

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS DE UN MARCO RIGIDO
CON DESPLAZAMIENTO VERTICAL
POR TRES METODOS

TESIS

PRESENTADA A LA HONORABLE JUNTA DIRECTIVA
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA

POR

NARCISO MARROQUIN AGUILAR

AL CONFERIRSELE EL TITULO
DE INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, OCTUBRE DE 1997

PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
Biblioteca Central

08
T(4122)
C.4

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la Ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a vuestra consideración, mi trabajo de tesis titulado:

ANALISIS DE UN MARCO RIGIDO
CON DESPLAZAMIENTO VERTICAL
POR TRES METODOS

Tema que me fuera asignado en la Escuela de Ingeniería Civil el 4 de noviembre de 1.991.

NARCISO MARROQUIN AGUILAR

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

MIEMBROS DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Herbert René Miranda Barrios
VOCAL I	Ing. Miguel Ansel Sánchez Guerra
VOCAL II	Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano
VOCAL III	Ing. Juan Adolfo Echeverría Méndez
VOCAL IV	Br. Víctor Rafael Lóbo Aldana
VOCAL V	Br. Wagner López Cáceres
SECRETARIA	Ing. Gilda Marina Castellanos de Illescas

TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN
GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Jorge Mario Morales González
EXAMINADOR	Ing. Buenaventura Coronado Castillo
EXAMINADOR	Ing. Manuel de Jesús García Escobar
EXAMINADOR	Ing. Fredy García Fuentes
SECRETARIO	Ing. Edoar José A. Bravatti Castro

Guatemala 6 de agosto de 1997

Ing.
Ricardo Augusto Ibarra Menéndez
Jefe del Departamento de Estructuras
Facultad de Ingeniería USAC
Presente.

Estimado Ing. Ibarra:

Atentamente hago de su conocimiento que he asesorado y revisado totalmente el trabajo de tesis titulado: **ANALISIS DE UN MARCO RIGIDO CON DESPLAZAMIENTO VERTICAL POR TRES METODOS**, a cargo del estudiante universitario Narciso Marroquín Aguilar.

Considerando que dicha tesis satisface los requisitos que exige la facultad, recomiendo que se continúe con los trámites para la aprobación de la misma.

Sin otro particular me suscribo de Usted atentamente:



Ing. Jack Douglas Ibarra.
Asesor.

PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
Biblioteca Central

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

Guatemala, agosto 20 de 1997

Ingeniero
Jack Douglas Ibarra,
Director de la Escuela
de Ingeniería Civil,
Facultad de Ingeniería,
U S A C.

Señor Director

Por medio de la presente informo a usted, que he revisado el trabajo de tesis titulado ANALISIS DE UN MARCO RIGIDO CON DESPLAZAMIENTO VERTICAL POR TRES METODOS, elaborado por el estudiante universitario Narciso Marroquín Aguilar y asesorado por su persona.

Habiendo determinado que dicho trabajo cumple con lo establecido, y que será de mucha utilidad para estudiantes y profesionales de la ingeniería civil, el suscrito le da su aprobación.

Sin otro particular, me suscribo de usted,

Atentamente,

Ing. Ricardo A. Ibarra N.
Coordinador del Area de Estructuras

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA

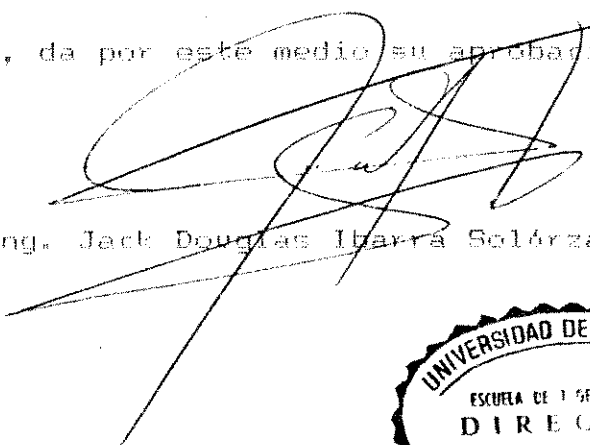


FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

El Director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Jack Douglas Ibarra S. y del Jefe del Departamento de Estructuras Ing. Ricardo Augusto Ibarra M. del trabajo de tesis del estudiante Narciso Marroquín Aguilar titulado ANALISIS DE UN MARCO RIGIDO CON DESPLAZAMIENTO VERTICAL POR TRES METODOS, da por este medio su aprobación a dicha tesis


Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano



Guatemala, octubre de 1, 997.

JDT5/bbdeb.

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica
y Regional de Post-grado de Ingeniería
Sanitaria.

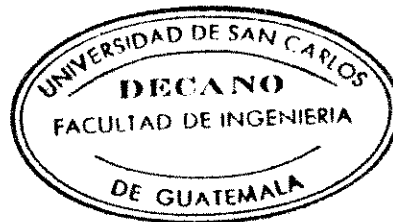
Ciudad Universitaria, zona 12
Guatemala, Centroamérica

El Decano de la Facultad de Ingeniería, luego de conocer la autorización por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano, al trabajo de tesis ANALISIS DE UN MARCO RIGIDO CON DESPLAZAMIENTO VERTICAL POR TRES METODOS, del estudiante Narciso Marroquín Aguilar, procede a la autorización para la impresión de la misma.

IMPRIMASE:

Ing. Herbert René Miranda Barrios

DECANO



Guatemala, octubre de 1, 997

/bbdeb.

AGRADECIMIENTO A:

DIOS: El gran Arquitecto del Universo

INGENIERO JACK DOUGLAS IBARRA SOLIZANO,
por sus enseñanzas, consejo y asesoría
en la elaboración de la presente tesis.

Los profesionales y amigos que me impul-
saron a alcanzar el triunfo.

ACTO QUE DEDICO A:

LA MEMORIA DE
MIS PADRES:

Ambrosio Marroquín Sampuel
María Agustina Aguilar

MI HERMANO:

Juán Ambrosio Marroquín Aguilar

MI ESPOSA:

Angela Mendoza de Marroquín

MIS HIJOS:

Rubén Darío
Eric Ludwig
Ricardo Narciso

La Facultad de Ingeniería de la
Universidad de San Carlos de
Guatemala.

INDICE GENERAL

	Página
LISTA DE SIMBOLOS.....	i
GLOSARIO	iii
INTRODUCCION.....	vii
OBJETIVOS.....	viii
Capítulo 1. FUNDAMENTOS DE LOS METODOS DE ANALISIS ESTRUCTURAL UTILIZADOS .	1
1.1 Método del Factor	1
1.2 Método de Kani	1
1.3 Método de Rigidez	15
Capítulo 2. DESARROLLO DE LOS EJEMPLOS	19
A Marco Simétrico	19
2.1 Método del Factor	28
2.1.1 Aplicación del método del Factor.	29
2.2 Método de Kani	40
2.2.1 Análisis por sismo	62
2.3 Método de Rigidez	66
2.3.1 Análisis por sismo	100
B Marco Asimétrico	111
2.4 Método del Factor	115
2.5 Método de Kani	126
2.5.1 Análisis por sismo	151
2.6 Método de Rigidez	155
Capítulo 3. COMPARACION DE RESULTADOS	171
3.1 Marco Simétrico	171
3.2 Marco Asimétrico	174
CONCLUSIONES	ix
RECOMENDACIONES	xiv
REFERENCIAS	xvi
BIBLIOGRAFIA	xvii

INDICE DE FIGURAS

CAPITULO	NUMERO FIGURA	CONTENIDO	PAGINA
1	1.1	Momento flector en el extremo de una barra	2
	1.2	Descomposición del giro total de los extremos de la barra i-k	5
	1.3	Desplazamiento de nudos	10
	1.4a	Análisis de viga en voladizo	17
	1.4b	Análisis de viga en voladizo	18
2	2.1	Planta Baja	20
	2.2	Planta Alta	20
	2.3	Elevación Longitudinal	21
	2.4	Marco Simétrico. Cálculo de los momentos extremos por el Método del Factor	32
	2.5	Pilares aislados del nivel I	35
	2.6	Nudo 5 aislado	37
	2.7	Diagrama de momentos por carga sísmica actuando de izquierda a derecha por el método del Factor	39
	2.8	Marco simétrico. Cargas verticales aplicadas	43
	2.9	Diagrama de Cuerpos Libres nivel II	48
	2.10	Aplicación de la fuerza de fijación V	49
	2.11	Fuerza igual y opuesta a V aplicada en el nudo 4	49
	2.12	Aplicación de una fuerza desconocida V' a la estructura	50
	2.13	Momentos aplicados para la corrección del movimiento vertical	51
	2.14	Diagramas de cuerpo libre resultantes en el nivel II al aplicar los momentos de corrección	53

CAPITULO	NUMERO FIGURA	CONTENIDO	PAGINA
2	2.15	Diagramas resultantes de Cuerpo Libre en el Nivel I al aplicar los momentos de corrección	54
	2.16	Acciones resultantes sobre la columna intermedia 45	55
	2.17	Fuerzas actuando en la columna intermedia 45	56
	2.18	Diagramas de momentos por cargas de trabajo, carga muerta + carga viva. Cálculo por el método de Kani.	60
	2.19	Deformación vertical de los nudos 4 y 5	61
	2.20	Fuerzas sísmicas actuando de izquierda a derecha	62
	2.21	Diagrama de momentos por sismo actuando de izquierda a derecha. Cálculo por el método de Kani	64
	2.22	Fuerzas verticales y de sismo que actúan sobre el marco Simétrico	66
	2.23	Numeración de nudos y miembros del marco	67
	2.24	Numeración de los desplazamientos	67
	2.25	Diagramas de momentos por cargas de trabajo, carga muerta + carga viva. Cálculo por el método de Rigidez	99
	2.26	Diagramas de momentos por sismo de izquierda a derecha. Cálculo por el Método de Rigidez	110
	2.27	Plantas Baja y Alta. Marco Asimétrico	111
	2.28	Cálculo de los momentos sísmicos por el método del Factor	120

CAPITULO	NUMERO FIGURA	CONTENIDO	PAGINA
2	2.29	Pilares aislados del nivel I. Marco Asimétrico	121
	2.30	Nudo 5 aislado marco Asimétrico	123
	2.31	Diagrama de momentos. Marco Asimétrico. Sismo de izquierda a derecha. Cálculo por el método del Factor.	125
	2.32	Elevación longitudinal y cargas del marco a analizar	126
	2.33	Diagramas de cuerpos libres nivel II. Momentos sin compensar por cargas de trabajo. Marco Asimétrico	136
	2.34	Aplicación de la fuerza de fijación V	138
	2.35	Fuerza igual y opuesta a V aplicada en el nudo 4	140
	2.36	Aplicación de una fuerza desconocida V' a la estructura	140
	2.37	Momentos aplicados para la corrección del movimiento vertical	141
	2.38	Diagramas de Cuerpo Libre resultantes en el nivel II al aplicar los momentos de corrección. Marco Asimétrico	144
	2.39	Acciones resultantes sobre la columna intermedia 45	145
	2.40	Cuerpo libre de la columna intermedia 45 nivel II	146
	2.41	Marco Asimétrico. Diagramas de momentos por cargas de trabajo, carga muerta + carga viva. Cálculo por el método de Kani.	150

CAPITULO	NUMERO FIGURA	CONTENIDO	PAGINA
2	2.42	Fuerzas sísmicas actuando de izquierda a derecha. Marco Asimétrico	151
	2.43	Diagramas de momentos por Sismo. Sentido izquierda-derecha. Cálculo por el método de Kani	154
	2.44	Fuerzas verticales de trabajo y de sismo que actúan sobre el marco Asimétrico	156
	2.45	Marco Asimétrico. Diagrama de momentos obtenido por el método de Rigidez para cargas verticales de trabajo; muerta + viva + sismo actuando de izquierda a derecha	169
	2.46	Deformación del marco Asimétrico según programa FRAME MAC	170

INDICE DE TABLAS

CAPITULO	NUMERO TABLA	CONTENIDO	PAGINA
2	2.1	Información de los miembros del marco	23
	2.2	Determinación del peso de la estructura que afecta al marco en estudio	24
	2.3	Rigideces de los miembros del marco	40
	2.4	Momentos finales obtenidos por el Método de Kani	57
	2.5	Información de los nudos del marco	68
	2.6	Información de los miembros del marco	69
	2.7	Modelo de la matriz de Rigidez S_{MD} de miembro de un marco plano para ejes de la estructura	72
	2.8	Matrices S_{MD} resultantes, para cada miembro	75
	2.9	Matriz de rigidez total de nudo S_j descompuesta en submatrices S , S_{DR} , S_{RD} , Y S_{RR}	78
	2.10	Matriz S^{-1} inversa de la matriz S	82
	2.11	Acciones aplicadas en los nudos	84
	2.12	Acciones en los extremos de miembros restringidos debidas a las cargas	85
	2.13	Suma de los vectores A y A_E	91
	2.14	Acciones finales de extremos de miembro. Marco Simétrico	98
	2.15	Acciones aplicadas en los nudos. Análisis para sismo. Sentido izquierda-derecha	100

CAPITULO	NUMERO TABLA	CONTENIDO	PAGINA
2	2.16	Acciones en los extremos de miembros restringidos debidas a las cargas	108
	2.17	Acciones finales de extremos de miembro. Análisis por sismo sentido I-D marco Simétrico	109
	2.18	Determinación del peso de la estructura que afecta al marco en estudio	113
	2.19	Momentos para carga sísmica, sentido izquierda a derecha. Marco Asimétrico	124
	2.20	Momentos calculados para cargas de trabajo: Carga muerta + carga viva, marco asimétrico. Método de Kani	133
	2.21	Momentos finales obtenidos para cargas de trabajo: Carga muerta + carga viva por el método de Kani	148
	2.22	Información de los miembros del marco	157
	2.23	Información de los nudos del marco	158
	2.24	Acciones aplicadas en los nudos	159
	2.25	Acciones aplicadas a lo largo de los miembros restringidos	159
	2.26	Deformaciones de nudos	162
	2.27	Deformaciones en los extremos de miembro (Sistema de coordenadas locales).	163

Lista de Símbolos

A	Área de la sección de una barra
E	Módulo de Elasticidad
F	Fuerza en general; fuerza axial o fuerza resistente axial que actúa en una sección de una barra
MF	Momento de empotramiento fijo
H	Componente horizontal de una fuerza; cortante total que actúa en un piso de un edificio.
I	Momento de inercia de la sección $I = 1/12(bh^3)$
K	Factor de rigidez de barras de flexión, I/L para barras prismáticas
L	Longitud de una barra; longitud de un tramo
M	Momento de una fuerza (o par); momento flector
P	Carga exterior
V	Componente vertical de una fuerza
W	Peso de un cuerpo
h	Altura de piso de un edificio
w	Intensidad de carga uniformemente distribuida
Δ	Deformación o corrimiento
M_{ik}	Momento flector en el extremo i de la barra i-k
M_{\bullet}	Momento de sujeción.

M'_{ik} Momento en extremo i debido al giro del mismo
 M'_{ki} Momento en extremo i debido al giro del extremo
 K_i
 M''_{ik} Momento debido al desplazamiento del extremo i
de la barra i-k.
 M_r Momento del piso = $Q_r h_r / 3$
 Q_r Fuerza cortante en piso r.
 h_r Altura de la columna del piso r.
 h Altura de una columna
 μ_{ik} Coeficiente de reparto o factor de giro
 v Factor de corrimiento o coeficiente de despla-
zamiento ($v = -3/2$ en barras de sección constante)
 t_{ik} Angulo de giro total del extremo i de la barra
i-k.
 δ Desplazamiento de un nudo.
 δ/h Angulo de desplazamiento transversal de una co-
columna.

GLOSARIO

1. Carga: Es toda fuerza externa que actúa sobre una estructura
2. Cargas laterales: son las que se aplican siempre horizontalmente. Las más usuales son las de viento y de sismo.
3. Carga de trabajo: Es aquella que no ha sido afectada por ningún coeficiente de seguridad.
4. Clasificación de las estructuras: Las estructuras pueden dividirse en las tres categorías siguientes considerando sus elementos como de una, dos o tres dimensiones.

1. Estructuras de esqueleto
2. Estructuras laminares
3. Sólidos

La clasificación anterior de las estructuras es el resultado de la idealización de las estructuras reales con ciertas aproximaciones e hipótesis.

El tipo de estructuras de esqueleto puede a su vez dividirse en los siguientes grupos:

- (a) Cerchas
- (b) Sistemas planos
- (c) Reticulados

(d) Marcos rígidos tridimensionales.

5. Compatibilidad: Este principio supone que la deformación y consecuentemente el desplazamiento de cualquier punto particular de la estructura es continuo y tiene un solo valor.

6. Deflexión: Normalmente se llama deflexión estructural al desplazamiento vertical u horizontal de los miembros de una estructura.

7. Equilibrio Estático: Un sistema estructural está en estado de equilibrio estático cuando la resultante de todas las fuerzas y todos los momentos es igual a cero.

8. Estructura: Se define como un sistema que soporta cargas. Se define también como un mecanismo diseñado y constituido para soportar cargas y resistir fuerzas.

9. Fuerza-Desplazamiento: Existe una relación única entre los efectos externos que actúan sobre una estructura y su forma deformada.

10. Indeterminación Cinemática: Es el número de desplazamientos desconocidos de nudo.

11. Indeterminación Estática: Es el exceso de acciones desconocidas comparadas con el número de ecuaciones de equilibrio estático disponibles.

12. Linealidad: Este principio supone que la relación carga-deflexión es lineal.

13. Momento de un par: Es un vector perpendicular al plano que contiene las dos fuerzas que forman un par y su magnitud es

$$M = rF\text{sen}\theta = Fd$$

14. Momento flector M : en una sección transversal de una viga recta es la suma algebraica de los momentos, tomados respecto a un eje que pasa por el centro de la sección, de todas las cargas y reacciones aplicadas a la parte de la viga a uno u otro lado de la sección.

15. Marco Rígido Plano: Si una estructura y las cargas que soporta quedan en un plano simple y si las uniones de la estructura no son articulaciones, entonces esta estructura se llama un marco rígido plano.

16. Nodos o Nudos: Son puntos de intersección de los miembros, así como puntos de apoyo de los miembros de extremos libres de una estructura.

17. Par: Se dice que dos fuerzas F y $-F$ forman un par si tienen la misma magnitud, líneas de acción paralelas y sentidos opuestos.

18. Superposición: Este principio establece que la secuencia en la aplicación de las cargas no altera los

resultados finales.

19. Teorema de Unicidad de Kirchhoff: Este principio asegura que **no son posibles soluciones alternativas** a los problemas de análisis estructural. (Bibliografía 3, página 25).

20 Tipos de cargas: a) por su posición: verticales, horizontales e inclinadas, (b) por su intensidad: concentradas o distribuidas, (c) por su temporalidad: fijas, móviles y movibles.

20.c.1 Carga fija: Es la que actúa sobre una estructura, consta del peso de la propia estructura y de todas las demás cargas inmóviles, constantes en magnitud y asignadas permanentemente a la misma.

20.c.2 Cargas movibles: Son las que pueden cambiarse de una posición a otra en una estructura.

20.c.3 Cargas móviles: Son las que se mueven por su propia energía.

INTRODUCCION

Frecuentemente, en el desenvolvimiento de las actividades del ingeniero civil, se presenta el caso planteado en esta tesis: EL ANALISIS DE UN MARCO RIGIDO CON DESPLAZAMIENTO VERTICAL, de dos niveles con una luz en el primero y dos en el segundo. Esto ocurre en ampliaciones o en el diseño de autohoteles, en los cuales la planta baja se utiliza como estacionamiento o garage; también, cuando la planta baja se utiliza como local comercial o bodega y la alta como vivienda.

Generalmente, la solución es inmediata, enfocando su análisis desde un punto de vista conservador, en base a la experiencia. Ciertamente, la estructura no fallará, pero con frecuencia se dá el caso que es sobrediseñada.

Dadas las características del marco, se quiere establecer si el desplazamiento vertical producido por las cargas de trabajo, está dentro de los límites de tolerancia especificados; ya que de no ser así, se producirá agrietamiento en la viga, con el consiguiente efecto antiestético y sensación de inseguridad.

OBJETIVOS

1. Aportar con la realización de este trabajo, una solución ajustada con los principios que rigen el análisis y diseño estructural. Que sirva de orientación a estudiantes y de inquietud a más de algún profesional.
2. Coadyuvar en la solución de un problema frecuente, en el ejercicio de la Ingeniería Civil.
3. Proporcionar a los estudiantes de Análisis Estructural, material bibliográfico, que sirva de consulta y contribuya a su formación profesional.

CAPITULO I

FUNDAMENTOS DE LOS METODOS
DE ANALISIS ESTRUCTURAL UTILIZADOS

1.1 Método del Factor.

El método del factor para estudiar los pórticos de edificios sometidos a cargas laterales es más exacto que el del pórtico simple y el del voladizo. Mientras que éstos dependen de ciertas hipótesis sobre los esfuerzos, que hacen posible un estudio basado en las ecuaciones de la estática, aquel depende de ciertas hipótesis referentes al comportamiento elástico de la estructura, que hacen posible un estudio aproximado de las deformaciones angulares del pórtico. Aunque está basado en este método de análisis, es posible formular un conjunto relativamente sencillo de reglas por el que se pueda aplicar sin el conocimiento de los principios de la elasticidad en que se funda el de las deformaciones angulares.

1.2 Método de Kani.

1.2.1 Definiciones:

El objeto del cálculo estático de una estructura es obtener el equilibrio de la misma, cuando, al cargar sus distintos elementos, giran y se desplazan los nudos

de aquella.

Conocidos los momentos flectores en los extremos de cada una de las barras, queda determinado el cálculo de la misma, pues los demás valores estáticos pueden deducirse de estos momentos, por lo cual el cálculo consistirá, esencialmente, en la determinación de los momentos en los extremos de cada barra. En cada nudo actúan dos momentos, iguales y contrarios, uno de ellos, que gira con el extremo de la barra, es el que se debe considerar como momento en dicho extremo, y el otro, que actúa exteriormente, sobre el citado nudo.

Se adoptará para signos de los momentos flectores la regla indicada a continuación, aunque sea distinta de la corrientemente usada en otros tratados: se considerará como positivo el momento flector en el extremo de una barra, cuando su sentido de giro es el de las agujas del reloj (figura 1.1).

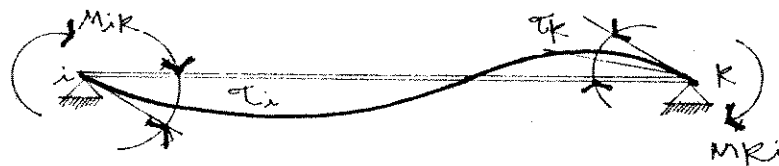


Figura 1.1
Momento flector en el extremo de una barra

Esta misma regla se aplica para cualquier otro momento: por ejemplo, momentos de fijación, momentos de nudo, así como también para los ángulos de giro.

Cuando actúa sobre un nudo un momento flector exterior de sentido positivo, el nudo y todos los extremos de las barras que concurren en él reciben momentos positivos en este extremo.

Los nudos de la estructura se designarán con un número de orden (1, 2, 3, etc.), o en la exposición de la teoría con letras i, k, l, m , etc.

El momento flector en el extremo i o k de la barra $i-k$ se designará, como puede verse en la figura 1.1, con M_{ik} o M_{ki} respectivamente. En este caso el primer subíndice indica el extremo en el que actúa el momento.

Los momentos en los extremos de la barra $i-k$ producidos por las cargas exteriores, suponiendo empotramiento perfecto en ambos extremos, se designarán con M_{ik} o M_{ki} , respectivamente.

Para los distintos tipos de cargas corrientemente usadas, se pueden encontrar sus valores en los manuales. Las características de una barra de una estructura se definen por el momento de inercia de su sección y por su longitud. La relación entre estos dos valores

se designa, al objeto de abreviar, con el valor $K = I/L$ (coeficiente de rigidez), empleado también en el método de Cross.

El cálculo se empieza suponiendo que al actuar las cargas exteriores existe empotramiento perfecto en los dos extremos de cada barra, o sea, que los nudos permanecen fijos sin poder efectuar ningún giro ni desplazamiento. Cada barra es, por lo tanto, como una viga de un tramo empotrada en sus extremos, para los cuales será fácil calcular los correspondientes momentos de empotramiento.

A las fuerzas y momentos exteriores que impiden el desplazamiento y el giro de estos nudos, se les llama Fuerzas y Momentos de sujeción. Determinados los momentos de empotramiento en los nudos, se calculan los momentos y fuerzas de sujeción en cada uno de ellos.

El hecho de existir equilibrio en un nudo i , equivale a expresar que el momento de sujeción M_i debe ser igual a la suma de todos los momentos de empotramiento de las barras que concurren en dicho nudo, así:

$$M_i = \sum_{(i)} M_{i,j} \quad (1-1)$$

Existe igualdad de signos, además de la de los valores, debido a que el momento de sujeción actúa sobre el nudo y los de empotramiento en los extremos de las barras. Para determinar el valor del momento final en cada extremo de barra, deben considerarse tres etapas, pues cuando se deforma una estructura bajo la acción de ciertas cargas exteriores, sin suponer que existe rigidez en los nudos de la misma, cada uno de ellos gira en un determinado valor; por ejemplo, para una barra $i-k$ el extremo i girará un ángulo θ_i y el extremo k un ángulo θ_k . Se puede descomponer el giro total de los extremos de la barra $i-k$, como superposición de las tres siguientes y sucesivas etapas:

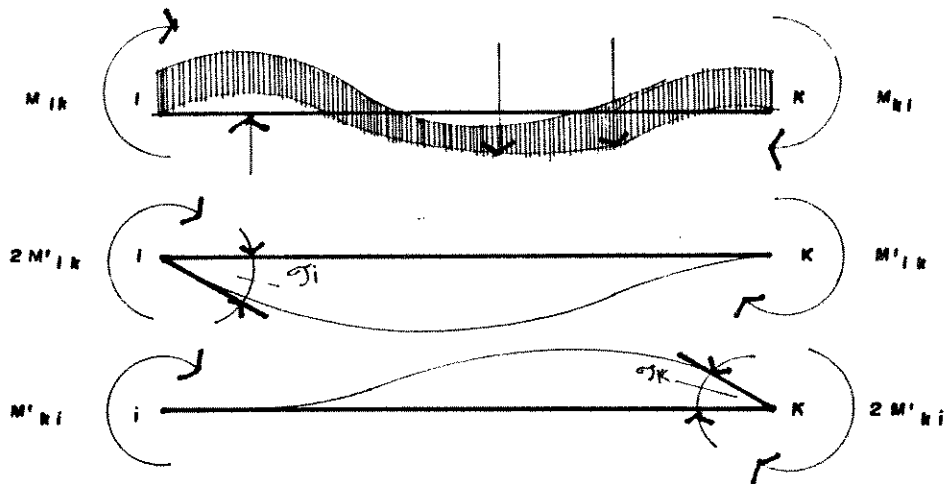


Figura 1.2
Descomposición del giro total
de los extremos de la barra $i-k$.

1) La barra i-k se deforma bajo la acción de la carga, sin girar los extremos de la misma.

2) El extremo i gira en un ángulo t_i , mientras el extremo k no gira.

3) El extremo k gira en un ángulo t_k , mientras el extremo i no gira.

El valor total del momento en cada extremo será igual a la suma de las tres etapas.

Por ejemplo, para el extremo i de la barra i-k se compondrá de:

a) Valor M_{ik} debido a la carga exterior (momento de empotramiento perfecto en el extremo de la barra).

b) Valor $2M'_{ik}$ debido al giro del propio extremo i.

c) Valor M'_{ki} debido al giro del otro extremo k de la barra.

$$M_{ik} = M_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} \quad (1-2)$$

El valor M'_{ik} debido al giro t_i del extremo i es proporcional al ángulo de giro t y a la rigidez K de la barra y se designará como influencia del giro del extremo i. De la misma manera, el momento M'_{ki} tiene proporcionalidad con el ángulo de giro t_k y la rigidez K de la barra, y se le designa como influencia de giro del extremo k.

La ventaja de este método se encuentra en que se calcula separadamente cada uno de estos valores, en lugar de calcular directamente el momento total. Las sucesivas variaciones del momento flector se obtendrán en cada nudo, por la reiteración de una misma operación. Por una sucesión arbitraria de uno a otro nudo de la estructura, y reiterando en cada uno de ellos la misma operación, puede llegarse a conseguir el grado de aproximación que se desea.

Cuando gira un nudo, las barras que concurren en el mismo giran igual ángulo, y la influencia de estos giros angulares sobre los momentos en los extremos de las barras que concurren en el nudo, depende únicamente del valor del ángulo de giro y de la rigidez K de la barra correspondiente.

Cuando gira solamente un nudo de la estructura, puede afirmarse que la influencia sobre los momentos de las barras que concurren al mismo, se hace en forma proporcional a la rigidez de cada una de ellas.

Extremo contiguo se designa al extremo de una barra que concurre en el nudo y extremo opuesto el otro extremo de la misma.

Al considerar el equilibrio en un nudo cualquiera i , el momento total de sujeción M_i , más la suma de los momentos debidos al giro del extremo opuesto de la barra M'_{ki} , es decir:

$$M_i + \sum (i) M'_{ki} = -2\sum M'_{ki} \quad (1-3)$$

es igual a la suma de los momentos debidos al giro del propio extremo multiplicado por (-2) .

Al conocer el valor del ángulo de giro en el extremo opuesto del nudo considerado, se puede determinar su influencia en el momento flector en el extremo adjunto al nudo referido. Si los valores conocidos son aproximados, los obtenidos también serán aproximados, pero cada vez con mayor exactitud si se reitera el cálculo de los mismos. Los primitivos valores, al no haber ninguno conocido se supone igual a cero.

En las sucesivas iteraciones para obtener mayor aproximación, se procede del siguiente modo: Se suma al momento de sujeción del nudo los valores aproximados de los momentos en los extremos opuestos de las barras, esta suma se divide por (-2) y el resultado se reparte entre todas las barras en la relación de rigideces K de las mismas.

Es posible simplificar esta operación, introduciendo los factores de giro (o coeficientes de repartición) que se obtienen repartiendo proporcionalmente a las rigideces de todas las barras que concurren en el nudo, el valor total ($-\frac{1}{2}$), por ser además negativos.

El resumen del proceso a seguir para el cálculo de las influencias de los giros puede señalarse así: Se suma el momento de sujeción del nudo con los momentos flectores en los extremos opuestos de las barras que concurren en él. Se multiplica esta suma por los factores de giro de cada barra y los resultados son las influencias de los giros sobre el momento flector en el extremo de cada barra.

Cuando se calculan los momentos finales en un nudo, debido a la condición de equilibrio, la suma de esos momentos finales en el nudo, debe ser igual a cero, excepto en nudos en que actúen momentos exteriores.

INFLUENCIA DEL DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS

Cuando los nudos de una estructura, durante su deformación, además de girar se desplazan de su posición, puede descomponerse la deformación de la barra vertical correspondiente, así:

- 1) La barra i-k se deforma sin girar sus extremos ni desplazarse: empotramiento perfecto.
- 2) El extremo i gira en un ángulo ϵ_i sin girar el otro extremo k, ni desplazarse ninguno de ellos.
- 3) El extremo k gira en un ángulo ϵ_k sin girar el i, y sin desplazarse ninguno de los dos nudos.
- 4) Los extremos i-k se desplazan entre ellos un valor δ sin que dichos extremos experimenten ningún nuevo giro.

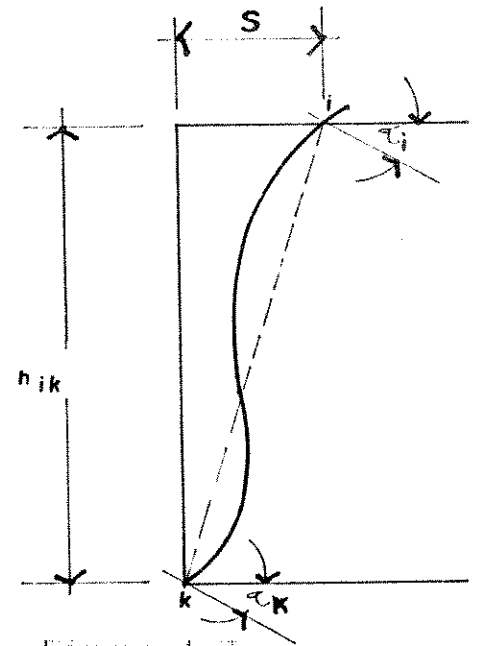


Figura 1.3
Desplazamiento de nudos.

Se ve que las primeras tres etapas son exactamente iguales a las consideradas en el caso de estructuras con nudos fijos según la ecuación (1-2):

$$M_{ik} = M_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} \quad (1-2)$$

faltando únicamente el cálculo del momento M''_{ik} debido al desplazamiento δ , del extremo i de la barra.

Conocidos, por lo tanto, estos cuatro valores de los momentos en el extremo de la barra, puede obtenerse el momento total resultante mediante la suma:

$$M_{ik} = M_{ik} + 2M'_{ik} + M'_{ki} + M''_{ik} \quad (1-4)$$

El valor M''_{ik} debido al desplazamiento del extremo de la barra se designa como la influencia del desplazamiento de los pisos de la estructura sobre los momentos en los nudos.

La ecuación de equilibrio de momentos en un nudo i es:

$$\sum_{(i)} M_{ik} = 0 \quad (1-5)$$

y de aquí se deduce la regla operatoria para el cálculo de las influencias del giro de los nudos, empleando los mismos coeficientes de reparto anteriores, mediante la suma de momentos de sujeción M_i , de las influencias de los giros de los extremos opuestos y además de las influencias del desplazamiento M''_{ik} en cada una de las barras concurrentes en el nudo:

$$M_i + \sum_{(i)} (M'_{ki} + M''_{ik}) \quad (1-6)$$

En las barras de sección constante, que es lo que se supone,

$$M''_{ik} = M''_{ki} \quad (1-7)$$

por lo cual será necesario, debido a la simetría del cálculo, un solo valor para la influencia del desplazamiento, y se anota a la mitad de la barra.

CARGAS VERTICALES

Al cortar horizontalmente todas las columnas de un piso r cualquiera de un marco, para que exista equilibrio debe verificarse que la suma de todas las fuerzas cortantes de las columnas de este piso sea igual a cero:

$$\sum_{(r)} Q_{ik} = 0 \quad (1-8)$$

Esta ecuación de equilibrio, que debe cumplirse para cada piso (cuando existe la posibilidad de desplazamientos horizontales de los nudos), se deduce del desplazamiento horizontal igual y contrario de las barras horizontales, y mediante la misma pueden calcularse las influencias de los desplazamientos de los nudos para la obtención de los momentos.

La ecuación de esfuerzo cortante en una columna $i-k$ es:

$$Q_{ik} = -(M_{ik} + M_{ki})/h_{ik} \quad (1-9)$$

La ecuación de equilibrio en el caso de un piso r con columnas de igual longitud es:

$$\sum_{(r)} M''_{ik} = -3/2 \sum_{(r)} (M'_{ik} + M'_{ki}) \quad (1-10)$$

La suma de las influencias de los desplazamientos de las columnas de un piso r sobre los momentos, puede

determinarse, por lo tanto, mediante las influencias de los giros de los extremos de las columnas del mismo piso.

La influencia del desplazamiento depende únicamente del valor δ de dicho desplazamiento y de los valores de K/h , y es además proporcional a ellos, se calcularán las influencias sobre las columnas del desplazamiento δ del piso r , en proporción a los valores de K/h y teniendo en cuenta, además, que las columnas de este piso tienen la misma longitud, en proporción a las rigideces K de estas barras.

Para facilidad de cálculo, se adopta, análogamente a los factores de repartición, unos factores de corrimiento o coeficientes de desplazamiento, repartiendo el valor $-3/2$ proporcionalmente a las rigideces K de las columnas del piso r . Entonces, el procedimiento es: sumar las influencias de los giros en todos los extremos de las columnas del piso, multiplicar esta suma sucesivamente por los factores de corrimiento, obteniendo de esta forma las influencias correspondientes al desplazamiento.

Mediante las influencias de los giros se calculan las de los desplazamientos y con éstas otra vez las de

los giros en sucesivas iteraciones, hasta obtener el grado de aproximación deseado. Lo deseable es que la iteración final sea igual a la penúltima para llegar a la aproximación óptima; sin embargo, mientras menor sea la diferencia mejor será la aproximación.

CARGAS HORIZONTALES

Si todas las columnas del piso r tienen la misma longitud h_r , la suma de las influencias del desplazamiento en todas las columnas del piso r es:

$$\sum_{(r)} M''_{ik} = -3/2 [Q_r h_r / 3 + \sum_{(r)} (M'_{ik} + M'_{ki})] \quad (1-11)$$

donde se designa como momento del piso M_r el valor:

$$M_r = Q_r h_r / 3 \quad (1-12)$$

Q_r representa el esfuerzo cortante en el piso r y h_r la longitud de las columnas del piso r .

Los factores de corrimiento son iguales a los del caso de carga vertical, y la única diferencia con este caso consiste en que al hacer la suma de las influencias de los giros en los extremos de las columnas, debe añadirse además el momento de piso M_r .

Designando por v_{ik} el factor de corrimiento de la barra $i-k$, el valor que da los momentos debidos al corrimiento es:

$$M''_{ik} = v_{ik}[M_k + (M'_{ik} + M'_{ki})] \quad (1-13)$$

El valor que da los momentos debidos a la influencia del giro del nudo, es designado con μ_{ik} el coeficiente de giro en el extremo i de la barra i-k:

$$M'_{ik} = \mu_{ik}[M_i + \Sigma(M'_{ki} + M''_{ik})] \quad (1-14)$$

Al comparar estas dos últimas igualdades, se nota la analogía de las mismas. En ambos casos, en lugar de M'_{ik} hay M''_{ik} ; en lugar del factor de giro, el factor de corrimiento, y en lugar del momento de sujeción, el momento de piso.

1.3 Método de Rigidez

Entre los logros de mayor alcance en la ingeniería estructural está la capacidad de analizar automáticamente casi todo tipo de estructuras con un elevado grado de precisión y a un costo razonable. La aparición de la computadora digital ha hecho posible este perfeccionamiento. Al aparecer la computadora se crearon de inmediato métodos de análisis adecuados para el cálculo en computadora; el más usado de ellos es el método de Rigidez.

El método de la rigidez se distingue del de la flexibilidad en los conceptos físicos que están involucrados, aunque los métodos son similares en su formula-

ción matemática. En ambos métodos las ecuaciones fundamentales se derivan utilizando el principio de superposición. En el método de la flexibilidad las cantidades desconocidas son acciones redundantes, pero en el método de la rigidez las incógnitas son los desplazamientos de los nudos de la estructura. Por lo tanto, en el método de la rigidez el número de incógnitas que debe calcularse es igual al grado de indeterminación cinemática. El método de la rigidez involucra un uso extensivo de acciones y desplazamientos en miembros con extremos empotrados.

Las ideas básicas del método de las rigideces se pueden demostrar considerando el análisis de la viga en voladizo que se ilustra en la figura 1.4a. Se desea determinar el desplazamiento en el extremo D_1 bajo la acción de la carga Q_1 . Primero se escribe una relación fuerza-desplazamiento, imponiendo un desplazamiento unitario (por ejemplo 1 pulg) correspondiente a D_1 luego se determina la fuerza necesaria para producir este desplazamiento unitario en el extremo de una viga prismática en voladizo, que es $3EI/L^3$. Esta fuerza se define como el coeficiente de influencia de rigidez para la viga, ya que representa la resistencia de la viga,

k_1 , ya que representa la resistencia de la viga a un desplazamiento unitario. El término k que se usa aquí difiere del factor de rigidez de la distribución de momentos. Ahora considérese el equilibrio del nudo 1 (diagrama de cuerpo libre de la figura 1.4b). La fuerza hacia abajo en el nudo, causada por la resistencia a la flexión de la viga, es $k_1 D_1$, y la fuerza hacia arriba es la carga aplicada Q_1 . El equilibrio da

$$k_1 D_1 = Q_1$$

$$(3EI/L^3) D_1 = Q_1$$

$$D_1 = Q_1 L^3 / 3EI$$

Se ha usado un coeficiente de influencia k_1 , que expresa la influencia de un desplazamiento unitario, para determinar el desplazamiento para la carga Q_1 . El método de la rigidez es simplemente una extensión lógica de esta idea a las estructuras con muchos grados de libertad.

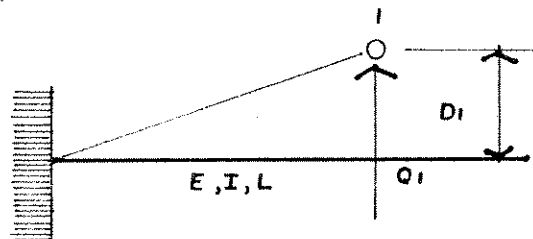


Figura 1.4 (a)
Análisis de viga en voladizo

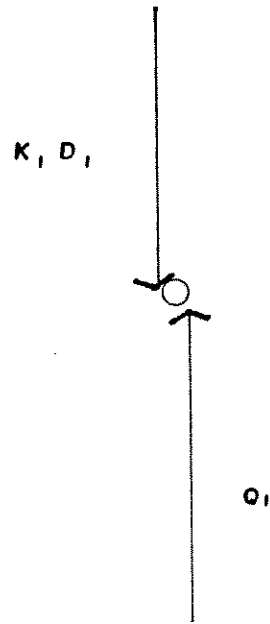


Figura 1.4(b)
Análisis de viga en voladizo

CAPITULO II

DESARROLLO DE EJEMPLOS

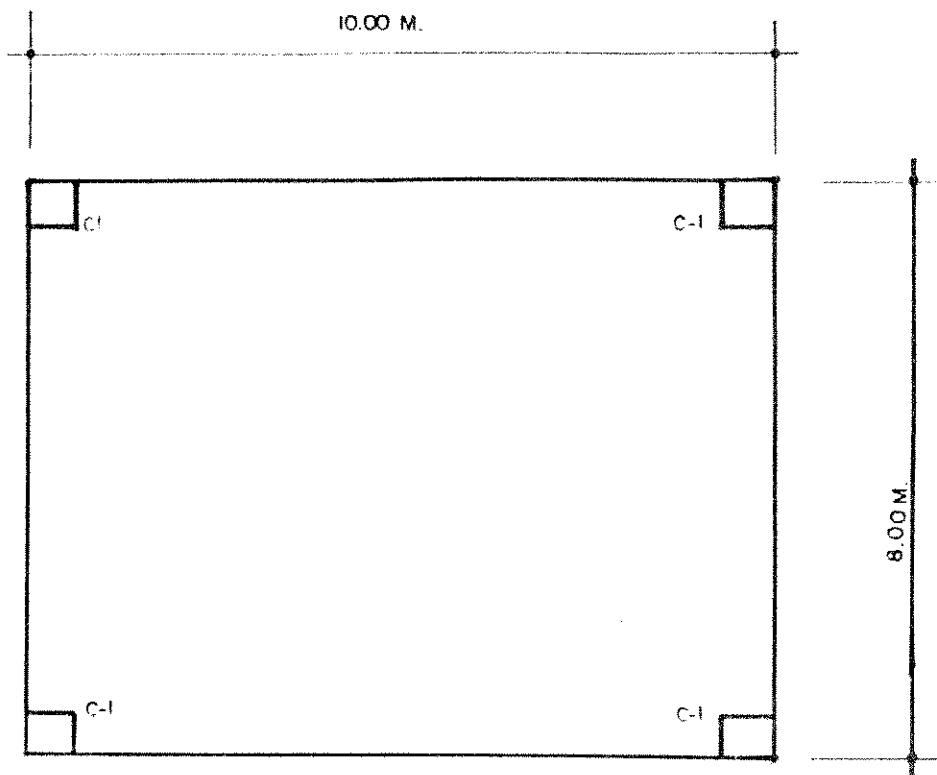
Se analizarán dos marcos rígidos: uno simétrico y otro asimétrico, utilizando los métodos expuestos en el capítulo I: 1) Método del Factor; 2) Método de Kani; 3) Método de Rigidez. El propósito es mostrar al lector, su utilidad en la solución de un problema real.

El objetivo fundamental es determinar el desplazamiento vertical de los dos marcos rígidos, debido a las cargas de trabajo, y establecer si se encuentra dentro de los límites de tolerancia, establecidos por las especificaciones.

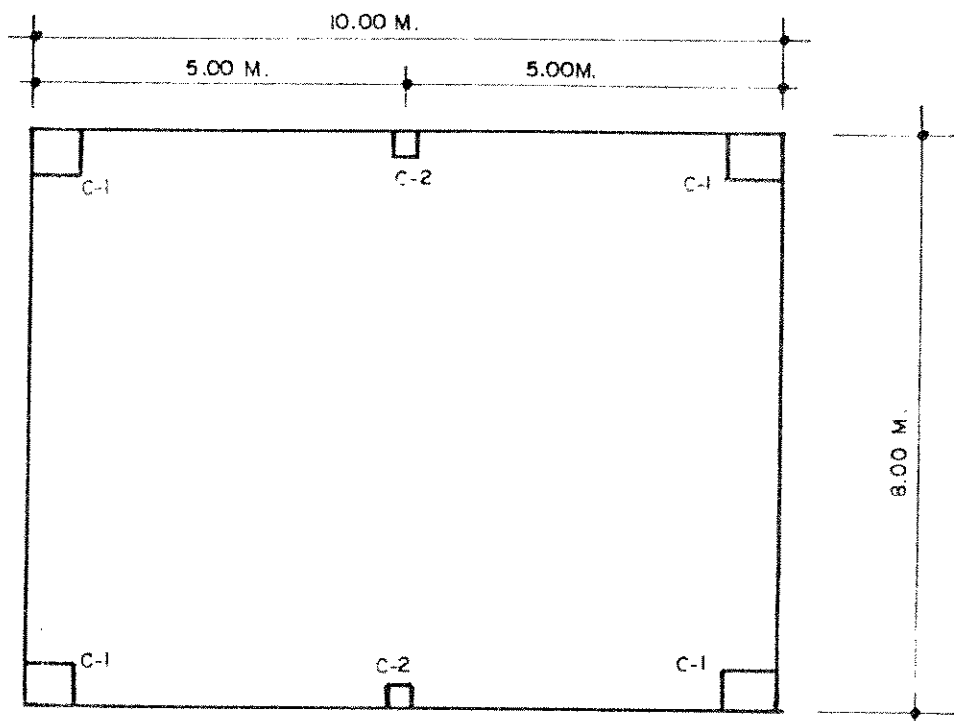
En el desarrollo de los ejemplos se harán cálculos detallados para dos o tres miembros, consignándose únicamente los resultados para los restantes, los cuales deberá comprobar el lector, cumpliendo así uno de los objetivos de la presente tesis.

A MARCO SIMETRICO

Edificio para parqueo en el primer nivel y oficinas en el segundo. A continuación se presenta su geometría:



FIGURA, 2.1
PLANTA BAJA.



FIGURA, 2.2
PLANTA ALTA.

C-1 SEC DE 0.60 x 0.70
C-2 SEC DE 0.30 x 0.30

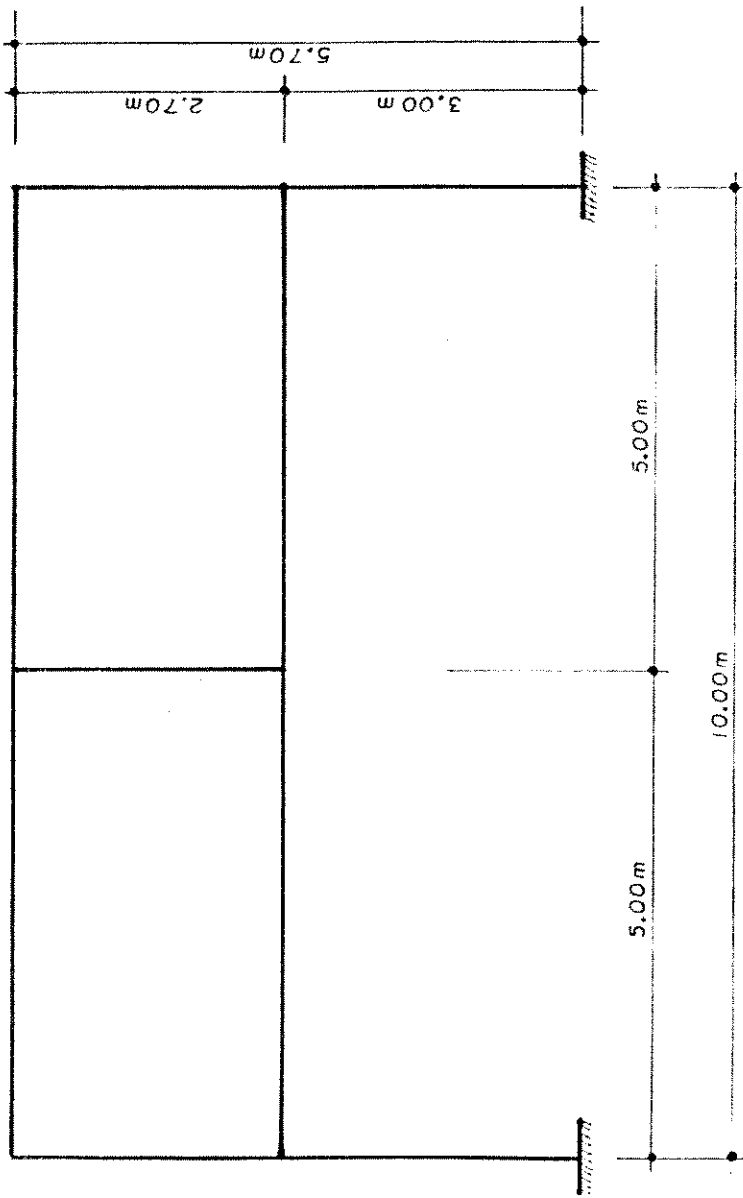
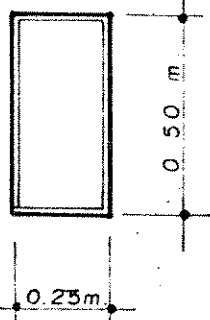


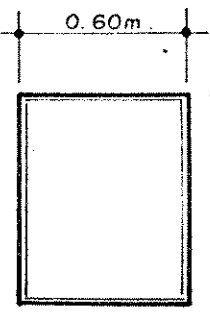
Figura 2.3
ELEVACION LONGITUDINAL

SECCIONES DE LOS MIEMBROS

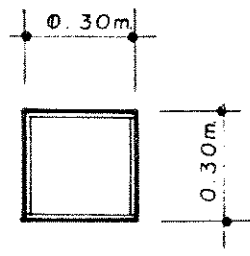
NIVEL II



Vigas



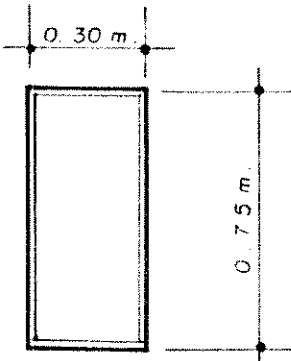
Extremos



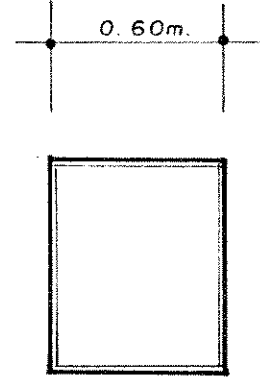
Intermedia

Columnas

NIVEL I



Vigas



Columnas

Espeor de losa: _____

Será de 0.20m. para los dos niveles.

Información de los miembros del marco
 Tabla 2.1 Información de los miembros del marco

Miembro	Longitud cm	Área cm ²	Inercia cm ⁴	Rigidez cm ³
1	300	4200	1,715,000.00	5766.67
2	500	2250	1,054,687.50	2109.38
3	500	2250	1,054,687.50	2109.38
4	300	4200	1,715,000.00	5766.67
5	270	4200	1,715,000.00	6351.85
6	500	1250	260,416.67	520.83
7	270	900	67,500.00	250.00
8	500	1250	260,416.67	520.83
9	270	4200	1,715,000 .00	5766.67

Estimación e integración de cargas:

Carga viva:

Techo: 100 Kg/m²

Entrepiso: 200 Kg/m²

Valores recomendados en "Minimum Design Loads in Building and Other Structures" ANSI A-58.1, del American National Standards Institute.

Carga muerta:

Concreto: 2400 Kg/m³

Peso de tabiques: 120 Kg/m²

Acabados: 100 Kg/m²

Módulo de Elasticidad del concreto: E = 15000Jf'c

E = 15000J210

E = 217,370 Kg/cm²

Integración de cargas Nivel II

i) losa: 1.25m*0.20m*2400Kg/m**3 = 600Kg/m

ii) vigas: 0.25m*0.50m*2400Kg/m**3 = 300Kg/m

iii) acabados: 1.25m*100Kg/m² = 125Kg/m

Cm = 1025Kg/m

iv) Carga viva: 100Kg/m²*1.25m = 125Kg/m

Integración de cargas Nivel I, entrepiso

i) losa: 2.40m*0.20m*2400Kg/m**3 = 1152Kg/m

ii) muros: 2.70m*120Kg/m² = 324Kg/m

iii) vigas: 0.30m*0.55m*2400Kg/m**3 = 396Kg/m

iv) acabados: 2.40m*100Kg/m² = 240Kg/m

Cm = 2112Kg/m

v) Carga viva: 2.40m*200Kg/m² Cv = 480Kg/m

Tabla 2.2 Determinación del peso de la estructura que afecta al marco en estudio.

NIVEL II

Elemento	Descripción del peso	W (Ton.)
losa	(2.40Ton/m**3)2.50m/2*0.20m*2	6.00
vigas	(2.40Ton/m**3)0.25m*0.50m*10m	3.00
columnas	(2.40Ton/m**3)(0.30m) ² *1.35m	0.29

Tabla 2.2 Continuación.

Elemento	Descripción del peso	W (Ton)
columnas	$(2.40\text{Ton/m}^3) * 0.60\text{m} * 0.70\text{m} * (1.35\text{m}) * 2$	2.72
acabados	$0.10\text{Ton/m}^2 (5.00\text{m}) (2.50\text{m}/2) * 2$	1.25
	10% Carga viva	0.12
	Peso Total Nivel II	13.38
Nivel I:		
Elemento	Descripción del peso	W(Ton)
losa	$2.40\text{Ton/m}^3 (2.40\text{m}) (0.20\text{m}) (10\text{m})$	11.52
vigas	$2.40\text{Ton/m}^3 (0.30\text{m}) (0.55\text{m}) (10\text{m})$	3.96
columnas	$2.40\text{Ton/m}^3 (0.30\text{m})^2 (1.35\text{m})$	0.29
columnas	$2.40\text{Ton/m}^3 (0.60\text{m}) (0.70\text{m}) (1.35\text{m}) (2)$	2.72
columnas	$2.40\text{Ton/m}^3 (0.60\text{m}) (0.70\text{m}) (3\text{m}) (2)$	6.05
muros	$0.12\text{Ton/m}^2 (2.70\text{m}) (10.00\text{m})$	3.24
acabados	$0.10\text{Ton/m}^2 (2.40\text{m}) (10.00\text{m})$	2.40
zapatas	Peso estimado	3.84
	Total peso muerto	34.02
	10% Carga Viva = $10\% [0.20\text{Ton/m}^2 * 2.40\text{m} * 10.00\text{m}]$	0.48
	Peso Total Nivel I	34.50
	Peso Total actuante en el marco	47.88

El cálculo del marco transversal intermedio, cuyo desarrollo no se transcribe, permitió deducir, que ejerce sobre el punto medio de la viga longitudinal del entrepiso, una fuerza vertical hacia abajo de 11.50 Ton.

Estimación del corte lateral sísmico, según el código de Stanford, dado por la ecuación (2-1).

$$V = ABDQW \quad (2-1)$$

donde:

A = Valor de la aceleración en cada zona, depende del grupo en que se catalogue el uso de la estructura y de la zona de riesgo sísmico del país.

B = Factor de comportamiento estructural.

D = Factor de amplificación dinámico.

Q = Factor de "calidad" de la estructura

W = Carga muerta total y porciones aplicables de otras cargas

El significado de cada uno de estos factores de la ecuación anterior, lo encontrará el lector en el folleto: Análisis de Riesgo Sísmico para Guatemala, recomendado por la Universidad de Stanford. Traducción del Ing. Estructural Adrián B. Juárez López, 1980.

Valores de estos factores utilizados en la presente

tesis:

$$A = 0.30 \text{ Grupo 2, zona 3}$$

$$B = 0.17 \text{ Tipo 1}$$

$$D = 2$$

$$T = 0.09hn/4Ds = 0.09*5.70m/410m = 0.16$$

$$hn = 5.70m$$

$$Ds = 10.00m$$

$$Q = 1 + \sum Pq \quad q = 1, \dots, 5$$

$$P1x = 0.1$$

$$P2x = 0.1$$

$$P3x = 0.1$$

$$P4x = 0.1$$

$$P5x = 0.2$$

$$Px = 0.6$$

$$Q = 1 + 0.6$$

$$Q = 1.6$$

$$W = 13.38 \text{ Ton.}$$

I

$$W = 34.50 \text{ Ton.}$$

II

$$W = 47.88 \text{ Ton.}$$

I

Estos Valores fueron calculados en la Tabla 2.2

$$V = 0.30*2.00*0.17*1.6*47.88\text{Ton} = 7.81 \text{ Ton}$$

Distribución por nivel de la fuerza V

La fuerza total lateral V se distribuye en toda la altura del edificio, de acuerdo a la ecuación (2-2)

$$V = F_t + \sum F_i \quad (2-2)$$

Debido a que el periodo de vibración $T < 0.70 \text{seg.}$ $F_t = 0$

Por lo tanto, la parte restante del corte total de la base V se distribuirá a los niveles de acuerdo con la ecuación (2-3)

$$F_x = \frac{V * W_x * h_x}{\sum W_i * h_i} \quad (2-3)$$

$i = 1, \dots, n$

$$F_I = \frac{(7.81)(3.00) * 34.50}{3(34.50) + 5.70(13.38)} = 4.50 \text{ Ton}$$

$$F_{II} = \frac{(7.81)(5.70)(13.38)}{3.00(34.50) + 5.70(13.38)} = 3.31 \text{ Ton}$$

$$F_I + F_{II} = 7.81 \text{ Ton}$$

Con la información y cálculos efectuados se procede al análisis en el orden indicado anteriormente.

2.1 Método del Factor

Previo a la aplicación del Método del factor, hay que calcular el valor de $K = I/L$ para cada viga y columna. No es necesario utilizar los valores absolutos de K, pues los esfuerzos dependen de las rigideces relativas de los elementos del pórtico. No obstante, es necesario que los valores de K en los distintos elementos estén en la relación correcta entre ellos.

Valores de K para los elementos del marco simétrico.

Ver Tabla 2.1:

NIVEL II:

Vigas.

$$Kv34 = Kv46 = 520.83 \text{ cm}^3$$

Columnas:

$$Kc23 = Kc67 = 6351.85 \text{ cm}^3$$

$$Kc45 = 250.00 \text{ cm}^3$$

NIVEL I.

Vigas:

$$Kv25 = Kv57 = 2109.38 \text{ cm}^3$$

Columnas:

$$Kc12 = Kc78 = 5766.67 \text{ cm}^3$$

2.1.1 Aplicación del Método del Factor.

El método del Factor se aplica siguiendo los seis pasos siguientes:

1. En cada nudo se calcula el factor v de las vigas por la relación siguiente: $v = \Sigma K_p / \Sigma K$, en la que ΣK_p representa la suma de los valores de K de las columnas que se encuentran en el nudo, y ΣK la suma de los valores de K para todos los elementos del nudo. Se escribe el valor de v obtenido así, en el extremo de cada viga contiguo al nudo para el que se ha determinado.

2. En cada nudo se calcula el factor p de los pilares (las columnas) por la relación siguiente: $p = 1 - v$, siendo v

el factor de la viga calculado en el paso 1. Se escribe cada valor p obtenido así, en el extremo de cada pilar junto al nudo en el que se ha calculado. En la base de los pilares empotrados del primer piso se toma $p = 1$.

3. Hay un número, obtenido en 1 y 2 en cada extremo de todos los elementos del marco. A cada uno de dichos números se le suma la mitad del correspondiente al otro extremo del elemento.

4. Se multiplica cada suma hallada en el paso 3 por el valor de K del elemento al que corresponde dicha suma. Para los pilares, a este producto se le llama factor de momento de pilar P ; para las vigas, factor de momento de viga V .

5. Los factores de momento de pilar P , hallados en el paso 4, son realmente los valores relativos aproximados de los momentos en los extremos del pilar para el piso correspondiente. Por la estática se ve que la suma de los momentos extremos de los pilares en un piso determinado, es igual al cortante horizontal en ese piso multiplicado por la altura del piso. Por tanto, los factores de momento de pilar P se pueden transformar en momentos en los extremos de los pilares (por proporción directa) en cada piso.

6. Los factores de momento de viga V , hallados en el paso 4, son realmente los valores relativos aproximados de los momentos en los extremos de las vigas para cada nudo. La suma de los momentos en los extremos de las vigas en cada nu-

do es igual, por la estática, a la suma de los momentos en los extremos de los pilares en ese nudo, que pueden obtenerse en el paso 5. Por tanto, los factores de momento de viga V se pueden transformar en momentos en los extremos de éstos, por proporción directa en cada nudo.

A continuación la aplicación de los seis pasos al marco simétrico propuesto en la presente tesis cuando la carga sísmica actúa de izquierda a derecha. Se detallan los cálculos para los nudos 2 y 3, dejando al lector la comprobación de los resultados transcritos para los restantes. En la Fig. 2.4 se anotan los cálculos y resultados correspondientes. Se han escrito los valores de K en cada elemento, como parte de los datos. Para cada piso se han hallado primero, en el lado derecho de la figura, los valores del cortante total en el piso, H , Hh , producto de H por la altura del piso h .

Paso 1. Cálculo de los factores de viga.

Para el nudo 2: $v_2 = 23.07+25.41/23.07+25.41+8.44 = 0.852$

Se escribe este número en el extremo izquierdo de la viga 25 y en el derecho de la viga 75.

Para el nudo 3: $v_3 = 25.41/(25.41+2.08) = 0.924$

Se escribe este número en el extremo izquierdo de la viga 34 en el derecho de la viga 64.

De igual manera se calculan los factores de vigas en los demás nudos y se escriben en el extremo de la viga correspon-

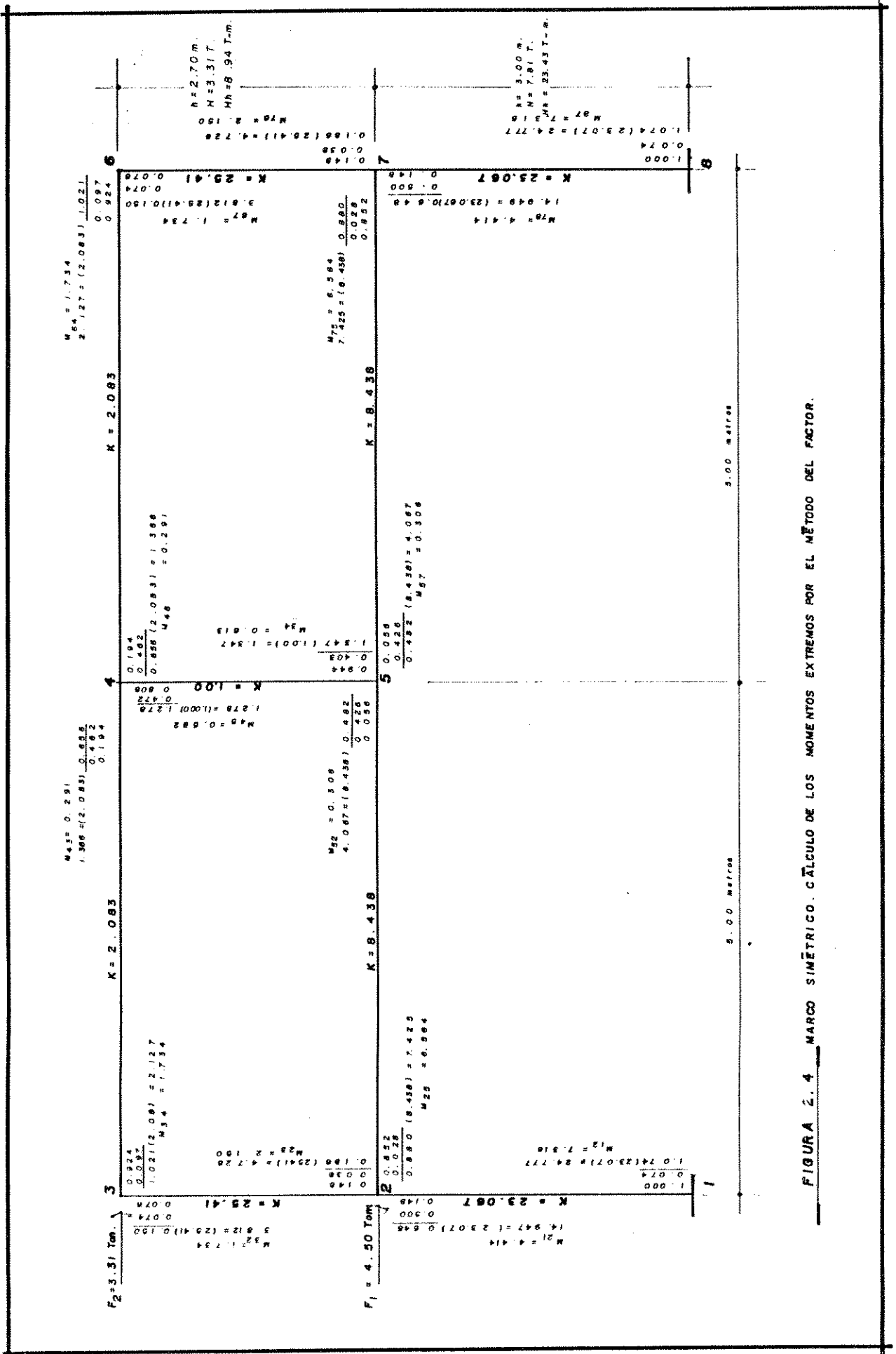


FIGURA 2.4 MARCO SIMÉTRICO. CÁLCULO DE LOS MOMENTOS EXTREMOS POR EL MÉTODO DEL FACTOR.

diente al nudo para el que se han calculado.

Paso 2. Cálculo de los factores de pilar.

Para el nudo 2: $P2 = 1 - 0.852 = 0.148$

Se escribe este número en la parte alta de la columna 12 y en la inferior de la 23.

Para el nudo 3: $P3 = 1 - 0.924 = 0.076$

Se escribe este número en la parte superior de la columna 23.

Para el nudo 1: $P1 = 1.000$ pues es la base de la columna del piso I, empotrada. Este número se escribe en la parte inferior de la columna 12.

En todos los demás nudos se calculan de igual forma los factores de pilar y se escriben los valores hallados, en el extremo de cada pilar junto al nudo para el que se ha calculado.

Paso 3. Aumentar el número de cada extremo de cada elemento en la mitad del número del otro extremo del mismo.

Para el nudo 1: Elemento 12: $1.000 + 0.5(0.148) = 1.074$

Para el nudo 2: Elemento 21: $0.148 + 0.5(1.000) = 0.648$

Elemento 23: $0.148 + 0.5(0.076) = 0.186$

Elemento 25: $0.852 + 0.5(0.056) = 0.880$

Para el nudo 3: Elemento 32: $0.076 + 0.5(0.148) = 0.150$

Elemento 34: $0.092 + 0.5(0.914) = 1.021$

En la figura 2.4 se han hecho directamente cálculos similares

para todos los nudos.

Paso 4. Cálculo de los factores de momentos de los pilares y de las vigas.

Para el nudo 1: Elemento 12: $P_{12} = 1.074(23.07) = 24.78$

Para el nudo 2: Elemento 21: $P_{21} = 0.648(23.07) = 14.95$

Elemento 23: $P_{23} = 0.186(25.41) = 4.73$

Para el nudo 3: Elemento 32: $P_{32} = 0.150(25.41) = 3.81$

En la figura 2.4 se han hecho directamente cálculos similares para todos los nudos.

Paso 5. Determinación de los momentos en los pilares.

Como los factores de momento de pilar son valores relativos de los momentos en los extremos de los pilares para cada piso del pórtico, esto equivale a decir que

$$M_{12} = A \cdot P_{12} \quad M_{21} = A \cdot P_{21} \quad M_{87} = A \cdot P_{87} \quad M_{78} = A \cdot P_{78}$$

siendo M_{12} , M_{21} , M_{87} y M_{78} los momentos reales en los extremos de los pilares y A tiene el mismo valor para todos los pilares de un piso. Por tanto, se puede expresar la suma de los momentos extremos por

$$\Sigma \text{momentos extremos de pilares} = A(P_{12} + P_{21} + P_{87} + P_{78})$$

$$= A \cdot \Sigma F \text{ por piso} \quad (a)$$

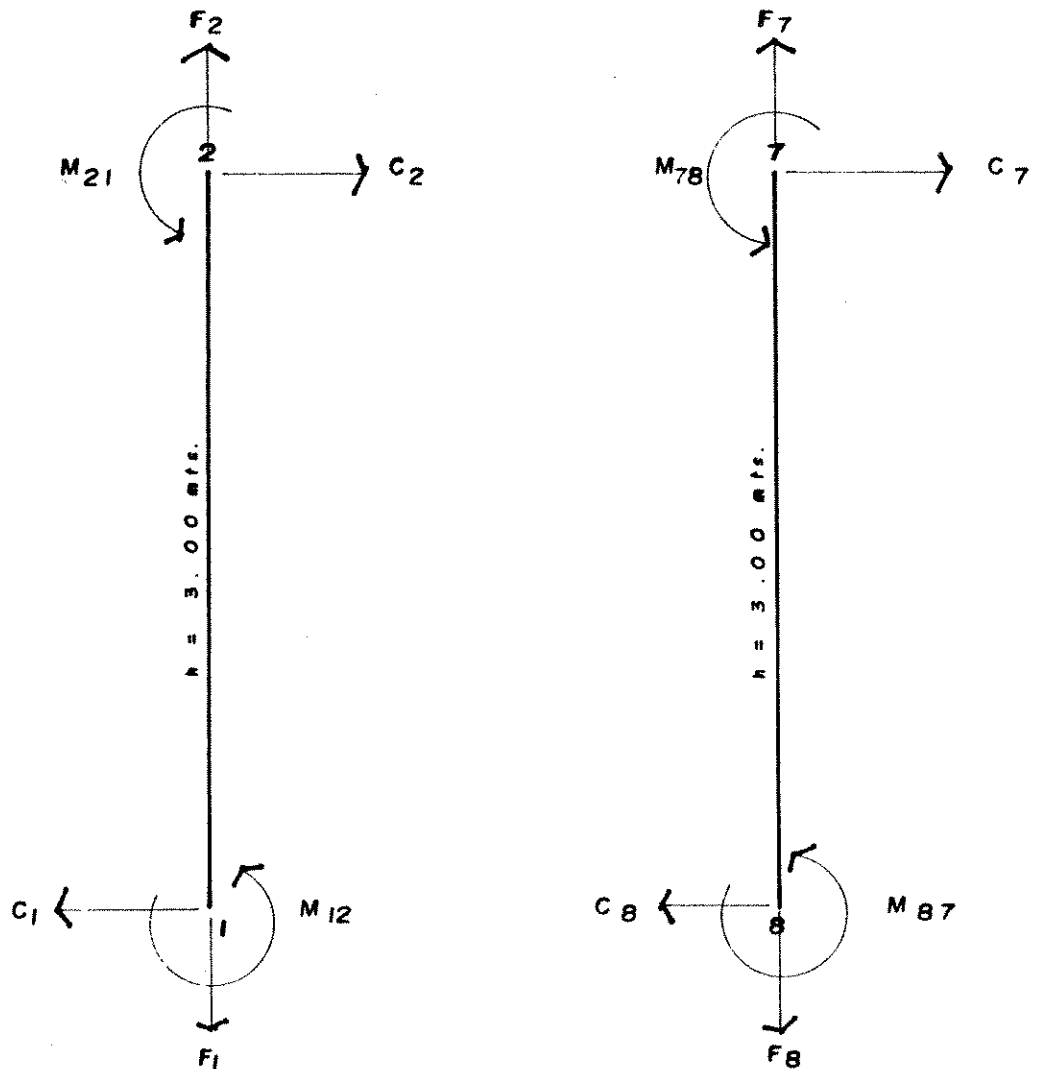


Figura 2.5
Pilares aislados del nivel I

Considerando el equilibrio estático de todas las fuerzas que actúan en todos los pilares de un piso determinado. Con referencia a la figura 2.4, se toman momentos respecto a la base del pilar de la derecha, en el nudo 8.

$$(C_2 + C_7)h = M_{12} + M_{21} + M_{87} + M_{78}$$

La suma $C_2 + C_7$ es igual al cortante total horizontal H en el piso. La suma $M_{12} + M_{21} + M_{87} + M_{78}$ es igual a la de los momentos en los extremos de los pilares en el piso. Por tanto,

$$\Sigma \text{momentos extremos de pilares} = Hh \quad (b)$$

De las ecuaciones (a) y (b)

$$A = Hh/\Sigma F \text{ del piso} \quad (c)$$

Para cada piso se puede determinar A por la Ec. (c). Luego se pueden hallar los momentos extremos de cada pilar de este piso, multiplicando el factor de momento de pilar correspondiente por A.

Aplicando el proceso al primer nivel del marco objeto de análisis:

$$A1 = 23.43/(14.949+24.777+24.777+14.949) = 0.295$$

$$M12 = 0.295(24.777) = 7.316 \text{ Ton-m}$$

$$M21 = 0.295(14.949) = 4.414 \text{ Ton-m}$$

$$M78 = 0.295(14.949) = 4.414 \text{ Ton-m}$$

$$M87 = 0.295(24.777) = 7.316 \text{ Ton-m}$$

Los del segundo nivel se obtienen a partir de A2, que se calcula aplicando la Ec. (c) al segundo piso, con lo que se halla $A2 = 0.455$

Paso 6. Determinación de los momentos en las vigas.

Como los factores de momento de viga son los valores relativos de los momentos en los extremos de las vigas en un nudo determinado, esto es otro modo de decir, con respecto a la figura 2.6, que $M52 = B5*V52$ y $M57 = B5*V57$, donde B5 tiene el mismo valor en cada una de las relaciones anteriores. Además, como en cada nudo la suma de los momentos de las vigas

es igual a la de los momentos en los pilares, se puede calcular B5 por la relación siguiente:

$$B5 \cdot V52 + B5 \cdot V57 = M54$$

donde:

$$B5 = \frac{\Sigma \text{Momentos de los pilares en el nudo 5}}{\Sigma \text{de los factores de momento de la viga en el nudo 5}} \quad (d)$$

$$B5 = 0.413 / (4.067 + 4.067) = 0.075$$

Hallado B5 = 0.075, se calculan los momentos extremos de cada viga en este nudo multiplicando el factor correspondiente por B5:

$$M52 = 0.075(4.067) = 0.306 \text{ Ton-m}$$

$$M57 = 0.075(4.067) = 0.306 \text{ Ton-m}$$

Aplicando la ecuación (d) a los nudos 2 y 3 se tiene:

$$B2 = \frac{\Sigma \text{Momentos de los pilares en el nudo 2}}{\Sigma \text{de los factores de momento de la viga en el nudo 2}}$$

$$B2 = (4.414 + 2.150) / 7.425 = 0.884$$

$$M25 = 0.884(7.425) = 6.564 \text{ Ton-m}$$

$$B3 = 1.734 / 2.121 = 0.815$$

$$M34 = 0.815(2.127) = 1.734 \text{ Ton-m}$$

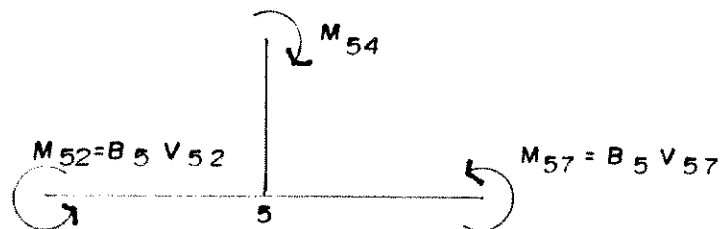


Figura 2.6
Nudo 5 aislado

Se observará que la aplicación de este procedimiento en el paso 6 a los nudos exteriores de un marco conduce al resultado de que los momentos en los extremos de las vigas en dichos nudos son iguales a la suma de los momentos extremos de las columnas, como deben ser por la estática. Así, se pueden obtener directamente los momentos extremos de las vigas, a partir de las columnas, por la estática, por lo que no es necesario el cálculo en esos nudos, de los factores de momento de viga.

Una vez conocidos los momentos extremos se pueden calcular, por las ecuaciones de la estática, los cortantes y las fuerzas axiales en las columnas y vigas.

No se efectúa el cálculo por este método para la influencia de la carga sísmica en el sentido derecha-izquierda pues por simetría, los valores numéricos serán iguales solo que con signo contrario.

Los Diagramas de momentos por carga sísmica obtenidos se dibujan en Figura 2.7

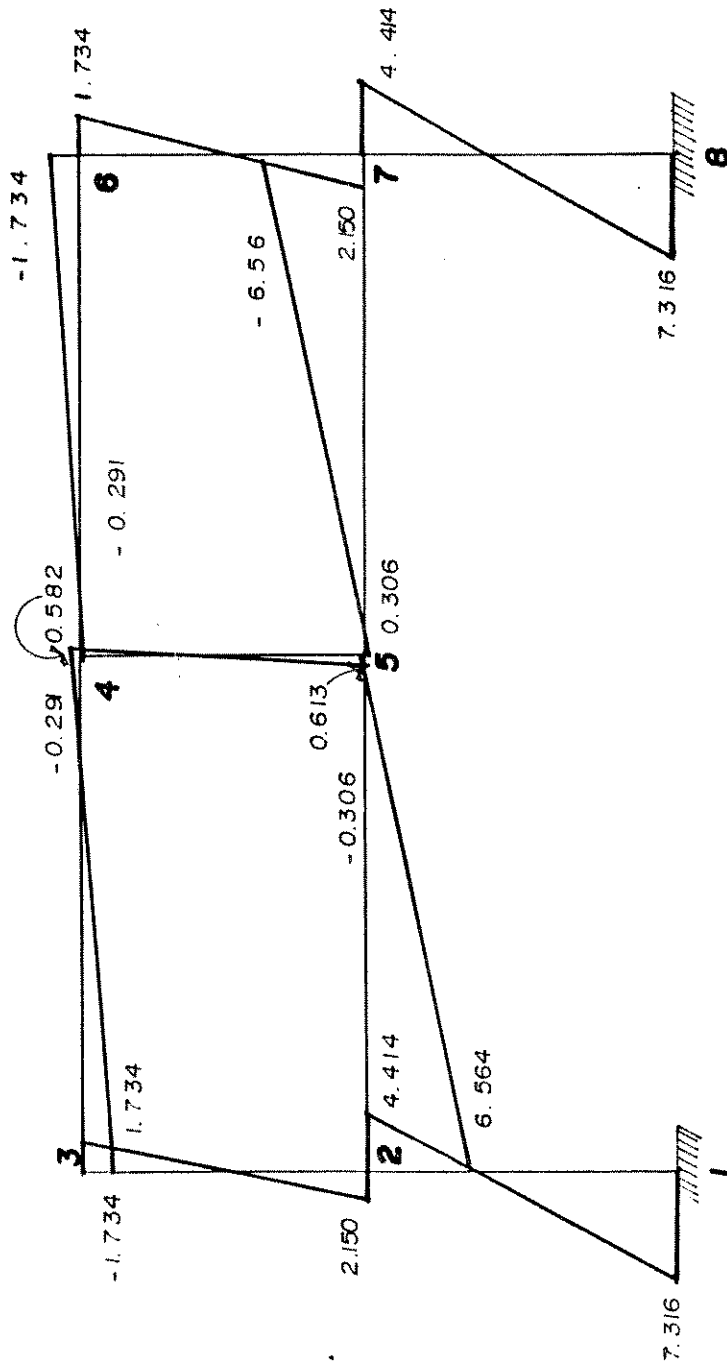


FIGURA 2 . 7
 DIAGRAMA DE MOMENTOS POR CARGA SÍSMICA
 ACTUANDO DE IZQUIERDA A DERECHA,
 CÁLCULO POR EL MÉTODO DEL FACTOR.

2.2 Método de Kani

Para realizar el análisis por este método, se requiere el cálculo previo de los siguientes parámetros:

a) Factores de giro o coeficientes de reparto, dados por la ecuación (2-4).

$$\mu_{ik} = -\frac{1}{2}(K/\Sigma K) \quad (2-4)$$

donde:

K = Rigidez del elemento = I/L

ΣK = sumatoria de las rigideces de los elementos que convergen en el nudo i .

Estos valores ya indicados previamente en la Tabla 2.2 se reproducen en la siguiente:

Tabla 2.3 Rigideces de los miembros del marco

Miembro	Rigidez $K = I/L$
1	5766.67
2	2109.38
3	2109.38
4	5766.67
5	6351.85
6	520.83
7	250.00
8	520.83
9	6351.85

Cálculo de los factores de giro para los nudos 3 y 4

Nudo 3:

$$\mu_{32} = -\frac{1}{2}(6351.85/6351.85+520.83) = -0.462$$

$$\mu_{34} = -\frac{1}{2}(520.83/6351.85+520.83) = -0.038$$

$$-0.500$$

Nudo 4:

$$\mu_{43} = -\frac{1}{2}(520.83/520.83+250.00+520.83) = -0.202$$

$$\mu_{45} = -\frac{1}{2}(250.00/520.83+250.00+520.83) = -0.096$$

$$\mu_{46} = -\frac{1}{2}(520.83/520.83+250.00+520.83) = -0.202$$

$$-0.500$$

se deja al lector el cálculo y la comprobación de los restantes nudos, cuyos resultados solo se consignan.

Listado de los resultados para todos los nudos:

Nudo 2:

$$\mu_{21} = -0.203$$

$$\mu_{25} = -0.074$$

$$\mu_{23} = -0.223$$

Nudo 3:

$$\mu_{32} = -0.462$$

$$\mu_{34} = -0.038$$

Nudo 4:

$$\mu_{43} = -0.202$$

$$\mu_{45} = -0.096$$

$$\mu_{46} = -0.202$$

Nudo 5:

$$\mu_{52} = -0.236$$

$$\mu_{54} = -0.028$$

$$\mu_{57} = -0.236$$

Nudo 7:

$$\mu_{75} = -0.074$$

$$\mu_{76} = -0.223$$