



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

GUÍA TEÓRICA Y PRÁCTICA DEL CURSO
TIPOLOGÍA ESTRUCTURAL

RODOLFO ERNESTO ROSALES CHIQÚIN
ASESORADO POR ING. RONALD GALINDO

Guatemala, octubre de 2004

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

GUÍA TEÓRICA Y PRÁCTICA DEL CURSO TIPOLOGÍA ESTRUCTURAL

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

RODOLFO ERNESTO ROSALES CHIQÚIN
ASESORADO POR ING. RONALD GALINDO
AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, OCTUBRE DE 2004

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

| | |
|------------|--------------------------------------|
| DECANO | Ing. Sydney Alexander Samuels Milson |
| VOCAL I | Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos |
| VOCAL II | Lic. Amahán Sánchez Álvarez |
| VOCAL III | Ing. Julio David Galicia Celada |
| VICAL IV | Br. Kenneth Issur Estrada Ruiz |
| VOCAL V | Br. Elisa Yazminda Vides Leiva |
| SECRETARIO | Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco |

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

| | |
|------------|--------------------------------------|
| DECANO | Ing. Sydney Alexander Samuels Milson |
| EXAMINADOR | Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera |
| EXAMINADOR | Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno |
| EXAMINADOR | Ing. Sergio Vinicio Castañeda Lemus |
| SECRETARIO | Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco |

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

Cumpliendo con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

GUÍA TEÓRICA Y PRÁCTICA DEL CURSO TIPOLOGÍA ESTRUCTURAL

Tema que me fue asignado por la Dirección de Escuela de Ingeniería Civil, con fecha 23 de febrero del 2004.

ÍNDICE GENERAL

| | |
|---|-------------|
| ÍNDICE DE ILUSTRACIONES | IV |
| LISTA DE SÍMBOLOS | VII |
| GLOSARIO | IX |
| RESUMEN | XII |
| OBJETIVOS | XIII |
| INTRODUCCIÓN | XIV |
| | |
| 1. SISTEMAS ESTRUCTURALES | 1 |
| 1.1 Definición de los sistemas estructurales | 1 |
| 1.2 Clasificación de los sistemas estructurales | 3 |
| 1.2.1 Estructuras trianguladas | 5 |
| 1.2.2 Estructuras funiculares | 7 |
| 1.2.3 Estructuras de membranas | 9 |
| 1.2.4 Estructuras laminadas | 10 |
| 1.2.5 Estructuras verticales | 11 |
| | |
| 2. ESTRUCTURAS TRIANGULARES | 13 |
| 2.1 Armaduras | 13 |
| 2.1.1 Armaduras simples | 16 |
| 2.1.2 Análisis de armaduras simples por el método de nodos | 18 |
| 2.1.3 Ejemplo de armadura simple | 21 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 2.2 | Armaduras espaciales | 28 |
| 2.2.1 | Análisis de armaduras espaciales por el método de secciones | 31 |
| 2.2.2 | Ejemplo de armadura espacial simple | 34 |
| 2.3 | Problemas propuestos | 37 |
| 3. | ESTRUCTURAS FUNICULARES | 39 |
| 3.1 | Sistema de arco | 40 |
| 3.1.1 | Ejemplo del diseño de un arco | 46 |
| 3.2. | Sistema de cables | 50 |
| 3.2.1 | Catenaria | 54 |
| 3.2.2 | Ejemplo del diseño de una catenaria | 56 |
| 3.3 | Problemas propuestos | 59 |
| 4. | ESTRUCTURAS LAMINARES | 61 |
| 4.1 | Lámina plegada | 63 |
| 4.2 | Lámina cilíndrica | 69 |
| 4.3 | Lámina esférica | 73 |
| 4.3.1 | Ejemplo de viga del anillo de un domo | 85 |
| 4.4 | Sistema de platos | 88 |
| 4.4.1 | Ejemplo del diseño básico de un sistema de plato | 92 |
| 4.5 | Paraboloide hiperbólico | 95 |
| 4.5.1 | Ejemplo del diseño básico de un paraboloide hiperbólico | 101 |
| 4.6 | Problemas propuestos | 106 |

| | |
|--|-----|
| 5. ESTRUCTURAS VERTICALES | 107 |
| 5.1 Sistema de muros de corte | 110 |
| 5.1.1 Ejemplo de edificios con muros cortantes | 113 |
| 5.2 Sistema de marcos rígidos | 117 |
| 5.2.1 Ejemplo de edificios con marcos rígidos | 119 |
| 5.4 Sistemas tubulares | 122 |
| 5.3.1 Ejemplo de edificios con sistema tubular | 125 |
| 5.4 Sistemas especiales | 128 |
| 5.5 Problemas propuestos | 132 |
| | |
| CONCLUSIONES | 135 |
| RECOMENDACIONES | 139 |
| BIBLIOGRAFÍA | 141 |
| ANEXOS | 143 |

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

| | | |
|-----|--|----|
| 1. | Esfuerzos en las armaduras | 5 |
| 2. | Tipos más comunes de armaduras | 6 |
| 3. | Tipos de armaduras espaciales | 6 |
| 4. | Tipos de sistemas funiculares | 7 |
| 5. | Esfuerzos en sistemas funiculares | 8 |
| 6. | Sistemas de cables | 8 |
| 7. | Sistemas de membranas | 9 |
| 8. | Esfuerzos en sistemas de membranas | 9 |
| 9. | Esfuerzos en sistemas laminados | 10 |
| 10. | Esfuerzos en sistemas plegados | 10 |
| 11. | Sistemas verticales | 11 |
| 12. | Tipo de conexión de una armadura | 13 |
| 13. | Armadura en sistema de piso | 14 |
| 14. | Fuerzas sobre los elementos de una armadura | 15 |
| 15. | Tipos de armaduras | 15 |
| 16. | Análisis básico de una armadura | 17 |
| 17. | Análisis de armadura por método de nodos | 18 |
| 18. | Análisis básico de una armadura tridimensional | 27 |
| 19. | Análisis de armadura por método de secciones | 31 |
| 20. | Fuerzas resistentes a los momentos en un sistema de arco | 41 |
| 21. | Estática de un arco triarticulado | 42 |
| 22. | Un arco de dos articulaciones resistente a flexión | 43 |
| 23. | Un arco sin articulaciones resistente a flexión | 44 |

| | | |
|------------|---|----|
| 24. | Diagrama de dirección de cargas de sistemas de suspensión | 50 |
| 25. | Diagrama de estabilización de sistemas en suspensión | 51 |
| 26. | Sistemas de suspensión de cables | 52 |
| 27. | Curva funicular para cargas distribuidas en cables | 53 |
| 28. | Esfuerzos de reacción en una catenaria | 54 |
| 29. | Comportamiento de una lámina plegada | 65 |
| 30. | Diagrama de esfuerzos para una lámina plegada | 65 |
| 31. | Soportes extremos para láminas plegadas | 66 |
| 32. | Estabilizadores para láminas plegadas | 67 |
| 33. | Vigas que rigidizan las láminas plegadas | 68 |
| 34. | Transmisión de cargas a través de láminas cilíndricas | 70 |
| 35. | Comportamiento de lámina cilíndrica | 71 |
| 36. | Diagrama de esfuerzos para una lámina cilíndrica | 72 |
| 37. | Soportes extremos para láminas cilíndricas | 73 |
| 38. | Superficies de rotación | 74 |
| 39. | Direcciones de esfuerzos en una lámina esférica | 74 |
| 40. | Deflexión en cascarones esféricos | 75 |
| 41. | Esfuerzos en la membrana de las láminas esféricas | 76 |
| 42. | Esfuerzos cortantes y deflexión debido a cargas | 77 |
| 43. | Anillo de tensión resistente al empuje hacia fuera en la base de un domo | 78 |
| 44. | Lámina esférica soportada por apoyos continuos | 80 |
| 45. | Lámina esférica soportada por arcos | 80 |
| 46. | Lámina esférica soportada por columnas continuas | 81 |
| 47. | Fuerzas en un anillo de tensión | 82 |
| 48. | Diseño conceptual de un domo con nervaduras radiales | 83 |
| 49. | Fuerzas de compresión en el borde de un plato circular | 88 |
| 50. | Diseño de un plato elíptico | 90 |
| 51. | Tipos de superficie de cascarón | 95 |

| | | |
|------------|---|-----|
| 52. | Una superpie paraboloides hiperbólica generada por traslación | 96 |
| 53. | Paraboloides de sectores compuestos | 99 |
| 54. | Características básicas de un paraboloides hiperbólico | 100 |
| 55. | Los diseños de gran altura requieren más material | 110 |
| 56. | El aumento de resistencia a carga horizontal no es lineal | 110 |
| 57. | Anchura efectiva del sistema resistente al momento | 111 |
| 58. | Muros resistentes a fuerzas cortantes | 114 |
| 59. | El desplazamiento del esfuerzo cortante | 124 |
| 60. | Acción tubular debido a la anchura de las columnas | 125 |
| 61. | Esquema de un sistema que permite dejar grandes claros | 129 |
| 62. | Armadura Vierendeel | 130 |
| 63. | Estructura de mega marco | 131 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|--------------------------|---|
| A_s | Área de acero |
| C | Fuerza de compresión |
| CM | Carga muerta |
| CT | Carga total |
| CV | Carga viva |
| D | Peralte efectivo |
| E | Módulo de elasticidad |
| f | Esfuerzo en la fibra más alejada del eje centroidal |
| F_c | Fuerza interna de compresión |
| f'_c | Resistencia especificada del concreto a compresión a los 28 días. |
| f_m | Límite de proporcionalidad |
| f_p | Esfuerzo máximo |
| f_s | Límite de fluencia del acero |
| F_t | Fuerza interna de tensión |
| F_v | Fuerza de viento |
| h | Peralte de arco |
| H | Fuerza horizontal ejercida |
| H_a | Fuerza horizontal en el sentido largo |
| H_b | Fuerza horizontal en el sentido corto |
| Kg. | Kilogramo |
| KN | Kilo-Newton |
| L | Longitud |
| M | Momento resistente |
| M_p | Momento resistente dentro del límite plástico |

| | |
|--------------|--|
| M_{pl} | Momento máximo resistente en sentido corto |
| R | Fuerza tangencial ejercida en el borde de un apoyo |
| T | Fuerza de tensión |
| Ton | Tonelada |
| V | Fuerza vertical |
| V' | Esfuerzo cortante promedio |
| w | Carga uniformemente distribuida |
| γ | Deformación unitaria |
| ϵ_e | Deformación elástica |
| σ_c | Esfuerzo de compresión |
| σ_t | Esfuerzo de tensión |
| ϕ | Diámetro |
| $\sum F_x$ | Sumatoria de fuerzas respecto al sentido "x" |
| $\sum M_x$ | Sumatoria de momentos respecto al eje "x" |

GLOSARIO

| | |
|------------------------|--|
| Anclaje | Fijación que se realiza para transmisión de cargas o para desempeñar la función de asegurar un elemento sujeto a otro. |
| Arriostramiento | Fijación que se realiza por lo general, para dar resistencia a movimientos provocados por fuerzas laterales o por los efectos de pandeo, rotación torsional o deslizamiento. |
| Carga | Es una fuerza activa o combinación de fuerzas ejercidas sobre una estructura. |
| Catenaria | Son cables que están cargados continuamente a lo largo de su longitud. |
| Cimiento | Es un elemento estructural encargado de recibir las cargas de una estructura tales como: muros, sobrecargas, techos etc; estas son transmitidas hacia el suelo. |

| | |
|----------------------|---|
| Cubierta | Es la parte de la edificación que cierra y protege superiormente al edificio, lo mismo que los muros perimetrales, contra las inclemencias del ambiente exterior. |
| Domo | Es un marco en forma de una media esfera u otra aproximada, con que suele cubrirse todo un edificio o parte de él. |
| Ductilidad | Es la característica de un material en admitir deformaciones ante cargas sin llegar a fallar repentinamente. |
| Isotrópico | Es la propiedad que posee un material de tener la misma resistencia y módulo de elasticidad en todas sus direcciones. |
| Mampostería | Es un sistema constructivo que se basa en elementos que van unidos entre sí, por medio de una mezcla conocida como mortero. |
| Muro Cortante | Es un elemento utilizado para soportar fuerzas de corte debido a que la mayor parte de carga se |

transmite a la cimentación por esfuerzos cortantes contenidos en un plano.

| | |
|------------------------------|--|
| Postensado | Es un sistema del presforzado que consiste en fundir primero el elemento estructural y una vez que ha fraguado el concreto se tensionan los cables de acero. |
| Presforzado | Concreto reforzado que se ha precargado de esfuerzos internos para contrarrestar esfuerzos externos. |
| Pretensado | Es un sistema de presforzado que consiste en realizar tensión a los cables de acero antes de efectuar la fundición. |
| Sistema estructural | Es el conjunto de elementos que tienen por finalidad soportar las cargas actuantes sobre una estructura hacia su destino final; es decir, la cimentación. |
| Tipología estructural | Es el conocimiento de los diversos tipos estructurales en relación con los diferentes materiales a emplearse. |

RESUMEN

Resolver problemas funcionales y estructurales implica resolver todo un proceso de ejecución, la selección adecuada de los materiales, sistema estructural, seguridad a la construcción, y para ello es necesario comprender los conceptos básicos de los sistemas estructurales de los cuales se disponen hoy día.

Uno de los aspectos más importantes en el proceso del diseño es la selección del sistema estructural a utilizar. Un buen resultado de diseño depende de la configuración de un sistema para soportar las acciones a la que va a estar sujeta la estructura.

Mediante esta guía del curso Tipología Estructural se presenta al estudiante de ingeniería civil conceptos básicos de los sistemas estructurales; se destaca la presentación generalizada de los diversos sistemas.

Posteriormente, se describen de manera más específica los sistemas estructurales como lo son las estructuras triangulares, así como los sistemas funiculares sobresaliendo el comportamiento estructural de este tipo de sistema. Acerca de los sistemas laminares también se destacan las aplicaciones en los domos y las fuerzas que éstos generan a los componentes del sistema. Las aplicaciones se presentan en forma cualitativa enfatizando así los aspectos básicos de cada sistema estructural y la forma en que éstos influyen. Por último, se enfatiza en los diversos sistemas verticales que pueden construirse conforme a la altura que las estructuras requieren.

OBJETIVOS

General

Crear un documento que contenga y defina los elementos básicos de los diversos sistemas estructurales estudiados en el curso Tipología Estructural, código (307), el cual pertenece al plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil.

Específicos

1. Ofrecer al catedrático una guía para el desarrollo del curso Tipología Estructural.
2. Ofrecer al alumno del curso Tipología Estructural una guía de estudio necesaria con la cual aún no cuenta a la fecha para el desarrollo del curso.
3. Dar a conocer al alumno del curso Tipología Estructural una serie de problemas resueltos para que pueda implementar una disciplina de desarrollo de problemas de aplicación a los principios contenidos en el curso.

INTRODUCCIÓN

La ingeniería se ocupa de una gran diversidad de estructuras además de puentes y edificios, como estadios, torres, cables, arcos, tanques de agua, pavimentos de concreto y muchas otras estructuras.

Para considerar diversos tipos de estructuras, así como la comprensión de los diferentes sistemas estructurales conocidos a la fecha, su razón de ser y campos de su aplicación, constituyen un sólido punto de partida en la resolución de problemas estructurales en los cuales el proyectista debe invertir sus conocimientos acerca de la comprensión de las estructuras para el logro de un buen resultado de diseño. Esto depende en gran medida del acierto que se haya tenido en adoptar el sistema estructural por ser el más adecuado. Esto se logra a través del conocimiento eficiente del comportamiento de las estructuras y los miembros que la conforman

Por tal razón, el estudiante de la carrera de ingeniería civil debe conocer los principios básicos que no sólo se aplican a las estructuras antes mencionadas, sino también a otros tipos de estructuras que conforman la tipología actual.

En este trabajo se presenta al estudiante aspectos básicos de los sistemas estructurales, así como ejemplos de forma cualitativa que ilustran los distintos aspectos de los sistemas estructurales y la forma en que éstos influyen en su eficiencia para un uso estructural específico.

1. SISTEMAS ESTRUCTURALES

1.1 Definición de los sistemas estructurales

La inventiva del ser humano a través de la historia es ilimitada, sin embargo, en la práctica las limitaciones reales son numerosas, empezando por los materiales estructurales disponibles, los procesos de ejecución y las limitaciones funcionales. Es por ello, que aunque la imaginación no tiene barreras, pero si las soluciones que se han desarrollado para los sistemas estructurales a través de la historia.

El primer sistema estructural utilizado por el hombre fue el sistema columna dintel, que se puede observar en las estructuras antiguas. Este es un sistema estático en que las cargas actuantes sobre el elemento horizontal se desvían hacia los apoyos verticales los cuales son los encargados de conducirlos hacia el suelo.

Otro sistema que con el tiempo empezó a desarrollarse como un sistema estructural con materiales pétreos que permite mayores claros es el arco. El arco conduce de una manera dinámica las fuerzas externas hacia los apoyos, en los cuales se genera un empuje horizontal que se contrarresta preferentemente a base de volumen y peso. La forma curva logra una conducción más fluida de las cargas, y se logra a base de piezas aisladas labradas que trabajan a esfuerzo cortante sustentándose mutuamente.

Otro sistema estructural completamente distinto a los anteriores es el de las armaduras; este consiste en la descomposición de fuerzas en dos o tres componentes menores y en determinada dirección al ensamblar las piezas; logran que los componentes trabajen con un tirante o un puntal.

Con la aparición del concreto reforzado se abren las puertas a una gran cantidad de posibilidades estructurales que antes hubieran sido imposibles de construir. Esto se debe a las cualidades de dicho material, cuya capacidad de resistencia a la tensión como a la compresión se ha llegado a obtener a altas capacidades lográndose así desarrollo de nuevos sistemas estructurales trabajando por su forma, en que los mecanismos resistentes varían pero que tienen en común la conducción de las cargas externas a través de formas rígidas generalmente curvas.

Paralelamente, con la tecnificación del acero como material estructural, se desarrollan los sistemas triangulados haciendo elementos cada vez más esbeltos y livianos y con ello se posibilita el uso del cable como elemento estructural.

Como se indicó cuando se definió el concepto de estructura, todos los elementos estructurales están sujetos a cargas externas que tienden a deformarlos. Una de las principales cargas externas e ineludibles por su proveniencia es el peso propio del elemento debido a la ley de la gravedad. Esta ley determina que todas las cargas aplicadas a los elementos estructurales, incluyendo su propio peso, converjan al suelo, es decir que es este el destino final de todas las cargas aplicadas a una estructura.

Las cargas aplicadas a una estructura para llegar al suelo y ser finalmente contrarrestadas requieren necesariamente recorrer un camino o trayectoria determinada desde su punto de aplicación.

Este camino o trayectoria que deben recorrer las cargas actuantes sobre una estructura hacia el suelo puede ser variado de uno o de otro material; con diversos elementos. Todo esto forma un conjunto de soluciones adoptadas para cumplir con la finalidad a la cual es diseñada la estructura; son estas un sistema estructural.

Sistema estructural se puede definir entonces a los medios ideados para transmitir cargas externas al suelo, bajo un determinado mecanismo resistente y mediante una disposición adecuada de sus elementos.

1.2 Clasificación de los sistemas estructurales

Por lo general, los sistemas se clasifican de acuerdo a sus características formales, a los efectos mecánicos principales que se producen durante la transmisión de las cargas y los mecanismos empleados en los elementos estructurales que lo componen. Aún dentro de un sistema determinado pueden darse varias posibilidades de solución, con diversas formas y características. A estas variaciones dentro de cada sistema se le llaman tipos estructurales, que vienen a ser soluciones ya típicas y conocidas dentro de un sistema.

El conocimiento de los sistemas y tipos estructurales es importante en el diseño de estructuras, puesto que a través de este conocimiento se comprende el comportamiento de cada tipo estructural y su uso correcto dentro de un problema determinado. La concepción del sistema estructural implica una solución correcta en que las cargas se transmitan con fluidez al suelo.

Las posibilidades formales de resolver un problema constructivo serían ilimitadas, pero por los materiales estructurales, las técnicas constructivas, la lógica estructural y el factor económico son siempre limitantes que obligan al ingeniero a buscar soluciones acordes con la realidad que se trate.

Los aspectos que debe manejar todo ingeniero estructural, se expondrán de acuerdo con los principales tipos estructurales utilizados en la actualidad, para conocimiento de las principales soluciones en la resolución de los problemas estáticos que imponen los problemas estructurales en la actualidad. Debe entenderse que los conocimientos expuestos en el presente capítulo serán de manera general, puesto que se ira profundizando a medida que se desarrollen los siguientes capítulos.

La presente clasificación se inclina a las características más significativas de cada uno de los sistemas estructurales considerados.

Estructuras trianguladas

Estructuras funiculares

Estructuras laminadas

Estructuras verticales

El mecanismo resistente de los sistemas mencionados y sus características se presentan a continuación.

1.2.1 Estructuras trianguladas

Este sistema estructural tiene como una de sus principales características la descomposición de fuerzas en tensión pura o compresión pura. Otro aspecto importante es son sistemas estructurales muy rígidos.

Figura 1. Esfuerzos en las armaduras

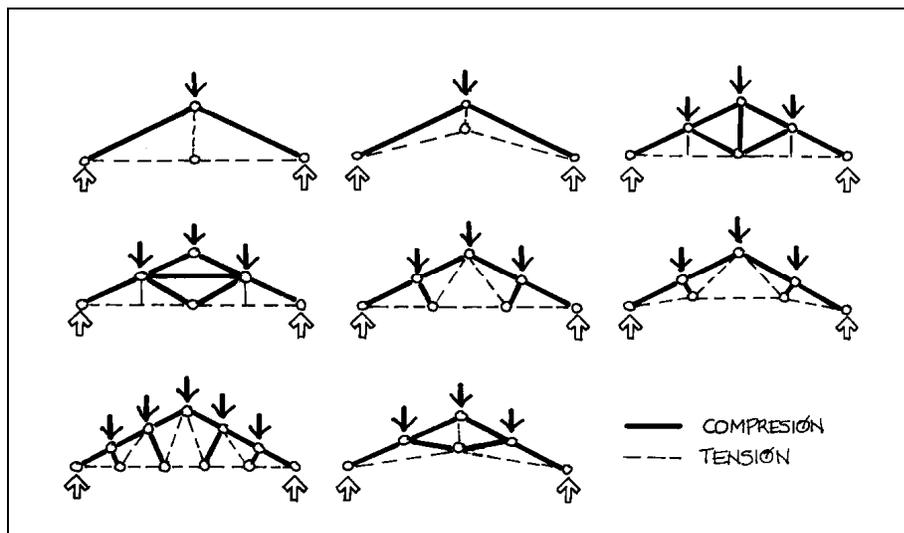


Figura 2. Tipos más comunes de armaduras

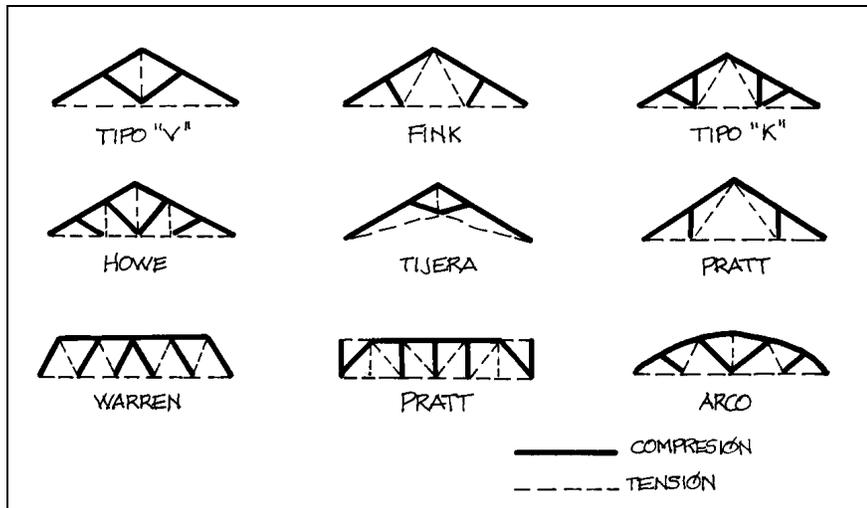
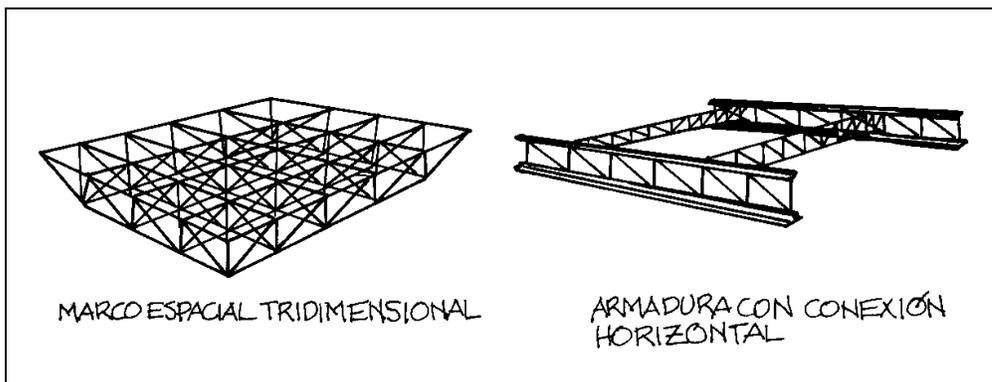


Figura 3. Tipos de armaduras espaciales



1.2.2 Estructuras funiculares

Este tipo de sistemas estructurales poseen conducción lineal de fuerzas a través de la forma funicular, ya sea por tensión o por compresión lineal. Pueden ser rígidas o flexibles dependiendo su sustentación.

Figura 4. Tipos de sistemas funiculares

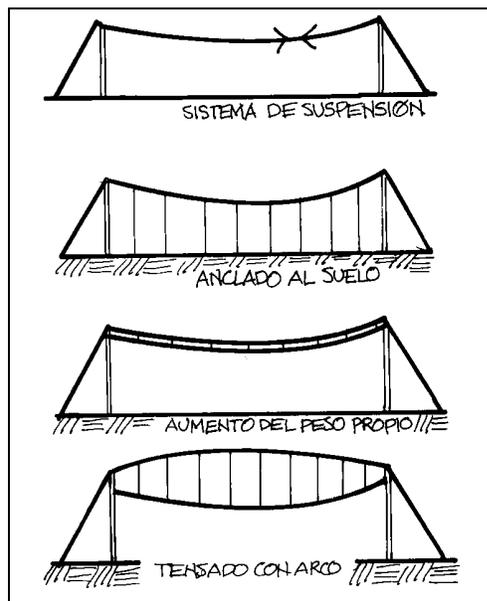


Figura 5. Esfuerzos en sistemas funiculares

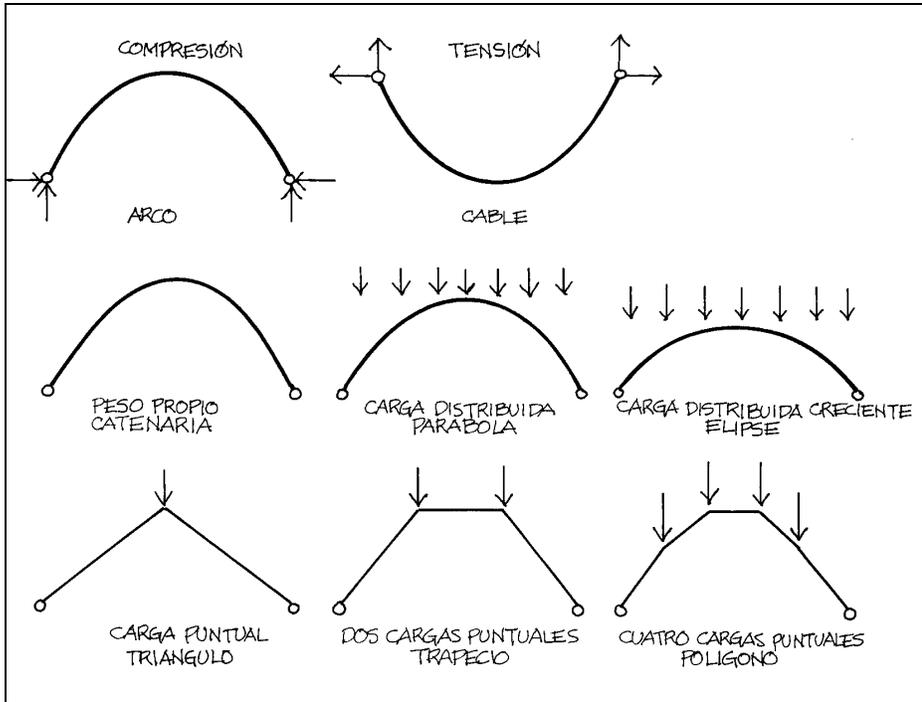
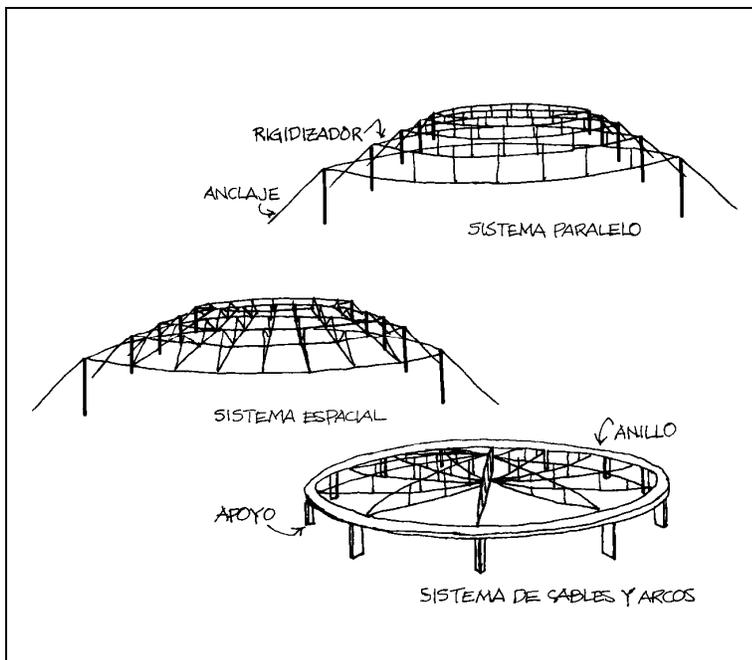


Figura 6. Sistemas de cables



1.2.3 Estructuras de membranas

Estos sistemas estructurales conducen las fuerzas superficialmente por tensión; son flexibles y necesitan también de tensión absoluta para trabajar correctamente.

Figura 7. Sistemas de membranas

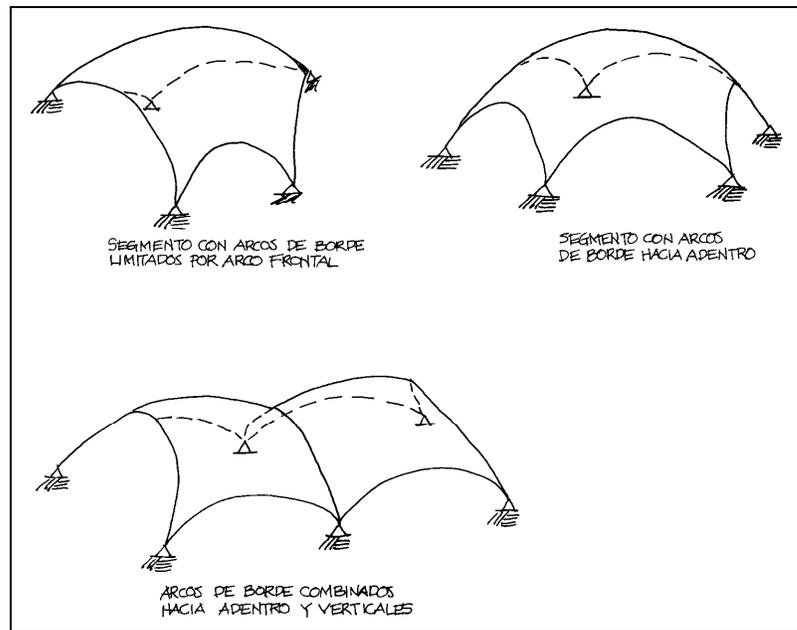
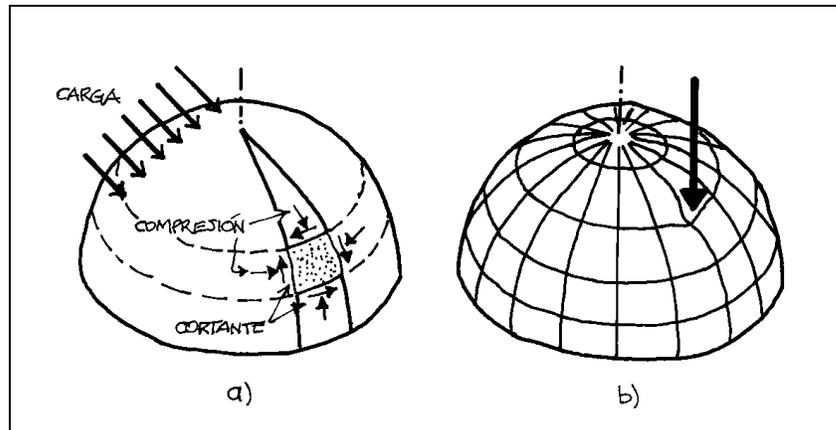


Figura 8. Esfuerzos en sistemas de membranas



1.2.4 Estructuras laminadas

Estos sistemas estructurales conducen las fuerzas superficialmente a través de la forma de la superficie dando así rigidez.

Figura 9. Esfuerzos en sistemas laminados

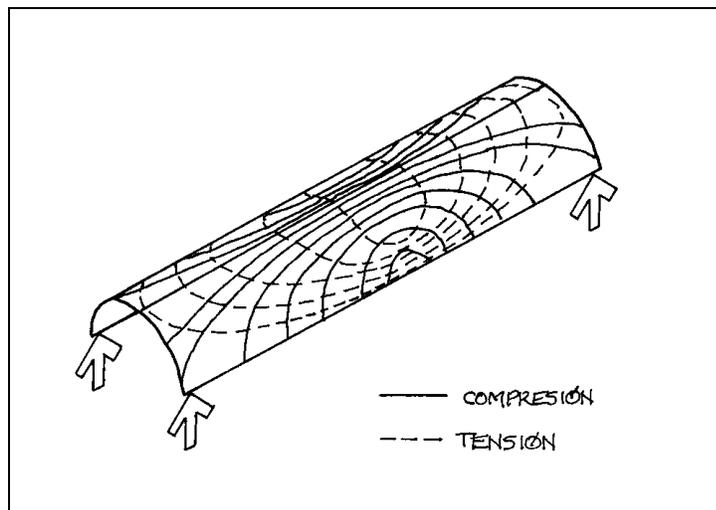
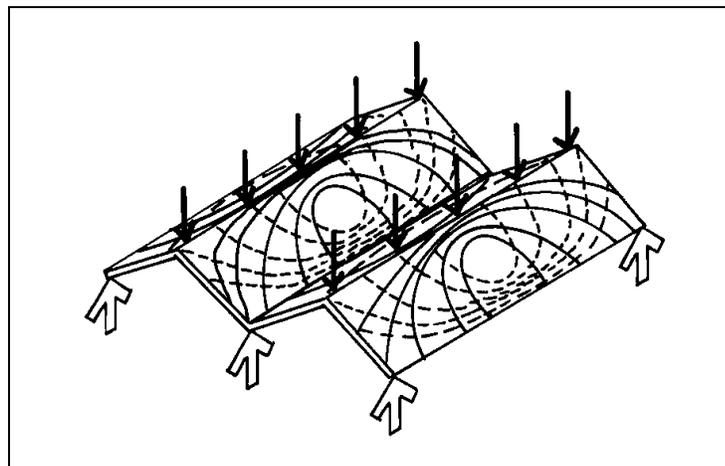


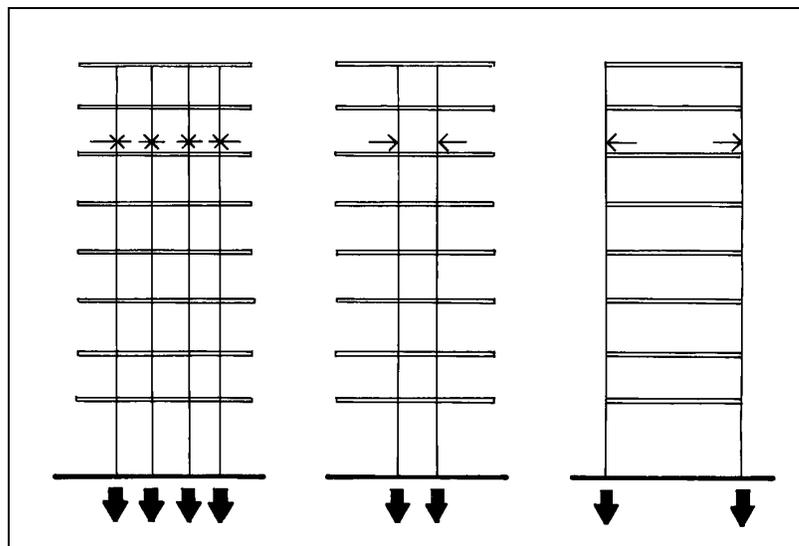
Figura 10. Esfuerzos en sistemas plegados



1.2.5 Estructuras verticales

Estos sistemas estructurales transmiten las cargas desde planos a elevada altura del suelo por diversos mecanismos.

Figura 11. Sistemas verticales

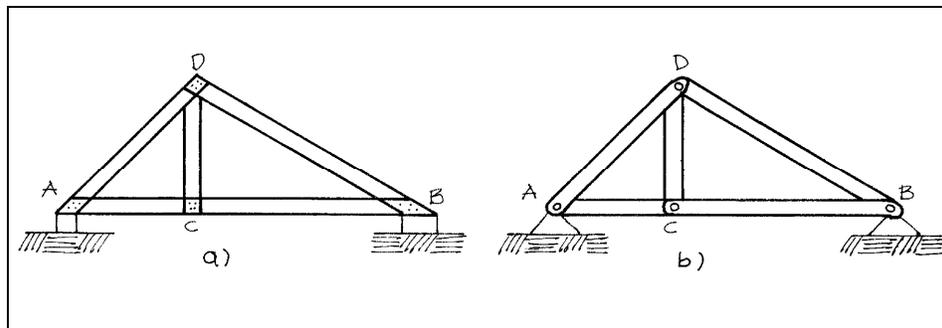


2. ESTRUCTURAS TRIANGULARES

2.1 Armaduras

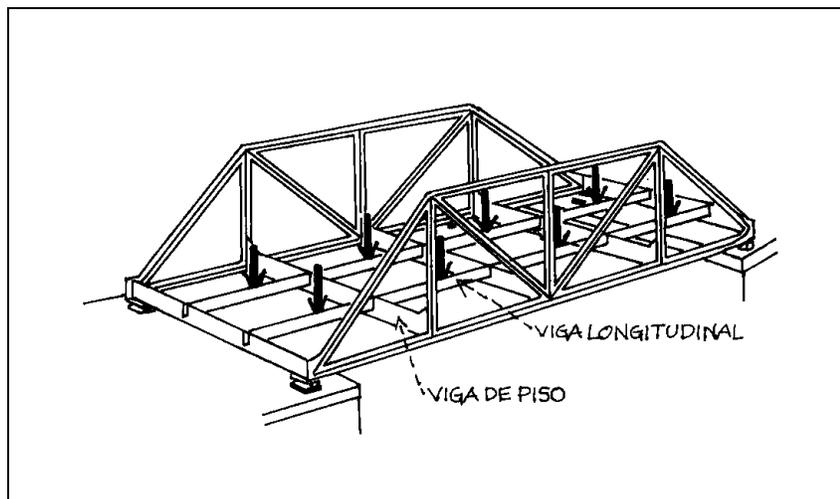
La armadura es un tipo de estructura de mayor importancia en ingeniería. Proporciona soluciones tanto prácticas como económicas a muchos problemas principalmente en el diseño de puentes y edificios. Una armadura consta de elementos rectos conectados en los nodos; en la parte a de figura 12 se muestra una armadura característica. Los miembros de una armadura se unen solamente en sus extremos; es decir, un miembro no puede ser continuo a través de un nodo. En la parte a de la figura 12 por ejemplo, no hay un miembro AB; en su lugar hay dos miembros distintos AD y DB. La mayoría de las estructuras que existen están formadas por varias armaduras unidas que forman configuraciones espaciales. Cada armadura se diseña para soportar cargas que ejercen fuerza en su propio plano, por lo que se pueden ser tratadas como estructuras bidimensionales.

Figura 12. Tipo de conexión de una armadura



Por lo general, los miembros de una armadura son delgados y pueden soportar poca carga lateral; por lo tanto, las cargas deben aplicarse sobre los nodos y no directamente sobre los miembros. Cuando una carga concentrada ha de aplicarse entre dos nodos o una carga distribuida ha de ser soportada por la armadura como en el caso de una armadura de puente, se suministra un sistema de piso que transmite la carga a los nodos por medio de vigas, observe la figura 13.

Figura 13. Armadura en sistema de piso



También se considera que el peso de los elementos de una armadura está aplicado sobre los nodos; la mitad del peso del miembro actúa sobre cada uno de los dos nodos correspondientes. Aunque en realidad los miembros se unen con soldaduras o remaches, es costumbre suponer que se junta de tal modo que las fuerzas que actúan sobre cada extremo se reducen a una fuerza única, sin dejar lugar a pares de fuerza. Entonces, supondremos que las únicas fuerzas longitudinales en cada extremo del mismo. Por lo tanto, podemos considerar todos los miembros como miembros de dos fuerzas y las armaduras como conjuntos de miembros simples.

Un miembro individual puede soportar las fuerzas como en cualquiera de los dibujos de la figura 14. En la parte a de la figura 14 las fuerzas tienden a comprimirlo, por lo que estará en compresión.

Figura 14. Fuerzas sobre los elementos de una armadura

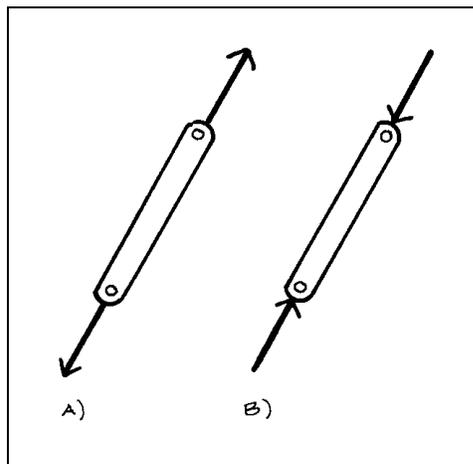
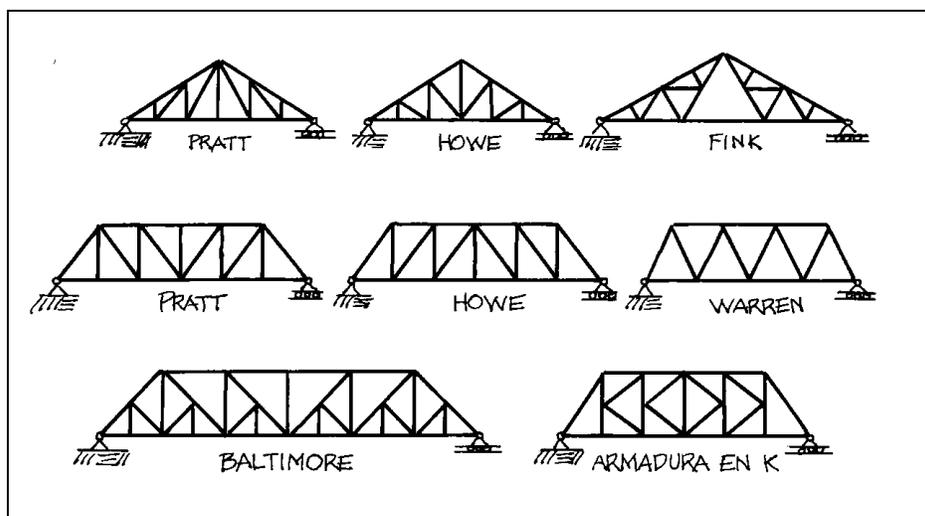


Figura 15. Tipos de armaduras



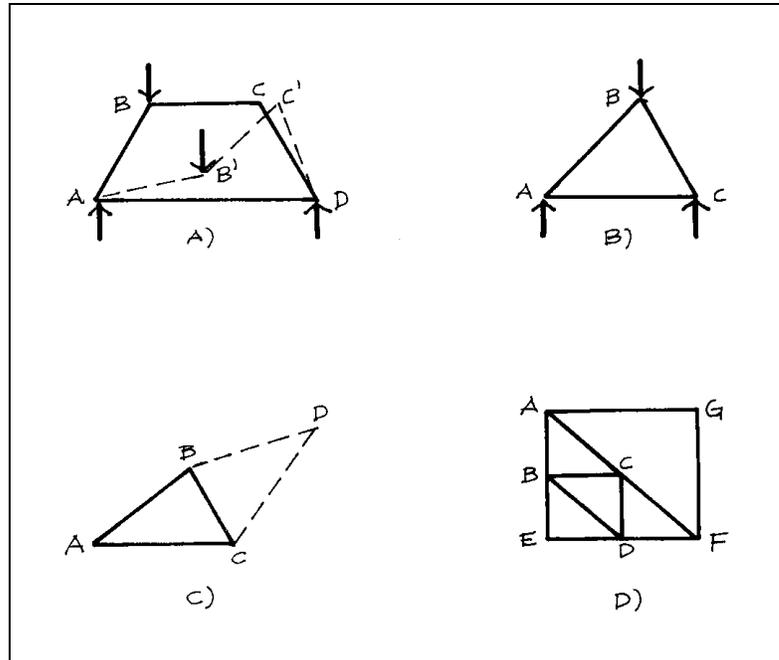
2.1.1 Armaduras simples

Consideremos la armadura de en la parte a de la figura 16, que está hecha de cuatro miembros unidos en A, B, C y D. Si aplicamos una carga en B, la armadura se deformará notablemente perdiendo por completo su forma original. Por otro lado, en la parte b de la de la figura 16, que está hecha de tres miembros unidos en A, B, y C, se deformará muy levemente al aplicarle una carga en B. La única deformación posible de esta armadura se debería a pequeños cambios en la longitud de sus miembros. La armadura mostrada en la parte b de la figura 16 se llama armadura estable, y aquí el término estable se usa para indicar que la armadura no se desplomará.

Como se muestra en la parte c de la figura 16, puede obtenerse una armadura estable mayor si agregamos los miembros BD y CD a la armadura triangular en la parte b de la figura 16.

Podemos repetir este procedimiento cuantas veces queramos y la armadura resultante será estable, si cada vea que añadimos dos nuevos miembros los sujetamos a dos nodos distintos ya existentes y los conectamos entre sí en un nuevo nodo. De tal forma que una armadura que se construya así se denomina armadura simple.

Figura 16. Análisis básico de una armadura



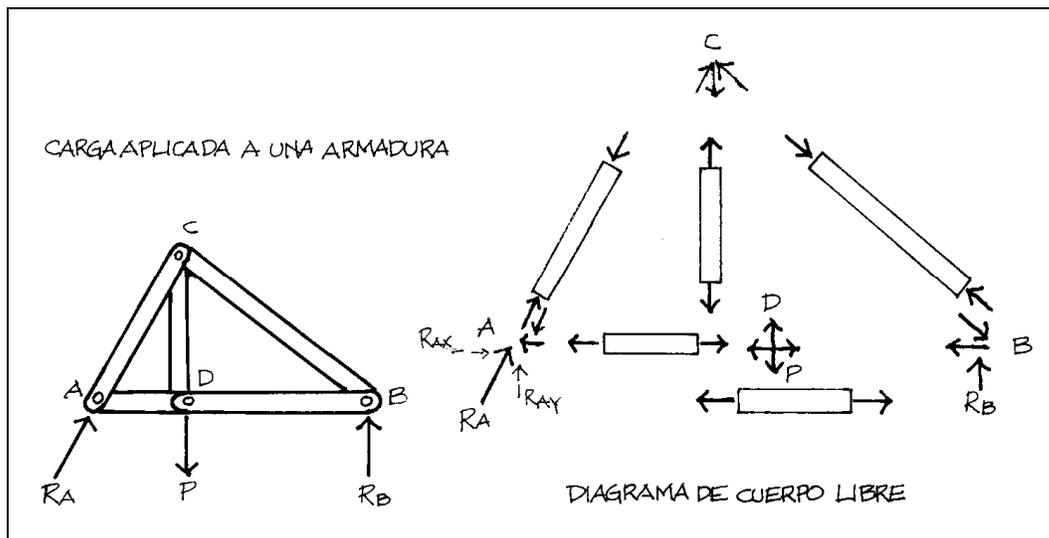
La armadura triangular básica en la parte b de la figura 16, observamos que tiene tres miembros y tres nodos. La armadura mostrada en la parte c de la figura 16 tiene dos miembros y un nodo más, es decir, cinco miembros y cuatro nodos. Cada vez que agregamos dos miembros el número de nodos aumenta en uno; por lo tanto, en una armadura simple el número total de miembros esta definida como $m = 2n - 3$, donde n es el número total de nodos.

2.1.2 Análisis de armaduras simples por el método de nodos

En la sección 2.1 se analizó como una armadura puede considerarse como un conjunto de nodos y miembros de dos fuerzas. La armadura de la figura 12, cuyo diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 17, puede ser desarticulada para hacer un diagrama de cuerpo libre de cada nodo y de cada miembro.

Según se muestra en la figura 17. Sobre cada miembro actúan dos fuerzas, una en cada extremo, que tienen la misma magnitud, la misma línea de acción y sentidos opuestos. Además, la tercera ley de Newton nos indica que las fuerzas de acción y reacción entre un miembro y un nodo son iguales y opuestas. Entonces, las fuerzas que un miembro ejerce sobre los dos nodos que conecta deben estar dirigidas a lo largo del miembro y ser iguales y opuestas. La magnitud de la fuerza que el miembro ejerce sobre los dos nodos se conoce comúnmente como fuerza en el miembro, aunque en realidad se trate de un escalar. Como se conocen las líneas de acción de todas las fuerzas internas de una armadura, el análisis de ella se reduce al cálculo de fuerzas en todos sus miembros y a determinar si los miembros están en tensión o en compresión.

Figura 17. Análisis de armadura por método de nodos



Puesto que la armadura entera está en equilibrio, cada nodo debe estarlo también. Esto puede representarse un diagrama de cuerpo libre para cada nodo y expresándolo en dos ecuaciones de equilibrio.

Si la armadura contiene n nodos, tendremos dos nodos, ecuaciones que deben ser resueltas para dos incógnitas. En el caso de una armadura simple, tenemos $m = 2n - 3$, es decir, $2n = m + 3$, y por lo tanto el número de incógnitas de los diagramas de cuerpo libre de los nodos es $m + 3$. Esto significa que todas las fuerzas en los miembros así como la fuerza de reacción \mathbf{R}_B y las componentes de la fuerza de reacción \mathbf{R}_A pueden ser encontradas considerando los diagramas de cuerpo libre de los nodos.

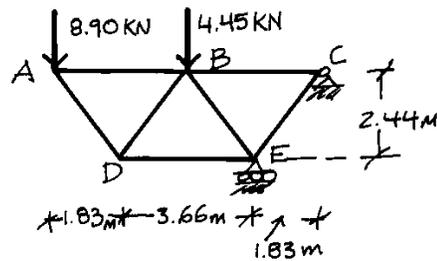
El hecho de que la armadura completa sea un cuerpo rígido en equilibrio sirve para escribir tres ecuaciones más que relacionen las fuerzas del diagrama de cuerpo libre de la figura 17.

Como estas ecuaciones no contienen ninguna información adicional, no son independientes de las asociadas con los diagramas de cuerpo libre de las uniones. Sin embargo, con ellas se determinan rápidamente las componentes de las reacciones en los soportes.

La distribución de nodos y miembros en una armadura simple debe ser tal, que siempre sea posible encontrar un nodo sobre el que sólo actúan dos fuerzas desconocidas. Éstas pueden determinarse por el diagrama de cuerpo libre y sus valores pueden ser transferidos a los nodos cercanos donde pueden tratarse como cantidades conocidas. Este proceso se repite hasta que hayan sido encontradas todas las fuerzas.

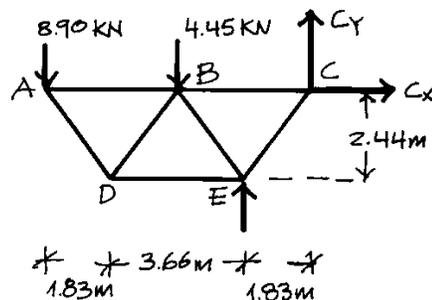
2.1.3 Ejemplo de armadura simple

Usando el método de los nodos, determínese la fuerza en cada miembro de la armadura mostrada en la siguiente figura



Solución:

Se presenta un diagrama de cuerpo libre de la armadura completa, las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo libre son las cargas aplicadas y las reacciones en C y E.



$$\sum M_c = 0$$

$$\sum M_c = (8.90KN)(7.32m) + (4.45KN)(3.66m) - E(1.83m)$$

$$\sum M_c = 65.15 + 16.29 - 1.83E$$

$$E = \frac{81.44KN - m}{1.83m}$$

$$E = 44.50KN$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$\sum F_x = C_x$$

$$C_x = 0$$

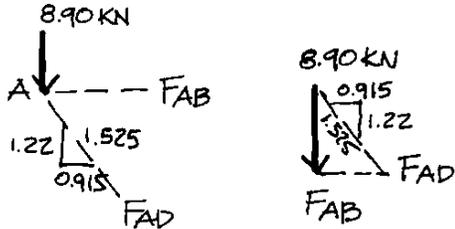
$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$\sum F_y = -8.90KN - 4.45KN + E + C_y$$

$$\sum F_y = -8.90KN - 4.45KN + 44.50KN + C_y$$

$$C_y = 31.15KN$$

Analizando el nodo A; esta unión está sujeta sólo a dos fuerzas desconocidas que son las que ejercen los miembros AB y AD. Se usa un triángulo de fuerzas para determinar F_{AB} y F_{AD} . Nótese que el miembro AB tira de la unión, por lo que está en tensión, y el miembro AD presiona la unión, por lo que está en compresión. Las magnitudes de las dos fuerzas se obtienen de la proporción



$$\frac{8.90\text{KN}}{1.22\text{m}} = \frac{F_{AB}}{0.915\text{m}} = \frac{F_{AD}}{1.525\text{m}}$$

De la relación anterior se obtiene que la magnitud de la fuerza F_{AB} es:

$$F_{AB} = 0.915 \left(\frac{8.90}{1.22} \right)$$

$$F_{AB} = 6.675\text{KN} \text{ Trabajando a Tensión}$$

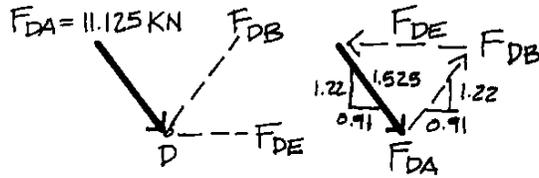
También de la relación de triángulos se puede obtener el valor de F_{AD} :

$$\frac{F_{AD}}{1.525\text{m}} = \frac{8.90\text{KN}}{1.22\text{m}}$$

$$F_{AD} = 1.525 \left(\frac{8.90\text{KN}}{1.22\text{m}} \right)$$

$$F_{AD} = 11.125\text{KN} \text{ Trabajando a Compresión}$$

Analizando el nodo D se conoce que la fuerza AD ha sido determinada, quedan sólo dos fuerzas desconocidas en esta unión. Nuevamente se utilizan las relaciones de fuerzas para determinar las fuerzas en los miembros DB y DE.



$$F_{DB} = F_{DA}$$

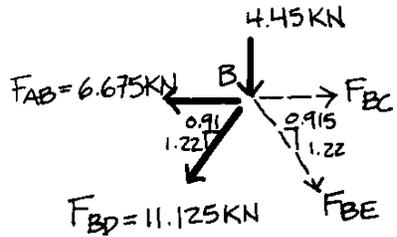
$$F_{DE} = 2 \left(\frac{0.915}{1.525} \right) F_{DA}$$

$$F_{DE} = 13.35 \text{ KN} \text{ Compresión}$$

$$F_{DB} = 11.125 \text{ KN} \text{ Tensión}$$

Analizando el nodo B se conoce que sobre la unión actúan más de tres fuerzas, se determinarán las dos fuerzas desconocidas F_{BC} y F_{BE} resolviendo las ecuaciones de equilibrio $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$.

Se supondrá arbitrariamente que en ambos casos la fuerza es tal que los dos miembros se encuentran en tensión. El valor obtenido para F_{BC} es positivo, por lo que nuestra suposición valor era correcta; el miembro BC está en tensión. El signo negativo de F_{BE} indica que la suposición era incorrecta; es decir, el miembro BE está en compresión y no en tensión.



$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$\sum F_y = -4.45 - \left(\frac{1.22}{1.525}\right)(11.25) - \left(\frac{1.22}{1.525}\right)(F_{BE})$$

$$F_{BE} = -16.69 \text{ KN}$$

$$F_{BE} = 16.69 \text{ KN} \text{ Compresión}$$

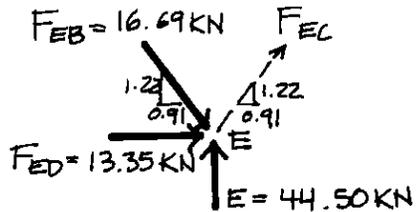
$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$\sum F_x = F_{BC} - 6.675 - \left(\frac{0.915}{1.52}\right)(11.25) - \left(\frac{0.915}{1.52}\right)(16.69)$$

$$F_{BC} = -23.36 \text{ KN}$$

$$F_{BC} = 23.36 \text{ KN} \text{ Tensión}$$

Nuevamente, analizando el nodo E suponiendo que la fuerza desconocida F_{EC} actúa tirando de la unión; sumando las componentes en el plano x obtenemos que:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$\sum F_x = \left(\frac{0.915}{1.525}\right)F_{EC} + 13.35 + \left(\frac{0.915}{1.525}\right)(16.69)$$

$$F_{EC} = -38.94 \text{ kN}$$

$$F_{EC} = 38.94 \text{ kN} \text{ Compresión}$$

Sumando las componentes, se puede obtener una comprobación de los resultados anteriores

$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

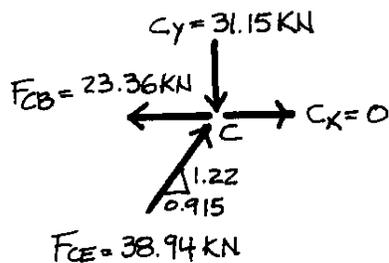
$$\sum F_y = 44.50 - \left(\frac{1.22}{1.525}\right)(16.69) - \left(\frac{1.22}{1.525}\right)(38.94)$$

$$\sum F_y = 44.50 - 13.35 - 31.15$$

$$\sum F_y = 0 \text{ Por tanto queda verificado}$$

Por último, analizando el nodo C con los valores obtenidos para F_{CB} y F_{CE} podemos determinar las reacciones C_x y C_y considerando el equilibrio en esta unión.

Como las reacciones ya se obtuvieron a partir del equilibrio de la armadura completa, se pueden obtener dos comprobaciones más de los resultados obtenidos. También se puede usar simplemente los valores para así comprobar que la unión esta en equilibrio.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$\sum F_x = -23.36 + \left(\frac{0.915}{1.525}\right)(38.94)$$

$$\sum F_x = -23.36 + 23.36$$

$$\sum F_x = 0 \text{ Queda verificado que esta en equilibrio}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$\sum F_y = -31.15 + \left(\frac{1.22}{1.525}\right)(38.94)$$

$$\sum F_y = -31.15 + 31.15$$

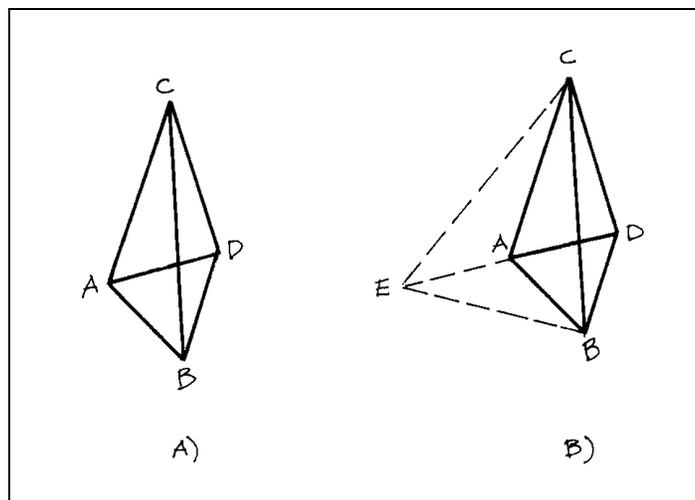
$$\sum F_y = 0 \text{ Queda verificado que esta en equilibrio}$$

2.2 Armaduras espaciales

Cuando varios miembros rectos se unen por sus extremos para formar configuraciones tridimensionales, a la estructura que se obtiene se le denomina armadura espacial.

Según lo mencionado antes, la armadura estable bidimensional más elemental consiste de tres miembros unidos por sus extremos formando un triángulo; al unir simultáneamente dos nuevos miembros a esta configuración básica y conectarlos formando una nueva unión, es posible obtener armaduras estables mayores a las que hemos llamado armaduras simples. De forma análoga, la armadura estable en el espacio más elemental consiste en seis miembros unidos por sus extremos para formar un tetraedro ABCD como el mostrado en la parte a de la figura 18. Agregando tres nuevos miembros AE, BE y CE de la figura podemos obtener una estructura estable más grande que llamaremos armadura simple en el espacio, como la mostrada en la parte b de la figura 18b.

Figura 18. Análisis básico de una armadura tridimensional



Observando que el tetraedro elemental tiene seis miembros y cuatro uniones, y que cada vez que aumentamos tres miembros el número de las uniones aumentan en uno, concluimos que en toda armadura espacial simple el número de miembros es $m = 3n - 6$, siendo n el número de uniones.

Si una armadura en el espacio debe ser completamente restringida o estable y si las reacciones en sus apoyos deben ser estáticamente determinadas, entonces los soportes deben consistir en una combinación de rodillos, patines y rodillos, que proporcionen seis fuerzas de reacción desconocidas. Estas seis reacciones expresan el equilibrio de la armadura tridimensional.

Aunque en realidad los miembros de una armadura en el espacio se unen por medio de remaches o soldaduras, podemos suponer que las uniones consisten de conexiones de rodillo. Esta manera elimina la posible existencia de pares de fuerza en las uniones, pudiendo considerar todos los miembros como de dos fuerzas.

Las condiciones de equilibrio para cada unión se expresan mediante las tres ecuaciones $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum F_z = 0$. En el caso de una armadura en el espacio simple con n uniones, al expresarse las condiciones de equilibrio para cada unión, nos resultarán $3n$ ecuaciones. Como $m = 3n - 6$, estas ecuaciones son suficientes para determinar todas las fuerzas desconocidas es decir las fuerzas en los m miembros y las seis reacciones en los soportes. Sin embargo, para reducir el número de ecuaciones simultáneas se seleccionan con cuidado las uniones en el orden en que ninguna de ellas tenga más de tres fuerzas desconocidas.

Una de las ventajas de los entramados espaciales es que cubren grandes áreas libres de columnas están soportadas generalmente en el perímetro o en las esquinas.

Cuando es posible, se utilizan voladizos para compensar en algo los esfuerzos, aliviar las fuerzas en los elementos interiores y proporcionar un número mayor de diagonales que distribuyen las reacciones de los apoyos al entramado espacial.

Cuando las reacciones son muy grandes, los miembros de dicho entramado cerca de los apoyos se extienden a veces por debajo de los elementos inferiores, en forma de pirámides invertidas, hasta la parte superior de las columnas. Esto produce efectivamente un capitel de columna que facilita la distribución de las fuerzas en el entramado espacial cuya altura está por lo general entre el 4 y el 8% de la luz. Para utilizar de manera efectiva la capacidad de cubrimiento bidireccional de dicho entramado, la relación de aspecto, es decir, relación longitud ancho no debe exceder por lo general a 1.5 : 1.0. para una relación 1.5 : 1.0, aproximadamente un 70% de las cargas gravitacionales se transmiten en la dirección corta.

Es muy común que el tipo de miembros utilizados en esta clase de sistemas sean de acero estructural laminado en caliente o secciones de acero formadas en frío.

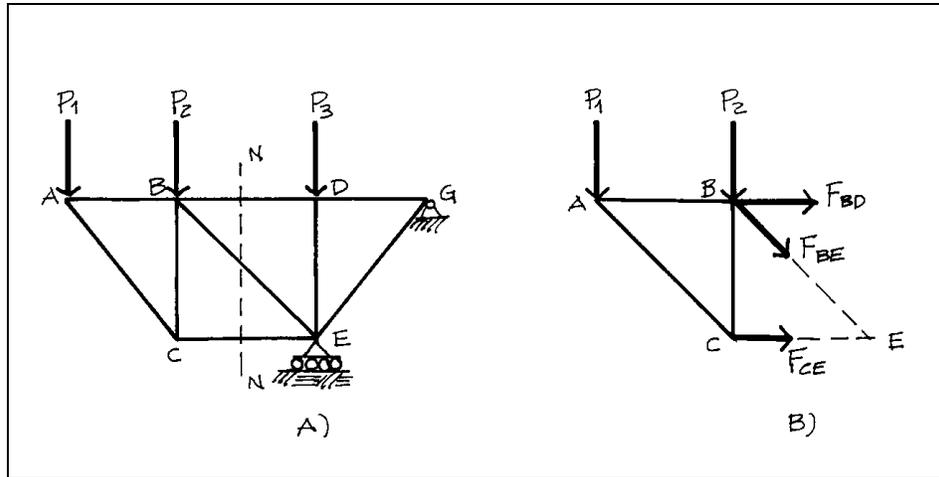
Independientemente, del tipo de entramado a utilizar, la parte esencial de cualquiera de estos sistemas es el nodo. La mayor parte de los entramados espaciales tienen nodos concéntricos; es decir, los ejes centroidales de todos los miembros que concurren en el nodo se intersecan en un punto de trabajo común en el centro del nodo.

Por tal razón, es necesario conocer de los métodos más elementales para poder encontrar las fuerzas en dichos elementos del sistema.

2.2.1 Análisis de armaduras espaciales por el método de secciones

Este método de análisis determina más fácilmente la fuerza en algún punto específico de la armadura. Por ejemplo, supongamos que se desea determinar la fuerza en la miembro BD de la armadura mostrada en la parte de la figura 19. Para hacer esto debemos determinar la fuerza que el miembro BD ejerce sobre la unión B o sobre la unión D. Si se deseará usar el método de nodos se pudiese escoger a B o a D como cuerpo libre. Sin embargo, también podemos escoger como cuerpo libre una porción mayor de la armadura formada por varias uniones y miembros, de tal manera que la fuerza deseada sea una de las fuerzas externas a la porción seleccionada. Si además la porción es tal que sobre ella actúan sólo tres fuerzas, la fuerza deseada puede encontrarse resolviendo las ecuaciones de equilibrio para esa porción de la armadura. Sin embargo; en la práctica, para encontrar la porción que se va a utilizar se secciona la armadura en tres miembros uno de los cuales es el que nos interesa, es decir, se expresa una línea recta que divida a la armadura en dos partes completamente separadas que no interseque a más de tres miembros. Cualquiera de las dos porciones que quedan después de quitar los tres miembros intersecados por la línea puede ser analizada como cuerpo libre.

Figura 19. Análisis de armadura por método de secciones



En la parte a de la figura 19 la sección N-N ha intersecado los miembros BD, BE y CE, y la porción ABC de la armadura se analiza como cuerpo libre según mostrada en la parte b de la figura 19. Las fuerzas que actúan sobre este cuerpo libre son las cargas P_1 y P_2 en los puntos A y B y las tres fuerzas desconocidas son F_{BD} , F_{BE} , y F_{CE} . Como no se conoce si los miembros que no se tomaron en cuenta estaban en tensión o en compresión, en la figura las tres fuerzas se han representado suponiendo que los tres miembros estaban en tensión.

El hecho de que el cuerpo rígido ABC esté en equilibrio se expresa mediante tres ecuaciones que pueden ser resultas para encontrar las tres fuerzas desconocidas. Si sólo queremos conocer F_{BD} , únicamente necesitamos una ecuación de equilibrio, previendo que en ella no aparezcan las otras incógnitas. Entonces la ecuación $\sum M_E = 0$ nos lleva a la magnitud de la fuerza F_{BD} . El signo que resulte en esta respuesta nos diría si en efecto el miembro BD estaba en tensión (signo positivo), o en compresión (signo negativo).

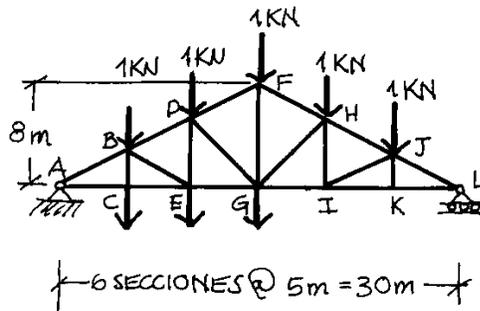
Por otro lado, si sólo nos interesa conocer F_{CE} debemos encontrar una ecuación en la que no aparezcan F_{BD} y F_{BE} ; la ecuación apropiada es $\sum M_B = 0$. Nuevamente, si el signo que resulte para la magnitud F_{CE} es positivo, el miembro estaba en tensión y si es negativo, el miembro estaba en compresión.

Si sólo queremos conocer la fuerza F_{BE} , la ecuación apropiada es $\sum F_Y = 0$. Que el miembro esté en tensión o en compresión se determina por el signo obtenido.

Si solo encontramos la fuerza en un solo miembro no es posible encontrar una comprobación independiente; pero si encontramos todas las fuerzas desconocidas podemos comprobar los resultados con una ecuación adicional. Por ejemplo, si F_{BD} , F_{BE} y F_{CE} se determinan como se indicó antes, los resultados pueden comprobarse verificando que $\sum F_X = 0$.

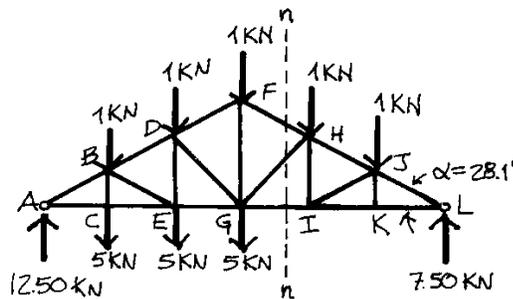
2.2.2 Ejemplo de armadura espacial simple

Por medio del método de secciones determine la fuerza en los miembros FH, GH y GI de la armadura que se muestra a continuación.



Solución

La sección n-n interseca la armadura como se muestra. La porción derecha de la armadura se toma como cuerpo libre. Como la reacción en L actúa sobre este cuerpo libre, el valor de L debe ser calculado por separado usando toda la armadura como cuerpo libre; la ecuación $\sum M_A = 0$ determina el valor de la fuerza en el punto L, cuyo valor es:

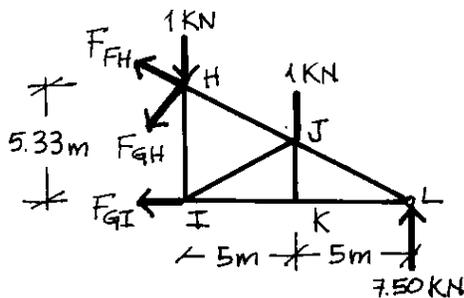


$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_A = -6KN(5m) - 6KN(10m) - 6KN(15m) - 1KN(20m) - 1KN(25m) + R_L(30m)$$

$$R_L = 7.50KN \uparrow$$

Una vez encontrada la fuerza en el punto L se procede a analizar el miembro GI. Utilizando la porción HLI de la armadura como cuerpo libre, el valor de F_{GI} se obtiene:



$$\sum M_H = 0$$

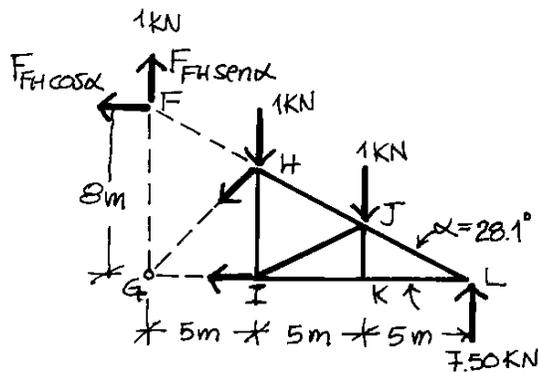
$$\sum M_H = (7.50KN)(10m) - (1KN)(5m) - F_{GI}(5.33m)$$

$$F_{GI} = +13.13KN$$

$$F_{GI} = 13.13KN \text{ Trabajando a tensión}$$

Ahora se procede a analizar el miembro FH.

Donde el valor de F_{FH} se obtiene de la ecuación $\sum M_G = 0$. Traslado F_{FH} a lo largo de su línea de acción de fuerza hasta que actúe en el punto F, luego se separa en sus componentes x y y. El momento de F_{FH} respecto al punto G es $(F_{FH}\cos\alpha)(8m)$.



$$\sum M_G = 0$$

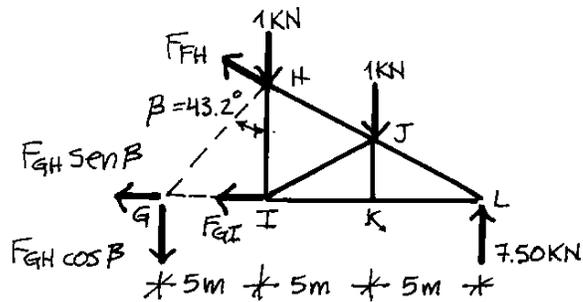
$$\sum M_G = (7.50\text{KN})(15m) - (1\text{KN})(10m) - (1\text{KN})(5m) + (F_{FH}\cos\alpha)(8m)$$

$$F_{FH} = -13.82\text{KN}$$

$$F_{FH} = 13.82\text{KN} \text{ Trabaja a compresión}$$

Nuevamente, se analiza la armadura, solamente que ahora con el miembro GH.

El valor de la fuerza F_{GH} se obtiene separándola en sus componentes x y y, en el punto G, y luego resolviendo la ecuación de la sumatoria de momentos respecto al punto L.



$$\sum M_L = 0$$

$$\sum M_L = (1KN)(10m) + (1KN)(5m) + (F_{GH} \cos \beta)(15m)$$

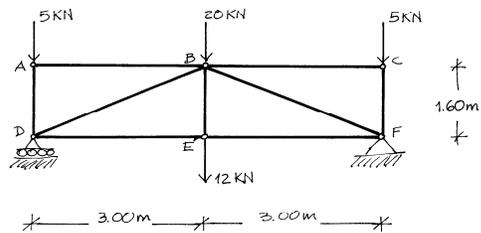
$$F_{GH} = -1.372KN$$

$F_{GH} = 1.372KN$ Trabaja a compresión en dichos elementos del sistema.

2.3 Problemas propuestos

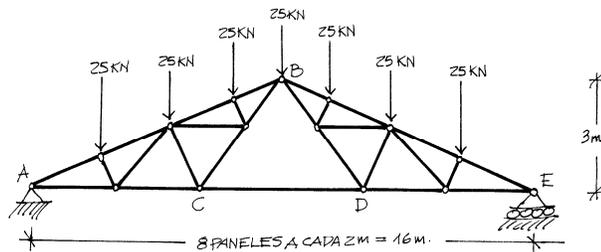
Problema 1

Determine las fuerzas en cada miembro de la armadura mostrada en la siguiente figura, usando el método de los nodos. Determine para cada miembro si se encuentra en tensión o en compresión.



Problema 2

Utilizando el método de secciones determine la fuerza en el miembro CD de la armadura tipo Fink que se muestra en la figura.



3. ESTRUCTURAS FUNICULARES

Como ya se ha indicado, el destino final de las cargas aplicadas a una estructura es en todos los casos el suelo, en donde se opone la resistencia debida para contrarrestarlas, logrando así el equilibrio. Por supuesto el camino que siguen las cargas para llegar al suelo puede ser de muchísimas maneras, variando de lo simple a lo complicado. Cuanto más corto y libre sea ese recorrido más fluido es la transmisión de las cargas, es decir mientras menos obstáculos y cambios bruscos de dirección que encuentre la carga a su paso, siendo así más efectiva la transmisión de las mismas.

Quizá ningún sistema estructural que se conocen en la actualidad sea tan eficiente en este aspecto como lo son las estructuras funiculares en que la carga fluye hacia el suelo con la mayor facilidad que se pueda concebir en las estructuras.

Sin embargo, para lograr su objetivo, este grupo de estructuras deben de llenar un importante requisito y es el que se refiere a una forma adecuada. La forma de la estructura es su principal determinante y está íntimamente ligada a las cargas que va a soportar. La forma adecuada de una estructura bajo un sistema de cargas particular, se llama funicular y puede decirse que es el camino o trayectoria que sigue una carga determinada hacia el suelo de manera natural, impuesta por las condiciones propias de la carga y con un mínimo de material. En otras palabras, el funicular es la forma adecuada de un elemento estructural para un flujo natural de fuerzas hacia los apoyos.

El sistema funicular se logra determinar en estructuras lineales en que la transmisión de cargas es axial, variando de acuerdo con el tipo de carga que se aplique. Para el efecto es necesario que el elemento estructural transmisor, sea flexible y de escasa sección en relación a su longitud; de manera que la carga no encuentre como obstáculo la rigidez del elemento en su transmisión.

Este principio es el origen de las dos más importantes estructuras de este grupo como lo son el arco y el cable.

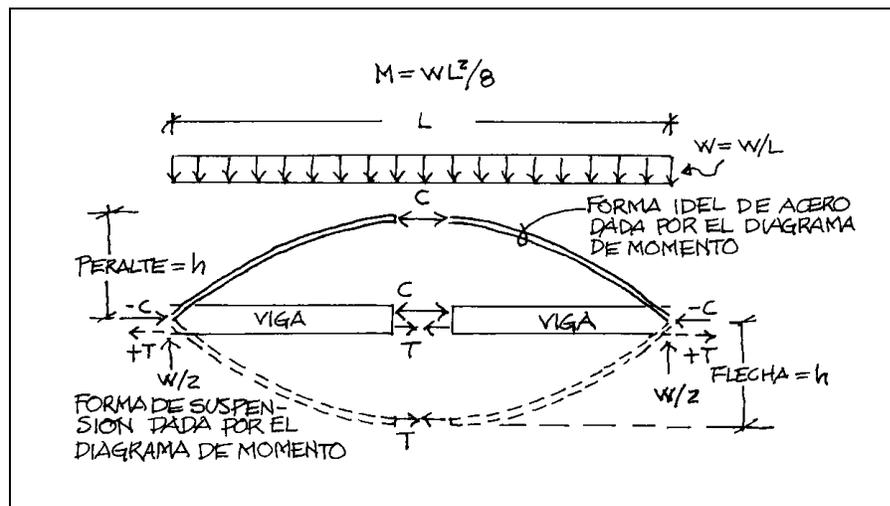
Este tipo de estructuras son sumamente económicas en lo que se refiere al peso por unidad de longitud, por lo que en la actualidad se emplean para la estructuración de espacios y luces grandes, ya que por su escasa sección transversal en relación a su longitud, son por naturaleza livianos en comparación con otros sistemas estructurales.

3.1 Sistema de arco

Desde los inicios de la historia, la humanidad ha tratado de cubrir claros mediante la construcción de arco. Esto se debió a que un arco requería esencialmente materiales resistentes sólo a la compresión, y se disponía de grandes cantidades de materiales como la piedra o el barro para su construcción. Después se produjeron y utilizaron nuevos materiales como el concreto y el acero. Teóricamente, todos los diseños estructurales con claros grandes o pequeños, se basan en los mismos conceptos generales; pero en la práctica, con frecuencia las proporciones determinantes de las estructuras de claros cortos están limitadas por las dimensiones mínimas disponibles y otros requerimientos no estructurales.

Por otra parte, cuando se trata de estructuras con grandes claros, la relación entre peso muerto, resistencia y proporciones se torna crítica, razón por la cual para obtener una óptima eficiencia de la carga muerta, las formas de las estructuras de claros grandes deben aproximarse a las de una línea natural de presión, como la de un arco parabólico debido a que cuando se hace esto, la fuerza resistente al momento y al esfuerzo cortante siempre actúa en el centro de gravedad. Por ello, con frecuencia el uso de formas curvas es eficiente, porque dan un peralte estructural de conjunto para claros sin aumentar el peralte de la sección.

Figura 20. Fuerzas resistentes a los momentos en un sistema de arco



En la figura 20 se ilustran los aspectos básicos de la estática para el diseño de arcos. Se suministra una carga uniformemente distribuida (w), a lo largo de la extensión horizontal proyectada del arco. Debido a su simetría, la componente vertical de las reacciones de extremos es $V = wL/2$.

Nótese que esta reacción a la carga es la misma que para una viga común, y similarmente, no hay fuerza cortante a través de la mitad del claro del arco, como se ilustra en el medio arco concebido como cuerpo libre (figura 21). Tomando el momento cerca de la corona se obtiene que:

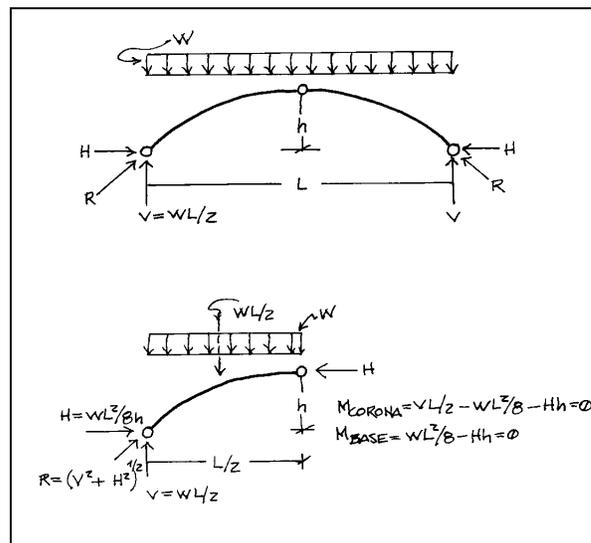
$$M_{\text{resistente}} = Hh = \frac{wL}{2} \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{4} \right) \quad \text{simplificando,}$$

$$H = \frac{wL^2}{8h} \quad (3.1)$$

Donde la fuerza H es análoga a las fuerzas C-T en una viga, y h es la altura total del arco. Como para equilibrar se requiere que H sea constante a través del arco, una curva parabólica no produciría momento teóricamente sobre la sección del arco. La resultante sigue la línea natural de presión, y la reacción en los apoyos está dada por

$$R = \sqrt{H^2 + V^2}$$

Figura 21. Estática de un arco triarticulado



En la figura anterior se ilustra un arco simétrico de tres articulaciones, con una articulación en el centro y en los dos extremos.

En estas condiciones, no puede haber momento en las articulaciones y el análisis que se presentó antes es rigurosamente correcto. Si el arco tiene sólo dos articulaciones, o si no las tiene, como se ilustra en las figuras 22 y 23, respectivamente, los momentos flexionantes se pueden producir en la corona o en los extremos del arco, o en ambos lugares. En estos casos, las reacciones horizontales serán un poco diferentes de las de un arco de tres articulaciones, aunque la forma es parabólica debido a la deflexión que produce flexionamiento. Sin embargo, debido a que usualmente el peralte de la sección es menor en relación con el peralte del conjunto, la diferencia de deflexión será suficientemente pequeña para que, para un diseño preliminar, se puedan aun aplicar los cálculos para las reacciones de la figura 21. Para secciones rectangulares, una comparación bruta de flexionamiento en relación con la acción de arco, está expresada por $2h^2/d^2$ donde h = peralte del arco y d = el grosor.

Figura 22. Un arco de dos articulaciones soportaría una parte de la carga a flexión y otra por acción de arco

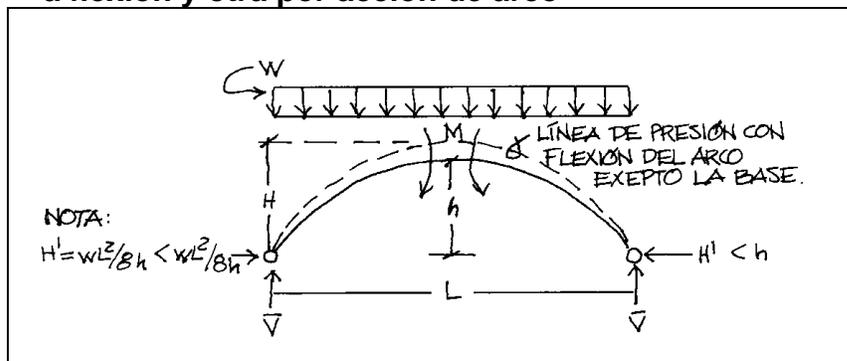
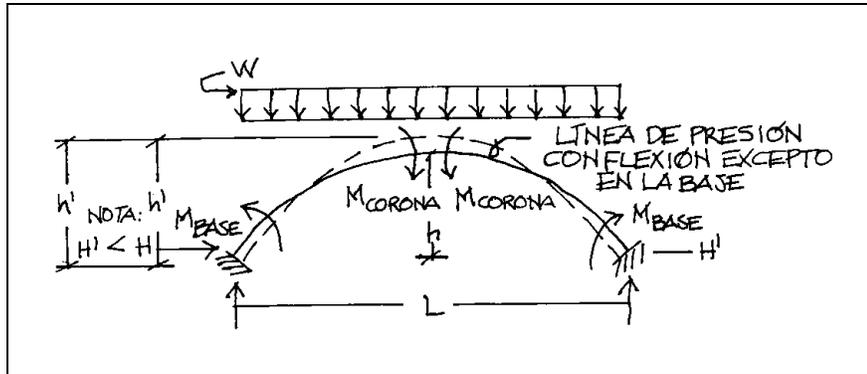


Figura 23. Un arco sin articulaciones soportaría aún más carga a flexión



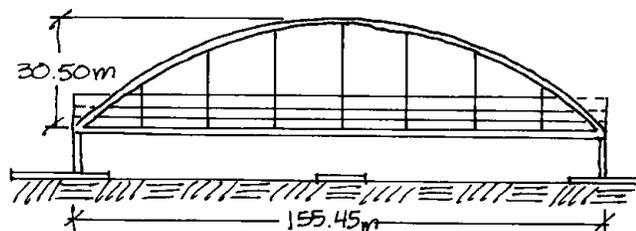
Se ha mencionado que la forma ideal de un arco debe ser tal que siga una línea natural de presión, determinada por la distribución de carga vertical. Si es así, teóricamente el arco no sostendría momento flexionante y a lo largo de todo el arco habría compresión directa. Para comenzar, con frecuencia se puede suponer que la carga estática sobre el arco es uniforme y por tanto adopta la forma de una parábola. Esto se debe a que, en teoría, se podría suponer que un arco parabólico de tres articulaciones bajo carga uniforme no tendría momento en toda su longitud. Como ya se mencionó, se producirían pequeños momentos flexionantes locales sólo si el arco tiene menos de tres articulaciones.

Como la fuerza total mayor en el arco (R) está en sus apoyos, con frecuencia la sección del arco es más grande en ese punto. La corona requiere una sección menor porque está sujeta esencialmente a la fuerza horizontal H , que es más pequeña que la reacción total ($R = \sqrt{H^2 + V^2}$) en el apoyo. Cuando la fuerza es conocida, para un perfil de arco dado, el área de sección transversal del arco se obtiene dividiendo esa fuerza por un esfuerzo unitario promedio aplicable al del material del arco.

En la moderna construcción con arcos, se usan materiales como el concreto reforzado o el acero. Debido a que estos materiales pueden resistir tensión, así como compresión, pueden soportar momentos locales cuantificables y los miembros del arco pueden ser más esbeltos si se comparan con el claro.

3.1.1 Ejemplo: Diseño de un arco

Se va a diseñar un arco largo de 30.50 metros de altura y cubriendo un claro de 155.45 metros, para un edificio de hotel y estacionamiento de automóviles, usando los derechos de aire sobre camino y autopistas según se muestra en la figura. Es necesario determinar las dimensiones preliminares para el tamaño de la sección del arco. Los arcos están espaciados a 18.29 metros entre centros y soportan una carga de cuatro pisos con un total de 40.18 Ton/m de longitud sobre cada arco. Considere un 25% como peso propio del arco de la carga total. Considere los esfuerzos de los materiales como $f_s = 1.41$ Ton/cm² y $f'c = 0.18$ ton/cm²



Solución: encontrando las cargas CM + CV para todos los pisos estimados sobre una base de Ton/m²

| | |
|-----------------------------|-------------------|
| Peso de los pisos estimados | 40.18 Ton/m |
| 30% del peso propio | <u>8.93 Ton/m</u> |
| Carga total | 49.11 Ton/m |

Encontrando las fuerzas horizontales ejercidas sobre el elemento

$$H = \frac{wl^2}{8 * h}$$

$$H = \frac{49.11 * 155.45^2}{8 * 30.50}$$

$$H = 4863.52 \text{ Ton}$$

Ahora encontrando las fuerzas verticales ejercidas sobre el elemento

$$V = \frac{wl}{2}$$

$$V = \frac{49.11 * 155.45}{2}$$

$$V = 3817.07 \text{ Ton}$$

Encontrando la fuerza tangencial ejercida sobre los apoyos del arco

$$R = \sqrt{V^2 + H^2}$$

$$R = \sqrt{3817.07^2 + 4863.52^2}$$

$$R = 6182.54 \text{ Ton}$$

Usar un tubo de acero relleno de concreto para la sección del arco:

Probando con una placa de acero de 1.83 metros de \varnothing y espesor de 1.27cm.

$$\text{Encontrando el área neta del acero } A_s = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

Convirtiendo la unidades a dimensionales métricas

$$1.83m * \frac{100cm}{1.00m} = 183cm$$

Ahora el área neta es el diámetro externo menos el diámetro interno

$$A_s = \frac{\pi}{4} (185^2 - 183^2) = 600 \text{ cm}^2$$

$$\text{Encontrando el área neta del concreto } A_c = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} (183^2) = 26300 \text{ cm}^2$$

Para una primera aproximación y suponiendo que el arco está sujeto por los pisos, sean $f_s = 1.41 \text{ Ton/cm}^2$ y $f'_c = 0.18 \text{ ton/cm}^2$ (incluyendo el efecto de confinamiento dentro del tubo y la adición de algunas barras de refuerzo).

Encontrando la capacidad de los materiales:

| | |
|---|-------------------|
| Capacidad del acero = $600 \text{ cm}^2 * 1.41 \text{ Ton/cm}^2$ | = 846 Ton |
| Capacidad del concreto = $26300 \text{ cm}^2 * 0.18 \text{ Ton/cm}^2$ | = <u>4734 Ton</u> |
| Total | = 5580 Ton |

Lo cual es correcto para 4863.52 Ton en la corona, pero no así para los apoyos pues esta fuerza es de 5580 Ton; por lo cual, este proceso debe de continuar con cambios en el tamaño del diámetro del arco, resistencia del acero y del concreto, un nuevo estimado de los pesos del arco, etc., hasta obtener una solución razonable, como lo requiera el nivel particular del esfuerzo de diseño.

Ahora bien, si proponemos una placa de acero de 1.83 metros de \varnothing y espesor de 2.54 centímetros obtendremos una nueva área de acero es

$$A_s = \frac{\pi}{4} (188^2 - 183^2) = 1456.91 \text{ cm}^2$$

Mientras que el área neta del concreto sigue siendo la misma, razón por la cual se procederá a encontrar la capacidad de los materiales, siendo estas:

| | |
|---|----------------------|
| Capacidad del acero = $1456.91 \text{ cm}^2 * 1.41 \text{ Ton/cm}^2$ | = 2054.25 Ton |
| Capacidad del concreto = $26300 \text{ cm}^2 * 0.18 \text{ Ton/cm}^2$ | = <u>4734.00 Ton</u> |
| Total | = 6788.25 Ton |

Lo cual es correcto para la 4863.52 Ton en la corona y 6182.54 Ton en los apoyos debido a que la fuerza encontrada de 6788.25 Ton, podemos concluir que la solución es razonable para las dimensiones del arco.

3.2 Sistema de cables

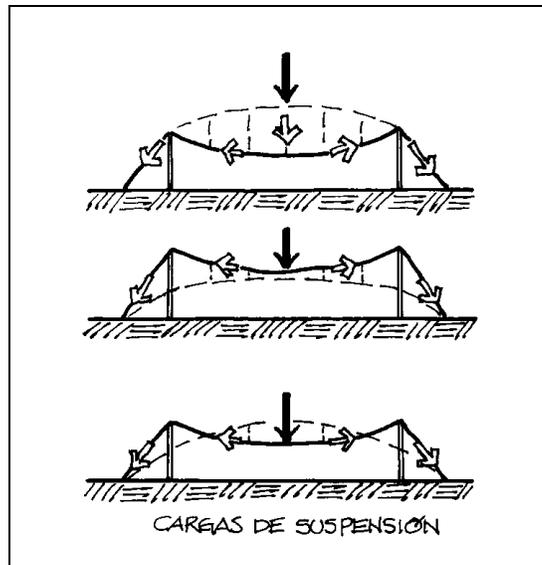
El cable es el elemento estructural que reúne las características necesarias para determinar el funicular para cada tipo de carga que se le aplique a una estructura, ya que se define como un elemento lineal de escasa sección transversal y flexible. Esta característica lo hace apto para acomodarse a cualquier tipo de carga, ya que puede cambiar su forma de acuerdo con las cargas aplicadas.

Naturalmente esto se logra siempre que el cable esté suspendido para poder aplicarle las cargas, ya que la única manera en que puede trabajar es a tensión simple. Debido a su falta de rigidez no puede producirse en él compresión, ni mucho menos flexión. Los cables se usan con frecuencia para soportar cargas en claros grandes como en el caso de los puentes colgantes y de los techos de edificios grandes y abiertos.

Las cargas aplicadas son transmitidas a los anclajes del cable a través del cable, por tensión.

En los anclajes respectivos se encuentra la resultante de la tensión lineal, en la misma dirección que la tangente a la curvatura del cable en ese punto. Esta tiene sus componentes en el plano; una vertical que equivale al peso de la carga total aplicada, y otra horizontal generando así un empuje que tiende a juntar los anclajes cuya reacción requerida equilibra al sistema. El uso del cable como estructura implica que para lograr el equilibrio del conjunto, se requiere de apoyos que sustenten al cable, ya que por ser flexible este no es un elemento autoportante. Los anclajes reciben la resultante de la tensión lineal producida en el cable. La componente vertical de esta se transmite por compresión al suelo a través del apoyo si este es vertical.

Figura 24. Diagrama de dirección de cargas de sistemas de suspensión

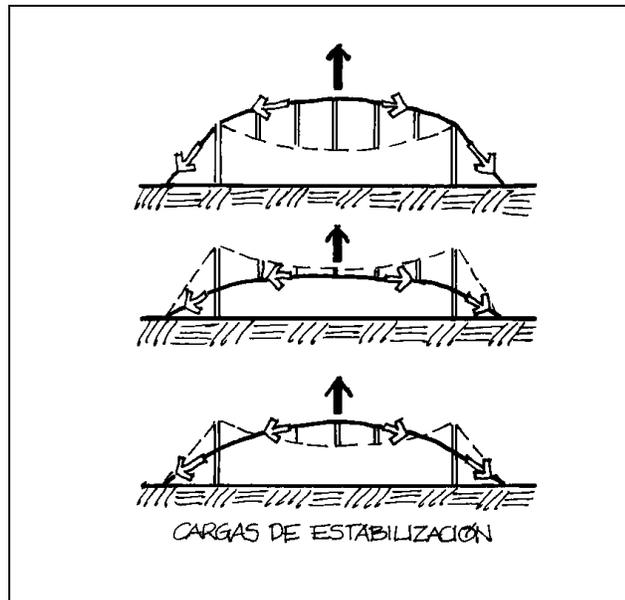


La componente horizontal causa flexión el apoyo, pues es perpendicular a éste, por lo que deberá prepararse al elemento para trabajar de esta manera, o bien contrarrestar el empuje con una carga igual y de sentido contrario, lo cual podría lograrse prolongando el cable hasta el suelo usando el apoyo como sostén, en este caso el empuje se anula, pues la tensión que corren en la prolongación del cable también tiene su componente horizontal. La flexión causada por el cable queda neutralizada.

Si el apoyo se prepara definitivamente para trabajar a flexión debe tratarse como un voladizo, ya que el empuje es perpendicular al eje longitudinal del apoyo y está situado en el extremo del mismo, y su empotramiento en el suelo, con lo que provocará un momento en la base del apoyo igual a la magnitud del empuje por la altura del apoyo, siendo como en el voladizo su punto crítico en el empotramiento en este caso la base.

Es conveniente para contrarrestar la tendencia de volteo causada por el cable, inclinar los apoyos hacia fuera con lo cual se reduce la flexión y las secciones resistentes del apoyo pueden ser menores, algunas veces esta inclinación se puede aprovechar funcionalmente en el espacio interno según se muestra en la figura 25.

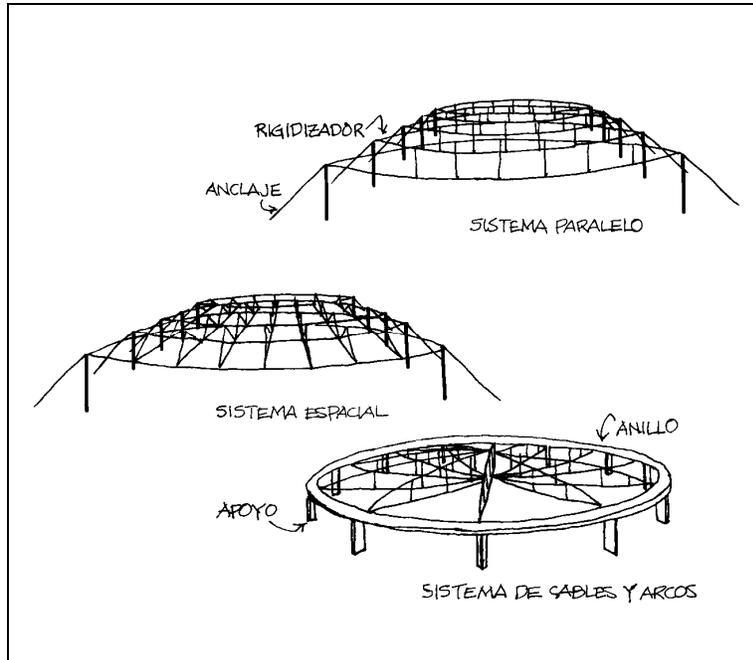
Figura 25. Diagrama de estabilización de sistemas en suspensión



Una consideración importante en la sustentación de un cable al igual que el arco, son las proporciones del espacio a cubrir, que como ya se indicó será una solución económica para luces grandes.

Este equilibrio se logra a base de otros cables estabilizadores que sólo actúan bajo el efecto de cargas asimétricas, colocados perpendicularmente a los cables sustentantes y anclados al suelo, mantienen estos en tensión sin perder su forma (figura 26).

Figura 26. Sistemas de suspensión de cables

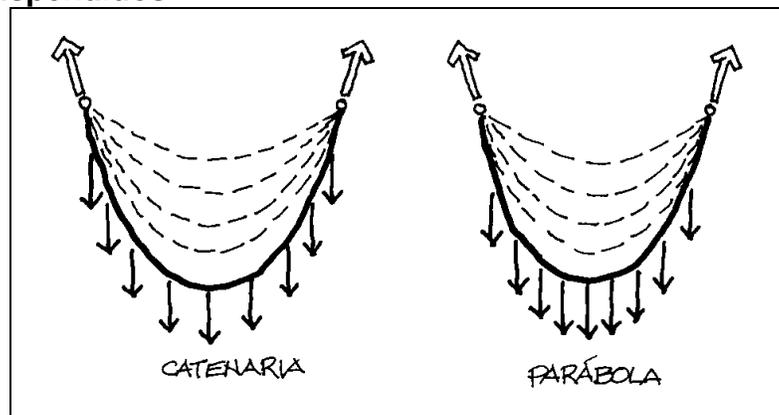


En la actualidad, aparte del eficiente uso que se le puede dar para cubrir grandes claros, también tienen aplicación sobre todo en puentes. En este caso se emplea el cable como estructura sustentante, suspendiendo la pista horizontal de elementos verticales que van anclados a voluminosos cables laterales tendidos sobre apoyos verticales a cada cierta distancia, lográndose grandes claros con poca carga muerta de la estructura, gracias a las características propias del cable. La estabilización es sumamente importante en estos casos ya que la flexibilidad del cable lo hace muy deformable para cargas laterales o asimétricas. Para el efecto se emplean elementos de estabilización triangulados, tanto en las torres de apoyo como en la planta de la pista además del propio peso de esta como elemento estabilizador.

3.2.1 Catenaria

La catenaria es la forma funicular que adopta un cable sin carga y es determinada únicamente por el peso propio del cable (el cual es uniforme a la longitud del cable). Una parábola es la forma funicular que adopta un cable suspendido con una carga uniforme a lo largo del claro horizontal, sin tomar en cuenta el peso del cable. (Figura 27).

Figura 27. Curva funicular para cargas distribuidas en cables suspendidos

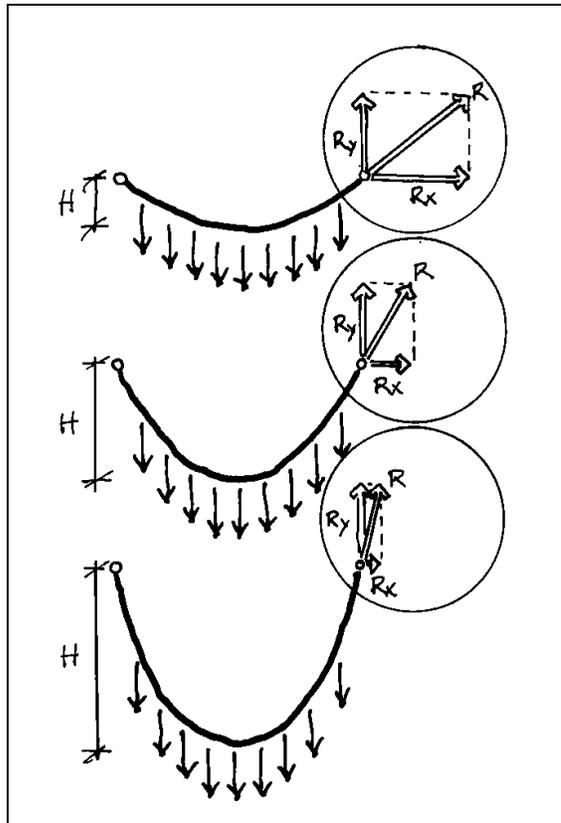


En la práctica el término catenaria se usa también más ampliamente para referirse a cualquier miembro suspendido curvo y cargado por su longitud sin tener en cuenta la distribución exacta de las cargas. Por ejemplo, los cables principales de un puente suspendido son cables en catenaria aunque la curvatura se aproxime a una parábola.

Para una condición de carga dada, la altura de la flecha de una estructura catenaria determina la reacción horizontal es decir el empuje que se genera. Cuando la flecha es menor, mayor es la reacción.

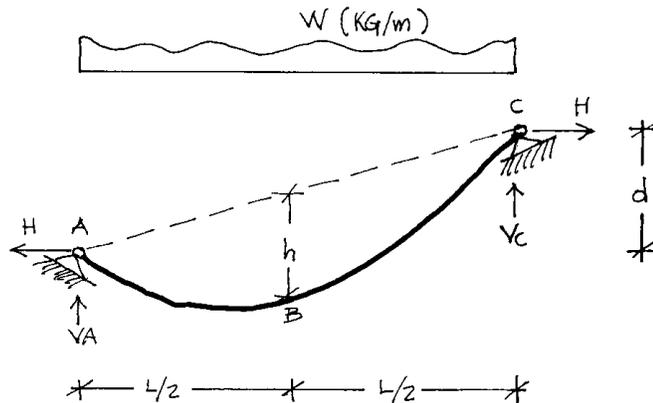
Esto quiere decir que los esfuerzos de reacción varían inversamente con la altura de la flecha del cable suspendido. (Figura 28).

Figura 28. Esfuerzos de reacción en una catenaria



3.2.2 Ejemplo de cable: diseño de catenaria

Analice el cable sujeto a una carga uniforme que se muestra en la siguiente figura encontrando así las fuerzas que determinan su comportamiento.



La carga determina la forma del cable pero necesitamos conocer la flecha en un punto para poder determinar la flecha y las fuerzas en cualquier punto; usualmente se da la flecha " h " en el centro.

Solución:

Se procede a calcular las dos componentes de la reacción de la izquierda igualando a cero los momentos con respecto a los puntos B y C.

Para la porción izquierda del cable:

$$\sum M_a = 0 \text{ Positivo a favor de las manecillas}$$

$$V_a\left(\frac{l}{2}\right) - H\left(h - \frac{d}{2}\right) - \left(w * \frac{l}{2}\right)\left(\frac{1}{2} * \frac{l}{2}\right) = 0$$

Simplificando la expresión:

$$\frac{V_a l}{2} - Hh + \frac{Hd}{2} - \frac{wl^2}{8} = 0$$

Simplificada la expresión obtenemos la ecuación 3.2

$$4V_a l - 8Hh + 4hd - wl^2 = 0 \quad (3.2)$$

Ahora se procederá a realizar sumatoria de momentos respecto al punto C

$$\sum M_c = 0 \text{ Positivo a favor de las manecillas}$$

$$Hd + V_a l - wl\left(\frac{1}{2} * l\right) = 0$$

Simplificando la expresión se obtiene la ecuación 3.3

$$2Hd + 2V_a - wl^2 = 0 \quad (3.3)$$

Como las dos ecuaciones anteriores son igual a cero se procede a igualar las expresiones obteniendo:

$$4V_a l - 8Hh + 4Hd - wl^2 = 2Hd + 2V_a - wl^2$$

Simplificando la expresión se obtiene la ecuación 3.4

$$V_a + Hd - 4Hh = 0 \quad (3.4)$$

Es necesario que la expresión anterior este solo en términos de la altura y la carga, por lo cual se procede a expresar el valor de V_a en los términos necesarios

De la ecuación 3.2 se puede expresar V_a expresando así la ecuación 3.5

$$2Hd + 2V_a l - wl^2 = 0$$

$$V_a = \frac{wl^2}{2} - \frac{Hd}{l} \quad (3.5)$$

Es necesario conocer el valor de la fuerza horizontal H en términos de la altura y la carga se obtiene sustituyendo la ecuación 3.5 en la ecuación 3.4

$$\left(\frac{wl^2}{2} - \frac{Hd}{l} \right) * l + Hd - 4Hh = 0$$

$$\frac{wl^2}{2} - Hd + Hd - 4Hh = 0$$

$$H = \frac{wl^2}{8h} \quad (3.6)$$

En conclusión, obtenemos que las fuerzas en los apoyos, tanto H como V están en función de la carga, la luz a cubrir y la diferencia de altura entre los apoyos. Un aspecto importante a considerar es que cuando los apoyos están a la misma altura, entonces $d = 0$, por lo que el valor de V_a sería igual al de una viga con carga uniformemente distribuida $V_a = \frac{wl^2}{2}$

Mientras que la componente horizontal de la fuerza del cable es H en cualquier punto por efecto de las cargas de gravedad y que es independiente de las elevaciones de los extremos para una altura constante, la reacción del lado derecho tiene también la fuerza H como componente horizontal.

La condición de equilibrio estático en la dirección vertical nos da la componente de la reacción

$$\sum F_y = 0 \text{ Positivo hacia arriba}$$

$$V_a + V_c - wl = 0$$

$$V_c = wl - V_a$$

Simplificando, la expresión anterior mediante el valor encontrado de V_a anteriormente

$$V_c = wl - \frac{wl}{2} \left(1 - \frac{d}{4h} \right)$$

Finalmente, la expresión simplificada queda así

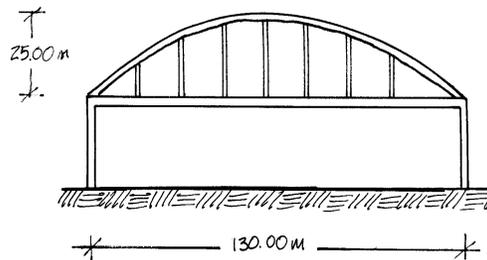
$$V_c = \frac{wl}{2} \left(1 + \frac{d}{4h} \right)$$

Mientras que cuando los apoyos están a la misma elevación es decir $d = 0$ el valor de $V_a = V_c = \frac{wl}{2}$ igual al del cortante de una viga simplemente apoyada.

3.3 Problemas propuestos

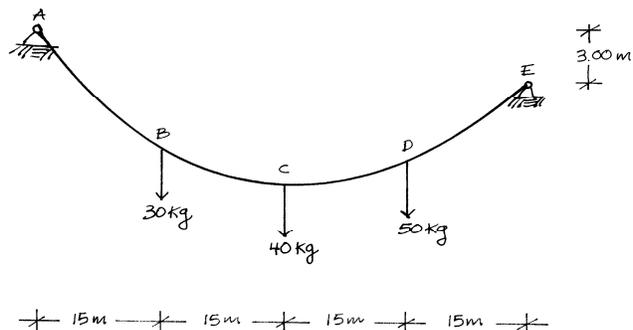
Problema 1

Se va a diseñar un arco de 25.00 metros de altura y cubriendo un claro de 130.00 metros, según se muestra en la figura. Es necesario determinar las dimensiones preliminares para el tamaño de la sección del arco. Los arcos están separados a 20.00 metros entre centros y soportan una carga total de 38 Ton/m de longitud sobre cada arco. Considere un 30% como peso propio del arco de la carga total. Considere los esfuerzos de los materiales como $f_s=2.00$ Ton/cm² y $f'_c=0.20$ Ton/cm².



Problema 2

Analice el cable sujeto las cargas aplicadas que se muestra en la figura encontrando así las fuerzas en el apoyo A y B respectivamente.



4. ESTRUCTURAS LAMINARES

En las estructuras laminares, las cargas actuantes son conducidas a través de una superficie con determinada forma, de poco peso y espesor. La rigidez y capacidad de estas estructuras para transmitir cargas se debe principalmente a su forma superficial, mucho más que de su masa.

Si la superficie descrita fuera totalmente horizontal y la apoyamos en los extremos, sería debido a su escaso espesor incapaz de soportar siquiera su propio peso, pues el trabajo solicitado en este caso es a flexión, que como se sabe debe ser absorbida por elementos masivos, capaces de absorber momentos en las diferentes secciones de la estructura. Sin espesor masivo la superficie no podría desarrollar momentos resistentes a los provocados por las cargas actuantes. La estructura se deformaría excesivamente y dependiendo de la resistencia del material podría colapsar, haciéndola no funcional para cualquier uso.

En cambio si esa misma superficie, con el mismo material, y el mismo espesor y las mismas condiciones de apoyo, se pliega o curva, o ambas acciones, conservará una forma definida, pues con estos recursos se le está dando rigidez al elemento, que lo capacita, no sólo para soportar su propio peso, sino también para soportar cargas externas aplicadas al sistema. Este es el principio y origen de las estructuras laminares.

Las cargas externas generan tensiones que se transmiten a través de la superficie, pudiendo quedar contenidas en el plano tangente a la misma en cada punto, las cuales son contrarrestadas por tensiones internas de igual valor y sentido contrario originadas en los alrededores del segmento considerado.

Siendo este el principio del comportamiento de membrana. En el mecanismo descrito las tensiones quedan uniformemente repartidas en el espesor de la membrana el cual se aprovecha al máximo, sin que existan zonas subutilizadas, como ocurre en las estructuras flexionadas que como se ha indicado sólo trabajan al máximo en las fibras más alejadas del eje neutro, existe gran cantidad de material desaprovechado, y que sin embargo implica peso propio, que su vez incrementa las deformaciones.

Esta es la razón entonces de que estas estructuras superficiales deben tener poco espesor y como consecuencia poco peso, lo cual disminuye sus deformaciones y aumenta su capacidad de cobertura de espacios más grandes sin apoyos intermedios.

Las estructuras laminares pueden tener las más variadas formas, como se verá a través del presente capítulo; sin embargo, tienen íntima relación con la forma funicular y antifunicular de las cargas actuantes sobre ellas.

Para lograr una superficie laminar trabaje con las condiciones estructurales óptimas debe tenerse en cuenta algunas de las siguientes consideraciones que prácticamente constituyen sus características. Su espesor es despreciable en relación al área de la superficie, y la transmisión de cargas es principalmente por conducción a través de la forma de la superficie.

Los esfuerzos que se producen en la superficie dependen de la posición de la misma en relación a las cargas actuantes. Las cargas perpendiculares a su plano son críticas por la desviación brusca de que son objeto en su transmisión. En cambio las cargas paralelas o tangenciales a la superficie se transmiten con fluidez hacia los apoyos.

Para evitar concentraciones críticas de esfuerzos en la superficie, debe haber una continuidad superficial en la estructura. Los agujeros o interrupciones son problemas y constituyen obstáculos en la transmisión de cargas.

En cuanto al cálculo estructural de las superficies laminares estas por lo general no son susceptibles de poder ser calculadas con exactitud, dado que no encajan en los marcos de análisis matemático tradicional, o sea que cualquier pretensión calculista en este sentido da como resultado análisis muy aproximados. Es por eso que el diseño de este tipo de estructuras requerirá de una gran intuición y conocimiento de las leyes naturales así como lógica y talento en su concepción.

4.1 Lámina plegada

Las láminas plegadas son eficientes en estructuras (tales como techos) donde las cargas están distribuidas de manera uniforme y las formas irregulares son apropiadas.

La capacidad de carga de una estructura de superficie plana y delgada está limitada a aplicaciones de pequeña escala.

Su resistencia y rigidez se puede incrementar drásticamente doblándola, lo que a su vez incrementa la efectividad de su peralte y, por consiguiente, su resistencia a la flexión.

Una lámina plegada es una estructura de superficie plana doblada que transfiere cargas a los soportes principalmente por tensión, compresión y cortante, con la flexión ocurriendo sólo entre los dobleces en la superficie del plano.

Debido a que el espaciado entre los dobleces es pequeño comparado con el claro, los esfuerzos de flexión en las losas son pequeños comparados con los esfuerzos de tensión y de compresión. Por lo general se construyen de concreto reforzado, aunque el metal y los plásticos de vidrio reforzado se puedan usar donde no son necesarios los claros largos. Su mecanismo resistente como todas las estructuras laminares consiste en la conducción superficial de fuerzas a través de la forma.

Cada una de las secciones entre pliegue y pliegue de la superficie se puede analizar como una unidad típica (figura 29), que en su sentido longitudinal se deforma como una viga flexionada, pero en este caso la sección no es maciza, sino con una sección mínima y quebrada, cuyo centro de masa está fuera de ella, en el eje centroidal longitudinal, que es un plano neutro (figura 30).

Figura 29. Comportamiento de una lámina plegada

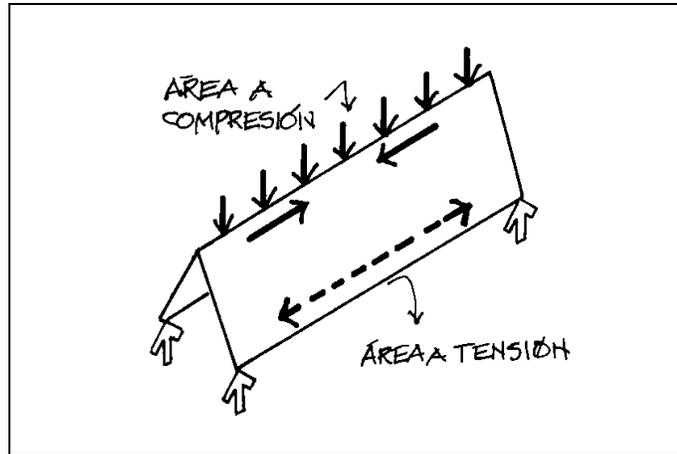
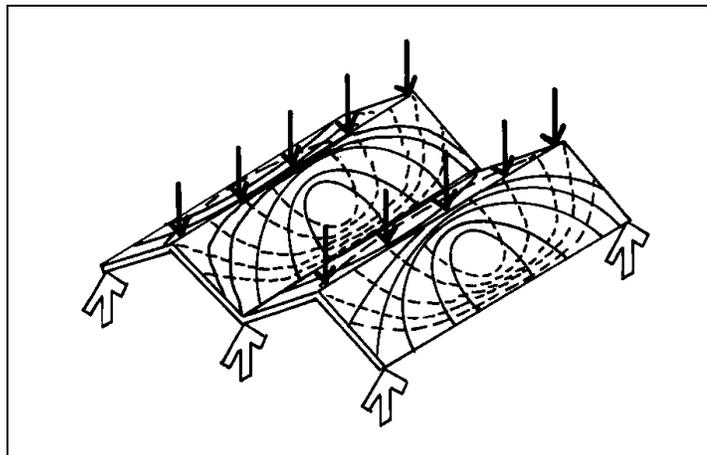


Figura 30. Diagrama de esfuerzos para una lámina plegada



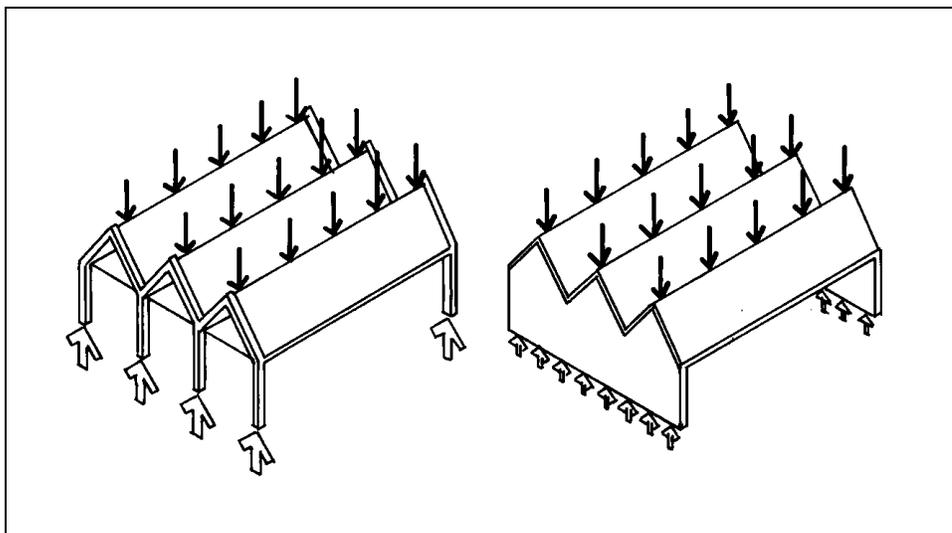
Las cargas actuantes verticales al igual como en las vigas dúctiles tienden a provocar flexión en el sentido de las cargas, produciéndose una curvatura en la sección longitudinal.

Esto quiere decir que las fibras de la parte superior de la lámina se verán comprimidas, y las de la parte inferior sujetas a tensión, dado que respecto a su posición original, la longitud de la arista superior se acorta mientras que las aristas inferiores se alarga.

Los pliegues de la sección transversal actúan como apoyos intermedios aumentando la eficiencia de la estructura, por eso cuantos más quiebres tenga mucho más rígida será la estructura, pues se reducen los momentos máximos en cada borde. Las alas de la lámina al recibir cargas perpendiculares a su plano o verticales, las transmiten hacia los apoyos a través de su propio plano.

En este caso los apoyos más próximos son los pliegues en un sentido y los bordes o extremos longitudinales en el otro sentido, por lo que las cargas buscando naturalmente el camino más corto para ser equilibradas, tomarán una trayectoria bidireccional, de manera análoga a como ocurre en las losas flexionadas. (figura 31).

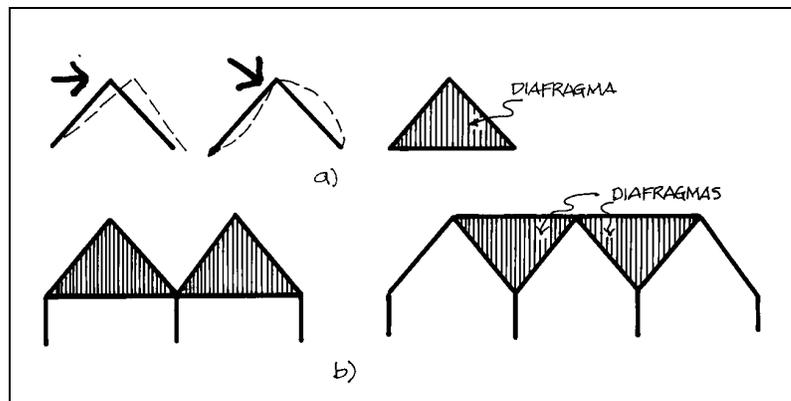
Figura 31. Soportes extremos para láminas plegadas



Los bordes extremos al recibir las cargas tienden a flexionarse como marcos. Las tensiones en los bordes son mayores que en el resto de las secciones transversales por concurrir aquí las resultantes de las cargas transmitidas, transversales estas las reacciones del sistema. La franja de pliegues transversales actúa como viga continua; en que los apoyos son los quiebres de las secciones transversales. Debido a los mecanismos actuantes, la sección transversal de la lámina tiende a deformarse por abollamiento, por lo que para mantener la forma de la sección transversal seleccionada, se hace necesario el uso de elementos rigidizantes transversales con la misma forma de la sección transversal y colocados a cada cierta distancia de acuerdo con la longitud de la lámina sobre o bajo los pliegues (parte a y b de la figura 32).

A estos elementos se les denomina diafragmas. La acción de diafragma de la placa delgada proporciona la resistencia necesaria al cortante horizontal y vertical inherente a su comportamiento a la flexión.

Figura 32. Estabilizadores para láminas plegadas

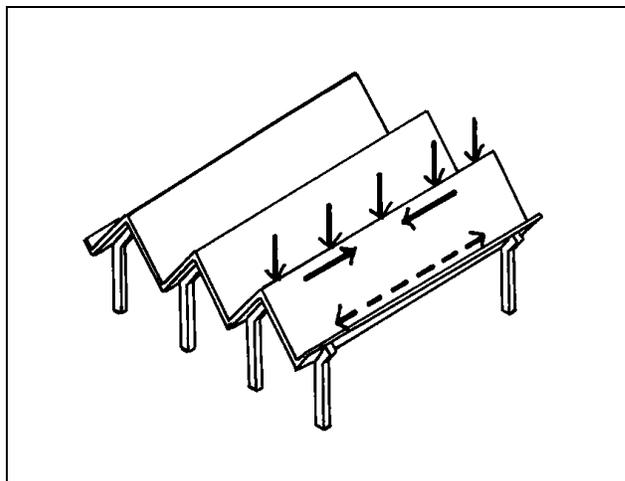


Para controlar el pandeo es necesario mantener la forma del diseño de sección transversal que proporciona rigidez a ambos extremos y a la parte más externa de los bordes longitudinales, así como para resistir el empuje hacia fuera.

Es necesario restringir los extremos de la lámina plegada para mantener su forma en varias condiciones de carga. Esto, por lo general, se logra dando rigidez a los extremos engrosándolos en un marco de tres articulaciones sobre columnas y agregando riostras para resistir el empuje lateral, o bien usando muros de carga en los extremos (los cuales proporcionan soporte vertical, que mantienen la forma de los extremos y se comportan como muros al cortante para resistir el empuje hacia fuera).

El empuje hacia fuera se desarrolla a lo largo de toda su longitud, no sólo en los extremos. Cuando la lámina se dobla en una configuración de módulos múltiples, los empujes hacia fuera de los módulos adyacentes se equilibran entre sí; sólo los bordes libres de las primeras y las últimas láminas necesitan resistir el empuje. La acción de diafragma de la lámina actúa como una viga delgada para transferir el empuje a los soportes de los extremos; el rigidizante actúa como un patín de una viga agregando la resistencia lateral necesaria para prevenir que el extremo de la lámina se pandee. Esto se hace agregando un rigidizante perpendicular a la lámina (figura 33)

Figura 33. Vigas que rigidizan las láminas plegadas



Cuanto más se incremente el peralte de las láminas plegadas, mayor será su resistencia a la flexión sobre un claro dado. De modo que las láminas con peralte pronunciado pueden ser más delgadas debido a los esfuerzos de tensión y compresión reducidos en los bordes. Pero esto resulta en un aumento del área de superficie de la lámina plegada para un área de cubierta dada. Por el contrario, los dobleces inclinados con poca altura son más eficientes para cubrir, pero requieren esfuerzos mayores.

Una inclinación de 45° teóricamente minimiza el total del material requerido; aunque esto se podría modificar por consideraciones no estructurales. En resumen, los mecanismos básicos de la lámina plegada son tres: como viga en el sentido longitudinal, como losa en voladizo, y como marco en las secciones transversales extremas de la lámina.

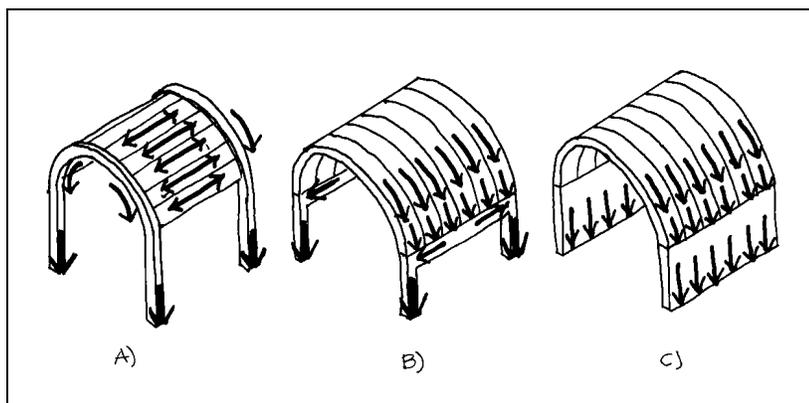
4.2 Lámina cilíndrica

Es conveniente tener pensar que la lámina cilíndrica es una evolución de la lámina plegada, pues esto explica que su comportamiento sea similar, con la diferencia que la lámina cilíndrica será más rígida que la plegada, por tener una sección transversal curva. La lámina cilíndrica se pueden formar doblando un plano, siendo curvas sólo en una dirección y formados por extrusión en una línea curva a lo largo de una trayectoria recta. Las formas más comúnmente usadas son las semicirculares y las parabólicas. Se distinguen de las bóvedas de forma similar por su capacidad de resistir esfuerzos de tensión. De modo que sólo se tienen que apoyar en las esquinas (o en los extremos) salvando claros a lo largo del eje longitudinal.

Así como en la dirección de la curvatura; (recuerde que como las bóvedas no pueden resistir esfuerzos de tensión necesitan un soporte continuo de las cargas a lo largo de cada base). El comportamiento estructural de las láminas cilíndricas difiere considerablemente dependiendo de su longitud relativa. Las láminas cilíndricas cortas tienen las dimensiones en planta más cortas a lo largo de los ejes longitudinales, mientras que las láminas cilíndricas largas tienen las dimensiones en planta más largas en esa dirección.

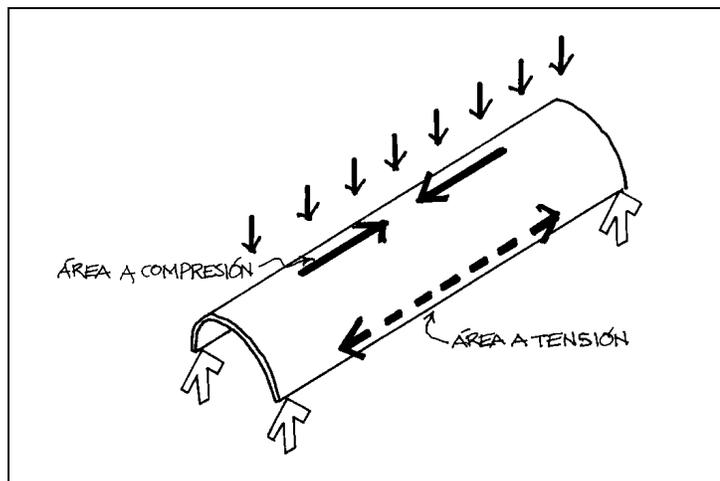
Las láminas cilíndricas cortas están típicamente apoyadas en las esquinas y se comportan en una de dos formas (o una combinación de ambas). La primera es cuando cada extremo se rigidiza para mantener la forma de un arco, con la lámina cilíndrica actuando como losas, las cuales salvan un claro entre los extremos de los arcos. La segunda forma se produce cuando cada borde longitudinal inferior es rigidizado con el fin de darle forma de una viga, con la lámina cilíndrica comportándose como una serie de arcos adyacentes que salvan un claro entre las vigas laterales (figura 34). Como el espesor mínimo del la lámina cilíndrica que se necesita para una construcción práctica (y para cumplir con las normas de construcción) es muy superior al que se requiere estructuralmente para las láminas cilíndricas cortas en la mayoría de las condiciones, éstos son ineficientes y, por lo tanto, se usan pocas veces.

Figura 34. Transmisión de cargas a través de láminas cilíndricas



Las láminas cilíndricas largas están típicamente soportados en las esquinas y se comportan como vigas largas en la dirección longitudinal. Esto da como resultado que los esfuerzos en la lámina cilíndrica se parezcan a los esfuerzos de flexión en una viga; la parte superior está en compresión a lo largo de toda su longitud, mientras que la parte inferior está en tensión (figura 35). La acción de diafragma de la lámina delgada proporciona la resistencia necesaria para el cortante horizontal y vertical inherente al comportamiento de flexión.

Figura 35. Comportamiento de lámina cilíndrica

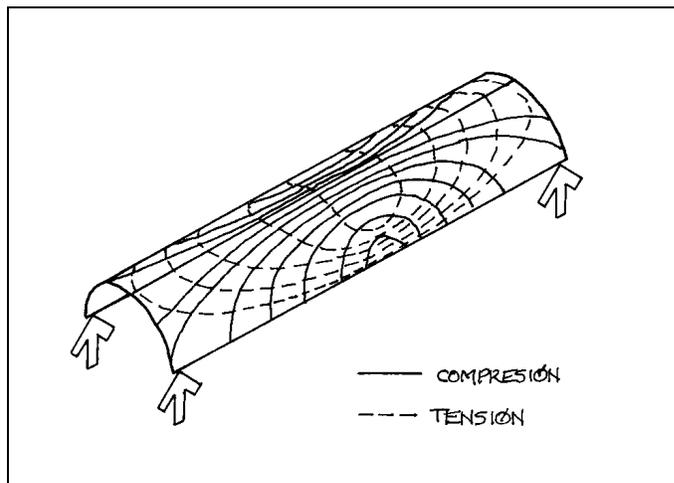


La proporción claro altura de las láminas cilíndricas largas afecta tanto a los esfuerzos que se desarrollan, como la eficiencia al cubrir una gran área.

Las proporciones altas a claros menores reducen los esfuerzos de compresión en la parte inferior y los de tensión en la parte superior, esto permite un espesor de la lámina más delgada. Por otro lado, una mayor altura requiere más área de superficie para un claro dado.

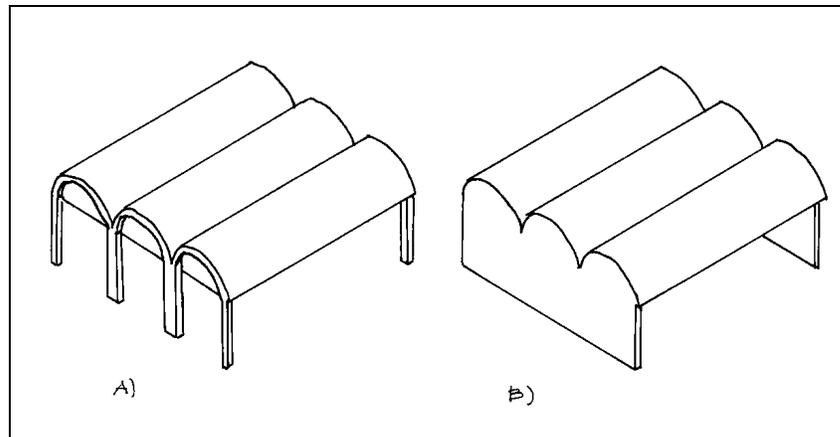
Para que una estructura se comporte como verdaderamente se desea (sólo bajo esfuerzos de tensión y compresión, sin flexión localizada) es necesario mantener la forma de la lámina diseñada rigidizando ambos extremos y los bordes longitudinales y resistiendo el empuje hacia fuera.

Figura 36. Diagrama de esfuerzos para una lámina cilíndrica



Es necesario restringir los extremos de la lámina para mantener su forma en condiciones de carga no funiculares. Esto por lo común se logra, ya sea rigidizando los extremos, engrosándolos en arcos sobre columnas de soporte y agregando varillas de conexión para resistir el empuje lateral o usando muros de carga en los extremos los cuales proporcionan soporte vertical, manteniendo la forma de los extremos de la lámina y se comportan como muros de cortante para resistir el empuje hacia fuera (figura 37).

Figura 37. Soportes extremos para láminas cilíndricas

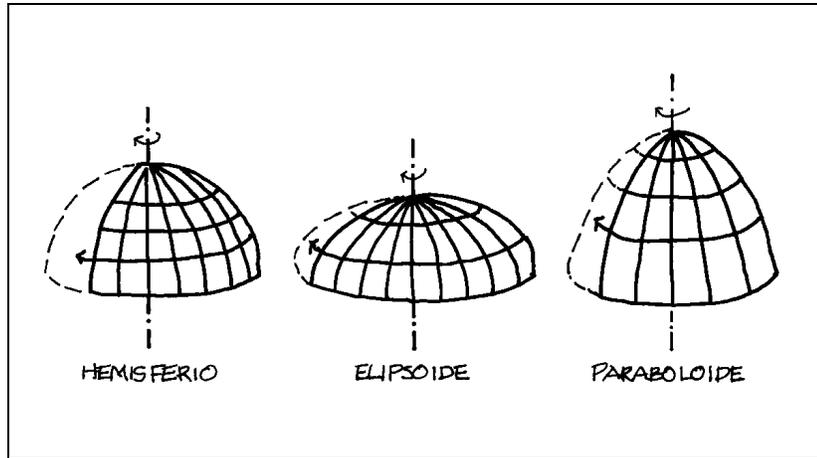


4.3 Lámina esférica

La lámina esférica como su nombre lo indica es una superficie derivada de la esfera, por lo que sus secciones transversales siempre serán curvas.

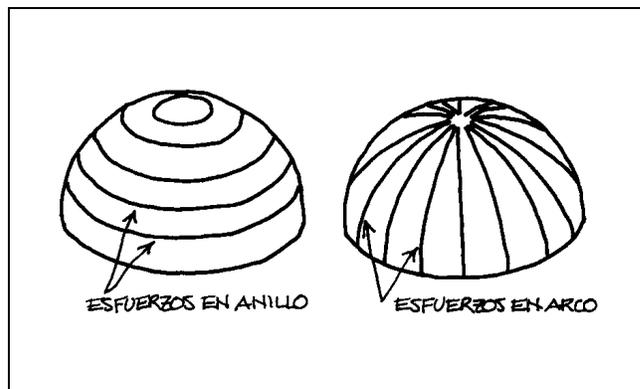
Geométricamente, se puede concebir como un arco en revolución que gira alrededor de un eje contenido en su propio plano. Esta concepción es importante puesto que como se verá adelante explica fácilmente su comportamiento estructural (figura 38). En la práctica, se analiza como un hemisferio, es decir una mitad de esfera conformada por meridianos y paralelos, que en términos estructurales serán arcos y anillos.

Figura 38. Superficies de rotación



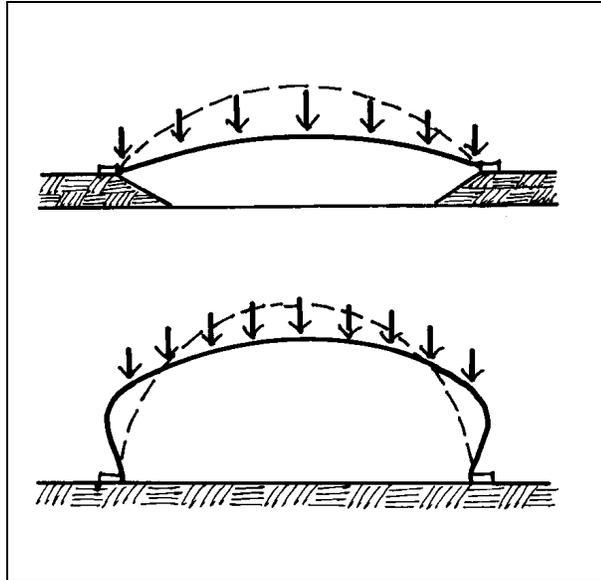
Al flexionarse la sección transversal de la lámina entra en acción el mecanismo de anillos, típico de la lámina esférica (figura 39).

Figura 39. Direcciones de esfuerzos en una lámina esférica



Su mecanismo resistente se puede explicar por un sistema de arcos radiales unidos a través de anillos concéntricos de diferente diámetro, que van desde la base a la cúspide de la lámina, todos ellos formando una superficie continua y monolítica.

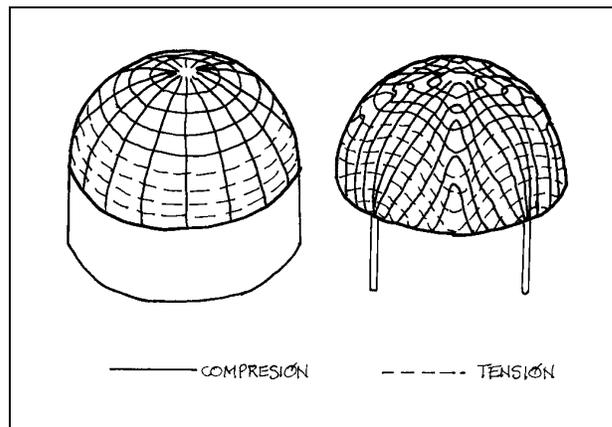
Figura 40. Deflexión en cascarones esféricos



Los arcos transmiten las cargas a los apoyos por compresión, pero al tender a flexionarse bajo el efecto de cargas asimétricas, actúan sobre ellos los anillos como elementos de restricción. Dado que los arcos flexionados tienden a expandirse en la base y en la parte superior a concentrarse, los anillos de la parte inferior tenderán según la expansión del arco a trabajar a tensión, mientras que los arcos de la parte superior tenderán a comprimirse, pues arcos y anillos trabajan conjuntamente y las cargas que afectan a uno, obviamente afectan a otros. Los efectos de los anillos superiores e inferiores son opuestos, y por eso deberá haber un anillo neutral en el que ocurra la transición de un efecto a otro, así como en las vigas existe un eje neutro en que las tensiones y compresiones son iguales a cero. En la lámina esférica ocurre lo mismo en lo que se puede llamar plano neutro, que no se verá solicitado a esfuerzos de tensión o de compresión.

De lo anterior se puede deducir que en los anillos se observa claramente dos zonas de comportamiento, una zona en la parte superior de la lámina trabajando a compresión, y otra zona en la parte inferior al plano neutro trabajando a tensión (figura 41).

Figura 41. Esfuerzos en la membrana de las láminas esféricas



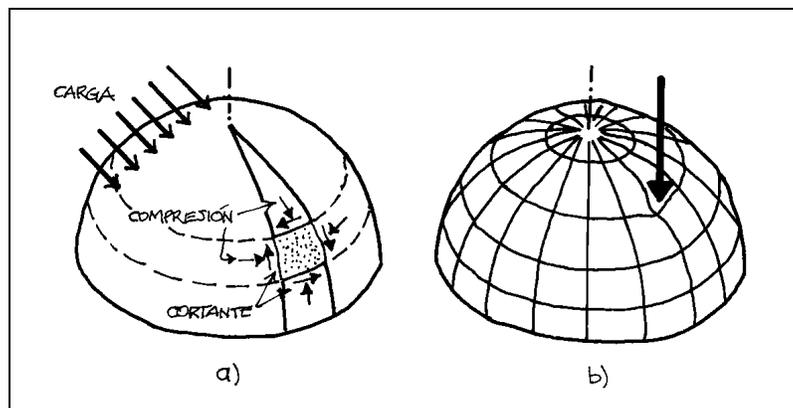
Como sucede en las vigas; los esfuerzos por tensión y compresión crecen conforme se alejan del plano neutro, o sea que el anillo con el mayor esfuerzo de tensión será el de la base si se trata de una lámina hemisférica, mientras que el anillo más comprimido será el de la cúspide.

Es de hacer notar que las flexiones en las láminas esféricas son muy pequeñas debido a la acción de cargas asimétricas, lo mismo que las deformaciones, pues debe tenerse presente que el espesor de la lámina es mínimo por lo que las flexiones quedan absorbidas por su comportamiento laminar.

En las láminas de poca altura no se dan esfuerzos de tensión en los anillos inferiores, por lo que en trabajo tanto en los meridianos como de los paralelos es a compresión.

En este caso, el comportamiento de la superficie es similar al de la cúpula y teóricamente no requiere en su edificación más que de materiales uniresistentes a compresión. Sin embargo, en las láminas esféricas de gran altura si ocurre el fenómeno descrito anteriormente, o sea anillos a tensión y compresión de acuerdo con su ubicación respecto del plano neutro, y compresión en los meridianos (figura 42).

Figura 42. Esfuerzos cortantes y deflexión debido a cargas concentradas

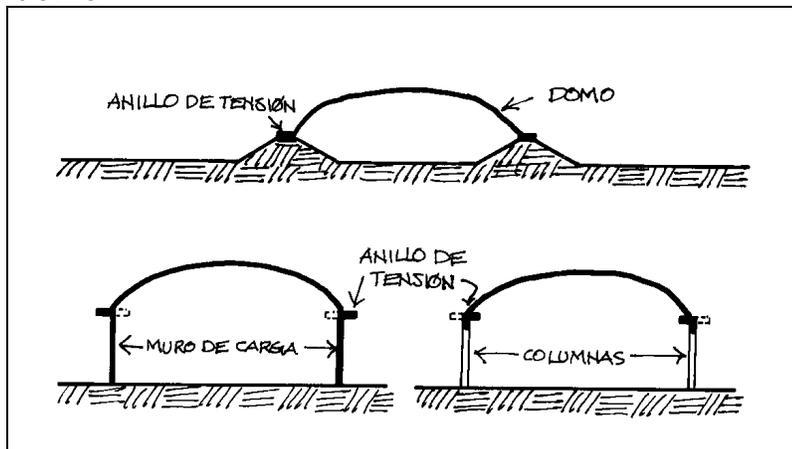


Dado que el anillo de la base es el más solicitado a tensiones, los apoyos en este punto deben de impedir el desplazamiento que implicaría el ensanchamiento del anillo. Esto da lugar a que aparezcan las llamadas perturbaciones de borde, que consisten en cambios bruscos de curvatura y esfuerzos de flexión en el borde. Este problema se puede manejar de mejor manera si el apoyo está articulado, siempre que la sustentación sea sobre apoyos aislados. Si el anillo base es el apoyo, se hace necesario preparar la lámina para absorber los esfuerzos de flexión mencionados; a través de una curva de transición por ejemplo, o bien usar la técnica del pretensado en el anillo para evitar corrimientos.

La sustentación de la lámina esférica es un factor muy importante a tomar en cuenta para el espesor de la misma, ya que si la lámina se sustenta en apoyos aislados verticales, las reacciones no son tangentes a la curvatura de la lámina por lo que aparecerán empujes horizontales que producirán flexión en los apoyos. Por esta razón, si se utilizan apoyos aislados, es recomendable que estos estén inclinados siguiendo la misma dirección de la curvatura en el borde inferior de la lámina.

Tampoco se recomiendan cambios bruscos de curvatura; que indudablemente constituyen una zona de acumulación de esfuerzos que produce como consecuencia flexión en la lámina.

Figura 43. Anillo de tensión resistente al empuje hacia fuera en la base del domo



Estos factores de sustentación mencionados son los que generalmente definen el espesor requerido, pues las cargas en sí, sólo producen tensiones y compresiones que no requieren mayor espesor.

El uso de apoyos aislados hace variar la forma de distribución de las tensiones y compresiones en la lámina esférica, pues los anillos isostáticos próximos al empalme con los apoyos, sufren lo que podría llamarse ondulaciones alrededor de estos con lo cual los anillos ya no son propiamente circulares. Lo mismo ocurre con los meridianos, los cuales tienden a converger a los apoyos; o sea que se juntan varios en cada apoyo. Esto significa naturalmente que hay una concentración de esfuerzos de tensión y compresión en las proximidades del empalme del borde con los apoyos, que debe tratarse debidamente.

Otro factor importante en el espesor de la lámina es la carga de pandeo, puede ocurrir en determinada relación de esbeltez de la columna que tiende a pandearse con cargas de compresión.

El mismo fenómeno puede ocurrir en la lámina esférica, ya que como se ha determinado, trabaja a compresión en el sentido de los meridianos. En este caso la carga de pandeo suele ser bastante baja dado que es proporcional al módulo de elasticidad del material. Esta situación obliga siempre el aumento del espesor utilizando nervaduras como elementos rigidizantes.

En general, son tres los requisitos que debe llenar una lámina esférica para que trabaje adecuadamente: escaso espesor para que no desarrolle flexiones sustanciales, forma curva adecuada para obtener la debida rigidez, y por último sustentación adecuada para limitar las flexiones de borde a una pequeña porción de la lámina. Por otra parte, debido a factores no estructurales, no es frecuente el uso de lámina esférica como hemisferio completo, sino más bien de segmentos de hemisferio para facilitar la ubicación de los accesos, así como la iluminación y ventilación de ambientes internos, o sea que los resultantes rara vez serán verticales.

Por lo tanto, la lámina se apoya generalmente en columnas; en arcos (figuras 44 & 45), o bien en apoyos continuos (figura 46). Se debe hacer notar que mientras más alto esté el borde en relación a los apoyos, menores serán las tensiones, pues el borde se acerca más al plano neutro en que las tensiones son cero. Sin embargo, esto implica el aumento de trabajo en los apoyos aislados, por lo que estos deben ser preparados para el efecto.

Figura 44. Lámina esférica soportada apoyos continuos

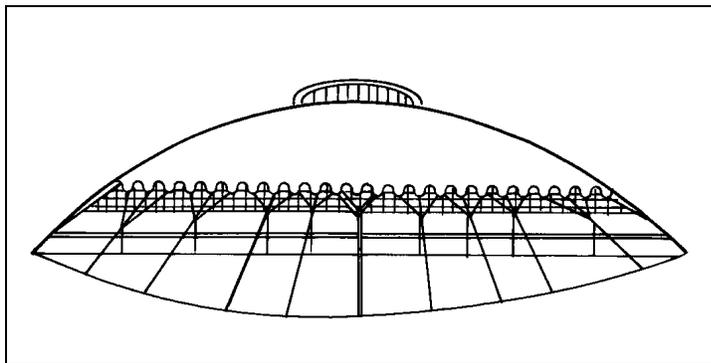


Figura 45. Lámina esférica soportada por arcos

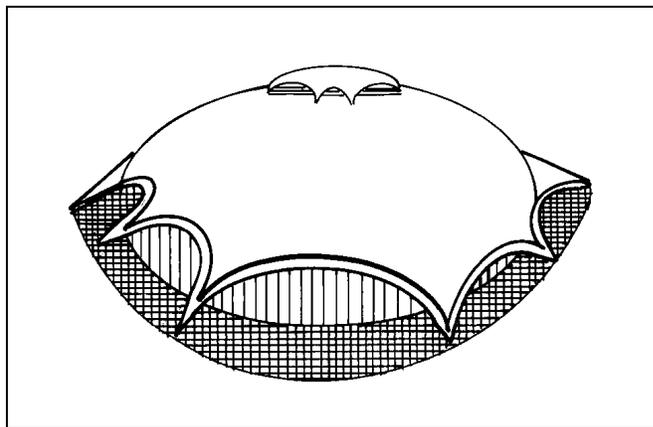
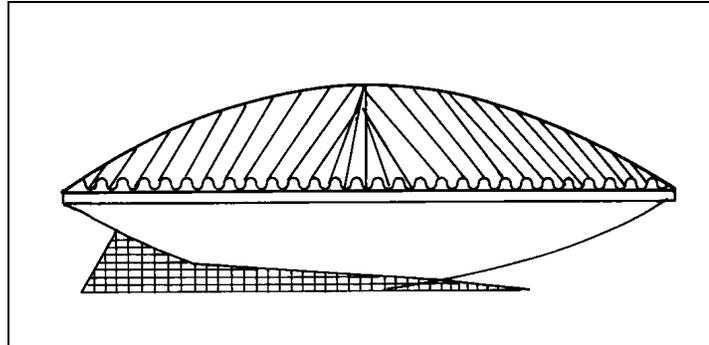


Figura 46. Lámina esférica soportada columnas continuas



En un análisis sencillo se verá la fuerza de tensión en un anillo a tensión en la base de cualquier domo dado. En la parte a de la figura 47 se ve una sección de un domo con una base circular de diámetro D . En la parte b de la figura 47, la mitad del anillo a tensión en la parte inferior del domo. Empleando la teoría de la membrana sencilla, se puede suponer sólo acción de membrana, es decir, sin momento flexionante superficial y fuerzas radiales de bordes tangentes a la curvatura de la superficie de la lámina esférica.

Por lo tanto, las fuerzas del borde se pueden resolver en una fuerza de carga vertical (V) y un empuje horizontal (H). El ángulo de la pendiente en el borde del domo es θ , como se ilustra. Si el peso total del domo se calcula como W , las fuerzas (V y H por pie de circunferencia) en la parte inferior del domo se pueden calcular:

$$V = \frac{W}{\pi D} \quad (\text{para el diseño del apoyo vertical}) \quad (4.1)$$

$$H = \frac{V}{\tan \theta} \quad (4.2)$$

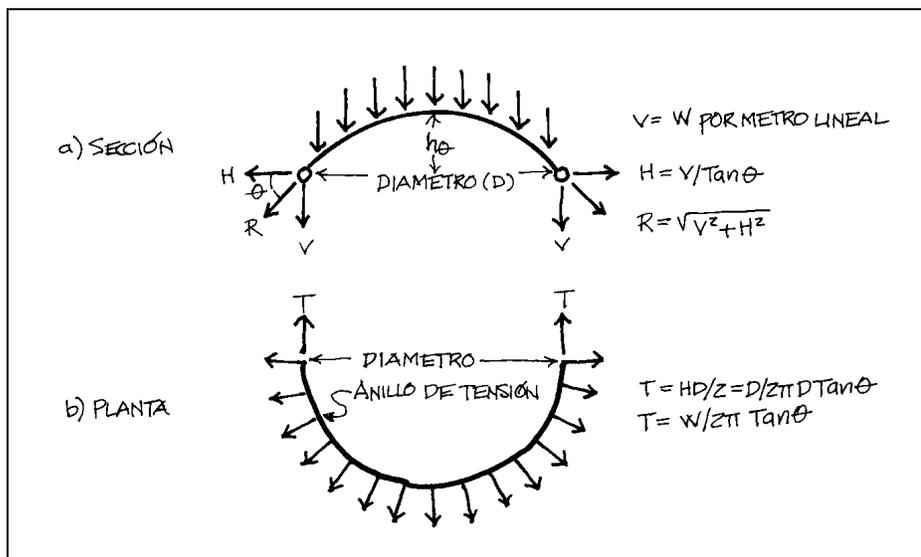
$$H = \frac{W}{\pi D \tan \theta} \quad (\text{para el diseño de la viga de anillo}) \quad (4.3)$$

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} \quad (\text{para el diseño de contrafuerte}) \quad (4.4)$$

$$T = \frac{HD}{2} \quad (4.5)$$

$$T = \frac{W}{2\pi \tan \theta} \quad (4.6)$$

Figura 47. Fuerzas en un anillo de tensión

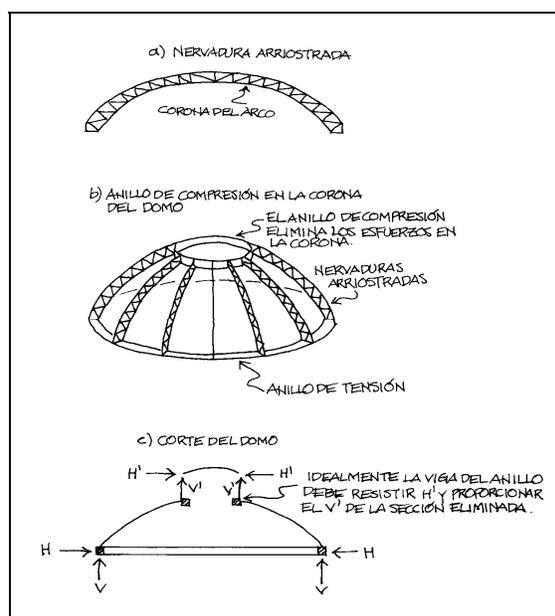


Las fórmulas anteriores son básicas para obtener la fuerza de tensión en el anillo de tensión de un domo de planta circular. Y debe notarse que esta fuerza varía directamente con el peso total W e inversamente respecto a tangente θ . Por lo tanto, mientras mayor sea el ángulo θ , menor será la fuerza de tensión. De hecho, si θ se aproxima a 90° como límite, $\tan \theta$ se vuelve infinita, y la fuerza de tensión se hace igual a cero en el borde, pero para ángulos bajos la fuerza puede llegar a ser muy grande.

En la figura 48 se ilustra un domo radial con sus nervaduras construidas como armaduras. Si éstas tienen un peralte razonable, entonces es posible resistir el flexionamiento en el plano de la armadura. Entonces, no es necesario aplicar componentes en los anillos circulares o suponer acción solamente de la esfera en la cubierta de membrana de este domo. Este tipo de diseño es exactamente análogo al de un arco, y las nervaduras tendrán que tener tanto peralte como en el diseño de arco simple.

En la parte b de la figura 48 aparece otra construcción de arco nervado radialmente. Cuando estas nervaduras se encuentran en la corona, se pueden congestionar demasiado, y por tanto, será mejor proporcionar un anillo de compresión en la parte superior de ese domo para recoger el empuje interior del arco (parte c de la figura 48). El anillo de compresión puede soportar una fuerza considerable, sobre todo si no hay otros anillos circulares en ese domo, como en la parte b de la figura 48.

Figura 48. Diseño conceptual de un domo con nervaduras radiales



Es posible construir un domo de casi cualquier curvatura, incluyendo la cónica y domos de forma libre, como en las figuras 48a y 48b. las cargas verticales en estos domos se pueden transmitir en diferentes maneras. Si las cargas verticales formaran líneas de presión que siguieran la curvatura vertical de ese domo, no habría problemas. Pero cuando la línea de presión de carga se desvía de la curvatura del domo.

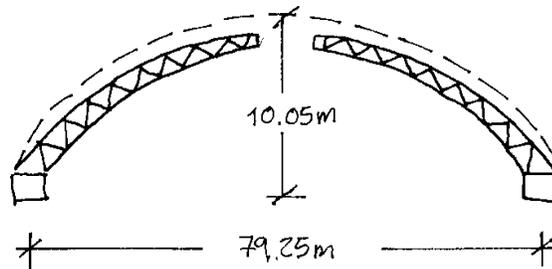
La presencia de anillos circulares producirá fuerzas de tensión o compresión de modo que se redistribuirán las fuerzas flexionantes entre las diversas nervaduras. Sin embargo, si las nervaduras y los anillos tienen un espesor razonable en virtud de su diseño armado, podrán soportar una parte de los momentos flexionantes.

La distribución precisa de los momentos soportados por nervaduras radiales y los anillos circulares, ya sea por fuerza axial o por momentos flexionantes en la sección, no se pueden determinar fácilmente mediante revisión. Aunque se sabe que los elementos más rígidos soportarán la mayor parte, para un diseño final se requiere un análisis completo de domos por computadora. Por otra parte, nótese que se deben hacer diseños aproximados para asegurar las dimensiones preliminares como datos básicos de alimentación de los programas de computadora contemporáneos.

Por lo tanto, con anillos gruesos, las nervaduras se flexionarán menos; si no hay anillos, las nervaduras tendrán que absorber el momento mediante una combinación de acción de arco y flexionamiento.

4.3.1 Ejemplo: La viga de anillo de un domo

El anillo a tensión de un domo va a ser de concreto postensado presforzado. Se ha determinado que el peso del acero a utilizar es de 48.82 Kg./m^2 , mientras que las cargas de la maquinaria utilizada para el techado es de 29.92 Kg./m^2 . Considere una carga viva última de 97.64 Kg./m^2 . Calcule las fuerzas que trabajan en la estructura así como el área de acero necesaria para soportar la tensión ejercida en el domo utilizando un esfuerzo admisible de 11.62 Ton/cm^2 .



Solución:

Se procede a integrar el peso de las cargas que afectan al domo, en este caso se integraran las cargas de la forma siguiente:

| | |
|--------------------|--|
| Peso del acero | 48.82 Kg./m^2 |
| Techado mecánico | 29.92 Kg./m^2 |
| Carga Viva | 29.92 Kg./m^2 |
| Carga Total | 175.75 Kg./m^2 |

Ahora se procede a calcular la carga que actúa a través del área del domo como a continuación se muestra

$$W_{\text{domo}} = \text{carga total} * \pi r^2$$

$$W_{\text{domo}} = 175.75 * \pi * 39.62^2$$

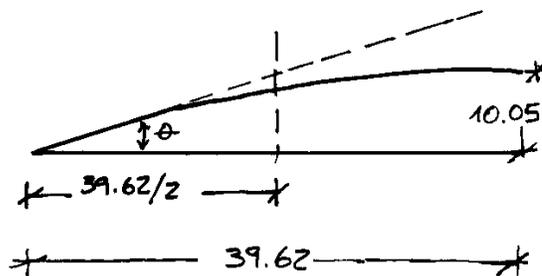
$$W_{\text{domo}} = 866.93 * 10^3 \text{ Kg.}$$

$$W_{\text{domo}} = 955.61 \text{ Ton.}$$

Conociendo el peso del domo se procede a encontrar la fuerza de tensión según la ecuación 4.6

$$T = \frac{W_{\text{domo}}}{2\pi \tan \theta}$$

Antes debemos de calcular el valor del ángulo de proyección del domo tal como se ilustra en la siguiente figura como



$$\tan \theta = \frac{2 * 10.05}{39.62}$$

$$\tan \theta = 0.50$$

Ahora se procede a calcular la fuerza de tensión

$$T = \frac{955.61}{2 * \pi * 0.50}$$

$$T = 304.18 \text{ Ton}$$

Ahora encontrando el área de acero requerida para resistir la fuerza de tensión cuyo esfuerzo admisible es de 11.62 Ton/cm²

$$\text{Área requerida} = \frac{\text{Fuerza actuante}}{\text{Esfuerzo admisible}}$$

$$\text{Área requerida} = \frac{304.18}{11.62}$$

$$\text{Área requerida} = 26.17 \text{ cm}^2$$

Puesto que el pretensado para la carga muerta será contrarrestado por la tensión de la carga muerta, el anillo de concreto tendrá que absorber cuando menos el pretensado de la carga viva y el peso de la maquinaria del techado mecánico aparte del total de 175.75 Kg./m². Por tal razón la fuerza de compresión en el anillo será:

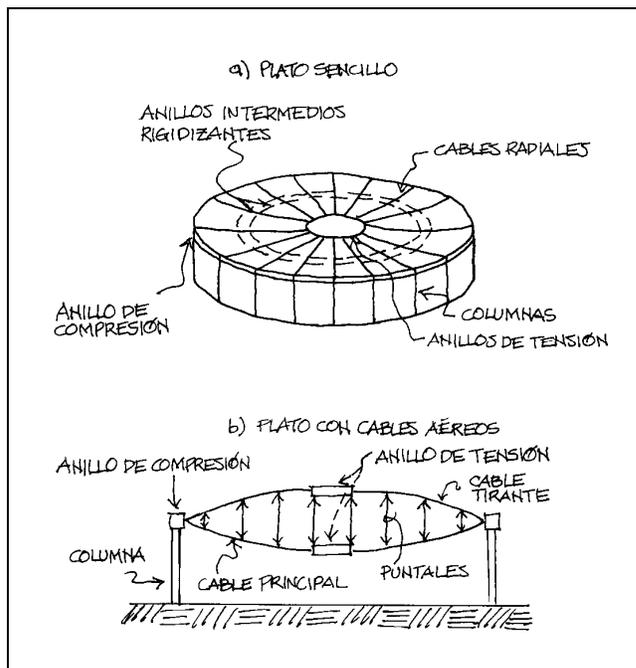
$$C = 304.18 * \frac{126.93}{175.75}$$

$$C = 219.68 \text{ Ton}$$

4.4 Sistema de platos

Un sistema de plato es literalmente el reverso estructural de un domo. Es una lámina en suspensión, como una cubierta espacial, que tiene la ventaja de tener mejores cualidades acústicas que el domo, porque no tiene un punto focal dentro del área cubierta por el plato. Estas estructuras de suspensión también son más eficientes porque la ondulación no constituye un problema. Sin embargo, la forma cóncava provoca un problema de drenaje, el cual se tiene que solucionar mediante bombas, tubos y desagües para evitar la sobrecarga. En la parte a de la figura 49 aparece un sistema de plato circular soportado en sus bordes por un anillo de compresión, que a su vez está apoyado sobre una serie de columnas. Por lo general, la construcción de un plato como éste implica el uso de cierto número de cables y la planta no necesita ser circular.

Figura 49. Fuerzas de compresión en el borde de un plato circular



De todos modos, debe observarse que los cables son muy flexibles y, a menos que se rigidicen, adoptarán la forma de la curva de presión creada por una carga variable aplicada a toda la longitud del cable. Por tanto, si no se colocan cables o anillos circulares entre el anillo interior a tensión y los límites del anillo de compresión, la posición de estos cables bajo una distribución de carga dada se puede determinar por simple estática. Sin embargo, para rigidizar el sistema contra viento o carga viva, se necesitan anillos intermedios adicionales o cable tirantes pretensados según la parte b de la figura 49 en el diseño con concreto pretensado, la cubierta de concreto o las nervadura radiales se pretensan juntas para satisfacer esta necesidad en toda la superficie. La fuerza en el anillo circular a compresión se calcularía para un domo circular. En otras palabras, las fuerzas de compresión de la planta circular por pie de circunferencia de anillo.

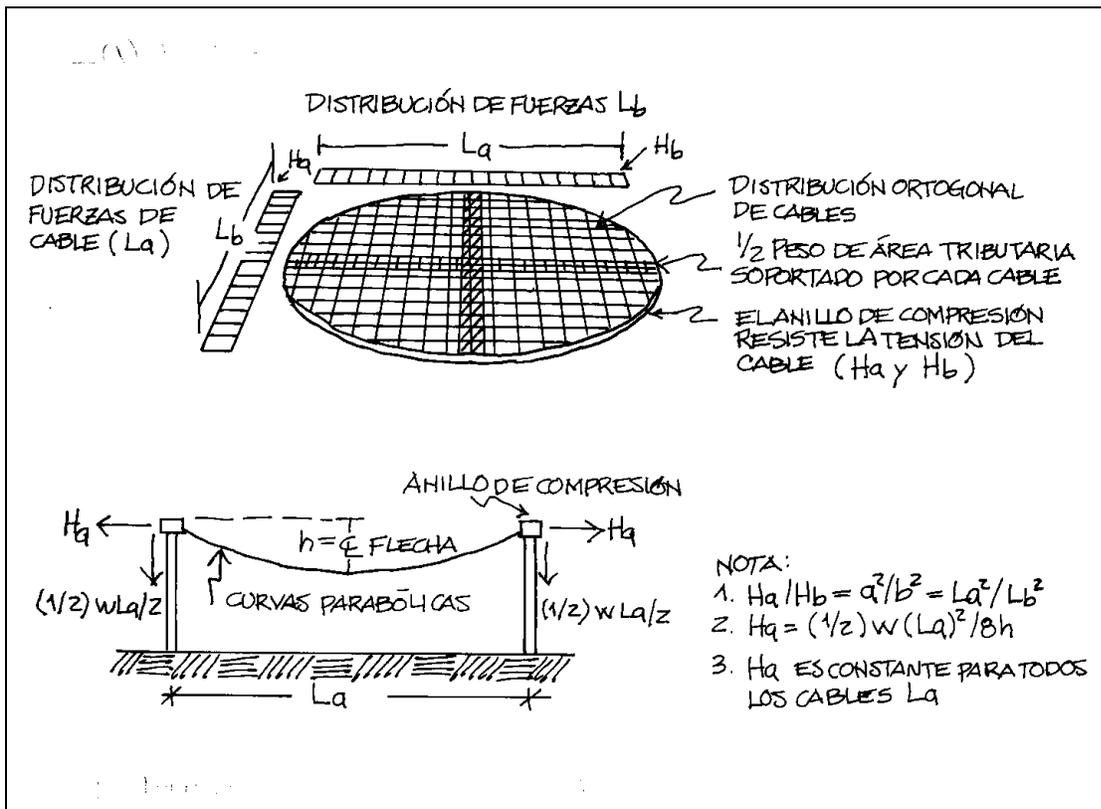
$$C = T = \frac{W}{2\pi \tan \alpha} \quad (4.7)$$

donde W debe de incluir el efecto de agregar los cables tensores. El perfil de cada cable principal es aproximadamente circular, ya que se diseña para soportar una carga tributaria en forma de pastel.

En la figura 50 se ilustra un plato elíptico. Con frecuencia, estas plantas no circulares se necesitan para satisfacer los requisitos de forma de una arena. Obviamente, un plato elíptico requeriría cables radiales de longitud y curvatura diferentes, lo cual puede dificultar la construcción. Las fuerzas variarían y tanto los cables como los paneles en forma de rebanada de pastel entre ellas serían diferentes. Una solución consiste en usar un enfoque ortogonal en que los cables corran en direcciones perpendiculares para formar una retícula.

La curvatura del cable se puede mantener constante en cada sentido trasladando una parábola de una curvatura, a lo largo de otra de menor curvatura, para generar un palto paraboloides elíptico.

Figura 50. Diseño de un plato elíptico



Para transmitir las fuerzas horizontales de estos cables al anillo elíptico de compresión sin provocar un excesivo momento flexionante en el anillo, se requiere que:

$$\frac{H_a}{H_b} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{L_a^2}{L_b^2} \quad (4.8)$$

donde

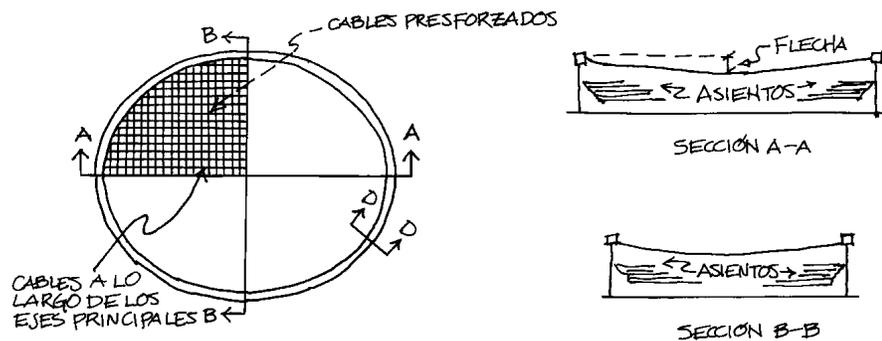
a: radio del eje mayor de la elipse.

b: radio del eje menor de la elipse.

Esto, aplicado a una planta circular significa que $\frac{H_a}{H_b} = 1$; pero en cualquier caso, significa que, si los cables están pretensados, cada uno soporta la mitad de su carga tributaria.

4.4.1 Ejemplo: Diseño básico de un sistema de plato

Para el cascarón de la siguiente figura, calcular la fuerza de pretensado para equilibra la carga de diseño estático en dos direcciones y también la compresión máxima en el anillo elíptico, si se conoce que la carga muerta ultima es de 234.33 Kg./m², mientras que la carga viva ultima es de 58.58 Kg./m². Los cables están distantes a 3.05 metros entre centros.



Solución:

Se procederá a calcular la carga total actuante a través del área

| | |
|----------------------------|---------------------------------|
| Carga muerta CM | 234.33 Kg./m ² |
| Carga viva CV | <u>58.58 Kg./m²</u> |
| Carga total CM + CV | 292.91 Kg./m² |

En un paraboloide elíptico pretensado, 50% de la carga total se apoya en cada una de las dos direcciones, y la fuerza es constante para todos losa cables en una dirección. Si no es pretensado, la carga se distribuiría de acuerdo con la relación L_a/L_b .

Encontrando las fuerzas horizontales actuantes a través del sentido largo (H_a)

$$H_a = \frac{WL_a^2}{8h}$$

$$H_a = \frac{146.45 * 3.05 * 122^2}{8 * 5.18}$$

$$H_a = 160431.31Kg.$$

$$H_a = 176.84Ton$$

Encontrando la fuerza horizontal actuante en el sentido corto

$$H_b = \frac{WL_b^2}{8h}$$

$$H_b = \frac{146.45 * 3.05 * 97.50^2}{8 * 5.18}$$

$$H_b = 102465.74Kg.$$

$$H_b = 112.95Ton$$

$$\text{Compresión máxima en el anillo} = 176.84 * \frac{48.75}{3.05}$$

$$\text{Compresión máxima en el anillo} = 2826.54 \text{ Ton}$$

En los extremos del eje menor actúa la compresión mínima expresada como

$$\text{Compresión mínima en el anillo} = 112.95 * \frac{61}{3.05}$$

$$\text{Compresión máxima en el anillo} = 2258.95 \text{ Ton}$$

Para la fuerza de control, es decir la compresión máxima, de 2826.54 Ton el área del anillo es de 2.26 m². Por lo tanto el esfuerzo esta definido como

$$\text{Esfuerzo promedio} = \frac{2826.54}{2.26}$$

$$\text{Esfuerzo promedio} = 1250.70 \text{ Ton/m}^2$$

lo cual es un valor alto, pero nótese que el máximo se alcanza sólo si el techo está sometido a carga viva completa CV, lo cual parece razonable.

4.5 Paraboloide hiperbólico

Los paraboloides como su nombre lo indica son superficies generadas por parábolas cóncavas o convexas, se les conoce como cascarones de curvatura de Gauss positiva. Cuando una curvatura es cóncava y la otra convexa, se denominan curvatura de Gauss negativa, como una superficie hiperboloide parabólica comúnmente conocida como silla de montar. En la figura 51 y figura 52 se exponen las propiedades básicas de un paraboloide hiperbólico de planta cuadrada. Aquí se ha trasladado una parábola cóncava a lo largo de otra parábola convexa. Por supuesto, si se corta una sección vertical a lo largo del eje x o y, se obtiene una curva parabólica (como con el domo elíptico). Si se corta una sección horizontal, se obtiene un par de hipérbolas en vez del círculo o la elipsoide que se obtiene con un domo o plato. Por lo tanto, esta superficie se conoce paraboloide hiperbólico.

Figura 51. Tipos de superficie de cascarón

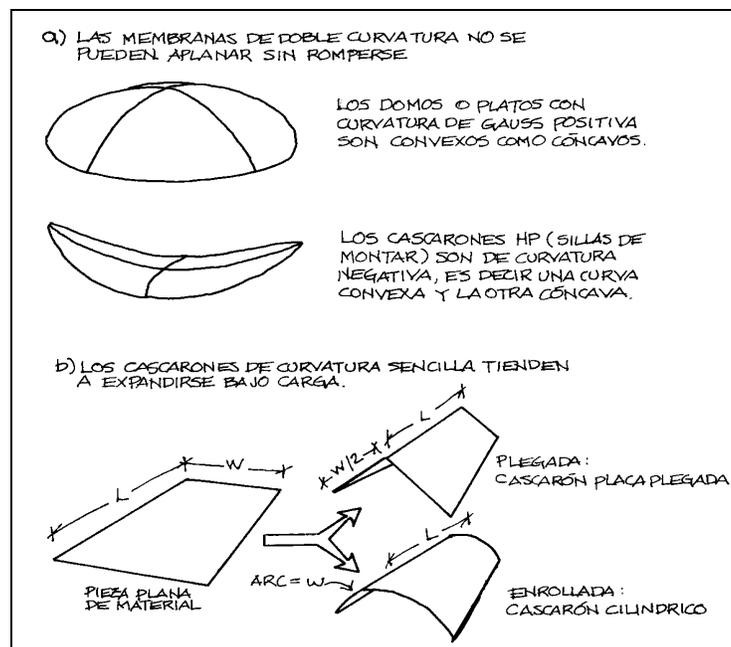
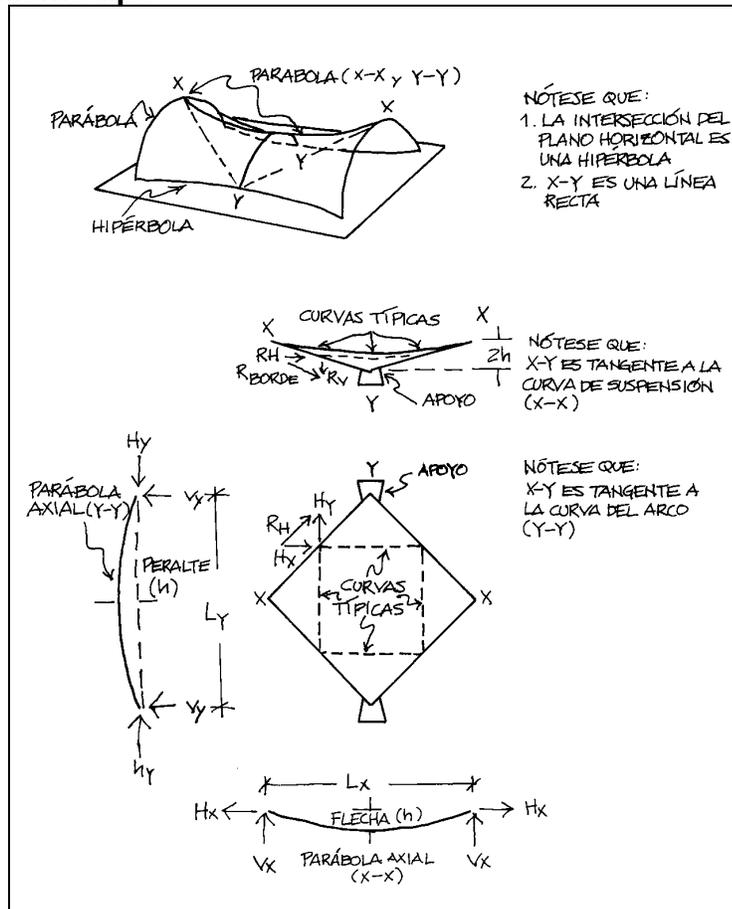


Figura 52. Una superficie paraboloides hiperbólica se genera por traslación de una curva parabólica sobre una curva de suspensión del mismo tipo



Usualmente, los bordes de una membrana de forma de paraboloides hiperbólico se conectan a una viga de borde. La transmisión de fuerza de la membrana se puede estudiar si se usan las parábolas axiales que se ilustran en la figura 52. un cable de suspensión, es para cargas verticales distribuidas uniformemente, una parábola cóncava hacia arriba.

De modo similar, un arco ideal sería una parábola convexa y cada uno se puede analizar usando la ecuación $H = \frac{wL^2}{8h}$. Aplicada a un paraboloides hiperbólico simétrico, las secciones axiales representan arcos que corren en ángulo recto respecto a los cables de suspensión. Y esto es importante, debido a que las secciones a través de un paraboloides hiperbólico en un sentido (x,x o y,y) están constituidas por partes de las curvas axiales. Por tanto, los valores H siguen siendo los mismos en todas estas parábolas individuales, aunque unos son mayores que otros.

Cuando la planta es cuadrada, las fuerzas H_x son iguales a las fuerzas H_y . Esto sucede en todos los casos porque los valores de $\frac{L^2}{h}$ (en x,x o en y,y) permanecen constantes y, por lo tanto, también la fuerza H para un supuesto de carga distribuida uniformemente.

De igual manera, tanto los cables como los arcos actuarían sobre una viga de borde a un ángulo de 45°, unos produciendo un empuje horizontal y los otros una tensión igual. Si se considera una planta de la viga de borde sobre la cual actúan estos dos conjuntos de fuerzas, se verá que sus componentes se agregan a toda la longitud de una viga de borde, pero se anulan en la dirección horizontal perpendicular a ella. En consecuencia, en una lámina de forma de paraboloides hiperbólico sencillo, atizando la teoría de membrana, las fuerzas horizontales de la superficie del cascarón se acumulan en toda la longitud de la viga de borde, empezando desde cero en la punta y creciendo hasta el máximo cerca del apoyo. También sucede que las componentes verticales de las fuerzas del cable y el arco siempre serán de tal condición que el efecto neto de las fuerzas en los bordes horizontales y verticales consiste en coincidir con la viga de borde.

Así, ésta se puede considerar como una columna inclinada sobre la cual actúan fuerzas axiales transmitidas a ellas desde las dos curvas de la lámina y se acumulan sobre toda su longitud.

Teóricamente, la viga de borde no se flexionará en absoluto, excepto por el efecto de su peso propio, y que este actúa sobre la viga para producir un flexionamiento de voladizo. Por ello, con frecuencia se dice que la viga de borde se debe diseñar para soportar su propio peso como un voladizo, además de servir como columna que soporta cargas de la lámina. Sin embargo, la situación real es más complicada, ya que por lo general la viga de borde no actúa por sí misma, sino que se integra a la lámina parabólica, y se deben mover juntos bajo cualquier flexionamiento, como una unidad. En otras palabras, las vigas junto con ciertas partes del paraboloides hiperbólico alrededor de aquéllas, actúan como un voladizo. Esto da gran resistencia a la viga de borde, si se compara con el supuesto de una acción de voladizo independiente simple.

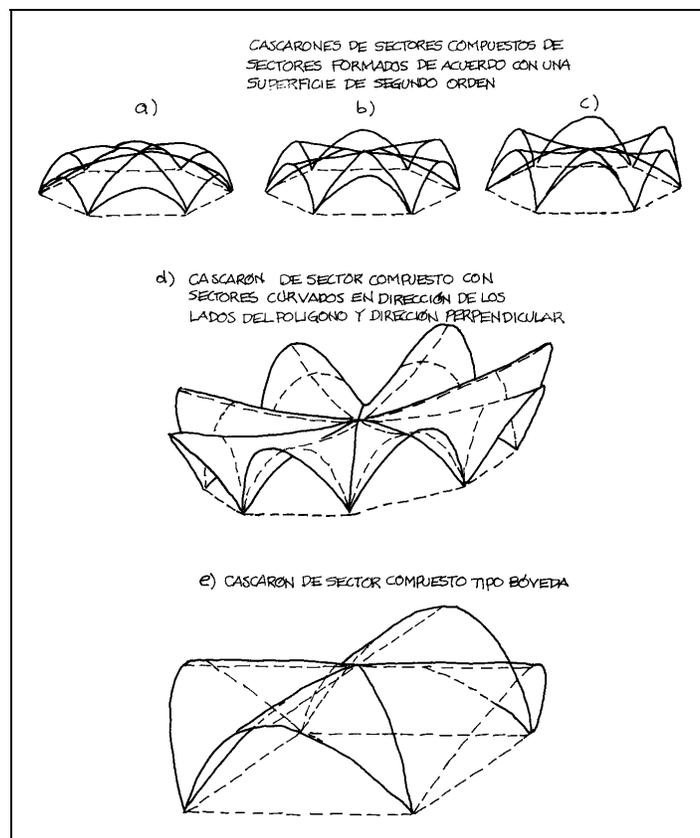
Se ha creado programas de computación para analizar la interacción entre la viga y la lámina. Para un diseño final, siempre se deben efectuar éstos análisis avanzados, a menos que el cascarón tenga un claro pequeño; pero para fines preliminares, se puede hacer una estimación aproximada de este efecto como se verá a continuación.

No se han establecido ni teoría ni experiencia suficientes para determinar la relación entre elevación y flecha y claro para los paraboloides hiperbólicos. Es suficiente decir que éstos no deben ser demasiado planos, aunque el grado de aplanamiento no se ha definido aún. Para empezar, se puede decir que, con cables pretensados $2h/L \geq 1/10$ (p.e., $h/L \geq 1/20$).

Para un diseño reforzado, h/L debe ser mayor en un 50% o más, para limitar las deflexiones. Aún así, cuando estas láminas tienen un voladizo que excede de 40 metros, los esfuerzos y deflexiones por flexión pueden llegar a constituir un problema. Entonces, será conveniente, o incluso necesario, pretensar tanto la lámina como las vigas de borde.

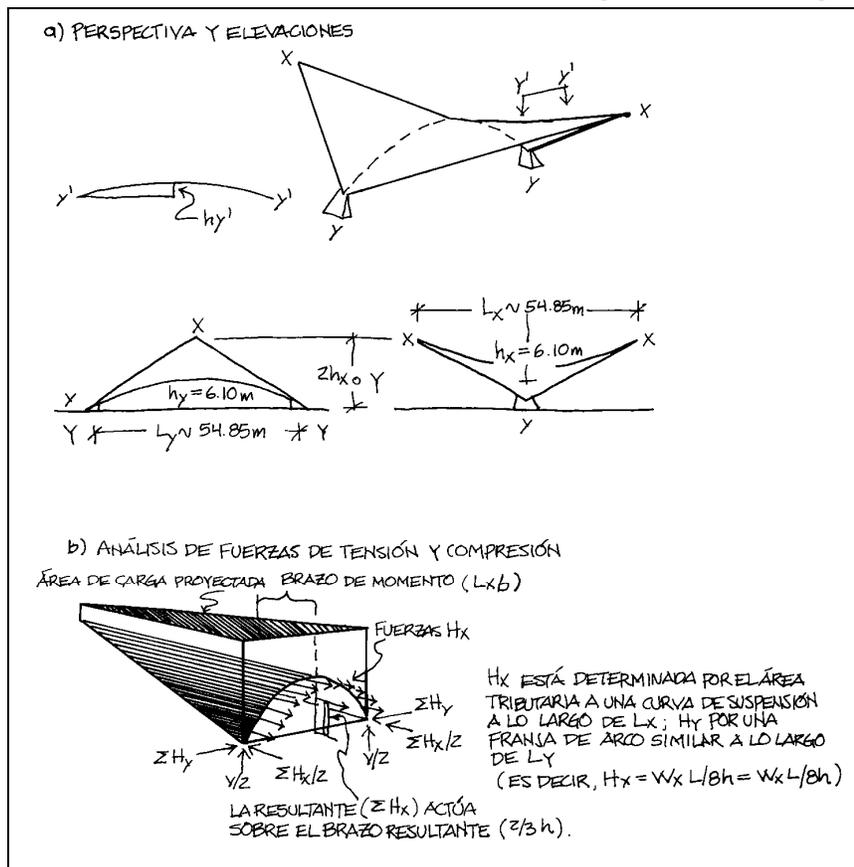
Una distribución más común es una lámina de seis sectores, como los mostrados en la parte a, b y d de la figura 53 respectivamente, mientras que en la parte d y e de la figura 53 se ilustran esquemas de ocho o cuatro secciones. Los paraboloides divididos en sectores son útiles porque también se puede hacer una abertura central en el techo para iluminación cenital o tragaluces alargados entre los sectores, si se desea.

Figura 53. Paraboloides de sectores compuestos



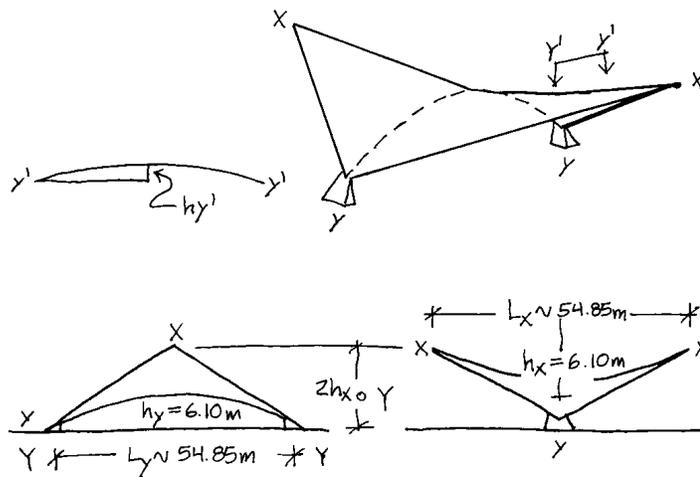
En éstos también se pueden diseñar paraboloides compuestos, con sus sectores moldeados de acuerdo con una superficie de curvatura doble o sencilla, aunque es obvio que el diseño final de éstos constituirá un problema difícil. Para un diseño final, es sumamente conveniente un análisis de elementos finitos usando programas de computación para todos los paraboloides. Sin embargo, para etapas preliminares, se pueden estimar en forma general como se ilustra en la figura 54 o suponiendo una acción sencilla de arco y tratándola mediante estática básica.

Figura 54. Características básicas de un sector de paraboloides hiperbólico



4.5.1 Ejemplo: Diseño básico de un techo paraboloid hiperbólico

Cada cuadrante del cascarón mostrado en la siguiente figura está construido con un cascarón parabólico hiperbólico de planta rectangular de 42.05 metros por 35.35 metros, con un peralte de 6.10 metros entre apoyos, y una altura total de 12.20 metros desde el nivel del contrafuerte a los puntos más altos de las puntas. Se desea calcular los esfuerzos de membrana como guía para determinar el grosor del cascarón, y luego también proporcionar las vigas de borde para soportar su carga axial, considerando los posibles efectos del flexionamiento y el pretensado. Se consideran como cargas ultimas de diseño a $CM = 244.10 \text{ Kg. /m}^2$, $CV = 273.39 \text{ Kg. /m}^2$.



Solución:

Calculando la carga total actuante a través de la estructura en estudio
 El peso de 0.10 metros de concreto es de 244.10 Kg. /m^2 , no así las membranas del techo.

| | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| CM = | 244.10 Kg. /m ² |
| CV = | <u>273.39 Kg. /m²</u> |
| Carga Total (CM + CV) = | 517.49 Kg. /m² |

La distancia diagonal entre apoyos esta dada por:

$$L = \sqrt{42.05^2 + 35.35^2}$$

$$L = 54.94 \text{ m}$$

Si por acción de arco se va soportar el 50%, y por acción de suspensión el otro 50%, entonces el peso de $W = 258.75 \text{ Kg. /m}^2$ en cada dirección, entonces la fuerza horizontal h esta definida según la siguiente expresión:

$$H = \frac{WL^2}{8h}$$

$$H = \frac{258.75 * 54.94^2}{8 * 6.10}$$

$$H = 16004.03 \text{ Kg. /m}$$

$$H = 17.64 \text{ Tn/m}$$

Por tanto, excluyendo el peso de la viga de borde, el esfuerzo de la membrana de $17.64 \text{ Tn/m} / 0.10\text{m} = 0.02\text{Tn} / \text{m}^2$ de tensión o compresión lo cual es muy bajo para concreto a compresión, pero requiere refuerzo o presforzado para resistir la tensión. Nótese que las vigas de borde agregan sólo cerca del 15% a la tensión.

Como una alternativa, el cuerpo libre se puede tratar como un voladizo con la carga vertical total (V) que actúa sobre un brazo de aproximadamente $L_x/6$ ó bien 9.14 metros. Este momento de conjunto será resistido por la resultante de las fuerzas de tensión ($T = \sum H_x$) actuando sobre un brazo de aproximadamente $2/3 (h_x)$. La fuerza T se puede distribuir uniformemente sobre la sección de arco del cuerpo libre, como se ilustra en la figura 54b. De este modo, si la viga de borde agrega aproximadamente el 15% a la CM y CV, siendo la carga total

$$\text{Carga total} = 1.15 * (517.49)$$

$$\text{Carga total} = 595.11 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga total} = 0.66 \text{ Ton/m}^2$$

Por lo cual la carga vertical (V) esta interpretada como

$$V = \frac{42.05 * 35.35}{2} * (0.66)$$

$$V = 490.53\text{Ton}$$

Mientras que la fuerza de tensión t esta definida por

$$T = \frac{490.53 * 9.14}{\frac{2}{3} * 6.10}$$

$$T = 1102.50 \text{ Ton}$$

Sobre la longitud del arco proyectado supuesta de 55.00 metros

$$\frac{T}{\text{metro}} = \frac{1102.50}{55.00} = 20.04 \text{ Ton} / m$$

Como las fuerzas de compresión son aún aproximadamente de 17.64 Ton/m, las fuerzas y esfuerzos de tensión se ve que son ligeramente más altas debido al peso agregado de la viga de borde. De cualquier manera, el empuje de los elementos de arco y la tracción de los elementos de suspensión acumulan una carga axial en las vigas de borde. Usando el primer método (y suponiendo una planta aproximadamente cuadrada, la componente de la fuerza horizontal a lo largo de la viga de borde es cercana a):

| | |
|-------------------------------|--|
| Arco | $17.64 * 0.70 = 12.47 \text{ Ton/m}$ |
| Suspensión | $17.64 * 0.70 = \underline{12.47 \text{ Ton/m}}$ |
| H borde para un sector | = 24.94 Ton/m |

La componente de la carga vertical (sólo de la membrana) es

$$\text{Donde } 517.49 \text{ Kg} / m^2 = 0.57 \text{ Ton} / m^2$$

$$V_{\text{borde}} = 0.57 * \frac{54.94}{4}$$

$$V_{\text{borde}} = 7.83 \text{Ton} / m$$

Como la viga interior donde se juntan los sectores soporta carga axial de ambos lados, esa viga de borde soporta

$$2H_{\text{borde para un sector}} = 2 * 24.94 = 49.88 \text{Ton/m}$$

$$2V_{\text{borde para un sector}} = 2 * 7.83 = 15.66 \text{Ton/m}$$

Considérese un punto sobre la viga más larga a 3.05 metros del apoyo, dejando 39 metros (que es aproximadamente el promedio de longitud soportada por las dos vigas de 35.35 y 42.05 metros); la carga axial (ya que las franjas de 0.30 metros actúan sobre una distancia de sección de casi 27.40 metros) es:

$$R_{\text{borde}} = \sqrt{49.88^2 + 15.66^2}$$

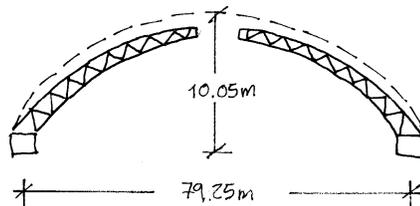
$$R_{\text{borde}} = 52.28 * 27.40$$

$$R_{\text{borde}} = 1432.48 \text{Ton}$$

4.6 Problemas propuestos

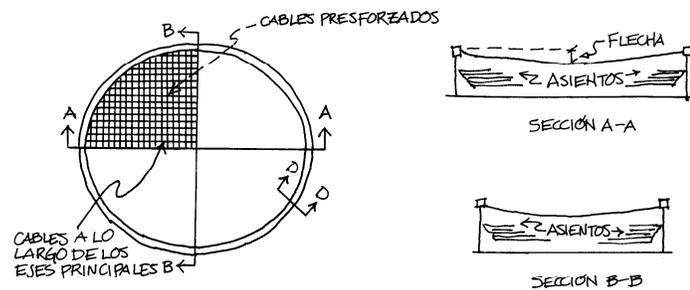
Problema 1

Se realizará un anillo de concreto postensado para un domo. Se ha determinado que el peso del acero a utilizar es de 0.07 Ton/m^2 , mientras que las cargas que la maquinaria a utilizar en el techado es considerada como 0.03 Ton/m^2 . Considere que la carga viva última es de 0.11 Ton/m^2 . Calcule las fuerzas que trabajan en la estructura así como el área de acero necesaria para soportar la tensión ejercida, utilice un esfuerzo admisible de 10.50 Ton/cm^2 .



Problema 2

Para el diseño de un cascarón de forma elíptica según se muestra en la figura, determine la fuerza de pretensado para equilibrar la carga de diseño estático en ambas direcciones. Determine también la compresión máxima, si se conoce que la carga muerta última es de 0.15 Ton/m^2 , mientras que la carga viva última es considerada como 0.05 Ton/m^2 . Los cables están distantes a 2.50 metros entre centros.



5. ESTRUCTURAS VERTICALES

Las estructuras verticales se caracterizan por transmitir cargas desde planos situados a gran altura hacia el suelo. El origen de estas estructuras es relativamente reciente y se generó con el crecimiento de las ciudades, que obligó a la multiplicación del espacio horizontal mediante el uso de planos paralelos habitables colocados uno sobre otro, de tal manera de aprovechar al máximo el área disponible.

Esto trajo consigo el planteamiento de nuevos problemas estructurales, ya que la masa derivada de la solución mencionada tiene una predominante extensión vertical, su único punto de apoyo es la base del mismo, la cual debe absorber no sólo las cargas verticales, sino también las horizontales y los momentos provocados por estas.

En cuanto a las cargas verticales se refiere, estas se van acumulando conforme se acercan al suelo. Las cargas horizontales ya sean de sismo o viento, exigen una cohesión entre todos los elementos para que no se desbarate la forma estructural. El problema básico entonces radica en una conducción adecuada de las cargas verticales al suelo, y en amortiguar y resistir convenientemente el efecto de las cargas horizontales.

Como la altura es la principal dimensión en estas estructuras, se puede concebir estructuralmente como una viga en voladizo, cuyo extremo libre es el último nivel y cuyo empotramiento es la base del edificio, que se encuentra firmemente afianzada en el suelo. (Figuras 55 y 56).

Figura 55. Los diseños de gran altura requieren más material

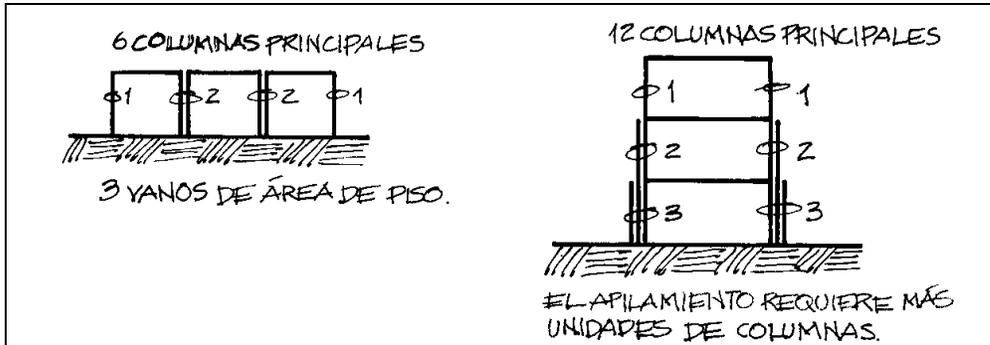
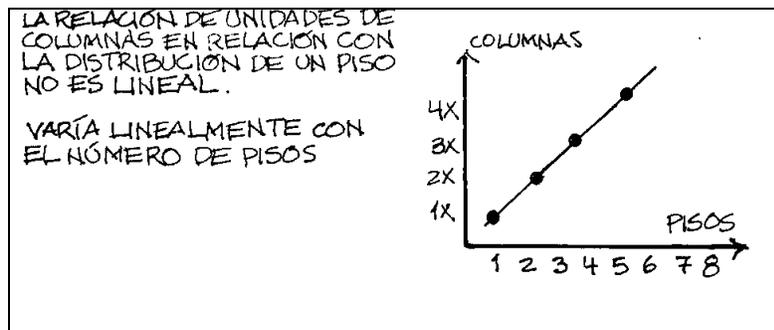


Figura 56. El aumento de resistencia a carga horizontal no es lineal

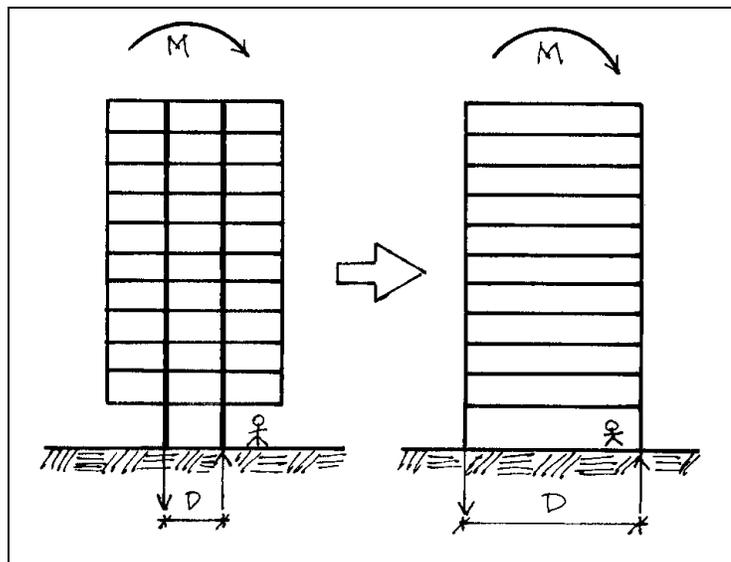


Para fines de análisis, se considerará un edificio como alto cuando sobrepase los 25 niveles o sea aproximadamente 75 metros, en que su comportamiento empieza a ser característico, sobre todo para cargas horizontales en que la similitud con las vigas flexionadas es válida, ya que las cargas de viento y sismo empiezan a tener brazos de palanca lo suficientemente grandes para provocar momentos críticos en la base del edificio.

Las cargas horizontales entonces, serán siempre críticas, puesto que igual que las vigas en voladizo provocan momento en la base o empotramiento el cual aumenta en proporción directa a la altura del edificio.

Las deformaciones con cargas horizontales se manifiestan con desplazamientos en el sentido de la carga actuante. En el extremo libre ocurre el máximo desplazamiento hasta llegar a cero en el primer nivel; si se supone firmemente empotrado en el suelo. Siempre requiere una buena cimentación que asegure la estabilidad del edificio. Las cargas horizontales también producirán esfuerzos cortantes debido a la dirección opuesta de estas y las reacciones que ejerce el suelo, que tienden a deslizar los niveles uno sobre otro, por lo que deben reforzarse convenientemente los apoyos verticales para este tipo de esfuerzo, especialmente las intersecciones entre nivel y nivel, o bien con el uso de elementos estabilizadores que limiten el desplazamiento (Figura 57).

Figura 57. Anchura efectiva del sistema resistente al momento



En lo que se refiere a las cargas verticales; existen varias posibilidades de conducirlos al suelo, teniendo todos los sistemas como principio básico la continuidad de los elementos verticales, ya que de otra manera se producirían desviaciones innecesarias y hasta riesgosas en la transmisión de las cargas.

Los apoyos deben guardar una adecuada relación de esbeltez para las cargas a soportar a efecto de no exponerlos al pandeo por cargas a compresión o excéntricas.

Frecuentemente, aumenta la sección transversal de los apoyos conforme se aproximan al suelo, dado que las cargas se van acumulando en este sentido, los apoyos de los primeros niveles son los que reciben la suma de las cargas verticales. Esta es otra razón para aumentar la sección resisten de los apoyos en el basamento, y por otra parte para contrarrestar el momento de empotramiento que producen las cargas horizontales en la base del edificio.

La ubicación de los apoyos en la planta del edificio es prácticamente lo que define los sistemas de conducción de cargas verticales. Los cuatro sistemas descritos a continuación se pueden considerar como los básicos, aunque pueden ser logradas combinaciones entre ellos.

5.1 Sistema de muros de corte

Cuando los muros resistentes al esfuerzo cortante son compatibles con otros requerimientos funcionales, se pueden utilizar económicamente para resistir fuerzas laterales en edificios de gran altura. Por ejemplo, los edificios de departamentos requieren de modo natural muchos muros de separación.

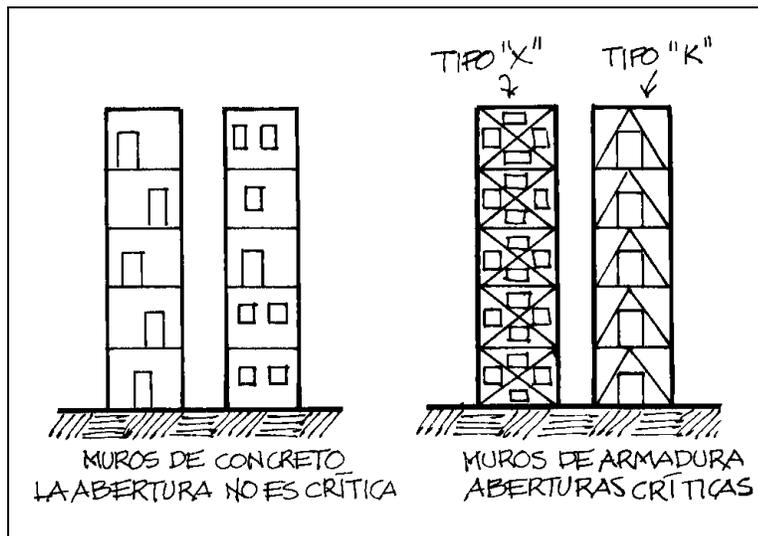
Cuando algunos de éstos se diseñan para que sean sólidos, pueden actuar como muros resistentes al cortante para soportar fuerzas laterales, así como la carga vertical. Es muy común el empleo de muros resistentes al cortante para edificios hasta de veinte pisos.

Sin embargo, estos sistemas pueden resistir carga lateral solamente en el plano de su longitudinal, es decir, no perpendicularmente a ellos. Por lo tanto, siempre es necesario proporcionar muros resistentes al cortante en ambas direcciones perpendiculares, o al menos orientados de tal modo que puedan resistir fuerza lateral en cualquier dirección. Esto se logra conectando dos o más muros en forma de L o en forma de canal. De hecho, se pueden conectar cuatro muros interiores para formar un núcleo rectangular que resistirá fuerzas laterales de manera eficiente, actuando como un tubo, y esto es excelente para resistir efectos de torsión, como se verá con los sistemas tubulares más adelante.

Mientras que los muros de concreto por lo general son de tipo sólido y con aberturas si es necesario, los muros de acero resistentes al cortante usualmente se construyen con armaduras (Figura 58). Estas pueden tener diagonales individuales, diagonales en "X" o distribuciones en "K".

Un muro de armadura o arriostrado tendrá miembros que actúan esencialmente a tensión o compresión directa bajo la acción de fuerzas laterales; son eficaces desde el punto de vista de limitación de resistencia y deflexión.

Figura 58. Muros resistentes a fuerzas cortantes

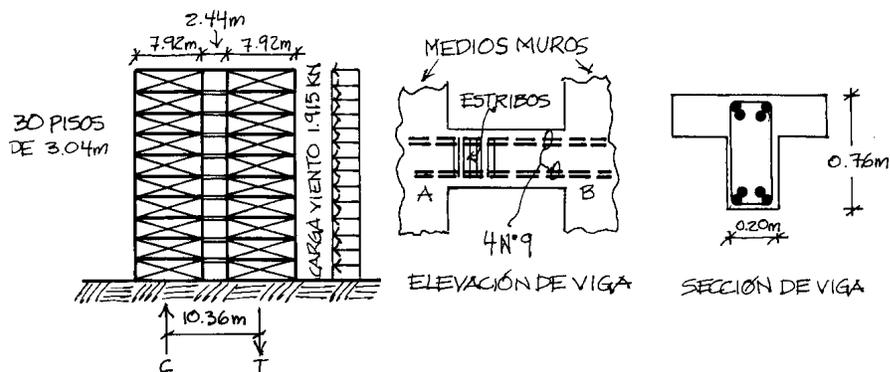


Como se anotó, los muros que forman un núcleo resistente a fuerzas laterales como verticales son casi siempre de forma circular o rectangular, pueden constituir un medio eficiente para resistir momentos y esfuerzos cortantes en todas direcciones, debido a la acción estructural tubular. No obstante, uno de los problemas del diseño de estos núcleos consiste en proporcionar resistencia suficiente alrededor de las aberturas para puertas y otras perforaciones a través de estos elementos, como se ilustra en el siguiente ejemplo, para la construcción en concreto reforzado, alrededor de tales aberturas se colocan refuerzos especiales de acero. En la construcción en acero, se requieren conexiones más pesadas y más rígidas para resistir el esfuerzo en las aberturas.

En muchos edificios, una combinación de muros y núcleos puede ofrecer una excelente resistencia a las fuerzas laterales, cuando aquéllos están adecuadamente situados y conectados entre sí. También es conveniente que la rigidez propia de estos sistemas sea más o menos simétrica en todas direcciones.

5.1.1 Ejemplo del diseño de edificios con muros resistentes al cortante

Se ilustra un muro resistente al cortante típico en un edificio de departamentos de 30 pisos, con aberturas a través de los corredores de cada piso, de tal modo que los dos medios muros están conectados solamente por vigas sobre los corredores. Estos muros están espaciados a 9.14 metros de centro a centro y se diseñarán para resistir una carga por efecto de viento de 1.915 KN/m^2 sobre el edificio. Las vigas de conexión tienen 0.20 m. de largo y están limitada a 0.76 m. de peralte por 0.20 m. de ancho. Determine si estas vigas con adecuadas para la estructura.



Solución: Carga por viento de 1.915 KN/m^2 actuando sobre el muro con una anchura tributaria de 9.14 m . = 17.50 KN-m lineal.

$$\text{Momento en la base del muro} = \frac{wl^2}{2}$$

$$M_{\text{base}} = \frac{17.50 * 91.44^2}{2}$$

$$M_{\text{base}} = 73161 \text{ KN-m}$$

Que es resistido por una fuerza de tensión en la base de un medio muro, y una fuerza de compresión C en la base del otro medio muro, como se ilustra. Estas dos fuerzas actúan con un brazo de palanca entre ellas, que se puede estimar conservadoramente como 10.36 metros , que es la distancia entre los centros de los dos medios muros. Por tanto

$$T = C = \frac{73161 \text{ KN} \cdot \text{m}}{10.36\text{m}} = 7062 \text{ KN}$$

Esto también es el esfuerzo cortante vertical total transmitido a través de las 30 vigas de conexión. Supóngase que las vigas soportan igual cortante, entonces el cortante en cada viga es

$$V = \frac{7062}{30} = 235.40 \text{ KN}$$

Con el punto de inflexión a mitad del claro de cada viga, el momento en cada extremo de la viga es

$$M_{\text{extremo}} = 235.40 * \frac{2.44}{2} = 287.20 \text{ KN-m}$$

Para un peralte de viga de 0.76 metros, el brazo resistente para las barras de refuerzo tanto superiores como inferiores se puede aproximar a 0.60 metros, y la fuerza de tensión requerida para las barras es

$$T = \frac{287.20 \text{ KN} \cdot \text{m}}{0.60 \text{ m}} = 478.70 \text{ KN}$$

Empleando un esfuerzo admisible de 137.90 MN/m^2 para las barras, más un aumento del 33% permitido bajo carga por viento, se necesitará un área que representa una relación de acero en la viga de

$$A_s = \frac{478.70}{137.90E3 * 1.33} = 26.10 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{26.10}{0.20 * 0.685} = 1.90\% \text{ (sólo para la fuerza T)}$$

El 1.90%, lo cual es razonable. Puesto que se tiene una cantidad igual de acero en las partes superior e inferior de la viga, se puede permitir un 2%, o incluso un 3%. Nótese que estas barras son necesarias tanto en la parte superior como en la inferior de cada viga, ya que el viento puede actuar en cualquier dirección.

Supóngase que se ponen cuatro barras No. 9 para cumplir con el área requerida, entonces se tendrían que distribuir en dos capas en la viga de 0.20 metros de grosor.

El esfuerzo cortante promedio en la viga es V/bd'

$$V' = \frac{V}{bd'} = \frac{235.40}{0.20 * 0.60} = 1961.70 \text{ KN/m}^2$$

El cual se puede resistir mediante suficientes estribos. Lo anterior indica que las vigas se pueden diseñar adecuadamente para resistir el esfuerzo cortante y el momento producido por la fuerza del viento, aunque se tendrán que detallar cuidadosamente.

5.2 Sistemas de marco rígido

Los sistemas de marco rígido para resistir cargas verticales y laterales, han sido aceptados desde hace mucho tiempo como un medio importante y común para el diseño de edificios. Se emplean para construir edificios de altura baja y mediana y hasta de gran altura como de 50 niveles. En comparación con los sistemas de muro resistentes al cortante, estos marcos rígidos proporcionan excelentes posibilidades para aberturas rectangulares de superficies de muro tanto adentro como afuera del edificio. También aprovechan la rigidez de las vigas y las columnas que se requieren para cualquier caso de edificación, pero las columnas se hacen más fuertes cuando se conectan rígidamente para resistir las fuerzas tanto laterales como verticales a través del flexionamiento del marco.

Con frecuencia, los marcos rígidos no lo son tanto como la construcción de muros resistentes al cortante, y por tanto, pueden producir deflexiones excesivas en los diseños de edificios más esbeltos de gran altura. Pero a causa de su flexibilidad, a menudo se consideran más dúctiles y en consecuencia menos susceptibles de falla sísmica catastrófica, si se comparan con algunos diseños de muros resistentes al cortante.

Por ejemplo, si en ciertas partes de un marco rígido de acero se presenta sobreesfuerzo (es decir, cerca de las juntas), la ductilidad permitirá que la estructura en su conjunto se flexione un poco más, pero que de ninguna manera se colapse incluso bajo una fuerza mucho mayor que la esperada sobre una estructura.

Por esta razón, la construcción con marco rígido es considerada por algunos como el mejor tipo resistente a los sismos, para edificios de acero de gran altura. Por otra parte, también es improbable que un sistema de muro resistente al cortante bien diseñado colapse.

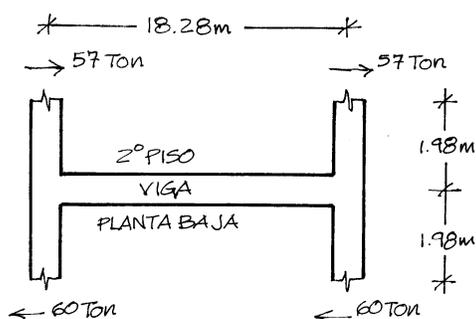
En el caso de marcos rígidos de concreto, hay divergencia de opiniones. Pero sin embargo es cierto que si un marco rígido de concreto se diseña de modo convencional, sin tener un cuidado especial de obtener una ductilidad más alta, éste no podrá soportar un sismo catastrófico que pueda producir fuerzas varias veces más grandes que las especificadas para diseño sísmico en los reglamentos. Por lo tanto, algunos creen que no pueden tener la capacidad de reserva adicional que tienen los marcos rígidos de acero. Sin embargo, la investigación y experiencia modernas han demostrado que los marcos de concreto se pueden diseñar para ser dúctiles, cuando dentro de éstos se diseñan suficientes refuerzos de juntas y estribos. En los modernos reglamentos de construcción se dan especificaciones para los denominados marcos dúctiles de concreto. Pero hasta hoy, a menudo estos reglamentos requieren un refuerzo excesivo en ciertos puntos del marco, que causan congestión y dificultades constructivas. Aún así, el diseño de marcos de concreto puede ser tan efectivo como económico.

Por supuesto, también es posible combinar la construcción de marcos rígidos con sistemas de muros resistentes al cortante dentro de un mismo edificio. Por ejemplo, la geometría del edificio puede tener tal carácter que se puedan usar marcos rígidos en una dirección mientras que en otra se usen muros resistentes al cortante.

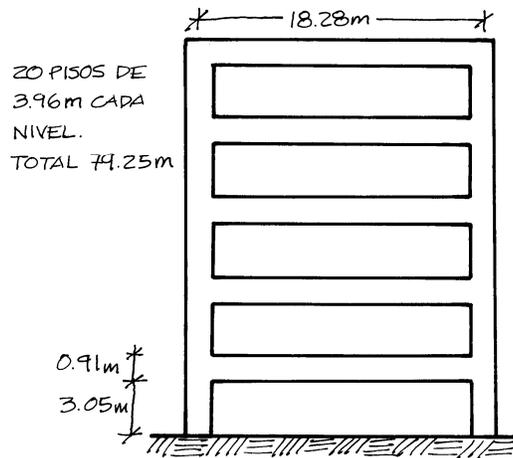
5.2.1 Ejemplo diseño básico de un edificio con marcos rígidos

Los marcos de acero de un edificio de 20 pisos para oficinas están separados a 7.62 metros de centro a centro. Cada marco tiene dos columnas y vigas de 18.28 metros. Se necesita estimar el efecto de las fuerzas sísmicas sobre el tamaño de las vigas del segundo piso. La carga muerta total del edificio se estima en 390.55 Kg/m^2 de área de piso, la carga viva más la muerta sobre las vigas se estima en 585.83 Kg/m^2 , y la carga sísmica lateral está dada como el 4% de la carga muerta ($0.10 W_{cm}$)

a) Diagrama de fuerzas sobre una viga principal



b) Elevación de marco de acero



Solución: La carga muerta tributaria sobre cada marco es $\text{KN/m}^2 \cdot \text{m}$

$$W_{\text{nivel}} = 390.55 \text{Kg/m}^2 * 7.62 \text{ m} * 18.28 \text{ m}$$

$$W_{\text{nivel}} = 59.97 \text{ Ton por piso}$$

lo cual implica una fuerza lateral de

$$F_{\text{lateral}} = 0.10 * 59.97$$

$$F_{\text{lateral}} = 6.00 \text{ Ton por piso}$$

Por tanto, la fuerza cortante total a través de la planta baja es

$$F_{1^{\text{er}} \text{ nivel}} = 20 * 6.00$$

$$F_{1^{\text{er}} \text{ nivel}} = 120 \text{ Ton}$$

y a través del segundo piso es

$$F_{2^{\circ} \text{ nivel}} = 19 * 6.00$$

$$F_{2^{\circ} \text{ nivel}} = 114.00 \text{ Ton}$$

Si se supone un punto de inflexión a mitad e la altura de la columna, se tiene un diagrama de fuerza para la viga como se en la figura. Si se usan dimensiones a ejes, el momento en el extremo de la viga es

$$M_{\text{viga}} = 60.00 * 1.98 + 57.00 * 1.98$$

$$M_{\text{viga}} = 118.80 + 112.86$$

$$M_{\text{viga}} = 231.66 \text{ Ton-m}$$

La carga vertical sobre la viga se estima

$$W = 585.83 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} * 7.62\text{m}$$

$$W = 4464.02 \frac{\text{Kg}}{\text{m}} = 4.92 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Suponiendo que los extremos de la viga están más o menos fijos debido a la rigidez relativa de las columnas, en comparación con la de la viga, el momento de extremo de la viga es

$$-M = \frac{wl^2}{12} = \frac{4.92 * 18.28^2}{12}$$

$$-M = 137.12 \text{ Ton-m}$$

El esfuerzo admisible en el acero se puede incrementar sólo en un tercio al considerar las cargas sísmicas. Como el momento sísmico agregado 231.66 Ton-m es mayor que un tercio del momento de carga vertical de 231.66 KN-m, es evidente que la carga sísmica tendrán un efecto definitivo sobre el diseño de la viga.

Nótese que la solución final de este problema implica otras consideraciones, como la rigidez suficiente en las columnas para reducir al mínimo el desplazamiento lateral y dilatar la formación de una articulación plástica en las columnas. Pero estos aspectos están fuera de los propósitos a considerar en este trabajo.

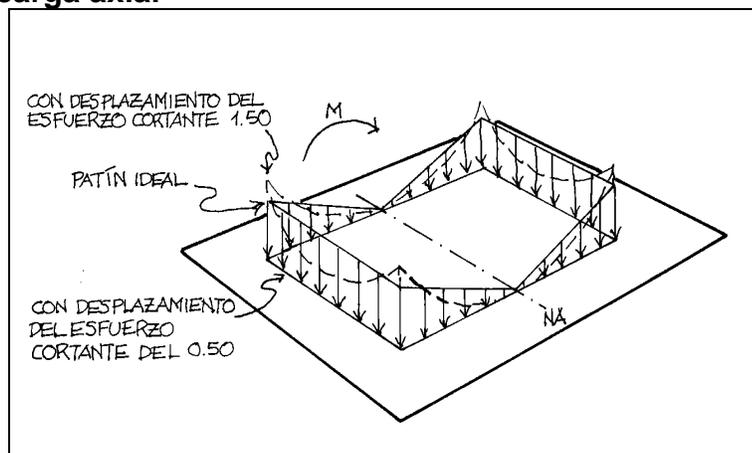
5.3 Sistemas tubulares

Los edificios de gran altura con más de 50 niveles se pueden diseñar mejor si se utilizan sistemas tubulares para resistir las fuerzas laterales. Esto dará al edificio mayor resistencia y rigidez en comparación tanto con el sistema de muro resistente al cortante como con el de marco rígido. Mediante el uso eficaz del material de cubiertas verticales, se obtiene un brazo de palanca máximo entre las fuerzas resistentes.

Una manera natural de construir un sistema tubular sería conectar los muros exteriores para formar una estructura tubular de conjunto. El tubo puede ser rectangular, circular o de cualquier otra forma regular. Los muros exteriores pueden tener aberturas para formar ventanas circulares o rectangulares. Si se desea tener marcos de ventanas rectangulares en el exterior del edificio de gran altura, éstos se pueden integrar en un diseño de marco-tubo empleando ya sea grandes vigas peraltadas para conectar las columnas estrechamente espaciadas, o bien grandes montantes de ventana. Sin embargo, debe observarse que cuando un sistema de marco-tubo se flexiona, como un voladizo vertical apoyado en la base, el efecto de dilatación del marco puede causar un desplazamiento de esfuerzo cortante significativo entre las columnas soportantes.

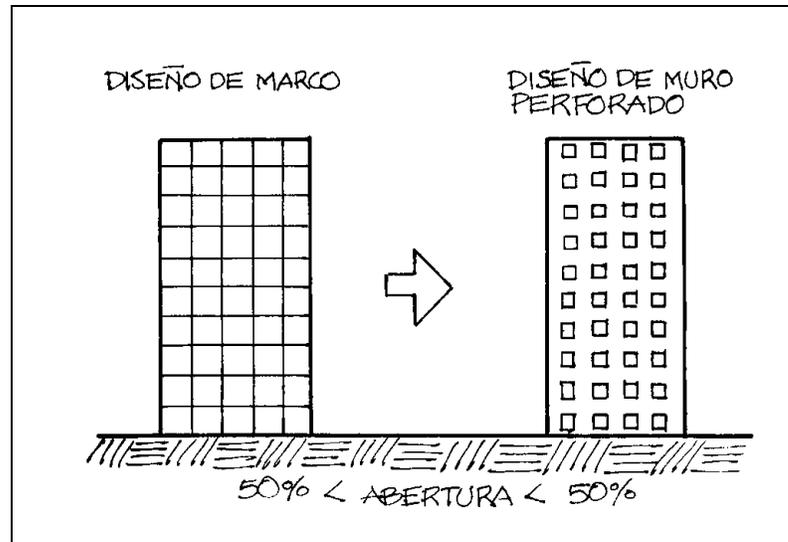
Por ello, la distribución de esfuerzos no debe ser lineal y las columnas lejanas del eje neutro se deben esforzar un poco más de lo que se podría esperar en un supuesto lineal, como se ve en la figura 59.

Figura 59. El desplazamiento del esfuerzo cortante reduce la efectividad de algunas columnas, si se compara con el idealizado debido a carga axial



El desplazamiento del cortante en un diseño tubular se puede analizar muy bien mediante modernos programas de computación; pero, para propósitos esquemáticos, en la figura se sugiere que el efecto sobre las columnas de esquina se puede estimar aproximadamente en 1.5 veces mayor que el indicado por el supuesto lineal. La objeción que existe para estos sistemas de tubo-marco es la necesidad de construir vigas peraltadas muy grandes. Por supuesto, cuando las vigas tienen tan gran peralte y las columnas son tan anchas que las aberturas resultan muy pequeñas, el sistema de marco-tubo se transformará en un muro tubular perforado (Figura 60).

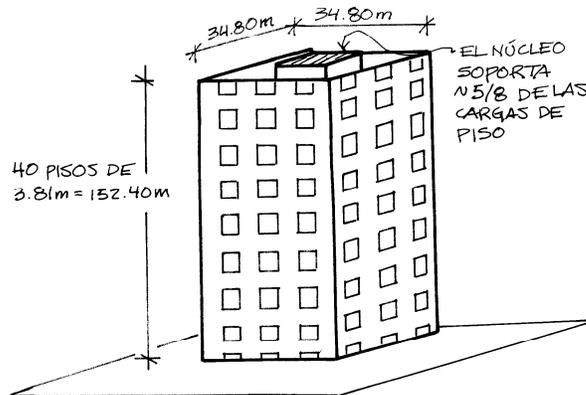
Figura 60. Acción tubular debido a la anchura de las columnas



Mediante el arrostramiento de las columnas exteriores disponiéndolas en forma tubular, éstas son muy eficaces para resistir fuerzas laterales, ya que se utiliza toda su extensión para darles resistencia al volteo y miembros de armadura eficientes en tensión directa en vez de flexión para dar resistencia al esfuerzo cortante. La forma y tamaño de las ventanas están determinados por la situación de las diagonales, pero permiten un porcentaje mayor de aberturas en comparación con los muros tubulares de concreto. También se puede hacer un diseño tubular armado o arriostrado de concreto; esto se logra cerrando ciertos paneles en diferentes niveles, de tal manera que éstos queden sobre un eje inclinado y formen un miembro inclinado de la armadura. Aparentemente, esta puede ser una solución económica para edificios de concreto de gran altura.

5.3.1 Ejemplo del diseño básico de un edificio de sistema tubular

En un edificio de concreto reforzado, de 40 pisos, sus muros exteriores se utilizan para soportar $\frac{3}{8}$ de las cargas de piso y resistir las fuerzas de viento. Su ancho es de 34.80 metros como se muestra en la figura y sus muros tienen 0.20 metros de espesor, con aberturas de ventanas de más o menos el 50% de la superficie. Se requiere investigar la resistencia de los muros para una carga de viento de 0.40 Ton/m^2 . Se conoce que la inercia del edificio es de $122.22 \text{E}3 \text{ m}^4$



Solución: La fuerza de viento por metro de altura del edificio es

$$F_v = 0.40 \text{ Ton/m}^2 * 34.80$$

$$F_v = 13.92 \text{ Ton/m}$$

El momento de volteo en la base del edificio es

$$M_{\text{BASE}} = \frac{wl^2}{2} = \frac{13.92 * 152.4^2}{2}$$

$$M_{\text{BASE}} = 161,651.29 \text{ Ton-m}$$

Se conoce que la inercia del edificio es $I = 122.22E3 \text{ m}^4$

El esfuerzo de tensión o compresión en las fibras más alejadas es

$$f = \frac{Mc}{I}$$

$$f = 161,651.29 * \frac{34.80/2}{122.22E3}$$

$$f = 23.01 \text{ Ton/m}^2$$

Ahora se calculará la carga vertical aproximada sobre los muros. El promedio del muro es de más o menos 0.131 Ton/m^2 de superficie de muro (incluyendo el efecto de las aberturas de ventanas), por lo tanto, su peso en la base por metro de perímetro de muro es

$$W_{\text{muro}} = 0.131 * 152.40$$

$$W_{\text{muro}} = 20 \text{ Ton}$$

El peso muerto de los pisos, suponiendo un área tributaria de piso de 1.40 metros cuadrados por metro de perímetro del muro, y una carga muerta promedio de 0.65 Ton/m^2 , es

$$W_{\text{muerto}} = 1.40 * 0.65 * 40$$

$$W_{\text{muerto}} = 36.40 \text{ Ton}$$

Por lo tanto, el peso muerto total sobre la base del muro es

$$W_{\text{total cm}} = 20.00 + 36.40$$

$$W_{\text{total cm}} = 56.40 \text{ Ton}$$

Así, el esfuerzo mínimo y máximo por metro de muro es el siguiente

$$\sigma_{\text{min}} = 56.40 + 23.01 = 79.41 \text{ Ton Compresión}$$

$$\sigma_{\text{max}} = 56.40 - 23.01 = 33.39 \text{ Ton Compresión}$$

Esto indica que no habrá tensión bajo carga de viento y el espesor del muro estará determinado por el esfuerzo de la compresión.

Puesto que sólo 50% del área es efectiva a través de las aberturas de las ventanas, el muro de 0.20 metros tiene un área efectiva de concreto de $0.10 * 0.20 = 0.02 \text{ m}^2$ por metro lineal, es decir perimetral.

El esfuerzo unitario de compresión promedio esta determinado como

$$\sigma_{\text{unit}} = \frac{79.41}{0.02}$$

$$\sigma_{\text{unit}} = 3970.5 \text{ Ton/m}^2$$

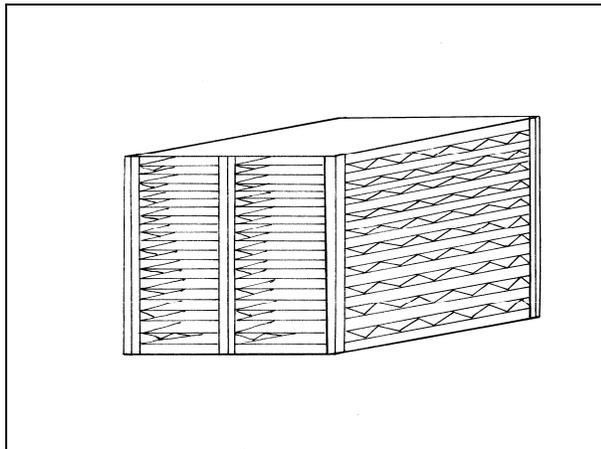
Esto indica que el espesor de 0.20 metros no es suficiente para la base y se tiene que aumentar.

5.4 Sistemas especiales

Aunque los tres sistemas anteriores (muros resistentes al cortante, marcos rígidos y tubulares) son quizá los de uso más común para edificios, es posible que surjan de otros sistemas denominados especiales o combinados.

Para edificios que requieren grandes claros, a menudo es conveniente usar distribuciones de armadura alternada o de muro, como se ilustra en la figura 61.

Figura 61. Esquema de un sistema que permite dejar grandes claros

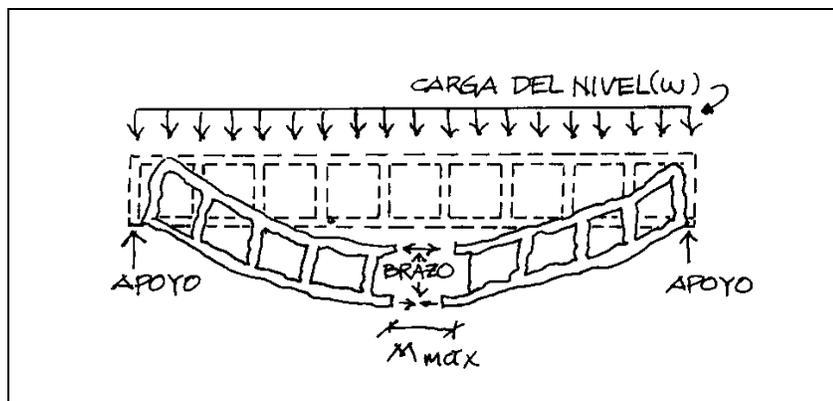


La distribución alternada se concibió inicialmente para construir con armaduras de acero. Mediante armaduras de gran peralte que conectan y soportan dos pisos, pero alternadas verticalmente, se pueden lograr grandes claros para edificios de mediana y gran altura. En un edificio alto y de grandes claros, las columnas exteriores soportarán muchos niveles de carga que por lo común son muy pesados. Por tanto, son capaces de absorber momentos flexionantes de magnitud considerable.

Debido a que la armadura alternada puede servir como conexión muy rígida entre estas columnas exteriores pesadas, también pueden proporcionar resistencia, así como rigidez, adicionales. Esto es porque, aun cuando las armaduras están alternadas, las columnas no tendrán que soportar el esfuerzo cortante del piso. Las armaduras resisten esencialmente el esfuerzo cortante porque están ligadas mediante la acción de diafragma de los planos de los pisos. Sin embargo, debe observarse que los sistemas alternados absorberán la fuerza lateral en dirección de la armadura, pero no perpendicularmente a éstas, a menos que se empleen también armaduras laterales.

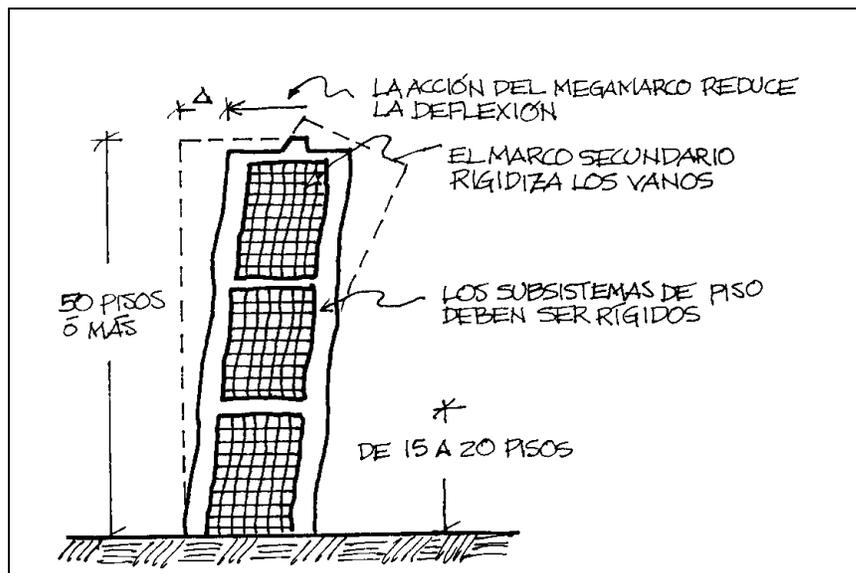
Asimismo, para la construcción en concreto se puede emplear un sistema de distribuciones de pisos alternados. En lugar de las armaduras diagonales, se tendrán los muros actuando como vigas de gran peralte, o posiblemente como armaduras vierendeel (Figura 62). Estos muros se pueden reforzar, o se pueden postensar con tendones plegados en los muros (o en las cuerdas de la armadura). Es evidente que esto puede constituir una distribución económica y funcional excesiva.

Figura 62. Armadura vierendeel



Cuando los edificios son de más de 60 niveles o más, es más conveniente investigar el uso de súper marcos o mega estructuras; es decir, mega marcos. Ello permite usar vigas muy grandes o armaduras espaciales conectadas a columnas exteriores muy grandes para dar acción de mega marcos rígidos sobre 15 ó 20 niveles como se muestra en la figura 63. El mega marco se puede rellenar con un marco secundario mucho más ligero.

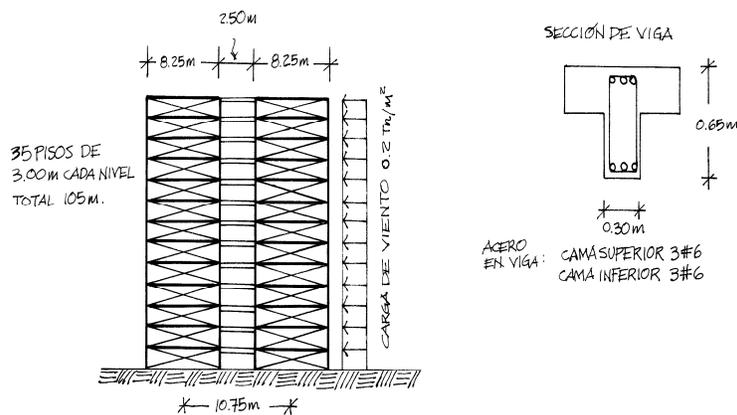
Figura 63. Estructura de mega marco



5.5 Problemas propuestos

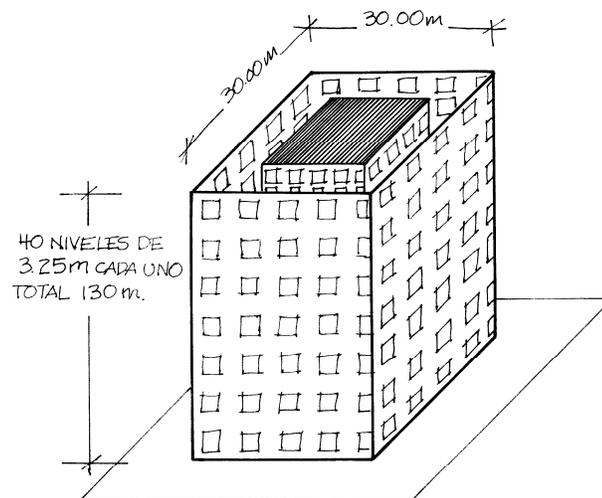
Problema 1

Según se ilustra en la figura un edificio de 35 niveles, con aberturas a través de los corredores de cada nivel, mediante su configuración los medios muros están conectados solamente por vigas sobre los corredores. Estos muros están espaciados a 8.00 metros de centro a centro y se diseñarán para resistir un efecto de viento de 0.20 Ton/m^2 sobre el edificio. Las vigas de conexión tienen 2.50 m de largo y están limitadas a 0.65m de peralte por 0.30 de ancho. Determine si las vigas son adecuadas para la estructura.



Problema 2

Investigar si la resistencia de los muros exteriores es suficiente para una carga de viento de 0.25 Ton/m^2 para un edificio de concreto reforzado de 40 niveles si sus muros exteriores se utilizan para soportar el 50% de las cargas de piso y resistir las fuerzas de viento. Su ancho es de 30.00 metros como se muestra en la figura y sus muros tienen 0.20 metros de espesor. Se debe considerar la inercia del edificio como $135E3\text{m}^4$.



CONCLUSIONES

1. El éxito en el diseño de un sistema estructural está basado en la habilidad para idear un sistema estructural que conduzca las cargas y las fuerzas ejercidas a la estructura hacia el suelo, a través de una forma que exija un mínimo de material y de la manera más fluida posible.
2. La evolución de los sistemas estructurales se debe a la tecnificación y desarrollo de nuevos materiales estructurales, capaces de soportar las cargas a que deben estar sometidos los elementos de los nuevos sistemas.
3. Los sistemas triangulares son ensambles triangulares que distribuyen las cargas a los soportes a través de una combinación de miembros conectados por juntas articuladas configuradas en forma triangular de manera que idealmente todos estén en compresión o tensión pura; es decir, sin flexión o cortante, y todas las fuerzas de empuje se descomponen internamente.
4. La diferencia entre las armaduras planas y armaduras tridimensionales es que las primeras en mención tienen todos sus miembros en un solo plano, mientras que las armaduras tridimensionales salvan claros en dos direcciones.
5. La altura de la flecha de una estructura funicular determina el esfuerzo horizontal interno que se genera; es decir, cuanto menor es la flecha mayor es el esfuerzo.

6. En los arcos rígidos no permite rotación en los apoyos extremos lo que introduce flexión como resultado de cualquier pandeo, así como dilatación térmica. Por tal razón, se introducen articulaciones para controlar la flexión debida al pandeo y la dilatación térmica.
7. En los sistemas laminares las cargas actuantes son conducidas a través de una superficie con determinada forma, suministrando a este sistema poco peso y espesor.
8. Los sistemas laminares plegadas son de superficie plana doblada que transfiere las cargas a los soportes principalmente por tensión, compresión y cortante, con la flexión presente sólo entre los dobleces en la superficie del plano.
9. Los sistemas laminares cilíndricos con longitud larga tienen las dimensiones más largas en planta en esa dirección. Éstos típicamente están soportados en las esquinas y se comportan como vigas largas en la dirección longitudinal. Como resultado los esfuerzos en la lámina se parecen a los esfuerzos de flexión en una viga; la parte de arriba está en compresión a lo largo de toda su longitud, mientras que la parte inferior esta a tensión.
10. Los domos son sistemas de membrana que poseen superficies de revolución creadas girando una línea curva alrededor de un eje. Las líneas de arco conocidas como meridianos son las secciones verticales alrededor de un domo. Bajo la acción de carga uniforme un domo está en compresión a lo largo de los meridianos en todas partes. En un domo porque las líneas de arco son semicirculares, hay una tendencia del domo a ser estable en la parte superior pero a pandearse hacia arriba en

la parte inferior, por tal razón al flexionarse la sección debe de entrar en acción el mecanismo de anillos para contrarrestar dichos esfuerzos.

11. Los esfuerzos en los paraboloides hiperbólicos se relacionan con la dirección de curvatura. Los esfuerzos de compresión siguen la curvatura convexa; es decir, la acción de arco, mientras que los esfuerzos de tensión siguen la curvatura cóncava, es decir la acción de suspensión.

12. En los sistemas verticales las cargas se transmiten por gravedad acumulada de un piso a otro y, por tanto, requieren mayores secciones de columnas e incrementar espesor en los muros de los primeros niveles. Razón por la cual hay tres sistemas constructivos para realizarlos siendo el sistema de muros resistentes al cortante, sistema de marco rígido y sistemas tubulares.

RECOMENDACIONES

1. Proveer de guías de estudio a los cursos dentro de la carrera de ingeniería civil, pues cumplen con el doble propósito de proveer una herramienta al catedrático que imparte la materia, y ser la fuente de referencia para el estudiantado en general.
2. Utilizar esta guía en el desarrollo del curso Tipología Estructural.
3. En todo sistema estructural que se realice, es preciso enfatizar en las cargas de diseño, tomando en cuenta los códigos y normas de diseño específicas que apliquen a un proyecto en particular.

BIBLIOGRAFÍA

1. Beer Ferdinand P. E. Russell Johnston, **Mecánica vectorial para ingenieros**, Estados Unidos, editorial Mc Graw Hill, 1992.
2. Cardelach Félix, **Filosofía de las estructuras**, Madrid España, editorial eta, 1970.
3. Dardón Lemus, Alvaro Federico. Análisis tridimensional de estructuras, tesis de graduación de ingeniería civil, Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala 1994.
4. Emco, Cubiertas Laminares, **Sistemas constructivos**, Guatemala: Folleto Informativo, 1994.
5. Escobar Jorge R., **Introducción a la tipología estructural**, Guatemala: editorial universitaria, 1985
6. Francis A.J., **Introducción a las estructuras para arquitectos e ingenieros**, Estados Unidos: editorial limusa, 1984.
7. Hernández Lucas Jorge Luis, Análisis de armaduras tridimensionales, tesis de graduación de ingeniería civil, Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala marzo de 1992.
8. Moore Fuller, **Comprensión de las estructuras en arquitectura**. Estados Unidos: editorial Mc Graw Hill, 2000.
9. Paredes Ruíz, Paola Anaitte, Guía teórica y práctica del curso de Diseño Estructural, tesis de graduación de ingeniería civil, Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala 1996.

10. Piralla Meli, Diseño Estructural. Mexico: editorial limusa, 2002.

11. Salvadori Mario & Robert Heller, **Estructuras para arquitectos**. Argentina: editorial la isla buenos aires,1978.

12. White Gergely y Sexmith, **Introducción a los conceptos de análisis y diseño**. Vol 1. Estados Unidos: editorial limusa, 1976.

13. White Gergely y Sexmith, **Comportamiento de los miembros y sistemas**. Estados Unidos: editorial limusa, 1980.

ANEXOS

PROGRAMA DEL CURSO



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERIA
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL

Nombre del curso: Tipología Estructural
Código del curso: 307
Catedrático: Ing. Ronald E. Galindo C.
Horario: Martes y Jueves de 19:00 a 20:40 hrs.
Salón: 214

OBJETIVOS

Proporcionar al estudiante un concepto básico de los elementos estructurales desde el punto de vista cualitativo.

Que el estudiante tenga la base para poder comprender como se comportan los miembros estructurales con determinado tipo de carga.

CONTENIDO DEL CURSO:

TEMA I: Introducción

- Conceptos Básicos.
- Definición de Tipología Estructural.

TEMA II: Sistemas Estructurales

Definición de los Sistemas Estructurales.
Clasificación de los Sistemas Estructurales.

TEMA III: Comportamiento Estructural

- Estructuras Triangulares
Armaduras Simples
Armaduras Espaciales
- Estructuras Funiculares
Sistema de Arco
Sistema de Cables
- Estructuras Laminares
Laminas Plegadas
Laminas Esféricas
- Estructuras Verticales
Sistema de Muros de Corte
Sistema de Marcos Rígidos
Sistema Tubular

NOTA IMPORTANTE:

Los exámenes parciales se programan en clase con una semana de anticipación como mínimo.

Las tareas entregadas tarde, tendrán una penalización de 10 puntos por día.