Cuando se han observado las primeras t realizaciones de y , se puede conocer el valor esperado de y_{t+1}, y_{t+2}, \dots condicionado a los valores observados y_1, y_2, \dots, y_t . Esta media condicional o valor esperado de y_{t+1} se denota por $E[y_{t+1} | y_t, y_{t-1}, \dots, y_1]$ o $E_t y_{t+1}$.

Desafortunadamente no es posible describir por completo la distribución de probabilidad de una serie como las ventas de una empresa. Sin embargo se han desarrollado modelos que capturan la verdadera esencia del proceso de generación de datos. Las ecuaciones estocásticas en diferencia resultan ser una forma conveniente de modelar los procesos dinámicos. Una ecuación de este tipo puede ser de la siguiente forma.

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \dots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (15)$$

En la ecuación (15) ε_t representa la parte irregular de la variable modelada y se comporta como un ruido blanco.² Si se utiliza un proceso de ruido blanco para la construcción de una serie de tiempo se obtiene la serie mostrada en la ecuación (16), la cual se ilustra a continuación:

$$x_t = \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (16)$$

Para cada período t , $\{x_t\}$ es construida tomando valores de $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ y multiplicando cada uno por el valor asociado de β_i . Una secuencia que esté formada de esta manera se conoce como promedio móvil de orden q y se denota como $MA(q)$.

2.1. Modelos autoregresivos de promedio móvil (ARMA)

Es posible combinar un proceso de promedio móvil con una ecuación en diferencia, en donde la variable en el período t es explicada también por observaciones anteriores de la misma variable; de esta forma se obtiene un modelo autoregresivo de promedio móvil (ARMA). La ecuación en diferencia de orden p que se debe considerar para formar un modelo ARMA se presenta en la ecuación (17).

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + x_t \quad (17)$$

² Una secuencia $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso de ruido blanco si tiene media cero, varianza constante y cada uno de sus valores no está correlacionado con ningún otro valor en la secuencia.

Si se considera que $\{x_t\}$ es el proceso $MA(q)$ dado en la ecuación (16) entonces la ecuación (17) se puede describir de la siguiente forma

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (18)$$

Cuando las raíces características de la ecuación (18) están todas dentro del círculo unitario,³ dicha ecuación se llama un modelo autoregresivo de promedio móvil (ARMA) para y_t . La parte autoregresiva del modelo está dada por la ecuación en diferencia, como se indica en la parte homogénea de la ecuación (17), mientras que el promedio móvil está dado por la secuencia x_t de la ecuación (16). En este sentido, si la parte homogénea de la ecuación (17) contiene p rezagos y la secuencia x_t contiene q rezagos, el modelo se denomina un modelo ARMA(p,q). En un modelo ARMA es permitido que tanto p como q , o ambas, sean infinitas.

2.2. Estacionariedad

Se dice que un proceso estocástico es estacionario en sentido estricto o fuerte si las funciones de distribución conjuntas son invariantes con respecto a un desplazamiento en el tiempo. Si se considera que $t, t+1, t+2, \dots, t+k$ reflejan períodos sucesivos, un proceso estocástico es estacionario si $F(y_t, y_{t+1}, \dots, y_{t+k}) = F(y_{t+m}, y_{t+1+m}, \dots, y_{t+k+m})$ para cualesquiera t, k y m .

³ Se dice que una raíz característica se encuentra dentro del círculo unitario cuando al trazar esa raíz en el plano complejo la misma queda dentro de un círculo con radio igual a la unidad.

También se puede hablar de estacionariedad en sentido amplio o débil. Se dice que un proceso estocástico es estacionario en sentido débil si la media, la varianza y las covarianzas intertemporales del mismo son constantes. Más formalmente se dice que un proceso estocástico es estacionario si se cumplen las ecuaciones (19), (20) y (21).

$$E[y_t] = E[y_{t+m}] = \mu \quad \forall m \quad (19)$$

$$E[(y_t - \mu)^2] = E[(y_{t+m} - \mu)^2] = \sigma_y^2 \neq \infty \quad (20)$$

$$E[(y_t - \mu)(y_{t+m} - \mu)] = E[(y_{t+k} - \mu)(y_{t+k+m} - \mu)] = \gamma_m \quad \forall m \quad (21)$$

En las ecuaciones (19), (20) y (21) μ , σ_y^2 y γ_m son todas constantes. Es importante indicar que de la ecuación (21) se desprende que en un fenómeno estacionario las variables pueden estar relacionadas linealmente entre sí, pero esta relación solo depende de la distancia temporal m transcurrida entre ellas.

2.2.1. Restricciones de estacionariedad para un proceso autoregresivo de orden 1 [AR(1)]

Para conocer las condiciones necesarias y suficientes para que un proceso AR(1) sea estacionario es necesario analizar la solución del proceso $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, donde ε_t es ruido blanco. Esta solución se presenta en la ecuación (22).⁴

$$y_t = \frac{a_0}{1 - a_1} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i \varepsilon_{t-i} + A(a_1)^t \quad (22)$$

⁴ Para más información sobre la solución de las ecuaciones en diferencia consultar el apéndice.

Donde A es una constante arbitraria. En la ecuación (22) se observa que la secuencia $\{y_t\}$ no puede ser estacionaria a menos que la expresión $A(a_1)^t$ sea igual a cero. Para que esta expresión sea igual a cero hay dos opciones: que t tienda al infinito, con lo que $a_1^t = 0$; o, que la constante arbitraria A sea igual a cero.

En base a lo anterior, se pueden generalizar las condiciones de estabilidad para un proceso AR(p) de la siguiente forma:

1. La solución homogénea debe ser cero. Para esto, la secuencia debe haber empezado infinitamente en el pasado (i.e. t tiende a ∞) o el proceso debe estar siempre en equilibrio (i.e. la constante arbitraria A es igual a cero).
2. El valor absoluto de la raíz característica a_1 debe ser menor que uno.

2.2.2. Restricciones de estacionariedad para un modelo ARMA(p,q)

Previo a señalar las restricciones de estacionariedad de un modelo ARMA(p,q), es necesario señalar las condiciones de estacionariedad de un proceso MA(q). Un proceso MA de orden finito, donde ε_t es un ruido blanco, siempre será estacionario dado que se puede comprobar que la media, la varianza y la covarianza son finitas e independientes del tiempo.

Sea un modelo general ARMA(p,q) de la forma como se presenta en la siguiente ecuación:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (23)$$

Si las raíces de la ecuación característica inversa del modelo presentado por la ecuación (23) están fuera del círculo unitario (es decir si las raíces de la forma homogénea de dicha ecuación están dentro del círculo unitario) y si la secuencia $\{x_t\}$ es estacionaria, entonces la secuencia $\{y_t\}$ será estacionaria.

Por lo tanto, dado que la secuencia $\{x_t\}$ es estacionaria, únicamente las raíces de la parte autoregresiva del modelo presentado en la ecuación (23) determinan si la secuencia $\{y_t\}$ es estacionaria.

2.3. Función de autocorrelación

La función de autocorrelación es una herramienta muy utilizada para identificar y estimar modelos de series de tiempo. La autocorrelación entre y_t y y_{t-s} se conoce como ρ_s y está dada por la siguiente ecuación:

$$\rho_s \equiv \frac{\gamma_s}{\gamma_0} = \frac{E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)]}{E[(y_t - \mu)^2]} \quad (24)$$

La gráfica de la función de autocorrelación o correlograma, que se genera dibujando ρ_s en función de s , proporciona información importante sobre la estacionariedad del modelo. Por tal motivo, se describen a continuación las funciones de autocorrelación de los procesos AR(1), AR(2), MA(1) Y ARMA(1,1).

Para un modelo AR(1) de la forma $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ la varianza γ_0 y la covarianza γ_s están dadas por las ecuaciones siguientes:

$$\gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1 - a_1^2} \quad (25)$$

$$\gamma_s = \frac{\sigma^2 (a_1)^s}{1 - a_1^2} \quad (26)$$

En este sentido, las autocorrelaciones, ρ_s , se obtienen al dividir cada γ_s por γ_0 , de tal forma que $\rho_0 = 1$, $\rho_1 = a_1$, $\rho_2 = (a_1)^2$, ..., $\rho_s = (a_1)^s$. Por lo tanto, si $|a_1| < 1$, el correlograma de dicho proceso se ilustra por una gráfica que converge geoméricamente a cero. Si a_1 es positivo la convergencia en el correlograma será directa mientras que si a_1 es negativo la convergencia será oscilante.

2.3.1. Función de autocorrelación de un proceso AR(2)

Para un proceso AR(2) de la forma $y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$, donde se ha omitido el término de intercepto porque éste no tiene ningún efecto sobre la función de autocorrelación, $\rho_0 = 1$ y los siguientes valores de la función de autocorrelación están dados por las ecuaciones siguientes:

$$\rho_1 = \frac{a_1 \rho_0}{1 - a_2} \quad (27)$$

$$\rho_s = a_1 \rho_{s-1} + a_2 \rho_{s-2} \quad (28)$$

De conformidad con la ecuación (27), para la determinación ρ_s se utilizan los valores rezagados de las dos últimas autocorrelaciones.

En el caso general de una ecuación en diferencia de segundo orden, la convergencia de la misma puede ser directa u oscilatoria dependiendo de los valores de las raíces características. Las condiciones de estacionariedad para y_t requieren que las raíces características de ρ_s estén dentro del círculo unitario.

2.3.2. Función de autocorrelación de un proceso MA(1)

Un proceso MA(1) dado por $y_t = \varepsilon_t + \beta\varepsilon_{t-1}$ tiene una varianza y una covarianza definidas por las ecuaciones siguientes:

$$\gamma_0 = E[(\varepsilon_t + \beta\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_t + \beta\varepsilon_{t-1})] = (1 + \beta^2)\sigma^2 \quad (29)$$

$$\gamma_s = E[(\varepsilon_t + \beta\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-s} + \beta\varepsilon_{t-s-1})] = 0, \forall s \neq 1 \quad (30)$$

Debido a que la función de autocorrelación está definida como γ_s / γ_0 , los valores del correlograma de un proceso MA(1) serán simplemente $\rho_0 = 1$, $\rho_1 = \beta / (1 + \beta^2)$ y $\rho_s = 0$ para $s > 1$.

2.3.3. Función de autocorrelación de un proceso ARMA(1,1)

Finalmente, la varianza y covarianza de un proceso ARMA(1,1) definido por $y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1}$ se estiman por medio de las ecuaciones siguientes:

$$\gamma_0 = \frac{1 + \beta_1^2 + 2a_1\beta_1}{(1 - a_1^2)} \cdot \sigma^2 \quad (31)$$

$$\gamma_1 = \frac{(1 + a_1\beta_1)(a_1 + \beta_1)}{(1 - a_1^2)} \cdot \sigma^2 \quad (32)$$

De las ecuaciones (31) y (32) se obtiene que ρ_1 es equivalente a:

$$\rho_1 = \frac{(1 + a_1 \beta_1)(a_1 + \beta_1)}{(1 + \beta_1^2 + 2a_1 \beta_1)} \quad (33)$$

Posteriormente, $\rho_s = a_1 \rho_{s-1}$ para $s \geq 2$. En base a lo anterior, se puede observar que el valor de ρ_1 para un proceso ARMA(1,1) depende de los valores de a_1 y β_1 . Cabe indicar que el correlograma de dicho proceso es similar al correlograma de un proceso AR(1). En este sentido si $0 < a_1 < 1$, la convergencia del correlograma será directa mientras que si $-1 < a_1 < 0$ las autocorrelaciones oscilarán alrededor de cero.

2.4. Función de autocorrelación parcial

En un proceso AR(1), y_t y y_{t-2} están correlacionadas aún sin que el término y_{t-2} aparezca directamente en el modelo. La correlación entre y_t y y_{t-2} es igual a la correlación entre y_t y y_{t-1} multiplicada por la correlación entre y_{t-1} y y_{t-2} ; por lo tanto, la correlación entre y_t y y_{t-2} está dada por $\rho_2 = (\rho_1)^2$. Es importante hacer notar que ésta correlación indirecta está presente en la función de autocorrelación de cualquier proceso autoregresivo.

Sin embargo, la autocorrelación parcial entre y_t y y_{t-s} elimina los efectos de la intervención de y_{t-1} sobre y_{t-s+1} . Por consiguiente, la autocorrelación parcial entre y_t y y_{t-2} en un proceso AR(1) es igual a cero. El valor de las autocorrelaciones parciales se determina por medio de las siguientes ecuaciones.

$$\phi_{11} = \rho_1 \tag{34}$$

$$\phi_{22} = (\rho_2 - \rho_1^2)/(1 - \rho_1^2) \tag{35}$$

⋮

$$\phi_{ss} = \frac{\rho_s - \sum_{j=1}^{s-1} \phi_{s-1,j} \rho_{s-j}}{1 - \sum_{j=1}^{s-1} \phi_{s-1,j} \rho_j}, \quad s = 3, 4, 5, \dots \tag{36}$$

Donde $\phi_{sj} = \phi_{s-1,j} - \phi_{ss} \phi_{s-1,s-j}$, $j = 1, 2, 3, \dots, s-1$.

Para un proceso AR(p) no hay una relación directa entre y_t y y_{t-s} para $s > p$. Por lo tanto, para $s > p$, todos los valores de ϕ_{ss} serán iguales a cero y la función de autocorrelación parcial de un proceso AR(p) será equivalente a cero para todos los rezagos mayores que p.

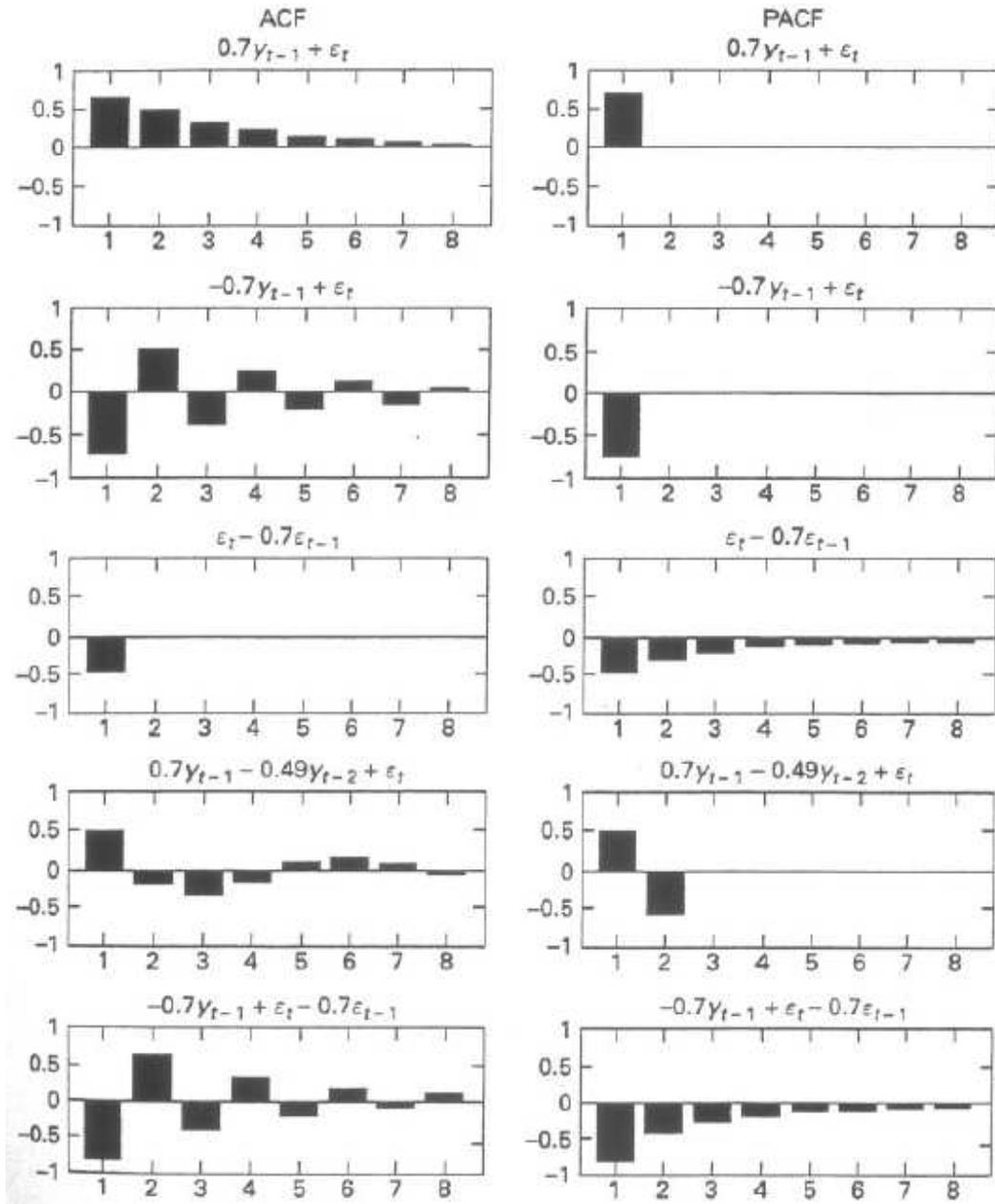
Para el caso de un proceso MA(1), la función de autocorrelación parcial no será igual a cero dado que y_t está correlacionado con sus propios rezagos. En su lugar, la función de autocorrelación parcial presenta un comportamiento que decae geométricamente a cero. Si el valor de $\beta < 0$, la convergencia será directa mientras que si $\beta > 0$, la convergencia de los coeficientes de autocorrelación parcial oscilará alrededor de cero.

De forma más general, la función de autocorrelación parcial de un proceso ARMA(p,q) decaerá a cero a partir del rezago p. En este sentido, algunos aspectos que se deben resaltar acerca de los procesos estacionarios:

1. Las funciones de autocorrelación de un proceso ARMA(p,q) empezarán a decaer después del rezago q, debido a que las raíces características están dentro del círculo unitario.
2. Las funciones de autocorrelación parcial de un proceso ARMA(p,q) empezarán a decaer después del rezago p. A partir de éste rezago los coeficientes de la función de autocorrelación parcial imitarán a los coeficientes de la función de autocorrelación.

La información que proporcionan los gráficos de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial es sumamente importante para los investigadores pues aporta ideas sobre el tipo de proceso de los datos graficados. La Figura 5 muestra algunos ejemplos de funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial.

Figura 5. Comportamiento teórico de funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial seleccionadas.



Fuente: Enders, Walter (2004). *Applied Econometric Time Series*.

2.5. Autocorrelaciones muestrales de las series estacionarias

En la práctica es imposible que los investigadores conozcan la media, la varianza y las autocorrelaciones poblacionales. Sin embargo si la serie es estacionaria, se pueden utilizar la media, la varianza y las autocorrelaciones muestrales para estimar los parámetros del proceso de generación de datos. Si se cuenta con T observaciones en una serie se puede considerar a \bar{y} , $\hat{\sigma}^2$ y r_s como los estimadores de μ , σ^2 y ρ_s , respectivamente. Para encontrar los valores de éstos estimadores se utilizan las ecuaciones siguientes:

$$\bar{y} = (1/T) \sum_{t=1}^T y_t \quad (37)$$

$$\hat{\sigma}^2 = (1/T) \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2 \quad (38)$$

$$r_s = \frac{\sum_{t=s+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-s} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad (39)$$

En este sentido, las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial muestrales se pueden comparar con distintas funciones teóricas para ayudar en la identificación de la naturaleza actual del proceso de generación de datos.

Para verificar si un grupo de coeficientes de autocorrelación son significativamente distintos de cero se puede utilizar el estadístico Q, desarrollado por Box y Pierce (1970). Para el cálculo de éste estadístico se puede utilizar la ecuación (40).

$$Q = T \sum_{k=1}^s r_k^2 \quad (40)$$

El estadístico Q se distribuye asintóticamente como una distribución χ^2 con s grados de libertad y bajo la hipótesis nula que todos los valores de $r_k = 0$. Un proceso de ruido blanco debería tener un estadístico Q igual a cero. Si el valor calculado de Q excede al valor de χ^2 en la tabla se rechaza la hipótesis nula de autocorrelaciones no significativas. Es decir que se debe aceptar entonces la hipótesis alternativa que al menos una autocorrelación es distinta de cero.

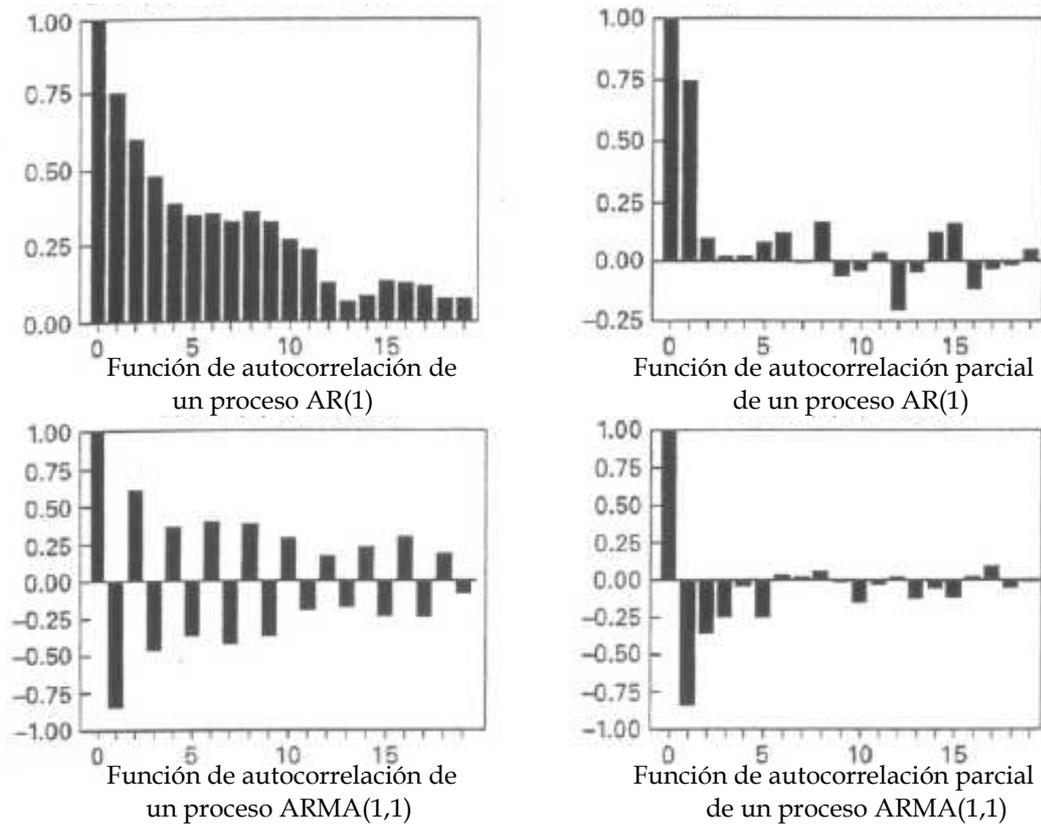
El estadístico Q puede ser utilizado también para determinar si los residuos de un modelo ARMA(p,q) estimado se comportan como un proceso de ruido blanco. Usando los residuales el estadístico Q se distribuye como una χ^2 con s-p-q grados de libertad.

2.5.1. Estimación de un modelo AR(1)

Las funciones muestrales de autocorrelación y autocorrelación parcial se pueden utilizar como una herramienta para la identificación de un modelo ARMA. El primer paso que se debe dar es graficar las funciones mencionadas y compararlas con distintos modelos teóricos para encontrar alguna semejanza con las funciones graficadas. Con esta comparación entonces se puede tener la idea del comportamiento del modelo, sin embargo es necesario examinar bien las funciones de autocorrelación para determinar si existe algún otro modelo que pueda ser estimado.

La figura 6 muestra las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial obtenidas con una serie de 100 números aleatorios distribuidos de forma normal.

Figura 6. Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de dos procesos simulados.



Fuente: Enders, Walter (2004). *Applied Econometric Time Series*.

En la Figura 6 se puede observar un comportamiento decadente de la función de autocorrelación así como un pico en el rezago uno en la función de autocorrelación parcial lo que sugiere un modelo AR(1).

Si al investigador le importa la significancia del rezago 12 que se muestra en la función de autocorrelación parcial puede considerar la estimación de un modelo alternativo, en este caso un ARMA(1,1).

Para seleccionar el mejor modelo se deben evaluar los resultados de ambas estimaciones así como la función de autocorrelación de los residuales para determinar, por medio del estadístico Q , si los mismos están correlacionados entre sí o no.

2.5.2. Estimación de un modelo ARMA(1,1)

Para la selección de un modelo ARMA(1,1) se deben analizar las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial y estimar los modelos que se consideren necesarios comparando posteriormente los criterios de selección de Akaike o de Schwartz y seleccionar el mejor modelo.

Los criterios de Akaike (AIC) y de Schwartz (SBC) son los más utilizados para la selección del modelo. Una forma de calcular el valor de estos criterios es la que se presenta en las ecuaciones (41) y (42).

$$AIC = T \ln(\sum \text{residuales}^2) + 2n \quad (41)$$

$$SBC = T \ln(\sum \text{residuales}^2) + n \ln(T) \quad (42)$$

Donde:

n = número de parámetros estimados ($p + q + \text{constante}$)

T = número de observaciones utilizable.

Para seleccionar el modelo más apropiado por medio de estos criterios se hace considerando como mejor modelo aquel que presente un menor valor AIC o SBC. Para utilizar estos criterios de selección se deben estimar los modelos para el mismo período muestral a fin de que sean comparables los criterios de cada modelo

2.6. Estacionalidad

En muchos procesos de series de tiempo es usual encontrar comportamientos estacionales. Como ejemplo se puede mencionar las ventas de alguna empresa que pueden presentar un comportamiento estacional a finales de cada año, pues las ventas suelen incrementarse para la época navideña.

Es importante considerar la variación estacional que presenten los datos pues un pronóstico que ignore un comportamiento estacional importante tendrá una elevada varianza.

2.6.1. Modelos de datos estacionales

La técnica para modelar series de datos estacionales es solamente un poco diferente de la técnica de modelar series de datos no estacionales. En la práctica la identificación de los comportamientos estacionales es algunas veces difícil por el hecho de que muchas series de datos tienen tanto comportamiento estacional como no estacional. Las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial muestran ambos comportamientos, estacional y no estacional.

La estacionalidad puede tratarse como aditiva o multiplicativa. Para tratar los coeficientes de estacionalidad de forma aditiva únicamente se suman coeficientes AR o MA al período estacional. Es decir que para una serie de datos trimestrales que presenta estacionalidad puede tratarse de forma aditiva como lo indican las siguientes ecuaciones:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_4 \varepsilon_{t-4} \quad (43)$$

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_4 y_{t-4} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (44)$$

La estacionalidad multiplicativa permite la interacción de los efectos ARMA y de los efectos estacionales. Ésta estacionalidad puede representarse de la siguiente forma:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + a_4 y_{t-4} + \beta_1 a_4 \varepsilon_{t-5} \quad (45)$$

No existe una forma teórica que indique que tipo de estacionalidad utilizar sin embargo se considera que la mejor forma de obtener el mejor modelo es probando y verificando ambos tipos.

2.6.2. Diferenciación estacional

En las series de datos es bastante común encontrar comportamientos estacionales y no estacionariedad. Una función de autocorrelación para un proceso con una estacionalidad fuerte es similar a la de un proceso no estacional, la principal diferencia es que se observan picos en los rezagos $s, 2s, 3s, \dots$ y éstos no muestran una caída rápida. Si la autocorrelación en los rezagos estacionales no decae es necesario realizar una diferenciación estacional.

Antes de remover la estacionalidad es necesario verificar la estacionariedad de la serie, en caso que la serie sea estacionaria se debe sacar la primera diferencia a los datos para remover la estacionariedad. Posteriormente para remover la estacionalidad fuerte se deben sacar diferencias estacionales. En el ejemplo de los datos trimestrales la diferencia estacional es $y_t - y_{t-4}$.

Algunas veces las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la serie en la que se ha corregido la estacionalidad sugieran nuevamente estacionalidad, esto se debe a que la estacionalidad puede estar en los términos MA y no en los AR. Para estos casos es recomendable estimar varios modelos y luego seleccionar el mejor.

Con alta estacionalidad es necesario:

1. Usualmente es necesario aplicar diferencia estacional a la serie de datos y verificar la función de autocorrelación de la serie resultante ya que algunas veces ésta resulta ser no estacionaria. Cuando se da el caso es necesario entonces aplicar primera diferencia a la serie.
2. Usar la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial para identificar los modelos potenciales considerando ambos tipos de estacionalidad, aditiva y multiplicativa. Determinar la mejor forma de estacionalidad por medio de los diagnósticos estadísticos.

3. ANÁLISIS Y PROPUESTA DEL DISEÑO

3.1. Justificación del rediseño del proceso de elaboración de pronósticos

Los pronósticos de ventas en una fábrica son muy importantes y útiles en la elaboración de la planificación de la producción pues ayudan a determinar la cantidad de materia prima necesaria durante un período de tiempo así como también la cantidad de personal y por otra parte permiten aprovechar de mejor manera la capacidad productiva de la fábrica. La obtención de un pronóstico que se desvíe mucho de la realidad conlleva algunos problemas a la fábrica como por ejemplo tener mayor necesidad de almacenaje tanto de materia prima como de producto terminado. Por lo anterior, es necesario buscar una mejora continua en los métodos de elaboración de pronósticos para hacer cada vez más eficientes los sistemas de planificación e inventarios y obtener mayor competitividad con ello.

El rediseño del proceso de elaboración de pronósticos de ventas pretende aportar a Laboratorios Químicos e Higiénicos un modelo de predicción más consistente con la realidad, que sea capaz de arrojar errores menores a los obtenidos en la actualidad y que, por consiguiente, permita obtener una planificación más eficiente.

3.2. Rediseño del proceso

La propuesta que se presenta para la elaboración de pronósticos es realizar los mismos, mediante un modelo de series de tiempo el cual utiliza como variable dependiente los valores observados de las ventas en períodos previos. Para la realización del modelo de series de tiempo se empleará la metodología desarrollada por Box - Jenkins (1976) y se utilizará el paquete computacional EViews⁸.

La metodología Box - Jenkins consta de tres pasos fundamentales para el desarrollo de un modelo ARMA(p,q). Los pasos de esta metodología son:

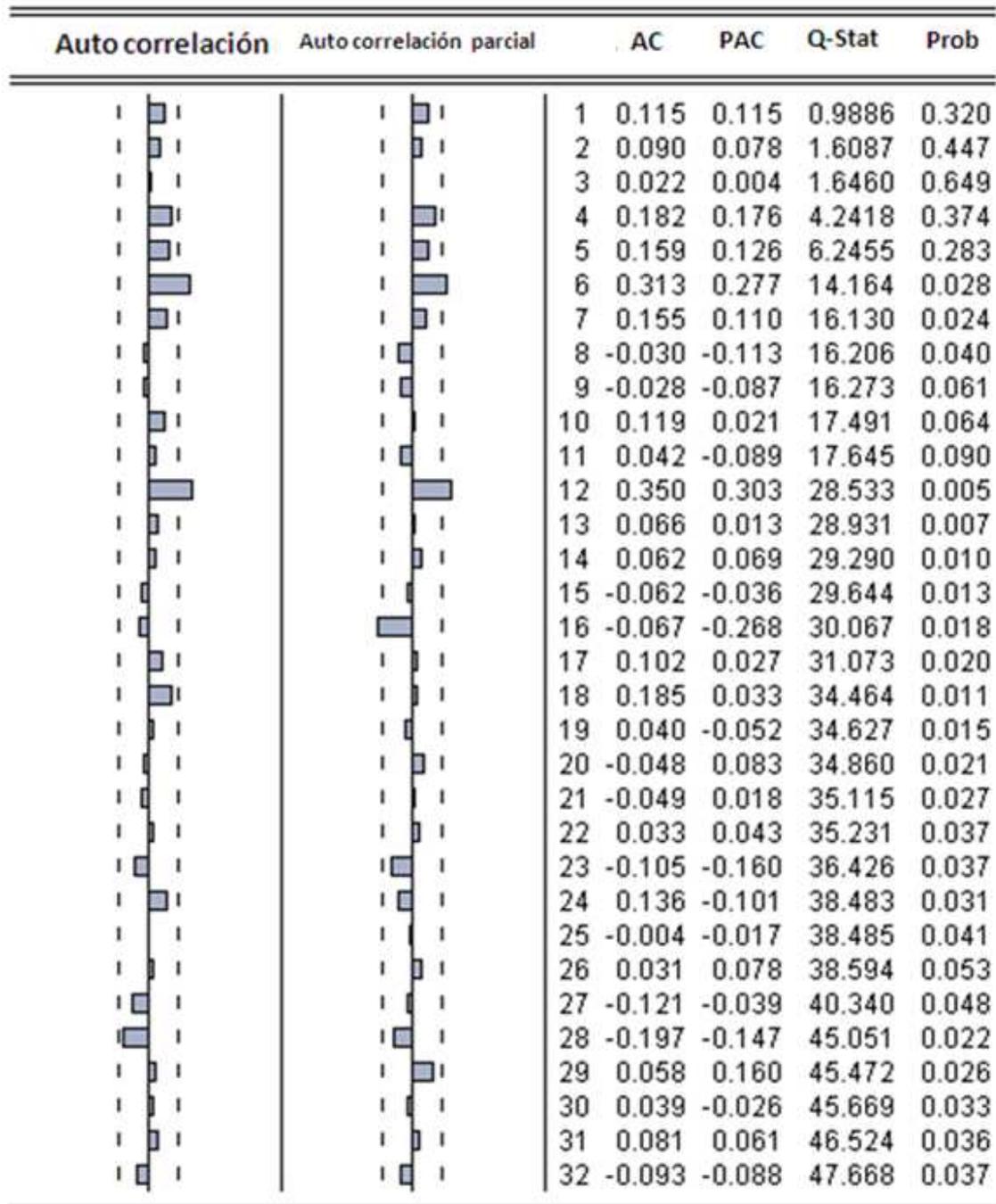
1. Etapa de identificación: En esta etapa se debe examinar la gráfica de la serie de datos, analizar la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial. La gráfica de la serie provee información importante acerca de la existencia de valores atípicos y cambios estructurales en los datos. Por otro lado la gráfica permite obtener una idea sobre la existencia de no estacionariedad ya que generalmente las series estacionarias presenta una pronunciada tendencia.
2. Etapa de estimación: En esta etapa se deben de estimar los modelos tentativos y examinar los mismos para determinar cuál es el mejor, para esto se pueden utilizar los criterios de AIC o SBC.

⁸ EViews es un paquete estadístico para Windows, puede ser empleado para análisis estadístico general, pero es especialmente útil para realizar análisis econométrico, como modelos de corte transversal, datos en panel y estimación y predicción con modelos de series de tiempo.

3. Etapa de comprobación: La tercera y última etapa de la metodología de Box - Jenkins es la comprobación del modelo estimado. Para la comprobación usualmente se grafican los residuales para verificar si existen períodos en los que éstos no se ajustan muy bien a los datos. Es importante verificar que los residuales no estén correlacionados, debido a que la correlación de los mismos implica que los coeficientes estimados no explican del todo a la secuencia de datos. Para verificar si hay correlación en los residuales se deben construir las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los mismos.

Para identificar los modelos a estimar se analizan las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial. Estas funciones son útiles también para determinar si existe algún tipo de comportamiento estacional para que el mismo sea tratado en la estimación de los modelos. La gráfica de la función de autocorrelación y autocorrelación parcial se presenta en la Figura 7.

Figura 7. Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la serie de ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.



La gráfica de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial presentan un patrón distinto al de las gráficas que se presentaron en la Figura 5 ya que los rezagos empiezan siendo no significativos desde el principio. Al examinar con mayor detalle la gráfica de la Figura 7 se puede observar que a un nivel de confianza del 95 por ciento son significativos los rezagos 6 y 12 en la función de autocorrelación y los rezagos 6, 12 y 16 en la función de autocorrelación parcial.

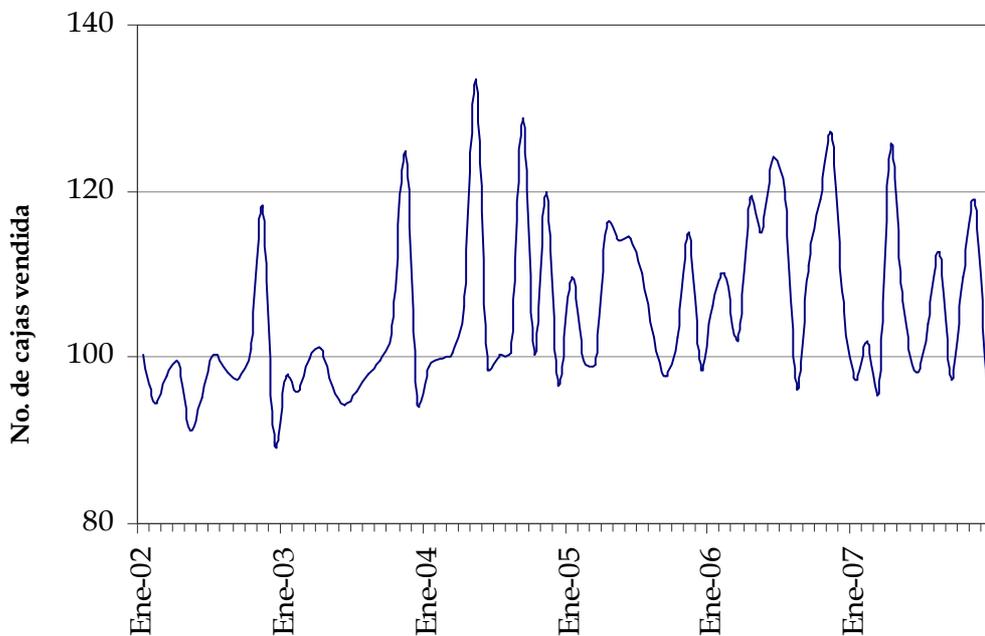
Según el análisis realizado a la gráfica de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial puede pensarse en un modelo ARMA donde sea necesario incluir los rezagos significativos debido a que esta significancia muestra que las ventas de desinfectante para baños y pisos en Laboratorios Químicos e Higiénicos pueden entonces estar influenciadas por las ventas ocurridas hace 6, 12 ó 16 meses.

Antes de proceder a la estimación de los modelos para seleccionar el mejor es necesario determinar si los datos son estacionarios.

3.2.1. Análisis de estacionariedad

La primera idea acerca de la estacionariedad de los datos la proporciona la gráfica de los mismos pues generalmente los datos no estacionarios presentan una pronunciada tendencia. La gráfica de los datos se presenta en la Figura 8.

Figura 8. Ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Enero 2002 a diciembre 2007.



En la Figura 8 se puede apreciar que los datos de ventas presentan una pequeña tendencia al alza por lo que es necesario aplicar la prueba de Dickey Fuller⁹ para verificar si los datos son estacionarios o no.

⁹ La prueba Dickey Fuller se utiliza para determinar si hay una raíz unitaria presente en un modelo autoregresivo. La hipótesis nula de una prueba Dickey Fuller es que existe una raíz unitaria.

Para determinar la estacionariedad de la serie de datos se realizaron las pruebas de Dickey Fuller que están incluidas dentro de EViews. El resultado de estas pruebas indica que la serie de datos de ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos es estacionaria en tendencia. Este resultado se muestra en la Tabla VIII.

Tabla VIII. Resultados de la prueba Dickey Fuller para probar estacionariedad de la serie de datos de ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.

Hipótesis nula: ventas tiene una raíz unitaria

Exógena: Constante, Tendencia lineal

Longitud de rezagos: 0

		Estadístico t	Prob.*
Estadístico de prueba Dickey-Fuller aumentado		-8.457219	0.0000
Valores críticos prueba:	Nivel 1%	-4.092547	
	Nivel 5%	-3.474363	
	Nivel 10%	-3.164499	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

En la Tabla VIII se puede observar el valor del estadístico t y la probabilidad asociada para probar que la serie de ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos es estacionaria. Se puede decir entonces, en base a los resultados de la Tabla VIII, que la serie ventas es una serie estacionaria en tendencia con un nivel de confianza del 99 por ciento.

Debido a que la serie es estacionaria en tendencia es necesario eliminar la tendencia con el objetivo de mejorar el ajuste de los pronósticos. Para quitar la tendencia a una serie de datos es necesario estimar una ecuación lineal, con el método de mínimos cuadrados ordinarios, en donde la variable independiente, denominada t , varía desde uno hasta el número de datos disponibles. La serie sin tendencia será entonces la parte no explicada de la regresión estimada, es decir los residuales de esta regresión.

3.2.2. Estimación de los parámetros.

Dado que es necesario eliminar el comportamiento tendencial a la serie de datos se deberán obtener dos estimaciones, una para la parte tendencial y otra para la parte sin tendencia y sumar dichas estimaciones para poder obtener los pronósticos de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.

Los resultados de la estimación para la parte tendencial se presentan en la Tabla IX.

Tabla IX. Resultados de la estimación de los coeficiente de la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.

Variable Dependiente: VENTAS

Método: Mínimos Cuadrados

Muestra: 2002M01 2007M12

Observaciones incluidas: 72

Variable	Coefficiente	Desv. Estándar	Estadístico-t	Prob.
C	98.4441	2.258681	43.58475	0.0000
T	0.18228	0.053776	3.389616	0.0012
R-cuadrado	0.14099	Media variable dependiente		105.097
R-cuadrado Ajustado	0.12872	D.E. variable dependiente		10.1595
E.E. de regresión	9.48312	Criterio de Akaike		7.36428
Suma residuales cuadrado	6295.07	Criterio de Schwarz		7.42753
Log verosimilitud	-263.11	Criterio de Hannan-Quinn		7.38947
Estadístico-F	11.4895	Estadístico Durbin-Watson		2.04939
Prob(Estadístico-F)	0.00115			

Con los resultados obtenidos de la estimación (Tabla IX) se puede entonces escribir una ecuación para la parte tendencial de las ventas de desinfectante para baños y pisos. Esta ecuación se presenta a continuación.

$$ventas_t = 98.4441 + 0.1823t + e_t^{ventas} \quad (46)$$

Luego de haber obtenido la estimación de la parte tendencial en las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos se procede a encontrar la serie sin tendencia. Esta serie, a la que se le dio el nombre de y , se obtiene de restar los valores de la parte tendencial de los valores observados de las ventas totales.

Una vez que se han obtenido los datos de la serie sin tendencia se procede a estimar la regresión para determinar los coeficientes de dicha serie. Los resultados de esta estimación se presentan en la tabla X.

Tabla X. Resultados de la estimación de los coeficientes de la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.

Variable Dependiente: Y
 Método: Mínimos Cuadrados
 Muestra (ajustada): 2003M05 2007M12
 Observaciones incluidas: 56 después de ajustes
 Convergencia lograda después de 24 iteraciones

Variable	Coeficiente	Desv. Estándar	Estadístico-t	Prob.
C	0.58347712	1.60480867	0.36358048	0.71767415
AR(12)	0.66097251	0.09855612	6.70655995	0.00000000
AR(16)	-0.2014722	0.08827417	-2.2823463	0.02667203
MA(4)	0.36202400	0.11217332	3.22736290	0.00218535
MA(12)	-0.7208001	0.06344470	-11.361090	0.00000000
R-cuadrado	0.49008395	Media variable dependiente		0.42669181
R-cuadrado Ajustado	0.45009053	D.E. variable dependiente		10.1795223
E.E. de regresión	7.54871492	Criterio de Akaike		6.96567711
Suma residuales cuadrado	2906.13794	Criterio de Schwarz		7.14651209
Log verosimilitud	-190.03895	Criterio de Hannan-Quinn		7.03578645
Estadístico-F	12.2541159	Estadístico Durbin-Watson		1.81164401
Prob(Estadístico-F)	0.00000005			

Con los resultados obtenidos de la estimación (Tabla X) se puede entonces escribir una ecuación para la parte sin tendencia de las ventas de desinfectante para baños y pisos. Esta ecuación se presenta a continuación.

$$y_t = 0.6610y_{t-12} - 0.2015y_{t-16} + 0.3620e_{t-4} - 0.7208e_{t-12} + e_t \quad (47)$$

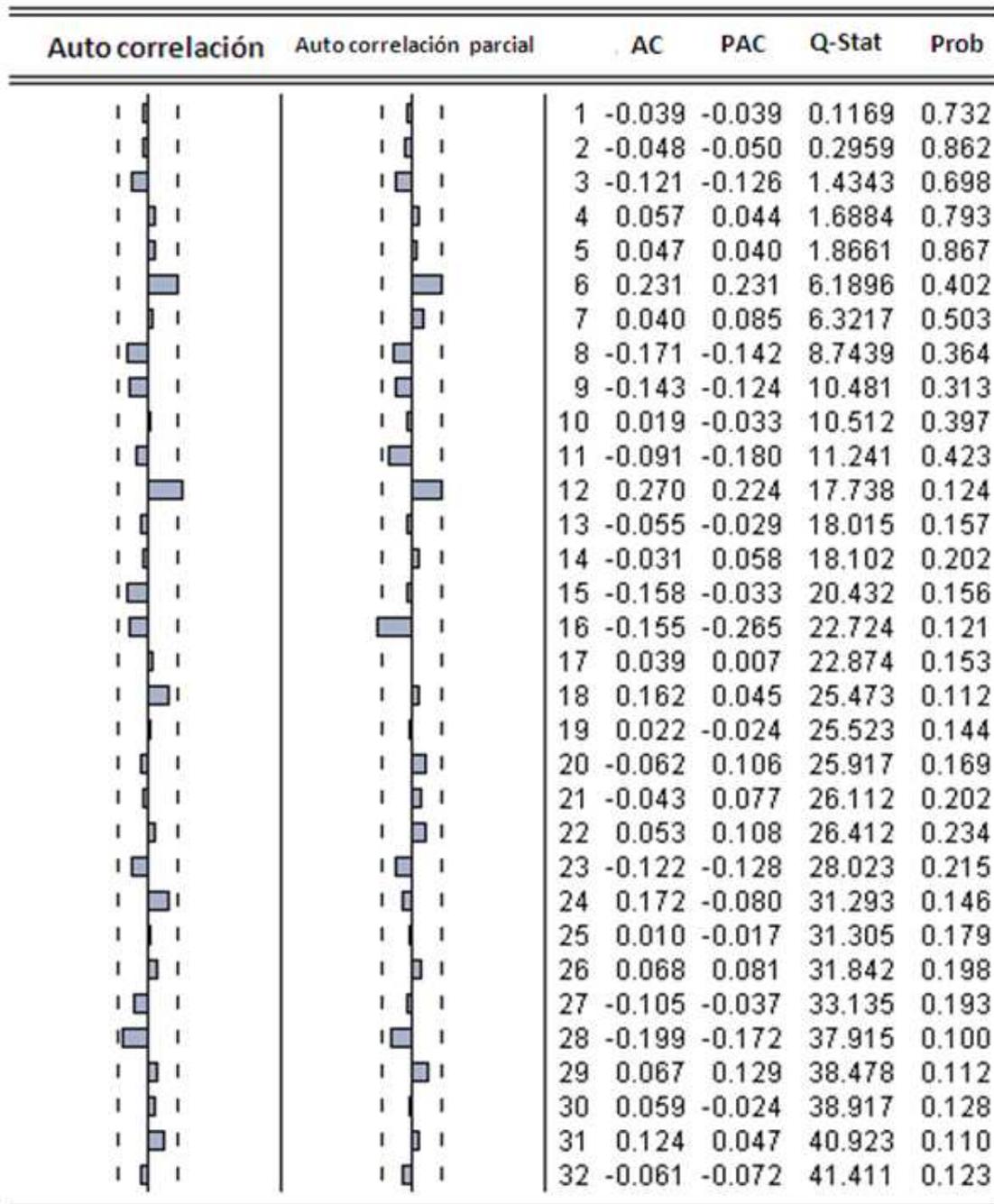
Con la suma de las ecuaciones (46) y (47) es posible entonces obtener la ecuación del modelo que brindará los pronósticos para las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Antes de obtener la ecuación de dicho modelo es necesario comprobar cada una de las estimaciones realizadas.

3.2.3. Comprobación del modelo

Una vez que se han realizado las estimaciones de la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos así como de la parte sin tendencia de dicha serie se debe realizar la comprobación de ambas estimaciones. Esta comprobación se realiza mediante la verificación de que no exista correlación en los residuales de ambas series, por medio de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los mismos.

Las gráficas de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuales de la estimación realizada a la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos se presentan en la Figura 9.

Figura 9. Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuales de la estimación de la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.



En la Figura 9 se puede apreciar que a un nivel de confianza del 95 por ciento los residuales de la estimación realizada para la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos no están correlacionados. Lo anterior indica que la estimación de la parte tendencial es apropiada para efectuar pronósticos de la misma.

Luego de efectuar la comprobación de la estimación realizada para la parte tendencial es necesario efectuar la comprobación de la estimación realizada para la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.

La comprobación de la estimación realizada para la parte sin tendencia se realiza de la misma manera que para la estimación de la parte con tendencia de la serie. Las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos se presentan en la Figura 10.

Figura 10. Funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuales de la estimación de la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos.

Auto correlación	Auto correlación parcial	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.060	0.060	0.2144	
		2	-0.048	-0.052	0.3550	
		3	-0.049	-0.043	0.5019	
		4	0.135	0.139	1.6319	
		5	0.049	0.028	1.7833	0.182
		6	0.079	0.086	2.1889	0.335
		7	-0.022	-0.016	2.2208	0.528
		8	-0.139	-0.150	3.5335	0.473
		9	-0.070	-0.060	3.8760	0.567
		10	0.064	0.035	4.1660	0.654
		11	-0.016	-0.043	4.1848	0.758
		12	-0.103	-0.069	4.9648	0.761
		13	-0.014	0.031	4.9790	0.836
		14	-0.076	-0.080	5.4291	0.861
		15	-0.104	-0.099	6.2871	0.854
		16	-0.024	-0.021	6.3339	0.898
		17	0.025	0.003	6.3874	0.931
		18	0.043	0.079	6.5442	0.951
		19	-0.012	0.014	6.5566	0.969
		20	-0.071	-0.077	7.0073	0.973
		21	0.078	0.102	7.5724	0.975
		22	0.041	-0.000	7.7323	0.982
		23	-0.107	-0.180	8.8544	0.976
		24	0.025	0.054	8.9189	0.984

En la Figura 10 se puede apreciar que a un nivel de confianza de 95 por ciento los residuales de la estimación realizada para la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos no presentan correlación entre sí, lo que indica que la estimación es apropiada para efectuar los pronósticos de la serie de datos.

Conociendo que ambas partes de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos, tanto la parte con comportamiento tendencial como la parte sin tendencia, pudieron ser estimadas de manera apropiada se puede entonces formar una ecuación para determinar el pronóstico de las ventas totales del producto mencionado.

La ecuación para pronosticar las ventas totales, como se mencionó con anterioridad, se forma con la suma de las ecuaciones estimadas para cada una de las partes en que se descompuso la serie de ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Esta ecuación se presenta a continuación.

$$ventas = 98.4441 + 0.1823t + 0.6610y_{t-12} - 0.2015y_{t-16} + 0.3620e_{t-4} - 0.7208e_{t-12} + \varepsilon_t \quad (48)$$

$$\text{Donde } \varepsilon_t = e_t^{ventas} + e_t.$$

Con la ecuación obtenida para el pronóstico de las ventas de desinfectante para baños y pisos se puede entonces proceder a realizar los pronósticos para dicha serie de datos.

3.3.Elaboración de pronósticos de ventas con el modelo propuesto

Los pronósticos de las ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos se obtienen encontrando primero los pronósticos arrojados por cada una de las ecuaciones estimadas con anterioridad y luego sumando los mismos. EViews proporciona el pronóstico de cada una de las estimaciones obtenidas.

Los pronósticos de riesgo obtenidos con la ecuación estimada para la parte tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos se presentan en la Tabla XI.

Tabla XI. Pronósticos de la parte con comportamiento tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Año 2008.

Mes	Pronóstico
Enero	111.75
Febrero	111.93
Marzo	112.11
Abril	112.30
Mayo	112.48
Junio	112.66
Julio	112.84
Agosto	113.03
Septiembre	113.21
Octubre	113.39
Noviembre	113.57
Diciembre	113.76

Los pronósticos de riesgo obtenidos con la ecuación estimada para la parte sin tendencia de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos se presentan en la Tabla XII.

Tabla XII. Pronósticos de la parte sin comportamiento tendencial de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Año 2008.

Mes	Pronóstico
Enero	-1.32
Febrero	-0.13
Marzo	-5.14
Abril	4.29
Mayo	3.75
Junio	0.82
Julio	2.51
Agosto	-1.10
Septiembre	-1.19
Octubre	0.88
Noviembre	3.68
Diciembre	-0.99

Como se ha indicado con anterioridad el pronóstico de riesgo de las ventas totales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos se obtiene de la suma de los pronósticos presentados en las Tablas XI y XII. Los resultados de dichos pronósticos se presentan en la Tabla XII. Cabe mencionar que debido a que se están pronosticando ventas de cajas el resultado obtenido se redondeó al entero anterior o siguiente dependiendo de si el decimal es menor o igual que 5 o si es mayor que 5, respectivamente.

Tabla XIII. Pronósticos de ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos, obtenido por medio de un modelo de series de tiempo. Año 2008.

Mes	Pronóstico
Enero	110
Febrero	112
Marzo	107
Abril	117
Mayo	116
Junio	113
Julio	115
Agosto	112
Septiembre	112
Octubre	114
Noviembre	117
Diciembre	113

4. IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

4.1. Recursos Necesarios

La propuesta realizada a Laboratorios Químicos e Higiénicos es mejorar sus pronósticos de ventas, elaborando los mismos por medio de un modelo de series de tiempo. Para que se pueda implementar dicha propuesta es necesario contar con una serie de recursos tanto financieros como humanos.

4.1.1. Recursos Humanos

Para que el proceso de elaboración de los pronósticos de las ventas mensuales se lleve a cabo de una forma más eficiente es necesario contratar a una persona para que apoye al Jefe de Operaciones en la elaboración de dichos pronósticos. Se requiere que la persona a contratar cuente con estudios de Ingeniería Industrial o Econometría y que tenga experiencia en la elaboración de pronósticos de ventas. Además de apoyar en el proceso de elaboración de los pronósticos la persona contratada debe ser capaz de colaborar en el proceso de planificación al que se dedica también la jefatura de Operaciones.

4.1.2. Recursos financieros

Para lograr una mejoría en la metodología de elaboración de pronósticos que se lleva a cabo en Laboratorios Químicos e Higiénicos es necesario que se realicen algunos cambios dentro de dicho proceso, para llevar a cabo éstos cambios es necesario contar con recursos financieros, para cubrir el salario mensual de la persona que colaborará en la elaboración de los pronósticos de ventas, así como gastos de equipo de computo y equipo de oficina para el lugar de trabajo de ésta persona.

Un dato aproximado de los recursos financieros necesarios se presenta en la Tabla XIV.

Tabla XIV. Recursos financieros necesarios para la implementación de la propuesta.

Rubro	Valor estimado
Sueldo mensual del trabajador a contratar, para la elaboración de los pronósticos.	Q 2,500.00
Equipo de cómputo	Q 6,500.00
Equipo de oficina	Q 1,200.00
Total	Q 10,200.00

4.1.3. Recursos de planta propiedad y equipo

Para lograr mejoras en el proceso de elaboración de los pronósticos de ventas es necesario adquirir equipo de cómputo que sea capaz de soportar el almacenamiento y procesamiento de los datos que se manejan para los pronósticos, ya que actualmente se cuenta con un equipo que, debido a su baja capacidad, dificulta dicho proceso. El equipo de cómputo a adquirir debe contar con el programa econométrico EViews

También es necesario adquirir equipo de oficina para la persona que se encargará de los pronósticos de ventas.

4.2. Plan piloto de acción

El plan piloto de acción para mejorar el proceso de elaboración de pronósticos de ventas en Laboratorios Químicos e Higiénicos incluye el análisis de ambas metodologías, tanto la actual como la propuesta, para saber con cuál de ellas se obtienen mejores resultados.

Para lograr la mejora esperada en el proceso de elaboración de pronósticos de ventas, el plan piloto de acción incluye la contratación de una persona para asistir al jefe de operaciones, en la elaboración de dichos pronósticos.

Las tareas que el plan piloto de acción contempla para que cada una de las áreas de Laboratorios Químicos e Higiénicos lleve a cabo dentro de esta propuesta se detallan a continuación.

4.2.1. Área administrativa

En el área administrativa se encuentran las secciones de Recursos Humanos y de Servicios Administrativos, cada una de estas secciones tendrá a su cargo algunas actividades dentro de la propuesta de mejora del proceso de elaboración de pronósticos de ventas.

El encargado de recursos humanos es quien deberá seleccionar y reclutar a la persona que se encargará de asistir al jefe de operaciones en la elaboración de los pronósticos de ventas. Para seleccionar al candidato ideal, el encargado de recursos humanos debe estar en contacto con el jefe de operaciones para que entre ambos acuerden cuál será el perfil del puesto y las tareas que se le asignarán a la persona seleccionada.

El encargado de compras, de la sección de servicios administrativos, debe coordinar con el jefe de operaciones cuál es el equipo de oficina y cómputo necesario para el nuevo puesto y encargarse de todo el proceso de cotización y adquisición de dicho equipo.

4.2.2. Área de producción

Dentro del área de producción se encuentra la jefatura de operaciones, quien es la responsable ante la Gerencia General de la puesta en marcha del plan de acción. Es el jefe de operaciones quien coordinará con los encargados de las otras áreas de la empresa la ejecución del referido plan.

Las acciones que el jefe de operaciones debe llevar a cabo con el área administrativa incluyen la definición del perfil y atribuciones del puesto, en coordinación con el encargado de recursos humanos. También debe hacer la requisición al encargado de compras del equipo de cómputo y oficina para el nuevo puesto.

Con el área de ventas debe coordinar un nuevo formato para el traslado de la información final de las ventas de cada uno de los productos durante cada mes.

Además de coordinar acciones con las otras áreas de la empresa el jefe de operaciones debe de capacitar a la persona que se contrate como su asistente, capacitándolo en todo lo relacionado a los procesos de la empresa, así como definir sus tareas específicas..

4.2.3. Área de ventas

El área de ventas está incluida dentro del plan de acción de mejora del proceso de elaboración de pronósticos de ventas debido a que se requiere de ellos un cambio en el formato de presentación de los datos de ventas mensuales que trasladan al jefe de operaciones.

Actualmente los datos no presentan un desglose adecuado de la información por lo que el jefe de operaciones debe coordinar con el gerente de ventas para definir el nuevo formato.

4.3. Plan de capacitación al personal

Dentro de la propuesta presentada a Laboratorios Químicos e Higiénicos para la mejora del proceso de elaboración de pronósticos de ventas se contempla dar capacitación al jefe de operaciones, quien es el encargado de llevar a cabo dicho proceso, sobre el modelo propuesto de series de tiempo.

La capacitación mencionada incluye explicarle detenidamente cada uno de los pasos necesarios para encontrar el pronóstico mensual. También se le presentará el plan piloto de acción, para su consideración y puesta en marcha. Sin embargo dentro de la capacitación se tiene contemplado que sea el jefe de operaciones quien se encargue de trasladar la misma a las otras áreas de la empresa así como también al asistente de operaciones que se contratará.

La capacitación requerida para el personal de Laboratorios Químicos e Higiénicos incluye únicamente capacitación al personal de ventas y al asistente de operaciones. Al personal de ventas es necesario capacitarle sobre el nuevo formato de presentación de datos.

Al asistente de operaciones se le debe capacitar sobre todas las atribuciones que desempeñará. Principalmente debe de capacitársele en el proceso de elaboración de pronósticos que se lleva a cabo en Laboratorios Químicos e Higiénicos.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1. Comparación de los modelos

Es necesario realizar una comparación del error obtenido con el modelo utilizado actualmente en Laboratorios Químicos e Higiénicos para la elaboración de los pronósticos de ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos, así como del error obtenido con el modelo de series de tiempo propuesto en este trabajo.

Para realizar dicha comparación fue necesario obtener los datos de las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos durante el primer semestre del año 2008. Con estos datos se procede entonces a encontrar el error real de cada uno de los modelos.

El error real se obtiene mediante la diferencia del pronóstico de riesgo obtenido con cada modelo y el dato observado de ventas para los meses de enero a junio de 2008.

5.1.1. Obtención del error real

Como se mencionó con anterioridad, para obtener el error real de cada una de las metodologías analizadas se debe contar con una serie de datos para poder compararlos con los pronósticos de riesgo obtenidos. La serie de datos utilizada para esta comparación se presenta en la Tabla XV.

Tabla XV. Ventas mensuales de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos. Enero a junio de 2008.

Mes	Ventas
Enero	105
Febrero	115
Marzo	99
Abril	120
Mayo	118
Junio	102

Con los datos presentados en la Tabla XV se puede entonces proceder a calcular el error real que se obtiene con cada uno de los métodos de pronósticos.

5.1.1.1. Método de regresión

Para encontrar el error real de los pronósticos de riesgo obtenidos con el método de regresión se debe encontrar la diferencia entre el valor de los mismos y el valor de las ventas observadas en el primer semestre de 2008. Los datos de los pronósticos de riesgo obtenidos con el método de regresión y el valor del error real obtenido con este método se presentan en la Tabla XVI.

Tabla XVI. Error real obtenido con el método de regresión, para el primer semestre de 2008.

Mes	Pronóstico de riesgo	Ventas observadas	Error real
Enero	95	105	-10
Febrero	98	115	-17
Marzo	91	99	-8
Abril	133	120	13
Mayo	112	118	-6
Junio	98	102	-4

En la Tabla XVI se puede observar que con el método de regresión se obtienen errores tanto positivos como negativos, lo cual indica que el método de regresión está pronosticando tanto ventas mayores como menores a las observadas.

El error real total para el período evaluado, enero a junio de 2008, se obtiene de la suma de los errores de cada mes. Al hacer esta suma se encontró que el error real total es de -32 cajas. El signo negativo en el error real significa que, en total para el primer semestre de 2008, el método de regresión arrojó un pronóstico de 32 cajas menos, de seis galones de desinfectante para baños y pisos, a las ventas durante dicho período.

5.1.1.2. Modelo de series de tiempo

Al igual que en el método de regresión para obtener el error real obtenido con los pronósticos de riesgo del modelo de series de tiempo se debe encontrar la diferencia entre éstos y las ventas observadas en el primer semestre del año 2008. Los datos de los pronósticos de riesgo obtenidos con el modelo de series de tiempo y el valor del error real obtenido con este modelo se presentan en la Tabla XVII.

Tabla XVII. Error real obtenido con el modelo de series de tiempo para el primer semestre de 2008.

Mes	Pronóstico de riesgo	Ventas observadas	Error real
Enero	110	105	5
Febrero	112	115	-3
Marzo	107	99	8
Abril	117	120	-3
Mayo	116	118	-2
Junio	113	102	11

En la Tabla XVII se puede observar que con el modelo de series de tiempo, al igual que con el método de regresión, se obtienen errores tanto positivos como negativos. Lo anterior indica que el modelo de series de tiempo está pronosticando tanto ventas mayores como menores a las observadas.

Al igual que con el método de regresión, el error real total para el período evaluado, enero a junio de 2008, se obtiene de la suma de los errores de cada mes. Al hacer esta suma se encontró que el error real total es de 16 cajas. El signo positivo en el error real significa que, en total para el primer semestre de 2008, el modelo de series de tiempo arrojó un pronóstico de 16 cajas más, de seis galones de desinfectante para baños y pisos, a las ventas durante dicho período.

5.2. Análisis de costos

Con cada una de las metodologías empleadas para la elaboración de pronósticos se incurre en una serie de costos. El análisis de éstos costos es necesario para determinar cuál de las metodologías representa un mayor beneficio para Laboratorios Químicos e Higiénicos.

Los costos en los que se incurre en la implementación de la propuesta incluyen el costo de almacenaje, el costo de oportunidad, el costo del nuevo equipo de cómputo y de oficina y el salario mensual del asistente de operaciones que se contratará. Estos últimos costos son iguales para ambas metodologías ya que aún de continuar con la metodología actual es necesaria esa contratación para mejorar el proceso de elaboración de pronósticos.

El costo de almacenaje también es igual para cada metodología la diferencia entre las mismas es la cantidad de producto a almacenar, este costo se percibe cuando el pronóstico es mayor a las ventas observadas. El costo de oportunidad, el cual se percibe cuando se deja de vender una caja de producto por no tener en existencia, es aplicable a ambas metodologías.

Laboratorios Químicos e Higiénicos tiene como estimados los siguientes costos para una caja de seis galones de desinfectante para baños y pisos:

- Costo de Almacenaje: El costo de almacenaje de una caja de desinfectante para baños y pisos está estimado en Q 1.75.
- Costo de Oportunidad: El costo de oportunidad está estimado en Q 6.50 por galón de desinfectante que no se tenga en existencia cuando lo requiere un cliente. El costo equivalente por caja de seis galones de desinfectante para baños y pisos es de Q39.00.

Con la información de costos presentada con anterioridad es posible entonces obtener los costos de cada una de las metodologías que se emplearon para la elaboración de los pronósticos de ventas. Para poder realizar la relación de costos de cada una de las metodologías es necesario contar con los datos de ventas del primer semestre de 2008 así como con los pronósticos que se obtuvieron para el mismo período por medio de ambas metodologías. Estos datos se presentan en la Tabla XVIII.

Tabla XVIII. Ventas y pronósticos de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos durante el primer semestre de 2008.

Mes	Ventas	Pronóstico método de regresión	Pronóstico modelo de series de tiempo
Enero	105	95	110
Febrero	115	98	112
Marzo	99	91	107
Abril	120	133	117
Mayo	118	112	116
Junio	102	98	113

5.2.1. Relación de costos con la metodología actual

Para encontrar los costos de la metodología de regresión es necesario calcular el costo incurrido durante cada uno de los meses con el pronóstico proporcionado con esta metodología. Para cada mes se incurre en costo de producción y dependiendo de si el pronóstico es mayor o menor a la venta observada se incurre en un costo de almacenaje o en un costo de oportunidad. El desglose de los costos en que se incurre cada mes, con la metodología actual, se presentan en la Tabla XIX.

Tabla XIX. Costos de la metodología actual durante el primer semestre de 2008.

Mes	Costo de almacenaje	Costo de oportunidad	Total
Enero	---	Q 790.00	Q 790.00
Febrero	---	Q1,343.00	Q 1,343.00
Marzo	---	Q 632.00	Q 632.00
Abril	Q22.75	---	Q 22.75
Mayo	---	Q 474.00	Q 474.00
Junio	---	Q 316.00	Q 316.00
Total	Q22.75	Q3,555.00	Q 3,577.75

En la tabla XIX se pueden observar a detalle los costos incurridos en cada uno de los meses evaluados así como el costo total, del primer semestre de 2008, de utilizar el método de regresión para los pronósticos mensuales de ventas. El costo de los errores obtenidos con esta metodología asciende a Q 3,577.75. A este costo total, que incluye el costo de almacenaje y el costo de oportunidad, se le debe agregar un costo fijo inicial de Q10,200.00. Por lo que el costo total de aplicar esta metodología asciende a Q 13,777.75.

5.2.2. Relación de costos con la metodología propuesta

Para obtener los costos de la metodología propuesta se procede de la misma manera que con la metodología actual, es decir, se analiza la diferencia del pronóstico obtenido y de la venta observada y se determina si se incurrió en un costo de oportunidad o en un costo de almacenaje. Luego con base a esta diferencia se calcula el costo de total de oportunidad o de almacenaje dependiendo de la cantidad de cajas que se hayan producido de menos o de más respectivamente.

El desglose de los costos en que se incurre cada mes, con la metodología actual, así como los costos totales de dicha metodología se presentan en la Tabla XX.

Tabla XX. Costos de la metodología propuesta durante el primer semestre de 2008.

Mes	Costo de almacenaje	Costo de oportunidad	Total
Enero	Q 8.75	---	Q 8.75
Febrero	---	Q237.00	Q 237.00
Marzo	Q14.00	---	Q 14.00
Abril	---	Q237.00	Q 237.00
Mayo	---	Q158.00	Q 158.00
Junio	Q19.25	---	Q 19.25
Total	Q42.00	Q632.00	Q 674.00

En la tabla XX se pueden observar a detalle los costos incurridos en cada uno de los meses evaluados así como el costo total, del primer semestre de 2008, de utilizar el método de regresión para los pronósticos mensuales de ventas. El costo de los errores obtenidos con esta metodología asciende a Q 674.00. A este costo total, que incluye el costo de almacenaje y el costo de oportunidad, se le debe agregar un costo fijo inicial de Q10,200.00. Por lo que el costo total de aplicar esta metodología asciende a Q 10,874.00.

5.2.3. Análisis de costo beneficio

Para llevar a cabo un análisis de costo beneficio se toma la relación entre los beneficios y los costos de una nueva metodología. De esta manera la relación costo beneficio estaría dada por la ecuación (49).

$$RCB = \frac{\text{Beneficios}}{\text{Costos}} \quad (49)$$

El análisis de costo beneficio que se aplicará tomará como beneficio la reducción en el costo total que se presenta en la metodología propuesta y como costo de dicha metodología se tomará en cuenta la suma de los costos de almacenaje y oportunidad que se observaron durante el período evaluado.

Introduciendo los datos de beneficios y costos, que se describieron con anterioridad, en la ecuación (49) se obtiene una relación de costo beneficio de 4.31.

5.3. Ventajas y desventajas del modelo propuesto

El modelo de series de tiempo propuesto presenta un mayor ajuste en el pronóstico del período evaluado por lo que aporta una reducción considerable en los costos de almacenaje y de oportunidad que se presentan con un pronóstico de ventas que se encuentre muy alejado de las ventas reales.

Este modelo requiere de mayor conocimiento estadístico y de habilidad en el empleo del programa EViews. Para la puesta en marcha de este modelo es necesario proporcionar capacitación al jefe de operaciones, quien es el encargado de la elaboración de los pronósticos, para que pueda emplear el modelo propuesto sin mayores contratiempos.

CONCLUSIONES

1. Laboratorios Químicos e Higiénicos utiliza una metodología que se basa en el análisis de regresión para la elaboración de sus pronósticos. Esta metodología ha resultado de utilidad para la empresa, pues permite obtener pronósticos de utilidad para la planificación de la producción. Sin embargo, esta metodología presenta para Laboratorios Químicos e Higiénicos un error real bastante amplio, que se busca reducir para obtener una disminución de los costos en que se incurre debido a este error.
2. EL modelo ARMA de series de tiempo desarrollado para Laboratorios Químicos e Higiénicos representa una reducción considerable del error real, en el período evaluado, así como también una reducción considerable en los costos de almacenaje y de oportunidad.
3. Con el modelo y la metodología propuestos para la elaboración de los pronósticos de ventas es posible que se logre reducir el tiempo de entrega del producto terminado, debido a que los pronósticos que arroja dicho modelo, para el período evaluado, están, la mayoría de los meses, por encima de los niveles de ventas. Esto permite tener un remanente en los inventarios de producto terminado y contribuye, además, a reducir los costos de oportunidad que se presentan al no poder entregar el producto al cliente cuando éste lo requiere.

4. El modelo de series de tiempo desarrollado para Laboratorios Químicos e Higiénicos permite mejorar los pronósticos de ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos debido a que los pronósticos obtenidos se asemejan más a las ventas mensuales de dicho producto, en el período evaluado.
5. Con un pronóstico que se acerque más a las ventas mensuales es posible mejorar la planificación de la producción que se lleva a cabo en Laboratorios Químicos e Higiénicos, pues permite distribuir de mejor manera el tiempo que es destinado para la producción de cada producto.
6. Los procesos de toma de decisiones, en cuanto a planificación y producción se ven ampliamente beneficiados con la mejora en el proceso de elaboración de pronósticos, debido a que se cuenta con una herramienta más exacta y precisa.
7. Con la evaluación realizada de los pronósticos del método de regresión así como del modelo de series de tiempo para las ventas de cajas de seis galones de desinfectante para baños y pisos, se puede establecer que el modelo de series de tiempo aporta unos pronósticos más exactos y apegados a la realidad.

RECOMENDACIONES

1. Para realizar el cambio de metodología en el proceso de elaboración de pronósticos de ventas mensuales, se debe realizar un análisis y comparación de la metodología de análisis de regresión y de la metodología de series de tiempo para cada uno de los productos de los que se obtiene dicho pronóstico. Hacer este análisis ayudará a determinar si la metodología de series de tiempo permite un mejor ajuste de los pronósticos para todos los productos.
2. El modelo de series de tiempo obtenido se debe ajustar cada mes con el nuevo dato que se tendrá disponible para ir alimentando los datos y mejorar los nuevos pronósticos de corto plazo.
3. Pasado un tiempo es necesario realizar una nueva evaluación de la metodología de elaboración de pronósticos que se emplea para determinar si es necesario realizar cambios en la misma.
4. Cada uno de los productos presenta un comportamiento distinto, por lo que es necesario analizar la serie de datos de cada producto y realizar cada uno de los pasos de la metodología propuesta, pues el modelo de series de tiempo puede no ajustarse correctamente para algunos productos.

5. Para mejorar realmente los procesos de planificación y producción es posible que se considere utilizar, tanto la metodología actual como la propuesta, dependiendo del comportamiento de los datos de cada producto.
6. La exactitud y la precisión de los pronósticos se puede ver afectada si se utiliza el modelo de forma incorrecta, por lo que es necesario analizar detenidamente los datos para lograr el mejor ajuste.
7. El apego de los pronósticos del modelo de series de tiempo a la realidad se puede ver afectado al contar con nuevos datos de ventas, por lo que se debe de revisar los valores de los rezagos, tanto para la parte de promedio móvil como para la parte autoregresiva del modelo.

BIBLIOGRAFÍA

1. Anderson, O.D. **Time series analysis and forecasting (the Box Jenkins approach)**. Londres: Butterworth, 1976.
2. Box, George y Gwilym Jenkins. **Time series analysis: forecasting and control**. San Francisco: Holden Day, 1970.
3. Enders, Walter. **Applied Econometric Time Series**. 2^a ed. Estados Unidos: Wiley, 2003. 444 pp.
4. Guerrero, Víctor Manuel. **Análisis estadístico de series de tiempo económicas**. 2^a ed (Colección CBI) México: Thomson, 2003. 306 pp.
5. Guevara Castillo, Francisco Javier. **Medición, evaluación y control del rendimiento en sistemas operativos**. Tesis Ing. en Sist. Guatemala. Universidad de San Carlos de Guatemala. Facultad de Ingeniería, 1990. 107 pp.
6. **Gujarati, Damodar. Econometría**. 4^a ed. México: McGraw Hill Interamericana, 2005. 950 pp.
7. Krajewski, Lee J. y Larry P. Ritzman. **Administración de operaciones. Estrategia y análisis**. 5^a ed. México: Pearson Educación. 2000. 928 pp.
8. Lomelí, Hector y Beatriz Rumbos. **Métodos dinámicos en economía. Otra búsqueda del tiempo perdido**. México: Thomson, 2003. 527 pp.

9. Martínez-Mont López, Raúl Francisco. Diseño de un sistema de control de producción. Tesis Ing. Mec. Ind. Guatemala. Universidad de San Carlos de Guatemala. Facultad de Ingeniería, 1974. 187 pp.

10. Valle Samayoa, Héctor Augusto. Métodos alternativos para la extracción de señales de una serie de tiempo: una aplicación empírica al índice mensual de actividad económica- IMAE-. Tesis Ec. Guatemala. Universidad de San Carlos de Guatemala. Facultad de Ciencias Económicas, 2004. 63 pp.

ANEXO

1. Solución de las ecuaciones en diferencia⁷

Las ecuaciones en diferencias permiten modelar la evolución en el tiempo de un sistema dinámico, tratando el tiempo n como una variable discreta.

1.1. Clasificación de las ecuaciones en diferencias

La forma de estudiar y resolver (cuando se pueda) una ecuación en diferencias depende del tipo de ecuación que se trate. Por eso, antes que nada es importante saber identificar los distintos tipos de ecuaciones que se pueden encontrar.

La forma general de una ecuación en diferencias es:

$$a_{n+1} = f(a_n, a_{n-1}, \dots, a_{n-k+1}, n)$$

Esta ecuación hace referencia a los valores $a_{n-k+1}, a_{n-k+2}, \dots, a_{n-1}, a_n$ y a_{n+1} . La diferencia por tanto entre el primer instante y el último es k . Por ello se dice que es una ecuación de "orden k ". Para obtener una solución particular en una ecuación de orden k son necesarias k condiciones iniciales.

⁷ Héctor Lomelí y Beatriz Rumbos. Métodos dinámicos en economía. Otra búsqueda del tiempo perdido. (México. Editorial Thomson. 2003)

En este anexo se trabajará todo el tiempo con ecuaciones de orden 1, es decir, ecuaciones de la forma: $an+1 = f(an; n)$. Como caso particular se tiene la ecuación $an+1 = f(an)$, en que el tiempo no aparece de forma explícita. Se dice entonces que la ecuación es "autónoma". Otro caso particular será una ecuación de la forma: $an+1 = f(an) + g(n)$. Esta última ecuación se denomina una ecuación "no homogénea".

Dentro de las ecuaciones autónomas de orden 1 se tratarán los siguientes casos:

- Ecuaciones lineales: Son ecuaciones del tipo $an+1 = ran$.
- Ecuaciones afines. Son ecuaciones del tipo $an+1 = ran+b$. Se podrían considerar también como ecuaciones no homogéneas en las que $g(n)$ es una constante.
- Ecuaciones no lineales. Son ecuaciones del tipo $an+1 = f(an)$, en que la función f es no lineal. No existen métodos generales para resolver ecuaciones de este tipo por lo que nos centraremos en el estudio de su comportamiento asintótico.

1.2. Cálculo de soluciones

En esta sección se verá cómo resolver ecuaciones en diferencias autónomas de orden 1 de tipo lineal y afín. En la última parte se verá cómo resolver algunas ecuaciones no homogéneas.

1.2.1. Ecuaciones lineales

Si se considera una ecuación de la forma:

$$a_{n+1} = ra_n$$

Se puede observar que la ecuación anterior da lugar a la sucesión:

$$\begin{aligned} a_1 &= ra_0 \\ a_2 &= ra_1 = r^2a_0 \\ a_3 &= ra_2 = r^3a_0 \\ &\dots \end{aligned}$$

con término general $a_k = r^k a_0$

1.2.2. Ecuaciones afines

Si se considera una ecuación de la forma:

$$a_{n+1} = ra_n + b$$

Se puede observar que la solución de esta ecuación será distinta dependiendo de que r sea igual o distinta a 1. En caso que $r \neq 1$ la solución general será $a_k = cr^k + a$ donde $a = \frac{b}{1-r}$.

La solución anterior es una solución general, ya que depende del parámetro c .

Ahora, dado un valor inicial a_0 , tendremos:

$$a_0 = cr^0 + a = c + a \Rightarrow c = a_0 - a$$

Por tanto, la solución particular para un valor inicial a_0 será entonces

$$a_k = (a_0 - a)r^k + a \text{ donde } a = \frac{b}{1-r}.$$

En el caso donde $r = 1$ la ecuación se convierte en $a_{n+1} = a_n + b$, luego, obviamente, será: $a_k = a_0 + kb$

1.2.3. Ecuaciones no homogéneas

En este apartado se encontrarán soluciones para ecuaciones de la forma $a_{n+1} = ra_n + g(n)$ en los casos en que:

- $g(n)$ es un polinomio de la forma: $g(n) = p_m n^m + \dots + p_1 n + p_0$
- $g(n)$ es una función exponencial de la forma: $g(n) = bs^n$

Caso 1: $a_{n+1} = ra_n + p_m n^m + \dots + p_1 n + p_0$

Igual que ocurría en el caso afín, la solución será distinta dependiendo de que sea $r = 1$ o $r \neq 1$.

En el caso $r \neq 1$ la solución será de la forma:

$$a_k = cr^k + b_m k^m + \dots + b_1 k + b_0$$

Los parámetros b_0, b_1, \dots, b_m se calcularán sustituyendo en la ecuación. Finalmente el parámetro c se obtendrá como siempre, a partir de la condición inicial.

En el caso $r = 1$ la solución será de la forma:

$$a_k = b_{m+1} k^{m+1} + \dots + b_1 k + c$$

Los parámetros b_1, b_2, \dots, b_{m+1} se calcularán sustituyendo en la ecuación. El parámetro c se obtendrá a partir de la condición inicial.

Caso 2: $a_{n+1} = ra_n + bs^n$

En este caso la forma de obtener la solución dependerá de que sea $r = s$ o $r \neq s$.

En el caso $r \neq s$ la solución será:

$$a_k = cr^k + as^k$$

Donde $a = \frac{b}{s-r}$. El parámetro c se obtendrá a partir de la condición inicial.

En el caso $r = s$ la solución será:

$$a_k = (c + ak)r^k$$

Donde $a = \frac{b}{r}$. El parámetro c se obtendrá a partir de la condición inicial.