



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

**ENSAYOS DE LABORATORIO EN SISTEMAS DE
TUBERÍAS EN PARALELO Y RAMIFICADAS**

Nelson David Lara Calderón

Asesorado por el Msc. Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza

Guatemala, abril de 2014

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**ENSAYOS DE LABORATORIO EN SISTEMAS DE
TUBERÍAS EN PARALELO Y RAMIFICADAS**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

NELSON DAVID LARA CALDERÓN

ASESORADO POR EL MSC. ING. LUIS MANUEL SANDOVAL MENDOZA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, ABRIL DE 2014

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos
VOCAL I	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
VOCAL II	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Walter Rafael Véliz Muñoz
VOCAL V	Br. Sergio Alejandro Donis Soto
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. José Fernando Samayoa Roldán
EXAMINADOR	Ing. Armando Fuentes Roca
EXAMINADOR	Ing. Alan Giovany Cosillo Pinto
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

ENSAYOS DE LABORATORIO EN SISTEMAS DE TUBERÍAS EN PARALELO Y RAMIFICADAS

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil con fecha 4 de noviembre 2011.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Nelson David Lara Calderón', with a large circular flourish in the center.

Nelson David Lara Calderón

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

Guatemala, 6 de noviembre de 2013

Ingeniero

Pedro Antonio Aguilar Polanco

Jefe del Departamento de Hidráulica

Facultad de Ingeniería

Después de revisar el trabajo de graduación del estudiante Nelson David Lara Calderón, quien se identifica con carné No. 2003-13568, titulado ENSAYOS DE LABORATORIO EN SISTEMAS DE TUBERIAS EN PARALELO Y RAMIFICADAS, después de haber hecho las correcciones necesarias lo doy por aprobado y lo autorizo para continuar con el proceso correspondiente.

Sin otro particular, me despido atentamente.

"ID y Enseñad a Todos"

Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza

Colegiado No. 6496

LUIS M. SANDOVAL MENDOZA
INGENIERO CIVIL
Colegiado No. 6496



USAC
TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>



Universidad de San Carlos de Guatemala
FACULTAD DE INGENIERÍA
Escuela de Ingeniería Civil

Guatemala,
25 de febrero de 2014

Ingeniero
Hugo Leonel Montenegro Franco
Director Escuela Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos

Estimado Ingeniero Montenegro.

Le informo que he revisado el trabajo de graduación **ENSAYOS DE LABORATORIO EN SISTEMAS DE TUBERÍAS EN PARALELO Y RAMIFICADAS**, desarrollado por el estudiante de Ingeniería Civil Nelson David Lara Calderón, quien contó con la asesoría del Ing. Msc. Luis Manuel Sandoval Mendoza.

Considero que este trabajo está bien desarrollado y representa un aporte para el departamento y habiendo cumplido con los objetivos del referido trabajo doy mi aprobación al mismo solicitando darle el trámite respectivo.

Atentamente,

ID Y ENSEÑAD A TODOS


Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
Jefe del Departamento de Hidráulica



FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO
DE
HIDRAULICA
USAC

/bbdeb.

Mas de **134** años de Trabajo Académico y Mejora Continua





USAC
TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

Universidad de San Carlos de Guatemala
FACULTAD DE INGENIERÍA
Escuela de Ingeniería Civil



El director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza y del Jefe del Departamento de Hidráulica, Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco, al trabajo de graduación del estudiante Nelson David Lara Calderón, titulado ENSAYOS DE LABORATORIO EN SISTEMAS DE TUBERÍAS EN PARALELO Y RAMIFICADAS, da por este medio su aprobación a dicho trabajo.


Ing. Hugo Leonel Montenegro Franco



Guatemala, abril 2014.

/bbdeb.

Mas de 134 años de Trabajo Académico y Mejora Continua





El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, al trabajo de graduación titulado: **ENSAYOS DE LABORATORIO EN SISTEMAS DE TUBERÍAS EN PARALELO Y RAMIFICADAS**, presentado por el estudiante universitario **Nelson David Lara Calderón** y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, se autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Murphy Olimpo Parz Recinos
Decano



Guatemala, abril de 2014

/cc

ACTO QUE DEDICO A:

Mi madre	Lucy Calderón Vásquez, por su gran sacrificio, gracias por el apoyo incondicional, por ser ejemplo de trabajo y dedicación.
Mi padre	Nelson Lara Lara, por todo el esfuerzo, sacrificio y consejos brindados a lo largo de mi vida.
Mis hermanos	Jaqueline Marleny y Daniel Ivan Lara Calderón, por apoyarme en todos los momentos buenos y malos, por todo su cariño. Los quiero muchísimo.
Evelyn Gualim Sánchez	Por todo su apoyo y cariño.
Daniel Eduardo Sapón Rodríguez (q.e.p.d.)	Por ser parte fundamental en mi carrera, por tu amistad incondicional durante esta gloriosa etapa de mi vida, que en paz descanses.
Mis abuelos	Por las valiosas enseñanzas de vida recibidas.

AGRADECIMIENTOS A:

Dios	Por llenarme de bendiciones y fortaleza en todo momento, permitiéndome culminar una etapa más en mi vida.
La Universidad de San Carlos de Guatemala	Por darme la valiosa oportunidad de formarme académicamente.
Facultad de Ingeniería	Por haberme formado académicamente dentro de sus aulas.
Mis amigos de la Facultad	Por ser parte esencial en la vida, por todos los momentos compartidos en tan inolvidable etapa.
Personal docente de la Escuela de Ingeniería Civil	Por haber compartido sus conocimientos y experiencias. Por ser una importante influencia en mi carrera, entre otras cosas.
Ing. Luis Sandoval	Por su amistad y valiosa asesoría al presente trabajo de graduación.
Centro Educativo Técnico Laboral Kinal	Por las buenas enseñanzas adquiridas.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	V
GLOSARIO	IX
RESUMEN.....	XI
OBJETIVOS.....	XIII
INTRODUCCIÓN	XV
1. CONCEPTOS GENERALES.....	1
1.1. Definición y características del flujo en tuberías.....	1
1.1.1. Características del flujo en tuberías.....	1
1.1.2. Flujo viscoso y no viscoso	2
1.1.2.1. Número de Reynolds	3
1.1.2.2. Flujo laminar	5
1.1.2.3. Flujo turbulento.....	8
1.1.3. El principio de Bernoulli	10
1.1.4. Flujo incompresible y sin rozamiento.....	16
1.1.5. Flujo incompresible viscoso.....	17
1.2. Sistema de tuberías en serie	18
1.3. Sistema de tuberías en paralelo	22
1.4. Sistema de tuberías ramificadas	25
2. PRINCIPIOS HIDRÁULICOS DEL FUNCIONAMIENTO DE TUBERÍAS	29
2.1. Fórmulas utilizadas para el cálculo de pérdidas de carga	29
2.1.1. Fórmula de Darcy–Weisbach.....	29
2.1.1.1. Diagrama de Moody	36

2.1.1.2.	Ecuación de Colebrook	37
2.1.2.	Fórmula de Hazen Williams.....	43
2.2.	Métodos de resolución de un sistema de tuberías en paralelo	49
2.2.1.	Método de tuberías equivalentes	49
2.3.	Métodos de resolución de tuberías ramificadas	56
2.3.1.	Caso 1: cuando se conoce el caudal de una rama	56
2.3.2.	Caso 2: cuando no se conoce ningún caudal. Problema de los tres depósitos	61
3.	PRÁCTICAS DE LABORATORIO.....	67
3.1.	Deducción de la fórmula experimental para el cálculo de las pérdidas de energía	67
3.2.	Esquema del banco de prácticas para la simulación de tuberías ramificadas y en paralelo	67
3.2.1.	Descripción del equipo de pruebas del sistema de tuberías ramificadas	69
3.2.2.	Descripción del equipo de pruebas del sistema de tuberías en paralelo.....	71
3.3.	Ensayo del sistema de tuberías ramificadas	73
3.3.1.	Obtención de datos	75
3.3.2.	Procedimiento para realizar los cálculos	76
3.3.3.	Deducción de las ecuaciones para las pérdidas de energía por fricción.....	82
3.3.4.	Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes....	87
3.4.	Calibración de los medidores de flujo utilizados en las tuberías del sistema en paralelo	94

3.5.	Ensayo del sistema de tuberías en paralelo	100
3.5.1.	Procedimiento para realizar los cálculos	101
3.5.2.	Deducción de las ecuaciones para las pérdidas de energía por fricción	106
3.5.3.	Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes .	108
3.6.	Instructivos de laboratorio.....	111
3.6.1.	Instructivo de pérdida de energía en un sistema de tuberías ramificadas	111
3.6.2.	Instructivo de pérdida de energía en un sistema de tuberías en paralelo	114
CONCLUSIONES		117
RECOMENDACIONES		119
BIBLIOGRAFÍA.....		121

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Clasificación de los fluidos	2
2.	Esquema de flujo laminar dentro de un tubo	5
3.	Perfil de flujo aerodinámico	6
4.	Perfil de velocidades	7
5.	Perfil de flujo turbulento.....	8
6.	Tipos de flujo de acuerdo al número de Reynolds	10
7.	Energía de flujo dentro de un tubo	12
8.	Esquema de análisis del principio de Bernoulli	14
9.	Elementos de fluidos utilizados en la ecuación de Bernoulli	17
10.	Sistema de tuberías conectadas en serie	19
11.	Sistema de tuberías conectadas en paralelo	23
12.	Sistema de tuberías ramificadas	26
13.	Esquema de distribución de caudales.....	27
14.	Esquema de un manómetro diferencial en una tubería.....	30
15.	Problema de aplicación de la ecuación de Darcy–Weisbach.....	32
16.	Diagrama de Moody.....	37
17.	Problema de aplicación de la ecuación de Swamee y Jain.....	39
18.	Problema de aplicación de tuberías equivalentes	50
19.	Problema de aplicación del método de porcentajes.....	53
20.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1.....	57
21.	Distribución de caudales y líneas de carga y energía	60
22.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2.....	62
23.	Distribución de caudales y cargas piezométricas.....	66

24.	Esquema de banco de ensayos de tuberías ramificadas.....	68
25.	Esquema de banco de ensayos de tuberías en paralelo	68
26.	Circuito de tuberías ramificadas.....	70
27.	Circuito de tuberías en paralelo	72
28.	Manómetros diferenciales	73
29.	Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 1	82
30.	Coeficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 1	83
31.	Coeficiente de pérdida k en tubería 3. Escenario 1	83
32.	Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 2	84
33.	Coeficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 2	84
34.	Curva de calibración de tubería 3. Escenario 2	85
35.	Curva de calibración de tubería 2. Escenario 1	88
36.	Curva de calibración de tubería 3. Escenario 1	89
37.	Curva de calibración de tubería 1. Escenario 1	90
38.	Curva de calibración tubería 2. Escenario 2	91
39.	Curva de calibración tubería 3. Escenario 2	92
40.	Curva de calibración de tubería 1. Escenario 2	93
41.	Esquema de placa de metal colocada	94
42.	Curva de calibración de los medidores de flujo	96
43.	Gráfica logarítmica de caudal observado contra pérdida de energía....	99
44.	Coeficiente de pérdida k de rama ½" abierta	106
45.	Coeficiente de pérdida k de rama ¾" abierta	107
46.	Curva de calibración de tubería ½"	110
47.	Curva de calibración de tubería ¾"	110
48.	Curva de calibración de caudales totales	111
49.	Ajuste de válvula reguladora de caudal de entrada	112
50.	Ajuste de altura del tanque 2	112
51.	Aforo volumétrico en el sistema ramificado	113
52.	Aforo volumétrico en el sistema en paralelo	115

53. Medición de la pérdida de energía en un manómetro diferencial..... 115

TABLAS

I.	Problema de aplicación de la ecuación de Darcy Weisbach.....	31
II.	Iteraciones para el cálculo de la fricción	35
III.	Coeficientes de Hazen Williams.....	44
IV.	Formas alternativas de la fórmula de Hazen Williams	47
V.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1	57
VI.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2	62
VII.	Iteraciones para el cálculo de la fricción en cada tramo.....	65
VIII.	Iteraciones para el cálculo de los caudales en cada tramo.....	65
IX.	Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1. Abierta $\frac{3}{4}$ "	75
X.	Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1. Abierta $\frac{1}{2}$ "	76
XI.	Determinación de pérdida de energía por tramo.....	81
XII.	Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 2. Escenario 1	88
XIII.	Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 3. Escenario 1	89
XIV.	Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 1. Escenario 1	90
XV.	Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 2. Escenario 2	91
XVI.	Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 3. Escenario 2	92
XVII.	Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 1. Escenario 2	93
XVIII.	Datos obtenidos con rama de $\frac{1}{2}$ " abierta	95
XIX.	Datos obtenidos con rama de $\frac{3}{4}$ " abierta	95

XX.	Valores logarítmicos de la rama de $\frac{1}{2}$ " abierta	98
XXI.	Valores logarítmicos de la rama de $\frac{3}{4}$ " abierta	98
XXII.	Datos obtenidos del ensayo	101
XXIII.	Datos finales calculados para calibración del sistema en paralelo .	105
XXIV.	Comparación de caudales observados contra caudales teóricos ...	109

GLOSARIO

Aforar	Medición de la cantidad de agua que circula por unidad de tiempo.
Caudal	Volumen de agua que pasa por unidad de tiempo, por una sección normal determinada, por una corriente líquida.
Coefficiente de fricción	Valor adimensional, que caracteriza la rugosidad de una superficie de deslizamiento.
Fluido	Sustancia que se deforma continuamente al ser sometida a esfuerzos de corte.
Flujo	Movimiento de un fluido.
Energía cinética	Energía que posee una partícula debido a su velocidad.
Energía potencial	Energía que posee una partícula debido a su elevación.

Línea de carga	La línea de carga se refiere al lugar geométrico de los puntos representativos de las tres cargas: de velocidad, de presión y de posición.
Línea piezométrica	Es la línea que corresponde a las alturas a que el líquido subiría en piezómetros instalados a lo largo de la misma; es la línea de presiones.
Manómetro diferencial	Instrumento que mide la pérdida de energía entre dos puntos de circulación de un fluido.
Piezómetro	Instrumento que mide la presión de un fluido en un punto.
Presión	Fuerza normal ejercida por un cuerpo sobre otro, por unidad de superficie.
Rugosidad	Altura media de las asperezas de una tubería o conducto.
Válvula	Dispositivo mecánico con el cual se puede iniciar, detener o regular la circulación de líquidos o gases, mediante una pieza movable que abre, cierra u obstruye en forma parcial uno o más orificios o conductos.

RESUMEN

El presente trabajo consta de tres capítulos, los cuales se fundamentan en el flujo, en el entendimiento correcto del funcionamiento de las tuberías ramificadas y en paralelo.

En el capítulo uno se describe las teorías sobre las cuales se basa todo el sistema de tuberías en paralelo y ramificadas con flujo a presión. Se describe en forma detallada el desarrollo histórico del actual conocimiento de los tipos de flujo.

En el capítulo dos se inicia el análisis de los modelos matemáticos que intervienen en forma directa para la solución de sistemas de tuberías. Se definen los métodos de resolución para los sistemas de tuberías en paralelo y ramificadas. Se exponen casos típicos de los distintos métodos de resolución para ambos sistemas.

En el capítulo tres se realiza la parte experimental, definiendo la forma en que se harán las simulaciones de los sistemas de tuberías en ramificadas y en paralelo. Se trata de demostrar con el ensayo del sistema de tuberías en paralelo, la caída de presión en el sistema, utilizando una placa de orificio por cada tipo de diámetro y a su vez colocando válvulas de acople rápido al inicio y final de cada placa, las que estarán conectadas a un manómetro diferencial que dará una lectura, la cual será la diferencia de presión en dichos puntos.

OBJETIVOS

General

Demostrar, mediante varios ensayos de laboratorio, que las pérdidas de energía y cambios de presión en diferentes sistemas de tuberías son similares a los que se pueden obtener en teoría por medio del análisis matemático.

Específicos

1. Interpretar y aplicar los principios básicos que hacen posible el comportamiento de los fluidos en estos sistemas para la solución de problemas.
2. Comparar, mediante la observación y la lectura de manómetros diferenciales, las pérdidas de energía en un sistema de tuberías conectadas en paralelo, en relación a la teoría.
3. Comprender el funcionamiento de medidores de flujo en sistemas de tuberías.
4. Analizar los resultados que se obtienen al manipular un sistema de tuberías ramificadas en los depósitos de agua a distintas elevaciones.
5. Proveer al estudiante un manual que indique el funcionamiento de las tuberías en paralelo y ramificadas, a través de la pérdida de energía.

INTRODUCCIÓN

Es de gran importancia el diseño de sistemas de tuberías, con el fin de tratar de hallar la optimización de los mismos; en el diseño de tuberías llegan a tenerse distintas combinaciones de diámetros y materiales que cumplen las condiciones de caudal y presión requeridas. Sin embargo, solo una de las posibles combinaciones es adecuada desde el punto de vista económico. Existen varios tipos de sistemas de tuberías: en serie, en paralelo y ramificadas.

En teoría se sabe que en las tuberías en serie el mismo líquido fluye por todas las tuberías y las pérdidas de carga son acumulables; en las tuberías en paralelo las pérdidas de carga son las mismas en cualquiera de las líneas y los caudales de cada línea son acumulables.

Para las tuberías ramificadas se desea saber el flujo en cada tubería, sabiendo cual es la elevación de los depósitos que tenga cada una. Estas teorías se pretenden demostrar mediante un ensayo de laboratorio en el cual se construirá un sistema en paralelo, en el que se tendrán dos líneas de conducción de diámetros diferentes y en cada línea se colocará una placa de orificio, las cuales servirán de referencia para calcular la diferencia de presión entre el punto de entrada y el de salida de la placa, utilizando un manómetro.

Para el sistema de tuberías ramificadas se tendrán tres depósitos, los cuales se podrán colocar a diferentes alturas. Con este ensayo se desea demostrar que el flujo que entra en un punto de intersección de las tuberías debe ser igual al que sale del mismo.

1. CONCEPTOS GENERALES

1.1. Definición y características del flujo en tuberías

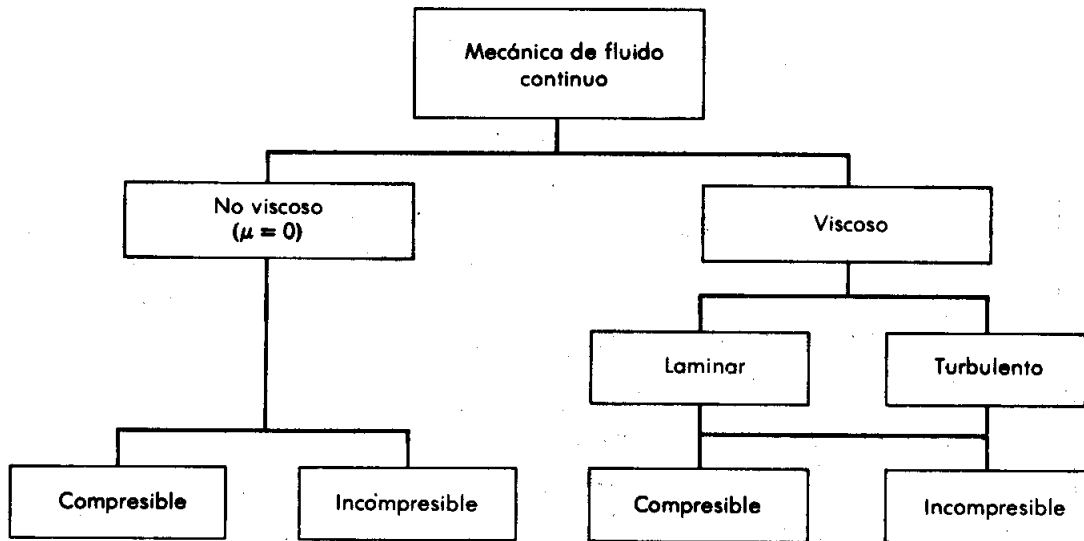
Las conducciones forzadas o tuberías a presión son aquellas que funcionan a sección llena y en las que el movimiento del líquido se debe a la presión reinante en el interior, pudiendo presentar, por tanto, pendientes y contra pendientes en su trayectoria.

La situación ideal del flujo en una tubería se establece cuando las capas de fluido se mueven en forma paralela una a la otra. Las capas de fluido próximas a las paredes internas de la tubería se mueven lentamente, mientras que las cercanas al centro lo hacen rápidamente. Es necesario dimensionar las tuberías de acuerdo al caudal que circulará por ellas, una tubería de diámetro reducido provocará elevadas velocidades de circulación y como consecuencia pérdidas elevadas por fricción; una tubería de gran diámetro resultará costosa y difícil de instalar.

1.1.1. Características del flujo en tuberías

Antes de proceder con un análisis detallado, se intentará dar una clasificación general de la mecánica de fluidos sobre la base de las características físicas observables de los campos de flujo. Dado que existen bastantes coincidencias entre unos y otros tipos de flujos, no existe una clasificación universalmente aceptada. Una clasificación bastante aceptada es la que se muestra en la figura 1.

Figura 1. Clasificación de los fluidos



Fuente: elaboración propia.

1.1.2. Flujo viscoso y no viscoso

La subdivisión principal, señalada en la figura anterior, se tiene entre los flujos viscosos y no viscosos. En un flujo no viscoso se supone que la viscosidad de fluido μ , vale cero. Evidentemente, tales flujos no existen; sin embargo; se tienen numerosos problemas donde esta hipótesis puede simplificar el análisis y al mismo tiempo ofrecer resultados significativos. (Si bien, los análisis simplificados siempre son deseables, los resultados deben ser razonablemente exactos para que tengan algún valor). Dentro de la subdivisión de flujo viscoso se pueden considerar dos tipos de flujo.

Flujos llamados incompresibles, en los cuales las variaciones de densidad son pequeñas y relativamente poco importantes. Flujos conocidos como compresibles donde las variaciones de densidad juegan un papel dominante, como es el caso de los gases a velocidades muy altas.

Por otra parte, todos los fluidos poseen viscosidad, por lo que los fluidos viscosos serán de mayor importancia en los siguientes capítulos.

1.1.2.1. Número de Reynolds

El número de Reynolds relaciona la densidad, viscosidad, velocidad y dimensión típica de un flujo en una expresión adimensional, que interviene en numerosos problemas de dinámica de fluidos. Dicho número o combinación adimensional aparece en muchos casos relacionado con el hecho de que el flujo pueda considerarse laminar (número de Reynolds pequeño) o turbulento (número de Reynolds grande). Desde un punto de vista matemático el número de Reynolds de un problema o situación concreta se define por medio de la ecuación:

$$\text{Re} = \frac{\rho v_s D}{\mu} \quad (\text{Ecuación 1})$$

o equivalente por la ecuación:

$$\text{Re} = \frac{v_s D}{\nu} \quad (\text{Ecuación 2})$$

dónde:

ρ : densidad del fluido

v_s : velocidad característica del fluido

D : diámetro de la tubería a través de la cual circula el fluido o
longitud característica del sistema

μ : viscosidad dinámica del fluido

ν : viscosidad cinemática del fluido, que es igual a μ/ρ

Como todo número adimensional es un cociente. En conclusión, el número de Reynolds es la relación que existe entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de viscosidad del fluido.

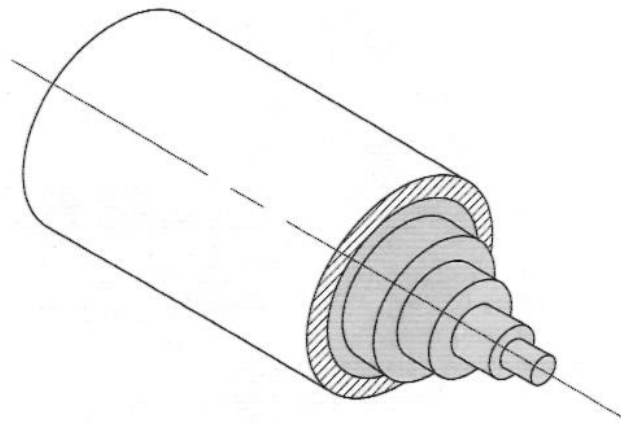
Por ejemplo, un flujo con un número de Reynolds alrededor de 100 000 (típico en el movimiento de una aeronave pequeña, salvo en zonas próximas a la capa límite) expresa que las fuerzas viscosas son 100 000 veces menores que las fuerzas normales, y por lo tanto aquellas pueden ser ignoradas. Un ejemplo del caso contrario sería un cojinete axial, lubricado con un fluido y sometido a una cierta carga. En este caso el número de Reynolds es mucho menor que 1, indicando que ahora las fuerzas dominantes son las viscosas y por lo tanto las normales pueden despreciarse. Otro ejemplo: en el análisis del movimiento de fluidos en el interior de conductos proporciona una indicación de la pérdida de carga causada por efectos viscosos.

Prácticamente este número adimensional, puede utilizarse para definir las características del flujo dentro de una tubería. El número de Reynolds proporciona una indicación de la pérdida de energía causada por efectos viscosos.

1.1.2.2. Flujo laminar

Es uno de los dos tipos principales de flujo en fluido y es el tipo de movimiento en el cual un fluido está perfectamente ordenado, estratificado, suave, de manera que el fluido se mueve en laminas paralelas sin entremezclarse si la corriente tiene lugar entre dos planos paralelos, o en capas cilíndricas coaxiales como, por ejemplo la glicerina en un tubo de sección circular. Las capas no se mezclan entre sí. La figura 2 muestra una manera de visualizar el flujo laminar en un tubo circular. Anillos concéntricos de fluido circulan según una trayectoria recta y suave. Mientras el fluido se mueve a lo largo de la tubería, hay poca o ninguna mezcla a través de las fronteras de cada capa. Por supuesto, en los fluidos reales un número infinito de capas constituyen el flujo.

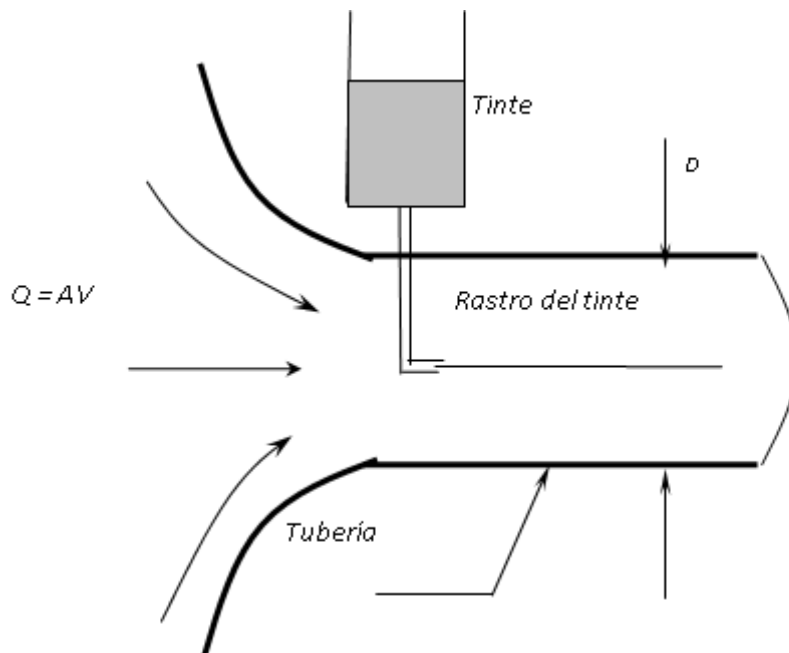
Figura 2. **Esquema de flujo laminar dentro de un tubo**



Fuente: MOTT, Robert. Mecánica de fluidos. p. 227.

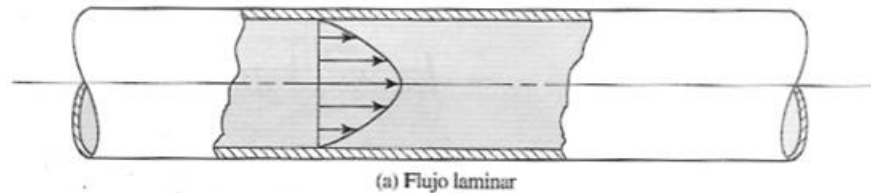
Puede observarse la figura 3 en donde el perfil de la velocidad del flujo de tinta es lineal. El mecanismo de transporte es exclusivamente molecular. Se dice que este flujo es aerodinámico. En el flujo aerodinámico, cada partícula de fluido sigue una trayectoria suave, llamada línea de corriente. La pérdida de energía es proporcional a la velocidad media. El perfil de velocidades tiene forma de una parábola, donde la velocidad máxima se encuentra en el eje del tubo y la velocidad es igual a cero en la pared del tubo, esto tal como se muestra en la figura 4.

Figura 3. **Perfil de flujo aerodinámico**



Fuente: SANDOVAL, Luis. Apuntes sobre perfiles de flujo.

Figura 4. **Perfil de velocidades**



Fuente: MOTT, Robert. Mecánica de fluidos. p. 257.

Se da en fluidos con velocidades bajas o viscosidades altas, cuando se cumple que el número de Reynolds es inferior a 2 100.

Para establecer las condiciones y principios que gobiernan el flujo en tuberías bajo el régimen de flujo laminar se deben tener en cuenta dos principios:

- En este tipo de flujo las fuerzas viscosas priman sobre las fuerzas inerciales.
- En este caso se cumple la ecuación de Newton para fluidos viscosos.

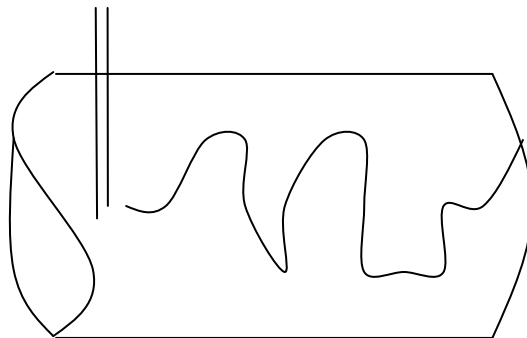
Las ecuaciones que controlan el flujo laminar fueron desarrolladas por dos investigadores en forma simultánea e independiente: H. Gotthilf Hagen (Ingeniero alemán, 1794-1884) trabajó en 1839 en tubos de cobre y encontró que la pérdida de altura era proporcional al caudal que pasaba por la tubería e inversamente proporcional a la cuarta potencia del diámetro de ésta.

Jean M. Poiseuille (médico francés, 1799 – 1869) al investigar el flujo de sangre en las venas llegó a las mismas conclusiones. Lo interesante es que los resultados de la investigación no son aplicables al cuerpo humano, ya que la sangre es un fluido no newtoniano y las venas y las arterias no son tubos rígidos; pero en cambio sí son aplicables a la ingeniería.

1.1.2.3. Flujo turbulento

El flujo turbulento es más comúnmente desarrollado debido a que la naturaleza tiene tendencia hacia el desorden y esto en términos de flujos significa tendencia hacia la turbulencia. Este tipo de flujo se caracteriza por trayectorias circulares erráticas, semejantes a remolinos. El flujo turbulento ocurre cuando las velocidades de flujo son generalmente muy altas o en fluidos en los que las fuerzas viscosas son muy pequeñas. Puede observarse la figura 5, donde el perfil de la velocidad del flujo no tiene una forma definida.

Figura 5. Perfil de flujo turbulento



Fuente: SANDOVAL, Luis. Apuntes sobre flujo en tuberías.

La turbulencia puede originarse por la presencia de paredes en contacto con el fluido o por la existencia de capas que se muevan a diferentes

velocidades. Además, un flujo turbulento puede desarrollarse bien sea en un conducto liso o en un conducto rugoso.

En el flujo turbulento las partículas se mueven en trayectorias irregulares, que no son suaves ni fijas. El flujo es turbulento si las fuerzas viscosas son débiles en relación con las fuerzas inerciales.

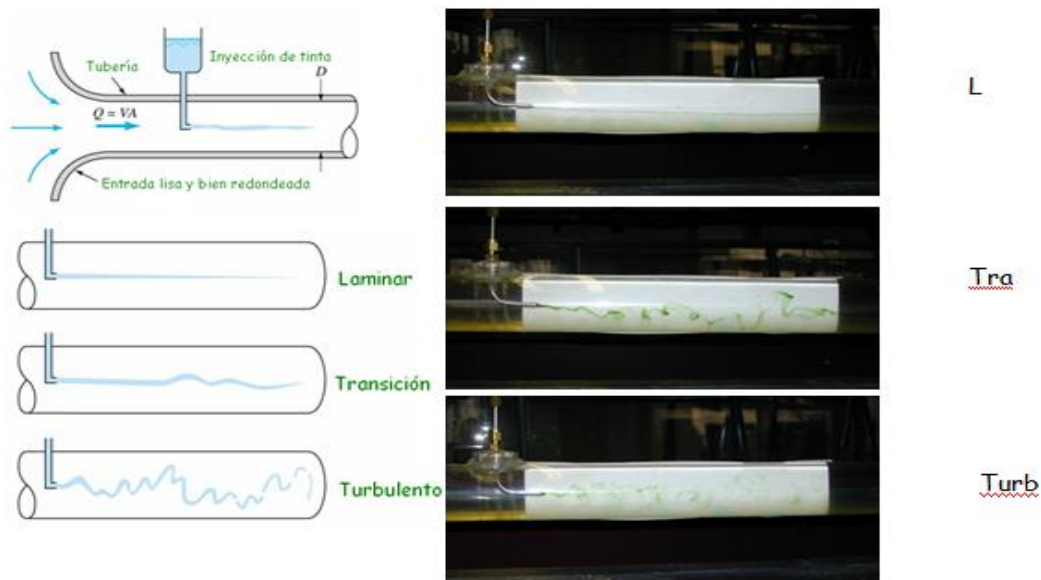
La turbulencia según la definición de Taylor y Von Karman, puede producirse por el paso del fluido sobre superficies de frontera, o por el flujo de capas de fluido, a diferentes velocidades que se mueven una encima de la otra.

La turbulencia puede ser de dos tipos:

- Turbulencia de pared: la generada por efectos viscosos debido a la resistencia de paredes.
- Turbulencia libre: producida en ausencia de pared y generada por el movimiento de capas de fluido a diferentes velocidades.

En la figura 6 se describen los tipos de flujo mencionados (flujo laminar y turbulento) además del flujo de transición el cual está entre los valores de 2 100 y 4 000 para el número de Reynolds.

Figura 6. Tipos de flujo de acuerdo al número de Reynolds



Fuente: SANDOVAL, Luis. Apuntes sobre flujo en tuberías.

1.1.3. El principio de Bernoulli

Hay tres formas de energía que se toman siempre en consideración cuando se analiza un problema de flujo en tuberías.

Si se considera un elemento del fluido dentro de una tubería en un sistema de flujo. Se localiza a cierta elevación z , tiene velocidad v , y presión p . El elemento del fluido posee las formas de energía siguientes:

Energía potencial. Debido a su elevación, la energía potencial del elemento en relación con algún nivel de referencia se representa mediante la ecuación:

$$EP = wz \quad (\text{Ecuación 3})$$

Energía cinética. Debido a su velocidad, la energía cinética del elemento se representa mediante la ecuación:

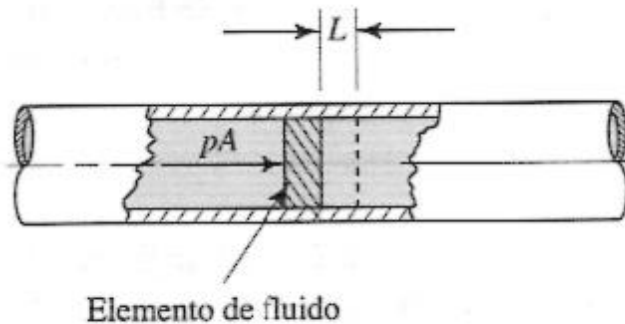
$$EC = wv^2 / 2g \quad (\text{Ecuación 4})$$

Energía de flujo. A veces llamada energía de presión o trabajo de flujo, y representa la cantidad de trabajo necesario para mover el elemento de fluido a través de cierta sección contra la presión p . La energía de flujo se abrevia EF y se calcula por medio de la ecuación:

$$EF = wp / \gamma \quad (\text{Ecuación 5})$$

La ecuación anterior se obtiene como sigue a continuación. La figura 7 muestra el elemento de fluido en la tubería mientras se mueve a través de una sección.

Figura 7. **Energía de flujo dentro de un tubo**



Fuente: MOTT, Robert. Mecánica de fluidos. p. 166.

La fuerza sobre el elemento es pA , donde p es la presión en la sección y A es el área sobre ésta. Al mover el elemento a través de la sección, la fuerza recorre una distancia L igual a la longitud del elemento. Por tanto, el trabajo que se realiza se representa mediante la ecuación:

$$\text{Trabajo} = pAL = pV \quad (\text{Ecuación 6})$$

donde V es el volumen del elemento. El peso del elemento w se representa mediante la ecuación:

$$w = \gamma V \quad (\text{Ecuación 7})$$

Donde γ es el peso específico del fluido. Entonces, el volumen del elemento representa mediante la ecuación:

$$V = w / \gamma \quad (\text{Ecuación 8})$$

y se obtiene

$$\text{Trabajo} = pV = pw / \gamma \quad (\text{Ecuación 9})$$

Denominada energía de flujo, y se representa con la ecuación (9).

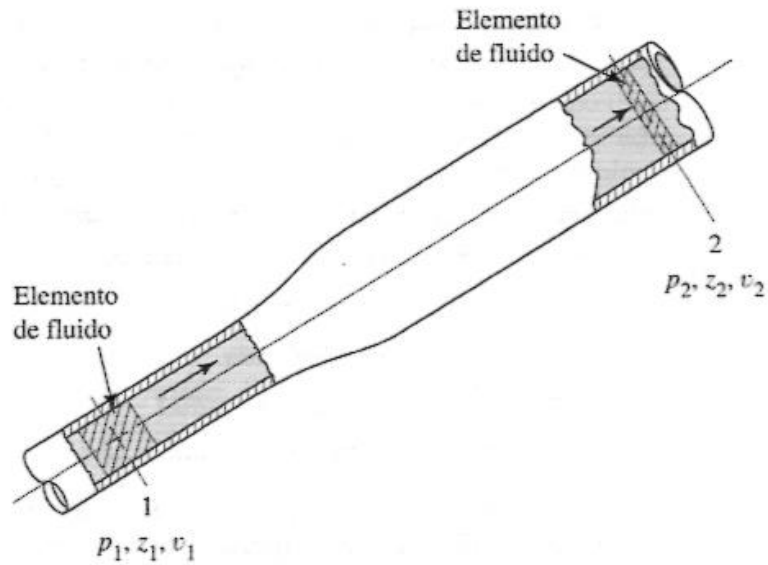
Entonces, la cantidad total de energía de estas tres formas que posee el elemento del fluido es la suma E , dada por la ecuación (10) o su equivalente, ecuación (11).

$$E = EF + EP + EC \quad (\text{Ecuación 10})$$

$$E = wp / \gamma + wz + wv^2 / 2g \quad (\text{Ecuación 11})$$

Cada uno de estos términos se expresa en unidades de energía como el Newton-metro (N·m) en el SI, y el pie-libra (pie-lb) en el Sistema Inglés.

Figura 8. Esquema de análisis del principio de Bernoulli



Fuente: MOTT, Robert Mott. Mecánica de fluidos. p. 167.

Ahora, considere que el elemento de fluido de la figura 8 se mueve de la sección 1 a la sección 2. Los valores de p , z y v son diferentes en las dos secciones. En la sección 1, la energía total es

$$E_1 = \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g}$$

En la sección 2, la energía total es

$$E_2 = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

Si no hay energía que se agregue o pierda en el fluido entre las secciones 1 y 2, entonces el principio de la conservación de la energía requiere que

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g} = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

El peso del elemento w es común a todos los términos y se elimina al dividir entre él. Así la ecuación se convierte en la ecuación:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 12})$$

conocida como la ecuación de Bernoulli.

Cada término de la ecuación de Bernoulli es una forma de la energía que posee el flujo por unidad de peso del fluido que se mueve en el sistema.

La ecuación de Bernoulli toma en cuenta los cambios en la carga de elevación, carga de presión y carga de velocidad entre dos puntos en un sistema de flujo de fluido. Se supone que no hay pérdidas o adiciones de energía entre los dos puntos, por lo que la carga total permanece constante.

El procedimiento para aplicar la ecuación de Bernoulli es el siguiente:

- Decidir cuáles son los términos conocidos y cuáles deben calcularse.
- Determinar cuáles son las dos secciones del sistema que se usarán para escribir la ecuación de Bernoulli. Una de ellas se elige porque se concentran varios datos conocidos. En la otra, por lo general, algo habrá que calcularse.
- Escribir la ecuación de Bernoulli para las dos secciones elegidas en el sistema. Es importante que la ecuación se describa en dirección del flujo. Es decir, el flujo debe de proceder de la sección que esté en el lado izquierdo de la ecuación y dirigirse hacia la sección derecha.
- Es necesario ser explícito en la denominación de los subíndices de los términos de la carga de presión, carga de elevación y carga de velocidad en la ecuación de Bernoulli.
- Simplificar la ecuación, si es posible, con la cancelación de los términos que valgan cero o de los que aparezcan como iguales en ambos lados de la ecuación.

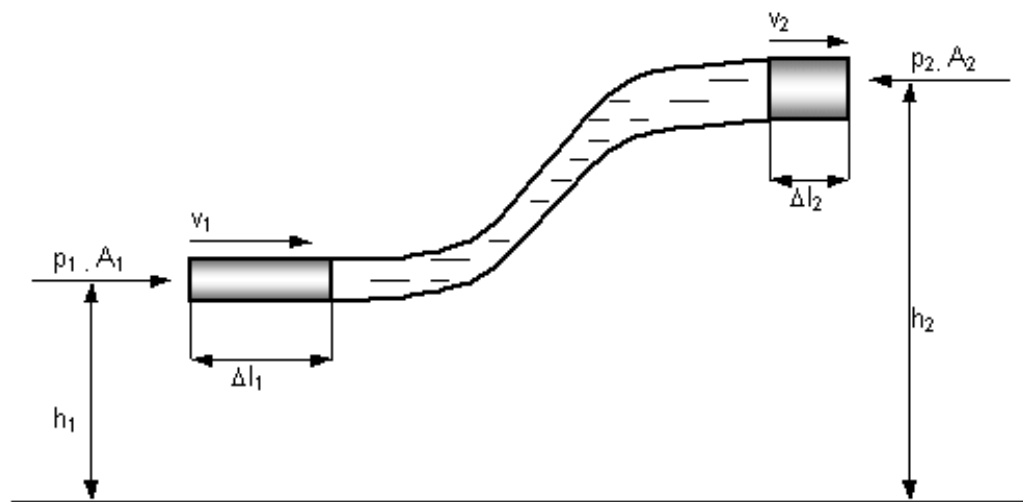
1.1.4. Flujo incompresible y sin rozamiento

Estos flujos cumplen el teorema de Bernoulli, que afirma que la energía mecánica total de un flujo incompresible y no viscoso (sin rozamiento) es constante a lo largo de una línea de corriente. Las líneas de corriente son líneas de flujo imaginarias que siempre son paralelas a la dirección del flujo en cada punto, y en el caso de flujo uniforme coinciden con la trayectoria de las partículas individuales del flujo.

En la ecuación de Bernoulli siempre se cumple la ecuación de continuidad, ecuación:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = Cte \quad (\text{Ecuación 13})$$

Figura 9. **Elementos de fluidos utilizados en la ecuación de Bernoulli**



Fuente: SANDOVAL, Luis. Apuntes sobre flujo de fluidos.

1.1.5. Flujo incompresible viscoso

Un flujo en movimiento presenta resistencia por fricción al fluir. Parte de la energía del sistema se convierte en energía térmica (calor), que se disipa a través de las paredes de la tubería por la que circula el flujo. La magnitud de energía que se pierde está dada por el teorema de la conservación de la energía, tal y como se muestra a continuación concluyendo con la ecuación (14).

$$W = \Delta E$$

$$E_o - E_f = W$$

$$E_o = E_f + W$$

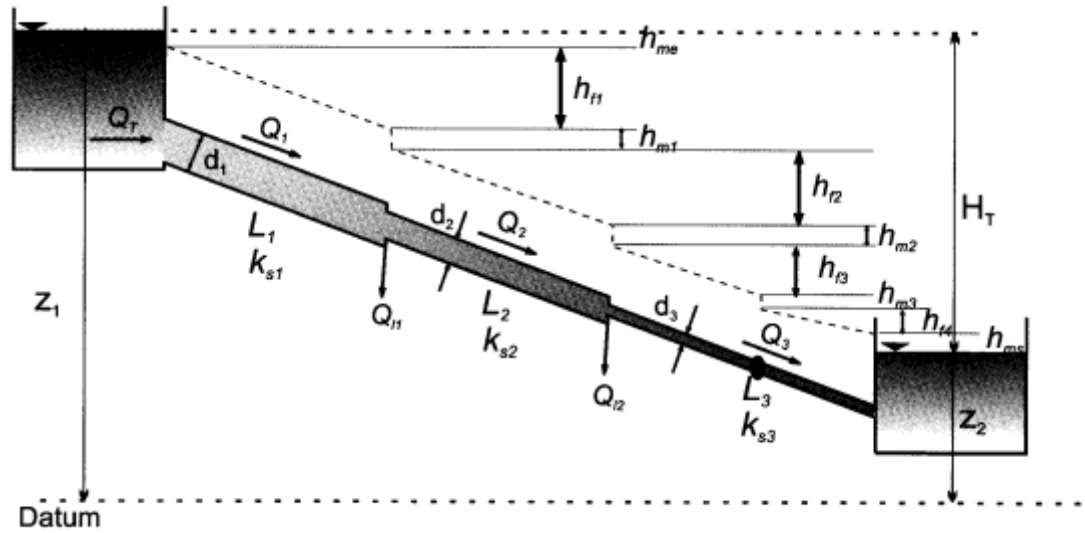
$$Z_o + \frac{P_o}{\gamma} + \frac{v_o^2}{2g} = Z_f + \frac{P_f}{\gamma} + \frac{v_f^2}{2g} + h_f \quad (\text{Ecuación 14})$$

Esta pérdida por fricción h_f en el sistema de tuberías se da de la siguiente manera: por elementos que controlan la dirección el flujo, generando restricciones durante la trayectoria: por ejemplo, un cambio en la velocidad o dirección del flujo; las pérdidas por válvulas y accesorios, a estas pérdidas se le conocen como, pérdidas menores. Cabe resaltar que para determinar la pérdida por fricción se toman en cuenta las pérdidas por fricción en las tuberías; lo cual se tratará más adelante.

1.2. Sistema de tuberías en serie

Consisten en dos o más tuberías diferentes colocadas una a continuación de la otra, las cuales pueden diferenciarse en los diámetros o en las rugosidades (es decir, están hechas de materiales diferentes) o bien en ambas características físicas. En la figura 10 se muestra el esquema de tres tuberías en serie que conectan dos tanques. Dicho esquema se utilizará para plantear las ecuaciones que rigen el flujo en este tipo de tuberías.

Figura 10. Sistema de tuberías conectadas en serie



Fuente: GILES, Randal. Mecánica de los fluidos e hidráulica. p. 152.

La diferencia de altura o nivel entre los dos tanques está dada por la ecuación:

$$H_T = z_1 - z_3 = h_e + h_{f1} + h_{m1} + h_{f2} + h_{m2} + h_{f3} + h_{m3} + h_s$$

(Ecuación 15)

dónde:

H_T = diferencia de nivel entre dos tanques

h_e = pérdidas menores de entrada

h_{fi} = pérdidas por fricción en el tubo i

h_{mi} = pérdidas en el accesorio i

h_s = pérdidas menores por salida

La ecuación de la energía puede generalizarse para cualquier sistema de tuberías en serie, como la ecuación:

$$H_T = \sum_{i=1}^n h_{fi} + \sum_{i=1}^m h_{mi} \quad (\text{Ecuación 16})$$

dónde:

n = número de tuberías que conforman la serie

m = número de accesorios que causan pérdidas menores en la serie

Si se tienen en cuenta las características físicas de cada tubería del sistema en serie, como diámetros, longitudes y rugosidades absolutas y los coeficientes de pérdidas menores de cada uno de los accesorios, la ecuación anterior se convierte en la ecuación:

$$H_T = \sum_{i=1}^n f_i \frac{l_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} + \sum_{i=1}^m k_{mi} \frac{v_i^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 17})$$

dónde:

V_i = velocidad media en la tubería i de la serie

En la figura 10, resulta claro que:

$$Q_T = Q_1 = Q_2 + Q_{L1} = Q_3 + Q_{L1} + Q_{L2} \quad (\text{Ecuación 18})$$

Esta ecuación significa que el caudal total que pasa por el sistema es igual al caudal que pasa por cualquier tubería más todos los caudales laterales en las uniones localizadas aguas arriba de ésta. Para una serie de n tuberías la ecuación anterior se puede generalizar, según la ecuación:

$$Q_T = Q_\alpha + \sum_{i=1}^{\alpha-1} Q_{Li} \quad (\text{Ecuación 19})$$

dónde:

Q_α = caudal en la tubería α de la serie de n tuberías

Si en las uniones no existiera caudal lateral, la ecuación de conservación de la masa se simplificaría de la siguiente manera:

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3 \dots = Q_n$$

Es decir, que el caudal es igual para todos los tubos del sistema de tuberías en serie.

1.3. Sistema de tuberías en paralelo

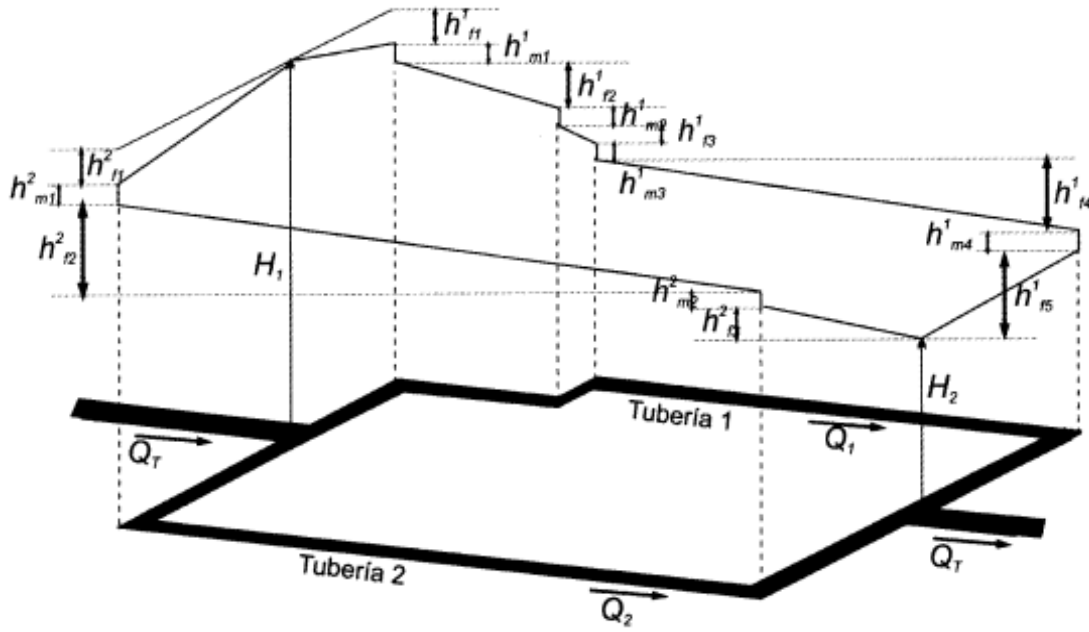
Varias tuberías están conectadas en paralelo si el flujo original se ramifica en dos o más tuberías que vuelven a unirse de nuevo aguas abajo, como se ilustra en la siguiente figura. Se puede observar en la figura que el fluido circula a través de una tubería, para que posteriormente llegue al nodo, donde se ramifica, fluyendo parte por la tubería 1 y el resto por la tubería 2. Luego, convergen las dos tuberías y el fluido circula por la tubería final.

En general, los sistemas en paralelo están limitados a 3 o 4 tuberías. Sin embargo, es más común que estén compuestos por dos tuberías. Éstas pueden tener longitudes, diámetros y accesorios diferentes a la vez que estar elaboradas en materiales muy distintos.

- En la resolución de problemas de tuberías en paralelo se aplican tres importantes principios.
- El caudal entrante total en un nodo ha de ser igual al caudal saliente total del nodo.
- La pérdida de carga entre dos nodos es la misma en cada una de las ramas que unen los nodos.

Dentro del intervalo normal de velocidades que se dan en la práctica, el porcentaje del caudal total que circula por cada una de las ramas (es decir, por las tuberías 1 y 2) se mantendrá constante, independientemente de la pérdida de carga entre los dos puntos.

Figura 11. Sistema de tuberías conectadas en paralelo



Fuente: elaboración propia, con Autocad.

A partir de la figura 11, se pueden plantear las siguientes ecuaciones:

Para la tubería 1 se plantea la siguiente ecuación (Ecuación 20):

$$H_1 - H_2 = H_T = h_{f1}^1 + h_{m1}^1 + h_{f2}^1 + h_{m2}^1 + h_{f3}^1 + h_{m3}^1 + h_{f4}^1 + h_{f5}^1$$

(Ecuación 20)

dónde:

h_{fj}^i = pérdidas por fricción en el tramo j de la tubería i

h_{mj}^i = pérdidas menores en el accesorio j de la tubería i

H_T = diferencia total de altura piezométrica entre los nodos 1 y 2

Esta ecuación puede simplificarse así:

$$H_T = \sum_{i=1}^n h_{fi}^1 + \sum_{i=1}^m h_{mi}^1 \quad (\text{Ecuación 21})$$

dónde:

n = número de tramos de la tubería 1

m = número de accesorios de la tubería 1

Para la tubería 2 se puede plantear una ecuación similar a la anterior

$$H_T = \sum_{i=1}^r h_{fi}^2 + \sum_{i=1}^s h_{mi}^2 \quad (\text{Ecuación 22})$$

dónde:

r = número de tramos de la tubería 2

s = número de accesorios de la tubería 2

Los términos de las dos últimas ecuaciones de arriba son iguales. Por consiguiente, la ecuación de la conservación de la energía para tuberías en paralelo es:

$$\sum_{i=1}^n h_{fi}^1 + \sum_{i=1}^m h_{mi}^1 = \sum_{i=1}^r h_{fi}^2 + \sum_{i=1}^s h_{mi}^2 \quad (\text{Ecuación 23})$$

En esta última ecuación los superíndices no son exponentes; solo indican el número de identificación de la tubería.

En la figura 11 resulta claro que la ecuación (23) de conservación de la masa tratándose de flujo permanente es:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \quad (\text{Ecuación 24})$$

Las ecuaciones anteriores están planteadas para un sistema de dos tuberías en paralelo, que es el caso más común. Sin embargo, es sencillo extenderlas a tres o más tuberías. Las dos ecuaciones anteriores, se pueden utilizar para resolver los tres tipos de problemas aplicados al caso de tubos en paralelo. El uso, y por consiguiente el diseño, de tuberías en paralelo es común para aplicaciones en sistemas existentes (redes de distribución de agua, sistemas de riego, etc.); en ese caso, la única tubería nueva se coloca para que trabaje en paralelo con otra u otras tuberías ya existentes.

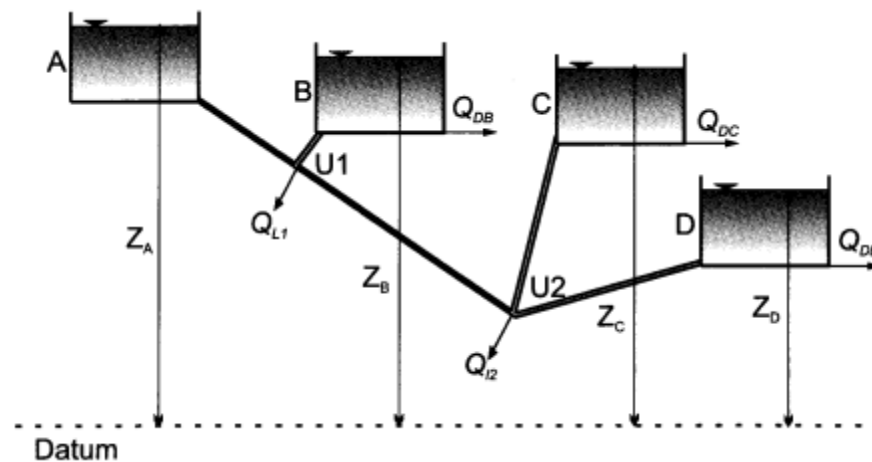
1.4. Sistema de tuberías ramificadas

Este sistema básicamente es una red abierta de tuberías y se caracteriza por no tener ningún circuito cerrado en el sistema. Los ejemplos típicos de este grupo son las redes de tubos madres o líneas expresas en sistemas de distribución de agua potable. En la figura 12 se muestra el esquema de una red,

la cual une cuatro tanques de almacenamiento dentro del sistema de agua potable dentro de una ciudad hipotética.

Un sistema de tuberías que une una batería de pozos de agua con un tanque de abastecimiento o una planta de tratamiento, la red contra incendios en el interior de una edificación, o el sistema conformado por la tubería principal y las tuberías secundarias en un sistema de riego localizado de alta frecuencia, son otros ejemplos de sistemas de tuberías descritos como redes de tuberías ramificadas.

Figura 12. Sistema de tuberías ramificadas



Fuente: GILES, Ranald. Mecánica de los fluidos e hidráulica. p. 164.

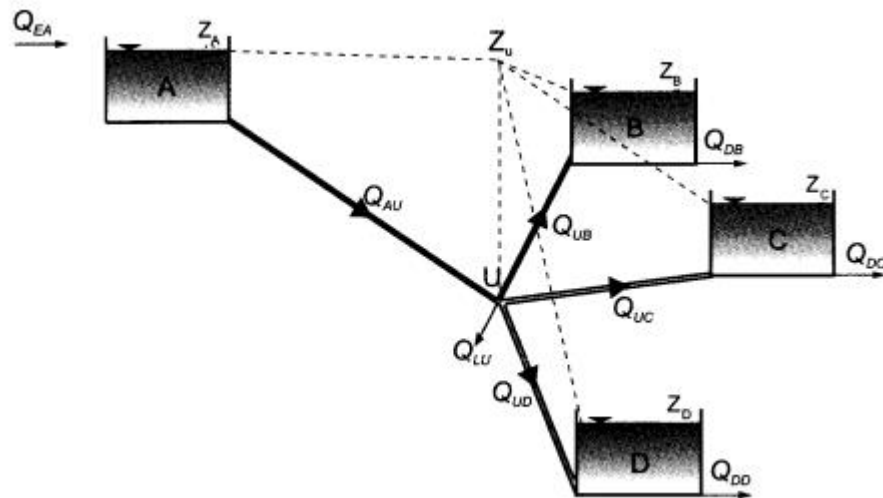
En la figura 12 se muestra un sistema de tuberías que une cuatro tanques de almacenamiento (A, B, C y D). El sistema está compuesto por 5 tuberías principales (A-U1, U1-B, U1-U2, U2-C y U2-D) con dos uniones (U1 y U2). Las uniones pueden tener caudales laterales de extracción (Q_{L1} y Q_{L2}). Los caudales demandados son tomados directamente de los tanques de

almacenamiento (QDB, QDC y QDD). El tanque A funciona como tanque de almacenamiento principal o de suministro primario.

Como principio se plantea que en cada una de las uniones o nodos de la red se debe cumplir con la ecuación de continuidad y en cada uno de los embalses o tanques se debe suministrar el caudal demandado.

En general, el problema consiste en determinar los diámetros y los caudales en cada una de las tuberías de la red para condiciones permanentes de flujo y, a la vez, en verificar que en cada uno de los embalses se cumplan las condiciones de demanda de caudal.

Figura 13. **Esquema de distribución de caudales**



Fuente: GILES, Ranald. Mecánica de los fluidos e hidráulica. p. 165.

Tal como muestra en la figura 13, el embalse A envía el agua a los embalses B, C y D a través de la tubería principal AU y luego, a través de los ramales UB, UC y UD.

2. PRINCIPIOS HIDRÁULICOS DEL FUNCIONAMIENTO DE TUBERÍAS

2.1. Fórmulas utilizadas para el cálculo de pérdidas de carga

En este capítulo se considera el flujo en tuberías, las ecuaciones de Darcy–Weisbach, así como la de Hazen Williams para el diseño de tuberías; además de la ecuación de Colebrook y el diagrama de Moody para el cálculo de las pérdidas debido a la fricción en tuberías.

2.1.1. Fórmula de Darcy–Weisbach

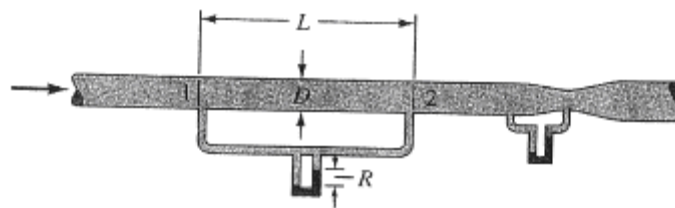
El diseño en hidráulica requería una ecuación que predijera las pérdidas por fricción como función del fluido, la velocidad, el diámetro de la tubería y el tipo de material de ésta. Por lo que hoy en día se conoce esta ecuación:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 25})$$

La ecuación de Darcy–Weisbach generalmente se adopta para el cálculo del flujo en tuberías en donde h_f es la caída en la línea piezométrica, en la tubería de longitud L , un diámetro interno D y una velocidad promedio V . h_f tiene dimensiones de longitud y se expresa en términos de pies-libras por libra o metros-newtons por newton. El factor de fricción f es un factor adimensional que se requiere para hacer que la ecuación produzca valores correctos de las pérdidas. Todas las cantidades de la ecuación de Darcy–Weisbach pueden medirse experimentalmente, excepto f .

Un montaje típico se muestra en la figura 14. Midiendo el caudal y el diámetro interno, se puede calcular la velocidad promedio. La pérdida de cabeza h_f se mide utilizando un manómetro diferencial unido a aperturas piezométricas en las secciones 1 y 2, separadas una distancia L .

Figura 14. **Esquema de un manómetro diferencial en una tubería**



Fuente: GILES, Ranald. Mecánica de los fluidos e hidráulica. p. 88.

La experimentación demuestra que lo siguiente es cierto para un flujo turbulento.

- La caída de la línea piezométrica varía directamente con la longitud de la tubería.
- La caída de la línea piezométrica varía con casi el cuadrado de la velocidad.
- La caída de la línea piezométrica varía con casi el inverso del diámetro.
- La caída de la línea piezométrica depende de la rugosidad superficial de la pared interior de la tubería.
- La caída de la línea piezométrica depende de las propiedades del fluido, densidad y viscosidad.
- La caída de la línea piezométrica es independiente de la presión.

Ejemplo:

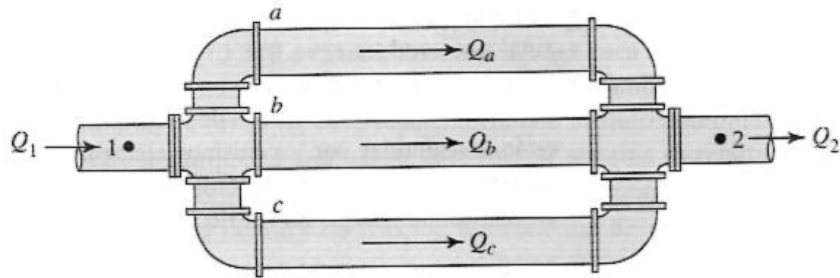
Determinar el caudal que circula en el sistema de tuberías en paralelo si la pérdida de energía por fricción entre 1 y 2 es 20 m. $\nu = 1,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Tabla I. **Problema de aplicación de la ecuación de Darcy Weisbach**

Tubo.	Diámetro (cm)	Longitud (m)	Material	ϵ (m)
A	15	800	PVC	3×10^{-7}
B	20	765	Hierro galvanizado nuevo	$1,5 \times 10^{-4}$
C	25	780	Hierro fundido 5 a 10 años	$2,6 \times 10^{-4}$

Fuente: elaboración propia.

Figura 15. Problema de aplicación de la ecuación de Darcy–Weisbach



Fuente: MOTT, Robert. Mecánica de fluidos. p. 359.

Ecuación de Darcy–Weisbach en función de Q

$$h_f = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 gD^5}$$

$$Q = \left(\frac{\pi^2 gD^5 h_f}{8Lf} \right)^{1/2}$$

$$Q_A = \left[\frac{\pi^2 (9,81) (0,15)^5 (20)}{8(800) f_A} \right] = \frac{0,0048}{f_A^{1/2}}$$

$$Q_B = \left[\frac{\pi^2 (9,81) (0,2)^5 (20)}{8(765) f_B} \right] = \frac{0,0101}{f_B^{1/2}}$$

$$Q_C = \left[\frac{\pi^2 (9,81) (0,25)^5 (20)}{8(780) f_C} \right] = \frac{0,0174}{f_C^{1/2}}$$

Número de Reynolds en función de cada tubería

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu D}$$

$$Re_{Tub.A} = \frac{4Q}{\pi (1,15 * 10^{-6}) (0,15)} = 7381099 Q_A$$

$$Re_{Tub.B} = \frac{4Q}{\pi (1,15 * 10^{-6}) (0,20)} = 5535824 Q_B$$

$$Re_{Tub.C} = \frac{4Q}{\pi (1,15 * 10^{-6}) (0,25)} = 4428659 Q_C$$

El caudal que circula por las tres tuberías, se debe determinar por iteraciones. Para la tubería A, los cálculos de la primera iteración son los siguientes:

$$f_{asumido} = 0,02$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$Q_A = \frac{0,0048}{f_A^{1/2}} = \frac{0,0048}{0,02^{1/2}} = 0,0339 m^3 / s$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$\text{Re}_{Tub.A} = 7381099 Q_A = 7381099(0,0139) = 250175,4$$

Sustituyendo en la ecuación de Swamee-Jain:

$$f_A = \frac{0,25}{\left[\frac{3 \cdot 10^{-7} / 0,15}{3,7} + \frac{5,74}{250175,4^{0,9}} \right]^2} = 0,0149$$

Este último valor de f , se utiliza para la segunda iteración, repitiéndose los tres pasos anteriores. Así sucesivamente, hasta finalizar cuando el valor de f inicial de la n -ésima iteración, sea igual al valor de f final de la misma iteración. La tabla siguiente da los resultados finales para las tres tuberías, todas con tres iteraciones.

Tabla II. Iteraciones para el cálculo de la fricción

<i>Tubería</i>	<i>Diámetro</i>	<i>Longitud</i>	<i>Rugosidad</i>	<i>f asumido-f de arranque</i>	<i>Caudal Q supuesto</i>	<i>Rugosidad relativa</i>	<i>Re</i>	<i>Factor de fricción f con Swamee-Jain</i>
1ra iteración								
A	15	800	3×10^{-7}	0,02	0,0294	0,000002	216 658,24	0,0153
B	20	765	$1,5 \times 10^{-4}$	0,02	0,0616	0,0008	341 112,45	0,0197
C	25	780	$2,6 \times 10^{-5}$	0,02	0,1066	0,001	472 113,04	0,0204
2da iteración								
A	15	800	3×10^{-7}	0,0153	0,0335	2×10^{-6}	247 614,92	0,0149
B	20	765	$1,5 \times 10^{-4}$	0,0197	0,0620	0,0008	343 328,26	0,0197
C	25	780	$2,6 \times 10^{-5}$	0,0204	0,1056	0,0010	467 561,86	0,0204
3ra iteración								
A	15	800	3×10^{-7}	0,0149	0,0340	2×10^{-6}	250 793,66	0,0149
B	20	765	$1,5 \times 10^{-4}$	0,0197	0,0620	0,0008	343 381,29	0,0197
C	25	780	$2,6 \times 10^{-5}$	0,0204	0,1056	0,0010	467 489,56	0,0204

Fuente: elaboración propia.

Calculando los caudales que circulan por cada una de las tuberías:

$$Q_A = \frac{0,0048}{f_A^{1/2}} = \frac{0,0048}{0,0149^{1/2}} = 0,03932 m^3 / s = 39,32 l / s$$

$$Q_B = \frac{0,0101}{f_B^{1/2}} = \frac{0,0101}{0,0197^{1/2}} = 0,07196 m^3 / s = 71,96 l / s$$

$$Q_C = \frac{0,0174}{f_C^{1/2}} = \frac{0,0174}{0,0204^{1/2}} = 0,12182 m^3 / s = 121,82 l / s$$

Caudal Total:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_T = 39,32 + 71,96 + 121,82 = 233,10 \text{ l/s}$$

El caudal total que circula por el sistema es de 233,10 l/s.

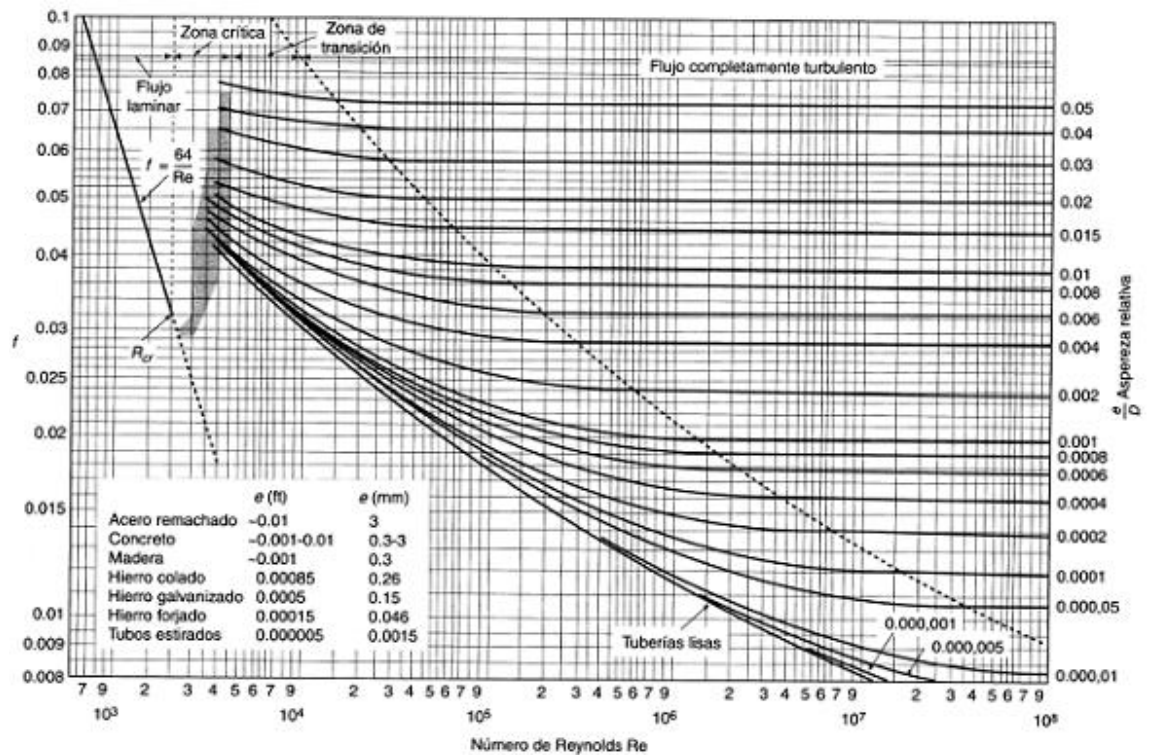
2.1.1.1. Diagrama de Moody

El factor de fricción f debe seleccionarse de tal manera que la ecuación de Darcy–Weisbach arroje correctamente la caída de la línea piezométrica; por consiguiente, f no puede ser constante sino que debe depender de la velocidad V , el diámetro D , de la densidad, de la viscosidad y de ciertas características de la rugosidad de la pared, representadas por ε , ξ y m , donde ε es una medida del tamaño de las proyecciones de la rugosidad y tiene dimensiones de longitud, ξ es una medida del ordenamiento o espaciamiento de los elementos de rugosidad y también tiene dimensiones de longitud, y m es un factor de forma que depende de la forma de los elementos de rugosidad individual, y es adimensional. El término f , en lugar de ser una constante simple, depende de siete cantidades: $f = f(V, D, \rho, \mu, \varepsilon, \xi, m)$.

Debido a que f es un factor adimensional, éste debe depender de la agrupación de estas cantidades en parámetros adimensionales. Para una tubería lisa $\varepsilon = \xi = m = 0$, dejando f dependiente de las primeras cuatro cantidades. Éstas sólo pueden ordenarse en una forma para hacerlas

adimensionales, es decir, $VD\rho/\mu$, que es el número de Reynolds. Para tuberías rugosas, los términos ϵ y ϵ' pueden hacerse adimensionales dividiéndolos por D .

Figura 16. Diagrama de Moody



Fuente: STREETER, Victor. Mecánica de fluidos. p. 184.

2.1.1.2. Ecuación de Colebrook

Los resultados experimentales se presentan en forma tabular, gráfica y funcional obtenidos de datos experimentales de ajuste de la curva de Moody (figura 16). Por lo que la combinación de los datos disponibles para flujo en transición y turbulento en tuberías lisas y rugosas llevó a la siguiente ecuación establecida por Cyril F. Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (\text{Ecuación 26})$$

Para todas las tuberías la ecuación de Colebrook es la más aceptable para calcular el factor de fricción f . Debido a que su resolución es muy engorrosa; en 1976 los investigadores Prabhata K. Swamee y Alank K. Jain dedujeron con base en la ecuación de Colebrook, la ecuación:

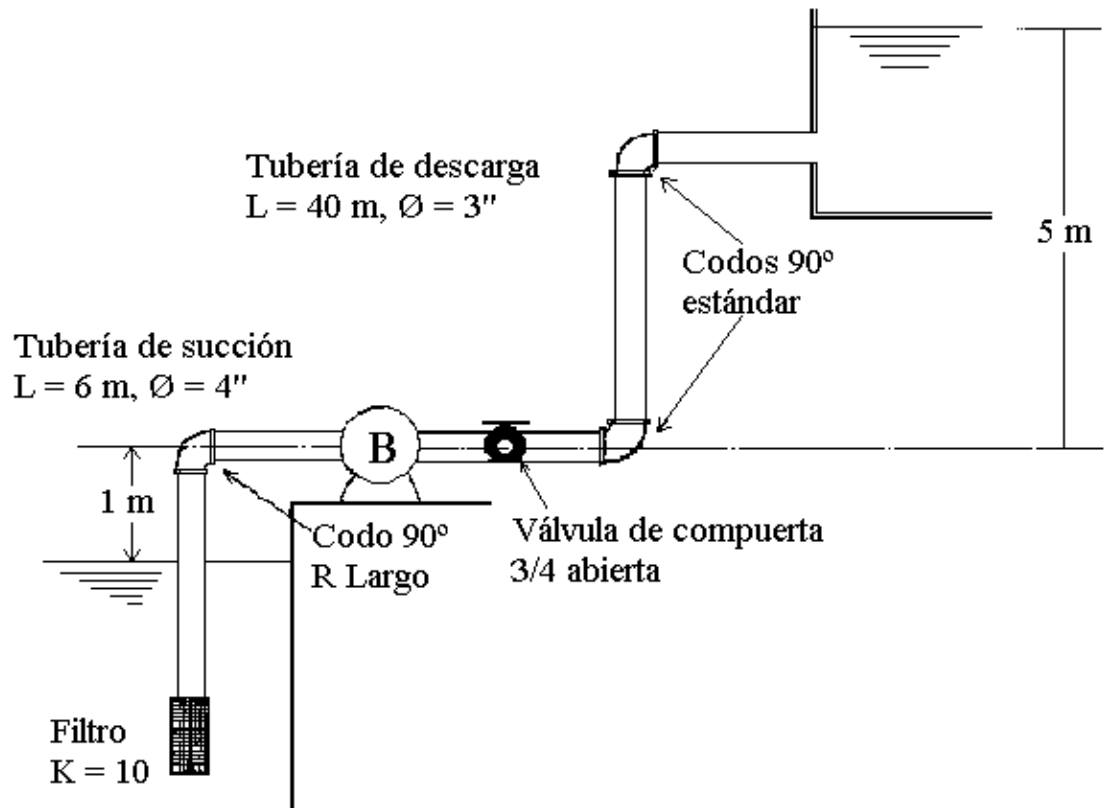
$$f = \frac{0,25}{\left\{ \log \left[\frac{1}{3,7 \left(\frac{D}{\varepsilon} \right)} + \frac{5,74}{N_R^{0,9}} \right] \right\}^2} \quad (\text{Ecuación 27})$$

La cual lleva por nombre: Ecuación de Swamee y Jain. Esta ecuación permite el cálculo directo del valor de fricción para flujo turbulento.

Ejemplo:

¿Cuál es la potencia que debe generar la bomba para cumplir con las condiciones que se muestran en la figura 17, si el caudal de agua que circula es de 7 l/s, la rugosidad de las tuberías es $\varepsilon = 3 \times 10^{-7}$?

Figura 17. Problema de aplicación de la ecuación de Swamee y Jain



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Paint.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum hf + \sum hl$$

Despejando y reescribiendo:

$$H_B = z_2 + (hf_{TS} + hf_{TD}) + (hl_{filtro} + hl_{codoRL} + hl_{valvula} + 2hl_{codosST} + hl_{entrada})$$

dónde:

$$hf_{TS} = f \frac{L V_{TS}^2}{D 2g}$$

$$hf_{TD} = f \frac{L V_{TD}^2}{D 2g}$$

$$hl_{filtro} = 10 \frac{V_{TS}^2}{2g}$$

$$hl_{codoRL} = f(20) \frac{V_{TS}^2}{2g}$$

$$hl_{válvula} = f(35) \frac{V_{TD}^2}{2g}$$

$$hl_{codoST} = f(30) \frac{V_{TD}^2}{2g}$$

$$hl_{salida} = 1 \frac{V_{TD}^2}{2g}$$

Hallando términos:

$$V_{TS} = \frac{0,007m^3/s}{\frac{\pi}{4}(0,1016)^2} = 0,863m/s$$

$$\frac{V_{TS}^2}{2g} = \frac{(0,863m/s)^2}{2 * 9,81m/s^2} = 0,038m$$

$$R_e = \frac{(0,863m/s)(0,1016m)}{1 \times 10^{-6} m^2/s} \approx 87681 \dots turbulento$$

De igual forma:

$$R_e = \frac{(0,863\text{m/s})(0,1016\text{m})}{1 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}} \approx 87681 \dots \text{turbulento}$$

Determinando rugosidades relativas:

$$\varepsilon/D_s = 3 \times 10^{-7} \text{m} / 0,1016 \text{m} = 2,95 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon/D_D = 3 \times 10^{-7} \text{m} / 0,0762 \text{m} = 3,94 \times 10^{-6}$$

Encontrando los factores de fricción en el diagrama de Moody o con la ecuación (27)

- Para tubería de succión

$$R_e = 87681 \Rightarrow f = 0,0185$$

$$\varepsilon/D_s = 2,95 \times 10^{-6}$$

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{3 \times 10^{-7} / 0,1016}{3,7} + \frac{5,74}{87681^{0,9}} \right) \right]^2} = 0,0185$$

- Para la tubería de descarga

$$f \approx 0,0175$$

Determinando las pérdidas:

$$hf_{TS} = 0,0185(6m/0,1016m)(0,038m) = 0,042m$$

$$hf_{TD} = 0,0175(40m/0,0762m)(0,12m) = 1,102m$$

$$hl_{filtro} = 10(0,038m) = 0,38m$$

$$hl_{codoRL} = 0,0185(20)(0,038m) = 0,014m$$

$$hl_{valvula} = 0,0175(35)(0,12m) = 0,074m$$

$$hl_{codoRL} = 0,0175(30)(0,12m) = 0,063m$$

$$hl_{codoRL} = 1*(0,12m) = 0,12m$$

Sustituyendo:

$$H_B = z_2 + (hf_{TS} + hf_{TD}) + (hl_{filtro} + hl_{codoRL} + hl_{valvula} + 2hl_{codosST} + hl_{entrada})$$

$$H_B = 6 + (0,042 + 1,102) + (0,38 + 0,014 + 0,074 + 2*0,063 + 0,12) = 7,86m$$

$$POT = \frac{\rho Q H_B}{745} = \frac{9810 \frac{N}{m^3} (0,007 \frac{m^3}{s}) (7,86m)}{745 \frac{N \cdot m}{s}} = 0,724HP$$

La potencia que debe generar la bomba es de 0,724 HP

2.1.2. Fórmula de Hazen Williams

La ecuación de Hazen Williams es una de las más utilizadas para el diseño y análisis aproximado de los problemas de corriente de flujo en conductos cerrados. Su uso se limita al flujo de agua en tuberías con diámetros mayores a 2 pulgadas y menores de 6 pies. La velocidad de flujo no debe exceder los 3,05 m/s. Asimismo, está elaborada para agua a 60° F. Su empleo con temperaturas más altas o bajas causaría cierto error.

La ecuación de Hazen Williams es específica en cuanto a las unidades y proviene de una serie de ensayos de laboratorio. En el sistema internacional adopta el siguiente modelo:

$$v = 0,8492C_h R^{0,63} s^{0,54}, \quad (\text{Ecuación 28})$$

dónde:

v = velocidad promedio del flujo (m/s)

C_h = Coeficiente de Hazen Williams (adimensional)

R = Radio hidráulico del conducto de flujo (m)

s = Relación $\frac{h_L}{L}$: pérdida de energía/longitud de conducto (m/m)

El uso del radio hidráulico en la fórmula permite su aplicación a secciones no circulares y también a secciones circulares. Para las secciones circulares se emplea $R = D/4$.

El coeficiente C_h sólo depende de la condición de la superficie de la tubería o conducto. La tabla III proporciona valores que son comunes. Se puede observar además, que algunos de ellos son descritos como tubos nuevos y limpios, mientras que el valor de diseño toma en cuenta la acumulación de depósitos en las superficies interiores de la tubería después de cierto tiempo, aun cuando fluya agua limpia a través de ellos. Tuberías más lisas presentan valores más elevados de C_h que las rugosas.

Tabla III. **Coeficientes de Hazen Williams**

Tipo de tubo	Promedio para tuberías nuevas y limpias	Valor de diseño
Acero, hierro dúctil o fundido con aplicación centrífuga de cemento o revestimiento bituminoso	150	140
Plástico, cobre, latón, vidrio	140	130
Acero, hierro fundido, sin recubrimiento	130	100
Concreto	120	100
Acero corrugado	60	60

Fuente: GILES, Ranald. Mecánica de los fluidos e hidráulica. p. 109.

Para tuberías de sección circular la ecuación de Hazen Williams adopta la forma siguiente:

$$v = 0,8492C_h R^{0,63} s^{0,54},$$

Si, $Q = va$; $R = D/4$; y $s = hf/L$, entonces

$$\frac{Q}{\frac{\pi}{4} D^2} = 0,8492C_h \left(\frac{D}{4}\right)^{0,63} \left(\frac{hf}{L}\right)^{0,54},$$

despejando para la pérdida

$$hf = \left[\frac{4^{0,63} QL^{0,54}}{0,8492 \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right) C_h} \right]^{1/0,54}$$

Ecuación simplificada para el sistema internacional

$$hf = \frac{10,643 Q^{1,85} L}{C_H^{1,85} D^{4,87}} \quad (\text{Ecuación 29})$$

dónde:

hf: pérdida de energía por fricción en m

Q: caudal en m³/s

L: longitud de la tubería en m

D: diámetro de la tubería en m

C: coeficiente de Hazen Williams que depende del material de la tubería.

Con unidades del sistema inglés, la ecuación de Hazen Williams es:

$$v = 1,318 C_h R^{0,63} s^{0,54},$$

dónde:

v = velocidad promedio del flujo (pie/s)

C_h = Coeficiente de Hazen Williams (adimensional)

R = Radio hidráulico del conducto de flujo (pie)

s = Relación $\frac{h_L}{L}$: pérdida de energía/longitud de conducto (pie/pie)

Haciendo una analogía, respecto al procedimiento anterior realizado para el sistema internacional. La ecuación de Hazen Williams, para el Sistema Inglés toma la siguiente forma:

$$hf = \frac{4,727Q^{1,85}L}{C_H^{1,85}D^{4,87}} \quad (\text{Ecuación 30})$$

dónde:

Hf: pérdida de energía por fricción en pies

Q: caudal en pie³/s

L: longitud de la tubería en pies

D: diámetro de la tubería en pies

C: coeficiente de Hazen Williams que depende del material de la tubería.

Las ecuaciones anteriores permiten el cálculo directo de la velocidad de flujo para un tipo y tamaño dados de conducto, cuando se conoce o especifica la pérdida de energía por unidad de longitud. El flujo volumétrico se calcula con $Q = AV$, sencillamente. Es frecuente que se quiera utilizar otros cálculos para:

- Determinar el tamaño de tubería que se requiere para conducir un flujo volumétrico dado con una pérdida de energía limitada a cierto valor especificado.
- Obtener la pérdida de energía para un flujo volumétrico dado a través de una tubería conociendo su tamaño y su longitud.

La tabla IV presenta varias formas que adopta la fórmula de Hazen Williams y que facilitan dichos cálculos.

Tabla IV. **Formas alternativas de la fórmula de Hazen Williams**

Unidades del Sistema Inglés	Unidades del Sistema Internacional
$v = 1,32 C_h R^{0,63} s^{0,54}$	$v = 0,85 C_h R^{0,63} s^{0,54}$
$Q = 1,32 AC_h R^{0,63} s^{0,54}$	$Q = 0,85 AC_h R^{0,63} s^{0,54}$
$h_L = L \left[\frac{Q}{1,32 AC_h R^{0,63}} \right]^{1,852}$	$h_L = L \left[\frac{Q}{0,85 AC_h R^{0,63}} \right]^{1,852}$
$D = \left[\frac{2,31 Q}{C_h s^{0,54}} \right]^{0,380}$	$D = \left[\frac{3,59 Q}{C_h s^{0,54}} \right]^{0,380}$
v en pies/s	v en m/s
Q en pies³/s	Q en m³/s
A en pies²	A en m²
h_L, L, R y D en pies	h_L, L, R y D en m
s en pies/pies (adimensional)	s en m/m (adimensional)

Fuente: GILES, Ranald. Mecánica de los fluidos e hidráulica. p. 108.

Ejemplo:

Siguiendo con el problema planteado, en el tema 2.1.1. Fórmula de Darcy-Weisbach. Ahora se deberá hallar el caudal que circula por el sistema, por medio de la fórmula de Hazen Williams. Los coeficientes de Hazen Williams son los siguientes: tubería A: 150; tubería B: 130 y tubería C: 125.

Aplicando la ecuación (29)

$$hf = \frac{10,643Q^{1,85}L}{C_H^{1,85}D^{4,87}}$$

Despejando el caudal

$$Q = \left[\frac{C_H^{1,85} D^{4,87} hf}{10,643L} \right]^{1/1,85}$$

Evaluando

$$Q_A = \left[\frac{(150)^{1,85} (0,15)^{4,87} (20)}{10,643(800)} \right]^{1/1,85} = 0,0386 m^3 / s$$

$$Q_B = \left[\frac{(130)^{1,85} (0,20)^{4,87} (20)}{10,643(765)} \right]^{1/1,85} = 0,0730 m^3 / s$$

$$Q_C = \left[\frac{(125)^{1,85} (0,25)^{4,87} (20)}{10,643(780)} \right]^{1/1,85} = 0,0125 m^3 / s$$

Caudal Total:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_T = 38,60 + 73,00 + 125,00 = 236,60 l / s$$

El caudal total que circula por el sistema es de 236,60 l/s.

2.2. Métodos de resolución de un sistema de tuberías en paralelo

Los sistemas de tuberías en paralelo son aquellos en los que hay más de una trayectoria que el fluido pueda recorrer para que pueda llegar de un punto de origen a otro destino.

2.2.1. Método de tuberías equivalentes

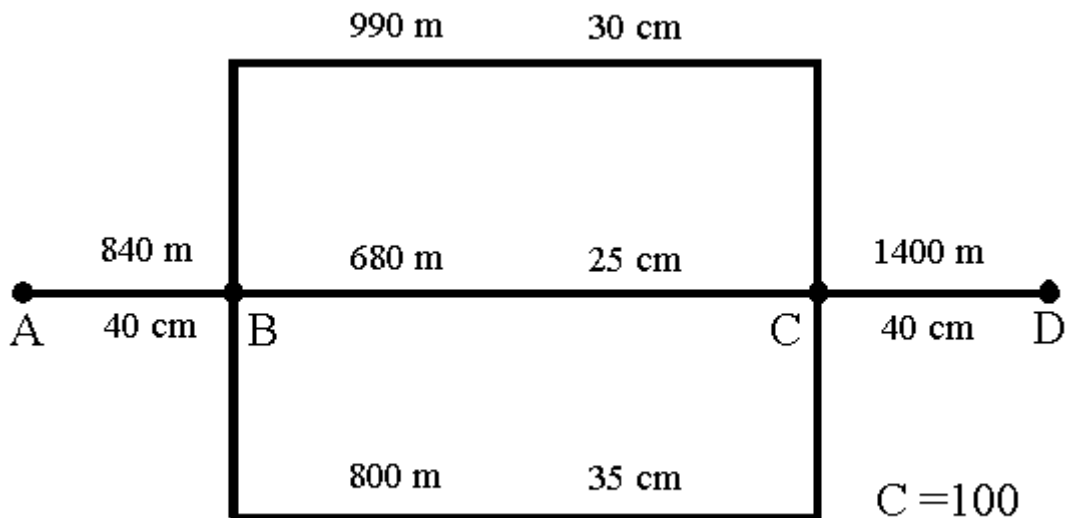
Se dice que una tubería es equivalente a otra, o a un sistema de tuberías, si para la misma pérdida de carga el caudal que circula por la tubería equivalente es el mismo que tiene lugar en la tubería o sistema de tuberías original. También puede enunciarse en la forma siguiente: una tubería es equivalente (a otra tubería o a un sistema de tuberías) cuando, para un caudal especificado, se produce la misma pérdida de carga en la tubería equivalente que en el sistema original. Realmente, existe un número infinito de tuberías equivalentes a un sistema de tuberías; de aquí que pueda fijarse el diámetro de la tubería equivalente y determinar su longitud, o bien, que venga fijada su longitud y se calcule el diámetro de la tubería equivalente y determinar su longitud, o bien, que venga fijada su longitud y se calcule el diámetro requerido.

El cálculo de tuberías equivalentes es por lo general sencillo e implica determinar las pérdidas de carga cuando se conocen los caudales y tamaño de las tuberías, o calcular los caudales conocidas las pérdidas de carga y los tamaños de los conductos. Estos cálculos pueden realizarse mediante la fórmula de Hazen Williams.

Ejemplo:

Las tuberías que se muestran en la figura 18 están en un plano horizontal. Determinar los caudales que circulan por las tuberías conectadas en paralelo, cuando circula un caudal de 80 lt/s de agua. Despreciar pérdidas menores.

Figura 18. **Problema de aplicación de tuberías equivalentes**



Fuente: elaboración propia, con Adobe Illustrator.

Proponiendo una pérdida de carga h_f de 10 m y utilizando la ecuación de Hazen Williams:

$$h_f = \frac{10,643Q^{1,85}L}{C^{1,85}D^{4,87}}$$

$$Q = \left[\frac{C^{1,85}D^{4,87}h_f}{10,643L} \right]^{1/1,85}$$

$$Q = \left[\frac{(100^{1,85})(0,30^{4,87})(10)}{10,643(990)} \right]^{1/1,85} = 0,0976 m^3 / s$$

$$Q = \left[\frac{(100^{1,85})(0,25^{4,87})(10)}{10,643(680)} \right]^{1/1,85} = 0,0740 m^3 / s$$

$$Q = \left[\frac{(100^{1,85})(0,35^{4,87})(10)}{10,643(800)} \right]^{1/1,85} = 0,1644 m^3 / s$$

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_{total} = 0,0976 + 0,0740 + 0,1644 = 0,336 m^3 / s$$

Determinando la longitud de una tubería de 30" de diámetro, con condiciones equivalentes a las del sistema de las tuberías conectadas en paralelo:

$$L_{eq} = \frac{(100^{1,85})(0,30^{4,87})(10)}{10,643(0,336^{1,85})} = 100,64 m$$

Determinando la pérdida real entre los puntos B y C

$$h_f = \frac{10,643(0,08^{1,85})(100,64)}{(100^{1,85})(0,30^{4,87})} = 0,703 m$$

Determinando los caudales reales que circulan por las tres tuberías conectadas en paralelo

$$Q_1 = \left[\frac{(100^{1,85})(0,30^{4,87})(0,703)}{10,643(990)} \right]^{1/1,85} = 0,0232 m^3 / s$$

$$Q_2 = \left[\frac{(100^{1,85})(0,25^{4,87})(0,703)}{10,643(680)} \right]^{1/1,85} = 0,0176 m^3 / s$$

$$Q_3 = \left[\frac{(100^{1,85})(0,35^{4,87})(0,703)}{10,643(800)} \right]^{1/1,85} = 0,0391 m^3 / s$$

La suma de los tres caudales determinados da como resultado los 80 lt/s, como caudal entrante al sistema.

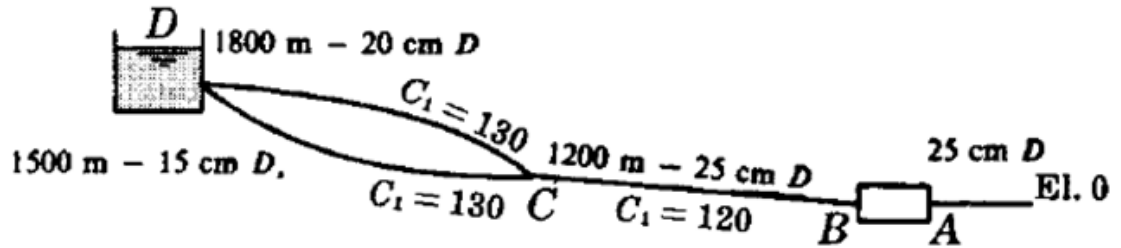
Método de los porcentajes

El caudal en cada rama del circuito será un porcentaje constante del caudal total que circula a través del circuito, para un intervalo razonable de las pérdidas de carga entre los nodos. El método de los porcentajes requiere el cálculo de las pérdidas de carga para un caudal supuesto Q y los caudales en las ramas. Sumando estos últimos se obtiene el caudal total que circula en el sistema, valor necesario para determinar la incidencia porcentual de caudal en las diferentes ramas. Realizando el producto entre el caudal total inicial y los porcentajes estimados, se determinan los caudales reales

Ejemplo:

En la figura, cuando las alturas de presión en A y B son de 3,05 m y 89,9 m, respectivamente, la bomba AB está comunicando al sistema una potencia de 75 kW, ¿qué elevación puede mantenerse en el depósito D?

Figura 19. Problema de aplicación del método de porcentajes



Fuente: elaboración propia, con Adobe Illustrator.

Determinando el caudal circulante por el sistema

$$Pot = \gamma Q H_B$$

$$H_B = \frac{P_B - P_A}{\gamma}$$

$$H_B = 89,9 - 3,05 = 86,85m$$

$$Q = \frac{Pot}{\gamma H_B}$$

$$Q = \frac{75000 Nm/s}{(9810 N/m^3)(86,85m)} = 0,088 m^3/s$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre B y D

$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g} + hf_{BC} + hf_{CD}$$

$$Z_D = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} - hf_{BC} - hf_{CD}$$

$$Z_D = 89,9 + \frac{(1,27^2)}{2(9,81)} - \frac{10,643(0,088^{1,85})(1200)}{(120^{1,85})(0,25^{4,87})} - hf_{CD}$$

Para determinar hf_{CD} se utilizará el método de los porcentajes, proponiendo una pérdida de carga hf_{CD} supuesta de 10 m.

$$Q_1 = \left[\frac{(130^{1,85})(0,15^{4,87})(10)}{10,643(1500)} \right]^{1/1,85} = 0,016 m^3 / s$$

$$Q_2 = \left[\frac{(130^{1,85})(0,20^{4,87})(10)}{10,643(1800)} \right]^{1/1,85} = 0,0316 m^3 / s$$

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_{total} = 0,016 + 0,0316 = 0,0476 m^3 / s$$

Aplicando el método de los porcentajes para determinar el caudal real circulante por las tuberías conectadas en paralelo

$$\%Q_1 = \frac{0,016}{0,0476} * 100 = 33,61\%$$

$$\%Q_2 = \frac{0,0316}{0,0476} * 100 = 66,39\%$$

$$Q_1 = 0,3361(0,088 m^3 / s) = 0,0296 m^3 / s$$

$$Q_2 = 0,6639(0,088 m^3 / s) = 0,0584 m^3 / s$$

Proponiendo los siguientes valores para determinar una tubería equivalente

$$D = 30\text{cm}$$

$$C = 100$$

$$h_f = 10\text{m}$$

$$L_{eq} = \frac{(100^{1,85})(0,30^{4,87})(10)}{10,643(0,30^{1,85})} = 3740,62\text{m}$$

Determinando la pérdida real h_{fCD}

$$h_{fCD} = \frac{10,643(0,088^{1,85})(3740,62)}{(100^{1,85})(0,30^{4,87})} = 31,17\text{m}$$

Sustituyendo en la ecuación

$$Z_D = 89,9 + \frac{(1,27^2)}{2(9,81)} - \frac{10,643(0,088^{1,85})(1200)}{(120^{1,85})(0,25^{4,87})} - 31,17$$

$$Z_D = 89,9\text{m} + 0,0822\text{m} - 17,34\text{m} - 31,17\text{m}$$

$$Z_D = 41,47\text{m}$$

2.3. Métodos de resolución de tuberías ramificadas

En muchos casos de diseño, es común encontrar sistemas de tuberías ramificadas, en los que concurren caudales provenientes de diferentes mallas; esto de forma análoga, con lo que sucede en el flujo de corriente en circuitos eléctricos. La solución de este tipo de problemas es compleja, dada la no linealidad de los sistemas de ecuaciones resultantes. A continuación se plantearán los métodos típicos de solución de tuberías ramificadas.

2.3.1. Caso 1: cuando se conoce el caudal de una rama

En este caso se desea determinar el flujo en las tuberías, teniendo el caudal en una rama, pero sin conocer otra variable tal, como el diámetro o la longitud de alguna de las ramas. Este caso es relativamente sencillo, ya que no se necesita realizar iteraciones para determinar los caudales.

Ejemplo:

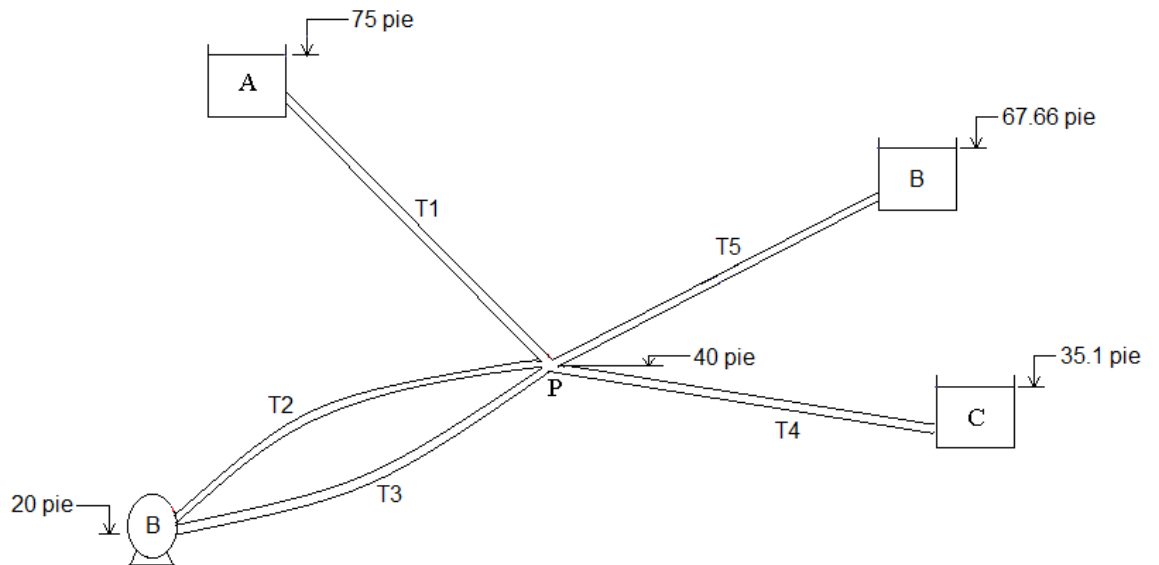
Para el sistema de tuberías ramificadas mostrado, determinar la distribución de caudales en cada tubería y dibujar la línea de energía total del sistema, mostrando la dirección de los flujos.

Tabla V. **Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1**

Tubería	L (pie)	D (pulg)	Coefficiente H-W
1	1 600	4	130
2	1 200	4,5	110
3	1 000	4	110
4	1 200	6	140
5	???	4,5	140

Fuente: elaboración propia.

Figura 20. **Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1**



Fuente: elaboración propia.

Como primer paso se debe determinar la carga de presión en la salida de la bomba y en el punto P. Con ello se determinan las líneas piezométricas en cada tanque y por ende la pérdida total en cada tramo de tuberías.

Altura piezométrica en la salida de la bomba:

$$\frac{P_B}{\gamma} + h_0 = \frac{26 * 144}{62,4} + 20 = 80 \text{ pie}$$

Altura piezométrica en el punto P:

$$\frac{P_P}{\gamma} + E_P = \frac{8,67 * 144}{62,4} + 40 = 60 \text{ pie}$$

Pérdida en tuberías 2 y 3

$$hf_2 = hf_3 = P_B - E_P = 80 - 60 = 20 \text{ pie}$$

Pérdida en tubería 1

$$hf_1 = E_A - E_P = 75 - 60 = 15 \text{ pie}$$

Pérdida en tubería 4

$$hf_4 = E_P - E_C = 60 - 35,1 = 24,9 \text{ pie}$$

Pérdida en tubería 5

$$hf_5 = E_C - E_P = 67,66 - 60 = 7,66 \text{ pie}$$

Con los valores de pérdida de cada tramo, se calculan los caudales por tramo mediante la ecuación de Hazen Williams.

$$Q = C \left(\frac{D^{4,87} hf}{4,724L} \right)^{1/1,85}$$

$$Q_1 = 130 \left(\frac{\left(\frac{4}{12} \right)^{4,87} (15)}{4,724(1600)} \right)^{1/1,85} = 0,2495 \text{ pie}^3 / s$$

$$Q_2 = 110 \left(\frac{\left(\frac{4,5}{12} \right)^{4,87} (20)}{4,724(1200)} \right)^{1/1,85} = 0,393 \text{ pie}^3 / s$$

$$Q_3 = 110 \left(\frac{\left(\frac{4}{12} \right)^{4,87} (20)}{4,724(1000)} \right)^{1/1,85} = 0,318 \text{ pie}^3 / s$$

$$Q_4 = 140 \left(\frac{\left(\frac{6}{12} \right)^{4,87} (24,9)}{4,724(1200)} \right)^{1/1,85} = 1,20 \text{ pie}^3 / s$$

Por la ecuación de continuidad, se tiene que la suma de caudales entrantes al nodo P, es igual a la suma de caudales que salen del mismo.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_5 = Q_4$$

$$Q_5 = Q_4 - Q_3 - Q_2 - Q_1$$

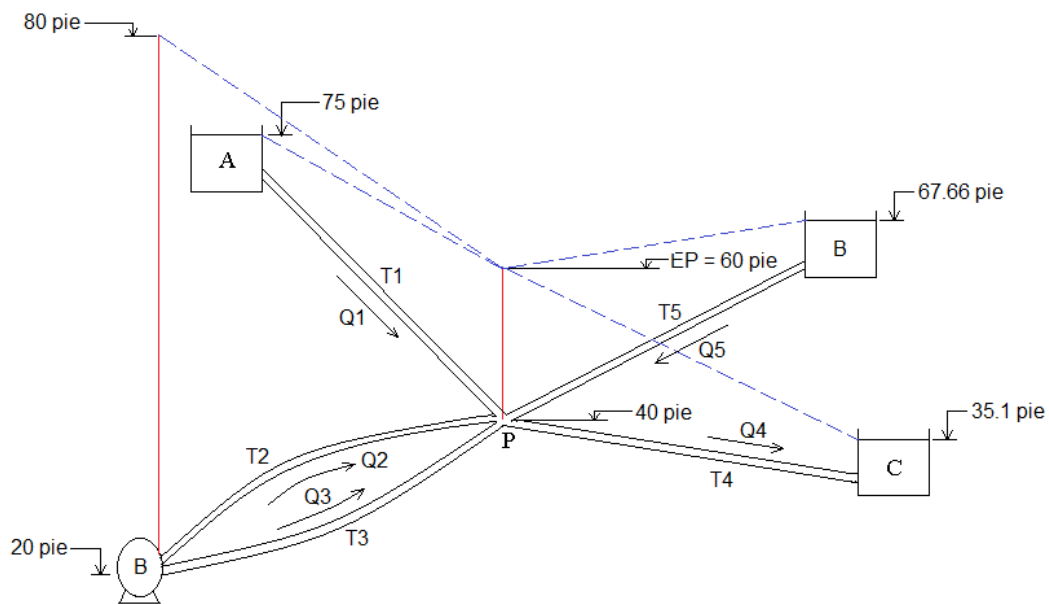
$$Q_5 = 1,200 - 0,250 - 0,393 - 0,318 = 0,239 \text{ pie}^3 / \text{s}$$

$$Q_5 = 110 \left(\frac{\left(\frac{4}{12} \right)^{4,87} (20)}{4,724L} \right)^{1/1,85}$$

$$7,66 = \frac{4,724(0,239)^{1,85} L}{140^{1,85} \left(\frac{4,5}{12} \right)^{4,87}}$$

$$L \cong 1800 \text{ pie}$$

Figura 21. **Distribución de caudales y líneas de carga y energía**



Fuente: elaboración propia, con Autocad.

2.3.2. Caso 2: cuando no se conoce ningún caudal. Problema de los tres depósitos

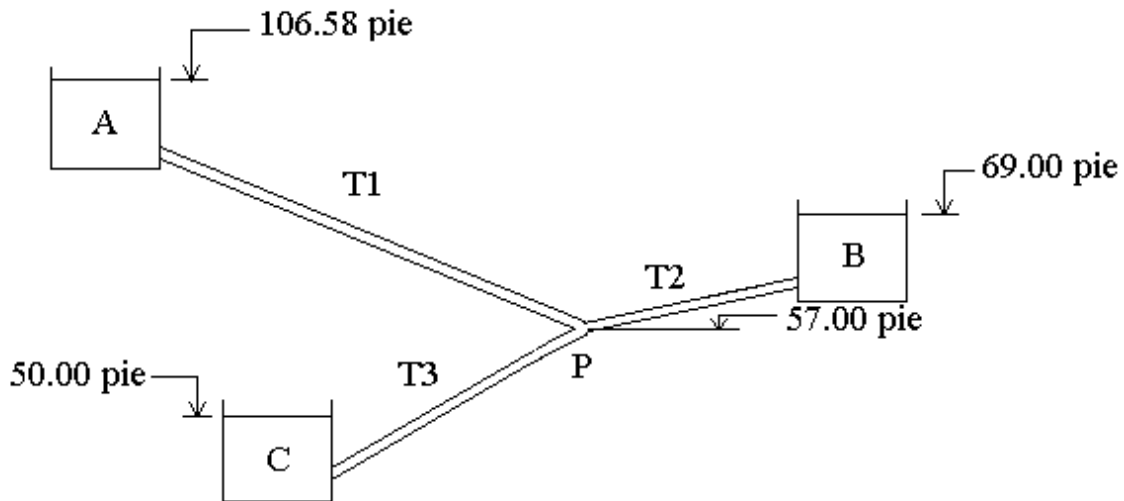
En este caso se desea determinar el flujo en cada tubería, cuando se conocen la elevación de los depósitos, el tamaño y el tipo de tubería. Las ecuaciones de Darcy-Weisbach deben satisfacerse en cada tubería. El flujo que sale del nodo debe ser igual a la suma de los flujos que salen del mismo. La dirección asignada del flujo debe de ir del depósito más alto al más bajo.

El problema se resuelve de manera aproximada suponiendo elevaciones del nodo, calculando los tres caudales y sustituyendo estos valores en la ecuación de continuidad

Ejemplo:

Para el sistema de tuberías ramificadas mostrado en la figura 22, determinar la distribución de caudales en cada tubería y dibujar la línea de energía total del sistema, mostrando la dirección de los flujos.

Figura 22. **Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2**



Fuente: elaboración propia.

Tabla VI. **Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2**

Tubería	L (pie)	D (pulg)	Coefficiente H-W
1	5 000	8	140
2	2 500	7,5	125
3	3 000	6	110

Fuente: elaboración propia.

Como no se tiene caudal o su equivalente pérdida de energía en ninguna de las tuberías que conforman el sistema, no se puede encontrar directamente

la elevación de la energía en el punto P, por lo que se debe acudir al método de prueba y error para hallar la energía en el nodo P.

Aplicando la ecuación de Hazen Williams

$$hf = \frac{4,727Q^{1,85}L}{C^{1,85}D^{4,87}}$$

Despejando el caudal

$$Q = C \left(\frac{D^{4,87}}{4,724L} \right)^{1/1,85} hf^{1/1,85}$$

Definiendo los caudales de cada tubería en términos de la pérdida de energía

$$Q_{AP} = 140 \left(\frac{(8/12)^{4,87}}{4,724 * 5000} \right)^{1/1,85} hf_{AP}^{1/1,85}$$

$$Q_{AP} = 0,20821hf_{AP}^{1/1,85}$$

De igual forma

$$Q_{PB} = 0,22815hf_{PB}^{1/1,85}$$

$$Q_{PC} = 0,10111hf_{PC}^{1/1,85}$$

Para saber si EP está ubicada entre la cota “106,58 pie y 69 pie” o entre “69 pie y 50 pie”, asumir que EP = 69 pie, que es la elevación del tanque intermedio.

De la ecuación de continuidad se tiene que:

$$Q_{AP} = Q_{PB} + Q_{PC} \quad \text{Sí, EP} > 69 \text{ pie}$$

$$Q_{AP} + Q_{PB} = Q_{PC} \quad \text{Sí, EP} < 69 \text{ pie}$$

Asumir la primera ecuación

$$0,20821(106,58 - 69)^{1/4,85} = 0,22815(69 - 69)^{1/1,85} + 0,1011(69 - 50)^{1/1,85}$$

$$0,20821(37,58)^{1/4,85} = 0,22815(0)^{1/1,85} + 0,1011(19)^{1/1,85}$$

$$1,4785 \text{ pie}^3 / s = 0 \text{ pie} / s + 0,4966 \text{ pie}^3 / s$$

Se concluye que debe circular un caudal en la tubería 2 con dirección de P a B, por lo que:

$$106,58 \text{ pie} < EP < 69 \text{ pie}$$

Por prueba y error se evalúan distintos valores de EP, comprendidos en el tramo anterior, hasta que se cumpla que:

$$Q_{AP} = Q_{PB} + Q_{PC}$$

Tabla VII. **Iteraciones para el cálculo de la fricción en cada tramo**

<i>EP</i> (<i>pie</i>)	<i>hf</i> (AP) = 106.58 -EP	<i>hf</i> (PB) = EP-69	<i>hf</i> (PC) = EP-50
69,00	37,58	0,00	19,00
70,00	36,58	1,00	20,00
75,00	31,58	6,00	25,00
80,00	26,58	11,00	30,00
77,00	29,58	8,00	27,00
76,96	29,62	7,96	26,96

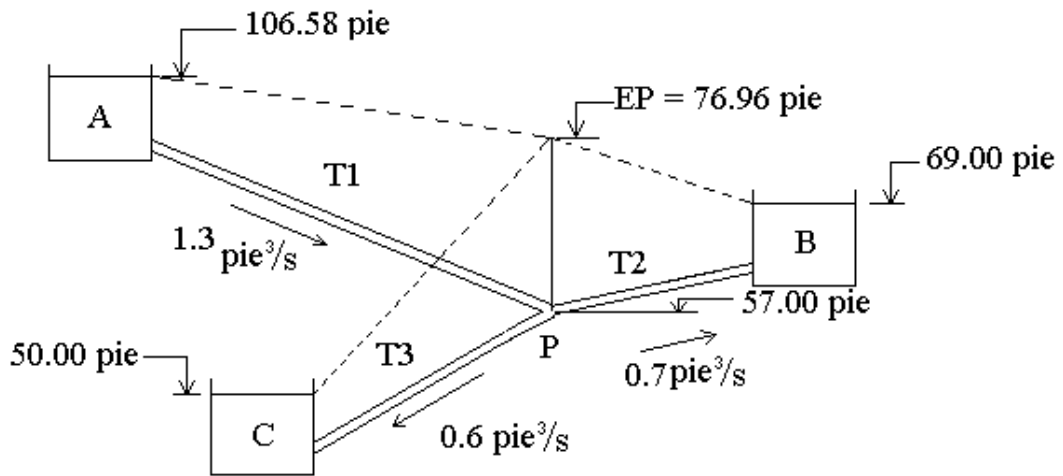
Fuente: elaboración propia.

Tabla VIII. **Iteraciones para el cálculo de los caudales en cada tramo**

<i>EP</i> (<i>pie</i>)	<i>Q_{AP}</i> (<i>pie³/s</i>)	<i>Q_{PB}</i> (<i>pie³/s</i>)	<i>Q_{PC}</i> (<i>pie³/s</i>)
69,00	1,4785	0,0000	0,4966
70,00	1,4571	0,2282	0,5106
75,00	1,3458	0,6010	0,5760
80,00	1,2261	0,8339	0,6357
77,00	1,2991	0,7021	0,6005
76,96	1,3000	0,7002	0,6000

Fuente: elaboración propia.

Figura 23. **Distribución de caudales y cargas piezométricas**



Fuente: elaboración propia, con Autocad.

3. PRÁCTICAS DE LABORATORIO

3.1. Deducción de la fórmula experimental para el cálculo de las pérdidas de energía

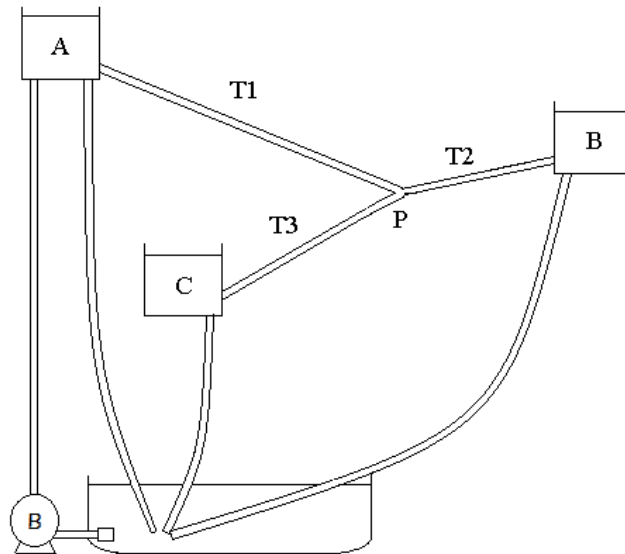
Las ecuaciones para calcular la pérdida de energía por fricción en las tuberías que componen los dos sistemas (ramificado y en paralelo), se deducirán experimentalmente a partir de la ecuación, debido a que no se puede utilizar la ecuación de Hazen Williams por tener diámetros menores de 2" y en el caso de la ecuación de Darcy-Weisbach, puede generar incertezas en los resultados debido a la poca longitud de los ductos para que el flujo se desarrolle y en el caso del sistema de tuberías ramificadas, ésta lleva una tubería flexible.

$$h_f = k \frac{v^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 31})$$

3.2. Esquema del banco de prácticas para la simulación de tuberías ramificadas y en paralelo

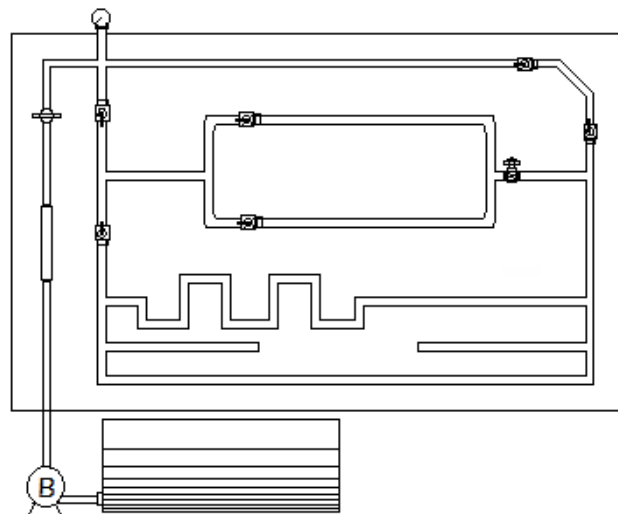
Los ensayos de experimentación se llevaron a cabo en las instalaciones del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, los cuales se trabajaron de forma independiente.

Figura 24. **Esquema de banco de ensayos de tuberías ramificadas**



Fuente: elaboración propia, con Autocad.

Figura 25. **Esquema de banco de ensayos de tuberías en paralelo**



Fuente: elaboración propia, con Autocad.

3.2.1. Descripción del equipo de pruebas del sistema de tuberías ramificadas

El equipo consta de un circuito de tuberías de PVC, además de los siguientes elementos:

- El sistema de conducción consta de un circuito de tuberías de PVC, de 1" de diámetro, alimentada por una bomba de 220 voltios y ½ HP de potencia.
- Un tanque de alimentación del sistema.
- Sistema de tuberías de PVC, de 1" de diámetro, para dos ramas y manguera flexible de 1", para la tercera rama.
- Dos tanques elevados fijos de almacenamiento, uno de los cuales se alimenta por el caudal bombeado; mientras que el otro, que está a un nivel menor que el primero, se alimenta del tanque de mayor elevación. Un tanque con la misma capacidad que los 2 anteriores, este tanque tiene la particularidad que puede variar su elevación, para diferentes mediciones.
- Tomas piezométrica de medición de carga de pérdida, ubicados en puntos clave del sistema. Estos son de manguera transparente de 5/18" de diámetro, colocados verticalmente en un tablero de madera con guías para las mismas, alrededor de los cuales se encuentra una cinta métrica, la cual permite tomar las cotas piezométrica.

Como accesorios se instalaron una yee de 1"; 3 codos de 90° de 1" y 2 válvulas de paso y una válvula de globo.

Figura 26. **Circuito de tuberías ramificadas**



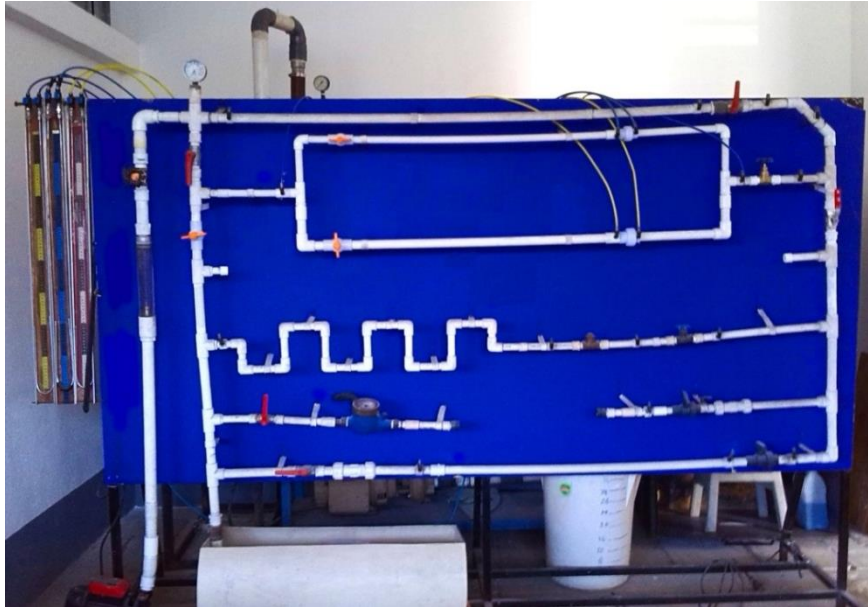
Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

3.2.2. Descripción del equipo de pruebas del sistema de tuberías en paralelo

A continuación se hace la descripción del equipo de pruebas del sistema de tuberías en paralelo.

- El sistema consiste en dos tuberías de PVC, de $\frac{1}{2}$ " y $\frac{3}{4}$ " de diámetro, en cada rama se ubica una válvula de paso y cada una está dotada con un flujómetro de placa de orificio, estos medidores se encuentran ubicados entre dos tomas de presión (racores).
- Tres manómetros diferenciales con agua y mercurio, conectados a la entrada y salida de los 2 flujómetros y a la entrada y salida del sistema.
- Un tanque de alimentación del sistema.
- Una válvula de compuerta, la cual regula el caudal suministrado por una bomba de 220 voltios y $\frac{1}{2}$ HP de potencia.

Figura 27. **Circuito de tuberías en paralelo**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

Figura 28. **Manómetros diferenciales**



Fuente: Laboratorio de mecánica de fluidos e hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

3.3. Ensayo del sistema de tuberías ramificadas

A continuación se presentan los pasos para la realización del ensayo.

- Llenar el depósito de donde la bomba succiona el agua, hasta un nivel suficientemente alto para que la misma no tenga dificultades con su funcionamiento.
- Poner a funcionar la bomba, regulando el caudal lentamente a través de la válvula de paso.

- Graduar la válvula de salida del tanque 1. Verificando que la conducción en el rebalse del tanque alto esté constante. Esto se determina simplemente observando que el nivel de altura del agua sobre la superficie del tanque sea constante.
- Graduar la válvula de salida del tanque 1 y dejarla fija, de tal manera que no se exceda el rebalse del tanque. Se debe verificar además que los 2 tanques receptores mantengan también un nivel de altura constante entre el caudal de entrada, con su caudal de desfogue.
- Fijar una altura para el tanque 2, la cual debe estar por debajo de la altura fija del tanque 3, ésta puede variar hasta una altura máxima de 64 cm.
- Graduar la válvula de salida del tanque 1 y dejarla fija, de tal manera que no se exceda el rebalse del tanque. Se debe verificar además, que los 2 tanques receptores mantengan también un nivel del agua constante entre el caudal de entrada, con su caudal de desfogue.
- Con el agua fluyendo a través del sistema ya estabilizado y por medio de la línea piezométrica de cada tanque se anota la lectura del nivel de agua en la superficie de cada uno de ellos.
- Se anota la altura piezométrica del punto P, o de intersección de las tres ramas.
- Medir los caudales de los tanques 2 y 3, por medio del método volumétrico de aforo.

- Se repite el proceso desde el paso 5, variando la altura de la superficie del agua del tanque 2; hasta el paso 9.

3.3.1. Obtención de datos

Se realizaron dos escenarios, los cuales consistieron en variar el caudal de distribución del tanque principal a los tanques 2 y 3; esta regulación de caudal se dió a través del cierre y abertura de la válvula de paso que sale del tanque principal. La figura, indica la graduación de las válvulas. A continuación se presentan ambos escenarios.

Tabla IX. **Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1. Abierta $\frac{3}{4}$ "**

item	Etanque 2 (cm)	Ep (cm)	Tiempo de llenado tubería 2			Tiempo de llenado tubería 3			Etanque1 (cm)	Etanque 3 (cm)
			t1	t2	t3	t1	t2	t3		
1	53	62,25	14	13,92	13,96	128,75	128,37	128,42	100,6	62,2
2	54,85	62,3	15,68	15,66	15,65	65,91	65,82	65,9	100,6	62,2
3	57	62,65	18,03	18,03	18,03	42,85	42,86	42,84	100,6	62,2
4	58,4	62,8	20,09	20,1	20,12	33,81	33,87	33,85	100,6	62,2
5	59,6	63	22,78	22,81	22,78	28,4	28,41	28,35	100,6	62,2
6	61,1	63,3	27,84	27,81	27,84	23,19	23,19	23,21	100,6	62,2
7	62,55	63,65	36,12	36,19	36,2	19,38	19,43	19,41	100,6	62,2

Fuente: elaboración propia.

Tabla X. **Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1. Abierta 1/2"**

item	Etanque2 (cm)	Ep (cm)	Tiempo de llenado tubería 2			Tiempo de llenado tubería 3			Etanque1 (cm)	Etanque3 (cm)
			t1	t2	t3	t1	t2	t3		
1	54,88	62,30	15,28	15,28	15,31	146,78	146,94	146,84	100,60	62,20
2	56,50	62,40	17,28	17,32	17,38	74,31	74,31	74,32	100,60	62,20
3	57,60	62,50	18,97	18,94	19,03	57,09	57,09	57,06	100,60	62,20
4	59,05	62,65	22,07	22,06	22,07	40,53	40,53	40,43	100,60	62,20
5	60,10	62,80	25,28	25,31	25,28	32,28	32,22	32,21	100,60	62,20
6	60,90	63,05	28,84	28,81	28,88	27,47	27,47	27,44	100,60	62,20
7	62,10	63,80	36,31	36,31	36,44	23,12	23,19	23,16	100,60	62,35

Fuente: elaboración propia.

3.3.2. Procedimiento para realizar los cálculos

Los cálculos se realizarán para la primera línea únicamente, a modo de ejemplo.

Determinar el caudal que circula en cm³/s. El caudal de aforo como se mencionó anteriormente se hizo de forma volumétrica, tomando tres tiempos con un volumen patrón de 3 000 cm³.

$$Q = v \left(\frac{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3}}{3} \right)$$

Caudal para tubería 2

$$Q = 3000 \left(\frac{\frac{1}{14} + \frac{1}{13,92} + \frac{1}{13,96}}{3} \right)$$

$$Q = 214,90 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Caudal para tubería 3

$$Q = 3000 \left(\frac{\frac{1}{128,75} + \frac{1}{128,37} + \frac{1}{128,42}}{3} \right)$$

$$Q = 23,34 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Caudal para tubería 1

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = 214,90 + 23,34$$

$$Q_1 = 238,24 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

- Cálculo de velocidad promedio del flujo en el sistema en base a la ecuación de continuidad.

$$v = \frac{Q}{A},$$

dónde:

v = Velocidad promedio del flujo (cm/s)

Q = Caudal de aforo (cm³/s)

A = Área de sección de la tubería (cm²)

Diámetro de tuberías 1, 2 y 3:

1" = 2,54 cm

Área de sección tuberías 1, 2 y 3:

$$A = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} (2,54)^2$$

$$A = 5,067 \text{ cm}^2$$

Velocidad tramo 1-P

$$v_1 = \frac{\overline{Q}_1}{A}$$

$$v_1 = \frac{238,04 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$

$$v_1 = 47 \text{ cm} / \text{s}$$

Velocidad tramo P-2

$$v_2 = \frac{\overline{Q}_2}{A}$$
$$v_2 = \frac{214,90 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$
$$v_2 = 42,4 \text{ cm} / \text{s}$$

Velocidad tramo P-3

$$v_3 = \frac{\overline{Q}_3}{A}$$
$$v_3 = \frac{23,34 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$
$$v_3 = 4,61 \text{ cm} / \text{s}$$

Determinar la energía cinética en las tres tuberías de conducción entre tanques, por medio de la ecuación de la energía cinética (32):

$$E = \frac{V^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 32})$$

Energía cinética tramo 1-P:

$$E_1 = \frac{V_1^2}{2g}$$
$$E_1 = \frac{(47 \text{ cm} / \text{s})^2}{2(981 \text{ cm} / \text{s}^2)}$$

$$E_1 = 1,13cm$$

Energía cinética tramo P-2:

$$E_2 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$E_1 = \frac{(42,4cm/s)^2}{2(981cm/s^2)}$$

$$E_1 = 0,92cm$$

Energía cinética tramo P-3:

$$E_3 = \frac{V_3^2}{2g}$$

$$E_1 = \frac{(4,61cm/s)^2}{2(981cm/s^2)}$$

$$E_1 = 0,01cm$$

- Determinación de la pérdida de energía por tramos
 - La pérdida de energía por tramos se calcula como la resta algebraica de las cargas piezométricas ubicadas en cada tramo.

Tramo 1:

$hf = \text{Altura piezométrica en 1} - \text{Altura piezométrica en P}$

$$hf = 100,6 \text{ cm} - 62,2 \text{ cm}$$

$$hf = 38,35 \text{ cm}$$

Tramo 2:

$$hf = \text{Altura piezométrica en P} - \text{Altura piezométrica en 2}$$

$$hf = 62,25 \text{ cm} - 53,0 \text{ cm}$$

$$hf = 9,25 \text{ cm}$$

Tramo 3:

$$hf = \text{Altura piezométrica en P} - \text{Altura piezométrica en 3}$$

$$hf = 62,25 \text{ cm} - 62,2 \text{ cm}$$

$$hf = 0,05 \text{ cm}$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados para las tomas siguientes.

Tabla XI. **Determinación de pérdida de energía por tramo**

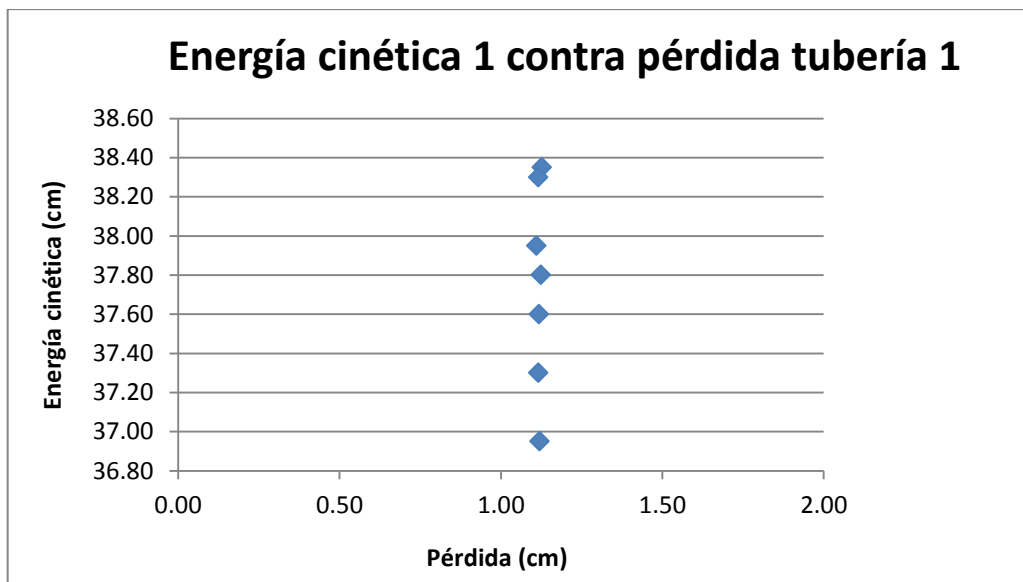
item	Etanque2 (cm)	Ep (cm)	Etanque1 (cm)	Etanque3 (cm)	Caudales (cm ³ /s)			Velocidades (cm/s)			Energía Cinética (cm)			Pérdida Energía (cm)		
					Q _{2 prom}	Q _{3 prom}	Q1	V ₁	V ₂	V ₃	V ₁ ² /2g	V ₂ ² /2g	V ₃ ² /2g	hf _{tub1}	hf _{tub2}	hf _{tub3}
1	53.00	62.25	100.60	62.20	214.90	23.34	238.24	47.02	42.41	4.61	1.13	0.92	0.01	38.35	9.25	0.05
2	54.90	62.30	100.60	62.20	191.53	45.54	237.07	46.79	37.80	8.99	1.12	0.73	0.04	38.30	7.40	0.10
3	57.00	62.65	100.60	62.20	166.39	70.01	236.40	46.66	32.84	13.82	1.11	0.55	0.10	37.95	5.65	0.45
4	58.40	62.80	100.60	62.20	149.23	88.64	237.87	46.95	29.45	17.49	1.12	0.44	0.16	37.80	4.40	0.60
5	59.60	63.00	100.60	62.20	131.64	105.68	237.32	46.84	25.98	20.86	1.12	0.34	0.22	37.60	3.40	0.80
6	61.10	63.30	100.60	62.20	107.80	129.33	237.13	46.80	21.27	25.52	1.12	0.23	0.33	37.30	2.20	1.10
7	62.60	63.65	100.60	62.20	82.94	154.59	237.53	46.88	16.37	30.51	1.12	0.14	0.47	36.95	1.05	1.45

Fuente: elaboración propia.

3.3.3. Deducción de las ecuaciones para las pérdidas de energía por fricción

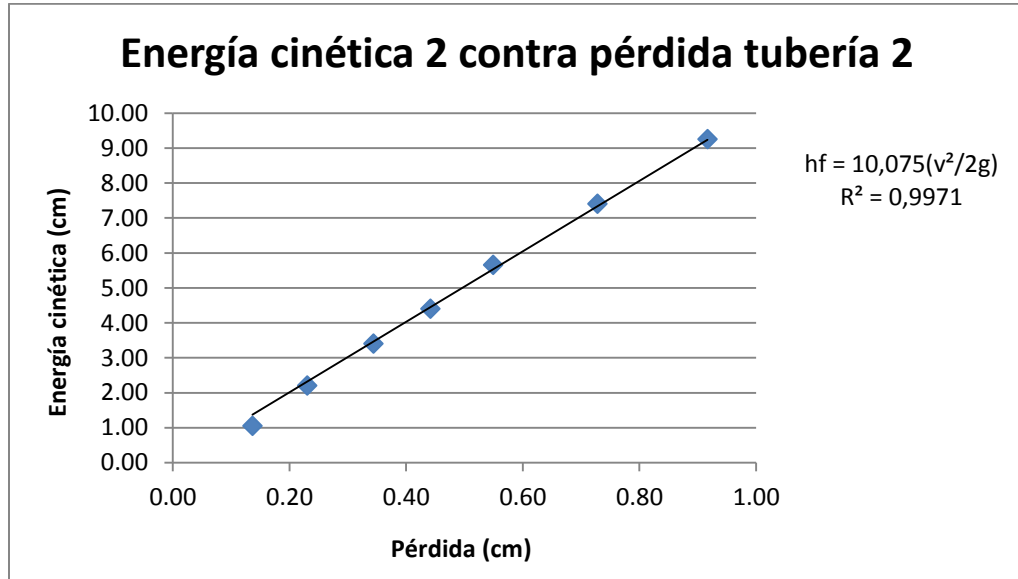
Los resultados obtenidos en el ensayo se utilizan para determinar la ecuación para el cálculo de la pérdida de energía por fricción en función de la energía cinética de las tuberías 2 y 3. Tales ecuaciones determinarán el caudal que circula por ambas ramas; en función del caudal que distribuya la tubería 1. Las gráficas se construyen a partir de los valores de energía cinética en relación a la pérdida de energía. Se puede observar que en las gráficas para la tubería 1, se forma una recta vertical, esto debido a que el caudal es el mismo en cada medición.

Figura 29. **Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 1**



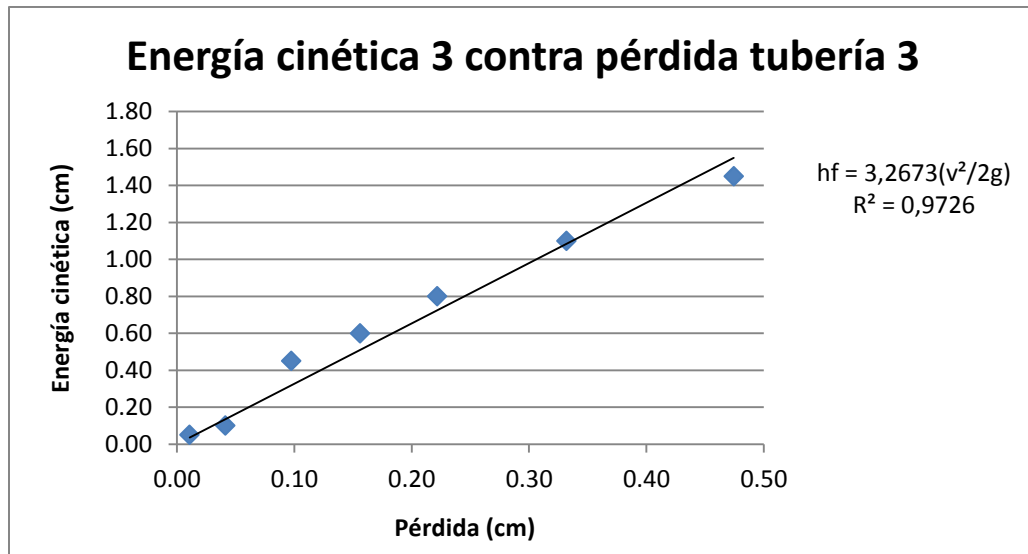
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 30. **Coefficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 1**



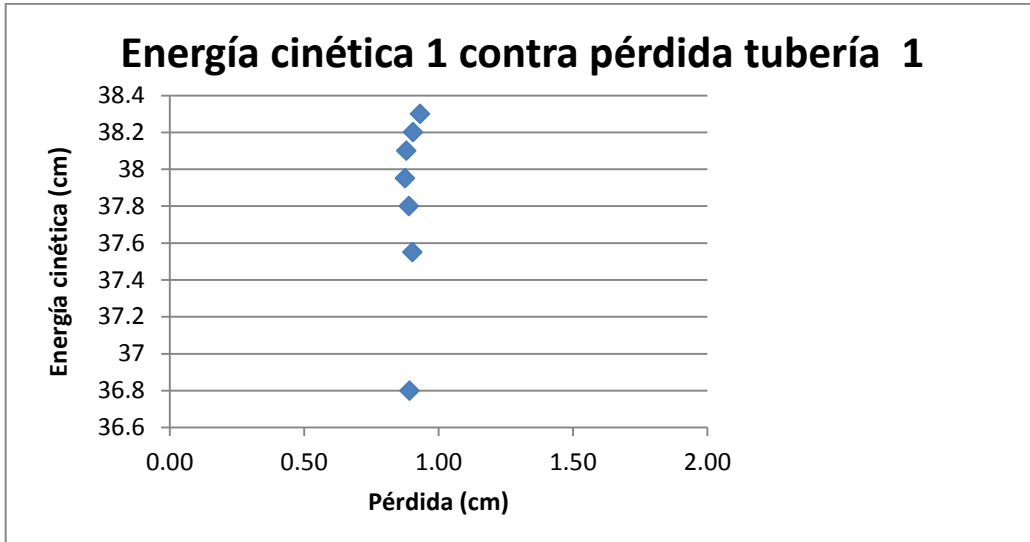
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 31. **Coefficiente de pérdida k en tubería 3. Escenario 1**



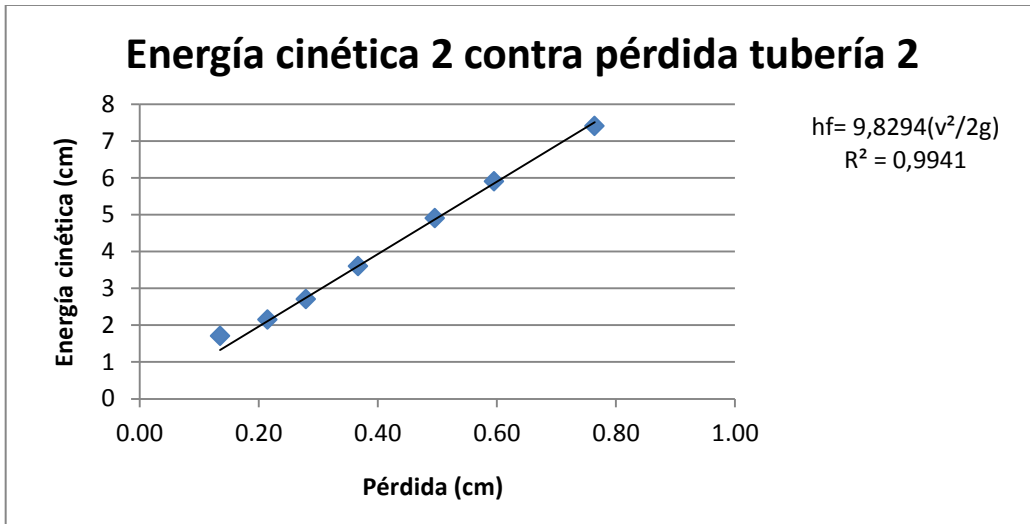
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 32. Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 2



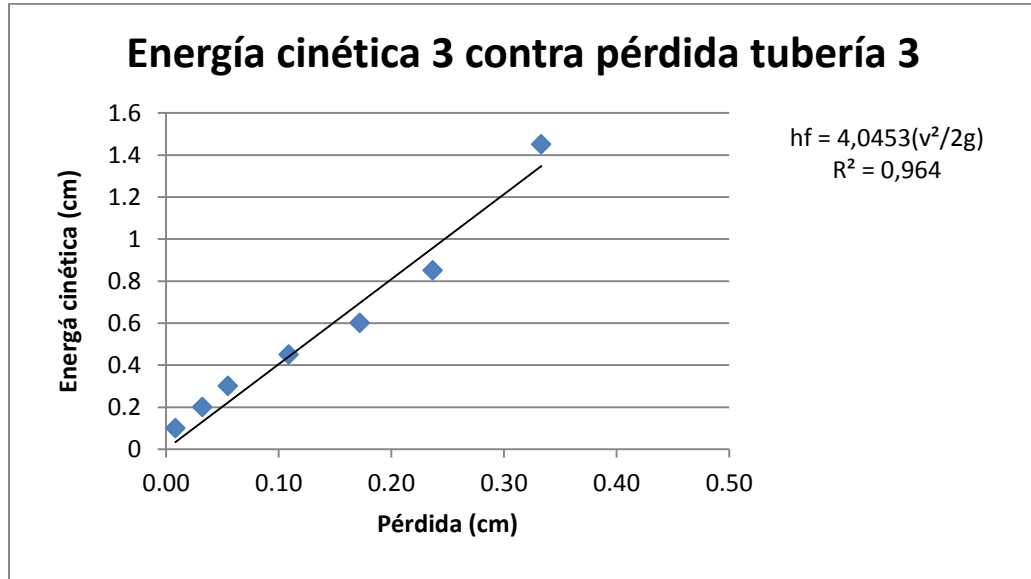
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 33. Coeficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 2



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 34. Curva de calibración de tubería 3. Escenario 2



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Partiendo de la ecuación de la pérdida de energía (31), se determinan las ecuaciones de calibración del caudal en las tuberías 2 y 3. En el caso de la tubería 1, el caudal se determina por medio de la ecuación de continuidad.

La deducción de las ecuaciones se deja indicada para la primera medición en ambos escenarios, como se muestra a continuación:

Ecuación calibrada tubería 2

$$hf_2 = 9,8294 \left(\frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$hf_2 = 9,8294 \times \frac{\left(\frac{Q_2}{A_2} \right)^2}{2g}$$

$$hf_2 = 9,8294 \times \left(\frac{Q_2^2}{2gA_2^2} \right)$$

$$Q_2 = 71,5885hf_2^{1/2}$$

$$Q_2 = 71,5885(E_p - E_2)^{1/2} \quad (\text{Ecuación 33})$$

Ecuación calibrada tubería 3

$$hf_3 = 4,0453 \left(\frac{v_3^2}{2g} \right)$$

$$hf_3 = 4,0453 \times \left(\frac{Q_3^2}{2gA_3^2} \right)$$

$$Q_3 = 4,0453hf_3^{1/2}$$

$$Q_3 = 111,5916(E_p - E_3)^{1/2} \quad (\text{Ecuación 34})$$

Ecuación para tubería 1 (ecuación de continuidad)

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

Para el segundo escenario, las ecuaciones quedan de la siguiente forma:

Ecuación calibrada tubería 2

$$Q_2 = 70,7106(E_p - E_2)^{1/2} \quad (\text{Ecuación 35})$$

Ecuación calibrada tubería 3

$$Q_3 = 124,1688(E_p - E_3)^{1/2} \quad (\text{Ecuación 36})$$

Ecuación para tubería 1 (ecuación de continuidad)

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

3.3.4. Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes

Al obtener las ecuaciones de calibración de los caudales es importante realizar la comparación entre los caudales observados durante el ensayo y los caudales obtenidos, por medio de la ecuación de error (37). Se plotean como se muestra en las gráficas siguientes, los caudales reales en el eje vertical contra los caudales teóricos obtenidos, en el eje horizontal.

Se determina el porcentaje de error de cada caudal medido, a través de la ecuación:

$$\%error = \left| \frac{Q_{observado} - Q_{teórico}}{Q_{observado}} \right| \times 100 \quad (\text{Ecuación 37})$$

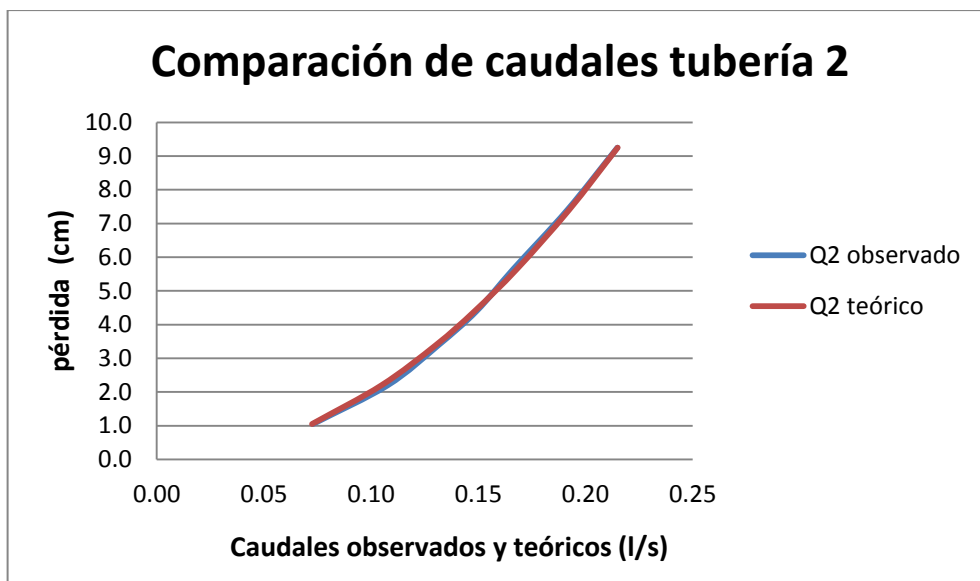
Escenario 1 (válvula de salida del tanque 1, abierta 3/4")

Tabla XII. **Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 2. Escenario 1**

item	hf ₂	Caudales (l/s)		% error
		Q ₂ observado	Q ₂ teórico	
1	9,3	0,21	0,22	0,07
2	7,4	0,19	0,19	0,43
3	5,7	0,17	0,17	1,01
4	4,4	0,15	0,15	0,61
5	3,4	0,13	0,13	0,95
6	2,2	0,11	0,10	2,71
7	1,1	0,07	0,07	0,67

Fuente: elaboración propia.

Figura 35. **Curva de calibración de tubería 2. Escenario 1**



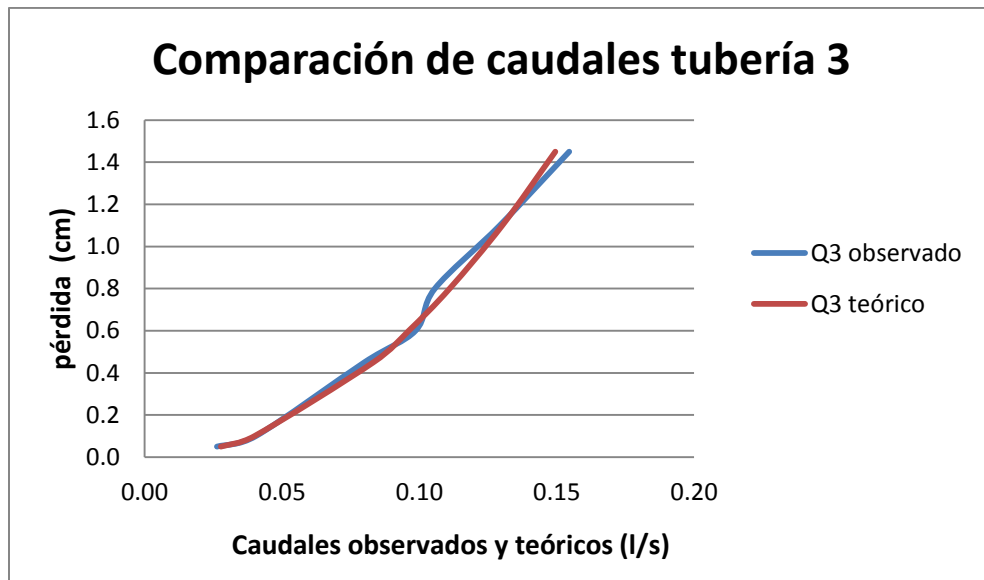
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Tabla XIII. **Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 3. Escenario 1**

item	hf ₃	Caudales (l/s)		% error
		Q ₃ observado	Q ₃ teórico	
1	0,0	0,03	0,03	5,40
2	0,1	0,04	0,04	1,25
3	0,4	0,08	0,08	4,11
4	0,6	0,10	0,10	2,49
5	0,8	0,11	0,11	5,09
6	1,1	0,13	0,13	0,70
7	1,5	0,15	0,15	3,27

Fuente: elaboración propia.

Figura 36. **Curva de calibración de tubería 3. Escenario 1**



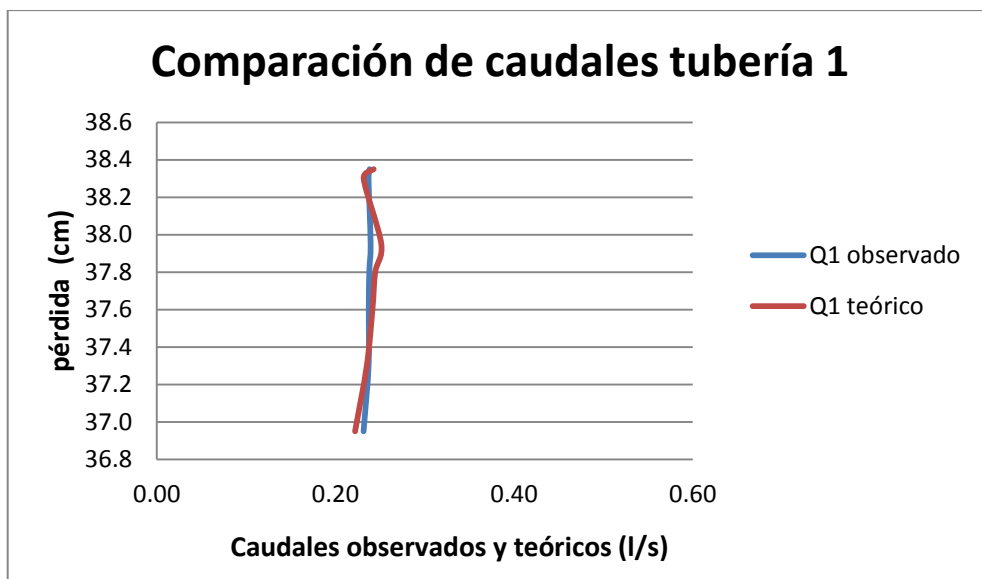
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Tabla XIV. **Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 1. Escenario 1**

item	hf ₁	Caudales (l/s)		% error
		Q ₁ observado	Q ₁ teórico	
1	38,4	0,24	0,24	1,92
2	38,3	0,24	0,23	2,30
3	38,0	0,24	0,25	5,00
4	37,8	0,24	0,24	2,79
5	37,6	0,24	0,24	1,74
6	37,3	0,24	0,24	0,85
7	37,0	0,23	0,22	4,12

Fuente: elaboración propia.

Figura 37. **Curva de calibración de tubería 1. Escenario 1**



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

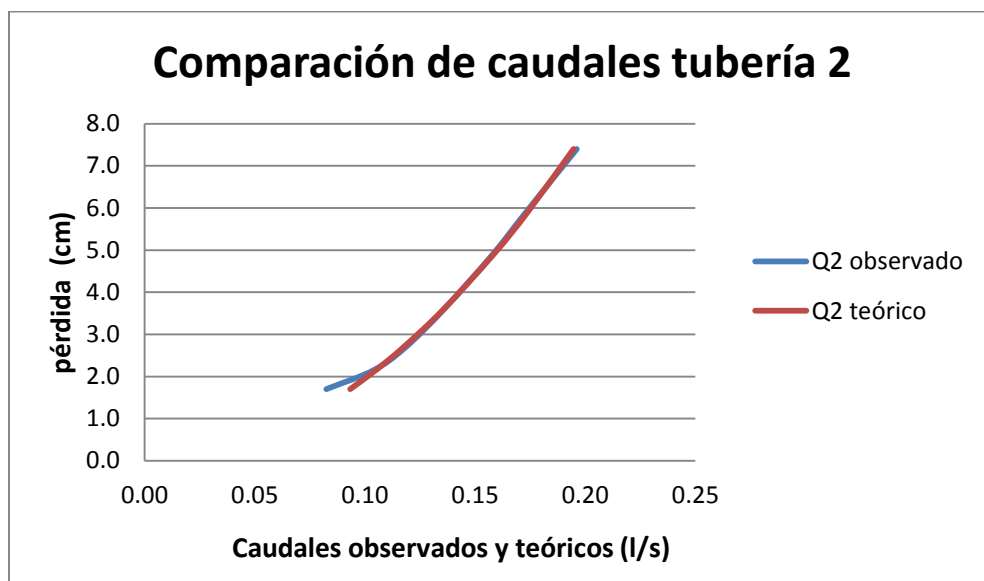
- Escenario 2 (válvula de salida del tanque 1, abierta 1/2")

Tabla XV. **Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 2. Escenario 2**

item	hf ₂	Caudales (l/s)		% error
		Q ₂ observado	Q ₂ teórico	
1	7,4	0,20	0,19	0,75
2	5,9	0,17	0,17	0,43
3	4,9	0,16	0,16	0,26
4	3,6	0,14	0,14	0,09
5	2,7	0,12	0,12	0,84
6	2,2	0,10	0,10	0,92
7	1,7	0,08	0,09	13,11

Fuente: elaboración propia.

Figura 38. **Curva de calibración tubería 2. Escenario 2**



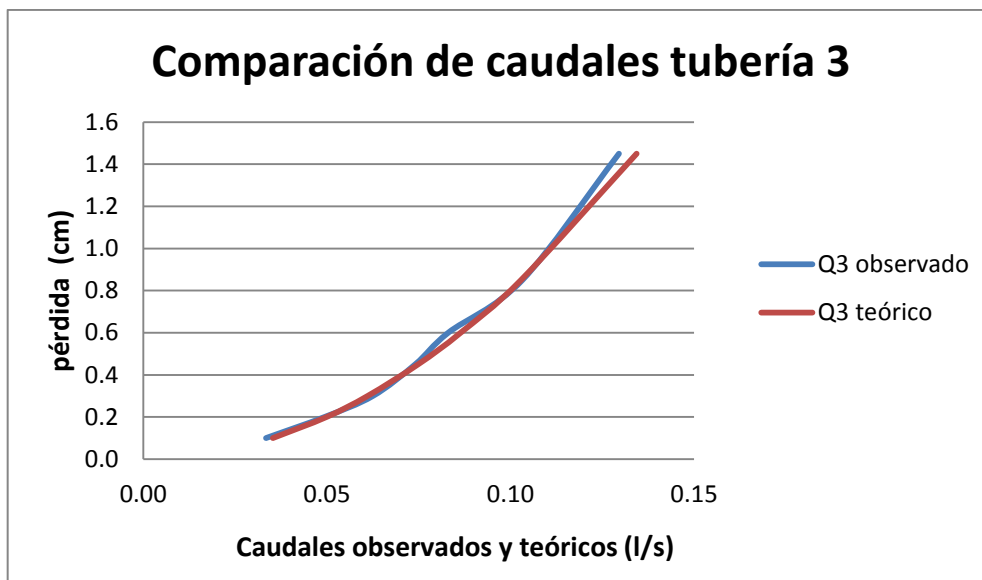
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Tabla XVI. **Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 3. Escenario 2**

item	hf ₃	Caudales (l/s)		% error
		Q ₃ observado	Q ₃ teórico	
1	0,1	0,03	0,04	5,56
2	0,2	0,05	0,05	1,09
3	0,3	0,06	0,06	2,30
4	0,4	0,07	0,07	1,05
5	0,6	0,08	0,09	4,07
6	0,8	0,10	0,10	0,36
7	1,5	0,13	0,13	3,72

Fuente: elaboración propia.

Figura 39. **Curva de calibración tubería 3. Escenario 2**



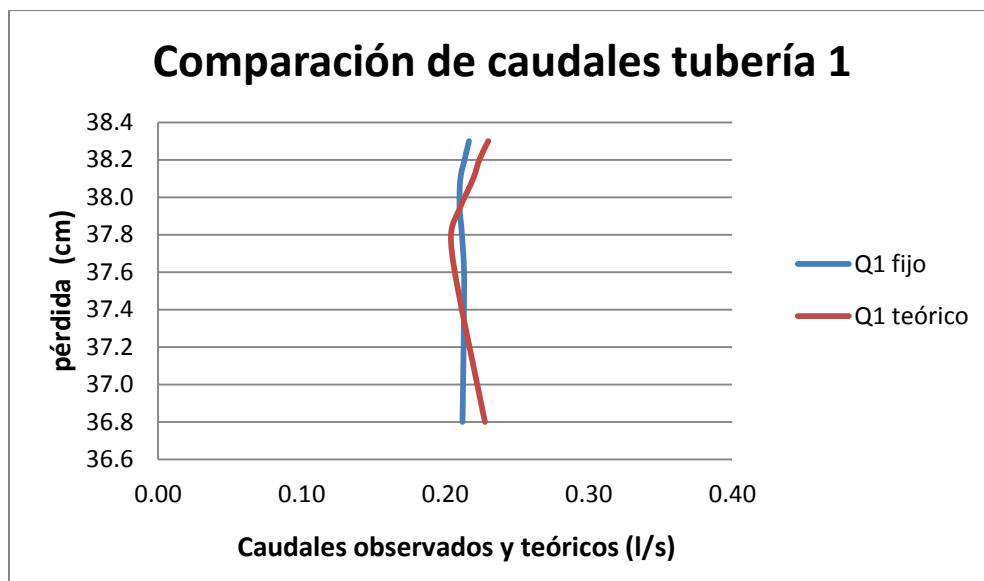
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Tabla XVII. **Comparación del caudal observado contra el caudal teórico de tubería 1. Escenario 2**

item	hf ₁	Caudales (l/s)		% error
		Q ₁ observado	Q ₁ teórico	
1	38,3	0,22	0,23	6,18
2	38,2	0,21	0,22	4,81
3	38,1	0,21	0,22	4,26
4	38,0	0,21	0,21	0,31
5	37,8	0,21	0,20	3,60
6	37,6	0,21	0,21	2,54
7	36,8	0,21	0,23	7,37

Fuente: elaboración propia.

Figura 40. **Curva de calibración de tubería 1. Escenario 2**

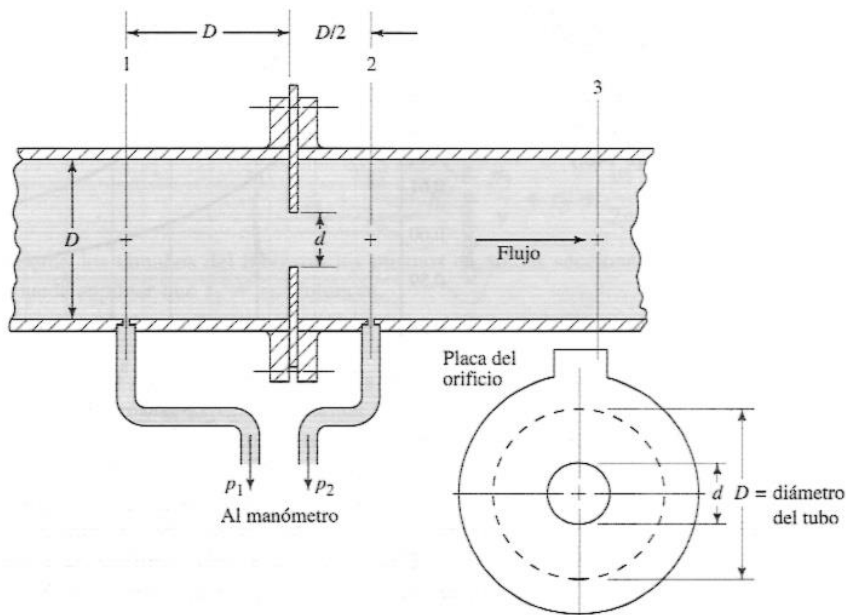


Fuente: elaboración propia. Microsoft Excel.

3.4. Calibración de los medidores de flujo utilizados en las tuberías del sistema en paralelo

La calibración de los medidores de flujo es mediante una placa con un agujero de bordes afilados; éste se coloca en forma concéntrica dentro de cada rama ($\frac{1}{2}$ " y $\frac{3}{4}$ "), como se muestra en la figura 41, hace que el flujo se contraiga de modo repentino conforme se acerca al orificio y luego que se expanda al regresar a todo el diámetro del tubo. La corriente que pasa a través del orificio llega a tener forma de vena y la velocidad rápida del flujo origina una disminución de la presión, luego de que atraviesa el orificio. Las tomas de presión que se encuentran antes y después del orificio, permiten la medición de la presión diferencial a través del instrumento.

Figura 41. Esquema de placa de metal colocada



Fuente: MOTT, Robert. Mecánica de fluidos. p. 483.

Se realizaron dos escenarios, el primero fue realizado, con la rama de $\frac{3}{4}$ " cerrada totalmente y abierta la rama de $\frac{1}{2}$ ", datos mostrados en la tabla XVIII. En el segundo escenario, se cerró totalmente la rama de $\frac{1}{2}$ " y se abrió completamente la rama de $\frac{3}{4}$ ", estos datos se muestran en la tabla XIX.

Tabla XVIII. **Datos obtenidos con rama de $\frac{1}{2}$ " abierta**

Diferencia de altura	T 1	T 2	T 3	T 4	T 5
3,5	159,81	159,94	158,50	160,37	161,41
9,5	97,22	97,03	97,88	97,59	96,50
12,9	85,53	85,09	85,09	85,37	85,10
16,3	74,91	74,97	74,97	74,63	75,66
19,6	69,46	69,56	69,56	69,69	68,72
23,1	63,41	63,53	63,53	63,35	63,64
26,2	60,47	60,00	60,07	60,07	60,03

Fuente: elaboración propia.

Tabla XIX. **Datos obtenidos con rama de $\frac{3}{4}$ " abierta**

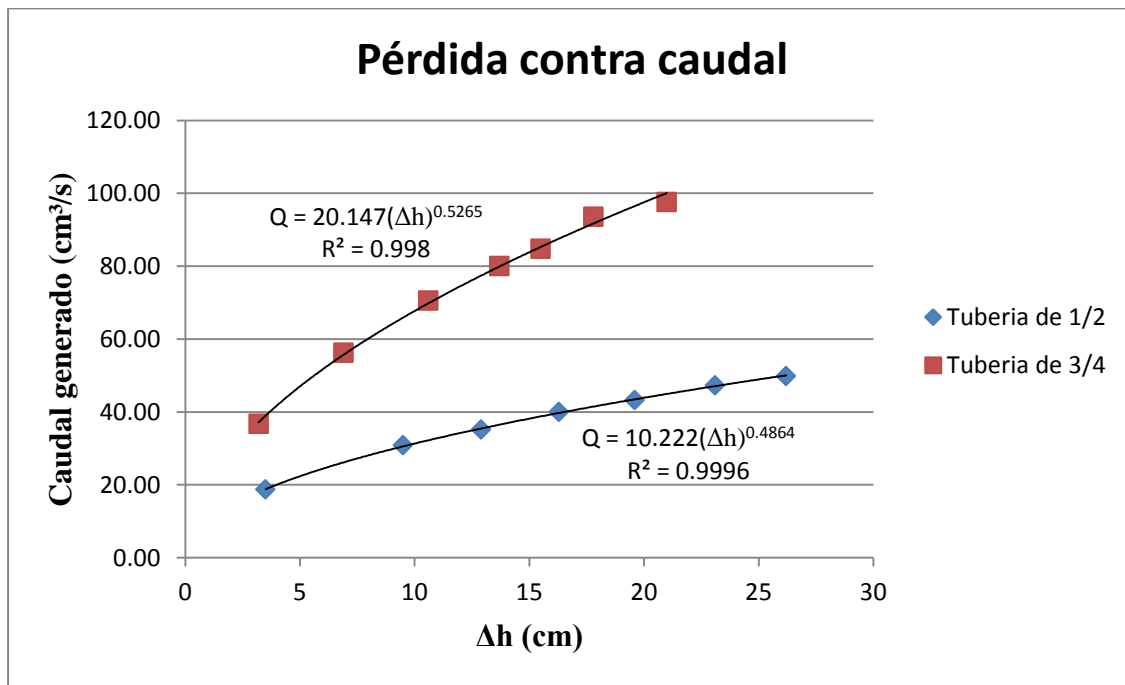
Diferencia de altura	T 1	T 2	T 3	T 4	T 5
3,2	81,81	81,57	81,47	82,22	80,94
6,9	53,75	53,22	53,22	53,50	53,06
10,6	42,44	42,32	42,38	42,63	42,69
13,7	37,50	37,59	37,56	37,38	37,28
15,5	35,47	35,44	35,40	35,28	35,35
17,8	32,06	32,16	32,16	32,18	31,81
21	30,60	30,72	30,68	30,84	30,88

Fuente: elaboración propia.

Mediante los dos escenarios tomados, se realiza la gráfica de tendencia exponencial, figura 43. Ploteando la diferencia de alturas, sobre el eje x; y los caudales, sobre el eje y. Esto permitirá determinar la ecuación experimental del

caudal en función de la pérdida de energía provocada en el tramo de análisis, esto a través de una constante de proporcionalidad k.

Figura 42. **Curva de calibración de los medidores de flujo**



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

La ecuación modelo que se utiliza para este tipo de medidores de caudal experimentalmente es de tipo exponencial, representada por la ecuación:

$$Q_{Real} = k(\Delta h)^n \quad (\text{Ecuación 38})$$

Donde k y n son constantes que deben determinarse mediante métodos de regresión.

Esta ecuación al linealizarla con las leyes de los logaritmos queda de la siguiente forma:

$$\log Q = n \log(\Delta h) + \log k \quad (\text{Ecuación 39})$$

Puede observarse que la ecuación es análoga a la ecuación general de una recta (40)

$$Y = mX + b, \quad (\text{Ecuación 40})$$

dónde:

$$Y = \text{Log}Q$$

$$m = n$$

$$X = \Delta h$$

$$b = \text{Log}k$$

Para obtener los resultados finales, para la elaboración de la curva de calibración, se realiza lo siguiente:

Se aplican logaritmos de base 10 a los caudales reales y a las diferencias de altura, provocadas por los medidores de flujo.

Tabla XX. **Valores logarítmicos de la rama de 1/2" abierta**

Δh (cms)	Q (l/s)	log Q	log Δh
3,50			
9,50	30,85	1,49	0,98
12,90	35,14	1,55	1,11
16,30	40,00	1,60	1,21
19,60	43,24	1,64	1,29
23,10	47,30	1,67	1,36
26,10	49,86	1,70	1,42

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXI. **Valores logarítmicos de la rama de 3/4" abierta**

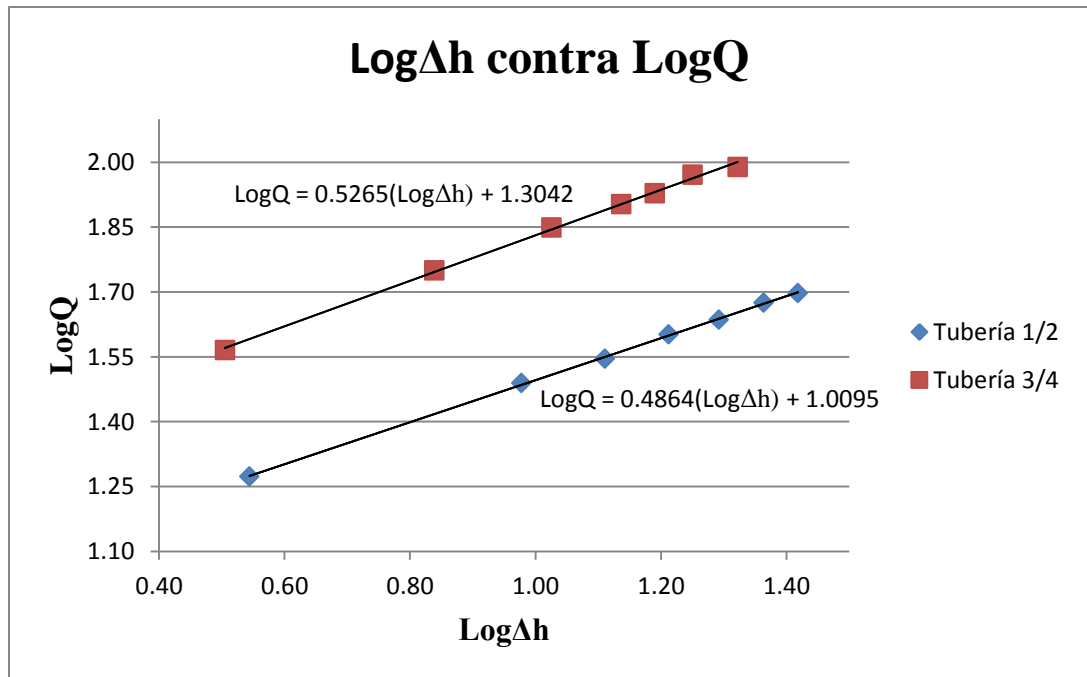
Δh (cms)	Q (l/s)	log Q	log Δh
3,20	36,76	1,57	0,51
6,90	56,23	1,75	0,84
10,60	70,60	1,85	1,03
13,70	80,08	1,90	1,14
15,50	84,77	1,93	1,19
17,80	93,54	1,97	1,25
21,00	97,58	1,99	1,32

Fuente: elaboración propia.

Se plotean los puntos (Log Δh , LogQ).

Se genera una curva que se ajuste a la dispersión de puntos y se obtienen las ecuaciones del ajuste.

Figura 43. **Gráfica logarítmica de caudal observado contra pérdida de energía**



Fuente: elaboración propia. Microsoft Excel.

De las ecuaciones obtenidas en el gráfico $LogQ = 0,5265(LogΔh) + 1,3042$ y $LogQ = 0,4864(LogΔh) + 1,0095$, para las tuberías de 1/2" y 3/4" respectivamente; se obtienen y comprueban los valores de n y K, donde: $n = 0,4864$ y $K = LogInv(1,0095) = 10,222$, para la tubería de 1/2"; y $n = 0,5265$ y $K = LogInv(1,3042) = 20,147$, para la tubería de 3/4".

Con los valores obtenidos, se obtienen las ecuaciones de calibración para los medidores de flujo.

$$Q_{\frac{1}{2}"} = 20,147 \left(\Delta h_{\frac{1}{2}"} \right)^{0,5265} \quad (\text{Ecuación 41})$$

$$Q_{\frac{3}{4}"} = 10,222 \left(\Delta h_{\frac{3}{4}"} \right)^{0,4864} \quad (\text{Ecuación 42})$$

3.5. Ensayo del sistema de tuberías en paralelo

A continuación se presentan los pasos para realizar el ensayo.

- Llenar el depósito de succión hasta un nivel suficientemente alto para que la bomba no tenga dificultades con su funcionamiento. La válvula de regulación de caudal de la bomba y la válvula de compuerta de la salida del sistema de tuberías en paralelo deben estar completamente cerradas.
- Abrir lentamente la válvula de regulación de caudal de la bomba y luego, se purga el aire en los manómetros diferenciales, hasta que sus alturas sean exactamente iguales. Y por último se abre lentamente la válvula de compuerta de salida del sistema de tuberías en paralelo.
- Las dos llaves de paso de las ramas del sistema de tuberías en paralelo deben estar: una completamente abierta y la otra completamente cerrada.
- Se abre lentamente la válvula de salida del sistema y se fija hasta que se pueda observar diferencia de alturas en los manómetros diferenciales.
- Tomar las diferencias de alturas en los tres manómetros diferenciales de mercurio, las cuales servirán para determinar la pérdida de energía por fricción de cada caudal experimental en cada tubería.

- Por medio de aforo volumétrico se toman los caudales de ambas ramas.
- Repetir el proceso desde el paso 3, cambiando la conducción libre de flujo por la válvula que inicialmente se había cerrado y se cierra totalmente la que estaba abierta.

3.5.1. Procedimiento para realizar los cálculos

Los cálculos se realizarán para la primera línea únicamente, a modo de ejemplo.

Tabla XXII. Datos obtenidos del ensayo

item	Diferencia de altura 1 (cm)	Diferencia de altura 2 (cm)	Diferencia de altura 3 (cm)	t 1 (s)	t 2 (s)	t 3 (s)	t 4 (s)	t 5 (s)
1	7,30	7,20	7,00	34,59	34,29	34,78	34,75	34,75
2	8,90	8,90	8,50	30,62	30,75	30,90	30,63	31,13
3	12,30	12,90	12,30	25,91	25,91	25,94	25,81	26,03
4	13,20	13,30	12,80	24,90	24,75	25,09	25,28	24,81
5	16,50	17,00	16,05	23,06	22,90	22,90	23,03	22,65
6	21,40	22,00	21,00	19,69	19,91	19,60	19,59	19,81

Fuente: elaboración propia.

Determinar el caudal de circulación en cm^3/s . El caudal de aforo como se mencionó anteriormente se hizo de forma volumétrica, tomando cinco tiempos con un volumen patrón de $3\ 000\ \text{cm}^3$.

$$Q = v \left(\frac{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4} + \frac{1}{t_5}}{5} \right)$$

$$Q = 3000 \left(\frac{\frac{1}{34,59} + \frac{1}{34,29} + \frac{1}{34,78} + \frac{1}{34,75} + \frac{1}{34,75}}{5} \right)$$

$$Q = 86,63 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

$$Q = 5,198 \text{ l} / \text{min}$$

Calcular la pérdida en el sistema

$$hf = 12,6 \Delta h_{1-2},$$

$$hf = 12,6(7,30 \text{ cm})$$

$$hf = 91,98 \text{ cm}$$

Calcular la velocidad media en las dos ramas, con la ecuación de continuidad

$$\text{Área de rama 1: } \frac{1}{2}'' = 1,267 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de rama 2: } \frac{3}{4}'' = 2,85 \text{ cm}^2$$

Determinar el caudal teórico, por medio de las ecuaciones (41) y (42).

$$Q_{1/2"} = 20,147 \left(\Delta h_{1/2"} \right)^{0,5265}$$

$$Q_{1/2"} = 20,147 (7,20 \text{ cm})^{0,5265}$$

$$Q_{1/2"} = 56,96 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

$$Q_{3/4"} = 10,222 \left(\Delta h_{3/4"} \right)^{0,4864}$$

$$Q_{3/4"} = 10,222 (7,00)^{0,4864}$$

$$Q_{3/4"} = 26,34 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Velocidad media en rama 1

$$v_{1/2"} = \frac{Q_{1/2"}}{A}$$

$$v_{1/2"} = \frac{56,96 \text{ cm}^3 / \text{s}}{1,267 \text{ cm}^2}$$

$$v_{1/2"} = 44,96 \text{ cm} / \text{s}$$

Velocidad media en rama 2

$$v_{3/4"} = \frac{Q_{3/4"}}{A}$$

$$v_{3/4"} = \frac{26,34 \text{ cm}^3 / \text{s}}{2,85 \text{ cm}^2}$$

$$v_{3/4"} = 9,24 \text{ cm} / \text{s}$$

Determinar la energía cinética en las dos ramas del sistema, por medio de la ecuación (32):

$$E = \frac{V^2}{2g}$$

Energía cinética en rama 1:

$$E_{\frac{1}{2}''} = \frac{V_{\frac{1}{2}''}^2}{2g}$$

$$E_{\frac{1}{2}''} = \frac{(44,96\text{cm/s})^2}{2(981\text{cm/s}^2)}$$

$$E_{\frac{1}{2}''} = 1,030\text{cm}$$

Energía cinética en rama 2:

$$E_{\frac{3}{4}''} = \frac{V_{\frac{3}{4}''}^2}{2g}$$

$$E_{\frac{3}{4}''} = \frac{(26,34\text{cm/s})^2}{2(981\text{cm/s}^2)}$$

$$E_{\frac{3}{4}''} = 0,044\text{cm}$$

La recopilación de todos los datos obtenidos y calculados se muestran a continuación, en la tabla XXIII.

Tabla XXIII. **Datos finales calculados para calibración del sistema en paralelo**

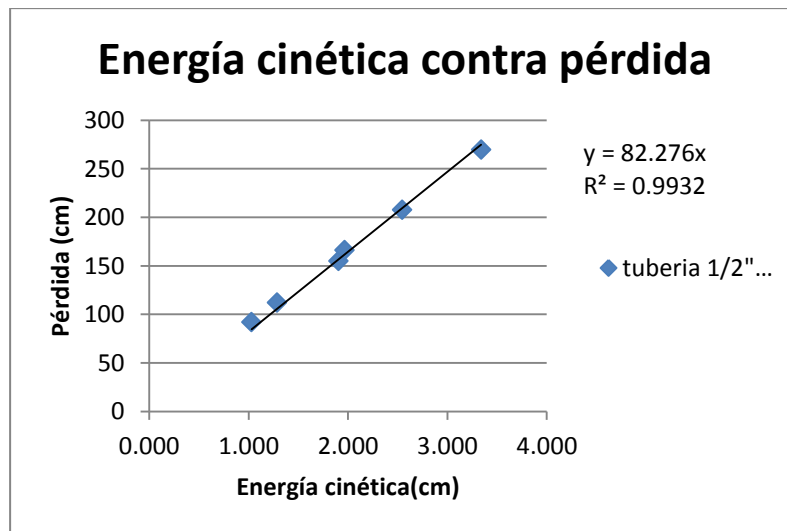
item	Q1 (l/min)	Q2 (l/min)	Q3 (l/min)	Q4 (l/min)	Q5 (l/min)	<Q> observado (l/min)	hf (cm)	Vmedia tubería 1/2" (cm/s)	Vmedia tubería 3/4" (cm/s)	V ² /2g Diametro 1/2" (cm)	V ² /2g Diametro 3/4" (cm)
1	5,20	5,25	5,18	5,18	5,18	5,20	91,98	44,96	9,24	1,030	0,044
2	5,88	5,85	5,83	5,88	5,78	5,84	112,14	50,27	10,16	1,288	0,053
3	6,95	6,95	6,94	6,97	6,92	6,94	154,98	61,12	12,16	1,904	0,075
4	7,23	7,27	7,17	7,12	7,26	7,21	166,32	62,11	12,39	1,966	0,078
5	7,81	7,86	7,86	7,82	7,95	7,86	207,9	70,67	13,84	2,546	0,098
6	9,14	9,04	9,18	9,19	9,09	9,13	269,64	80,95	15,77	3,340	0,127

Fuente: elaboración propia.

3.5.2. Deducción de las ecuaciones para las pérdidas de energía por fricción

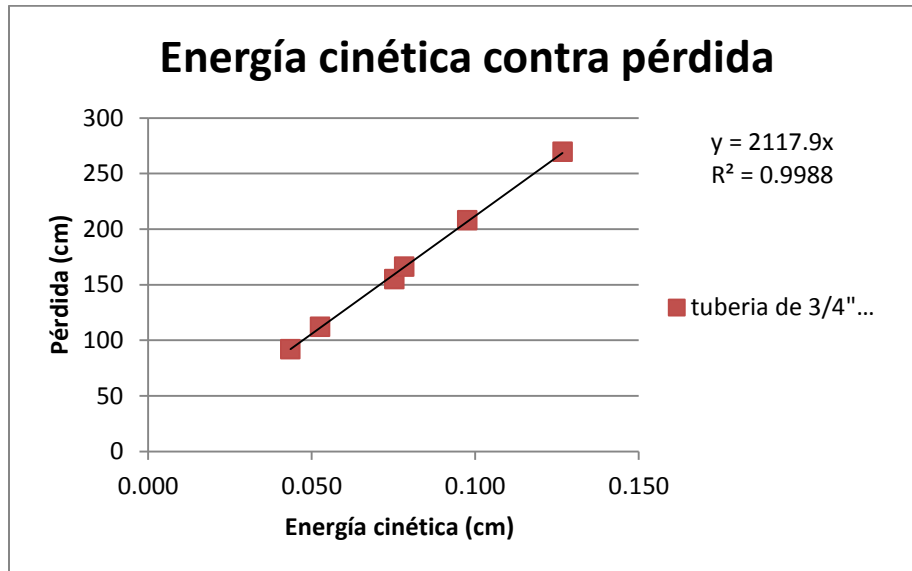
Se procede a determinar el coeficiente K de pérdida, por medio de las gráficas de energía cinética en relación a la pérdida de carga en cada rama.

Figura 44. Coeficiente de pérdida k de rama 1/2" abierta



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 45. Coeficiente de pérdida k de rama 3/4" abierta



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

La deducción de las ecuaciones de calibración se deja indicada para la primera medición en ambas ramas, como se muestra a continuación:

Ecuación calibrada tubería 1/2"

$$hf_{1/2} = 82,276 \left(\frac{v_{1/2}^2}{2g} \right)$$

$$hf_{1/2} = 82,276 \times \frac{\left(\frac{Q_{1/2}}{A_{1/2}} \right)^2}{2g}$$

$$hf_{1/2} = 82,276 \times \left(\frac{Q_{1/2}^2}{2gA_{1/2}^2} \right)$$

$$hf_{\frac{1}{2}"} = 0,02613 \left(Q_{\frac{1}{2}"} \right)^2$$

$$Q_{\frac{1}{2}"} = 6,18600 \left(hf_{\frac{1}{2}"} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{Ecuación 43})$$

Ecuación calibrada tubería $\frac{3}{4}$ "

$$hf_{\frac{3}{4}"} = 2117,9 \left(\frac{v_{\frac{3}{4}"}^2}{2g} \right)$$

$$hf_{\frac{3}{4}"} = 2117,9 \times \left(\frac{Q_{\frac{3}{4}"}^2}{2gA_{\frac{3}{4}"}^2} \right)$$

$$hf_{\frac{3}{4}"} = 0,13288 \left(Q_{\frac{3}{4}"} \right)^2$$

$$Q_{\frac{3}{4}"} = 2,74332 \left(hf_{\frac{3}{4}"} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{Ecuación 44})$$

Ecuación para caudal total en el sistema de tuberías en paralelo (45)
(ecuación de continuidad)

$$Q_t = Q_{\frac{1}{2}"} + Q_{\frac{3}{4}"} \quad (\text{Ecuación 45})$$

3.5.3. Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes

Al igual que en el sistema de tuberías ramificadas, luego de obtener las ecuaciones de la pérdida de energía por fricción en función de la energía cinética por calibración de los caudales, es importante realizar la comparación entre los caudales observados durante el ensayo y los caudales teóricos. Se

plotean como se muestran en las figuras siguientes, los caudales reales en el eje vertical contra los caudales teóricos obtenidos, en el eje horizontal.

Se determina el porcentaje de error de cada caudal medido, a través de la ecuación (37) vista anteriormente, la cual se muestra nuevamente.

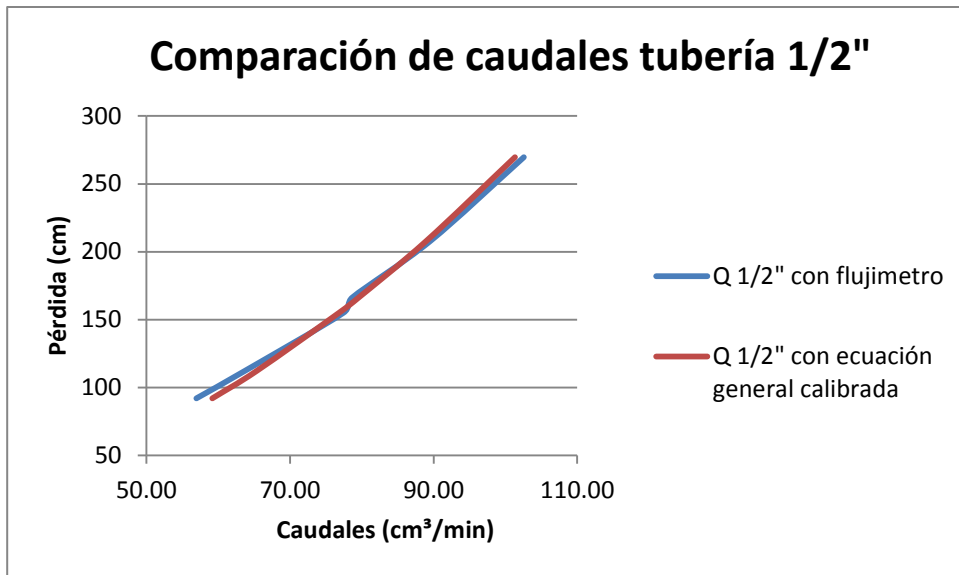
$$\%error = \left| \frac{Q_{observado} - Q_{teórico}}{Q_{observado}} \right| \times 100$$

Tabla XXIV. **Comparación de caudales observados contra caudales teóricos**

Pérdida de carga	Caudales generados en flujímetros (cm ³ /s)			Caudales generados por ecuaciones (cm ³ /s)			% Error		
	Q 1/2"	Q 3/4"	Q total	Q 1/2"	Q 3/4"	Q total	Q 1/2"	Q 3/4"	Q total
91,98	56,96	26,34	83,30	59,18	26,31	85,49	3,90	0,11	2,63
112,14	63,69	28,95	92,64	65,35	29,05	94,40	2,60	0,36	1,90
154,98	77,43	34,65	112,08	76,82	34,15	110,97	0,79	1,43	0,99
166,32	78,69	35,33	114,01	79,58	35,38	114,96	1,13	0,15	0,83
207,90	89,55	39,43	128,98	88,98	39,55	128,53	0,64	0,30	0,35
269,64	102,56	44,94	147,51	101,33	45,05	146,38	1,20	0,23	0,77

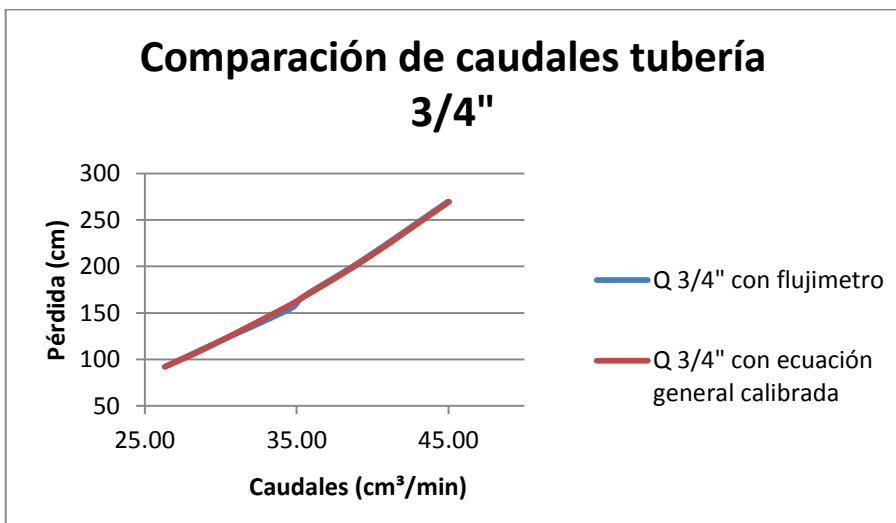
Fuente: elaboración propia.

Figura 46. Curva de calibración de tubería 1/2"



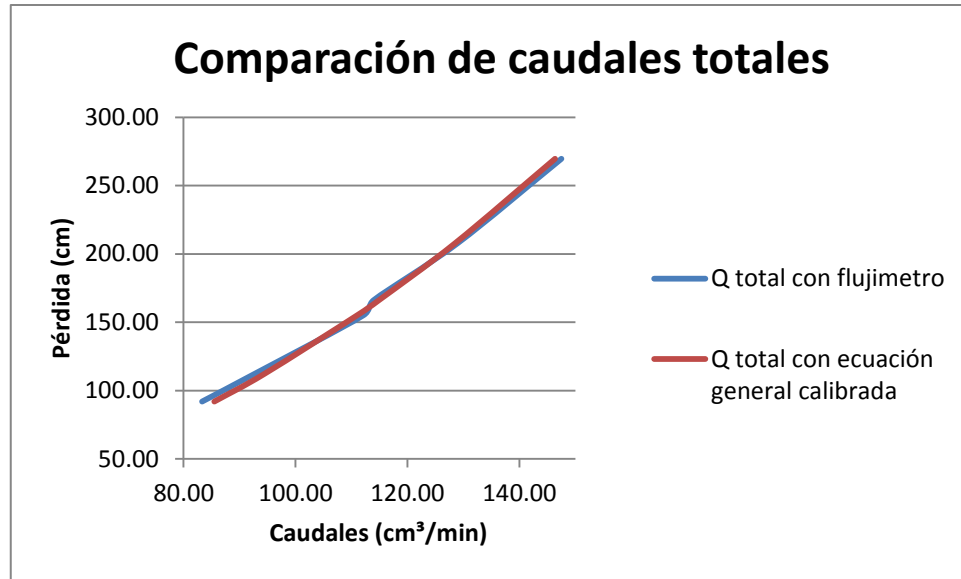
Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 47. Curva de calibración de tubería 3/4"



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

Figura 48. **Curva de calibración de caudales totales**



Fuente: elaboración propia, con Microsoft Excel.

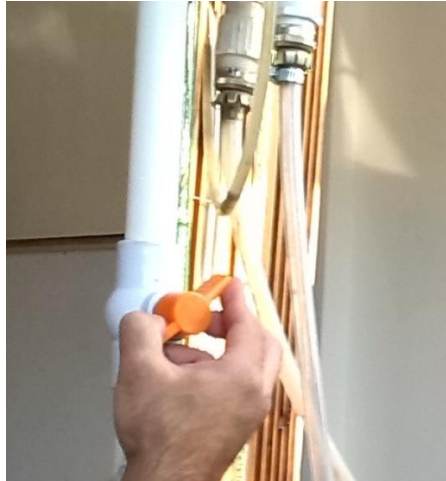
3.6. Instructivos de laboratorio

Se desarrolla el instructivo de trabajo para el laboratorio, en relación a la pérdida de energía en un sistema de tuberías ramificadas y tuberías en paralelo.

3.6.1. Instructivo de pérdida de energía en un sistema de tuberías ramificadas

Una vez arrancada la bomba que suministra flujo al tanque 1, abrir la válvula reguladora, para obtener un valor de caudal Q.

Figura 49. **Ajuste de válvula reguladora de caudal de entrada**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

- Fijar la altura inicial del tanque 2.

Figura 50. **Ajuste de altura del tanque 2**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

- Tomar los caudales que circulan hacia los tanques 2 y 3, por el método volumétrico de aforo. Es recomendable realizar 5 tomas para obtener resultados bastante precisos.

Figura 51. **Aforo volumétrico en el sistema ramificado**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

- Medir la altura del punto P, en el piezómetro.
- Fijar una nueva altura para el tanque 2, y repetir los pasos 2 y 3, sucesivamente hasta cinco mediciones como mínimo.
- Obtención de datos o cálculos:
 - Encontrar el caudal con las fórmulas de calibración.

- Plotear en papel milimetrado los valores de $(h_f, v^2/2g)$ para las distintas tomas, y encontrar geoméricamente el valor de la pendiente de la recta que se aproxime a dicha dispersión. Comparar el resultado con el valor de K obtenido en el inciso anterior.
- Plotear en papel milimetrado los valores de $(Q_{\text{obtenido}}, Q_{\text{real}})$ para las distintas tomas.
- Concluir y comentar.

3.6.2. Instructivo de pérdida de energía en un sistema de tuberías en paralelo

- Realización del ensayo:
 - Una vez arrancada la bomba que suministra el flujo a la tubería, abrir la válvula reguladora principal, para obtener un valor de caudal Q.
 - Tomar el valor del caudal real con el método volumétrico de aforo.

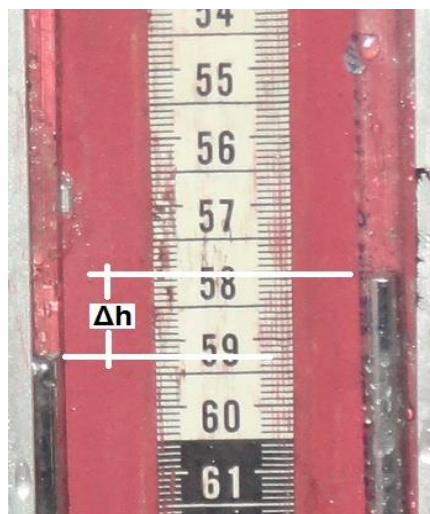
Figura 52. **Aforo volumétrico en el sistema en paralelo**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

Tomar el valor de la diferencia de alturas Δh en el manómetro de mercurio, la pérdida de energía experimental entre la entrada y la salida del sistema será tal diferencia de alturas.

Figura 53. **Medición de la pérdida de energía en un manómetro diferencial**



Fuente: Laboratorio de Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Facultad de Ingeniería, USAC.

- Abrir la válvula reguladora principal y repetir los pasos anteriores para el nuevo caudal, hasta obtener una serie de cinco tomas como mínimo.

- Obtención de datos o cálculos:
 - Encontrar el caudal con las fórmulas de calibración.

 - Plotear en papel milimetrado los valores de $(h_f, v^2/2g)$ para las distintas tomas, y encontrar geoméricamente el valor de la pendiente de la recta que se aproxime a dicha dispersión. Compare el resultado con el valor de K obtenido en el inciso anterior.

 - Plotear en papel milimetrado los valores de $(Q \text{ obtenido}, Q \text{ real})$ para las distintas tomas.

 - Concluir y comentar.

CONCLUSIONES

1. El comportamiento de la pérdida de la tubería que va del tanque 1 al punto P, en el sistema ramificado; experimentalmente es la misma debido a que el caudal es constante en cada una de las mediciones y la elevación de este tanque no varía.
2. La pérdida de energía en cada tramo es directamente proporcional a la energía cinética, y se calcula multiplicando el factor de pérdida por la energía cinética. Este concepto se aplicó a ambos sistemas de tuberías.
3. Se puede observar que la elevación de la piezométrica del punto P, que es el nodo del sistema ramificado. Indica la dirección del flujo para las tuberías 2 y 3, lo que respalda al principio de funcionamiento de un sistema de tuberías ramificadas.
4. Los caudales generados en las tuberías 2 y 3 del sistema ramificado presentan poca variación con el caudal observado con el aforo volumétrico, lo que comprueba la buena calibración del sistema de tuberías ramificadas. Se demostró mediante el ensayo, que si se cumplen los principios de funcionamiento de las tuberías ramificadas y en paralelo.
5. La calibración de los medidores de flujo, en el sistema de tuberías en paralelo, permiten determinar el caudal que circula por cada rama. El factor k , para la calibración de los flujómetros, permitió posteriormente calibrar el caudal total que circula en el sistema.

6. Se comprobó que en un sistema en paralelo, la pérdida de energía es la misma en cada tubería, a pesar de que el caudal en cada una de ellas es distinto. Los caudales generados con los medidores de flujo no difieren mucho de los observados, tal y como se muestra en las gráficas de comparación.

RECOMENDACIONES

1. En el caso del sistema de tuberías ramificadas, no se aconseja colocar un medidor de flujo en ningún punto del sistema, ya que los caudales difieren mucho de los caudales que se pueden obtener por la calibración de las ecuaciones.
2. Para el arranque del ensayo de tuberías en paralelo se deben cerrar previamente las válvulas de entrada y salida del sistema, antes de encender la bomba para evitar que el cambio instantáneo de presión cause la fuga del mercurio.
3. Al encender la bomba se debe abrir lentamente la llave de entrada, para purgar los manómetros diferenciales y por último se abre lentamente la válvula de salida del sistema. Todo ello se debe realizar para evitar que el mercurio se fugue al sistema de tuberías. Para el proceso de apagado del sistema, se realizan los mismos pasos, pero a la inversa.
4. El método de aforo utilizado en ambos sistemas es el de tipo volumétrico. A pesar que se cuenta con un rotámetro para el sistema de tuberías en paralelo, no se utilizó debido a que durante el ensayo no circularon grandes caudales.

BIBLIOGRAFÍA

1. CROWE, T. Clayton; ELGER, F. Donald; ROBERSON, A. John. *Mecánica de fluidos*. 7a ed. México: CECSA, 2002. 702 p.
2. GILES, Ranald V. *Mecánica de fluidos e hidráulica*. 2a ed. México: McGraw Hill. 2006. 273 p.
3. LÓPEZ LÓPEZ, José Ramón. *Calibración de instrumentos de medición de flujo para conductos cerrados*. Trabajo de graduación de Ing. Civil. Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería, 2011. 89 p.
4. LUX MONROY, Manuel Agustín. *Medidores de flujo en canales abiertos*. Trabajo de graduación de Ing. Civil. Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería, 2010. 109 p.
5. MOTT, Robert L. *Mecánica de fluidos aplicada*. 4a ed. México: Prentice Hall Hispanoamericana, 1999. 515 p.
6. STREETER, L.; WYLIE E. Benjamin. *Mecánica de los fluidos*. 9a ed. México: McGraw-Hill, 2000. 740 p.

