



Universidad de San Carlos de Guatemala  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Civil

## **CALIBRACIÓN DE VERTEDEROS DE PARED DELGADA PARA PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES**

**Luis Eduardo Portillo España**

Asesorado por el Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza

Guatemala, enero de 2012

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**CALIBRACIÓN DE VERTEDEROS DE PARED DELGADA PARA  
PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

**LUIS EDUARDO PORTILLO ESPAÑA**

ASESORADO POR EL ING. LUIS MANUEL SANDOVAL MENDOZA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

**INGENIERO CIVIL**

GUATEMALA, ENERO DE 2012

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA



**NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA**

DECANO	Ing. Murphy OlympoPaiz Recinos
VOCAL I	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
VOCAL II	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL III	Ing. Miguel Ángel Dávila Calderón
VOCAL IV	Br. Juan Carlos Molina Jiménez
VOCAL V	Br. Mario Maldonado Muralles
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

**TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO**

DECANO	Ing. Murphy OlympoPaiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Guillermo Francisco Melini Salguero
EXAMINADOR	Ing. Jeovany Rudaman Miranda Castañón
EXAMINADOR	Ing. Alan Geovani Cosillo Pinto
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

## **HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR**

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

### **CALIBRACIÓN DE VERTEDEROS DE PARED DELGADA PARA PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES**

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, con fecha enero de 2011.



Luis Eduardo Portillo España

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS  
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

Guatemala, 03 de Octubre de 2011

Ingeniero

Pedro Antonio Aguilar Polanco

Jefe del Departamento de Hidráulica

Facultad de Ingeniería

Después de revisar el trabajo de graduación del estudiante Luis Eduardo Portillo España, quien se identifica con carné No. 2007-14255, titulado CALIBRACIÓN DE VERTEDEROS DE PARED DELGADA PARA PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES, después de haber hecho las correcciones necesarias lo doy por aprobado y lo autorizo para continuar con el proceso correspondiente.

Sin otro particular, me despido atentamente.

*"ID y Enseñad a Todos"*

Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza

**LUIS M. SANDOVAL MENDOZA**  
**INGENIERO CIVIL**  
Colegiado No. 6496

Colegiado No. 6496



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
www.ingenieria-usac.edu.gt



Guatemala,  
19 de octubre de 2011

Ingeniero  
Hugo Leonel Montenegro Franco  
Director Escuela Ingeniería Civil  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de San Carlos

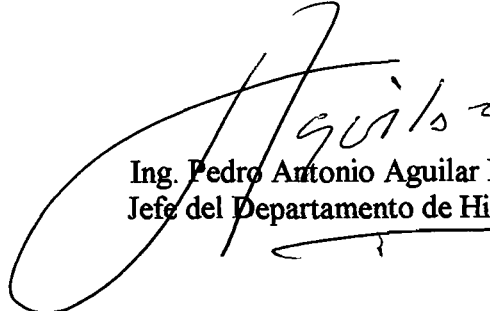
Estimado Ingeniero Montenegro.

Le informo que he revisado el trabajo de graduación **CALIBRACIÓN DE VERTEDEROS DE PARED DELGADA PARA PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES**, desarrollado por el estudiante de Ingeniería Civil Luis Eduardo Portillo España, quien contó con la asesoría del Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza.

Considero este trabajo está bien desarrollado y representa un aporte para el área y habiendo cumplido con los objetivos del referido trabajo doy mi aprobación al mismo solicitando darle el trámite respectivo.

Atentamente,

ID Y ENSEÑAD A TODOS

  
Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco  
Jefe del Departamento de Hidráulica



FACULTAD DE INGENIERIA  
DEPARTAMENTO  
DE  
HIDRAULICA  
USAC

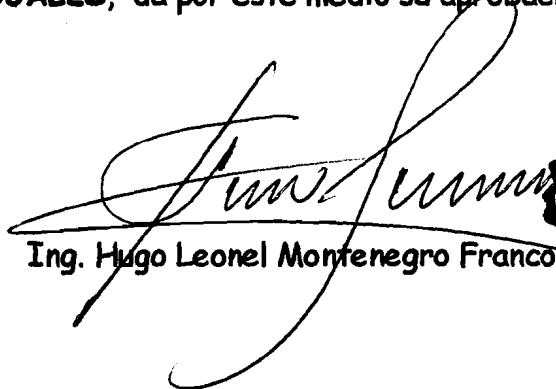
/bbdeb.



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
www.ingenieria-usac.edu.gt



El director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza y del Jefe del Departamento de Hidráulica, Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco, al trabajo de graduación del estudiante Luis Eduardo Portillo España, titulado **CALIBRACIÓN DE VERTEDEROS DE PARED DELGADA PARA PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES**, da por este medio su aprobación a dicho trabajo.

  
Ing. Hugo Leonel Montenegro Franco



Guatemala, enero de 2012.

/bbdeb.



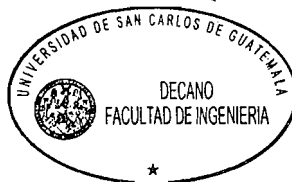
El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, al trabajo de graduación titulado: **CALIBRACIÓN DE VERTEDEROS DE PARED DELGADA PARA PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES**, presentado por el estudiante universitario **Luis Eduardo Portillo España**, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

A large, handwritten signature in black ink, appearing to read 'Murphy Olympo Paiz Recinos', written over a large, empty oval shape.

Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos  
Decano

Guatemala, enero de 2011



/cc



## **ACTO QUE DEDICO A:**

**Mis padres**

Eduardo Portillo Recinos  
Elsa Regina España Ruiz

**Mis hermanas**

Claudia Noemy, Regina Fernanda  
Portillo España

**Mi familia en general**

**Mis amigos y compañeros**

**La Facultad de Ingeniería**

**La Universidad de San  
Carlos de Guatemala**

## **AGRADECIMIENTOS A:**

<b>Dios</b>	Por darme el regalo de la vida.
<b>Mis padres</b>	Por apoyarme incondicionalmente en todo momento, brindarme cariño y comprensión en todas las etapas de mi vida.
<b>Mis hermanas</b>	Por todo el apoyo que me han brindado a lo largo de toda su vida.
<b>Mi familia en general</b>	Por ser una parte muy importante de mi vida.
<b>Luis Arturo Cifuentes</b>	Por su amistad, aprecio y apoyo a lo largo de todos estos años.
<b>Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza</b>	Por su amistad incondicional y el apoyo que me brindó al asesorarme en mi trabajo de graduación.
<b>Bienvenido García y Lester Luna</b>	Por su amistad incondicional y el apoyo que me brindaron en la realización de mi trabajo de graduación.

**Mis amigos**

Que sin hacer mención, saben de mi gratitud, amistad, aprecio y admiración.

**Universidad de San Carlos  
de Guatemala**

En especial a la Facultad de Ingeniería.

# ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES .....	I
LISTA DE SÍMBOLOS .....	IX
GLOSARIO .....	XI
RESUMEN .....	XIII
OBJETIVOS .....	XV
INTRODUCCIÓN .....	XVII
1. MEDICIÓN DE CAUDALES .....	1
1.1. Hidrometría .....	1
1.1.1. Definición .....	1
1.1.2. Medición del agua .....	1
1.2. Instrumentos de medición de flujo en canales abiertos .....	2
1.2.1. Método volumétrico .....	2
1.2.2. Método químico .....	3
1.2.3. Método velocidad-superficie .....	5
1.2.3.1. Aforos con molinete .....	5
1.2.3.2. Aforos con flotadores .....	8
1.2.4. Canal <i>Parshall</i> .....	11
1.2.5. Vertederos .....	12
2. VERTEDEROS .....	15
2.1. Definición de vertederos .....	15
2.1.1. Terminología .....	16
2.2. Clasificación de los vertederos .....	18
2.2.1. Vertederos de pared delgada .....	18

2.2.1.1.	Clasificación de los vertederos de pared delgada.....	20
2.2.1.1.1.	Rectangular .....	20
2.2.1.1.2.	Triangular .....	21
2.2.1.1.3.	Trapezoidal.....	22
2.2.1.1.4.	Tipo sutro .....	23
2.2.2.	Vertederos de pared gruesa .....	25
2.3.	Ecuaciones para el cálculo de caudal para distintas secciones geométricas de vertederos de pared delgada .....	25
2.3.1.	Ecuación general del gasto .....	29
2.3.2.	Vertedero rectangular .....	31
2.3.3.	Vertedero triangular .....	35
2.3.4.	Vertedero trapezoidal .....	36
2.3.5.	Vertedero proporcional .....	38
2.4.	Planta piloto para el tratamiento de las aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.....	41
3.	ENSAYO DE VERTEDEROS.....	45
3.1.	Diseño y construcción de vertederos de pared delgada para determinación de caudales .....	45
3.1.1.	Vertedero rectangular con dos contracciones .....	47
3.1.2.	Vertedero trapezoidal o <i>Cipolletti</i> .....	49
3.1.3.	Vertedero triangular .....	50
3.1.4.	Vertedero proporcional o sutro .....	52
3.2.	Calibración de los vertederos ensayados y determinación de las fórmulas experimentales .....	57
3.2.1.	Calibración de los vertederos rectangulares con dos contracciones y cálculo de las ecuaciones experimentales .....	57

3.2.1.1.	Ensayo para vertedero rectangular con crestade 50 centímetros.....	57
3.2.1.1.1.	Obtención de resultados .....	61
3.2.1.1.2.	Cálculo del caudal con la ecuación de Francis.....	65
3.2.1.2.	Ensayo para vertedero rectangular con crestade 40 centímetros.....	70
3.2.1.2.1.	Obtención de resultados .....	71
3.2.1.2.2.	Cálculo del caudal con la ecuación de Francis.....	74
3.2.2.	Calibración de vertederos trapezoidales ( <i>Cipolletti</i> ) con dos contracciones y cálculo de las ecuaciones experimentales .....	78
3.2.2.1.	Ensayo para vertedero trapezoidal con crestade 39 centímetros.....	78
3.2.2.1.1.	Obtención de resultados .....	79
3.2.2.1.2.	Cálculo del caudal con la ecuación de Francis.....	83
3.2.2.2.	Ensayo para vertedero trapezoidal con crestade 29 centímetros.....	87
3.2.2.2.1.	Obtención de resultados .....	88
3.2.2.2.2.	Cálculo del caudal con la ecuación de Francis.....	91
3.2.3.	Calibración de vertederos triangulares y cálculo de las ecuaciones experimentales .....	95

3.2.3.1.	Ensayo para vertederotriangular de 45° .....	96
3.2.3.1.1.	Obtención de resultados.....	100
3.2.3.1.2.	Cálculo del caudal con la fórmula general.....	104
3.2.3.2.	Ensayo para vertedero triangular de 90° .....	108
3.2.3.2.1.	Obtención de resultados.....	109
3.2.3.2.2.	Cálculo del caudal con la fórmula general.....	113
3.2.3.2.3.	Cálculo del caudal con la ecuación de Thomson .....	116
3.2.4.	Calibración de vertederos proporcionales y cálculo de las ecuaciones experimentales.....	120
3.2.4.1.	Ensayo para vertedero proporcional con $a = 10$ .....	120
3.2.4.1.1.	Obtención de resultados.....	121
3.2.4.1.2.	Cálculo del caudal mediante la fórmula general para vertederos proporcionales simétricos .....	125
3.2.4.2.	Ensayo para vertedero proporcional con $a = 20$ .....	131

	3.2.4.2.1.	Obtención de resultados .....	132
	3.2.4.2.2.	Cálculo del caudal mediante la fórmula general para vertederos proporcionales simétricos.....	136
3.3.		Descripción de la instalación en la planta piloto para el tratamiento de las aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa .....	142
3.4.		Aforo y determinación de la curva de descarga en la planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa .....	148
		CONCLUSIONES .....	151
		RECOMENDACIONES .....	153
		BIBLIOGRAFÍA.....	155



## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

### FIGURAS

1. Aforo volumétrico .....	3
2. Aforo químico .....	4
3. Molinete de hélice .....	6
4. Aforo con molinete .....	6
5. Sección de aforo .....	7
6. Aforo con flotador .....	11
7. Canal <i>Parshall</i> .....	12
8. Secciones de vertederos .....	13
9. Vertedero fabricado con mampostería sobre río Segura, Murcia España .....	16
10. Partes del vertedero .....	17
11. Perfil de vertedero en funcionamiento .....	17
12. Vertedero de pared delgada .....	19
13. Vertedero rectangular .....	21
14. Vertedero triangular .....	22
15. Vertedero trapezoidal .....	23
16. Vertedero tipo sutro .....	24
17. Vertedero de pared gruesa .....	25
18. Deducción de los perfiles de la napa sobre un vertedero de cresta delgada mediante el principio del proyectil .....	27
19. Detalles de la cresta de un vertedero .....	28
20. Perfil de vertedero .....	30
21. Geometría de vertedero .....	31

22.	Vertedero rectangular .....	32
23.	Vertedero rectangular con contracciones .....	33
24.	Vertedero triangular .....	35
25.	Vertedero trapezoidal.....	37
26.	Tipos de vertedero sutro .....	38
27.	Punto de instalación de vertederos .....	42
28.	Canal .....	45
29.	Equipo para ensayar vertederos pequeños .....	46
30.	Dimensiones internas del canal .....	46
31.	Dimensiones internas del equipo para vertederos pequeños (cm) .....	47
32.	Dimensiones de vertedero rectangular con dos contracciones con b = 50 (cm).....	47
33.	Dimensiones de vertedero rectangular con dos contracciones con b = 40 (cm).....	48
34.	Vertederos rectangulares fabricados .....	48
35.	Dimensiones de vertedero trapezoidal con dos contracciones con b = 39 (cm).....	49
36.	Dimensiones de vertedero trapezoidal con dos contracciones con b = 29 (cm).....	49
37.	Vertederos trapezoidales fabricados .....	50
38.	Dimensiones de vertedero triangular de 90°.....	51
39.	Dimensiones de vertedero triangular de 45° .....	51
40.	Vertederos triangulares fabricados .....	52
41.	Forma de la frontera inferior del vertedero sutro simétrico .....	53
42.	Dimensiones de vertedero proporcional con a = 10 (cm) .....	55
43.	Dimensiones de vertedero proporcional con a = 20 (cm).....	56
44.	Vertedero proporcionales fabricados .....	56
45.	Vertedero instalado.....	57
46.	Vertedero en funcionamiento .....	58

47.	Zona aireada bajo la lamina vertiente .....	58
48.	Toma de lecturas de carga H .....	59
49.	Depósito utilizado para aforo volumétrico .....	59
50.	Toma de volumen en el depósito .....	60
51.	Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H .....	63
52.	Curva de calibración.....	65
53.	Determinación del coeficiente de descarga.....	67
54.	Comparación de caudales.....	69
55.	Vertedero instalado .....	70
56.	Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H .....	72
57.	Curva de calibración.....	74
58.	Determinación de coeficiente de descarga .....	76
59.	Comparación de caudales.....	78
60.	Vertedero instalado .....	79
61.	Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H .....	81
62.	Curva de calibración.....	82
63.	Determinación de coeficiente de descarga .....	84
64.	Comparación de caudales.....	86
65.	Vertedero instalado .....	87
66.	Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H .....	89
67.	Curva de calibración.....	91
68.	Determinación de coeficiente de descarga .....	93
69.	Comparación de caudales.....	95
70.	Vertedero instalado .....	96
71.	Vertedero en funcionamiento .....	97
72.	Zona aireada bajo la lamina vertiente .....	97
73.	Toma de lecturas de carga H .....	98
74.	Depósito utilizado para aforo volumétrico .....	98
75.	Toma de volumen de depósito .....	99

76.	Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H.....	102
77.	Curva de calibración .....	103
78.	Determinación del coeficiente de descarga .....	105
79.	Comparación de caudales .....	107
80.	Vertedero en funcionamiento .....	108
81.	Zona aireada bajo la lamina vertiente .....	108
82.	Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H.....	111
83.	Curva de calibración .....	112
84.	Determinación del coeficiente de descarga .....	114
85.	Determinación del coeficiente de descarga .....	117
86.	Comparación de caudales .....	119
87.	Vertedero en funcionamiento .....	120
88.	Gráfica caudal observado y cargas H.....	123
89.	Recta de calibración .....	124
90.	Determinación del coeficiente de descarga .....	127
91.	Determinación del coeficiente de descarga .....	129
92.	Comparación de caudales .....	131
93.	Vertedero en funcionamiento .....	131
94.	Gráfica caudal observado y cargas H.....	134
95.	Recta de calibración .....	135
96.	Determinación del coeficiente de descarga .....	138
97.	Determinación del coeficiente de descarga .....	140
98.	Comparación de caudales .....	142
99.	Dimensiones de los vertederos instalados.....	143
100.	Desviación de caudal.....	144
101.	Limpieza de canal principal.....	144
102.	Vertedero instalado en canal principal .....	145
103.	Vertedero instalado en lagunas facultativas .....	145
104.	Limnímetros .....	146

105.	Vertederos en funcionamiento .....	147
106.	Curva de descarga de vertederos instalados en la planta de tratamiento .....	148

## TABLAS

I.	Valores de $\mu$ en la ecuación 23 para vertederos proporcionales.....	41
II.	Datos obtenidos ensayo de vertedero rectangular con dos contracciones .....	60
III.	Caudales observados.....	61
IV.	Logaritmo de caudales observados y de cargas .....	62
V.	Caudales observados y generados con la ecuación de calibración .....	64
VI.	Caudales observados y teóricos .....	67
VII.	Comparación de caudales teórico y corregido .....	68
VIII.	Comparación de caudales.....	69
IX.	Datos obtenidos ensayo de vertedero rectangular con dos contracciones .....	70
X.	Caudales observados.....	71
XI.	Logaritmo de caudales observados y de cargas .....	72
XII.	Caudales observados y generados con la ecuación de calibración .....	73
XIII.	Caudales observados y teóricos .....	75
XIV.	Comparación de caudales teórico y corregido .....	77
XV.	Comparación de caudales.....	77
XVI.	Datos obtenidos ensayo de vertedero trapezoidal .....	79
XVII.	Caudales observados.....	80
XVIII.	Logaritmo de caudales observados y de cargas .....	80

XIX.	Caudales observados y generados con la ecuación de calibración.....	82
XX.	Caudales observados y teóricos.....	84
XXI.	Comparación de caudales teórico y corregido.....	85
XXII.	Comparación de caudales.....	86
XXIII.	Datos obtenidos ensayo de vertedero trapezoidal.....	87
XXIV.	Caudales observados.....	88
XXV.	Logaritmo de caudales observados y de cargas.....	89
XXVI.	Caudales observados y generados con la ecuación de calibración.....	90
XXVII.	Caudales observados y teóricos.....	92
XXVIII.	Comparación de caudales teórico y corregido.....	94
XXIX.	Comparación de caudales.....	94
XXX.	Datos obtenidos ensayo de vertedero triangular de 45°.....	99
XXXI.	Caudales observados.....	100
XXXII.	Logaritmo de caudales observados y de cargas.....	101
XXXIII.	Caudales observados y generados con la ecuación de calibración.....	103
XXXIV.	Caudales observados y teóricos.....	105
XXXV.	Comparación de caudales teórico y corregido.....	106
XXXVI.	Comparación de caudales.....	107
XXXVII.	Datos obtenidos ensayo de vertedero triangular de 90°.....	109
XXXVIII.	Caudales observados.....	109
XXXIX.	Logaritmo de caudales observados y de cargas.....	110
XL.	Caudales observados y generados con la ecuación de calibración.....	112
XLI.	Caudales observados y teóricos.....	114
XLII.	Comparación de caudales teórico y corregido.....	115
XLIII.	Caudales observados y teóricos.....	117

XLIV.	Comparación de caudales teórico y corregido .....	118
XLV.	Comparación de caudales.....	119
XLVI.	Datos obtenidos ensayo de vertedero proporcional .....	120
XLVII.	Caudales observados.....	121
XLVIII.	Datos observados .....	122
XLIX.	Caudales observados y generados con la ecuación propia .....	124
L.	Caudales observados y teóricos .....	126
LI.	Comparación de caudales teórico y corregido .....	127
LII.	Comparación de caudales teórico corregido y Sotelo .....	128
LIII.	Comparación de caudales Sotelo y Sotelo corregido.....	130
LIV.	Comparación de caudales.....	130
LV.	Datos obtenidos ensayo de vertedero proporcional .....	132
LVI.	Caudales observados.....	132
LVII.	Datos observados .....	133
LVIII.	Caudales observados y generados con la ecuación propia .....	135
LIX.	Caudales observados y teóricos .....	136
LX.	Comparación de caudales teórico y corregido .....	138
LXI.	Comparación de caudales teórico corregido y Sotelo .....	139
LXII.	Comparación de caudales Sotelo y Sotelo corregido.....	141
LXIII.	Comparación de caudales.....	141
LXIV.	Variación del caudal en función del tirante.....	149





## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
<b>g</b>	Aceleración de la gravedad
<b>H</b>	Altura de carga alcanzada por el agua
<b>B</b>	Ancho del canal de acceso al vertedero
<b><math>\theta</math></b>	Ángulo teta
<b>Q</b>	Caudal
<b>K</b>	Coeficiente
<b>Cd</b>	Coeficiente de descarga
<b>b</b>	Cresta o borde horizontal del vertedero
<b>dA</b>	Diferencial de área
<b>dQ</b>	Diferencial de caudal
<b>d</b>	Distancia aguas arriba del vertedero para efectuar lecturas de carga

<b>e</b>	Espesor del vertedero
<b>l</b>	Litro
<b><math>\mu</math></b>	Mu
<b>n</b>	Número de contracciones del vertedero
<b><math>\pi</math></b>	Pi
<b>s</b>	Segundo
<b>tan</b>	Tangente
<b>t</b>	Tiempo
<b>a</b>	Valor seleccionado de acuerdo a las dimensiones del canal y curvatura del vertedero
<b>v</b>	Velocidad
<b>V</b>	Volumen

## GLOSARIO

<b>Aforar</b>	Medir la cantidadde agua que lleva una corriente en una unidad de tiempo.
<b>Aforo</b>	Acción y efecto de aforar.
<b>Canal</b>	Es un conducto en el que el líquido fluye con una superficie sometida a la presión atmosférica.
<b>Caudal</b>	Volumen de agua que pasa por unidad de tiempo por una sección normal determinada de una corriente líquida.
<b>Contracción</b>	Disminución del área que experimenta la masa fluida, líquida o gaseosa, al salir por un orificio del recipiente en que está contenida.
<b>Corriente</b>	Movimiento de traslación continua y permanente o accidental de las aguas de un canal, río o del mar, en dirección determinada.
<b>Cresta</b>	Es el borde horizontal por donde fluye el agua.
<b>Dique</b>	Muro grueso que se construye para contener las aguas, para elevar su nivel o para desviar su curso.

<b>Fluido</b>	Sustancia que se deforma continuamente al ser sometida a esfuerzo de corte.
<b>Flujo</b>	Movimiento de un fluido.
<b>Napa</b>	Lámina de líquido.
<b>Vertedero</b>	Dispositivo utilizado para regular y medir caudales en cauces de ríos y canales abiertos.

## RESUMEN

Ante la importancia que representa para el estudiante de Ingeniería Civil el conocimiento y el adquirir criterio para la selección de un método de aforo en plantas de tratamiento de aguas residuales, se presenta este trabajo de graduación, en el cual se enfatiza el estudio del correcto funcionamiento de los vertederos de pared delgada de distintas secciones geométricas.

En este documento se detalla el principio de funcionamiento, diseño, construcción, instalación y el método de ensayo de vertederos de pared delgada en el laboratorio de Hidráulica. Contiene también una recopilación bibliográfica de los principios básicos de funcionamiento de los vertederos de pared delgada.

Además se presentan los métodos de corrección de las fórmulas teóricas que presentan algunos autores para la obtención de caudales, así como el método para encontrar las ecuaciones de calibración propias. Y se presenta la comparación de los resultados entre ambos métodos, para así poder obtener un mejor criterio sobre cuál utilizar.

Al finalizar se presenta la descripción de la instalación de dos vertederos de pared delgada en la planta para el tratamiento de aguas residuales de la Escuela Regional de Ingeniería Sanitaria y Recursos Hidráulicos “Ing. Arturo Pazos Sosa”, así como la curva de calibración de dichos vertederos.



# OBJETIVOS

## General

Elaborar y analizar el comportamiento de vertederos de pared delgada de distintas secciones geométricas y calibrarlos para ser instalados en la planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.

## Específicos

1. Comparar caudales obtenidos en las ecuaciones teóricas con los calculados de forma práctica, con la realización de ensayos en el laboratorio de hidráulica.
2. Contar con vertederos que puedan instalarse en plantas de tratamiento y que brinden el caudal con adecuada precisión.
3. Determinar el tipo de sección de vertedero más recomendable, según el caudal que circule por la sección de aforo así como los sedimentos que lleva.
4. Que el estudiante adquiera los conocimientos de estos medidores de flujo para poder utilizarlos de forma adecuada como profesional de la Ingeniería Civil.





## INTRODUCCIÓN

En Ingeniería Hidráulica existen dispositivos que se utilizan para medir el caudal de corrientes naturales y artificiales, tanto para uso del ser humano (dotación) como veterinario (alimentación) y de agricultura (riego). Los más importantes de estos instrumentos son los vertederos. Los vertederos suelen utilizarse para regular el caudal en ríos y canales abiertos, dado que es posible la estimación del caudal conociendo la relación entre el nivel del agua antes del vertedero y en la descarga del mismo.

Una de las aplicaciones de mayor importancia de los vertederos es en plantas de tratamiento de aguas residuales, en donde se suelen utilizar para determinar con cierta precisión los caudales, tanto de ingreso como de egreso, razón por la cual resulta importante el aprendizaje de la construcción, uso, manejo y funcionamiento de este tipo de dispositivos para el control y manejo de recursos hídricos.

Este trabajo contiene una recopilación bibliográfica de los principios básicos de funcionamiento de los vertederos de pared delgada, que son estructuras que sirven para medir el caudal en función de la carga. También se detalla el principio de funcionamiento, diseño, construcción, instalación y método de ensayo de vertederos de pared delgada en el laboratorio de Hidráulica, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala. Con el fin de generar un documento que sirva de apoyo en el tema de diseño, construcción y calibración de vertederos de pared delgada y proporcionar una aplicación de los mismos, en este caso en una planta de tratamiento de aguas residuales.



# **1. MEDICIÓN DE CAUDALES**

## **1.1. Hidrometría**

### **1.1.1. Definición**

La Hidrometría es una de las partes más importantes de la Hidráulica, porque se encarga de medir, registrar, calcular y analizar los volúmenes de agua, ya sean estos los que corren en un riachuelo o en un río, los que pasan por una tubería, los que se producen en un pozo, los que llegan o salen de una planta de tratamiento, los que se consumen en una ciudad, industria o residencia, etc., en un tiempo dado.

La función principal de la Hidrometría es proveer de datos oportunos y veraces, que una vez procesados proporcionen información adecuada para lograr una mayor eficiencia en la programación, ejecución y evaluación del manejo del agua.

### **1.1.2. Medición del agua**

Es la cuantificación del caudal que pasa por la sección transversal de un río, canal o tubería. También se le conoce como aforo.

La medición del agua resulta de la necesidad humana de brindar mayor control sobre su uso y distribución. Dicha medición se realiza a través de medidores de flujo, los cuales son dispositivos que utilizan diferentes principios mecánicos o físicos para permitir que un flujo de agua pueda ser cuantificado.

## 1.2. Instrumentos de medición de flujo en canales abiertos

Existen varios métodos de aforo en canales abiertos, dentro de los cuales se encuentran:

- Método volumétrico
- Método químico
- Método velocidad-superficie
- Canal *parshall*
- Vertederos

### 1.2.1. Método volumétrico

Este método se emplea, por lo general, para medir pequeños caudales de agua. Para ello es necesario contar con un depósito de volumen conocido para coleccionar el agua, anotando el tiempo que demore en llenarse. El caudal se obtiene al dividir el volumen de agua que colecciona el recipiente entre el tiempo que tome coleccionar dicho volumen.

$$Q = \frac{v}{t}$$

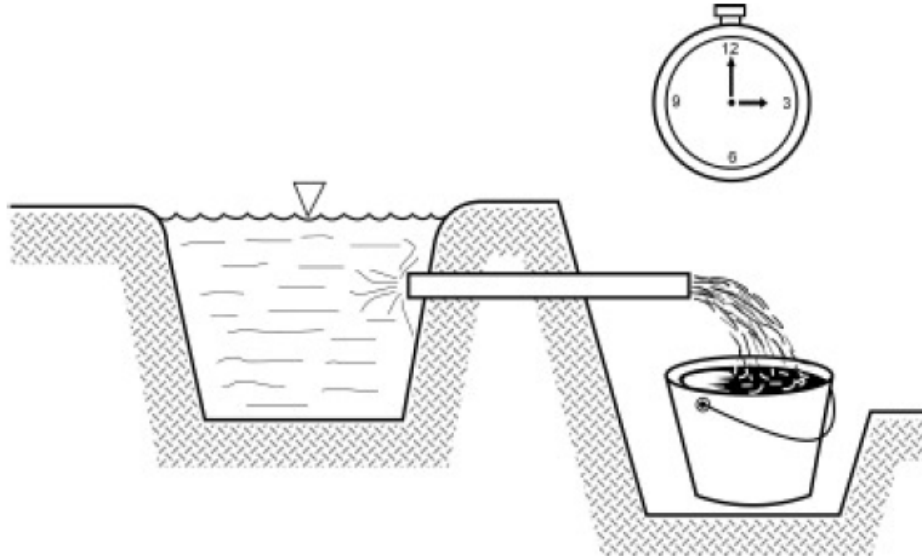
Dónde:

Q = Caudal (l/s)

V = Volumen (l)

t = Tiempo (s)

Figura 1. **Aforo volumétrico**



Fuente: Lux, Manuel. Medidores de flujo en canales abiertos. p. 3.

### 1.2.2. **Método químico**

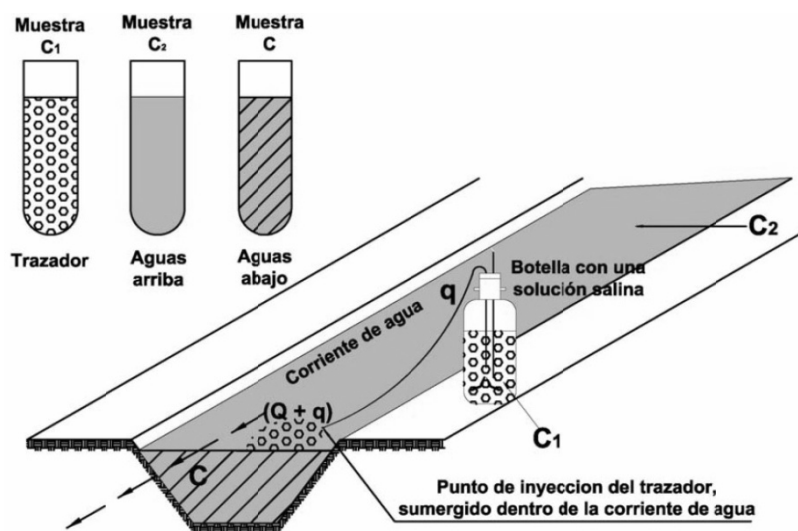
Este método consiste en hallar el caudal introduciendo en proporción conocida una sustancia química en el agua de la corriente y determinando la cantidad de dicha sustancia que contiene ésta, en una sección situada suficientemente lejos aguas abajo, para asegurar su mezcla perfecta con el agua. La sal común es la sustancia empleada comúnmente; por conveniencia se disuelve la sal en agua antes de introducirla en la corriente.

El procedimiento a seguir para aforar por este método es el siguiente:

- Tomar una muestra de agua de la corriente a aforar, y mediante análisis de laboratorio determinar la concentración ( $c_2$ ) de la sustancia química que se utilizará para el aforo.

- Preparar una solución de concentración ( $c_1$ ) conocida.
- En un punto turbulento del río, inyectar el caudal ( $q$ ) de la solución.
- Aguas abajo del punto de inyección, después que se haya producido una buena mezcla, tomar una muestra de agua y mediante análisis de laboratorio determinar la concentración de ( $c$ ) resultante.

Figura 2. Aforo químico



Fuente: [www.cuevadelcivil.blogspot.com](http://www.cuevadelcivil.blogspot.com).20/05/2011.

### **1.2.3. Método velocidad-superficie**

En corrientes grandes, las estructuras de medición resultan costosas. Éstas se reemplazan con procedimientos, en donde la sección irregular del río se subdivide en subsecciones para determinar la velocidad media del flujo de cada una y mediante la ecuación de continuidad se determina el caudal de cada subsección. El caudal total  $Q$ , se determina mediante la sumatoria del caudal de todas las subsecciones.

La velocidad media  $v$ , de cada subsección, resulta de la medida puntual de la velocidad en puntos convenientes.

$$Q(m^3/s) = A(m^2) * V(m/s)$$

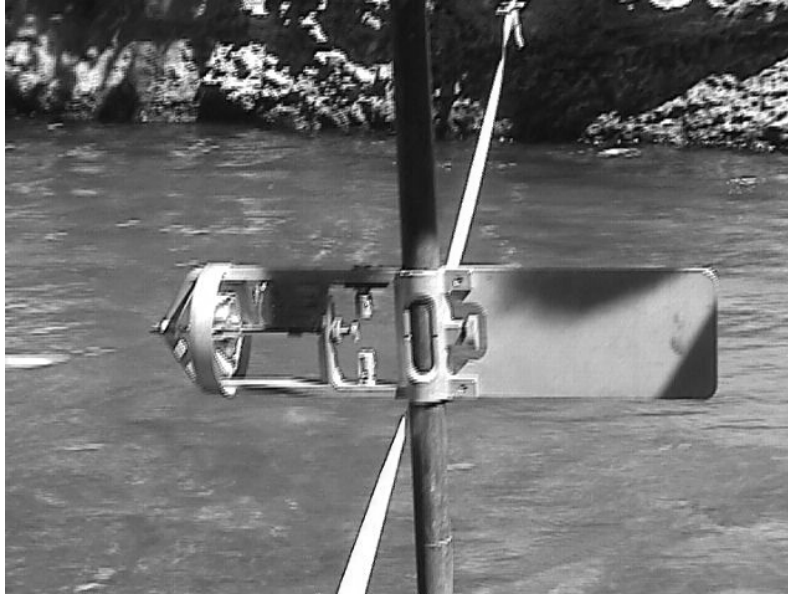
Los métodos más conocidos para el cálculo de la velocidad media son:

- Molinete
- Flotadores

#### **1.2.3.1. Aforos con molinete**

Hoy en día, el procedimiento más usado para determinar la velocidad del flujo en ríos o canales naturales es a través de molinetes. El principio de medida se basa en el registro del número de revoluciones por segundo de la hélice (fig. 3). La velocidad del flujo se determina mediante la fórmula propia del molinete, la cual es proporcionada por el fabricante.

Figura 3. **Molinete de hélice**



Fuente: Orozco, Elfego. Apuntes de Hidrología. p. 46.

Figura 4. **Aforo con molinete**



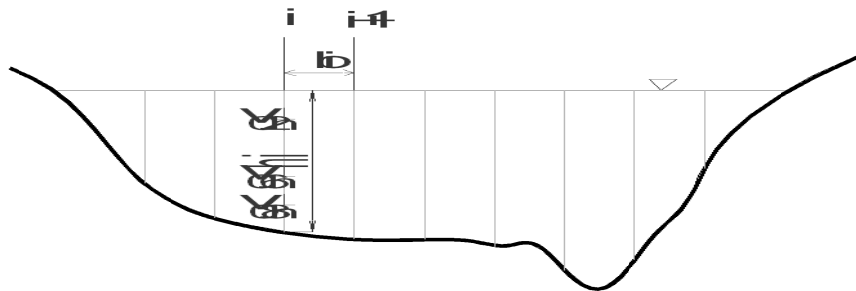
Fuente: Orozco, Elfego. Apuntes de Hidrología.p. 46.



El procedimiento para medir la velocidad media del flujo en una sección transversal del flujo es la siguiente:

- Medir el ancho del río
- Dividir el ancho del río en secciones parciales
- En cada sección parcial medir la profundidad del río
- Dependiendo de la profundidad del río, colocar el molinete a  $0,6H$  ó a  $0,8H$  y  $0,2H$ , donde  $H$  es la profundidad de la sección vertical, cuya referencia es el nivel libre del agua y tomar lecturas del número de revoluciones y tiempos, ver figura 5.

Figura 5. **Sección de aforo**



Fuente: Orozco, Elfego. Apuntes de Hidrología.p. 48.

El procedimiento para medir el caudal del río es el siguiente:

En cada punto, en donde se ubicó el molinete, calcular la velocidad con la ecuación propia del mismo.

Para calcular la velocidad media en cada sección parcial, se utiliza la siguiente fórmula:

$$V = V_{0,6H} \text{ ó } V = \frac{V_{0,2H} + V_{0,8H}}{2}$$

Para calcular el área de influencia de cada sección parcial:

$$A_i = \left( \frac{b_i + b_{i+1}}{2} \right) * h_i$$

Para calcular el caudal que pasa en cada sección parcial:

$$q_i = A_i * V_i$$

Finalmente, para calcular el caudal del río:

$$Q = \sum q_i$$

### **1.2.3.2. Aforos con flotadores**

A pesar de que muchos consideran que la medición de la velocidad del flujo mediante flotadores son poco confiables, estos dispositivos pueden dar buenos resultados, especialmente en ríos durante eventos de crecidas, donde el uso de molinete es problemático, debido a la carga de material flotante en la corriente, fuertes velocidades y aceleraciones locales, riesgo de pérdida del molinete, etc.

La medición de la velocidad del flujo con flotador incluye los pasos siguientes:

- Se establece un tramo de medición, el cual debe ser recto y de unos cien metros de longitud. El tramo de medición se demarca claramente en los márgenes del río con marcas visibles.
- El ancho de la sección superior, la cual debe ser perpendicular a la dirección del flujo, se subdivide en tantas distancias como sea posible. En ríos anchos puede ser entre 15 y 25. Esto para disminuir el error, ya que la fuente mayor de éste es la variación de la velocidad a lo largo de la sección transversal.
- En cada punto de medición se coloca un flotador con un cuerpo de resistencia colocado a una profundidad de  $0,6H$ .
- El flotador se lanza al río a una distancia de unos 10 metros aguas arriba del extremo superior del tramo de medición, para que el flotador se ajuste a la velocidad del flujo.
- Se registra el tiempo, con cronómetro, que el flotador toma para viajar el tramo de medición (entre sección 1 y sección 2). Si se dispone del auxilio de una lancha, la medición de la velocidad en cada sección longitudinal se hace con un solo flotador y por un solo observador, ya que el flotador se puede recuperar. Mientras que si no se dispone de la lancha, se pueden lanzar varios flotadores simultáneamente, por lo que se necesitan varios observadores. La recuperación de los flotadores puede ser difícil.

La velocidad media de la sección transversal se obtiene del promedio de todas las mediciones, los cuales se multiplican por un factor de corrección  $w_0$ . Este factor considera la relación entre la profundidad del flotador y la profundidad total del agua. Cuando se usan flotadores superficiales,  $w_0$  varía entre 0,75 a 0,85 para corrientes de poca profundidad y 0,90 a 0,96 para corrientes profundas y secciones regulares con velocidades del flujo superiores a 2 metros por segundo. Cuando se usan flotadores con cuerpos de resistencia colocados a 0,6h,  $w_0$  es 1,0.

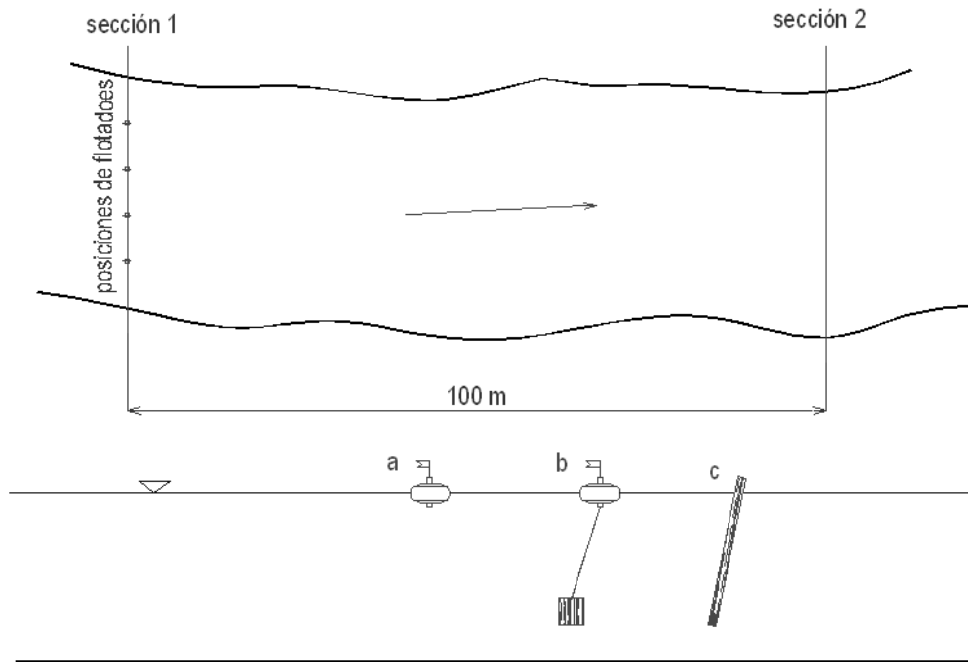
El caudal total se determina sumando el caudal de la sección de influencia de cada sección longitudinal de medida

$$Q = \sum_{i=1}^{N-1} V_i \left( \frac{As_i + Ai_i}{2} \right)$$

$As_i$  y  $Ai_i$  representan, respectivamente la sección hidráulica superior e inferior del tramo de medición. Estas áreas se determinan de la misma manera como el método de promedio de anchos. Para tramos de medición uniformes, las dos áreas anteriores son, prácticamente, iguales.

En la figura 6 se muestra el esquema de la medición de la velocidad del flujo mediante flotadores. Arriba disposición de los flotadores en la sección de aforo (planta). Abajo perfil del tramo del río y tipos de flotadores: a) flotador superficial, b) flotador con cuerpo de resistencia y c) flotador tipo varilla.

Figura 6. **Aforo con flotador**



Fuente: Orozco, Elfego. Apuntes de Hidrología.p. 50.

#### 1.2.4. Canal *Parshall*

El canal *Parshall* o también llamado medidor *Parshall*, es una estructura hidráulica que permite medir la cantidad de agua que pasa por una sección de un canal determinado.

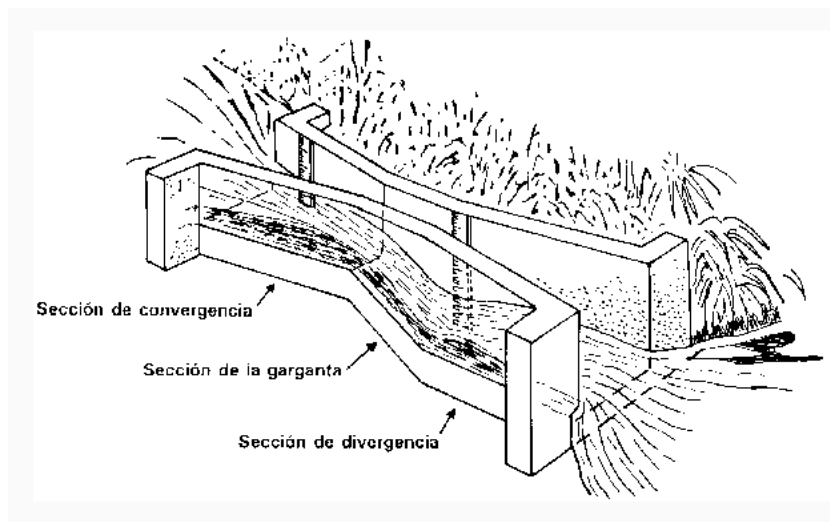
Fue creado teniendo como objetivo principal la irrigación. Los de menor tamaño se usan para regular la descarga de agua distribuida a propiedades agrícolas y los de mayor tamaño se utilizan en grandes canales de riego.

Según experimentos y ensayos realizados utilizando canales *Parshall* se han obtenido ecuaciones para calcular el caudal de tipo potencial:

$$Q = KH^n$$

Donde los valores del coeficiente “K” y “n” se obtienen de tablas, y “H” es la carga del canal.

Figura 7. **Canal Parsahll**



Fuente: [www.fao.org](http://www.fao.org), 22/05/2011.

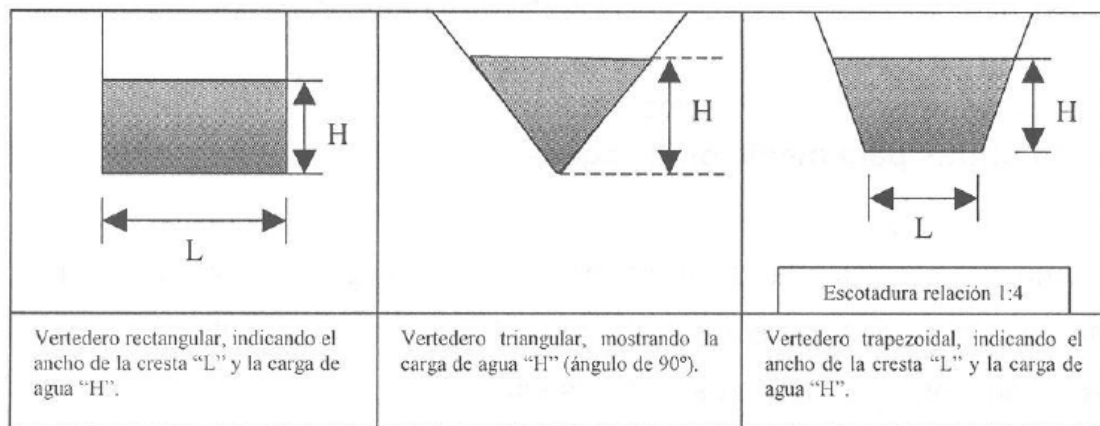
### 1.2.5. Vertederos

Sin duda alguna este método es el más sencillo y utilizado para medir el caudal de agua en canales abiertos. Puesto que son fáciles de fabricar y que para calcular el caudal simplemente es necesario conocer la carga de agua “H” que esté pasado por el vertedero en determinado momento y utilizar la ecuación que corresponda, según la sección del vertedero.

Esta altura se debe medir a una distancia, aguas arriba, tal que no sea afectada por la depresión de la superficie del agua que se produce al aproximarse a la cresta.

Según la forma a adoptar de acuerdo a la sección de la vena líquida que circule por él, los vertederos se clasifican en rectangulares, trapezoidales, triangulares, etc., ver figura 8. Este tema se ampliará en el siguiente capítulo.

Figura 8. Secciones de vertederos



Fuente: [www.inia.cl](http://www.inia.cl). 22/05/2011.





## **2. VERTEDEROS**

### **2.1. Definición de vertederos**

Los vertederos son estructuras que tienen aplicación muy extendida en todo tipo de sistemas hidráulicos y expresan una condición especial de movimiento no uniforme en un tramo con notoria diferencia de nivel.

Un vertedero es un dique o pared que intercepta una corriente de un líquido con superficie libre, causando una elevación del nivel del fluido aguas arriba de la misma. Los vertederos se emplean bien para controlar ese nivel, es decir, mantener un nivel aguas arriba que no exceda un valor límite, o bien para medir el caudal circulante por un canal. Como vertedero de medida, el caudal depende de la altura de la superficie libre del canal aguas arriba, además de depender de la geometría; por ello, un vertedero resulta un medidor sencillo pero efectivo de caudal en canales abiertos.

Los vertederos pueden ser definidos como simples aberturas, sobre los cuales un líquido fluye. El término se aplica también a obstáculos en el paso de la corriente y a las excedencias de los embalses, ver figura 9.

Los vertederos son muy utilizados, intensiva y satisfactoriamente en la medición del caudal de pequeños cursos de agua y conductos libres, así como en el control del flujo en galerías y canales, razón por la cual su estudio es de gran importancia.

Figura 9. **Vertedero fabricado con mampostería sobre río Segura, Murcia España**

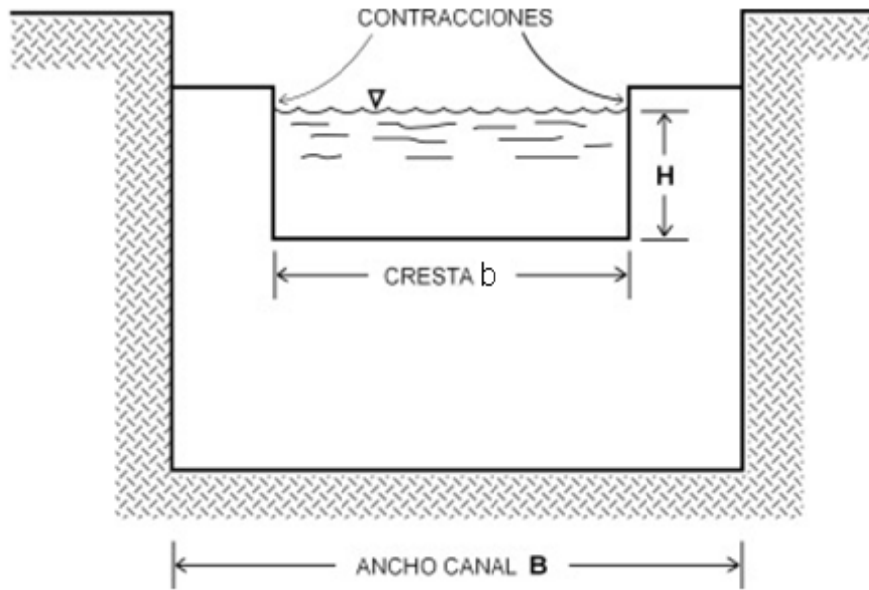


Fuente: [www.chsegura.es](http://www.chsegura.es).

### 2.1.1. Terminología

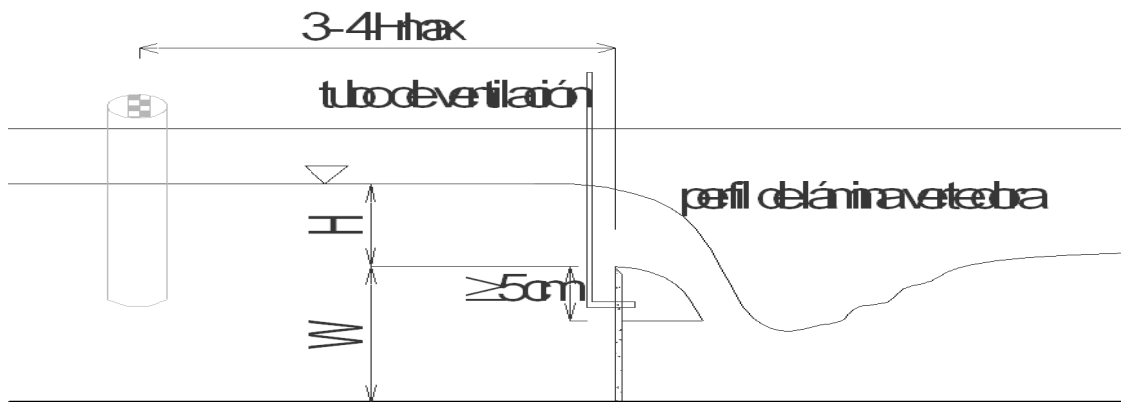
Cresta (b)	Se denomina al borde horizontal, también llamado umbral (figura 10).
Contracción	Lo constituyen los bordes o caras verticales (figura 10).
Carga (H)	Es la altura alcanzada por el agua a partir de la cresta del vertedero. Debido a la depresión de la lámina vertiente junto al vertedero, la carga H debe ser medida aguas arriba, a una distancia aproximadamente igual o superior a $4H$ (figura 11).
Ancho (B)	Ancho del canal de acceso al vertedero.

Figura 10. Partes del vertedero



Fuente: Lux, Manuel. Medidores de flujo en canales abiertos. p. 7.

Figura 11. Perfil de vertedero en funcionamiento



Fuente: Orozco, Elfego. Apuntes de Hidrología.p. 43.

## 2.2. Clasificación de los vertederos

Aceptando las más variadas formas y disposiciones, los vertederos presentan los más diversos comportamientos, siendo muchos los factores que pueden servir de base para su clasificación, entre éstos están:

- Forma:
  - Simples:                      rectangulares, triangulares, etc.
  - Compuestos:                contruidos por secciones combinadas como los tipo sutro.
  
- Espesor de la pared:
  - Vertedores de pared delgada:        la descarga se efectúa sobre una placa con perfil de cualquier forma, pero con arista aguda.
  - Vertedores de pared gruesa:        con  $e > 0,5H$ .
  
- Longitud de la cresta:
  - a) Vertedores sin contracciones laterales:         $b = B$
  - b) Vertedores con contracciones laterales:         $b < B$

### 2.2.1. Vertederos de pared delgada

También conocidos como vertederos de cresta delgada o pared aguda. Estos vertederos son contruidos de un ahoja de metal u otro material que pueda ser biselado y que permita que el chorro o manto salga libremente de la cresta del vertedero.

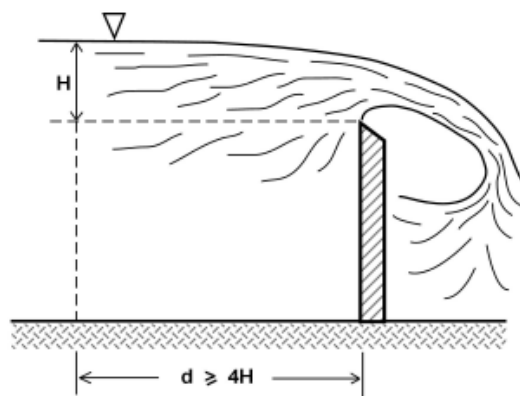
Los vertederos de cresta delgada sirven para medir caudales con muy buena precisión, siempre que estén bien instalados.

Debe haber una poza de amortiguación o un canal de acceso aguas arriba para calmar cualquier turbulencia y lograr que el agua se acerque al vertedero lenta y suavemente.

El vertedero debe tener el extremo agudo del lado aguas arriba para que la corriente fluya libremente y no se produzca una depresión, lo que causaría problemas en el modelo hidráulico.

El medidor de la altura de carga ( $H$ ) debe de ser instalado detrás de la escotadura, a una distancia mayor o igual a  $4H$  para que no se vea afectado por la curva de descenso del agua a medida que se acerca a la misma. El cero del medidor fija el nivel en el punto más bajo de la escotadura.

Figura 12. **Vertedero de pared delgada**



Fuente: Lux, Manuel. Medidores de flujo en canales abiertos. p. 9.

### 2.2.1.1. Clasificación de los vertederos de pared delgada

Existen diferentes tipos de vertederos según la forma geométrica que se obligue a adoptar a la sección de la vena líquida que circula por la escotadura, siendo los más comunes:

#### 2.2.1.1.1. Rectangular

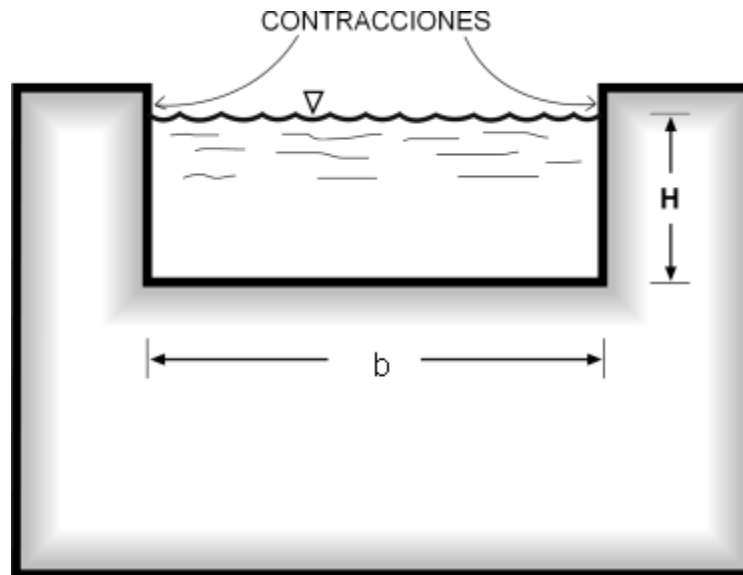
El vertedero rectangular es uno de los más sencillos para construir y por este motivo, es justamente uno de los más usados. La precisión de la lectura que ofrece está determinada por su nivel de error, que fluctúa entre 3 y 5%. Sin embargo, se necesita tener una carga bastante alta antes de poder utilizar la ecuación, la cual es válida únicamente cuando la superficie inferior de la lámina vertiente se ventila correctamente.

Para calcular el caudal o gasto, se pueden utilizar diferentes ecuaciones empíricas; la más utilizada, según De Azevedo y Acosta en el Manual de Hidráulica, es la ecuación de Francis:

$$Q = 1,84 * (b - (0,1 * n * H)) * H^{3/2} \quad \text{EC.1}$$

Donde: Q = Caudal que fluye por el vertedero, en m<sup>3</sup>/s  
b = Ancho de la cresta, en m  
H = Carga del vertedero, en m  
n = Número de contracciones (0, 1, ó 2)

Figura 13. **Vertedero rectangular**



Fuente: Lux, Manuel. Medidores de flujo en canales abiertos. p. 16.

#### 2.2.1.1.2. **Triangular**

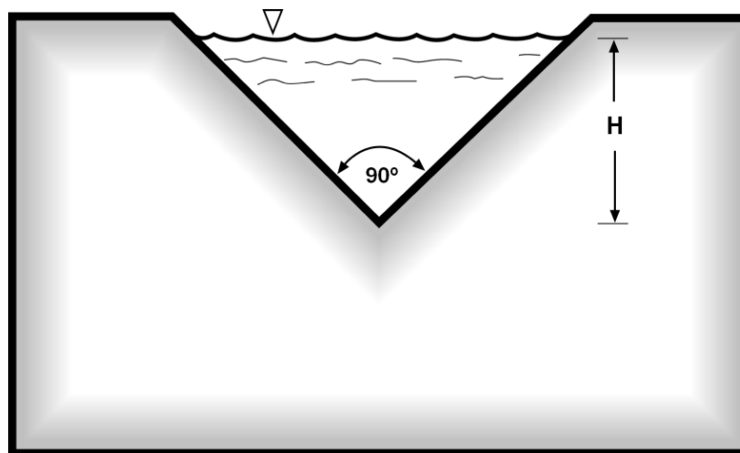
El vertedero triangular es preferido cuando las descargas son pequeñas, porque la sección transversal de la lámina vertiente muestra de manera notoria la variación en altura.

Dentro de los vertederos triangulares, el más utilizado es el que tiene 90° en su vértice inferior, o sea, la escotadura forma un ángulo recto, tal como se muestra en la figura 14. Para estos vertederos se adapta la fórmula de Thomson obteniendo caudales en metros cúbicos por segundo:

$$Q = 1,4 * H^{5/2} \quad \text{EC.2}$$

Este tipo de vertedero es bastante eficiente, sin embargo, presenta una gran pérdida de carga; por lo que se recomienda especialmente para canales pequeños (menores de 110 litros por segundo), y que en estos niveles de gastos de agua, su precisión es mayor que la de otros tipos de vertederos.

Figura 14. **Vertedero triangular**



Fuente: Lux, Manuel. Medidores de flujo en canales abiertos. p. 17.

### 2.2.1.1.3. Trapezoidal

Este es un vertedero en forma trapezoidal en su abertura, tal como lo indica su nombre, también conocido como vertedero *Cipolletti*, en honor a su inventor, el Ingeniero italiano Cesare Cipolletti.

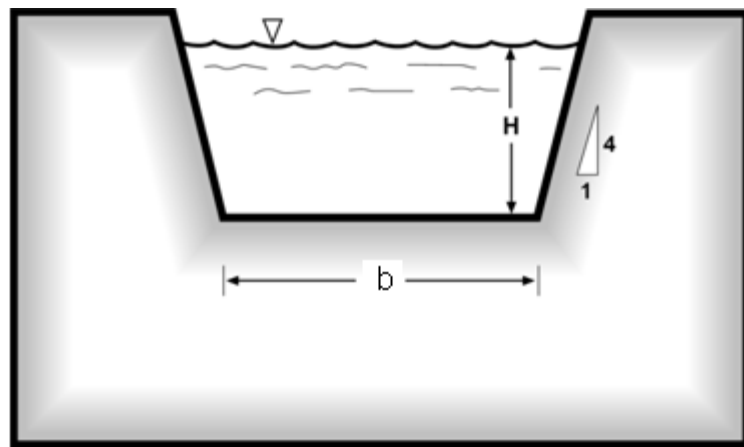
Esta estructura requiere que la relación de taludes sea de 1:4 (1 horizontal y 4 verticales). Este vertedero es de construcción más difícil que los presentados anteriormente y no ofrece ventajas significativas que lo hagan destacar, razón por la cual es menos utilizado que los anteriores.



Para el cálculo del gasto se utiliza, entre otras, la fórmula de Francis:

$$Q = 1,859 * b * H^{3/2} \quad \text{EC.3}$$

Figura 15. **Vertedero trapezoidal**



Fuente: Lux, Manuel. Medidores de flujo en canales abiertos. p. 18.

#### **2.2.1.1.4. Tipo sutro**

Esta clase de vertedero, también llamado proporcional, es aquel cuya forma hace que el gasto de vertido sea proporcional a la carga **H**. Por esta característica de ley de descarga, su interés descansa en considerarlo en un laboratorio como vertedor de aforo o en canales pequeños, cuando se desea este tipo de ley para facilitar las mediciones. También es muy utilizado para desarenadores tipo canal de flujo horizontal, en plantas de tratamiento de aguas residuales. Otra característica de este vertedero es que mantiene la velocidad de descarga constante, aunque el caudal de ingreso sea variable debido a su forma, lo que garantiza la sedimentación de la arena.

Para el cálculo del gasto, Sotelo propone la siguiente fórmula:

$$Q = 0,62 * \pi * \sqrt{(2 * g)a^{1/2} * H} \quad \text{EC.4}$$

Donde:

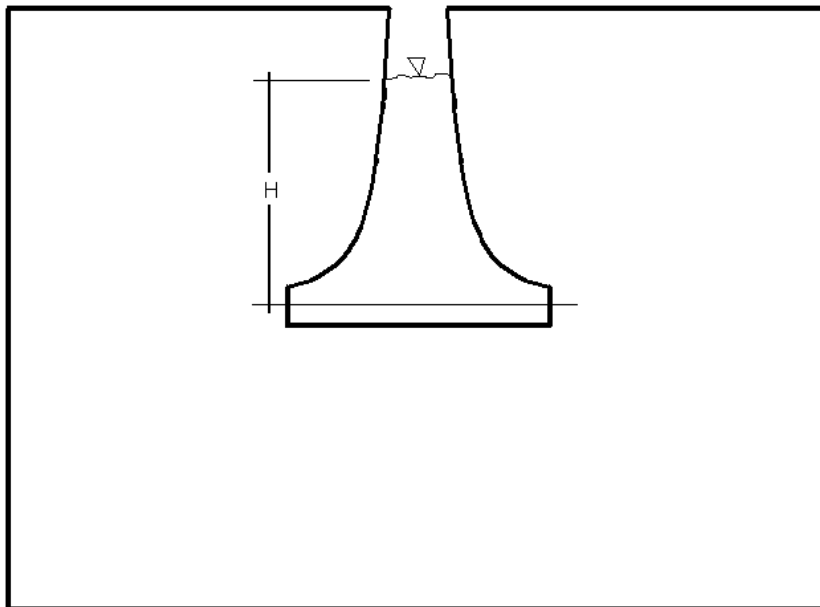
Q = Caudal que fluye por el vertedero, en m<sup>3</sup>/s

H = Carga del vertedero, en m

g = Aceleración de la gravedad, en m/s<sup>2</sup>

a = Valor seleccionado de acuerdo a las dimensiones del canal y a la curvatura de las paredes, en m<sup>3</sup>

Figura 16. **Vertedero tipo sutro**



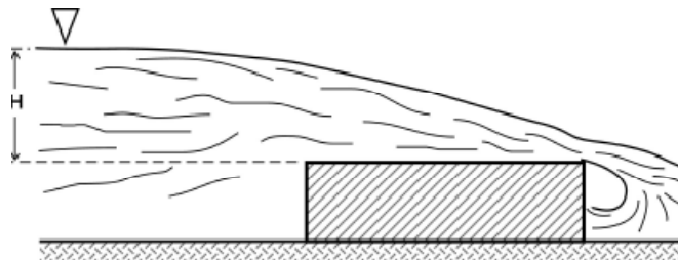
Fuente: elaboración propia.

### 2.2.2. Vertederos de pared gruesa

También llamada vertedero de cresta ancha. Un vertedero es considerado de pared gruesa, cuando la cresta es suficientemente gruesa para que en la vena adherente se establezca el paralelismo de los filetes.

Este tipo de vertederos es utilizado principalmente para el control de niveles en los ríos o canales, pero pueden ser también calibrados y usados como estructuras de medición de caudal.

Figura 17. Vertedero de pared gruesa



Fuente: Lux, Manuel. Medidores de flujo en canales abiertos. p. 10.

### 2.3. Ecuaciones para el cálculo de caudal para distintas secciones geométricas de vertederos de pared delgada

Para los vertederos de pared delgada, experimentalmente se han determinado varias ecuaciones para calcular el caudal que fluye por ellos.

El principio fundamental de funcionamiento de los vertederos consiste en que la forma de napa de flujo por encima de un vertedero de cresta delgada puede interpretarse mediante el principio del proyectil (figura 18). De acuerdo

con este principio se supone que la componente horizontal de la velocidad de flujo es constante y que la única fuerza que actúa sobre la napa es la gravedad.

En el tiempo  $t$ , una partícula de agua en la superficie inferior de la napa viajará una distancia horizontal  $x$  desde la cara del vertedero, que es igual a:

$$x = v_o t \cos \theta \quad \text{EC.5}$$

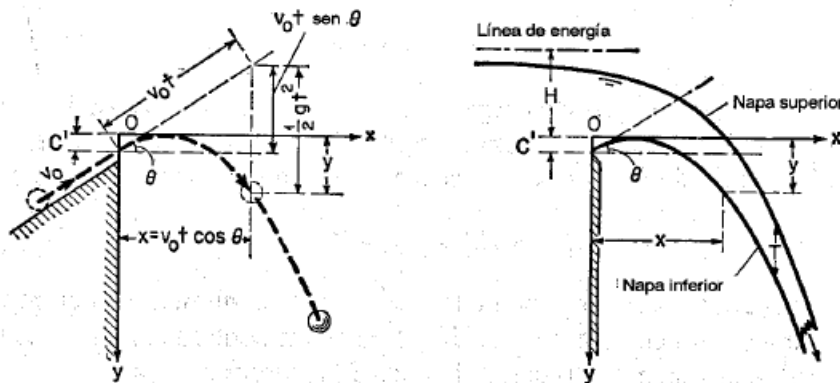
Donde  $v_o$  es la velocidad en el punto,  $x = 0$  y  $\theta$  es el ángulo de inclinación de la velocidad  $v_o$  con respecto a la horizontal. En el mismo tiempo  $t$ , la partícula viajará una distancia vertical e igual a:

$$y = -v_o t \sin \theta + \frac{1}{2} g t^2 + C^l \quad \text{EC.6}$$

Donde  $C^l$  es el valor de  $y$  en  $x = 0$ ; es claro que  $C^l$  es igual a la distancia vertical entre el punto más alto de la napa y la elevación de la cresta. Al eliminar  $t$  en las dos ecuaciones anteriores, al dividir cada término por la altura total  $H$  por encima de la cresta y al expresar la ecuación general resultante para la superficie inferior de la napa en términos adimensionales tenemos:

$$\frac{y}{H} = A \left( \frac{x}{H} \right)^2 + B \frac{x}{H} + C \quad \text{EC.7}$$

Figura 18. **Deducción de los perfiles de la napa sobre un vertedero de crestadelgada mediante el principio del proyectil**



Fuente: Chow, Ven. Hidráulica de canales abiertos. p. 353.

Donde  $A = gH/2 v_0^2 \cos^2 \theta$ ,  $B = -\tan \theta$  y  $C = C^l/H$ . Como la componente horizontal de velocidad es constante, el espesor vertical de la napa  $T$  puede suponerse constante. Al sumar un término  $D = T/H$  a la ecuación anterior, la ecuación general para la superficie superior de la napa es:

$$\frac{y}{H} = A \left( \frac{x}{H} \right)^2 + B \frac{x}{H} + C + D \quad \text{EC.8}$$

Las ecuaciones anteriores para la napa son cuadráticas, por consiguiente, en teoría, las superficies de la napa son parabólicas.

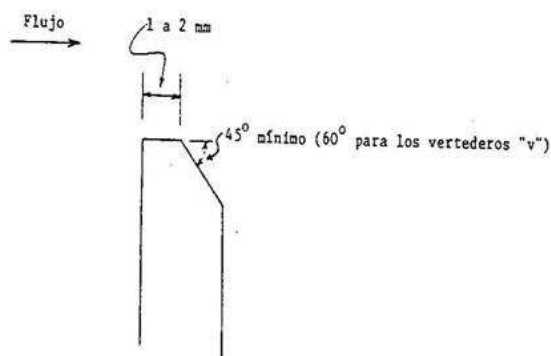
Esto es considerando que la napa estaba aireada; es decir, tanto la superficie superior como la superficie inferior de la napa están sujetas a presión atmosférica completa. Sin embargo, una aireación insuficiente por debajo de la napa ocurre con frecuencia en vertederos de cresta delgada para medición. Esto

indica una reducción de la presión por debajo de la napa debido a la remoción de aire hecha por el chorro que cae. Esta reducción de presión causará efectos no deseados, como:

- Incremento en la diferencia de presión sobre el vertedero.
- Cambio en la forma de la napa para la cual se diseña la cresta del vertedero.
- Incremento en el caudal, algunas veces acompañado por fluctuaciones o pulsaciones de la napa, lo cual puede objetarse si el vertedero se utiliza con propósitos de medición.
- Comportamiento inestable del modelo hidráulico.

Debido a estos motivos es necesario biselar el vertedero procurando que el espesor de la cresta en dirección del flujo sea menor de 2 milímetros, para evitar que ocurra cualquiera de los efectos anteriores. El ángulo de biselado debe ser como mínimo  $45^\circ$ , para vertederos rectangulares y trapezoidales; y  $60^\circ$  para los vertederos triangulares, ver figura 19.

Figura 19. **Detalles de la cresta de un vertedero**



Fuente: [www.virtual.unal.edu.com](http://www.virtual.unal.edu.com). 28/05/2011.

### 2.3.1. Ecuación general del gasto

Considerar un vertedero de pared delgada y sección geométrica, como se observa en la figura 20, cuya cresta se encuentra a una altura  $w$ , medida desde la plantilla del canal de alimentación. El desnivel entre la superficie inalterada del agua, antes del vertedero y la cresta, es  $h$  y la velocidad uniforme de llegada del agua es de  $V_o$ , de tal manera que:

$$H = h + \frac{V_o^2}{2g}$$

Si  $w$  es muy grande,  $V_o^2/2g$  es despreciable y  $H = h$ .

Aplicando la ecuación de Bernoulli para una línea de corriente entre los puntos 0 y 1, de la figura 20 se tiene:

$$h_o + \frac{V_o^2}{2g} = h_o - h + y + \frac{V_o^2}{2g}$$

O bien:

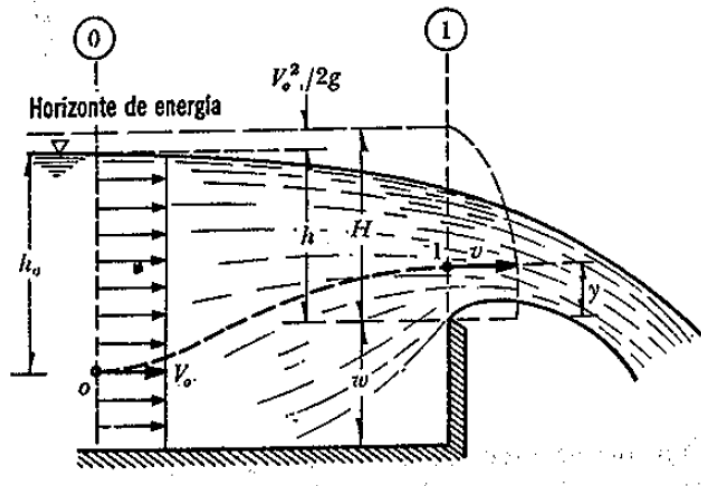
$$H = h + \frac{V_o^2}{2g} = y + \frac{v^2}{2g}$$

Si  $V_o^2/2g$  es despreciable, la velocidad en cualquier punto de la sección 1

es:

$$v = \sqrt{2g(h - y)} \quad \text{EC.9}$$

Figura 20. Perfil de vertedero



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general.vol. 1, p. 242.

De acuerdo con la nomenclatura de la figura 21, el perfil de las formas usuales de vertederos de pared delgada se puede presentar por la ecuación general:

$$x = f(y) \quad \text{EC.10}$$

Y el gasto a través del área elemental, de la figura 21 es entonces:

$$dQ = V * dA$$

Donde:

$$dA = 2(x)dy$$

Al sustituir se obtiene:

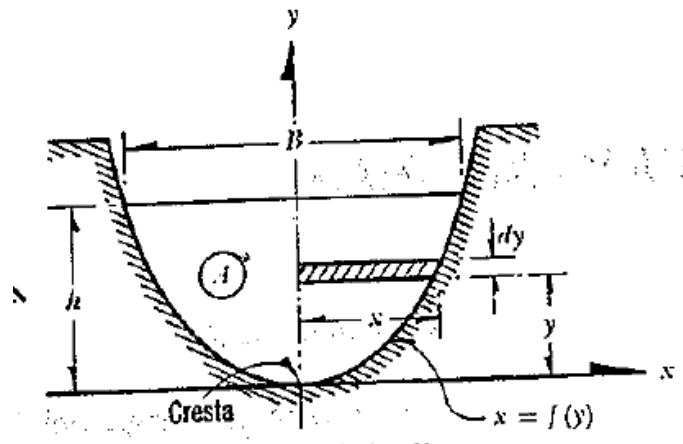
$$dQ = \sqrt{2g(h - y)}(2(x)dy)$$



Simplificando

$$dQ = 2\sqrt{2gx}\sqrt{(h-y)}dy \quad \text{EC.11}$$

Figura 21. Geometría de vertedero



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 242.

El gasto total es:

$$Q = 2\sqrt{2g} \int_0^h x(h-y)^{\frac{1}{2}} dy \quad \text{EC.12}$$

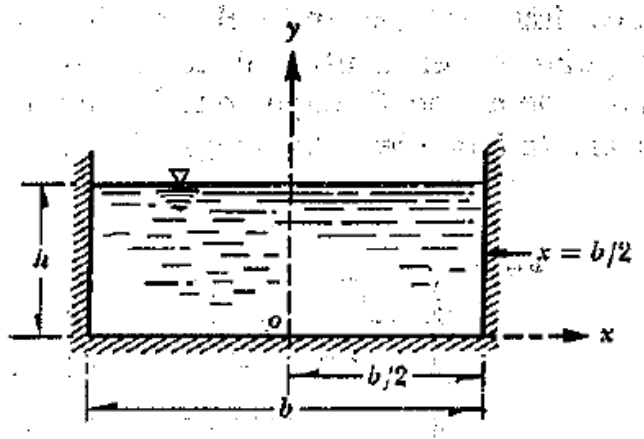
Que sería la ecuación general del gasto para un vertedero de pared delgada, la cual es posible integrar si se conoce la forma del vertedero.

### 2.3.2. Vertedero rectangular

El vertedero rectangular es uno de los más sencillos para construir y por este motivo es uno de los más utilizados, ya sea que tenga o no contracciones.

Para esta forma de vertedero la ecuación 10 es del tipo  $x = b/2$  donde  $b$  es la longitud de la cresta (figura 22).

Figura 22. Vertedero rectangular



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 243.

Luego la ecuación 12 es:

$$Q = 2\sqrt{2g} \int_0^h \frac{b}{2} (h - y)^{\frac{1}{2}} dy$$

Sustituyendo  $u = (h - y)$  y  $dy = -du$

$$Q = -\sqrt{2gb} \int_0^h (u)^{\frac{1}{2}} du$$

Integrando

$$Q = -\sqrt{2gb} \left[ \frac{u^{3/2}}{3/2} \right]_0^h$$

Al sustituir  $u = (h - y)$

$$Q = -\frac{2}{3}\sqrt{2gb} \left[ (h-y)^{3/2} \right]_0^h$$

Finalmente la ecuación es:

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2gb}h^{3/2} \quad \text{EC.13}$$

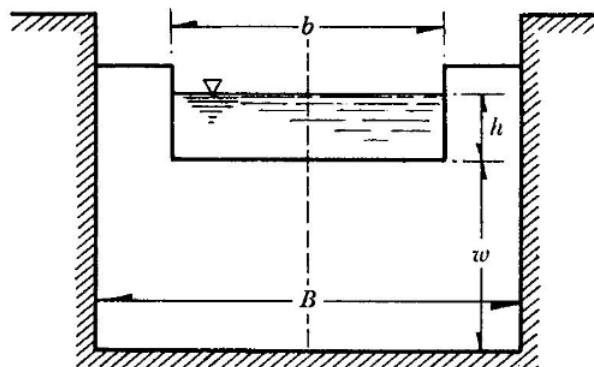
Que es la ecuación general para calcular el caudal en un vertedero rectangular sin contracciones. Sin embargo, se pueden agrupar los términos  $\frac{2}{3}\sqrt{2g\mu}$  en un solo coeficiente  $C$ , de tal manera que:

$$Q = Ch^{3/2} \quad \text{EC.14}$$

En efecto cuando el vertedero rectangular se encuentra al centro de un canal de ancho  $B$  mayor que la longitud de cresta  $b$  del vertedero (figura 21), se producen contracciones laterales semejantes a las de un orificio, por lo que es necesario hacer una modificación a la ecuación 13 y utilizar la carga total  $H = h + \frac{V_0^2}{2g}$  en lugar de  $h$

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2gb} \left( h + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \quad \text{EC.15}$$

**Figura 23. Vertedero rectangular con contracciones**



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 244.

La ecuación anterior también se puede reescribir como:

$$Q = \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{v_0^2}{2gh} \right)^{3/2} \sqrt{2gb} h^{3/2} = k \sqrt{2gb} h^{3/2} \quad \text{EC.16}$$

Otra alternativa es desarrollar el contenido del paréntesis, lo cual luego de varias sustituciones dará una ecuación como la siguiente:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left[ 1 + \frac{3}{2} k^2 \left( \frac{b}{B} \right)^2 \left( \frac{h}{h+w} \right)^2 \right] b h^{3/2} \quad \text{EC.17}$$

Lo cual demuestra que el caudal se puede seguir calculando con la ecuación trece si se agrega un coeficiente  $\mu$  que considere el efecto de contracción de la lámina vertiente; y que tome en cuenta los efectos de  $b/B$  y de  $w$ .

Diferentes autores han investigado y obtenido fórmulas experimentales para evaluar  $\mu$ , en las cuales se incluya dicho efecto para permitir que tales ecuaciones conserven su validez. La más utilizada según De Azevedo y Acosta en el Manual de Hidráulica, es la de Francis:

$$\mu = 0,623(1 - 0,1 * n * h/b)$$

Al sustituir  $\mu = 0,623(1 - 0,1 * n * h/b)$  en la ecuación 13 se obtiene:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} (0,623(1 - 0,1 * n * h/b)) b h^{3/2}$$

Al desarrollar y sustituir  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ :

$$Q = 1,84(b - (0,1 * n * h)) h^{3/2} \quad \text{EC.18}$$

Donde:  $Q$  = Caudal que fluye por el vertedero, en m<sup>3</sup>/s  
 $b$  = Ancho de la cresta, en m  
 $h$  = Carga del vertedero, en m  
 $n$  = Número de contracciones (0, 1 ó 2)

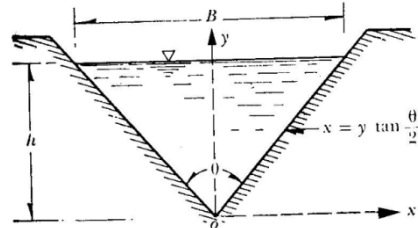
### 2.3.3. Vertedero triangular

Los vertederos triangulares permiten obtener medidas más precisas de las alturas de carga ( $h$ ) correspondientes a caudales reducidos. En la práctica únicamente se utilizan los que tienen forma isósceles.

Cuando el vertedero es de sección triangular (figura 24), simétrica respecto del eje vertical y con un ángulo en el vértice  $\theta$ , el valor de  $x$  de la ecuación 10 es:

$$x = y \tan \frac{\theta}{2}$$

Figura 24. Vertedero triangular



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 251.

Luego la ecuación 12 es:

$$Q = 2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \int_0^h (h-y)^{\frac{1}{2}} y dy$$

Sustituyendo  $z = (h - y)$  entonces  $y = (h - z)$  y  $dy = -dz$ . Los límites de integración serían: para  $y = 0, z = h$  y para  $y = h, z = 0$ ; la ecuación anterior sería entonces:

$$Q = -2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \int_h^0 (z)^{\frac{1}{2}} (h - z) dz$$

Integrando

$$Q = -2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \left[ \frac{2hz^{3/2}}{3} - \frac{2}{5} z^{5/2} \right]_h^0$$

Tomando los límites y sustituyendo nuevamente  $az$ , se obtiene:

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) h^{5/2} \quad \text{EC.19}$$

Que es la ecuación general para calcular el caudal en un vertedero triangular. O bien:

$$Q = Cdh^{5/2} \quad \text{EC.20}$$

#### 2.3.4. Vertedero trapezoidal

El gasto de un vertedero trapezoidal como el de la figura 25 se puede calcular suponiendo la suma del gasto correspondiente a uno rectangular con longitud de cresta  $b$  y el triangular formado con las dos orillas. Esto quiere decir la suma de las ecuaciones 13 y 19:

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}bh^{3/2} + \frac{8}{15}\sqrt{2g}\tan(\theta/2)h^{5/2}$$

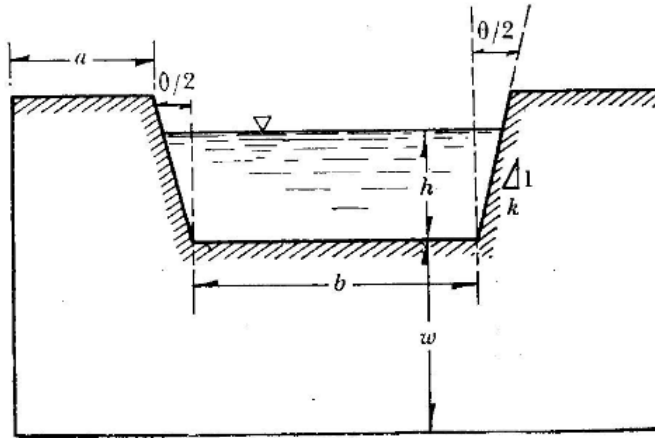
Debido a que el vertedor trapezoidal tiene escaso interés, ha sido poco estudiado. Únicamente se le ha dado importancia al llamado de Cipolletti que tiene el trazo de un trapecio regular con taludes en los lados  $k = 1$  (1 horizontal y 4 vertical) y que encuentra aplicación como aforador en canales.

La geometría de este vertedero ha sido obtenida de manera que las ampliaciones laterales compensen el gasto disminuido por las contracciones laterales del vertedero rectangular, de longitud de cresta  $b$  en igualdad de condiciones de carga.

El gasto generado por este vertedero se determina con la ecuación:

$$Q = 1,859bh^{3/2} \quad \text{EC.21}$$

Figura 25. Vertedero trapezoidal



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 254.

La ecuación anterior resulta válida si  $0,08m \leq h \leq 0,6m$ ;  $a \geq 2h$ ;  $b \geq 3h$ ;  $w \geq 3h$  y, además, para anchos de canal de 30 a 60h, según Sotelo.

### 2.3.5. Vertedero proporcional

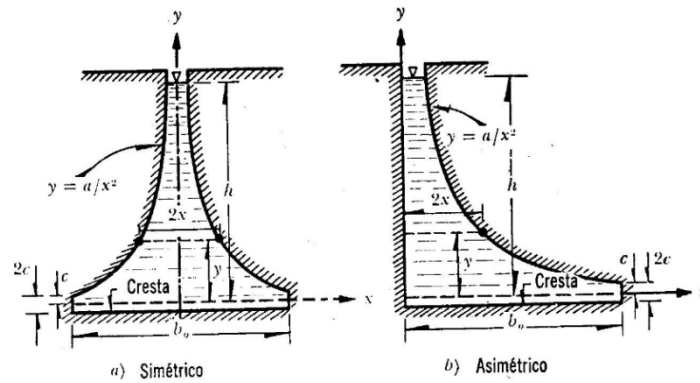
Esta clase de vertedero, llamado también sutro, es aquél cuya forma hace que el gasto de vertido sea proporcional a la carga  $h$ . Por esta característica de ley de descarga, su interés descansa en considerarlo en un laboratorio como vertedor de aforo o en canales pequeños, cuando se desea este tipo de ley para facilitar las mediciones.

La geometría del vertedor proporcional puede ser de cualquiera de las formas presentadas en la figura 26. Para seguir usando la ecuación 12, la ecuación de  $x$  correspondiente al vertedero simétrico es:

$$x = (a/y)^{1/2}$$



Figura 26. Tipos de vertedero sutro



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 259.

Luego la ecuación 12 es:

$$Q = 2\sqrt{2ga}^{1/2} \int_0^h \left(\frac{h-y}{y}\right)^{1/2} dy = 2\sqrt{2ga}^{1/2} \int_0^h \left(\frac{h}{y} - 1\right)^{1/2} dy$$

Utilizando una sustitución trigonométrica  $y/h = (\sin \theta)^2$  y sustituyendo  $dy = 2h \sin \theta \cos \theta d\theta$ . Ahora entre los límites 0 y  $\pi/2$ ; la ecuación anterior sería entonces:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2ga}^{1/2} \int_0^h \left(\frac{h}{y} - 1\right)^{1/2} dy &= 2\sqrt{2ga}^{1/2} 2h \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{(\sin \theta)^2} - 1\right)^{1/2} \sin \theta \cos \theta d\theta \\ &= 2\sqrt{2ga}^{1/2} 2h \int_0^{\pi/2} (\cos \theta)^2 \theta d\theta \end{aligned}$$

Integrando

$$Q = 2\sqrt{2ga}^{1/2}2h \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi/2}$$

Tomando los límites y operando, se obtiene:

$$\begin{aligned} Q &= 2\sqrt{2ga}^{1/2}2h \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi/2} \\ &= 2\sqrt{2ga}^{1/2}2h \left[ \left( \frac{\pi/2}{2} - \frac{\sin(2\pi/2)}{4} \right) - \left( \frac{0}{2} - \frac{\sin(2 * 0)}{4} \right) \right] \\ &= 2\sqrt{2ga}^{1/2}2h \left[ \left( \pi - \frac{\sin(\pi)}{4} \right) - \left( \frac{0}{2} - \frac{\sin(0)}{4} \right) \right] \\ &= 2\sqrt{2ga}^{1/2}2h[(\pi - 0) - (0)] \end{aligned}$$

$$Q = \pi\sqrt{2ga}^{1/2}h \quad \text{EC.22}$$

Que es la ecuación general para calcular el caudal en un vertedero proporcional simétrico y demuestra que el gasto es proporcional a la carga, sin embargo, al igual que con el vertedero rectangular con contracciones es necesario agregar el coeficiente  $\mu$  que considere el efecto de contracción de la lámina vertiente y los efectos de  $b/B$  y de  $w$ .

$$Q = \pi\sqrt{2g\mu a}^{1/2}h \quad \text{EC.23}$$

De acuerdo con las mediciones efectuadas en 1915 por diferentes investigadores, el coeficiente  $\mu$  para el vertedero proporcional varía poco con la carga  $h$  (tabla I). Pudiendo considerarse el valor medio  $\mu = 0,62$  cuando el canal

de llegada tiene dimensiones grandes; y  $\mu = 0,67$  cuando la plantilla del canal de llegada coincide con la cresta del vertedor y su ancho con  $b_o$  para el vertedero simétrico de la figura 26. Estos resultados son validos para  $h \geq c$ .

Tabla I. **Valores de  $\mu$  en la ecuación 23 para vertederos proporcionales**

$h$ , en m	$\mu$
0,061	0,656
0,122	0,628
0,183	0,617
0,244	0,610
0,305	0,606
0,458	0,607
0,61	0,608
0,76	0,610
0,915	0,611

Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 261.

#### **2.4. Planta piloto para el tratamiento de las aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa**

Con fines de apoyar a la docencia e investigación de los programas de maestría, para el cumplimiento de sus objetivos, así como para beneficiar a los habitantes de la colonia Aurora II ubicada en la Zona 13 de la ciudad de Guatemala; en 1974 la Escuela Regional de Ingeniería Sanitaria y Recursos Hidráulicos ERIS construye la Planta Piloto para el Tratamiento de las Aguas Residuales “Ing. Arturo Pazos Sosa”, la misma, posteriormente fue rehabilitada por la Autoridad para el Manejo Sustentable del Lago Amatitlán (AMSA), el 14 de noviembre del 2002 y cuyo trabajo fue entregado a la ERIS el 11 de febrero del 2003.

La planta se encuentra ubicada en la misma colonia, limitada al norte con el Observatorio Nacional, al este con el Aeropuerto Internacional “La Aurora” y al sur y oeste con barrancos.

En la actualidad consta de diversas unidades para el tratamiento para las aguas residuales domésticas, provenientes de la colonia Aurora II.

Entre ellos un sedimentador primario, una serie de filtros percoladores, sedimentador secundario, reactor anaerobio de flujo ascendente, sedimentador secundario, lagunas de Jacintos y lagunas de estabilización.

El sistema con el que cuenta la planta de tratamiento para la medición del caudal es un canal Parshall, el cual no es muy preciso para medir caudales pequeños, por lo que se necesita instalar vertederos de pared delgada, que son más precisos para contabilizar caudales pequeños, aparte que no son afectados por los sólidos flotantes.

Figura 27. **Punto de instalación de vertederos**



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.



### 3. ENSAYO DE VERTEDEROS

#### 3.1. Diseño y construcción de vertederos de pared delgada para determinación de caudales

Como se mencionó anteriormente, un vertedero es un dique o pared que intercepta una corriente de un líquido con superficie libre, causando una elevación del nivel del fluido aguas arriba de la misma y que puede ser utilizado para medir el caudal circulante.

Para la realización de los ensayos, se utilizó el canal ancho que se encuentra en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, en el cual el flujo de agua es suministrado por un sistema de bombeo.

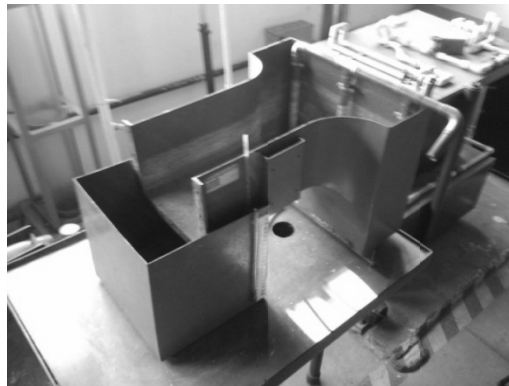
Figura 28. Canal



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Y un equipo para ensayar los vertederos triangulares y el vertedero proporcional.

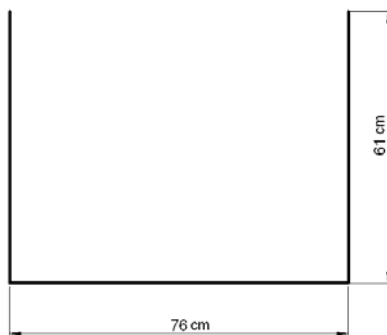
Figura 29. **Equipo para ensayar vertederos pequeños**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

El canal cuenta con una sección, cuyas dimensiones internas se presentan en la figura 30 y las del equipo utilizado para los vertederos pequeños se muestran en la figura 31.

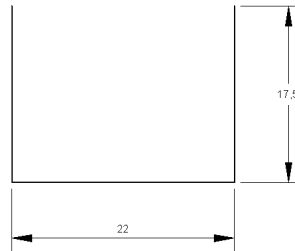
Figura 30. **Dimensiones internas del canal**



Fuente: elaboración propia.



Figura 31. **Dimensiones internas del equipo para vertederos pequeños (cm)**

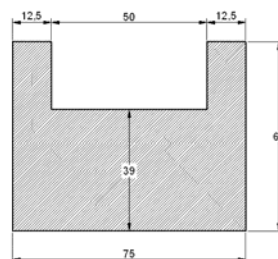


Fuente: elaboración propia.

### 3.1.1. **Vertedero rectangular con dos contracciones**

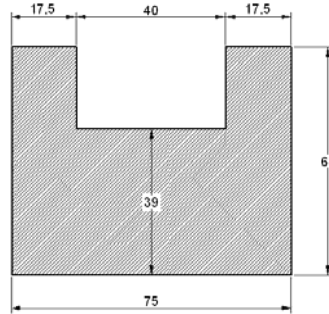
Se diseñaron y fabricaron dos vertederos rectangulares de pared delgada con dos contracciones, utilizando una lámina de hierro de  $\frac{1}{4}$  de pulgada de espesor y pintura anticorrosiva. Las dimensiones fueron calculadas de acuerdo con el ancho del canal a utilizar y el volumen de agua que circulará a través de él.

Figura 32. **Dimensiones de vertedero rectangular con dos contracciones con  $b = 50$  (cm)**



Fuente: elaboración propia.

Figura 33. **Dimensiones de vertedero rectangular con dos contracciones con  $b=40$  (cm)**



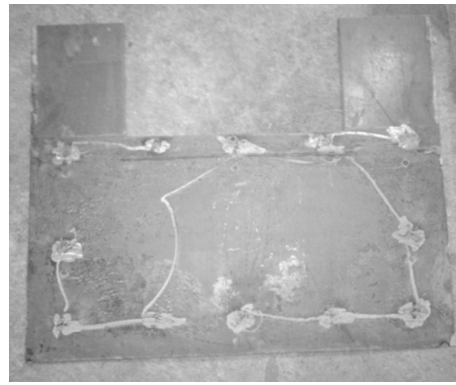
Fuente: elaboración propia.

Luego del proceso de corte y biselado de los vertederos se procedió a aplicarles pintura anticorrosiva para darles mayor durabilidad.

Figura 34. **Vertederos rectangulares fabricados**



a) Rectangular  $b = 50$  cm



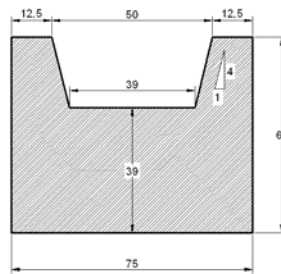
b) Rectangular  $b = 40$  cm

Fuente: elaboración propia.

### 3.1.2. Vertedero trapezoidal o *Cipolletti*

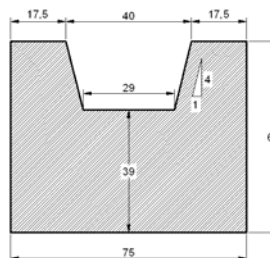
Al igual que los vertederos rectangulares, los vertederos trapezoidales fueron diseñados con base en el caudal estimado a aforar en el laboratorio y fueron construidos con el mismo material (hierro de  $\frac{1}{4}$ " y pintura anticorrosiva). Debido a que el vertedor trapezoidal tiene escaso interés, únicamente se han construido Cipolletti que tiene el trazo de un trapecio regular con taludes en los lados  $k = 0,25$  (0,25 horizontal y uno vertical).

Figura 35. Dimensiones de vertedero trapezoidal con dos contracciones con  $b = 39$  (cm)



Fuente: elaboración propia.

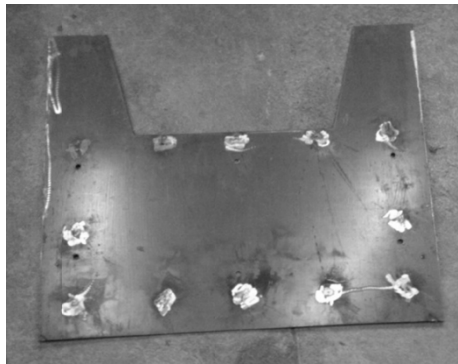
Figura 36. Dimensiones de vertedero trapezoidal con dos contracciones con  $b = 29$  (cm)



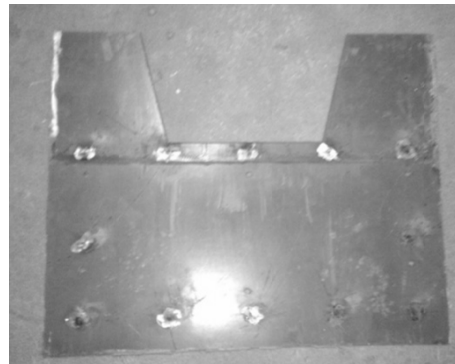
Fuente: elaboración propia.

Luego del proceso de corte y biselado de los vertederos se procedió a aplicarles pintura anticorrosiva para darles mayor durabilidad.

Figura 37. **Vertederos trapezoidales fabricados**



a) Trapezoidal  $b = 39$  cm



b) Trapezoidal  $b = 29$  cm

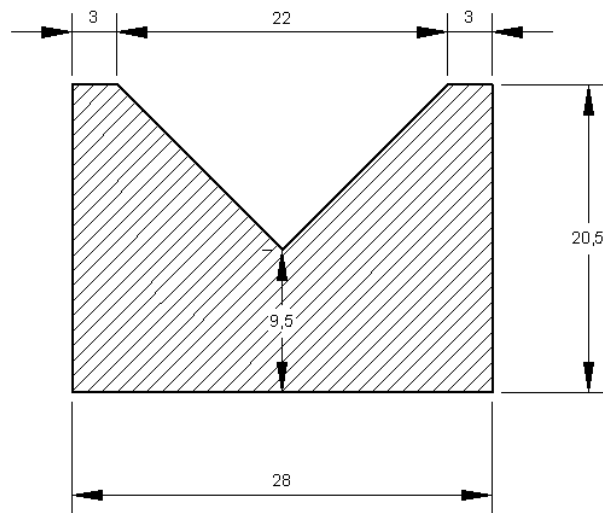
Fuente: elaboración propia.

### 3.1.3. **Vertedero triangular**

Para el ensayo con el vertedero triangular, se fabricó el mismo, utilizando una lámina de hierro de 1/8 de pulgada y pintura anticorrosiva. Con las dimensiones indicadas en la figura 38 y 39.

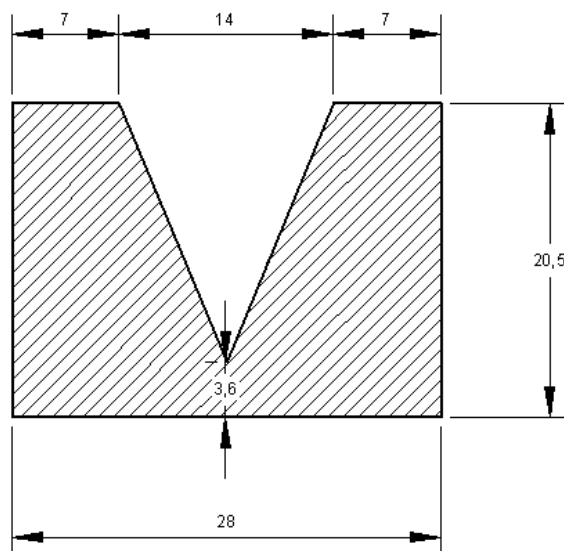
Las dimensiones del vertedero fueron estimadas en función al ancho del equipo utilizado y al caudal estimado que puede circular a través de éste; los ángulos utilizados son:  $90^\circ$  y  $45^\circ$ .

Figura 38. Dimensiones de vertedero triangular de 90° (cm)



Fuente: elaboración propia.

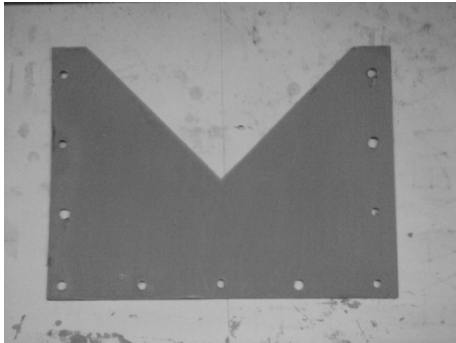
Figura 39. Dimensiones de vertedero triangular de 45° (cm)



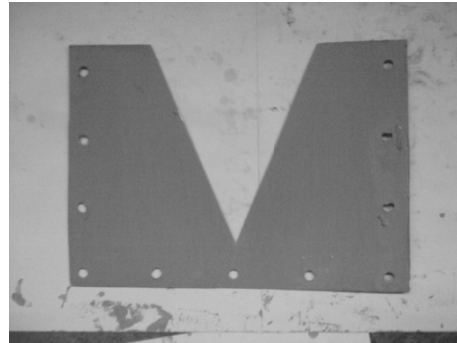
Fuente: elaboración propia.

Luego del proceso de corte y biselado de los vertederos se procedió a aplicarles pintura anticorrosiva para darles mayor durabilidad.

Figura 40. **Vertederos triangulares fabricados**



a) Triangular



b) Triangular

Fuente: elaboración propia.

#### **3.1.4. Vertedero proporcional o sutro**

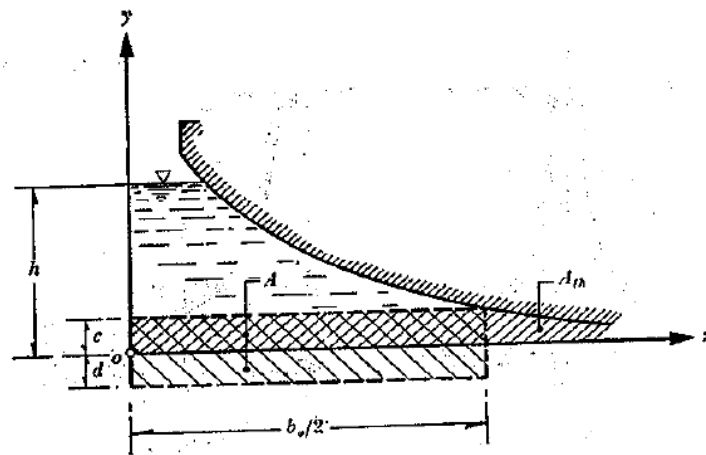
Al igual que los vertederos de pared delgada anteriormente descritos, el vertedero proporcional fue diseñado en función al caudal a medir dentro del equipo que se usó, al igual que su fabricación fue similar en cuanto al material utilizado.

Este vertedero fue diseñado y construido tomando en consideración los siguientes parámetros:

La ecuación general de este tipo de vertedero es  $Q = C_d L H^{3/2}$ , para el diseño y construcción de los vertederos a ensayar, se estimó que el valor de la variable  $C_d$  para cada uno de ellos será de 10 y 20, esto en base a las dimensiones del equipo.

La forma que adquiere el perfil del vertedero se muestra en la figura 41, donde se muestra que la curva se vuelve asintótica en el eje  $x$ , lo que haría impráctica su construcción.

Figura 41. **Forma de la frontera inferior del vertedero suto simétrico**



Fuente: Sotelo Ávila, Gilberto. Hidráulica general. vol. 1, p. 260.

Para eliminar este problema, se limita el perfil del vertedero en la parte inferior, hasta un ancho finito  $b_o$ , para  $y = c$  (figura 41); para compensar el área de la superficie del vertedero por este concepto, es necesario bajar la cresta por debajo del eje  $x$  una cantidad  $d$ , de tal manera que el área  $b_o(c + d)/2$  sea igual al área teórica bajo el perfil entre  $y = 0$  y  $y = c$ .

El área teórica bajo el perfil sería

$$A = \int_0^c 2x dy = a^{1/2} \int_0^c \frac{dy}{y^{1/2}} = 2a^{1/2} \left[ y^{1/2} \right]_0^c = 2a^{1/2} c^{1/2}$$

Por otra parte, de la ecuación del perfil: para  $x = b_0/2$ ,  $y = c$ ,  $a^{1/2} = \frac{b_0 c^{1/2}}{2}$

entonces el área teórica será:

$$A = b_0 c$$

de tal manera que al igualar las áreas resulta:

$$\frac{b_0}{2}(c + d) = b_0 c$$

$$d = c = \frac{4a}{b_0^2} \quad \text{EC.24}$$

Esto implica, que el nivel de la cresta del vertedero debe bajar en una cantidad igual a "c", la cual dependerá del ancho  $b_0$  inicial que se desee considerar como límite inferior del vertedero. Sin embargo, experimentalmente se ha encontrado que debe agregarse todavía a  $d$  aproximadamente 3 milímetros más para poder satisfacer la ley lineal de gastos para cargas pequeñas. En rigor, la ecuación  $Q = \pi\sqrt{2g\mu}a^{1/2}h$  es válida sólo para  $h \geq c$ .

Tomando en cuenta lo anterior es necesario calcular la distancia  $d$  que compensará el área perdida por la limitación de la cresta a una distancia  $b_0$  para:

$$x = (10/y)^{1/2}, \text{ si } d = 0,5 \text{ cm}$$

$$0,5 = \frac{4 * 10}{b_0^2}$$



$$b_0 = 8,94 \text{ cm}$$

Por lo que el valor resulta en  $d = 0,8$  centímetros puesto que es necesario agregar 3 mm para satisfacer la ley lineal.

$$x = (20/y)^{1/2}, \text{ si } d = 1 \text{ cm}$$

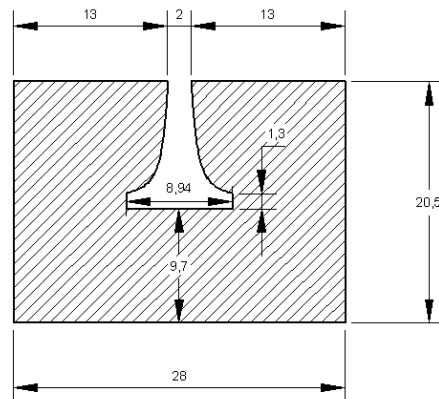
$$1 = \frac{4 * 20}{b_0^2}$$

$$b_0 = 8,94 \text{ cm}$$

Por lo que el valor resulta en  $d = 1,3 \text{ cm}$  puesto que es necesario agregar 3 milímetros para satisfacer la ley lineal.

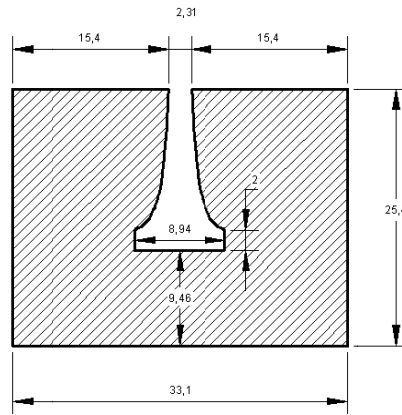
Por lo que las dimensiones de los vertederos serán las siguientes:

Figura 42. **Dimensiones de vertedero proporcional con  $a = 10$  (cm)**



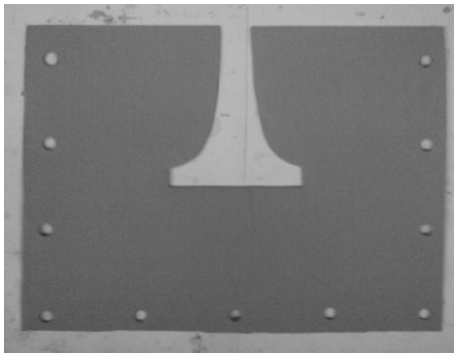
Fuente: elaboración propia.

Figura 43. Dimensiones de vertedero proporcional con  $a = 20$  (cm)

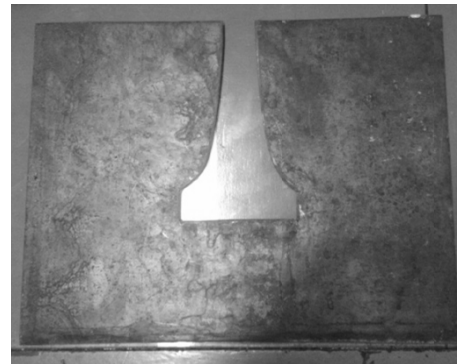


Fuente: elaboración propia.

Figura 44. Vertederos proporcionales fabricados



a) Proporcional  $a = 10$



b) Proporcional  $a = 20$

Fuente: elaboración propia.

## **3.2. Calibración de los vertederos ensayados y determinación de las fórmulas experimentales**

### **3.2.1. Calibración de los vertederos rectangulares con dos contracciones y cálculo de las ecuaciones experimentales**

Este ensayo se realizó utilizando el canal ancho, al cual se le pueden adaptar distintos tipos de vertederos, cuenta con un pozo tranquilizador, un tanque calibrado que es utilizado para el aforo volumétrico y se encuentra en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, abastecido de agua por medio de un sistema de bombeo.

#### **3.2.1.1. Ensayo para vertedero rectangular con cresta de 50 centímetros**

- Fijar el vertedero rectangular al canal, utilizando tuercas y silicón como sellador para evitar filtraciones en sus bordes que pudieran afectar las lecturas.

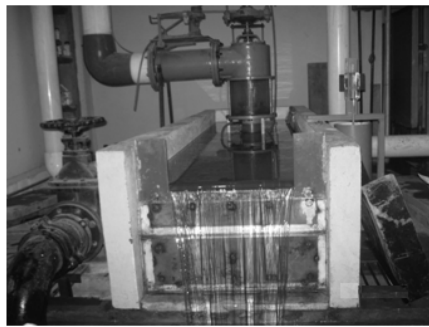
Figura 45. **Vertedero instalado**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

- Medir la distancia  $d \geq 4H$ , desde el vertedero al limnómetro, la cual tiene un valor de  $d = 70$  cm.
- Encender la bomba y suministrar agua al canal hasta llegar al nivel de la cresta, a esta altura de carga se denominará  $H_0$ , a partir de la cual se empezarán a tomar lecturas, haciendo la observación que las válidas serán la que presenten zona aireada bajo la lámina vertiente.

Figura 46. **Vertedero en funcionamiento**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

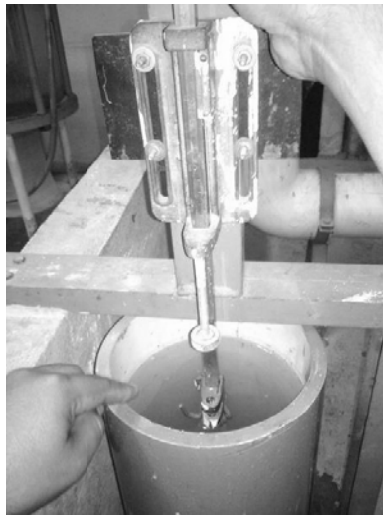
Figura 47. **Zona aireada bajo la lámina vertiente**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

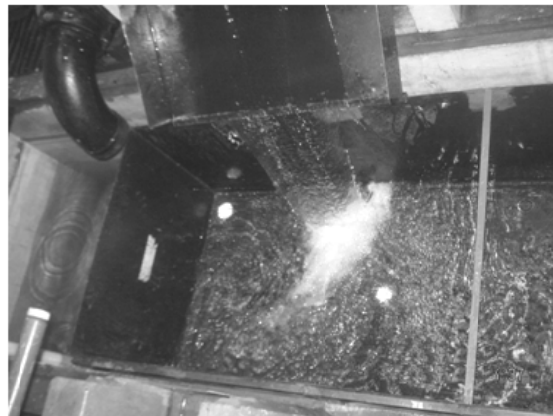
- Realizar toma de lecturas de carga  $H$  y en cada lectura se efectúan 3 aforos volumétricos, midiendo el volumen de un depósito y tomando lectura de los tiempos de llenado, utilizando un cronómetro.

Figura 48. **Toma de lecturas de carga  $H$**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Figura 49. **Depósito utilizado para aforo volumétrico**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Figura 50. Toma de volumen en el depósito



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Tabla II. Datos obtenidos ensayo de vertedero rectangular con dos contracciones

H (cm)	t1 (s)	Vol1 (l)	t2 (s)	Vol2 (l)	t3 (s)	Vol3 (l)
2,5	101,44	478,5	114,33	484,3	120,04	488,9
4,4	51,06	482,0	51,68	496,9	52,02	494,6
5,4	38,80	490,0	38,02	486,6	39,05	490,0
6,4	27,97	492,3	29,00	499,2	29,66	499,2
7,4	23,60	498,0	23,81	501,5	23,68	499,2
8,4	18,59	496,9	19,87	517,5	19,89	518,7
9,1	15,74	492,3	16,89	521,0	16,40	495,8

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.1.1.1. Obtención de resultados

Con los datos obtenidos en el ensayo, se procede a calcular los tres caudales por el método volumétrico, para cada altura; y luego se obtiene el promedio que será el caudal real observado.

$$Q_{\text{observado}} = V/t$$

Donde:

$$Q_{\text{observado}} = \text{l/s}$$

V = litros

t = segundos

Tabla III. Caudales observados

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
2,5	4,717	4,236	4,073	4,342
4,4	9,440	9,615	9,508	9,521
5,4	12,629	12,799	12,548	12,658
6,4	17,601	17,214	16,831	17,215
7,4	21,102	21,063	21,081	21,082
8,4	26,729	26,044	26,078	26,284
9,1	31,277	30,847	30,232	30,785

Fuente: elaboración propia.

La ecuación modelo utilizada para este tipo de medidores de caudal experimentalmente es del tipo exponencial, representada por:

$$Q = KH^n$$

En la cual se conocen los valores de **H** y se necesitan encontrar los de **K** y **n**, los cuales se calculan aplicando logaritmos a la ecuación:

$$\log Q = \log K + n \log H$$

De donde se observa que tiene la forma de la ecuación general de una recta:

$$Y = mX + b$$

Donde:

$$Y = \text{Log } Q$$

$$m = n$$

$$X = \text{Log } H$$

$$b = \text{Log } K$$

El procedimiento a seguir para la obtención de resultados es:

- Aplicar logaritmos a los caudales reales y a las alturas H:

Tabla IV. **Logaritmo de caudales observados y de cargas**

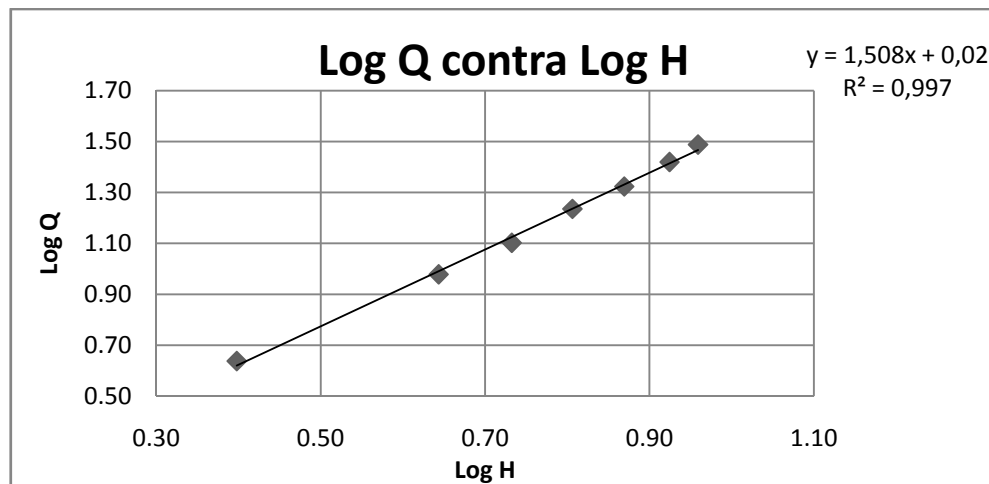
H (cm)	Qr = V/t (l/s)	Log H	Log Q
2,5	4,34	0,3979	0,6377
4,4	9,52	0,6435	0,9787
5,4	12,66	0,7324	1,1024
6,4	17,22	0,8062	1,2359
7,4	21,08	0,8692	1,3239
8,4	26,28	0,9243	1,4197
9,1	30,79	0,9590	1,4883

Fuente: elaboración propia.



- Plotear las columnas LogH contra LogQ
- Generar una línea de tendencia que mejor se ajuste a dicha dispersión y obtener su ecuación

Figura 51. **Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H**



Fuente: elaboración propia.

- Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 1,5089X + 0,02$ , de donde se obtienen los valores de  $K$  y de  $n$ .

Siendo  $n = 1,5089$  y  $K = \text{Log}^{-1}(0,02) = 1,0471$

- Con los parámetros anteriores se obtiene la ecuación generada específica para el vertedero rectangular con dos contracciones ensayado.

$$Q_{generado} = 1,0471H^{1,5089} \implies \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{\text{generado}} = \text{l/s}$$
$$H = \text{cm}$$

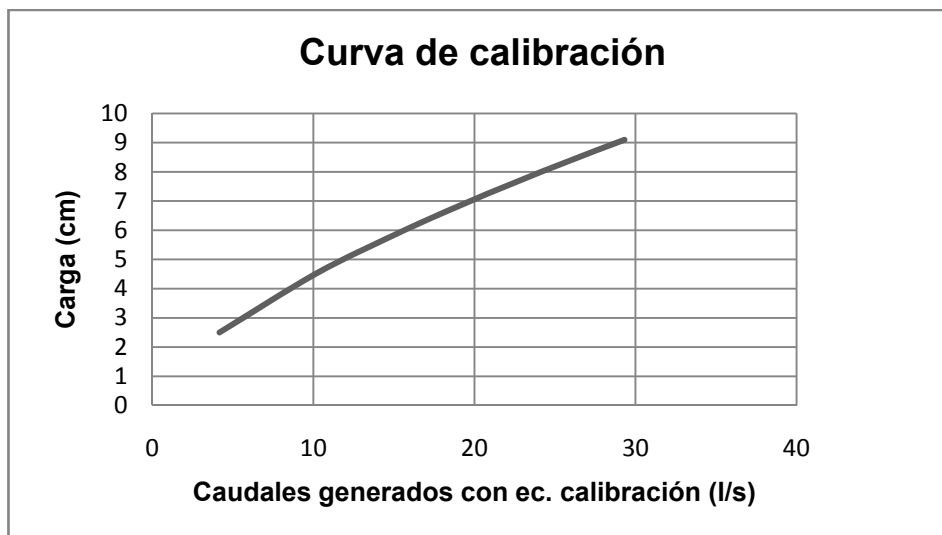
Con la ecuación de calibración ya definida se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez que se estima el porcentaje de error entre ambos y se presenta la curva de calibración de este vertedero.

Tabla V. **Caudales observados y generados con la ecuación de calibración**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s)  $Q = 1,0471H^{1.5089}$	error (%)
2,5	4,34	4,1730	4,0480
4,4	9,52	9,7928	2,7763
5,4	12,66	13,3386	5,0987
6,4	17,22	17,2363	0,1227
7,4	21,08	21,4577	1,7520
8,4	26,28	25,9804	1,1689
9,1	30,79	29,3155	5,0131

Fuente: elaboración propia.

Figura 52. Curva de calibración



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.1.1.2. Cálculo del caudal con la ecuación de Francis

Para encontrar el caudal real en vertederos rectangulares con dos contracciones, es necesario aplicar un coeficiente de descarga a las ecuaciones teóricas con el objetivo de corregirlas:

$$Q_{real} = C_d Q_{teorico}$$

Francis presenta la siguiente ecuación para hallar el caudal teórico:

$$Q_{teórico} = 1,84 * (b - (0,1 * n * H)) * H^{3/2}$$

Donde:

Q = Caudal que fluye por el vertedero, en m<sup>3</sup>/s

b = Ancho de la cresta, en m

H = Carga del vertedero, en m

n = Número de contracciones (0, 1 ó 2)

Sustituyendo valores para un vertedero con dos contracciones y haciendo la conversión:

$$Q_{real} = Cd * 0,0184 * (b - (0,2 * H)) * H^{3/2}$$

Donde:  $Q_{real} = l/s$

b = cm = 50 cm

H = cm

Para encontrar el coeficiente de descarga se realizan los siguientes pasos:

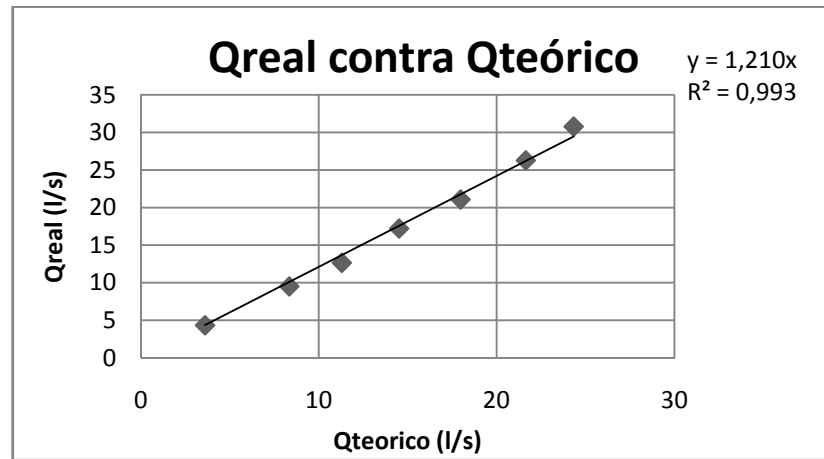
- Calcular los caudales teóricos para las mismas H, de los caudales observados.
- Plotear  $Q_{teórico}$  contra  $Q_{observado}$ .
- Los puntos ploteados definen una línea recta, por lo que se procede a ajustarla por mínimos cuadrados y obtener su pendiente, cuyo valor representará el coeficiente de descarga buscado.

Tabla VI. **Caudales observados y teóricos**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Francis
2,5	4,34	3,600
4,4	9,52	8,342
5,4	12,66	11,295
6,4	17,22	14,514
7,4	21,08	17,972
8,4	26,28	21,645
9,1	30,79	24,336

Fuente: elaboración propia.

Figura 53. **Determinación del coeficiente de descarga**



Fuente: elaboración propia.

De la ecuación de la recta se obtiene el coeficiente de descarga que es:

$$C_d = 1,2108$$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{real} = (1,2108) * 0,0184 * (50 - (0,2 * H)) * H^{3/2}$$

Operando:

$$Q_{real} = 0,022279 * H^{3/2} * (50 - 0,2 * H)$$

Donde:

$$Q_{teórico} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Tabla VII. **Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qtéorico (l/s) Francis	Qfranciscorregido (l/s) $Q = 0,022279 * H^{3/2} * (50 - 0,2 * H)$
2,5	4,34	3,600	4,359
4,4	9,52	8,342	10,100
5,4	12,66	11,295	13,676
6,4	17,22	14,514	17,574
7,4	21,08	17,972	21,760
8,4	26,28	21,645	26,208
9,1	30,79	24,336	29,466

Fuente: elaboración propia.

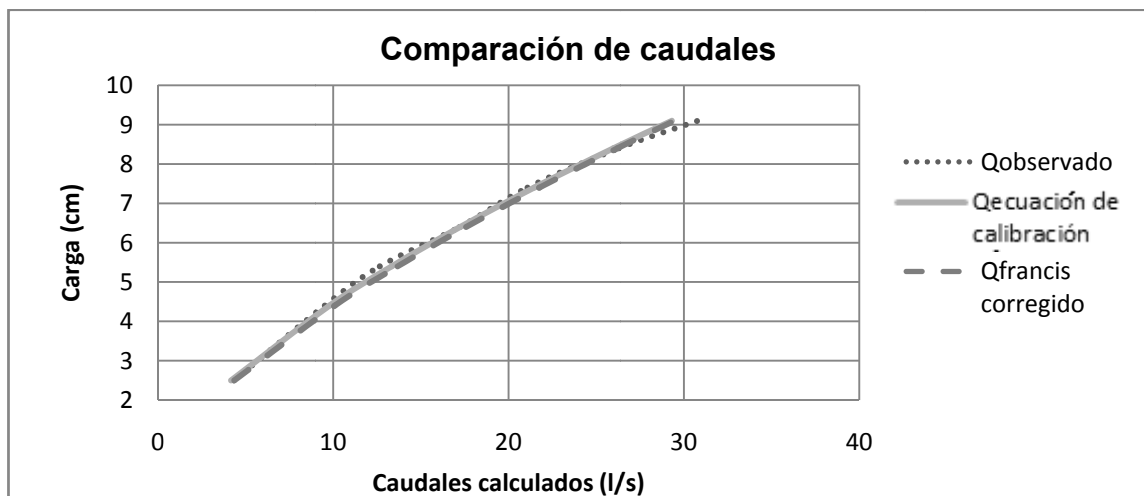
Para finalizar, se comparan los resultados obtenidos con las diferentes ecuaciones, al mismo tiempo que se genera la gráfica respectiva.

Tabla VIII. Comparación de caudales

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s)	Qfranciscocorregido (l/s)
2,5	4,34	4,1730	4,359
4,4	9,52	9,7928	10,100
5,4	12,66	13,3386	13,676
6,4	17,22	17,2363	17,574
7,4	21,08	21,4577	21,760
8,4	26,28	25,9804	26,208
9,1	30,79	29,3155	29,466

Fuente: elaboración propia.

Figura 54. Comparación de caudales



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.1.2. Ensayo para vertedero rectangular con cresta de 40 centímetros

El ensayo para este vertedero sigue el mismo procedimiento efectuado con el vertedero rectangular, detallado en el inciso 3.2.1.1.

Figura 55. **Vertedero instalado**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Tabla IX. **Datos obtenidos ensayo de vertedero rectangular con dos contracciones**

<b>H (cm)</b>	<b>t1 (s)</b>	<b>Vol1 (l)</b>	<b>t2 (s)</b>	<b>Vol2 (l)</b>	<b>t3 (s)</b>	<b>Vol3 (l)</b>
1,3	330,06	480,8	356,65	482,0	381,84	483,1
2,4	157,60	480,8	163,58	479,7	149,56	479,7
3,3	95,35	480,8	97,18	478,5	93,91	482,0
4,4	62,32	483,1	61,84	480,8	63,49	476,2
5,3	49,46	478,5	50,25	482,0	50,81	482,0
6,3	38,79	476,2	39,12	479,7	39,52	482,0
7,2	31,24	474,0	31,69	474,0	32,19	475,1
8,3	25,59	480,8	25,60	482,0	26,15	484,3

Fuente: elaboración propia.



### 3.2.1.2.2. Obtención de resultados

El proceso para la determinación de caudales con el vertedero rectangular con cresta de 40 centímetros, es similar al efectuado con anterioridad, descrito en el inciso 3.2.1.1.1.

Tabla X. Caudales observados

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
1,3	1,457	1,351	1,265	1,358
2,4	3,051	2,933	3,207	3,064
3,3	5,042	4,924	5,133	5,033
4,4	7,752	7,775	7,500	7,676
5,3	9,674	9,592	9,486	9,584
6,3	12,276	12,262	12,196	12,245
7,2	15,173	14,957	14,759	14,963
8,3	18,789	18,828	18,520	18,712

Fuente: elaboración propia.

La ecuación modelo utilizada para este tipo de medidores de caudal experimentalmente es del tipo exponencial, representada por:

$$Q = KH^n$$

Aplicando logaritmos a los caudales reales y a las alturas H:

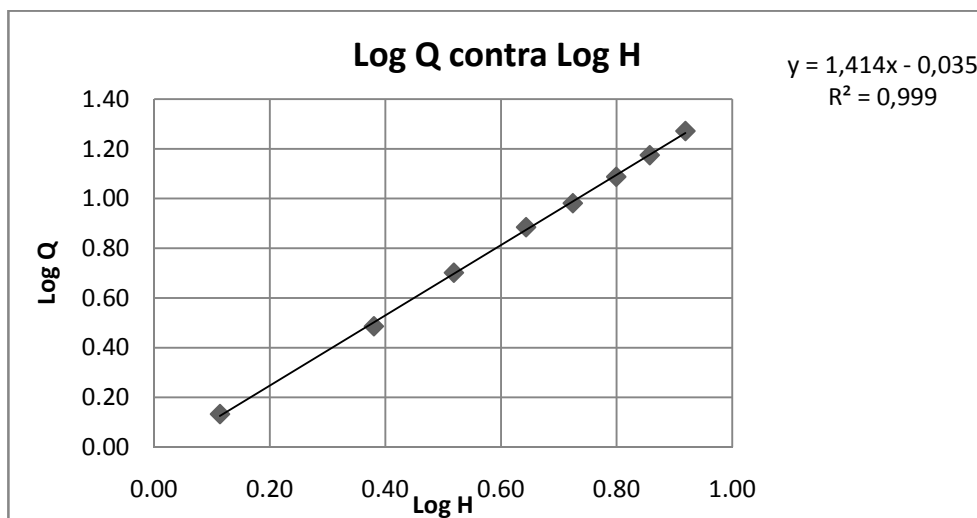
Tabla XI. **Logaritmo de caudales observados y de cargas**

H (cm)	Qr = V/t (l/s)	Log H	Log Q
1,3	1,36	0,1139	0,1328
2,4	3,06	0,3802	0,4862
3,3	5,03	0,5185	0,7018
4,4	7,68	0,6435	0,8851
5,3	9,58	0,7243	0,9816
6,3	12,24	0,7993	1,0880
7,2	14,96	0,8573	1,1750
8,3	18,71	0,9191	1,2721

Fuente: elaboración propia.

Al igual que para el vertedero anterior se genera la gráfica de logaritmos, en la cual se agrega una línea de tendencia que brinda la ecuación de la recta, obteniendo de ella el valor de n y de K.

Figura 56. **Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H**



Fuente: elaboración propia.

Del gráfico se obtiene  $Y = 1,4141X - 0,0357$ .

Siendo  $n = 1,4141$  y  $K = \text{Log}^{-1}(-0,0357) = 0,9211$

Con los parámetros anteriores, se obtiene la ecuación:

$$Q_{\text{generado}} = 0,9211H^{1,4141} \quad \Longrightarrow \quad \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{\text{generado}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

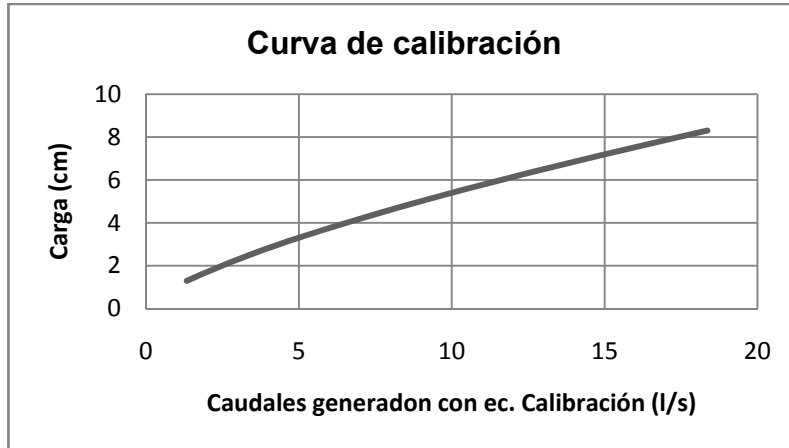
Con la ecuación de calibración ya definida se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez que se estima el porcentaje de error entre ambos.

Tabla XII. **Caudales observados y generados con la ecuación de calibración**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s) $Q = 0,9211H^{1,4141}$	error (%)
1,3	1,36	1,3348	1,7195
2,4	3,06	3,1766	3,5572
3,3	5,03	4,9835	0,9935
4,4	7,68	7,4853	2,5449
5,3	9,58	9,7386	1,5851
6,3	12,24	12,4350	1,5284
7,2	14,96	15,0194	0,3747
8,3	18,71	18,3640	1,8962

Fuente: elaboración propia.

Figura 57. **Curva de calibración**



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.1.2.2. **Cálculo del caudal con la ecuación de Francis**

Para encontrar el caudal real en este vertedero rectangular, es necesario aplicar un coeficiente de descarga a las ecuaciones teóricas:

$$Q_{real} = C_d Q_{teorico}$$

Francis presenta la siguiente ecuación para hallar el caudal teórico:

$$Q_{teórico} = 1,84 * (b - (0,1 * n * H)) * H^{3/2}$$

Donde:

Q = Caudal que fluye por el vertedero, en m<sup>3</sup>/s

b = Ancho de la cresta, en m

H = Carga del vertedero, en m

n = Número de contracciones (0, 1 ó 2)

Sustituyendo valores para un vertedero con dos contracciones y haciendo la conversión:

$$Q_{real} = Cd * 0,0184 * (b - (0,2 * H)) * H^{3/2}$$

Donde:  $Q_{real} = \text{l/s}$

b = cm = 40 cm

H = cm

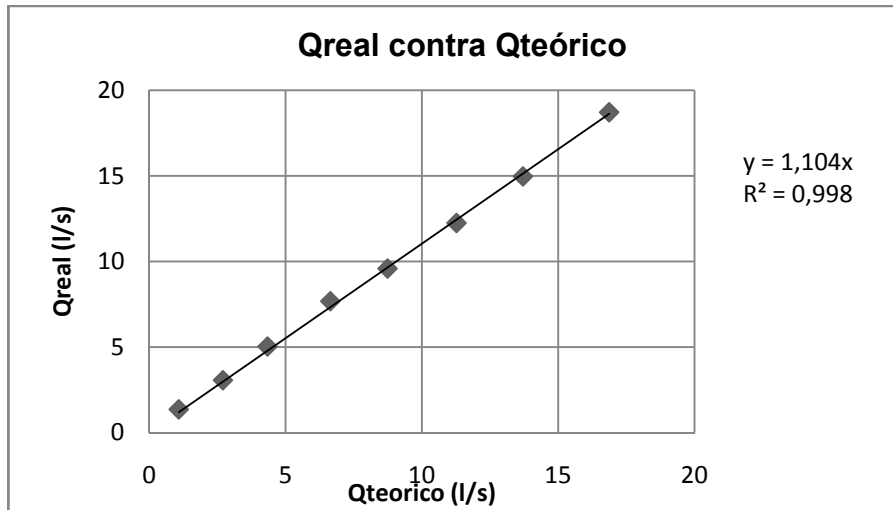
El procedimiento para calcular el coeficiente de descarga es similar al descrito en el inciso 3.2.1.1.2.

Tabla XIII. **Caudales observados y teóricos**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Francis
1,3	1,36	1,084
2,4	3,06	2,704
3,3	5,03	4,339
4,4	7,68	6,643
5,3	9,58	8,742
6,3	12,24	11,272
7,2	14,96	13,707
8,3	18,71	16,869

Fuente: elaboración propia.

Figura 58. **Determinación del coeficiente de descarga**



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 1,1041$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{real} = (1,1041) * 0,0184 * (40 - (0,2 * H)) * H^{3/2}$$

Operando:

$$Q_{real} = 0,020315 * H^{3/2} * (40 - 0,2 * H)$$

Donde:

$$Q_{teórico} = l/s$$

$$H = cm$$

Tabla XIV. **Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Francis	Qfranciscorregido (l/s) $Q = 0,020315 * H^{3/2} * (40 - 0,2 * H)$
1,3	1,36	1,084	1,197
2,4	3,06	2,704	2,985
3,3	5,03	4,339	4,791
4,4	7,68	6,643	7,335
5,3	9,58	8,742	9,652
6,3	12,24	11,272	12,445
7,2	14,96	13,707	15,134
8,3	18,71	16,869	18,625

Fuente: elaboración propia.

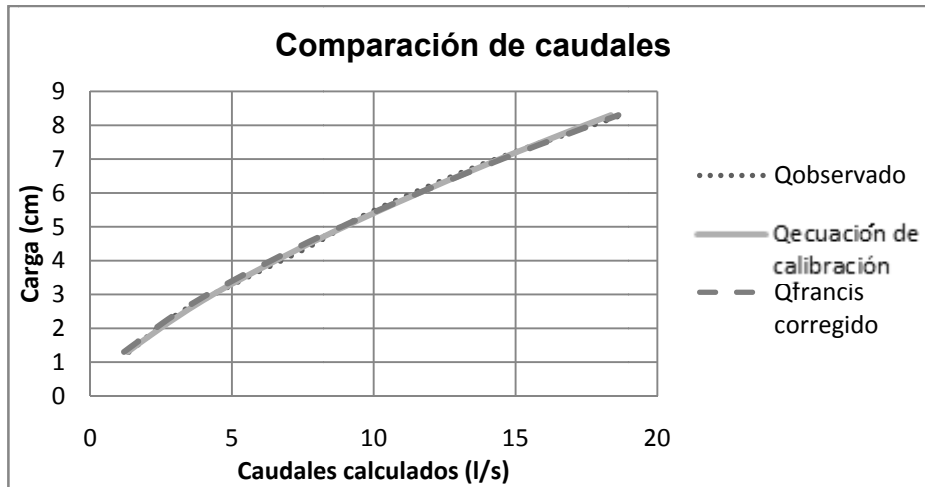
Para finalizar se comparan los resultados obtenidos.

Tabla XV. **Comparación de caudales**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s) $Q = 0,9211H^{1,4141}$	Qfranciscorregido (l/s) $Q = 0,020315 * H^{3/2} * (40 - 0,2 * H)$
1,3	1,3578	1,3348	1,197
2,4	3,0636	3,1766	2,985
3,3	5,0330	4,9835	4,791
4,4	7,6757	7,4853	7,335
5,3	9,5843	9,7386	9,652
6,3	12,2450	12,4350	12,445
7,2	14,9632	15,0194	15,134
8,3	18,7123	18,3640	18,625

Fuente: elaboración propia.

Figura 59. Comparación de caudales



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2. Calibración de vertederos trapezoidales (*Cipolletti*) con dos contracciones y cálculo de las ecuaciones experimentales

Este ensayo se realizó utilizando el canal que se encuentra en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, abastecido de agua por medio de un sistema de bombeo.

#### 3.2.2.1. Ensayo para vertedero trapezoidal con cresta de 39 centímetros

El ensayo para este vertedero sigue el mismo procedimiento efectuado con el vertedero rectangular con dos contracciones, detallado en el inciso 3.2.1.1.



Figura 60. **Vertedero instalado**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Tabla XVI. **Datos obtenidos ensayo de vertedero trapezoidal**

<b>H (cm)</b>	<b>t1 (s)</b>	<b>Vol1 (l)</b>	<b>t2 (s)</b>	<b>Vol2 (l)</b>	<b>t3 (s)</b>	<b>Vol3 (l)</b>
2,8	120,25	510,7	122,35	511,8	121,30	510,7
3,7	88,03	517,5	88,05	514,1	88,83	516,4
4,7	55,94	509,5	56,35	508,4	55,93	509,5
6,0	40,31	513,0	40,81	511,8	40,91	511,8
7,0	32,72	511,8	32,43	508,4	32,84	515,3
8,1	26,56	522,1	26,85	519,8	27,35	534,8
8,8	22,60	525,6	23,22	539,3	22,25	517,5

Fuente: elaboración propia.

### **3.2.2.1.1. Obtención de resultados**

El proceso para la determinación de caudales con el vertedero trapezoidal con dos contracciones, es similar al efectuado con anterioridad, descrito en el inciso 3.2.1.1.1.

Tabla XVII. **Caudales observados**

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
2,8	4,247	4,183	4,210	4,213
3,7	5,879	5,839	5,813	5,844
4,7	9,108	9,022	9,110	9,080
6,0	12,726	12,541	12,510	12,593
7,0	15,642	15,677	15,691	15,670
8,1	19,657	19,359	19,554	19,524
8,8	23,257	23,226	23,258	23,247

Fuente: elaboración propia.

Como para la mayoría de medidores de caudal, la ecuación modelo para este vertedero es del tipo exponencial, representada por:

$$Q = KH^n$$

Aplicando logaritmos:

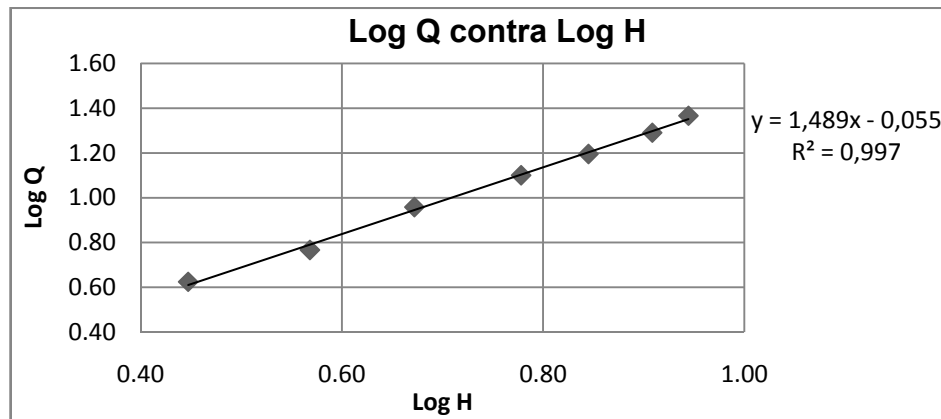
Tabla XVIII. **Logaritmo de caudales observados y de cargas**

H (cm)	Qr = V/t (l/s)	Log H	Log Q
2,8	4,21	0,4472	0,6246
3,7	5,84	0,5682	0,7667
4,7	9,08	0,6721	0,9581
6,0	12,59	0,7782	1,1001
7,0	15,67	0,8451	1,1951
8,1	19,52	0,9085	1,2906
8,8	23,25	0,9445	1,3664

Fuente: elaboración propia.

Seguidamente se dibuja la gráfica que relaciona los logaritmos de la altura H y del caudal Qr, en la cual se agrega una línea de tendencia para hallar la ecuación de la recta que brinda el valor de n y de K.

Figura 61. **Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H**



Fuente: elaboración propia.

Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 1,4898X - 0,0559$  de donde se obtienen los valores de K y de n.

Siendo  $n = 1,4898$  y  $K = \text{Log}^{-1}(-0,0559) = 0,8792$

$$Q_{generado} = 0,8792H^{1,4898} \quad \Longrightarrow \quad \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{generado} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Con la ecuación de calibración ya definida para el vertedero trapezoidal se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez

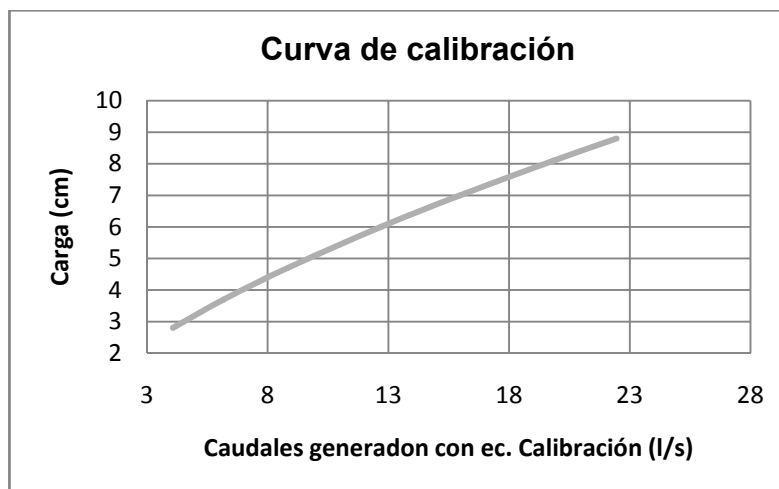
que se estima el porcentaje de error entre ambos y se presenta la curva de calibración propia del vertedero.

Tabla XIX. **Caudales observados y generados con la ecuación de calibración**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s)  $Q = 0,8792H^{1,4898}$	error (%)
2,8	4,21	4,0764	3,3617
3,7	5,84	6,1746	5,3605
4,7	9,08	8,8184	2,9652
6,0	12,59	12,6879	0,7511
7,0	15,67	15,9635	1,8386
8,1	19,52	19,8409	1,5993
8,8	23,25	22,4487	3,5559

Fuente: elaboración propia.

Figura 62. **Curva de calibración**



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2.1.2. Cálculo del caudal con la ecuación de Francis

Para calcular el caudal real en vertederos trapezoidales al igual que con los rectangulares, se aplica la ecuación:

$$Q_{real} = C_d Q_{teorico}$$

A si mismo Francis presenta la siguiente ecuación para hallar el caudal teórico:

$$Q_{teórico} = 1,859 * b * H^{3/2}$$

Donde:

Q = Caudal que fluye por el vertedero, en m<sup>3</sup>/s

b = Ancho de la cresta, en m

H = Carga del vertedero, en m

Al realizar la conversión y sustituir valores:

$$Q_{real} = C_d * 0,01859 * b * H^{3/2}$$

Donde:

Q<sub>real</sub> = l/s

b = cm = 39 cm

H = cm

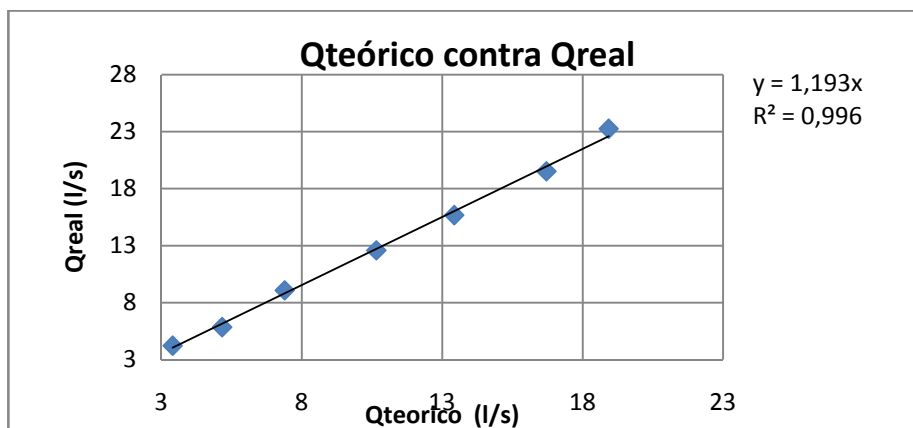
Calculando los caudales teóricos y graficando la relación entre estos y los caudales observados, se genera una línea de tendencia que proporciona la ecuación de esta gráfica, donde se obtiene el valor del coeficiente de descarga Cd.

Tabla XX. **Caudales observados y teóricos**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Francis
2,8	4,21	3,397
3,7	5,84	5,160
4,7	9,08	7,387
6,0	12,59	10,655
7,0	15,67	13,427
8,1	19,52	16,714
8,8	23,25	18,926

Fuente: elaboración propia.

Figura 63. **Determinación del coeficiente de descarga**



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 1,1936$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{real} = (1,1936) * 0,01859 * b * H^{3/2}$$

Operando:

$$Q_{real} = 0,865372 * H^{3/2}$$

Donde:

$$Q_{real} = \text{l/s}$$

$$b = \text{cm}$$

$$H = \text{cm}$$

Tabla XXI. **Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Francis	Qfranciscorregido (l/s)  $Q = 0,865372 * H^{3/2}$
2,8	4,21	3,397	4,055
3,7	5,84	5,160	6,159
4,7	9,08	7,387	8,818
6,0	12,59	10,655	12,718
7,0	15,67	13,427	16,027
8,1	19,52	16,714	19,949
8,8	23,25	18,926	22,591

Fuente: elaboración propia.

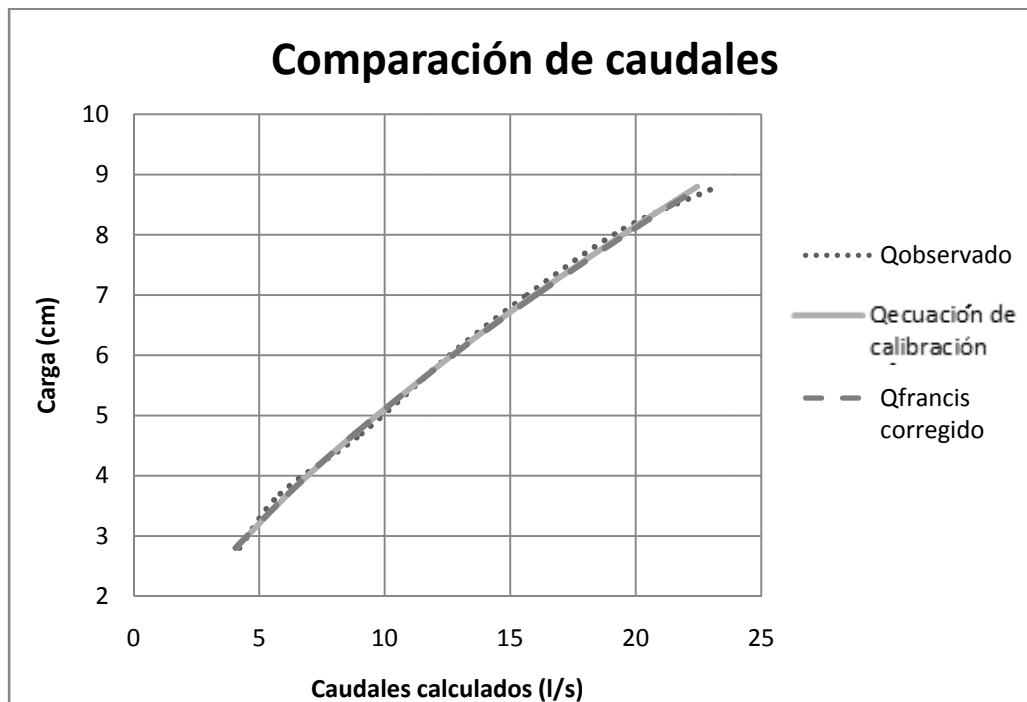
Concluyendo con la comparación de los resultados obtenidos con las diferentes ecuaciones, al mismo tiempo que se genera la gráfica respectiva.

Tabla XXII. **Comparación de caudales**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s)	Qfranciscorregido (l/s)
2,8	4,2134	4,0764	4,055
3,7	5,8436	6,1746	6,159
4,7	9,0799	8,8184	8,818
6,0	12,5926	12,6879	12,718
7,0	15,6700	15,9635	16,027
8,1	19,5236	19,8409	19,949
8,8	23,2469	22,4487	22,591

Fuente: elaboración propia.

Figura 64. **Comparación de caudales**



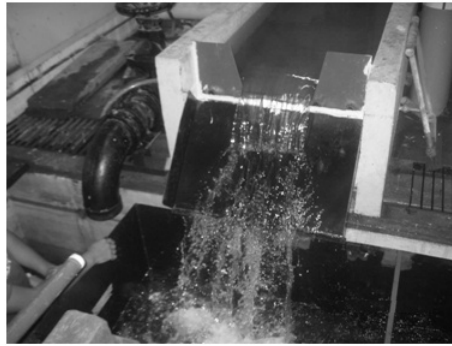
Fuente: elaboración propia.



### 3.2.2.2. Ensayo para vertedero trapezoidal con cresta de 29 centímetros

El ensayo para este vertedero sigue el mismo procedimiento efectuado con el vertedero rectangular con dos contracciones, detallado en el inciso 3.2.1.1.

Figura 65. **Vertedero instalado**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Tabla XXIII. **Datos obtenidos ensayo de vertedero trapezoidal**

<b>H (cm)</b>	<b>t1 (s)</b>	<b>Vol1 (l)</b>	<b>t2 (s)</b>	<b>Vol2 (l)</b>	<b>t3 (s)</b>	<b>Vol3 (l)</b>
2,3	118,44	273,2	116,41	250,2	116,91	245,6
3,4	77,36	282,4	78,46	281,2	75,31	282,4
4,4	49,94	281,2	50,78	281,2	49,15	283,5
5,3	35,91	277,8	35,90	275,5	37,92	286,7
6,7	25,88	280,1	26,72	286,9	26,06	281,2
8,1	28,19	399,4	27,91	395,9	28,00	398,2
9,2	22,97	401,7	23,4	402,8	23,16	400,5
10,7	18,06	407,4	18,53	418,9	18,22	409,7

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2.2.1. Obtención de resultados

El proceso para la determinación de caudales con el vertedero trapezoidal con dos contracciones, es similar al efectuado con anterioridad, descrito en el inciso 3.2.1.1.1.

Tabla XXIV. Caudales observados

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
2,3	2,307	2,149	2,101	2,186
3,4	3,650	3,584	3,750	3,661
4,4	5,631	5,538	5,768	5,645
5,3	7,736	7,674	7,561	7,657
6,7	10,823	10,737	10,790	10,784
8,1	14,168	14,185	14,221	14,191
9,2	17,488	17,214	17,293	17,331
10,7	22,558	22,607	22,486	22,550

Fuente: elaboración propia.

Como para la mayoría de medidores de caudal, la ecuación modelo para este vertedero es del tipo exponencial, representada por:

$$Q = KH^n$$

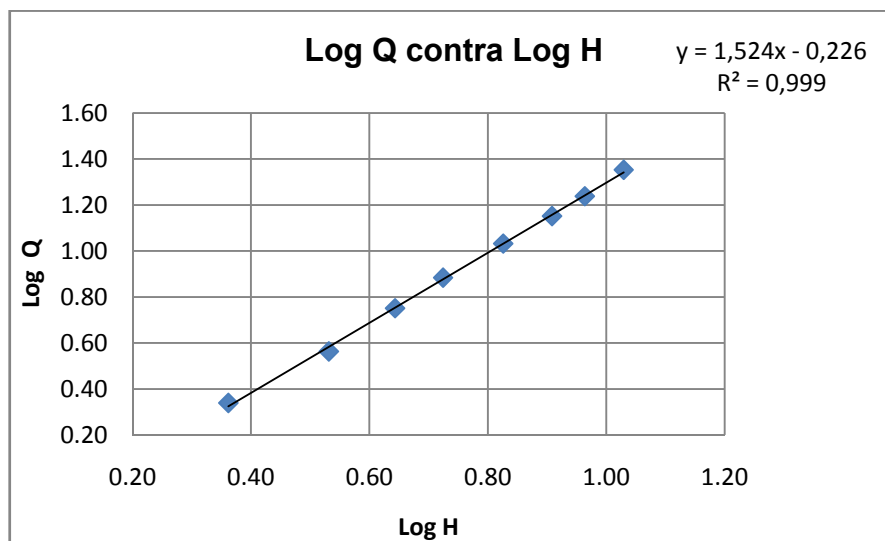
Tabla XXV. **Logaritmo de caudales observados y de cargas**

H (cm)	Qr = V/t (l/s)	Log H	Log Q
2,3	2,19	0,3617	0,3396
3,4	3,66	0,5315	0,5637
4,4	5,65	0,6435	0,7517
5,3	7,66	0,7243	0,8841
6,7	10,78	0,8261	1,0328
8,1	14,19	0,9085	1,1520
9,2	17,33	0,9638	1,2388
10,7	22,55	1,0294	1,3532

Fuente: elaboración propia.

Graficando la relación de logaritmos de la altura H y del caudal Qr, en la cual se agrega una línea de tendencia para hallar la ecuación de la recta que determina el valor de n y de K.

Figura 66. **Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H**



Fuente: elaboración propia.

Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 1,5241X - 0,2265$  de donde se obtienen los valores de  $K$  y de  $n$ .

Siendo  $n = 1,5241$  y  $K = \text{Log}^{-1}(-0,2265) = 0,5936$

$$Q_{\text{generado}} = 0,5936H^{1,5241} \quad \Longrightarrow \quad \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{\text{generado}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

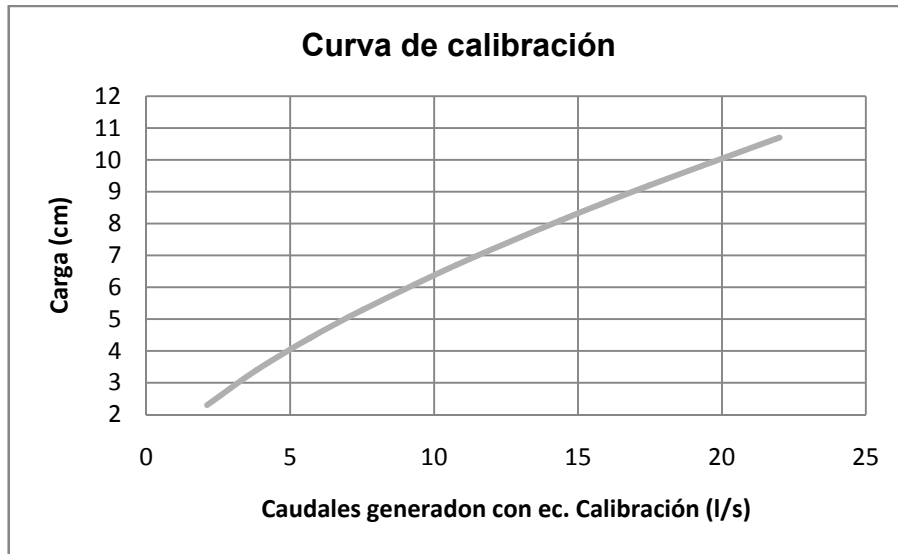
Con la ecuación de calibración ya definida para el vertedero trapezoidal se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez que se estima el porcentaje de error entre ambos y se presenta la curva de calibración propia del vertedero.

Tabla XXVI. **Caudales observados y generados con la ecuación de calibración**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s) $Q = 0,5936H^{1,5241}$	error (%)
2,3	2,19	2,1126	3,4560
3,4	3,66	3,8329	4,4735
4,4	5,65	5,6779	0,5707
5,3	7,66	7,5400	1,5512
6,7	10,78	10,7776	0,0560
8,1	14,19	14,3920	1,3934
9,2	17,33	17,4747	0,8194
10,7	22,55	21,9980	2,5107

Fuente: elaboración propia.

Figura 67. Curva de calibración



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2.2. Cálculo del caudal con la ecuación de Francis

Para este vertedero también se aplica la ecuación:

$$Q_{\text{real}} = C_d Q_{\text{teórico}}$$

Así mismo, Francis presenta la siguiente ecuación para hallar el caudal teórico:

$$Q_{\text{teórico}} = 1,859 * b * H^{3/2}$$

Donde:  $Q$  = Caudal que fluye por el vertedero, en  $\text{m}^3/\text{s}$

$b$  = Ancho de la cresta, en m

$H$  = Carga del vertedero, en m

Al realizar la conversión y sustituir valores:

$$Q_{\text{real}} = C_d * 0,01859 * b * H^{3/2}$$

Donde:

$$Q_{\text{real}} = \text{l/s}$$

$$b = \text{cm} = 29 \text{ cm}$$

$$H = \text{cm}$$

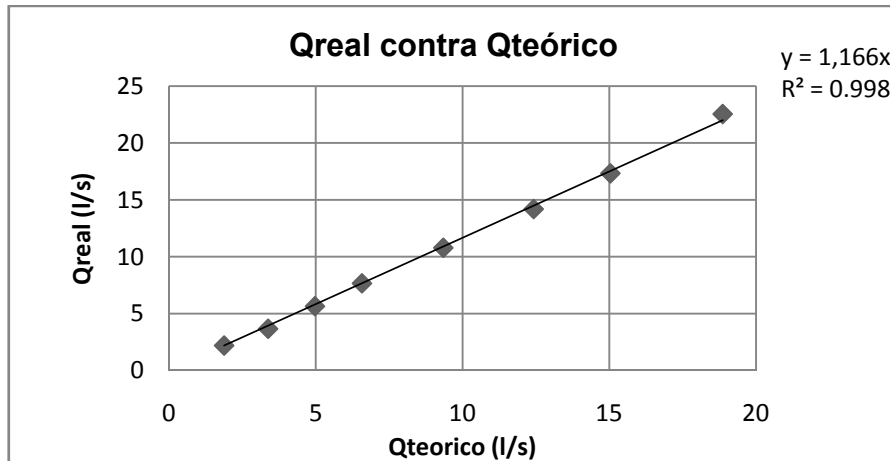
El procedimiento para calcular el coeficiente de descarga es similar al efectuado en el inciso 3.2.1.1.2.

Tabla XXVII. **Caudales observados y teóricos**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Francis
2,3	2,19	1,880
3,4	3,66	3,380
4,4	5,65	4,976
5,3	7,66	6,578
6,7	10,78	9,350
8,1	14,19	12,428
9,2	17,33	15,044
10,7	22,55	18,869

Fuente: elaboración propia.

Figura 68. **Determinación del coeficiente de descarga**



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 1,1666$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{\text{real}} = (1,1666) * 0,01859 * b * H^{3/2}$$

Operando:

$$Q_{\text{real}} = 0,628926 * H^{3/2}$$

Donde:

$$Q_{\text{teórico}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Tabla XXVIII. **Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Francis	Qfrancis corregido (l/s)  $Q = 0,628926 * H^{3/2}$
2,3	2,19	1,880	2,194
3,4	3,66	3,380	3,943
4,4	5,65	4,976	5,805
5,3	7,66	6,578	7,674
6,7	10,78	9,350	10,907
8,1	14,19	12,428	14,499
9,2	17,33	15,044	17,550
10,7	22,55	18,869	22,013

Fuente: elaboración propia.

Concluyendo con la comparación de los resultados obtenidos.

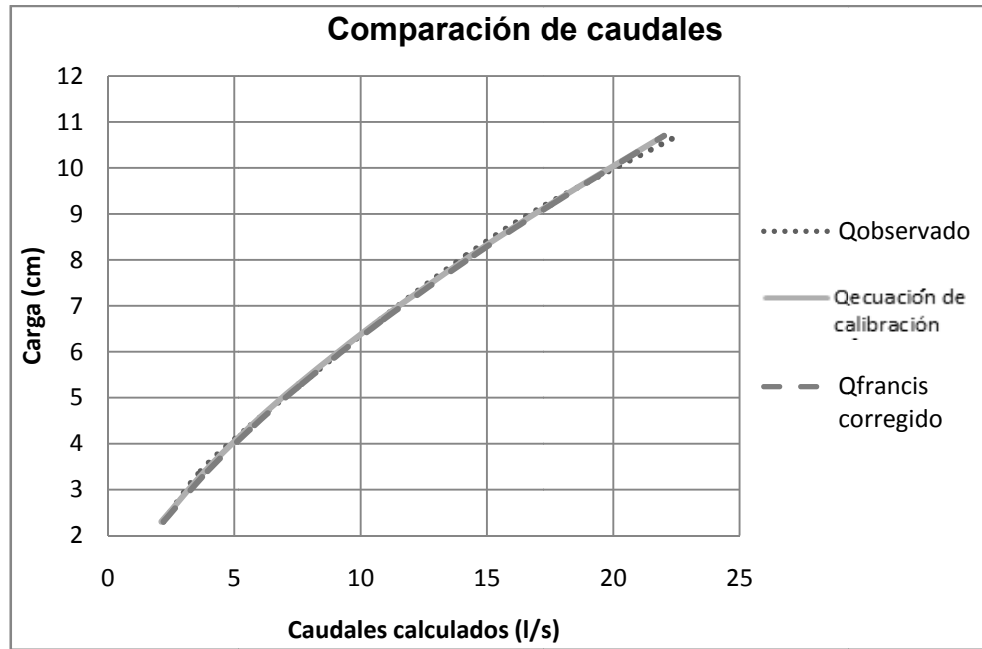
Tabla XXIX. **Comparación de caudales**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s)  $Q = 0,5936H^{1,5241}$	Qfranciscorregido (l/s)  $Q = 0,628926 * H^{3/2}$
2,3	2,1856	2,1126	2,194
3,4	3,6614	3,8329	3,943
4,4	5,6455	5,6779	5,805
5,3	7,6569	7,5400	7,674
6,7	10,7836	10,7776	10,907
8,1	14,1915	14,3920	14,499
9,2	17,3315	17,4747	17,550
10,7	22,5503	21,9980	22,013

Fuente: elaboración propia.



Figura 69. Comparación de caudales



Fuente: elaboración propia.

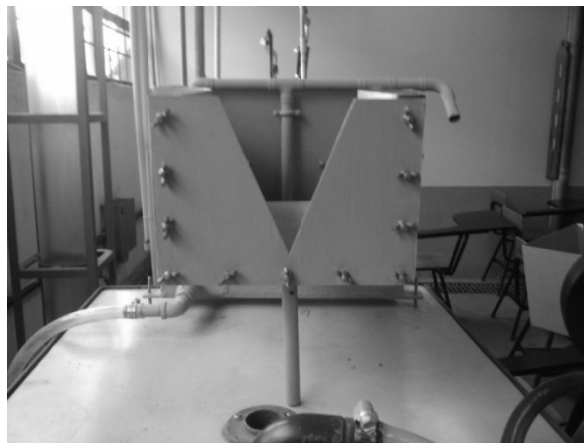
### 3.2.3. Calibración de vertederos triangulares y cálculo de las ecuaciones experimentales

El ensayo de los vertederos triangulares se realizó utilizando el aparato de vertederos, que consiste en un pequeño depósito con tramo recto, a manera de canal y que descarga por un vertedero, cuya sección se puede cambiar y se encuentra en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, abastecido de agua por medio de un sistema de bombeo.

### 3.2.3.1. Ensayo para vertedero triangular de 45°

- Fijar el vertedero rectangular al equipo utilizando tuercas, y un empaque para evitar filtraciones en sus bordes que pudieran afectar las lecturas.

Figura 70. Vertedero instalado



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

- Medir la distancia  $d \geq 4H$ , desde el vertedero al limnómetro, la cual tiene un valor de  $d = 20,2$  cm.
- Encender el sistema de bombeo y suministrar agua al equipo hasta llegar al nivel de la cresta, a esta altura de carga que se denominará  $H_0$ , a partir de la cual se empezarán a tomar lecturas, haciendo la observación que las válidas serán la que presenten zona aireada bajo la lámina vertiente.

Figura 71. **Vertedero en funcionamiento**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Figura 72. **Zona aireada bajo la lámina vertiente**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

- Realizar toma de lecturas de carga H y en cada lectura se efectúan 3 aforos volumétricos, midiendo el volumen de un depósito y tomando lectura de los tiempos de llenado, utilizando un cronómetro.

Figura 73. **Toma de lecturas de carga H**



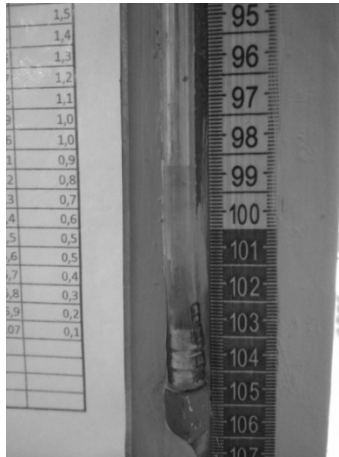
Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Figura 74. **Depósito utilizado para aforo volumétrico**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Figura 75. Toma de volumen del depósito



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Tabla XXX. Datos obtenidos ensayo de vertedero triangular de 45°

H (cm)	t1 (s)	Vol1 (l)	t2 (s)	Vol2 (l)	t3 (s)	Vol3 (l)
1,2	402,12	4,2	404,62	4,2	405,96	4,2
1,8	141,94	4,2	143,47	4,2	140,88	4,2
2,4	71,19	4,2	71,35	4,2	71,94	4,2
2,8	47,50	4,2	47,97	4,2	48,55	4,2
3,3	32,15	4,2	33,00	4,2	32,81	4,2
3,8	43,22	8,4	43,78	8,4	43,50	8,4
4,4	30,34	8,4	30,72	8,4	30,22	8,4
4,9	29,44	10,9	29,59	10,9	29,38	10,9
5,4	25,91	10,9	26,09	10,9	26,21	10,9
5,9	20,38	10,9	20,56	10,9	20,41	10,9
6,4	16,31	10,9	16,78	10,9	16,56	10,9
7,4	11,91	10,9	11,97	10,9	11,97	10,9
8,2	9,44	10,9	9,41	10,9	9,47	10,9
8,9	8,10	10,9	8,19	10,9	8,00	10,9
9,4	6,50	10,9	6,60	10,9	6,50	10,9

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.3.1.1. Obtención de resultados

El proceso para la determinación de caudales con el vertedero triangular, es similar al efectuado con anterioridad, descrito en el inciso 3.2.1.1.1.

Tabla XXXI. Caudales observados

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
1,2	0,010	0,010	0,010	0,010
1,8	0,030	0,029	0,030	0,030
2,4	0,059	0,059	0,058	0,059
2,8	0,088	0,088	0,087	0,087
3,3	0,131	0,127	0,128	0,129
3,8	0,194	0,192	0,193	0,193
4,4	0,277	0,273	0,278	0,276
4,9	0,370	0,368	0,371	0,370
5,4	0,421	0,418	0,416	0,418
5,9	0,535	0,530	0,534	0,533
6,4	0,668	0,650	0,658	0,659
7,4	0,915	0,911	0,911	0,912
8,2	1,155	1,158	1,151	1,155
8,9	1,346	1,331	1,363	1,346
9,4	1,677	1,652	1,677	1,668

Fuente: elaboración propia.

Como para la mayoría de medidores de caudal, la ecuación modelo para el vertedero triangular es del tipo exponencial, representada por:

$$Q = KH^n$$

Aplicando logaritmos:

Tabla XXXII. **Logaritmo de caudales observados y de cargas**

H (cm)	Qr = V/t (l/s)	Log H	Log Q
1,2	0,01	0,0792	-1,9834
1,8	0,03	0,2553	-1,5293
2,4	0,06	0,3802	-1,2310
2,8	0,09	0,4472	-1,0580
3,3	0,13	0,5185	-0,8906
3,8	0,19	0,5798	-0,7142
4,4	0,28	0,6435	-0,5590
4,9	0,37	0,6902	-0,4319
5,4	0,42	0,7324	-0,3787
5,9	0,53	0,7709	-0,2733
6,4	0,66	0,8062	-0,1813
7,4	0,91	0,8692	-0,0399
8,2	1,15	0,9138	0,0625
8,9	1,35	0,9494	0,1292
9,4	1,67	0,9731	0,2223

Fuente: elaboración propia.

Graficando la relación de logaritmos de la altura H y del caudal Qr, y agregando una línea de tendencia para hallar la ecuación de la recta que brinda el valor de n y de K.

Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 2,4378X - 2,1521$  de donde se obtienen los valores de K y de n.

Siendo  $n = 2,4378$  y  $K = \text{Log}^{-1}(-2,1521) = 0,007$

Con los parámetros anteriores se obtiene la ecuación generada específica para el vertedero rectangular con dos contracciones ensayado.

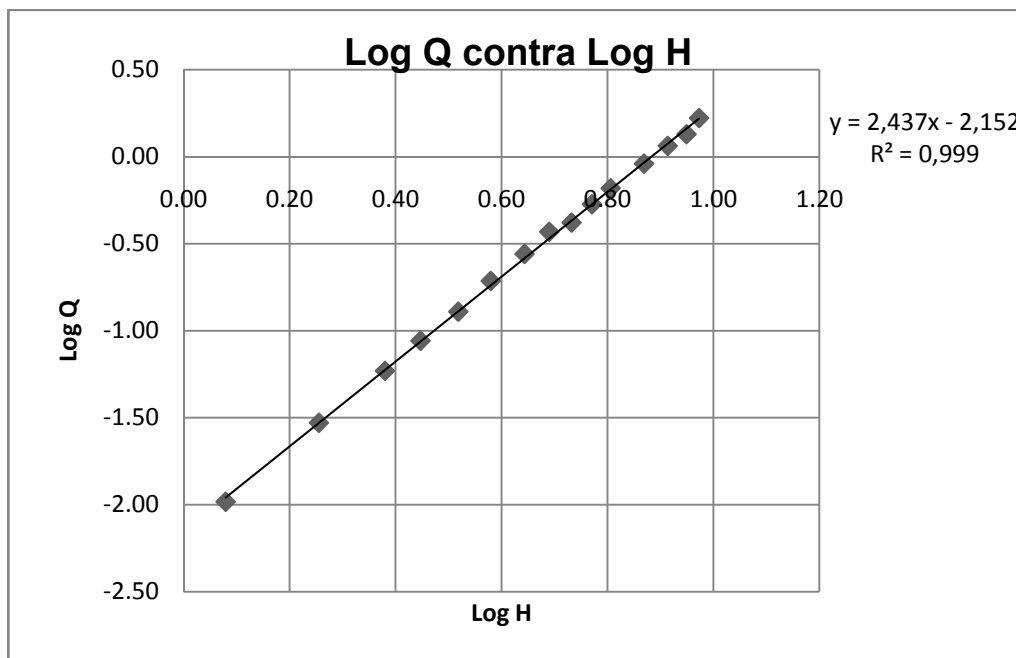
$$Q_{generado} = 0,007H^{2,4378} \quad \Longrightarrow \quad \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{generado} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Figura 76. **Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H**



Fuente: elaboración propia.

Con la ecuación de calibración ya definida para el vertedero trapezoidal se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez que se estima el porcentaje de error entre ambos y se presenta la curva de calibración propia del vertedero.

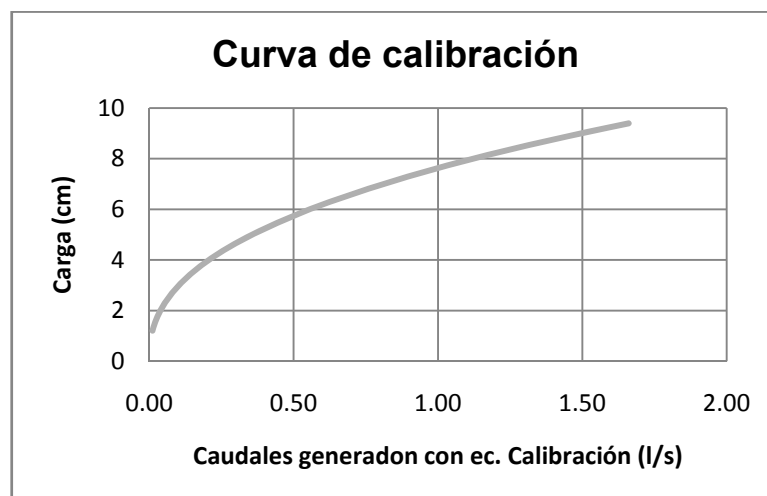


Tabla XXXIII. **Caudales observados y generados con la ecuación de calibración**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s) $Q = 0,007H^{2,4378}$	error (%)
1,2	0,01	0,0110	5,4425
1,8	0,03	0,0295	0,1120
2,4	0,06	0,0595	1,3235
2,8	0,09	0,0867	0,9254
3,3	0,13	0,1294	0,5871
3,8	0,19	0,1825	5,8048
4,4	0,28	0,2609	5,8125
4,9	0,37	0,3392	9,0411
5,4	0,42	0,4299	2,7329
5,9	0,53	0,5334	0,0790
6,4	0,66	0,6504	1,2701
7,4	0,91	0,9266	1,5653
8,2	1,15	1,1901	2,9798
8,9	1,35	1,4532	7,3517
9,4	1,67	1,6603	0,4901

Fuente: elaboración propia.

Figura 77. **Curva de calibración**



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.3.1.2. Cálculo del caudal con la fórmula general

Como se indicó previamente la fórmula general para hallar el caudal real en un vertedero triangular de pared delgada es de la forma:

$$Q_{\text{teórico}} = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) H^{5/2}$$

Donde:

$$Q_{\text{teórico}} = \text{m}^3/\text{s}$$

$$H = \text{m}$$

Sustituyendo valores y realizando conversiones:

$$Q_{\text{teórico}} = \frac{8}{15} \sqrt{2 * 9.81} \tan(45/2) \left(\frac{H}{100}\right)^{5/2} * 1000$$

$$Q_{\text{real}} = C_d * 0,009785 * H^{5/2}$$

Donde:

$$Q_{\text{real}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

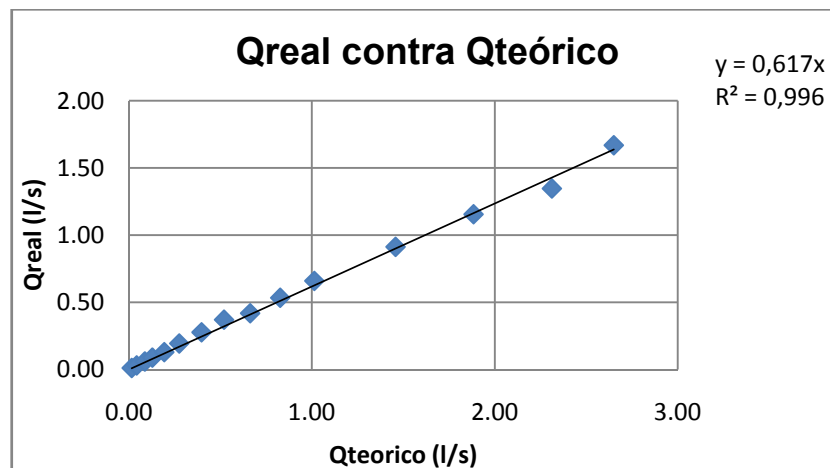
El procedimiento para calcular el coeficiente de descarga es similar al efectuado en el inciso 3.2.1.1.2.

Tabla XXXIV. Caudales observados y teóricos

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s)
1,2	0,01	0,0154
1,8	0,03	0,0425
2,4	0,06	0,0873
2,8	0,09	0,1284
3,3	0,13	0,1936
3,8	0,19	0,2754
4,4	0,28	0,3974
4,9	0,37	0,5201
5,4	0,42	0,6631
5,9	0,53	0,8274
6,4	0,66	1,0140
7,4	0,91	1,4576
8,2	1,15	1,8841
8,9	1,35	2,3123
9,4	1,67	2,6509

Fuente: elaboración propia.

Figura 78. Determinación del coeficiente de descarga



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 0,6175$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{real} = (0,6175) * 0,009785 * H^{5/2}$$

Operando:

$$Q_{real} = 0,006042 * H^{5/2}$$

Donde:

$$Q_{teórico} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Tabla XXXV. **Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s)	Qcorregido (l/s) $Q = 0,006042 * H^{5/2}$
1,2	0,01	0,0154	0,0095
1,8	0,03	0,0425	0,0263
2,4	0,06	0,0873	0,0539
2,8	0,09	0,1284	0,0793
3,3	0,13	0,1936	0,1195
3,8	0,19	0,2754	0,1701
4,4	0,28	0,3974	0,2454
4,9	0,37	0,5201	0,3211
5,4	0,42	0,6631	0,4094
5,9	0,53	0,8274	0,5109
6,4	0,66	1,0140	0,6261
7,4	0,91	1,4576	0,9001
8,2	1,15	1,8841	1,1634
8,9	1,35	2,3123	1,4279
9,4	1,67	2,6509	1,6369

Fuente: elaboración propia.

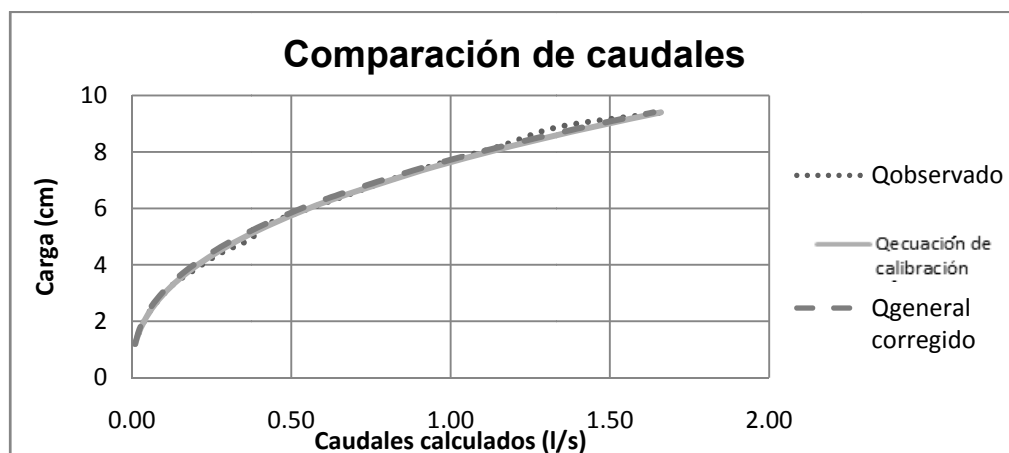
Concluyendo con la comparación de los resultados obtenidos.

Tabla XXXVI. **Comparación de caudales**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s)	Qteórico corregido (l/s)
1,2	0,01	0,0110	0,0095
1,8	0,03	0,0295	0,0263
2,4	0,06	0,0595	0,0539
2,8	0,09	0,0867	0,0793
3,3	0,13	0,1294	0,1195
3,8	0,19	0,1825	0,1701
4,4	0,28	0,2609	0,2454
4,9	0,37	0,3392	0,3211
5,4	0,42	0,4299	0,4094
5,9	0,53	0,5334	0,5109
6,4	0,66	0,6504	0,6261
7,4	0,91	0,9266	0,9001
8,2	1,15	1,1901	1,1634
8,9	1,35	1,4532	1,4279
9,4	1,67	1,6603	1,6369

Fuente: elaboración propia.

Figura 79. **Comparación de caudales**

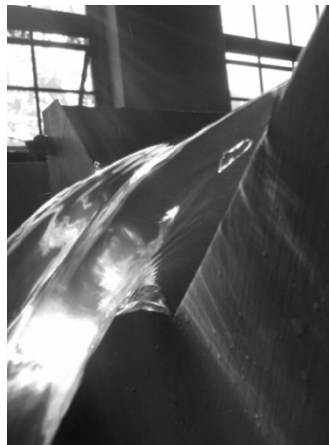


Fuente: elaboración propia.

### 3.2.3.2. Ensayo para vertedero triangular de 90°

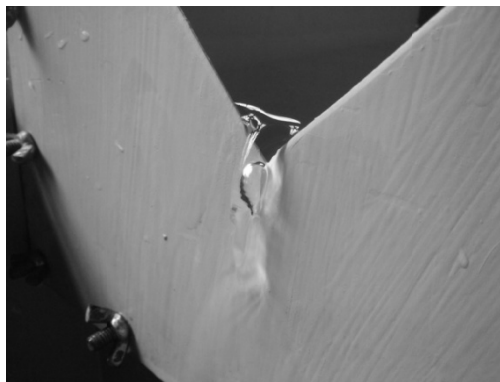
El ensayo para este vertedero sigue el mismo procedimiento efectuado con el vertedero anterior, detallado en el inciso 3.2.3.1.

Figura 80. **Vertedero en funcionamiento**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Figura 81. **Zona aireada bajo la lámina vertiente**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

Tabla XXXVII. Datos obtenidos ensayo de vertedero triangular de 90°

H (cm)	t1 (s)	Vol1 (l)	t2 (s)	Vol2 (l)	t3 (s)	Vol3 (l)
0,8	135,00	2,5	136,00	2,5	135,00	2,5
1,3	43,85	2,5	43,94	2,5	44,00	2,5
1,8	24,38	2,5	24,87	2,5	25,00	2,5
2,3	14,50	2,5	14,50	2,5	14,41	2,5
2,8	14,53	4,2	14,33	4,2	14,41	4,2
3,3	20,53	8,4	21,09	8,4	20,97	8,4
3,8	15,44	8,4	15,75	8,4	15,46	8,4
4,3	14,50	10,9	14,31	10,9	14,37	10,9
4,8	11,00	10,9	11,20	10,9	11,10	10,9
5,3	8,19	10,9	8,17	10,9	8,20	10,9
5,8	6,82	10,9	6,79	10,9	6,69	10,9
6,3	5,54	10,9	5,58	10,9	5,52	10,9

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.3.2.1. Obtención de resultados

El proceso para la determinación de caudales con el vertedero triangular, es similar al efectuado con anterioridad, descrito en el inciso 3.2.1.1.1.

Tabla XXXVIII. Caudales observados

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
0,8	0,019	0,018	0,019	0,018
1,3	0,057	0,057	0,057	0,057
1,8	0,103	0,101	0,100	0,101
2,3	0,172	0,172	0,173	0,173
2,8	0,289	0,293	0,291	0,291
3,3	0,409	0,398	0,401	0,403
3,8	0,544	0,533	0,543	0,540
4,3	0,752	0,762	0,759	0,757
4,8	0,991	0,973	0,982	0,982
5,3	1,331	1,334	1,329	1,331
5,8	1,598	1,605	1,629	1,611
6,3	1,968	1,953	1,975	1,965

Fuente: elaboración propia.

Como para la mayoría de medidores de caudal, la ecuación modelo para este vertedero es del tipo exponencial, representada por:

$$Q = KH^n$$

Aplicando logaritmos:

Tabla XXXIX. **Logaritmo de caudales observados y de cargas**

H (cm)	Qr = V/t (l/s)	Log H	Log Q
0,8	0,02	-0,0969	-1,7335
1,3	0,06	0,1139	-1,2448
1,8	0,10	0,2553	-0,9956
2,3	0,17	0,3617	-0,7625
2,8	0,29	0,4472	-0,5358
3,3	0,40	0,5185	-0,3950
3,8	0,54	0,5798	-0,2674
4,3	0,76	0,6335	-0,1207
4,8	0,98	0,6812	-0,0079
5,3	1,33	0,7243	0,1243
5,8	1,61	0,7634	0,2071
6,3	1,97	0,7993	0,2934

Fuente: elaboración propia.

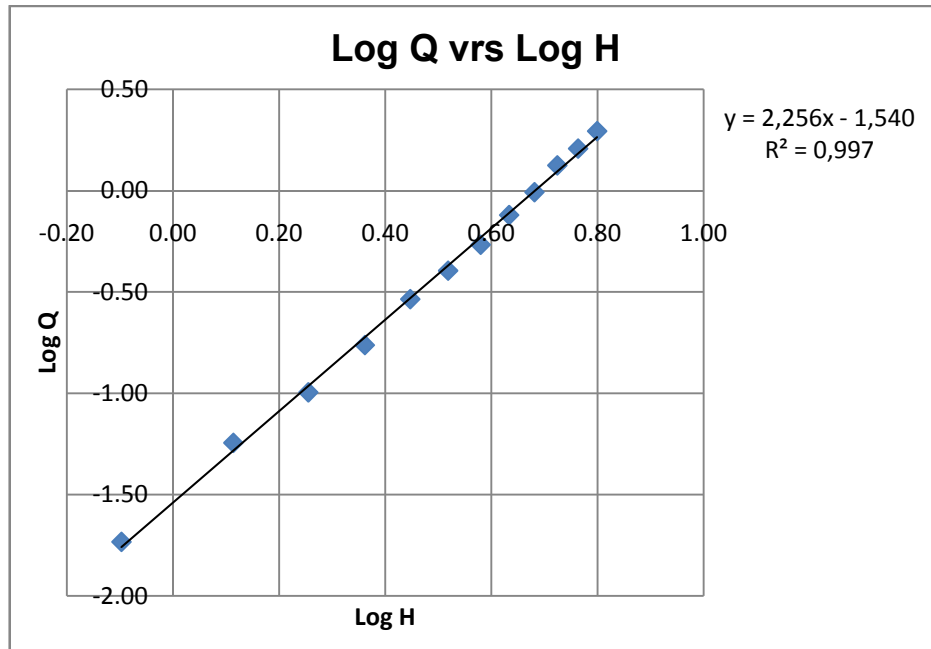
Graficando la relación de logaritmos de la altura H y del caudal Qr, y agregando una línea de tendencia para hallar la ecuación de la recta que brinda el valor de n y de K.

Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 2,2565X - 1,5403$  de donde se obtienen los valores de K y de n.

Siendo  $n = 2,2565$  y  $K = \text{Log}^{-1}(-1,5403) = 0,0289$



Figura 82. Gráfica de logaritmos de caudal observado y cargas H



Fuente: elaboración propia.

Con los parámetros anteriores se obtiene la ecuación generada específica para el vertedero rectangular con dos contracciones ensayado.

$$Q_{generado} = 0,0289H^{2,2565} \quad \Longrightarrow \quad \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{generado} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

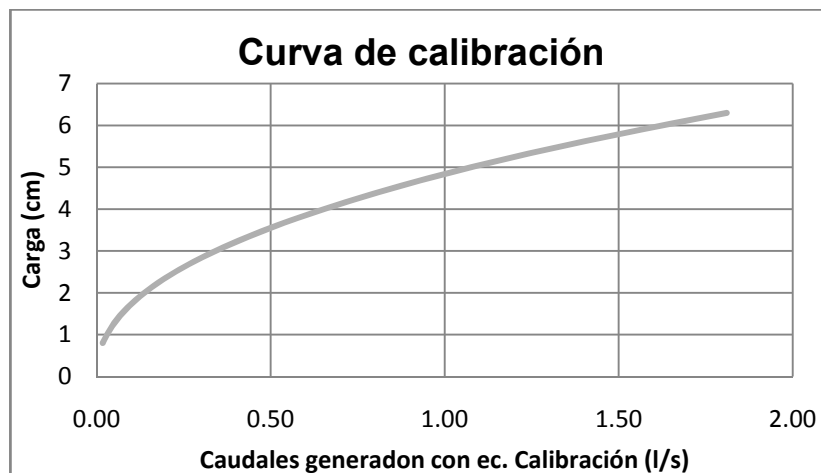
Con la ecuación de calibración ya definida para el vertedero trapezoidal se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez que se estima el porcentaje de error entre ambos y se presenta la curva de calibración propia del vertedero.

Tabla XL. **Caudales observados y generados con la ecuación de calibración**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s) $Q = 0,0289H^{2,2565}$	error (%)
0,8	0,02	0,0175	5,6121
1,3	0,06	0,0521	9,2225
1,8	0,10	0,1083	6,7150
2,3	0,17	0,1879	8,0527
2,8	0,29	0,2924	0,4143
3,3	0,40	0,4231	4,8232
3,8	0,54	0,5810	7,0145
4,3	0,76	0,7671	1,2779
4,8	0,98	0,9824	0,0321
5,3	1,33	1,2275	8,4684
5,8	1,61	1,5033	7,1624
6,3	1,97	1,8104	8,5490

Fuente: elaboración propia.

Figura 83. **Curva de calibración**



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.3.2.2. Cálculo del caudal con la fórmula general

Como se indicó previamente la fórmula general para hallar el caudal real en un vertedero triangular de pared delgada es de la forma:

$$Q_{teórico} = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) H^{5/2}$$

Donde:

$$Q_{teórico} = m^3/s$$
$$H = m$$

Sustituyendo valores y realizando conversiones:

$$Q_{teórico} = \frac{8}{15} \sqrt{2 * 9,81} \tan(90/2) \left(\frac{H}{100}\right)^{5/2} * 1000$$

$$Q_{teórico} = C_d * 0,023624 * H^{5/2}$$

Donde:

$$Q_{real} = l/s$$
$$H = cm$$

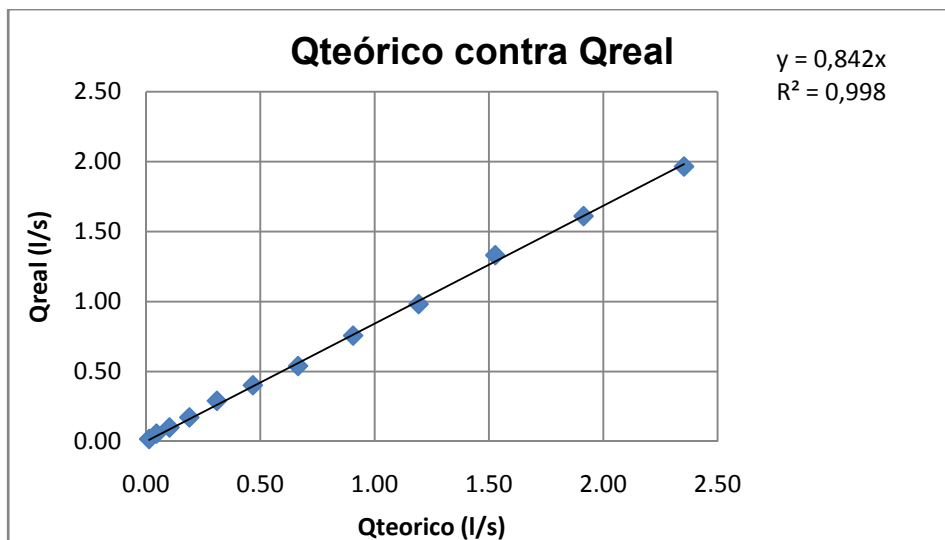
El procedimiento para calcular el coeficiente de descarga es similar al efectuado en el inciso 3.2.1.1.2.

Tabla XLI. Caudales observados y teóricos

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s)
0,8	0,02	0,0135
1,3	0,06	0,0455
1,8	0,10	0,1027
2,3	0,17	0,1895
2,8	0,29	0,3099
3,3	0,40	0,4673
3,8	0,54	0,6650
4,3	0,76	0,9058
4,8	0,98	1,1925
5,3	1,33	1,5277
5,8	1,61	1,9139
6,3	1,97	2,3534

Fuente: elaboración propia.

Figura 84. Determinación del coeficiente de descarga



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 0,8423$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{real} = (0,8423) * 0,023624 * H^{5/2}$$

Operando:

$$Q_{real} = 0,019898 * H^{5/2}$$

Donde:

$$Q_{teórico} = l/s$$

$$H = cm$$

**Tabla XLII. Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s)	Q corregido (l/s) $Q = 0,019898 * H^{5/2}$
0,8	0,02	0,0135	0,0113
1,3	0,06	0,0455	0,0380
1,8	0,10	0,1026	0,0858
2,3	0,17	0,1895	0,1584
2,8	0,29	0,3099	0,2590
3,3	0,40	0,4673	0,3907
3,8	0,54	0,6649	0,5559
4,3	0,76	0,9057	0,7572
4,8	0,98	1,1924	0,9969
5,3	1,33	1,5277	1,2771
5,8	1,61	1,9138	1,6000
6,3	1,97	2,3534	1,9674

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.3.2.3. Cálculo del caudal con la ecuación de Thomson

Para este vertedero también se aplica la ecuación:

$$Q_{\text{real}} = C_d Q_{\text{teorico}}$$

Así mismo, Thomson presenta la siguiente ecuación para hallar el caudal teórico de un vertedero triangular de 90°:

$$Q_{\text{teórico}} = 1,4 * H^{5/2}$$

Donde:

Q = Caudal que fluye por el vertedero, en m<sup>3</sup>/s

H = Carga del vertedero, en m

Efectuando la conversión:

$$Q_{\text{real}} = C_d * 0,014 * H^{5/2}$$

Donde:

$Q_{\text{real}} = \text{l/s}$

H = cm

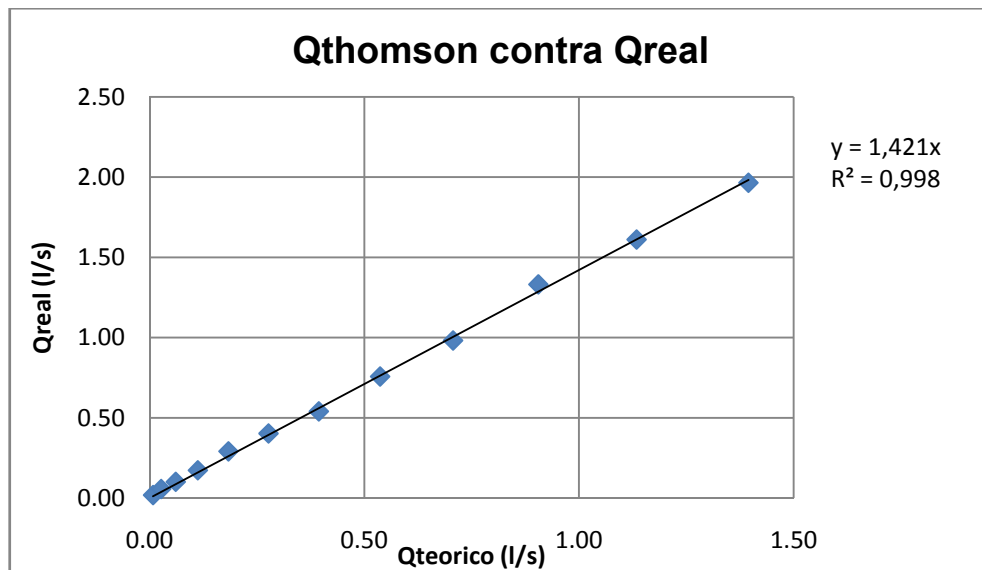
El procedimiento para calcular el coeficiente de descarga es similar al efectuado en el inciso 3.2.1.1.2.

Tabla XLIII. Caudales observados y teóricos

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico Thomson (l/s) $Q = 0,014 * H^{5/2}$
0,8	0,02	0,0080
1,3	0,06	0,0269
1,8	0,10	0,0608
2,3	0,17	0,1123
2,8	0,29	0,1836
3,3	0,40	0,2769
3,8	0,54	0,3940
4,3	0,76	0,5367
4,8	0,98	0,7066
5,3	1,33	0,9053
5,8	1,61	1,1342
6,3	1,97	1,3947

Fuente: elaboración propia.

Figura 85. Determinación del coeficiente de descarga



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 1,4212$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{\text{real}} = (1,4212) * 0,014 * H^{5/2}$$

Operando:

$$Q_{\text{real}} = 0,01990 * H^{5/2}$$

Donde:

$$Q_{\text{real}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Tabla XLIV. **Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qtéorico Thomson (l/s) $Q = 0,014 * H^{5/2}$	QThomsoncorregido (l/s) $Q = 0,01990 * H^{5/2}$
0,8	0,02	0,0080	0,0113
1,3	0,06	0,0269	0,0383
1,8	0,10	0,0608	0,0864
2,3	0,17	0,1123	0,1596
2,8	0,29	0,1836	0,2610
3,3	0,40	0,2769	0,3936
3,8	0,54	0,3940	0,5600
4,3	0,76	0,5367	0,7628
4,8	0,98	0,7066	1,0043
5,3	1,33	0,9053	1,2866
5,8	1,61	1,1342	1,6119
6,3	1,97	1,3947	1,9821

Fuente: elaboración propia.

Concluyendo con la comparación de los resultados obtenidos con las diferentes ecuaciones al mismo tiempo que se genera la gráfica respectiva.

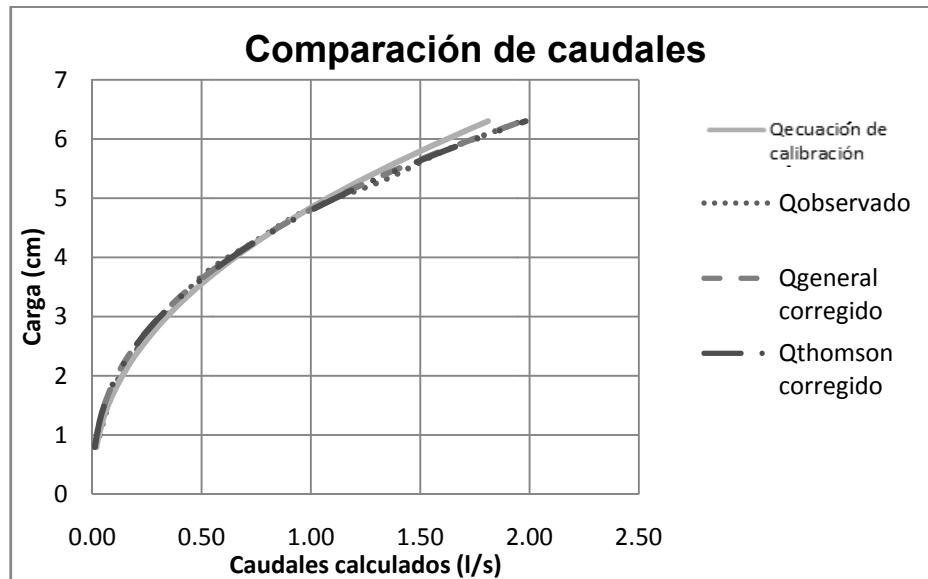


Tabla XLV. Comparación de caudales

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. calibrada (l/s)	Qgeneralcorregido (l/s)	QThomsoncorregido (l/s)
0,8	0,02	0,0175	0,0113	0,0113
1,3	0,06	0,0521	0,0381	0,0383
1,8	0,10	0,1083	0,0858	0,0864
2,3	0,17	0,1879	0,1584	0,1596
2,8	0,29	0,2924	0,2591	0,2610
3,3	0,40	0,4231	0,3907	0,3936
3,8	0,54	0,5810	0,5559	0,5600
4,3	0,76	0,7671	0,7572	0,7628
4,8	0,98	0,9824	0,9969	1,0043
5,3	1,33	1,2275	1,2772	1,2866
5,8	1,61	1,5033	1,6000	1,6119
6,3	1,97	1,8104	1,9675	1,9821

Fuente: elaboración propia.

Figura 86. Comparación de caudales



Fuente: elaboración propia.

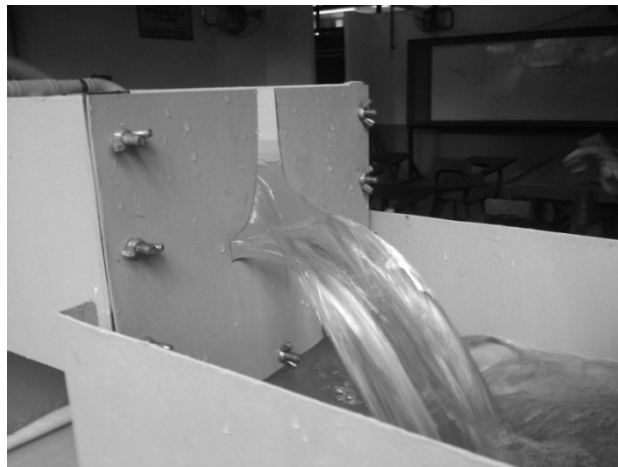
### **3.2.4. Calibración de vertederos proporcionales y cálculo de las ecuaciones experimentales**

El ensayo de los vertederos proporcionales se realizó utilizando un equipo especial que se encuentra en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, abastecido de agua por medio de un sistema de bombeo.

#### **3.2.4.1. Ensayo para vertedero proporcional con $a= 10$**

El ensayo para este vertedero sigue el mismo procedimiento efectuado con el vertedero anterior, detallado en el inciso 3.2.3.1.

Figura 87. **Vertedero en funcionamiento**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

**Tabla XLVI. Datos obtenidos ensayo de vertedero proporcional**

H (cm)	t1 (s)	Vol1 (l)	t2 (s)	Vol2 (l)	t3 (s)	Vol3 (l)
1,3	10,3	4,2	10,37	4,2	10,4	4,2
1,6	8,34	4,2	8,28	4,2	8,31	4,2
1,9	7,08	4,2	7,09	4,2	7,10	4,2
2,2	6,03	4,2	6,00	4,2	6,00	4,2
2,5	5,31	4,2	5,31	4,2	5,40	4,2
2,8	4,77	4,2	4,80	4,2	4,77	4,2
3,1	4,42	4,2	4,38	4,2	4,41	4,2
3,4	4,06	4,2	4,03	4,2	4,03	4,2
3,7	6,03	6,7	6,00	6,7	5,98	6,7
4,0	5,57	6,7	5,56	6,7	5,55	6,7
4,5	4,97	6,7	4,97	6,7	4,96	6,7

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.4.1.1. Obtención de resultados

El proceso para la determinación de caudales con el vertedero proporcional, es similar al efectuado con anterioridad, descrito en el inciso 3.2.1.1.1.

**Tabla XLVII. Caudales observados**

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
1,3	0,4078	0,4050	0,4038	0,4055
1,6	0,5036	0,5072	0,5054	0,5054
1,9	0,5932	0,5924	0,5915	0,5924
2,2	0,6965	0,7000	0,7000	0,6988
2,5	0,7910	0,7910	0,7778	0,7866
2,8	0,8805	0,8750	0,8805	0,8787
3,1	0,9502	0,9589	0,9524	0,9538
3,4	1,0345	1,0422	1,0422	1,0396
3,7	1,1111	1,1167	1,1204	1,1161
4,0	1,2029	1,2050	1,2072	1,2050
4,5	1,3481	1,3481	1,3508	1,3490

Fuente: elaboración propia.

Al contrario de los otros medidores de caudal, el modelo matemático para la descarga de este vertedero no es de tipo exponencial como los demás, debido a la curvatura de las paredes, el comportamiento de la descarga se ajusta a un modelo lineal de la forma:

$$Q = m * H$$

En la cual se conocen los valores de H y se necesita encontrar el valor de m, que se obtiene de la ecuación de una recta, y no es más que la pendiente de dicha recta con intersección en cero:

$$Y = m * X$$

**Tabla XLVIII. Datos observados**

<b>H (cm)</b>	<b>Qobservado V/t (l/s)</b>
1,3	0,41
1,6	0,51
1,9	0,59
2,2	0,70
2,5	0,79
2,8	0,88
3,1	0,95
3,4	1,04
3,7	1,12
4,0	1,21
4,5	1,35

Fuente: elaboración propia.

El procedimiento para obtener el valor de “m” es el siguiente:

- Plotear las columnas H contra Qobservado
- Generar una línea de tendencia que mejor se ajuste a dicha dispersión y obtener su ecuación
- Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 0,3058X$  de donde se obtiene el valor de m. Siendo  $m = 0,3058$
- Con los parámetros anteriores se obtiene la ecuación generada específica para el vertedero proporcional ensayado.

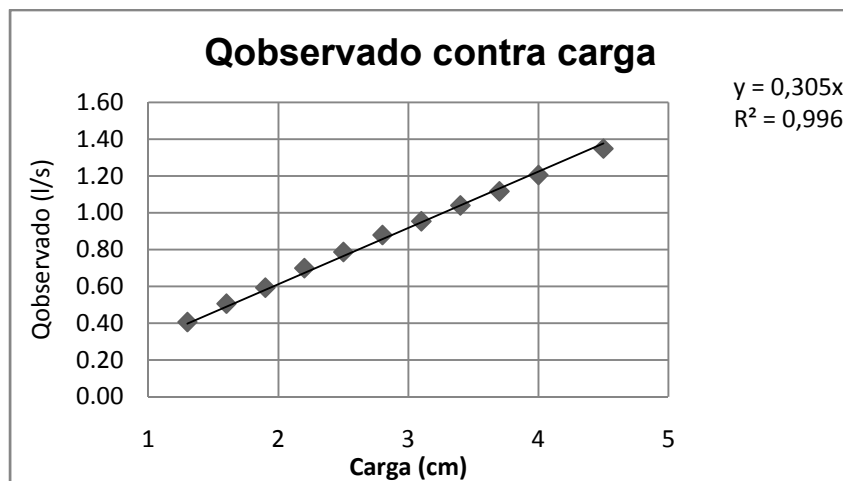
$$Q_{\text{generado}} = 0,3058 * H \quad \Longrightarrow \quad \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{\text{generado}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Figura 88. **Gráfica caudal observado y cargas H**



Fuente: elaboración propia.

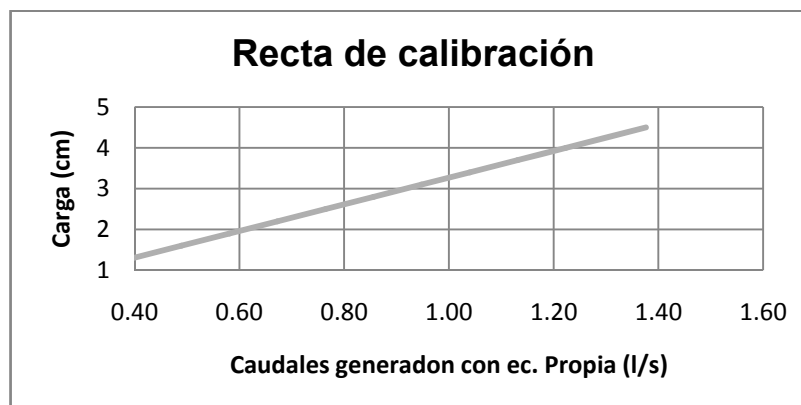
Con la ecuación de calibración ya definida para el vertedero proporcional se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez que se estima el porcentaje de error entre ambos y se presenta la recta de calibración propia del vertedero.

Tabla XLIX. **Caudales observados y generados con la ecuación propia**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qgenerado con ec. propia (l/s) $Q = 0,3058 * H$	error (%)
1,3	0,41	0,3975	2,0130
1,6	0,51	0,4893	3,2986
1,9	0,59	0,5810	1,9559
2,2	0,70	0,6728	3,8764
2,5	0,79	0,7645	2,8864
2,8	0,88	0,8562	2,6194
3,1	0,95	0,9480	0,6179
3,4	1,04	1,0397	0,0099
3,7	1,12	1,1315	1,3611
4,0	1,21	1,2232	1,4847
4,5	1,35	1,3761	1,9697

Fuente: elaboración propia.

Figura 89. **Recta de calibración**



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.4.1.2. Cálculo del caudal mediante la fórmula general para vertederos proporcionales simétricos

Como se indicó en la sección 2.3.5. la fórmula general para hallar el caudal teórico en un vertedero proporcional es de la forma:

$$Q_{\text{teórico}} = \pi \sqrt{2ga}^{1/2} H$$

Donde:

$$Q_{\text{teórico}} = \text{m}^3/\text{s}$$

$$a = \text{Constante} = 10 \text{ cm}^3$$

$$H = \text{Carga del vertedero, en cm}$$

$$g = \text{Aceleración de la gravedad, cm/s}^2$$

Sustituyendo valores y efectuando la conversión:

$$Q_{\text{teórico}} = \frac{\pi * \sqrt{2 * 981} * 10^{1/2} * H}{1000}$$

Operando:

$$Q_{\text{teórico}} = 0,44005 * H$$

Donde:

$$Q_{\text{real}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Tabla L. **Caudales observados y teóricos**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) $Q = 0,44005 * H$
1,3	0,41	0,5721
1,6	0,51	0,7041
1,9	0,59	0,8361
2,2	0,70	0,9681
2,5	0,79	1,1001
2,8	0,88	1,2321
3,1	0,95	1,3642
3,4	1,04	1,4962
3,7	1,12	1,6282
4,0	1,21	1,7602
4,5	1,35	1,9802

Fuente: elaboración propia.

Para encontrar el caudal real al igual que en los vertederos anteriores es necesario introducir un coeficiente de descarga.

$$Q_{real} = C_d * Q_{teorico}$$

El procedimiento para calcular el coeficiente de descarga es similar al efectuado en el inciso 3.2.1.1.2.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 0,6949$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{real} = (0,6949) * 0,44005 * H$$

Operando:

$$Q_{real} = 0,30791 * H$$

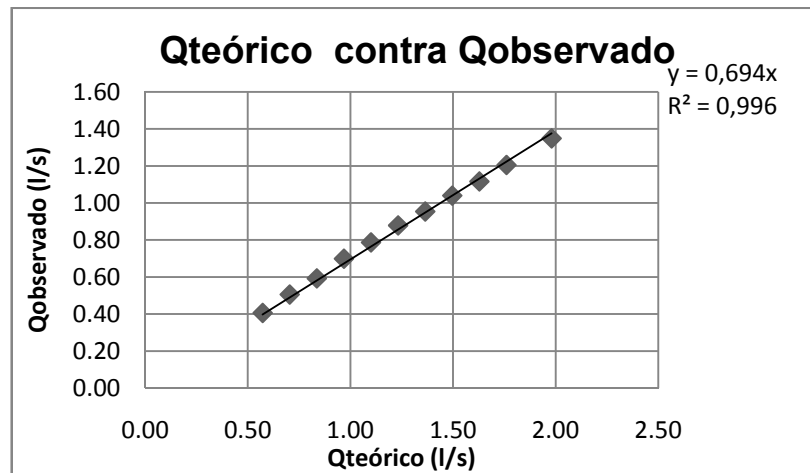


Donde:

$$Q_{\text{real}} = l/s$$

$$H = \text{cm}$$

Figura 90. Determinación del coeficiente de descarga



Fuente: elaboración propia.

Tabla LI. Comparación de caudales teórico y corregido

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Q teórico (l/s) $Q = 0,44005 * H$	Q teórico corregido (l/s) $Q = 0,30791 * H$
1,3	0,41	0,5721	0,3975
1,6	0,51	0,7041	0,4893
1,9	0,59	0,8361	0,5810
2,2	0,70	0,9681	0,6727
2,5	0,79	1,1001	0,7645
2,8	0,88	1,2321	0,8562
3,1	0,95	1,3642	0,9480
3,4	1,04	1,4962	1,0397
3,7	1,12	1,6282	1,1314
4,0	1,21	1,7602	1,2232
4,5	1,35	1,9802	1,3761

Fuente: elaboración propia.

Otra opción para calcular el caudal real cuando no es posible realizar un ensayo controlado en un laboratorio, es utilizar los valores tabulados de " $\mu$ " que propone Sotelo, para este caso el valor a utilizar será:  $\mu = 0,67$  que es muy similar al coeficiente de descarga calculado anteriormente:  $C_d = 0,6949$ . Por lo tanto:

$$Q_{\text{real}} = (0,67) * 0,44005 * H$$

Operando:

$$Q_{\text{real}} = 0,294834 * H$$

Donde:

$$Q_{\text{real}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

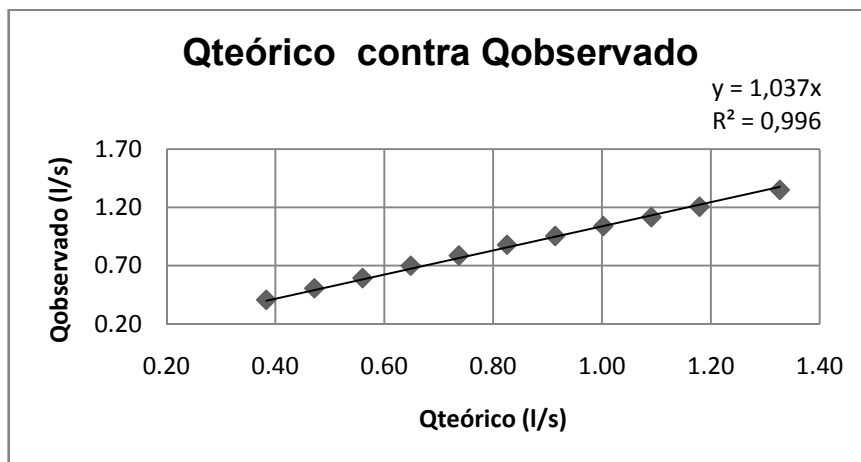
**Tabla LII. Comparación de caudales teórico corregido y Sotelo**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qtéorico (l/s) corregido $Q = 0,30791 * H$	Q (l/s) Sotelo $Q = 0,294834 * H$
1,3	0,41	0,3975	0,3833
1,6	0,51	0,4893	0,4717
1,9	0,59	0,5810	0,5602
2,2	0,70	0,6727	0,6486
2,5	0,79	0,7645	0,7371
2,8	0,88	0,8562	0,8255
3,1	0,95	0,9480	0,9140
3,4	1,04	1,0397	1,0024
3,7	1,12	1,1314	1,0909
4,0	1,21	1,2232	1,1793
4,5	1,35	1,3761	1,3268

Fuente: elaboración propia.

Como se observa en la tabla anterior el caudal obtenido con la ecuación de Sotelo difiere un poco del caudal teórico corregido, por lo que es necesario corregirla, para lo cual se calculará el coeficiente de descarga.

Figura 91. **Determinación del coeficiente de descarga**



Fuente: elaboración propia.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 1,0372$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{\text{real}} = 1,0372 * 0,294834 * H$$

Operando:

$$Q_{\text{real}} = 0,305802 * H$$

Donde:  $Q_{\text{teórico}} = \text{l/s}$

$H = \text{cm}$

**Tabla LIII. Comparación de caudales Sotelo y Sotelo corregido**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Q (l/s) Sotelo $Q = 0,294834 * H$	Q (l/s) Sotelo corregido $Q = 0,305802 * H$
1,3	0,41	0,3833	0,40
1,6	0,51	0,4717	0,49
1,9	0,59	0,5602	0,58
2,2	0,70	0,6486	0,67
2,5	0,79	0,7371	0,76
2,8	0,88	0,8255	0,86
3,1	0,95	0,9140	0,95
3,4	1,04	1,0024	1,04
3,7	1,12	1,0909	1,13
4,0	1,21	1,1793	1,22
4,5	1,35	1,3268	1,38

Fuente: elaboración propia.

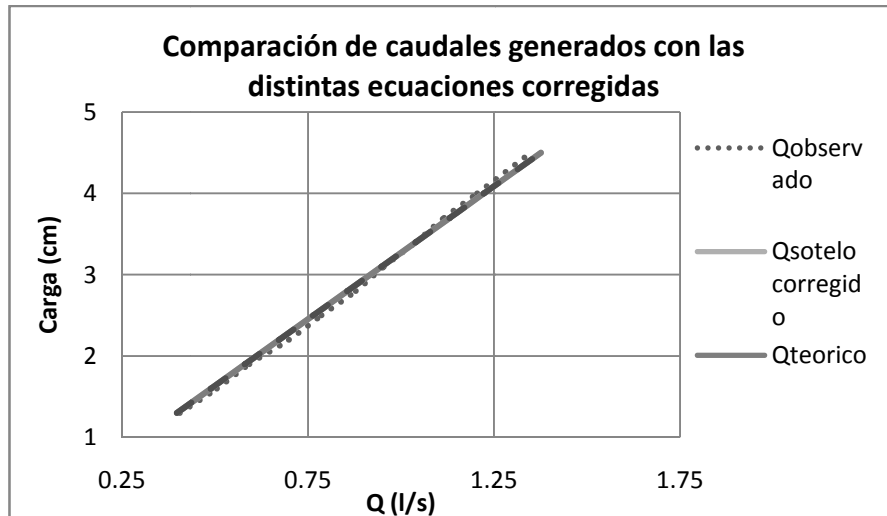
Concluyendo con la comparación de los resultados.

**Tabla LIV. Comparación de caudales**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Q sotelocorregida $Q = 0,305802 * H$	Qteóricocorregido $Q = 0,30791 * H$	Q ecpropia $Q = 0,44005 * H$
1,3	0,41	0,3975	0,3975	0,3975
1,6	0,51	0,4893	0,4893	0,4892
1,9	0,59	0,5810	0,5810	0,5810
2,2	0,70	0,6728	0,6727	0,6727
2,5	0,79	0,7645	0,7645	0,7645
2,8	0,88	0,8562	0,8562	0,8562
3,1	0,95	0,9480	0,9480	0,9479
3,4	1,04	1,0397	1,0397	1,0397
3,7	1,12	1,1315	1,1314	1,1314
4,0	1,21	1,2232	1,2232	1,2232

Fuente: elaboración propia.

Figura 92. Comparación de caudales



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.4.2. Ensayo para vertedero proporcional con $a=20$

El ensayo para este vertedero sigue el mismo procedimiento efectuado con el vertedero anterior, detallado en el inciso 3.2.3.1.

Figura 93. Vertedero en funcionamiento



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos, Facultad de Ingeniería, USAC.

**Tabla LV. Datos obtenidos ensayo de vertedero proporcional**

H (cm)	t1 (s)	Vol1 (l)	t2 (s)	Vol2 (l)	t3 (s)	Vol3 (l)
1,4	464,50	411,3	485,47	412,0	491,69	410,5
2,1	372,10	413,5	380,78	408,3	380,4	404,7
2,5	323,75	412,7	320,16	397,4	330,19	409,8
3,2	267,60	413,5	294,59	454,7	270,38	416,4
3,5	244,93	414,9	251,60	412,7	248,79	411,3
4,5	202,16	412,0	203,97	415,7	204,16	411,3
4,7	194,25	415,7	195,13	416,2	196,88	414,2
5,7	166,44	417,9	167,00	415,7	169,44	414,9
6,7	144,69	417,9	146,65	419,3	147,35	419,3
7,8	120,47	413,2	120,09	411,3	121,60	412,0
8,6	111,19	407,6	112,13	406,2	127,31	457,7
9,3	100,34	400,3	105,34	414,4	104,60	412,0
12,4	79,94	415,7	79,9	419,3	80,28	424,5
14,2	69,06	415,7	69,97	423,0	69,44	419,3

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.4.2.1. Obtención de resultados

El proceso para la determinación de caudales con el vertedero sutro, es similar al efectuado con anterioridad, descrito en el inciso 3.2.1.1.1.

**Tabla LVI. Caudales observados**

H (cm)	Qr1 (l/s)	Qr2 (l/s)	Qr3 (l/s)	<Qr> (l/s)
1,4	0,8850	0,8490	0,8350	0,8600
2,1	1,1113	1,0723	1,0639	1,0825
2,5	1,2747	1,2413	1,2411	1,2524
3,2	1,5452	1,5435	1,5401	1,5429
3,5	1,6940	1,6403	1,6532	1,6625
4,5	2,0380	2,0380	2,0146	2,0302
4,7	2,1400	2,1329	2,1038	2,1256
5,7	2,5108	2,4892	2,4487	2,4829
6,7	2,8882	2,8592	2,8456	2,8643
7,8	3,4299	3,4249	3,3882	3,4143
8,6	3,6658	3,6226	3,5952	3,6278
9,3	3,9894	3,9339	3,9388	3,9541
12,4	5,2002	5,2478	5,2877	5,2452
14,2	6,0194	6,0454	6,0383	6,0344

Fuente: elaboración propia.

Tabla LVII. Datos observados

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)
1,4	0,86
2,1	1,08
2,5	1,25
3,2	1,54
3,5	1,66
4,5	2,03
4,7	2,13
5,7	2,48
6,7	2,86
7,8	3,41
8,6	3,63
9,3	3,95
12,4	5,25
14,2	6,03

Fuente: elaboración propia.

El procedimiento para obtener el valor de “m” es el siguiente:

- Plotear las columnas H contra Qobservado
- Generar una línea de tendencia que mejor se ajuste a dicha dispersión y obtener su ecuación
- Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 0,4308X$  de donde se obtiene el valor de m.

Siendo  $m = 0,4308$

- Con los parámetros anteriores se obtiene la ecuación generada específica para el vertedero proporcional ensayado.

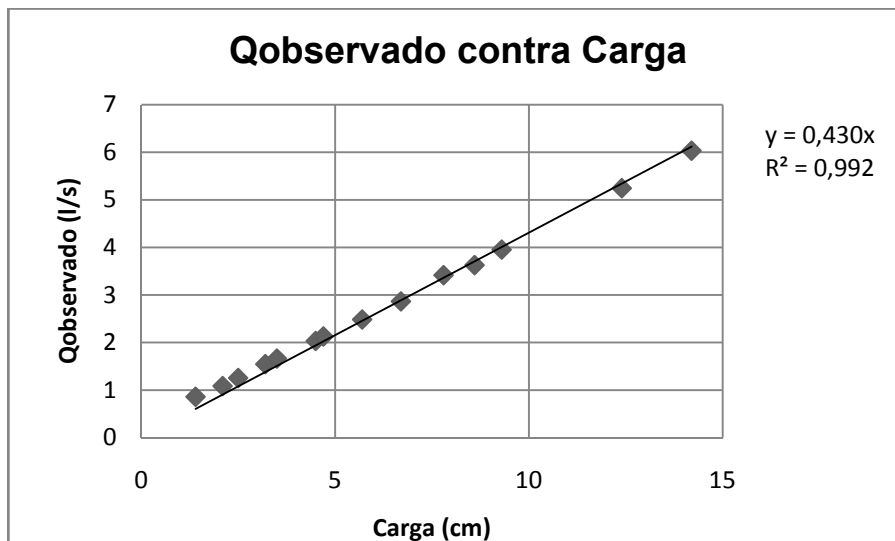
$$Q_{\text{generado}} = 0,4308 * H \quad \Longrightarrow \quad \text{Ec. calibración}$$

Donde:

$$Q_{\text{generado}} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Figura 94. Gráfica caudal observado y cargas H



Fuente: elaboración propia.

Con la ecuación de calibración ya definida para el vertedero proporcional se calculan los caudales generados y se comparan con los observados, a la vez que se estima el porcentaje de error entre ambos y se presenta la recta de calibración propia del vertedero.

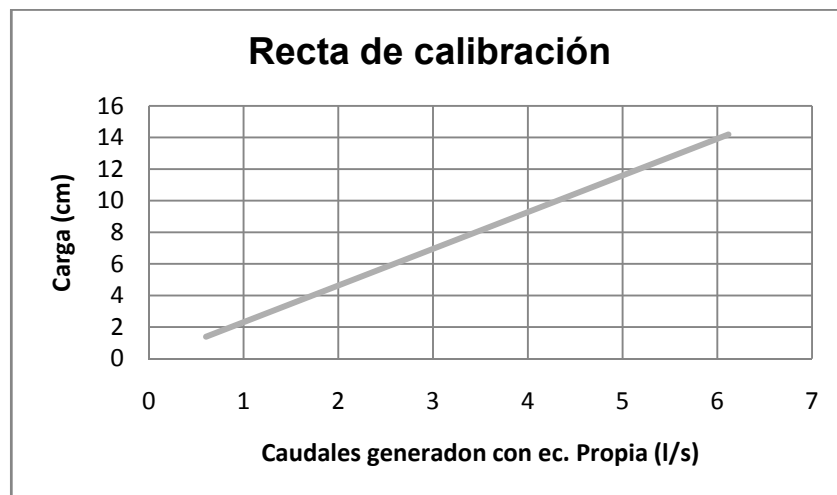


Tabla LVIII. Caudales observados y generados con la ecuación propia

H (cm)	Q observado V/t (l/s)	Q generado con ec. propia (l/s) $Q = 0,4308 * H$	error (%)
1,4	0,86	0,6031	41,9842
2,1	1,08	0,9047	19,6523
2,5	1,25	1,0770	16,2831
3,2	1,54	1,3786	11,9228
3,5	1,66	1,5078	10,2590
4,5	2,03	1,9386	4,7255
4,7	2,13	2,0248	4,9800
5,7	2,48	2,4556	1,1132
6,7	2,86	2,8864	0,7626
7,8	3,41	3,3602	1,6096
8,6	3,63	3,7049	2,0792
9,3	3,95	4,0064	1,3074
12,4	5,25	5,3419	1,8099
14,2	6,03	6,1174	1,3563

Fuente: elaboración propia.

Figura 95. Recta de calibración



Fuente: elaboración propia.

**3.2.4.2.2. Cálculo del caudal mediante la fórmula general para vertederos proporcionales simétricos**

Sustituyendo valores y efectuando la conversión:

$$Q_{teórico} = \frac{\pi * \sqrt{2 * 981} * 20^{1/2} * H}{1000}$$

Operando:

$$Q_{teórico} = 0,622321 * H$$

Donde:  $Q_{real} = \text{l/s}$

$H = \text{cm}$

**Tabla LIX. Caudales observados y teóricos**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Qteórico (l/s) Q = 0,622321 * H
1,4	0,86	0,8712
2,1	1,08	1,3069
2,5	1,25	1,5558
3,2	1,54	1,9914
3,5	1,66	2,1781
4,5	2,03	2,8004
4,7	2,13	2,9249
5,7	2,48	3,5472
6,7	2,86	4,1696
7,8	3,41	4,8541
8,6	3,63	5,3520
9,3	3,95	5,7876
12,4	5,25	7,7168
14,2	6,03	8,8370

Fuente: elaboración propia.

Para encontrar el caudal real al igual que en los vertederos anteriores, es necesario utilizar un coeficiente de descarga.

$$Q_{real} = C_d * Q_{teorico}$$

El procedimiento para calcular el coeficiente de descarga es similar al efectuado en el inciso 3.2.1.1.2.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 0,6923$

Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{real} = (0,6923) * 0,622321 * H$$

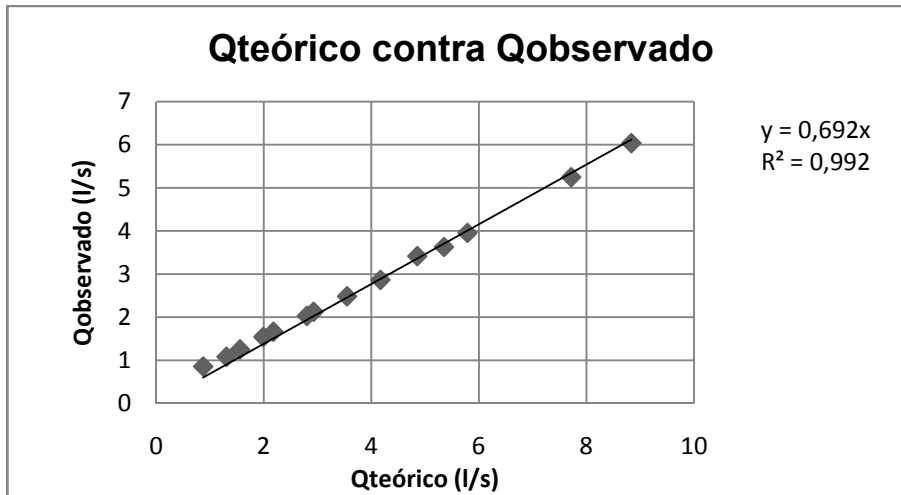
Operando:  $Q_{real} = 0,430833 * H$

Donde:

$$Q_{real} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Figura 96. **Determinación del coeficiente de descarga**



Fuente: elaboración propia.

Tabla LX. **Comparación de caudales teórico y corregido**

H (cm)	Qobservado(l /s)	Qteórico (l/s) $Q = 0,622321 * H$	Qteóricocorregido (l/s) $Q = 0,430833 * H$
1,4	0,86	0,8712	0,6032
2,1	1,08	1,3069	0,9047
2,5	1,25	1,5558	1,0771
3,2	1,54	1,9914	1,3787
3,5	1,66	2,1781	1,5079
4,5	2,03	2,8004	1,9387
4,7	2,13	2,9249	2,0249
5,7	2,48	3,5472	2,4557
6,7	2,86	4,1696	2,8866
7,8	3,41	4,8541	3,3605
8,6	3,63	5,3520	3,7052
9,3	3,95	5,7876	4,0067
12,4	5,25	7,7168	5,3423
14,2	6,03	8,8370	6,1178

Fuente: elaboración propia.

Otra opción para calcular el caudal real cuando no es posible realizar un ensayo controlado en un laboratorio, es utilizar los valores tabulados de " $\mu$ " que propone Sotelo, para este caso el valor a utilizar será:  $\mu = 0,617$  que es muy similar al coeficiente de descarga calculado anteriormente:  $C_d = 0,6923$ . Por lo tanto:

$$Q_{real} = (0,617) * 0,622321 * H$$

Operando:

$$Q_{real} = 0,383972 * H$$

Donde:

$$Q_{real} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

**Tabla LXI. Comparación de caudales teórico corregido y Sotelo**

H (cm)	Qobservado (l/s)	Qteóricocorregido (l/s) $Q = 0,430833 * H$	Q (l/s) Sotelo $Q = 0,383972 * H$
1,4	0,86	0,6032	0,5376
2,1	1,08	0,9047	0,8063
2,5	1,25	1,0771	0,9599
3,2	1,54	1,3787	1,2287
3,5	1,66	1,5079	1,3439
4,5	2,03	1,9387	1,7279
4,7	2,13	2,0249	1,8047
5,7	2,48	2,4557	2,1886
6,7	2,86	2,8866	2,5726
7,8	3,41	3,3605	2,9950
8,6	3,63	3,7052	3,3022
9,3	3,95	4,0067	3,5709
12,4	5,25	5,3423	4,7613
14,2	6,03	6,1178	5,4524

Fuente: elaboración propia.

Como se observa en la tabla anterior el caudal obtenido con la ecuación de Sotelo difiere un poco del caudal teórico corregido, por lo que es necesario corregirla, para lo cual se calculará el coeficiente de descarga.

El coeficiente de descarga será:  $C_d = 1,122$

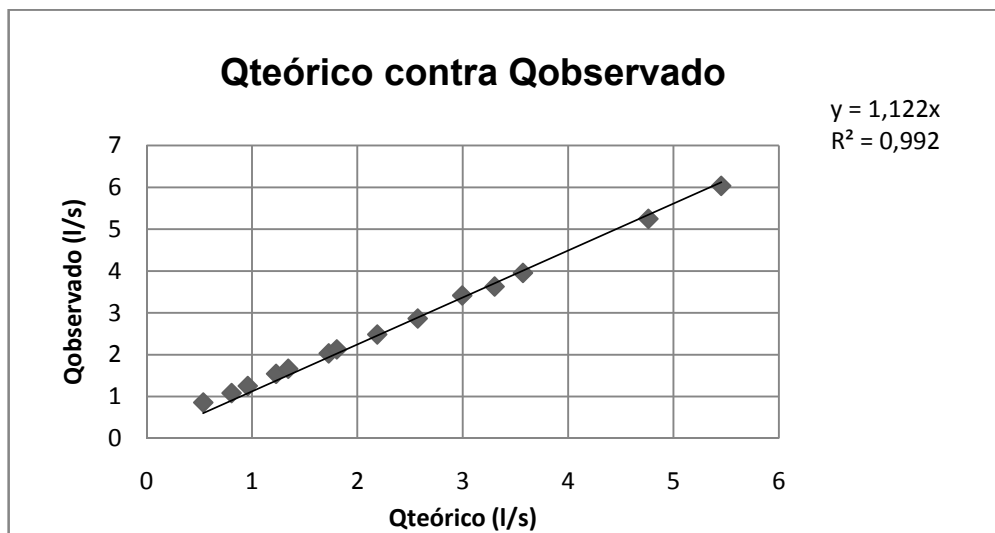
Quedando la ecuación corregida de la siguiente forma:

$$Q_{\text{real}} = 1,122 * 0,383972 * H$$

Operando:

$$Q_{\text{real}} = 0,430817 * H$$

Figura 97. **Determinación del coeficiente de descarga**



Fuente: elaboración propia.

**Tabla LXII. Comparación de caudales Sotelo y Sotelo corregido**

H (cm)	Qobservado (l/s)	Q (l/s) Sotelo $Q = 0,383972 * H$	Q (l/s) Sotelo corregido $Q = 0,430817 * H$
1,4	0,86	0,5376	0,6031
2,1	1,08	0,8063	0,9047
2,5	1,25	0,9599	1,0770
3,2	1,54	1,2287	1,3786
3,5	1,66	1,3439	1,5079
4,5	2,03	1,7279	1,9387
4,7	2,13	1,8047	2,0248
5,7	2,48	2,1886	2,4557
6,7	2,86	2,5726	2,8865
7,8	3,41	2,9950	3,3604
8,6	3,63	3,3022	3,7050
9,3	3,95	3,5709	4,0066
12,4	5,25	4,7613	5,3421
14,2	6,03	5,4524	6,1176

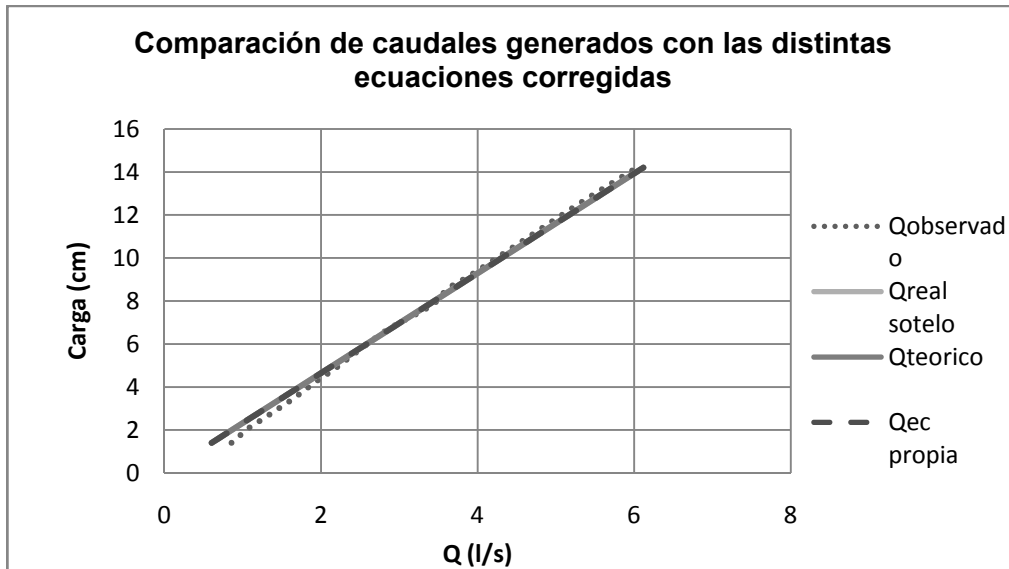
Fuente: elaboración propia.

**Tabla LXIII. Comparación de caudales**

H (cm)	Qobservado V/t (l/s)	Q sotelo corregido (l/s) $Q = 0,430817 * H$	Qteórico corregido (l/s) $Q = 0,430833 * H$	Q ecpropia (l/s) $Q = 0,4308 * H$
1,4	0,86	0,6031	0,6032	0,6031
2,1	1,08	0,9047	0,9047	0,9046
2,5	1,25	1,0770	1,0771	1,0770
3,2	1,54	1,3786	1,3787	1,3785
3,5	1,66	1,5079	1,5079	1,5078
4,5	2,03	1,9387	1,9387	1,9386
4,7	2,13	2,0248	2,0249	2,0247
5,7	2,48	2,4557	2,4557	2,4555
6,7	2,86	2,8865	2,8866	2,8863
7,8	3,41	3,3604	3,3605	3,3602
8,6	3,63	3,7050	3,7052	3,7048
9,3	3,95	4,0066	4,0067	4,0064
12,4	5,25	5,3421	5,3423	5,3419
14,2	6,03	6,1176	6,1178	6,1173

Fuente: elaboración propia.

Figura 98. Comparación de caudales



Fuente: elaboración propia.

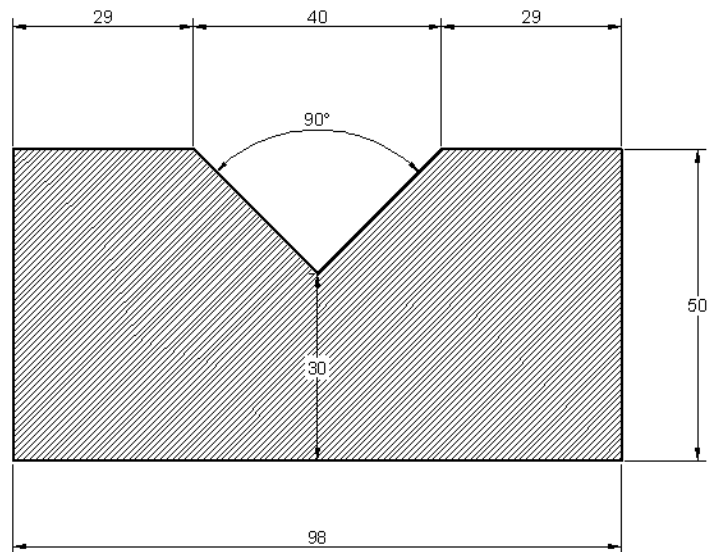
### 3.3. Descripción de la instalación de los vertederos en la planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa

La instalación de los vertederos en la planta de tratamiento siguió el siguiente procedimiento:

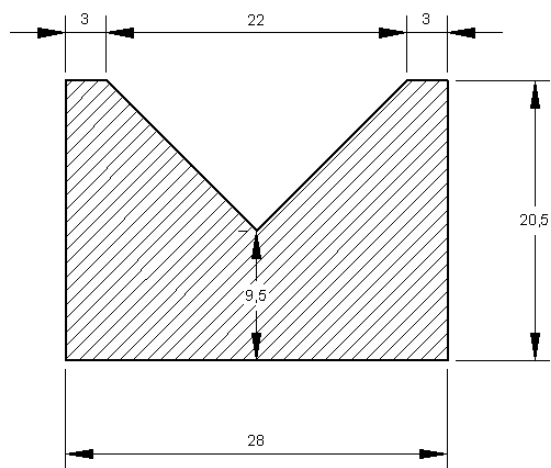
- Visita técnica para supervisar las condiciones actuales de la planta y de los medidores de caudal existentes.
- Determinación de la cantidad, tipo y ubicación de vertederos a utilizar, basados en el caudal tratado y las condiciones actuales de la planta de tratamiento. Tomando en cuenta las disposiciones anteriores se dispuso instalar dos vertederos triangulares de 90°, uno en el canal principal y otro en el sistema de distribución de las lagunas facultativas.



Figura 99. Dimensiones de los vertederos instalados



a) Vertedero instalado en canal principal



b) Vertedero instalado en lagunas facultativas

Fuente: elaboración propia.

- Construcción de vertederos a instalar.
- Desviación parcial del caudal para instalación de vertederos.

Figura 100. **Desviación de caudal**



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.

- Limpieza de canal principal e instalación de riel a una distancia de 2,04 metros del dissipador de energía.

Figura 101. **Limpieza de canal principal**



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.

- Impermeabilización del riel, por medio de suelo cemento.
- Instalación de vertedero en canal principal.

Figura 102. **Vertedero instalado en canal principal**



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.

- Preparación de área para instalación de vertedero en el sistema de distribución de las lagunas facultativas, el cual consistió en limpiar el área donde se instalaría el vertedero, así como en cortar el excedente de plástico para que no afectara en la caída libre del flujo.

Figura 103. **Vertedero instalado en lagunas facultativas**



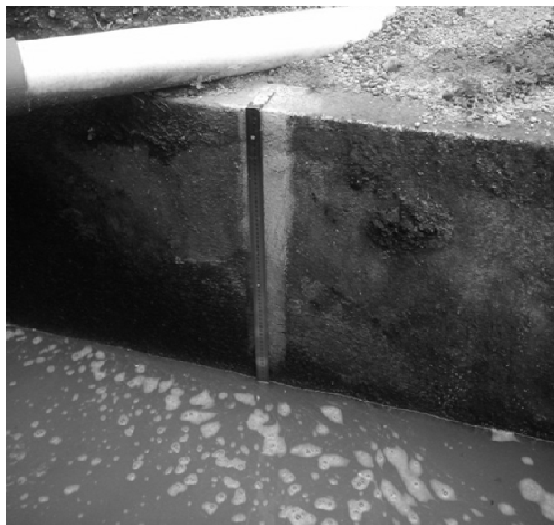
Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.

- Instalación de limnómetro tanto en canal principal como en lagunas facultativas.

Figura 104. **Limnómetros**



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.

- Reincorporación de caudal

Figura 105. **Vertederos en funcionamiento**



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.



Fuente: planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa.

### 3.4. Aforo y determinación de la curva de descarga en la planta piloto para el tratamiento de aguas residuales Ing. Arturo Pazos Sosa

En la planta se instalaron dos vertederos triangulares de 90° los cuales cuentan con la siguiente ecuación propia:

$$Q_{generado} = 0,0289H^{2,2565}$$

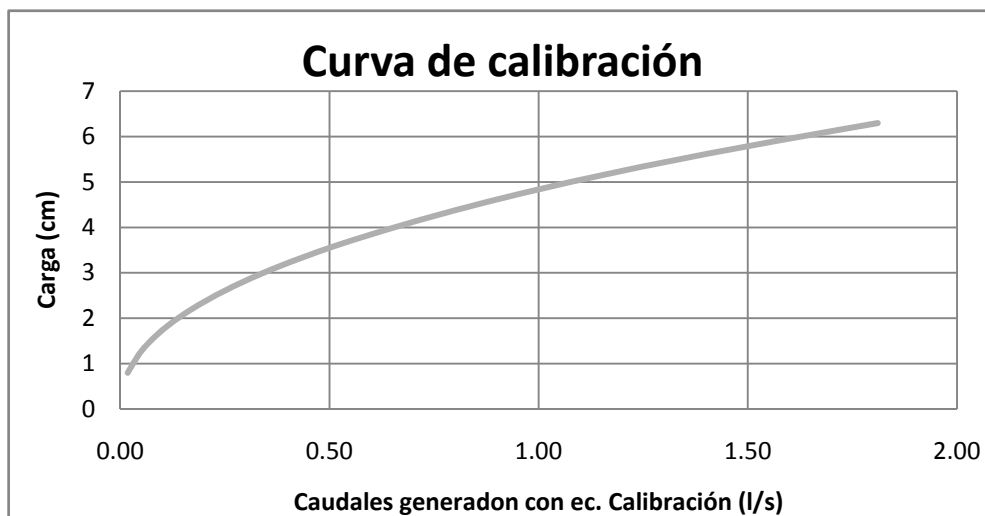
Donde:

$$Q_{generado} = \text{l/s}$$

$$H = \text{cm}$$

Donde ésta fue la ecuación que mejor ajuste tuvo con los caudales observados en el ensayo de laboratorio.

Figura 106. **Curva de descarga de vertederos instalados en la planta de tratamiento**



Fuente: elaboración propia.

El caudal máximo en el canal principal se registra a las 9:00 horas con un tirante de 6 centímetros, lo que representa un caudal de 1,647 litros por segundo, mientras que en las lagunas facultativas con un tirante de 4,7 centímetros, lo que representa un caudal de 0,9495 litros por segundo.

**Tabla LXIV. Variación del caudal en función del tirante**

h(mm)	Vol(lt)	h(mm)	Vol(lt)	h(mm)	Vol(lt)	h(mm)	Vol(lt)
0	0,00	34	0,46	68	2,19	134	10,10
1	0,00	35	0,49	69	2,26	136	10,44
2	0,00	36	0,52	70	2,33	138	10,79
3	0,00	37	0,55	72	2,49	140	11,15
4	0,00	38	0,59	74	2,64	142	11,51
5	0,01	39	0,62	76	2,81	144	11,88
6	0,01	40	0,66	78	2,98	146	12,25
7	0,01	41	0,70	80	3,15	148	12,64
8	0,02	42	0,74	82	3,33	150	13,02
9	0,02	43	0,78	84	3,52	152	13,42
10	0,03	44	0,82	86	3,71	154	13,82
11	0,04	45	0,86	88	3,91	156	14,23
12	0,04	46	0,90	90	4,11	158	14,64
13	0,05	47	0,95	92	4,32	160	15,07
14	0,06	48	1,00	94	4,54	162	15,49
15	0,07	49	1,04	96	4,76	164	15,93
16	0,08	50	1,09	98	4,98	166	16,37
17	0,10	51	1,14	100	5,22	168	16,82
18	0,11	52	1,19	102	5,46	170	17,27
19	0,12	53	1,25	104	5,70	172	17,74
20	0,14	54	1,30	106	5,95	174	18,21
21	0,15	55	1,35	108	6,21	176	18,68
22	0,17	56	1,41	110	6,47	178	19,16
23	0,19	57	1,47	112	6,74	180	19,65
24	0,21	58	1,53	114	7,01	182	20,15
25	0,23	59	1,59	116	7,29	184	20,65
26	0,25	60	1,65	118	7,58	186	21,16
27	0,27	61	1,71	120	7,87	188	21,68
28	0,30	62	1,77	122	8,17	190	22,20
29	0,32	63	1,84	124	8,48	192	22,73
30	0,34	64	1,91	126	8,79	194	23,27
31	0,37	65	1,97	128	9,11	196	23,82
32	0,40	66	2,04	130	9,43	198	24,37
33	0,43	67	2,11	132	9,76	200	24,93

Fuente: elaboración propia.





## CONCLUSIONES

1. Los vertederos son el método más sencillo para la medición del caudal de agua en canales abiertos, ya que presentan la ventaja de ser de fácil elaboración, por lo que su construcción es bastante económica.
2. Al seleccionar el tipo de sección del vertedero a utilizar para aforar, se debe considerar el caudal a medir, ya que el más adecuado para caudales grandes es el, rectangular y para caudales pequeños es el triangular, puesto que éste presenta una mayor precisión.
3. El vertedero proporcional es el único vertedero que presenta una ecuación de tipo lineal, por lo que es muy utilizado en laboratorio, canales pequeños y plantas de tratamiento de aguas residuales, debido a su ecuación lineal facilita las mediciones. También son muy utilizados en desarenadores, puesto que garantizan la altura de agua con el fin de mantener una velocidad de derrame constante y así garantizar la sedimentación de la arena. Sin embargo, presenta la dificultad de que su fabricación es un poco complicada debido a su forma.
4. Es importante contar con vertederos de distintas secciones geométricas que cuenten con ecuaciones propias, debido a que las ecuaciones indicadas en los libros de texto siempre presentan cierta diferencia con el caudal observado, pues no se consideran los efectos de las contracciones y tampoco el material del cual está fabricado, por lo que es recomendable calibrar las ecuaciones teóricas.

5. Al comparar las curvas de calibración Q contra H, para el caso de los vertederos rectangulares, se puede observar que la curva correspondiente a la ecuación corregida tiene una mejor correlación con los caudales en el rango de 5 a 10 litros por segundo, mientras que para caudales mayores la curva correspondiente a la ecuación generada tiene una mejor correlación, por lo que dependiendo del caudal a medir se deberá seleccionarse la curva a utilizar.
6. En el caso del vertedero *Cipolletti* y el triangular tiene un mejor ajuste la curva de caudales con la ecuación generada. Mientras que la ecuación de Thomson para vertedero triangulares de  $90^\circ$  no presenta una buena precisión, por lo que no se recomienda utilizarla.
7. Para el vertedero proporcional la curva que mejor se ajusta a la de caudales observados es la obtenida con la ecuación de Sotelo, con su coeficiente de descarga que fue de 1,0372 corregida.
8. A pesar de ser necesaria la instalación de un vertedero proporcional al inicio del tanque sedimentador, esto no fue factible debido a que la tubería de descarga quedaría debajo del nivel de la cresta, lo que provocaría obstrucción debido a los sedimentos.

## RECOMENDACIONES

1. Es necesario biselar la cresta de los vertederos para así garantizar que el flujo sobre la misma sea libre y no presente escurrimientos en sus paredes, ya que esto afectará la precisión de las fórmulas.
2. Antes de tomar lecturas de carga H, en vertederos se debe esperar a que se estabilice el flujo de agua en el canal, para obtener medidas precisas.
3. La primera carga válida para los vertederos triangulares es aquella en la cual se forma una pequeña burbuja de aire debajo de la lámina vertiente, mientras que para los otros es aquella donde la lámina vertiente se despega por completo del vertedero.
4. Efectuar un mantenimiento periódico a los vertederos, que consiste en remover el material adherido a la cresta que se acumula con el tiempo a efecto de que no cambie la sección y así obtener caudales precisos y confiables.
5. Es necesario dar mantenimiento a la tubería de asbesto en la planta de tratamiento Arturo Pazos Sosa, a fin de que no se produzcan fugas en el recorrido.



## BIBLIOGRAFÍA

1. GILES, Ronald V. *Mecánica de fluidos e hidráulica*. México: McGraw-Hill. 2006. 273 p.
2. LUX MONROY, Manuel Agustín. *Medidores de flujo en canales abiertos*. Trabajo de graduación de Ing. Civil. Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala, 2010. 109 p.
3. MERRIT, Frederick S. *Manual del Ingeniero Civil*. 2a ed. México: M<sup>c</sup>Graw-Hill, 1996. 170 p.
4. MOTT, Robert L. *Mecánica de fluidos*. 6a ed. México: Pearson Educación, 2006. 627 p.
5. STREETER, Víctor L. ; WYKE, Benjamín. *Mecánica de los fluidos*. 9a ed. México: M<sup>c</sup>Graw-Hill. 740 p.
6. VILLÓN BÉJAR, Máximo. *Hidráulica de canales*. Cartago: Tecnológica de Costa Rica, 1995. 487 p.