

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**



**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**GUÍA TEÓRICA Y PRÁCTICA SOBRE  
HIDRÁULICA DE CANALES**

**TESIS**

**Presentada a la Junta Directiva  
Facultad de Ingeniería**

**POR**

**MIGUEL ANTONIO REYES VENTURA**

**Al conferírsele el Título de**

**INGENIERO CIVIL**

**Guatemala, Noviembre de 1997**

PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
Biblioteca Central

08  
TL4154  
CA

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR**

Cumpliendo con los preceptos que establece la Ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de tesis titulado:

**GUÍA TEÓRICA Y PRÁCTICA  
SOBRE HIDRÁULICA DE CANALES**

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, con fecha 13 de febrero de 1997



---

Miguel Antonio Reyes Ventura

# UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



## FACULTAD DE INGENIERÍA MIEMBROS DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Hébert René Miranda Barrios
VOCAL PRIMERO	Ing. Miguel Ángel Sánchez Guerra
VOCAL SEGUNDO	Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano
VOCAL TERCERO	Ing. Juan Adolfo Echeverría Méndez
VOCAL CUARTO	Br. Víctor Manuel Lobos Aldana
VOCAL QUINTO	Br. Wagner Gustavo López Cáceres
SECRETARIO	Ing. Gilda Marina Castellanos de Illescas

## TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Hébert René Miranda Barrios
EXAMINADOR	Ing. Édgar Fernando Valenzuela Villanueva
EXAMINADOR	Ing. Juan Adolfo Echeverría Méndez
EXAMINADOR	Ing. Rafael Enrique Morales Ochoa
SECRETARIO	Ing. Gilda Marina Castellanos de Illescas



FACULTAD DE INGENIERIA

Escuelas de Ingeniería Civil, Ingeniería  
Mecánica Industrial, Ingeniería Química,  
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Técnica  
y Regional de Post-grado de Ingeniería  
Sanitaria.

Ciudad Universitaria, zona 12  
Guatemala, Centroamérica

Guatemala, 22 de octubre de 1997

Ingeniero

**Jack Douglas Ibarra Solórzano**

Director de la Escuela de Ingeniería Civil

Facultad de Ingeniería

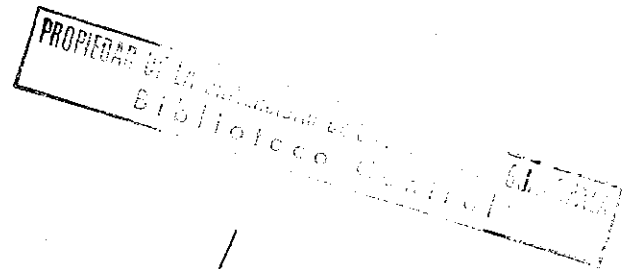
Universidad de San Carlos de Guatemala

Señor Director:

Por este medio informo que he asesorado el trabajo de tesis titulado **Guía teórica y práctica sobre Hidráulica de Canales**, realizado por el estudiante universitario **Miguel Antonio Reyes Ventura**, con carnet No. 92-12692.

El trabajo en cuestión cumple con todos los requisitos de índole técnica, de aplicación práctica y forma de analizar la problemática. Asimismo actuando como Jefe del Departamento de Hidráulica, me permito **aprobar** dicho trabajo y a su vez recomendar como guía de consulta a todos aquellos profesionales de la Ingeniería Hidráulica que están involucrados dentro de la temática del diseño y construcción de canales para distintos fines.

Atentamente,



"ID Y ENSEÑAD A TODOS"

**Ing. Hidráulico Marco Tulio Ventura Roldán**  
Jefe del Departamento de Hidráulica



FACULTAD DE INGENIERIA

El Director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor y Jefe del Departamento de Hidráulica Ing. Marco Tulio Ventura Roldán, del trabajo de tesis del estudiante Miguel Antonio Reyes Ventura, titulado GUIA TEORICA Y PRACTICA SOBRE HIDRAULICA DE CANALES, da por este medio su aprobación a dicha tesis.

  
Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano



Guatemala, noviembre de 1,997.

JDIS/bbdeb.



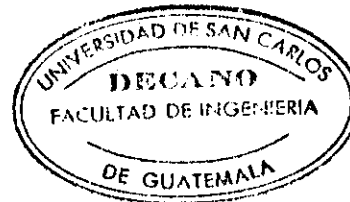
FACULTAD DE INGENIERIA

El Decano de la Facultad de Ingeniería, luego de conocer la autorización por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, Ing. Jack Douglas Ibarra Solórzano, al trabajo de tesis **GUIA TEORICA Y PRACTICA SOBRE HIDRAULICA DE CANALES**, del estudiante Miguel Antonio Reyes Ventura, procede a la autorización para la impresión de la misma.

IMPRIMASE:

  
Ing. Miguel Ángel Sánchez Guerra  
DECANO EN FUNCIONES

Guatemala, noviembre de 1,997



/bbdeb.

## DEDICATORIA A:

- DIOS** Fuerza espiritual que me brindó perseverancia y tenacidad para alcanzar el éxito.
- MIS MADRES** Carmen Alicia Ventura Arellano.  
Por su esfuerzo, dedicación y sacrificio, hoy muestro mi gratitud al hacer realidad su sueño.  
Rosa Arellano Vda. de Ventura (†)  
Por el amor y el apoyo incondicional; y que desde el infinito sé que disfruta con gozo este triunfo.
- MI PADRE** Miguel Ángel Reyes Tecú (†)  
Dondequiera que se encuentre, que disfrute con orgullo y satisfacción este triunfo.
- MIS HERMANOS** Ángel Estuardo  
Carlos Darío  
Que mi esfuerzo culminado en triunfo sea ejemplo de superación.
- ESPECIALMENTE** Jorge Eduardo Oliva Estrada  
Para que el ideal hecho hoy realidad sea fuente de estímulo, y que lo conduzca por el camino del éxito y superación.
- MI FAMILIA  
EN GENERAL** Especialmente a:  
Mis tías:  
Rosa Amalia, María Amparo y Aída Trinidad.  
Mis primos:  
Claudia María, Carlos Alejandro, Javier Eduardo, Héctor Nery y Claudia Lissette.
- MIS AMIGOS  
EN GENERAL** Especialmente a:  
César Augusto Marroquín  
Juan Carlos Velásquez  
Walter Miguel Florián  
Boris Mejía González  
Sergio Estuardo Salazar  
Otto Adolfo Rodríguez  
Alex Daniel Morales  
Cindy Paola Ramírez  
Nancy Zurama Hurtarte  
Cintya Toledo  
Por su valiosa y sincera amistad.

## **AGRADECIMIENTOS**

**A las personas e instituciones que de una u otra forma me ayudaron a culminar mi carrera, especialmente al Instituto de Fomento Municipal INFOM.**

**Al Ingeniero Alejandro Pérez, por haber sido el ejemplo, por su orientación y por propiciarme el camino que me llevaría a la culminación de mi carrera. A los Ingenieros Horacio Juárez y Mauricio Berganza, por haber confiado en mí, brindándome la oportunidad de realizarme como ciudadano útil a la patria.**

**Especialmente al Ingeniero Marco Tulio Ventura Roldán, por su valiosa asesoría en el presente trabajo de tesis, quien a lo largo del mismo brindó sus conocimientos y constantes indicaciones para su desarrollo.**



# ÍNDICE

	Página
INTRODUCCIÓN	I
OBJETIVOS	II
GLOSARIO	III
CAPÍTULO I: FLUIDOS Y CONCEPTOS BÁSICOS DE FLUJO	1
1.1 Definiciones y conceptos teóricos	3
1.1.1 Canal	3
1.1.2 Elementos de la sección transversal del canal	3
1.1.3 Clasificación de canales abiertos	4
1.1.3.1 Canales prismáticos	5
1.1.3.2 Canales no prismáticos	5
1.1.3.3 Canales de irrigación	5
1.1.3.4 Canales de abastecimiento	6
1.1.3.5 Canales de control de inundaciones	6
1.1.3.6 Canales de navegación	6
1.1.4 Clasificación del tipo de flujo	6
1.1.4.1 De acuerdo al tirante con respecto al tiempo	7
1.1.4.2 Clasificación del flujo en función de la energía	8
1.1.5 Distribución de velocidades	9
1.2 Relaciones geométricas	13
1.2.1 Relaciones geométricas entre los elementos de la sección transversal	13
1.2.2 Relaciones geométricas entre las pendientes superficial y del fondo	13
1.2.2.1 Para flujo uniforme	13
1.2.2.2 Para flujo variado	14
1.3 Pérdidas por rozamiento	15
1.3.1 Para flujo uniforme	15
1.3.2 Para flujo variado	16
1.4 Características de la sección transversal de un canal	17
1.5 Canales prismáticos	17
1.6 Ecuaciones fundamentales	17
1.6.1 Ecuación de energía	17
1.6.2 Ecuación de Chézy y Manning	18
1.6.2.1 Ecuación de Chézy	18
1.6.2.2 Ecuación de Manning	19
1.6.2.3 Coeficiente de gasto, K, de la sección transversal de un canal	20
1.7 Ejemplos de aplicación	21
CAPÍTULO II: PRINCIPIO DE ENERGÍA	25
2.1 Definición de energía específica	27
2.2 Condiciones de flujo	29
2.2.1 Flujo subcrítico, crítico y supercrítico	29
2.2.2 Criterio para el estado crítico del flujo	29
2.2.2.1 Profundidad crítica	30
2.2.2.2 Velocidad crítica	31
2.2.3 Cálculo del flujo crítico	32
2.2.3.1 Método algebraico	32
2.2.3.2 Método por ecuaciones semiempíricas	33

PROPIEDAD DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
Biblioteca Central

2.2.3.3	Método gráfico	33
2.2.3.4	Método gráfico de diseño	33
2.3	Aplicación práctica del principio de energía	34
2.3.1	Problemas de transición	34
2.4	Definición de movimiento específico, salto hidráulico, depresión hidráulica y su aplicación en hidráulica de canales	36
2.4.1	Cantidad de movimiento específico	36
2.4.2	Interpretación de los fenómenos locales	39
2.4.2.1	Caída hidráulica	39
2.4.2.2	Caída libre o depresión hidráulica	39
2.4.2.3	Salto hidráulico	40
2.4.2.3.1	Tirantes conjugados o alternos	40
2.4.3	Aplicaciones del salto hidráulico en canales abiertos	42
2.5	Ejemplos de aplicación	43
<b>CAPÍTULO III: FLUJO UNIFORME</b>		<b>47</b>
3.1	Definición de flujo uniforme	49
3.1.1	Características del flujo uniforme	49
3.2	Establecimiento del flujo uniforme	49
3.3	Fórmulas empíricas para el establecimiento del coeficiente C	50
3.3.1	Fórmula de Ganguillet-Kutter o fórmula de Kutter	51
3.3.1.1	Fórmula simplificada de Kutter	52
3.3.2	Fórmula de Manning	52
3.3.3	Fórmula de Bazin	52
3.3.4	Fórmula de Hazen-Williams	53
3.3.5	Fórmula de Gauckler-Strickler	53
3.3.6	Fórmula de Forchheimer	54
3.3.7	Fórmula de Pavlovskii	54
3.3.8	Fórmula universal para canales	54
3.4	Cálculo del tirante, velocidad normal, pendiente normal y pendiente crítica	55
3.4.1	Cálculo del tirante y velocidad normal	55
3.4.1.1	Método algebraico	55
3.4.1.2	Método gráfico	56
3.4.1.3	Método gráfico de diseño	56
3.4.2	Cálculos de la pendiente normal y crítica	56
3.5	Problemas de aplicación	57
<b>CAPÍTULO IV. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO</b>		<b>59</b>
4.1	Clasificación de los perfiles de flujo gradualmente variado: suposiciones y conceptos básicos	61
4.1.1	Suposiciones y conceptos básicos	61
4.1.2	Ecuaciones del flujo gradualmente variado	62
4.1.3	Características y clasificación de los perfiles del flujo gradualmente variado	63
4.1.3.1	Perfiles M	64
4.1.3.2	Perfiles S	65
4.1.3.3	Perfiles C	65
4.1.3.4	Perfiles H	66
4.1.3.5	Perfiles A	66
4.1.4	Cálculo del flujo gradualmente variado	66
4.1.4.1	Canales uniformes	66
4.1.4.2	Canales no prismáticos	68
4.2	Aplicaciones prácticas	69

4.2.1	Perfiles aguas arriba de una presa	69
4.2.2	Cálculo de gastos	70
4.2.2.1	Caso I	70
4.2.2.2	Caso II	71
4.2.2.3	Caso III	71
4.2.3	Flujo a través de islas	73
4.3	Ejemplos de cálculo de flujo gradualmente variado	74
<b>CAPÍTULO V: RUGOSIDAD</b>		<b>75</b>
5.1	Definición y conceptos sobre rugosidad	77
5.2	Selección del coeficiente de rugosidad	78
5.2.1	Métodos para determinar el coeficiente de rugosidad de Manning	78
5.2.1.1	Estimación de $n$ por método de tabla	78
5.2.1.2	Método de medida de velocidad	78
5.2.1.3	Métodos empíricos	79
5.3	Influencia del concepto de rugosidad en canales	80
5.3.1	Superficie rugosa	80
5.3.2	Vegetación	80
5.3.3	Irregularidad del canal	80
5.3.4	Alineación del canal	81
5.3.5	Depósitos y socavaciones	81
5.3.6	Sedimentación y erosión	81
5.3.7	Distribución	81
5.3.8	Forma y tamaño del canal	81
5.3.9	Nivel de agua y caudal	81
5.3.10	Cambio estacional	81
5.3.11	Material suspendido y transporte de fondo	81
5.4	Ejemplos de aplicación	83
<b>CAPÍTULO VI: DIVERSOS TIPOS DE SECCIÓN EN CANALES</b>		<b>87</b>
6.1	Elementos hidráulicos en canales de sección circular	89
6.2	Relación de caudales y velocidad	91
6.3	Otras secciones y sus elementos hidráulicos	92
6.3.1	Perfiles trapezoidales	94
6.3.2	Perfiles poligonales	95
6.3.3	Perfiles rectangulares	95
6.3.4	Perfiles triangulares	96
6.3.5	Perfiles circulares	96
6.3.6	Perfiles parabólicos	96
6.3.7	Perfiles hiperbólicos	97
6.4	Diferentes tipos de problemas	99
<b>CAPÍTULO VII: DISEÑO DE CANALES</b>		<b>101</b>
7.1	Introducción al diseño de canales	103
7.1.1	Sección hidráulicamente óptima	103
7.1.2	Velocidad permitida	104
7.1.3	Pendiente del canal	104
7.1.4	Bordo libre	104
7.2	Diseño de canales revestidos	105

7.3	Diseño de canales de tierra estables, no revestidos: una metodología general de diseño basados en la fuerza tractiva	108
7.3.1	Fuerza tractiva	108
7.3.2	Relación de la fuerza tractiva	109
7.3.3	Fuerza tractiva permitida	111
7.3.4	Método de la fuerza tractiva	113
7.4	Diseño de canales con diferentes revestimiento	114
7.4.1	Canales revestidos con vegetación	114
7.4.2	Coefficiente de retraso	114
7.4.3	La velocidad permisible	114
7.4.4	Procedimiento de diseño	116
7.5	Aspectos constructivos de los canales	117
	CONCLUSIONES	119
	RECOMENDACIONES	121
	APÉNDICE A: PRÁCTICAS DE LABORATORIO	123
A.1	Compuerta de admisión inferior	125
A.1.1	Propósito	125
A.1.2	Equipo	125
A.1.3	Consideraciones analíticas	125
A.1.4	Procedimiento experimental	126
A.1.5	Presentación de resultados	126
A.2	Calibración de un vertedero rectangular	127
A.2.1	Propósito	127
A.2.2	Equipo	127
A.2.3	Consideraciones analíticas	127
A.2.4	Procedimiento experimental	127
A.2.5	Presentación de resultados	128
A.3	Salto hidráulico	129
A.3.1	Propósito	129
A.3.2	Equipo	129
A.3.3	Consideraciones analíticas	129
A.3.4	Procedimiento experimental	130
A.3.5	Presentación de resultados	130
A.4	Flujo gradualmente variado	131
A.4.1	Propósito	131
A.4.2	Equipo	131
A.4.3	Consideraciones analíticas	131
A.4.4	Procedimiento experimental	132
A.4.5	Presentación de resultados	133
	APÉNDICE B: TABLAS Y ANEXOS	135
B.1	Valores de coeficiente de rugosidad $n$	137
B.2	Valores de $n$ de las fórmulas de Ganguillet-Kutter y de Manning	138
B.3-B.4	Cálculo del coeficiente K	138
B.5	$E'$ como función de $y'$	139
B.6	Cálculo de los elementos geométricos de una sección circular	140
	BIBLIOGRAFÍA	141

# I INTRODUCCIÓN

Desde épocas muy antiguas las investigaciones arqueológicas indican que hace más o menos cien mil años, en la región de Turkestán ya existían indicios de canales, principalmente para el riego.

Cuando los pueblos dejaron de ser nómadas, la experiencia anterior fue desarrollada por las poblaciones, principalmente al Sur del Valle de los Ríos Tigris y Éufrates. Aquí, prácticamente, se puede decir que se desarrolló la técnica de los canales, ya que se construyeron miles de ellos en la región de Mesopotamia.

Fue en Irak donde se originó la agricultura a través del riego. Una de las ciudades que logró un gran desarrollo fue Bagdad y se cuentan con datos que tenían alrededor de ciento sesenta kilómetros a la redonda, contaban con varios canales de riego, principalmente para aquellos lugares áridos, y los datos reflejan que la construcción de canales y acueductos, así como las presas y estructuras hidráulicas, en general tuvieron un alto nivel.

Los canales de riego fueron construidos alrededor de los ríos mencionados, siendo el margen izquierdo del Río Tigris, el Canal Narván; y margen derecho, el Canal Diyel. El canal Narván tiene un ancho de ciento veinte metros y profundidades de diez metros a lo largo de cuatrocientos kilómetros de longitud; y el canal Diyel un ancho de cincuenta metros con una longitud de cien kilómetros.

Un rey de Bagdad (Ur Namú), dijo antes de terminar los trabajos de los canales de Bagdad: *"que daba gracias a sus dioses por ese regalo maravilloso, que es el agua, y que es la riqueza de nuestro pueblo"*, agregando a esto las palabras del rey Nabucodonosor: *"gloriosa e invisible agua que ha venido a ser en nuestra tierra, la más fructífera"*.

También en la Antigua Grecia y en Roma se han dejado huellas de canales antiguos, algunos existen en la actualidad, principalmente en Roma donde hubo grandes maestros de la construcción, principalmente en estructuras hidráulicas, como por ejemplo está toda la canalización de la Antigua Roma.

El abastecimiento de agua a la ciudad de Roma fue una de la Maravillas del Antiguo Mundo, ya que en tiempos de Tiberio se llegaba a la ciudad de Roma hasta ochocientos mil metros cúbicos de agua diarios.

Este trabajo de tesis presenta una metodología de diseño y cálculo aplicado a canales, que pueden orientar al lector a tener lineamientos claros y concretos de los aspectos a tomar en consideración al momento de diseñar canales.

El trabajo se inicia con el Glosario, en el que se definen una serie de conceptos, necesarios para una mejor comprensión de los temas aquí tratados. El primer capítulo, presenta una descripción detallada que trata de diversos aspectos relacionados con la Mecánica de Fluidos. En el capítulo dos se definen las funciones principales relacionadas con el principio de energía, y su aplicación en hidráulica de canales.

Los conceptos sobre flujo uniforme se describen en el capítulo tres; asimismo, diversas fórmulas empíricas que orientarán al lector la influencia que tienen las mismas en el campo del diseño. Posteriormente, en el capítulo cuatro, se clasifican los distintos perfiles que se presentan en el flujo gradualmente variado. En el capítulo cinco se describen los aspectos más importantes para la selección del coeficiente de rugosidad.

Los detalles de diseño y aspectos constructivos de los canales se presentan en el capítulo seis y siete, haciendo énfasis en el diseño de canales revestidos y no revestidos.

El trabajo de tesis se completa con las conclusiones y recomendaciones, posteriormente, se incluyen dos apéndices; el primero, trata sobre prácticas de laboratorio, donde se analizan algunos ensayos aplicados al diseño de canales. Como complemento del apéndice se encuentran algunas tablas numéricas, que son utilizadas para facilitar el cálculo del diseño.

## OBJETIVOS

### OBJETIVOS GENERALES

1. Indicar las condiciones hidráulicas y físicas que intervienen en el comportamiento de flujo en canales abiertos y su aprovechamiento.
2. Enfocar de manera fácil y sencilla los métodos de análisis de flujo en canales abiertos y su aplicación en el diseño de los mismos.
3. Establecer los criterios de diseño que permiten obtener las dimensiones más funcionales, económicas y de fácil construcción de un canal abierto.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Definir los conceptos básicos geométricos, hidráulicos y físicos que intervienen en el flujo de fluidos en canales.
2. Estudiar los aspectos hidráulicos de energía específica, movimiento específico, salto hidráulico y depresión hidráulica, basados en el principio de energía y su aplicación en hidráulica de canales.
3. Estudiar el flujo uniforme en canales, su establecimiento y fórmulas utilizadas para el diseño de canales bajo este régimen hidráulico.
4. Proporcionar los criterios básicos para la selección del coeficiente de rugosidad en canales.
5. Clasificar los perfiles de flujo gradualmente variado de acuerdo a su posición y proporcionar los conceptos básicos para el estudio de este régimen.
6. Proporcionar los diferentes elementos hidráulicos y geométricos de los tipos de secciones transversales más comunes en canales.
7. Proporcionar los métodos de diseño de canales revestidos y no revestidos.
8. Proporcionar los conceptos básicos para el diseño de canales de tierra estable no revestidos, basados en la fuerza tractiva y los conceptos básicos para el diseño de canales revestidos.
9. Proporcionar algunas ideas constructivas que simplifiquen el diseño y construcción de canales.

# **CAPÍTULO I**

## **FLUIDOS Y CONCEPTOS BÁSICOS DE FLUJO**

- 1.1 Definiciones y conceptos teóricos**
- 1.2 Relaciones Geométricas**
- 1.3 Pérdidas por rozamiento**
- 1.4 Características de la sección transversal de un canal**
- 1.5 Canales Prismáticos**
- 1.6 Ecuaciones Fundamentales**
- 1.7 Ejemplos de Aplicación**

## 1.1 DEFINICIONES Y CONCEPTOS TEÓRICOS

### 1.1.1. CANAL

El término canal se refiere a un gran conducto abierto de pendiente suave, en el cual la corriente no está totalmente limitada por paredes; el flujo no se debe a una columna de carga, sino a la pendiente del lecho del canal y de la superficie del agua.

Los canales pueden ser cerrados o abiertos.

**CANAL CERRADO:** Son conductos cerrados que conducen un caudal a sección parcialmente llena (ver figura 1.1.1). Entre éstos se encuentran las alcantarillas, alcantarillados, tuberías de avenamiento, túneles desagües, drenajes, etc.

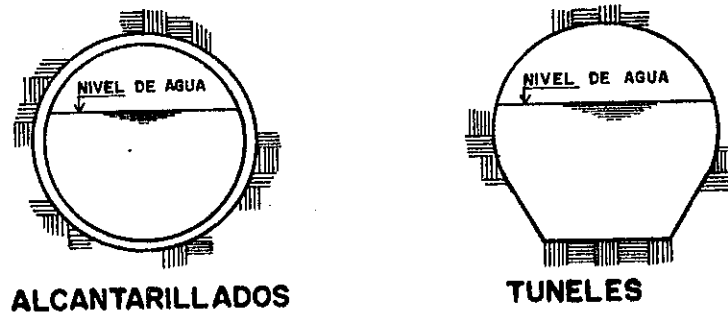


Figura 1.1.1 Ejemplos de canal cerrado

**CANAL ABIERTO:** Es un conducto en el que circula agua con una superficie libre, una de las fronteras está expuesta a la atmósfera (ver figura 1.1.2).



Figura 1.1.2 Ejemplos de canal abierto

### 1.1.2 ELEMENTOS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DEL CANAL

En esta parte se definen los elementos de una sección del canal que son determinados por su geometría y la profundidad del flujo (figura 1.1.3).

1. **TIRANTE DE FLUJO  $y$ :** Es la distancia vertical desde el punto más bajo de la sección del canal a la superficie libre del agua. En algunas partes de este trabajo  $y$  es también utilizada para designar al eje de las ordenadas en un sistema de coordenadas cartesianas. Aunque esta definición dual de una variable puede ser confusa, es inevitable si se utiliza un sistema de notación tradicional.



4

2. **NIVEL DEL AGUA:** Este nivel de flujo corresponde a la elevación de la superficie libre del agua relativa a un plano de referencia. Si el punto más bajo de la sección de un canal se toma como el plano de referencia, entonces el nivel del agua y el tirante del flujo coinciden.
3. **ANCHO SUPERFICIAL B:** Es el ancho de la sección del canal en la superficie libre del agua.
4. **ÁREA HIDRÁULICA A:** Es el área de la sección transversal del flujo tomada normal a la dirección del flujo.
5. **PERÍMETRO MOJADO  $P_M$ :** Es la longitud de la línea que es la interfase entre el fluido y el contorno del canal.
6. **RÁDIO HIDRÁULICO  $R_H$ :** Es la relación entre el área hidráulica y el perímetro mojado, es decir,
$$R = \frac{A}{P_M}$$
7. **TIRANTE HIDRÁULICO D:** Es la relación entre el área hidráulica y el ancho superficial, es decir,
$$D = \frac{A}{B}$$
8. **ANCHO O SOLERA DE CANAL b:** Es el ancho del lecho del canal.
9. **COEFICIENTE DE TALUD m:** Es un valor numérico utilizado para indicar el grado de inclinación de un talud.

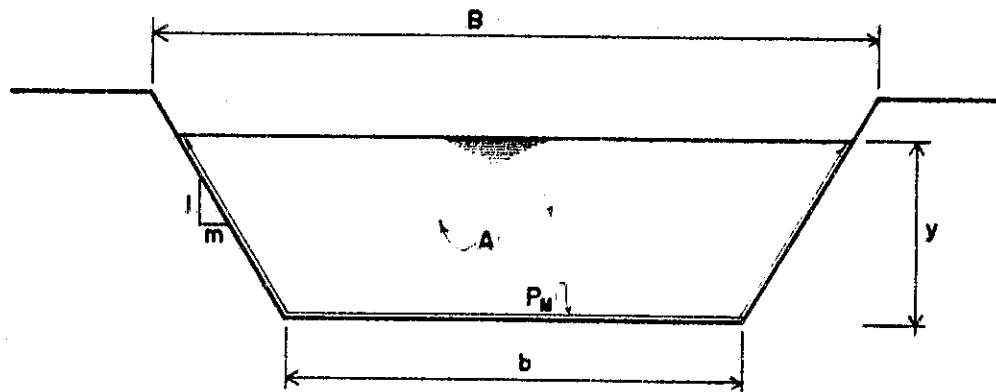


Figura 1.1.3 Elementos de la sección transversal del canal

### 1.1.3 CLASIFICACIÓN DE CANALES ABIERTOS

Un canal abierto puede ser clasificado desde varios puntos de vista, dependiendo de la cualidad o característica que interesa, según el caso. En general, los canales abiertos pueden ser clasificados como naturales o artificiales. Las corrientes naturales o ríos son un claro ejemplo de un canal natural. Los principios básicos que se realizarán tendrán aplicación en canales naturales, sin embargo, un estudio completo del flujo en los mismos requiere conocimiento profundo de hidrología, geomorfología y transporte de sedimentos; materias que están fuera del alcance del presente trabajo.

Los canales artificiales son aquellos que son construidos por el hombre para diversos propósitos, tales como la explotación de energía hidráulica, irrigación, abastecimiento, control de inundaciones, etc. Su análisis es más fácil y sus propiedades de diseño son mejor controladas.

La clasificación de canales abiertos artificiales puede hacerse atendiendo a la cualidad o característica de los mismos; de acuerdo a esto se presenta la siguiente clasificación:

De acuerdo a la geometría de su sección transversal los canales pueden ser: *Prismáticos o No Prismáticos*.

### 1.1.3.1 CANALES PRISMÁTICOS

Son aquéllos que tiene constantes, tanto la forma de la sección como la pendiente longitudinal del fondo.

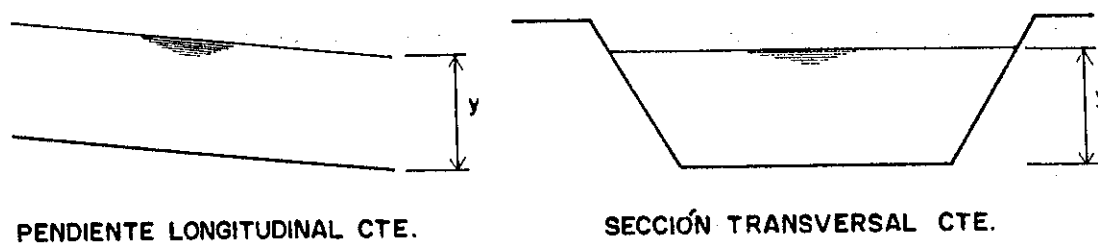


Figura 1.1.4 Ejemplo de Canal Prismático

### 1.1.3.2 CANALES NO PRISMÁTICOS

Son aquéllos, en los cuales la forma de la sección transversal y/o la pendiente longitudinal del fondo es variable a lo largo del canal.

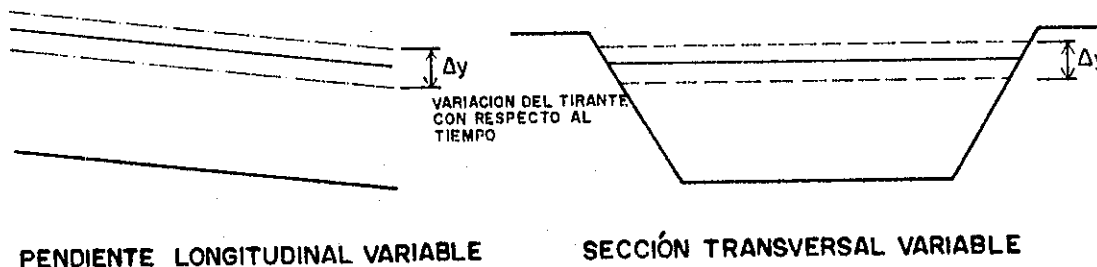


Figura 1.1.5 Ejemplo de Canal No Prismático

De acuerdo a su utilización, los canales pueden clasificarse de la manera siguiente: *Canales de irrigación, Abastecimiento, control de inundaciones, Navegación, para aprovechamiento hidráulico, etc.*

### 1.1.3.3 CANALES DE IRRIGACIÓN

Son todos aquéllos que son construidos para fines de riego de áreas cultivadas.

El caudal requerido que deberá conducir este tipo de canal es función del tipo de cultivo, área cultivada a cubrir y tipo de suelo.

La pendiente del canal constituye un factor muy importante para su adecuado funcionamiento. Para canales, la pendiente oscila desde 2/1000 a 5/1000, correspondiendo a los canales de irrigación una pendiente de 0.1/1000 a 0.5/1000.

### 1.1.3.4 CANALES DE ABASTECIMIENTO

Son aquéllos que son utilizados para conducir el agua de consumo de una población. El caudal a conducir está en función de la dotación, población a servir y período de servicio, para lo cual, deberán realizarse los estudios respectivos.

### 1.1.3.5 CANALES DE CONTROL DE INUNDACIONES

Son obras de protección que se utilizan para interceptar y conducir las aguas superficiales que causan riesgo de inundación. Dentro de esta clasificación pueden mencionarse las cunetas y contracunetas.

El caudal de diseño depende del coeficiente de escorrentía, la intensidad de lluvia y el área tributaria.

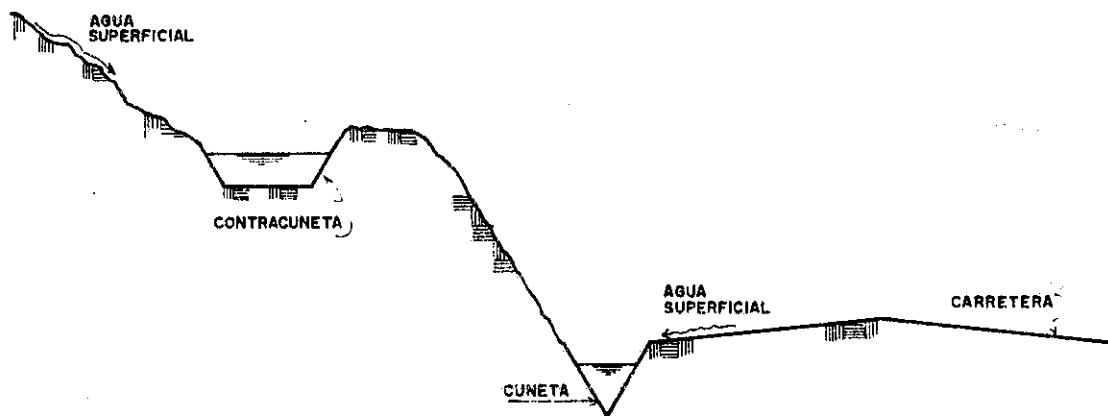


Figura 1.1.6 Ejemplo de canales para control de inundaciones

### 1.1.3.6 CANALES DE NAVEGACION

Son aquéllos que son diseñados para fines de transporte de navegación. Este tipo de canales deben diseñarse de tal manera, que tanto su geometría, como su comportamiento hidráulico permitan la operación y control de vehículos navales. Las pendientes son pequeñas: 0.05% a 0.5% y la velocidad aproximadamente es de:  $V = 1.00$  m/s.

Atendiendo a su capacidad de conducción (en función del caudal o del tirante).

CLASIFICACIÓN	TIRANTE (m)	CAUDAL (m <sup>3</sup> /seg)
Pequeño	0.60	0 – 0.50
Mediano	0.61 – 1.20	0.51 – 3.00
Grande	1.21 – 3.00	3.00 – 5.00
Enorme	Mayores de 3.00	Mayores de 5.00

Tabla 1.1.1 Clasificación de los canales en función del tirante o del caudal

De acuerdo al tipo de construcción, los canales pueden clasificarse como: *Canales de Madera, de Mamostería, de Concreto, Tierra estable (Revestidos o No Revestidos), etc.*

### 1.1.4 CLASIFICACIÓN DEL TIPO DE FLUJO

Como se demostrará en esta sección, es posible clasificar el tipo de flujo que ocurrirá en un canal abierto con base en muy diferentes criterios.

### 1.1.4.1 DE ACUERDO A LOS CAMBIOS DEL TIRANTE CON RESPECTO AL TIEMPO

1. FLUJO PERMANENTE: Cuando el tirante y del flujo no cambia con el tiempo ( $\partial y/\partial t = 0$ )
2. FLUJO NO PERMANENTE: Cuando el tirante del flujo cambia con el tiempo ( $\partial y/\partial t \neq 0$ ).
3. FLUJO UNIFORME: Si el tirante del flujo no varía con la distancia ( $\partial y/\partial x = 0$ ).
4. FLUJO NO UNIFORME O FLUJO VARIADO: Si el tirante varía con la distancia ( $\partial y/\partial x \neq 0$ ).
5. FLUJO RÁPIDAMENTE VARIADO: Cuando el tirante del flujo cambia rápidamente sobre una distancia relativamente corta, como es el caso de un salto hidráulico.
6. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO: Cuando el tirante del flujo cambia menos rápidamente con la distancia, como el caso de un almacenamiento aguas arriba de una presa.
7. FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO O FLUJO DISCONTINUO: Es el que ocurre cuando a lo largo de un canal se agrega o se sustrae agua, como es el caso de cunetas y aliviaderos. Cada consideración cambiará, entonces el flujo puede ser permanente pero no uniforme.

Aunque teóricamente un flujo no permanente y uniforme, es posible, desde el punto de vista práctico, este tipo de flujo es imposible. En consecuencia la terminología uniforme o no uniforme, por lo general implica que el flujo también es permanente.

La figura 1.1.7 muestra ejemplos esquemáticos de las definiciones anteriores aplicados a situaciones de campo.

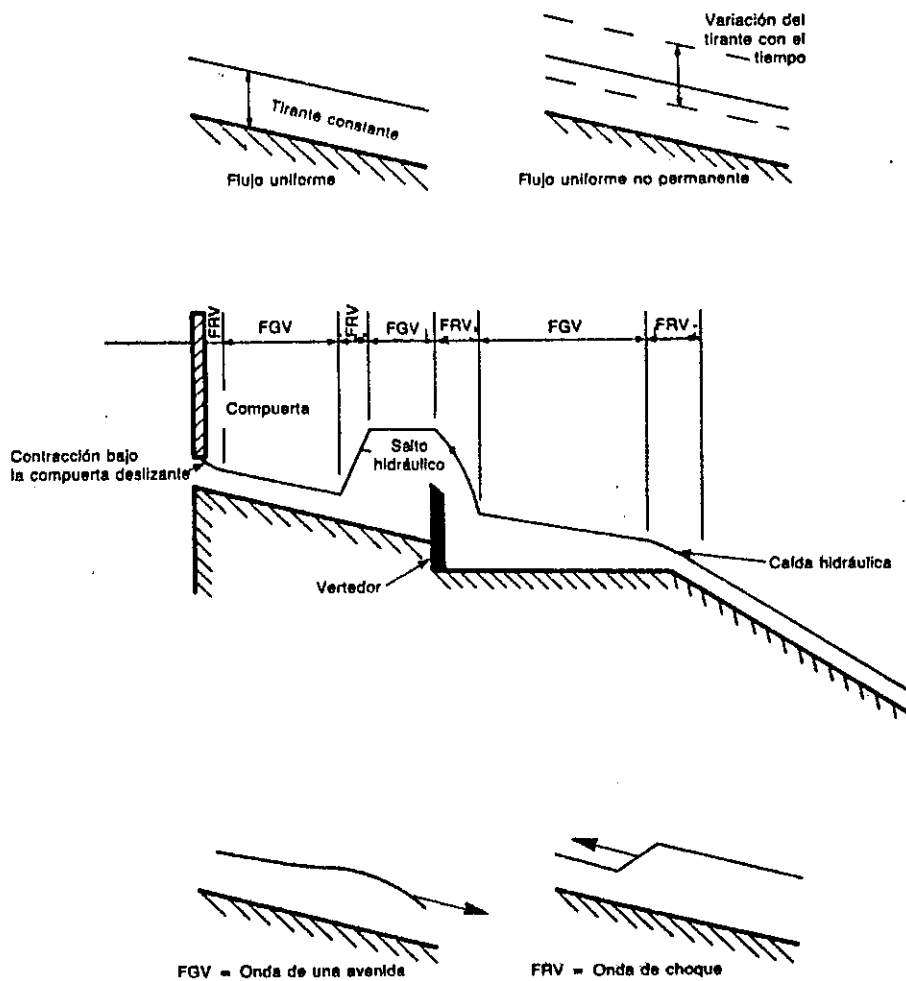


Figura 1.1.7 Tipos de flujo en canales abiertos  
FGV = flujo gradualmente variado, FRV = flujo rápidamente variado

### 1.1.4.2 CLASIFICACIÓN DEL FLUJO EN FUNCIÓN DE LA ENERGÍA

Como se mencionó en las secciones anteriores, el flujo en un canal abierto se debe a las pendientes del lecho del canal y de la superficie libre del agua, estando esta última superficie sometida únicamente al efecto de la gravedad. De tal manera que, la energía gravitacional en una sección determinada, es decir, la *energía específica* en esta sección, es igual a la suma de la energía potencial más la energía cinética. Como se observará más adelante, en el capítulo II, dicha energía potencial corresponde al tirante  $y$ , del flujo.

Las condiciones de un flujo serán óptimas cuando el caudal  $Q$  sea máximo y la energía específica  $E$ , sea mínima. La energía específica es mínima cuando la condición del número de Froude es igual a la unidad. Esta condición corresponde al estado crítico del flujo. La profundidad correspondiente a la energía específica mínima se le denomina profundidad crítica.

Se establece que estas condiciones del flujo son reflejadas por el Número de Froude,  $N_f$ , definido por la expresión matemática siguiente:

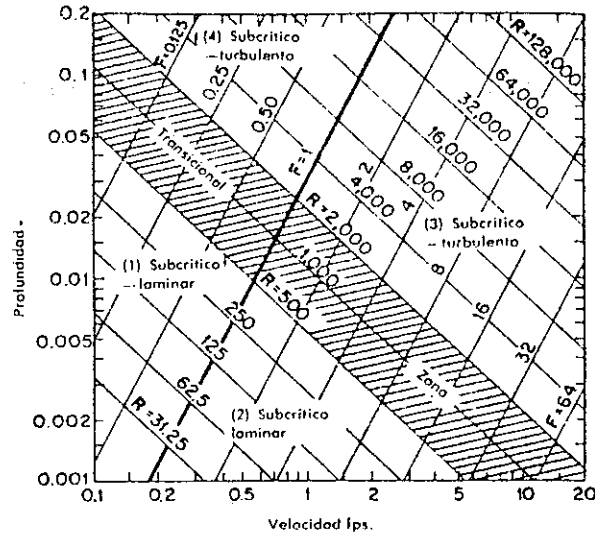
$$F = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (1.1.1)$$

Donde:  $V$  = velocidad promedio del flujo determinada por la relación  $Q/A$   
 $g$  = aceleración de la gravedad.  
 $D$  = Tirante hidráulico.

Así que basados en las condiciones energéticas del flujo y utilizando el Número de Froude se tiene la clasificación siguiente:

1. **FLUJO CRÍTICO:** Es el flujo en el cual las condiciones energéticas son óptimas, es decir, la energía específica es mínima y el caudal es máximo. Cabe mencionar que, los elementos hidráulicos que provocan este flujo se consideran *críticos*; así se tiene el tirante crítico  $y_c$ , pendiente crítica,  $I_c$ , velocidad crítica,  $V_c$ , y caudal crítico,  $Q_c$ . En este tipo de flujo,  $F = 1$ , y las energías cinéticas y gravitacional están en equilibrio.
2. **FLUJO SUBCRÍTICO:** Es aquél en el cual, la energía específica no es mínima, predominando la energía gravitacional, es decir,  $F < 1$ , el tirante,  $y$ , del flujo, es mayor que el tirante crítico,  $y_c$ , y la velocidad,  $v$ , es mayor que la velocidad crítica,  $V_c$ .
3. **FLUJO SUPERCRÍTICO:** En este régimen, la energía no es mínima, predominando la energía cinética, es decir  $F > 1$ , el tirante,  $y$ , es menor que el tirante crítico,  $y_c$ , y la velocidad,  $V$ , es mayor que la velocidad crítica,  $V_c$ .

La combinación de los efectos de la viscosidad y de la gravedad producen cuatro regímenes de flujo en un canal abierto: 1) Laminar - subcrítico, cuando  $F$  es menor que la unidad y  $R$  está en la zona laminar; 2) laminar - supercrítico, cuando  $F$  es mayor que la unidad y  $R$  está en la zona laminar; 3) turbulento - supercrítico, cuando  $F$  es mayor que la unidad y  $R$  está en la zona turbulenta; y 4) subcrítico - turbulento, cuando  $F$  es menor que la unidad y  $R$  está en la zona turbulenta. Las relaciones profundidad - velocidad para los cuatro regímenes de flujo en un canal abierto se pueden mostrar en un gráfico logarítmico (gráfica 1.1.1). La línea gruesa para  $F = 1$  y la banda rayada para la zona transicional laminar - turbulenta intersecta en el gráfico y divide el área total en cuatro porciones, cada una de las cuales representa un régimen de flujo. Los primeros dos regímenes, subcrítico - laminar y supercrítico - laminar, normalmente no se encuentran en la hidráulica aplicada de canales abiertos; sin embargo, ocurren frecuentemente donde hay profundidades muy pequeñas, lo cual se le conoce como flujo delgado. A manera de ilustración, la figura 1.1.8 muestra fotografías del comportamiento de estos flujos en un canal de laboratorio.



Gráfica 1.1.1 Relación de profundidad - velocidad, para cuatro regímenes de flujo en canales abiertos.

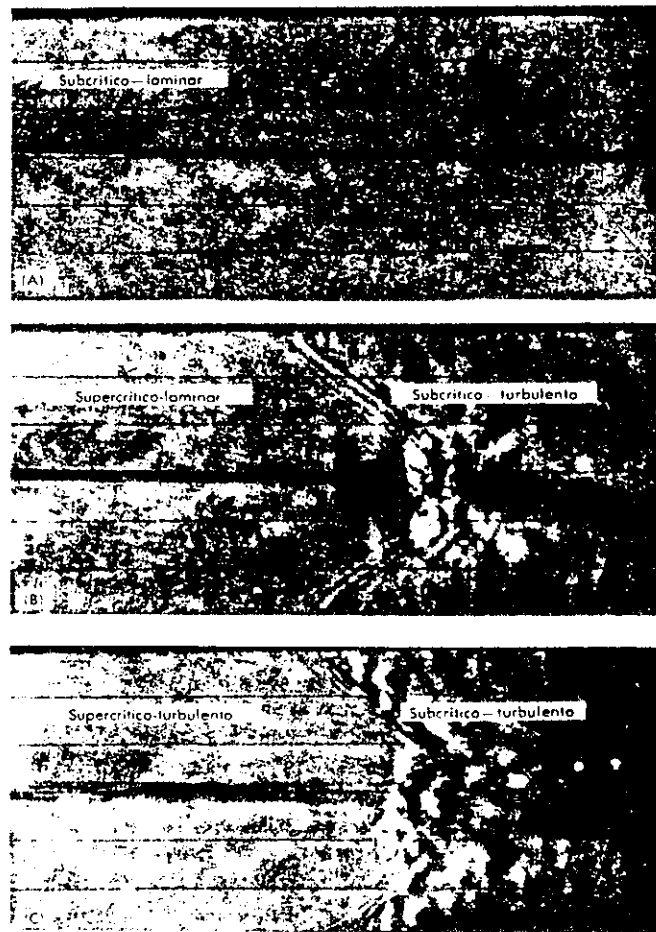


Figura 1.1.8 Fotografías que muestran el comportamiento de cuatro regímenes de flujo en un canal de laboratorio.

### 1.1.5 DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES

Algunos investigadores han logrado establecer los parámetros, gráficas y expresiones matemáticas que describen el comportamiento de la velocidad en el flujo de canales abiertos.



Algunas distribuciones de velocidad han sido analizadas unidimensionalmente, a pesar de que muchos de los canales encontrados en la práctica exhiben distribuciones de velocidad que son, por lo general, rigurosamente bidimensionales, y en varios casos tridimensionales.

Prendtl, demostró que el perfil de velocidad vertical es aproximadamente logarítmico relacionando el transporte de la cantidad de movimiento con las características medias del flujo y estableció la relación siguiente:

$$\tau = \rho l^2 \left( \frac{\partial \mu}{\partial y} \right)^2 \quad (1.1.2)$$

$$\partial \mu = \sqrt{\frac{\tau}{\rho l^2}} \partial y$$

donde  $l$  = longitud característica denominada *longitud mixta*

$\tau$  = esfuerzo cortante.

$\rho$  = densidad del fluido

$\partial \mu / \partial y$  = gradiente de velocidad promedio respecto de la profundidad del fluido.

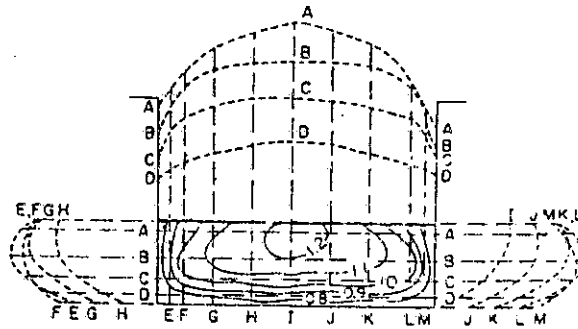


Figura 1.1.9 Distribución de velocidades en un canal rectangular

Esta importante relación genérica fue aprovechada por otros investigadores para establecer expresiones matemáticas aplicado a casos particulares y que permiten obtener resultados confiables de una manera más directa.

Von Karman estableció que,

$$l = k y \quad (1.1.3)$$

Donde  $k$  = constante de proporcionalidad denominada *constante de proporcionalidad de von Karman*, cuyo valor varía en función del número de Reynolds.

Integrando la ecuación 1.1.2 y sustituyendo la relación 1.1.3 con un valor de  $k$  aproximado a 0.4 se obtiene la ecuación siguiente, conocida como *Ley Universal de distribución de velocidad de Prendtl - von Karman*.

$$\int_{y_0}^y d\mu = \int_{y_0}^y \sqrt{\frac{\tau}{\rho k^2 y^2}} dy = \frac{l}{k} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \int_{y_0}^y \frac{d\mu}{y} = \frac{l}{k} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \text{Ln}(y - y_0)$$

$$\mu = 2.5 \mu' \text{Ln} \left( \frac{y}{y_0} \right) \quad (1.1.4)$$

Donde  $\mu' = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \sqrt{g R_H l}$  velocidad cortante

$R_H$  = Radio Hidráulico

$I$  = Pendiente del canal

$y_0$  = Una constante de integración, con magnitud del mismo orden del espesor de la subcapa viscosa y es una función de cuando la frontera es hidráulicamente lisa o rugosa.

Si la frontera es hidráulicamente lisa, entonces,  $y_0$ , depende de la viscosidad cinemática  $\nu$  y de la velocidad cortante  $\mu'$ , es decir,

$$y_0 = \frac{m\nu}{\mu'} \quad (1.1.5)$$

y el coeficiente  $m = 1/9$  aproximadamente

Sustituyendo la ecuación 1.1.5 en la ecuación 1.1.4 se obtiene

$$\mu = 2.5\mu' \text{Ln} \left( \frac{9y\mu'}{\nu} \right) \quad (1.1.6)$$

Para una frontera de la superficie hidráulicamente rugosa,  $y_0$ , depende únicamente de la rugosidad ponderada,  $k_s$ .

$$y_0 = mk_s \quad (1.1.7)$$

con  $m = 1/30$  para rugosidades de granos de arena

Sustituyendo la ecuación 1.1.7 en la ecuación 1.1.4, se obtiene:

$$\mu = 2.5\mu' \text{Ln} \frac{30y}{k_s} \quad (1.1.8)$$

Las ecuaciones 1.1.6 y 1.1.8 representan adecuadamente el perfil vertical de velocidad que existe en un canal ancho llevando un flujo no estratificado.

La gráfica 1.1.2 ilustra los tres tipos de perfiles de velocidad vertical que son encontrados en flujos de capa límite unidimensional turbulenta, completamente desarrollados.

En la tabla 1.1.2 se resumen algunos valores aproximados de  $k_s$  para varios materiales Chow (1959).

MATERIAL	$K_s$ , RANGO, m
Latón, cobre, plomo, vidrio	0.00003 - 0.0009
Hierro fundido, acero	0.00006 - 0.0020
Hierro fundido asfaltado	0.0001 - .00020
Hierro galvanizado	0.0002 - 0.0046
Hierro fundido	0.0002 - 0.0055
Duela de madera	0.0002 - 0.0009
Cemento	0.0004 - 0.0010
Concreto	0.0005 - 0.0030
Dren de teja	0.0006 - 0.0030
Acero riveteado	0.0009 - 0.0090
Fondo natural de río	0.30 - 0.90

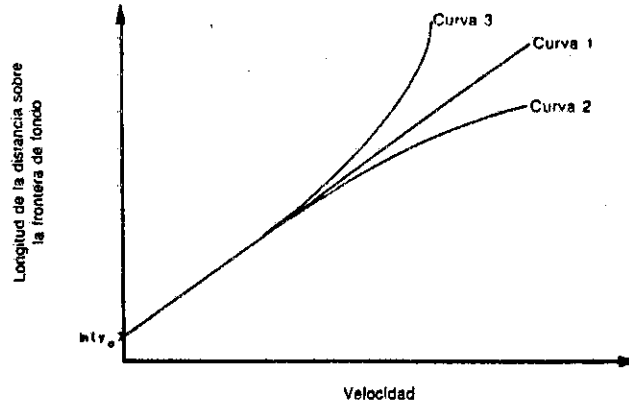
Tabla 1.1.2 Valores aproximados de  $k_s$

La curva 1, es el perfil no estratificado representado por la ecuación 1.1.6. La curva 2 representa el perfil de velocidad esperada en un flujo unidimensional, estratificado establemente, mientras que la curva 3, ilustra el tipo de velocidad esperado en un flujo unidimensional no estable estratificado. Ya que la densidad de estratificación inestable es raramente encontrada en el flujo de canales abiertos, será ignorada aquí.

La Ley Universal de distribución de velocidad de Prandtl - von Karman, predice que la velocidad máxima ocurre en la superficie libre, sin embargo, las medidas en laboratorios y en el campo demuestran que la velocidad máxima comúnmente ocurre por debajo de la superficie libre a  $0.632y$ , en ríos; no obstante en flujos



superficiales, rápidos y anchos o en flujos que ocurren en canales muy lisos, la velocidad máxima puede ocurrir en la superficie libre.



Gráfica 1.1.2 Tipos de perfiles de velocidad esperadas en un flujo unidimensional

La incongruencia entre lo que predice la ley de distribución de velocidades de Prandtl - von Karman, y lo que indican las mediciones experimentales demuestran que una ley de distribución de velocidad unidimensional no puede describir completamente flujos que son bidimensionales y tridimensionales. Es necesario recalcar que muchos de los canales encontrados en la práctica exhiben distribuciones de velocidad que generalmente son rigurosamente bidimensionales y en algunos casos tridimensionales; no obstante, estas ecuaciones unidimensionales se sitúan aplicando en ausencia de otras más adecuadas.

La figura 1.1.9 muestra las curvas isóveles de la distribución de velocidades en diferentes formas de sección transversal de canales.

La distribución de velocidades en una corriente natural resulta muy importante cuando se desee determinar el caudal usando un medidor de corriente.

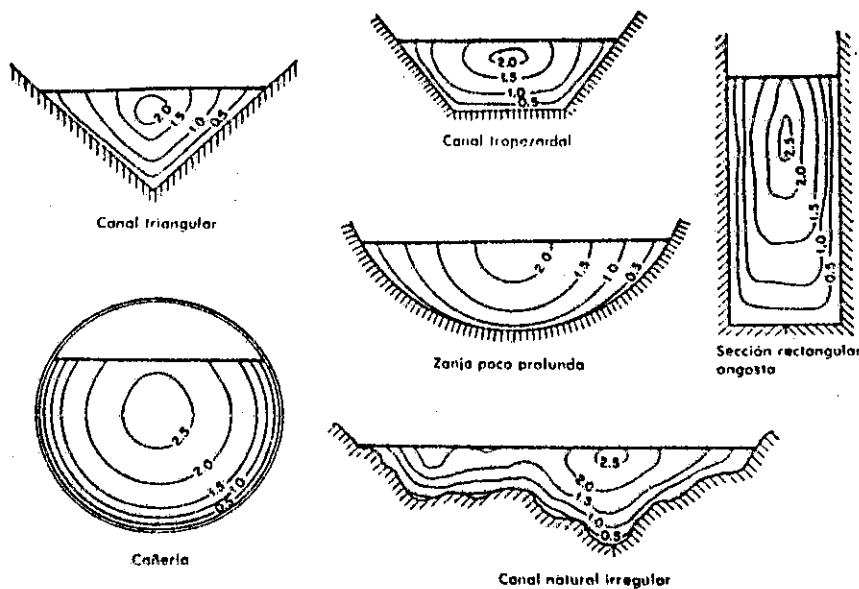


Figura 1.1.9 Curvas isóveles en varios tipos de sección de canal

## 1.2 RELACIONES GEOMÉTRICAS

### 1.2.1 RELACIONES GEOMÉTRICAS ENTRE LOS ELEMENTOS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Derivado de la diversidad de tipo de canales y considerando que el diseño de los mismos normalmente requiere la evaluación de ecuaciones, es necesario disponer de expresiones matemáticas que relacionen los diferentes elementos geométricos de la sección del canal. La tabla 1.2.1 contiene las expresiones matemáticas que relacionan los elementos geométricos de la sección transversal en diferentes tipos de canal.

Sección	Área A	Perímetro Mojado PM	Radio Hidráulico RH	Ancho Superficial B	Tirante Hidráulico D	Factor de Sección Z
Rectángulo	by	b+2y	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$by^{1.5}$
Trapezio	(b+my)y	$b+2y\sqrt{1+m^2}$	$\frac{(b+my)y}{b+2y\sqrt{1+m^2}}$	b+2my	$\frac{(b+my)y}{b+2my}$	$\frac{[(b+my)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2my}}$
Triángulo	my <sup>2</sup>	$2y\sqrt{1+m^2}$	$\frac{my}{2\sqrt{1+m^2}}$	2my	$\frac{1}{2}y$	$\frac{\sqrt{2}}{2}my^{2.5}$
Parábola	$\frac{2}{3}By$	$T + \frac{8y^{2*}}{3T}$	$\frac{2B^2y}{3B^2+8y^2}$	$\frac{3}{2}\frac{A}{y}$	$\frac{2}{3}y$	$\frac{2}{9}\sqrt{6}By^{1.5}$
Círculo	$\frac{1}{8}(\varphi - \text{Sen}\varphi)d_0^2$	$\frac{1}{2}\varphi$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\text{Sen}\varphi}{\varphi}\right)d_0$	$2\sqrt{y(d_0 - y)}$	$\frac{1}{8}\left(\frac{\varphi - \text{Sen}\varphi}{\text{Sen}\varphi/2}\right)d_0$	$\frac{\sqrt{2}(\varphi - \text{Sen}\varphi)^{1.5}}{32\sqrt{\text{Sen}\varphi/2}}d_0^{2.5}$

\*Aproximación satisfactoria cuando  $0 < 4y/B \leq 1$

$$\text{Para } 4y/B > 1 \quad P_M = \frac{B}{2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{4y}{B}\right)^2} + \frac{B}{4y} \text{Ln} \left( \frac{4y}{B} + \sqrt{1 + \left(\frac{4y}{B}\right)^2} \right) \right]$$

Tabla 1.2.1 Elementos geométricos de las secciones del canal

### 1.2.2 RELACIONES GEOMÉTRICAS ENTRE LAS PENDIENTES SUPERFICIAL Y DEL FONDO

Antes de entrar a analizar las relaciones geométricas entre las pendientes superficial y del fondo de un canal es necesario definir el concepto de *gradiente hidráulico*. En el caso de un canal abierto el gradiente hidráulico coincide con la superficie del agua, puesto que si se conecta un tubo piezométrico al costado del canal, el agua se elevará en él hasta que su superficie se halle a nivel con la del agua del canal (figura 1.2.1).

Por pendiente hidráulica, se entiende, el valor de  $I_f$ , está dado por:

$$I_f = \frac{h_f}{L} \quad (1.2.1)$$

donde  $I_f$  = pendiente hidráulica o pendiente del gradiente de energía.

$h_f$  = pérdida por fricción en el tramo.

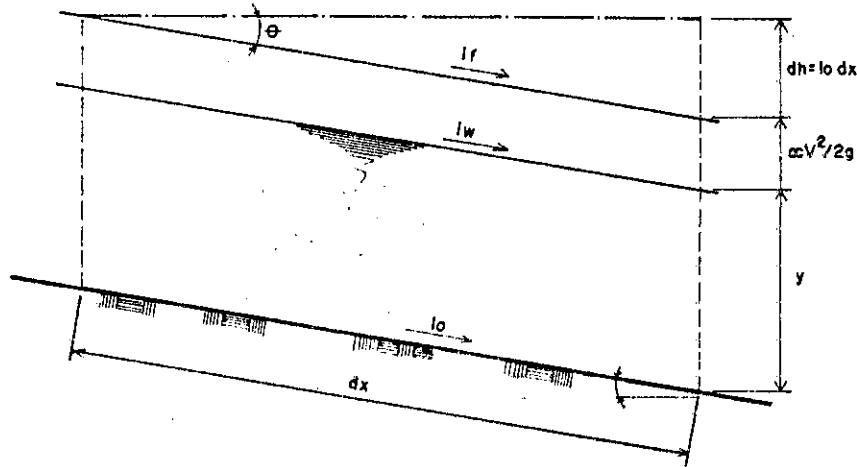
$L$  = longitud del tramo.

#### 1.2.2.1 RELACIONES GEOMÉTRICAS ENTRE LAS PENDIENTES SUPERFICIAL Y DEL FONDO PARA FLUJO UNIFORME

Cuando el flujo es uniforme, la velocidad es constante a lo largo del canal, por lo tanto el gradiente de energía y el gradiente de presión (o gradiente hidráulico) son paralelos. En consecuencia en un canal

abierto con flujo uniforme,  $I_f$ , resulta igual a  $I_w$ , la pendiente de la superficie del agua y a la pendiente del lecho,  $I_o$ . Se llega así a una importante relación válida para el flujo uniforme solamente, según la cual:

$$I_f = I_w = I_o \tag{1.2.2}$$



$$y = \text{constante}, \partial y / \partial x = 0 \tag{1.2.3}$$

Figura 1.2.1 Relaciones geométricas entre las pendientes superficial y del fondo de un canal abierto, bajo un régimen uniforme

### 1.2.2.2 RELACIONES GEOMÉTRICAS ENTRE LAS PENDIENTES SUPERFICIAL Y DEL FONDO PARA UN FLUJO VARIADO

En el régimen variado, la superficie libre no es paralela al fondo del canal. La relación entre la pendiente superficial,  $I_f = \text{Sen}\theta$ , y la del fondo,  $I_o = \text{Sen}\theta_o$ , se desprende de la figura 1.2.2.

$$I_f = \text{Sen}\theta = \frac{bd}{ba} = \frac{cd - cb}{ba} = \frac{\partial x \text{Sen}\theta - \partial y}{\partial x} = \text{Sen}\theta_o - \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\rightarrow I_f = I_o - \frac{\partial y}{\partial x} \tag{1.2.4}$$

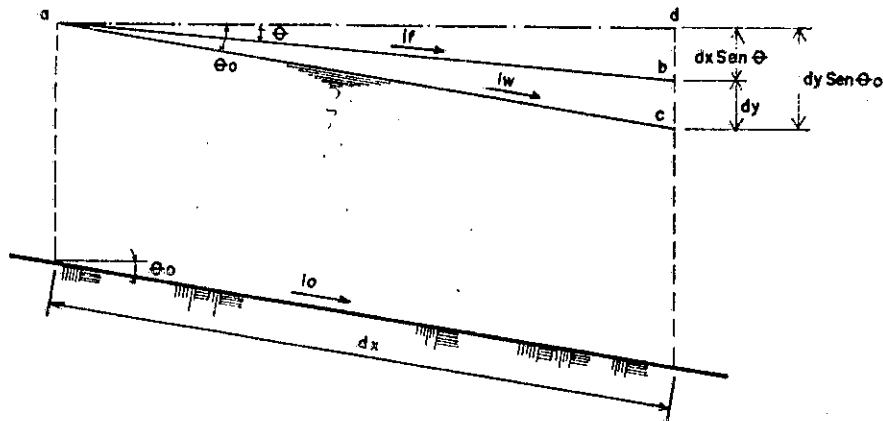


Figura 1.2.2 Relaciones geométricas entre las pendiente superficial y del fondo de un canal abierto, bajo un régimen variado.

## 2.3 PÉRDIDAS POR ROZAMIENTO

### 1.3.1 PARA FLUJO UNIFORME

El escurrimiento o flujo de agua en un conducto puede ser *escurrimiento en canal abierto o en tubería a presión*. Las dos clases de escurrimiento son similares en muchos aspectos, pero difieren en un punto muy importante: el escurrimiento en canal abierto debe tener una superficie libre, mientras que el escurrimiento en tubería no tiene ninguna, desde que el agua debe llenar el conducto totalmente. Una superficie libre está expuesta a la presión atmosférica (según definición anterior de canal abierto). En cambio, en una tubería, estando confinado dentro de un conducto cerrado no ejerce presión atmosférica directa sino sólo presión hidráulica.

En la figura 1.3.1 se comparan las dos clases de flujo. En la figura 1.3.1.a se indica el escurrimiento en tubería presión. Dos tubos piezométricos se han instalado en la tubería en las secciones 1 y 2. Los niveles de agua en los tubos se mantienen por la presión en la tubería a elevaciones representadas por la *pendiente o gradiente hidráulica*. La presión ejercida por el agua en cada sección de la tubería se indica en el tubo correspondiente por las alturas y de la columna de agua sobre la línea central de la tubería. La energía total en el escurrimiento de la sección correspondiente a la línea de referencia es la suma de la elevación  $z$  de la línea central de la tubería, la altura piezométrica  $y$ , y la altura o carga debida a la velocidad  $V^2/2g$ , en donde  $V$  es la velocidad media del escurrimiento. La energía está representada en la figura por lo que se le llama *pendiente de la energía o línea de energía*. La pérdida de energía que resulta cuando el agua fluye desde la sección 1 a la sección 2, está representada por  $h_r$ . En la figura 1.3.1.b se indica un diagrama similar para escurrimiento en canales abiertos.

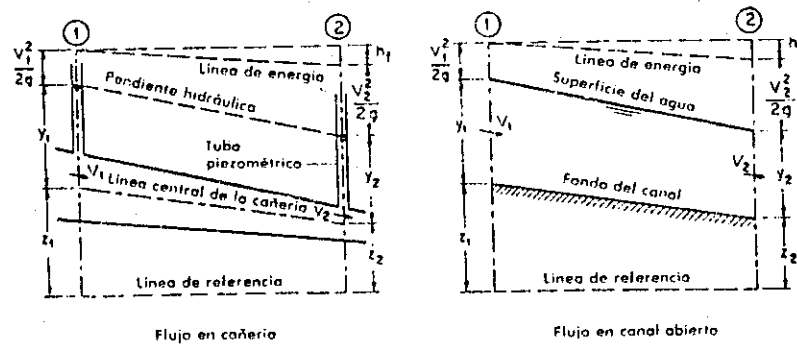


Figura 1.3.1 Comparación entre flujo en tubería a presión y flujo en canal abierto.

De la figura 1.3.1 se puede resumir lo siguiente: Las alturas de la línea de energía (energía por unidad de peso del líquido) en las secciones 1 y 2 son las siguientes:

$$E_1 = z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \rightarrow E_2 = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (1.3.1)$$

$$h_1 = z_1 + y_1 \quad \text{y} \quad h_2 = z_2 + y_2 \quad (1.3.1.A)$$

La pérdida de altura de la línea en el trayecto  $dx$ , es igual al trabajo desarrollado por unidad de peso del líquido para vencer las resistencias hidráulicas en ese trayecto. Designando la pérdida de altura  $E_r$ , se obtiene:

$$E_1 - E_2 = -\partial E = \partial E_r \quad (1.3.2)$$

$$-\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E_r}{\partial x}$$

En el movimiento uniforme, como las velocidades permanecen constantes, se tiene:

$$dE = E_2 - E_1 = h_2 - h_1 = -dh = -I_o dx = h_r \quad (1.3.3)$$

Que establece que el trabajo de las fuerzas de gravedad se invierte para vencer las resistencias, siendo  $I_0$  el gradiente de energía definido en la sección 1.2.2.

Despejando de la ecuación 1.3.3, se obtiene:

$$\frac{\partial E_r}{\partial x} = -I_0 \quad (1.3.4)$$

que representa el trabajo disipado en resistencias hidráulicas por cada unidad de masa del líquido en su movimiento a lo largo de un trayecto de longitud  $x$ .

Si un volumen  $V$ , de líquido, de peso específico  $\gamma$ , fluye en un trayecto  $x$ , el trabajo total empleado en vencer las resistencias de dicho trayecto será:

$$W_r = \gamma V I_0 x \quad (1.3.5)$$

La potencia  $N$  (trabajo por unidad de tiempo) consumida al fluir un caudal  $Q$  a lo largo de un trayecto  $x$ , será:

$$N = \gamma Q I_0 x \quad [\text{kg}\cdot\text{m}/\text{seg} = \text{watts}] \quad (1.3.6)$$

o en forma de diferencial

$$\partial N / \partial x = \gamma Q I_0 \quad [\text{kg}\cdot\text{m}/\text{seg}] \quad (1.3.7)$$

que representa la pérdida de potencia, por resistencias, del caudal  $Q$  por unidad de longitud. Expresando  $N$  en CV, se tiene:

$$\partial N / \partial x = \gamma Q I_0 / 75 \quad [\text{CV}] \quad (1.3.8)$$

### 2.3.2 PARA FLUJO VARIADO

En el flujo variado, las fuerzas de gravedad y las fuerzas friccionales no se encuentran en equilibrio, por lo que la superficie libre no es paralela a la del fondo del canal, y la pérdida de energía variará de una sección a otra, dependiendo del tirante de cada una.

Cuando una sección cualquiera (figura 1.3.2), el tirante  $y'$  es mayor que el tirante normal,  $y_0$ , la velocidad  $V$ , será mayor que  $V_0$ , y las pérdidas de energía se reducirán en consonancia. Si por el contrario  $y'' < y_0$ , la velocidad será mayor que la del movimiento uniforme, y las pérdidas de energía sobrepasarán a las de éste.

La diferencia entre las pérdidas en el movimiento uniforme y en el movimiento variado puede estribar, en primer lugar, en una distribución de velocidades, en la sección transversal diferente de la que ocurre en el movimiento uniforme. Entonces probablemente el factor más importante es el efecto general que produce la divergencia o convergencia del flujo sobre el grado de turbulencia del líquido. La rugosidad de las paredes constituye un factor importante en la generación de las fuerzas de fricción, y su efecto es considerado al afectar la velocidad por el coeficiente de resistencia o de rugosidad.

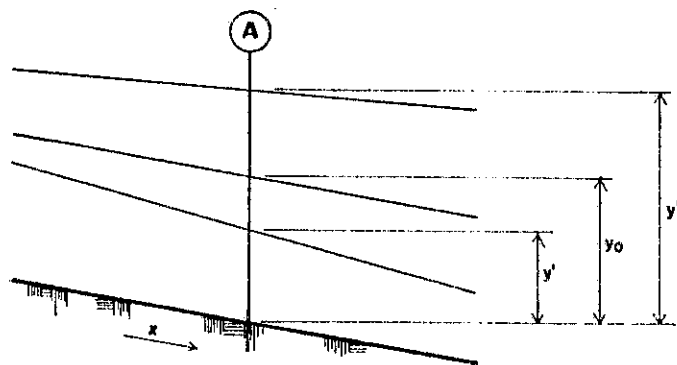


Figura 1.3.2 Comparación entre el tirante de flujo uniforme y flujos variados convergente o divergente.

## 1.4 CARACTERÍSTICAS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL

Cuando se diseña un canal, se pretende establecer la forma y dimensiones de la sección transversal, así como la naturaleza de las paredes (tipo de rugosidad) que permitan un buen funcionamiento hidráulico.

Como se menciona en la sección 2.1.7, la distribución de velocidades en la sección transversal de un canal, es en función de la forma de dicha sección, de la rugosidad de la pared, de la presencia de umbrales y cambios en la forma de la sección transversal. Sobre la base de lo anterior se puede concluir que un canal está definido cuando se conocen:

1. La forma y dimensiones de la sección transversal.
2. La rugosidad de las paredes (coeficiente de rugosidad).

Uno de los criterios más importantes utilizados en la elección de la forma y dimensiones de la sección transversal de un canal es estableciendo la sección transversal más eficiente, es decir, la sección que permita conducir el caudal máximo con el perímetro mojado mínimo para un área dada; o para un caudal dado, establecer el área de la sección transversal mínima.

La rugosidad de las paredes es considerada en el diseño de canales a través de un coeficiente denominado *coeficiente de rugosidad, n, o coeficiente de resistencia*, comúnmente representado como C. Este elemento tiene mucha influencia en el comportamiento de un flujo y su valor en canales abiertos puede determinarse mediante los métodos indicados en el capítulo V, en el cual este tema es expuesto ampliamente.

## 1.5 CANALES PRISMÁTICOS

Dentro de la amplia categoría de canales artificiales, los más comunes son los canales prismáticos. Este tipo de canal se caracteriza principalmente por tener constantes, su sección transversal y la pendiente longitudinal del fondo. Por ser artificial, este tipo de canal tiene la ventaja de que varias de sus propiedades pueden ser controladas por el diseño, además de ser más fácil de analizar. En los canales prismáticos puede producirse cualquier tipo de flujo, sin embargo, sólo en este tipo de canal ocurre el flujo estrictamente uniforme. En las diferentes secciones de este documento se incluyen las ecuaciones, gráficas, tablas y figuras, específicamente para canales prismáticos, las cuales facilitan la solución de los problemas.

## 1.6 ECUACIONES FUNDAMENTALES

### 1.6.1 ECUACIÓN DE ENERGÍA

En un canal abierto, la energía total de una posición de fluido viaja con aceleración constante sobre una línea de corriente (ver figura 1.6.1), está expresada matemáticamente por la ecuación unidimensional siguiente:

$$H = z_A + d_A \cos \varnothing + \alpha V_A^2 / 2g \quad (1.6.1)$$

Donde  $z_A$  = elevación del punto A sobre un plano de referencia.  
 $d_A$  = tirante de la sección del flujo.  
 $\varnothing$  = ángulo de inclinación del canal.  
 $V_A$  = velocidad en el punto A.  
 $\alpha$  = coeficiente de corrección de energía cinética (coeficiente de Coriolis).

La ecuación 1.6.1 se conoce como la *ecuación de Bernoulli*, y expresa que la energía total de un fluido que viaja con aceleración constante sobre una línea de corriente es igual a la suma de la carga de posición, la carga de presión y la carga de velocidad. Para los valores pequeños de  $\varnothing$  esta ecuación se reduce a:

$$H = z + y + V^2 / 2g \quad (1.6.2)$$

donde  $z + y =$  energía potencial por arriba del plano de referencia.  
 $V^2/2g =$  energía cinética.  
 $V =$  velocidad promedio espacialmente del flujo de la sección.  
 $y =$  tirante del flujo.

El tirante  $y$  no representa una energía real poseída por cada partícula del elemento del volumen. Aparece en la ecuación por la misma razón que aparece el término  $P/\gamma$  en la ecuación de Bernoulli ordinaria (de tubería a presión), porque se está considerando un proceso de flujo continuo.

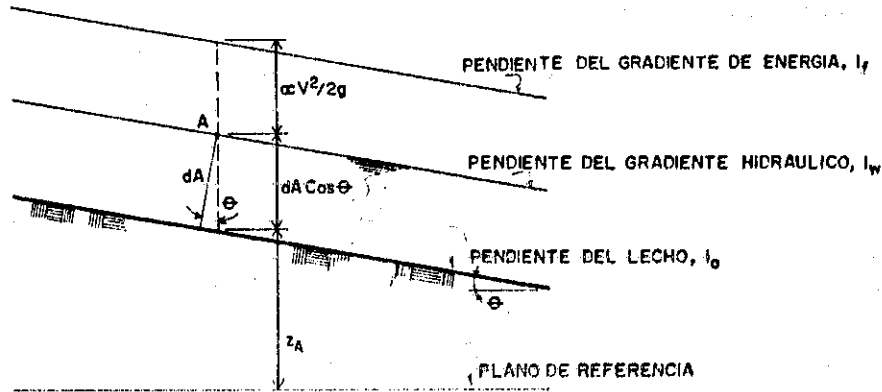


Figura 1.6.1 Relaciones de energía

## 1.6.2 ECUACIONES DE CHÉZY Y MANNING:

Para calcular la velocidad promedio de un flujo existen diversas fórmulas semiempíricas, siendo todas de la forma:

$$V = CR_H^x I^y \quad (1.6.3)$$

Donde  $V =$  velocidad promedio.  
 $R_H =$  radio hidráulico.  
 $I =$  pendiente longitudinal del canal.  
 $C =$  coeficiente de resistencia.  
 $x, y =$  coeficientes.

Este documento considera únicamente la ecuación de Chézy y la ecuación de Manning, las cuales son directamente aplicables en flujo uniforme y se utilizan también para establecer las ecuaciones de flujo gradual y espacialmente variado.

### 1.6.2.1 ECUACIÓN DE CHÉZY:

Esta ecuación puede derivarse a partir de la definición de flujo uniforme, el cual requiere que las fuerzas de resistencia de flujo sean exactamente iguales a las fuerzas causantes del movimiento (véase secciones 1.2.2.1 y 1.3.1).

Con referencia a la figura 1.6.2:

Fuerza resistentes = Fuerzas actuantes

$$\tau_o PL = \gamma AL \text{ Sen} \theta \quad (1.6.4)$$

Donde  $\tau_o$  = esfuerzo de corte sobre las paredes.  
 $P$  = perímetro mojado.  
 $L$  = longitud del canal.  
 $\gamma$  = peso específico del líquido.  
 $\Lambda$  = área hidráulica.  
 $\theta$  = ángulo de la pendiente longitudinal del canal.

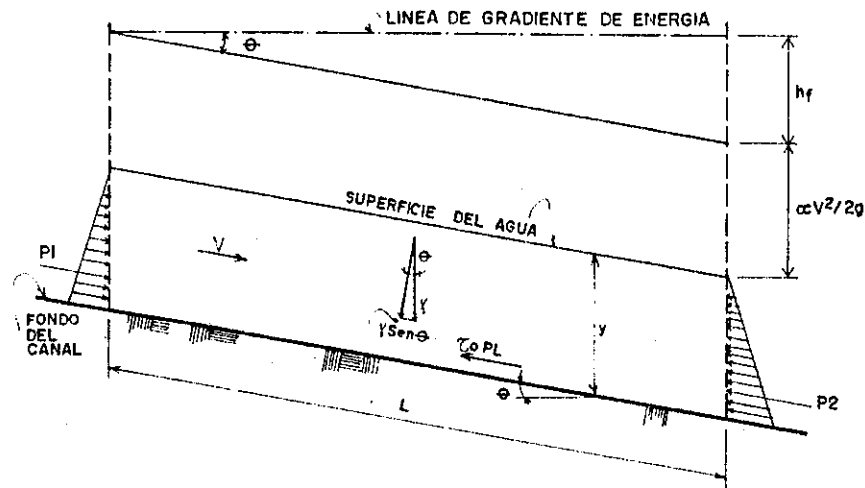


Figura 1.6.2 Esquema de las variables para la derivación de la ecuación de Chézy.

$$\tau_o = \gamma \frac{\Lambda}{P} I = \gamma R_H I \quad (1.6.5)$$

Donde  $R_H$  = radio hidráulico.

Se supone que el esfuerzo resistente al movimiento es proporcional al cuadrado de la velocidad promedio  $V$ , es decir:

$$\tau_o = C_f \rho \frac{V^2}{2} = \gamma R_H I \quad (1.6.6)$$

Donde  $C_f$  es un coeficiente de fricción que depende de la rugosidad de las paredes y  $\rho$  es la densidad del líquido. Despejando  $V$ , se obtiene:

$$V = \sqrt{\frac{2g}{C_f} R_H I} = \left( \frac{2g}{C_f} \right)^{1/2} R_H I \quad (1.6.7)$$

Donde por conveniencia se define:

$$C = \sqrt{\frac{2g}{C_f}}$$

$Y$  es llamado coeficiente de resistencia o coeficiente de rugosidad, y conocido comúnmente como  $C$  de Chézy. En la práctica el valor de  $C$  se determina por medición o estimación, métodos que son presentados en el capítulo V. El coeficiente  $C$  no es adimensional y tiene por dimensión

$$L^{1/2} T^{-1}$$

de modo que su valor depende del sistema de unidades.

### 1.6.2.2 ECUACIÓN DE MANNING

La ecuación de Manning es el resultado del proceso de un ajuste de curvas, y por tanto es completamente empírica en su naturaleza. Como resultado de numerosos ensayos, Roberto Manning (1889) halló que el valor de  $C$  varía aproximadamente como  $R_H^{1/6}$  mientras que otros observaron que esa cantidad es muy



aproximadamente igual a la recíproca de  $n$ , un coeficiente de rugosidad. En general, la ecuación de Manning es:

$$V = \frac{\phi}{n} R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (1.6.8)$$

Donde  $\phi$  es un coeficiente que depende del sistema de unidades empleado y  $n$  es el coeficiente de resistencia de Manning.

En el sistema SI, el valor de  $\phi = 1$ , y la ecuación de Manning es

$$V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (1.6.9)$$

Mientras que en el sistema de unidades inglesas,  $\phi = 1.49$  y la ecuación de Manning es

$$V = \frac{1.49}{n} R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (1.6.10)$$

Como en el caso del coeficiente de resistencia de Chézy,  $n$ , no es adimensional, porque tiene dimensiones de  $TL^{-1/3}$  o en el caso específico de la ecuación 1.6.9  $[s/m^{1/3}]$ . De tal manera, que debe tenerse cuidado con las dimensiones de  $C$  y  $n$ , las cuales deben utilizarse apropiadamente. En la tabla B.1 del apéndice B se proporcionan algunos valores representativos de  $n$  para diversas superficies.

Las ecuaciones de Chézy y Manning describen un mismo fenómeno, por lo que los coeficientes de  $C$  y  $n$  deben estar relacionados. Igualando las ecuaciones 1.6.7 con la 1.6.8, es decir,

$$C \sqrt{R_H I} = \frac{\phi}{n} R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (1.6.11)$$

$$C = \frac{\phi}{n} R_H^{1/6}$$

La ecuación de Chézy es igualmente apropiada que la ecuación de Manning desde el punto de vista teórico. Debe de tenerse en consideración que el análisis anterior se aplica a canales con fondo plano, por lo tanto en canales aluviales donde el fondo es irregular, el análisis aplicado es más complejo y está fuera del alcance de este documento.

### 1.6.2.3 COEFICIENTE DE GASTO, K, DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL

El coeficiente de gasto,  $K$ , conocido también como *factor de sección*, es utilizado para simplificar la solución de las ecuaciones de Chézy y Manning. Por la ley de la conservación de la masa y de acuerdo a la velocidad utilizada, el coeficiente de gasto puede expresarse así,

Por la ecuación de Chézy

$$Q = AV = AC R_H^{1/2} I^{1/2} \\ K = CA R_H^{1/2} \quad (1.6.12)$$

Por la ecuación de Manning

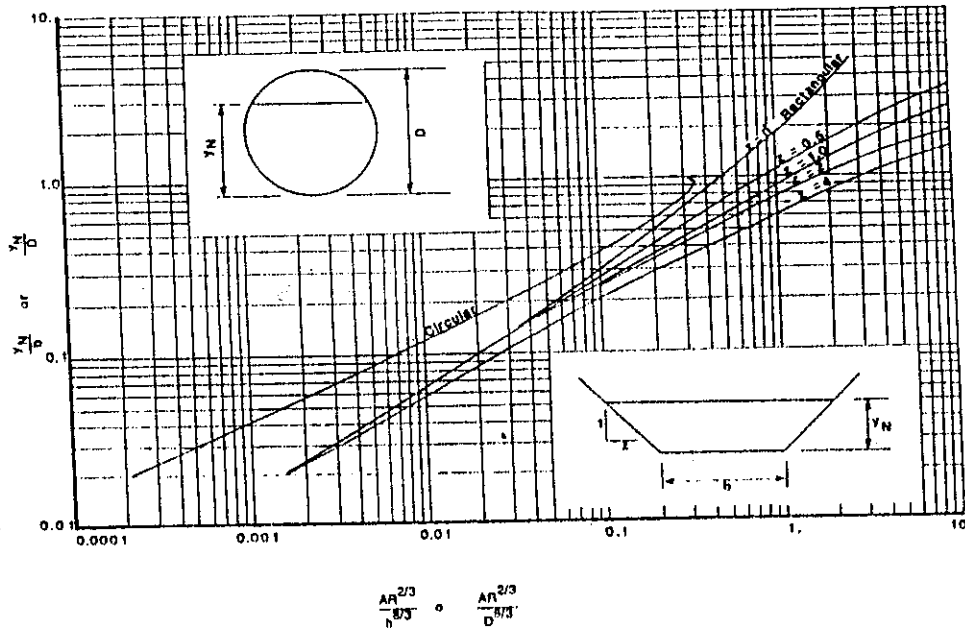
$$Q = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} I^{1/2} \\ K = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} \quad (1.6.13)$$

El coeficiente de gasto refleja la relación directa que existe entre la conducción del canal,  $AR^x$  y el tirante, es decir, que cada gasto tiene un tirante único, correspondiente al momento en que ocurre el flujo.

La ventaja que ofrece el coeficiente de gasto, consiste en aprovechar algunas tablas y gráficas que proporcionan valores, ya sea para  $K$  o bien  $AR^x$  en función del tirante, del coeficiente de rugosidad, y en algunos casos, en función de la pendiente, las tablas B.3 y B.4 del apéndice B muestran los valores de  $K$  (de

Chézy) en función del tirante para  $n = 0.013$  y la gráfica 1.6.1 muestra los valores de la conducción del canal  $AR^{2/3}$  en función del tirante para la ecuación de Manning.

En la sección 3.3 del capítulo III se estudian los métodos de cálculo de estas tablas, que son de mucha utilidad en el diseño de canales.



Gráfica 1.6.1 curvas adimensionales para determinar el tirante, conocido el factor de sección

## 1.7 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### EJEMPLO 1.7.1

El canal de la figura 1.7.1 servirá para conducir un canal de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ . necesario para riego de unos cultivos. Se construirá de mampostería con recubrimiento de mortero, con sección transversal y pendiente longitudinal constantes.

Para  $y = 1\text{m}, 2\text{m}, 3$ , determinar:

1. Clasificación del canal.
2. Elementos hidráulicos de la sección transversal.
3. Pendientes del lecho.
4. Clasificación del flujo.
5. Distribución de velocidades.
6. Pérdida de potencia, por resistencia, por km. De longitud.

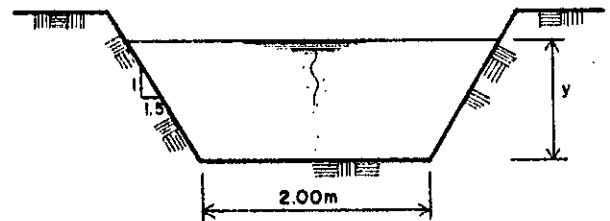


FIGURA 1.7.1

### SOLUCIÓN

#### 1. CLASIFICACIÓN DEL CANAL

- A. De acuerdo al caudal que conduce, y, haciendo uso de la tabla 1.1.1, el canal puede clasificarse como grande.
- B. De acuerdo a su uso, se trata de un canal de riego o canal de irrigación.
- C. De acuerdo al material de construcción, puede clasificarse como canal de mampostería revestida.

- D. Conforme a la naturaleza y características geométricas, puede clasificarse como canal artificial prismático.

## 2. ELEMENTOS HIDRÁULICOS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Conforme a la tabla 1.2.1 de este capítulo, se tiene lo siguiente:

$$A = y(b + my) \quad B = b + 2my$$

$$P_M = b + 2y\sqrt{1 + m^2} \quad D = A/B$$

$$R_H = A/P_M \quad Z = \frac{[(b + my)y]^{1.5}}{(b + 2y)^{1/2}}$$

Mediante estas ecuaciones se puede elaborar la siguiente tabla:

	b	A	P <sub>M</sub>	R <sub>H</sub>	B	D	Z
1	2.00	3.50	5.61	0.62	5.00	0.70	2.93
	2.00	10.00	9.21	1.09	8.00	1.25	11.18
	2.00	19.50	12.82	1.52	11.00	1.77	25.96

## 3. PENDIENTE DEL LECHO

Utilizando la ecuación 1.6.9 de Manning

$$Q = AV, \quad V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} I^{1/2}$$

Despejando la pendiente I, resulta:

$$I = \left( \frac{nQ}{AR_H^{2/3}} \right)^2$$

En la tabla B.1 del apéndice B se indica que para el tipo de recubrimiento utilizado en el ejemplo, el valor del coeficiente de rugosidad  $n = 0.013$ , por lo que los valores de I son los siguientes:

y	I
1	0.0026
2	0.00051
3	0.000025

## 4. CLASIFICACIÓN DEL FLUJO

Para determinar el tipo de flujo en función de la energía específica, se utilizará la ecuación 1.1.1

$$N_f = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad \text{donde } V = Q/A$$

y	V	N <sub>f</sub>	Situación	Conclusión
1	1.43	0.55	< 1	Subcrítico
2	0.50	0.14	< 1	Subcrítico
3	0.26	0.06	< 1	Subcrítico

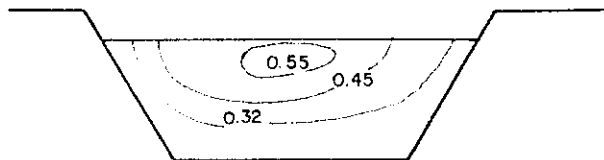
## 5. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES

Para un canal hidráulicamente rugoso, se puede aplicar la ecuación 1.1.8

$$\mu = 2.5 \sqrt{gR_H} \ln \frac{30y}{\kappa_s}$$

Donde  $K_s$  es la rugosidad ponderada, y puede obtenerse de la tabla 1.1.2. Para este caso se adopta un valor de 0.001.

y	$\mu$
1	0.32
2	0.45
3	0.55



## 6. PÉRDIDA DE POTENCIA POR $K_m$ DE LONGITUD

Para un flujo uniforme esta pérdida puede calcularse con la ecuación 1.3.6

$$N = \gamma Q I_o x$$

Donde  $\gamma = 1000 \text{ Kg/m}^3$

$Q = 10 \text{ m}^3/\text{seg}$

$X = 1000 \text{ m}$

Entonces  $N = 250 \text{ watts}$

### EJEMPLO 1.7.2

Para un gasto de 5 lt/seg, en la figura mostrada, determinar H, si las pérdidas son  $5V^2/2g$

#### SOLUCIÓN

Para este problema se emplea la ecuación de Bernoulli

$$V_2 = Q/A = \frac{0.05}{\frac{\pi}{4}(0.15)^2} = 2.83 \text{ m/seg}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + K \frac{V_2^2}{2g}$$

$$H = \frac{V_2^2}{2g} + K \frac{V_2^2}{2g}$$

$$H = 2.45 \text{ m}$$

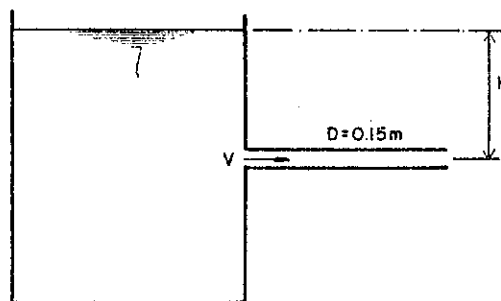


FIGURA 1.7.2

### EJEMPLO 1.7.3

Para un gasto de 100 lt/seg y  $H = 10 \text{ m}$ , en la figura anterior, calcular las pérdidas en el sistema expresándolas en términos de la carga de velocidad.

#### SOLUCIÓN

Igual que el problema anterior, se aplica la ecuación de energía de Bernoulli y se obtiene el siguiente resultado:

$$V_2 = 5.66 \text{ m/seg}$$

$$H = \frac{V_2^2}{2g} + K \frac{V_2^2}{2g}$$

Donde  $K = 5.11$

Por lo tanto, las pérdidas son 5.11 y se expresan como 5.11 m kg/kg

## **CAPÍTULO II PRINCIPIO DE ENERGÍA**

**2.1 Definición de Energía Específica**

**2.2 Condiciones del Flujo**

**2.3 Aplicaciones del Principio de Energía**

**2.4 Definición de Movimiento Específico, Salto Hidráulico, Depresión Hidráulica  
y su aplicación en Hidráulica de Canales**

**2.5 Ejemplos de Aplicación**

## 2.1 DEFINICIÓN DE ENERGÍA ESPECÍFICA

Se denomina *energía específica* de un líquido que fluye en un canal, a la energía total de la unidad de peso de este líquido con relación al lecho del canal, tomado como plano de referencia. La energía total de una porción de agua viajando sobre la línea de corriente está dada por la ecuación de Bernoulli.

$$H = z + d\cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.1.1)$$

donde  $H$  = energía total  
 $z$  = elevación de la línea de corriente sobre un plano de referencia  
 $\theta$  = ángulo de inclinación del canal  
 $\alpha$  = coeficiente de Coriolis  
 $V$  = velocidad promedio  
 $V^2/2g$  = energía cinética  
 $g$  = aceleración de la gravedad

Para canales de pequeña pendiente,  $\theta \approx 0$ , así la energía total en la sección es:

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} \quad (2.1.2)$$

Donde  $y$  = tirante de flujo

De acuerdo al principio de la conservación de la energía, en la sección 1, la altura de energía aguas arriba, debería ser igual que en la sección 2 aguas abajo, más la pérdida de energía  $h_f$  entre ambas secciones (figura 2.1.1). O sea,

$$z_1 + d_1\cos\theta + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + d_2\cos\theta + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (2.1.3)$$

Pero esta ecuación es aplicable a flujos paralelos o gradualmente variados. Para un canal con pendiente pequeña, queda así:

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (2.1.4)$$

Estas ecuaciones son conocidas como *ecuación de la energía* (véase sección 1.6.1). Al aplicar el principio de energía a un pequeño tramo de un canal prismático, se supone que el coeficiente de corrección de energía cinética sea la unidad ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ) y no haya pérdida de carga ( $h_f = 0$ ), entonces la ecuación 2.1.4 se reduce a lo siguiente:

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \text{const} \quad (2.1.5)$$

Ésta es la ecuación conocida como *ecuación de energía de Bernoulli*.

De acuerdo con la ecuación 2.1.1, por definición, la energía específica en un canal abierto relativo al fondo del canal es

$$E = d\cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.1.6)$$

donde  $\alpha$  = factor de corrección de energía cinética para corregir la no-uniformidad de perfil de velocidad.  
 (los valores de  $\alpha$  varían entre 1.03 – 1.36 para canales prismáticos)  
 $V$  = velocidad promedio del flujo

Si se supone que la pendiente del canal es pequeña, entonces  $\cos\theta \approx 1$  y  $y \approx d\cos\theta$ . Si  $\theta < 10^\circ$  ó  $I < 0.018$ , donde  $I$  es la pendiente del canal, la ecuación 2.1.6 se puede escribir de la siguiente forma, considerando  $\alpha = 1$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (2.1.7)$$

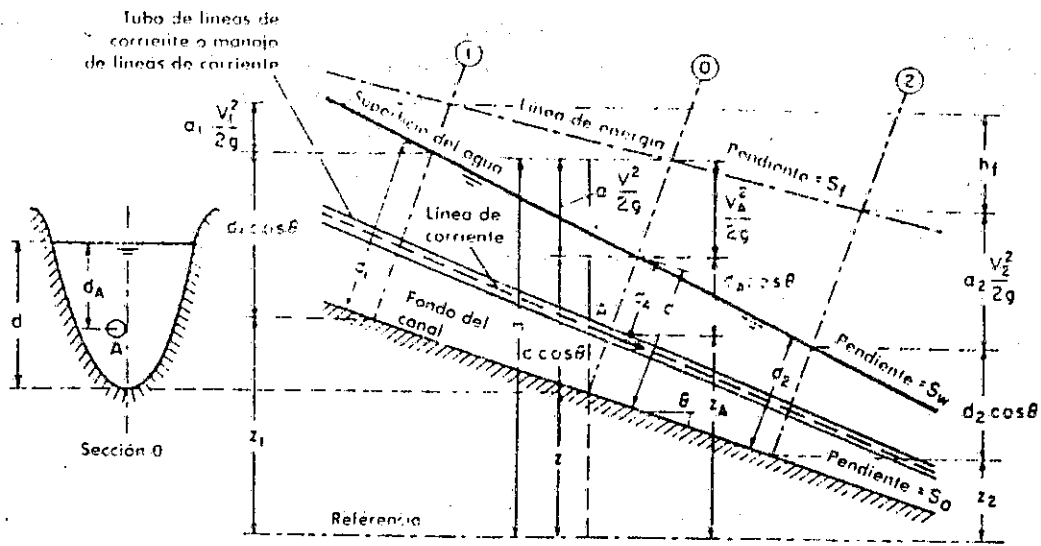
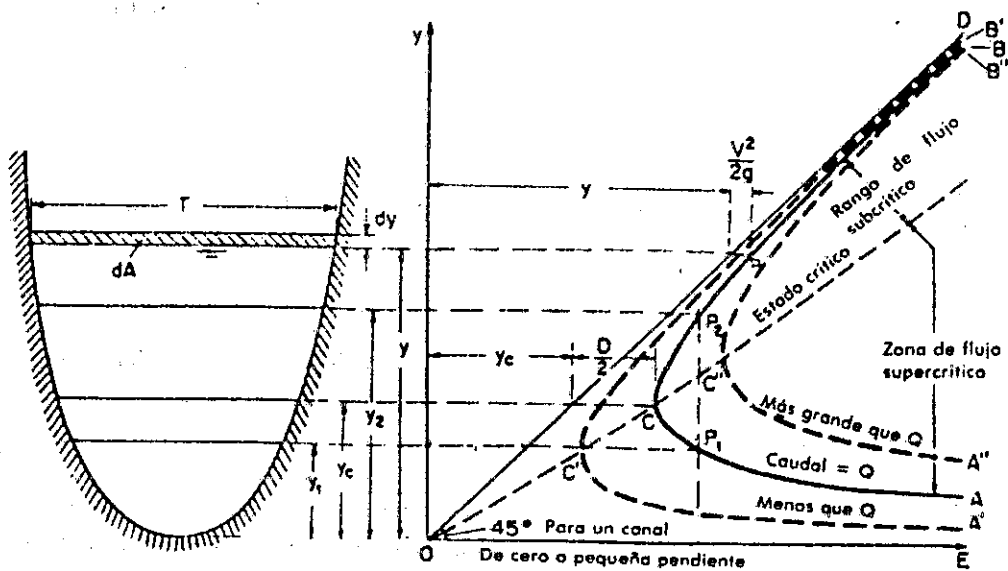


Figura 2.1.1 Energía en flujo gradualmente variado en canal abierto



Gráfica 2.1.1 Curva de la energía específica

La ecuación 2.1.7 indica que la energía específica es igual a la suma de la profundidad del agua y la altura de velocidad. El concepto de energía específica fue introducido en primer lugar por Boris A. Backmeteff en 1912, y mediante una adecuada construcción se pueden resolver los más complejos problemas de transiciones cortas en los que los efectos de rozamiento son despreciables.

Un análisis de la ecuación 2.1.7 demuestra que si la sección y gasto del canal son especificados, entonces la energía específica es únicamente una función del tirante de flujo. Si se grafica contra  $E$  (gráfica 2.1.1), resultará una curva de energía específica con dos ramas. La rama AC se aproxima asintóticamente al eje horizontal ( $E$ ), hacia la derecha; y la rama BC se aproxima asintóticamente a la línea  $E = y$ , medida que se extiende hacia arriba y a la derecha (línea OD). La línea OD tiene un ángulo de inclinación de  $45^\circ$  para canales con pequeña pendiente, si los canales tuvieran una pendiente grande, el ángulo de inclinación de la línea OD será diferente de  $45^\circ$ .

Se puede observar en la curva, que existen dos profundidades: la cota inferior  $y_1$  y la cota superior  $y_2$ . La cota o nivel inferior se llama *profundidad alterna de la cota superior*, y viceversa. En el punto C, la energía específica es un mínimo. Posteriormente se demostrará que la condición de energía específica mínima corresponde al estado crítico del flujo. Así, en el estado crítico, las profundidades alternas aparentemente se hacen una sola, la cual es conocida como *la profundidad crítica,  $y_c$* .

## 2.2 CONDICIONES DE FLUJO

### 2.2.1 FLUJO SUBCRÍTICO, CRÍTICO Y SUPERCRÍTICO

El flujo subcrítico se da cuando la profundidad del flujo es más grande que la profundidad crítica, entonces la velocidad del flujo es menor que la velocidad crítica para la correspondiente descarga. Por otro lado, si la profundidad del flujo es menor que la profundidad crítica, el flujo es supercrítico. Por lo tanto analizando la gráfica 2.1.1  $y_1$  es la profundidad de un flujo supercrítico, y  $y_2$  es la profundidad de un flujo subcrítico.

Si los caudales cambian, en consecuencia la energía específica cambiará. Las curvas A'B' y A''B'' (gráfica 2.1.1) representan posiciones de la curva de energía específica cuando el caudal es menor y más grande respectivamente, que el caudal usado para la construcción de la curva AB.

### 2.2.2 CRITERIO PARA EL ESTADO CRÍTICO DEL FLUJO

Una definición del estado crítico del flujo es aquella que dice que es el estado del flujo al cual la energía específica es un mínimo para una descarga dada, también ha sido definido como la condición para la cual el número de Froude es igual a la unidad. Un criterio teórico para el flujo crítico se puede desarrollar de esta definición en la siguiente forma.

Ya que  $V = Q/A$ , la ecuación 2.1.7 para la energía específica de un canal se puede escribir como,

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (2.2.1)$$

derivando respecto a  $y$ , y observando que  $Q$  es una constante,

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2}{gA} \frac{dA}{dy}$$

La gráfica 2.1.1 muestra que el diferencial de área mojada  $dA$  cerca de la superficie libre es igual a  $Bdy$ . Ahora  $dA/dy = B$ , y la profundidad hidráulica  $D = A/B$ , entonces las ecuaciones anteriores se hacen:



$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2 B}{gA}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2}{gD}$$

La energía específica es un mínimo para el estado crítico del flujo, o sea,  $dE/dy = 0$ . La ecuación anterior queda entonces de la manera siguiente.

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2} \quad (2.2.2)$$

donde  $D = y$

La ecuación anterior establece que en el estado crítico del flujo, la altura de velocidad es igual a la mitad de la profundidad hidráulica. Esta misma ecuación también puede escribirse como:  $V/\sqrt{gD} = 1$  (véase ecuación 1.1.1), la cual significa que  $N_r = 1$ , ésta es la definición de flujo crítico previamente indicada (sección 1.1.4.2).

Con respecto a la gráfica 2.1.1 y la ecuación 1.1.1 debe considerarse lo siguiente:

**PRIMERO:** Cuando se trata de canales de gran pendiente,  $\theta$  y  $\alpha \neq 1$ , entonces se puede demostrar con facilidad que el criterio para el flujo crítico se demuestra que es,

$$\alpha \frac{V^2}{2g} = \frac{D \cos \theta}{2} \quad (2.2.3)$$

Donde  $D$  = profundidad hidráulica de la superficie mojada normal al fondo del canal.

En este caso el número de Froude se puede definir como

$$N_r = \frac{V}{\sqrt{gD \cos \theta / \alpha}} \quad (2.2.4)$$

**SEGUNDO:** Las curvas E-y para valores de gasto mayores que  $Q_c$ , están situadas a la derecha de la curva de  $Q_c$ ; por otro lado para valores de gasto menores que  $Q_c$ , están situados a la izquierda de la curva de  $Q_c$ .

**TERCERO:** En el caso de canales rectangulares de ancho  $b$ , la ecuación 1.1.1 puede reducirse para facilitar los cálculos, Por ejemplo, defínase el gasto de unidad de ancho  $q$ , como:

$$q = \frac{Q}{b} \quad (2.2.5)$$

### 2.2.2.1 PROFUNDIDAD CRÍTICA $y_c$

En la figura 2.1.1 se verifica que el valor mínimo de la energía específica ocurre en el punto C, y la profundidad correspondiente en ese mismo punto se le denomina *profundidad crítica*  $y_c$ , siendo por lo tanto,

aquél para el cual el valor de  $y + \frac{V^2}{2g}$  es un mínimo.

Se aplicará ahora el concepto empleado en la ecuación 3.2.5.

El gasto unitario es:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{AV}{b} = \frac{byV}{b} = Vy \quad (2.2.6)$$

$$V = \frac{q}{y}$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} \therefore \frac{dE}{dy} = 0$$

$$q^2 = gy^3$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (2.2.7)$$

$$E = y + \frac{1}{2}y$$

$$E_{\min} = \frac{3}{2}y_c \quad (2.2.8)$$

$$y_c = \frac{2}{3}E_{\min} \quad (2.2.9)$$

donde  $y_c$  = profundidad crítica y se presenta cuando  $E$  = mínima.

### 2.2.2.2 VELOCIDAD CRÍTICA $V_c$

La velocidad media en condiciones de flujo crítico, se llama velocidad crítica  $V_c$ . La energía cinética en esta condición se obtiene de la ecuación 2.2.8 ó fácilmente de la ecuación 2.2.2, la cual dice,

$$E_{\min} = \frac{3}{2}y_c = y_c + \frac{V_c^2}{2g}$$

$$\frac{1}{2}y_c = \frac{V_c^2}{2g}$$

$$V_c = \sqrt{gy_c} \quad (2.2.10)$$

Con las definiciones vistas en las secciones anteriores, se puede hacer una recapitulación basándose en el estado crítico del flujo a través de una sección del canal. Las condiciones más importantes son:

1. La energía específica es un mínimo para una descarga dada.
2. La descarga es un máximo para una energía específica dada.
3. La fuerza específica es un mínimo para una descarga dada.
4. La altura de velocidad es igual a la mitad de la profundidad hidráulica en un canal de pendiente pequeña.
5. El número de Froude es igual a la unidad.
6. La velocidad del flujo en un canal de pendiente pequeña con distribución uniforme de velocidad es igual a la celeridad de pequeñas ondas de gravedad aguas bajas ocasionadas por disturbios locales.

Otro concepto importante dentro del estado crítico del flujo, se refiere a una sección en particular de un canal conocido como sección crítica. El flujo crítico ocurre cuando a través de la longitud total del canal o sobre un tramo del mismo existe el estado crítico del flujo. En la ecuación 2.2.2 se ha indicado el criterio de flujo crítico, la profundidad crítica depende de los elementos geométricos  $A$  y  $D$  de la sección del canal cuando el caudal es constante, así dicha pendiente en un canal prismático debería ser flujo uniforme. Basados en esta condición, la pendiente del canal para una profundidad uniforme y crítica se llama *pendiente crítica  $I_c$* . Una pendiente que sea menor que la pendiente crítica causará un flujo más lento del estado subcrítico para el caudal dado, y en consecuencia es llamada una *pendiente moderada o subcrítica*. Una pendiente más grande que la pendiente crítica es la que se llamará *pendiente pronunciada o supercrítica* y es la que resultará en un flujo más rápido del estado supercrítico.

Un flujo cuando está en o cerca del estado crítico es inestable. Esto ocurre cuando un cambio menor en la energía específica en o cerca del estado crítico causa un cambio mayor en la profundidad, este fenómeno puede también verse en la curva de energía específica (gráfica 2.1.1). Analizando esta figura, se observa

que la curva es casi vertical cerca de la profundidad crítica, un ligero cambio en la energía podría cambiar la profundidad a una profundidad alterna mucho más pequeña o mucho más grande, correspondiendo a la energía específica después del cambio. Tales fenómenos son causados por cambios menores en la energía debido a variaciones de la rugosidad del canal, sección transversal, pendiente o depósitos de sedimentos o residuos. En el diseño de un canal, si la profundidad se encuentra en o cerca de la profundidad crítica para una gran longitud del canal, la forma o pendiente del canal debe alterarse para asegurar una mayor estabilidad.

## 2.2.3 CÁLCULO DEL FLUJO CRÍTICO

Este cálculo determina la profundidad crítica y la velocidad cuando la descarga y la sección del canal son conocidas. En esta sección se estudiarán métodos para calcular el tirante crítico de flujo en canales no rectangulares cuando se especifican la forma del canal y gasto. Para canales simples, el planteamiento más fácil y directo a este cálculo es una solución algebraica involucrando soluciones del tipo de tanteos de cada una de las ecuaciones 2.2.2 ó 2.2.4. A continuación se darán a conocer cuatro métodos ilustrados.

### 2.2.3.1 MÉTODO ALGEBRAICO

Para un canal de sección simple geométrica, el flujo crítico se puede determinar por un cálculo algebraico usando las ecuaciones básicas. Para el empleo de estas ecuaciones, se utilizará como apoyo la tabla 1.2.1, en la que se describieron anteriormente los elementos de la sección transversal del canal.

CANAL TIPO	ECUACIÓN PARA $y_c$ en términos de $\psi = \alpha Q^2/g$	
Rectangular	$\left(\frac{\psi}{b^2}\right)^{1/3}$	
Trapezoidal	$0.81 \left(\frac{\psi}{m^{0.75} b^{1.25}}\right)^{0.27} - \frac{b}{30m}$	Rango de aplicación $0.1 < \frac{Q}{b^{2.5}} < 0.4$ Para $\frac{Q}{b^{2.5}} < 1$ utilizar la ecuación para canal rectangular
Triangular	$\left(\frac{2\psi}{m^2}\right)^{0.20}$	
Parabólico	$(0.84c\psi)^{0.25}$	Ecuación del perímetro $y = cx^2$
Circular	$\left(\frac{1.01}{d_o^{0.26}}\right) \psi^{0.25}$	Rango de aplicación $0.02 \leq \frac{y_c}{d_o} \leq 0.85$
Elíptico	$0.84b^{0.22} \left(\frac{\psi}{a^2}\right)^{0.25}$	Rango de aplicación $0.05 \leq \frac{y_c}{2b} \leq 0.85$ $a = \text{eje mayor } b = \text{eje menor}$
Exponencial	$\left(\frac{m^3 \psi c^{2m-2}}{4}\right)^{\frac{1}{2m+1}}$	Ecuación del perímetro $y = cx^{1/(m-1)}$

Tabla 2.2.1 Ecuaciones semiempíricas para la estimación de  $y_c$  (Straub, 1982).

### 2.2.3.2 MÉTODO POR ECUACIONES SEMIEMPÍRICAS

Se puede también enfocar el problema de calcular el tirante crítico a través de ecuaciones semiempíricas. Straub (1982) desarrolló para este propósito un conjunto de ecuaciones para diversas formas de canales comunes, las cuales se resumen en la tabla 2.2.1.

### 2.2.3.3 MÉTODO GRÁFICO

Se utiliza cuando existe una sección complicada o un canal natural, y se emplea un procedimiento gráfico para el cálculo de flujo crítico.

#### FACTOR DE SECCIÓN PARA CÁLCULOS DE FLUJO CRÍTICO

Sustituyendo  $V = Q/A$  en la ecuación 2.2.2 y se simplifica

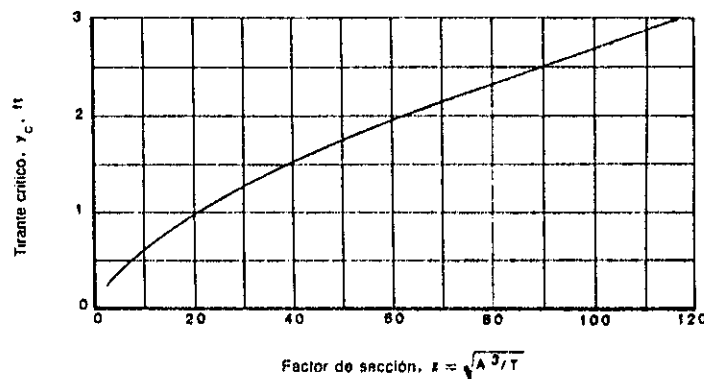
$$Z = \frac{Q}{\sqrt{g}} = \sqrt{\frac{A^3}{y}} \quad (2.2.11)$$

y cuando no se asume que el coeficiente de energía sea la unidad, entonces

$$Z = \frac{Q}{\sqrt{g/\alpha}} \quad (2.2.12)$$

En las ecuaciones anteriores  $Z = A/\sqrt{D}$ , es el factor de sección para cálculos de flujo crítico. La ecuación 2.2.12 establece que el factor de sección,  $Z$ , para la sección de un canal en el estado crítico del flujo es igual a la descarga dividida por la raíz cuadrada de  $g/\alpha$ . Esta ecuación indica que hay sólo una posible profundidad crítica para mantener la descarga dada en un canal y similarmente que cuando la profundidad está fija, allí puede haber sólo un caudal que mantenga un flujo crítico y haga la profundidad crítica en la sección dada del canal.

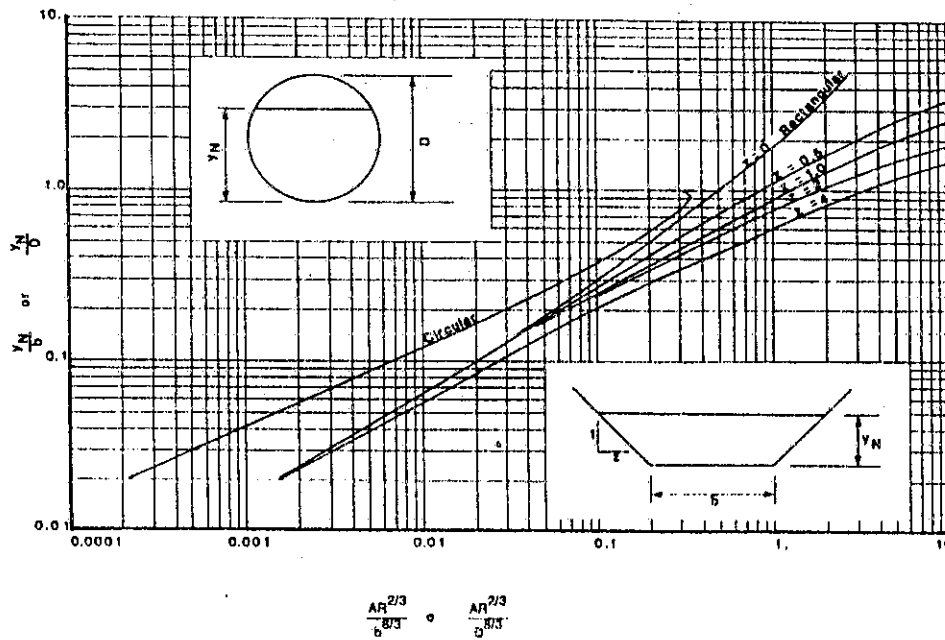
Por este procedimiento se construye una curva  $y$  contra  $Z$ . Se grafica a continuación un ejemplo para poder ilustrar el método descrito, cuando un canal trapezoidal con  $b = 6.00\text{m}$  y  $m = 1.5$ , que conduce un gasto de  $17\text{m}^3/\text{seg}$ . En la gráfica 2.2.1 se observa que el valor del tirante crítico de flujo es  $0.85\text{m}$  ( $2.8$  pie).



Gráfica 2.2.1  $y_c$  contra  $Z$ , para un canal trapezoidal con  $b = 6.00\text{m}$  y  $m = 1.5$

### 2.2.3.4 MÉTODO GRÁFICO DE DISEÑO

Para determinar el tirante crítico por este método, cuando la forma de la sección del canal y el gasto son especificados, se debe usar un diagrama de diseño. El desarrollo del diagrama para este propósito implica utilizar nuevamente el factor de sección  $Z$ ; para resolver el problema de tirante crítico se muestra un diagrama de diseño en la gráfica 2.2.2.



Gráfica 2.2.2 Curvas para estimar el tirante crítico

## 2.3 APLICACIÓN PRÁCTICA DEL PRINCIPIO DE ENERGÍA

### 2.3.1 PROBLEMAS DE TRANSICIÓN

En la práctica, la aplicación principal del principio de energía es la solución de problemas de transición en canales. La solución de estos problemas puede efectuarse por medio de métodos algebraicos o gráficos. Posteriormente se ejemplificarán problemas en donde los dos métodos ilustran técnicas básicas de solución.

El método algebraico y/o gráfico proporciona respuestas satisfactorias, pero los mismos requieren de una ecuación para la construcción de la curva E-y, para cada problema. Para canales rectangulares los problemas se simplifican construyendo una curva adimensional E-y. En la ecuación de la energía específica se divide ambos lados de la ecuación por la profundidad crítica, y se obtiene:

$$\frac{E}{y_c} = \frac{y}{y_c} + \frac{q^2}{2gy_c^2 y_c} \quad (2.3.1)$$

y definiendo  $E' = E/y_c$  y  $y' = y/y_c$  y sustituyendo la ecuación 2.2.7 en la ecuación 2.3.1, se obtiene:

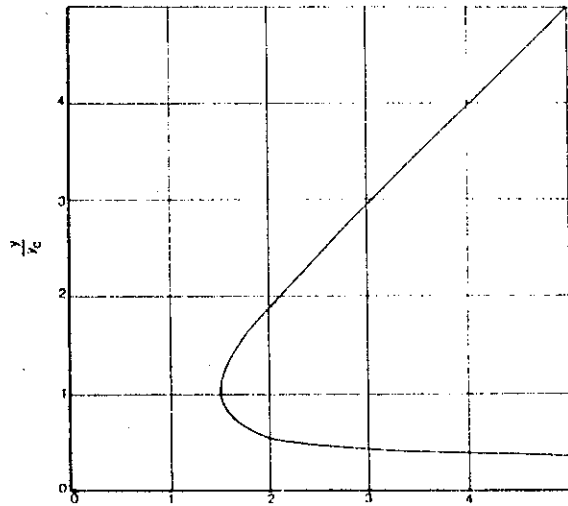
$$E' = y' + \frac{1}{2} (y')^2 \quad (2.3.2)$$

Que es una ecuación adimensional de la energía específica, en la gráfica 2.3.1 se muestra una gráfica de la ecuación 2.3.2. En la práctica esta gráfica no puede leerse con suficiente precisión, por eso, Babcock (1959) redujo una gráfica adimensional E-y a una forma tabular (tabla B.5 del apéndice B). Sólo así podemos observar que el punto crítico ocurre en las coordenadas (1.5, 1.0). Entonces, con mayor facilidad los problemas de canales rectangulares pueden resolverse eficientemente haciendo uso de la gráfica 2.3.1 ó el apéndice B.5.

Anteriormente se trató el caso específico en canales rectangulares, ahora desarrollaremos una metodología equivalente para formas no rectangulares. Para un canal de forma arbitraria, hacemos uso de la ecuación 2.2.1.

Igualmente en el caso anterior, para canales rectangulares, ahora también dividimos ambos lados de la ecuación por  $y_c$ .

$$\frac{E}{y_c} = \frac{y}{y_c} + \frac{Q^2}{2gA^2 y_c} \quad (2.3.3)$$



Gráfica 2.3.1 Curvas adimensionales E-y

y de la ecuación 2.2.2,  $\frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2}$ , sustituyendo y simplificando,

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c} = \frac{y_c^3 (B'_c)^3}{B_c} \quad (2.3.4)$$

donde  $A_c$  = área hidráulica  
 $B_c$  = ancho superficial del canal

Cuando el tirante del flujo es  $y_c$  y  $B'_c$  = ancho superficial del canal rectangular equivalente, tiene el mismo tirante y área hidráulica de un canal no rectangular para el mismo tirante crítico del flujo (figura 2.3.1)

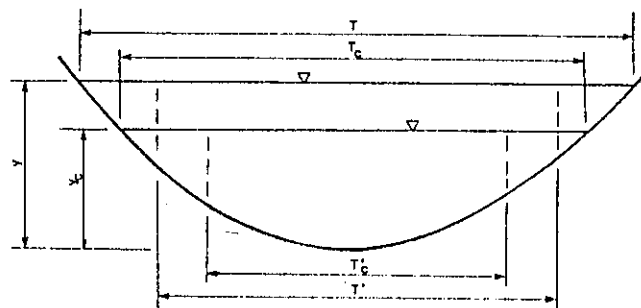


Figura 2.3.1 Definición de las variables para la energía específica en canales no rectangulares

Combinando las ecuaciones 2.3.3 y 2.3.4 se obtiene como resultado:

$$\frac{E}{y_c} = \frac{y}{y_c} + \frac{1}{2} \left( \frac{y_c}{y} \right)^2 \left[ \frac{(B'_c)^3}{B_c (B')^2} \right] \quad (2.3.5)$$

Si el caso fuera un canal rectangular,  $B'_c = B_c = B' = b$ , la ecuación 2.3.5 se reduce a la ecuación 2.3.2. El término que aparece entre corchetes de la ecuación 2.3.5 es un factor de forma, y Silvester (1961) demostró que para canales trapezoidales, triangulares y parabólicos este factor puede evaluarse fácilmente.

En un canal trapezoidal:

$$\begin{aligned} B &= b + 2my \\ B' &= b + my \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

Un canal triangular es un caso especial de una canal trapezoidal cuando  $b = 0$ .  
Para un canal parabólico:

$$B = \alpha \sqrt{y} \quad (2.3.7)$$

Donde  $\alpha =$  coeficiente

El factor de forma es  $\frac{2}{3} \frac{y_c}{y}$

## 2.4 DEFINICIÓN DE MOVIMIENTO ESPECÍFICO, SALTO HIDRÁULICO, DEPRESIÓN HIDRÁULICA Y SU APLICACIÓN EN HIDRÁULICA DE CANALES

### 2.4.1 CANTIDAD DE MOVIMIENTO ESPECÍFICO (MOMÉNTUM)

De acuerdo a la segunda ley del movimiento de Newton, en los problemas básicos de flujo permanente en canales abiertos, el cambio de moméntum por unidad de tiempo en el cuerpo de agua en un canal que está fluyendo, es el resultado de todas las fuerzas exteriores que están actuando en el cuerpo. Aplicando este principio a un canal de gran pendiente (figura 2.4.1), la siguiente expresión para el cambio de moméntum por unidad de tiempo en el cuerpo de agua encerrado entre las secciones 1 y 2 se puede escribir:

$$\frac{Q\gamma}{g} (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = P_1 - P_2 + W \text{Sen}\theta - F_f \quad (2.4.1)$$

donde  $Q =$  descarga

$\gamma =$  peso específico del fluido

$g =$  aceleración de la gravedad

$\beta_1$  y  $\beta_2 =$  coeficiente de corrección de la cantidad de movimiento

$V_1$  y  $V_2 =$  velocidad media

$P_1$  y  $P_2 =$  resultantes de las presiones actuantes sobre las dos secciones

$W =$  peso del fluido encerrado entre las secciones

$\theta =$  ángulo de inclinación del canal

$F_f =$  fuerza total externa de fricción y resistencia actuando a lo largo de la superficie de contacto entre el agua y el canal

Y ésta es la ecuación conocida como *Ecuación de Moméntum*.

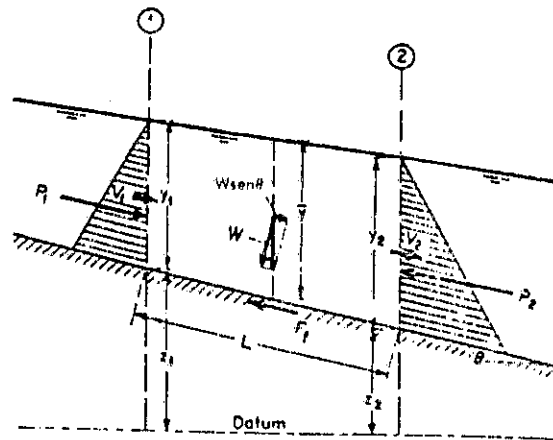


Figura 2.4.1 Aplicación del principio de moméntum

En el caso de un flujo paralelo o gradualmente variado, los valores de  $P_1$  y  $P_2$  se pueden calcular asumiendo una distribución hidrostática de presión. Para un flujo curvilíneo o rápidamente variado, sin embargo, la distribución de presión no es más hidrostática; por lo tanto los valores de  $P_1$  y  $P_2$  no pueden ser así calculados pero deben ser corregidos por el efecto de curvatura de las líneas de corriente de flujo.

Si se supone que la pendiente del canal es relativamente pequeña y con un ancho  $b$ , en un canal rectangular con tramo corto,

$$P_1 = \frac{1}{2} \gamma by_1^2 \quad (3.4.A)$$

$$P_2 = \gamma by_2^2 \quad (3.4.B)$$

$$F_f = \gamma h_f' by \quad (3.4.C)$$

Donde  $h_f$  = altura de fricción  
 $\bar{y}$  = profundidad media  $(y_1 + y_2)/2$

La descarga a través del tramo sería el producto de la velocidad promedio y el área promedio, o sea:

$$Q = \frac{1}{2}(V_1 + V_2)by \quad (3.4.D)$$

En la figura 3.4.1 se observa que el peso del cuerpo del flujo es:

$$W = \gamma byL$$

$$\text{Sen } \theta = \frac{z_1 - z_2}{L}$$

Al sustituir las expresiones anteriores en la ecuación 3.4.1, después de simplificar, el resultado es:

$$z_1 + y_1 + \beta_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \beta_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f' \quad (2.4.2)$$

Esta ecuación, comparándola con la ecuación de energía (ecuación 2.1.4), parece prácticamente ser la misma.

La diferencia entre ambas ecuaciones radica en que no sólo usan coeficientes de distribución de velocidades diferentes (aunque éstos casi son iguales,  $\alpha$  y  $\beta$ ), sino las pérdidas de fricción incluyen diferentes significados. Evaluando la ecuación de energía,  $h_f$  mide la energía *interna* disipada en la entera masa del agua en el tramo; y por otro lado  $h_f'$ , en la ecuación del momento mide las pérdidas debidas a las fuerzas *externas* ejercidas sobre el agua. Aunque haya una pequeña diferencia entre  $\alpha$  y  $\beta$ , en el flujo gradualmente variado, las pérdidas producidas en la energía interna son prácticamente idénticas en relación a las pérdidas debidas a las fuerzas externas. En el flujo uniforme, el ritmo con el que las fuerzas de superficie están haciendo trabajo es igual al ritmo de disipación de la energía. Entonces entre  $h_f$  y  $h_f'$  no hay distinción, excepto por la definición y aplicación de ambas definiciones. La distinción radica en el hecho de que la energía es una cantidad escalar, mientras que el momento es un vector cantidad.

El principio de energía ofrece una explicación más simple y más clara que la del principio de momento, pero la aplicación del principio de momento tiene ciertas ventajas en la aplicación de problemas, tal es el caso del salto hidráulico. Aplicándose la ecuación de energía a este tipo de problemas podría dar lugar a errores considerables ya que se omitirían las pérdidas de energía  $h_f$ .

Partiendo de las expresiones 2.4.a y 2.4.b, se demostrará también que la ecuación 2.2.1 (ecuación de energía específica) tiene similitud con la función que a continuación se desarrollará:

$$z_1 = \frac{1}{2}y_1$$

Si

$$z_2 = \frac{1}{2}y_2$$

Donde  $\bar{z}_1$  y  $\bar{z}_2$  = distancias a los centroides de las respectivas áreas hidráulicas  $A_1$  y  $A_2$  desde la superficie libre.

Sustituyendo en las expresiones 2.4.A y 2.4.B, nos queda:

$$P_1 = \gamma \bar{z}_1 A_1 \quad (2.4.E)$$

$$P_2 = \gamma \bar{z}_2 A_2 \quad (2.4.F)$$



Suponiendo primero, en la ecuación 2.4.1 que  $\theta$  es pequeña y por lo tanto  $\text{Sen}\theta \approx 0$  y  $\text{Cos}\theta \approx 1$ ; segundo  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ , la ecuación será:

$$\frac{Q\gamma}{g}(V_2 - V_1) = \gamma z_1 A_1 - \gamma z_2 A_2 \quad (2.4.3)$$

Al sustituir  $V_1 = Q/A_1$  y  $V_2 = Q/A_2$  en la ecuación 3.4.3 y luego simplificar, se obtiene:

$$\frac{F_f}{\gamma} = \left( \frac{Q^2}{gA_1} + z_1 A_1 \right) - \left( \frac{Q^2}{gA_2} + z_2 A_2 \right) \quad (2.4.4)$$

$$\frac{F_f}{\gamma} = M_1 - M_2 \quad (2.4.5)$$

$$M = \frac{Q^2}{gA} + zA \quad (2.4.6)$$

donde  $M$  = función moméntum o fuerza específica

Si se grafica el tirante de flujo y contra  $M$ , se produce una curva de moméntum que tiene dos ramas (figura 2.4.2). El tramo AC se aproxima asintóticamente al eje horizontal ( $M$ ), cuando el tramo BC se extiende indefinidamente hacia arriba y a la derecha.

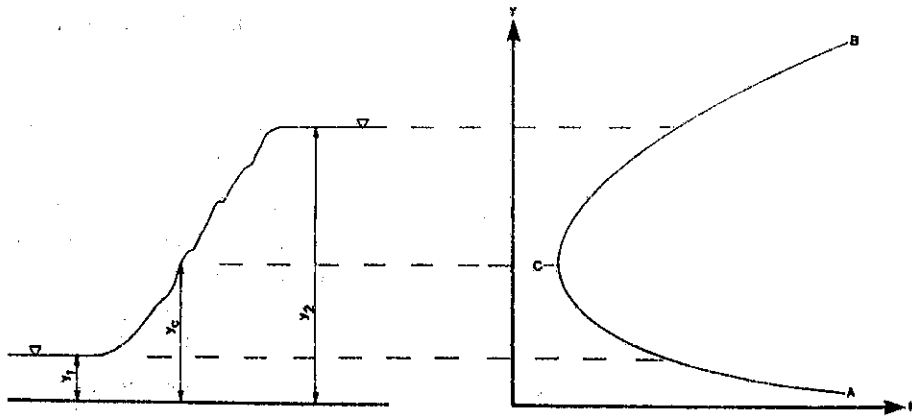


Figura 2.4.2 Curva de moméntum y tirantes conjugados  $y_1$  y  $y_2$  de un salto hidráulico

La curva  $M$ - $y$  determina dos posibles tirantes de flujo, los cuales se denominan *tirantes conjugados o alternos de un salto hidráulico*, y tiene analogía con el concepto empleado en energía específica.

Suponiendo la existencia de un flujo paralelo y uniforme de velocidad se puede encontrar un mínimo de la función moméntum, tomando la primera derivada de  $M$  respecto a  $y$ , e igualándola a cero, entonces se tiene:

$$\frac{dM}{dy} = -\frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + \frac{d(zA)}{dy} = 0$$

donde 
$$d(zA) = \left[ A(z + dy) + \frac{B(dy)^2}{2} \right] - zA = A dy$$

Entonces

$$-\frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + A = 0$$

Y cuando se asume que  $(dy)^2 \approx 0$ . Entonces se sustituye  $dA/dy = B$ ,  $V = Q/A$  y  $D = A/B$ , en la expresión anterior, y resulta:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2}$$

Sí se tiene el mismo criterio desarrollado para el valor mínimo de energía específica. Por tanto para un gasto específico, el moméntum mínimo ocurre con la energía específica mínima y corresponde también al tirante crítico.

## 2.4.2 INTERPRETACIÓN DE LOS FENÓMENOS LOCALES

El fenómeno local ocurre frecuentemente en canales abiertos, cuando hay un cambio del estado subcrítico a supercrítico, o viceversa. Este cambio se produce cuando la profundidad del flujo de una cota alta pasa a una cota o nivel bajo, o viceversa. Y si el cambio se produce rápidamente sobre una distancia corta, el flujo en este caso es rápidamente variado. Existen dos tipos de fenómenos locales: *la caída hidráulica y el salto hidráulico*; y que a continuación se describen.

### 2.4.2.1 CAÍDA HIDRÁULICA

Un rápido cambio que ocurra en la profundidad del flujo de un nivel alto a un nivel bajo resultará en una profunda depresión en la superficie del agua. La caída hidráulica generalmente es causada por un cambio abrupto en la pendiente del canal o en la sección transversal (figura 1.1.7). En la región transitoria de este fenómeno, aparece normalmente una curva contraria, la cual conecta las superficies de agua, antes y después de la caída. En esta curva contraria existe un punto de inflexión el cual indica la posición aproximada de la profundidad crítica en donde la energía específica es un mínimo, y el flujo cambia de un estado subcrítico a un estado supercrítico.

### 2.4.2.2 CAÍDA LIBRE O DEPRESIÓN HIDRÁULICA

Este fenómeno es un caso especial de la caída hidráulica (figura 2.4.3). Ocurre cuando hay discontinuidad en el fondo del canal. Para este caso especial no habrá curva opuesta o contraria en la superficie del agua, sino hasta que ésta golpee un objeto en el nivel inferior porque la caída libre entra en el aire en forma de lámina.

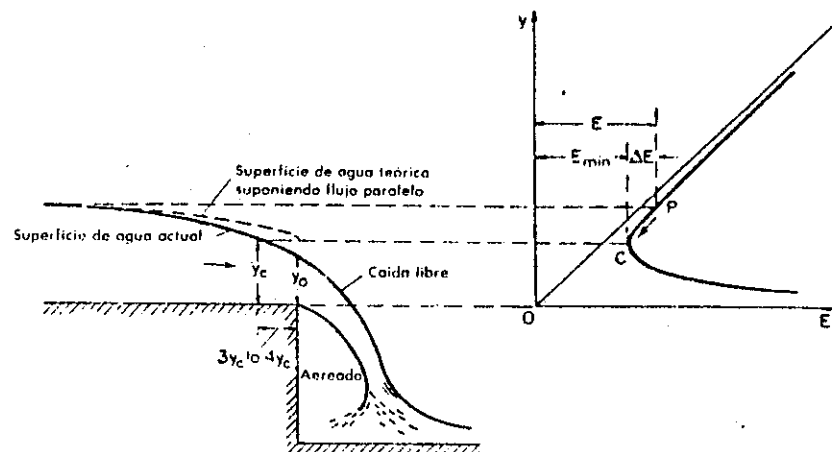


Figura 2.4.3 Caída libre interpretada por la curva de energía específica

La ecuación que determina la profundidad crítica (ecuación 2.2.2) se utiliza para el cálculo en flujo paralelo y se aplica en forma aproximada al flujo gradualmente variado; este método no es aplicable al tipo de flujo que se presenta en la figura. El flujo en la nariz es curvilíneo, pues la curvatura del flujo es pronunciada y la situación actual es la de que la sección en el codo es la verdadera sección de energía

mínima, pero no cumple con ser la sección crítica como el principio que se emplea para el cálculo de flujo paralelo.

Rouse pudo determinar que la profundidad crítica es 1.4 veces la profundidad del codo cuando se trata de pendientes pequeñas, o sea  $y_c = 1.4y_o$  y se localiza alrededor de  $3y_c$  a  $4y_c$  detrás del codo del canal (figura 2.4.3).

Cuando se da el caso de que el cambio del flujo de un nivel alto a un nivel bajo es gradual, el flujo se transforma en gradualmente variado, teniendo una curva contraria prolongada; a este fenómeno, entonces, se le llama *caída hidráulica gradual*, pero ya no es un fenómeno local.

### 2.4.2.3 SALTO HIDRÁULICO

El salto hidráulico se produce cuando un flujo supercrítico cambia a flujo subcrítico, o sea un cambio rápido en la profundidad del flujo; de un nivel bajo a un nivel alto, y el resultado es un brusco levantamiento de la superficie del agua (figura 2.4.4). Este fenómeno ocurre frecuentemente en lugares donde un canal de gran pendiente sorpresivamente se vuelve plano.

Se pueden destacar dos tipos de saltos: *salto ondular* y *salto directo*.

**SALTO ONDULAR:** Se da cuando el salto es bajo, o sea cuando el cambio de profundidad es pequeño, no habrá un cambio abrupto, pero sí el agua pasará de un nivel bajo a un nivel alto a través de una serie de ondulaciones que gradualmente disminuirán su tamaño.

**SALTO DIRECTO:** Ocurre cuando el salto es alto, o cuando el cambio en la profundidad es grande.

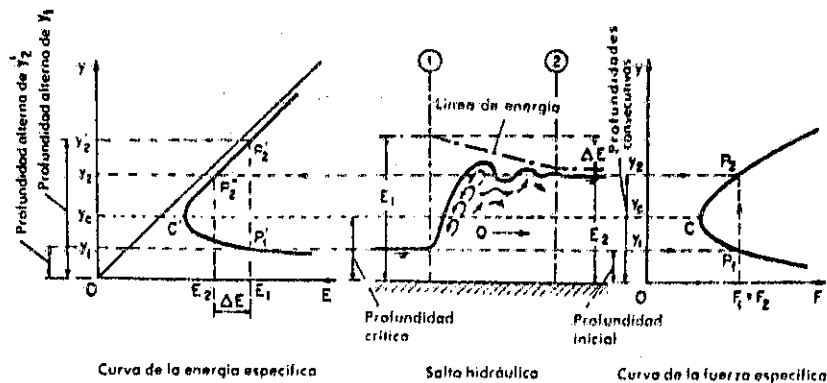


Figura 2.4.4 Salto hidráulico interpretado por la energía específica y las curvas de moméntum

En la figura 2.4.4 se observa que hay dos profundidades: *profundidad inicial*  $y_1$ , es la profundidad que está antes del salto; *profundidad secuente o consecutiva*  $y_2$ , aquélla que está siempre después del salto. Entonces se puede destacar que la profundidad antes del salto es siempre menor que la profundidad después del salto. Estas profundidades deberían diferenciarse de las profundidades posibles para la energía específica: las profundidades inicial y secuente, son las que actúan antes y después del salto en el cual hay una pérdida de energía  $\Delta E$  incluida. Si no hubieran pérdidas de energía, las profundidades inicial y secuente podrían hacerse idénticas con las profundidades alternas de un canal prismático.

#### 2.4.2.3.1 TIRANTES CONJUGADOS O ALTERNOS

El cálculo del salto hidráulico principia con la ecuación 2.4.4 y si ocurre en un canal con fondo horizontal y  $F_r = 0$ ; esto significa que es una estructura hidráulica y por lo tanto no ayuda al salto, entonces la ecuación 2.4.5 se puede escribir como sigue:

$$M_1 = M_2 \quad (2.4.7)$$

$$\frac{Q^2}{gA_1} + z_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + z_2 A_2 \quad (2.4.8)$$

**SECCIONES RECTANGULARES:** Para el caso de un canal rectangular de ancho  $b$ , se necesita hacer uso de algunas sustituciones:  $Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$ ,  $A_1 = by_1$ ,  $A_2 = by_2$ ,  $z_1 = \frac{1}{2} y_1$ ,  $z_2 = \frac{1}{2} y_2$  en la ecuación 2.4.8

$$\frac{q^2}{g} \left( \frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2} \right) = \frac{1}{2} (y_2^2 - y_1^2) \quad (2.4.9)$$

o bien,

$$\frac{q^2}{g} = y_1 y_2 \left( \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \quad (2.4.10)$$

Donde  $q = Q/b$ , es el gasto por unidad de ancho. Y esta ecuación tiene dos soluciones:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \quad (2.4.11)$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8F_2^2} - 1 \right) \quad (2.4.12)$$

Donde  $F_1$  y  $F_2$  = número de Froude, aguas arriba y aguas abajo respectivamente. Se debe hacer la aclaración que el tirante aguas abajo  $y_2$  no es el resultado de las condiciones aguas arriba, sino el resultado del control que se tiene aguas abajo, o sea, si el control de aguas abajo produce un tirante  $y_2$ , entonces se formará un salto.

**SECCIONES NO RECTANGULARES:** Para este tipo de secciones no se pueden hacer uso de las ecuaciones 2.4.11 y 2.4.12, y la solución debe hacerse por tanteos, aproximaciones semiempíricas y otras técnicas analíticas, haciendo uso de la ecuación 2.4.8.

En la sección 2.2.3 se emplearon métodos para el cálculo del flujo crítico —en el caso de canales circulares—, la figura 2.2.1 se presenta una gráfica logarítmica  $y/d$  contra  $(Q\sqrt{\alpha}/\sqrt{y})^{2.5}$  la cual da una recta en el intervalo  $0.02 \leq y/d \leq 0.85$ . Analizando esta recta, se obtiene la siguiente ecuación:

$$y_c = \frac{1.01}{d_0^{0.264}} \left( \frac{Q\sqrt{\alpha}}{\sqrt{g}} \right)^{0.506} \quad (2.4.13)$$

Donde  $d_0$  = diámetro de la tubería

Straub (1978) notó que en conductos circulares, el número de Froude  $F_1$ , aguas arriba puede aproximarse mediante la siguiente ecuación.

$$F_1 = \left( \frac{y_c}{y_1} \right)^{1.93} \quad (2.4.14)$$

Donde  $y_1$  = tirante de flujo aguas arriba  
 $y_c$  = se estima por la ecuación 3.4.13

Straub (1978), notó también que para  $F_1 < 1.7$  el tirante conjugado  $y_2$  se determina por:

$$y_2 = \frac{y_c^2}{y_1} \quad (2.4.15)$$

y para  $F_1 > 1.7$

$$y_2 = \frac{y_c^{1.8}}{y_1^{0.73}} \quad (2.4.16)$$

Y específicamente estas ecuaciones únicamente se utilizan para cálculos de salto hidráulico en un canal de sección circular.

Para canales triangulares, parabólicos y trapezoidales, se requiere de una ecuación gráfica o por tanteos de la ecuación 3.4.8. Silvester (1964, 1965) notó que para cualquier canal prismático, se reduce a la siguiente ecuación:

$$z_i = k_i' y_i \quad (2.4.17)$$

Donde  $z_i$  = distancia a los centroides de las áreas hidráulicas  
 $i$  = indica la sección  
 $y$  = tirante mayor del flujo en la sección especificada  
 $k'$  = coeficiente

La ecuación de un salto hidráulico en un canal trapezoidal es:

$$A_1 k_1' y_1 - A_2 k_2' y_2 = \frac{Q^2}{g} \left( \frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right)$$

Silvester (1964) definió el parámetro  $F_1^2$  como  $F_1^2 = Q^2 / (g A_1^2 y_1)$  y, posteriormente Silvester (1965) encontró que  $F_1^2 = Q^2 / (g A_1^2 D_1)$ , definición del número de Froude para canales no rectangulares.

Para canales rectangulares,  $k_1' = k_2' = 1/2$ ,  $A_1 / A_2 = y_1 / y_2$ , y  $A_1 / T_1 = D_1 = y_1$ , sustituyendo en la ecuación 2.4.18, se obtiene:

$$\left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2 - 1 = 2 F_1^2 \left( 1 - \frac{y_1}{y_2} \right) \quad (2.4.19)$$

Esta ecuación puede reducirse a la ecuación 2.4.11 y da un resultado satisfactorio.

Para canales triangulares,  $k_1' = k_2' = 1/3$ ,  $A_1 / A_2 = y_1^2 / y_2^2$  y  $A_1 / T_1 = D_1 = 1/2 y_1$ , nuevamente sustituyendo en la ecuación 2.4.18

$$\left( \frac{y_2}{y_1} \right)^3 - 1 = 1.5 F_1^2 \left[ 1 - \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right] \quad (2.4.20)$$

Para canales parabólicos, los parámetros se definen por  $y = \alpha T^2 / 2$ . Donde  $\alpha$  es una constante,  $k_1' = k_2' = 2/3$ ,  $A_1 / A_2 = (y_1 / y_2)^{1.5}$  y  $A_1 / T_1 = D_1 = 2/3 y_1$ , entonces la ecuación 2.4.18 queda:

$$\left( \frac{y_2}{y_1} \right)^{2.5} - 1 = 1.67 F_1^2 \left[ 1 - \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^{1.5} \right] \quad (2.4.21)$$

Para canales trapezoidales, la ecuación 2.4.18 se debe resolver directamente, Silvester (1964) definió un factor de forma

$$k = \frac{b}{m y_1} \quad (2.4.22)$$

Donde  $b$  = ancho del fondo del trapecio  
 $m$  = talud del trapecio

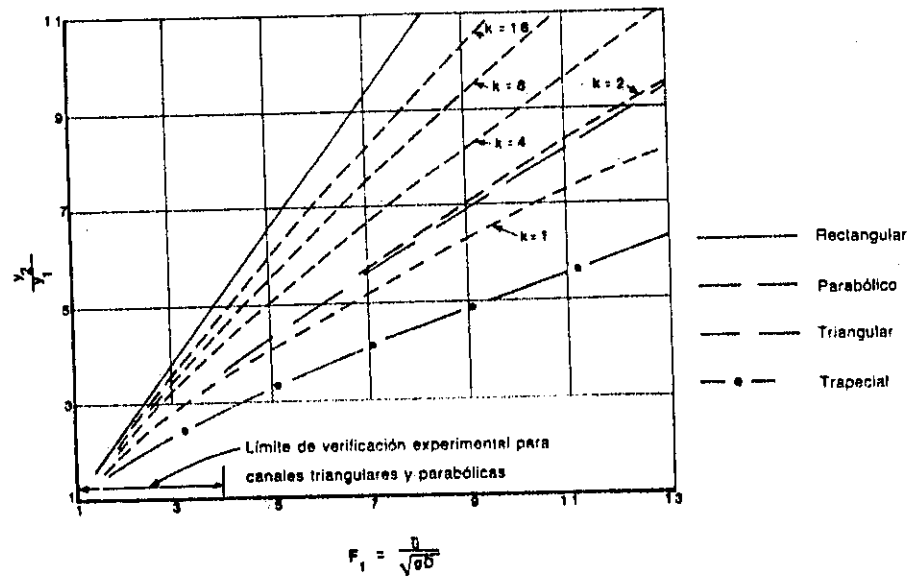
Para hacer algunas comparaciones de estas ecuaciones, en la gráfica 2.4.1 se grafican las distintas curvas.

### 2.4.3 APLICACIONES DEL SALTO HIDRÁULICO EN CANALES ABIERTOS

En el campo del flujo de canales abiertos, el salto hidráulico tiene muchas aplicaciones, entre las que se pueden mencionar las siguientes:

1. La disipación de la energía sobre diques, vertederos y otras estructuras hidráulicas.

2. El mantenimiento de altos niveles de agua en canales, que su uso es para distribución de agua.
3. El incremento del gasto descargado por una compuerta deslizante al rechazar el retroceso del agua contra la compuerta.
4. La reducción de la elevada presión bajo las estructuras mediante la elevación del tirante de agua sobre la guarnición de defensa de la estructura.
5. La mezcla de sustancias químicas usadas para la purificación o tratamiento del agua.
6. La aerificación de flujos y el desclorinado en el tratamiento del agua.
7. La remoción de bolsas de aire con flujo de canales abiertos en canales circulares.
8. La identificación de condiciones especiales de flujo, como la existencia del flujo supercrítico o la presencia de una sección de control para la medición de la razón efectividad-costos del flujo.



Gráfica 2.4.1 Curvas analíticas para  $y_2/y_1$ , contra  $F_1$

## 2.5 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### EJEMPLO 2.5.1

Para un canal rectangular, demostrar que el caudal  $Q$  por metro de anchura es igual a  $1.704 E_{\min}^{3/2}$

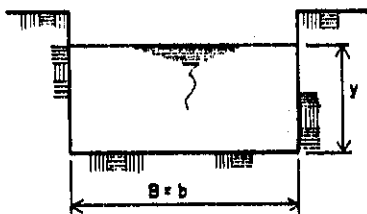


FIGURA 2.5.1

### SOLUCIÓN

$$A = by$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2g b^2 y^2} \quad \text{Expresándola en términos de } q = Q/b$$

$$E = y + \frac{q^2}{2g y^2}$$

Derivando la expresión anterior respecto a  $y$ , e igualando a cero, resulta

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{2q^2}{2gy^3} = 0 \quad \text{donde } q^2 = gy^3. \quad E = \frac{3}{2}y \quad \text{o bien} \quad y = \frac{2}{3}E$$

$$\text{Entonces: } E = \frac{2}{3}E + \frac{q^2}{2g \left(\frac{2}{3}E\right)^2}$$

$$q^2 = \frac{8}{27} g E_{mfn}^3$$

$$q = 1.705 E_{mfn}^{3/2}$$

Este resultado demuestra que la operación fue llevada satisfactoriamente

### EJEMPLO 2.5.2

Para un canal triangular demostrar que el caudal es  $Q = 0.6335(b/y_c) E_{mfn}^{5/2}$

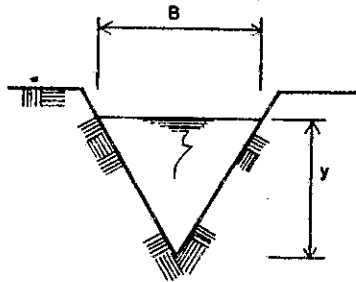


FIGURA 2.5.2

### SOLUCIÓN

$$B = 2mh$$

$$A = \frac{1}{2} B h = mh^2$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2g(my^2)^2}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2gm^2 y^4}$$

Derivando la expresión anterior respecto a  $y$ , resulta:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{4Q^2}{2gm^2 y^5}$$

$$E = \frac{4}{5} E + \frac{4Q^2}{2g(B/y)^2 \frac{256}{625} E^4}$$

$$Q^2 = \frac{gm^2 y^5}{2}$$

$$Q^2 = g \frac{128}{625} \frac{1}{5} E^5 (B/y)^2$$

$$E = \frac{5}{4} y$$

$$y = \frac{4}{5} E_{mfn}$$

$$Q = 0.634(B/y_c) E_{mfn}^{5/2}$$

### EJEMPLO 2.5.3

Un canal rectangular de 3m de ancho se reduce en su ancho a 2m debido a una contracción de 20m de largo construida por paredes rectas y una base horizontal. El caudal es  $12 \text{ m}^3/\text{seg}$  y la profundidad del flujo es 2.60m de lado aguas arriba de la sección de transición. Se debe determinar el perfil de la superficie de flujo en la contracción, no permitiendo una caída hidráulica gradual.

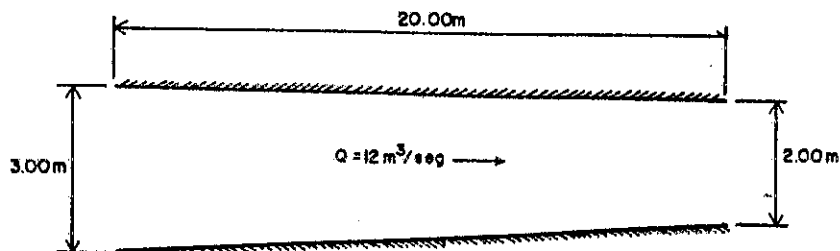


FIGURA 2.5.3 PLANTA

## SOLUCIÓN

Aplicamos la ecuación de energía específica de lado aguas arriba de la contracción

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} = 2.60 + \frac{12^2}{2g(2 \cdot 3.60)^2}$$

$$E = 2.721 \text{ m}$$

Esta energía se mantiene constante a través de la contracción, ya que las pérdidas de energía son despreciables. En la figura 2.5.4 se dibuja una línea de energía mostrando la elevación de la altura total.

Las profundidades alternas se calculan con la ecuación 2.2.1.

$$2.721 = y + \frac{12^2}{2gb^2y^2}$$

$$y^3 - 2.721y^2 + \frac{7.35}{b^2} = 0$$

Ésta es una ecuación cúbica en la cual  $b$  es el ancho del canal. En la sección de entrada, donde  $b = 3 \text{ m}$  la solución da dos posibles raíces: un nivel inferior  $y_1 = 0.624 \text{ m}$  el cual es la profundidad alterna; y un nivel superior  $y_2 = 2.60 \text{ m}$ , el cual es la profundidad del flujo. En la sección de salida, donde  $b = 2.00 \text{ m}$ , esta ecuación da un nivel inferior  $y_1 = 1.048 \text{ m}$  y un nivel superior  $y_2 = 2.403 \text{ m}$ . El perfil de la superficie del flujo se muestra en la figura 2.5.4.

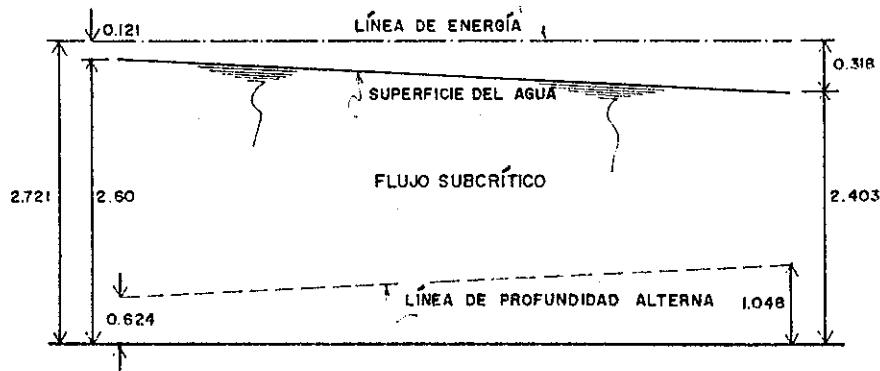


FIGURA 2.5.4



## **CAPÍTULO III**

### **FLUJO UNIFORME**

**3.1 Definición del Flujo Uniforme**

**3.2 Establecimiento del Flujo Uniforme**

**3.3 Diversas Fórmulas empíricas para el establecimiento del coeficiente  $C$**

**3.4 Cálculo del Tirante, Velocidad Normal, Pendiente Normal, y Pendiente Crítica**

**3.5 Problemas de Aplicación**

### 3.1 DEFINICIÓN DEL FLUJO UNIFORME

En la sección 1.1.4 se hizo la clasificación del tipo de flujo en la que el flujo uniforme se definió como: el tirante del flujo uniforme no varía con la distancia ( $dy/dx = 0$ ). Esta definición se ampliará en esta sección. La terminología flujo uniforme implica que en todo punto en el campo del fluido en un instante dado en el tiempo, los vectores de velocidad tienen la misma magnitud.

#### 3.1.1 CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO UNIFORME

Para que un flujo se considere uniforme deben existir las siguientes características:

1. La profundidad, el área transversal, la velocidad y el caudal en cada sección del canal deben ser constantes.
2. La línea de energía, la línea de nivel de superficie de agua y el fondo del canal deben ser paralelos, o sea, sus pendientes son iguales,  $I_f = I_w = I_o = I$  (véase figura 1.2.1 del capítulo uno).

El flujo uniforme, para cualquier propósito práctico, se considera como permanente, ya que el flujo no permanente y uniforme no existen prácticamente. Para el flujo en canales y ríos, se considera uniforme, aunque la condición de uniformidad sea muy poco frecuente, debe entenderse que porque los cálculos del flujo uniforme son sencillos y porque éstos aportan resultados satisfactorios.

Cuando el agua circula en un canal abierto, por efecto de la acción de la gravedad, en contornos de contacto entre el fluido y el sólido se origina una fuerza de resistencia que se opone al movimiento y que eventualmente contrarrestará la fuerza de gravedad, si de hecho se produce el flujo uniforme.

### 3.2 ESTABLECIMIENTO DEL FLUJO UNIFORME

En el esquema de variables para la derivación de la ecuación de Chézy (figura 1.6.2), se había iniciado este concepto. Analizando la figura 1.6.2, existe resistencia por el agua cuando el flujo va en dirección aguas abajo, si éste ocurre en un canal abierto. Esta resistencia generalmente se opone a las componentes de la fuerza de gravedad actuando sobre el agua en dirección del movimiento. Si esta resistencia es balanceada por las fuerzas de gravedad, entonces, es cuando se desarrolla el flujo uniforme y su magnitud depende de la velocidad del flujo. Si el agua entra lentamente al canal, la velocidad y la resistencia aumentarán gradualmente hasta alcanzar un balance entre las fuerzas de gravedad y resistencia, a partir de aquí, entonces el flujo se hace uniforme. El tramo aguas arriba que se requiere para el establecimiento del flujo uniforme es conocido como la *zona transitoria*, y en esta zona el flujo es acelerante y variado. Cuando las condiciones de que el canal sea más corto que la longitud transitoria, el flujo uniforme ya no se puede obtener. Debido a esto, la corriente abajo del canal, la resistencia puede volver a ser superada por las fuerzas de gravedad y el escurrimiento puede hacerse otra vez variado.

En la figura 3.2.1 se muestra un canal largo con tres pendientes distintas: subcrítica, crítica y supercrítica. En la pendiente subcrítica (figura 3.2.1a), en la zona transitoria, la superficie del agua es ondulatoria, se ve entonces que en la parte central el flujo es uniforme, pero en los extremos el flujo es variado. En la pendiente crítica (figura 3.2.1b), la superficie del agua del flujo es inestable; aunque en la figura se muestran posibles ondulaciones en la parte central, se asume que el flujo es uniforme porque el promedio de la profundidad del flujo es constante. En la pendiente supercrítica (figura 3.2.1c), en este caso la superficie del agua transitoria pasa del estado subcrítico al estado supercrítico a través de una caída hidráulica gradual. Poco después de la zona transitoria el flujo se acerca a la uniformidad y la profundidad de un flujo uniforme se llama *la profundidad normal*.

La longitud de zona transitoria depende del caudal y las condiciones físicas del canal, tales como, condición de entrada, forma, pendiente y rugosidad. De un punto de vista hidrodinámico, la longitud de zona transitoria no debe ser menor que la longitud requerida para el desarrollo total de la capa límite bajo las condiciones dadas.

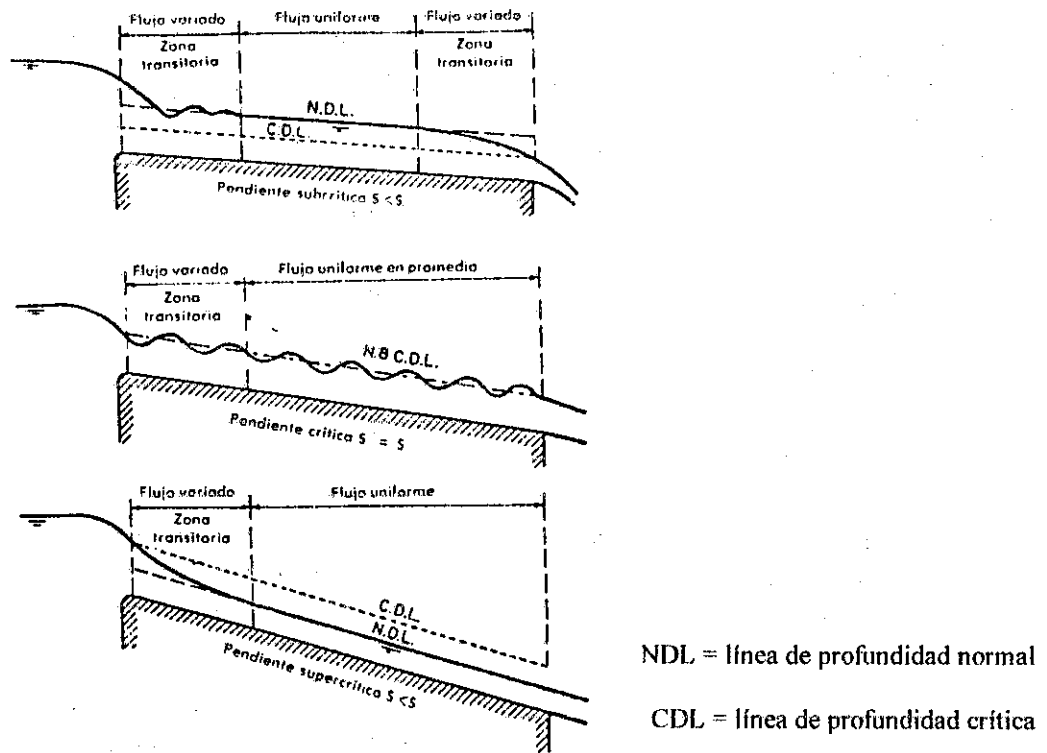


Figura 3.2.1 Establecimiento del flujo uniforme en un canal largo

### 3.3 DIVERSAS FÓRMULAS EMPÍRICAS PARA EL ESTABLECIMIENTO DEL COEFICIENTE $C$

Las fórmulas establecidas para flujo en conductos libres están basadas en la expresión de Chézy.

$$V = C \sqrt{R_H I}$$

$$C = \frac{V}{\sqrt{R_H I}} \rightarrow [m^{1/2}/seg]$$

El coeficiente  $C$  no depende solamente de la naturaleza y estado de las paredes de los conductos, sino también de su propia forma, habiendo fórmulas aún donde va relacionada la pendiente.

A continuación se hará una importante relación entre el coeficiente  $C$ , de la fórmula de Chézy, y el coeficiente de fricción  $f$ , de la expresión de Darcy-Weisbach. La fórmula de Chézy puede escribirse como:

$$V^2 = C^2 R_H I_f$$

Para los conductos circulares, funcionando totalmente, o a media sección, el radio hidráulico es igual a  $D/4$ , entonces

$$V^2 = C^2 \frac{D}{4} I_f$$

$$\frac{D}{4} I_f = \frac{1}{C^2} V^2$$

(3.3.A)

Por otro lado la expresión de Darcy-Weisbach es:

$$h_f = f \frac{LV^2}{2gD}$$

Donde  $I_f = \frac{h_f}{L} = f \frac{V^2}{2gD}$

$$\frac{D}{4} I_f = f \frac{V^2}{8g} \quad (3.3.B)$$

Comparando ahora la expresión 3.3.A y 3.3.B, resulta

$$\frac{1}{C^2} = \frac{f}{8g}$$

Resultando las siguientes relaciones

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (3.3.1)$$

$$f = \frac{8g}{C^2} \quad (3.3.2)$$

### 3.3.1 FÓRMULA DE GANGUILLET-KUTTER O FÓRMULA DE KUTTER(1869)

Los ingenieros Ganguillet y Kutter propusieron la siguiente fórmula para el coeficiente C

$$C = \frac{23 + \frac{0.00155}{I} + \frac{1}{n}}{1 + \frac{n}{R_H} \left( 23 + \frac{0.00155}{I} \right)} \quad (3.3.3)$$

Donde  $I$  = pendiente hidráulica

$n$  = coeficiente de rugosidad y depende de la naturaleza de las paredes.

$R_H$  = radio hidráulico.

El valor de  $n$  varía de 0.012 a 0.015 para alcantarillas funcionando a plena sección o a media sección.

En la tabla 3.3.1 se dan algunos valores del coeficiente  $n$ .

NATURALEZA DE LAS PAREDES	$n$
Mampostería de piedra bruta	0.020
Mampostería de piedras rectangulares	0.017
Mampostería de ladrillos, sin revestido	0.015
Mampostería de ladrillos, revestida	0.012
Canales de concreto, terminación ordinaria	0.014
Canales de concreto, con revestimiento liso	0.012
Canales con revestimiento muy liso	0.010
Canales de tierra en buenas condiciones	0.025
Canales de tierra, con plantas acuáticas	0.035
Canales irregulares y mal conservados	0.040
Conductos de madera cepillada	0.011
Barro (vitrificado)	0.013
Tubos de acero soldado	0.011
Tubos de concreto	0.013
Tubos de hierro fundido	0.012
Tubos de asbesto - cemento	0.011

Tabla 3.3.1 Valores del coeficiente  $n$

Si  $R_H = 1$  en la fórmula, entonces  $C = 1/n$ , o sea no depende de la pendiente  $I$ .

Si  $R_H < 1$  y la pendiente  $I$  aumenta, entonces el coeficiente  $C$  disminuye.

Si  $R_H > 1$  y la pendiente  $I$  aumenta, entonces el coeficiente  $C$  aumenta.

En muchos experimentos han habido muchas contradicciones, por lo que estos resultados no se consideran muy confiables. Más adelante, en una de estas mismas fórmulas, se podrá determinar que existe una que ofrece resultados satisfactorios.

### 3.3.1.1 FÓRMULA SIMPLIFICADA DE KUTTER (1870)

Esta fórmula se aplica únicamente a pendientes mayores a 0.0005.

$$C = \frac{100 \sqrt{R_H}}{(100n - 1) + \sqrt{R_H}} \quad (3.3.4)$$

En la tabla B.2 del apéndice B se presentan algunos valores de  $n$ , que son aplicables para la fórmula de Manning que se desarrollará posteriormente. Estos valores fueron desarrollados por Alfredo Baldini.

### 3.3.2 FÓRMULA DE MANNING (1890)

La fórmula de Manning resultó de una simplificación de la fórmula de Ganguillet y Kutter, la cual es:

$$C = \frac{1}{n} R_H^{1/6} \quad (3.3.5)$$

De donde

$$V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (3.3.6)$$

De la expresión de Chézy.

Dejando la fórmula 3.3.6 en función del diámetro, para conductos que funcionan a sección llena, ésta se simplifica a:

$$V = \frac{0.397}{n} D^{2/3} I^{1/2} \quad (3.3.7)$$

$$Q = \frac{0.312}{n} D^{4/3} I^{1/2} \quad (3.3.8)$$

Y los valores de  $n$  son los mismos de Kutter que se establecen en la tabla B.1 del apéndice B.

Esta fórmula además de ser utilizada para conductos libres, se usa también para conductos forzados. No sólo por su sencillez, sino por la influencia de la técnica norteamericana, es la más utilizada en nuestros países.

### 3.3.3 FÓRMULA DE BAZIN (1897)

Esta fórmula es una expresión usada especialmente en países latinos.

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_H}}} \quad (3.3.9)$$

Donde  $\gamma$  = coeficiente que depende de la naturaleza de las paredes.

$R_H$  = radio hidráulico.

Bazin estableció seis categorías de paredes que se muestran en la tabla 3.3.2

Las primeras tres categorías están referidas a los conductos artificiales y obras de arte; las siguientes corresponden a los canales y los cursos de agua.

La fórmula de Bazin, resulta en la práctica (con los seis coeficientes por el autor), ser deficiente para desarrollar correctamente la variedad de clases y paredes.

El manual de H.W. King incluye una tabla con las condiciones de la práctica, está basada en la fórmula de Bazin y es de gran utilidad en proyecto de alcantarillas.

CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	$\gamma$
1a.	canales y tubos extraordinariamente lisos	0.06
2a.	conductos comunes; alcantarillas	0.16
3a.	mampostería de piedra bruta	0.46
4a.	paredes mixtas (parte revestida y parte sin revestir)	0.85
5a.	canales en tierra	1.30
6a.	canales presentando gran consistencia al flujo	1.75

Tabla 3.3.2 Valores del coeficiente  $\gamma$ , según Bazin

### 3.3.4 FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS (1920)

Esta fórmula fue presentada para el estudio de conductos cerrados.

$$V = 0.355CD^{0.63}I^{0.54}$$

Haciendo  $I_r = I$

$$\frac{1}{4}D = R_H, \quad D = 4 \cdot R$$

Se llega a la siguiente ecuación:

$$V = 0.85C R_H^{0.63} I_r^{0.54} \quad (3.3.10)$$

Donde  $V$  = velocidad media

$C$  = coeficiente que depende de las condiciones de la superficie interna de los conductos.

$R_H$  = radio hidráulico.

$I$  = pendiente.

### 3.3.5 FÓRMULA DE GAUCKLER-STRICKLER (1923)

Ésta es una fórmula análoga a la fórmula de Manning, la cual se escribe:

$$V = K R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (3.3.11)$$

Donde  $K$  = coeficiente

Igualando la expresión 3.3.11 a la expresión de Chézy se obtiene:

$$C = K R_H^{1/6} \quad (3.3.12)$$

Los valores de  $K$  se dan en la tabla 3.3.3

DESCRIPCIÓN	$K$
Canales de concreto, no revestidos	53 - 57
Canales revestidos, bien ejecutados	80 - 90
Conductos extraordinariamente lisos	90 - 95
Canales mal conservados	40 - 50
Conductos excavados en roca	25 - 35
Canales en tierra	30 - 40
Ríos y arroyos	20 - 30
Alcantarillas	70 - 80
Túneles revestidos de concreto bien determinado	80 - 90
Túneles abiertos en rocas y revestidos a volteo	30 - 50

Tabla 4.3.3 Valores de  $K$  de la fórmula de Gauckler-Strickler

### 3.3.6 FÓRMULA DE FORCHHEIMER (1923)

Esta fórmula está basada también en la fórmula de Manning (1890). Forchheimer logró establecer que la fórmula de Manning podía modificarse, esto, después de haber hecho un considerable número de investigaciones respecto al flujo en conductos libres en canales grandes y pequeños, y la conclusión fue la siguiente:

$$V = \frac{1}{n} R_H^{0.7} I^{1/2} \quad (3.3.13)$$

Sustituyendo esta ecuación en la expresión de Chézy, se obtiene:

$$C = \frac{1}{n} R_H^{1/5} \quad (3.3.14)$$

donde el coeficiente  $n$  tiene valores idénticos a los de la fórmula de Ganguillet y Kutter. Según Schoklitseh, esta última fórmula (ecuación 4.3.14) ha dado resultados muy satisfactorios.

### 3.3.7 FÓRMULA DE PAVLOVSKII (1925)

Esta fórmula es la que en hidráulica ha proporcionado mejores resultados, la cual es:

$$C = \frac{1}{n} R_H^y \quad (3.3.15)$$

donde  $y$  depende de  $R_H$  y  $n$

$C$  = factor de resistencia en la fórmula de Chézy

$$y = 2.5 \sqrt{n} - 0.13 - 0.75 \sqrt{R_H} (\sqrt{n} - 0.10) \quad (3.3.16)$$

Esta fórmula es válida cuando  $0.1 \leq R_H \leq 3.0\text{m}$  y  $0.011 \leq n \leq 0.040$

Para propósitos prácticos se sugiere utilizar otras expresiones derivadas de la ecuación 3.3.16 en forma aproximada

$$y = 1.5 \sqrt{n} \quad \text{para } R_H < 1.00\text{m} \quad (3.3.17)$$

$$y = 1.3 \sqrt{n} \quad \text{para } R_H > 1.00\text{m} \quad (3.3.18)$$

### 3.3.8 FÓRMULA UNIVERSAL PARA CANALES (1940)

Quien propuso esta fórmula fue Powel, a través de estudios y experiencias realizadas alrededor de 1940. Esta expresión es semejante a las que fueron establecidas para tuberías por Nikuradse y von Karman.

$$C = \alpha \text{Log} \frac{R_H}{K} + \beta \quad (3.3.19)$$

Los valores de  $C$  dependen del número de Froude, según otros estudios realizados.

La expresión general de Karman-Prendtl para conductos rugosos es:

$$\frac{1}{f} = 2 \text{Log} \frac{4R_H}{K} + 1.14$$

y considerando que  $C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$ , ecuación 3.3.1, se obtiene

$$C = 17.7 \text{Log} \frac{4R_H}{K} + 10.09 \quad (3.3.20)$$

Y este valor se aplica a la expresión de Chézy.  $V = \sqrt{R_H} I$

Donde  $K$  = rugosidad equivalente del conducto.

- Para paredes de concreto extraordinariamente lisas  
 $0.0003 \leq K \leq 0.0008$
- Para paredes de concreto con revestimiento normal  
 $0.0010 \leq K \leq 0.0015$

### 3.4 CÁLCULO DEL TIRANTE, VELOCIDAD NORMAL, PENDIENTE NORMAL, Y PENDIENTE CRÍTICA

#### 3.4.1 CÁLCULO DEL TIRANTE Y VELOCIDAD NORMAL

La profundidad y velocidad normal se pueden calcular por una fórmula de flujo uniforme. En secciones anteriores de este capítulo se hicieron definiciones sobre flujo uniforme, las ecuaciones que se emplean para su cálculo, y algunas metodologías para determinar el coeficiente de rugosidad. La ecuación conocida de Manning es:

$$V = \frac{\phi}{n} R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (3.4.1)$$

Sabiendo que  $Q=VA$ , y sustituyendo en la ecuación anterior

$$Q = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} I^{1/2} \quad (3.4.2)$$

Donde el parámetro  $A R_H^{2/3}$  recibe el nombre de *factor de sección*.

$$K = \frac{\phi}{n} A R_H^{2/3} \quad (3.4.3)$$

Que es por definición la conducción de un canal. Cuando hay incremento en el tirante, el parámetro  $A R_H^{2/3}$  también se incrementa.

Haciendo un análisis de las ecuaciones 3.4.1 y 3.4.2, la velocidad uniforme promedio está en función de:

1. La forma del canal.
2. El coeficiente de resistencia (rugosidad).
3. La pendiente longitudinal del canal.
4. El tirante del flujo.

O sea:

$$Q = f(\Gamma, n, I, y_N) \quad (3.4.4)$$

Donde  $\Gamma$  = factor de forma  
 $y_N$  = tirante normal de flujo.

Cuando cuatro de las cinco variables son conocidas entonces puede estimarse fácilmente la quinta variable. Pero si la quinta variable fuera el tirante normal, se emplearán tres métodos de solución utilizando la fórmula de Manning.

##### 3.4.1.1 MÉTODO ALGEBRAICO

Para canales con secciones simples, las condiciones de flujo uniforme se pueden determinar con una solución algebraica. Si se conocen  $Q, \Gamma, I$  y  $n$ , se puede reagrupar la ecuación 3.4.2 para obtener:

$$A R_H^{2/3} = \frac{nQ}{\phi \sqrt{I}} \quad (3.4.5)$$

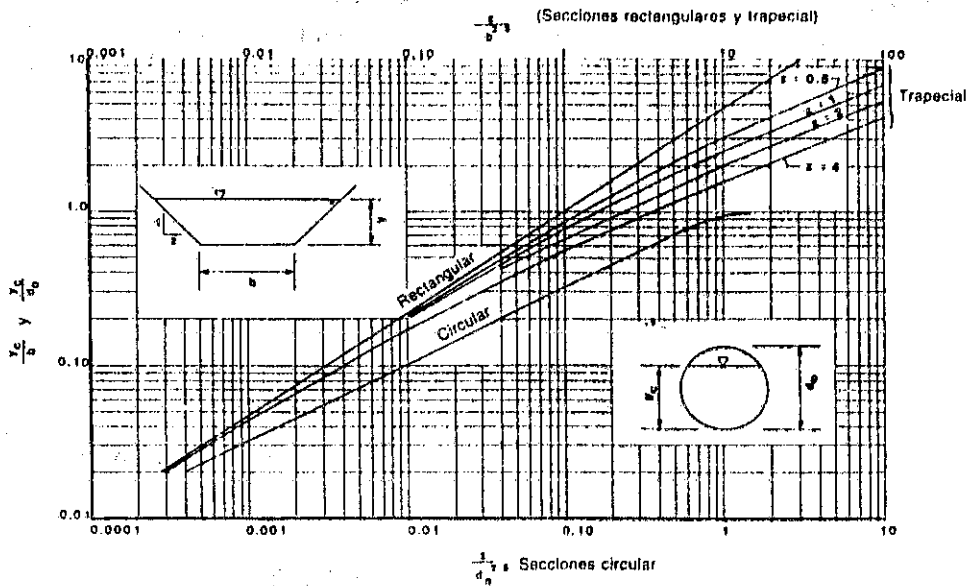
Donde  $A R_H^{2/3}$  es el factor de sección, que es una función de la forma del canal, y el lado derecho de la ecuación es una constante.



La aproximación más directa para encontrar  $y_N$  es una solución por tanteos de la ecuación 4.4.5. En la sección final de este capítulo (sección 4.5, problemas de aplicación) se aplicará éste y los siguientes métodos.

### 3.4.1.2 MÉTODO GRÁFICO

Un segundo método para obtener la solución de este problema es construir una gráfica del factor de sección contra el tirante del flujo. Se ha visto que es conveniente hacer uso de este método para canales de sección complicada y condiciones de flujo variable, aunque tiene la desventaja de poder utilizarlo si se tiene un gran número de problemas para resolver, y el enfoque tiene que ser de otra forma.



Gráfica 3.4.1 Curvas adimensionales para determinar el tirante normal conocido el factor de sección

### 3.4.1.3 MÉTODO GRÁFICO DE DISEÑO

El gráfico de diseño para determinar la profundidad normal (gráfica 3.4.1) puede usarse con gran facilidad. Se diseñó esta gráfica con el objeto de simplificar los cálculos del tirante normal, está preparada para canales rectangulares, circulares, trapezoidales. Son curvas adimensionales para el factor de sección en función del tirante y proporcionan soluciones a los problemas para calcular el tirante normal.

## 3.4.2 CÁLCULOS DE LA PENDIENTE NORMAL Y CRÍTICA

Cuando  $Q$ ,  $n$ ,  $y_N$  y la sección del canal se conocen, entonces la ecuación 3.4.2 se escribe como:

$$I = \left( \frac{nQ}{\phi A R_H^{2/3}} \right)^2 \tag{3.4.6}$$

si en esta ecuación la pendiente es normal en el flujo, por definición, ésta es la *pendiente normal*  $I_n$ .

Si se varía la pendiente de un canal a cierto valor, es posible encontrar una pendiente para la que se presente el flujo normal en estado crítico, o sea  $F=1$ . Por definición la pendiente que se obtiene en estas condiciones se llama *pendiente crítica*  $I_c$  y también *pendiente normal*  $I_n$ , y la profundidad normal es la correspondiente a la profundidad crítica. La pendiente crítica menor a una forma del canal, caudal y rugosidad dados es llamada *pendiente crítica límite*  $I_{lc}$ .

Ajustando el caudal y la pendiente se puede obtener un flujo uniforme crítico para una profundidad normal dada, a esta pendiente se le denomina *pendiente crítica para una dada profundidad normal*  $I_{cn}$ .

En la sección siguiente se ilustran varios ejemplos de este tipo de análisis.

### 3.5 PROBLEMAS DE APLICACIÓN

#### EJEMPLO 3.5.1

Determinar las descargas normales en canales teniendo las secciones siguientes para  $y = 2\text{m}$ ,  $n = 0.015$  e  $I = 0.020$

- Una sección rectangular de 6m de ancho.
- Una sección triangular con ángulo en el fondo igual a  $60^\circ$ .
- Una sección trapezoidal con un fondo de ancho de 6m y pendiente de talud  $m = 2$ .

#### SOLUCIÓN

a)  $Q = AV$

$$Q = AR_H^{2/3} I^{1/2} \text{ de Manning}$$

$$A = by = 12\text{m}^2$$

$$P_M = b + 2y = 10\text{m}$$

$$R_H = A / P_M = 1.20\text{m}$$

Con estos resultados, sustituimos los valores en la ecuación de Manning,

$$Q = \frac{1}{0.015} (12)(1.20)^{2/3} \sqrt{0.020}$$

$$Q = 40.40 \text{ m}^3/\text{seg}$$

b)  $\text{Sen } 30^\circ = B / 2$

$$B = 2\text{m}$$

$$A = \frac{1}{2} (2)(2) = 2\text{m}^2$$

$$P_M = 2 \sqrt{1^2 + 2^2} = 4.47\text{m}$$

$$R_H = A / P_M = 0.45\text{m}$$

$$Q = \frac{1}{0.015} (2)(0.45)^{2/3} \sqrt{0.020}$$

$$Q = 3.50 \text{ m}^3/\text{seg}$$

c)  $A = y(b + 2y) = 20 \text{ m}^2$

$$P_M = b + 2y \sqrt{1 + m^2} = 14.94 \text{ m}$$

$$R_H = A / P_M = 1.34 \text{ m}$$

$$Q = \frac{1}{0.015} (20)(1.34)^{2/3} \sqrt{0.020}$$

$$Q = 72.48 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Para la solución de estos problemas, se determinan los elementos geométricos de la sección transversal del canal y posteriormente se utilizó la ecuación de Manning para calcular el caudal  $Q$ .

Como inquietud, se puede determinar lo siguiente: con los mismos elementos geométricos, calcular qué tipo de sección transversal es la que tiene una mayor capacidad de conducir agua.

## **CAPÍTULO IV**

### **FLUJO GRADUALMENTE VARIADO**

**4.1 Clasificación de los perfiles de flujo gradualmente variado: suposición y conceptos básicos**

**4.2 Aplicaciones Prácticas**

**4.3 Ejemplos de cálculo del Flujo Gradualmente Variado**

## 4.1 CLASIFICACIÓN DE LOS PERFILES DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO: SUPOSICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS

En la sección 1.1.4 se inició la definición de este tipo de flujo. El flujo gradualmente variado es el flujo permanente cuya profundidad varía gradualmente a lo largo de la longitud del canal. Esta definición significa lo siguiente:

1. El flujo es permanente, o sea que las características hidráulicas del flujo permanecen constantes en el intervalo del tiempo.
2. Las líneas de corriente son paralelas, o sea que la distribución hidrostática de presión prevalece sobre la sección del canal.

La definición del flujo gradualmente variado data desde el siglo dieciocho, y todas las teorías desarrolladas se apoyan sobre las siguientes suposiciones básicas.

### 4.1.1 SUPOSICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS

1. La pérdida de carga en una sección es la misma para un flujo uniforme, teniendo el mismo radio hidráulico y velocidad media.

De acuerdo a esta suposición, se puede utilizar la fórmula de flujo uniforme para evaluar la pendiente de energía de un flujo gradualmente variado en una sección del canal dada, y el coeficiente de rugosidad desarrollado para flujo uniforme es aplicable al flujo variado. En términos de la ecuación de Manning, resulta:

$$I_f = \frac{n^2 V^2}{\phi^2 R_H^{4/3}} \quad (4.1.1)$$

Esta suposición no ha sido aún comprobada por experimentos o teoría, pero los errores se cree que sean pequeños comparados con el empleo de la ecuación de Manning en la estimación del coeficiente de rugosidad. Esta suposición tal vez es más precisa para el flujo variado donde la velocidad aumenta que donde la velocidad disminuye, porque en un flujo de velocidad creciente, la pérdida de energía es primordialmente el resultado de efectos friccionales, mientras que en el flujo de velocidad decreciente pueden tenerse pérdidas por remolinos de gran escala.

2. La pendiente del canal es pequeña; entonces:

La pendiente del flujo es la misma si se usa una dirección vertical o normal con respecto al fondo del canal.

El factor de corrección de la presión  $\cos\theta$  es igual a la unidad.

No existe arrastre de aire. En caso contrario el cálculo puede hacerse suponiendo que no existe arrastre y corregirlo al final.

3. El canal es prismático, o sea el canal tiene alineamiento y forma constante.
4. La distribución de velocidad en el canal es fija. Así el coeficiente de corrección de energía cinética,  $\alpha$ , es constante.
5. El factor de transporte  $K$  y el factor de sección  $Z$  son funciones exponenciales de la profundidad del flujo.
6. El coeficiente de rugosidad no depende de la profundidad del flujo y es constante a través del tramo del canal.

### 4.1.2 ECUACIÓN DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

En la figura 4.1.1 se considera un perfil del flujo gradualmente variado, en una longitud  $dx$  de un canal abierto. La altura total en 1 sobre el plano de referencia es:

$$H = z + d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (2.1.1)$$

Suponiendo  $\theta$  y  $\alpha$  constantes a lo largo del canal, tomando el fondo del canal como el eje  $x$  y derivando la ecuación 2.1.1 con respecto a  $x$ , se obtiene:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos \theta \frac{dd}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left[ \frac{V^2}{2g} \right] \quad (4.1.1)$$

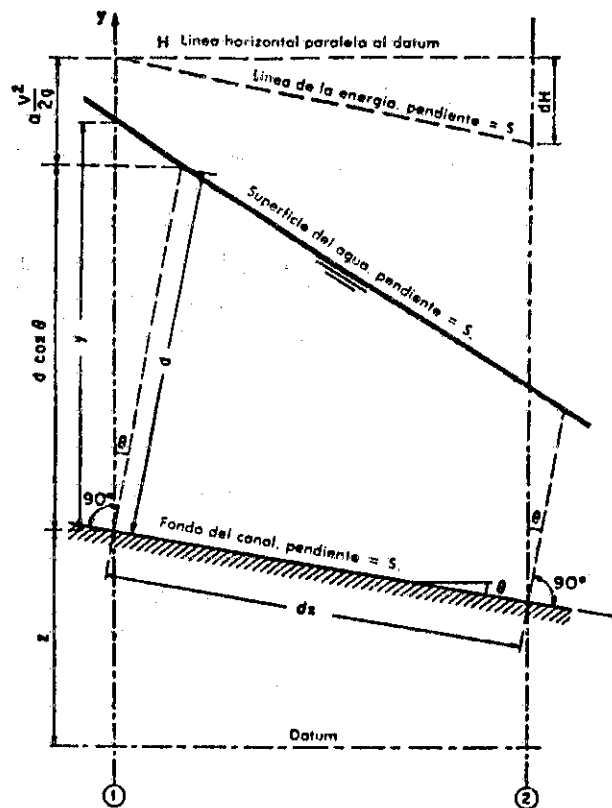


Figura 4.1.1 Derivación de la ecuación del flujo gradualmente variado.

En la figura 4.1.1 la pendiente de la línea de energía es  $I_r = -dH/dx$ , y la pendiente del fondo del canal es  $I_o = -dz/dx$ , sustituyendo estas pendientes en la ecuación 4.1.1 y despejando  $dd/dx$ , resulta:

$$\frac{dd}{dx} = \frac{I_o - I_r}{\cos \theta + \alpha d(V^2/2g)/dd} \quad (4.1.2)$$

Ésta es la ecuación del flujo gradualmente variado y representa la pendiente de la superficie del agua con respecto al fondo del canal.

En la ecuación 4.1.2, para valores pequeños de  $\theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$ ,  $d \approx y$  y  $dd/dx \approx dy/dx$ , la ecuación 4.1.2 queda entonces:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I_o - I_r}{1 + \alpha d(V^2/2g)/dy} \quad (4.1.3)$$

Donde  $\alpha d(V^2/2g)/dy =$  cambio de altura de velocidad.

$\alpha =$  se supone constante de sección a sección a lo largo del tramo del canal.

El término altura de velocidad se expresa como sigue, si  $V = Q/A$ , siendo  $Q$  constante y  $dA/dy = B$ , entonces

$$\alpha \frac{d}{dy} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = \alpha \frac{Q^2 dA^2}{2g dy} = -\alpha \frac{Q^2 dA}{gA^3 dy} = -\alpha \frac{Q^2 B}{gA^3} \quad (4.1.4)$$

La ecuación 4.1.3 se puede escribir de otra forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I_o - I_f}{1 - \alpha \frac{Q^2 B}{gA^3}} \quad (4.1.5)$$

recordar que  $F^2 = \alpha \frac{Q^2 B}{gA^3}$ , la ecuación 4.1.5 resulta:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I_o - I_f}{1 - F^2} \quad (4.1.6)$$

En este capítulo se buscarán soluciones para esta ecuación cuando  $I_f \neq I_o$ . En el capítulo dos se determinaron soluciones para el caso especial cuando  $I_f = 0$ .

La ecuación 4.1.4 se puede escribir de otra forma, si  $Z = \sqrt{A^3/B}$

$$\alpha \frac{d}{dy} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = -\alpha \frac{Q^2}{gZ^2} \quad (4.1.7)$$

La ecuación 2.2.12 resulta, suponiendo que un flujo crítico de descarga igual a  $Q$  ocurre en la sección

$$Q = Z_c \sqrt{g/\alpha} \quad (4.1.8)$$

Donde  $Z_c =$  factor de sección para cálculos de flujo crítico para el caudal  $Q$  a la profundidad  $y_c$ .

$Z$  es calculado para el caudal  $Q$  a una profundidad  $y$  para el flujo gradualmente variado, el cambio  $Z_c$  es el factor de sección, pero considerando que el flujo sea crítico. Sustituyendo la ecuación 4.1.8 en la ecuación 4.1.7, queda:

$$\alpha \frac{d}{dy} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = -\frac{Z_c^2}{Z^2} \quad (4.1.9)$$

#### 4.1.3 CARACTERÍSTICAS Y CLASIFICACIÓN DE LOS PERFILES DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Antes de analizar los perfiles de flujo gradualmente variado se necesita desarrollar un método para clasificar los perfiles que se pueden presentar en un canal dado. La ecuación 4.1.1 se puede escribir para un canal de forma arbitraria como sigue:

$$I_f = \frac{n^2 Q^2 P_M^{4/3}}{\phi^2 A^{10/3}} \quad (4.1.10)$$

sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 4.1.5

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I_o - \left( n^2 Q^2 P_M^{4/3} / \phi^2 A^{10/3} \right)}{1 - \left( \alpha Q^2 B / gA^3 \right)} \quad (4.1.11)$$

donde  $Q$ ,  $F$  e  $I_f$  son funciones del tirante  $y$ , dado que  $P = B$ ,  $F$  e  $I_f$  variarán casi en la misma forma que  $y$  en un canal ancho. Cuando exista aumento en el tirante  $y$ , habrá una disminución de  $F$  e  $I_f$ . Se define que  $I_f = I_o$  cuando  $y = y_N$ , por lo que debe cumplirse el siguiente juego de desigualdades:

$$I_f \gg I_o \text{ correspondiente a } y \diamond y_N \quad (4.1.12)$$

$$F \gg 1 \text{ correspondiente a } y \diamond y_c \quad (4.1.13)$$

Para el caudal y condiciones del canal, dadas las líneas de profundidad normal y crítica, estas desigualdades dividen al canal en tres secciones en la dimensión vertical (figura 4.1.2).

Zona 1: El espacio sobre la línea superior.  $y > y_N > y_c$ ;  $I_o > I_c$ ,  $F < 1$ ; por lo tanto  $dy/dx > 0$ .

Zona 2: El espacio entre las dos líneas.  $y_N > y > y_c$ ;  $I_o < I_c$ ,  $F < 1$ ; por lo tanto  $dy/dx < 0$ .

Zona 3: El espacio de la línea inferior.  $y_N > y_c > y$ ;  $I_o < I_c$ ,  $F > 1$ ; por lo tanto  $dy/dx > 0$ .

En la figura 4.1.2 se aprecian trece diferentes tipos de perfiles de acuerdo a la naturaleza del canal y la zona en la cual la superficie del flujo cae. Éstos se designan como H2, H3; M1, M2, M3; C1, C2, C3; S1, S2, S3; y A2, A3; donde la letra designa la pendiente y el número representa la zona. Así entonces: H para pendiente horizontal, M para moderada (subcrítica), C para crítica, S para pronunciada (supercrítica) y A para adversa. De los trece tipos de perfiles uno (C2), es para flujo crítico y los restantes para flujo gradualmente variado. Las características de estos perfiles se presentan en la tabla 4.1.1 y los tipos de perfiles en las figuras 4.1.2.

Pendiente del canal	Designación del perfil			Relación relativa de $y$ a $y_N$ y $y_c$	Tipo de curva	Tipo de flujo
	Zona 1	Zona 2	Zona 3			
Suave $0 < I_o < I_c$	M1			$y > y_N > y_c$	Remanso	Subcrítico
		M2		$y_N > y > y_c$	Caída	Subcrítico
			M3	$y_N > y_c > y$	Remanso	Supercrítico
Crítica $I_o = I_c > 0$	C1			$y > y_c = y_N$	Remanso	Subcrítico
		C2		$y_c = y = y_N$	Paralela al fondo del canal	Uniforme-crítico
			C3	$y_c = y_N > y$	Remanso	Supercrítico
Fuerte $I_o > I_c > 0$	S1			$y > y_c > y_N$	Remanso	Subcrítico
		S2		$y_c > y > y_N$	Caída	Supercrítico
			S3	$y_c > y_N > y$	Remanso	Supercrítico
Horizontal $I_o = 0$	Ninguna					
		H2		$y_N > y > y_c$	Caída	Subcrítico
			H3	$y_N > y_c > y$	Remanso	Supercrítico
Adversa $I_o < 0$	Ninguna					
		A2		$+y_N > y > y_c$	Caída	Subcrítico
			A3	$+y_N > y_c > y$	remanso	Supercrítico

Tabla 4.1.1 Tipos de perfiles de flujo

A continuación se describen las diversas posibilidades de perfiles, y se ejemplifican donde ocurren los mismos.

#### 4.1.3.1 PERFILES M: $I_o < I_c$ y $y_N > y_c$

El perfil M1 es la curva mejor conocida y es el perfil más importante desde el punto de vista práctico. Éste ocurre cuando en un canal largo de pendiente moderada, el extremo aguas abajo está sumergido en un embalse a una profundidad mayor que la profundidad normal del flujo en canal. El extremo aguas arriba de la curva es tangente a la superficie horizontal del embalse, ya que  $dy/dx = 0$ , cuando  $y = y_N$ , y el extremo aguas abajo es tangente a la superficie horizontal del embalse, ya que  $dy/dx = I_o$ , cuando  $y = \alpha$ . Como ejemplo de este tipo de perfiles se puede mencionar, el perfil detrás de una represa de un río natural, y el perfil en un canal uniendo dos embalses.

El perfil M2 se da cuando el fondo de un canal en el extremo aguas abajo está sumergido en un embalse a una profundidad menor que la profundidad normal. En el extremo aguas arriba  $dy/dx = 0$ , cuando  $y = y_N$ . En el extremo aguas abajo  $dy/dx = \alpha$ , para  $y = y_c$ , si la cantidad de sumergencia es menor que la profundidad crítica, entonces el flujo terminará abruptamente. Esto da lugar a una caída hidráulica. Como ejemplo, el perfil en el lado aguas arriba de un sorpresivo ensanchamiento de la sección transversal de un canal, y el perfil en un canal orientado hacia un embalse.

El perfil M3 se presenta aguas arriba del canal, a una pendiente vertical o de ángulo agudo y termina en un salto hidráulico aguas abajo. Ejemplos del perfil M3 son: el perfil en una corriente debajo de una compuerta de fondo y el perfil en un cambio de pendiente pronunciada a moderada.

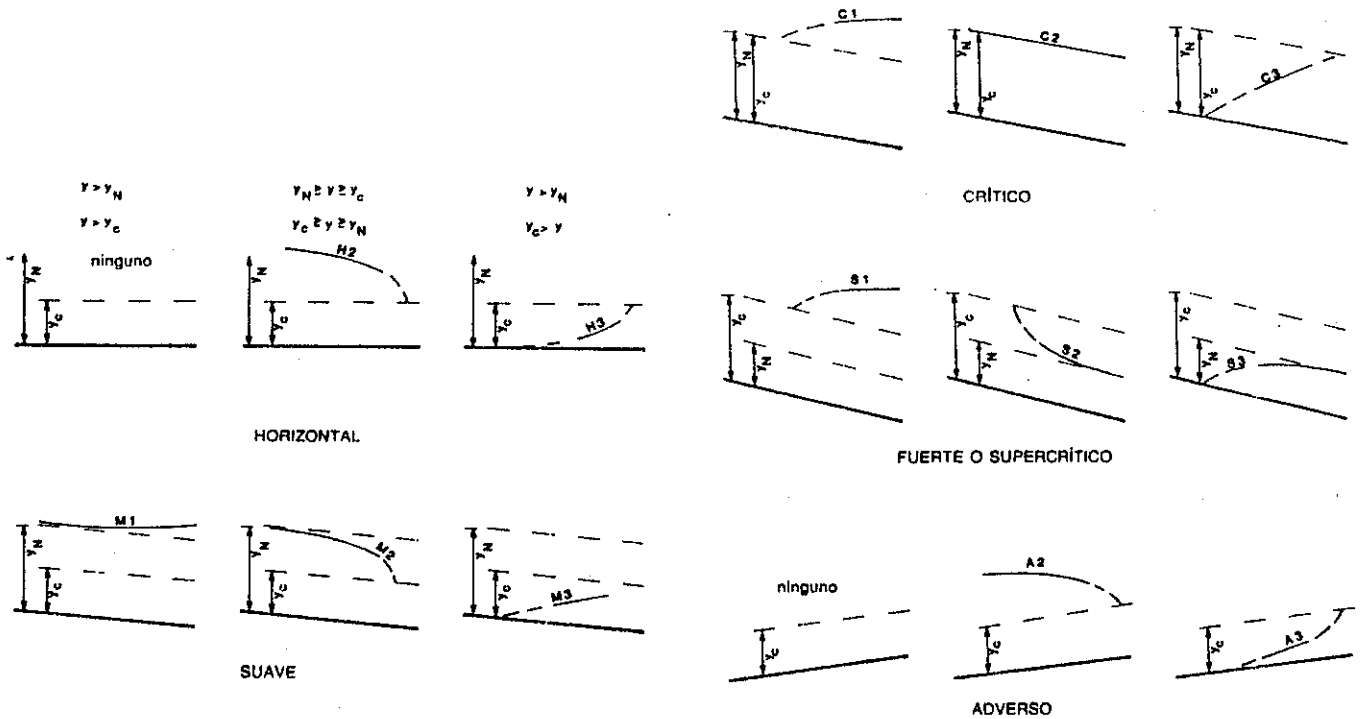


Figura 4.1.2 Sistema de clasificación de los perfiles del flujo gradualmente variado.

4.1.3.2 PERFILES S:  $I_0 > I_c$  y  $y_N < y_c$

El perfil S1 comienza con un salto aguas arriba y termina aguas abajo, tangente al nivel horizontal. Como ejemplo: los perfiles del flujo detrás de un dique en un canal muy inclinado y en un canal inclinado vaciándose en un lago de gran elevación.

El perfil S2 es una curva rápida que comúnmente es muy corta. Es una transición entre una caída hidráulica y el flujo uniforme, ya que comienza aguas arriba con una pendiente vertical a la profundidad crítica y es tangente a la línea de profundidad normal aguas abajo. Como ejemplo: los perfiles que se forman abajo de un ensanchamiento de la sección del canal y cuando el canal cambia de gran pendiente a inclinada.

El perfil S3 es también transicional ya que conecta un flujo supercrítico con la profundidad normal. Ejemplo: el cambio de pendiente en un canal de inclinada a moderadamente inclinada y el perfil debajo de una compuerta con la profundidad del flujo entrante menor que la profundidad normal sobre una pendiente empinada.

4.1.3.3 PERFILES C:  $I_0 = I_c$  y  $y_N = \infty$

El perfil C1 es asintótico a una línea horizontal. Ejemplo: un canal que cambia de pendiente crítica a pendiente suave.

El perfil C3 conecta un flujo supercrítico en una pendiente crítica.



#### 4.1.3.4 PERFILES H: $I_0 = 0$ y $y_N = \infty$

Éstos se consideran como un caso límite de los perfiles M cuando la pendiente del canal en el fondo del canal se hace horizontal. El perfil H2 se encuentra aguas arriba de una caída libre, mientras el perfil H3 conecta un flujo supercrítico bajo una compuerta con un nivel en vaso.

#### 4.1.3.5 PERFILES A: $I_0 < 0$

Este tipo de perfiles se presenta con poca frecuencia. Los perfiles A2 y A3 son similares a los perfiles H2 y H3 respectivamente.

En resumen se pueden hacer los siguientes apuntes respecto a los perfiles de flujo gradualmente variado:

1. El signo de  $dy/dx$  se puede determinar mediante las ecuaciones 4.1.11 a 4.1.13.
2. El perfil se acerca en forma asintótica al tirante normal.
3. Cuando el perfil de la superficie del agua se acerca al tirante crítico, lo atraviesa en un ángulo grande, pero finito.
4. Todos los perfiles de flujo gradualmente variado ejemplifican el principio de que los flujos subcríticos están controlados desde aguas abajo y los supercríticos desde aguas arriba.
5. En canales con pendientes horizontales y adversas, la terminología tirante normal no tiene ningún significado, dado que el tirante normal es negativo o imaginario.

### 4.1.4 CÁLCULO DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

En esta sección se definirán varios métodos para determinar el perfil del flujo gradualmente variado, o sea la variación del tirante con la distancia. Estos métodos se reducen de una integración de la ecuación 4.1.6. Existen ya, varias técnicas para la solución de esta integral, aunque un método puede ser mejor que el otro, el lector podrá analizar detenidamente el problema antes de proceder a elegir un procedimiento de cálculo.

#### 4.1.4.1 CANALES UNIFORMES

En el caso de estos canales, se puede plantear una solución tabular de la ecuación de flujo gradualmente variado.

$$\frac{dE}{dx} = I_0 - I_f = I_0 - \frac{n^2 V^2}{\phi^2 R_H^{4/3}} \quad (4.1.14)$$

en forma de diferencias finitas:

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{\Delta(y + V^2/2g)}{\Delta x} = I_0 - \frac{n^2 V^2}{\phi^2 R_H^{4/3}} \quad (4.1.15)$$

$\Delta x$  es la última variable que no es función del tirante  $y$ . Entonces la ecuación 4.1.15 puede escribirse de otra forma resolviendo para  $\Delta x$ , seleccionando valores de  $y$ , calculando  $V$  y  $R_H$ .

$$\Delta x = \frac{\Delta(y + V^2/2g)}{I_0 - \left( \frac{n^2 V^2}{\phi^2 R_H^{4/3}} \right)_m} \quad (4.1.16)$$

Donde  $m$  = valor medio sobre el intervalo bajo consideración. Éste es el método conocido como *método del paso directo*. La dificultad es que  $\Delta E$  o  $\Delta(y + V^2/2g)$  es pequeña comparada entre dos números relativamente grandes. El problema se resuelve usando la ecuación 2.1.7 en forma de diferencias finitas:

$$\Delta E = \Delta y(1 - F^2) \quad (4.1.17)$$

sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 4.1.16, resulta:

$$\Delta x = \frac{\Delta y(1 - F^2)_m}{I_0 - \left( \frac{n^2 V^2}{\phi^2 R_H^{4/3}} \right)_m} \quad (4.1.18)$$

Un segundo método para determinar el perfil del flujo gradualmente variado es por integración directa de la ecuación 4.1.16, en esta ecuación el número de Froude se define como:

$$F^2 = \alpha \frac{Q^2 B}{g A^3}$$

Sustituyendo la definición de  $Z$  (factor de sección) en la definición del número de Froude, resulta:

$$F^2 = \frac{Z_c^2}{Z^2} \quad (5.1.9)$$

La pendiente de fondo del canal y la energía se pueden representar en términos del factor de sección, definido en la ecuación 3.4.3:

$$I_o = \frac{Q^2}{K_N^2} \quad (4.1.19)$$

$$I_f = \frac{Q^2}{K^2} \quad (4.1.20)$$

Donde  $K$  = valor numérico del factor de forma cuando el flujo se presenta con un tirante  $y$ .  
 $K_N$  = se calcula con un caudal como si el flujo se presentara con el tirante normal  $y_N$ .

Sustituyendo las ecuaciones 4.1.9, 4.1.19 y 4.1.20 en la ecuación 4.1.6 se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = I_o \left[ \frac{1 - (K_N/K)^2}{1 - (Z_c/Z)^2} \right] \quad (4.1.21)$$

Esta ecuación debe resolverse por integración directa, es necesario que  $(K_N/K)^2$  y  $(Z_c/Z)^2$  estén en función del tirante. Siendo el factor de sección función de la pendiente del canal y  $y$ , se supone que:

$$Z^2 = C y^M \quad (4.1.22)$$

Donde  $C$  = coeficiente.  
 $M$  = exponente hidráulico para flujo crítico.

Tomando el logaritmo a ambos lados de la ecuación 4.1.22 y luego derivando respecto a  $y$ , se obtiene:

$$\frac{d(\ln Z)}{dy} = \frac{M}{2y} \quad (4.1.23)$$

De igual forma con la ecuación 2.2.11, resulta:

$$\frac{d(\ln Z)}{dy} = \frac{3}{2} \frac{B}{A} - \frac{1}{2B} \frac{dB}{dy} \quad (4.1.24)$$

Combinando las ecuaciones 4.1.23 y 4.1.24 y se resuelve para  $M$ :

$$M = \frac{y}{A} \left( 3B - \frac{A}{B} \frac{dB}{dy} \right) \quad (4.1.25)$$

Cuando se supone que el factor de forma también es función del tirante, entonces:

$$K^2 = C' y^N \quad (4.1.26)$$

donde  $C'$  = coeficiente  
 $N$  = exponente hidráulico para cálculos de flujo uniforme.  
 $N$  depende si el factor de forma se expresa en función de la  $n$  de Manning o la  $C$  de Chézy.

Con un procedimiento similar empleado para determinar  $M$ ,

$$N = \frac{2y}{3A} \left( 5B - 2R_H \frac{dP}{dy} \right) \quad (4.1.27)$$

En la tabla 4.1.1 se resumen las expresiones para el cálculo de  $M$  y  $N$ .

	M	N
Rectangular	3.0	3 1/3
Trapezoidal	$\frac{3[1 + 2m(y/b)]^2 - 2m(y/b)[1 + m(y/b)]}{[1 + 2m(y/b)][1 + m(y/b)]}$	$\frac{10[1 + 2m(y/b)]}{3[1 + m(y/b)]} - \frac{8(y/b)/1 + m^2}{3[1 + 2(y/b)/1 + m^2]}$
Triangular	5.0	16/3

Tabla 4.1.1 Valores de M y N para canales rectangulares, trapezoidales y triangulares

#### 4.1.4.2 CANALES NO PRISMÁTICOS

Las dos técnicas utilizadas para el cálculo de perfiles de flujo gradualmente variado en canales prismáticos no son útiles para canales no prismáticos, ya que el coeficiente de rugosidad y forma del canal están en función de la distancia longitudinal. Además, que las propiedades del canal son función de la distancia longitudinal, el método para estimar la elevación de la superficie del agua debe predecir el tirante a una distancia longitudinal dada, caso contrario a los métodos presentados anteriormente.

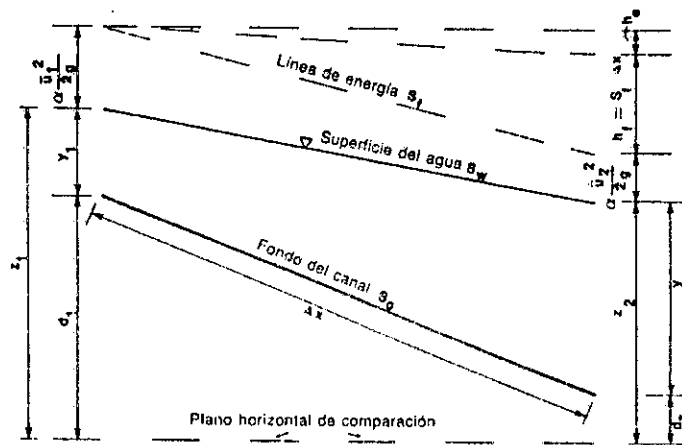


Figura 4.1.3 Definición del tramo del canal.

La ecuación de energía se aplica entre las dos estaciones que se muestra en la figura 4.1.3, o sea:

$$z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f + h_e$$

Donde  $z_1$  y  $z_2$  = elevación de la superficie de agua sobre un plano horizontal de comparación en las estaciones 1 y 2

$h_f$  = pérdidas por fricción en el tramo.

$h_e$  = pérdidas por turbulencia en el tramo.

Las pérdidas por turbulencia (locales) se expresan en términos de un cambio en la carga de velocidad en el tramo.

$$h_e = k \Delta (\alpha V^2/2g) \quad (4.1.28)$$

Donde  $k$  = un coeficiente.

Los valores de este coeficiente,  $k$ , se determinan por mediciones hechas en campo, en caso contrario suponer valores; por ejemplo, para expansiones y contracciones bruscas  $k=0.5$ , para tramos convergentes y divergentes graduales  $0 \leq k \leq 0.2$ .

El término  $h_f$  se aproxima mediante la siguiente ecuación:

$$h_f = I_f \Delta x = \frac{(I_{f1} + I_{f2}) \Delta x}{2} \quad (4.1.29)$$

Donde  $I_{f1}$  e  $I_{f2}$  = pendientes por fricción en las estaciones 1 y 2.

La ecuación de energía se puede escribir como:

$$z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{\Delta x (I_{f1} + I_{f2})}{2} + k \Delta \left( \alpha \frac{V^2}{2g} \right) \quad (4.1.30)$$

Para simplificar la ecuación anterior, se hace:

$$H_1 = z_1 + \alpha_1 V_1^2 / 2g \quad (4.1.31)$$

$$H_2 = z_2 + \alpha_2 V_2^2 / 2g \quad (4.1.32)$$

Por lo que la ecuación 4.1.29 se puede escribir como:

$$H_1 = H_2 + h_f + h_e \quad (4.1.33)$$

Esta ecuación se resuelve por tanteos. Se supone una elevación de la superficie del agua en la estación 1, la cual permite el cálculo con la ecuación 4.1.31. Posteriormente se calculan  $h_f$  y  $h_e$ , y se determina  $H_1$  con la ecuación 4.1.33, si los valores de  $H_1$  son igualados a la supuesta elevación, entonces es la correcta.

Aunque la solución de la ecuación 4.1.33 se resuelve por tanteos, es esencial seleccionar un valor adecuado de la elevación de la superficie del agua. Para facilitar el problema y reducir el número de tanteos se empleará una ecuación para la función de error y así ajustar el primer valor de tanteo. Se había establecido que la diferencia entre la ecuación 4.1.31 y 1.1.33 fuera cero para el cálculo de  $H_1$ . Esta diferencia se designará por  $e$ , y puede modificarse, únicamente cambiando el valor de  $y_2$ , entonces:

$$\begin{aligned} \frac{de}{dy_2} &= \frac{d}{dy_2} \left( y_2 + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{1}{2} \Delta x I_{f2} \right) \\ \frac{de}{dy_2} &= 1 - F^2 + \frac{3I_{f2} \Delta x}{2R_{H_2}} \\ \Delta y_2 &= \frac{e}{1 - F^2 + (3I_{f2} \Delta x / 2R_{H_2})} \end{aligned} \quad (4.1.34)$$

donde  $\Delta y_2$  = valor en el que se debe ajustar en el nivel del agua para forzar a que  $e$  sea cero.

## 4.2 APLICACIONES PRÁCTICAS

Anteriormente se había estudiado la determinación del perfil gradualmente variado, pero con un enfoque desde un punto de vista abstracto. En esta sección se consideran algunos casos prácticos en donde el perfil del flujo gradualmente variado interactúa con otros aspectos del flujo en canales abiertos.

### 4.2.1 PERFIL AGUAS ARRIBA DE UNA PRESA

Es muy común encontrarse con problemas donde haya que estimar el perfil de flujo gradualmente variado aguas arriba de una presa; aunque éste se extienda en forma indefinida sobre una pendiente suave, debe suponerse que termina en el punto donde la elevación de la superficie del agua es 1% más grande que la elevación bajo condiciones normales de flujo. En la mayor parte de las investigaciones se busca una envolvente de remanso.

La envolvente de remanso comienza en el punto donde la superficie estática del vaso intersecta el fondo del canal. Cuando aumenta el caudal en la presa, el punto final de la curva de remanso puede moverse aguas arriba o abajo, dependiendo de muchos factores. Por ejemplo:

1. Cuando el caudal aumenta, el final de la curva se moverá hacia abajo, sí y sólo sí, el nivel en el vaso es constante y el canal es prismático, con una sección transversal simple.
2. El aumento de rugosidad y la presencia de llanuras de inundación en el canal provocan un acortamiento en la longitud del perfil gradualmente variado, y por lo tanto, un desplazamiento hacia abajo por arriba del punto terminal del remanso.

Es conveniente definir, en muchos casos, el punto terminal del remanso. Por ejemplo, puede definirse como el punto en el cual la sobreelevación de la superficie del agua empieza a causar daños.

#### 4.2.2 CÁLCULO DE GASTOS

Cuando un canal abierto conecta dos embalses con niveles variables, debe considerarse que el caudal en este canal posiblemente se vea afectado por la interacción de fenómenos locales y el perfil de flujo gradualmente variado, este problema fue discutido por Bakhmeteff (1932). Como también por otros autores, pero se desarrollará el sistema de clasificación de Bakhmeteff. Los casos se han clasificado de acuerdo a las condiciones de tres variables críticas:

1. El tirante en la entrada del canal  $y_1$ .
2. El tirante en la salida del canal  $y_2$ .
3. El gasto en el canal  $Q$ .

Según el comportamiento de estas tres variables, se describen los siguientes casos.

##### 4.2.2.1 CASO I: $y_1 = \text{constante}$

Este caso se presenta cuando el nivel del agua en el extremo aguas arriba del canal no cambia (figura 4.2.1). Siendo  $y_1$  constante se pueden presentar varias condiciones de gasto. La relación de  $y_2$  y  $Q$  se indica con la llamada *curva del gasto*  $Q=f(y_2)$ .

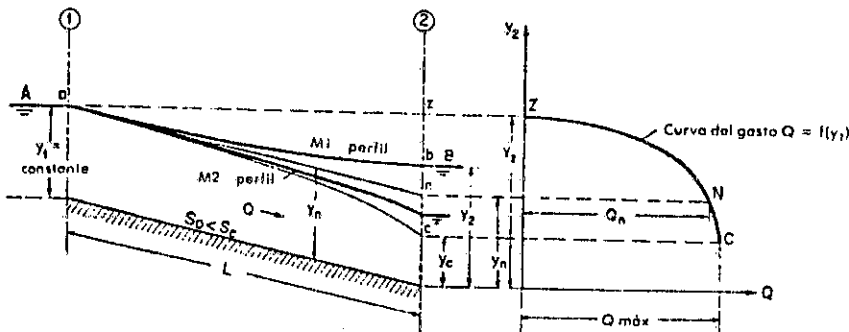


Figura 4.2.1 Gasto en el canal para  $y_1 = \text{constante}$ , pendiente suave.

**PRIMERO**, si  $y_1 = y_N = y_2$ , el flujo en el canal es uniforme y el gasto se puede determinar por la fórmula de Manning, o sea  $Q_n = K_n \sqrt{I_0}$ , en donde  $K_n$  es el transporte de la sección transversal con la profundidad  $y_2$  igual a  $y_1$ , e  $I_0$  es la pendiente del fondo. Este caso se presenta en la figura 4.2.1.a por la línea AN y el caudal correspondiente en la figura 4.2.1.b por el punto N.

**SEGUNDO**, si  $y_2 = y_c$ , el gasto del canal es el máximo valor posible, ya que  $y_2$  no puede ser menor que  $y_c$  (línea AC en la figura 4.2.1.a y el punto C en la figura 4.2.1.b) y la altura está en su máximo. Si el nivel de agua (aguas abajo), cae por debajo de la profundidad  $y_c$  ocurrirá una caída libre a esa profundidad.

**TERCERO**, si  $y_2 > y_N$ , el perfil del flujo es del tipo M1. Esta situación se presenta mediante la siguiente condición:  $y_N < y_2 < y_1$ . El límite superior de M1 es un nivel horizontal y se indica en la figura 4.2.1.a por Az. El límite inferior de M1 es, aparentemente, la superficie del flujo uniforme indicada por An.

**CUARTO**, si  $y_c < y_2 < y_N$ , el perfil del flujo pertenece al tipo M2. El límite más bajo es la superficie crítica Ac. Las relaciones para el gasto se pueden determinar de la misma forma, descrita arriba para el perfil M1.

#### 4.2.2.2 CASO II: $y_2 = \text{constante}$ .

Este caso se presenta cuando el nivel del agua en el extremo aguas abajo del canal, o la profundidad  $y_2$ , es constante, mientras que  $y_1$  fluctúa. En la figura 5.2.2 se ve la curva de gastos  $Q=f(y_1)$ . Se pueden presentar las mismas situaciones que las estudiadas para el caso I.

**PRIMERO**, si  $y_1 = y_N = y_2$ , el flujo es uniforme, el perfil del flujo nb es paralelo al fondo del canal, y la descarga  $Q_n$  corresponde al punto N sobre la curva de gastos (figura 4.2.2.a y b).

**SEGUNDO**, el caudal alcanza su máximo valor cuando  $y_1$  alcanza una profundidad  $y_m$ , que corresponda a un caudal o descarga crítica en la sección 2. Toda profundidad  $y_1 > y_m$  está fuera de condición porque el perfil de flujo mb levantará a la posición de la línea punteada m'b' y por consiguiente requiere un aumento en la profundidad aguas abajo  $y_2$ .

**TERCERO**, si  $y_1 < y_N$ , se presenta un perfil del tipo M1, y el gasto es menor del que se tendría para un tirante normal. El límite más bajo para  $y_1$  es  $y_2$ , para esta condición el perfil del flujo es horizontal y la descarga es cero.

**CUARTO**, para  $y_1 > y_N$  pero menor que el tirante que causaría el gasto crítico, el perfil pertenece al tipo M2, y la descarga es menor que  $Q_{\text{máx}}$ , pero más grande que  $Q_n$ .

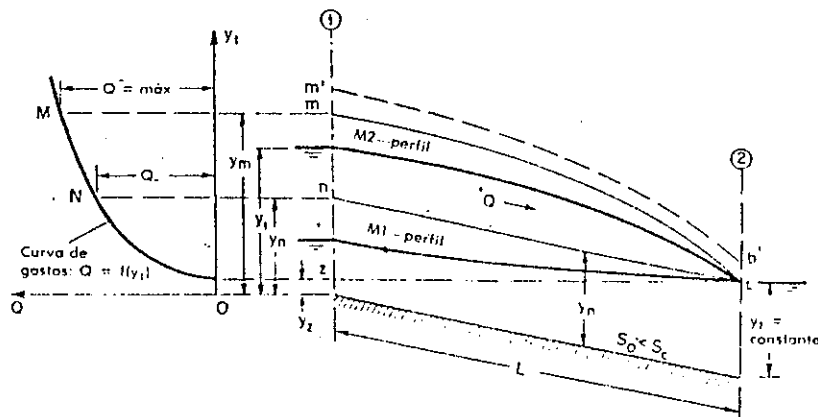


Figura 4.2.2 Gasto en el canal para  $y_2 = \text{constante}$ , pendiente suave.

#### 4.2.2.3 CASO III: $Q = \text{constante}$ .

Este caso se presenta cuando el gasto es constante, mientras que los tirantes  $y_1$  y  $y_2$  fluctúan.

**PRIMERO**, si  $y_2 = y_N = y_1$ , el flujo es uniforme y el gasto se puede determinar con la ecuación de Manning, línea AN, figura 4.2.3.

**SEGUNDO**, para las posiciones sobre la línea AN, el perfil del flujo pertenece al del tipo M1. El límite superior del perfil es una línea horizontal y ocurre cuando  $y_2 = y_1 + I_0L$ . A medida que se llega a esta

situación límite, la velocidad del flujo decrece, aunque el área mojada aumenta cuando la profundidad crece, mientras que el caudal puede mantenerse constante.

TERCERO, para posiciones abajo de AN, el perfil es del tipo M2. El tirante mínimo ocurre cuando  $y_2 = y_c$ .

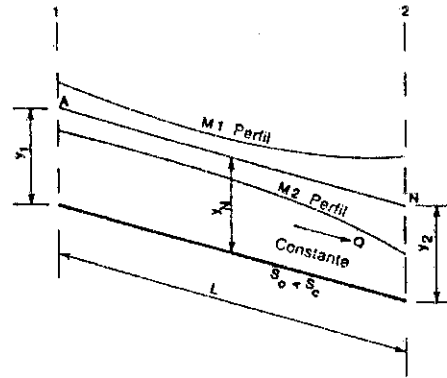


Figura 4.2.3 Descarga en el canal para  $Q = \text{constante}$ , pendiente suave.

Los casos presentados anteriormente fueron considerados en canales sobre una pendiente suave, donde actúa el flujo subcrítico. Pero estos casos pueden también presentarse en canales con pendientes pronunciadas, o sea, para flujos supercríticos. El escurrimiento es supercrítico cuando la pendiente de un canal es pronunciada, o sea, es más grande que la pendiente crítica. En aplicaciones prácticas, los canales con pendiente pronunciada normalmente son cortos, pero si el canal es demasiado empinado, de modo que se genera un flujo ultrarápido, entonces el flujo ya no es permanente, y este estudio está fuera del alcance del presente trabajo.

PRIMERO, si la elevación del líquido aguas abajo es menor que la profundidad de salida en la estación 2, se tiene una caída libre (figura 4.2.4). Para este caso el flujo atraviesa la profundidad crítica en el punto C y se aproxima a la profundidad normal por medio de una curva suave del tipo S2.

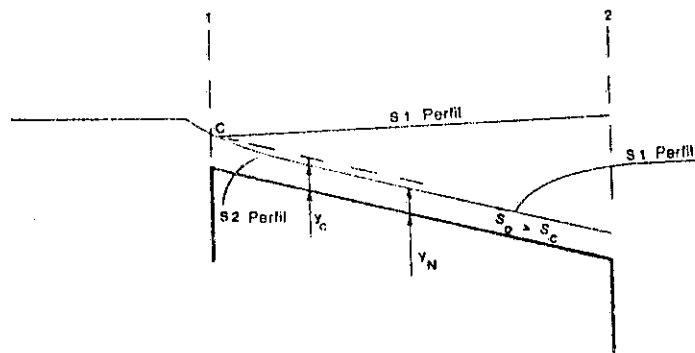


Figura 4.2.4 Descarga en el canal para flujo supercrítico.

SEGUNDO, si la elevación aguas abajo del agua es mayor que la profundidad de salida, la curva S2 termina en un salto hidráulico, y el nivel inferior se levantará del canal para formar un perfil S1. Sin embargo el flujo aguas arriba no será afectado por el nivel inferior del agua.

TERCERO, cuando aumenta la elevación de la superficie líquida de aguas abajo, el salto se moverá aguas arriba, manteniendo su altura hasta que se llega al punto C. Si la elevación de la superficie del líquido aguas abajo aumenta sobre esta elevación, el flujo se ve afectado por la elevación de aguas abajo debido a que se presentaría un salto hidráulico ahogado.

### 4.2.3 FLUJO A TRAVÉS DE ISLAS

Cuando el flujo en un curso de agua es dividido por una isla larga (figura 4.2.5), la división del flujo entre los dos canales se puede determinar por las siguientes ecuaciones.

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = K_1 \sqrt{I_1}$$

$$Q_2 = K_2 \sqrt{I_2}$$

En el esquema se considera un flujo subcrítico, y el control de aguas abajo determinará los perfiles superficiales en cada uno de los canales que circundan la isla.

La solución puede determinarse suponiendo una serie de caudales  $Q_1$  y  $Q_2$ , tal que la suma sea igual al caudal  $Q$ . Con estos valores se calculan los perfiles superficiales en los dos canales, hacia aguas arriba y a partir de la profundidad conocida en B. Si la profundidad calculada para la sección A es la misma por cada uno de los canales, los valores de  $Q_1$  y  $Q_2$  serán los correctos. En caso contrario se seguirán haciendo tanteos para encontrar los verdaderos valores de  $Q_1$  y  $Q_2$ . En general, se requieren de varios tanteos. Se pueden emplear dos gráficas para hacer más expedita la solución (figura 4.2.6). En la figura 4.2.6.a se grafica a  $E_1$  en función de  $E_2$ , aquí se traza una línea a  $45^\circ$  y se estima la elevación correcta del punto A con la intersección de esta línea con la curva de  $E_1$  contra  $E_2$  (punto C). Luego se emplea una curva auxiliar (figura 4.2.6.b) de  $E_1$  contra  $Q$ , y la descarga correspondiente en el canal 2 es igual, entonces a  $Q_2 = Q - Q_1$ .

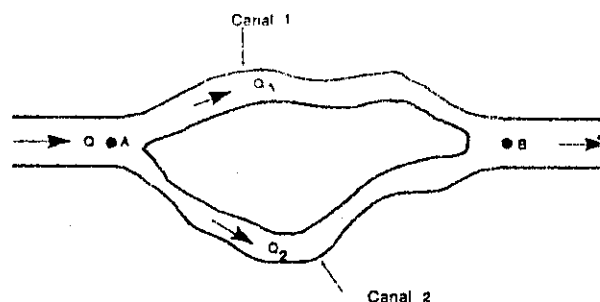


Figura 4.2.5 Esquema del flujo alrededor de una isla.

Ahora, si el flujo es supercrítico, la solución es de la misma forma, pero en el punto de control estará en A, por lo tanto, la división del flujo dependerá de la condición de entrada de los canales divididos. Además el procedimiento utilizado anteriormente sirve también extender el perfil de flujo gradualmente variado a través de una isla.

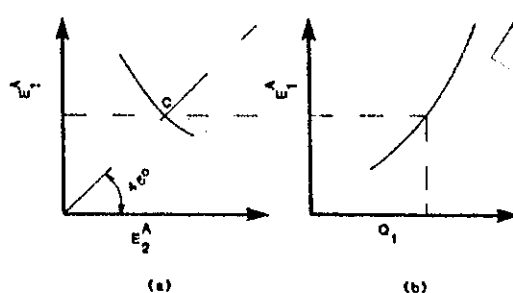


Figura 4.2.6 Solución gráfica del flujo a través de una isla.



## EJEMPLOS DE APLICACIÓN

### EJEMPLO 4.3.1

Un canal rectangular (como se muestra en la figura), de 6m de ancho, consiste de tres tramos de diferentes pendientes. El canal tiene un coeficiente de rugosidad  $n = 0.015$  y lleva una descarga de  $15 \text{ m}^3/\text{seg}$ . Determinar:

- Las profundidades normales y críticas en cada tramo.
- Los perfiles posibles de flujo.

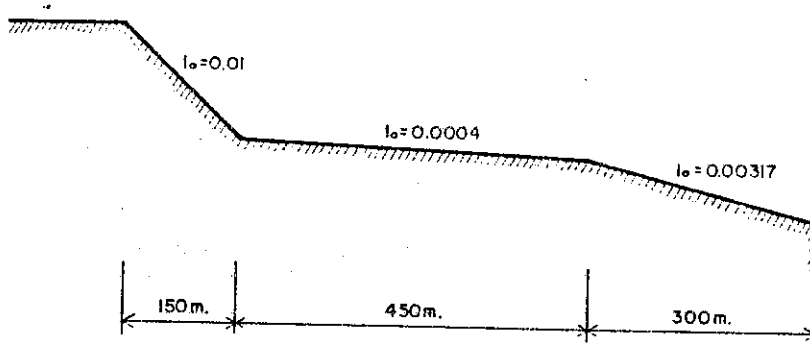


FIGURA 4.3.1

Este ejemplo, al igual que el propuesto en el capítulo anterior, se deja como inquietud para todas aquellas personas que tengan conocimiento a cerca del tema. El ejemplo tiene una aplicación completa en el tema de flujo gradualmente variado; en el presente documento se describen diversos tipos de métodos que pueden ser empleados para la solución del mismo.

## **CAPÍTULO V RUGOSIDAD**

- 5.1 Definición y Conceptos sobre Rugosidad**
- 5.2 Selección del Coeficiente de Rugosidad**
- 5.3 Influencia del Concepto de Rugosidad en Canales**
- 5.4 Ejemplos de Aplicación**

## 5.1 DEFINICIÓN Y CONCEPTOS SOBRE RUGOSIDAD

El coeficiente de rugosidad es el coeficiente que indica la relación que existe entre la pendiente del canal y la sección transversal de éste; considerando el área del canal, el radio hidráulico y la velocidad media para la conducción de un mismo caudal.

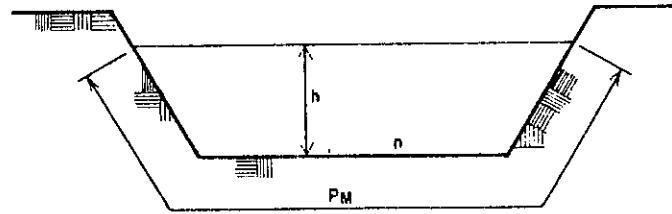


Figura 5.1.1 Relación entre el coeficiente de rugosidad y los elementos de la sección transversal

Existen diferentes coeficientes de rugosidad a lo largo de la longitud del canal (figura 5.1.2)

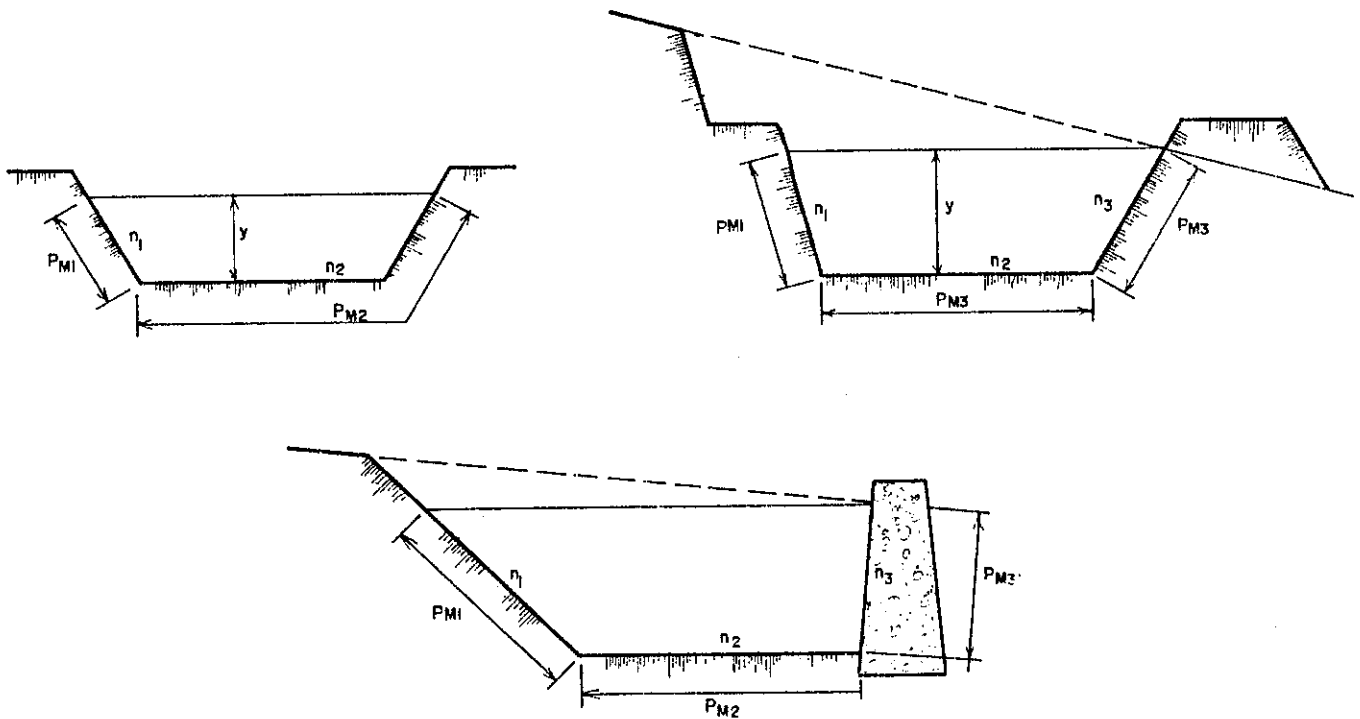


Figura 5.1.2 Diferentes coeficientes que se presentan en una sección transversal.

Diferentes investigadores han proporcionado fórmulas, por ejemplo la fórmula de Pavlovskii (ecuación 5.1.1) y la fórmula de Forchheimer (ecuación 5.1.2), que a continuación se describen:

$$n = \sqrt{\frac{n_1^2 P_{M1} + n_2^2 P_{M2}}{P_{M1} + P_{M2}}} \quad (5.1.1)$$

Donde  $n_1$  y  $n_2$  = coeficientes de rugosidad

$P_{M1}$  y  $P_{M2}$  = perímetro mojado a lo largo de los coeficientes  $n_1$  y  $n_2$  respectivamente.

$$n = \sqrt{\frac{n_1^2 P_{M1} + n_2^2 P_{M2} + n_3^2 P_{M3}}{P_{M1} + P_{M2} + P_{M3}}} \quad (5.1.2)$$

En conclusión, se puede decir que para diferentes coeficientes de rugosidad y para encontrar un valor medio de éste, se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$n = \frac{n_1 P_{M_1} + n_2 P_{M_2}}{P_{M_1} + P_{M_2}} \quad (5.1.3)$$

## 5.2 SELECCIÓN DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD

Cuando se aplica la fórmula de Manning o la fórmula de Ganguillet-Kutter, se encuentra la dificultad de determinar el coeficiente de rugosidad  $n$ , puesto que no hay ningún método exacto para determinar su valor. Actualmente estimar el valor de  $n$  significa estimar la resistencia al escurrimiento en un canal dado. Se pueden obtener resultados distintos, ya que algunas personas pueden determinar su valor mediante conocimientos y experiencia, en cambio para principiantes, estimar el valor de coeficiente  $n$ , puede ser como una adivinanza.

Por la dificultad de poder determinar fácilmente el valor del coeficiente de rugosidad, a continuación se proporciona una guía para una determinación apropiada.

1. Comprender los factores que afectan el valor de  $n$  para adquirir un conocimiento básico del problema y reducir todas las suposiciones necesarias.
2. Consultar en tablas, valores típicos de  $n$  con algunos canales de varios tipos.
3. Analizar los valores de  $n$  con algunos canales típicos cuyos coeficientes de rugosidad sean conocidos.
4. Determinar el valor de  $n$  a través de un procedimiento analítico basado en la distribución teórica de la velocidad en la sección transversal del canal y sobre los datos de medidas de velocidad o rugosidad.

Estos acercamientos se desarrollan a continuación, y posteriormente en la tabla B.1 del apéndice B se muestran algunos valores del coeficiente de rugosidad  $n$ .

### 5.2.1 MÉTODOS PARA DETERMINAR EL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING

#### 5.2.1.1 ESTIMACIÓN DE $n$ POR EL MÉTODO DE TABLA

Este método implica el uso de tabla de valores. En 1959 Chow presentó una extensa tabla de valores de  $n$  para varios tipos de canales, y la información de esta tabla aparece en tabla B.1 del apéndice B. En ella se establecen valores mínimos, normales y máximos para  $n$ , para cada tipo de canal. los valores subrayados son los recomendados para diseño.

#### 5.2.1.2 MÉTODO DE MEDIDA DE VELOCIDAD

El valor del coeficiente de rugosidad se puede determinar a partir de medidas de velocidad cuando el perfil de velocidad depende de la rugosidad ponderada del perímetro. Para flujos hidráulicamente rugosos la distribución vertical de velocidad se aproxima por:

$$\mu = 5.75\mu' \text{Log} \frac{30y}{\kappa_s} \quad (5.2.1)$$

Donde  $y$  = distancia de la frontera del fondo  
 $\kappa_s$  = rugosidad ponderada

Sea  $\mu_{0.2}$  la velocidad a dos décimos del tirante, es decir, a 0.8D sobre el fondo, donde D = tirante de flujo, y  $\mu_{0.8}$  = velocidad a ocho décimos del tirante, es decir a 0.2D sobre el fondo. Sustituyendo estas definiciones en la ecuación 5.2.1, queda

$$\mu_{0.2} = 5.75\mu' \text{Log} \frac{24D}{\kappa_s}$$

$$\mu_{0.8} = 5.75\mu' \text{Log} \frac{6D}{\kappa_s}$$

Eliminando  $\mu$  de las ecuaciones superiores

$$\text{Log} \frac{D}{\kappa_s} = \frac{0.778x - 1.381}{1 - x} \quad (5.2.2)$$

Donde  $x = \mu_{0.2}/\mu_{0.8}$

La ecuación que determina el perfil de velocidad para canales rugosos es:

$$\mu = \mu' \left( 6.25 + 5.75 \frac{R_H}{\kappa} \right)$$

Al sustituir la ecuación 5.2.2 en la ecuación anterior, con  $R = D$ , se obtiene:

$$\frac{\mu}{\mu'} = \frac{1.78(x + 0.95)}{x - 1} \quad (5.2.3)$$

Recordar que

$$\frac{\mu}{\mu'} = \frac{C}{g}$$

Usando esta expresión en la ecuación 1.6.11

$$\frac{\mu}{\mu'} = \frac{D^{1/6}}{3.81} \quad (5.2.4)$$

Igualando ambos lados de las ecuaciones 5.2.3 y 5.2.4 y resolviendo para  $n$ .

$$n = \frac{(x - 1)D}{6.78(x + 0.95)} \quad (5.2.5)$$

Esta ecuación determina los valores de  $n$  para flujos completamente rugosos en un canal ancho que tiene una distribución vertical logarítmica. O puede tomarse como el tirante medio en el caso de una corriente real.

### 5.2.1.3 MÉTODOS EMPÍRICOS

Entre varios métodos que se han desarrollado, el más conocido es el propuesto por Strickler (1923).

$$n = 0.047 d^{1/6} \quad (5.2.6)$$

Donde  $d$  = diámetro en milímetros de la arena uniforme adherida a los lados y al fondo del canal.

Según Simons y Senturk (1976) esta ecuación no se aplica a flujos sobre fondos móviles. Debido a este desacuerdo han habido modificaciones con el experimento original de Strickler.

1. Henderson (1966) formuló una ecuación atribuida a Strickler, luego de haber analizado que las investigaciones de Strickler estaban basadas en corrientes con fondos de grava y no en un canal medidor de régimen crítico. Entonces,

$$n = 0.034 d^{1/6} \quad (5.2.7)$$

y las unidades de  $d$  no fueron especificadas.

2. Raudkivi (1976) estableció que la ecuación de Strickler es:

$$n = 0.042 d^{1/6} \quad (5.2.8)$$

donde las unidades de  $d$  están en metros, o

$$n = 0.013 d_{65}^{1/6} \quad (5.2.9)$$

Donde  $d_{65}$  = diámetro del material del fondo en milímetros tal que el 65 % del material por peso es menor.

$$n = 0.034 d_{65}^{1/6} \quad (5.2.9)$$

Donde las dimensiones de  $d$  están en pies, y esta ecuación tiene el mismo valor numérico dado por Henderson, ecuación 5.2.7.

3. Garde y Raju (1978) establecieron una ecuación atribuida a Strickler

$$n = 0.039 d_{50}^{1/6} \quad (6.2.11)$$

donde  $d_{50}$  = diámetro del material del fondo en pies, tal que el 50% del material por peso es menor.

4. Subramanya (1982) obtuvo la ecuación de Strickler como:

$$n = 0.047 d_{50}^{1/6} \quad (6.2.12)$$

donde  $d_{50}$  = diámetro del material del fondo en metros, tal que el 50% del material por peso es menor.

### 5.3 INFLUENCIA DEL CONCEPTO DE RUGOSIDAD EN CANALES

La rugosidad tiene una influencia muy importante en canales, ya que no es poco común pensar que un canal tenga un único valor de  $n$  (coeficiente de rugosidad) para todas las ocasiones. El valor de  $n$  es muy variable y depende de una gran cantidad de factores. Los factores que ejercen la más grande influencia sobre el coeficiente de rugosidad en ambos canales, artificial y natural, se describirán a continuación.

#### 5.3.1 SUPERFICIE RUGOSA

Ésta se presenta por el tamaño y forma de los granos del material que forma el perímetro mojado y que producen un efecto retardante sobre el flujo. La superficie rugosa del perímetro de un canal proporciona un punto crítico en la estimación de  $n$ . Cuando el material del perímetro es fino, el valor de  $n$  es bajo y no afecta los cambios en el tirante de flujo, pero cuando el perímetro se compone de grava y/o piedras, el valor de  $n$  es mayor y puede haber cambios en el tirante del flujo. En resumen, los granos finos resultan en un valor bajo de  $n$  y los granos gruesos dan lugar a un valor alto de  $n$ .

#### 5.3.2 VEGETACIÓN

La vegetación puede ser una clase de rugosidad superficial, pues reduce la capacidad, retarda el flujo y aumenta el valor de  $n$ . La importancia de la vegetación sobre  $n$  es una función del tirante del flujo y de la altura, densidad, distribución y tipo de vegetación, y es muy importante en el diseño de canales pequeños de drenaje.

Se ha encontrado que los valores de  $n$  para este tipo de canales varían de acuerdo a la forma y sección transversal del canal, la pendiente del lecho del canal y la profundidad del flujo. Al comparar los canales y suponer que los otros factores sean iguales, la menor profundidad media da el valor más alto de  $n$ , debido a una proporción de vegetación afectada. Así, un canal triangular tiene un valor más alto de  $n$  que un canal trapezoidal, y un canal ancho tiene un bajo valor de  $n$  que un canal angosto.

#### 5.3.3 IRREGULARIDAD DEL CANAL

Se refiere a las variaciones que pueden haber en las secciones transversales de los canales, su forma, tamaño y perímetro mojado a lo largo del eje longitudinal. En los canales naturales, son muy notorias, ya que tales irregularidades son el resultado de depósitos o sedimentos. Estas irregularidades tienen efecto insignificante sobre  $n$ , pero cambios abruptos ocasionan un valor mucho mayor que  $n$ ; por lo que el valor de  $n$  puede ser 0.005 o más.

### 5.3.4 ALINEACIÓN DEL CANAL

Cuando dentro de la trayectoria del canal existen curvas suaves de gran radio, sin cambios frecuentes en la dirección, éstas darán un valor relativamente bajo de  $n$ , pero si las curvaturas son severas y de radio pequeño, aumentarán significativamente el valor de  $n$ .

### 5.3.5 DEPÓSITOS Y SOCAVACIONES

Los depósitos pueden cambiar un canal muy irregular en uno comparativamente uniforme y así disminuir el valor de  $n$ , sin embargo el efecto dominante de depósito dependerá de la naturaleza del material depositado. Depósitos dispares, como barras y ondas de arena; son irregularidades del canal y esto aumentará la rugosidad. El efecto de socavación no es significativo.

### 5.3.6 SEDIMENTACIÓN Y EROSIÓN

Es un fenómeno contrario al concepto definido de depósitos y socavaciones, ya que éstos dan variaciones al canal que ocasionan un incremento en el valor de  $n$ . La cantidad y uniformidad de erosión dependerá del material que forma el perímetro mojado. La energía usada en erosionar y transportar el material en suspensión a lo largo del lecho del canal también aumentará el valor de  $n$ .

### 5.3.7 DISTRIBUCIÓN

La presencia de troncos de árboles, desechos de flujos, atascamientos, pilares de puentes, puede tener un impacto significativo sobre el valor de  $n$ . El grado de efecto de tales destrucciones dependen del tamaño, forma, número y distribución de ellas.

### 5.3.8 FORMA Y TAMAÑO DEL CANAL

No se puede decir que la forma y tamaño del canal sea un factor importante que afecte el valor de  $n$ , pero un aumento en el radio hidráulico puede provocar un aumento o disminución de dicho valor dependiendo de las condiciones del canal.

### 5.3.9 NIVEL DE AGUA Y CAUDAL

En la mayoría de las corrientes el valor de  $n$  tiende a disminuir cuando el nivel de agua y caudal aumentan. Cuando el nivel de agua es bajo, se exponen las irregularidades en el fondo del canal y los efectos se hacen pronunciados., Pero el valor de  $n$  puede incrementarse cuando los niveles son altos y si los bancos son rugosos y con bastante vegetación.

### 5.3.10 CAMBIO ESTACIONAL

El crecimiento de plantas acuáticas, pasto, hierbas, arbustos y árboles en el canal, aumenta el valor de  $n$  en la estación de crecimiento y lo disminuye en la estación estable. El cambio estacional puede también causar cambios en otros factores.

### 5.3.11 MATERIAL SUSPENDIDO Y TRANSPORTE DE FONDO

Posiblemente este fenómeno aumentaría el valor del coeficiente de rugosidad, ya sea porque el material suspendido y el transporte de fondo estuvieron o no en movimiento, pero sí consumiría energía y ocasionaría pérdidas de altura.

Cowan desarrolló un procedimiento para estimar el valor de  $n$ , reconociendo varios factores que afectan este coeficiente

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4)m_5 \quad (5.3.1)$$

donde  $n_0$  = es un valor de  $n$  para un canal recto, uniforme y liso en los materiales naturales comprendidos.  
 $n_1$  = es un valor agregado a  $n_0$  para corregir el efecto de irregularidad de superficie.  
 $n_2$  = es un valor en forma y tamaño de la sección transversal del canal.  
 $n_3$  = es un valor de obstrucciones.  
 $n_4$  = es un valor para la vegetación y condiciones de flujo.  
 $m_5$  = es un factor de corrección para los meandros del canal.

El valor de estos coeficientes se pueden seleccionar en la tabla 5.3.1.

Hay que tener en cuenta que cuando se selecciona uno de estos factores de deben hacer las siguientes aclaraciones:

Cuando se selecciona  $n_1$ , es *liso* para superficies comparables a lo mejor alcanzable para los materiales utilizados; *menor*, para canales bien dragados, ligeramente erosionados o pendientes laterales de los canales o canaletas de drenaje con determinada excavación; *moderados* para aceptables a pobres canales dragados; y *severas* para bancos de cursos naturales erosionados gravemente.

Para el caso de  $n_2$ , se *considera gradual* cuando el cambio en tamaño ocurre gradualmente, *ocasionalmente alternante* cuando secciones grandes y pequeñas se alternan ocasionalmente, y *frecuentemente alternante* cuando las secciones grandes y pequeñas se alternan frecuentemente.

CONDICIONES DEL CANAL		VALORES	
Material Considerado	Tierra	$n_0$	0.020
	Roca cortada		0.025
	Grava fina		0.024
	Grava gruesa		0.028
Grado de Irregularidad	Liso	$n_1$	0.000
	Menor		0.005
	Moderado		0.010
	Severo		0.020
Variaciones de la sección transversal del canal	Gradual	$n_2$	0.000
	Ocasionalmente Alternante		0.005
	Frecuentemente Alternante		0.010 - 0.015
Efectivo relativo de obstrucciones	Despreciable	$n_3$	0.000
	Menor		0.010 - 0.015
	Apreciable		0.020 - 0.030
	Severo		0.040 - 0.060
Vegetación	Baja	$n_4$	0.005 - 0.010
	Media		0.010 - 0.025
	Alta		0.025 - 0.050
	Muy alta		0.050 - 0.100
Cantidad de meandros	Menor	$m_5$	1.00
	Apreciable		1.150
	Severa		1.300

Tabla 5.3.1 Valores para el cálculo del coeficiente de rugosidad según la ecuación 5.3.1



Al seleccionar el valor de  $n_3$  se basa en la presencia y característica de las obstrucciones, por ejemplo, depósitos de basura, tocones, raíces expuestas, bochones y troncos caídos y apilados.

Cuando se selecciona  $n_4$ , el grado de efecto de la vegetación se considera como:

1. *Bajo*: Crecimiento denso de tallos flexibles, musgo turboso o hierba, donde la profundidad media del flujo es 2 o 3 veces la altura de vegetación; varas flexibles de árboles de semilla, tales como sauce, plantas de algodón, o cedros, donde la profundidad media del flujo es 3 o 4 veces la altura de vegetación.
2. *Medio*: Musgo turboso, donde la profundidad media del flujo es 1 o 2 veces la altura de vegetación; pastos con tallos, hierbas o árboles de semilla donde la profundidad media del flujo es 2 o 3 veces la altura de vegetación; arbustos crecidos, moderadamente densos, pendientes laterales con vegetación insignificante a lo largo del fondo del canal donde  $R_H > 0.61m$ .
3. *Alto*: Musgo turboso, donde la profundidad del flujo es aproximadamente a la altura de vegetación; estación estacionaria donde  $R_H > 0.61m$ ; estación de crecimiento de espesos sauces, vegetación nada significativa donde  $R_H > 0.61m$ .
4. *Muy alto*: Hierba y musgo donde la profundidad media del escurrimiento es menor que la mitad que la altura de vegetación; estación de crecimiento de espesos sauces donde  $3.00 < R_H < 4.50m$ .

Cuando se selecciona  $m_5$ , el grado de meandros depende de la relación de la longitud del meandro a la longitud recta del canal. Se considera *menor* para relaciones de 1.0 a 1.2, *apreciable* para relaciones de 1.2 a 1.5, y *severos* para relaciones de 1.5 y más grandes.

## 5.4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Si se cuenta con un determinado caudal, el cual debe pasar a través de una sección constante, pero con coeficientes de rugosidad variables, debe entonces también modificarse la pendiente del canal. Lo anterior representa una relación que existe entre la pendiente del canal y la rugosidad del mismo. Por ejemplo, un canal con revestimiento de  $n = 0.010$  conduce un caudal de  $30 \text{ m}^3/\text{seg}$ . Probar que ese mismo caudal pasaría por un canal de revestimiento de  $0.035$ , pero haciendo una excavación y movimiento de tierras mucho mayor; esto influye en la construcción de la obra. Estas relaciones se pueden ver en las tablas 5.4.1 y 5.4.2.

TIPO DE CANAL Y DESCRIPCIÓN	$n$
Canal revestido con cemento, limpio en la superficie	0.010
Canal revestido con concreto, terminado con cuchara	0.011
Canal revestido con madera, planchas con listones	0.012
Canal revestido con concreto, terminado con lechada	0.013
Canal revestido con concreto, sin terminar	0.014
Canal revestido con concreto, sobre roca excavada pareja	0.017
Canal revestido con concreto, sobre roca excavada irregular	0.022
Canal excavado en roca cortada, lisa y uniforme	0.025
Canal excavado en roca cortada, dentada o irregular	0.035

Tabla 5.4.1 Valores del coeficiente de rugosidad  $n$  para el ejemplo

SOLUCIÓN

En la sección 1.1.2 se estudiaron los elementos de la sección transversal del canal. Sabiendo que  $Q$ ,  $y$ ,  $b$  y  $m$  son constantes

$$Q = 30 \text{ m}^3/\text{seg.}$$

$$y = 2 \text{ m}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

Entonces:  $A = y(b + my)$

$$A = 12 \text{ m}^2$$

$$P_M = b + 2y \sqrt{1 + m^2}$$

$$P_M = 10.21 \text{ m}$$

$$R_H = \frac{A}{P_M}$$

$$R_H = 1.18 \text{ m}$$

$$V = Q/A$$

$$V = 2.5 \text{ m/seg}$$

Estos elementos se mantienen constantes a lo largo de la sección del canal. Para la elaboración del ejemplo se utilizarán distintos valores de  $n$ , los cuales están descritos en la tabla 5.4.1. Para calcular el valor de la pendiente utilizaremos la ecuación 3.4.6.

$$I = \left( \frac{nQ}{A R_H^{2/3}} \right)^2$$

donde  $\left( \frac{Q}{A R_H^{2/3}} \right)^2 = \text{constante} = K$

Entonces, la ecuación anterior se reduce a lo siguiente  $I = n^2 K$

Con la expresión anterior se elaborará la tabla 5.4.2. La columna  $\Delta I$  en miles es el resultado de la siguiente fórmula

$$\Delta I = n_1 - n$$

y la columna  $\Delta I$  en porcentajes

$$\Delta I = \frac{n_1 - n}{n} * 100\%$$

n	I		
	‰	‰	%
0.010	0.500	0.000	0.00
0.011	0.606	0.106	21.20
0.012	0.722	0.222	44.40
0.013	0.847	0.347	69.40
0.014	0.982	0.482	96.40
0.017	1.449	0.949	189.80
0.022	2.426	1.926	385.20
0.025	3.133	2.633	526.60
0.035	6.140	5.640	1128.00

Tabla 5.4.2 Cálculo de la pendiente

Se concluye que tiene que hacerse una excavación mayor para llegar a  $n = 0.035$ , entonces esto indica que la pendiente es la que se variará al utilizar distintos valores de  $n$  y los demás elementos deben permanecer constantes.

Se puede hacer el mismo ejemplo con la fórmula de Bazin, dejando la pendiente constante en donde se comience con un coeficiente de rugosidad  $n = 0.010$ , hasta llegar a  $0.035$ , con un coeficiente de talud  $m = 1.5$  y un coeficiente de Bazin  $\square = 2.42$ ,  $l = 0.500/1000$  (ver tabla 5.4.3).

Fórmulas conocidas:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_H}}}$$

$$Q = \frac{1}{n} A R_H^{2/3} I^{1/2}$$

n	V	$\Delta V$		Q	$\Delta Q$	
	m/seg	m/seg	%	m <sup>3</sup> /seg	m <sup>3</sup> /seg	%
0.010	2.50	0.00	0.00	30.00	0.00	0.00
0.011	2.27	-0.23	-9.20	27.24	-2.76	-9.20
0.012	2.208	-0.42	-16.80	24.97	-5.03	-16.77
0.013	1.92	-0.58	-23.20	23.05	-6.95	-23.17
0.014	1.78	-0.72	-28.80	21.40	-8.60	-28.67
0.017	1.47	-1.03	-41.20	17.63	-12.37	-41.23
0.022	1.14	-1.36	-54.40	13.62	-16.38	-54.60
0.025	1.00	-1.50	-60.00	11.99	-18.01	-60.03
0.035	0.71	-1.79	-71.60	8.56	-21.44	-71.47

Tabla 5.4.3

En los ejemplos anteriores se pudo observar la influencia que tiene el coeficiente de rugosidad en los aspectos constructivos de canal, así como en los elementos hidráulicos del mismo, ya que en la tabla anterior se empieza con un caudal de  $30\text{m}^3/\text{seg}$  llegando a  $8.56\text{m}^3/\text{seg}$  y dejando como constante la pendiente.

## **CAPÍTULO VI**

### **DIVERSOS TIPOS DE SECCIÓN EN CANALES**

- 6.1 Elementos Hidráulicos en Canales de Sección Circular**
- 6.2 Relación de Caudales y Velocidad**
- 6.3 Otras Secciones y sus Elementos Hidráulicos**
- 6.4 Diferentes Tipos de Problemas**

## GENERALIDADES

Desde el punto de vista hidráulico, el movimiento del agua, ya sea en canales cubiertos así como en tuberías que trabajan por gravedad, no se diferencian de las secciones abiertas.

Los cálculos hidráulicos de los canales se basan en las fórmulas de Chézy, siendo:

$$V = C \sqrt{R_H I}$$

$$Q = AC \sqrt{R_H I}$$

En la práctica se encuentra mucha aplicación de canales en forma circular, como se analizará a continuación.

### 6.1 ELEMENTOS HIDRÁULICOS EN CANALES DE SECCIÓN CIRCULAR

De todas las formas de secciones transversales, la que hidráulicamente es la óptima, es el perfil circular, ya que para una determinada área, ésta tiene el menor perímetro mojado, por lo que generalmente es la sección más utilizada.

Los elementos hidráulicos están en función del ángulo de llenado  $\phi$ . Estos elementos se calculan basándose en las siguientes fórmulas en función de  $\phi$  y  $r$ .

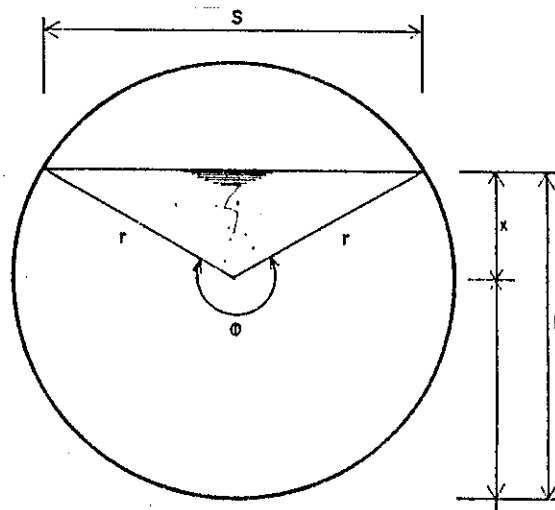


Figura 6.1.1 Elementos hidráulicos en canales de sección circular.

$$\text{Sen} \frac{\phi}{2} = \frac{S/2}{r}$$

$$S = 2r \text{Sen} \frac{\phi}{2} \quad (6.1.1)$$

En la gráfica del seno, el ángulo  $\phi$  se comporta de igual forma, siendo otro ángulo el opuesto de  $\phi$ .

$$-\text{Cos} \frac{\phi}{2} = \frac{x}{r}$$

$$x = -r \text{Cos} \frac{\phi}{2} \quad (6.1.2)$$

En la gráfica de coseno, el ángulo opuesto de  $\varphi$  tiene el mismo valor, pero con signo diferente, por eso en la ecuación 6.1.2 la variable  $x$  lleva involucrado el signo negativo.

De la gráfica 6.1.1 se puede ver que:

$$\begin{aligned} h &= r + x \\ h &= r - r \cos \varphi/2 \\ h &= r(1 - \cos \varphi/2) \end{aligned} \quad (6.1.3)$$

Para sacar el área mojada se suma el área del triángulo más el área del sector:

$$A_1 = \frac{Sx}{2} = \frac{-2r \operatorname{Sen} \varphi/2 (r \cos \varphi/2)}{2} = -r^2 \operatorname{Sen} \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}$$

Aplicando a la ecuación anterior el seno de doble ángulo para simplificar la misma, se obtiene la siguiente expresión:

$$A_1 = -\frac{1}{2} r^2 \operatorname{Sen} \varphi$$

$$A_2 = \frac{\pi r^2 \varphi}{2\pi}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} r^2 \varphi$$

$$A_T = A_1 + A_2$$

$$A_T = \frac{1}{2} r^2 \varphi - \frac{1}{2} r^2 \operatorname{Sen} \varphi$$

Entonces el área mojada es:

$$A = \frac{1}{2} r^2 (\varphi - \operatorname{Sen} \varphi) \quad (6.1.4)$$

Perímetro Mojado

$$P_M = \frac{2\pi r \varphi}{2\pi}$$

$$P_M = r\varphi \quad (6.1.5)$$

Radio hidráulico

$$R_H = \frac{A}{P} = \frac{\frac{1}{2} r^2 (\varphi - \operatorname{Sen} \varphi)}{r\varphi}$$

$$R_H = \frac{r(\varphi - \operatorname{Sen} \varphi)}{2\varphi} \quad (6.1.6)$$

En la figura 6.1.1 se analiza que al subir el agua dentro del perfil circular, el perímetro mojado aumenta rápidamente, sin embargo, el radio hidráulico, la velocidad y el caudal disminuyen. Para verificar el ángulo de llenado, o sea, la profundidad de llenado del tubo, así como la velocidad y el caudal consiguen su máximo valor, se tiene que tomar constante el coeficiente  $C$ .

$C = \text{constante}$

Entonces, de la fórmula de Chézy

$$V = C \sqrt{R_H I} = C \sqrt{I} \sqrt{\frac{A}{P}}$$

$$Q = AV = AC \sqrt{I} \sqrt{\frac{A}{P}} = C \sqrt{I} \sqrt{\frac{A^3}{P}}$$

## 6.2 RELACIONES DE CAUDALES Y VELOCIDAD

### 6.2.1 $h \rightarrow V_{\text{máx}}$

Para el primer caso donde la velocidad es máxima, el radio hidráulico debe ser máximo, o bien la relación  $P/A$  debe ser mínima; al sustituir este último valor en la ecuación 6.1.6 y el área en la ecuación 6.1.5 se tiene que hacer la diferencial

$$\frac{d}{d\varphi} \left( \frac{P}{A} \right) = \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{2r\varphi}{r^2(\varphi - \text{Sen}\varphi)} \right) = 0$$

o bien

$$2r(\varphi - \text{Sen}\varphi) - 2r\varphi(1 - \text{Cos}\varphi) = 0$$

en donde se concluye que

$$\varphi = \text{Tan } \varphi \quad (6.1.7)$$

Esta condición se cumple para el valor de  $\varphi = 4.4934$ , que corresponde a  $257^\circ 26' 7''$  grados sexagesimales. La altura donde la velocidad es máxima, se encuentra por la ecuación 6.1.3, siendo:

$$h = 0.8128 d$$

Esta condición debe cumplirse también basándose en las siguientes fórmulas:

Por Chézy,  $V = C \sqrt{R_H I}$

Por Manning,  $C = \frac{1}{n} R_H^{1/6}$

$R_H = r/2\varphi(\varphi - \text{Sen } \varphi)$ , ecuación 6.1.6

Sustituyendo

$$V = \frac{1}{n} \left( \frac{R_H}{2} \right)^{1/6} \left( \frac{\varphi - \text{Sen}\varphi}{\varphi} \right)^{2/3} I^{1/2}$$

Si la sección estuviera llena  $\varphi = 2\pi$  y  $r = \frac{1}{2} h$ , y la expresión  $[(\varphi - \text{Sen}\varphi)/\varphi]^{2/3} = 1$

Entonces

$$V_s = \frac{1}{n} \left( \frac{R_H}{2} \right)^{2/3} I^{1/2}$$

$$V_{\text{máx}} = V_s \left( \frac{\varphi - \text{Sen}\varphi}{\varphi} \right)^{2/3}$$

### 6.2.2 $h \rightarrow Q_{\text{máx}}$

Esta otra condición, se analiza también basándose en la ecuación de Chézy y se sustituye en las fórmulas 6.1.5 y 6.1.6,  $A^3/P = \text{máx}$  e igualando a cero se obtiene,

$$2\varphi - 3\varphi \text{Cos } \varphi + \text{SEN } \varphi = 0 \quad (6.2.2)$$

Esta condición se cumple para  $\varphi = 5.379$  que corresponde a  $\varphi = 308^\circ 11' 35''$  y haciendo relación a la ecuación 6.1.3 se obtiene la altura de llenado (ver figura 6.1.2).

$$h = 0.9498 d$$

Si contamos con la tubería a sección llena se tienen las siguientes ecuaciones:

$$A = \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi d^2 \quad (6.2.3)$$

$$P = 2\pi r = \pi d \quad (6.2.4)$$

$$R_H = \frac{1}{2} r = \frac{1}{4} d \quad (6.2.5)$$

En la tabla B.6 del apéndice B se pueden simplificar los cálculos utilizando los valores de los coeficientes;  $k_h$ ,  $k_B$ ,  $k_p$ ,  $k_A$ ,  $k_{RH}$ .

Esta condición debe cumplirse también cuando se hace uso de las siguientes fórmulas:

$$A = \frac{1}{2} R_H^2 (\varphi - \text{Sen } \varphi)$$

$$V = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{2} R_H \right)^{2/3} \left[ \frac{(\varphi - \text{Sen } \varphi)}{\varphi} \right]^{2/3} I^{1/2}$$

$$Q = AV$$

Sustituyendo

$$Q = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{2} R_H \right)^2 (\varphi - \text{Sen } \varphi) \left( \frac{1}{2} R_H \right)^{2/3} \left[ \frac{(\varphi - \text{Sen } \varphi)}{\varphi} \right]^{2/3} I^{1/2}$$

$$Q = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{2} \right)^{5/3} R_H^{8/3} I^{1/2} \frac{(\varphi - \text{Sen } \varphi)^{5/3}}{\varphi^{2/3}}$$

si la sección estuviera llena  $\varphi = 2\pi$  y la expresión  $\frac{(\varphi - \text{Sen } \varphi)^{5/3}}{\varphi^{2/3}} = 2\pi$  entonces,

$$Q_s = 2\pi \frac{1}{n} \left( \frac{1}{2} \right)^{5/3} R_H^{8/3} I^{1/2}$$

$$Q_{\text{máx}} = Q_s \frac{(\varphi - \text{Sen } \varphi)^{5/3}}{2\pi \varphi^{2/3}}$$

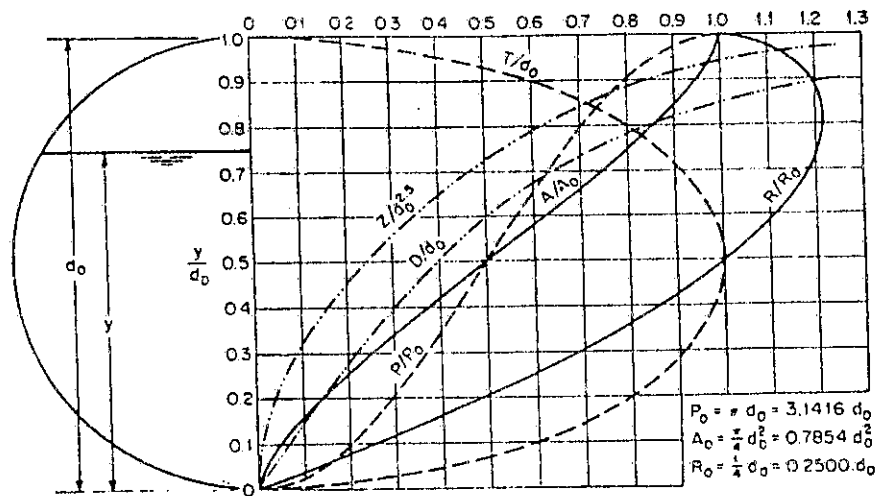


Figura 6.1.2 Elementos geométricos de una sección circular

### 6.3 OTRAS SECCIONES Y SUS ELEMENTOS HIDRÁULICOS GENERALIDADES

La gran variedad de las formas geométricas de los canales es una condición muy importante que tiene que ser analizada en la decisión de la construcción de los mismos, así como la seguridad para una explotación constante del canal, por lo tanto los cálculos hidráulicos deben ser lo más exacto; posibles, a manera que las condiciones de diseño deben estar lo más cercanas a las condiciones de la realidad.

La pendiente, la sección transversal y las dimensiones del canal, deben ser lo mejor posible, dependiendo de las condiciones para la cual se construirá el canal.



En la práctica, Para las construcciones hidráulicas, encuentran aplicación diferentes tipos de canales de las formas más variadas, desde simples, hasta más complejas, ya sea en forma *trapezoidal*, *poligonal*, *rectangular*, *triangular*, *circular*, *parabólica*, *hiperbólica* y *elíptica*.

Lo anterior da como resultado la importancia de analizar los aspectos geológicos del terreno para la estabilidad del mismo, como se puede concluir de las figuras siguientes.

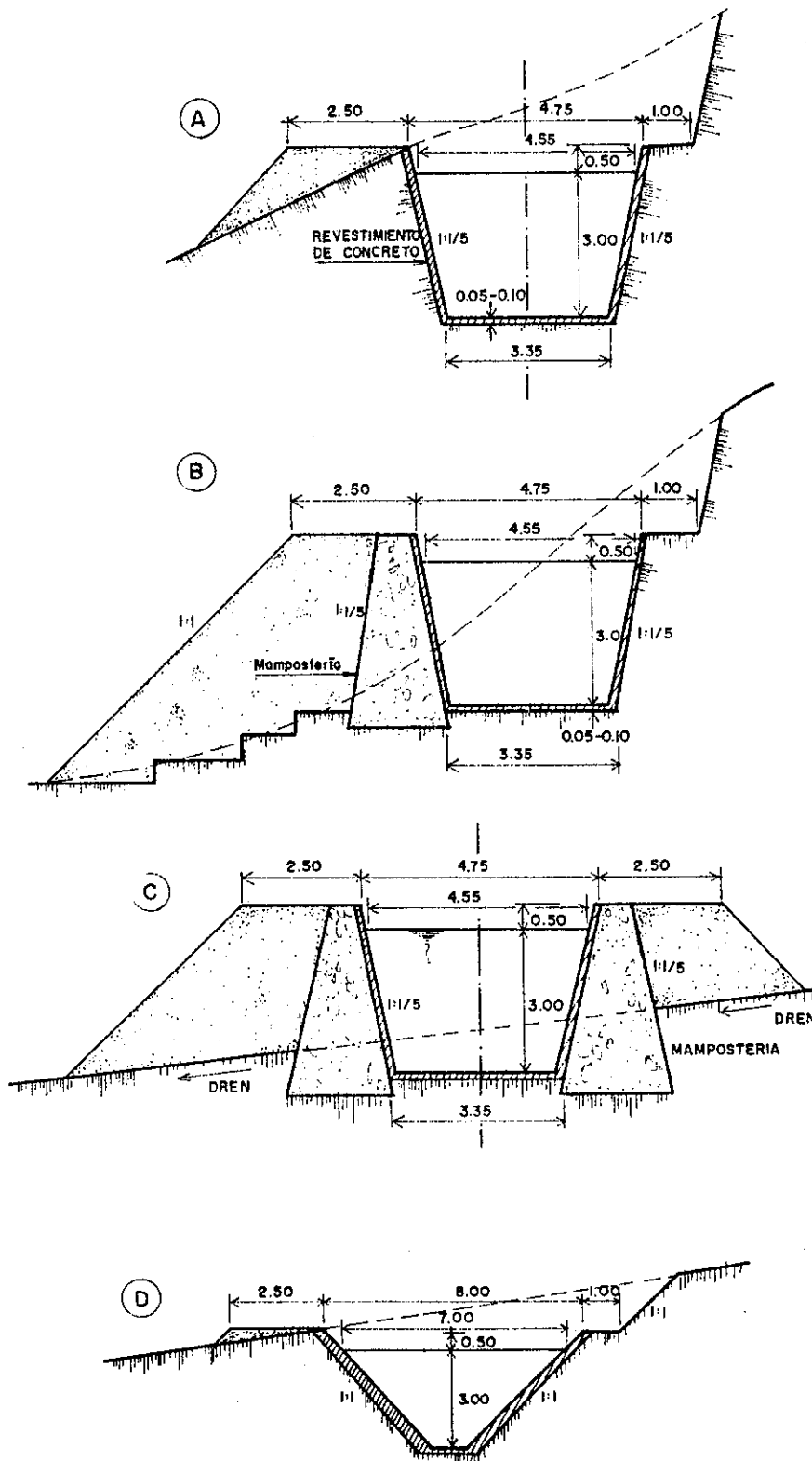


Figura 6.3.1 Diferentes tipos de perfiles para un mismo canal de la presa Stamboliski, para fines de generación eléctrica con  $Q = 20\text{m}^3/\text{seg}$

### 6.3.1 PERFILES TRAPEZOIDALES

Estos perfiles tienen mucha utilización para riego, generación hidroeléctrica, navegación, etc. Generalmente el coeficiente del talud va desde  $m = 0$  a  $m = 5$ .

Por lo tanto se tienen las siguientes fórmulas:

$$A = (b + mh)h \quad (6.3.1)$$

$$P_M = b + 2h\sqrt{1 + m^2} = b + m'h \quad (6.3.2)$$

$$R_H = \frac{A}{P_M} = \frac{(b + mh)h}{b + m'h} \quad (6.3.3)$$

$$B = b + 2mh \quad (6.3.4)$$

$$\xi = h/b \quad (6.3.5)$$

Sustituyendo

$$A = (1/\xi + m) h^2 = \frac{1 + m\xi}{\xi} h^2 \quad (6.3.1')$$

$$P_M = (1/\xi + m') h = \frac{1 + m'\xi}{\xi} h \quad (6.3.2')$$

$$R_H = \frac{(1/\xi + m)h}{(1/\xi + m')} = \frac{1 + m\xi}{1 + m'\xi} h \quad (6.3.3')$$

$$B = (1/\xi + 2m) h \quad (6.3.4')$$

$$b = \frac{1}{\xi} h \quad (6.3.5')$$

Algunos autores consideran la siguiente relación:

$$\beta = \frac{b}{h} = \frac{1}{\xi} \quad (6.3.6)$$

Entonces se pueden tener las siguientes formulaciones:

$$A = (\beta + m) h^2 \quad (6.3.1'')$$

$$P = (\beta + m') h \quad (6.3.2'')$$

$$R_H = \frac{\beta + m}{\beta + m'} h \quad (6.3.3'')$$

$$B = (\beta + 2m) h \quad (6.3.4'')$$

$$b = \beta h \quad (6.3.5'')$$

Sin embargo para disminuir la cantidad de cálculo hidráulico y buscar la eficiencia del canal, en cuanto a su topografía, geología, hidrogeología, y otras condiciones, se han elaborado tablas, las que se presentan en el apéndice, donde se calculan los coeficientes de los elementos hidráulicos, de área,  $k_A$ ; perímetro mojado,  $k_P$ ; radio hidráulico,  $k_{RH}$ ; ancho de la superficie,  $k_B$ ; y ancho de la canal,  $k_b$ , y con las relaciones  $h/b$  se puede calcular los elementos anteriormente descritos, de acuerdo a las siguientes fórmulas:

$$A = k_A h^2 \quad (6.3.1''')$$

$$P = k_P h \quad (6.3.2''')$$

$$R_H = k_{RH} h \quad (6.3.3''')$$

$$B = k_B h \quad (6.3.4''')$$

$$b = k_b h \quad (6.3.5''')$$

Más adelante se analizarán los ejemplos de cálculo utilizando las fórmulas anteriores,

Además de la ecuación 6.3.1 se pueden determinar el tirante del canal y el ancho de la superficie, dando como resultado lo siguiente:

$$h = \frac{P_M - \sqrt{P_M^2 - 4(m' - m)A}}{2(m' - m)} \quad (6.3.7)$$

$$b = \frac{(2m - m')P - m' \sqrt{P^2 - 4(m' - m)A}}{2(m - m')} \quad (6.3.8)$$

$$h = \frac{\sqrt{b^2 + 4mA} - b}{2m} \quad (6.3.9)$$

$$b = \Lambda/h - mh \quad (6.3.10)$$

### 6.3.2 PERFILES POLIGONALES

Frecuentemente canales con este tipo de sección son utilizados en navegación y en derivaciones, ya que tienen muy parecido a los canales parabólicos, por la forma natural del lecho del río. Son utilizados para terrenos con poca firmeza pero profundos, y caudales de hasta 200 m<sup>3</sup>/seg. Los elementos hidráulicos están analizados en la siguiente formulación, así como los esquemas correspondientes (ver figura 6.3.2).

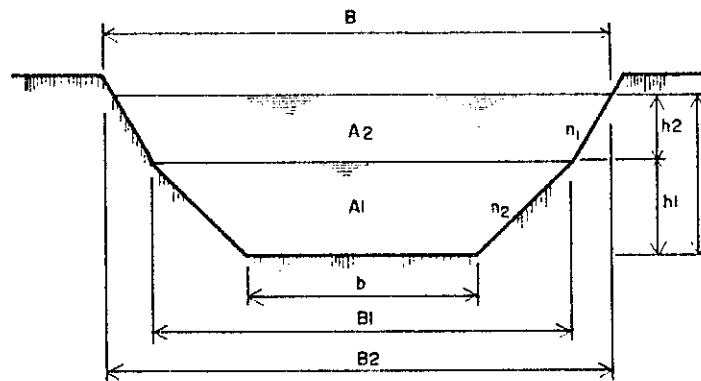


Figura 6.3.2 Perfiles poligonales.

$$A = (b + m_2 h)h + h_1(m_1 - m_2)(2h - h_1) \quad (6.3.11)$$

$$P = b + m_2 h + (m_1 + m_2)h_1 \quad (6.3.12)$$

$$B = b + 2 m_2 h + (m_1 - m_2)2h_1 \quad (6.3.13)$$

$$B_1 = b + 2m_1 h_1 \quad (6.3.14)$$

$$B_2 = B_1 + 2m_2 h_2 = b + (m_1 + m_2 a_2)2h_1 \quad (6.3.15)$$

$$B = B_2 + 2m_3 h_3 = b + (m_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3) 2h_1 \quad (6.3.16)$$

$$A_1 = (b + m_1 h_1) h_1 \quad (6.3.17)$$

$$A_2 = (B_1 + m_2 h_2)h_2 = (b + 2m_1 h_1 + m_2 a_2 h_1) a_2 h_1 \quad (6.3.18)$$

$$A_3 = (B_2 + m_3 h_3)h_3 = (b + 2m_1 h_1 + 2m_2 a_2 h_1 + m_3 a_3 h_1) a_3 h_1 \quad (6.3.19)$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \quad (6.3.20)$$

### 6.3.3 PERFILES RECTANGULARES

Estos canales se encuentran siempre y cuando el coeficiente  $m = 0$  y  $m' = 2$  (ver figura 7.3.3). La formulación hidráulica de estos canales es la siguiente.

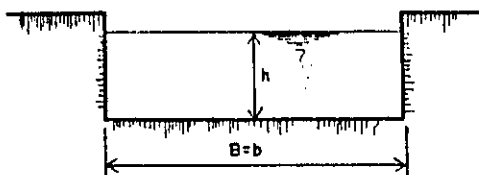


Figura 6.3.3 Perfil rectangular

$$A = bh = 1/\xi h^2; \quad \xi = h/b \quad (6.3.21)$$

$$P_M = b + 2h = (1/\xi + 2) h \quad (6.3.22)$$

$$R_H = \frac{bh}{b + 2h} = \frac{h}{\xi(1/\xi + 2)} \quad (6.3.21)$$

$$B = b = 1/\xi h \quad (6.3.24)$$

### 6.3.4 PERFILES TRIANGULARES

Estos canales pueden analizarse como parte de los canales trapezoidales, teniendo en cuenta que  $b=0$  y  $\xi = 1$ . Entonces las fórmulas para calcular los elementos hidráulicos son las siguientes.

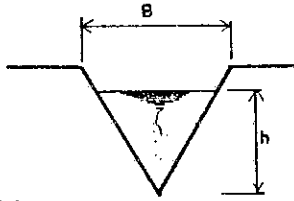


Figura 6.3.4 Perfil triangular

$$A = mh^2 \quad (6.3.25)$$

$$P_M = m' h \quad (6.3.26)$$

$$B = 2mh \quad (6.3.27)$$

### 6.3.5 PERFILES CIRCULARES

Este tipo de perfiles se analizó en la sección 6.1 (Elementos hidráulicos en canales de sección circular). Los elementos hidráulicos están en función del ángulo de llenado  $\phi$ , el cálculo de los mismos se describe en las ecuaciones 6.1.1 a la 6.1.6.

En la tabla B.6 del apéndice B se presentan valores de  $a$ , para poder determinar el valor de los coeficientes mencionados en función de  $\phi$ .

$$a = h/D \quad (6.3.28)$$

$$h = R(1 - \cos \phi/2) \rightarrow \text{ecuación 6.1.3}$$

$a$  = grado o porcentaje de llenado de la tubería.

$$a = \frac{1}{2} (1 - \cos \phi/2) \quad (6.3.29)$$

En diferentes sistemas de drenaje el grado de llenado determina el diámetro de la tubería. Por ejemplo:

$$a = 0.60 \quad \text{Ø150mm a Ø300mm}$$

$$a = 0.70 \quad \text{Ø300mm a Ø450mm}$$

$$a = 0.75 \quad \text{Ø450mm a Ø600mm}$$

$$a = 0.80 \quad \text{Ø600mm}$$

velocidad mínima = 0.60m/seg

velocidad máxima de 3.00 3.50 m/seg

Para facilitar el cálculo del caudal y la velocidad, éstos se pueden determinar por las siguientes fórmulas:

$$A = Q/Q_s, \quad B = V/V_s$$

$$Q = AK_c \sqrt{I} \quad (6.3.30)$$

$$V = BW_c \sqrt{I} \quad (6.3.31)$$

Donde  $W_c = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2}r\right)^{2/3}$   $r$  = radio de la tubería

$$K_c = \frac{1}{n} r^{8/3} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^{2/3}$$

Donde  $A$  y  $B$  se sacan de las respectivas gráficas de cálculo (ver tabla B.6 del apéndice B).

### 6.3.6 PERFILES PARABÓLICOS

Estos canales son utilizados para el transporte de madera, pueden ser prefabricados, y son calculados basándose en la ecuación de la parábola  $x^2 = 2py$  (ver figura 6.3.5).

Para los elementos hidráulicos, pueden calcularse basándose en las siguientes formulaciones:

$$A = \frac{n}{n+1} Bh \quad (6.3.32)$$

$$A = \frac{2}{3} Bh = \frac{1.8856}{\sqrt{\tau}} h^2 \quad (6.3.33)$$

$$P_M = f(\tau) h \tag{6.3.34}$$

$$R_H = \frac{1.8856}{\sqrt{\tau} f(\tau)} h \tag{6.3.35}$$

$$V = C \sqrt{R_H I} = \frac{1}{n} R_H^{(y+0.5) I^{1/2}} \tag{6.3.36}$$

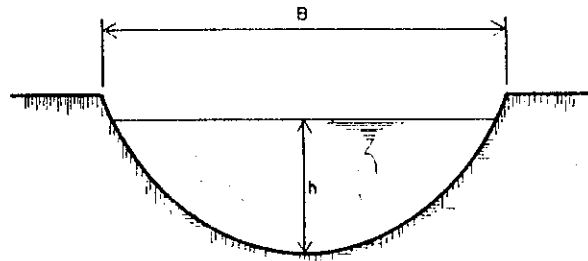


Figura 6.3.5 Perfiles parabólicos

Para facilitar los cálculos se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$Q = AV = A \frac{1}{n} \left( \frac{1.8856}{\sqrt{\tau} f(\tau)} h \right) \tag{6.3.37}$$

$$C = \frac{1}{n} R_H^y$$

$\tau = h/P$  ;  $P$  = coeficiente de la parábola,

$$f(\tau) = \frac{1}{\tau} \left[ \sqrt{2\tau(1+2\tau)} + \text{Ln}(\sqrt{2\tau} + \sqrt{1+2\tau}) \right]$$

Valores que pueden calcularse de la tabla 6.3.2.

No.	$\tau=h/P$	$f(\tau)$	No.	$\tau=h/P$	$f(\tau)$	No.	$\tau=h/P$	$f(\tau)$
1	0.5	4.59117	11	1.5	3.18737	21	3	2.70302
2	0.6	4.28681	12	1.6	3.13192	22	3.2	2.66878
3	0.7	4.05459	13	1.7	3.08199	23	3.4	2.63805
4	0.8	3.87060	14	1.38	3.26266	24	3.6	2.61027
5	0.9	3.72065	15	1.8856	3.00128	25	3.8	2.58504
6	1	3.59571	16	2	2.95789	26	4	2.56201
7	1.1	3.48975	17	2.2	2.89131	27	4.2	2.54089
8	1.2	3.39860	18	2.4	2.83427	28	4.4	2.52144
9	1.3	3.31921	19	2.6	2.78479	29	4.6	2.50347
10	1.4	3.24937	20	2.8	2.74140	30	4.8	2.48682

Tabla 6.3.2

### 6.3.7 PERFILES HIPERBÓLICOS

El perfil hiperbólico, como se analiza en la figura 6.3.6, sabemos que es una ecuación

$$y = x^2 + a^2$$

Los elementos hiperbólicos de la sección están en relación del tirante  $h$  y del coeficiente del talud  $m$ ; saliendo de la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = \text{Cotan}\phi = m$$

de la ecuación 6.3.38

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} = \frac{y}{\sqrt{y^2 - a^2}}$$

en donde

$$a = \frac{h\sqrt{m^2 - 1}}{m - \sqrt{m^2 - 1}}$$

y haciendo  $k_1 = \sqrt{m^2 - 1}$ , se obtiene el valor

$$a = \frac{k_1}{m - k_1} h \quad (6.3.38)$$

En la práctica se analiza sólo si los casos donde  $m$  es mayor que 1, o sea valores a  $45^\circ$ .

Los elementos hidráulicos de la sección son los siguientes

$$B = 2x = \sqrt{2y^2 - a^2}$$

al sustituir  $y = a + h$  y  $a = \frac{k_1}{m - k_1} h$

y sabiendo que

$$\sqrt{\frac{m + k_1}{m - k_1}} = \frac{1}{m - k_1}$$

hasta llegar al resultado

$$B = \frac{2}{m - k_1} h \quad (6.3.39)$$

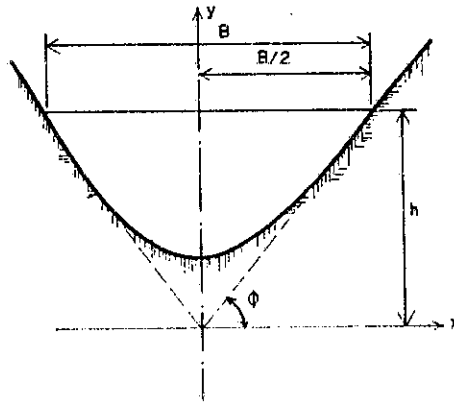


Figura 6.3.6 Perfil hiperbólico

## 6.4 DIFERENTES TIPOS DE PROBLEMAS

### EJEMPLO 6.4.1

Determinar las dimensiones de un canal trapezoidal para un caudal de  $Q = 20 \text{ m}^3/\text{seg}$ ,  $I = 0.5/1000$ ,  $n = 0.014$ ,  $m = 1.5$  y  $\xi = 2.11$

### SOLUCIÓN

Para la solución de este problema, calcular el caudal característico, luego elaborar una tabla, resolver por tanteos, hasta que el caudal característico tenga un valor parecido al calculado en la tabla.

$$K_Q = \frac{Q}{\sqrt{I}} = \frac{20}{\sqrt{0.0005}} = 894.43$$

$h$	$b = \frac{h}{\xi}$	$K_A = \frac{1}{\xi} + m$	$A = K_A h^2$	$K_{RH} = \frac{\frac{1}{\xi} + m}{\frac{1}{\xi} + 2\sqrt{1+m^2}}$	$R_H = K_{RH} \cdot h$	$K_V = \frac{1}{n} R_H^{2/3}$	$K_Q = K_V A = \frac{Q}{\sqrt{I}}$
2.00	0.95	1.97	7.90	0.48	0.97	69.88	551 < 894
3.00	1.42	1.97	17.77	0.48	1.45	91.57	1627 > 894
2.5	1.19	1.97	12.34	0.48	1.21	81.09	1000 > 894
2.25	1.07	1.97	9.99	0.48	1.09	75.59	755 < 894
2.30	1.09	1.97	10.42	0.48	1.11	76.71	801 < 894
2.35	1.11	1.97	10.90	0.48	1.14	77.82	848 < 894
2.39	1.13	1.97	11.28	0.48	1.15	78.70	887 < 894
2.40	1.14	1.97	11.37	0.48	1.16	78.92	897 ≈ 894

La solución aproximada es

$$h = 2.40$$

$$b = 1.14$$

Y con estas dimensiones el caudal es  $Q = 20.06 \text{ m}^3/\text{seg}$ , que es bastante aproximado al descrito en el ejemplo.

El procedimiento que se empleó fue:

1. Determinar el caudal característico.
2. Calcular  $b = h / \xi$ ,  $A = K_A h^2$  y  $R_H = K_{RH} h$ .
3. Determinar  $K_V = \frac{1}{n} R_H^{2/3}$
4. Comprobar  $K_Q = K_V A = \frac{Q}{\sqrt{I}}$

Anterior a este procedimiento, asumir valores probables de  $h$ .

## **CAPÍTULO VII DISEÑO DE CANALES**

**7.1 Introducción al Diseño de Canales**

**7.2 Diseño de Canales Revestidos**

**7.3 Diseño de canales de tierra estables, no revestidos:**

*Una metodología general de diseño basada en la fuerza tractiva*

**7.4 Diseño de Canales con diferentes revestimientos**

**7.5 Aspectos Constructivos de los Canales**



## 7.1 INTRODUCCIÓN AL DISEÑO DE CANALES

En este capítulo se reúne el estudio hecho en capítulos anteriores; ya que se puede aplicar el conocimiento adquirido en los mismos. El diseño de canales es un tema de mucha importancia en el área de hidráulica de canales, aunque el diseño de éstos debería basarse en la economía, seguridad y estética, es decir, el diseño de un canal capaz de transportar agua entre dos puntos, de una forma segura y a un costo óptimo. En este capítulo únicamente se tratarán los aspectos hidráulicos del diseño de canales.

El estudio del diseño de canales, en este capítulo será limitado para el flujo uniforme, de los cuales se tratarán tres:

1. Canales revestidos o no erosionables.
2. Canales no revestidos, de tierra o erosionables.
3. Canales revestidos por vegetación.

Antes de analizar el estudio y procedimiento de cada tipo, es necesario definir algunos conceptos básicos.

### 7.1.1 SECCIÓN HIDRÁULICAMENTE ÓPTIMA

La sección hidráulica óptima se define cuando aumenta el gasto de un canal al incrementarse el radio hidráulico o disminuir el perímetro mojado, o sea, desde el punto de vista hidráulico la sección será óptima cuando tenga el menor perímetro mojado. De todas las secciones transversales conocidas, la que tiene el menor perímetro mojado con la misma área dada, es el semicírculo, por lo tanto ésta sección es la más eficiente de todas las secciones.

Los elementos geométricos de las seis mejores secciones hidráulicas se resumen en la tabla 7.1.1.

SECCIÓN TRANSVERSAL	ÁREA A	PERÍMETRO MOJADO P <sub>M</sub>	RADIO HIDRÁULICO R <sub>H</sub>	ANCHO SUPERFICIAL B	TIRANTE HIDRÁULICO D
Trapezoidal:	1.73 y <sup>2</sup>	3.46y	0.500y	2.31y	0.750y
Medio hexágono					
Rectángulo:	2y <sup>2</sup>	4y	0.500y	2y	y
medio cuadrado					
Triángulo:	y <sup>2</sup>	2.83y	0.354y	2y	0.500y
medio cuadrado					
Semicírculo	0.500π y <sup>2</sup>	π y	0.500y	2y	0.250 π y
Parábola: B = 2/2y	1.89 y <sup>2</sup>	3.77y	0.500y	2.83y	0.667y
Catenaria hidráulica	1.40y <sup>2</sup>	2.98y	0.468y	1.92y	0.728y

Tabla 7.1.1 Secciones hidráulicamente óptimas

Desde el punto de vista práctico, la sección óptima no necesariamente resulta ser la más económica, por lo que se deben considerar los siguientes factores:

1. La óptima sección minimiza el área requerida para pasar un caudal dado, pero el área de excavación para lograr la sección óptima podría ser un poco mayor si se considera la remoción de volumen sobrante.
2. La construcción de una óptima sección hidráulica estable puede resultar imposible con el material natural disponible. Al revestir el canal, el costo de revestimiento puede compararse con el costo de la excavación.
3. El costo de la excavación depende, aparte de la cantidad que se debe remover, de la facilidad de acceso al sitio y el costo del material desechado producto de la excavación.

4. La pendiente del canal puede considerarse como una variable, ya que no está determinada completamente por las condiciones topográficas. Así, una pendiente suave puede requerir de mayor sección transversal para un caudal dado y el costo de excavación del sobrante puede reducirse.

### 7.1.2 VELOCIDAD MÍNIMA PERMITIDA

La velocidad mínima permitida o la velocidad no depositante es la velocidad más baja que no permite la sedimentación y crecimiento vegetal. Esta velocidad no es fácil de determinar y a veces resulta ser muy incierta, pero una velocidad de 0.61 a 0.91 m/seg puede prevenir la sedimentación cuando la concentración de finos es pequeña y una velocidad media no menor a 0.76m/seg es la que prevendrá el crecimiento de vegetación.

### 7.1.3 PENDIENTES DEL CANAL

La pendiente longitudinal del fondo de un canal se determina por la topografía, la carga de energía requerida para el flujo de agua y el propósito a que se destina el canal. Por ejemplo, en los canales que se utilizan para distribución de agua, los que se usan en riego, excavación hidráulica y proyectos de hidropotencia, es deseable obtener una carga alta en el punto de descarga, por lo que es deseable usar una pendiente mínima.

Los taludes del canal dependen principalmente de la clase de material. Los taludes deben ser los más pronunciado posible para minimizar la cantidad de tierra requerida. La tabla 7.1.2 da una idea general de los taludes aconsejables para su uso con varias clases de materiales.

MATERIAL	TALUD
Roca	Casi vertical
Suelos orgánicos	1:¼
Arcilla dura o tierra con revestimiento de concreto	1:¼ a 1:1
Tierra con revestimiento de piedra o tierra para grandes canales	1:1
Arcilla firme o tierra para pequeñas zanjas	1:1 ¼
Tierra arenosa suelta	1:2
Limos arenosos o arcilla porosa	1:3

Tabla 7.1.2 Taludes recomendados para canales de varios tipos de materiales.

Estos valores deben usarse para un diseño preliminar. En cortes profundos, los taludes por lo general son más pronunciados sobre la superficie del agua que debajo de ésta. En muchos casos, los taludes se determinan por los factores económicos, por lo que se harán algunos comentarios:

En muchos canales de tierra no revestidos los taludes son de 1:1.5, y si el recorrido del canal es en un material cohesivo se usan taludes hasta de 1:1.

En canales revestidos los taludes son mayores que en un canal no revestido. Para taludes mayores a 1:0.75 los revestimientos se deben diseñar para aguantar el empuje del suelo.

Los taludes en rocas pueden ser verticales, es decir 1:0.

### 7.1.4 BORDO LIBRE

Es la distancia vertical, que se mide desde la parte superior del canal o de su recubrimiento a la superficie del agua, cuando el canal trabaja con el caudal de diseño en flujo normal. Esta distancia debería ser suficiente para prevenir fluctuaciones en la superficie del canal causadas por:

1. Olas producidas por el viento.

2. Mareas.
3. Saltos hidráulicos.
4. Sobreelevación del agua ocasionada por su paso por curvas a alta velocidad.
5. Intercepción del escurrimiento debido a tormentas por el canal.
6. Ocurrencia de tirantes mayores que los de diseño debido a la sedimentación o aumento en el factor de fricción.
7. No-operación temporal del sistema de canales.

Comúnmente se utilizan bordos libres que oscilan entre el 5% y 30% de la profundidad del flujo. También se puede hacer uso de la figura 7.1.1, en donde el bordo libre va asociado al revestimiento y a la parte superior del canal. Estas curvas empíricas se aplican a canales revestidos con una superficie dura. Para canales no revestidos el bordo libre oscila entre 0.30m para pequeños canales laterales a 1.20m en canales de 85m<sup>3</sup>/seg o más capacidad, con profundidades de agua relativamente grandes. El bordo libre de canales no revestidos puede estimarse preliminarmente mediante la siguiente fórmula:

$$F = \sqrt{Cy} \quad (8.1.1)$$

Donde F = bordo libre

y = tirante de diseño

C = coeficiente que varía de 1.5 para Q = 0.57m<sup>3</sup>/seg a 2.5 para Q = 85m<sup>3</sup>/seg.

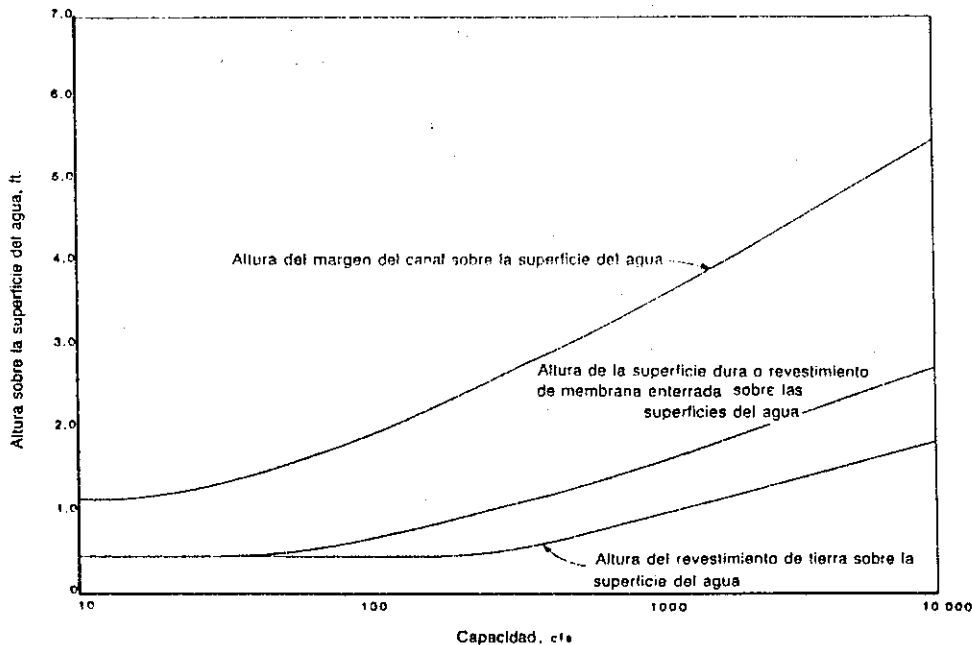


Figura 7.1.1 Bordo libre para las márgenes del canal y para superficies duras, membranas enterradas y revestimientos de tierra.

## 7.2 DISEÑO DE CANALES REVESTIDOS

Los canales revestidos o no erosionables tienen cinco razones principales por las que deben construirse:

1. Permitir que el transporte de agua sea a velocidades altas en terrenos con excavaciones profundas y que el costo sea económico.
2. Permitir un costo reducido de construcción cuando el transporte de agua sea a alta velocidad.
3. Disminuir la infiltración, conservando el agua y reduciendo la sobrecarga en los terrenos adyacentes al canal.
4. Reducir el costo anual de operación y mantenimiento.
5. Asegurar que la sección transversal del canal sea estable.

El diseño de canales revestidos es un proceso que consiste generalmente en dimensionar un tipo supuesto de sección transversal. En la tabla 7.2.1 se describe un procedimiento, en donde se supone que el caudal de diseño  $Q_D$ , la pendiente  $I$ , el tipo de sección transversal y el material de revestimiento se seleccionan antes al proceso de diseño.

Un aspecto importante en el diseño de canales revestidos es el costo de material de revestimiento y el desarrollo de las dimensiones del canal que minimicen este costo. El costo de revestimiento está en función del volumen de material de revestimiento, en el cual, éste es función del espesor de revestimiento, y de la magnitud del perímetro mojado. Cuando el canal se reviste con un material uniforme, una sección hidráulica óptima minimiza el costo de revestimiento (tabla 7.1.1). El problema se complica cuando el espesor de revestimiento cambia con el perímetro. Trout (1982) evaluó el problema de la optimización del costo de revestimiento cuando éste no era el mismo en el fondo que en los taludes del canal. El método que empleó no considera los costos de colocación ni de construcción.

PASO	PROCEDIMIENTO
1	Estimar el valor de $n$ o $C$ para el material de revestimiento dado
2	Calcular el factor de sección: $AR_{II}^{2/3} = \frac{nQ}{\phi \sqrt{I}}$ donde $\phi = 1.49$ en el sistema inglés y 1.00 en el sistema métrico.
3	Resolver la ecuación del factor de sección para $y_n$ usando las expresiones para $A$ y $R$ (tabla 1.2.1). En la figura 3.4.1 se describe un procedimiento de cálculo para la solución de la ecuación del factor de sección. <i>Nota:</i> Este paso <i>puede</i> requerir suposiciones sobre taludes, ancho de fondo, etc.
4	Si se requiere de la sección hidráulica óptima, calcular los parámetros del canal con la tabla 7.1.1, en caso contrario utilizar la tabla 1.2.1, usando el $y_n$ del paso 3.
5	Verificar: La velocidad mínima permisible para agua que transporta sedimentos y para vegetación. El número de Froude.
6	Estimar: Altura requerida del revestimiento sobre la superficie del agua, figura 7.1.1. Bordo libre requerido, figura 7.1.1.
7	Resumir los resultados en un bosquejo dimensionado.

Tabla 7.1.3 Procedimiento de diseño de canales revestidos.

Se había notado que el parámetro de mayor importancia en el dimensionamiento de los canales revestidos es el factor de sección (ecuación 3.4.5). Para secciones trapezoidales, rectangulares y triangulares, el factor de sección vale:

$$AR_{II}^{2/3} = \frac{A^{5/3}}{P_M^{2/3}} = \frac{(b + my^2)^{5/3}}{[b + 2y\sqrt{1 + m^2}]^{2/3}} = \frac{Qn}{\phi \sqrt{I}} \quad (7.2.1)$$

Donde  $m$  = talud  
 $b$  = ancho de fondo  
 $y$  = tirante  
 $I$  = pendiente del canal  
 $n$  = coeficiente de Manning  
 $Q$  = gasto de diseño  
 $\phi$  = una constante igual a 1.49 para el sistema inglés y 1.00 para el sistema métrico.

La ecuación anterior puede reordenarse dando una solución implícita para el tirante:

$$y = \frac{[(b/y) + m\sqrt{1 + m^2}]^{1/4} \left( \frac{Qn}{\phi \sqrt{I}} \right)^{3/8}}{[(b/y) + m]^{5/8}} \quad (7.2.2)$$

En esta ecuación, las variables  $b$  y  $y$  pueden reducirse en forma explícita si se conocen  $b/y$  y el talud  $m$ .

El costo de material usado en el revestimiento, por lo regular se da en función del volumen de material usado. O sea, si el espesor del revestimiento está especificado, el costo por unidad de largo del canal es sólo función del perímetro mojado más el bordo libre y el material usado en las esquinas (ver figura 7.2.1).

Referente a la figura 7.2.1

$$C_b = \mu_b (\text{volumen/cantidad de longitud}) = \mu_b t_b (b + b') = Bb + k \tag{7.2.3}$$

$$C_s = \mu_s (\text{volumen/unidad de longitud}) = \mu_s t_s (2E + 2E') = 2\Gamma (y + F) \sqrt{1 + m^2} \tag{7.2.4}$$

$$C = C_b + C_s = Bb + k + 2\Gamma (y + F) \sqrt{1 + m^2} \tag{7.2.5}$$

- Donde
- C = costo total del material por unidad de longitud
  - C<sub>b</sub> = costo del material de fondo por unidad de largo
  - C<sub>s</sub> = costo del material de los taludes por unidad de largo del canal
  - b' = ancho de la esquina de fondo
  - t<sub>b</sub> = espesor del revestimiento de fondo
  - t<sub>s</sub> = espesor del revestimiento de los taludes
  - E = longitud del talud mojado
  - E' = longitud del bordo libre sobre los taludes
  - μ<sub>b</sub> = costo del revestimiento de fondo por unidad de volumen
  - μ<sub>s</sub> = costo del revestimiento de los taludes por unidad de volumen
  - k = costo del material de las esquinas por unidad de largo
  - Γ = costo del revestimiento de los taludes para un espesor F especificado por unidad de área
  - F = requerimiento del bordo libre vertical

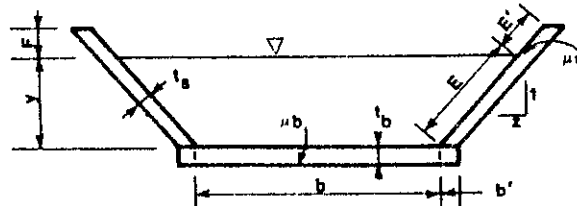


Figura 7.2.1 Definición de las dimensiones para la optimización de costos de canales trapezoidales (Trout 1982)

Para determinar las dimensiones de la sección transversal del canal de menor costo, ya sea trapezoidal, rectangular o triangular, deben resolverse las ecuaciones 7.2.1 o 7.2.2, para que en la ecuación 7.2.5 se minimicen los costos. Si se supone que el talud m es constante, se puede hacer uso del método de los multiplicadores de Lagrange para encontrar una solución algebraica explícita a este problema.

$$\frac{\partial (AR_H^{2/3}) / \partial b}{\partial (AR_H^{2/3}) / \partial y} = \frac{\partial C / \partial b}{\partial C / \partial y} \tag{7.2.6}$$

Esta ecuación está sujeta a la ecuación 7.2.1, representa la óptima solución o de costo mínimo al problema. Si las ecuaciones 7.2.1 y 7.2.5 se sustituyen en la ecuación 7.2.6 y el resultado se simplifica, se obtiene la siguiente solución óptima.

$$K_1 \left( \frac{y}{b} \right)^2 + K_2 \left( \frac{y}{b} \right) + K_3 = 0 \tag{7.2.7}$$

Donde

$$K_1 = 20(1 + m^2) - \left[ 1 + 4 \left( \frac{B}{\Gamma} \right) \right] 4m \sqrt{1 + m^2} \quad (7.2.8)$$

$$K_2 = \left( 1 - \frac{B}{\Gamma} \right) + \sqrt{1 + m^2} - 10m \left( \frac{B}{\Gamma} \right) \quad (7.2.9)$$

$$K_3 = -5 \left( \frac{B}{\Gamma} \right) \quad (7.2.10)$$

Y la razón  $b/y$  para resolver la ecuación 7.2.2 es la siguiente:

$$\frac{b}{y} = \frac{2K_1}{-K_2 \left[ K_2^2 + 20 \left( \frac{B}{\Gamma} \right) K_1 \right]^{1/2}} \quad (7.2.11)$$

La cual es función de  $m$  y la razón entre los costos unitarios del material de fondo y de los taludes.

Un procedimiento típico de solución es el siguiente:

1. Dados los valores de  $I$ ,  $Q$ ,  $n$ ,  $m$ ,  $B$ , y  $\Gamma$  se determinan los valores de  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$  con las ecuaciones 7.2.8 a 7.2.10.
2. Se estima la menor razón de costos  $b/y$  con la ecuación 7.2.11.
3. El tirante que produce el menor costo se obtiene con la ecuación 7.2.2.
4. El ancho de fondo para el menor costo se obtiene multiplicando  $y$  por la razón  $b/y$ .

### 7.3 DISEÑO DE CANALES DE TIERRA ESTABLES, NO REVESTIDOS: UNA METODOLOGÍA GENERAL DE DISEÑO BASADA EN LA FUERZA TRACTIVA

El diseño para este tipo de canales es un proceso complejo que involucra muchos parámetros, de los cuales la mayoría no pueden calcularse en forma precisa. Esta complejidad se debe a que la estabilidad de estos canales no sólo depende de los parámetros hidráulicos, sino también de las propiedades de los materiales que forman el fondo y las paredes o taludes del canal. En secciones anteriores se mencionó que una sección estable del canal es aquella en la cual no ocurre una socavación o sedimentación objetable. En esta sección se definirán tres tipos de sección inestable.

**PRIMER TIPO:** Cuando los taludes y el fondo del canal son socavados, pero no ocurre sedimentación. Este caso se da cuando el canal lleva agua sin sedimento, o agua con poco sedimento, pero con suficiente energía para erosionar el canal.

**SEGUNDO TIPO:** Este tipo es el que tiene sedimentación sin erosión. Resulta cuando el agua lleva una carga alta de sedimentos a una velocidad que permita la sedimentación.

**TERCER TIPO:** Es el caso en el cual se presenta sedimentación y erosión. Y ocurre cuando el material de excavación es susceptible a la erosión y el agua acarrea una carga significativa de sedimento.

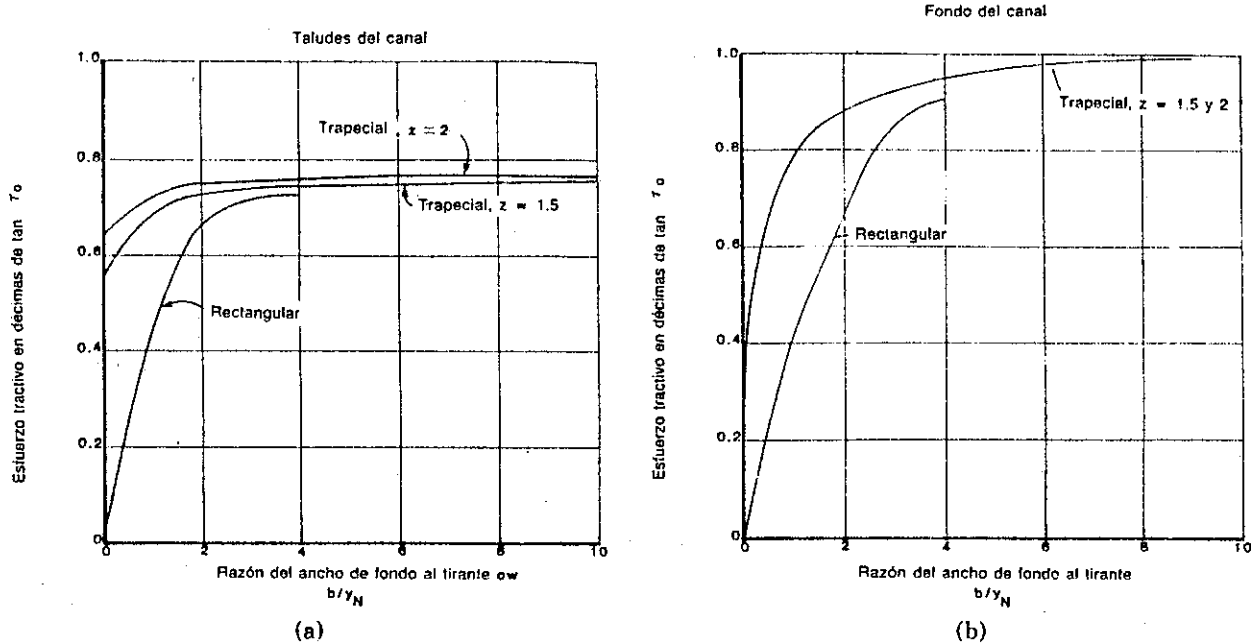
#### 7.3.1 LA FUERZA TRACTIVA

El primer paso para desarrollar un método racional de diseño para canales no revestidos, estables de tierra, es el examinar las fuerzas que provocan la erosión. La erosión perimetral del canal ocurre cuando las partículas del perímetro son sometidas a fuerzas con magnitud suficiente para producir el movimiento de la partícula. Cuando el agua fluye en un canal, se desarrolla una fuerza que actúa en la dirección del flujo sobre el lecho del canal. Esta fuerza, la cual es simplemente jalar del agua sobre el área con agua, es conocida como *la fuerza tractiva* (también conocida como fuerza cortante, fuerza de arrastre o fuerza tangencial). En un flujo

uniforme esta fuerza aparentemente es igual a la componente efectiva de la fuerza de gravedad actuando sobre el cuerpo de agua, paralela al fondo del canal e igual a:

$$F_T = \gamma A L I \tag{7.3.1}$$

- Donde  $\gamma$  = peso unitario del agua  
 $A$  = área transversal del canal  
 $L$  = longitud del volumen de control  
 $I$  = pendiente del canal



Gráfica 7.3.1 Máxima fuerza tractiva unitaria en términos de  $\gamma y_n l$ .

- a) Esfuerzo cortante tractivo máximo en función de  $\gamma y_n l$  para los taludes del canal  
 b) Esfuerzo tractivo máximo en función de  $\gamma y_n l$  para el fondo del canal

Entonces, al dividir la ecuación 7.3.1 entre el área mojada, PL, la fuerza tractiva unitaria es:

$$\tau_0 = \frac{\gamma A L I}{P L} = \gamma R_H I \tag{7.3.2}$$

Donde  $\tau_0$  = valor medio de la fuerza tractiva por unidad de área o el esfuerzo tractivo

En un canal ancho  $n_y \approx R_H$  y la ecuación 7.3.2 se convierte en  $\tau_0 = \gamma y_n I$ .

La fuerza tractiva en la mayoría de los canales no está uniformemente distribuida en el perímetro, por lo que antes de desarrollar una metodología precisa de diseño, se debe estimar la distribución del esfuerzo tractivo sobre el perímetro del canal.

En la gráfica 7.3.1 se muestran los valores de los esfuerzos tractivos máximos en los taludes y fondo del canal, que fueron determinados por estudios matemáticos, como una función de la razón del ancho de fondo y del tirante. Generalmente hablando para canales trapecoidales de las formas ordinariamente utilizadas en canales, la fuerza tractiva sobre el fondo está cerca del valor  $\gamma y_n I$  y en los taludes  $0.76 \gamma Y_n I$ .

### 7.3.2 RELACIÓN DE LA FUERZA TRACTIVA

Cuando una partícula en el perímetro del canal está por moverse, las fuerzas que provocan el movimiento están en equilibrio con las que resisten el movimiento. Estas fuerzas son la fuerza tractiva,  $A_e \tau_L$  y la componente de la fuerza de la gravedad  $W_s \text{Tan} \alpha$ . Cuando el movimiento está a punto de iniciarse

$$A_e \tau_L = W_s \text{Tan} \alpha \tag{7.3.3}$$

$$\tau_l = \frac{W_s}{A_c} \text{Tan}\alpha \tag{7.3.4}$$

Donde  $A_e$  = área efectiva  
 $\tau_l$  = esfuerzo tractivo sobre la superficie nivelada  
 $W_s$  = peso de la partícula sumergida  
 $\alpha$  = ángulo de reposo de la partícula

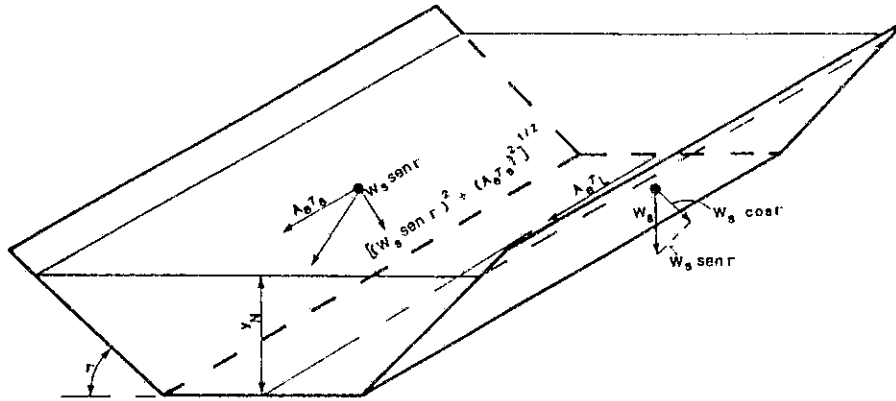
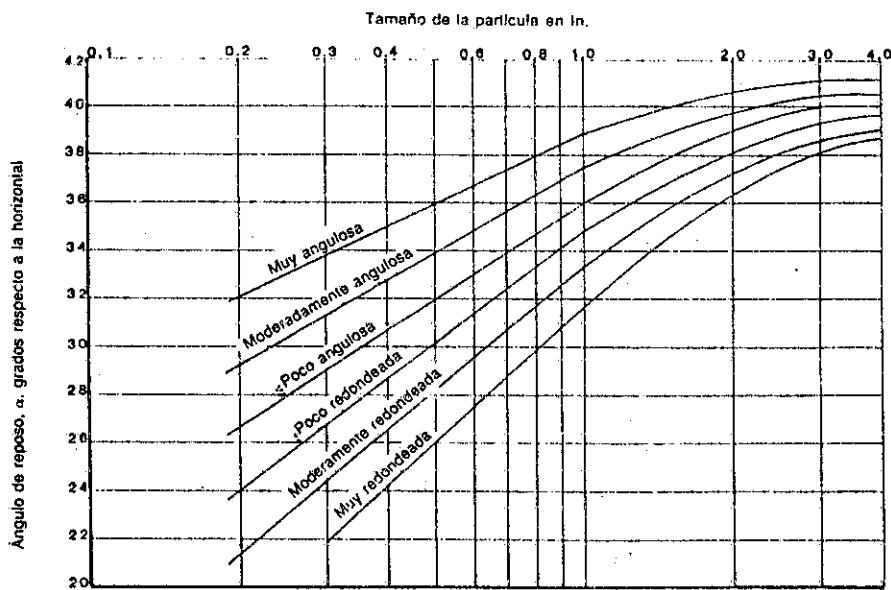


Figura 7.3.1 Análisis de las fuerzas que actúan sobre una partícula que se resiste al movimiento en el perímetro del canal

Una partícula que se encuentra en el talud del canal está sujeta a una fuerza tractiva  $\tau_s A_e$  y a una componente hacia abajo del talud  $W_s \text{ Sen}\Gamma$ , donde  $\tau_s$  = cortante del talud y  $\Gamma$  = ángulo del talud. Estas fuerzas y su resultante se muestran en forma esquemática en la figura 7.3.1. La fuerza que resiste el movimiento es la componente gravitacional multiplicada por el coeficiente de fricción  $W_s \text{ Cos}\Gamma \text{ Tan}\alpha$ . Al igualar las fuerzas gravitacionales que producen el movimiento con las que lo resisten,



Gráfica 7.3.2 Ángulos de reposo para materiales no cohesivos (Lane 1955)



$$W_s \cos \Gamma \tan \alpha = \sqrt{(W_s \tan \Gamma)^2 + (A_e \tau_s)^2} \quad (7.3.5)$$

O bien

$$\tau_s = \frac{W_s}{A_e} \cos \Gamma \tan \alpha \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \Gamma}{\tan^2 \alpha}} \quad (7.3.6)$$

Al combinar las ecuaciones 7.3.4 y 7.3.6 se forma la razón de fuerza tractiva,

$$K = \frac{\tau_s}{\tau_l} = \cos \Gamma \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \Gamma}{\tan^2 \alpha}} = \sqrt{1 - \frac{\text{SEN}^2 \Gamma}{\text{SEN}^2 \alpha}} \quad (7.3.7)$$

Donde  $K$  = razón de fuerza tractiva

Se puede ver que esta relación (ecuación 7.3.7), es una función solamente de la inclinación de la pendiente lateral  $\Gamma$  y del ángulo de reposo del material  $\alpha$ . Para materiales cohesivos y finos no cohesivos, las fuerzas cohesivas se hacen tan grandes, en proporción a la componente de la gravedad, ocasionando que la partícula ruede hacia abajo. De este modo el ángulo de reposo necesita ser considerado sólo para materiales gruesos no cohesivos. Lane (1955) encontró que, en general, el ángulo de reposo es directamente proporcional al tamaño y angulosidad de la partícula. Los datos disponibles de laboratorio se resumen en la gráfica 7.3.2. Para su uso en el diseño de estas curvas fueron preparadas para mostrar valores del ángulo de reposo para materiales no cohesivos, arriba de 0.50 cm de diámetro, para varios grados de rugosidad.

### 7.3.3 FUERZA TRACTIVA PERMITIDA

La fuerza tractiva permitida es la máxima fuerza tractiva unitaria que no causará seria erosión del material que forma el lecho del canal sobre una superficie a nivel. Esta fuerza puede ser determinada por experimentos de laboratorio, y a esta fuerza se le conoce como *fuerza tractiva crítica*.

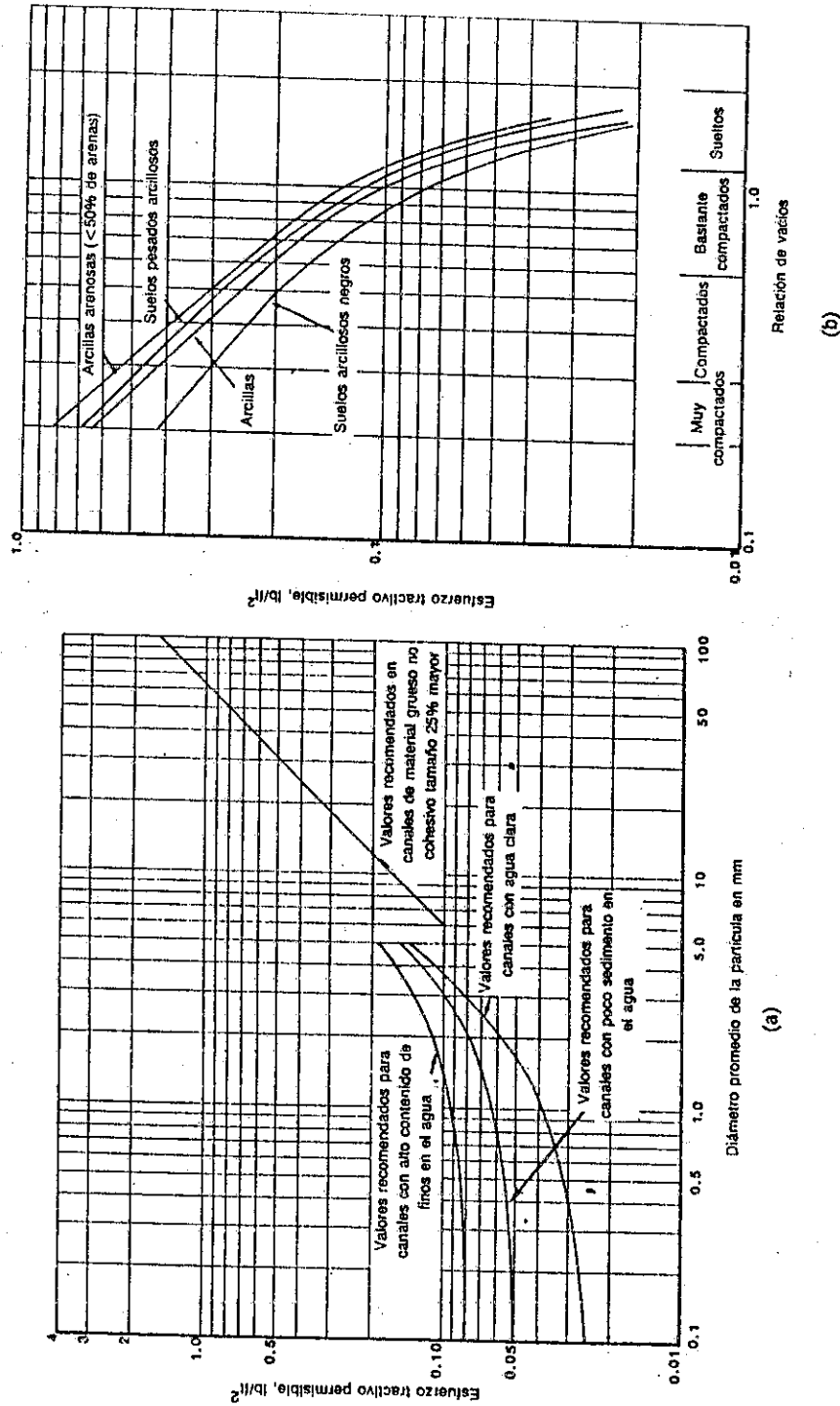
La determinación de la fuerza tractiva está ahora basada sobre el tamaño de la partícula para material no cohesivo y sobre la compacidad o relación de huecos para el material cohesivo. Otras propiedades del suelo, como el índice de plasticidad o la acción química pueden probablemente también ser considerados como índices para definir fuerzas tractivas permitidas más precisamente. Como resultado, los valores de la fuerza tractiva recomendados para el diseño del canal fueron desarrollados en la siguiente forma:

Para materiales *no cohesivos gruesos*, con suficiente factor de seguridad, se recomienda un valor de fuerza tractiva permitida, en libras por pie cuadrado, igual a 0.4 veces el diámetro en pulgadas de una partícula de la cual el 25% (en peso) del material es más grande. Los resultados se resumen en la figura 7.3.2.a por una línea recta.

Para material *no cohesivo fino*, el tamaño especificado es el tamaño medio, o tamaño pequeño que el 50% del peso. Se recomiendan tres curvas de diseño (gráfica 7.3.3.a).

1. Para canales con alto contenido de sedimento fino en el agua.
2. Para canales con bajo contenido de sedimento fino en el agua.
3. Para canales con agua clara.

Para materiales *cohesivos*, los datos basados sobre la conversión de velocidades permitidas a fuerzas tractivas unitarias se recomienda como referencia la gráfica 7.3.3.b.



Gráfica 7.3.3

- a) Esfuerzos tractivos permisibles recomendados para canales construidos en material no cohesivo
- b) Esfuerzo tractivo permisible en canales de material cohesivo

Las fuerzas tractivas permitidas mencionadas anteriormente están referidas a canales rectos. Para canales sinuosos, los valores debieran rebajarse a efecto de reducir la erosión. Lane (1955) reconoció que los canales sinuosos socavan más fácilmente que los canales alineados, y para tomar en cuenta esta observación desarrolló las siguientes definiciones. Los canales rectos tienen alineaciones rectas o ligeramente curvas y por lo común son canales construidos en planicies horizontales. Los canales ligeramente sinuosos tienen grados de curvatura típicos de canales sobre topografía ligeramente ondulante,

los canales moderadamente sinuosos tienen un grado de curvatura típico de topografía moderadamente ondulosa, los canales muy sinuosos tienen un grado de curvatura típico de canales al pie de cerros o montañas. Usando estas definiciones pueden precisarse los coeficientes de corrección (ver tabla 7.3.1).

Grado de sinuosidad	Fuerza tractiva permitida Limitante relativa
Canales rectos	1.00
Canales poco sinuosos	0.90
Canales moderadamente sinuosos	0.75
Canales muy sinuosos	0.60

Tabla 7.3.1 Comparación de las fuerzas tractivas máximas para canales con diversos grados de sinuosidad (Lane, 1955)

#### 7.3.4 MÉTODO DE LA FUERZA TRACTIVA

Esta metodología es mejor que la del método que se emplea para determinar la velocidad máxima permisible. De la ecuación 7.3.1 la fuerza tractiva crítica en la frontera del canal para un tirante  $y_1$  es

$$\tau_c = \gamma R_{H1} I_1 \quad (7.3.8)$$

Donde  $R_{H1}$  e  $I_1$  son el radio hidráulico y la pendiente, respectivamente, correspondiente al tirante  $y_1$ . Por lo que, para cualquier tirante normal  $y_2$  en un canal cuyo fondo se compone del mismo tipo de suelo, la fuerza tractiva crítica es

$$\tau_c = \gamma R_{H2} I_2 \quad (7.3.9)$$

En ambos casos, las fuerzas tractiva deben ser iguales, dado que se trata del mismo material perimetral.

$$\begin{aligned} R_{H1} I_1 &= R_{H2} I_2 \\ \frac{R_{H1}}{R_{H2}} &= \frac{I_2}{I_1} \end{aligned} \quad (7.3.10)$$

Empleando la ecuación de Manning en ambos casos, se demuestra que

$$\frac{V_2}{V_1} = \left( \frac{R_{H2}}{R_{H1}} \right)^{2/3} \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^{1/2}$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación 7.3.10 se obtiene

$$\frac{V_2}{V_1} = \left( \frac{R_{H2}}{R_{H1}} \right)^{1/6} = k \quad (7.3.11)$$

Donde  $k$  = factor de corrección aplicable a la velocidad máxima permisible, si el tirante  $y_2$  difiere del correspondiente a la velocidad máxima permisible.

Si  $y_1 = 0.91$  m y se tiene un canal ancho, la ecuación 7.3.11 queda como

$$k = 1.02 y_2^{1/6} \quad (7.3.12)$$

Aún con estos ajustes, debe reconocerse que el método de la velocidad máxima permisible no toma en cuenta la tendencia de las partículas de los taludes de rodar hacia debajo de éste bajo la influencia de la gravedad.

En la tabla 7.3.2 se resume un procedimiento para la resolución de problemas de canales no revestidos.

PASO	PROCEDIMIENTO
1	Estimar $n$ o $C$ para el material dado
2	Estimar el ángulo de reposo para el material perimetral (figura 7.3.2)
3	Estimar la sinuosidad del canal según la topografía que debe atravesar y determinar el factor de corrección de la fuerza tractiva (tabla 7.3.1)
4	Suponer un valor del ángulo de los taludes (figura 7.1.2) y (ancho de fondo)/(tirante normal)
5	Suponer que los taludes son lo que limita el diseño del canal.
6	Calcular la fuerza tractiva máxima permisible en los taludes, en función del esfuerzo cortante. Usar el factor de corrección de la gráfica 7.3.1.a y el factor de corrección del paso 3
7	Estimar la razón de fuerzas tractivas (ecuación 7.3.7)
8	Estimar la fuerza tractiva permisible en el fondo (gráfica 7.3.3) y corregir por sinuosidad (paso 3)
9	Combinar los resultados del paso 6 y 8 para determinar el tirante normal $y_n$
10	Determinar el ancho de fondo con los resultados de los pasos 4 y 9
11	Calcular $Q$ y compararlo con el gasto de diseño $Q_D$ , regresar al paso 4 y repetir el procedimiento de diseño, tanteando la razón $b/y$ hasta que $Q = Q_D$
12	Comparar la fuerza tractiva permisible en el fondo (paso 8) con la actuante dada por $\gamma y_n$ y corregir por forma (gráfica 7.3.1.a)
13	Verificar: 1. La velocidad mínima permisible para agua que lleve finos y para vegetación. 2. El número de Froude.
14	Estimar el bordo libre requerido (ecuación 7.1.1 o figura 7.1.1)
15	Resumir los resultados en un bosquejo dimensionado

Tabla 7.3.2 Un procedimiento de diseño de canales no revestidos, estables de tierra.

## 7.4 DISEÑO DE CANALES CON DIFERENTES REVESTIMIENTOS

### 7.4.1 CANALES REVESTIDOS CON VEGETACIÓN

La presencia de vegetación en los canales, resultará en una turbulencia considerable, lo cual significa pérdida de energía y retraso del flujo. El revestimiento de un canal con pasto es un método común empleado para producir flujo intermitente de irrigación y controlar el suelo que compone el perímetro del canal, y restringir el movimiento de partículas de suelo en el lecho de éste. Sin embargo los canales revestidos con vegetación no pueden, por lo general, aguantar inundaciones prolongadas ni humedad.

### 7.4.2 EL COEFICIENTE DE RETRASO

El coeficiente de rugosidad de Manning para canales con pasto, comúnmente se le llama *coeficiente de retraso*, se ha encontrado que está en función de la velocidad promedio, del radio hidráulico y del tipo de vegetación. Puede representarse a  $n$  por una serie de curvas empíricas de  $n$  contra  $VR_H$ , para varios grados de retraso. Esta figura debe usarse junto con la tabla 7.3.3, lo que da una estimación del grado de retraso para varios tipos de pastos.

### 7.4.3 LA VELOCIDAD PERMISIBLE

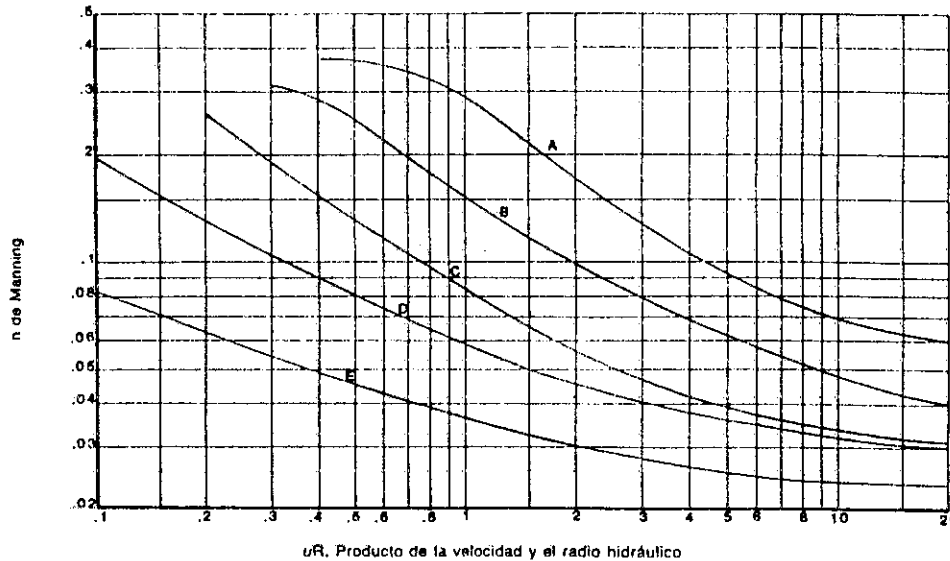
La velocidad permisible del flujo en un canal revestido con pasto es la velocidad que prevendrá la erosión en el canal durante una longitud razonable de tiempo. Velocidades permisibles para diferentes cubiertas vegetales, pendientes del canal, y condiciones del suelo se resumen en la tabla 7.3.4. Además se deben notar los siguientes lineamientos.

1. Donde sólo se pueda establecer o mantener una cubierta vegetal escasa, las velocidades no deben exceder los 0.91 m/s.

2. Donde la vegetación se tenga que establecer por siembra, se permiten velocidades del orden de 0.91 a 1.20 m/seg.
3. Cuando el césped puede desarrollarse rápidamente o cuando el flujo normal del canal se puede desviar hasta que se establezca una capa vegetal, se pueden tener velocidades de 1.20 a 1.50 m/seg.
4. En césped bien establecido y de buena calidad, se permiten velocidades entre 1.50 a 1.80 m/seg.
5. En condiciones muy especiales, se permiten velocidades hasta de 1.80 a 2.10 m/seg.

RETRASO	CUBIERTA	CONDICIÓN
A. Muy alto	Hierba weeping love	Excelente germinación alta (promedio 75cm)
	Bluestem ischaemum amarilla	Excelente germinación alta (promedio 90cm)
B. Alto	Kudzu	Crecimiento muy denso sin corte
	Hierba bermuda	Buena germinación alta (promedio 30cm)
	Hierba nativa mezclada (pequeña bluestem, grama azul y otras hierbas largas y cortas)	Buena germinación sin cortar a máquina
	Hierba weeping love	Buena germinación, alto (promedio 60cm)
	Maleza de trébol sericea	Buena germinación, no boscoso alto (promedio 48cm)
	Alfalfa	Buena germinación, sin corte (promedio 28cm)
	Hierva weeping love	Buena germinación, cortada a máquina (promedio 33cm)
C. Moderado	Kudzu	Crecimiento denso, sin corte
	Gramma azul	Buena germinación sin corte (promedio 33cm)
	Hierba crab	Suficiente germinación, sin corte (35 a 120cm)
	Hierba bermuda	Buena germinación, cortada a máquina (promedio 15cm)
	Maleza de trébol común	Buena germinación sin corte (promedio 28cm)
	Mezcla hierba-legumbre-verano (hierba de huerta, forraje, hierba italiana de centeno y maleza de trébol común)	Buena germinación sin corte (15 a 20cm)
D. Bajo	Hierba chilopoda	Cubierta muy densa (promedio)
	Hierba azul Kentucky	Buena germinación, encabezada (15 a 30cm)
	Hierba bermuda	Buena germinación cortado a 6cm de altura
	Maleza de trébol común	Excelente germinación sin corte (promedio 11cm)
	Hierba búfalo	Buena germinación sin corte (8 a 15cm)
E. Muy abajo	Mezcla hierba-legumbre-otoño, primavera (hierba de huerta, forrajes, hierba italiana de centeno y maleza de trébol común)	Buena germinación, sin corte (10 a 13 cm)
	Maleza de trébol sericea	Después de cortar a 2" de altura, muy buena germinación antes del corte
E. Muy abajo	Hierba bermuda	Buena germinación cortado a 15" de altura
	Hierba bermuda	Raíces quemadas

Tabla 7.3.3 Clasificación de grados de retraso para vario tipos de pastos (Coley, 1975)



Gráfica 7.3.4  $n$  de Manning en función de la velocidad, radio hidráulico y retraso vegetal (Coyle 1975)

#### 7.4.4 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

Para el diseño de canales revestidos con vegetación se debe, en la mayor parte de los casos, proceder en dos etapas. En la primera etapa se supone un bajo grado de retraso, que corresponde a las estaciones de poco crecimiento a períodos en los cuales se establece la vegetación. La segunda etapa da las dimensiones pertinentes con la suposición de un alto grado de retraso. En la tabla 7.3.5 se resume un procedimiento recomendado, donde se supone que la pendiente del canal, la forma, el tipo de pasto, y el gasto de diseño se establecieron previos al inicio del proceso de diseño. Las formas de sección comúnmente utilizadas son la trapezoidal, triangular, y parabólica, siendo las últimas dos las más populares. Se debe hacer conciencia que al diseñar canales revestidos con vegetación algunas consideraciones principales pueden afectar el cruce fácil de la maquinaria hidráulica durante los períodos en que esté seco el canal. Esta consideración puede requerir que los taludes del canal se diseñen para este propósito en vez de la eficiencia hidráulica o la estabilidad del canal.

CUBIERTA	VARIACIÓN DE LA PENDIENTE %	Velocidad permitida m/seg	
		Suelos resistentes a la erosión	Suelos fácilmente erosionables
Hierba bermuda	0-5	2.4	1.8
	5-10	2.1	1.5
	>10	1.8	1.2
Hierba Buffalo, bluegrass Kentucky, tallos altos y espinosos, grama azul	0-5	2.1	1.5
	5-10	1.8	1.2
	>10	1.5	0.9
Mezcla de hierbas	0-5	1.5	1.2
	5-10	1.2	0.9
No usar pendientes más pronunciadas que 10%			
Maleza de trébol sericea, hierba weeping love, ischaemum, kudzu, alfalfa, crabgrass	0-5	1.0	0.76
	Su uso en pendientes más pronunciadas que el 5% no laterales en un canal	excepto en pendientes combinado	
Anuales -usadas en pendientes-suaves o como protección temporaria hasta que se establezcan cubiertas permanentes, maleza trébol común, hierba Sudan	0-5	1.0	0.76
	Su uso en pendientes más pronunciadas que el 5% no es recomendable		

Tabla 7.3.4 Velocidades permisibles en canales revestidos con pasto (Coyle, 1975)

PASO	PROCESOS
	ETAPA I
1	Suponer un valor de $n$ y determinar $VR_H$ que corresponda a esta suposición (Gráfica 7.3.4)
2	Seleccionar la velocidad permisible con la tabla 7.3.4 que corresponde a la pendiente del canal, material de revestimiento, y suelo dados y calcular el valor de $R_H$ usando los resultados del paso 1
3	Con la ecuación de Manning y el valor supuesto de $n$ , calcular $VR_H = \frac{\phi R_H^{5/3} \sqrt{I}}{n}$
4	Repetir los pasos 1 a 3 hasta que los valores de $VR_H$ determinados en el paso 1 y 3 concuerden
5	Determinar $A$ a partir del gasto de diseño y la velocidad permisible (paso 2)
6	Determinar las dimensiones del canal para los valores de $R_H$ y $A$
ETAPA II	
1	Suponer un tirante para el canal de la etapa I y calcular $A$ y $R_H$
2	Calcular la velocidad media $V = Q/A$ Para el $A$ encontrada en el paso 1
3	Calcular $VR_H$ usando los resultado de los pasos 1 y 2
4	Utilizar los resultados del paso 3 para determinar $n$ con la gráfica 7.3.4
5	Con la $n$ del paso 4, $R_H$ del paso 1, y la ecuación de Manning calcular $V$
6	Comparar la velocidad promedio calculada en los pasos 2 y 5 y repetir los pasos 1 a 5 hasta que sean aproximadamente iguales
7	Agregar el bordo libre adecuado y verificar el número de Froude
8	Resumir el diseño en un bosquejo dimensionado

Tabla 7.3.5 Un procedimiento de diseño para canales revestidos con pasto

En muchos casos, el centro de canales revestidos con vegetación se protegen con grava o roca, para mayor estabilización del canal y/o para producir un drenaje adecuado.

Dada la complejidad de las superficies con vegetación, no es sorprendente que el diseño de estos canales sea empírico. Es claro que se necesita más investigar en esta área.

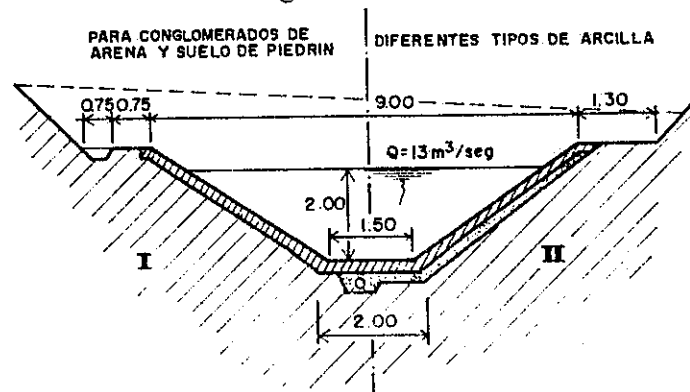
## 7.5 ASPECTOS CONSTRUCTIVOS DE LOS CANALES

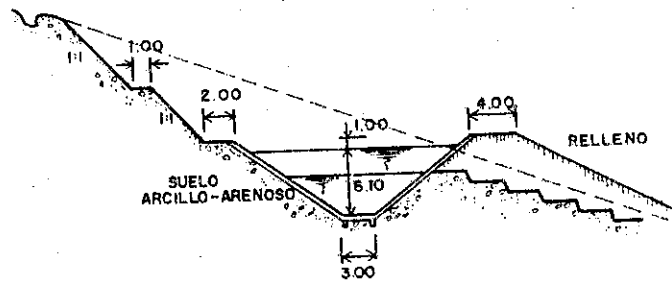
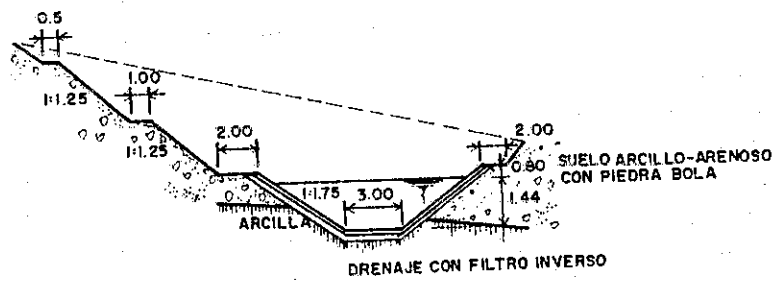
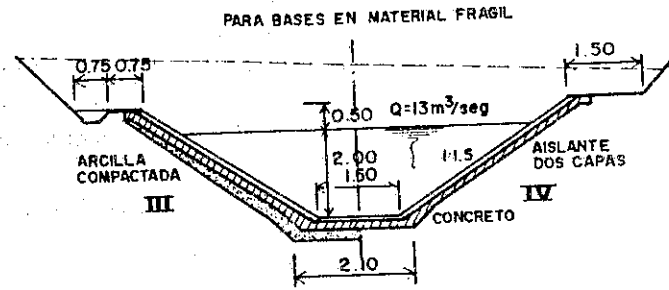
En esta sección se muestran diferentes aspectos constructivos, que se han tomado de la práctica en diversas construcciones en países que han desarrollado este tipo de obras.

Figura Tipo I: Para conglomerados de arena y suelo de piedrín.

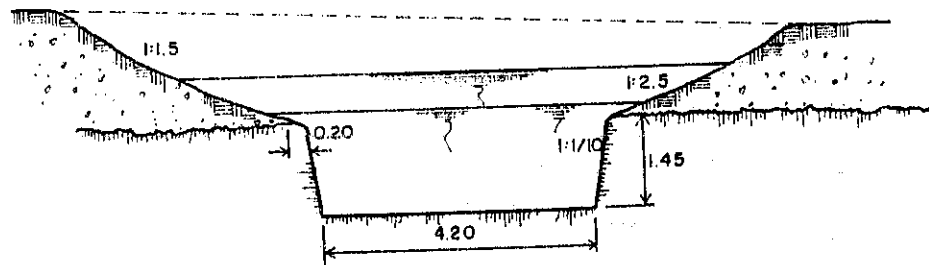
Figura Tipo II: Diferentes tipos de arcilla

Figura Tipo III y IV: Para bases en material frágil.





CANALES HIDROELÉCTRICOS



CANALES ROCOSOS



## CONCLUSIONES

1. Las condiciones de un flujo serán óptimas cuando el caudal sea máximo y la energía específica sea mínima.
2. La velocidad máxima ocurre en la superficie libre del canal, sin embargo, las medidas en laboratorios y en el campo demuestran que esta velocidad comúnmente ocurre por debajo de la superficie libre, a  $0.632y$ , en ríos; no obstante en flujo superficiales, rápidos y anchos, o en flujos que ocurren en canales muy lisos, la velocidad máxima puede ocurrir en la superficie libre.
3. El escurrimiento o flujo de agua en un conducto puede ser escurrimiento en canal abierto o tubería a presión.
4. El flujo subcrítico se da cuando la profundidad del flujo es más grande que la profundidad crítica, entonces la velocidad del flujo es menor que la velocidad crítica para la correspondiente descarga. Por otro lado, si la profundidad del flujo es menor que la profundidad crítica, el flujo es supercrítico.
5. Un rápido cambio que ocurra en la profundidad del flujo de un nivel alto a un nivel bajo, resultará en una profunda depresión en la superficie del agua. La caída hidráulica generalmente es causada por un cambio abrupto en la pendiente del canal o en la sección transversal.
6. El coeficiente de rugosidad es el que indica la relación que existe entre la pendiente del canal y la sección transversal de éste; considerando el área del canal, el radio hidráulico y la velocidad media para la conducción de un mismo caudal.
7. En ejemplos de aplicación se pudo constatar que el coeficiente de rugosidad tiene influencia en los aspectos constructivos del canal así, como en los elementos hidráulicos del mismo.
8. De todas las formas de secciones transversales, la que hidráulicamente es la mejor, es la circular, ya que para una determinada área, ésta tiene el menor perímetro mojado, por lo que generalmente es la sección más utilizada.
9. El diseño de canales revestidos es un proceso que consiste generalmente en dimensionar un tipo supuesto de sección transversal.
10. Un aspecto importante en el diseño de canales revestidos es el costo de material de revestimiento y el desarrollo de las dimensiones del canal que minimicen este costo.
11. Cuando el canal se reviste con un material uniforme, la sección hidráulicamente óptima minimiza el costo de revestimiento.
12. La presencia de vegetación en los canales, resultará en una turbulencia considerable, lo cual significa pérdida de energía y retraso del flujo.

### RECOMENDACIONES

1. Se recomienda utilizar esta guía práctica para resolver diferentes tipos de problemas y usos de aplicación en el abastecimiento de agua, riego y generación de energía a través del agua.
2. Para cada tipo de flujo es necesario aplicar la metodología descrita en esta tesis, ya que de lo contrario se pueden llegar a resultados fuera de la realidad.
3. Se recomienda analizar los ejemplos prácticos descritos en esta tesis con el propósito de que el diseñador utilice los criterios expuestos en la resolución de problemas.
4. El trabajo de tesis pretende ser una guía objetiva considerando que al ser utilizada, el interesado conozca los principios de hidráulica básica.
5. Se recomienda utilizar las metodologías indicadas en este trabajo de tesis para resolver los diferentes problemas de la hidráulica de canales.

## **APÉNDICE A**

### **PRÁCTICAS DE LABORATORIO**

- A.1 Compuerta de Admisión Inferior**
- A.2 Calibración de un Vertedero Rectangular**
- A.3 Salto Hidráulico**
- A.4 Flujo Gradualmente Variado**

## A.1 COMPUERTA DE ADMISIÓN INFERIOR

A.1.1 Propósito: Hallar las características que determinan el gasto de una compuerta de admisión inferior.

A.1.2 Equipo: Una compuerta de admisión inferior montada en un canal metálico.

A.1.3 Consideraciones analíticas: En esta práctica se hace uso de dos de las tres ecuaciones fundamentales que gobiernan cualquier condición de flujo. En la figura A.1.1 se muestra la sección transversal de una compuerta de admisión inferior.

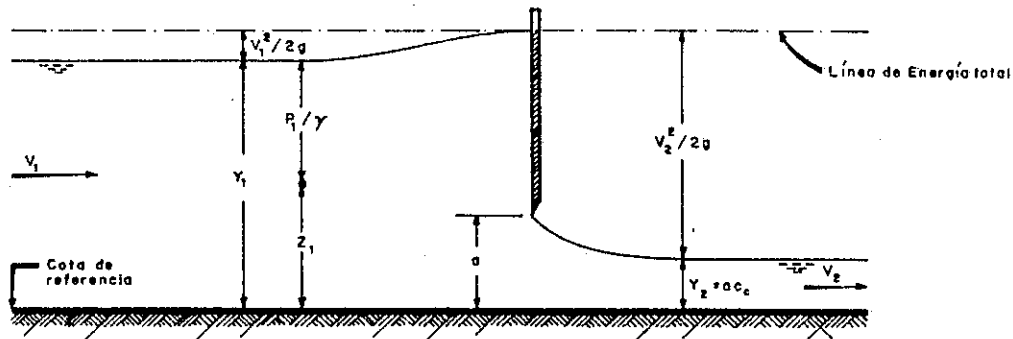


Figura A.1.1 Esquema de definición

Si se supone que no hay pérdida de energía entre las secciones de flujo rectilíneo 1 y 2, se puede escribir la ecuación de Bernoulli como

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \quad (\text{A.1.1})$$

Pero debido a que el flujo es rectilíneo, la distribución de presiones es hidrostática y por tanto, para cualquier punto,

$$y_1 = z_1 + \frac{P_1}{\gamma}$$

$$y_2 = z_2 + \frac{P_2}{\gamma}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación A.1.1, se obtiene

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 \quad (\text{A.1.2})$$

Donde  $y_2 = aC_c$ , en que  $aC_c$  es el coeficiente de contracción. Además, aplicando la ecuación de continuidad, se tiene,

$$V_1 y_1 = V_2 a C_c \quad (\text{A.1.3})$$

Si la ecuación A.1.3 se introduce en la ecuación A.1.2, y se reemplaza  $y_2$  por  $aC_c$ , se obtiene,

$$V_2 = \left( 2g \frac{y_1 - aC_c}{1 - C_c^2 (a/y_1)^2} \right)^{1/2} = \left( \frac{2gy_1}{1 + aC_c/y_1} \right)^{1/2} \quad (\text{A.1.4})$$

Ya que  $q = aC_c C_v$ , donde  $q$  es el gasto por unidad de ancho y  $C_v$  es un coeficiente de velocidad, la ecuación A.1.4 se puede transformar en

$$q = \frac{C_c C_v}{(1 + C_c a / y_1)^{1/2}} a (2gy_1)^{1/2} \quad (\text{A.1.5})$$

Si  $\frac{C_c C_v}{(1 + C_c a / y_1)^{1/2}}$  se denomina  $C_d$  (coeficiente de descarga), tenemos que la ecuación A.1.5 se puede escribir como:

$$q = C_d a (2gy_1)^{1/2} \quad (\text{A.1.6})$$

Ya que el caudal  $q$ , y las distancias  $a$ ,  $y_1$  y  $y_2$  se pueden determinar experimentalmente, es posible determinar los coeficientes  $C_c$  y  $C_d$ . Si ello se hace, se pueden obtener gráficos adimensionales como los que se muestran en la figura A.1.2

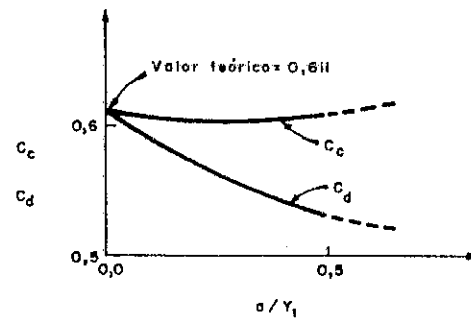


Figura A.1.2 Coeficientes experimentales de contracción y descarga

#### A.1.4 Procedimiento experimental

1. Tomar los niveles de fondo del canal y la lectura de sonda sobre el indicador de la compuerta cuando ésta descansa en el fondo (usar las dos sondas que se proveen).
2. Subir la compuerta a una distancia  $a$ .
3. Abrir la llave de alimentación del canal de forma que el agua llegue al rebose en el depósito de aproximación y de esta manera se mantenga un  $y_1$  constante.
4. Tomar las mediciones que permitan determinar  $y_1$ ,  $a$ ,  $y_2$ .
5. Medir el caudal  $Q$  mediante un vertedero, aguas abajo, cuya ecuación de calibración es

$$Q = AH^m \quad (\text{A.1.7})$$

donde  $Q$  es el gasto y  $H$  el nivel de la superficie libre horizontal por encima de la cresta. Los valores de  $A$  y  $m$  están determinados, previamente, para el vertedero a emplear.

6. Repetir el experimento, al menos cinco veces, con distintos valores de  $a$ .

#### A.1.5 Presentación de los resultados

1. Presentar los datos medidos y variables calculadas en forma tabulada, indicando las fórmulas que se emplean.
2. Presentar curvas de  $C_c$  y  $C_d$  contra  $a/y_1$  tal como en la figura A.1.2 en papel de escalas aritméticas.
3. Graficar en papel de escalas aritméticas  $q/y_1^{1/2}$  contra  $a$ , y escribir la ecuación que se obtenga sobre el mismo gráfico, indicando las unidades.
4. Comparar la ecuación obtenida, con la ecuación A.1.6 y señalar la aproximación con la cual se trabaja al fijar la ecuación experimental.

## A.2 CALIBRACIÓN DE UN VERTEDERO RECTANGULAR

A.2.1 Propósito: Establecer la relación existente entre la altura del agua sobre la cresta del vertedero y el gasto producido.

A.2.2 Equipo: Canal de ancho  $L$ , vertedero de altura  $W$ , tanque receptor y cronómetro.

A.2.3 Consideraciones analíticas: Un vertedero es una obstrucción en el canal, que obliga al líquido a estancarse detrás y a verter por encima de él. Los vertederos se pueden construir de chapa de acero o de otro material.

Si la lámina del agua que vierte sólo toca una arista de la cresta, contacto sobre una línea, al vertedero se le llama *vertedero de cresta aguda*, si la cresta presenta una superficie de contacto a la lámina vertiente, se le llama *vertedero de cresta ancha*.

El vertedero rectangular de cresta aguda tiene una cresta horizontal y la lámina de agua se contrae en las partes superior e inferior, según se indica en la figura A.2.1

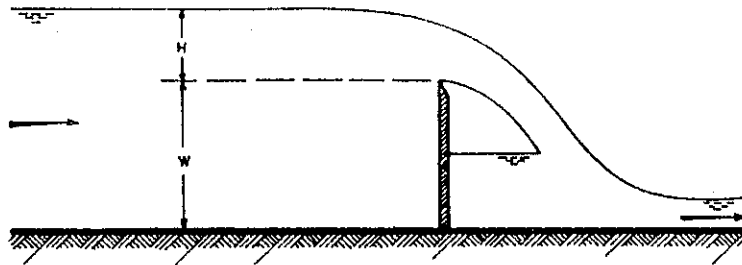


Figura A.2.1 Esquema de definición en un vertedero de cresta aguda

La ecuación del gasto  $Q$  del vertedero rectangular ilustrado en la figura A.2.1 se puede escribir, en forma simplificada, como:

$$Q = CL\sqrt{2g} H^{3/2} \quad (\text{A.2.1})$$

Donde  $L$  es el ancho del vertedero,  $C$  un coeficiente que se puede hallar experimentalmente y  $H$  es la altura del agua sobre la cresta del vertedero medida aguas arriba, en una sección donde no se produzca contracción alguna. Se puede observar en la ecuación A.2.1 que el gasto para un determinado vertedero dependería solamente de  $H$  ya que  $L$  y  $C$  son factores constantes. Hay un gran número de fórmulas empíricas que dan el gasto en función de  $H$ . Una de las más comunes es la fórmula de Rehbock.

$$Q = \frac{2}{3} (0.611 + 0.08H/W) L \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (\text{A.2.2})$$

En donde  $Q$ ,  $L$  y  $H$  son las cantidades mencionadas previamente y  $W$  es la elevación de la cresta del vertedero sobre el fondo del canal.

### A.3.1 Procedimiento experimental

1. Colocar la sonda de punta en el carro deslizante, sobre la cresta del vertedero y tomar las lecturas necesarias para obtener  $W$ ,  $L$  y  $H$ .

2. Abrir la llave de alimentación del canal y esperar que la corriente se estabilice.
3. Tomar la lectura del nivel superficial, con la sonda, aproximadamente a 2 metros aguas arriba del vertedero.
4. Cambiar la posición del bajante de agua hacia el tanque receptor y medir una altura inicial, accionando simultáneamente el cronómetro. Transcurrido un tiempo, por ejemplo 120 segundos, volver el bajante a su posición inicial.
5. Cuando el agua en el tanque receptor se encuentre tranquila hacer la lectura final. El área del tanque y las lecturas obtenidas permiten calcular el gasto  $Q$  por medio de la relación, volumen sobre tiempo.
6. Tomar nuevamente la lectura del nivel superficial en el canal para promediarla con la obtenida anteriormente.
7. Repetir el experimento, al menos cinco veces, con distintas aperturas de la llave de alimentación del canal.

#### A.2.5 Presentación de resultados

1. Elaborar una tabla con los datos y las cantidades que se debe calcular para la realización de los gráficos que se piden en los puntos siguientes, escribiendo las fórmulas que se utilicen.
2. Graficar en papel logarítmico de 2 por 2 ciclos los valores de  $H$  contra  $Q$  y escribir la ecuación resultante del experimento indicando las unidades a emplear.
3. Calcular por la fórmula de Rehbock el gasto correspondiente a 2 alturas extremas y trazar en el mismo gráfico, elaborado anteriormente, la recta que une esos puntos.
4. Presentar un gráfico de  $H$  contra el error que produciría en cada experimento la aplicación de la ecuación de Rehbock.

## A.3 SALTO HIDRÁULICO

A.3.1 Propósito: Aplicación del método unidimensional de análisis del flujo al estudio de la similitud.

A.3.2 Equipo: Una compuerta de admisión inferior montada en un canal metálico y una compuerta de cierre aguas debajo de la anterior.

A.3.3 Consideraciones analíticas. En esta práctica se determinan las relaciones experimentales de un resalto hidráulico y se comparan con los valores teóricos obtenidos mediante la aplicación de las ecuaciones de moméntum, energía y continuidad. En la figura A.3.1 se muestra la sección transversal de un resalto hidráulico así como sus líneas de energía.

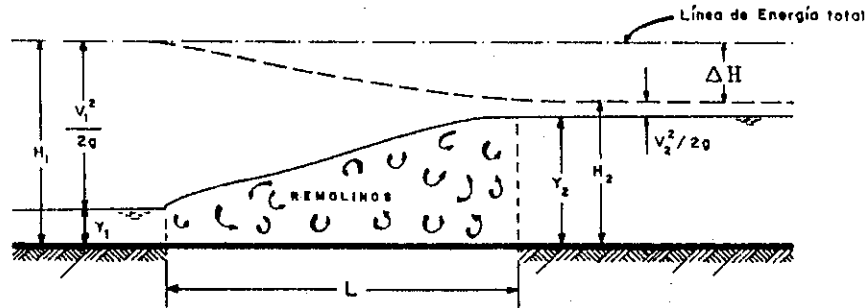


Figura A.3.1 Esquema de definición de un salto hidráulico

Si se aplica la ecuación de la cantidad de movimiento, por unidad de anchura, entre las secciones 1 y 2 se obtiene:

$$\frac{\gamma y_1^2}{2} - \frac{\gamma y_2^2}{2} = \frac{\gamma}{g} V_1 y_1 (V_2 - V_1) \quad (\text{A.3.1})$$

como por continuidad se tiene que  $V_1 y_1 = V_2 y_2$ , la ecuación anterior se puede transformar en

$$\frac{y_1^2 - y_2^2}{2} = \frac{V_1^2 y_1^2}{g} \left( \frac{y_1}{y_2} - 1 \right) \quad (\text{A.3.2})$$

y si ambos miembros de la ecuación anterior se dividen por  $y_1^2$ , se obtiene:

$$\frac{1 - (y_2/y_1)^2}{2} = \frac{V_1^2}{g y_1} \left( \frac{y_1}{y_2} - 1 \right)$$

En la expresión anterior se reconoce a  $V_1^2/(g y_1)$  como el cuadrado de número de Froude  $F_1$ . Resolviendo para  $y_2/y_1$  se tiene:

$$\frac{2y_2}{y_1} = -1 + \sqrt{1 + 8F_1^2} \quad (\text{A.3.3})$$

La ecuación anterior indica que el número de Froude es la única variable independiente que determina los valores de  $y_2/y_1$  y por lo tanto constituye el factor de similitud en este problema (así como en otros) de superficie libre.

Si se quiere determinar el valor de la pérdida de energía  $\Delta H$ , se puede hacer uso de la ecuación de Bernoulli, en la figura A.3.1 para obtener  $H_1 = H_2 + \Delta H$ . Desarrollando se obtiene:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H \quad (\text{A.3.4})$$

Si se substituye la ecuación de continuidad en la ecuación A.3.4 y ambos miembros de esta ecuación se dividen por  $y_1$  se obtiene

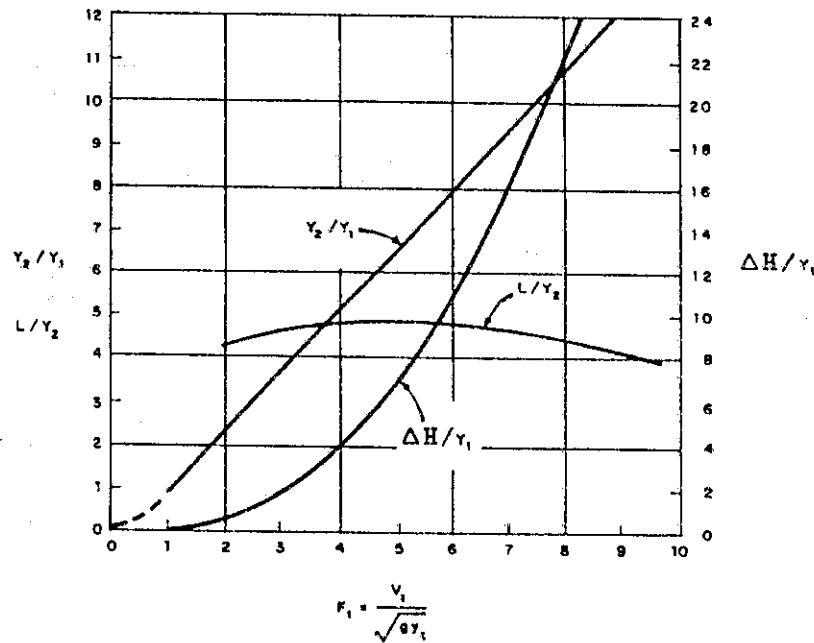


$$1 + \frac{V_1^2}{2gy_1} = \frac{y_2}{y_1} + \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2gy_1} + \frac{\Delta H}{y_1} \quad (\text{A.3.5})$$

En la ecuación A.3.5 la cantidad  $V_1^2/(gy_1)=F_1^2$ ; además como  $y_2/y_1$  es exclusivamente una función  $\phi_1$  de  $F_1$  (ecuación A.3.3), entonces en la ecuación A.3.5 el valor de  $\Delta H/y_1$  es sólo función de  $F_1$ .

$$\frac{\Delta H}{y_1} = \phi_2(F_1) \quad (\text{A.3.6})$$

En la gráfica A.3.1 se muestra una curva en la que están graficados los valores de  $y_2/y_1$  contra  $F_1$  (de la ecuación A.3.3) y otra de  $\Delta H/y_1$  contra  $F_1$  (de la ecuación A.3.5); se presenta también una curva experimental aproximada que indica la relación adimensional de longitud  $L$  de salto contra el número de Froude  $F_1$ .



Gráfica A.3.1 Relaciones fundamentales de un salto hidráulico

#### A.3.4 Procedimiento experimental

1. Comprobar que la bomba del sistema general esté funcionando.
2. Abrir la llave y establecer ciertas condiciones de flujo bajo la compuerta.
3. Operar la compuerta de aguas abajo con el fin de establecer un salto cerca de la compuerta de descarga. Una vez que el salto sea estacionario, medir las alturas  $y_1$  y  $y_2$  usando la sonda que se provee. Determinar también la longitud  $L$  del salto.
4. Medir el caudal  $Q$  mediante un vertedero, situado aguas abajo.
5. Repetir el experimento para obtener al menos 5 puntos bien distribuidos en cada curva de la gráfica A.3.1. Es conveniente repetir 3 veces la lectura de cada punto. El número de Froude se puede cambiar modificando la apertura de la compuerta de descarga.

#### A.3.4 Presentación de resultados

1. Presentar la reducción de los datos medidos en forma tabulada.
2. Representar gráficamente las ecuaciones teóricas 9.3.3 y 9.3.6 en un gráfico semejante al de la gráfica 9.3.1.
3. Marcar sobre el gráfico anterior los valores experimentales. Añadir la curva experimental de la relación medida  $L/y_2$  contra el número de Froude.

## A.4 FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

A.4.1 Propósito: Comparación entre los resultados obtenidos mediante la aplicación de las ecuaciones de flujo gradualmente variado y los medidos en el laboratorio.

A.4.2 Equipo: Un canal metálico con fondo de gran rugosidad relativa, construido por piedras sueltas. Un par de compuertas de regulación, la una de admisión y la otra de cola. Una sonda para la medición de profundidades. Un vertedero de aforo.

A.4.3 Consideraciones analíticas: Si en la figura 9.4.1, que representa un corte longitudinal en la dirección del flujo en un canal, se aplica la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 de profundidades  $y_1$ ,  $y_2$  y velocidades  $V_1$ ,  $V_2$  respectivamente se obtiene:

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + I\Delta x \quad (\text{A.4.1})$$

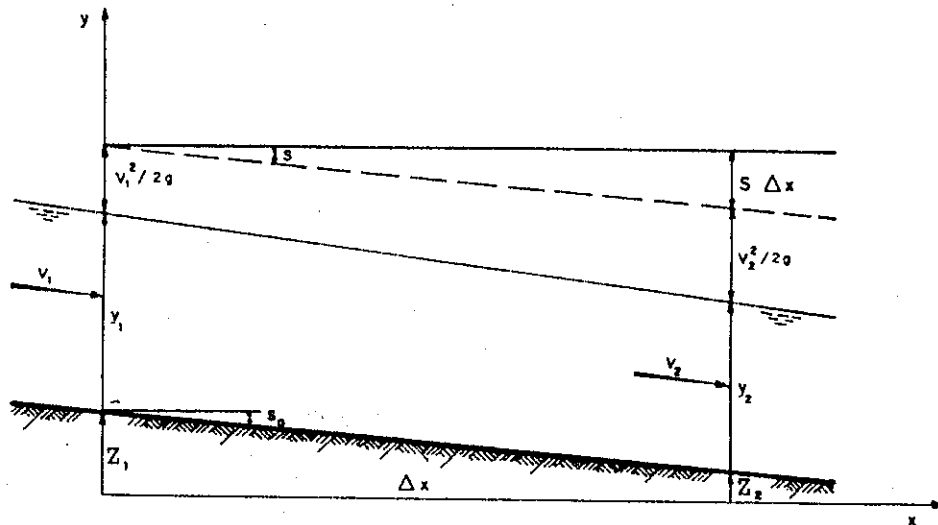


Figura A.4.1 Esquema de definición para el cálculo del flujo gradualmente variado

Donde  $z_1$ ,  $z_2$  son las cotas del fondo en las secciones 1 y 2 respectivamente e  $I$ ,  $I_0 = (z_1 - z_2)/\Delta x$ , las pendientes de la línea de energía y del fondo respectivamente.

Agrupando términos en la ecuación A.4.1 y dividiendo por  $\Delta x$  se tiene que

$$\frac{y_1 - y_2}{\Delta x} = \frac{z_2 - z_1}{\Delta x} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g\Delta x} + I$$

pero  $V_2^2 - V_1^2$  es el incremento del cuadrado de la velocidad,  $\Delta(V^2)$ ; así

$$\frac{y_1 - y_2}{\Delta x} = -I_0 + \frac{1}{2g} \frac{\Delta V^2}{\Delta x} + I \quad (\text{A.4.2})$$

Es una primera aproximación,  $\Delta(V^2) = \Delta(q^2/y^2) = -(q^2/y_m^2)\Delta y$ , donde  $y_m = (y_1 + y_2)/2$ ,  $q$  es el gasto por unidad de ancho.

Además, como  $\Delta y = y_2 - y_1$  tenemos

$$-\frac{y_2 - y_1}{\Delta x} = -I_0 - \frac{q^2}{gy_m^3} \frac{y_2 - y_1}{\Delta x} + I$$

Por tanto

$$\frac{y_2 - y_1}{\Delta x} = \frac{I_0 - I}{1 - \frac{q^2}{gy_m^3}} \quad (\text{A.4.3})$$

En la ecuación A.4.3  $q^2/g$  es el cubo de la profundidad crítica  $y_c$ ; además, se puede suponer que  $I$  es la pendiente de la línea de energía producida por un flujo uniforme donde la profundidad es  $y_m$ . Esta pendiente puede escribirse, empleando la ecuación de Chézy, para un canal de gran anchura en que el radio hidráulico coincide con la profundidad, como

$$I = \frac{q^2}{C^2 y_m^3} \quad (\text{A.4.4})$$

Donde  $C$  es el coeficiente de Chézy.

El gasto  $q$  se produciría con una pendiente del terreno  $I_0$  paralela a la línea de energía en condiciones de flujo uniforme a una profundidad normal  $y_N$ , así

$$I_0 = \frac{q^2}{C^2 y_N^3} \quad (\text{A.4.5})$$

Despejando  $q$  de la ecuación A.4.5 y sustituyendo en la ecuación A.4.4 se tiene

$$I = \frac{I_0 y_N^3}{y_m^3} \quad (\text{A.4.6})$$

Si se sustituye la ecuación A.4.6 en la ecuación A.4.3 se puede obtener la ecuación de flujo gradualmente variado para canales de gran anchura, en la forma

$$\frac{y_2 - y_1}{\Delta x} = I_0 \frac{1 - \left(\frac{y_N}{y_m}\right)^3}{1 - \left(\frac{y_c}{y_m}\right)^3} \quad (\text{A.4.7})$$

Es de advertir que el desarrollo de la ecuación de flujo gradualmente variado para distancias finitas, frecuentemente se toma la dirección  $x$  a lo largo del fondo del canal.

En tal caso  $I$  e  $I_0$  se toman igual a los senos de los ángulos de inclinación de las líneas de energía, en lugar de sus tangentes como el presente análisis. La ecuación resultante es la misma y los valores numéricos son, para los efectos prácticos, idénticos ya que para pequeños ángulos, el seno, la tangente y el ángulo mismo se confunden.

Se podrá emplear la ecuación A.4.7 cuando el canal sea, hidráulicamente, de gran anchura. En el canal en el que se realizan los experimentos, el fondo está formado por piedras cuyo diámetro promedio es 2 cm. y las paredes son de metal liso. El factor determinante, por tanto, es la rugosidad del fondo y la anchura del canal tiene una influencia despreciable sobre el modelo de flujo. En este caso, el canal es, hidráulicamente, de gran anchura. Esta suposición conduce a errores no mayores, en los cálculos, del uno por ciento.

#### A.4.4 Procedimiento experimental

1. Comprobar que la bomba general del sistema esté funcionando.
2. Medir la anchura del canal y establecer un flujo uniforme en la sección.
3. Calcular el coeficiente de Chézy  $C = \frac{V}{\sqrt{R_H I}}$  donde  $R_H$  es el radio hidráulico que el presenta caso coincide

con la profundidad,  $V$  es la velocidad media del agua en el canal, determinada experimentalmente mediante la medición del gasto en un vertedero cuya ecuación de descarga es  $Q = AH^m$ , donde  $H$  es el nivel superficial de flujo uniforme sobre la cresta del vertedero,  $Q$  es la descarga del mismo y  $A$  es una constante.

4. Repetir el experimento cinco veces, con diferentes caudales, y hallar un valor promedio para  $C$ .
5. Con el valor promedio de  $C$  se determina el factor  $K$  de Nikuradse que está dado por la siguiente relación:

$$C = 2.48g \text{Log} \left( 12 \frac{R}{K} \right) \quad (\text{A.4.8})$$

donde  $K$  es el diámetro del material del fondo. Se puede tomar un valor de  $R_H$  promedio entre los usados para determinar el valor de  $C$  promedio en flujo uniforme.

6. Establecer un flujo gradualmente variado y medir el caudal correspondiente. Establecer dos secciones, separada entre sí una distancia  $\Delta x$  a medir, en las que se determinan  $y_1$  y  $y_2$ . Determinar la profundidad normal  $y_N$  mediante la ecuación 9.4.5 para el valor de  $I_0$  fijado. El valor de  $C$  a usar en dicha ecuación es el calculado en el punto anterior, siempre y cuando  $y_1$  y  $y_2$  estén comprendidos entre los límites de  $y$ , medidos en flujo uniforme.

En caso contrario, habrá que calcular  $C_1$  y  $C_2$  para valores de  $R_{H1}$  y  $R_{H2}$  en la ecuación 9.4.8 con el valor promedio de  $K$  determinado anteriormente; se hallará un promedio entre  $C_1$  y  $C_2$  que luego permitirá calcular  $y_N$ .

7. Se determina  $y_m = (y_1 + y_2)/2$  y  $y_c$ .

#### A.4.5 Presentación de resultados

1. Presentar la reducción de los datos medidos en forma tabular.
2. Calcular los valores promedio de  $C$  y  $K$  para el flujo uniforme.
3. Siguiendo lo señalado en el procedimiento, establecer  $y_c$ ,  $y_N$ ,  $y_m$  para el caso de flujo gradualmente variado. Llevar los valores a la ecuación 9.4.7 y con el  $I_0$  dado establecer el valor teórico de  $(y_2 - y_1)/\Delta x$ .
4. Comparar el valor de  $(y_2 - y_1)/\Delta x$  calculando con el valor experimental correcto. Determinar el porcentaje de error.

**APÉNDICE B**  
**TABLAS Y ANEXOS**

Tabla B.1 Valores del coeficiente de rugosidad  $n$  (Chow 1959)

TIPO DE CANAL Y DESCRIPCIÓN		MÍNIMO	NORMAL	MÁXIMO
B	Canales revestidos o fabricados			
	B-1. Metal			
	a. Superficie de acero liso			
	1. Sin pintar	0.011	<u>0.012</u>	0.014
	2. Pintada	0.012	0.013	0.030
	b. Corrugado	0.021	0.025	0.030
	B-2. No metal			
	a. Cemento			
	1. limpio en la superficie	0.010	0.011	0.013
	2. Mortero	0.011	0.013	0.015
	b. Madera			
	1. Cepillada sin tratar	0.010	0.012	0.014
	2. Cepillada, creosotada	0.011	0.012	0.015
	3. Sin cepilar	0.011	0.013	0.015
	4. Planchas con listones	0.012	0.015	0.018
	5. Revestida con papel impermeable	0.010	0.014	0.017
	c. Concreto			
	1. Terminado con cuchara	0.011	<u>0.013</u>	0.015
	2. Terminado con lechada	0.013	0.015	0.016
	3. Terminado con grava en el fondo	0.015	0.017	0.020
	4. Sin terminar	0.014	0.017	0.020
	5. Gunita en sección correcta	0.016	0.019	0.023
	6. Gunita en sección ondulada	0.018	0.022	0.025
	7. Sobre roca excavada pareja	0.017	0.020	
	8. Sobre roca excavada irregular	0.022	0.027	
	d. Fondo de concreto terminado con lechada con los costados de			
	1. Piedra acomodada en mortero	0.015	0.017	0.020
	2. Piedra volcada en mortero	0.017	0.020	0.024
	3. Mampostería de piedra partida cementada y revocada	0.016	0.020	0.024
	4. Mampostería de piedra partida cementada	0.020	0.020	0.030
	5. Piedra partida suelta o riprap	0.020	0.020	0.035
	e. Fondo de grava con costado de			
	1. Hormigón encofrado	0.017	0.020	0.025
	2. Piedra volcada en mortero	0.020	0.023	0.026
	3. Piedra partida suelta o riprap	0.023	0.033	0.036
	f. Ladrillo			
	1. Vidriado	0.011	<u>0.013</u>	0.015
	2. En mortero de cemento	0.012	<u>0.015</u>	0.018
	g. Mampostería			
	1. Piedra partida cementada	0.017	0.025	0.030
	2. Piedra partida suelta	0.023	0.032	0.035
	h. Piedra cortada y acomodada	0.013	0.015	0.017
	i. Asfalto			
	1. Liso	0.013	0.013	
	j. Revestimiento vegetal	0.030		0.500

NOTA: En los proyectos se recomiendan los valores subrayados.

Tabla B.2 Valores de  $n$  de las fórmulas de Ganguillet-Kutter y de Manning  
(De Hidráulica, Tomo I, Prof. Alfredo Baldini)

No.	NATURALEZA DE LAS PAREDES	$n$
1	Canales de placas con remaches embutidos, juntas perfectas y aguas limpias. Tubos de cemento y de fundición, en perfectas condiciones.	0.011
2	Canales de concreto muy liso de dimensiones limitadas, de madera lijada, en ambos casos, tramos rectilíneos y curvas de gran radio y agua limpia	0.012
3	Canales con aplanado de cemento liso, pero con curvas de radio limitado y aguas no completamente limpias; contruidos con madera lisa, pero con curvas de radio moderado.	0.013
4	Canales con aplanado de cemento no completamente liso, madera como en el No. 2, pero con trazado sinuoso y curvas de pequeño radio y juntas imperfectas.	0.014
5	Canales con paredes de cemento no completamente lisas, con curvas estrechas y aguas con detritos; contruidos de madera no lijada de chapas remachadas.	0.015
6	Canales con aplanado de cemento incompleto, juntas irregulares, trazado sinuoso y depósitos en el fondo; revestido con madera no lijada; de mampostería construida con esmero, de tierra, sin vegetación	0.016
7	Canales con aplanado de cemento incompleto, juntas irregulares, trazado sinuoso y depósitos en el fondo; de mampostería revistiendo taludes bien perfilados.	0.017
8	Canales con aplanado de cemento rugoso, depósitos en el fondo, musgoso en las paredes y trazado tortuoso.	0.018
9	Canales de mampostería en malas condiciones de conservación y fondo con barro, o de mampostería de pedruscos de tierra, bien contruidos, sin vegetación y con curvas de gran radio.	0.020
10	Canales de placas remachadas y juntas irregulares; de tierra, bien contruidas con pequeños depósitos en el fondo y vegetación rasante en los taludes.	0.022
11	Canales de tierra; con vegetación rasante en el fondo y en los taludes.	0.025
12	Canales de tierra; con vegetación normal, fondo con escombros o irregular a causa de las erosiones, revestido de pedruscos y vegetación.	0.030
13	Excavaciones naturales, cubiertas de escombros y vegetación.	0.035
14	Excavaciones naturales, trazado sinuoso.	0.040

	A	PM	RH	C	K
0.5	1.25	3.414	0.366	58.155	42.220
1.0	3.0	4.828	0.621	62.998	148.927
1.5	5.25	6.243	0.841	65.561	315.627
2.0	8.0	7.657	1.045	67.285	550.122
2.5	11.25	9.071	1.240	68.557	858.419
3.0	15.00	10.485	1.431	69.544	1247.619
3.5	19.25	11.899	1.618	70.388	1719.456
4.0	24.00	13.314	1.803	71.136	2291.148
4.5	29.25	14.728	1.986	71.723	2951.742
5.0	35.00	16.142	2.168	72.259	3722.789
5.5	41.25	17.556	2.350	72.803	4603.789
6.0	48.00	18.970	2.530	73.232	5592.581

Tabla B.3

y	$I_0=0.001$		$I_0=0.0001$	
	C	K	C	K
0.5	56.726	42.899	53.821	40.702
1.0	62.178	146.899	60.684	143.456
1.5	65.108	313.989	64.558	310.798
2.0	67.119	548.765	67.285	550.122
2.5	68.583	858.745	69.325	868.036
3.0	69.737	1251.082	70.914	1272.197
3.5	70.765	1728.665	72.329	1766.871
4.0	71.654	2307.832	73.594	2370.315
4.5	72.336	2976.970	74.586	3069.568
5.0	72.972	3759.517	75.550	3892.336
5.5	73.621	4655.516	76.484	4836.561
6.0	74.099	5658.792	77.214	5896.679

Tabla B.4

Cálculo del Coeficiente  $K = AR_H^{2/3}$  para utilizarlo con facilidad en las ecuaciones 1.6.12 y 1.6.13  
Fórmulas de Chézy y Manning respectivamente

E' como una función de y'										
y'	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0		5000.010	1250.020	555.586	312.540	200.050	138.949	102.111	78.205	61.818
0.1	50.100	41.432	34.842	29.716	25.650	22.372	19.691	17.471	15.612	14.040
0.2	12.700	11.548	10.551	9.682	8.921	8.250	7.656	7.129	6.658	6.235
0.3	5.856	5.513	5.203	4.921	4.665	4.432	4.218	4.022	3.843	3.677
0.4	3.525	3.384	3.254	3.134	3.023	2.919	2.823	2.733	2.650	2.572
0.5	2.500	2.432	2.369	2.310	2.255	2.203	2.154	2.109	2.066	2.026
0.6	1.989	1.954	1.921	1.890	1.861	1.833	1.808	1.784	1.761	1.740
0.7	1.720	1.702	1.685	1.668	1.653	1.639	1.626	1.613	1.602	1.591
0.8	1.581	1.572	1.564	1.556	1.549	1.542	1.536	1.531	1.526	1.521
0.9	1.517	1.514	1.511	1.508	1.506	1.504	1.503	1.501	1.501	1.500
1	1.500	1.500	1.501	1.501	1.502	1.504	1.505	1.507	1.509	1.511
1.1	1.513	1.516	1.519	1.522	1.525	1.528	1.532	1.535	1.539	1.543
1.2	1.547	1.552	1.556	1.560	1.565	1.570	1.575	1.580	1.585	1.590
1.3	1.596	1.601	1.607	1.613	1.618	1.624	1.630	1.636	1.643	1.649
1.4	1.655	1.661	1.668	1.675	1.681	1.688	1.695	1.701	1.708	1.715
1.5	1.722	1.729	1.736	1.744	1.751	1.758	1.765	1.773	1.780	1.788
1.6	1.795	1.803	1.811	1.818	1.826	1.834	1.841	1.849	1.857	1.865
1.7	1.873	1.881	1.889	1.897	1.905	1.913	1.921	1.930	1.938	1.946
1.8	1.954	1.963	1.971	1.979	1.988	1.996	2.005	2.013	2.021	2.030
1.9	2.039	2.047	2.056	2.064	2.073	2.081	2.090	2.099	2.108	2.116
2	2.125	2.134	2.143	2.151	2.160	2.169	2.178	2.187	2.196	2.204
2.1	2.213	2.222	2.231	2.240	2.249	2.258	2.267	2.276	2.285	2.294
2.2	2.303	2.312	2.321	2.331	2.340	2.349	2.358	2.367	2.376	2.385
2.3	2.395	2.404	2.413	2.422	2.431	2.441	2.450	2.459	2.468	2.478
2.4	2.487	2.496	2.505	2.515	2.524	2.533	2.543	2.552	2.561	2.571
2.5	2.580	2.589	2.599	2.608	2.618	2.627	2.636	2.646	2.655	2.665
2.6	2.674	2.683	2.693	2.702	2.712	2.721	2.731	2.740	2.750	2.759
2.7	2.769	2.778	2.788	2.797	2.807	2.816	2.826	2.835	2.845	2.854
2.8	2.864	2.873	2.883	2.892	2.902	2.912	2.921	2.931	2.940	2.950
2.9	2.959	2.969	2.979	2.988	2.998	3.007	3.017	3.027	3.036	3.046
3	3.056	3.065	3.075	3.084	3.094	3.104	3.113	3.123	3.133	3.142
3.1	3.152	3.162	3.171	3.181	3.191	3.200	3.210	3.220	3.229	3.239
3.2	3.249	3.259	3.268	3.278	3.288	3.297	3.307	3.317	3.326	3.336
3.3	3.346	3.356	3.365	3.375	3.385	3.395	3.404	3.414	3.424	3.434
3.4	3.443	3.453	3.463	3.472	3.482	3.492	3.502	3.512	3.521	3.531
3.5	3.541	3.551	3.560	3.570	3.580	3.590	3.599	3.609	3.619	3.629
3.6	3.639	3.648	3.658	3.668	3.678	3.688	3.697	3.707	3.717	3.727
3.7	3.737	3.746	3.756	3.766	3.776	3.786	3.795	3.805	3.815	3.825
3.8	3.835	3.844	3.854	3.864	3.874	3.884	3.894	3.903	3.913	3.923
3.9	3.933	3.943	3.953	3.962	3.972	3.982	3.992	4.002	4.012	4.021
4	4.031	4.041	4.051	4.061	4.071	4.080	4.090	4.100	4.110	4.120
4.1	4.130	4.140	4.149	4.159	4.169	4.179	4.189	4.199	4.209	4.218
4.2	4.228	4.238	4.248	4.258	4.268	4.278	4.288	4.297	4.307	4.317
4.3	4.327	4.337	4.347	4.357	4.367	4.376	4.386	4.396	4.406	4.416
4.4	4.426	4.436	4.446	4.455	4.465	4.475	4.485	4.495	4.505	4.515
4.5	4.525	4.535	4.544	4.554	4.564	4.574	4.584	4.594	4.604	4.614
4.6	4.624	4.634	4.643	4.653	4.663	4.673	4.683	4.693	4.703	4.713
4.7	4.723	4.733	4.742	4.752	4.762	4.772	4.782	4.792	4.802	4.812
4.8	4.822	4.832	4.842	4.851	4.861	4.871	4.881	4.891	4.901	4.911
4.9	4.921	4.931	4.941	4.951	4.960	4.970	4.980	4.990	5.000	5.010

Tabla B.5  $E' = E/E_c$  como una función de  $y' = y/y_c$  (Babcock, 1959)



Tabla B.6 Cálculo de los elementos geométricos de una sección circular

a	Ø	KQ	KV	KP	KA	KR
0	0	0	0	0	0	0
0.02	0.567588	0.000672	0.052834	0.090335	0.004773	0.052834
0.04	0.805432	0.002980	0.104667	0.128189	0.013417	0.104667
0.06	0.989868	0.007083	0.155490	0.157543	0.024496	0.155490
0.08	1.147026	0.013043	0.205297	0.182555	0.037478	0.205297
0.1	1.287002	0.020878	0.254081	0.204833	0.052044	0.254081
0.12	1.414966	0.030585	0.301833	0.225199	0.067972	0.301833
0.14	1.533988	0.042145	0.348546	0.244142	0.085095	0.348546
0.16	1.646067	0.055524	0.394212	0.261980	0.103276	0.394212
0.18	1.752596	0.070683	0.438821	0.278935	0.122402	0.438821
0.2	1.854590	0.087571	0.482365	0.295167	0.142379	0.482365
0.22	1.952821	0.106134	0.524835	0.310801	0.163120	0.524835
0.24	2.047891	0.126310	0.566221	0.325932	0.184550	0.566221
0.26	2.140283	0.148032	0.606511	0.340637	0.206600	0.606511
0.28	2.230395	0.171231	0.645696	0.354979	0.229208	0.645696
0.3	2.318559	0.195831	0.683764	0.369010	0.252316	0.683764
0.32	2.405057	0.221755	0.720703	0.382777	0.275868	0.720703
0.34	2.490134	0.248919	0.756500	0.396317	0.299814	0.756500
0.36	2.574004	0.277239	0.791143	0.409666	0.324104	0.791143
0.38	2.656861	0.306626	0.824616	0.422853	0.348691	0.824616
0.4	2.738877	0.336988	0.856905	0.435906	0.373530	0.856905
0.42	2.820211	0.368231	0.887995	0.448851	0.398577	0.887995
0.44	2.901013	0.400255	0.917868	0.461711	0.423790	0.917868
0.46	2.981421	0.432962	0.946506	0.474508	0.449125	0.946506
0.48	3.061571	0.466246	0.973891	0.487265	0.474542	0.973891
0.5	3.141593	0.500000	1.000000	0.500000	0.500000	1.000000
0.52	3.221614	0.534115	1.024812	0.512736	0.525458	1.024812
0.54	3.301764	0.568475	1.048304	0.525492	0.550876	1.048304
0.56	3.382172	0.602965	1.070448	0.538290	0.576211	1.070448
0.58	3.462974	0.637462	1.091216	0.551150	0.601423	1.091216
0.6	3.544308	0.671841	1.110577	0.564095	0.626470	1.110577
0.62	3.626324	0.705972	1.128497	0.577148	0.651310	1.128497
0.64	3.709181	0.739722	1.144938	0.590335	0.675897	1.144938
0.66	3.793052	0.772948	1.159857	0.603683	0.700187	1.159857
0.68	3.878128	0.805505	1.173209	0.617224	0.724132	1.173209
0.7	3.964626	0.837238	1.184939	0.630990	0.747685	1.184939
0.72	4.052790	0.867986	1.194986	0.645022	0.770793	1.194986
0.74	4.142902	0.897575	1.203282	0.659364	0.793401	1.203282
0.76	4.235295	0.925822	1.209745	0.674069	0.815451	1.209745
0.78	4.330364	0.952525	1.214280	0.689199	0.836881	1.214280
0.8	4.428595	0.977468	1.216773	0.704833	0.857622	1.216773
0.82	4.530589	1.000406	1.217084	0.721066	0.877598	1.217084
0.84	4.637118	1.021065	1.215041	0.738021	0.896725	1.215041
0.86	4.749197	1.039123	1.210419	0.755859	0.914906	1.210419
0.88	4.868219	1.054196	1.202925	0.774802	0.932028	1.202925
0.9	4.996183	1.065798	1.192147	0.795168	0.947957	1.192147
0.92	5.136159	1.073278	1.177476	0.817446	0.962523	1.177476
0.94	5.293317	1.075680	1.157926	0.842458	0.975505	1.157926
0.96	5.477754	1.071374	1.131647	0.871812	0.986584	1.131647
0.98	5.715597	1.056695	1.094058	0.909666	0.995228	1.094058
1	6.283185	1.000001	1.000000	1.000001	1.000001	1.000000

## BIBLIOGRAFÍA

1. B. Filiov y G. Abramov. CANALES CON FINES HIDRÁULICOS. Segunda Edición. Editorial Técnica. Sofía, Bulgaria. 1972.
2. Simon Andrew. HIDRÁULICA BÁSICA. Primera Edición. Editorial Limusa. México. 1983.
3. Rober L. Mott. MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA. Cuarta edición. Editorial Prentice-Hall, México. 1996.
4. Richard h. French. HIDRÁULICA DE CANALES ABIERTOS. Segunda Edición. McGraw-Hill. México. 1990.
5. Ven Te Chow. HIDRÁULICA DE LOS CANALES ABIERTOS. Primera Edición. Editorial Diana, México. 1982
6. Víctor L. Streeter y E. Benjamín Wylie. MECÁNICA DE LOS FLUIDOS. Sexta Edición. McGraw-Hill. México. 1979.
7. J. M. de Acevedo y Guillermo Acosta A. MANUAL DE HIDRÁULICA. Sexta Edición. Editorial Harla, México. 1975.
8. Julián Aguirre Pe. HIDRÁULICA DE CANALES. Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela. Editorial Cidiat. 1974.
9. Ranald V. Giles. MECÁNICA DE LOS FLUIDOS E HIDRÁULICA. Segunda Edición. McGraw-Hill, Serie Schaum. México. 1976.
10. Horace Williams King. MANUAL DE HIDRÁULICA. Primera Edición. Editorial Tipográfica Hispanoamericana. México. 1981.
11. Ing. Marco Tulio Ventura. APUNTES DEL CURSO DE HIDRÁULICA DE CANALES. Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala. Segundo Semestre. 1995.