



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

**PROPUESTA DE MEJORA DE EFICIENCIA EN NUDOS VIGA-COLUMNA DE
CONCRETO REFORZADO, UTILIZANDO LA FORMA DEL OCTAEDRO**

Oscar Adolfo Sincal Tzunux

Asesorado por el Ing. Mario Rodolfo Corzo Ávila

Guatemala, noviembre de 2014

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**PROPUESTA DE MEJORA DE EFICIENCIA EN NUDOS VIGA-COLUMNA DE
CONCRETO REFORZADO, UTILIZANDO LA FORMA DEL OCTAEDRO**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

OSCAR ADOLFO SINCAL TZUNUX

ASESORADO POR EL ING. MARIO RODOLFO CORZO ÁVILA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2014

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
VOCAL I	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
VOCAL II	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Narda Lucía Pacay Barrientos
VOCAL V	Br. Walter Rafael Véliz Muñoz
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympo Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza
EXAMINADOR	Ing. Luis Estuardo Saravia Ramírez
EXAMINADOR	Ing. Fernando Amílcar Boiton Velásquez
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

PROPUESTA DE MEJORA DE EFICIENCIA EN NUDOS VIGA-COLUMNA DE CONCRETO REFORZADO, UTILIZANDO LA FORMA DEL OCTAEDRO

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, con fecha 16 de octubre de 2012.

Oscar Adolfo Sincal Tzunux

Ing. Miguel Menchú

También presente en mi memoria, el pionero de la ingeniería en la familia.

AGRADECIMIENTOS A:

La Universidad de San Carlos de Guatemala	Por abrirme sus puertas al conocimiento.
Facultad de Ingeniería	Por inducirme a los mundos de abstracciones en busca de soluciones concretas.
ITV. Dr. Imrich Fischmann	Por permitirme conocer a compañeros con quienes conformamos la primera fuerza de trabajo universitario y que tendré el privilegio de llamar también colegas.
Ing. Mario Corzo	Por recibirnos bajo el abrigo del conocimiento y la conciencia de nuestra responsabilidad como ingenieros, sin olvidar que con su apoyo y orientación, el desarrollo de este trabajo ha sido posible.
Compañeros de prácticas finales en área de prefabricados 2012	Michella Ciani, Felipe Rodas, Elmer Gálvez, Ivan Vielman, Ricardo Cojulún, Daniel Herrera y Víctor Barrios con quienes compartí un período de divertido aprendizaje.
Sección de Maderas	A don Jesús Gatica e Iván Juárez, por su disposición para prestarme de su ayuda.

Sección de Estructuras

Al grupo de compañeros practicantes que me prestaron de su ayuda en la construcción y ensayo de los modelos a escala, Lucía Ramazzini, Génesis Cap, Ricardo Orellana, Naty Carrera, Cristian Galicia, Byron Cajero, René Medina y Eddy Rodríguez.

Sección de Ecomateriales

Por los compañeros de esta sección que también colaboraron en la construcción y ensayo de los modelos.

Señor Fabio Sánchez

Por haber tomado parte activa en la ejecución de los ensayos, salvando las dificultades que se presentaron.

MEGAPRODUCTOS

Por su enorme colaboración para el desarrollo de este trabajo.

Compañeros y amigos de la facultad y labores

Porque todos dejamos huella en quienes nos rodean pero solo nosotros decidimos qué huella imprimir, y sus huellas me han dejado un gran aprendizaje.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	VII
LISTA DE SÍMBOLOS	XV
GLOSARIO	XVII
RESUMEN	XIX
OBJETIVOS.....	XXI
INTRODUCCIÓN	XXIII
1. CONSIDERACIONES BÁSICAS EN EL DISEÑO SÍSMICO	1
1.1. Sismos	2
1.1.1. Límites entre placas.....	4
1.1.2. Tectónica nacional.....	5
1.1.3. Ondas sísmicas	6
1.1.4. Mediciones.....	8
1.1.5. Registros y espectros	11
1.1.5.1. Espectro de respuesta	11
1.1.5.2. Sismógrafo.....	12
1.1.5.3. Acelerógrafo	13
1.1.5.4. Frecuencia y periodo	14
1.2. Masa.....	16
1.3. Rigidez.....	20
1.4. Resistencia	23
1.4.1. Rigidez y resistencia.....	23
1.4.2. Ductilidad y resistencia	26
1.5. Propiedades de los materiales	30
1.5.1. Comportamiento monotónico.....	30

	1.5.1.1.	Concreto.....	30
	1.5.1.2.	Acero	32
1.5.2.		Comportamiento bajo cargas repetitivas	33
	1.5.2.1.	Concreto.....	33
	1.5.2.2.	Acero	34
1.5.3.		Comportamiento bajo cargas alternantes.....	35
	1.5.3.1.	Concreto armado.....	35
2.		NATURALEZA DE LOS APOYOS	41
2.1.		Análisis estructural (la idealización)	41
	2.1.1.	¿Qué es un apoyo?.....	41
	2.1.2.	Tipos de apoyos	44
	2.1.3.	Hipótesis del análisis estructural	47
	2.1.3.1.	Modelo analítico	47
	2.1.4.	Métodos de análisis.....	49
	2.1.4.1.	El teorema del límite inferior.....	50
	2.1.4.2.	Puntal-tensor	52
	2.1.4.2.1.	Componentes de un modelo puntal-tensor, según el apéndice A del código ACI 318-08...54	54
	2.1.4.2.2.	Modelo puntal-tensor y sus mecanismos de falla.....	56
	2.1.4.2.3.	Metodología aplicada a un modelo puntal- tensor	57
2.2.		Concreto armado (la idealización, un poco más de cerca).....	59
	2.2.1.	Adherencia	59

2.2.2.	Origen de la adherencia	62
2.2.2.1.	Naturaleza física o físicoquímica	62
2.2.2.2.	Naturaleza mecánica	63
2.2.3.	Estado de esfuerzos	65
2.2.4.	Modos de falla	68
2.2.5.	Longitud de desarrollo	70
2.3.	Apoyos de concreto armado	73
2.3.1.	Interacción flexión-cortante	74
2.3.1.1.	Acción de viga y los voladizos	77
2.3.1.2.	Acción de arco	78
2.3.1.3.	Acción de armadura	80
2.3.2.	Interacción adherencia-flexión	82
2.3.3.	En relación al ACI 318-08	83
2.4.	Ménsulas	86
2.4.1.	Geometría	87
2.4.2.	Mecanismos de falla	88
2.5.	Cartelas	92
2.5.1.	Geometría y fuerzas internas	93
2.5.2.	Antecedentes experimentales	96
2.5.3.	Influencias del uso de cartelas	99
2.6.	Nudos viga-columna	100
2.6.1.	¿Qué es un nudo?	101
2.6.2.	Clasificación de los nudos	101
2.6.3.	Consideraciones en el comportamiento de nudos viga-columna	103
2.6.4.	Fuerzas sobre un nudo y mecanismos de falla.....	106
2.6.4.1.	Falla de adherencia	106
2.6.4.2.	Falla por recubrimiento	110
2.6.4.3.	Falla por cortante	112

2.6.4.4.	Falla por formación de articulaciones en las vigas y columnas	118
2.6.4.4.1.	Articulaciones plásticas	119
2.6.4.4.2.	Ductilidad al desplazamiento	120
2.6.4.4.3.	Ductilidad de curvatura	124
2.6.4.4.4.	Mecanismo de traslación de columna .	125
2.6.4.4.5.	Mecanismo de traslación lateral de viga.....	126
2.6.5.	Articulaciones plásticas según las NTC-2004	128
3.	DESARROLLO DE LA PROPUESTA	135
3.1.	Análisis preliminares	135
3.2.	Modelo de estudio para nudo rectangular	137
3.2.1.	Predimensionamiento de vigas	137
3.2.2.	Predimensionamiento de losas	138
3.2.3.	Predimensionamiento columnas	139
3.2.4.	Integración de cargas.....	142
3.2.5.	Análisis estructural	147
3.2.6.	Diseño por flexión vigas N y O	158
3.2.7.	Diseño por cortante	163
3.2.8.	Diseño de columnas.....	166
3.3.	Nudo rectangular caso 1	179
3.4.	Nudo rectangular caso 2	185
3.5.	Modelo de estudio para nudo octogonal	188

3.5.1.	Ménsula	189
3.5.2.	Confinamiento.....	192
3.5.3.	ACI 318-08; capítulo 21	193
3.5.4.	Ismail y Jirsa	195
3.5.5.	Análisis estructural.....	198
3.5.6.	Diseño por flexión de vigas N y O.....	210
3.5.7.	Diseño por cortante	213
3.5.8.	Diseño de columnas	215
3.6.	Nudo octogonal.....	219
3.6.1.	Forma de trabajo	226
3.6.2.	Fallas esperadas	226
3.6.3.	Armado de nudo octogonal.....	227
4.	COMPARACIÓN TEÓRICA Y EXPERIMENTAL	229
4.1.	Modelo a escala.....	229
4.2.	Modelo rectangular	230
4.2.1.	Determinación de la geometría del modelo	230
4.2.2.	Determinación del estado de cargas del modelo ..	233
4.2.3.	Determinación del armado del modelo	234
4.3.	Modelo octaedro	237
4.3.1.	Determinación de la geometría del modelo	237
4.3.2.	Determinación del estado de cargas del modelo ..	239
4.3.3.	Determinación del armado del modelo	239
4.4.	Determinación y comparación teórica de la capacidad de los elementos.....	242
4.4.1.	Curvas teóricas de comportamiento	243
4.4.1.1.	Momento-curvatura para los elementos conectados a los nudos....	246
4.4.1.2.	Análisis teórico de los nudos	255

4.5.	Determinación y comparación experimental de la capacidad de los elementos	266
CONCLUSIONES.....		281
RECOMENDACIONES.....		283
BIBLIOGRAFÍA.....		285
APÉNDICES		291

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Situación tectónica en Guatemala	5
2.	Principales ondas sísmicas	8
3.	Magnificación de aceleraciones	16
4.	Modelo de carga sísmica como fuerza de inercia.....	19
5.	Desplazamiento de fluencia-período	26
6.	Principales puntos en la gráfica M- ϕ para un elemento	27
7.	Curva de capacidad de una estructura.....	29
8.	Ciclos de histéresis para carga axial de compresión repetitiva en cilindros de concreto.....	34
9.	Ciclos de histéresis para carga axial repetitiva en acero.....	35
10.	Comportamiento histerético del concreto armado sometido a cargas cíclicas.....	37
11.	Reacciones en los apoyos.....	43
12.	Apoyos en los puntos de conexión.....	44
13.	Flujos internos de las cargas.....	51
14.	Trayectorias de esfuerzos en una viga simplemente apoyada	53
15.	Discontinuidades geométricas y de carga	54
16.	Reticulado para modelo puntal-tensor.....	57
17.	Determinación del modelo puntal-tensor.....	58
18.	Origen de la adherencia	61
19.	Esfuerzos entre dos corrugas de una barra corrugada	63
20.	Concreto entre grietas	66
21.	Estado de esfuerzos entre grietas de un elemento a flexión	67

22.	Equilibrio de fuerzas de adherencia	68
23.	Transmisión de cortante a través de una grieta	75
24.	Acciones de trabazón de agregado y dovela	76
25.	Voladizo en la acción de viga.....	77
26.	Acción de arco	79
27.	Analogía de la armadura de Morsh	81
28.	Transmisión del cortante al apoyo	84
29.	Límites geométricos para ménsulas.....	88
30.	Campos de fuerzas en una ménsula.....	89
31.	Mecanismos de falla en las ménsulas.....	90
32.	Cambios de dirección en fuerzas internas	94
33.	Influencia de los esfuerzos de flexión sobre el cortante externo	95
34.	Efectos de un nudo deficiente	105
35.	Fuerzas sobre un nudo	107
36.	Efecto de la compresión axial en el comportamiento de un nudo	109
37.	Adherencia en nudo exterior	111
38.	Esfuerzos de adherencia en un nudo exterior.....	112
39.	Gráfica momento-curvatura (M- ϕ).....	120
40.	Respuestas sísmicas para el primer modo de vibración	121
41.	Factor de reducción	123
42.	Mecanismo de traslación de columna	126
43.	Mecanismo de traslación lateral de viga	127
44.	Fuerza cortante [ref. 21].....	129
45.	Articulaciones desplazadas del rostro de columna [ref. 21]	134
46.	Bosquejo de planta típica.....	136
47.	Diagramas de momento viga N, sismo positivo	156
48.	Diagramas de momento viga O, sismo positivo	156
49.	Diagramas de momento viga N, sismo negativo	157
50.	Diagramas de momento viga O, sismo negativo.....	157

51.	Distribución de deformaciones unitarias.....	160
52.	Diagrama de cortantes	164
53.	Sección transformada agrietada de viga	170
54.	Viga de acero equivalente	172
55.	Diagrama interacción cuantía 1,54 %.....	175
56.	Diagrama de interacción cuantía 2,84 %.....	177
57.	Cuerpo libre de nudo 18.....	182
58.	Esfuerzos cortantes en nudo.....	183
59.	Geometría derivada de ménsula	190
60.	Geometría por confinamiento	192
61.	Nudos octogonales en crujía cerrada.....	199
62.	Diagramas de momento viga N, sismo positivo.....	208
63.	Diagramas de momento viga O, sismo positivo	209
64.	Diagramas de momento viga N, sismo negativo	209
65.	Diagramas de momento viga O, sismo negativo.	210
66.	Sección transformada agrietada de vigas N y O	216
67.	Diagrama interacción cuantía 2,67 %.....	217
68.	Nudo octogonal	219
69.	Área de nudo octogonal	220
70.	Estado de esfuerzos para momentos que tienden a abrir el nudo	221
71.	Formación de puntales de compresión.....	222
72.	Agrietamiento y falla de puntales.....	223
73.	Variación de la fuerza en el acero dentro del nudo	225
74.	Comparación de la variación en los esfuerzos de adherencia para nudos octogonal y rectangular.	225
75.	Modelo de estudio para nudo rectangular	232
76.	Modelo a escala para nudo rectangular	232
77.	Armadura modelo a escala, conjunto.	236
78.	Armadura modelo a escala, viga	236

79.	Armadura modelo a escala, columna.....	237
80.	Modelo de estudio para nudo octaedro.....	238
81.	Modelo a escala para nudo octaedro.....	239
82.	Armadura modelo a escala, conjunto.....	242
83.	Curva esfuerzo-deformación para acero grado 60.....	245
84.	Curva esfuerzo-deformación para concreto confinado con aros rectangulares	245
85.	Gráficas momento-curvatura para los elementos del modelo de nudo rectangular	248
86.	Gráficas momento-curvatura para los elementos del modelo de nudo octaedro	249
87.	Curva de comparación teórica de $M-\phi$ entre los elementos del nudo octaedro y los elementos del nudo rectangular.....	251
88.	Comparación rigidez-resistencia en los elementos de ambos tipos de nudo.	254
89.	Comparación de los desplazamientos y flechas en los elementos conectados a ambos tipos de nudos.....	255
90.	Dirección de las deformaciones admisibles al concreto en la frontera del nudo.	257
91.	Determinación de la deformación unitaria del concreto para la curvatura de la sección.	258
92.	Efecto de dovela sobre el refuerzo diagonal del nudo octaedro.....	259
93.	Efecto dovela sobre la barra diagonal del nudo octaedro en la zona de compresión.....	259
94.	Efecto dovela sobre la barra diagonal del nudo octaedro en la zona de tensión	260
95.	$M-\phi$ en las fronteras del nudo octaedro.	261
96.	Curvatura de los elementos como deformaciones inducidas al nudo	262

97.	Resultantes locales de tensión y compresión en el nudo	263
98.	Comparación de tensiones y giros internos en los nudos.	264
99.	Formación de puntales en nudos bajo estudio	266
100.	Modelo matemático para ensayo de nudo rectangular	267
101.	Modelo matemático para ensayo de nudo octaedro	267
102.	Momento-deformación para tres elementos del mismo modelo, octaedro	271
103.	Momento-deformación para tres elementos del mismo modelo, rectangular	273

TABLAS

I.	Escala de intensidad Mercalli Modificada (MM)	9
II.	Caracterización de los apoyos en función de las fuerzas reactivas que generan.....	45
III.	Condiciones para la consideración de la sección crítica a cortante ...	85
IV.	Comparación de la contribución al cortante del concreto reportado en los estudios.	99
V.	Valores de ACI 352-02.....	116
VI.	Predimensionamiento vigas	137
VII.	Predimensionamiento a considerar para vigas	138
VIII.	Predimensionamiento de columnas	141
IX.	Integración de cargas verticales sobre el eje 4	142
X.	Integración de pesos por nivel para la integración de las cargas laterales.....	143
XI.	Cortante basal.....	145
XII.	Distribución de fuerzas por nivel	146
XIII.	Fuerzas de piso sobre el eje 4	147

XIV.	Resumen momentos de extremo, análisis estructural por método de Kani.....	151
XV.	Derivas de piso	155
XVI.	Datos para armado de vigas	158
XVII.	Valores de cuantías y deformaciones unitarias.....	160
XVIII.	Armados y cuantías	161
XIX.	Chequeo de armados	161
XX.	Modificación de armados	162
XXI.	Espaciamiento de estribos.....	165
XXII.	Corte de bastones.....	166
XXIII.	Refuerzo en columnas	176
XXIV.	Diferencias entre NTC 2004 y [Ref. 11]	188
XXV.	Cálculo de a_c	190
XXVI.	Cálculo de a y b.	192
XXVII.	Resumen de nudos octaedros.	196
XXVIII.	Resumen de chequeos de adherencia.	198
XXIX.	Predimensionamiento a considerar en vigas	199
XXX.	Integración de cargas verticales sobre el eje 4	200
XXXI.	Integración de pesos por nivel	201
XXXII.	Cortante basal.....	202
XXXIII.	Distribución de fuerzas por nivel.....	203
XXXIV.	Fuerzas de piso sobre el eje 4	203
XXXV.	Resumen de momentos de extremo, análisis estructural por Método de Kani.....	204
XXXVI.	Derivas de piso	208
XXXVII.	Datos para armados de vigas	211
XXXVIII.	Armados y cuantías	212
XXXIX.	Chequeo de armados	212
XL.	Espaciamiento de estribos.....	214

XLI.	Reporte de ensayo de cilindros de concreto.....	243
XLII.	Capacidad teórica a flexión 1.....	249
XLIII.	Capacidad teórica a flexión 2.....	250
XLIV.	Datos obtenidos por medición directa del ensayo para nudo rectangular.....	268
XLV.	Datos obtenidos por medición directa del ensayo para nudo octaedro.....	269
XLVI.	Comparación porcentual para el cortante basal	276
XLVII.	Comparación porcentual para fuerzas laterales	276
XLVIII.	Comparación porcentual de rigideces, momentos y giros	277
XLIX.	Comparación porcentual de derivas de piso.....	280

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
h_c	Altura efectiva de nudo
b''	Ancho del núcleo confinado medido al exterior de los aros.
b_e	Ancho efectivo de losa usada como ala de viga T
b_b	Base de viga
b_j	Base efectiva de nudo
V_b	Cortante basal
V_u	Cortante último
ρ	Cuantía de acero
ϵ_s	Deformación unitaria en el acero
ϵ_c	Deformación unitaria en el concreto
d_b	Diámetro de la barra para esfuerzos de adherencia
A_c	Diferencia entre acero provisto en rostro de columna y acero provisto en sección crítica.
AA_s	Diferencia entre acero requerido en rostro de columna y acero requerido en sección crítica
V_c	Esfuerzo cortante sobre concreto.
u	Esfuerzo de adherencia
f_b	Esfuerzo de tope sobre corruga
f_s	Esfuerzo de trabajo en el acero
f_c	Esfuerzo de trabajo en el concreto
S_h	Espaciamiento de los aros

Y	Factor de centroide de esfuerzo para cualquier deformación unitaria del concreto.
μ	Factor de ductilidad al desplazamiento
α	Factor de esfuerzo medio en el concreto de un elemento para cualquier deformación unitaria del concreto.
K	Factor de longitud efectiva
k	Factor de profundidad de eje neutro
N_u	Fuerza horizontal de tensión mayorada en la parte superior de una ménsula.
l_d	Longitud de desarrollo
M_{pr}	Momentos máximos probables
γ	Para columnas, relación de altura de núcleo confinado sobre altura total del elemento.
a/c	Para esfuerzos de adherencia, la relación alto de corruga sobre espaciado de corruga.
d	Peralte efectivo, distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tensión.
T	Período estructural de vibración
R	Relación de carga de inercia de respuesta elástica sobre carga de diseño estático del código.
ρ_s	Relación del volumen de refuerzo transversal al volumen del núcleo de concreto medido al exterior de los aros.
f'_c	Resistencia especificada a la compresión para el concreto.
f_y	Resistencia especificada a la fluencia para el acero

GLOSARIO

ACI	American Concrete Institute.
Articulación	Elemento conector que no ofrece resistencia a momento.
<i>Bauschinger</i>	Pérdida de rigidez por efecto de deformaciones plásticas residuales en los materiales.
Conexión	Conjunto compuesto por el nudo más las columnas, vigas y losa adyacentes al nudo.
Cuantía de acero	Área de acero contenido en una sección como proporción del área gruesa de la sección.
Histéresis	Alteración en el comportamiento de un material por efecto de cargas repetitivas o alternantes.
Longitud de desarrollo	Longitud de refuerzo embebida en el concreto, requerida para desarrollar la resistencia de diseño del refuerzo en la sección.
Ménsula	Elemento en voladizo con relación luz de cortante a altura menores que la unidad.

Módulo de elasticidad	Relación entre el esfuerzo normal y la deformación unitaria correspondiente.
NTC	Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de obras de concreto.
Nudo	Porción de la columna localizada dentro de la altura de la viga más alta de las que lleguen a la columna.
Obducción	Hace alusión al choque de continentes. Conjunto de procesos que llevan a las placas continentales a colisionar.
Placa tectónica	Estructuras de corteza por la cual está conformada la superficie de la Tierra.
Sismo	De origen tectónico, movimiento ondulatorio resultado de la liberación de energía por fracturación de roca de la placa tectónica.
Subducción	Proceso de hundimiento de una placa litosférica bajo otra en un límite convergente.
UBC	Uniform Building Code.

RESUMEN

El diseño de nudo octaedro que se plantea en este estudio requiere una revisión a los conceptos de diseño sísmico y de análisis, tanto estructural como de discontinuidades geométricas en estructuras. Las proporciones geométricas planteadas para este tipo de nudo se derivan de elementos estructurales semejantes como ménsulas y cartelas aplicando los principios de trabajo para ellos y relacionándolos a la forma de trabajo de un nudo viga-columna.

La metodología del estudio se basó en el análisis de un marco estructural componente de una estructura supuesta para utilizarse como complejo de oficinas. El análisis se efectuó para una presentación de marco convencional, utilizando nudos rectangulares, y otra para la misma estructura pero con la inclusión del nudo octaedro con el fin de evaluar el comportamiento inducido a la estructura por el uso del nudo octaedro. Estos mismos marcos sirvieron de base para la determinación de modelos a escala que representaran las estructuras analizadas y que permitieran la aplicación de un estudio experimental a través de la aplicación de un sistema de cargas similares en condiciones semejantes para ambos modelos.

Los datos obtenidos del análisis de los marcos estructurales, las curvas teóricas momento-curvatura de los modelos a escala y de las mediciones de los ensayos a los modelos a escala, se comparan a lo largo del trabajo a través de tablas y gráficas, resumiéndose puntualmente en las conclusiones y recomendaciones del trabajo.

OBJETIVOS

General

Evaluar el desempeño de la propuesta de mejora de eficiencia en nudos viga-columna de concreto reforzado para marcos especiales resistentes a momentos, utilizando la forma del octaedro.

Específicos

1. Exponer los principales factores involucrados en el desempeño de una estructura sometida a fuerzas sísmicas.
2. Analizar la naturaleza de los apoyos y el papel de desempeñan dentro de un sistema estructural, desde la perspectiva del análisis estructural y del diseño estructural.
3. Determinar las diferentes formas de clasificación de los nudos viga-columna.
4. Desarrollar los mecanismos de falla producidos en un nudo viga-columna.
5. Determinar la geometría del nudo octaedro en base a propiedades geométricas de elementos estructurales semejantes tales como ménsulas y cartelas.

6. Desarrollar el planteamiento de la propuesta a través del análisis y diseño de elementos estructurales (viga, columna, nudo) para una misma estructura.
7. Determinar de manera teórica el desempeño de los nudos esforzados (nudo rectangular y nudo octaedro).
8. Establecer las proporciones geométricas y estructurales de los modelos a escala para ensayo.
9. Comparar a través de las mediciones experimentales el desempeño de los nudos rectangular y octaedro.

INTRODUCCIÓN

Toda estructura es un conjunto de elementos estructurales que interactúan entre sí a través de sus puntos de contacto y, se comportan como un sistema debido a esa interacción. El nivel de interacción entre los elementos depende de la configuración de los puntos de contacto, al punto que dos elementos semejantes geométricamente se comportarán de manera distinta al variar por lo menos uno de sus puntos de contacto o apoyo. Como consecuencia, siendo una estructura un conjunto de elementos que interaccionan entre sí y dado que estos elementos se comportarán de acuerdo al tipo de apoyo con el que cuentan, el comportamiento de una estructura depende en gran medida de un adecuado sistema de conexiones, en este caso nudos, mínimamente alterable.

En cuanto al comportamiento de la estructura es necesario concebir el diseño estructural basado en cinco factores fundamentales que determinan la naturaleza de las propiedades que se le otorgarán a la estructura, para que esta exhiba un comportamiento de acuerdo a las necesidades y disponibilidades ocupacionales, económicas y de seguridad estructural. Estos 5 factores, abarcan desde el tipo de evento que induce la excitación energética a la estructura; la masa y la rigidez que determinan la magnitud de la respuesta a la excitación inducida; la resistencia que además de influir en aspectos estructurales también se encuentra ligada directamente con el costo de la construcción y finalmente los materiales a utilizar de acuerdo al sistema estructural empleado.

Determinado el sistema estructural, es posible proporcionar a sus elementos las características necesarias para contribución al comportamiento de respuesta del sistema. El proporcionar tales características requiere dos enfoques. Primero, los efectos que se estima sufrirá la estructura, análisis estructural, en el cual las idealizaciones elásticas son permitidas para el enfoque de diseño estático equivalente. Segundo, cómo resistir los efectos determinados en el primer enfoque, proporcionando el refuerzo adecuado en las zonas adecuadas.

Según lo anterior, para el primer enfoque una conexión se clasifica por las fuerzas que requiere desarrollar para conservar sus restricciones estructurales. Ello debido a que para este primer enfoque todos los elementos estructurales se reducen a trazos y en el caso de los nudos, se reducen a un trazo sin dimensión. En el segundo enfoque, las proporciones y dimensiones geométricas de los elementos estructurales son determinantes en la respuesta de la estructura. En este punto la clasificación de las conexiones se subdivide en varios tipos más de acuerdo a la geometría de las conexiones, nudos para este estudio.

En resumen el análisis estructural las clasifica en base a fuerzas y dentro de esta clasificación, el diseño estructural las redistribuye en subdivisiones tomando como base a la situación geométrica que la conexión presenta en relación a los elementos que conecta.

La importancia de la integridad de los nudos en una estructura es debido a que son estos quienes permiten la continuidad estructural para desarrollar el grado de redundancia propio de la configuración de la estructura. No obstante, su análisis implica abandonar las suposiciones de continuidad en la región cercana al nudo. Este asunto se convierte en el interés de este trabajo,

determinando con base en la figura del octaedro, una geometría que disminuya la discontinuidad geométrica que el nudo implica en la estructura. Tales proporciones geométricas se derivan de elementos estructurales semejantes como ménsulas y cartelas.

Determinadas las proporciones geométricas del nudo que más favorables resulten a la estructura y que permitan la mayor facilidad en la determinación de sus dimensiones para un proceso de predimensionamiento, se analiza su inclusión en un marco estructural comparando los efectos derivados de su uso respecto de los efectos generados en una estructura convencional utilizando nudos rectangulares. Dicho análisis incluye una revisión de los posibles modos de falla del nudo octaedro y la provisión de refuerzo para reducir tales fallas.

Tomando luego como base los marcos estructurales analizados, se determinan las dimensiones de modelos a escala que permitan efectuar un estudio experimental con el fin de comparar desde este enfoque el desempeño de ambos tipos de nudos, rectangular y octaedro, sometiendo los sistemas equivalentes y a una escala que permita su manejo, a un proceso de carga que imponga similares exigencias a las consideradas en el análisis y diseño de los marcos estructurales a escala natural. Una vez obtenidos los resultados de los ensayos, se verifica a través de ellos el comportamiento que presentaron ambos modelos ante exigencias similares en condiciones semejantes.

1. CONSIDERACIONES BÁSICAS EN EL DISEÑO SÍSMICO

El enfoque del presente trabajo es la consideración de los nudos viga-columna contenidos en el sistema principal de resistencia a fuerzas laterales, lo que el ACI denota como marcos especiales resistentes a momentos. Por tal motivo, se hace necesario tratar ciertos aspectos que son parte fundamental en el diseño sísmico tales como la masa, la rigidez, la resistencia, la ductilidad e incluso el conocimiento de la direccionalidad del movimiento (sismo).

“El carácter accidental de la acción sísmica, junto con el elevado costo que implica hacer que ante un sismo de gran intensidad, la respuesta de una estructura se mantenga dentro de niveles de comportamiento que no impliquen daño alguno, hacen que se trate de aprovechar el trabajo de la estructura para deformaciones que sobrepasan el intervalo elástico; por ello, las propiedades inelásticas de los materiales y elementos estructurales, y en particular la ductilidad, adquieren una importancia fundamental en el diseño sísmico.”¹

La naturaleza de los sismos es accidental y de patrones que dificultan la determinación de un evento probable. Sin embargo, se han establecido zonificaciones de acuerdo a factores locales como historiales sísmicos, características mecánicas de los suelos locales y daños ocasionados por sismos ocurridos, para estimar únicamente, la probabilidad de ocurrencia de un evento de ciertas proporciones. Estas estimaciones de probabilidades se encuentran contenidas en los códigos y reglamentos de construcción en formas de gráficas, rangos de valores y características de los sistemas constructivos en

¹ MELI, Roberto. *Diseño estructural*. p. 396.

general, constituyéndose en una herramienta práctica para las estimaciones de acuerdo al método de diseño aplicado.

Obedeciendo a la importancia de un proyecto determinado, se hace necesario en muchas ocasiones realizar estudios específicos para delimitar los rangos contenidos en los códigos a una aplicación más particular. Desde luego, a pesar de conocer las estimaciones probabilísticas del evento sísmico, este último por sí mismo no determina la respuesta de la edificación, ya que el marco de diseño sismorresistente implica el conocimiento de la interacción entre el movimiento sísmico, las propiedades del suelo subyacente y las propiedades de la estructura misma. Por tal razón este primer capítulo se da a la tarea de exponer de forma básica ciertos conceptos necesarios, para comprender los efectos de un sismo sobre la estructura.

1.1. Sismos

Los sismos tienen orígenes diversos desde una explosión, un deslizamiento, erupciones volcánicas o socavamientos subterráneos. Sin embargo, los sismos de mayor magnitud deben su origen al movimiento de las placas tectónicas. “El término «placa tectónica» acuñado por J.T. Wilson en la década de 1960, hace referencia a las estructuras de corteza por la cual está conformada la superficie de la Tierra”².

La corteza tiene un espesor que varía aproximadamente desde 5 kilómetros bajo los océanos y puede llegar a un espesor entre 70 y 80 kilómetros bajo las montañas. Adyacente a la corteza terrestre se encuentra el manto superior cuyo espesor alcanza los 650 kilómetros y se compone de material fundido. El estado del manto con material fundido y a altas

² GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 3.

temperaturas, genera presiones de gran magnitud, las cuales producen afloraciones de magma en las cadenas volcánicas.

Las presiones internas del manto luego de hacer ceder la corteza terrestre, (principalmente en las fallas localizadas en los lechos marinos en donde el espesor es menor), dan lugar a una expulsión del material contenido en el mismo hacia la superficie en donde, por la rápida disminución de temperatura se solidifica produciendo empujes sobre los bordes de las placas, que se transmiten a los bordes opuestos generando una concentración de esfuerzos en los puntos de contacto sobre la roca los cuales al acumularse, superan la resistencia de la roca haciéndola fallar, generando una grande y súbita liberación de energía transmitida a través de ondas a grandes distancias produciendo lo que conocemos como sismos de origen tectónico.

Las proporciones del evento sísmico en este punto, se encuentran limitadas por dos aspectos muy importantes: primero, la longitud de la fractura producida por la falla de la roca. Se conoce que entre mayor es la longitud afectada por el rompimiento de la roca, mayor es la magnitud del sismo producido. Esto en relación a la mecánica, se entiende en términos de esfuerzos. Suponiendo que el esfuerzo o resistencia del material idealmente se mantiene constante, al aumentar el área de falla, la fuerza requerida para la falla aumenta proporcionalmente con el área $F = \sigma * A$ por lo que la energía acumulada es mayor aumentando la posibilidad de un evento de grandes proporciones.

Segundo, el tiempo de acumulación de la energía de falla se refiere al período de ocurrencia de un evento sísmico. El hecho de una intensa actividad sísmica menor no implica la liberación de energía necesaria para que no se presente un evento mucho mayor. Sin embargo, el comportamiento a lo largo

de un historial de tiempo y eventos puede responder a las preguntas relacionadas con los períodos de retorno.

1.1.1. Límites entre placas

La mecánica de la concentración de esfuerzos sobre los bordes de las placas tectónicas ya ha sido aclarada, sin embargo, resta aún indicar cómo interactúan 2 o más placas, es decir; identificar los resultados de una interacción específica entre placas. El término límite entre placas, hace referencia a los efectos de la interacción entre placas tectónicas, más que a la forma de la placa misma.

- El límite divergente conocido también como constructivo o como dorsales; es resultado de la separación de placas tectónicas generando un vacío por donde el magma aflora creando nueva corteza, de ahí que se le conozca como límite constructivo.
- El límite convergente o destructivo deriva en dos fenómenos que son la subducción y la obducción. El primero se produce de la interacción de placas oceánicas y placas continentales. La placa oceánica al ser más densa y de menor espesor tiende a hundirse por debajo de la placa continental que es menos densa y de mayor espesor, dando lugar a la formación de fosas marinas y cadenas volcánicas por donde aflora el material fundido producto del rozamiento entre las placas. El segundo resulta de un encuentro entre dos placas que se mueven en sentidos opuestos colisión continental, lo que genera un pliegue de los bordes de ambas placas hacia arriba dando lugar a las cadenas montañosas.

- El tercer límite conocido como transcurrente, conservativo o neutro no da lugar ni a la formación ni a la destrucción de corteza sino más bien a un deslizamiento entre placas que describen un movimiento similar, un ejemplo de este tipo es la falla de San Andrés.

1.1.2. Tectónica Nacional

Guatemala se encuentra geográficamente en el punto de encuentro de tres placas, placa de Cocos, placa del Caribe y placa de Norteamérica y de la interacción de ellas, adquiere su constitución geográfica accidentada.

Figura 1. **Situación tectónica en Guatemala**



Fuente: tectónica de placas Guatemala. <https://www.google.com.gt>. Consulta: 16 de septiembre de 2014.

La placa del Cocos posee límites divergentes con la placa del Pacífico y la placa de Nazca generando corteza nueva, que además de crear presiones de empuje sobre las placas, da paso a la creación de cordilleras en los lechos marinos los cuales pueden apreciarse en la figura 1. Derivado de las presiones

impuestas sobre la placa de Cocos, esta se desplaza en dirección noreste en donde los límites convergentes, en un fenómeno de subducción de la placa del Coco debajo de la placa del Caribe y la placa de Norteamérica, se evidencian con la Fosa Mesoamericana y las cordilleras apostadas en las cercanías de las costas del Pacífico, sin mencionar una gran actividad volcánica y sísmica a lo largo de la historia del país.

La placa del Caribe por otro lado, describe un movimiento similar con la placa de Norteamérica y entre ambas existe un límite transcurrente que deriva en fallas por cizallamiento. Las cuatro mayores fallas en el país, la falla del Motagua, la falla Chixoy-Polochic, la falla de Jalpatagua y la falla Jocotán-Chamelecón son resultado del desplazamiento entre las placas del Coco y de Norteamérica, sin mencionar otro gran número de microfallas que son producto de la ruptura de puntos débiles dentro de la placa principal. Lo anterior pone de manifiesto la imperiosa necesidad del conocimiento de los factores involucrados en el diseño sismorresistente, siendo Guatemala una zona eminentemente sísmica.

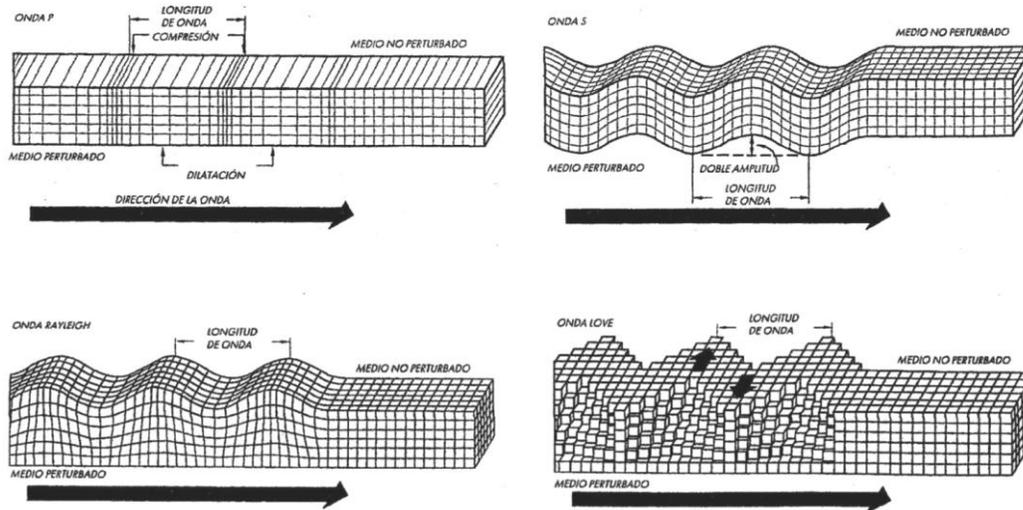
1.1.3. Ondas sísmicas

Producto de la súbita liberación de energía acumulada en la zona de falla, se propagan ondas en la corteza, las cuales de acuerdo a la configuración geológica local darán origen a los diversos tipos de ondas presentes en un sismo. Un sismo del tipo tratado en este trabajo, posee dos tipos de ondas denominados ondas de cuerpo y ondas de superficie. Dentro de las ondas de cuerpo pueden numerarse dos clases, las ondas P (*Push*) o primarias y las ondas S (*Sharpe*) o secundarias. Las características principales de las ondas de cuerpo pueden describirse en función de la velocidad de transmisión, período y amplitud.

Las ondas P resultan ser las de mayor velocidad, generando esfuerzos de compresión y decompresión en el medio de transmisión. Adicionalmente, estas ondas poseen amplitudes y períodos menores a las ondas S. Estas ondas pueden transmitirse por cualquier medio a excepción del vacío. Las ondas S por otro lado, poseen velocidades de transmisión menores en comparación a las ondas P, generando esfuerzos cortantes en el medio de transmisión y sin posibilidad de ser transmitidas por medios fluidos ya que estos no resisten esfuerzos cortantes. Las ondas S poseen períodos de aproximadamente el doble del período de las ondas P, sin mencionar que la amplitud de estas ondas es la que mayor riesgo de destrucción impone sobre las edificaciones.

Las ondas de superficie resultan de la interacción de las ondas de cuerpo y la superficie sin mencionar que también se ven afectadas por la configuración geológica de los estratos de suelo presentes, generando refracciones o amplificaciones de onda según la rigidez del medio por el cual transitan. Entre las ondas superficiales se cuentan las ondas Love y Rayleigh las cuales poseen períodos ligeramente inferiores a las ondas S. Algunos de los tipos de onda mencionados se pueden apreciar en la figura 2.

Figura 2. Principales ondas sísmicas



Fuente: GALLEGO, Mauricio. *El concreto y los terremotos*. p. 7, 8.

1.1.4. Mediciones

Los sismos como todo fenómeno, para ser estudiados y analizados, requieren del conocimiento de parámetros que los caractericen. Estos parámetros por sí mismos no proporcionarán mucha información sin una magnitud medible y de interpretación posible, que permita desarrollar la ciencia de su estudio. Por ese motivo se incluyen algunas de las mediciones aplicables a sismos así como los instrumentos a través de los cuales se obtienen tales mediciones.

- Intensidad: un evento sísmico tendrá una única magnitud, sin embargo puede tener diversas intensidades en función de la cercanía al epicentro y los tipos de estructuras desplazadas en el lugar de la medición, lo que indica que una medida de intensidad es particular del lugar medido. La

medición es cualitativa cuando se basa en los daños causados a las edificaciones por un evento sísmico. La escala utilizada para medición de la intensidad es la escala de Mercalli Modificada, (ver tabla 1). De manera objetiva, el parámetro de medición usualmente es la aceleración máxima.

- Foco o hipocentro: el lugar en donde se estima inicia la falla que produce el sismo. Epicentro, la proyección del hipocentro sobre la superficie terrestre.
- Sismicidad: la sismicidad se refiere a la distribución de frecuencias de ocurrencia de un evento con características determinadas. De los factores que reúne la sismicidad pueden obtenerse valores como: la tasa de excedencia y su inverso, el período de retorno.

Tabla I. **Escala de intensidad Mercalli Modificada (MM)**

Medida de Intensidad Acel. Máx. Suelo (%g)	Grado Sísmico	Efectos sobre las personas, objetos y construcciones
0,001g	I	El sismo lo sienten unas pocas personas en circunstancias excepcionalmente favorables.
0,002g	II	Lo sienten las personas en reposo, en los pisos superiores o favorablemente situadas.

Continuación de la tabla 1.

0,005g	III	Se siente en el interior de los edificios y especialmente en las plantas superiores; los objetos colgantes se mecen; se puede estimar la duración.
0,015g	IV	Los carros estacionados se mecen; las ventanas, las vajillas y las puertas vibran; en el rango más alto de IV los muros y marcos de madera crujen.
0,030g	V	Se siente en el exterior de los edificios; los objetos pequeños e inestables se desplazan o se vuelcan; los relojes de péndulo se detienen.
0,061g	VI	Lo sienten todas las personas; muchos se asustan y corren al exterior; los enyesados caen, las chimeneas sufren averías; los árboles y arbustos se agitan.
0,132g	VII	Es difícil estar de pie; oleaje en los estanques; el agua se enturbia con fango; averías ligeras y hasta moderadas en las estructuras normales; averías importantes en los edificios mal contruidos.
0,306g	VIII	Averías ligeras en las construcciones antisísmicas; averías considerables en las construcciones normales; caen las chimeneas y estatuas; fallan columnas; grietas en el terreno húmedo y en las pendientes muy empinadas.
0,637g	IX	Pánico general; averías de importancia en estructuras antisísmicas; caen las estructuras mal ejecutadas; se rompen las tuberías subterráneas; aparecen grietas en la superficie terrestre.

Continuación de la tabla 1.

1,121g	X	La mayoría de las construcciones antisísmicas son destruidas; grandes deslizamientos de tierra; los rieles se doblan ligeramente.
2,548g	XI	Las tuberías subterráneas se destruyen completamente; los rieles se doblan mucho; aparecen fallas en la superficie de la tierra.
>3,567g	XII	Destrucción total; se desplazan grandes masas de rocas; objetos arrojados al aire; se observan las ondas sísmicas en la superficie de la tierra.

Fuente: GOYTIA, Ivan. *Algunos principios de ingeniería sísmica*. p. 13.

1.1.5. Registros y espectros

El estudio de los sismos involucra sistemas numéricos y matemáticos de gran complejidad para analizar los registros obtenidos de los sismógrafos y acelerógrafos, y derivar de ellos luego de severas simplificaciones los parámetros que se integran en los denominados Espectros de Respuesta.

1.1.5.1. Espectro de respuesta

“Los espectros de respuesta corresponden a los valores absolutos máximos instantáneos de la respuesta de osciladores de un grado de libertad sometidos a la carga dinámica definida mediante un registro sísmico”³. Una de las peligrosas desventajas de diseñar con espectros de respuesta, es que se construyen a base de valores máximos registrados en una serie de eventos, sin

³GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 53.

embargo, un único evento es de naturaleza cíclica no uniforme por lo que un máximo no indica la cantidad de ciclos de carga previos a alcanzar tal máximo.

Esto desde luego exigirá a la estructura en la misma proporción de ciclos previos al máximo, por lo que la rigidez de la estructura se puede ver afectada o degrada antes de llegar a alcanzar el máximo para el que se diseñó. Adicionalmente, si la rigidez del sistema se degrada, será difícil que la estructura llegue a alcanzar el máximo de diseño, esto debido a que la degradación misma de la rigidez, altera la respuesta de la estructura.

1.1.5.2. Sismógrafo

El registro de un sismómetro se denomina sismograma y corresponde al historial de desplazamientos en el tiempo o duración del evento sísmico; depende del tipo de instrumento utilizado y el mecanismo del que hace uso. Lo cierto es que, la lectura de los sismogramas no es directa y esto podría alterar las cifras por aproximaciones de escalas. De los registros de un sismograma, interesa medir las amplitudes de onda. Esto porque según Richter, la magnitud de un sismo puede estimarse por la amplitud de las ondas que genera.

Además sabiendo que las ondas P y S tienen tiempos y períodos diferentes, estos tiempos de llegada pueden estimarse de un sismograma y por medio de ecuaciones, estimar la distancia aproximada del epicentro a la ubicación de la estación a la que corresponde el registro. Evidentemente, conforme aumente el número de registros y la cantidad de ubicaciones, por triangulación, puede reducirse el margen de error en la estimación del epicentro de un evento sísmico.

1.1.5.3. Acelerógrafo

El acelerógrafo también registra un historial en el tiempo, la diferencia es que el parámetro involucrado es la aceleración del suelo, como porcentaje de la aceleración gravitacional, producida por la excitación sísmica. La amplitud que puede medirse de un sismograma permite la determinación de la magnitud del sismo, sin embargo, la magnitud por sí misma no tiene aplicaciones significativas en la ingeniería. Por el contrario la intensidad, a través de la aceleración máxima obtenida de un acelerograma, tiene aplicaciones directas en la ingeniería considerando el daño producido por el sismo.

“Las características de los acelerogramas que más se relacionan con la potencialidad destructiva, o sea con la intensidad del sismo, son la aceleración máxima, la duración de la etapa sensible, o sea de aquélla en que la amplitud de aceleración tiene un valor apreciable y, finalmente, las frecuencias dominantes del movimiento”⁴. Los acelerogramas se componen de registros de aceleración en tres direcciones denominadas por lo general, norte-sur, este-oeste y arriba-abajo. De las tres direcciones las que resultan ser más influyentes en la naturaleza destructiva de un sismo son las direcciones paralelas al nivel del suelo, es decir, norte-sur, este-oeste y son éstas aceleraciones las que generan las fuerzas de inercia dentro de la estructura.

La duración de la etapa sensible se refiere a la demanda de ductilidad impuesta sobre la estructura que se relaciona con la intensidad y cantidad de ciclos de carga sobre la estructura. Las frecuencias dominantes del movimiento permiten identificar qué tipo de estructura resultará más dañada. Para este propósito es necesario definir la frecuencia y período estructural estableciendo como principio, que la estructura en nada influirá en el tipo de movimiento pero,

⁴ MELI, Roberto. *Diseño estructural*. p. 404

ciertas características de la misma pueden ser de gran influencia en su desempeño e integridad ante un evento sísmico.

1.1.5.4. Frecuencia y período

El período de vibración de una estructura es algo inherente a ella misma y depende de dos factores sencillos, pero de gran valor la masa y la rigidez.

$$T = 2\pi/\omega \quad (\text{Ec. 1-1})$$

Por definición, la frecuencia

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{Ec. 1-2})$$

El período de vibración que resulta del inverso de la frecuencia es el factor directamente involucrado en la magnitud de la fuerza de inercia, generada por el desplazamiento relativo de los pisos adyacentes en una estructura. Códigos como el UBC 97, sección 1630.2.1 indican los procedimientos para estimar la fuerza estática, o lo que se conoce como corte basal y puede apreciarse de la ecuación 1-3, que el período influye de manera sensible en la fuerza de inercia impuesta sobre la estructura.

$$V = \frac{C_v I}{R T} W \quad (\text{Ec. 1-3})$$

Existen varios métodos para estimar el período de vibración de la estructura. El más burdo de ellos, quizá, sea el que considera al período como un décimo del número de pisos del edificio.

$$T = 0,1N \text{ (s)} \quad (\text{Ec. 1-4})$$

El coeficiente que la fórmula toma como 0.1, puede variar en un intervalo muy grande. Se han medido en edificios reales sujetos a vibraciones de poca amplitud, períodos que corresponden a un coeficiente que va desde 0,05 para estructuras rígidas con abundancia de muros de concreto o contravientos, hasta 0,20 para estructuras muy flexibles. Esta fórmula aproximada está pensada para estructuras sobre suelo firme.⁵

Nuevamente, haciendo acotación al UBC 97, en la sección 1630.2.2 se detallan dos métodos para aproximar el período de vibración de una estructura. El primer método o método A establece el período de vibración en función de la altura del edificio. El más usado (NHRP, 1988)

$$T = \alpha H^{3/4} \quad (\text{s}) \quad (\text{Ec. 1-5})$$

El coeficiente α toma los siguientes valores para el sistema métrico.

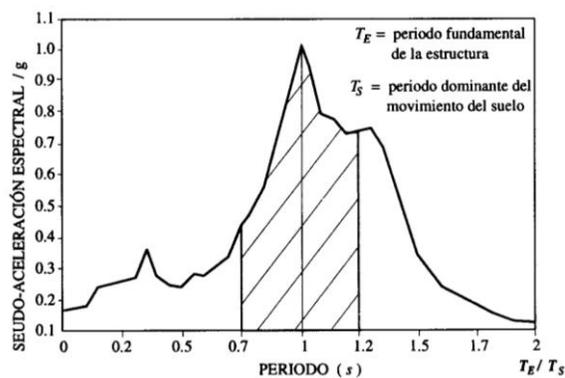
- 0,085 para edificios a base de marcos de acero
- 0,075 para edificios a base de marcos de concreto
- 0,05 para edificios con muros de rigidez o contraviento

La importancia del período de vibración, como se mencionó, se encuentra relacionada con el daño causado a una estructura por los desplazamientos generados por la aceleración del suelo. Estos daños se acentúan en la estructura cuando esta posee un período fundamental muy cercano al período dominante del sismo, presentándose la resonancia, que contribuye a la magnificación de los desplazamientos, lo que evidentemente aumentará el daño sobre la estructura y pondrá en riesgo su estabilidad sin mencionar, que de igual forma magnifica las aceleraciones impuestas tal y como se aprecia en la figura 3.

⁵ BAZÁN, Enrique. *Diseño sísmico de edificios*. p. 148.

Relacionando los datos obtenidos de un acelerograma como duración de la etapa sensible y las frecuencias dominantes del movimiento, se comprenderá que entre más duradera sea la etapa sensible, más se aumenta la posibilidad de que se presente la resonancia poniendo en riesgo la estructura. De manera similar, si la estructura posee períodos similares a los dominantes se ubica en una posición que la puede condenar a un daño mayor.

Figura 3. **Magnificación de aceleraciones**



Fuente: BAZÁN, Enrique. *Diseño sísmico de edificios*. p. 149.

1.2. Masa

En lo referente a la masa, es necesario recordar que toda materia posee masa y es afectada por la aceleración gravitacional. Derivado de este hecho es evidente que la carga que influirá en primera instancia será el peso mismo de la estructura para posteriormente integrar a tal efecto, las cargas de uso y habitabilidad. En cuanto a la carga producto del peso propio, cabe mencionar que en gran medida, se encuentra condicionada entre otras cosas, por la distribución de los ambientes, los materiales a utilizar a través sus respectivos

pesos específicos y la geometría de los elementos estructurales como de los no estructurales.

La distribución de los ambientes, puede ser de gran influencia en el comportamiento sísmico de una edificación ya que aún cuando los elementos estructurales de la edificación pudieran tener una distribución uniforme en planta, si los elementos no estructurales no se distribuyen de la misma forma vendrán a generar concentraciones de masas que redundan en un corrimiento del centro de masas del piso pudiendo agravar los efectos de excentricidad.

En cuanto a los materiales a utilizar, no se limita únicamente a los empleados en elementos estructurales. El potencial peligro radica en los elementos no estructurales tales como acabados, fachadas, instalaciones, otros, debido a que frecuentemente se proponen sus distribuciones sin tomar en cuenta el peso que cada uno de ellos representa e implica en la estructura como un todo. Por ejemplo, para un muro divisorio el peso de los bloques huecos según el RDF-76 oscila entre 0,90 a 2,20 toneladas por metro cúbico lo que significaría que un muro de 0,15 metros de espesor, una altura de 2,50 metros y una longitud de 2,00 metros pesaría un promedio de 1,15 toneladas.

Concerniente al peso de los elementos estructurales, este se controla gracias al dimensionamiento y a las formas geométricas sencillas que se utilizan en ellos. El posible factor que resulta susceptible a la influencia de factores externos en la construcción y supervisión es el peso específico del concreto. Sin embargo, los códigos mismos como el ACI, establecen que aún y cuando este peso pueda variar, no debe estar fuera de ciertos rangos que para concreto de peso normal van de 2 155 a 2 555 kilogramos por metro cúbico, y comúnmente se toma entre 2 315 y 2 400 kilogramo por metro cúbico. Tales valores son consideraciones para diseño, sin embargo, el hecho mismo de que

se consideren rangos y no valores puntuales implícitamente devela la naturaleza de la vulnerabilidad de este material.

Lo anterior comprende la mayor parte de lo que se considera como carga muerta, aunque, en ciertas ocasiones el tiempo de aplicación de una carga considerada como viva al inicio, pueda llegar a constituirla en carga muerta posteriormente. De ahí que surge la definición de carga viva y carga muerta, las cuales se encuentran directamente relacionadas al tiempo de aplicación de la misma. Por tal razón, una carga viva frecuentemente se relaciona a períodos cortos de aplicación, y una carga muerta con períodos de aplicación indefinidos incluso hasta a la vida útil de la estructura.

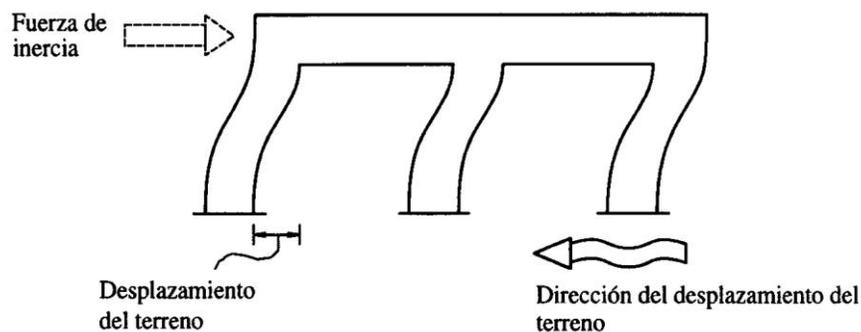
Otro aspecto a considerar es el uso de la edificación, por lo general los rangos de carga para cada uso son excedidos o incluso el uso mismo es modificado, lo cual resulta potencialmente devastador para la estructura. En los códigos de diseño se proponen rangos para cargas de uso. Sin embargo, la naturaleza misma de tales rangos es probabilística lo que significa que como muchas de las estimaciones contenidas en el diseño de una estructura son precisamente eso, estimaciones.

En este punto es importante el criterio del diseñador y el conocimiento de la cultura en la que se estará proyectando un diseño, ya que muy frecuentemente sucede que los usos reales salgan de las consideraciones tomadas en el diseño original. Esto obliga a considerar una mayor cantidad de escenarios en el comportamiento de la edificación, debido a que los modos de vibración de la estructura se ven afectados cuando la masa oscilante es diferente, independientemente si los rangos de carga no son alcanzados como si son excedidos, aunque resultan ser mucho mas perjudiciales los resultados en el último caso.

La relevancia del tema de la masa se debe a que "de manera formal, los sismos no son cargas sobre la estructura de una edificación, las fuerzas internas que se generan son el resultado de la reacción inercial de las masas en movimiento que tienden a regresar a su estado original para que no exista movimiento relativo entre los ejes de columnas"⁶. Realmente lo que se produce en un sismo, es el movimiento oscilante del suelo producto de la energía liberada por la falla y, como resultado del movimiento de los apoyos que se encuentran inmersos en el suelo oscilante, la estructura adquiere un movimiento igualmente oscilante, aunque con un período de vibración propio.

De esta manera es como se producen las fuerzas internas inerciales, mismas que pueden modelarse de manera análoga a fuerzas laterales, como la mostrada en la figura 4, aplicadas sobre la edificación que produzcan el mismo efecto de desplazamiento relativo entre los ejes de las columnas de pisos adyacentes.

Figura 4. **Modelo de carga sísmica como fuerza de inercia**



Fuente: BAZÁN, Enrique. *Diseño sísmico de edificios*. p. 28.

⁶ GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 35.

De acuerdo a la segunda ley de Newton, $F = m * a$ se evidencian dos formas de hacer crecer la fuerza de inercia: aumentando la aceleración o aumentando la masa y ya que la aceleración es un parámetro que como se mencionó antes resulta aleatorio, no puede determinarse su valor. Por tal razón el único medio de control, es distribuir y controlar en lo posible la masa para tener un estimado de la fuerza de acuerdo a los espectros de aceleración utilizados para el diseño en relación al período de retorno y la vida útil de la estructura.

En el desempeño de una estructura también influye la distribución de masas en sentido vertical ya que concentrar masas por encima del centro de gravedad vertical de la edificación, contribuye a aumentar el riesgo de volteo de la edificación aumentando los efectos $P-\Delta$ derivados de las deflexiones laterales, exigiendo grandemente a las columnas y sobreesforzando las cimentaciones. Recordando los conceptos de cuerpos sumergidos en fluidos, para que un cuerpo se considere estable, necesariamente su centro de masa debe estar por debajo de su centro de gravedad con tal que los momentos producidos respecto del centro de gravedad, alcancen un estado de equilibrio sin volcamiento, aún habiendo sido perturbado su estado de reposo inicial.

En una estructura esto no sólo tiene como consecuencia el aumento de la estabilidad de la misma, sino que además la masa oscilante por sobre el centro de gravedad sería menor, lo cual a su vez, contribuye a retardar la degradación de la rigidez lateral por efectos $P-\Delta$ al reducir la excentricidad de la carga.

1.3. Rigidez

La rigidez en su concepto, relaciona fuerzas y deformaciones, al ser definida como la fuerza necesaria para producir en un cuerpo una deformación

unitaria. Cabe resaltar que tal definición no se encuentra condicionada a la dirección en la que dicha deformación pueda ser producida, por tal motivo puede decirse que un mismo cuerpo puede llegar a tener varios niveles de rigidez de acuerdo al tipo de deformación que en el mismo se desee producir.

Existen tres maneras en las que globalmente una estructura puede exhibir movimiento: axial, traslacional y rotacional las que a su vez dan paso a tres estados de esfuerzo fundamentales, flexión, corte y esfuerzos axiales. Las siguientes ecuaciones tomadas de la referencia bibliográfica 5, corresponden a rigidez lateral, rotacional y axial respectivamente y ponen de manifiesto la relación de parámetros que pueden llegar a influir grandemente en la rigidez de un cuerpo.

$$K_h = \frac{12nE_c I_c}{L^3} \quad (\text{Ec. 1-6})$$

$$K_r = \frac{4E_c I_c}{L^2} \quad (\text{Ec. 1-7})$$

$$K_a = \frac{E_c I_c}{L} \quad (\text{Ec. 1-8})$$

- Las constantes en el caso de la ecuación 1-6, son válidas únicamente para el caso en que no exista carga axial y todas ellas pueden verse afectadas por el sentido de la carga sobre el cuerpo. Cuando la fuerza de inercia produce esfuerzos de tensión, las constantes pueden aumentar su valor, mientras que si los esfuerzos producidos son de compresión, el valor de la constante debería disminuirse.
- La literal n en la ecuación 1-6 se relaciona con el número de elementos que conforman el sistema de resistencia lateral.

- El módulo de elasticidad del concreto; según el ACI 318-08, puede tomarse como $w_c^{1,5} 33 \overline{f'_c}$ en psi para el sistema inglés. En vista de la posición que ocupa tal parámetro en las ecuaciones de rigideces, es evidente que un aumento en este valor implicará un aumento proporcional de rigidez. El valor del módulo de elasticidad del concreto puede afectarse por la velocidad de aplicación de carga, haciendo que éste aumente.
- La inercia involucra la geometría de la sección transversal del elemento a través del segundo momento de inercia y el área de sección portante del elemento. Cabe mencionar que un evento sísmico, por la naturaleza cíclica de la carga, generará un deterioro en la rigidez de los elementos derivado del agrietamiento del concreto, lo que se traduce en una disminución del área transversal de la sección portante y por ende también se reduce el segundo momento de inercia, que está directamente involucrado en la rigidez. Esto lleva a considerar una inercia efectiva en lugar de una inercia gruesa.
- El último factor que se ve involucrado en las ecuaciones de rigidez y posiblemente el que más influencia ejerce sobre el valor de la rigidez es la longitud del elemento. El valor de la longitud se refiere a la longitud libre del elemento entre sus apoyos. Puede apreciarse además, que el valor de los exponentes de la variable de longitud hacen de este parámetro uno de los más sensibles dentro de las tres ecuaciones de rigidez siendo mayor su sensibilidad en la rigidez lateral para cuyo caso, un ligero aumento o disminución de longitud significaría una gran reducción o aumento de rigidez respectivamente.

Puede decirse entonces que en una estructura al aumentar la altura efectiva de los pisos se reduce la rigidez lateral, al igual que la rigidez rotacional. De acá que se entienda que al aumentar la altura de una estructura, esta aumentará rápidamente su masa sin que exista un aumento en igual proporción de la rigidez lateral.

1.4. Resistencia

Generalmente existe una tendencia por suponer que al existir rigidez en un elemento o estructura no existe ductilidad o viceversa, sin embargo, a lo largo del desarrollo del comportamiento de la estructura, existe un tercer factor denominado resistencia, y que acompaña tanto a la rigidez como a la ductilidad, siendo realmente quien determina un sensible límite de comportamiento, mas no así de existencia, entre la rigidez y la ductilidad que puede llegar a desarrollar un elemento o una estructura.

1.4.1. Rigidez y resistencia

"Por definición todas las edificaciones tienen una resistencia, que es valor de carga o momento máximo antes de que el acero presente en la sección de concreto ingrese a su régimen no lineal y no elástico una vez superada cierta deformación"⁷.

La definición de resistencia involucra las características del acero que hasta este momento no habían sido consideradas. Adicionalmente especifica que la resistencia es el valor de una acción externa en función de los esfuerzos internos y deformaciones respectivas, desarrollados particularmente por el acero. Debido a que dicho valor corresponde al límite del régimen lineal y

⁷ GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 83.

elástico en el comportamiento mecánico del acero de refuerzo, implica que el comportamiento de un elemento estructural previo a alcanzar su resistencia, es idealmente lineal y elástico. La resistencia entonces, se controla por la cantidad y distribución del acero de refuerzo contenido en la sección transversal del elemento.

Aparentemente no existe relación entre la resistencia de un elemento y su rigidez, ya que la primera involucra propiedades mecánicas del acero de refuerzo, mientras que la segunda se gobierna por la geometría del elemento y el módulo de elasticidad del concreto que por mucho, no evidencia un comportamiento lineal-elástico como el acero. Sin embargo, ni uno ni otro son independientes al encontrarse dispuestos en una misma sección. Según las hipótesis de diseño del capítulo 10 del código ACI 318-08, la relación entre rigidez y resistencia se presenta en una sección como concreto y acero a través de la compatibilidad de deformaciones unitarias supuesta por Bernoulli y su principio de continuidad.

La compatibilidad de deformaciones da paso a lo que se conoce como cuantía de acero balanceada, la que se supone corresponde al área de acero, como proporción del área de la sección, para la cual el acero y el concreto con una misma carga, alcanzan la misma deformación unitaria, que para el concreto corresponde a 0,003 y para el acero se encuentra en función del grado del acero utilizado como refuerzo, la cantidad de barras y la ubicación dentro de la sección.

$$\rho_b = \frac{0,85\beta_1 f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_c E_s}{\frac{f_y}{E_s} + \epsilon_c E_s} \quad (\text{Ec. 1-9})$$

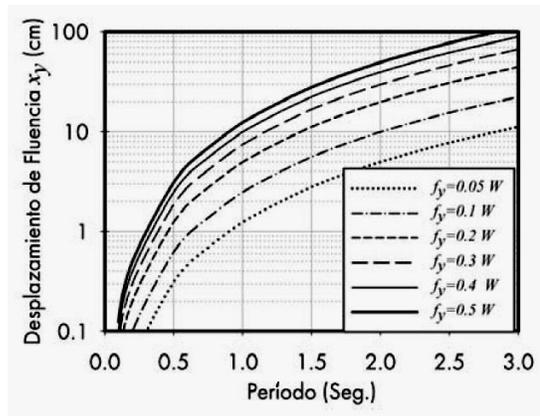
Lo anterior implica que debe tenerse un cuidado especial, porque si el acero no alcanza su deformación unitaria correspondiente al esfuerzo de

fluencia, se concentrarán los esfuerzos sobre el bloque de concreto y siendo este más frágil que el acero, de producirse la falla, esta será súbita.

En otras palabras sobre reforzar una sección, no implica un aumento de rigidez sino un aumento de resistencia, lo que a su vez significa que se necesitará una mayor deformación para alcanzar el esfuerzo de fluencia; el problema derivado es que si la sección se mantiene constante, no existirá un aumento en las dimensiones del bloque equivalente de esfuerzos que responda a la sollicitación del acero, generando fallas frágiles derivadas de la degradación de la rigidez, lo cual contradice la opinión de que aumentar la cuantía de refuerzo rigidiza un elemento. Al contrario, aumentar la cuantía de refuerzo disminuye la rigidez pero aumenta su resistencia.

Lo anterior puede apreciarse en la figura 5, en donde la rigidez se ve involucrada a través del período estructural. Es evidente que para una misma rigidez, al aumentar la resistencia (esto es aumentar las cuantías de refuerzo en una sección) se magnificarán los desplazamientos necesarios para llevar el acero al punto de fluencia, lo cual puede superar la capacidad de absorción de energía de la rigidez provista al elemento a través del concreto.

Figura 5. **Desplazamiento de fluencia-período**



Fuente: GALLEGO, Mauricio SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 85.

1.4.2. **Ductilidad y resistencia**

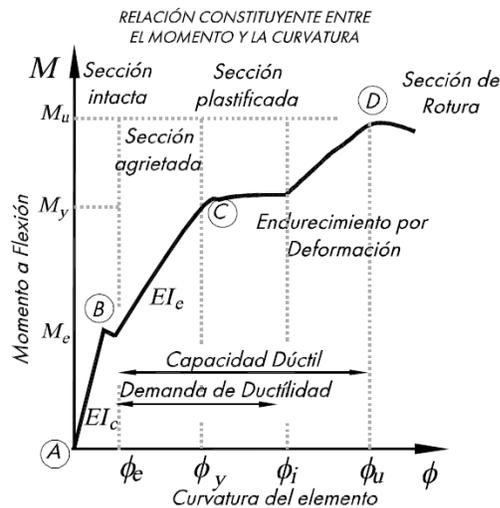
"Si los elementos de una estructura tienen comportamiento dúctil, cuando se alcanza el momento flexionante de fluencia en una sección la capacidad de carga no crece ya prácticamente, pero la sección es capaz de mantener este momento para deformaciones muy superiores a las de fluencia y por tanto se constituye lo que se conoce como una articulación plástica"⁸.

Existe un valor de momento flexionante que genera una rotación en el elemento de magnitud, tal que el acero dispuesto en las secciones de dicho elemento entra en su régimen no-lineal y no-elástico al alcanzar y posteriormente superar el valor de fluencia, el cual evidentemente estará relacionado a la cantidad y a la disposición del refuerzo en la sección del elemento.

⁸ MELI, Roberto. *Diseño estructural*. p. 333.

Ahora bien, además de que el acero de refuerzo de la sección se encuentra en un régimen no-lineal y no-elástico, la definición de articulación plástica indica que tal sección pierde la capacidad de carga pero que conserva la capacidad de mantener el valor de momento de manera constante hasta un punto en el cual la rotación sea excesivamente mayor a la rotación de fluencia y el refuerzo llegue a la ruptura. Este hecho describe la capacidad dúctil del elemento relacionando las deformaciones del acero para dos puntos de la curva esfuerzo-deformación: de esfuerzo máximo y esfuerzo de fluencia. El diseño sísmico busca que la capacidad dúctil del sistema sea mayor a la demanda de ductilidad impuesta por el sismo como lo indica la figura 6.

Figura 6. Principales puntos en la gráfica M- ϕ para un elemento



Fuente: GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 84.

Esta es una de las ventajas del diseño por resistencia última, ya que según las hipótesis de diseño contenidas en el capítulo 10 de Código ACI 318-08, se considera que el refuerzo no admite aumentos de esfuerzo luego de

superado el esfuerzo de fluencia, lo cual en la realidad se convierte en una ventaja, porque cuando el acero en este punto se encuentra en su régimen plástico, aún posee resistencia producto del endurecimiento generado en el mismo. En el marco del ACI, se sabe que se provee de ductilidad reduciendo la cuantía de acero para la cual las condiciones de deformación en concreto y acero dentro de la sección son balanceadas.

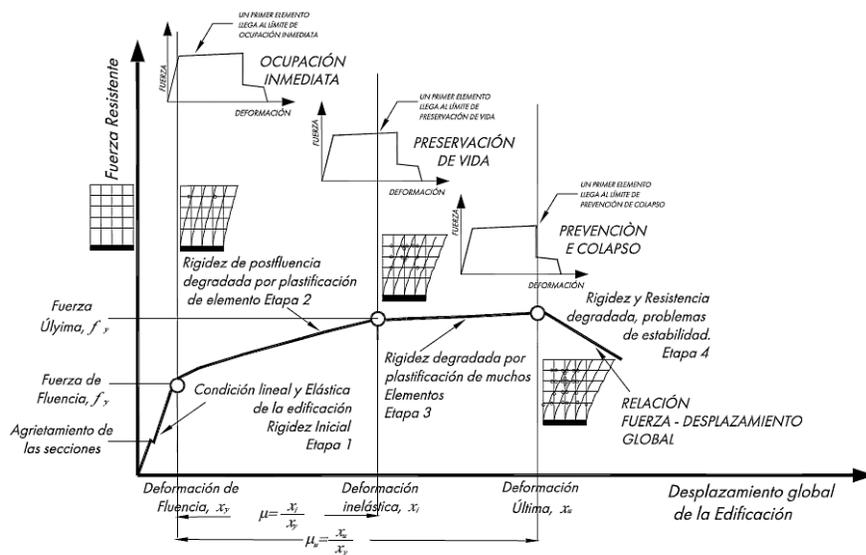
De esta forma se provee de una resistencia equivalente a la carga y momento para el cual la sección se plastifica y se cuenta con las reservas de energía provistas por la ductilidad para la preservación de la estructura, sin mencionar que el costo se reduce al reducir las cuantías de refuerzo en los elementos. Es necesario además de controlar las cuantías de refuerzo longitudinal, proveer del suficiente refuerzo transversal con el fin de confinar el concreto de la sección y aumentar aún más la capacidad dúctil del elemento reduciendo la degradación de rigidez en forma de grietas.

Finalmente, uno de los efectos de alcanzar la resistencia en un sistema es la reducción de la rigidez del sistema debido a que el comportamiento dúctil que surge, involucra propiedades plásticas del refuerzo que el concreto no puede soportar. Derivado de ello, es necesario tener en cuenta que el colapso de un sistema tras la aparición de una articulación plástica (plastificación de una sección) se dará únicamente si la estructura es isostática. La hiperestaticidad de una estructura contribuye a su supervivencia de la estructura, gracias a la redundancia estructural ya que son necesarias un número de articulaciones igual al grado de indeterminación, para alcanzar su resistencia y una articulación más para generar un mecanismo de colapso.

Lógicamente con cada aparición de nuevas articulaciones plásticas la rigidez del sistema decaerá, esto puede apreciarse con la forma de la pendiente de la figura 7.

Al combinar lo anterior con concreto armado, se redirecciona a la afirmación que dio inicio al presente capítulo en el sentido que, al proyectar una estructura no se considera únicamente su desempeño estructural, sino que se involucran además factores económicos y financieros. Proyectar una estructura que soporte de manera elástica un determinado evento sísmico, implica proveer de gran resistencia lo cual a su vez redundará en una considerable inversión en la compra de acero de refuerzo. Por lo mencionado, es necesario proveer a la estructura no solo de resistencia sino de rigidez y ductilidad adecuados para aprovechar al máximo las propiedades de los materiales. Dicho sea de paso cada proyecto es único y no debe pretenderse uniformizarlos.

Figura 7. Curva de capacidad de una estructura



Fuente: : GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 89.

1.5. Propiedades de los materiales

Obedeciendo a la necesidad de conocer las propiedades inelásticas de los materiales con el fin de obtener el máximo beneficio, no solo en cuanto a integridad y desempeño estructural sino también en el aspecto económico y financiero, se presentan de manera breve las características básicas del concreto, el acero y el concreto armado, bajo tres enfoques: cargas monotónicas, cargas repetitivas y cargas alternas.

1.5.1. Comportamiento monotónico

Cargas monotónicas son aquellas con un gradiente constante en la velocidad de aplicación de la carga. La dirección de la carga aplicada al elemento permanece constante desde el inicio mismo de la aplicación hasta la falla del elemento. En otras palabras, una carga compresiva permanecerá compresiva sin otra alteración más que el aumento o la disminución de la carga, durante el período de tiempo de observación. Cabe mencionar para este caso en particular, que de disminuir la carga, esta no debe cambiar su régimen de compresiva a carga de tensión.

1.5.1.1. Concreto

Al ser este, una combinación de varios materiales dispuestos de manera dispersa, su composición sí varía a lo largo de una sección, lo que viene a constituirle en un material no-homogéneo y anisotrópico y en consecuencia, sus propiedades igualmente variarán con el tiempo y con el historial de deformaciones producidas en el mismo. La naturaleza anisotrópica del concreto se ve reflejada en los perfiles esfuerzo-deformación a través del módulo de elasticidad; es de interés el hecho de que los perfiles al no ser lineales no

impliquen que no exista una porción elástica, cuya variabilidad no solo obedece a la deformación producida en el espécimen de prueba sino también al cambio de resistencia del espécimen.

Aspectos importantes en el comportamiento del concreto simple pueden obtenerse de los perfiles esfuerzo-deformación. Entre ellos, el hecho que a mayor resistencia a la compresión del concreto, la deformación de ruptura se reduce, sin mencionar que para concretos de baja resistencia, al alcanzar el esfuerzo máximo estos mantienen su capacidad de forma casi constante hasta deformaciones muy superiores a la correspondiente al esfuerzo máximo. Por el contrario, para concretos de alta resistencia, luego de haber alcanzado el esfuerzo máximo, la resistencia cae rápidamente en un desarrollo de deformaciones mucho menor en comparación a los concretos de baja resistencia.

Para mejorar el comportamiento del concreto de forma considerable debe recurrirse al uso de los estribos de confinamiento. El concreto es capaz de soportar esfuerzos aún a grandes deformaciones con el surgimiento de grietas en dirección paralela a la dirección de las cargas. El efecto poisson es una manifestación del progresivo agrietamiento interno del concreto y, al paso que este agrietamiento aumenta, la rigidez del concreto disminuye en proporción con un aumento en el volumen del concreto para posteriormente producir la falla.

El confinamiento se considera pasivo debido a que en principio, el concreto es capaz de soportar los esfuerzos compresivos; sin embargo, pasado de un punto determinado, el efecto poisson, producido por el agrietamiento interno, inicia a hacerse presente y es en ese momento en que el acero de confinamiento inicia a trabajar o a verse exigido en el rango elástico, lo cual

viene a reducir su capacidad de confinamiento puesto que el acero cede permitiéndole al concreto continuar su degradación derivado del agrietamiento en dirección de la carga.

1.5.1.2. Acero

Para restringir el movimiento longitudinal de las varillas relativo al concreto que las rodea, se rolan costillas o protuberancias llamadas corrugaciones en la superficie de la varilla. Las especificaciones del ASTM requieren que las corrugaciones tengan un espaciado promedio que no sea mayor que 0,7 del diámetro nominal de la varilla y una altura mínima de 0,04 al 0,05 del diámetro nominal de la varilla; deben además encontrarse distribuidas por lo menos en un 75 por ciento del perímetro nominal de la varilla. Las corrugaciones se insertan de manera que el ángulo al eje de la varilla no sea menor que 45 grados⁹.

Es necesario especificar a tal grado las características físicas de las varillas de refuerzo debido a que en el siguiente capítulo conforman uno de los temas centrales en el estudio de los apoyos. El acero es un material homogéneo e isotrópico, por tal razón propiedades como el Módulo de Elasticidad no cambian con el historial de deformaciones, antes de la fluencia, ni con la resistencia a la fluencia del acero. Su capacidad dúctil es mucho mayor a la del concreto, llegando a desarrollar deformaciones de ruptura muy superiores a las de fluencia. Es importante que la resistencia real de la barra no difiera considerablemente con la resistencia nominal para evitar sobre-resistencias en el elemento con los efectos ya planteados en la sección 1.4.

⁹ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 39.

Adicionalmente con el fin de evitar fallas frágiles y promover la ductilidad, se requiere una relación de resistencia última sobre resistencia a la fluencia como mínimo de 1,25. De la definición de articulación plástica se tiene que la capacidad de rotación de la articulación, se encuentra en función de la longitud de deformación unitaria desarrollada en el acero luego de superado el límite de fluencia hasta la deformación de ruptura; de aquí que se requiera como mínimo una relación de 1,25.

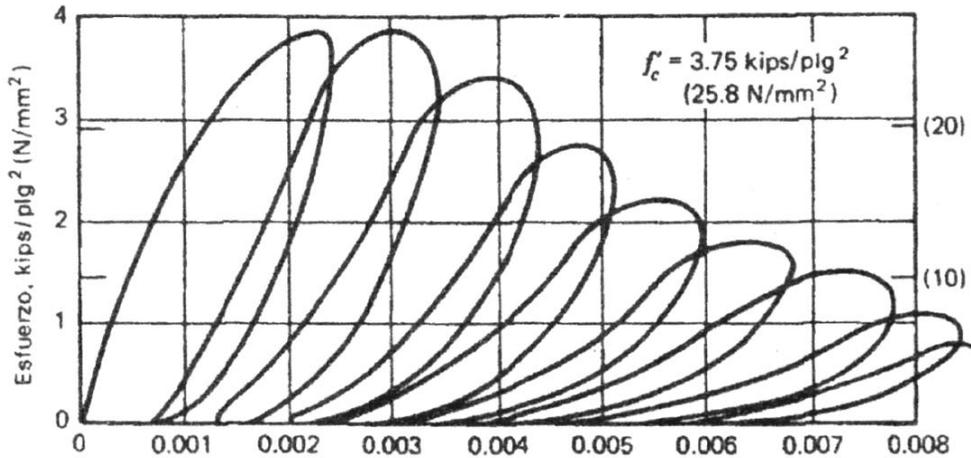
1.5.2. Comportamiento bajo cargas repetitivas

En el caso de las cargas repetitivas, la carga puede seguir presentando un gradiente constante en la velocidad de aplicación, y la carga continúa siendo unidireccional. La diferencia es que en este caso es permitido interrumpir la carga, descargar y volver a cargar. En otras palabras se busca producir ciclos de carga que no inviertan el signo de la misma, a diferencia de las cargas monotónicas que componen un solo ciclo de carga.

1.5.2.1. Concreto

El efecto de las cargas repetitivas es la disminución de la resistencia derivado de una degradación de rigidez que se evidencia con la caída de pendiente en cada ciclo de histéresis, sin mencionar además, que cada hoja de histéresis se cierra con el aumento en el número de repeticiones de carga, indicando un descenso en la capacidad de disipación de energía relacionada con el área encerrada por cada hoja de histéresis tal como se muestra en la figura 8.

Figura 8. Ciclos de histéresis para carga axial de compresión repetitiva en cilindros de concreto

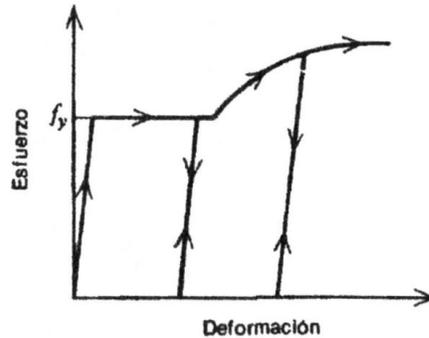


Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 16.

1.5.2.2. Acero

El acero bajo cargas repetitivas al igual que el concreto, genera ciclos de histéresis, con la diferencia de que en el caso del acero, se genera un comportamiento elastoplástico ya que aún y cuando existe una deformación unitaria permanente, el material se comporta elásticamente en los nuevos ciclos de carga y descarga hasta un nuevo punto de fluencia. El aumento en el esfuerzo hasta el nuevo punto de fluencia de cada ciclo se debe al endurecimiento del acero; la linealidad en el tramo elástico permite apreciar la invariabilidad de las propiedades del acero tales como la isotropía, ver figura 9.

Figura 9. **Ciclos de histéresis para carga axial repetitiva en acero**



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 45

1.5.3. Comportamiento bajo cargas alternantes

En las cargas alternantes al igual que las repetitivas, se generan ciclos de carga y descarga, sin embargo, en el primer caso sí es posible que el signo de la carga sea invertido en algún punto de un ciclo cerrado de carga y descarga. El comportamiento de los materiales bajo estas cargas es mucho más complejo.

1.5.3.1. Concreto armado

El enfoque bajo cargas alternantes se convierte en el tema central del capítulo, condensando todos los aspectos inherentes a un sismo, sobre la aplicación directa en la estructura. Además siendo la naturaleza de un evento sísmico un mero hecho cíclico alternante, se comprenderá la importante necesidad de exponer el comportamiento del concreto armado bajo cargas cíclicas alternadas. “Los ciclos de histéresis se producen porque las cargas externas llevan al concreto y el acero a esfuerzos más allá de los lineales de

sus respectivas relaciones constitutivas y porque la adherencia entre el concreto y el acero se deteriora”¹⁰.

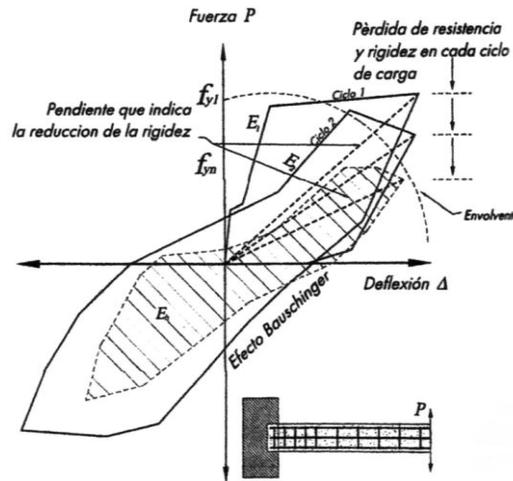
Se hace necesario recordar que el concreto y el acero poseen esfuerzos que corresponden al límite de comportamiento con tendencia lineal y que llevarlos a exigencias mayores significaría incursionar en los rangos plásticos de ambos materiales en donde, las deformaciones plásticas residuales, modifican los perfiles esfuerzo-deformación de ambos materiales, generando los ciclos histeréticos.

Sabiendo que el área bajo una curva carga-deformación corresponde a la energía absorbida por el elemento, y considerando que una gráfica de comportamiento histerético se compone de ciclos o aros cerrados, se tiene que el área encerrada por un aro histerético corresponde a la cantidad de energía absorbida en el ciclo. Lo anterior significa que entre mayor es el área contenida en un aro, mayor será la energía absorbida por el elemento o el sistema.

No obstante, el agrietamiento, el deslizamiento del refuerzo por falla en la adherencia y los fenómenos internos producidos durante los alternantes ciclos de carga generan una caída de rigidez y de resistencia estrangulando los aros, lo que se traduce en una disminución de capacidad de absorción de energía.

¹⁰ GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 145.

Figura 10. **Comportamiento histerético del concreto armado sometido a cargas cíclicas**



Fuente: GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 144.

Por ejemplo, cuando el sentido de la carga cambia, los esfuerzos en los elementos también cambian. Si una barra de refuerzo estaba a tensión inicialmente se encontrará a compresión posterior al cambio de sentido en la carga. En el caso del concreto, sabiendo que no soporta considerables cargas a tensión, si la deformación producida en el momento en que el concreto cambia su estado de esfuerzos de compresión a tensión, es mayor a la correspondiente al módulo de ruptura, se producirán grietas y fisuraciones en el elemento que necesariamente reducirán su rigidez y su capacidad de tomar las cargas.

La consecuencia del agrietamiento es que si el acero al encontrarse en tensión desarrolló una deformación plástica, por haber superado su límite de fluencia y, adicionalmente el concreto se encuentra fisurado, al invertirse el estado de esfuerzos en un nuevo ciclo, el acero deberá vencer la deformación plástica residual al retomar la carga de compresión del nuevo ciclo. En el caso

del concreto, este no podrá retomar las cargas sino hasta que la deformación sea tal, que las caras de la fisura vuelvan a entrar en contacto. Este proceso describe el efecto *Bauschinger* que es uno de los principales causantes en la pérdida de eficiencia del conjunto concreto-acero bajo ciclos de carga alternantes.

El agrietamiento adicionalmente afectará la transmisión de carga entre concreto y acero, debido a la falta de adherencia que se genera de la ausencia de puntos de contacto en la grieta lo que produce una redistribución en la transmisión de carga a las corrugas siguientes, concentrando mayores esfuerzos sobre el concreto que rodea la barra, pudiendo fracturarlo. Esto lleva el sistema a un límite en donde se pierde por completo la adherencia.

Finalizando, un evento sísmico generará oscilaciones en el suelo subyacente transmitidos a través de la cimentación a la estructura, la cual oscilará con un período de vibración propio, exigiendo a la estructura con cada ciclo de carga. Esta situación reduce la capacidad del elemento en proporción a la cantidad de ciclos a la que se vea expuesto y más aún a la intensidad de cada ciclo.

En otras palabras, la estructura tendrá un historial de respuesta frente a un historial de exigencia inducida por el sismo y tal historial se verá afectado por varios factores que pueden modificar su respuesta. Esta es la razón por la que diseñar con espectros de respuesta se hace un tema delicado ya que como se mencionó con anterioridad, los espectros se construyen con base en registros máximos instantáneos, sin considerar el número y la intensidad de los ciclos previos al máximo de diseño.

Además, los fenómenos como el efecto *Bauschinger* o la pérdida de la adherencia degradarán grandemente la respuesta del sistema, llevando a la formación de articulaciones plásticas en el primer caso y a fallas frágiles que impiden el desarrollo de la rigidez de los elementos en el segundo caso.

Seguidamente, teniendo conciencia de la posición geográfica de Guatemala y de la situación tectónica derivada de la misma, es evidente que se deben realizar los análisis considerando los efectos producidos por cargas cíclicas con el fin de proveer los lineamientos adecuados en el diseño y detallado de los elementos con el objeto de garantizar el buen desempeño de la estructura ante solicitaciones mayores como los sismos.

2. NATURALEZA DE LOS APOYOS

2.1. Análisis estructural (la idealización)

Para comprender la naturaleza de los apoyos, es necesario iniciar su estudio a través de una serie de idealizaciones permisibles, que permitan comprender el papel que los apoyos desempeñan en una estructura y cómo se ven afectados por la circulación de energía contenida en el sistema. Las idealizaciones primarias, contenidas en el análisis estructural permiten dicha comprensión y facilitan la visualización de la direccionalidad de las cargas.

2.1.1. ¿Qué es un apoyo?

Básicamente, un apoyo es un soporte que cumple con la tercera ley de Newton, según la cual a toda acción siempre existe una reacción igual y contraria; quiere decir que de la interacción entre 2 o más cuerpos o grupos de fuerzas considerando equilibrio estático entre ambos, las resultantes de las acciones impuestas de uno sobre otro son de igual magnitud pero de sentidos opuestos. En estructuras el soporte principal resulta ser el suelo e incluso, es este quien rige consideraciones específicas de peso de la estructura, tipo y dimensiones de la cimentación de la estructura.

La importancia del conocimiento del suelo sobre el que se desplanta la estructura se relaciona con propiedades mecánicas y geológicas del mismo, como la compresibilidad del suelo, la cohesión, consolidación, la capacidad de soporte, la resistencia al cortante y la rigidez y el período del suelo adyacente a

la estructura por mencionar algunos aspectos del suelo sobre el que se desplanta la estructura.

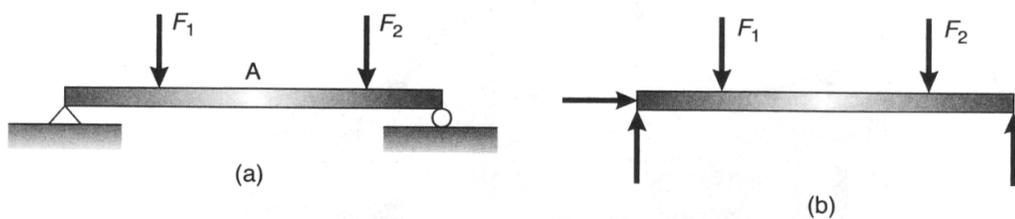
Tratar estos temas se encuentra fuera del alcance de este trabajo por lo que es necesario reconocer el siguiente nivel de soporte provisto a la estructura denominado cimentación. Como se mencionó antes, la cimentación de una estructura se encuentra directamente relacionada a la utilidad de la edificación y al medio portante (suelo) sobre el cual descansará. La diferencia es que la cimentación sí es una parte, porción o extensión de la estructura misma y por lo mismo puede considerarse dentro de los elementos componentes de la estructura, los cuales son controlados a través de un diseño racional.

Al incluir la cimentación de la estructura como un elemento de la misma es necesario tener claro que por su ubicación, la cimentación se verá solicitada por la superposición de todas las cargas y acciones externas y ambientales a las que se encuentra expuesta por sobre y por debajo del nivel del suelo. Una necesidad importante de la correcta interacción cimentación-suelo es mantener el equilibrio estático global.

Ahora, haciendo la suposición que la capacidad del suelo es la satisfactoriamente adecuada, el análisis global de la estructura como un cuerpo rígido considerando equilibrio estático, revela que los apoyos deben generar superficies de contacto adecuadas que permitan el desarrollo de fuerzas externas equivalentes a la resultante de la superposición de todos los efectos a los que se encuentra sometida la estructura. En otras palabras, los apoyos son los responsables de cerrar un ciclo de circulación de energía que corre o transita a lo largo de todos los elementos estructurales de manera continua denominándolos como cargas.

En la figura 11 puede apreciarse, que la idealización de los apoyos se traduce en la aplicación de fuerzas externas a la estructura, por lo que puede considerarse a las reacciones como cargas sobre la estructura. Evidentemente la dirección de estas cargas es la responsable del equilibrio estático.

Figura 11. **Reacciones en los apoyos**



Fuente: McCORMAC, Jack. *Análisis de Estructuras*. p. 63.

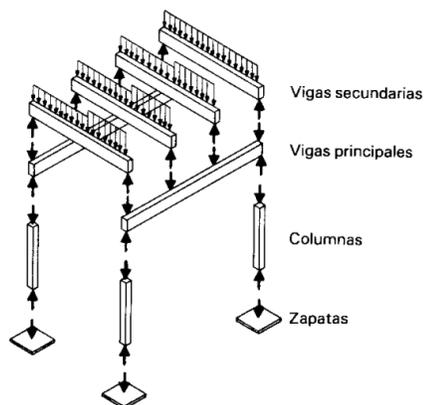
Ahora bien, una estructura no se comporta como un cuerpo rígido, ya que por ser una interconexión de varios elementos estructurales deformables capaces de absorber energía transmitiéndola entre sí y de disipar la energía excedente con deformaciones, es necesario que las tasas de disipación y absorción sean tales que no interfieran con la recirculación de la energía inducida en la estructura. De esta forma entonces, puede entenderse que al ser cada punto de conexión un apoyo para los elementos estructurales que convergen en la conexión, una estructura no desarrolla fuerzas de reacción únicamente en las cimentaciones sino en cualquier conjunto de elementos estructurales que a través de la interacción y el contacto entre sí contribuyen cada una al equilibrio estático local y global, ver figura 12.

Lo anterior implica que los puntos de conexión deberán ser capaces de soportar la acción de las fuerzas de reacción generadas en ellos mismos por la interacción de los elementos estructurales, no solo bajo condiciones de servicio

sino bajo las exigencias máximas consideradas en el diseño, sin olvidar, que es muy probable que la estructura se encuentre sometida a exigencias similares en más de una ocasión durante el período de su vida útil.

Considerando lo anterior y en el contexto sísmico de este trabajo se hace necesario que los mencionados puntos de conexión permanezcan trabajando de manera eficiente. De otro modo, las conexiones no serian capaces de conservar las restricciones para las que se consideraron en el diseño, manifestándose en el deficiente desarrollo de las fuerzas reactivas.

Figura 12. **Apoyos en los puntos de conexión**



Fuente: MELI, Roberto. *Diseño estructural*. p. 328.

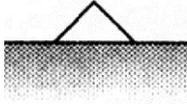
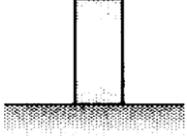
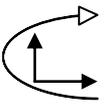
2.1.2. Tipos de apoyos

Como ya se mencionó, en cada punto de conexión se genera un número de apoyos igual al número de elementos convergentes a la conexión y cada apoyo generará fuerzas reactivas de acuerdo al plano de análisis. Se tiene un ejemplo de esto al recordar la manera en la que se desarrolla el método de la ecuación de los tres momentos para sistemas estructurales indeterminados.

En esta parte se expondrá la caracterización de los apoyos en función de la o las fuerzas reactivas que genera, teniendo en mente que existen únicamente tres movimientos sobre los que una estructura puede exhibir un desplazamiento y, ya que las fuerzas de reacción desarrolladas en los apoyos son las que permiten el equilibrio local y global de la estructura, es lógico que los apoyos generarán fuerzas en los planos correspondientes a los mismos tres movimientos, ver tabla II.

Naturalmente, cuantas más fuerzas de reacción genera un apoyo, más exigido se verá el mismo, lo que indica que debe proveerse de la resistencia y rigidez adecuadas principalmente para que no llegue a degradarse o deformarse de manera tal que las restricciones se pierdan, lo cual conduciría a la estructura a una situación comprometedoras con la formación de un mecanismo de inestabilidad y posible colapso.

Tabla II. **Caracterización de los apoyos en función de las fuerzas reactivas que generan**

		<p>RODILLO: Ofrece resistencia al movimiento solo en la dirección perpendicular a la superficie de apoyo bajo el rodillo. No presenta resistencia a ligeras rotaciones respecto al eje del rodillo ni a movimientos paralelos a la superficie de apoyo.</p>
		<p>ARTICULACIÓN: Se supone que está conectada a la estructura por medio de un pasador sin fricción. Impide el movimiento en dirección vertical u horizontal. No impide ligeras rotaciones alrededor del pasador.</p>
		<p>EMPOTRAMIENTO: Ofrece resistencia a la rotación alrededor del soporte y al movimiento horizontal y vertical.</p>

Fuente: adaptado de McCORMAC, Jack. *Análisis de Estructuras*. p. 61, 62.

Dentro del marco de las fuerzas reactivas generadas en los apoyos de los elementos estructurales, surge un nuevo concepto; determinación estática: significa que el número de ecuaciones independientes de estática son suficientes para determinar las magnitudes de las reacciones de la estructura. Cuando esto es así, la estructura es estáticamente determinada o isostática, de no cumplirse, la estructura es estáticamente indeterminada o hiperestática. Existe otro concepto denominado estabilidad, sin embargo, el marco de este trabajo supone que las estructuras a analizar son hiperestáticas y estables.

Una estructura hiperestática puede presentar zonas sometidas a grandes esfuerzos que llegan a plastificar secciones de los elementos sobre-esforzados, y debido a la continuidad generada por los nudos en las conexiones de los elementos se desarrolla una redistribución de los esfuerzos hacia elementos estructurales adyacentes al elemento plastificado, lo cual se denomina redundancia estructural y es la capacidad que una estructura como un sistema, posee como mecanismo de defensa al colapso frente a sollicitaciones severas.

Lo anterior pone de manifiesto la necesidad del correcto desarrollo de la capacidad de un nudo sobre la redundancia estructural. Otra ventaja de este tipo de estructuras, es que en conjunto y por los arreglos geométricos, poseen una mayor rigidez a la cual se adiciona el hecho que debido a la capacidad de redistribución de esfuerzos, resultan ser más económicas debido a la reducción de los máximos valores de momento lo que reduce el costo de la estructura en cuanto al refuerzo requerido para cubrir estos efectos.

2.1.3. Hipótesis del análisis estructural

El análisis de una estructura requiere de la previa idealización y generación de un modelo que reproduzca de manera confiable y lo más acorde posible, las condiciones reales tanto de la configuración de la estructura como de las cargas bajo las que se estima estará expuesta la misma. Es necesario aclarar que la tarea de sustituir una estructura real por un arreglo simple por lo general no es sencilla, ya que no solamente debe reproducir las condiciones reales de la estructura sino también debe cumplir su propósito que es, simplificar el análisis de la estructura.

Tomando en consideración que el análisis de la estructura devolverá resultados cuya veracidad se encuentra condicionada al nivel de semejanza entre el modelado de la estructura y la estructura misma, es evidente la importancia del correcto planteamiento de tal idealización en un modelo susceptible de análisis. Obedeciendo a tal hecho, se presentan algunas de las principales consideraciones en la idealización del modelo matemático para análisis, así como las reglas generales aplicables al análisis de los modelos. Evidentemente, no se tratarán a fondo estos detalles, por lo cual se recomienda la referencia bibliográfica 7, en donde se encuentra material relacionado con el tema.

2.1.3.1. Modelo analítico

La determinación del modelo analítico está sujeta a cuatro puntos fundamentales: el modelo geométrico, el modelo de las condiciones de continuidad en las fronteras, el modelo de comportamiento de los materiales y el modelo de las acciones impuestas.

De acuerdo al primer punto, el modelo debe considerar en primer plano todos aquellos elementos de la edificación que constituyen la parte estructural de la misma, es decir, debe incluir todos los elementos estructurales dispuestos en la edificación para resistir las cargas impuestas sobre la estructura y reemplazarlos por trazos o figuras matemáticamente conocidas. En segundo plano, se deben identificar aquellos puntos en donde los elementos no estructurales interactúan con el sistema estructural de la edificación y considerar los efectos que producen los primeros sobre los segundos respectivamente.

Las condiciones de continuidad en las fronteras, se refiere a la forma en la que interactúan entre sí los elementos estructurales en el conjunto del sistema que conforman. En otras palabras, las condiciones de continuidad en las fronteras, se refiere a que tipo de conexión existe entre los elementos estructurales de la estructura real, para considerar en el modelado el adecuado tipo de apoyo, en función de las restricciones que se intuye se presentarán en la estructura real.

En la consideración del modelado de las cargas, los factores asociados son la estimación de la magnitud de las cargas con las posibles combinaciones que generen en la estructura la respuesta más crítica, y la ubicación de los puntos de aplicación de las cargas. Esto se debe a que no todas las cargas se encuentran aplicadas al mismo instante durante todo el tiempo que comprende el período de vida útil de la estructura y, a que no todas las cargas se aplican sobre la estructura de la misma forma. Finalmente se hace la aclaración que el modelo de los materiales ya se trató en el primer capítulo, sin embargo, en la sección 2.2 se tratará de un punto que importa conocer y que se relaciona con los materiales.

2.1.4. Métodos de análisis

Dentro de métodos de análisis aplicables a los modelos, existen reglas generales mínimas a considerar en el comportamiento de la estructura. Cada método de análisis considera ciertas reglas adicionales pero algunos concuerdan en un trasfondo elemental, la elástica e incluso, para muchos métodos tanto de análisis como de diseño estructural, la elástica forma parte de los conceptos básicos.

Considerando lo anterior, se presentan las reglas básicas para el trazo de la elástica, específicamente aplicables a los nudos.¹¹

- Un miembro se deforma en la dirección de la carga aplicada a él.
- Las deflexiones de los miembros cargados se esbozan primero.
- Se supone que un nudo en una estructura es rígido. Un nudo rígido puede desplazarse pero no puede deformarse, es decir, el nudo no cambia de tamaño o forma al desplazarse. La orientación relativa de los miembros conectados a un nudo es la misma antes y después del desplazamiento del nudo.
- Un nudo solo puede desplazarse de acuerdo con los soportes externos que actúan sobre él

Puntos de inflexión, el portal y el voladizo son métodos de análisis considerados como métodos aproximados, y que hacen uso del trazo de la elástica de la estructura para la determinación de condiciones que permitan la aplicabilidad de alguno de ellos en particular, además de constituirse en la base de la sencillez del método.

¹¹ McCORMAC, Jack. *Análisis de estructuras*. p. 238, 239.

Estos métodos se basan en la intuición del comportamiento de la estructura bajo condiciones específicas de carga, a través del trazo de la elástica de la estructura. A partir de este trazo se estima la ubicación de los puntos de inflexión que son las condiciones que permiten transformar un problema indeterminado de una estructura hiperestática, a secciones estáticamente determinadas, a través de conceptos básicos como una articulación, lo que simplifica el cálculo debido a que como se mencionó con anterioridad, este elemento desarrolla menos restricciones que los empotramientos disminuyendo así el grado de indeterminación de la estructura.

Con anterioridad se apuntó que las tasas de absorción y disipación no deberían interrumpir la recirculación de las cargas dentro de una estructura, es necesario entonces complementar el comportamiento de la estructura bajo una configuración de cargas, con el flujo que se estima ocurrirá dentro de la estructura misma y a través de todos sus elementos componentes, ver figura 13. Como es de esperar, las estructuras hiperestáticas, no presentan una única distribución en la trayectoria de las cargas internas, sin embargo, se tendrá una trayectoria considerada como verdadera siempre y cuando “cumpla con las condiciones de compatibilidad de deformaciones entre los miembros”¹².

2.1.4.1. El teorema del límite inferior

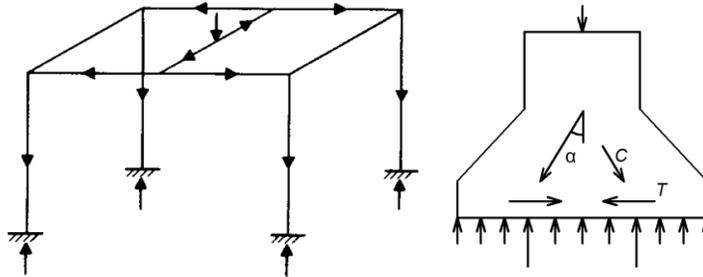
Puede decirse que este teorema, posiblemente de rasgos empíricos, es una manifestación de la comprensión que en la antigüedad se tenía de la forma de trabajo de una estructura y que posteriormente vino a convertirse en una herramienta útil en cuanto al desarrollo de la ingeniería y del análisis estructural propiamente dicho. Conocido también como Teorema del Mínimo de la Plasticidad, establece que, “si, para una determinada carga, se halla una

¹² MELI, Roberto. *Diseño estructural*. p. 378.

distribución de tensiones de tal forma que en ningún punto se supere la tensión de plastificación de los materiales y se satisfaga el equilibrio estático y las condiciones de contorno, la estructura resistirá dicha carga sin llegar a la rotura”¹³.

Este hecho obviamente lo clasifica como un teorema que da paso a una metodología muy conservadora, ya que al exponer un límite mínimo de carga para el cual la estructura se comportará elásticamente, tiene la concepción de una estructura con una resistencia y rigidez muy superiores a las necesarias, lo que se traduce en una inversión mucho más onerosa. Independientemente de la escala a la que se esté realizando el análisis, es necesario que siempre se cumpla con el equilibrio estático y que no se transgredan las reglas básicas de la resistencia de materiales.

Figura 13. **Flujos internos de las cargas**



Fuente: MELI, Roberto. *Diseño estructural*. p. 377, 381.

¹³ Universidad Politécnica de Madrid. *El método de bielas y tirantes*.
<http://hormigon.mecanica.upm.es/files/PDF/CLASE%2017%20ED2%2022.03.2007%20-%20EL%20M%90TODO%20DE%20BIELAS%20Y%20TIRANTES.pdf>: Consulta: mayo de 2013.

2.1.4.2. Puntal-tensor

El Teorema del Límite Inferior sentó las bases para el desarrollo de este modelo, como consecuencia de la zonificación descrita en la figura 13. El método puntal-tensor básicamente se dirige al análisis de zonas discontinuas dentro de la estructura a través de “la idealización de los campos de esfuerzos internos mediante un reticulado hipotético”¹⁴. Para comprender lo que se clasifica como zona discontinua se hace necesario recordar la teoría básica de la flexión. “Las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión. Principio de Bernoulli”¹⁵. “Las deformaciones unitarias en el refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro,…”¹⁶.

A este respecto Park y Paulay añaden que existe evidencia experimental que sustenta tal suposición y que la misma es válida en todas las etapas de carga hasta la falla a flexión, siempre y cuando exista una eficiente adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo contenido en el elemento. Así entonces, una zona discontinua es aquella en la que el principio de Bernoulli no puede considerarse como cierto. Tales zonas son las correspondientes a irregularidades tanto geométricas como de carga en un elemento.

La figura 14 muestra las trayectorias de los esfuerzos desarrollados en una viga simplemente apoyada. Puede apreciarse que tal distribución de trayectorias corresponden a un comportamiento de aros cicloides concéntricos y simétricos respecto el eje neutro de la viga, principalmente en la región central

¹⁴ EINAR, Mauricio. *Diseño de discontinuidades en vigas de hormigón estructural con modelos puntal-tensor*. p. 17.
<<http://cybertesis.uach.cl/tesis/uach/2007/bmfcim828d/doc/bmfcim828d.pdf>>. Consulta: mayo de 2013.

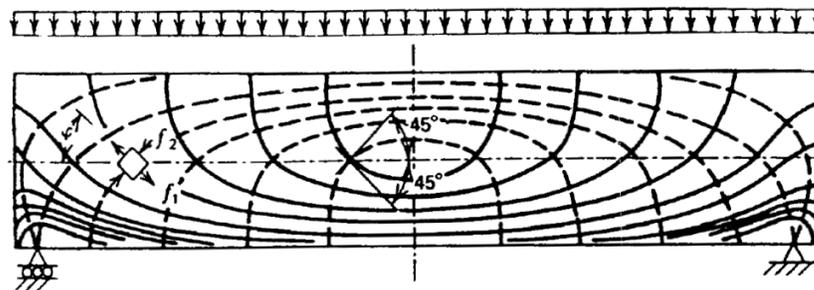
¹⁵ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 51.

¹⁶ Comité ACI 318-08. p. 137.

del claro de la viga deformándose en cercanías de los puntos de apoyo. La razón de tal distorsión en las líneas de esfuerzos se debe a que aún y cuando la carga aplicada sobre la estructura corresponde a una carga uniformemente distribuida, las cargas generadas por los apoyos corresponden a cargas puntuales y debido a tal hecho, estas equivalen a una concentración elevada de esfuerzos.

La simetría de los aros contenidos en la región central revela y sustenta la suposición de la teoría de la flexión mientras que, en las cercanías de los apoyos esto no ocurre por lo que las zonas cercanas a los apoyos son zonas discontinuas. De acuerdo con el principio de Saint Venant “los esfuerzos en el cuerpo causados por cualquier sistema de carga estáticamente equivalente, son iguales, siempre que se aleje de la región cargada una distancia cuando menos igual a la dimensión mayor de la región cargada”¹⁷.

Figura 14. **Trayectorias de esfuerzos en una viga simplemente apoyada**



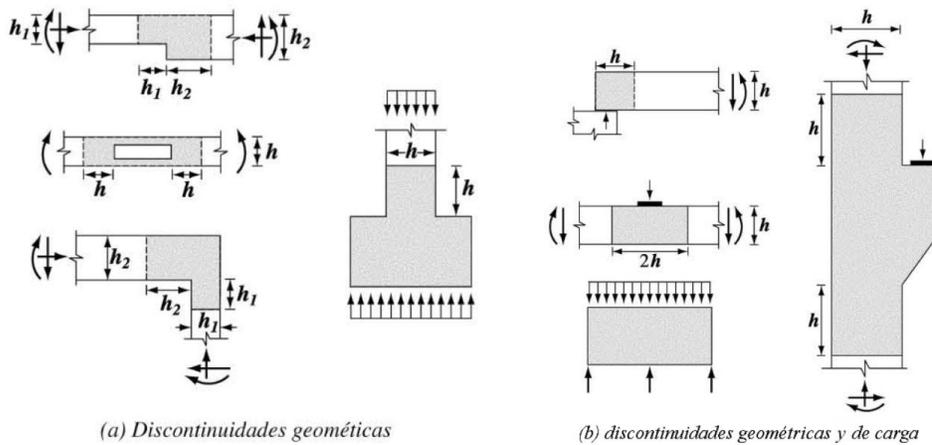
Fuente: PARK R., PAULAY T.. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 282.

En otras palabras, los esfuerzos debidos a cargas aplicadas, describen una distribución uniforme e idealmente constante a una distancia igual a la mayor dimensión de la sección transversal del elemento, medida desde el punto

¹⁷ GERE, James. *Mecánica de materiales*. p. 139.

de la discontinuidad, la cual puede ser por geometría o por cargas concentradas. En la figura 15 pueden apreciarse algunas discontinuidades geométricas y de carga.

Figura 15. **Discontinuidades geométricas y de carga**



Fuente: ACI Comité 318-05. p. 373.

2.1.4.2.1. Componentes de un modelo puntal-tensor, según el apéndice A del código ACI 318-08

Es necesario concebir la aplicación de un modelo puntal-tensor como la creación de un microsistema que permita la solución de flujos de carga distorsionados. Al constituirse como un microsistema, se admite que es un conjunto de elementos y como tal, cada uno de estos elementos deben obedecer a una estandarización para que el método sea de aplicación y manejo universal. Se resumen según ACI los componentes principales del microsistema generado en este método.

- **Nodo:** donde se intersectan los ejes de los puntales, tensores y fuerzas concentradas que actúan en el nudo. Para el equilibrio deben actuar al menos tres fuerzas en un nudo.
- **Puntal:** un elemento a compresión que representa la resultante de un campo de compresión paralelo o en forma de abanico.
- **Puntal en forma de botella:** es un puntal en el cual se permite el ensanchamiento del concreto en la región central del puntal.
- **Región B (Bernoulli):** parte de un elemento en la que pueden aplicarse las suposiciones de secciones planas mencionadas en la flexión.
- **Región D (Disturbed):** las zonas descritas en la presentación del método. Si dos regiones D se superponen o encuentran, pueden considerarse como una sola región D para los fines de diseño. La máxima relación longitud-profundidad de esa región D debe ser igual a dos. Así, el ángulo más pequeño entre el puntal y el tensor en una región D es arcotangente de $\frac{1}{2} = 26,5^\circ$ que redondeado es igual a 25 grados.
- **Tensor:** un tensor consiste en refuerzo o acero de preesforzado más una porción del concreto que lo rodea y que es concéntrico con el eje del tensor. El concreto adyacente se incluye para definir la zona en la cual deben anclarse las fuerzas de los puntales y tensores. Aunque no se considera en el diseño, el concreto adyacente reduce las elongaciones del tensor, especialmente al ser sometida a cargas de servicio.
- **Zona nodal:** el volumen de concreto alrededor de un nudo que se supone transfiere las fuerzas de los puntales y tensores a través del nudo.

2.1.4.2.2. Modelo puntal-tensor y sus mecanismos de falla¹⁸

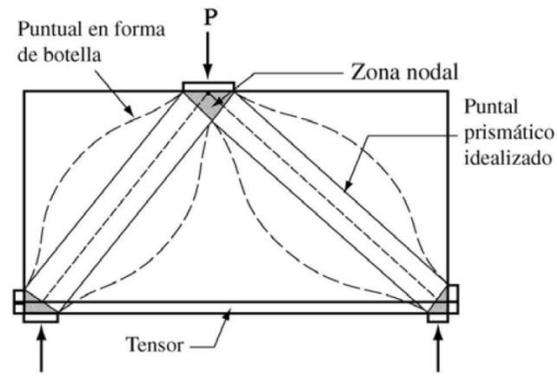
Este método aún siendo de análisis estructural, ralla en el campo del diseño estructural, ya que a diferencia de los métodos antes mencionados, esta considera para su equilibrio la capacidad de los materiales que componen la zona del elemento al cual es aplicado el método.

- La fluencia en los tensores: puede generar una situación de fisuración en el elemento lo que se traduce en una disminución de la rigidez y de la resistencia con la incursión del tensor a la zona plástica.
- El aplastamiento de los puntales: corresponde a una abrupta caída de rigidez e incluso colapso en el elemento, según la configuración del reticulado propuesto en el modelo.
- Las fallas en las zonas nodales y las fallas de anclaje: se encuentran relacionadas, porque el anclaje mismo se realiza en las zonas nodales.

Recordando lo expuesto en la sección 1.5.3, puede agregarse que de producirse fisuración del concreto en las cercanías de un tensor (concreto que no interviene en el reticulado del modelo), la resistencia del elemento se verá afectada, pero no se genera una situación de colapso que, por el contrario, se presenta cuando la fisura atraviesa un puntal, en cuyo caso se considera la falla del puntal con las consecuencias antes descritas. La figura 16 ilustra la mayoría de los componentes de un reticulado dispuesto para el análisis por el método puntal-tensor.

¹⁸ EINAR Mauricio. *Diseño de discontinuidades en vigas de hormigón estructural con modelos puntal tensor*. Consulta: mayo de 2013.

Figura 16. **Reticulado para modelo puntal-tensor**



Fuente: ACI Comité 318-05. p. 374.

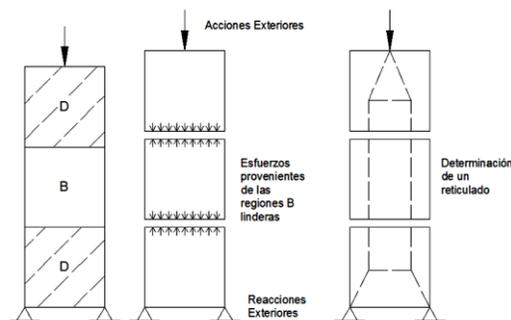
2.1.4.2.3. Metodología aplicada a un modelo puntal-tensor

La secuencia de pasos a seguir para determinar el modelo de reticulado es pequeña, aunque debido a que no puede considerarse la existencia de un único modelo que de solución a los campos de esfuerzos equivalentes en la región de discontinuidad, la complicación del método aumenta en relación a la familiarización y destreza al identificar los patrones y trayectorias de las cargas en las zonas de interés. Cabe mencionar que el proceso de diseño posterior a la determinación de un modelo de reticulado es de naturaleza iterativa. La figura 17 ilustra la determinación del reticulado para analizar por medio del método puntal-tensor.

Determinación del modelo puntal-tensor¹⁹

- Definir y aislar cada una de las regiones D
- Determinar los esfuerzos resultantes que actúan sobre los bordes o fronteras de cada una de las regiones D
- Seleccionar el modelo de reticulado
- Determinar los esfuerzos en las bielas (puntales) y los tirantes
- Determinar los anchos efectivos de las bielas y las zonas nodales
- Determinar la armadura en los tirantes

Figura 17. **Determinación del modelo puntal-tensor**



Fuente: adaptado de Modelos de bielas. p. 6.

Finalmente, para lograr la unicidad del modelo y el elemento, debe tenerse presente el hecho de que la distribución de los esfuerzos internos en un elemento describe trayectorias caóticas en las discontinuidades pero, que el campo dominante será el que represente el menor trabajo realizado por la estructura. Comprendiendo lo anterior y teniendo conciencia de la naturaleza del material compuesto con el que se trata, el trazado del modelo reticulado puede reducirse en el número de posibles configuraciones.

¹⁹ Modelos de Bielas. <http://www.inti.gob.ar/cirsoc/pdf/ejemplos/bielas_ejemplos201.pdf>
Consulta: mayo de 2013.

Esto debido a que si la estructura resiste con el menor trabajo de deformación posible, el concreto se coloca como el elemento limitante por su naturaleza frágil y de poca disipación de energía a través de deformaciones y, ya que en el método puntal-tensor los puntales son representaciones prismáticas de cuñas de concreto, se tiene que el modelo más cercano al de una solución exacta será aquel que presente la menor longitud total de tensores.

2.2. Concreto armado (la idealización, un poco más de cerca)

A partir del método Puntal-Tensor, las idealizaciones del análisis estructural han iniciado a superarse para dar paso a consideraciones más específicas y puntuales concernientes a los materiales que se ven involucrados en el elemento analizado. Tales consideraciones se enfocan en los mecanismos internos que la estructura desarrolla como respuesta a las solicitaciones planteadas por un sistema de cargas.

2.2.1. Adherencia

“Fernades e Debs (2000) definen la adherencia como el mecanismo de transferencia de tensiones existente en la interfaz entre las barras de acero de la armadura y el concreto envolvente. Resaltan que este fenómeno es tan importante que la propia definición de concreto armado se condiciona a su existencia”²⁰.

Los esfuerzos de adherencia son producto de la correcta interacción concreto-barra y son los responsables de que el concreto reforzado como

²⁰ GARZÓN, Fredy; DE ALMEIDA, Fernando, (et. al.). *Adherencia entre barras de acero y concretos autocompactantes y convencionales sometidos a cargamentos cíclicos y monotónicos*. Consulta: mayo de 2013.

elemento estructural sea eficiente en la toma de esfuerzos debidos a un sistema de cargas dado. El desarrollo de los esfuerzos de adherencia se encuentra limitado a factores como:

- Resistencia a la tensión del concreto circundante a la barra
- La ubicación de la barra respecto del colado del concreto
- El estado de la superficie de contacto entre el acero y el concreto
- El diámetro de la barra

La distribución de los esfuerzos de adherencia supone una distribución uniforme a lo largo de una longitud de desarrollo o anclaje, sin embargo, la distribución real de los esfuerzos de adherencia se vincula al cambio de esfuerzo del refuerzo entre dos secciones cualesquiera de un elemento. Por lo que los esfuerzos de adherencia solamente existen como producto del cambio de estado de esfuerzos en las barras de refuerzo, ver figura 18.

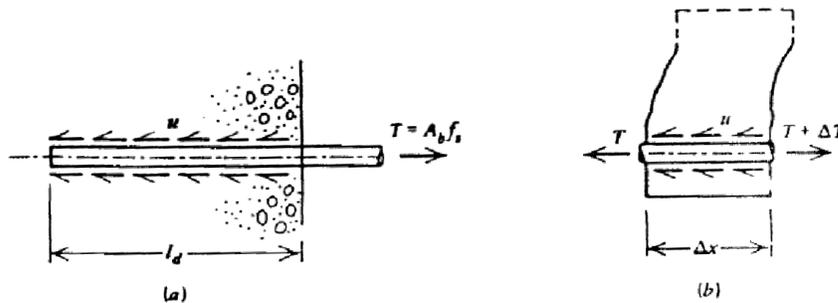
$$u = \frac{q}{o} = \frac{\Delta f_s A_v}{o} = \frac{d_b}{4} \Delta f_s \quad (\text{Ec. 2-1})$$

Debido a la naturaleza friccionante en la generación de estos esfuerzos, se relaciona al esfuerzo de adherencia como la fuerza cortante sobre un área unitaria de superficie de la barra, de esta forma y según la figura 18,

$$\Delta T = \Delta f_s A_v = u l_d \quad o$$

$$l_d = \frac{d_b}{4u} \Delta f_s \quad (\text{Ec. 2-2})$$

Figura 18. Origen de la adherencia



Fuente: PARK R., PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 406.

Adicionalmente, es práctico relacionar los esfuerzos de adherencia con los esfuerzos de flexión y corte con quienes guarda una estrecha relación.

$$M = jdT \rightarrow \frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx} jdT$$

Y asumiendo un brazo de palanca interno constante,

$$\frac{dM}{dx} = jd \frac{dT}{dx} = V$$

$$\frac{\Delta M}{jd} = \Delta T = \frac{V}{jd} \quad (\text{Ec. 2-3})$$

Las relaciones anteriores requieren de un cuidadoso uso especialmente en puntos de flexión pura en donde $\Delta M = 0$ y $V = 0$. Y los puntos de inflexión donde $M = 0$ aun cuando $V \neq 0$. Debido a que la práctica general podría indicar un punto de inflexión como aquel en el cual puede reducirse el refuerzo a flexión, en cuyo caso, debido a que V no será necesariamente igual a cero, los

esfuerzos sobre las barras disponibles aumentarán haciéndolo también los esfuerzos de adherencia. Puede entenderse entonces que los esfuerzos de adherencia reales se producen aún en flexión pura y momento cero.

2.2.2. Origen de la adherencia

Ahora será necesario, habiendo planteado ya la importancia del conocimiento del fenómeno, establecer el origen del mismo. De manera formal, debe su origen a los siguientes 2 casos:

2.2.2.1. Naturaleza física o físicoquímica

Este supone que por efectos de capilaridad y fuerzas moleculares desarrolladas en la interfase acero-concreto, ambos materiales quedan vinculados a través del efecto de retracción de fraguado generando presiones de confinamiento pequeños sobre las barras de refuerzo. La limitante de estos esfuerzos se debe a los fenómenos de sedimentación y segregación que pueden presentarse en el colado del concreto de elementos con peraltes altos. Además, debido a que en la parte superior del colado se tiene una ganancia de agua depositada bajo las barras superiores, se debilita el concreto en contacto con estas barras por efecto de una mayor relación a/c.

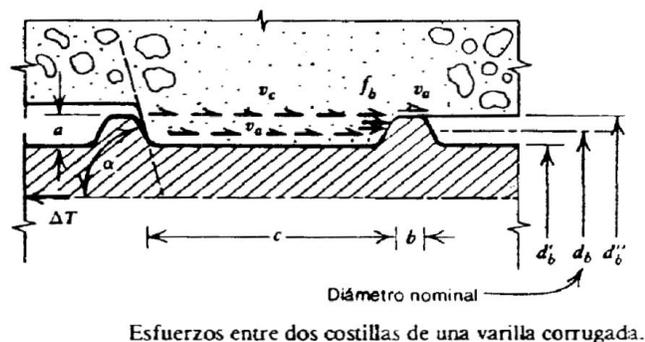
Por tal razón el ACI especifica que para barras con más de 12 pulgadas de concreto fresco colado en una sola operación, la longitud de adherencia debe aumentarse, ya que el concreto más débil en esta localidad requiere mayor área de contacto para desarrollar un esfuerzo de adherencia determinado. Cabe mencionar que esta capacidad adherente es limitada ya que los esfuerzos desarrollados son menores en comparación con los que se requiere transmitir por un sistema de cargas dado.

2.2.2.2. Naturaleza mecánica

Este caso involucra las características físicas y geométricas de las barras de refuerzo, razón por la cual se detallaron en la sección 1.5.1.2 en relación a las normativas de ASTM. Las corrugas de las barras contribuyen a la adherencia generando esfuerzos de tope en el concreto que se deposita frente a las corrugas, todas las fuerzas así desarrolladas pueden apreciarse en la figura 19.

Considerando que en gran medida la resistencia del concreto también se debe a la resistencia del agregado y específicamente del agregado grueso, la acumulación del agregado fino en la parte superior del colado del concreto, afecta la resistencia del concreto en contacto con las barras superiores limitando el desarrollo de las fuerzas de tope producidas por el concreto entre corrugas.

Figura 19. **Esfuerzos entre dos corrugas de una barra corrugada**



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 409.

Según la figura 19 se tienen 3 esfuerzos vinculados al fenómeno de la adherencia:

- Los esfuerzos v_a correspondientes a la sección 2.2.2.1 ya expuesto y que se originan por contacto de la barra con el concreto.
- Esfuerzos de tope sobre la corruga f_b .
- Esfuerzos cortantes v_c actuando sobre la superficie del cilindro de concreto que rodea a la barra entre las corrugas y que toma la altura de estas.

La superposición de estos esfuerzos desarrollados por el concreto debe ser de la misma magnitud que los cambios de esfuerzo en las barras de acero embebidas en el concreto, con tal que exista una correcta y eficiente adherencia sin deslizamiento de las barras.

$$\Delta T = \pi d'_b (b+c) v_a + \pi \frac{d''_b{}^2 - d'_b{}^2}{4} f_b \approx \pi d''_b c v_c$$

Como se mencionó anteriormente los esfuerzos debidos a v_a son muy débiles por lo que se pueden ignorar. Adicionalmente de la geometría de la corruga se tiene:

$b \approx 0,10c$, por lo que el espaciado de corrugas tiende a c .

$$a \approx 0,005d'_b$$

$$\Delta T = \pi d_b a f_b \approx \pi d_b c v_c \quad (\text{Ec. 2-4})$$

Según ASTM A 305:

$$0,057 < a/c < 0,072$$

En este punto es necesario reconocer las ventajas asociadas a la presencia de un gradiente de deformación a través del miembro. Tal gradiente de deformaciones corresponde a la hipótesis de continuidad de Bernoulli y que describe la relación lineal respecto del eje neutro de la sección con esfuerzo cero aumentando a esfuerzos mayores sobre las fibras extremas. Esta distribución permite que, dentro de una sección, una región que se encuentra sometida a elevados esfuerzos reciba confinamiento de regiones adyacentes en un estado menos esforzado.

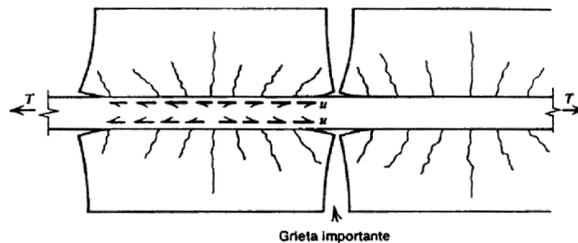
Debido al confinamiento así producido, el concreto ubicado frente a la corruga es capaz de soportar esfuerzos de apoyo muy superiores a los correspondientes a la prueba de compresión gracias a que su situación se acerca a un estado de esfuerzos triaxiales. Este beneficio se encuentra condicionado a la inclinación α de la corruga la cual debe encontrarse entre los valores $45^\circ < \alpha < 70^\circ$ ya que si $\alpha < 40^\circ$ produce un levantamiento del concreto en contacto con la barra por efecto de cuña.

2.2.3. Estado de esfuerzos

De la figura 20, se tiene que los esfuerzos de adherencia transmitidos al concreto, sujetan a este a tensión excéntrica provocando una rotación en los extremos de las grietas y, si la tensión es lo suficientemente grande superará la fuerza de adherencia de origen físicoquímico entre el concreto y la barra separando al concreto de la barra. Los esfuerzos de tensión del concreto son máximos en el centro de la longitud entre grietas, pues la ruptura del concreto en la grieta produce un súbito aumento en los esfuerzos sobre el refuerzo en la grieta, lo que obliga al concreto a equilibrar este aumento de tensión.

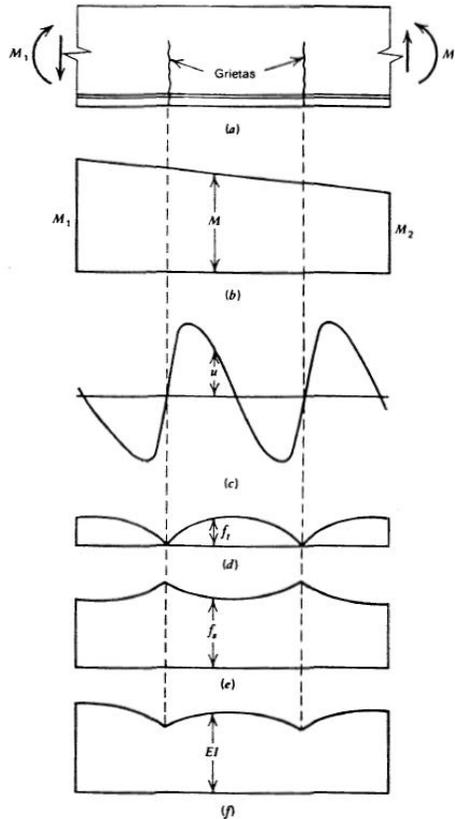
Debido a que tanto acero como concreto trabajan de manera compuesta producto de la correcta adherencia, cuanto más esfuerzos toma el concreto, considerando su resistencia a tensión, más esfuerzos aliviará el acero de refuerzo. Por lo mismo, en la figura 21 (e) los esfuerzos sobre las barras de refuerzo se distribuyen de forma inversa en comparación con el concreto. De manera adicional, el cilindro de concreto que rodea la barra y al que se le atribuye la resistencia a la adherencia por parte del concreto, aumenta de circunferencia en cercanías de la grieta, lo que induce esfuerzos de tensión perimetrales que pueden provocar fisuración longitudinal de acuerdo al espesor del recubrimiento.

Figura 20. **Concreto entre grietas**



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 415.

Figura 21. Estado de esfuerzos entre grietas de un elemento a flexión



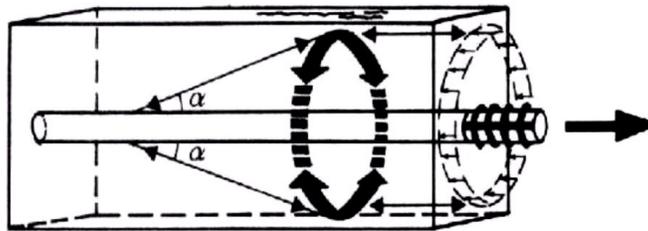
Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 246.

Continuando con el análisis de la figura 21, y en acuerdo con lo escrito, la distribución de esfuerzos de adherencia figura 21 (c) indica que debido a la ruptura de la adherencia y a la separación del concreto sobre la barra en las cercanías de la grieta, el concreto es incapaz de transmitir los esfuerzos de la barra por lo que la barra debe soportar la totalidad de los esfuerzos presentes en la grieta.

2.2.4. Modos de falla

Existen dos modos de falla asociados a una misma distribución de esfuerzos. Según Tepfers²¹, la fuerza de adherencia que se transmite del acero al concreto es equilibrada por este último, mediante fuerzas de compresión inclinadas un ángulo α respecto del eje del refuerzo. De esta manera se forma un cono de esfuerzos en el concreto el cual permanece en equilibrio debido a un anillo de tensiones perimetrales que confina el cono evitando que el ángulo α aumente producto de alguna traslación diferencial, y por último un anillo de compresiones que evita la traslación del cono de esfuerzos.

Figura 22. Equilibrio de fuerzas de adherencia



Fuente: RUIZ, Rodrigo; LOREFICE, Ricardo, (et. al.). *Análisis mesomecánico del fenómeno de adherencia en estructuras de hormigón armado*. p. 3.

Las presiones de confinamiento favorecen significativamente a la distribución de esfuerzos mostrada en la figura 22 y, adoptando esta distribución se tiene que los dos modos de falla son por fisuración y por deslizamiento, aunque para barras corrugadas, el modo de falla más común se debe a la fisuración, debido a que por el efecto de tope provisto por las corrugas, el deslizamiento se hace menos crítico.

²¹ RUIZ, Rodrigo; LOREFICE, Ricardo, (et. al.). *Análisis mesomecánico del fenómeno de adherencia en estructuras de hormigón armado*. Consulta: mayo de 2013.

Ahora, considerando la existencia de un gradiente de deformación y lo benéfico que resulta para la adherencia la presión de confinamiento, es evidente que un mayor volumen de concreto circundante a la barra asegura una mejora efectiva del comportamiento de adherencia, considerando también una adecuada longitud de anclaje de la barra dentro del volumen de concreto. Sin embargo en elementos estructurales, la provisión de un volumen de concreto considerable se limita al espesor del recubrimiento. Por tal razón, las fallas de fisuración se encuentran en función del espesor el recubrimiento mismo, cuando este es menor que $3d_b$ y de otros factores como:

- Tensión perimetral, presente en las proximidades de las grietas por flexión
- Tensión transversal, debido a la acción de dovela del refuerzo de flexión

El anillo de tensiones perimetrales desarrollado por la adherencia de las barras, evidencia la necesidad del confinamiento tanto del concreto como de las barras longitudinales a través de estribos. Ignorando por ahora el confinamiento provisto por el refuerzo transversal, se tiene que el confinamiento del concreto sobre la barra se limita no solamente al espesor del recubrimiento sino también a la separación de las barras en una misma capa de refuerzo dentro de una sección.

Debido a que cada barra genera un anillo de tensiones individual para el desarrollo de la adherencia, la reducida separación de las barras de refuerzo en una misma capa puede llevar a concentraciones de esfuerzos de tensión sobre el concreto generando un plano de debilidad que puede incluso significar la separación de toda la capa de concreto de recubrimiento. Este hecho se promueve entre mayor es el diámetro de la barra.

En cuanto a los nudos viga-columna y las vigas mismas, no debe despreciarse el carácter tridimensional del elemento. Por ejemplo, considerando un nudo interno de una estructura cualquiera, se tienen dos planos de análisis correspondientes a los marcos que componen la estructura y que se interceptan en el nudo. Al analizar uno de ambos marcos, se tiene que el sistema de vigas contenido en él impone un estado de tensión en la parte superior del nudo transmitido por adherencia de las barras de refuerzo dispuestas para resistir el momento negativo. Los esfuerzos perimetrales de tensión de estas barras tenderán a abrir el nudo en la parte superior.

Si a lo anterior se agrega que las barras de refuerzo a momento negativo del marco transversal generan un anillo de tensiones perimetrales cada una, se tiene un aumento de tensión que tiende a abrir o separar el concreto de las barras de refuerzo en el momento negativo limitando el correcto desarrollo de la adherencia dentro del nudo lo cual puede ser sumamente perjudicial para la estructura global.

2.2.5. Longitud de desarrollo

El concepto de longitud de desarrollo se basa en el esfuerzo de adherencia obtenible sobre la longitud embebida del refuerzo. Las longitudes de desarrollo especificadas se requieren, en gran medida, por la tendencia de las barras sometidas a esfuerzos altos a fisurar el concreto que retiene la barra cuando las secciones de concreto son relativamente delgadas. Una barra individual embebida en una masa de concreto no necesita una longitud de desarrollo tan grande; aunque una fila de barras, aún en concreto masivo, puede crear un plano débil con agrietamiento longitudinal a lo largo del plano de dichas barras.²²

²² ACI Comité 318-08. p. 213.

Según el capítulo 12 del ACI 318-08, la longitud de desarrollo para refuerzo sometido a tensión no debe ser menor que 300 milímetros e incluye la siguiente ecuación, que permite tener un panorama claro de la influencia que tienen los factores antes descritos y algunos otros adicionales sobre la longitud de desarrollo necesaria para la transferencia de esfuerzos por adherencia.

$$l_d = \frac{3f_y}{40\lambda} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s}{f'_c} \frac{d_b}{c_b + k_{tr}} d_b \quad (\text{Ec. 2-5})$$

$$\frac{c_b + k_{tr}}{d_b} \geq 2,5$$

$$k_{tr} = \frac{40A_{tr}}{sn}$$

Los valores y el significado de cada uno de los factores incluidos en las ecuaciones se encuentran en la sección 12.2.4 de ACI 318-08. Para el refuerzo a compresión, el ACI 318-08 establece que la longitud de desarrollo no debe ser menor que 200 milímetros y,

$$\frac{0,02f_y}{\lambda f'_c} d_b \geq 0,003f_y d_b \quad (\text{Ec. 2-6})$$

La razón por la que se permite esta reducción, se debe a que la situación del agrietamiento en la zona de compresión es menor en comparación a la zona de tensión, esto lógicamente debido a que el concreto es mucho más resistente a esfuerzos compresivos que a esfuerzos tensores que tienden al agrietamiento del concreto.

Bajo la consideración de diseño sismorresistente las inversiones de momento son esperadas, debido a ello el capítulo 21 de ACI 318-05 establece lo siguiente para la longitud de desarrollo de barras en tracción que atraviesan un nudo.

- 21.5.4.1 La longitud de desarrollo, l_{dh} , para una barra con gancho estándar de 90 grados en concreto de peso normal no debe ser menor que el mayor valor entre $8d_b$, 150 milímetros, y la longitud requerida por la ecuación:

$$l_{dh} = \frac{f_y d_b}{65 f_c} \quad (\text{Ec. 2-7})$$

Para tamaños de barras núm. 3 a núm. 11

- 21.5.4.2 Para barras de la núm. 3 a la 11, l_d , la longitud de desarrollo en tracción para una barra recta, no debe ser menor que la mayor de (a) y (b).:
 - (a) 2,5 veces la longitud requerida en 21.5.4.1 si el espesor de concreto colocado fresco en una sola operación debajo la barra no excede de 300 milímetros.
 - (b) 3,5 veces la longitud requerida en 21.5.4.1 si el espesor de concreto colocado fresco en una sola operación debajo de la barra excede de 300 milímetros.
- 21.5.4.3 Las barras rectas que terminan en un nudo deben pasar a través del núcleo confinado de la columna o elemento de borde.

Cualquier porción de l_d fuera del núcleo confinado debe incrementarse mediante un factor de 1,6.²³

En cuanto a los ganchos de anclaje, el diámetro de doblez condiciona los esfuerzos sobre el concreto circundante a la barra y la barra misma propiciado elevadas concentraciones de esfuerzos cuanto menor es el diámetro de doblez de la barra. Adicionalmente en las vigas y columnas discontinuas, debido a la esperada inversión de momentos producida por las cargas cíclicas alternas, la longitud recta previa al doblez, no debe considerarse como parte de la longitud de desarrollo por lo que el gancho por sí solo debe poder desarrollar la totalidad de los esfuerzos de adherencia.

No solamente el diámetro del doblez influye en el correcto anclaje de las barras, también influye la dirección del gancho de la barra respecto de la fuerza que se aplica a la barra. En otras palabras, si la tensión de la barra tira de esta en dirección hacia el concreto del fondo por ejemplo, es menos crítico en comparación a que el tirón se efectúe en dirección del concreto superior el cual como se planteó antes sufre reducciones de resistencia por la ganancia de agua.

2.3. Apoyos de concreto armado

Conviene aclarar que la diversidad de los tipos de apoyo de concreto reforzado es extensa y que debido a ella, el desarrollo de la propuesta que supone el presente trabajo reduce tal diversidad a tres tipos de apoyos con tal de no restar sentido práctico a la investigación, estos son: cartelas, ménsulas y los nudos viga-columna propiamente. No obstante, sí se considerarán efectos de otros tipos o estados de apoyo en busca de un satisfactorio comportamiento

²³ ACI 318-08. p. 340.

de la propuesta que se plantea. Adicionalmente, a manera de evidenciar la importancia que tiene la adherencia en el comportamiento tanto de elementos aislados como de la estructura global, se analizarán los distintos modos de falla relacionándolos, cuando sea el caso, con este fenómeno.

2.3.1. Interacción flexión-cortante

De la figura 14 se aprecia que la flexión en combinación con el cortante imponen un estado de esfuerzos biaxiales sobre el concreto, causando una disminución de la resistencia del mismo debido a la aparición de esfuerzos de tensión diagonal. Debido a esta combinación de esfuerzos, el concreto del elemento se agrietará presentando 2 tipos de grietas: grietas por flexión y grietas por cortante.

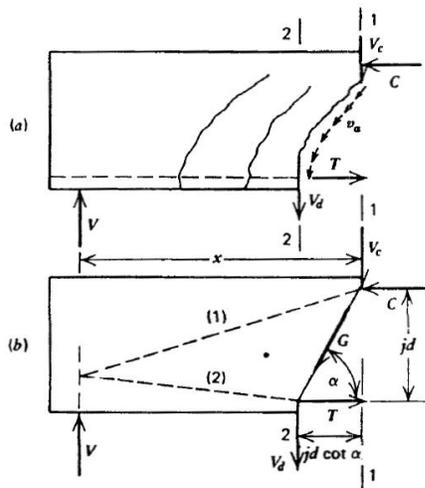
La figura 23, corresponde al cuerpo libre de una sección de un elemento cargado limitada por el apoyo y una grieta diagonal de cortante. Las fuerzas involucradas en el equilibrio de la sección son:

- C: compresión de flexión, transmitida por el bloque equivalente de esfuerzos de compresión.
- T: tensión de flexión, transmitida por el acero de refuerzo.
- V_c : fuerza de cortante resistida por el bloque equivalente de esfuerzos de compresión.
- V_a : fuerza de cortante resistida por trabazón del agregado dentro de la grieta. Este esfuerzo básicamente representa la fuerza de fricción desarrollada por el contacto entre las caras de una grieta. Tal fricción

depende del tamaño y resistencia de las partículas del agregado y del coeficiente de fricción entre las caras de la grieta, ver figura 24.

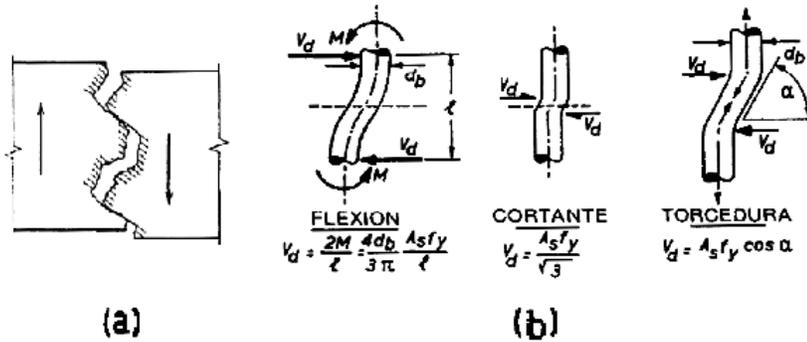
- V_d : fuerza de cortante transmitida por acción de dovela del refuerzo a flexión, ver figura 24. La acción de dovela se limita al apoyo que pueda tener el refuerzo de flexión por parte del concreto de recubrimiento. Sin embargo, debido a los esfuerzos a los que se encuentra sometido el recubrimiento descritos en la sección 2.2.4, es conveniente omitir su aporte. Para que el refuerzo a flexión pueda aportar una considerable transmisión de cortante a través de la acción de dovela, haría falta que se brinde un apoyo adicional a través de estribos cerrados de confinamiento.

Figura 23. Transmisión de cortante a través de una grieta



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 286.

Figura 24. Acciones de trabazón de agregado y dovela



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 332,334.

Considerando nuevamente la relación entre los esfuerzos de flexión, cortante y adherencia, se encontrarán dos comportamientos desarrollados dentro de los elementos sometidos a flexión.

$$\frac{\Delta M}{jd} = \Delta T = \frac{V}{jd}$$

Anteriormente, esta expresión resultó de considerar un brazo de palanca constante, sin embargo, la determinación del comportamiento del elemento no es tan específica como esta suposición, ya que el elemento desarrolla mecanismos nuevos de resistencia en la medida que los actuales se deterioran. Lógicamente este proceso se limita a la compatibilidad de deformaciones entre cada mecanismo distinto y a una capacidad limitada por el deterioro de la resistencia y rigidez de los elementos involucrados, hacia un mecanismo final de colapso. Así entonces se obtiene una expresión más general al considerar el continuo desarrollo de mecanismos internos de resistencia:

$$V = \frac{dT}{dx} jd + \frac{d(jd)}{dx} T \quad (\text{Ec. 2-8})$$

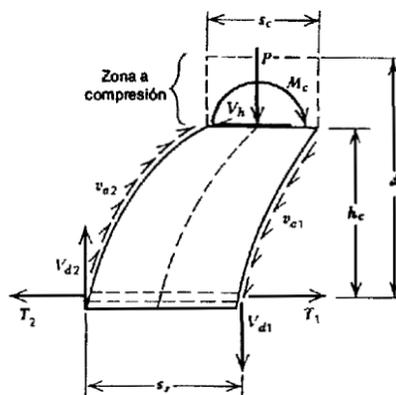
2.3.1.1. Acción de viga y los voladizos

Cuando los esfuerzos de adherencia aún son transmitidos del concreto al acero, existe un cambio en la tensión sobre la barra y un brazo de palanca constante para equilibrar el momento externo. De esta forma se produce la acción de viga, en la que se supone existe correcta transmisión de tensiones a través de la adherencia.

$$V = \frac{dT}{dx} jd \quad (\text{Ec. 2-9})$$

Considerando una sección limitada por dos grietas sucesivas como en la figura 23, se puede obtener un voladizo como el de la figura 25, donde además se aprecia la interacción de los cortantes transmitidos dentro de una grieta y la adherencia que se supone aún operativa.

Figura 25. Voladizo en la acción de viga



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 289.

Se tiene que los esfuerzos V_{a1} y V_{a2} se producen únicamente si existen desplazamientos cortantes dentro de la grieta. Estos desplazamientos son resultado de rotaciones diferenciales del extremo libre del voladizo. Este comportamiento tiene sus limitaciones en los siguientes aspectos:

Si existen desplazamientos cortantes, la acción de dovela se presentará imponiendo esfuerzos sobre el recubrimiento que tienden a separarlo. A medida que las rotaciones se hacen mayores, la capacidad de dovela se reduce por cedencia del refuerzo, sin antes extender la zona de desprendimiento del concreto de recubrimiento sobre la barra. Esto implica que la tensión que debe transmitirse por adherencia al concreto no puede desarrollarse debido al acortamiento progresivo de la longitud de contacto entre el acero y el concreto.

Aunado a ello, el bloque de concreto que empotra al voladizo, se encuentra limitado por la resistencia a flexión del concreto y a una reducción en la profundidad del mismo bloque debido a la extensión de las grietas introduciéndose a la zona de compresión.

2.3.1.2. Acción de arco

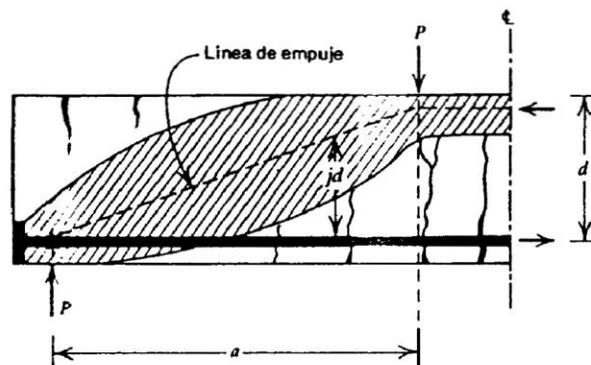
Cuando por alguna razón la adherencia se ha deteriorado hasta perderse, en el refuerzo no existe una variación en los esfuerzos que toma a lo largo de la sección en donde la adherencia se ha degradado por completo por tal motivo, el nuevo comportamiento interno desarrollado surge a partir de la variación del brazo de palanca interno que intenta equilibrar el momento externo impuesto por el sistema de cargas.

$$V = \frac{d(jd)}{dx} \quad T = \frac{d(jd)}{dx} \quad C \quad (\text{Ec. 2-10})$$

Asumiendo ahora, que el bloque de compresión que empotra los voladizos posee aún la capacidad necesaria para desarrollar la acción de arco, esto es que el nivel de agrietamiento no se haya extendido demasiado dentro de la zona de compresión, la resistencia de la acción de arco depende de la inclinación del puntal de concreto desarrollado, expresada como la longitud del claro de cortante sobre el peralte y, es regida por la razón de cambio del brazo de palanca, figura 26.

$$\frac{a}{d} = \frac{V_a}{V_d} = \frac{M}{V_d} \quad (\text{Ec. 2-11})$$

Figura 26. **Acción de arco**



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 295.

La relación de la ecuación 2-11, se aplica a elementos simplemente apoyados, más no a vigas continuas debido a la incompatibilidad de secciones en los apoyos. El ACI ha determinado de forma empírica una expresión aplicable a la gran mayoría de condiciones y predice de manera conservadora, la resistencia a cortante de los elementos sometidos a flexión y cortante.

$$V_c = 1,9 \bar{f}'_c + 2.500 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} b_w d \leq 3,5 \bar{f}'_c b_w d \quad (\text{psi}) \quad (\text{Ec. 2-12})$$

Donde, $V_u d / M_u$ no debe ser mayor que 1 y V_u ocurre simultáneamente con M_u en la sección considerada.

- **Fallas a cortante**

Las siguientes categorías de fallas involucran cargas puntuales.

- Tipo I: $3 < a/d < 7$. Falla de la acción de viga cerca de la carga de agrietamiento diagonal, no puede desarrollarse la acción de arco.
- Tipo II: $2 < a/d < 3$. Falla de compresión por cortante.
- Tipo III: $a/d < 2.5$. Falla por acción de arco.²⁴

2.3.1.3. Acción de armadura

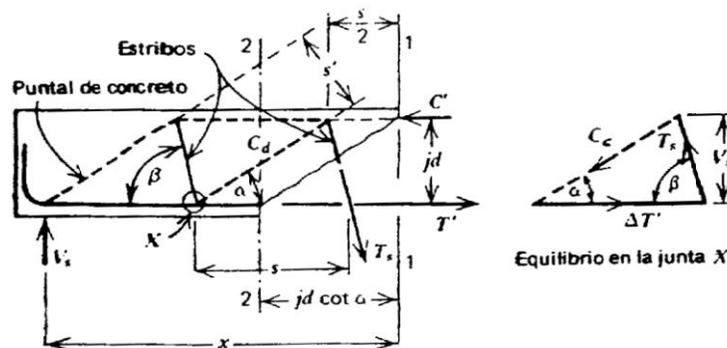
Considerando ahora, refuerzo en el alma de la sección, se desarrolla un nuevo comportamiento: acción de armadura planteado por Morsh, figura 27. Entre las ventajas que presenta este comportamiento es un aumento en la capacidad de transferir adherencia debido a que los voladizos se comportan ahora como puntales diagonales de compresión. Las contribuciones de los estribos a los mecanismos resistentes de cortante son los siguientes:

- Durante el rango elástico, contribuye al control sobre la abertura de las grietas permitiendo mayor transferencia de cortante por medio de trabazón del agregado.

²⁴ PARK, R; PAULAY, T. Estructuras de concreto reforzado. p. 297.

- Confina las localidades de concreto sometidas a compresión contribuyendo a la formación de los puntales diagonales de compresión en la acción de arco.
- Brinda apoyo adecuado a las barras a flexión cuando las atraviesa una grieta, siempre que estén ancladas estrechamente.
- Dentro del rango elástico, cuando el concreto de recubrimiento se desprende, el refuerzo transversal limita los desplazamientos de cortante que podrían triturar el agregado dentro de la grieta terminando con la transferencia de cortante y reduciendo la capacidad del elemento.

Figura 27. **Analogía de la armadura de Morsh**



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 304.

La acción de armadura tiene sus limitantes. Al proveer de refuerzo transversal de manera indefinida, se imponen severos esfuerzos de compresión sobre los puntales de concreto, sin mencionar la tensión del refuerzo transversal transmitido a los puntales a través de la adherencia, generando un estado de esfuerzos biaxiales, reduciendo la resistencia del concreto de los

puntales y generando fallas por aplastamiento o por compresión cortante. Por esta razón, el ACI limita la cantidad de refuerzo transversal equivalente a los cortantes de las ecuaciones 2-13 y 2-14, para evitar la falla del alma por aplastamiento.

$$v_s = 8 \bar{f}_c \quad (\text{psi}) \quad (\text{Ec. 2-13})$$

$$10 \bar{f}_c < v_{u \max} < 11,5 \bar{f}_c \quad (\text{Ec. 2-14})$$

Dado que una grieta puede atravesar los estribos en cualquier punto de toda su longitud, se hace necesario que puedan desarrollarse sin dar lugar a desplazamientos cortantes que pueden destruir la transferencia del cortante por medio de la trabazón del agregado y la acción de dovela. Una medida de protección al respecto es amarrar los estribos al refuerzo longitudinal de forma ajustada con el fin de evitar el colado de concreto entre el estribo y el refuerzo longitudinal, el cual puede ser aplastado, permitiendo que el estribo se deslice amentando la abertura de las grietas y dejando sin efecto la transferencia de cortante por trabazón del agregado dentro de la grieta.

2.3.2. Interacción adherencia-flexión

De la figura 23 se tiene que la tensión de la sección 2 debe equilibrar el momento en la sección 1. Adicionalmente, de la analogía de la armadura de Morsh se tiene que:

$$T_u = \frac{M_u}{j d} + V_c \cot \alpha + \frac{V_s}{2} \cot \alpha - \cot \beta \quad (\text{Ec. 2-15})$$

Ahora, considerando que la práctica común es colocar los estribos a 90 grados e ignorando la contribución al cortante del concreto, se tiene que la fuerza de tensión en una sección, luego del agrietamiento es igual a,

$$T_u = \frac{M_u}{j d} + \frac{V_u}{2} \cot \alpha \quad (\text{Ec. 2-16})$$

Que evidencia la relación que existe en el aumento de la tensión sobre el refuerzo de una sección en función de la inclinación de la grieta hasta una sección con un momento distinto. Esto consecuentemente, implica que la adherencia debe transmitir mayores esfuerzos entre el acero y el concreto y de no contar con la cuantía de refuerzo requerida en la sección, al aumentar la fuerza sobre las barras y mantener el área de contacto constante, es mucho más probable que se supere la resistencia del concreto que rodea a las barras, produciendo fallas de adherencia, agravando la situación de los esfuerzos sobre el concreto expuestos en la sección 2.2.3.

2.3.3. En relación al ACI 318-08

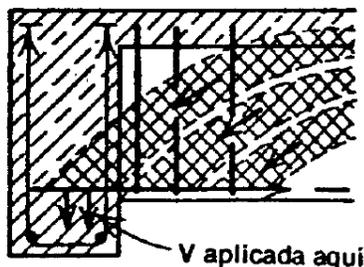
Con base en las consideraciones de los tres comportamientos descritos, acción de viga, acción de arco y acción de armadura, el ACI adopta medidas de protección para la provisión de refuerzo apropiado para el desarrollo satisfactorio de los mismos.

Por ejemplo, de la acción de arco, se tiene que el ACI para elementos no preesforzados, permite diseñar las secciones localizadas a una distancia menor a d , medida desde la cara del apoyo para el cortante último, V_u , calculado a una distancia d . (11.1.3.1, ACI 318-08). Esto se explica revisando nuevamente las figuras 26 y 27 y considerando la suposición adoptada de que los puntales de concreto se inclinan un ángulo de 45 grados. Las cargas aplicadas sobre una

distancia menor al claro de cortante que corresponde igualmente al peralte efectivo del elemento, se transmiten al apoyo a través de compresión en el alma en la zona localizada por encima de la fisura por lo que los estribos deben poder transmitir el cortante a través de la fisura correspondiente al cortante a una distancia d .

Es necesario que se cumplan dos condiciones: primera, los estribos requeridos en la grieta deben ser diseñados para el cortante a una distancia d desde la cara del apoyo, y segunda, existe una fuerza de tracción en el refuerzo longitudinal en la cara del apoyo, constante en la longitud del claro de cortante.

Figura 28. **Transmisión del cortante al apoyo**



Fuente: PARK R.; PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 707.

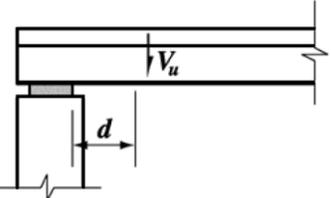
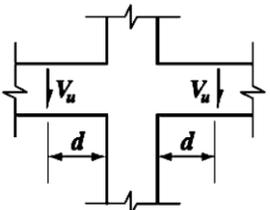
El confinamiento, provisto para mejorar la ductilidad del elemento también permite una solución a una simplificación adoptada en el diseño por cortante, y es que la resistencia a cortante adoptada corresponde a un esfuerzo promedio distribuido uniformemente a lo largo de la sección del elemento, sin embargo, en vista del comportamiento de la acción de armadura y por la provisión misma de los estribos, los puntales diagonales de concreto, transfieren las cargas hacia el apoyo concentrándose en la parte baja de la sección del elemento, figura 27. Por esta razón la provisión de la suficiente cantidad de estribos y su

correcto anclaje sobre las barras longitudinales, busca transferir las cargas del puntal diagonal hacia las zonas superiores menos esforzadas por el cortante tal y como lo muestra la figura 28.

Las limitantes de estas consideraciones, se relacionan con la situación y tipo de apoyo a considerar, en el cumplimiento de las siguientes condiciones:

- La reacción en el apoyo en dirección del cortante aplicado introduce compresión en las zonas extremas del elemento.
- Las cargas son aplicadas en o cerca de la cara superior del elemento.
- Ninguna carga concentrada se aplica entre la cara de apoyo y la ubicación de la sección crítica, d .

Tabla III. **Condiciones para la consideración de la sección crítica a cortante**

Condiciones típicas de apoyo donde se puede utilizar la fuerza cortante a una distancia d del apoyo	
Elementos apoyados sobre soportes en la base del elemento.	
Elementos unidos monolíticamente con otros elementos.	

Continuación de la tabla III.

Condiciones de apoyo en las cuales la sección crítica se toma en la cara del apoyo	
Elementos continuos con un elemento de soporte en tracción.	
Elementos en los cuales las cargas no están aplicadas en o cerca de la cara superior del elemento.	
Elementos cargados de tal manera que el cortante en las secciones entre el apoyo y una distancia d difieren radicalmente del cortante a una distancia d	

Fuente: adoptado de ACI Comité 318-08. P. 165, 166.

2.4. Ménsulas

El ACI 318-05 presenta en su sección 11.9 las consideraciones de diseño así como la definición de ménsulas y cartelas como: voladizos que tienen relación luz de cortante a altura a_v/d , menor que la unidad y con la posibilidad de que se encuentren sometidas a una fuerza mayorada de tracción horizontal N_{uc} , no mayor que V_u . Adicionalmente propone el uso del método del puntal-

tensor contenido en su apéndice A para el diseño de ménsulas y cartelas con una relación de luz de cortante a altura a_v/d , menor que 2.

Relacionando la sección 2.3.1.2 con las razones a_v/d entregadas por el ACI 318-05, se ubica a las ménsulas como elementos estructurales diseñados específicamente para desarrollar la acción de arco, razón por la que se establecen consideraciones mínimas en cuanto a su geometría con el fin de preservar dicho comportamiento. Las limitaciones presentadas por el ACI 318-05 deben su origen a que el método de diseño ha sido validado experimentalmente para valores de $a_v/d \leq 1$ y para $N_{uc} \leq V_u$ incluyendo $N_{uc} = 0$.

2.4.1. Geometría

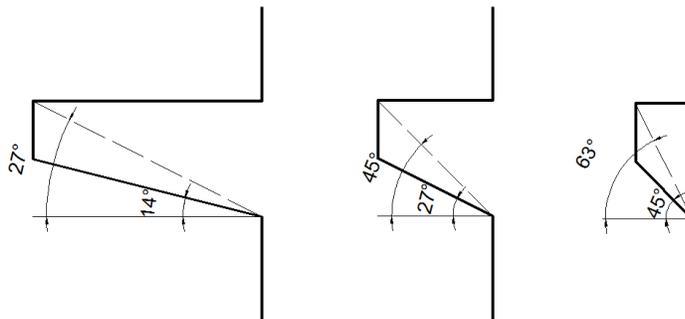
Como se mencionó anteriormente, las disposiciones geométricas gobiernan el comportamiento de las ménsulas buscando la formación de un puntal diagonal a través del cual se pueda transmitir el cortante y, tal y como se expresó con la acción de arco, la capacidad de transferencia del cortante a través de un puntal diagonal depende del ángulo de inclinación de dicho puntal y la resistencia del concreto que compone el puntal. Debido a que la resistencia del concreto en el puntal puede mejorar considerablemente en presencia de estribos de confinamiento, es lógico que lo que debe controlarse es la inclinación de tal puntal; razón que impone exigencias en el cuidado de las proporciones geométricas en la ménsula.

Los límites de las consideraciones geométricas pueden apreciarse en la figura 29 en donde se tienen tres casos límite presentados por ACI 318-05 y se indican las inclinaciones tanto del paño diagonal de la ménsula como del posible plano de formación del puntal con respecto de la horizontal y el rostro

de la columna. Los tres casos límite ilustrados en la figura 29 se presentan a continuación, incluyendo la recomendación del Comité 318-05 de ACI para el diseño de las ménsulas contenidas en cada una de estas clasificaciones.

- $a_v d = 2$, para el que propone el método del puntal-tensor en su diseño.
- $a_v d = 1$, para el que las disposiciones de la sección 11.9 de ACI 318-05 son aplicables.
- $a_v d = 0,50$, como caso especial que debe diseñarse considerando transferencia de cortante por fricción.

Figura 29. **Límites geométricos para ménsulas**

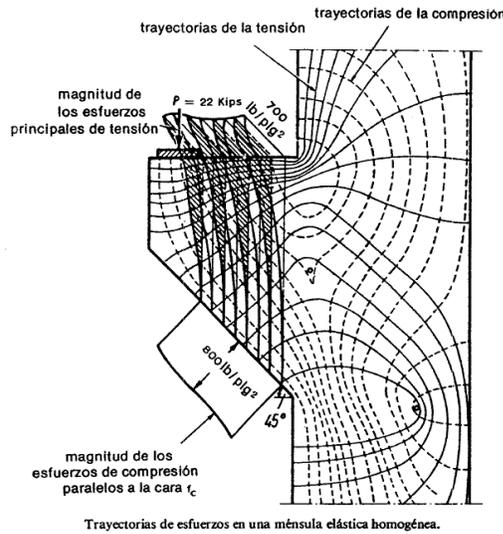


Fuente: elaboración propia.

2.4.2. Mecanismos de falla

Para una mejor comprensión de los mecanismos de falla es apropiado visualizar las líneas de esfuerzos internos desarrollados, tanto en la ménsula como en la columna que la contiene. Para dicho propósito se incluye la figura 30.

Figura 30. Campos de fuerzas en una ménsula



Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 717.

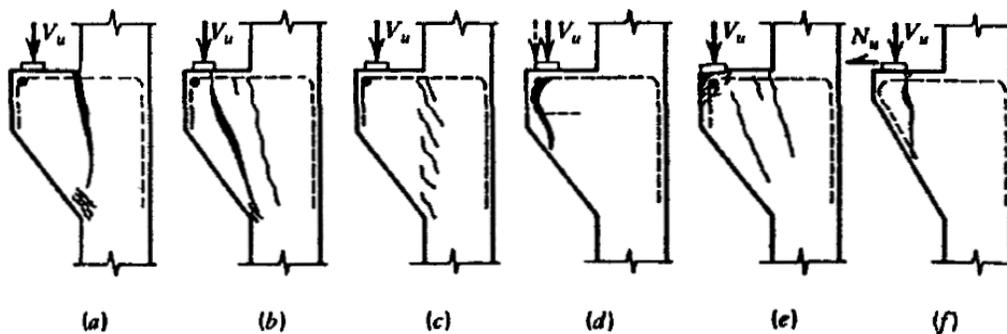
Park y Paulay²⁵ presentan los mecanismos de falla identificados en las pruebas realizadas por Kriz y Raths:

- Ocurre falla de tensión por flexión, cuando cendencia excesiva del refuerzo a flexión provoca que el concreto se aplaste en el extremo inclinado de la ménsula. Las grietas de flexión se hacen sumamente anchas figura 31a.
- Se desarrolla fisuración diagonal a lo largo del puntal a compresión diagonal después de que se forman grietas de flexión. La falla se debe finalmente a la compresión por cortante figura 31b.
- Una serie de grietas cortas diagonales muy inclinadas puede llevar a una falla de cortante deslizante, conforme se interconectan las mismas, cuando la ménsula se separa de la cara de la columna figura 31c.

²⁵ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 718.

- Puede ocurrir una falla de fisuración a lo largo de refuerzo a flexión pobremente anclado cuando la carga se aplica demasiado próxima al extremo libre de un voladizo corto figura 31d.
- Con placas de apoyo demasiado pequeñas o muy flexibles, o cuando la ménsula es demasiado angosta, el concreto se puede aplastar por la parte de abajo, lo que conduce a una falla de apoyo figura 31e.
- Se puede plantear un caso de falla potencial cuando la cara exterior de la ménsula es poco profunda y también se introduce una carga horizontal adversa figura 31f.
- El mecanismo de arco lineal implica que se debe desarrollar la capacidad del refuerzo a flexión en la proximidad inmediata de la placa de apoyo. Esto lleva a un mecanismo de falla importante en las ménsulas: la falla de anclaje.

Figura 31. **Mecanismos de falla en las ménsulas**



Fuente: Park y Paulay. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 719.

De la figura 31 y de los conceptos de transmisión de cortante, se observa que el patrón de agrietamiento en los mecanismos de falla planteados, está gobernado por puntales diagonales empujados. Adicionalmente, el ACI 318-05

específica en su sección 11.7 que todas las disposiciones respecto a cortante, a excepción de 11.7 están enfocadas en el control y reducción de las fallas de tracción diagonal (grietas), más que en la transmisión de cortante a través de ellas. Debido a su forma de trabajo, las ménsulas requieren que los estribos además de controlar las fallas de tracción diagonal, sean capaces de permitir que el sistema continúe transfiriendo cortante a través de la grieta por lo que en este caso los estribos deben ubicarse de manera horizontal debido a las fallas con planos muy verticales.

Esto es aplicable para aquellas ménsulas que cumplan con la relación: $0,50 < a_v / d \leq 1$. De la figura 29, para ménsulas con $a_v / d \leq 0,50$, el puntal diagonal de compresión desarrollado tendrá un ángulo de inclinación mayor de 45 grados lo que hace necesario considerar en este caso la transferencia de cortante por fricción cuyas disposiciones se encuentran en la sección 11.7 de ACI 318-05. En el caso de ménsulas con $1 < a_v / d < 2$, de la misma figura 29 se aprecia que el ángulo mínimo es de 27 grados lo que implica que de lograr desarrollar el puntal, este tendrá un ángulo de inclinación muy pequeño lo que representa menor capacidad de transferencia de la carga al apoyo. Por esta razón ACI 318-05 permite diseñar este tipo de ménsulas por medio del método puntal-tensor.

En cuanto a las fallas que involucran cargas axiales, se considera que la componente axial sobre elementos monolíticos podría reducirse gracias a la redistribución de esfuerzos que se genera en las estructuras hiperestáticas, absorbiendo las posibles fuerzas axiales como las producidas por la retracción, la relajación en los elementos por efecto del escurrimiento plástico, otros. Finalmente, Park y Paulay²⁶ presentan una ecuación de carácter empírico planteada por ACI y que a través de simplificaciones, relaciona el esfuerzo

²⁶ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 720.

cortante nominal en la sección más peraltada de la ménsula con la carga axial y el cortante últimos, el contenido de acero, la resistencia del concreto y la relación claro de cortante/peralte; la ecuación 2-17 expresada en psi.

$$v_u = 6,5 - 5,1 \frac{\bar{N}_u}{V_u} \left(1 - \frac{l}{2d} \right) \left(1 + \sqrt{64 + 160 \frac{\bar{N}_u}{V_u}} \right)^3 \rho \bar{f}'_c \quad (\text{Ec. 2-17})$$

Donde:

$$l/d \leq 1$$

$$d \leq 2h'$$

$$0,04 \leq \rho f_y / f'_c \leq 0,13$$

$$N_u / V_u \geq 0,20$$

Se debe considerar a N_u como carga viva

$0,5 \leq A_h / A_s \leq 1,0$ en que A_h es el refuerzo horizontal del alma paralelo al acero principal a tensión A_s

V_u debe encontrarse entre los siguientes valores

$$3,25 \bar{f}'_c \leq v_u \leq \begin{matrix} 17,2 \bar{f}'_c \\ 0,2 \bar{f}'_c \\ 800 \text{ psi} \end{matrix} \text{ lo que sea menor} \quad (\text{Ec. 2-18})$$

2.5. Cartelas

Luego de la búsqueda de información técnica y según las referencias obtenidas, el campo de experimentación respecto del tema de vigas con cartelas es reducido en comparación con el desarrollado para vigas prismáticas. Adicionalmente, indican que incluso en los códigos de construcción y diseño no se dispone de criterios o métodos claramente definidos para la aplicación y uso de las cartelas. Aún así, se presenta una condensación de la información obtenida en búsqueda de la posible aplicación a la propuesta en desarrollo.

2.5.1. Geometría y fuerzas internas

Respecto de la geometría de las cartelas es evidente que el cambio de la sección en la longitud de la cartela generará una distribución de fuerzas internas perturbada. Debido a ello una solución al problema del diseño, podría resultar de diseñar las cartelas auxiliándose del método del Puntal-Tensor ya expuesto en secciones anteriores. De la figura 32, se aprecia que la distribución de fuerzas internas desarrolladas en elementos de sección variable similares a las cartelas depende del ángulo de acartelamiento de la siguiente forma.

Cuando el refuerzo es continuo y los momentos flectores imponen tensión sobre el refuerzo inferior, el grado de la tensión impuesta sobre el refuerzo tiende a enderezar el refuerzo con lo que es necesario el desarrollo de una fuerza diagonal que transfiera esta fuerza a la zona de compresión, impidiendo el enderezado del refuerzo en el punto del vértice. La magnitud de esta fuerza diagonal se encuentra en función del cambio angular de la fuerza de tensión transmitida por el refuerzo como se aprecia en el polígono de fuerzas de la figura 32.

Adicionalmente, se presentan las recomendaciones para la provisión de refuerzo:

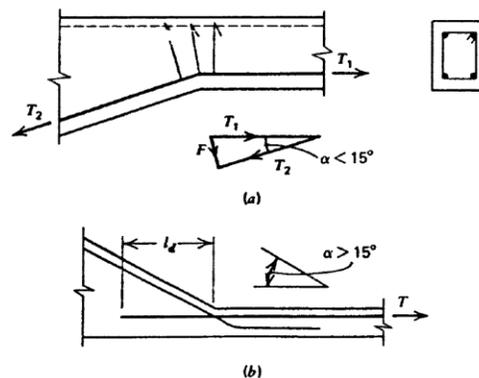
- Cuando el cambio angular es pequeño, $\alpha < 15^\circ$, la fuerza diagonal puede proveerse a través de estribos que impidan el movimiento del vértice. Park y Paulay²⁷ aconsejan que el refuerzo transversal sea capaz de desarrollar una fuerza mínima de $1,5F$ (figura 32). El ACI 318-05 en su sección 7.8.1.3 establece que para el caso de columnas en donde el refuerzo longitudinal requiera doblarse por cambio de sección, el refuerzo transversal debe diseñarse para resistir 1,5 veces la componente

²⁷ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 692.

horizontal de la fuerza calculada en la porción inclinada de la barra. Adicionalmente, indica que deben colocarse los estribos a una distancia no mayor de 15 centímetros de los puntos de doblado.

- Cuando el cambio angular es mayor, $\alpha > 15^\circ$, es más recomendable interrumpir la continuidad del refuerzo y proporcionarlo en dos secciones ancladas a través de longitudes de desarrollo embebidas en concreto, con el fin de eliminar la fuerza diagonal que en este punto aumentaría proporcionalmente con el ángulo de acartelamiento, lo cual además de llevar a los estribos a la fluencia e incluso a la ruptura, amenazando la integridad estructural, provocaría con mayor rapidez un desprendimiento del concreto de recubrimiento, influyendo sobre la rigidez inercial del elemento. Ambas consideraciones se aprecian en la figura 32.

Figura 32. **Cambios de dirección en fuerzas internas**

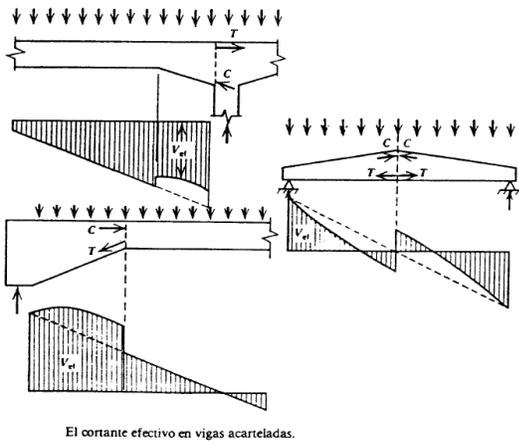


Cambios de dirección de la fuerza de tensión. (a) Usando estribos cuando el cambio angular es pequeño. (b) Varillas principales traslapadas cuando la inclinación es grande.

Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 691.

La interacción de los esfuerzos de flexión y cortante genera una situación similar a la de las ménsulas, en cuanto al desarrollo de un puntal diagonal de compresión que sigue la inclinación de la cartela, y que afecta la resistencia a cortante. Utilizando la figura 33, el puntal de compresión desarrollado en la cartela influye de acuerdo a la dirección en la que la sección del elemento aumenta, en otras palabras, cuando la sección del elemento, en este caso la cartela, aumenta en la misma dirección en que aumentan los momentos flexionantes, el cortante externo se reduce, caso contrario contribuye a magnificar el cortante externo.

Figura 33. **Influencia de los esfuerzos de flexión sobre el cortante externo**



Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 691.

2.5.2. Antecedentes experimentales

Como todo estudio²⁸, los análisis que conforman los antecedentes experimentales, se encuentran circunscritos al enfoque previsto previo a la ejecución del estudio, así pues, es necesario indicar el enfoque en cada uno de los estudios consultados, previo a enumerar las conclusiones a las que se llegaron en cada uno de ellos.

- Debaiky y El-Niema (1982): el estudio se concentro en el comportamiento a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado provistas de refuerzo transversal.
- El-Niema (1988): como una extensión del estudio previo, se conservaron las condiciones de carga y ángulos de acartelamiento sin embargo, se aplicó a vigas acarteladas de sección T, aunque no se menciona la contribución del patín en la resistencia a cortante.
- Macleod y Houmsi (1994): este trabajo se concentró en determinar el peralte que debe utilizarse en el diseño de trabes acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal, es decir el peralte crítico. Las trabes fueron ensayadas en doble voladizo, de tal forma que se modelara de una manera realista el comportamiento de trabes continuas, es decir evaluando la resistencia a cortante en la zona donde el momento flexionante (negativo) es máximo.

²⁸ GONZÁLEZ, Oscar; et al. *Estudio experimental del cortante estático en trabes acarteladas de concreto reforzado*. Consulta: 4 de octubre de 2013.

Resultados:

- Debaiky y El-Niema (1982)
 - No existe una gran diferencia en el valor de la fuerza cortante que produce el primer agrietamiento diagonal en trabes con diferente ángulo de acartelamiento.
 - La contribución a cortante del concreto es función del ángulo de acartelamiento, mientras que la contribución del acero de refuerzo transversal no depende de éste.
 - No existe diferencia considerable en el cortante último que resisten las trabes acarteladas con el mismo ángulo de acartelamiento, independientemente de la ubicación del mayor peralte, ya sea en los extremos o en la parte central de la trabe.
 - El agrietamiento diagonal tiende a presentarse en la zona de menor peralte.

- El-Niema (1988)
 - La buena correlación de la fórmula propuesta por Debaiky y El-Niema (1982), basada en trabes de sección rectangular, con los resultados del ensaye de trabes acarteladas de sección transversal T.
 - La ventaja de utilizar trabes acarteladas con sección T donde el mayor peralte esté ubicado en los apoyos, debido a que presentan

una mayor resistencia a cortante y menor capacidad de deformación, en comparación con las trabes acarteladas que tienen el mayor peralte en el centro de la trabe.

- Macleod y Houmsi (1994)
 - Al aumentar el ángulo de acartelamiento, se hace evidente el trabajo de un puntal en la longitud de la cartela y esto se asocia a la aparición de más de una grieta diagonal importante. Este fenómeno ocasiona que los elementos presenten una sobre resistencia considerable. Entendiéndose como sobre resistencia al incremento de carga que puede soportar el elemento una vez que se presenta la grieta principal diagonal.
 - El acero longitudinal en las trabes acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal, trabaja a esfuerzos muy por debajo del límite de fluencia.
 - Al aumentar el ángulo de acartelamiento, aumenta la capacidad de deformación de las trabes respecto a la observada en una trabe prismática cuyo peralte corresponde al mayor de una trabe acartelada.
 - El peralte crítico de diseño en trabes acarteladas continuas se encuentra ubicado a una distancia de 2,7 veces el peralte efectivo de la sección transversal que corresponde al tramo prismático (peralte mínimo), medido desde el punto de inflexión hacia el extremo de la trabe.

Tabla IV. **Comparación de la contribución al cortante del concreto reportado en los estudios**

<p>Debaiky y El-Niema (1982)</p>	$V_{CR} = 0,66 \overline{f'_c} b d_s \left[1 \pm 1,7 \tan \alpha \right]$	<p>d_s: es el peralte efectivo del extremo de la trabe. +: el peralte mayor al centro del claro -: el peralte mayor en el extremo de apoyo</p>
<p>MacLeod y Houmsi (1994)</p>	$V_{CR} = V_{cp} + \frac{M}{d_{cr}} F \tan \alpha$ $F = 0,27(1 + \tan \alpha)$	<p>V_{cp}: resistencia al cortante del concreto calculada para el peralte mínimo. d_{cr}: es el peralte ubicado a 2.7 veces el peralte mínimo a partir del punto de inflexión de una trabe continua hacia el apoyo M: momento actuante en la sección crítica.</p>

Fuente: elaboración propia.

2.5.3. Influencias del uso de cartelas

De la referencia bibliográfica 14, se tienen además, consideraciones en cuanto a la influencia de las cartelas en vigas. Respecto de los beneficios obtenidos de su uso se mencionan un aumento en la rigidez lateral de los marcos, una reducción en el peso de la estructura, una reducción en la altura efectiva de entrepiso, una disminución en la cantidad de concreto e incluso la facilidad vinculada con la ubicación de algunas instalaciones. Mientras que la desventaja principal es un aumento en la labor de habilitación y cimbrado respecto de las vigas sin cartelas.

Debe indicarse que el comportamiento observado en los estudios experimentales consultados, corresponde principalmente al mecanismo de arco, reportando que en efecto, la capacidad de absorción de energía en estos elementos es considerable. Dado que se desarrolla un mecanismo de arco en la cartela, los mecanismos de falla también están asociados a dicho comportamiento. La gran rigidez, que se debe a este comportamiento, hace del elemento un punto de sumo cuidado debido a que, por la gran cantidad de energía que absorben, las fallas son severas y frágiles y en muchos casos, con índices de daño tales que la rehabilitación no solo es un acto sin factibilidad estructural sino que también muy poco viable económicamente.

No obstante, si se provee del refuerzo adecuado y se controla eficientemente la forma de trabajo de una cartela, puede resultar una atractiva solución para la rehabilitación de daños gracias al fácil acceso en los vértices de las cartelas, que por lo general tienen ángulos abiertos, facilitando esta tarea.

2.6. Nudos viga-columna

Debido a que el tema central parte del comportamiento de los nudos rectangulares, se buscará presentar de manera clara no solo la caracterización de los nudos de acuerdo a su comportamiento y mecanismos de falla sino que se hará énfasis en aquellas cuestiones que inevitablemente influyen sobre el comportamiento de la estructura a nivel global como, la influencia de la adherencia, las propiedades de los materiales, la importancia del papel que juega el nudo en la estructura en cuanto al desarrollo de la redundancia estructural y a la continuidad necesaria para el desarrollo de dos diferentes mecanismos de comportamiento estructural ante cargas sísmicas considerados en los métodos de diseño.

2.6.1. ¿Qué es un nudo?

Se iniciará planteando la definición de lo que es un nudo, ya no desde la perspectiva del análisis estructural pues esta ya quedó clara al inicio del presente capítulo, más bien ahora se requiere una definición en el contexto del concreto armado. Según Nilson, un nudo es la porción de la columna dentro de la altura de las vigas que se unen hasta él. Según ACI 352RS-02, una conexión viga-columna (nudo) se define como la porción de la columna localizada dentro de la altura de la viga más alta de las que lleguen a la columna.

Evidentemente al intentar definir un nudo, es necesario comprender su geometría y más aún comprender que la consideración de la geometría puede cambiar de acuerdo al tipo de nudo y esto a la vez en función de la ubicación del nudo bajo consideración. Un cambio en la geometría en este caso, se refiere a las dimensiones del nudo y a su situación respecto de los elementos que conecta más que a su forma. Lo cierto es, que según ACI 352RS-02, Nilson e incluso Park y Paulay, la práctica de diseño generalizada, indica que se debe considerar al nudo como una porción de la columna. Ahora, la cuestión se encuentra en establecer a cuanto corresponde tal porción, para lo cual se presenta la clasificación de los nudos, de acuerdo a su geometría.

2.6.2. Clasificación de los nudos

Dentro de la clasificación geométrica de los nudos se encuentra la consideración de los nudos respecto de su ubicación dentro de la estructura, teniendo:

- Nudos de entrepiso, o nudos en los que la columna es continua y
- Nudos de cubierta, en donde la columna es discontinua.

Respecto a la consideración de los elementos que conecta el nudo, se debe a dos aspectos: uno geométrico y otro de cargas. Según el primero, los elementos que llegan al nudo pueden brindarle un confinamiento al núcleo del nudo, generando idealmente, un estado de esfuerzos triaxiales con lo que la resistencia del núcleo del nudo experimentaría mejoras. Esta idealización se reduce por los esfuerzos de tensión diagonal producidos por la transferencia del cortante a través del nudo, sin mencionar que para que los elementos convergentes al nudo puedan otorgar el mencionado confinamiento, es necesario que cumplan consideraciones mínimas de geometría, dando paso a una nueva clasificación contenida dentro de la primera:²⁹

- Nudos interiores: aquellos que tienen vigas llegando desde los cuatro lados del nudo, siempre que las vigas cubran al menos $\frac{3}{4}$ del ancho de la columna y la altura total de la viga de menor altura no sea menor que $\frac{3}{4}$ de la altura total de la viga mayor.
- Nudos exteriores: tienen al menos dos vigas que empatan en caras opuestas del nudo, siempre que los anchos de las vigas en las dos caras opuestas del nudo cubran al menos $\frac{3}{4}$ del ancho de la columna y las alturas de estas dos vigas no sean menores que $\frac{3}{4}$ de la altura total de la viga mayor que llega hasta el nudo.
- Nudos de esquina: aquellos que no satisfagan las consideraciones anteriores.

Como se mencionó, al considerar los elementos que conectan en el nudo, también existe un aspecto relacionado con las cargas para las cuales deberán ser diseñados.

²⁹ NILSON, Artur H. *Diseño de estructuras de concreto*. p. 329.

- Nudos tipo I: conectan elementos que son diseñados para condiciones de carga en las cuales la inversión de deformaciones inelásticas es poco probable y en caso de llegar a incurrir en ellas, estas no serán significativas. Es el caso de cargas gravitacionales y cargas laterales menores tales como, vientos promedios o acciones sísmicas bajas, las cuales no exigen requisitos especiales de ductilidad. Por tal motivo, son diseñados para cumplir con los requisitos de resistencia del Comité 318 de ACI a excepción del capítulo 21.
- Nudos tipo II: por el contrario, conectan elementos que son diseñados para condiciones de carga en los cuales la inversión de deformaciones inelásticas se espera sea significativa, como en el caso de estructuras sometidas a acciones eólicas fuertes (zonas expuestas a corrientes yet), explosiones y acciones sísmicas de medias a altas, razón por la que brindar rigidez y ductilidad a este tipo de nudos es de vital importancia, debido a que la estructura debe absorber y disipar energía en el rango inelástico y en ciclos de inversión.

2.6.3. Consideraciones en el comportamiento de nudos viga-columna

Luego de establecida la completa clasificación de los nudos en una estructura, es necesario determinar las condiciones que idealmente se esperan del comportamiento de los mismos; según Park y Paulay³⁰:

- Una junta (nudo) debe exhibir un comportamiento bajo carga de servicio igual en calidad a la de los miembros que une.

³⁰ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 743.

- Una junta (nudo) debe poseer una resistencia que corresponda al menos a las combinaciones más adversas de carga que podrían soportar los miembros adjuntos, varias veces de ser necesario.
- Normalmente la resistencia de la junta (nudo) no debe gobernar la de la estructura, y su comportamiento no debe impedir el desarrollo de toda la resistencia del miembro adjunto.
- Otras características notables del diseño de la junta (nudo) debe ser la facilidad de construcción y el acceso para depositar y compactar el concreto.

Retomando la concepción global de la estructura, el cuidado que debe prestarse tanto al diseño como a la construcción de los nudos resulta determinante para el comportamiento de la edificación. Por lo mismo y recordando lo expuesto en el inicio del presente capítulo, resulta lógico entonces afirmar que el desarrollo de las capacidades de todos los elementos que componen una estructura se encuentra en función de la calidad de las uniones o apoyos de los mismos. De acuerdo con esto, una deficiencia en las uniones implica una deficiencia en el trabajo de los elementos. La figura 34 muestra cómo es que las deformaciones en los miembros aumentan cuando la capacidad del nudo es deficiente.

Ahora, la tarea es determinar las acciones impuestas sobre los nudos, para establecer los medios a través de los cuales se pueda proveer al nudo de la capacidad para absorberlas. Nótese que en este punto es necesario absorber y no disipar energía, ya que si se permite disipación de energía dentro del nudo se estará permitiendo el desarrollo de deformaciones en el rango inelástico, lo

2.6.4. Fuerzas sobre un nudo y mecanismos de falla

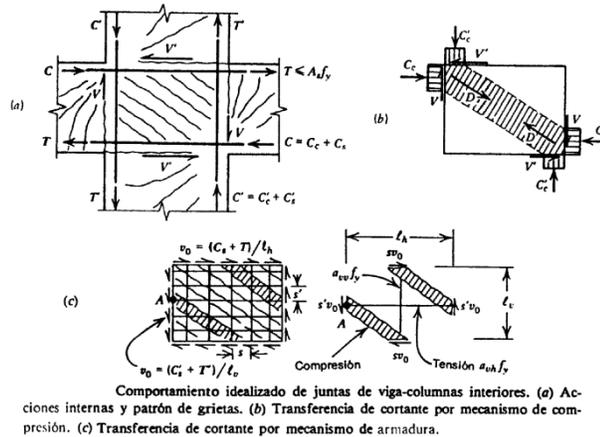
Siendo un nudo básicamente una discontinuidad no solo geométrica, sino también de carga, las distribuciones en los flujos de carga dentro de un nudo no se comportan como lo suponen las hipótesis de continuidad. Esta es la razón por la que un adecuado anclaje de las barras debe realizarse cuidadosamente identificando los posibles modos de falla.

2.6.4.1. Falla de adherencia

La adherencia posiblemente, sea uno de los aspectos más críticos en el comportamiento interno de un nudo y es que, debido a que los miembros unidos al nudo requieren desarrollar su capacidad a la carga impuesta en función de las deformaciones desarrolladas tanto en el refuerzo y concreto de la sección (ductilidad), se requiere entonces, que el concreto en el nudo cuente con la capacidad de absorber los esfuerzos de adherencia provenientes de las barras de refuerzo.

Lo anterior se encuentra condicionado a aspectos como longitud de desarrollo, separación de las barras de refuerzo, diámetro de las barras de refuerzo y los esfuerzos sobre las barras. Todos estos factores se hacen críticos en el nudo primero porque la longitud de desarrollo se encuentra limitada a las dimensiones del nudo y segundo, considerando que una barra que ingresa al nudo puede encontrarse sometida a tensión a un lado del nudo mientras que en el rostro opuesto se encontrará a compresión, los esfuerzos sobre las barras dentro del nudo, requerirían la consideración de una longitud de desarrollo para cada estado de esfuerzo lo que resulta aún más crítico considerando las dimensiones del nudo, ver figura 35.

Figura 35. Fuerzas sobre un nudo



Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 606.

En general, las articulaciones plásticas son de beneficio para la estructura en cuanto a la disipación de energía, no obstante, al situarse en cercanías del rostro del nudo, la extensión de la longitud de articulación plástica puede forzar al ingreso de la cedencia del refuerzo dentro del nudo, lo que significaría deterioro del concreto a través de agrietamiento progresivo y alternante, dando lugar a la trituration del agregado dispuesto entre grietas. Esto reducirá considerablemente la eficiencia de la transferencia de los esfuerzos a través del nudo, con lo que el elemento conectado a él, pierde parte de su capacidad y las deflexiones medidas sobre él pueden amplificarse de forma considerable.

“La penetración de cedencia bajo sobrecarga cíclica hasta una distancia de 14 a 18 diámetros de barra, cuando se sujetó el concreto en la zona de anclaje simultáneamente a una compresión transversal de 1 000 libras por pulgada cuadrada. Se encontró que la penetración de cedencia en la zona de anclaje explicaba hasta 60 por ciento de la deflexión total de los voladizos de

prueba”³¹. Este dato reportado por Ismail y Jirsa, llama la atención por dos razones en especial.

Primero, cuando el ACI 318-08 establece en 21.6.1.1 que la menor dimensión de la sección transversal no debe ser menor que 30 centímetros, lo que realmente podría resultar como un límite demasiado inferior en algunos casos. Segundo, en ACI 318-08 sección 21.7.2.3 se lee: donde el refuerzo longitudinal de una viga atraviesa un nudo viga-columna, la dimensión de la columna paralela al refuerzo de la viga no debe ser menor que 20 veces el diámetro de la barra longitudinal de viga de mayor diámetro para concretos de peso normal. Establece además, que con el fin de reducir el deslizamiento del refuerzo dentro del nudo, se requeriría una relación de 1/32 entre el diámetro de la barra y la dimensión de la columna.

Es interesante notar que los límites establecidos en ACI 318-08 en estos casos, no resultan ser del todo conservadores, ya que en ninguna de las dos consideraciones se especifica cuantas barras pueden entrar al nudo para que sea válido aplicarlas. Se hace entonces, más probable que el deterioro de la adherencia se extienda por una considerable porción de la longitud del nudo afectando al sistema estructural, debido a que si se rompe toda adherencia en el nudo se contribuye a la pérdida global de rigidez en el sistema.

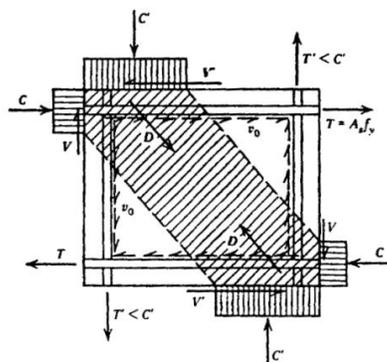
Adicionalmente se establece en ACI 318-08 21.7.2.1 que el esfuerzo en el refuerzo debe tomarse como $1,25f_y$ para proveer al nudo de la capacidad correspondiente a un esfuerzo sobre el refuerzo suficiente para provocar el endurecimiento por deformación.

³¹ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 420

El uso de un factor de reducción igual a uno y no de 0,90 como se utiliza generalmente para flexión, busca un resultado conservador puesto que, al utilizar un factor de reducción menor que uno, el momento en el borde del nudo se reduciría sin una respectiva reducción del brazo de palanca interno con lo que, se estaría suponiendo que los esfuerzos sobre las barras son menores, lo cual, no resulta conservador para el nudo ya que este se encuentra sometido a grandes esfuerzos cortantes transmitidos a través de la adherencia al interior del nudo.

El efecto de la compresión axial sobre las columnas que llegan al nudo puede contribuir considerablemente a la adherencia de las barras, ver figura 36. Cuando la compresión en la columna es mayor que $0,12f'c$, el bloque de compresión de la columna sobre el rostro del nudo es mayor, con lo que el puntal diagonal desarrollado en el interior del nudo es más ancho y vertical favoreciendo la transmisión del cortante y aportando una zona de confinamiento a la longitud de adherencia de las barras dentro del núcleo del nudo.

Figura 36. **Efecto de la compresión axial en el comportamiento de un nudo**



Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 770.

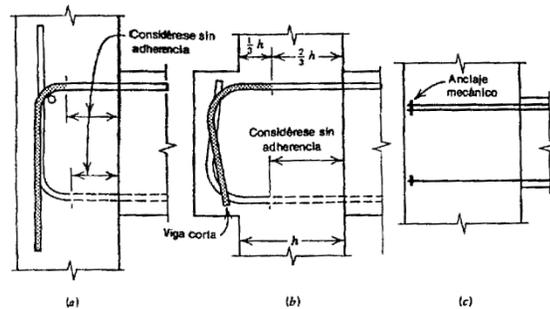
2.6.4.2. Falla por recubrimiento

En el caso de nudos interiores, se relaciona más con la formación de articulaciones plásticas en los rostros del nudo tanto en vigas como en columnas. Por esta razón, el ACI 318-08 en las secciones 21.5.2.3 y R21.6.3, limitan la ubicación de empales por traslapo dentro de los nudos y en una longitud igual a dos veces la altura del elemento medida desde la cara del nudo. Esto debido a que empalmes de este tipo originan un congestionamiento de refuerzo que, aunado a los esfuerzos generados por el corte de barras y a los esfuerzos de tope desarrollados por barras de refuerzo de columnas, aumentan la situación de agrietamiento con un posterior desprendimiento del concreto de recubrimiento en estas zonas.

Proveer de un excesivo recubrimiento puede resultar más perjudicial que beneficioso para elementos estructurales como las columnas, en donde el desprendimiento del mismo provoca una abrupta reducción de rigidez relacionada con la reducción de la sección transversal del elemento. Por otro lado, el efecto sobre las vigas no se relaciona solamente con la reducción de la sección sino con una reducción de la longitud de adherencia de las barras longitudinales que se anclan al nudo ya que el desprendimiento del recubrimiento en la columna significa la ausencia de una longitud de adherencia equivalente al espesor del recubrimiento.

Por esta razón es que se acostumbra en nudos exteriores y de esquina, ignorar la longitud de adherencia en la sección recta previa al doblez del gancho de 90 grados, y se busca que sea en la longitud posterior al gancho en donde se desarrolle el esfuerzo de adherencia correspondiente, figura 37.

Figura 37. Adherencia en nudo exterior



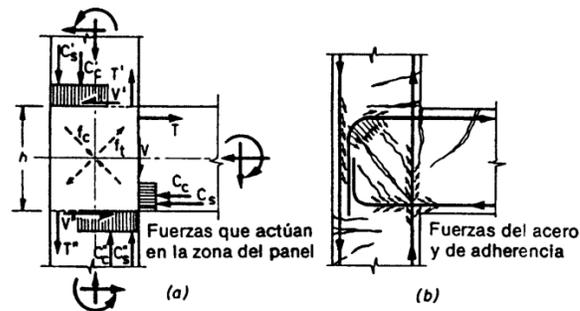
Anclaje de varillas de viga en columnas utilizando (a) varillas dobladas hacia arriba; (b) varillas dobladas hacia arriba en la extensión; (c) Anclaje mecánicos.

Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 774.

En los nudos exteriores y de esquina, donde las barras longitudinales de la columna que atraviesan el nudo requieren desarrollar los respectivos esfuerzos de adherencia sobre el concreto al mismo tiempo que la sección recta posterior al gancho a 90 grados del refuerzo de la viga requiere también desarrollar sus esfuerzos de adherencia figura 38, el concreto entre las barras se encuentra sometido a compresión diagonal, misma que causará una tendencia a separar las barras. Por tal razón, ACI 318 establece la importancia de ubicar los ganchos a 90 grados dentro de los primeros 5 centímetros del núcleo del nudo confinado, impidiendo la separación entre las barras por acción de los estribos.

Aún tomando las consideraciones de armado como la anterior, los esfuerzos de tensión sobre el concreto de recubrimiento, que tienden a separarlo del refuerzo finalmente conducen a un desprendimiento del mismo que afecta la adherencia tanto en las barras de refuerzo de la columna como de la viga. Una forma de dar solución a este problema es a través de una extensión de la viga como en la figura 37 (b), de esta forma se logran espaciar las barras de la columna de las barras del gancho de viga, trasladando los esfuerzos de adherencia y aliviando al concreto del nudo.

Figura 38. **Esfuerzos de adherencia en un nudo exterior**



Acciones en junta de viga - columna exterior de un marco de niveles múltiples.
(a) Resultantes de esfuerzo. (b) Patrón de grietas y fuerzas de adherencia.

Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 754.

Según ACI 318-08 en 21.7.4.1, se permite considerar como elemento de confinamiento a las extensiones de las vigas que se extienden al menos una altura h de la viga más allá de la cara del nudo. Con esto no se pretende implicar que la dimensión necesaria para aliviar los esfuerzos de adherencia deba ser igual al peralte de la viga, sino más bien se hace la salvedad de una solución que podría resolver el problema de la concentración de esfuerzos de adherencia con el valor agregado de proveer de confinamiento al nudo.

2.6.4.3. **Falla por cortante**

“La recomendación del código del ACI 318 de 1971 con respecto a las juntas (nudos) se basa en pruebas de la PCA. Se apoya en las discutibles premisas de que el comportamiento de la junta (nudos) está gobernado por cortante y que son aplicables los parámetros aceptados de la resistencia a cortante en las vigas”³².

³² PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 757.

Desde entonces, la situación de los nudos aún no ha presentado variaciones significativas. De hecho, en ACI 352-02, aún cuando se requiere que los nudos sean capaces de resistir, los esfuerzos transmitidos por los elementos que conecta, se efectúa su diseño en base a la resistencia a cortante del nudo. Para comprender esta disposición hace falta revisar ciertas filosofías de diseño.

Al lado de diseño al límite, el diseño por capacidad, indica que para considerar un comportamiento con capacidad dúctil en una estructura, se requiere que los modos de falla de naturaleza frágil sean los últimos en presentarse durante el desempeño de la estructura, permitiendo que sean las fallas dúctiles las primeras en desarrollarse, para que luego de agotada la capacidad de disipación de energía por este medio, el eslabón más débil sea el último en fallar. A este mecanismo se le conoce como la cadena dúctil. El diseño del nudo, debe basarse en su resistencia a cortante y siendo éste modo de falla de naturaleza frágil y también abrupta, ubican a la falla del nudo como uno de los últimos eslabones en la cadena dúctil.

Un aspecto de interés y de suma importancia es que en su diseño se consideran aplicables algunas de las suposiciones del mecanismo de armadura que se utiliza para resistir el cortante en vigas. Sin embargo, en relación a esto, las condiciones en el flujo de cargas internas se alejan de las hipótesis de continuidad en el interior de los nudos y en una sección mas allá de los rostros del nudo con una extensión de longitud aproximada al peralte del elemento que se conecta al rostro del nudo. Esta es a criterio de quien escribe, una de las razones por las que el mecanismo de armadura no es necesariamente aplicable a los nudos.

Los resultados reportados por estudios experimentales en nudos³³ revelaron que la capacidad a cortante del nudo no mejoraba aún con una cantidad de refuerzo transversal mayor al requerido, según la analogía de la armadura. Otra influencia que recibe el mecanismo resistente a cortante desarrollado en el interior del nudo y que deja ver la fragilidad de la aplicación de la analogía de la armadura en los nudos, es que si la contribución de la compresión axial en la sección gruesa de concreto es menor que $0,12f_c$ (según SEAOC 1971) el efecto benéfico en la resistencia a cortante en la junta debe despreciarse, con lo que deben ser los estribos quienes resistan la totalidad del cortante en el nudo.

Lo anterior alerta a la situación de los nudos cuando el sismo impone tensión en lugar de compresión en la columna que ingresa al nudo. Así entonces, la dirección de los esfuerzos axiales en las fronteras de los nudos influye grandemente en la formación de los puntales para contrarrestar la componente vertical de la tensión diagonal (cortante) generada dentro del nudo. Esta variabilidad en la consideración de la componente vertical ha forzado al Comité ACI 352-02 a buscar controlar las tensiones diagonales a través del componente horizontal, que se transmite a través del nudo por medio de los esfuerzos de adherencia de las barras que atraviesan el nudo y que se resiste por medio del refuerzo transversal dispuesto en el núcleo del nudo.

Una solución, idealmente restringiría las cuantías de refuerzo a tensión dentro del nudo a valores cercanos a la razón de resistencia al agrietamiento del concreto sobre la resistencia a la fluencia del acero. Sin embargo, esta pierde sentido práctico en vigas o columnas que requieren ser severamente reforzadas, al punto que las cuantías de refuerzo que ingresan al nudo pueden llegar a ser tan elevadas que los esfuerzos de adherencia exigidos también se

³³ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 761.

verán magnificados y como consecuencia, el congestionamiento del refuerzo dentro del nudo, puede impedir el adecuado vaciado del concreto en el volumen del nudo limitando aún más, la capacidad de transferir esfuerzos de adherencia, por efecto de las ratoneras.

Otro eslabón de debilidad en el diseño del nudo se encuentra en relación a lo establecido por ACI 352-02 en las secciones 4.2.2.4, 4.2.2.5 y 4.2.1.4 al igual que por ACI 318-08 sección 21.7.3.2 que permiten una reducción en la cantidad de refuerzo transversal dentro del nudo, atribuyendo dicha reducción al confinamiento que otorgan los elementos que llegan a conectarse en el nudo y que cumplan las condiciones para nudos interiores en 2.3.6.2. Pero, al considerar que la formación de articulaciones plásticas en la interfase del nudo con los elementos que conecta, promueve el ingreso de la cedencia del refuerzo al núcleo del nudo con una degradación adicional del concreto, el confinamiento que estos elementos proporcionaban ya no continuaría siendo efectivo.

Un último punto de debilidad identificado en el diseño de los nudos, según quien escribe, es que según ACI 352-02 sección 4.3.1, para conexiones donde lleguen vigas en dos direcciones perpendiculares, el cortante horizontal en el nudo debe ser verificado independientemente en cada dirección, debiendo elegirse un solo valor de Y , ver tabla V, para el cálculo de la resistencia nominal a cortante del nudo.

Tabla V. Valores de ACI 352-02

Clasificación	Tipo de conexión	
	1	2
Nudos con columna continua		
• Nudos confinados efectivamente en todas las cuatro caras verticales.	24	20
• Nudos confinados efectivamente en tres caras verticales o en dos caras verticales opuestas	20	15
• Otros casos	15	12
Nudos con columna discontinua		
• Nudos confinados efectivamente en todas las cuatro caras verticales.	20	15
• Nudos confinados efectivamente en tres caras verticales o en dos caras verticales opuestas	15	12
• Otros casos	12	8

Fuente: elaboración propia.

Esto refleja una simplificación adoptada en el diseño estructural y es considerar la dirección del movimiento sísmico orientado con los ejes principales de la estructura, y analizar las exigencias impuestas de forma independiente sobre cada uno de los ejes ortogonales de la estructura, siendo una simplificación severa. Este punto estudiado según Park y Paulay³⁴ por personajes como Armstrong, Row entre otros, revela que para un grado de ductilidad al desplazamiento dado de 4, solamente basta una desviación de la dirección del sismo respecto de los ejes de la estructura de 14 grados para imponer de manera simultánea cedencia en ambos sentidos, con los siguientes efectos adicionales:

³⁴ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 600,601.

- La flexión biaxial de las columnas reduce la resistencia a flexión de las mismas, pero el momento resultante del sistema de vigas aplicado a las columnas se aumenta.
- La fuerza cortante que actúa en las columnas será mayor que para la cedencia de los marcos en solamente una dirección.
- Los núcleos de uniones en las intersecciones de vigas-columnas serán actuadas por fuerzas mayores cortantes.

Es evidente que considerar los efectos del sismo en cada dirección ortogonal de manera independiente puede ocultar efectos como los descritos en los puntos anteriores. En cuanto al efecto producido sobre la capacidad del nudo, siendo estos controlados por un mecanismo de falla frágil como lo es el cortante, el peligro asociado es que al considerar cada dirección por separado, se considera la totalidad de la resistencia a cortante del concreto en dos ocasiones llegando a ignorar la magnitud de la resultante de la tensión diagonal (cortante) realmente aplicada al nudo.

A lo anterior se debe sumar la sobre resistencia de las vigas que llegan al nudo producto de la contribución del refuerzo de la losa dentro de un ancho efectivo a cada lado de la viga como lo describe la sección 21.6.2 y 8.12 de ACI 318-08, haciendo que esta trabaje como una viga T con un patín proporcionado por la losa. Esto inevitablemente impondrá sobre el nudo esfuerzos cortantes mayores y considerando la cadena dúctil, podría incluso invertirse el orden en los eslabones débiles provocando que a causa del aumento en la resistencia a flexión de las vigas, la resistencia a cortante provista al nudo quede por debajo de aquella haciendo susceptible una falla frágil antes que se desarrolle la capacidad dúctil de los elementos que llegan al nudo.

La resistencia a cortante en el nudo debe calcularse según ACI 352-02 como sigue:

$$\phi V_n \geq V_u \quad (\text{Ec. 2-19})$$

Donde $\phi = 0,85$ y V_n es la resistencia nominal a cortante del nudo, la cual es igual a:

$$V_n = \gamma \bar{f}'_c b_j h_c \quad (\text{psi}) \quad (\text{Ec. 2-20})$$

Donde h_c es la altura de la sección de la columna en la dirección en la que se considera el cortante del nudo, y b_j no debe exceder el menor valor de:

$$\frac{b_b + b_c}{2} ; b_b + \frac{mh_c}{2} ; b_c \quad (\text{Ec. 2-21})$$

Donde b_b es el ancho de la viga longitudinal y m es un factor que considera la excentricidad de la viga sobre la columna.

2.6.4.4. Falla por formación de articulaciones en las vigas y columnas

Previo a realizar el análisis de este tipo de fallas, es necesario ampliar ciertos conceptos que no están contenidos en la sección de ductilidad del capítulo 1, y que serán de utilidad en la comprensión de los efectos producidos en el comportamiento de la estructura a raíz del desarrollo de las articulaciones en los rostros de los nudos.

2.6.4.4.1. Articulaciones plásticas

Si los elementos estructurales son capaces de liberar una buena cantidad de la energía que absorbe, muy seguramente la estructura así conformada será apropiada para resistir el efecto de sismos intensos. Si esto no es posible, puede resultar ruinoso para la construcción ya que la disipación de esa energía se logrará mediante daño, que de llegar a altos niveles, puede desembocar en el colapso de la edificación³⁵.

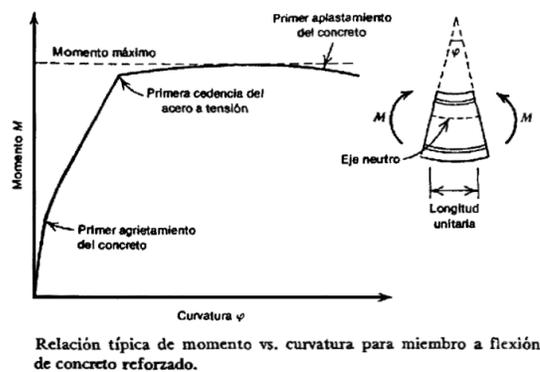
Una de las ventajas asociadas a la formación de articulaciones en la estructura es la capacidad de disipación de energía a través de ellas, de tal suerte que una estructura hiperestática alcanzará su resistencia cuando se hayan formado n cantidad de articulaciones plásticas en la estructura, donde n expresa el grado de indeterminación de la misma estructura, para posteriormente iniciar con la cantidad de articulaciones plásticas adicionales para disipar la energía hasta llegar a un número de articulaciones tal, que el mecanismo de colapso se promueva.

Debido a que se debe lograr la formación de las n articulaciones para que la estructura completa alcance su resistencia, es necesario que las primeras articulaciones formadas logren mantener la capacidad de rotación plástica, mientras se mantiene el momento último, con el fin de que se pueda transmitir carga adicional conforme los momentos en otras partes se elevan hasta su valor de fluencia. Lógicamente, la aparición de todas las articulaciones plásticas previo a que la estructura alcance su resistencia no será de manera simultánea con lo que la curva de capacidad de una estructura presentará un comportamiento curvo.

³⁵ GALLEGO, Mauricio; SARRIA, Alberto. *El concreto y los terremotos*. p. 133.

Una representación de la capacidad de rotación de una sección contra los momentos flectores impuestos sobre ella se conoce como curva Momento-Curvatura ($M-\phi$). El diseño estructural en las suposiciones simplificadoras considera que las n articulaciones se forman de manera simultánea en toda la estructura idealizando la curva $M-\phi$ como bilineal. Otra presentación de la curva $M-\phi$ considera tres puntos, el primer agrietamiento, la resistencia del sistema y la falla total, figura 39.

Figura 39. **Gráfica momento-curvatura ($M-\phi$)**



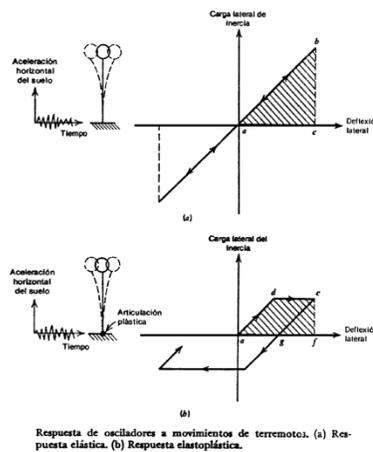
Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 516.

2.6.4.4.2. Ductilidad al desplazamiento

Para iniciar, se debe aclarar que la carga sísmica de diseño que recomiendan los códigos de construcción, por ejemplo UBC 97 tienen la forma de carga lateral estática. Una práctica del diseño estructural consiste en aplicar a la estructura, carga lateral estática equivalente con una distribución cercana a la triangular, imponiendo la mayor carga en la parte superior, simulando con ello el perfil de deflexiones del primer modo de vibración, figura 40. La aplicación de carga estática triangular se encuentra sujeta al tipo de estructura a la que se

aplica, es decir, a la relación de esbeltez de la estructura y a su estabilidad requiriendo en algunos casos obviar el análisis estático y ejecutar análisis dinámicos.

Figura 40. **Respuestas sísmicas para el primer modo de vibración**



Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 569.

Utilizando la misma figura 40, se presentan dos situaciones para la misma suposición del primer modo de vibración. Una correspondiente a una respuesta elástica, figura 40 (a), en donde la trayectoria de cargas alternantes cíclicas, sigue la misma pendiente en suposición de que no existe degradación de la rigidez y el elemento se comporta de forma elástica. El área del triángulo de la figura 40 (a) representa la cantidad de energía potencial almacenada en el elemento, cuando este se encuentra en el punto de máxima deflexión lateral. Paralelamente la figura 40 (b) presenta una respuesta idealmente elasto-plástica, en donde se produce la formación de una articulación plástica en la base del oscilador, modificando la respuesta del sistema.

La cantidad de energía potencial almacenada en el último caso es menor en comparación a la energía almacenada en un sistema elástico y se debe a que por efecto de la articulación plástica la energía representada por el área adcg es disipada de la estructura en alguna forma de energía no recuperable.

Una suposición adoptada en los códigos de construcción es que las deformaciones últimas asociadas a ambas respuestas son similares. Esta suposición se expresa gráficamente a través de la figura 41a, de donde se tiene que un factor de ductilidad de desplazamiento para una estructura está expresado por Δ_u / Δ_y , donde Δ_u corresponde a la deflexión lateral en el extremo del intervalo posterior al elástico y Δ_y es la deflexión lateral la primera vez que se alcanza la cedencia.

“El comentario al código SEAOC indica que se puede estimar el factor de ductilidad de desplazamiento, requerido en el diseño, en base a la relación de la carga de inercia de respuesta elástica a la carga de diseño estático del código (R), y que los valores típicos para el factor μ de ductilidad de desplazamiento pueden variar entre 3 y 5”³⁶. Actualmente códigos como UBC 1997 (tabla 16-N) e IBC 2003 (tabla 1617.6.2) presentan los valores para factores de ductilidad al desplazamiento como los define SEAOC con el nombre de coeficientes de modificación de respuesta con un valor de 8 para pórticos de momento especiales de hormigón reforzado. La referencia bibliográfica 4, indica también un factor de ductilidad de desplazamiento menor o igual que 4.

Los factores μ y R corresponden a la misma suposición y situación con la diferencia de que μ se expresa en función de las deflexiones laterales, mientras que R se expresa en función de las cargas laterales que conducen a las deflexiones laterales consideradas en μ y se relacionan entre sí a través de

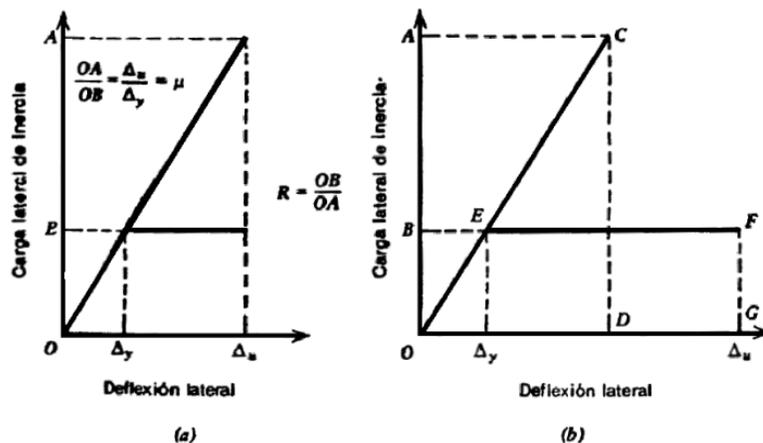
³⁶ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 570.

$R = 1/\mu$. Blume³⁷ utilizó un análisis de energía para el planteo del factor R , basado en la suposición de que la energía potencial almacenada en el sistema cuando responde elásticamente es la misma que la almacenada por el sistema elasto-plástico, ya que suponer una misma deflexión lateral para ambas respuestas, puede no resultar conservador, obteniendo un valor que resulta en un límite superior para el factor de reducción R , figura 41b.

$$R = \frac{1}{2\mu - 1} \quad (\text{Ec. 2-22})$$

Es lógico que resulte como un límite superior para el valor de R ya que no considera la disipación de la energía en la articulación, forzando a la estructura a almacenar la misma cantidad de energía potencial que el sistema elástico a través de deformaciones plásticas.

Figura 41. Factor de reducción



Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 570.

³⁷ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 571.

2.6.4.4.3. Ductilidad de curvatura

La curvatura de una sección y de un elemento se encuentra en función de la rigidez a la rotación del elemento y de la magnitud de los momentos impuestos sobre el elemento, alejando o acercando el punto de intersección de dos radios perpendiculares a las tangentes de la elástica en dos secciones consecutivas del elemento. En consecuencia, la curvatura es una aplicación de la elástica del elemento en función de las deformaciones internas impuestas por la rotación de las secciones de la siguiente forma,

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{M}{EI} \quad (\text{Ec. 2-23})$$

Es necesario también, aclarar que aún cuando la curvatura se define como una rotación,

$$\frac{\Delta_u}{\Delta_y} \neq \frac{\varphi_u}{\varphi_y} \neq \frac{\theta_u}{\theta_y} \quad (\text{Ec. 2-24})$$

Debido a que la disipación de energía requerida en el diseño sismorresistente se concentra en zonas como las articulaciones plásticas, la curvatura es un parámetro que requiere revisión en estas secciones ya que las rotaciones impuestas sobre las articulaciones pueden superar la capacidad que estas tienen para curvarse.

Una de las aplicaciones prácticas de la curvatura es la generalización de los teoremas de área-momento y los teoremas de la viga conjugada:

$$\theta_{AB} = \int_A^B \varphi dx \quad \Delta_{AB} = \int_A^B x \varphi dx \quad (\text{Ec. 2-25})$$

La disipación de energía en las articulaciones plásticas no solamente depende de la curvatura que estas puedan desarrollar sino que también dependen de la longitud de la articulación misma. Esto puede ejemplificarse con el giro que debe efectuar un auto en una vía de alta velocidad, se requiere que la longitud sobre la que pueda desarrollarse el giro del auto sea mayor cuanto mayor es la velocidad límite de la vía, de lo contrario un giro abrupto debido a una corta longitud para desarrollar el giro puede provocar un accidente vial. Igualmente, si la longitud de la articulación plástica es muy reducida se tendrá una concentración elevada de esfuerzos en ella, con el riesgo de llevarla a la falla.

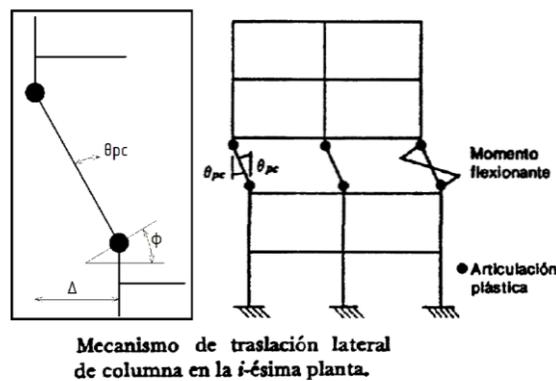
Habiendo establecido los conceptos anteriores y en relación a las fallas en los nudos ya planteadas, basta indicar que las fallas por formación de articulaciones plásticas en los bordes de los nudos, presentan además de todas las influencias de reducción de adherencia por penetración de la cedencia al núcleo del nudo, la reducción de la resistencia a cortante, la pérdida de recubrimiento y por ende de longitudes de desarrollo para las barras de las vigas, otros., influyen grandemente en el comportamiento de la estructura vinculados a dos mecanismos de colapso estático.

2.6.4.4.4. Mecanismo de traslación de columna

Es especialmente indeseable esta situación, ya que deriva en el fenómeno de piso blando que resulta perjudicial para la estructura. Este mecanismo requiere de la formación de articulaciones plásticas en ambos extremos de las columnas y aún cuando el requerimiento de ductilidad de desplazamiento fuese menor Δ en la figura 42, el requerimiento de ductilidad de curvatura (ϕ en la figura 42) aumenta considerablemente debido a que la mayor parte o toda la

deflexión estimada para la estructura se concentra en la altura de un solo piso, con lo que la ductilidad se ve sobre exigida en los extremos de la columna pudiendo incluso superar los rangos de deformación en las secciones de las articulaciones con lo que llega el colapso.

Figura 42. **Mecanismo de traslación de columna**



Fuente: adaptado de PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 579.

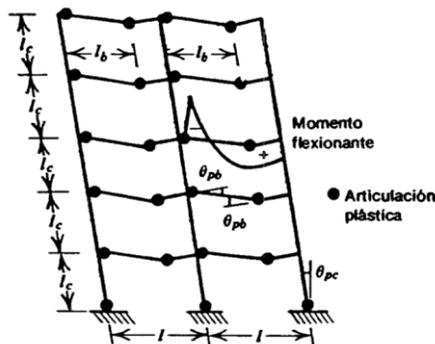
2.6.4.4.5. Mecanismo de traslación lateral de viga

Implícitamente es el mecanismo deseado y el que se busca a través de las disposiciones de los códigos. Este mecanismo basado en el gobierno del primer modo de vibración, supone la formación de las articulaciones en las vigas antes que en las columnas. La articulación plástica al centro del claro de la viga no es crítica debido a que la longitud disponible para que se desarrolle la articulación es mucho mayor en comparación con la situación de los extremos de las vigas, en donde la longitud para desarrollar la articulación plástica se ve limitada.

Se busca la formación de las articulaciones en la base de la estructura, de esta forma para un factor de ductilidad de desplazamiento en la cúspide de la estructura permite que el requerimiento de ductilidad de curvatura en la base se reduzca considerablemente. Nuevamente, la capacidad de la articulación plástica se encuentra condicionada a la longitud de la misma articulación. Debido a ello ACI 318-08 establece que la longitud de confinamiento en las bases de las columnas del primer nivel de empotramiento en una estructura se aumente un 50 por ciento, con el fin de otorgar una mayor longitud para el desarrollo de la articulación plástica controlando las exigencias de ductilidad a la curvatura.

Un aspecto importante es que la situación de carga de las columnas cuando están a compresión, reduce considerablemente la ductilidad de curvatura de sus secciones debido a que la compresión a la que se encuentran sometidas ya ha impuesto deformaciones sobre la sección, reduciendo la posibilidad de desarrollar mayores deformaciones en función de la intensidad de los esfuerzos de compresión, de allí que se busca producir en la estructura el mecanismo de traslación lateral de viga.

Figura 43. **Mecanismo de traslación lateral de viga**



Fuente: PARK, R.; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. p. 579.

2.6.5. Articulaciones plásticas según las NTC-2004

Dado que hasta este punto las referencias y consideraciones de diseño se han basado en las recomendaciones emitidas por los Comités de ACI, se considera prudente exponer por lo menos aquellos puntos de las NTC-2004³⁸ que son de relevancia para este estudio y para el caso particular del desplazamiento de las articulaciones plásticas de las vigas, resumiéndose como sigue:

- 6.8 Articulaciones plásticas en vigas, columnas y arcos

Cuando por usar análisis límite, o por alguna otra razón, deban preverse articulaciones plásticas en vigas, columnas o arcos de concreto reforzado, se cumplirán los requisitos de las zonas confinadas de vigas y columnas de marcos dúctiles prescritos en el capítulo. 7, en la porción del elemento que se halle a una distancia igual a dos peraltes efectivos, $2d$, de toda sección donde se suponga, o el análisis indique, que se va a formar una articulación plástica.

Si la articulación se forma en una sección intermedia, los dos peraltes efectivos se tomarán a cada lado de dicha sección. Si la articulación en una viga se forma al paño de una columna sin que llegue otra viga a la cara opuesta, el acero de refuerzo superior e inferior de la viga debe prolongarse hasta la cara más lejana del núcleo de la columna y su anclaje cumplirá con los requisitos de la sección 7.4.5.1.

En estructuras formadas por vigas y columnas se procurará que las articulaciones plásticas se formen en las vigas (mecanismo de columna fuerte y

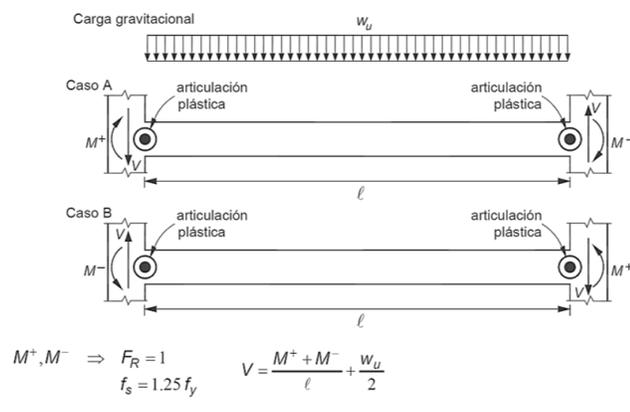
³⁸ *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto*, México, 2004. <<http://materiales.azc.uam.mx/tperea/114331/NTC-CONCRETO.pdf>>.Consulta: junio de 2013.

viga débil). La sección 7.4.5.1 aludida en el párrafo anterior, trata el anclaje del refuerzo longitudinal para barras que terminan en el nudo.

- 7.2.4 Requisitos para fuerza cortante
 - 7.2.4.1 Fuerza cortante de diseño

“Los elementos que trabajan principalmente a flexión se dimensionarán de manera que no se presente falla por cortante antes que puedan formarse las articulaciones plásticas por flexión en sus extremos. Para ello, la fuerza cortante de diseño se obtendrá del equilibrio del miembro entre caras de apoyos; se supondrá que en los extremos actúan momentos del mismo sentido (figura. 7.2), (figura 44 en este trabajo). Estos momentos representan una aproximación de la resistencia a flexión y son valuados con las propiedades del elemento en esas secciones, con factor de resistencia unitario, y con el esfuerzo en el acero de tensión al menos igual a $1,25f_y$. A lo largo del miembro actuarán las cargas correspondientes multiplicadas por el factor de carga.”

Figura 44. **Fuerza cortante [ref. 21]**



Fuente: NTC-2004.

En el caso de vigas que formen parte de conexiones viga–columna con articulaciones alejadas de la cara de la columna (sección 7.5), para calcular la fuerza cortante de diseño se podrá usar el método anterior, considerando que la longitud l de la figura 7.2 es la distancia centro a centro entre dichas articulaciones. El refuerzo por cortante así diseñado se deberá extender dentro de la región de la viga comprendida entre las secciones 1 y 2 definidas en la sección 7.5.2.

La sección 7.4.4 Resistencia a fuerza cortante en nudos viga-columna, denominados según las NTC-2004 como Uniones viga-columna, provee en su inciso b) la ecuación 7.6 (ec. 2-26 acá) para calcular la resistencia a cortante en nudos confinados en tres caras verticales o en caras verticales opuestas escrita para centímetro y kilogramo por centímetro cuadrado.

$$4,5F_R \leq f_c' b_e h \quad (\text{Ec. 2-26})$$

Donde b_e y h corresponden a las dimensiones de la geometría del nudo tal y como se explica en la ecuación 3-35. Según 1.7 (b), el factor $F_r = 0,8$ para cortante y torsión.

- 7.4.5.2 Barras continuas a través del nudo

Los diámetros de las barras de vigas y columnas que pasen rectas a través de un nudo deben seleccionarse de modo que se cumplan las relaciones siguientes:

$$h(\text{columna})/d_b (\text{barra de viga}) \geq 20$$

$$h(\text{viga})/d_b (\text{barra de columna}) \geq 20$$

Donde $h(\text{columna})$ es la dimensión transversal de la columna en dirección de las barras de viga consideradas. Si en la columna superior del nudo se cumple que $P_u / A_g f'_c \geq 0,3$, la relación del peralte total de la viga al diámetro de las barras de columna se puede reducir a 15. También es suficiente esta relación cuando en la estructura los muros de concreto reforzado resisten más del 50 por ciento de la fuerza lateral total inducida por el sismo.

- 7.5 Conexiones viga–columna con articulaciones alejadas de la cara de la columna
 - 7.5.1 Requisitos generales

Se aceptará diseñar y detallar las vigas, columnas y su unión de modo que las articulaciones plásticas por flexión de las vigas ante sismo, tanto a flexión positiva como negativa, se formen alejadas del paño de la columna (fig. 7.8), (su equivalente, figura 45). Se aceptará que se diseñen y detallen para que se formen al menos a una distancia igual a un peralte efectivo de la viga. En el diseño y detallado se aplicarán todos los criterios de estas Normas que no sean modificadas en la sección 7.5.

La sección 7.5 sólo se aplica si el claro de cortante de las vigas es al menos tres veces el peralte efectivo. El claro de cortante se define como la distancia entre la cara de la columna y el punto de inflexión en el diagrama de momentos flexionantes de diseño.

- 7.5.2 Refuerzo longitudinal de las vigas

Se deberá usar la combinación de carga con sismo que produzca el máximo momento flexionante en la viga.

- En vigas de sección constante, se deberán revisar dos secciones. La sección 1 corresponde a la cara de la columna y la sección 2 a una vez el peralte efectivo de la viga.
- Se revisará que la resistencia a flexión de la sección 1, con factor de resistencia unitario, sea al menos 1,3 veces el momento de diseño obtenido del análisis considerando las acciones permanentes, variables y accidentales.
- En adición al refuerzo longitudinal principal, calculado de acuerdo con el párrafo anterior, la sección 1 se reforzará con al menos cuatro barras longitudinales dispuestas en dos lechos intermedios y que sean continuas a través del nudo, (figura 45). El área total del acero intermedio no será mayor que 0,35 veces el área del acero principal a tensión. Las barras intermedias deberán ser del menor diámetro posible y se deberán anclar dentro de la viga, a partir de la sección 1, en una distancia igual a la longitud de desarrollo de la barra calculada según la sección 5.1.1. En ningún caso la longitud de anclaje de las barras intermedias dentro de la viga será menor que 1,5 veces el peralte efectivo de la sección.
- Si es necesario, con objeto de aumentar la resistencia a flexión, se podrán adicionar barras en los lechos extremos de la sección 1 y con longitud igual a la del acero intermedio (figura. 45).
- La resistencia a flexión de la sección 2, con factor de resistencia unitario, deberá ser igual al momento de diseño calculado en el análisis en esa sección y para la misma combinación de carga que la usada en el inciso 7.5.2.b.

Para calcular la resistencia a flexión de esta sección no se considerarán las barras intermedias ni las barras adicionales (si existen), de la sección 1.

○ 7.5.3 Resistencia mínima a flexión de columnas

Las resistencias a flexión de las columnas en un nudo deben satisfacer la ec. 7.8

$$\Sigma Me \geq 1,2\Sigma Mg \quad (7.8)$$

Donde:

- ΣMe : suma al paño del nudo de los momentos resistentes calculados con factor de resistencia igual a uno y con un esfuerzo en el acero de tensión al menos igual a $1,0 f_y$, de las columnas que llegan a ese nudo
- ΣMg : suma al paño del nudo de los momentos resistentes calculados con factor de resistencia igual a uno y con un esfuerzo en el acero de tensión al menos igual a $1,0 f_y$, de las vigas que llegan a ese nudo.

Las sumas anteriores deben realizarse de modo que los momentos de las columnas se opongan a los de las vigas. La condición debe cumplirse para los dos sentidos en que puede actuar el sismo.

Figura 45. Articulaciones desplazadas del rostro de columna [ref. 21]

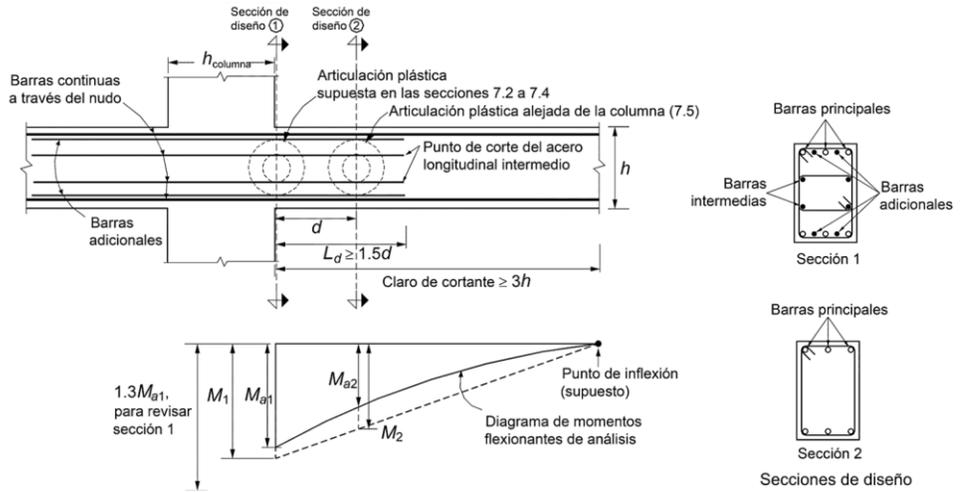


Figura 7.8 Marcos dúctiles con articulaciones plásticas alejadas de la cara de la columna

Fuente: NTC-2004.

3. DESARROLLO DE LA PROPUESTA

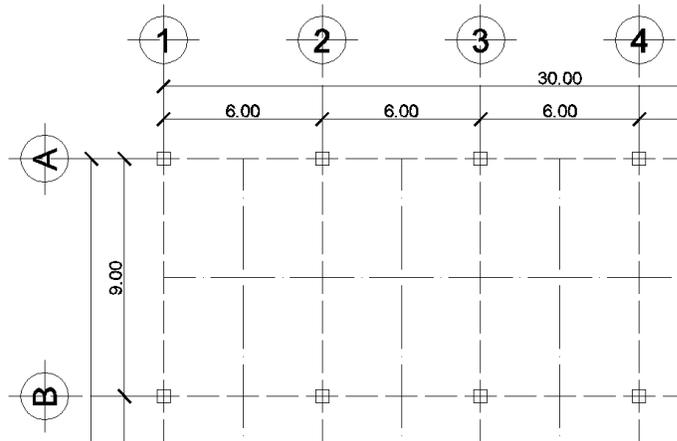
3.1. Análisis preliminares

En acuerdo con lo expuesto en los anteriores capítulos, el punto crítico en un nudo es su rigidez, no obstante esto no implica descuidar su resistencia, sino más bien proporcionarla en función de la rigidez que se requiere posea el nudo.

Para iniciar con el desarrollo de la propuesta, es necesario considerar la existencia de una estructura sobre la cual puedan realizarse los cálculos, comparaciones e incluso recomendaciones. Por tal razón y debido a que este trabajo es de naturaleza exploratoria, es decir, busca sentar un precedente para posteriores investigaciones, se estima permisible que tal estructura exhiba simetría tanto geométrica como de cargas.

Habiéndolo aclarado ya, se presenta en el apéndice A, una distribución en planta de una estructura supuesta cumpliendo con criterios del asesor de este trabajo de graduación en cuanto a las longitudes de los claros de las crujiás, siendo 6 metros la longitud económica y 9 metros la longitud máxima recomendada. Tal distribución se utilizará en una edificación de 5 plantas y para usarse como complejo de oficinas. Se obviarán la distribución de ambientes, equipo, otros, debido a que lo que se busca únicamente es, un estimado de los efectos sobre una estructura para considerarlos en el desarrollo de la propuesta y evaluar el comportamiento de la misma. La figura 46 muestra un pequeño bosquejo de una esquina en la planta típica del apéndice A.

Figura 46. **Bosquejo de planta típica**



Fuente: elaboración propia, con programa Autocad 2013.

Es evidente que las magnitudes de las luces pueden resultar en espesores de losa considerables y en una mayor inversión, debido a la cantidad de refuerzo necesaria para controlar las deflexiones de las losas, adicionalmente se tiene un aumento del corte basal por efecto del mayor peso. Por tal motivo, se supondrá el uso de vigas secundarias para reducir el peso muerto.

Utilizando el método estático equivalente, se determinará el estado de cargas y los efectos producidos sobre los elementos estructurales debidos a los diferentes sistemas de cargas. Lo anterior, con el fin de poder medir el efecto que produce la inclusión del nudo octaedro dentro de la estructura. Considerando además un análisis elástico lineal para determinar las soluciones de armado para los elementos que se unen a un nudo en específico dentro de la estructura. Para este caso se analizará el marco del eje 4 y el nudo número 18 de dicho marco, por lo que se deberá resolver el armado para los elementos del marco en el eje 4 que se conectan al nudo 18, ver planta típica y la elevación del marco 4 en el apéndice A.

3.2. Modelo de estudio para nudo rectangular

Los modelos de estudio para nudo rectangular y para nudo octogonal, buscan a través del proceso de diseño de los elementos involucrados e indicados en la sección anterior, aplicar a dicho proceso, los conceptos descritos en los primeros 2 capítulos, con el fin de determinar las mejores condiciones de diseño estructural.

3.2.1. Predimensionamiento de vigas

A la propuesta de una sección se le llama predimensionamiento y debe cumplir con algunos parámetros. Para el predimensionamiento de vigas, se consideran los siguientes puntos:

Vigas principales: $h=0,08l$

Vigas secundarias: $h=0,06l$

Vigas de borde: $h/b \approx 1 - 1,5$ (por efectos de torsión)

Vigas interiores: $h/b \approx 1,5 - 2$

Tabla VI. Predimensionamiento vigas

Vigas letras				Vigas números			
Primarias				Primarias			
Eje	Luz libre	Sección		Eje	Luz libre	Sección	
		Altura	Base			Altura	Base
A	6	0,50	0,35	1	9	0,75	0,50
B	6	0,50	0,30	2	9	0,75	0,40
SECUNDARIAS				SECUNDARIAS			
	6	0,40	0,25		9	0,55	0,30

Fuente: elaboración propia.

De las vigas 2 y B se tiene que la altura de la viga B no cubre las $\frac{3}{4}$ partes de la altura de la viga 2, y para poder considerar a los nudos internos como interiores debe cumplirse esta condición. Debido a ello, para las vigas de ejes letras se aumentará la altura de vigas de un 8 a un 10 por ciento de la longitud del claro. Así entonces, se obtienen las siguientes dimensiones en la sección de las vigas:

Tabla VII. **Predimensionamiento a considerar para vigas**

Vigas letras				Vigas números			
Primarias				Primarias			
Eje	Luz libre	Sección		Eje	Luz libre	Sección	
		Altura	Base			Altura	Base
A	6	0,60	0,40	1	9	0,75	0,50
B	6	0,60	0,30	2	9	0,75	0,40
SECUNDARIAS				SECUNDARIAS			
	6	0,40	0,25		9	0,55	0,30

Fuente: elaboración propia.

3.2.2. Predimensionamiento de losas

$$t = \frac{\text{perímetro}}{180} \quad (\text{Ec. 3-1})$$

Utilizando esta ecuación, se obtiene para el caso en consideración un $t=0,08\text{m}$. que luego de chequear con ACI 318-08 secciones 8.12, 13.24 y 9.5.3.3 se establece con un valor mínimo de 0,09 metros.

3.2.3. Predimensionamiento columnas

El nivel de empotramiento en la base de la estructura se chequea con base en la ecuación 3-2, donde H es la altura de la estructura que, para este caso, con una altura de entrepisos de 3,5 metros y un primer nivel de 5,5 metros, se tiene una altura total de 19,5 metros.

$$h_{\text{empotramiento}} = H \cdot 0,10 + 0,40 \quad (\text{Ec. 3-2})$$

Entonces, de la ecuación 3-2 se tiene una profundidad de empotramiento de 2,35 metros con lo que el primer nivel tendría una altura final de 3,15 metros que es menor a la altura de los entrepisos superiores, por lo que se aumentará la altura del primer nivel a 6 metros, desde el desplante de la cimentación hasta la losa del primer nivel. De esta forma la altura total resulta ser 20 metros, y la profundidad de empotramiento de 2,40 metros lo que implica que la altura del primer nivel resulta de 3,60 metros. Además, con estas alturas, puede considerarse a la estructura como un edificio bajo con lo que resultan congruentes las suposiciones de cargas estáticas (UBC 1997, 1529.8.3).

Según criterio del asesor de este trabajo, el volumen de obra gris en una estructura va del 5 al 7 por ciento del volumen del bloque sólido, cuyas dimensiones corresponden a las cotas totales de la distribución de la estructura tanto en planta como en elevación. Para este caso en particular se estimará como un 6 por ciento de dicho volumen.

$$\text{Vol} = 20\text{m} \cdot 30\text{m} \cdot 36\text{m} \cdot 0,06 = 1\,296 \text{ m}^3$$

Considerando un peso específico del concreto de 2,4 ton/m³

$$W_{\text{estructura}} = 1\,296\text{m}^3 \times \frac{2,4\text{Ton}}{\text{m}^3} = 3\,110,4\text{Ton}$$

Debido a que un nudo viga-columna se define como una sección de columna dentro de la altura de la o las vigas que conectan con la columna, es lógico suponer que la clasificación de los nudos también aplica a las columnas. De esta forma sobre una columna interna, se tributa carga desde cada arista de su sección generando un estado ideal de carga axial. Tomando como referencia el área tributaria necesaria para que se establezca un estado de carga idealmente axial sobre una columna interna, es posible determinar un número equivalente de columnas por piso con tal que este nuevo número de columnas simulen columnas internas cargadas axialmente eliminando los momentos producidos por carga excéntrica.

La razón de buscar un número de columnas internas equivalentes es que la primera dimensión de la sección de columna se obtiene despreciando los efectos de esbeltez y resolviendo en base al peso de la estructura y a la resistencia del concreto, el área requerida para resistir una carga axial correspondiente a la impuesta por el peso de la estructura, $P_u=0,1 A_g f'_c$. Finalmente el número de columnas internas equivalentes se obtiene de dividir el área tributaria de una columna interna dentro del área total del piso. Con base en esta modificación se tienen los primeros dos casos de carga sobre las columnas de una estructura.

- Considerando únicamente las columnas internas equivalentes del primer nivel.

- En el siguiente caso si se consideran las columnas internas equivalentes de todos los niveles.
- Mientras que el último de los casos es un límite en ocasiones no práctico por devolver secciones pequeñas. Consiste únicamente en considerar todas las columnas físicas de la estructura.

En la tabla VIII se resumen los tres casos anteriores, el número de columnas obtenidas por cada uno de ellos y la sección que requeriría la columna para resistir la carga impuesta. Según ACI 318-08, 21.6.1.1, la menor dimensión de la sección de columna, no debe ser menor que 30 centímetros, por lo que la última opción de 27 centímetros debe ser deseada.

Así entonces, la sección de columna se establece como el promedio de los primeros dos resultados de la tabla VIII con lo que resulta una columna con 50 centímetros por lado y un área de 2 500 centímetros cuadrados.

Tabla VIII. **Predimensionamiento de columnas**

COLUMNAS					
Caso	Carga total (Ton)	# de columnas	Carga/columna (Ton)	Área de Sección (cm²)	Arista (cm)
1	3 110,4	20	155,52	5 554,29	74,53
2	3 110,4	100	31,10	1 110,86	33,33
3	3 110,4	150	20,73	740,57	27,21

Fuente: elaboración propia.

3.2.4. Integración de cargas

Finalizado el predimensionamiento de entrada, es posible determinar la distribución de cargas, tanto muertas como un estimado de la fuerza sísmica a través de las disposiciones del Código UBC. Para el caso de carga viva, el uso ya ha sido indicado con anterioridad.

Tabla IX. Integración de cargas verticales sobre el eje 4

ELEMENTO:		VIGAS SECUNDARIAS			
Eje	Carga	Área tributaria	Peralte/áreasec. (m,m2)	Cm sin mayorar (ton/m)	Cv sin mayorar (ton/m)
LETRA	LOSA	9,00	0,09	0,32	
	PESO PROPIO	-	0,10	0,24	
	OCUPACIÓN	9,00			0,59
			CM	0,56	
			CV		0,59
ELEMENTO:		VIGAS PRIMARIAS			
Eje	Carga	Área tributaria	Peralte/áreasec. (m,m2)	Cm sin mayorar (ton/m)	Cv sin mayorar (ton/m)
NÚMERO	LOSA	18,00	0,09	0,43	
	PESO PROPIO	-	0,30	0,72	
	OCUPACIÓN	18,00			0,78
			CM	1,15	
			CV		0,78

Fuente: elaboración propia.

Tabla X. Integración de pesos por nivel para la integración de las cargas laterales

Nivel	Elemento	Cantidad	Altura (m)	Base (m)	Longitud (m)	Peso total (ton)	
5to.	Losa	1	0,09	30,00	36,00	233,28	
	Vigas letras	2	0,51	0,40	30,00	29,38	
		3	0,51	0,30	30,00	33,05	
		4	0,31	0,25	30,00	22,32	
	Vigas números	2	0,66	0,50	36,00	57,02	
		4	0,66	0,40	36,00	91,24	
		5	0,46	0,30	36,00	59,62	
	Columnas	30	0,50	0,50	1,75	31,50	
	Ocupación						108,00
				Carga muerta total			557,40
			Carga viva total			108,00	
Nivel	Elemento	Cantidad	Altura (m)	Base (m)	Longitud (m)	Peso total (ton)	
4to. - 2do.	Losa	3	0,09	30,00	36,00	699,84	
	Vigas letras	6	0,51	0,40	30,00	88,13	
		9	0,51	0,30	30,00	99,14	
		12	0,31	0,25	30,00	66,96	
	Vigas números	6	0,66	0,50	36,00	171,07	
		12	0,66	0,40	36,00	273,72	
		15	0,46	0,30	36,00	178,85	
	Columnas	90	0,50	0,50	3,50	189,00	
	Ocupación						1 263,60
				Carga muerta total			1 766,71
			Carga viva total			1 263,60	

Continuación de tabla X.

Nivel	Elemento	Cantidad	Altura (m)	Base (m)	Longitud (m)	Peso total (ton)	
1er	Losa	1	0,09	30,00	36,00	233,28	
	Vigas letras	2	0,51	0,40	30,00	29,38	
		3	0,51	0,30	30,00	33,05	
		4	0,31	0,25	30,00	22,32	
		2	0,66	0,50	36,00	57,02	
	Vigas números	4	0,66	0,40	36,00	91,24	
		5	0,46	0,30	36,00	59,62	
		Columnas	30	0,50	0,50	7,75	139,50
	Ocupación						421,20
	Carga muerta total						665,40
Carga viva total						421,20	

Fuente: elaboración propia.

Para el cálculo del peso de la estructura que se considera en el cortante basal, no intervienen las cargas vivas integradas en la tabla X debido a que según UBC solamente deben considerarse cuando correspondan a cargas de bodega, en cuyo caso se toma un 25 por ciento de la totalidad de la carga viva de piso.

El cálculo del período estructural se efectúa a partir de la ecuación (30 – 8) de UBC 1997:

$$T=C_t(h_n)^{3/4} \quad (\text{Ec. 3-3})$$

Donde:

C_t para pórticos de hormigón reforzado resistente a momentos es igual a 0,0731 para el sistema métrico.

h_n corresponde a la altura total de la estructura (medida a rostros de nudos).

Luego de efectuado el cálculo correspondiente se obtiene un período estructural de 0,59 segundos. Las suposiciones para el cálculo de las cargas laterales en acuerdo con UBC 1997, son las siguientes:

- Zona sísmica: para Guatemala, en la región central corresponde una zona sísmica 4 con lo que $z = 0,4$
- Tipo de sismo: A
- Cercanía a la falla: se estima una cercanía mayor de 10 kilómetros
- Tipo de suelo: S_D considerando que por no tratarse de un diseño estructural no se dispone de información técnica del suelo
- Debido al valor del período estructural, se toma la fuerza $F_t = 0$. (UBC 1997, 1630.5)

Tabla XI. **Cortante basal**

Cortante basal UBC 1997			
Parámetros		Ecuación	Vb (ton)
Ca	0,44	30,4	456,58
Cv	0,76		
I	1,00	30,5	386,88
R	8,50		
T	0,59	30,6	144,69
Z	0,40		
Nv	1,20	30,7	135,06
West.	2 989,51		

Fuente: elaboración propia.

Según UBC 1997, 1630.2.1, el cortante basal debe tomarse por la ecuación 30,5.

Tabla XII. **Distribución de fuerzas por nivel**

Vb (ton)	Nivel	W nivel (ton)	H nivel (m)	W*H (ton-m)	Fx (ton)
386,88	5	557,40	16,25	9 057,79	111,09
	4	588,90	13,50	7 950,18	97,51
Ft	3	588,90	10,75	6 330,70	77,65
0	2	588,90	8,00	4 711,22	57,78
	1	665,40	5,25	3 493,36	42,85
TOTAL W*H				31 543,25	

Fuente: elaboración propia.

En este punto es necesario establecer en qué dirección se considerará la acción del sismo. Con anterioridad se indicó que este punto resulta determinante en el comportamiento de los elementos estructurales, magnificando algunos efectos en ellos. No obstante, de acuerdo a limitaciones que se analizarán en el siguiente capítulo, es necesario para este estudio limitar la aplicación a un solo sentido de la edificación.

Se considera la aplicación sobre los ejes números debido a que su redundancia estructural es menor a la que posee la estructura en dirección de los ejes letras, esto inevitablemente impondrá exigencias mayores sobre los nudos en la dirección de los ejes números. Ahora, considerando que debido a que la fuerza de inercia es una función de la masa, se distribuirá la fuerza de piso entre los ejes de la estructura en función de la masa concentrada en el eje y gracias a la simetría planteada en este caso, es práctico suponer que la masa se distribuye uniformemente en toda el área del piso.

Con esta suposición es válido establecer la distribución de masas sobre los ejes en proporción a las áreas que tributan carga a los mismos ejes. De esta forma, en la dirección de los ejes números se tienen 10 franjas tributarias de 3 metros por 36 metro. Considerando el eje 4, la totalidad de las áreas tributarias sobre este eje es de 216 metros cuadrados y con un área total de piso de 1 080 metros cuadrados, en proporción, el eje 4 recibe 20 por ciento de la fuerza de piso y, debido a la similitud de todas las plantas, se puede considerar que todos los niveles reciben el mismo porcentaje de fuerza en el eje 4.

Tabla XIII. **Fuerzas de piso sobre el eje 4**

Nivel	Fuerza eje 4
5	22,22
4	19,50
3	15,53
2	11,56
1	8,57

Fuente: elaboración propia.

3.2.5. Análisis estructural

El reducir los elementos estructurales a trazos geométricos como líneas, puntos, otros inducen a que se pierda de vista la naturaleza de los nudos reduciéndolos a trazos geométricos sin dimensión y desviando la atención hacia aquellos elementos más visibles en el modelo matemático de una estructura despreciando la rigidez y resistencia de los nudos, e incluso asumiéndolos resueltos al resolver los elementos que se conectan a él.

El analizar la estructura con cotas a ejes sin considerar las propiedades de los nudos como dimensión, rigidez y resistencia genera omisiones importantes en el desempeño estructural. Tomando como base la ecuación 2-23, cuando la inercia tiende al infinito o en otras palabras, aumenta abruptamente en un punto específico, la curvatura tiende a cero, por lo que puede decirse que no existe curvatura o que esta es nula. Si esto es así, las secciones planas del elemento permanecerán sin giro aparente antes o después de la carga del elemento, lo cual puede responder a dos cuestiones: un abrupto incremento de rigidez (debida al empotramiento) o una abrupta disminución de los momentos en el mismo punto.

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{M}{EI} \quad (\text{Ec. 2-23})$$

Debido a la suposición de continuidad de la carga, no es posible una disminución de momentos tan abrupta a no ser por algún tipo especial de discontinuidad en la carga, lo que resulta hasta cierto punto algo improbable. La primer opción que implica un giro relativo igual a cero en las secciones planas del elemento en el interior del empotramiento, sugiere que no existe deformación unitaria que induzca el giro en estas secciones lo cual, implica una gran rigidez en ese punto en comparación con el elemento antes del empotramiento.

Suponiendo que los nudos funcionan como empotramientos, el rápido incremento en la rigidez en ellos es un hecho que responde a su naturaleza de discontinuidad geométrica. Curiosamente resulta ser de una discontinuidad geométrica de quien depende la continuidad estructural, siendo únicamente ésta última la que se considera en los métodos de análisis cuando se analizan las luces medidas a ejes.

Lo anterior aunado a que el factor de distribución hace alusión a la capacidad ideal del nudo para distribuir a los elementos estructurales aquellos efectos que por su naturaleza alteran el equilibrio en el nudo mas no su rigidez, ubican al nudo y su efecto sobre la estructura en un plano relegado. Por tal razón y en vista de que el presente trabajo busca evidenciar la importancia de no despreciar el efecto que los nudos tienen sobre la estructura, se practica para las diversas configuraciones de carga el análisis estructural únicamente, con las luces entre los rostros de los nudos.

En las siguientes tablas se resumen los resultados obtenidos del análisis estructural realizado a través del método de Kani a la estructura presentada en el apéndice A. Sin embargo, se hará uso de una combinación del método de Kani con el método de Pendiente-Deflexión en el cálculo de los giros debido a la claridad y sencillez que proporciona tal método, ya que en sus ecuaciones únicamente se requiere el conocimiento de los momentos finales en los extremos de las barras los cuales como se mencionó ya, han sido determinados a través de Kani. El factor ψ en las ecuaciones del método de Pendiente-Deflexión se define como el giro debido a la traslación del nudo es decir, Δ/L y en Kani, esta razón está definida por lo siguiente,

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{\delta}{h} = \frac{M''_{ik}}{6EK} \quad (\text{Ec. 3-4})$$

Una última consideración es que tanto en el método de Kani como en el de Pendiente-Deflexión, se desprecian las deformaciones axiales en los miembros, y aún cuando en las columnas se desarrolle un momento adicional producto del desplazamiento transversal del nudo, no existe en el nudo una rotación adicional, además al no considerar asentamientos diferenciales en las columnas, el factor $\psi=0$.

Ecuaciones pendiente-deflexión

$$\theta_A = \frac{1}{6EK} (2M_{AB} - M_{BA}) + \psi \quad (\text{Ec. 3-5})$$

$$\theta_B = \frac{1}{6EK} (2M_{BA} - M_{AB}) + \psi \quad (\text{Ec. 3-6})$$

Donde:

$$\psi = \frac{\Delta}{L} = \frac{\delta}{h} = \frac{M''_{ik}}{6EK} \quad (\text{Ec. 3-7})$$

y dado que las secciones de las columnas son constantes, el momento M''_{ik} es el mismo para ambos extremos de las columnas, así entonces las ecuaciones Pendiente-Deflexión para Kani quedan como sigue,

$$\theta_A = \frac{1}{6EK} (2M_{AB} - M_{BA} + M'') \quad (\text{Ec. 3-8})$$

$$\theta_B = \frac{1}{6EK} (2M_{BA} - M_{AB} + M'') \quad (\text{Ec. 3-9})$$

El siguiente resumen de momentos corresponde al caso de carga total y uniforme sobre toda la estructura. Por motivos obvios no se incluye el resumen de momentos obtenidos por los 24 casos de carga denominados tableros de carga, mostrados en los apéndices, sin embargo, en los momentos necesarios se hace mención a dichos resultados.

Tabla XIV. Resumen momentos de extremo, análisis estructural por método de Kani

$E_c = 2,53E+09$ Kg/m ³ $K_v = 1,65E-03$ m ³ $K_c = 1,89E-03$ m ³ $K_{cc} = 9,92E-04$ m ³			MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS			
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO	CS		CV		CM		CS	CV	CM	
			MOMENTO (TON-M)	M"	MOMENTO (TON-M)	M"	MOMENTO (TON-M)	M"	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	
5	1	M12	6,99	0,00	-4,00	0,0000	-5,32	0,0000	3,19E-04	-6,18E-04	-2,71E-05	
		M16	-6,99	-19,70	4,00	0,1140	5,32	0,1512	3,19E-04	1,75E-04	5,19E-04	
	2	M21	5,97	0,00	7,50	0,0000	9,96	0,0000	1,97E-04	7,58E-04	5,82E-04	
		M23	5,12	0,00	-7,03	0,0000	-9,35	0,0000	1,98E-04	-8,12E-04	-4,11E-04	
		M27	-11,09	-19,70	-0,46	0,1140	-0,62	0,1512	1,97E-04	-1,94E-05	-4,94E-05	
	3	M32	5,28	0,00	6,31	0,0000	8,39	0,0000	2,17E-04	7,84E-04	2,96E-04	
		M34	5,28	0,00	-6,39	0,0000	-8,49	0,0000	2,17E-04	-7,86E-04	-3,09E-04	
		M38	-10,56	-19,70	0,08	0,1140	0,10	0,1512	2,17E-04	7,10E-06	1,57E-05	
	4	M43	5,12	0,00	6,94	0,0000	9,23	0,0000	1,98E-04	8,08E-04	3,98E-04	
		M45	5,97	0,00	-7,53	0,0000	-10,01	0,0000	1,97E-04	-7,61E-04	-5,85E-04	
		M49	-11,09	-19,70	0,59	0,1140	0,79	0,1512	1,97E-04	3,15E-05	7,84E-05	
	5	M54	6,99	0,00	4,03	0,0000	5,35	0,0000	3,19E-04	6,22E-04	2,75E-05	
		M510	-6,99	-19,70	-4,03	0,1140	-5,35	0,1512	3,19E-04	-1,62E-04	-5,19E-04	
	4	6	M61	-3,45	-35,88	3,09	0,0310	4,11	0,0412	6,89E-04	7,99E-05	4,73E-04
			M67	15,75	0,00	-5,40	0,0000	-7,18	0,0000	6,90E-04	-7,13E-04	-1,97E-04
M611			-12,31	-35,88	2,31	0,0310	3,07	0,0412	6,89E-04	7,45E-05	3,31E-04	
7		M76	14,21	0,00	7,08	0,0000	9,41	0,0000	5,05E-04	7,80E-04	4,64E-04	
		M72	-8,15	-35,88	-0,25	0,0310	-0,33	0,0412	5,04E-04	2,58E-06	-4,31E-05	
		M78	12,80	0,00	-6,66	0,0000	-8,86	0,0000	5,05E-04	-7,90E-04	-3,63E-04	
		M712	-18,86	-35,88	-0,16	0,0310	-0,22	0,0412	5,04E-04	-2,75E-06	-2,36E-05	
8		M87	12,93	0,00	6,49	0,0000	8,63	0,0000	5,21E-04	7,83E-04	3,35E-04	
		M83	-7,66	-35,88	0,07	0,0310	0,10	0,0412	5,20E-04	6,06E-06	1,19E-05	
		M89	12,93	0,00	-6,56	0,0000	-8,72	0,0000	5,21E-04	-7,86E-04	-3,46E-04	

Continuación de la tabla XIV.

$E_c = 2,53E+09$ Kg/m3 $K_v = 1,65E-03$ m3 $K_c = 1,89E-03$ m3 $K_{cc} = 9,92E-04$ m3			MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS			
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO	CS		CV		CM		CS	CV	CM	
			MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	
4	8	M813	-18,20	-35,88	0,00	0,0310	0,00	0,0412	5,21E-04	7,31E-07	2,13E-06	
	9	M98	12,80	0,00	6,60	0,0000	8,77	0,0000	5,05E-04	7,88E-04	3,52E-04	
		M94	-8,15	-35,88	0,39	0,0310	0,52	0,0412	5,04E-04	1,06E-05	6,51E-05	
		M910	14,21	0,00	-7,16	0,0000	-9,52	0,0000	5,05E-04	-7,88E-04	-4,70E-04	
		M914	-18,86	-35,88	0,17	0,0310	0,23	0,0412	5,04E-04	4,56E-06	2,82E-05	
	10	M109	15,75	0,00	5,45	0,0000	7,25	0,0000	6,90E-04	7,20E-04	1,99E-04	
		M105	-3,45	-35,88	-3,29	0,0310	-4,37	0,0412	6,89E-04	-8,48E-05	-4,89E-04	
		M1015	-12,31	-35,88	-2,16	0,0310	-2,87	0,0412	6,89E-04	-6,23E-05	-3,14E-04	
	3	11	M116	-8,53	-49,86	2,51	0,0049	3,34	0,0064	1,08E-03	9,54E-05	3,40E-04
			M1112	24,55	0,00	-5,08	0,0000	-6,76	0,0000	1,08E-03	-6,92E-04	-1,59E-04
M1116			-16,01	-49,86	2,57	0,0049	3,42	0,0064	1,08E-03	9,35E-05	3,52E-04	
12		M1211	21,92	0,00	7,18	0,0000	9,54	0,0000	7,69E-04	7,75E-04	4,91E-04	
		M127	-16,33	-49,86	-0,21	0,0049	-0,28	0,0064	7,69E-04	-7,97E-06	-2,69E-05	
		M1213	19,58	0,00	-6,73	0,0000	-8,94	0,0000	7,69E-04	-7,95E-04	-3,70E-04	
		M1217	-25,17	-49,86	-0,24	0,0049	-0,32	0,0064	7,68E-04	-9,23E-06	-3,15E-05	
13		M1312	19,89	0,00	6,48	0,0000	8,61	0,0000	8,06E-04	7,85E-04	3,30E-04	
		M138	-15,48	-49,86	0,01	0,0049	0,02	0,0064	8,05E-04	1,78E-06	1,62E-06	
		M1314	19,89	0,00	-6,49	0,0000	-8,62	0,0000	8,06E-04	-7,85E-04	-3,31E-04	
		M1318	-24,29	-49,86	0,00	0,0049	0,00	0,0064	8,05E-04	1,69E-07	2,23E-07	
14		M1413	19,58	0,00	6,71	0,0000	8,93	0,0000	7,69E-04	7,94E-04	3,68E-04	
		M149	-16,33	-49,86	0,24	0,0049	0,31	0,0064	7,69E-04	1,19E-05	2,98E-05	
		M1415	21,91	0,00	-7,19	0,0000	-9,56	0,0000	7,69E-04	-7,76E-04	-4,94E-04	
		M1419	-25,17	-49,86	0,24	0,0049	0,32	0,0064	7,68E-04	9,57E-06	3,23E-05	
15	M1514	24,55	0,00	5,07	0,0000	6,74	0,0000	1,08E-03	6,91E-04	1,56E-04		

Continuación de la tabla XIV.

$E_c = 2,53E+09$ Kg/m ³ $K_v = 1,65E-03$ m ³ $K_c = 1,89E-03$ m ³ $K_{cc} = 9,92E-04$ m ³			MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS		
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO	CS		CV		CM		CS	CV	CM
			MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)
3	15	M1510	-8,54	-49,86	-2,50	0,0049	-3,33	0,0064	1,08E-03	-9,78E-05	-3,32E-04
		M1520	-16,01	-49,86	-2,57	0,0049	-3,41	0,0064	1,08E-03	-9,35E-05	-3,51E-04
2	16	M1611	-13,28	-65,47	2,46	0,0024	3,27	0,0032	1,37E-03	8,20E-05	3,47E-04
		M1617	31,61	0,00	-5,25	0,0000	-6,98	0,0000	1,37E-03	-7,03E-04	-1,78E-04
		M1621	-18,33	-65,47	2,79	0,0024	3,71	0,0032	1,37E-03	8,12E-05	4,09E-04
	17	M1716	28,88	0,00	7,14	0,0000	9,49	0,0000	1,04E-03	7,79E-04	4,79E-04
		M1712	-22,54	-65,47	-0,21	0,0024	-0,27	0,0032	1,04E-03	-6,10E-06	-2,98E-05
		M1718	26,31	0,00	-6,66	0,0000	-8,86	0,0000	1,04E-03	-7,91E-04	-3,62E-04
		M1722	-32,65	-65,47	-0,27	0,0024	-0,36	0,0032	1,04E-03	-5,84E-06	-4,20E-05
	18	M1817	26,46	0,00	6,51	0,0000	8,65	0,0000	1,06E-03	7,85E-04	3,37E-04
		M1813	-21,84	-65,47	0,00	0,0024	0,00	0,0032	1,06E-03	1,69E-07	1,11E-07
		M1819	26,46	0,00	-6,51	0,0000	-8,66	0,0000	1,06E-03	-7,85E-04	-3,38E-04
		M1823	-31,08	-65,47	0,00	0,0024	0,00	0,0032	1,06E-03	8,27E-08	1,11E-07
	19	M1918	26,31	0,00	6,66	0,0000	8,85	0,0000	1,04E-03	7,91E-04	3,61E-04
		M1914	-22,54	-65,47	0,21	0,0024	0,28	0,0032	1,04E-03	6,44E-06	3,07E-05
		M1920	28,88	0,00	-7,14	0,0000	-9,49	0,0000	1,04E-03	-7,79E-04	-4,79E-04
		M1924	-32,65	-65,47	0,27	0,0024	0,36	0,0032	1,04E-03	6,00E-06	4,22E-05
	20	M2019	31,61	0,00	5,25	0,0000	6,98	0,0000	1,37E-03	7,03E-04	1,78E-04
M2015		-13,28	-65,47	-2,45	0,0024	-3,26	0,0032	1,37E-03	-8,10E-05	-3,46E-04	
M2025		-18,33	-65,47	-2,79	0,0024	-3,71	0,0032	1,37E-03	-8,10E-05	-4,09E-04	
1	21	M2116	-10,49	-59,26	3,25	0,0005	4,32	0,0007	2,19E-03	1,29E-04	4,30E-04
		M2122	47,82	0,00	-4,54	0,0000	-6,04	0,0000	2,19E-03	-6,56E-04	-9,13E-05
		M21E	-37,33	-59,26	1,29	0,0005	1,72	0,0007	2,18E-03	1,28E-04	2,85E-04
	22	M2221	40,77	0,00	7,37	0,0000	9,79	0,0000	1,34E-03	7,69E-04	5,40E-04

Continuación de la tabla XIV.

		Ec = 2,53E+09 Kg/m3		MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS		
		Kv = 1,65E-03 m3										
		Kc = 1,89E-03 m3										
		Kcc = 9,92E-04 m3										
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	
1	22	M2217	-29,76	-59,26	-0,37	0,0005	-0,49	0,0007	1,34E-03	-1,63E-05	-4,66E-05	
		M2223	34,78	0,00	-6,83	0,0000	-9,08	0,0000	1,34E-03	-8,01E-04	-3,84E-04	
		M22E	-45,78	-59,26	-0,16	0,0005	-0,22	0,0007	1,34E-03	-1,59E-05	-3,64E-05	
	23	M2322	35,84	0,00	6,42	0,0000	8,54	0,0000	1,47E-03	7,84E-04	3,19E-04	
		M2318	-27,16	-59,26	0,00	0,0005	0,00	0,0007	1,47E-03	8,27E-08	2,33E-08	
		M2324	35,84	0,00	-6,43	0,0000	-8,54	0,0000	1,47E-03	-7,85E-04	-3,19E-04	
		M23E	-44,51	-59,26	0,00	0,0005	0,00	0,0007	1,47E-03	3,28E-08	4,44E-08	
	24	M2423	34,78	0,00	6,83	0,0000	9,08	0,0000	1,34E-03	8,01E-04	3,84E-04	
		M2419	-29,76	-59,26	0,37	0,0005	0,49	0,0007	1,34E-03	1,64E-05	4,67E-05	
		M2425	40,77	0,00	-7,37	0,0000	-9,79	0,0000	1,34E-03	-7,69E-04	-5,40E-04	
		M24E	-45,78	-59,26	0,16	0,0005	0,22	0,0007	1,34E-03	1,60E-05	3,65E-05	
	25	M2524	47,82	0,00	4,54	0,0000	6,04	0,0000	2,19E-03	6,56E-04	9,13E-05	
		M2520	-10,49	-59,26	-3,25	0,0005	-4,32	0,0007	2,19E-03	-1,29E-04	-4,30E-04	
		M25E	-37,33	-59,26	-1,29	0,0005	-1,72	0,0007	2,18E-03	-1,28E-04	-2,85E-04	
	E1	ME121	-48,29	-59,26	0,65	0,0005	0,86	0,0007	6,63E-07	6,96E-07	2,28E-04	
	E2	ME222	-52,52	-59,26	-0,08	0,0005	-0,11	0,0007	-4,71E-19	3,28E-08	-2,91E-05	
	E3	ME323	-51,89	-59,26	0,00	0,0005	0,00	0,0007	-6,63E-07	3,28E-08	4,44E-08	
	E4	ME424	-52,52	-59,26	0,08	0,0005	0,11	0,0007	-4,71E-19	3,28E-08	2,92E-05	
	E5	ME525	-48,29	-59,26	-0,65	0,0005	-0,86	0,0007	6,63E-07	-6,31E-07	-2,28E-04	

Fuente: elaboración propia.

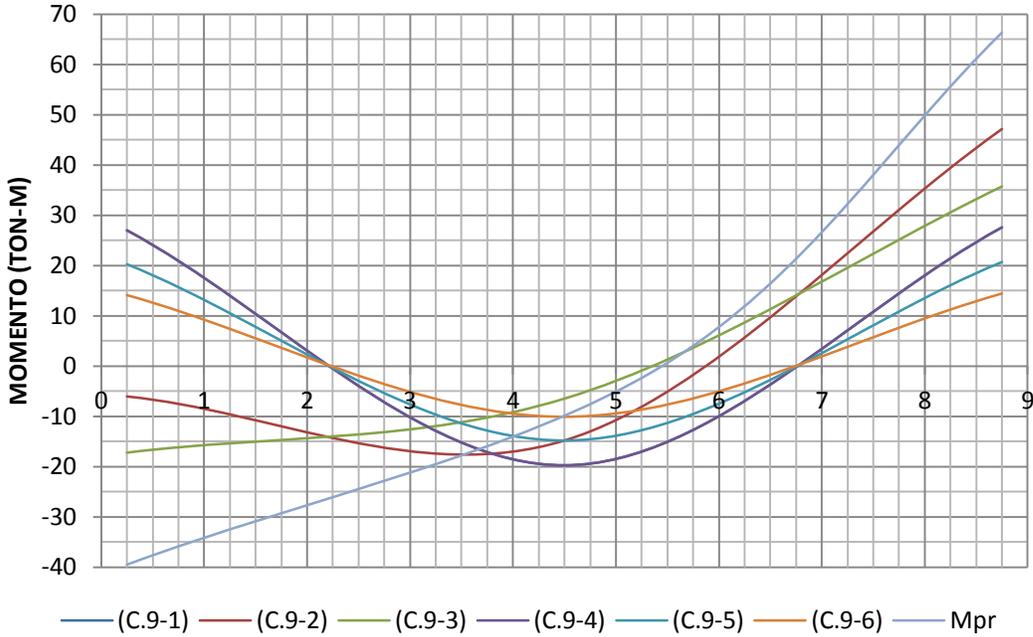
Tabla XV. **Derivas de piso**

DERIVA 1ER ORDEN							DERIVAS IBC 2003	
NIVEL	M" RESULTANTE (ton-m)	K (m3)	Ec (Kg/m2)	H piso	Δ (cm)	Δ en proporción a H piso	Δ según IBC 2003 (cm)	Δ en proporción a H piso
5	-19,43	1,89E-03	2,53E+09	2,75	0,19	0,07%	5,50	2%
4	-35,81	1,89E-03	2,53E+09	2,75	0,34	0,12%	5,50	2%
3	-49,85	1,89E-03	2,53E+09	2,75	0,48	0,17%	5,50	2%
2	-65,46	1,89E-03	2,53E+09	2,75	0,63	0,23%	5,50	2%
1	-59,26	9,92E-04	2,53E+09	5,25	2,06	0,39%	10,50	2%
DERIVA COMPLETA DE PISO A CÚSPIDE					3,70	0,99%	32,5	10%

Fuente: elaboración propia.

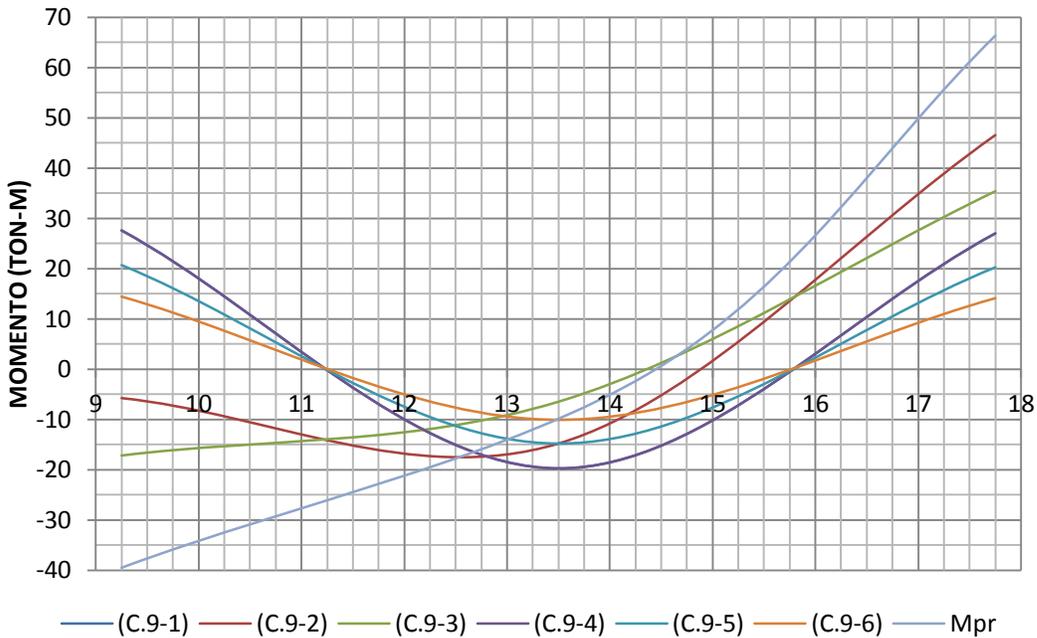
Para la construcción de la envolvente se tuvieron a la vista las combinaciones tanto del capítulo 9 de ACI 318-08 como del apéndice C del mismo ACI 318-08 y UBC 97, de donde, para este caso en particular, la condición crítica se presenta con las combinaciones contenidas en el apéndice C de ACI 318-08 y de las diversas distribuciones de tablero con el objetivo de lograr los máximos efectos sobre la estructura. El resultado se presenta en las siguientes gráficas en donde adicionalmente se encuentran los Mpr respectivos.

Figura 47. **Diagramas de momento viga N, sismo positivo**



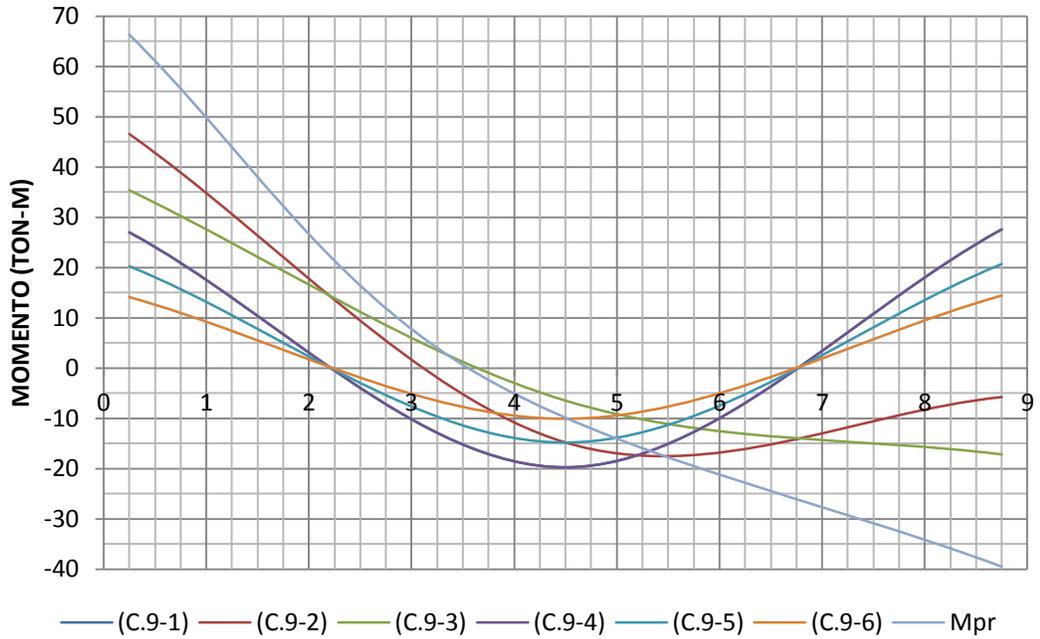
Fuente: elaboración propia.

Figura 48. **Diagramas de momento viga O, sismo positivo**



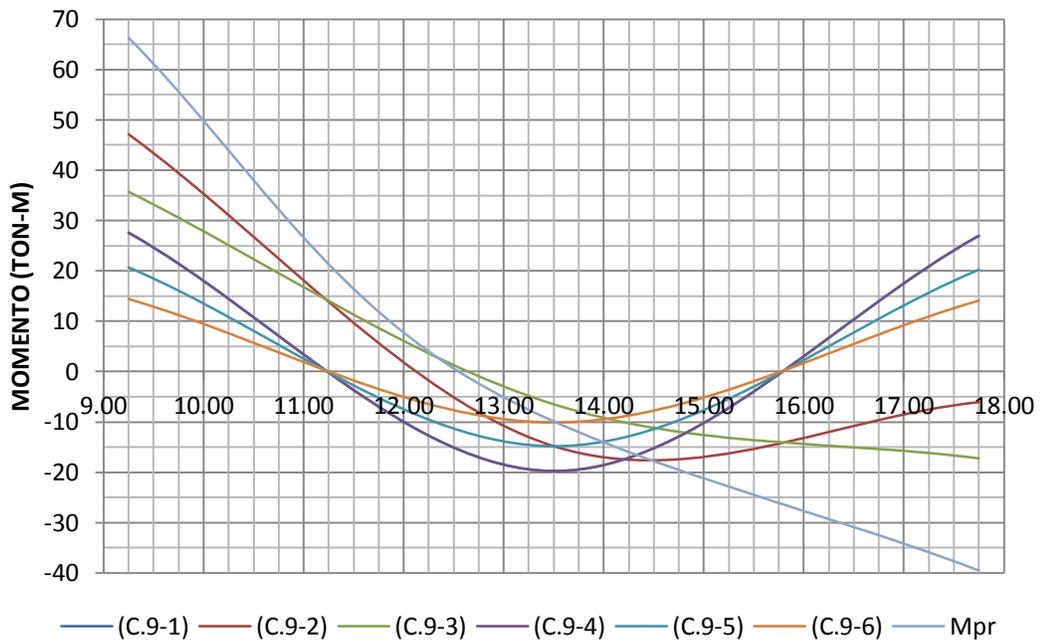
Fuente: elaboración propia.

Figura 49. **Diagramas de momento viga N, sismo negativo**



Fuente: elaboración propia.

Figura 50. **Diagramas de momento viga O, sismo negativo**



Fuente: elaboración propia.

3.2.6. Diseño por flexión vigas N y O

El diseño por flexión toma los datos obtenidos en el análisis practicado a la estructura en la sección anterior, considerando 24 estados de carga en el marco del eje 4 de la estructura propuesta, resumiéndose las combinaciones en las figuras 47 a 50.

Tabla XVI. Datos para armado de vigas

Parámetro	Valor	Dimensionales	Referencia
f _c	280,00	kg/cm ²	
f _y	2 800,00	kg/cm ²	
E _c	2,53E+05	kg/cm ²	
E _s	2,00E+06	kg/cm ²	ACI 318-08; 8.5.2
φ	0,90		
d	70,00	cm	
β	0,85		ACI 318-08; R10.2.7

Fuente: elaboración propia.

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = 0,005$$

$$M = \phi \rho f_y b d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1,7 f_c} \right) \quad (\text{Ec. 3-10})$$

$$M = 493,92 E 6 \rho \left(1 - 5,88 \rho \right) \quad (\text{Ec. 3-10.1})$$

Para la cuantía mínima, se obtiene un momento de 23,97 toneladas por metro, por lo que la cuantía mínima cubre los momentos positivos al centro de

los claros de ambas vigas (N,O) ver gráficas. El cálculo de la cuantía requerida en la viga N se determina solucionando la ecuación de segundo grado como sigue para los mismos valores de la tabla XVI.

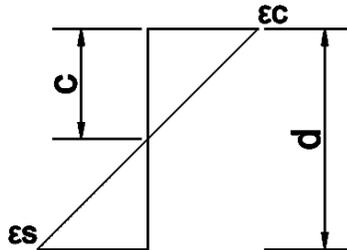
$$-3,2282E9\rho^2+548,8E6\rho-\frac{M_u}{\phi}=0 \quad (\text{Ec. 3-11})$$

El valor de M_u es de aproximadamente 47 toneladas por metro para ambos extremos de la viga en los nudos 18 y 17. Solucionando la ecuación para este valor se obtiene el valor de la cuantía requerida para dicho momento de $10,12E-3$. Para el caso de la viga O, los momentos en los extremos correspondientes a los nudos 18 y 19 presentan magnitudes de momento del mismo orden, esto debido a la simetría del sistema de cargas, por lo que resta ahora comprobar la cuantía máxima permitida. En el entendido de que $\rho_{\max} = 0,50\rho_b$ corresponde a distribución de momentos y para ubicaciones de alto riesgo sísmico.

$$\rho_b = \frac{0,85*\beta_1*f'_c}{f_y} \frac{0,003E_s}{0,003E_s+f_y} \quad (\text{Ec. 3-12})$$

Donde 0,003 corresponde a la deformación unitaria máxima en la fibra extrema a compresión. Utilizando la ecuación (3-12) y la condición para la cuantía máxima, se obtiene un $\rho_b = 49,26E-3$ con lo que la cuantía máxima resulta de $24,63E-3$ que es mayor a las cuantías requeridas. Es necesario ahora chequear si se requiere refuerzo a compresión evaluando las deformaciones unitarias en el refuerzo.

Figura 51. **Distribución de deformaciones unitarias**



Fuente: elaboración propia.

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d} \quad (\text{Ec. 3-13})$$

$$\epsilon_s = \epsilon_c \frac{d}{c} - \epsilon_c \quad (\text{Ec. 3-14})$$

$$c = \frac{a}{0,85} = \frac{\rho b d f_y}{0,85^2 f_c} = \frac{f_y}{0,85^2 f_c} \rho d \quad (\text{Ec. 3-15})$$

Para los valores de f_c y f_y de la tabla XVI.

$$c = 13,84 \rho d \quad (\text{Ec. 3-16})$$

Sustituyendo (3-16) en (3-14) se obtiene,

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_c}{13,84 \rho} - \epsilon_c \quad (\text{Ec. 3-17})$$

Tabla XVII. **Valores de cuantías y deformaciones unitarias**

Cuantía	Deformación unitaria	Deformación a la fluencia
10,12E-3	18,42E-3	1,40E-3
5,0E-3	40,35E-3	

Fuente: elaboración propia.

Es evidente que con las cuantías otorgadas a los elementos, estos trabajarán como elementos simplemente reforzados.

Tabla XVIII. **Armados y cuantías**

As teórico		As real		
Cuantía	As (cm ²)	Armado	As (cm ²)	Cuantía
10,12E-3	28,34	2#9 + 4#7	28,34	10,12E-3
5E-3	14,00	1#9 + 2#7	14,17	5,06E-3

Fuente: elaboración propia.

Habiendo determinado una distribución inicial de armado es posible corregir el valor del peralte para los momentos negativos. Para dos camas de refuerzo y diámetros #7 y #9 con un espaciado entre camas de 2", el peralte resulta de 65,92 centímetros. Este cambio originará modificaciones en la ecuación (3-10.1), los cuales se resumen a continuación.

$$M^+ = 493,92E6\rho \quad 1-5,88\rho \quad (\text{Ec. 3-10.1 repetida})$$

$$M^- = 438,02E6\rho \quad 1-5,88\rho \quad (\text{Ec. 3-10.1 modificada})$$

Utilizando el peralte y las ecuaciones modificadas para el momento negativo, se obtienen los valores de la tabla XIX.

Tabla XIX. **Chequeo de armados**

Armado	As (cm ²)	Cuantía	M _{resistente} (ton-m)
2#9 + 4#7	28,34	10,12E-3	41,70
1#9 + 2#7	14,17	5,06E-3	24,25

Fuente: elaboración propia.

Con un momento positivo resistente de 24,25 toneladas por metro, se cumple la disposición de ACI. Sin embargo, el momento negativo es inferior al requerido, razón por la que se hace necesario recalculer las áreas de acero, tabla XX.

Tabla XX. **Modificación de armados**

Cama	Armado	As (cm ²)	Cuantía	M _{resistente} (ton-m)	Def. unitaria
NUDO 17, 18 y 19					
Cama superior	3#7 + 3#9	30,88	11,71E-3	47,76	15,51E,3
Cama inferior	1#7 + 2#9	16,70	5,97E-3	28,45	39,84E-3

Fuente: elaboración propia.

Esta nueva distribución de armados cubre los momentos requeridos y cumple los requisitos de ACI 318-08 además, las deformaciones unitarias indican que el elemento aún continúa comportándose como simplemente reforzado, esto facilita el cálculo de los M_{pr} en las vigas.

$$M = 1,25 \rho f_y b d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1,7 f_c} \right) \quad (\text{Ec. 3-18})$$

$$M_{pr}^- = 608,36 E 6 \rho \quad 1-5,88 \rho \quad (\text{Ec. 3-18.1})$$

$$M_{pr}^+ = 686 E 6 \rho \quad 1-5,88 \rho \quad (\text{Ec. 3-18.2})$$

Para las cuantías de 11,71E-3 y 5,97E-3 se obtienen valores de M_{pr} iguales a 66,33 y 39,52 ton-m respectivamente.

3.2.7. Diseño por cortante

Para el diseño por cortante, se tuvieron presentes 2 enfoques, el descrito por Park y Paulay en su libro y el contenido en ACI 318-08. La diferencia entre ambos métodos, y que se presenta a continuación, es el cálculo del cortante vertical adicional al generado por los momentos en los extremos del elemento.

- Park y Paulay

$$V \geq \frac{M_A + M_B}{l_n} + \frac{\lambda_a w l_n}{2} \quad (\text{Ec. 3-19})$$

Donde: $\lambda_a = 0,25g$
 $w = 0,75(1,40D + 1,70L)$
 $l_n = \text{claro libre}$

- ACI 318-08; 21.5.4.1

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{l_n} \pm \frac{w l_n}{2} \quad (\text{Ec. 3-20})$$

Donde: $w = 1,20D + 1,0L + 0,20S$
 $S = \text{carga de nieve}$
 $l_n = \text{claro libre}$

Evidentemente el enfoque presentado por Park y Paulay, para el diseño por capacidad devuelve resultados más conservadores considerando el diseño bajo el concepto de la cadena dúctil. Por lo tanto, se diseñará por cortante según el enfoque de Park y Paulay.

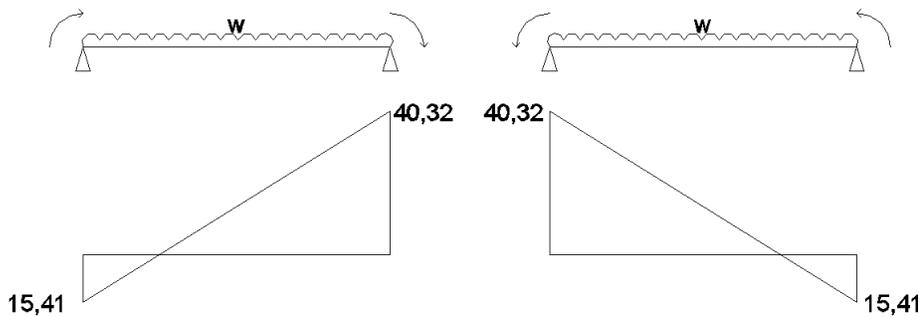
$$\lambda_a = 2,45$$

$$w_{dis,} = 0,75(1,40*1,15 + 1,70*0,78)(2,45) = 5,40 \text{ ton/m}$$

$$w_{pun,} = 0,75(1,40*1,692 + 1,70*1,755)(2,45) = 9,83 \text{ ton}$$

Debido a la simetría del sistema, es posible determinar el refuerzo por cortante para la viga N y aplicarlo al mismo tiempo a la viga O.

Figura 52. Diagrama de cortantes



Fuente: elaboración propia.

$$V_u = V_s + V_c \quad (\text{Ec. 3-21})$$

$$V_c = 0,53 \lambda \bar{f}'_c b_w d \quad (\text{Ec. 3-22})$$

Utilizando la (ec 3-22) se obtiene un cortante resistido por el concreto de 23,38 toneladas y, ya que el 50 por ciento del cortante inducido por sismo es de 20,16 toneladas, se concluye que la contribución del concreto para resistir el cortante puede ser considerada. Así entonces, el cortante que debe resistir el acero transversal corresponde a la diferencia entre el cortante actuante, figura 52, y el cortante resistido por el concreto.

$$V_s = 40,32 - 23,38 = 16,94 \text{ ton}$$

El esfuerzo sobre el refuerzo transversal:

$$v_s = \frac{16940}{40 \cdot 70} = 6,05 \text{ kg/cm}^2$$

Para un diámetro de estribo de 3/8" y un factor de reducción $\phi = 0,75$ según ACI 318-08; 9.3.2.3, la separación entre estribos se obtiene de resolver la siguiente expresión, donde f_y es igual a 4 200 kilogramos por centímetro cuadrado.

$$s = \frac{\phi A_s f_y}{b v_s} \quad (\text{Ec. 3-23})$$

Al sustituir los valores de la ecuación 3-23, se obtiene un espaciamiento de estribos de 18,48 centímetro, el que luego de chequear con ACI 318-08; 21.5.3.1; 21.5.3.2 se define en 15 centímetros con una longitud de confinamiento igual a 1,50 metros, tabla XXI.

Tabla XXI. **Espaciamiento de estribos**

S_1	17,5 cm	$d/4$
S_2	22,88 cm	$8\theta_b$
S_3	22,85 cm	$24 \theta_e$
S_4	30,48 cm	12"
Calculado	18,48 cm	

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXII. **Corte de bastones**

A_s cortado (cm^2)	A_s continúa (cm^2)	$M_{\text{resistido}}$ (ton-m)
1#7	2#7 + 3#9	42,15
2#7	3#9	30,34

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con los conceptos de los capítulos anteriores, a los bastones de la tabla XXII, se les debe agregar la longitud de desarrollo más una longitud igual al peralte debido al corrimiento del momento a través de una grieta de cortante.

$$l_d = 3,25 \frac{f_y A_{\text{barra}}}{17,2 f_c} \quad (\text{Ec. 3-24})$$

Para determinar la longitud de corte de los bastones es necesario el uso de las figuras de la 47 a 50, ya que los momentos resistidos que figuran en la tabla XX deben ser ubicados en dichas figuras y estimar el punto de intersección entre dicha capacidad de momento y la curva más externa en dirección al centro del claro. A la longitud así determinada se agrega una longitud igual al peralte del elemento y la longitud de desarrollo obtenida de la ec. 3-24. Para $\Theta_{\#7} = 70,20$ centímetros; para $\Theta_{\#9} = 90,35$ centímetros. Los detalles de armado se encuentran en las hojas correspondientes.

3.2.8. **Diseño de columnas**

El diseño de las columnas a diferencia del de las vigas, requiere primero clasificar la columna como corta o esbelta y ello a su vez requiere de una disposición de refuerzo preliminar en donde la experiencia del diseñador y la orientación de los códigos juega un papel importante.

- Clasificación de columna

Para efectuar el diseño de una columna primero debe clasificarse a la columna como corta o como esbelta a través de la relación Kl_u/r establecida en ACI 318-08; 10.10.1, para lo que es preciso determinar el factor K. Adicionalmente asumiendo como primer intento que la columna es esbelta, se inicia considerando el Método Amplificador de Momentos de ACI 318-08; capítulo 10, en el que, “para obtener una exactitud compatible con la exactitud global del método amplificador de momentos, los cálculos de ψ deben estar basados en una EI de columna calculada de $0,2E_cI_g + E_sI_s$ y una EI de viga calculada para la sección transformada agrietada”³⁹.

Respondiendo a la recomendación anterior, a continuación de desarrollará el cálculo respectivo para clasificar a la columna en estudio, utilizando los conceptos de secciones transformadas en vigas y en columnas de acuerdo a lo que se indica tanto en códigos como en la literatura consultada, con el fin de determinar su influencia en el comportamiento de los elementos estructurales a través de la modificación de la inercia y por ende de la rigidez a flexión, no sin antes realizar una revisión del concepto de transformación de sección.

Debido a que el concreto reforzado es un material compuesto, y en consecuencia no homogéneo, la distribución de esfuerzos en una sección no es uniforme y para responder a tal complejidad, la teoría de la flexión ha supuesto una distribución idealmente uniforme de deformaciones dentro de una sección. Considerando además, que la flexión desarrolla internamente más de un régimen de esfuerzos sobre los materiales componentes del elemento, el enfoque de la sección transformada se centra en los esfuerzos axiales generados sobre una sección cualquiera del elemento estructural, reduciendo la

³⁹ PARK, R; PAULAY, T. *Estructuras de concreto reforzado*. pp. 194.

complejidad derivada de los esfuerzos sobre un material compuesto a la sencillez de los esfuerzos axiales desarrollados sobre cada material.

Así entonces, bajo la concepción del comportamiento elástico y una distribución lineal de deformaciones en la sección transversal del elemento, para una misma deformación unitaria y carga, es posible efectuar una transformación del área esforzada con base en la relación de los módulos de elasticidad de los materiales involucrados, acero y concreto, conocida como relación modular. De esta manera, el área de acero contenida en la sección del elemento se modifica a un área equivalente con tal que el esfuerzo producido en esta nueva área corresponda a la misma deformación unitaria inicial.

Resta aún responder por qué razón se transforma el área de acero de la sección a un área equivalente de concreto. Para ello basta con recordar los conceptos presentados en el tema de puntal-tensor, capítulo 2, en donde se establece un principio en la forma de trabajo de las estructuras. Dicho principio indica que una estructura disipará energía a través de aquellos medios en los cuales realice el menor trabajo y ya que una deformación es una disipación de energía y que el menor trabajo lo efectúa el concreto al ser la parte rígida de la sección, se entiende por qué razón una sección transformada se rige por la capacidad de deformación del concreto y no por la del acero.

En cuanto a una sección transformada agrietada, hace falta extender el anterior concepto debido a que, entre otras razones, este admite la toma de esfuerzos tensores en el área de concreto. En el primer capítulo de este trabajo, se planteó la situación de los materiales dentro de una sección cuando estos son sometidos a esfuerzos cíclicos y alternantes, de igual manera, en el capítulo 2 se presentaron las formas en las que los esfuerzos se redistribuyen en los materiales debido al agrietamiento de la sección.

Una grieta supone una discontinuidad en la transmisión de esfuerzos axiales sobre las fibras de concreto dispuestas en la zona que cubre la grieta en la sección agrietada. Esto indica que inevitablemente el área portante de la sección se reduce a aquella en donde el agrietamiento aún no ha llegado. ACI 318-08; 10.10.4.1 presenta valores que indican cómo puede tomarse la influencia del agrietamiento sobre la sección transversal del elemento. Otro enfoque, que es el que se utilizará en este caso, es suponer que el concreto en la zona de tensión no es capaz de tomar esfuerzos en esta parte por lo que se considera la sección transformada, agrietada hasta la zona del eje neutro.

- Sección transformada agrietada de viga

Aún cuando las vigas se diseñaron como simplemente reforzadas, es inevitable que se comporten como vigas doblemente reforzadas debido a la existencia de ambas camas de refuerzo (superior e inferior), por lo tanto, se considerarán ambas cuantías de refuerzo en la transformación de la sección. Para el cálculo del eje neutro se hará uso del enfoque del par interno.

$$c=kd \quad (\text{Ec. 3-25})$$

$$k= \frac{\rho + \rho'}{2n^2 + 2} \left[\rho + \frac{\rho'd}{d} n^2 \right] - \rho + \rho' n \quad (\text{Ec. 3-26})$$

Donde:

ρ : cuantía de acero a tensión

ρ' : cuantía de acero a compresión

n : relación modular $n = E_s / E_c + C_t$

C_t : coeficiente de flujo plástico

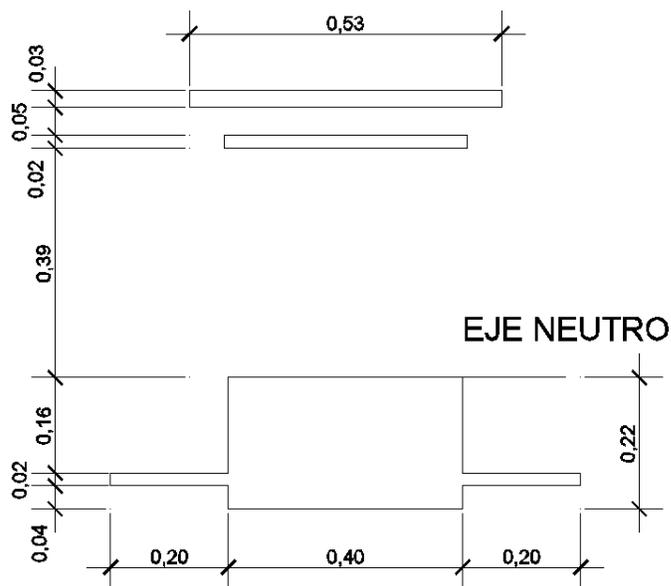
Con los mismos valores de la tabla XVI para los módulos de elasticidad tanto del acero como del concreto y despreciando los efectos de flujo plástico,

se tiene $n = 7,915$ y para las cuantías de refuerzo de la tabla XX correspondientes a la unión de las vigas al nudo 18, se tiene una profundidad de eje neutro de 22,41 centímetros. Con la obtenida profundidad de eje neutro corresponden deformaciones unitarias en el refuerzo de $2,33E-3$ para el refuerzo a compresión y $5,82E-3$ para el refuerzo a tensión, con lo que se concluye que todas las barras se encuentran fluyendo.

Acero a tensión: $nA_s = 7,915(30,88) = 244,42 \text{ cm}^2$

Acero a compresión: $(n-1)A_s = (7,915 - 1)(16,70) = 115,48 \text{ cm}^2$

Figura 53. **Sección transformada agrietada de viga**



Fuente: elaboración propia.

Con un momento de inercia de $6,7070E-3$ metros a la cuarta potencia y con un E_c de tabla XVI, se tiene un producto $E_c I_b$ de $16,9687E6$ kilogramo-metro cuadrado.

Para la ecuación 3-27 es necesario definir el factor β_{dns} que es utilizado para calcular la reducción de rigidez de las columnas, debido a las cargas axiales permanentes.

- Park y Paulay: lo definen como la relación de la carga muerta de diseño máxima a la carga total de diseño máxima. $0 \leq \beta \leq 1$.
- ACI 318-08: relación entre la máxima carga axial sostenida mayorada dentro de un piso y la máxima carga axial mayorada asociada con la misma combinación de carga, pero no debe ser mayor de 1,0.

Se debe aclarar además, que en ACI 318-08 (Ec. 10-14) parece existir un error, el cual fue corroborado revisando versiones anteriores de ACI 318 (2002 y 2005) además del libro de Park y Paulay siendo correcta la forma de la siguiente expresión.

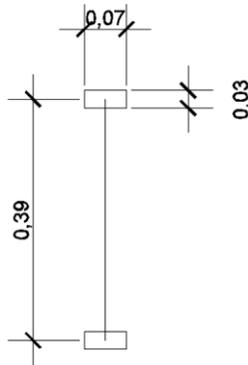
$$EI = \frac{0,2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_{dns}} \quad (\text{Ec. 3-27})$$

Haciendo uso de la tabla X, se tienen los pesos sin mayorar de la estructura por nivel, y considerando que la carga se distribuye uniformemente por todo el entrepiso debido a la simetría, se puede estimar la carga sobre la columna como un porcentaje del peso de los niveles superiores expresado como el área tributaria de la columna sobre el área total de piso, obteniéndose un aporte del 5 por ciento. Utilizando la combinación $C_u = 1,4C_m + 1,7C_v$, se obtiene $C_u = 202,25$ ton, y $\beta_{dns} = 0,60$. Con la geometría de la columna se tiene un momento de inercia de $5,208E-3$ metros a la cuarta potencia.

Para I_{se} sin embargo, es necesario primero estimar un refuerzo preliminar. Así pues con ACI 318-08; 21.6.3.1, como referencia, al utilizar 6#9, se tiene una cuantía de $15,39E-3$, adicionalmente, con un recubrimiento de 4 centímetros y

barras #9, se tiene una distancia a centros de las camas de refuerzo de 39,14 centímetros. Asumiendo que cada cama se comporta como una franja equivalente de espesor igual al diámetro de la barra, se tiene la figura 54.

Figura 54. **Viga de acero equivalente**



Fuente: elaboración propia.

Con un momento de inercia de $1,4765E-4$ metros a la cuarta potencia y con un E_s de la tabla XVI, se tiene un producto $E_c I_c$ de $3,49E6$ kilogramo–metro cuadrado.

Obtenidos los productos EI , tanto para elementos de compresión como para los elementos a flexión, puede procederse al cálculo de los factores ψ_a y ψ_b correspondientes a los extremos superior e inferior de la columna y que expresa la restricción rotacional en los nudos.

$$\psi = \frac{E_{col} I_u}{E_b I_n} \quad \text{Ec. 3-28)}$$

Donde:

I_u : corresponde a la longitud libre no apoyada de la columna

I_n : análogamente, corresponde a la longitud libre no apoyada de la viga

$\psi_A = 0,6361$; $\psi_B = 0,4847$. De ambos se obtiene el promedio como $\psi_{av} = 0,5604$ que es necesario para el cálculo de K.

Para $\psi_{av} < 2$ y columnas no arriostradas, se tiene:

$$K = \frac{20 - \psi_{av}}{20} \sqrt{1 + \psi_{av}} \quad (\text{Ec. 3-29})$$

Obteniendo un valor de $K = 1,2141$, que en conjunto con la longitud libre no apoyada de la columna y el radio de giro de la misma permiten su clasificación por medio de la expresión, Kl_u/r . $Kl_u/r = 23,14$ por lo que se considera una columna esbelta.

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_c}{k l_u^2} \quad (\text{Ec. 3-30})$$

La P_c para este caso resulta de 3 087,68 toneladas. Utilizando el método amplificador de momentos, contenido en la sección 10.10.7 de ACI 318-08 para pórticos con desplazamiento lateral, se obtienen los siguientes valores:

$$\Sigma P_u = 4 * 202,25 \text{ ton} = 809 \text{ ton}$$

$$\Sigma P_c = 5 * 3 087,68 \text{ ton} = 15 438,4 \text{ ton}$$

$$\delta_s = 1,075$$

$$M_{1ns} = 1,4(3,12) + 1,7(2,35) = 8,36 \text{ ton-m}$$

$$M_{2ns} = 1,4(3,11) + 1,7(2,34) = 8,33 \text{ ton-m}$$

$$\delta_s M_{1s} = 1,075(27,16) = 29,19 \text{ ton-m}$$

$$\delta_s M_{2s} = 1,075(31,08) = 33,41 \text{ ton-m}$$

$$M_1 = 8,36 + 29,19 = 37,55 \text{ ton-m}$$

$$M_2 = 8,33 + 33,41 = 41,74 \text{ ton-m}$$

La siguiente condición a cumplir se encuentra en ACI 318-08; 21.6.2.2. Tomando los momentos resultantes de la combinación C.9-2 se tiene lo siguiente:

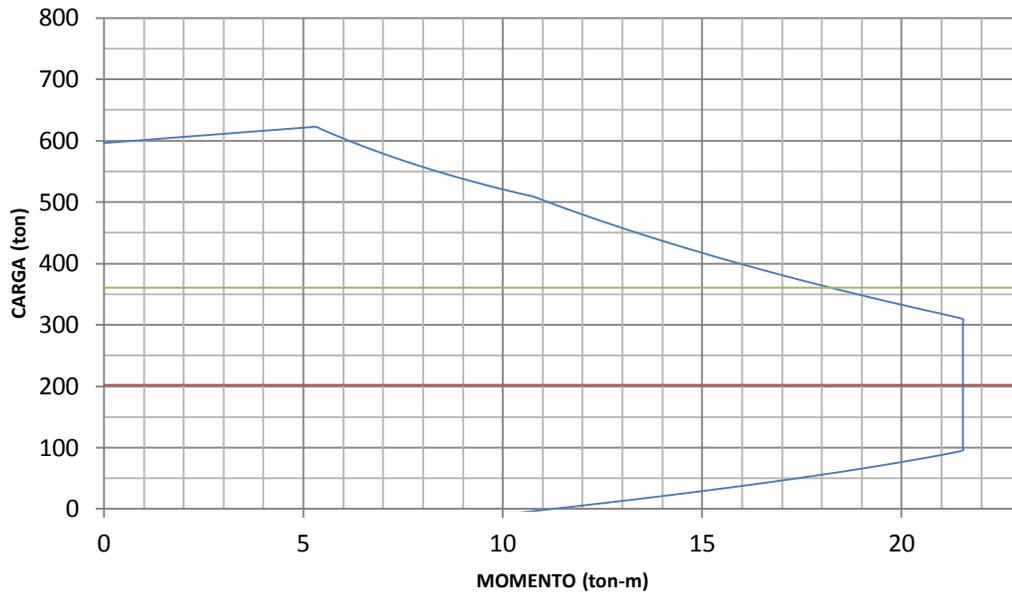
$$\Sigma M_c = 1,2 \Sigma M_b = 1,2(47,14 + 17,19) = 77,20 \text{ ton-m}$$

Ahora, la repartición del momento se efectúa en función de las rigideces de las columnas y ya que son de la misma magnitud, el momento se reparte por partes iguales entre las columnas, con un valor de 38,60 toneladas por metro. Por último, se tiene P_u según ACI 318-08; 10.3.6.2 con un valor de 360,66 toneladas. Así entonces se procede a la construcción del diagrama de interacción con una sección de 50 x 50 centímetros y 6#9 (figura 55).

Para la figura 55, el color rojo indica la carga obtenida del análisis 157,26 toneladas, el color verde señala la carga obtenida por ACI 318-08 de 360,66 toneladas. y el color azul representa la capacidad de la columna.

Evidentemente no es capaz de resistir los momentos obtenidos con anterioridad, por lo que debe efectuarse las veces necesarias el cálculo respectivo hasta alcanzar en la columna una capacidad tal que los valores requeridos queden contenidos dentro de la curva azul. Este primer cálculo se documenta con la intención de que el lector comprenda la manera en la que son obtenidos los valores de la siguiente tabla XXIII que resume los resultados obtenidos de iteraciones sucesivas a la presentada.

Figura 55. **Diagrama interacción cuantía 1,54 %**



Fuente: elaboración propia.

La anterior situación presenta además la oportunidad de direccionar el estudio a un caso en donde el congestionamiento de refuerzo en el nudo será mucho más fuerte, modificando la sección de columna y su armado. Cabe destacar que el comportamiento del elemento con los cambios de su sección son como siguen, reduciendo la base del elemento, se reduce la capacidad axial, mientras que aumentando su altura, se aumenta su capacidad a momento. En cuanto al refuerzo no influye solamente la cantidad sino la distribución del armado.

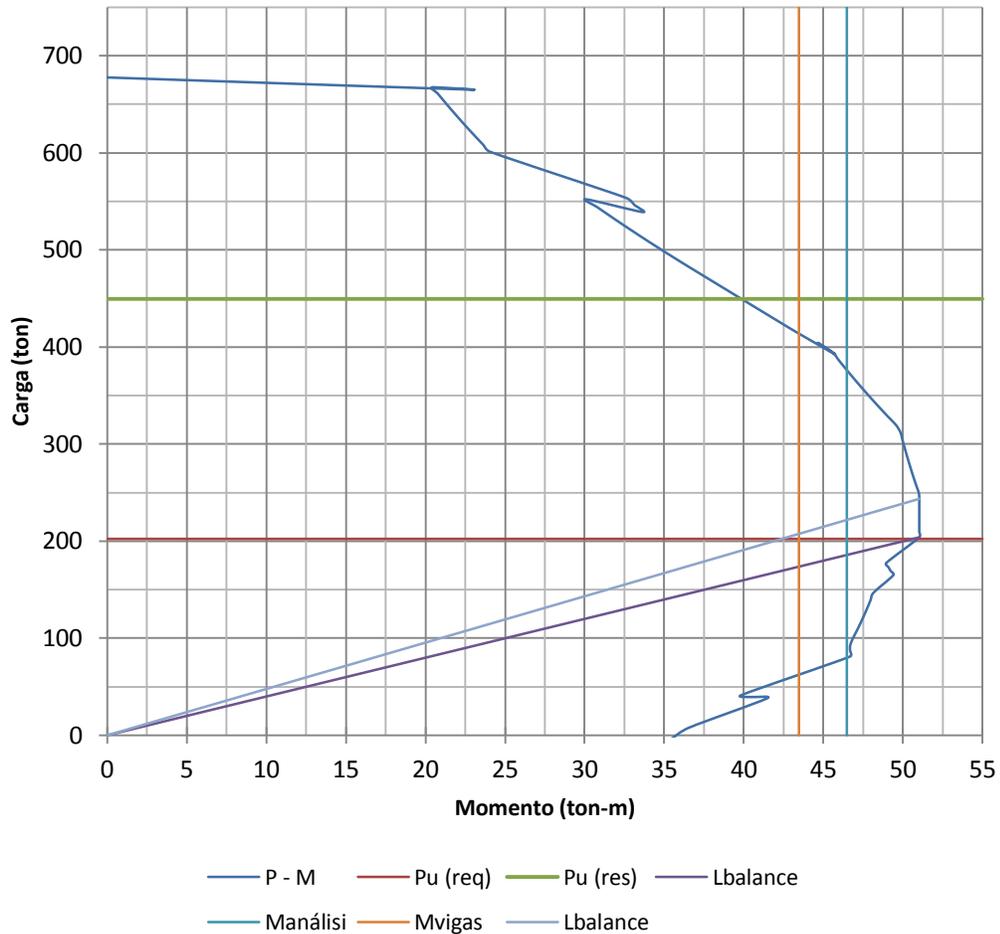
Tabla XXIII. Refuerzo en columnas

# Iteración	KI_u/r	Sección	Requerimiento		Refuerzo	Cuantía	Cap. de Col.	
2	16,988	0,40 x 0,75	$P_{integ.}$	213,36	10#9 + 6#7	2,91%	$P_{m\acute{a}x}$	750,00
			$M_{an\acute{a}lisis}$	44,28			$M_{m\acute{a}x}$	59,32
			M_{vigas}	38,60			P_u	487,72
3	16,988	0,40 x 0,75	$P_{integ.}$	213,36	6#9 + 8#7	2,32%	$P_{m\acute{a}x}$	700,00
			$M_{an\acute{a}lisis}$	44,28			$M_{m\acute{a}x}$	50,22
			M_{vigas}	38,60			P_u	464,00
4	17,47	0,40 x 0,70	$P_{integ.}$	202,25	10#9 + 4#7	2,84%	$P_{m\acute{a}x}$	720,00
			$M_{an\acute{a}lisis}$	41,74			$M_{m\acute{a}x}$	51,03
			M_{vigas}	38,60			P_u	452,47
5	17,47	0,40 x 0,70	$P_{integ.}$	202,25	6#9 + 8#7	2,48%	$P_{m\acute{a}x}$	700,00
			$M_{an\acute{a}lisis}$	41,74			$M_{m\acute{a}x}$	45,36
			M_{vigas}	38,60			P_u	439,00
6	17,47	0,40 x 0,70	$P_{integ.}$	202,25	6#9 + 10#7	2,76%	$P_{m\acute{a}x}$	720,00
			$M_{an\acute{a}lisis}$	41,74			$M_{m\acute{a}x}$	49,70
			M_{vigas}	38,60			P_u	449,48

Fuente: elaboración propia.

Para la tabla XXIII, los valores para las cargas P y los momentos M están dados en tonelada y tonelada por metro respectivamente. La clasificación de las columnas en las iteraciones, indican que tales casos de columna se comportan como columna corta, es decir, pueden despreciarse los efectos de la esbeltez por lo que no es necesario utilizar el método amplificador de momentos sino que se utilizan los efectos mayorados máximos producidos en el elemento para lo cual se utilizó la combinación C.9-2 de ACI 318-08. Los valores máximos para momentos por carga viva y carga muerta se obtuvieron de los tableros 8 y 9.

Figura 56. Diagrama de interacción cuantía 2,84 %



Fuente: elaboración propia.

Para calcular el refuerzo por cortante en las columnas es necesario obtener los M_{pr} de las columnas, para lo cual se recurre a un proceso similar al de la construcción del diagrama de interacción con la salvedad de que debe encontrarse un rango de cargas y momentos para el cual todas las barras se encuentren fluyendo. Al ubicar dicho rango de cargas y momentos, se debe modificar para las barras a tensión, la resistencia f_y por una resistencia de $1,25f_y$ y ya que todas las barras se encuentran fluyendo, las barras a compresión no

requieren cambio en su resistencia. De esta manera se obtiene para el caso considerado un Mpr de 57,41 toneladas por metro para un rango de cargas que va desde 176 hasta 216 toneladas cuando el valor de c, va del 36 al 43 por ciento de la altura de la columna.

Con lo anterior se busca cumplir con ACI 318-08; 21.6.5.1 y ya que el refuerzo es el mismo en ambos extremos de la columna, el Mpr es el mismo, además, considerando ACI 318-08 en las notas de la figura R21.5.4 inciso 3, Mpr de las columnas no debe ser mayor que los Mpr de las vigas.

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{l_u} \quad (\text{Ec. 3-31})$$

Siendo los Mpr 1 y 2 de la misma magnitud, se obtiene un Ve de 41,75 ton y para un peralte aproximado de 60 centímetros se obtiene un Vc de 21,28 toneladas que representa el 50 por ciento del cortante actuante por lo que se considerará la contribución del concreto a la resistencia de cortante de la columna considerando que el esfuerzo compresivo sobre la columna es de alrededor de 0,20 f'c que es aproximadamente 4 veces lo requerido por ACI 318-08 para ignorar la contribución del concreto. Así entonces, se obtiene un esfuerzo sobre el refuerzo de 8,53 kilogramos por centímetro cuadrado.

Utilizando barras de diámetro 3/8 de pulgada con fy de 2 800 kilogramos por centímetro cuadrado se obtiene según la ecuación 3-23 un espaciamiento de 10 centímetros con una longitud de confinamiento de 0,70 metros en cada extremo de la columna y un espaciamiento de 0,15 metro en el resto del elemento. Lo anterior chequeado en base a ACI 318-08; 21.6.4.1; 21.6.4.3.

Chequeo de A_{sh} con ACI 318-08; 21.6.4.4:

$$A_{sh} = 0,3 \frac{s_b c f_c}{f_{yt}} \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \quad (\text{Ec. 3-32})$$

$$A_{sh} = 0,09 \frac{s_b c f_c}{f_{yt}} \quad (\text{Ec. 3-33})$$

Con la geometría de la configuración A para refuerzo transversal en las hojas de detalle de refuerzo para columna, se obtiene de las ecuaciones 3-32 y 3-33 un A_{sh} igual a 3,948 y 2,88 centímetros cuadrados respectivamente, mientras que dicha configuración cubre un A_{sh} de 1,42 centímetros cuadrados únicamente por lo que es necesario aumentar el diámetro a $\frac{1}{2}$ " y agregar un gancho suplementario como se muestra en la configuración del detalle B de las hojas de detalle de refuerzo para columna obteniendo un A_{sh} de 3,80 centímetros cuadrados y una mejor integridad estructural en cuanto al armado, cumpliendo con los requisitos descritos en el capítulo 7 de ACI 318-08.

Se considera aceptable aún estando por debajo de la ecuación 3-32 debido a que el núcleo de la columna tiene aproximadamente el doble de refuerzo transversal, adicionalmente esta nueva configuración de refuerzo transversal puede llegar a desarrollar hasta 47 toneladas que representa más del 100 por ciento del cortante inducido.

3.3. Nudo rectangular caso 1

Para este estudio particularmente no será aplicable una consideración que se encuentra contenida en ACI 352-02, la cual se presenta a continuación con la posterior explicación de la razón por la que no se considerará la aplicabilidad de la misma a este estudio.

3.3.2 Para conexiones Tipo 2, cuando la losa construida integralmente esté en tracción, la resistencia a flexión de la viga debe determinarse considerando el refuerzo de la losa localizado dentro de un ancho de ala efectivo, b_e , en conjunto con el refuerzo longitudinal de la viga localizado dentro del alma. Las fuerzas introducidas al nudo deben basarse en la resistencia a flexión de la viga considerando la contribución al momento negativo del refuerzo efectivo de la losa (losa en tracción). Se debe considerar que el refuerzo de la losa actúa como el refuerzo en tracción de la viga con una deformación unitaria igual a la ocurrida en el alma a la altura del acero de refuerzo de la losa. Solo el refuerzo de la losa continuo o anclado debe considerarse que contribuye a la resistencia a flexión de la viga.

Se deberá usar la sección 8.10.2 de ACI 318-02 para vigas con losas a ambos lados. La Sección 8.10.3 se debe usar para vigas con losa en solo un lado. El ancho efectivo de la losa no debe ser tomado menor a $2b_b$, donde b_b es el ancho del alma de la viga.

4.4.1 La resistencia a flexión de los miembros en la conexión debe incluir la participación de la losa tal como se define en la Sección 3.3⁴⁰.

Tal y como lo mencionan las anteriores secciones de ACI 352-02, la losa debe considerarse en la resistencia de los miembros que llegan al nudo debido a que la contribución de un patín efectivo provisto por la losa monolítica con la viga, inicialmente rectangular, hace que la viga realmente trabaje como viga T la cual como se sabe, es mucho más dúctil que una viga rectangular esencialmente por la existencia del mismo patín de compresión (cuando los momentos imponen compresión sobre el patín) y es mucho más resistente

⁴⁰ ACI, Comité 352RS-02. p. 7,20.

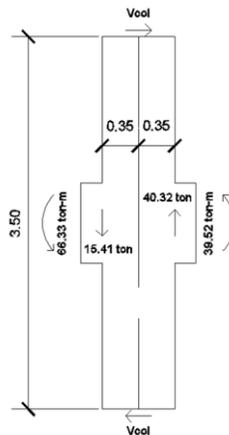
(cuando los momentos imponen tensión sobre el patín) debido a un mayor contenido de refuerzo.

Como se expresó en el primer capítulo, esto retrasa el ingreso del refuerzo a la zona de fluencia y, aunque permite mayores deformaciones previas a este punto, las mismas pueden superar los límites admisibles para la integridad estructural. La razón de considerar este comportamiento en el diseño de los nudos es que el esfuerzo cortante inducido en el nudo por las barras de refuerzo de la viga estará en función del esfuerzo al que estas se encuentren trabajando y no necesariamente será la resistencia de fluencia.

En este estudio no se considerará la contribución de la losa ya que el principal efecto buscado es el ingreso del refuerzo de las vigas a la zona de fluencia en el rostro del nudo para establecer si la medida de protección buscada es lo suficientemente eficiente como para mantener la fluencia del refuerzo fuera de la zona del nudo y de esta forma mantener la integridad del nudo al no permitir el agrietamiento producido en el concreto por la fluencia del acero.

Adicionalmente considerando las limitantes que se tienen en cuanto a la capacidad del equipo con el que se cuenta en el laboratorio en el cual se proyecta la realización de los ensayos, se hace necesario de acá en adelante, únicamente para motivos de ensayo, considerar al nudo como un nudo exterior, es decir, confinado por dos caras opuestas. Habiendo establecido la anterior excepción, se diseñará el nudo 18 en cumplimiento de los parámetros y consideraciones de ACI 352-02.

Figura 57. **Cuerpo libre de nudo 18**

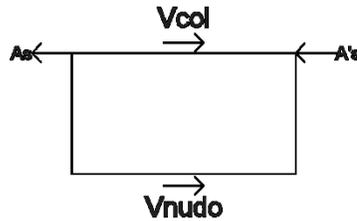


Fuente: elaboración propia.

Los cortantes en las vigas y los momentos en la figura 57, corresponden al análisis por cortante que se efectuó con el fin de determinar el refuerzo transversal en las vigas N y O. Los extremos del diagrama de cuerpo libre corresponden a las articulaciones supuestas en las columnas a 0,50 de la altura de piso. Efectuando un análisis de equilibrio de fuerzas respecto el eje de la columna y en la parte inferior del diagrama de cuerpo libre se tiene que $V_{col} = 35,82$ ton. De acuerdo con ACI 352-02 la sección crítica para evaluar el cortante en el nudo corresponde a aquella situada a la mitad de su altura, asumiendo una resistencia de $1,25f_y$.

As y A's corresponden a las áreas de acero de refuerzo en las camas superiores de las vigas a ambos extremos del nudo. Del equilibrio del nudo se obtiene un $V_{nudo} = 130,71$ ton como cortante actuante. Para verificar la capacidad a cortante del nudo se hace referencia a las ecuaciones 4.6 y 4.7 de ACI 352-02 (MPa).

Figura 58. **Esfuerzos cortantes en nudo**



Fuente: elaboración propia.

$$\square V_n \geq V_u \quad (\text{Ec. 3-34})$$

$$V_n = 0.083 \gamma \bar{f}'_c b_j h_c \quad (\text{Ec. 3-35})$$

Donde:

γ : para este caso en particular y de la tabla V, le corresponde un valor de 15

b_j y h_c : corresponden a las dimensiones del nudo o en otras palabras representan el área efectiva del nudo

Utilizando las ecuaciones anteriores con los valores correspondientes, se llega a obtener una resistencia última a cortante en el nudo de 140,56 toneladas que es suficiente para resistir el cortante último que actúa en el nudo. Sin embargo, debido a que este nudo se considera como de borde, no es posible hacer reducciones de refuerzo transversal según ACI 352-02 por lo que el refuerzo transversal de la columna continúa ininterrumpido a través del nudo otorgándole una capacidad total a cortante de 188,41 toneladas aproximadamente el 40 por ciento mayor al actuante.

Respecto de los daños ocasionados por el deslizamiento de las barras de refuerzo de las vigas que atraviesan el nudo o que se anclan a él, ACI 318-08 comenta en R21.7.2.3 lo siguiente,

Investigaciones han mostrado que las barras rectas en vigas pueden deslizarse dentro del nudo viga-columna durante una secuencia de inversiones de momento de gran magnitud. Los esfuerzos de adherencia en estas barras rectas pueden ser muy altos. Para reducir sustancialmente el deslizamiento durante la formación de articulaciones en las vigas adyacentes, es necesario tener una relación entre el diámetro de la barra y la dimensión de la columna de aproximadamente $1/32$, lo que conduciría a nudos muy grandes. Con base en una revisión de los ensayos disponibles, se han elegido límites de $1/20$ de la dimensión de la sección de la columna en la dirección de la carga como tamaño máximo de las barras en vigas de concreto de peso normal.⁴¹

El comité ACI 352-02 va un poco más lejos y en la sección 4.5.5 proporciona dos expresiones con el fin de reducir el potencial deslizamiento de las barras dentro del nudo tanto para las barras de las vigas como para las barras de la columna que atraviesan el nudo, sin embargo, la relación de 20 permanece. El comentario de ACI 352-02 expresa:

Es probable que ocurra deslizamiento de la barra dentro del nudo con la longitud $20\phi_b$. Esto reduce considerablemente la rigidez y capacidad de disipación de energía de la región de la conexión. Son deseables mayores longitudes de desarrollo, particularmente cuando están combinadas con esfuerzos cortantes grandes y relaciones bajas de resistencia a la flexión entre columnas y vigas. Ensayos de conexiones a media escala indican que los nudos con longitudes de anclaje entre 24 y 28 diámetros de la barra se

⁴¹ ACI. Comité 318-08. p. 359.

comportan mejor que aquellos con 16 a 20 diámetros de barra.⁴² Estas expresiones se escriben aquí para kilogramo por centímetro cuadrado.

$$\frac{h_{(\text{columna})}}{\square b_{(\text{barras de vigas})}} \geq 20 \frac{f_y}{4200} \geq 20 \quad (\text{Ec. 3-36})$$

$$\frac{h_{(\text{viga})}}{\square b_{(\text{barras de columna})}} \geq 20 \frac{f_y}{4200} \geq 20 \quad (\text{Ec. 3-37})$$

Para este caso, f_y es 2 800 kilogramo por centímetro cuadrado por lo que definitivamente las relaciones deben ser mayores que 20. Para la ecuación 3-36 una relación de 24,5 y para la ecuación 3-37 de 26,25.

3.4. Nudo rectangular caso 2

Como se mencionó al inicio de este capítulo la referencia bibliográfica 11, sugiere medidas para la protección de los nudos a través de cartelas o de lo que en la referencia se denominan como corbatas. Ambas gobernadas por criterios semejantes, siendo las cartelas como las del tipo expuesto en el capítulo anterior (aumento de peralte en los extremos), mientras que las corbatas consisten en refuerzo colocado en el extremo de la viga y que atraviesa el nudo (o se ancla en él), de acuerdo al tipo de nudo, con el fin de aumentar la resistencia a flexión en el extremo de la viga y en cercanías del rostro de la columna con el propósito de desplazar la articulación plástica de la viga a una distancia igual a la altura de la viga o 50 centímetros, la que resulte menor.

Esto se logra agregando, por facilidad constructiva un máximo de 2 barras que cumplan con el siguiente criterio:

⁴² ACI. Comité 352-02. p. 26.

$$\frac{A_c}{AA_s} > 1 \quad (\text{Ec. 3-38})$$

Donde:

A_c : diferencia entre el área de acero de refuerzo provisto en el rostro de la columna y el área de acero de refuerzo provisto en la sección crítica.

AA_s : diferencia entre el área de acero de refuerzo requerido en el rostro de la columna de acuerdo a un análisis estructural, y el área de acero de refuerzo requerido en la sección crítica obtenido también a través de un análisis estructural.

Sin embargo, en este caso con una viga de 75 centímetros de alto, se tiene que según los criterios de esta propuesta, la sección crítica debe ubicarse a 50 centímetros del rostro de la columna, lo que evidentemente, con referencia a las hojas de detallado de los elementos, resulta $A_c = 0$ ya que las tensiones se extienden una longitud muy superior a esta dimensión. Por tal razón se descarta la posibilidad de la posible aplicación al marco de este estudio.

Por otro lado, las Normas Técnicas Complementarias NTC-2004 del Distrito Federal de México, presentadas en la parte final del segundo capítulo, presentan una propuesta muy similar a la anterior y que también busca desplazar la articulación plástica más allá del rostro de la columna. Según la sección 7.5.1 de estas recomendaciones, son aplicables solamente si el claro de cortante es al menos 3 veces el peralte efectivo. Para el acero a tensión, el peralte efectivo es de aproximadamente 66 centímetros con lo que el claro de cortante resulta de aproximadamente 2 metros.

De las figuras 47 a 50, los diagramas de momento para diversas combinaciones muestran que cuando no actúa carga sísmica, el punto de

inflexión se encuentra aproximadamente a 2 metros de distancia desde el eje de la columna y se aleja tanto como 3 a 3,5 metros del mismo eje en caso de que el sismo se considere en la combinación. Sin embargo, ya que debe utilizarse la combinación con carga sísmica que produzca el mayor momento sobre la viga, se tiene que el punto de inflexión se ubica a 3 metros de distancia del eje de la columna de acuerdo a la dirección del sismo, por lo que en conclusión, las disposiciones de 7,5 son aplicables.

Considerando a la viga como doblemente reforzada debido a que aún cuando se diseña como simplemente reforzada se comporta como doblemente reforzada por la existencia de refuerzo en ambos extremos de la altura de la viga, se tiene una profundidad del eje neutro de 22,74 centímetros a partir de la fibra extrema a compresión con todas las barras fluyendo. Suponiendo sumatoria de momentos respecto el centroide del refuerzo a tensión, se alcanza una capacidad a momento de 130 toneladas por metro. De esta forma la viga resiste, con las cuantías de acero en el rostro de la columna del nudo 18, un momento de 130 toneladas por metro equivalente a 2,55 veces el momento de diseño cumpliendo así, 7.5.2(b).

El refuerzo adicional según 7.5.2: con A_s a tensión de 34,75 centímetros cuadrados el 35 por ciento resulta igual a 12,16 centímetros cuadrados como máximo para el refuerzo adicional. Utilizando 6#4 para reducir el congestionamiento y por sentido práctico ya que corresponde al diámetro de los estribos de las columnas se obtiene un área de acero adicional de 7,60 centímetros cuadrados correspondiente a un 21,87 por ciento del A_s a tensión. La longitud de desarrollo según la sección 5.1 de NTC 2004 devuelve un valor de 31 centímetros, no obstante, se indica en 7.5.2(b) que la longitud de desarrollo no debe ser menor que 1,5 veces el peralte efectivo, que para este

caso es 85 centímetros, se establece como longitud de desarrollo una longitud de 85 centímetros.

Tabla XXIV. **Diferencias entre NTC 2004 y [Ref. 11]**

NTC 2004	REF.
El refuerzo adicional no necesariamente aumenta la resistencia a flexión del elemento.	No se brinda un método del todo claro para determinar el área de refuerzo adicional, además ubicar el refuerzo adicional en las camas extremas modifica en una forma considerable el comportamiento del elemento a flexión en este punto.
Las 4 barras intermedias incluso brindan mayor estabilidad lateral a la viga en toda su altura.	Un número de dos barras únicamente no beneficia en mucho a la estabilidad del elemento.
La condición de que las barras sean del menor diámetro posible y la ubicación intermedia de las mismas barras, no promueve la situación de saturación de refuerzo en las camas extremas del elemento permitiendo con ello que el vaciado del concreto no se vea interrumpido en el ingreso del elemento.	El brazo de palanca resulta el mismo que para el refuerzo normal de la viga lo que incluso puede provocar que el refuerzo normal retarde su ingreso a la zona de fluencia aumentando la resistencia a flexión de la viga aumentando la transmisión de cortante dentro del nudo sin mencionar la posibilidad de trasladar la articulación hacia la columna.
La ubicación de las barras adicionales no implica un aumento considerable en la transmisión de fuerzas cortantes dentro del nudo.	

Fuente: elaboración propia.

3.5. **Modelo de estudio para nudo octogonal**

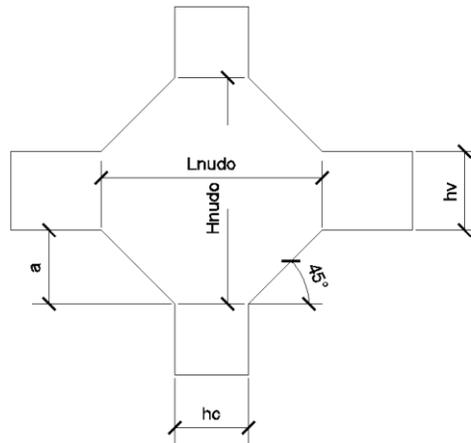
Existe una diversidad de posibilidades que podrían aplicarse en cuanto a geometría se refiere, sin embargo, el estudio de este trabajo se enfoca en elementos estructurales existentes para derivar de ellos la geometría necesaria o cuando menos adecuada, para el desarrollo de este nudo propuesto. De esta manera, y luego de evaluar las posibilidades, se ha reducido el universo de posibilidades a cuatro configuraciones posibles, las cuales son:

- Ménsula: considerando las relaciones a/d y las alturas de los peraltes en los extremos de la ménsula.
- Considerando ACI 318-08 y ACI 352-02, un nudo se considera confinado con una extensión como mínimo, de longitud igual a la altura del elemento que se conecta a él y, considerando que por la formación de articulaciones plásticas en el rostro de las columnas, las vigas ya no proporcionan un adecuado confinamiento, se proponen las dimensiones del nudo en función de las alturas de los elementos que conectan en él.
- Utilizando la relación $1/32$ del diámetro de la barra que atraviesa el nudo sobre la dimensión paralela del elemento correspondiente. Esta consideración se encuentra en ACI 318-08 capítulo 21.
- Considerando las observaciones de Ismail y Jirsa contenidas en el texto de Park y Paulay que describen la extensión de la zona de fluencia una longitud igual a 18 diámetros de barra, desde la cara del nudo o donde se genere la fluencia hacia el núcleo del nudo.

3.5.1. Ménsula

Derivando la geometría del nudo de la geometría de la ménsula y tomando como referencia las dimensiones de los elementos que conectan en los nudos rectangulares anteriores, se tiene un cálculo iterativo hasta que no se modifique la dimensión base. Esto se logra manteniendo constante las proporciones entre las dimensiones de la sección y la longitud de los elementos viga y columna, es decir, altura de viga como 8 por ciento de la longitud de la viga y altura de columna como 20 por ciento de la altura de piso, que corresponden a las proporciones de los elementos que conectan en nudos rectangulares.

Figura 59. Geometría derivada de ménsula



Fuente: elaboración propia.

La forma del cálculo es como sigue:

$$Long_i = Long_0 - 2h_{col\ i-1} \quad (Ec. 3-40)$$

$Long_0$ es constante y corresponde a la longitud inicial considerada en nudos rectangulares.

Tabla XXV. Cálculo de a_c

Columna	
Long.	hcol
3,50	0,70
2,10	0,42
2,66	0,53
2,44	0,49
2,53	0,51
2,49	0,50
2,50	0,50

Fuente: elaboración propia.

Se aprecia que la altura de la columna no varía más allá de 0,50 metros que corresponde a una reducción del 28 por ciento de la dimensión de la sección inicial. Ahora, debido a que esta suposición se encuentra en función de la columna, es necesario aún determinar la reducción en el elemento viga, que ahora, será más sencilla al haber obtenido el valor de a_c . Este cálculo se efectúa de manera similar al cálculo de a_c con la diferencia de que en lugar de utilizar la longitud de la columna, se utiliza la longitud de la viga y con el valor de a prefijado en el cálculo previo.

$$\text{Long}_{\text{viga}} = 9,00 - 2(0,50) = 8,00 \text{ m}$$

$$H_{\text{viga}} = 0,08(8,00) = 0,65 \text{ m aproximadamente}$$

Logrando una reducción en la altura de la viga del 13 por ciento y permitiendo de esta forma, mantener un ángulo de 45 grados en la ménsula supuesta. Un chequeo adicional de acuerdo al capítulo 2 es el siguiente, $h_v \geq 0,50(a + h_v)$.

$$L_{\text{nudo}} = h_v + 2a = 0,65 + 2(0,50) = 1,65\text{m}$$

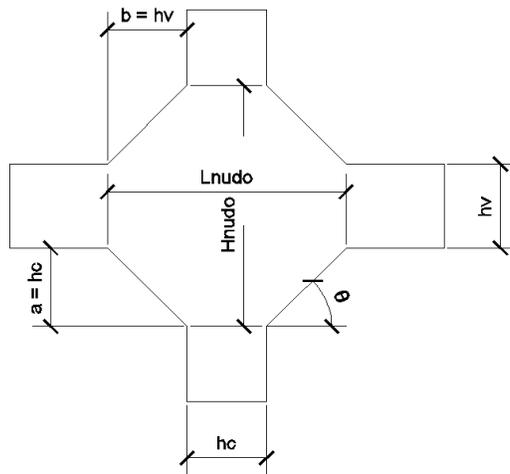
$$H_{\text{nudo}} = h_c + 2a = 0,50 + 2(0,50) = 1,50\text{m}$$

Además, la longitud de la viga se reduce a 8,00 metros y la longitud de la columna se reduce a 2,50 metros. El volumen del nudo con esta configuración es de 0,79 metros cúbicos. El volumen de la conexión es de 3,37 metros cúbicos.

3.5.2. Confinamiento

El proceso es similar, sin embargo, en este caso sí se buscará en el proceso iterativo una respuesta que cierre los ciclos de iteración tanto en la geometría de la columna como de la viga.

Figura 60. Geometría por confinamiento



Fuente: elaboración propia.

Tabla XXVI. Cálculo de a y b

Viga		Columna	
Long.	hviga	Long.	hcol
9,00	0,70	3,50	0,70
7,60	0,60	2,10	0,42
7,80	0,60	2,66	0,53
7,80	0,60	2,44	0,49
7,80	0,60	2,53	0,51

Continuación de la tabla XXVI.

Viga		Columna	
Long.	h _{viga}	Long.	h _{col}
7,80	0,60	2,49	0,50
7,80	0,60	2,50	0,50

Fuente: elaboración propia.

Con estos valores de a y b, se tiene una reducción en la altura de la columna del mismo orden que con la derivación de la ménsula, y una reducción en la altura de viga del 14 por ciento.

$$L_{\text{nudo}} = h_c + 2h_v = 0,50 + 2(0,60) = 1,70\text{m}$$

$$H_{\text{nudo}} = h_v + 2h_c = 0,60 + 2(0,50) = 1,60\text{m}$$

La longitud de la viga se reduce a 7,80 metros y la longitud de la columna se mantiene en 2.50 metros. El volumen del nudo es de 0,848 metros cúbicos y el volumen de la conexión de 3,22 metros cúbicos.

3.5.3. ACI 318-08; capítulo 21

En este caso a diferencia de los dos anteriores, la geometría del nudo requiere un conocimiento previo del tipo y configuración del refuerzo provisto en los elementos que conectan en él. En el caso particular de este estudio, los diámetros mayores tanto de viga como de columna son los mismos e iguales a barras #9, lo que implica que tanto a como b tendrán las mismas dimensiones y que el ángulo de la diagonal del nudo será de 45 grados.

Así entonces, se procede al cálculo de a y b para este caso, recordando que debe mantenerse una relación 1/32 entre el diámetro de la barra y la altura del elemento paralelo a la barra del elemento bajo consideración, es decir, tanto L_{nudo} como H_{nudo} deben ser iguales a $32\phi_b$, donde el diámetro de barra corresponde al elemento perpendicular a la dimensión considerada.

$L_{nudo} = H_{nudo} = 32\phi_b = 91,5$ cm, y con las mismas dimensiones para viga y columna obtenidas para nudos rectangulares, se tiene.

$$a = \frac{H_{nudo} - h_v}{2} = 0,08 \approx 0,10 \text{m} \quad (\text{Ec. 3-41})$$

$$b = \frac{L_{nudo} - h_c}{2} = 0,105 \approx 0,10 \text{m} \quad (\text{Ec. 3-42})$$

con lo que:

$$L_{viga} = 9,00 - 2(0,10) = 8,80 \text{m} \text{ y una altura de viga de } 0,70 \text{ metros}$$

$$L_{col.} = 3,50 - 2(0,10) = 3,30 \text{m} \text{ y una altura de columna de } 0,65 \text{ metros}$$

La segunda iteración involucra las nuevas dimensiones de L y H de nudo.

$$H_{nudo} = h_v + 2a = 0,70 + 2(0,10) = 0,90 \text{m}$$

$$L_{nudo} = h_c + 2b = 0,65 + 2(0,10) = 0,85 \text{m}$$

De esta forma se tiene que sustituyendo las relaciones de H y L de nudo en las ecuaciones 3-41 y 3-42, el resultado será siempre igual a la dimensión a y b, por lo que se puede suponer que el valor final tanto de a como de b corresponde a 0,10 metros. La longitud de viga se reduce a 8,80 metros y la longitud de columna a 3,30 metros con un volumen de nudo de 0,298 metros cúbicos y un volumen de conexión de 3,62 metros cúbicos.

3.5.4. Ismail y Jirsa

Considerando las observaciones de Ismail y Jirsa acerca de la extensión de la zona de fluencia de alrededor de 14 a 18 diámetros de barra dentro del nudo, y con el propósito de expulsar esta zona del nudo, se ubicará la longitud de fluencia antes de cada rostro del nudo para evitar que ingrese a su núcleo. Esto al igual que el caso anterior, implica un conocimiento previo del refuerzo provisto a los elementos conectados al nudo.

Utilizando una relación de $16\phi_b$, corresponde a 45 centímetros.

$$H_{\text{nudo}} = h_v + 2a = 0,65 + 2(0,45) = 1,55 \text{ m}$$

$$L_{\text{nudo}} = h_c + 2b = 0,50 + 2(0,45) = 1,40 \text{ m}$$

$$L_{\text{viga}} = 9,00 - 2(0,45) = 8,10 \text{ m con una altura de viga de 0,65 metros}$$

$$H_{\text{col}} = 3,5 - 2(0,45) = 2,60 \text{ m con una altura de columna de 0,50 metros}$$

Volumen de nudo de 0,706 metros cúbicos y un volumen de conexión de 3,33 metros cúbicos. En este caso al igual que en el anterior, debido a que los diámetros de barra utilizados en viga y columna son los mismos, también las dimensiones a y b son de magnitud igual.

A manera de referencia se tiene que el volumen de los nudos rectangulares es de 0,21 metros cúbicos y que el volumen de la conexión es de 3,89 metros cúbicos para este estudio en particular.

Tabla XXVII. **Resumen de nudos octaedros**

Base de propuesta	L nudo	H nudo	L viga	L columna	hv	hc	a	b	Θ (grados)	Vol nudo (m ³)	Vol conex. (m ³)
Ménsula	1,50	1,65	8,00	2,50	0,65	0,50	0,50	0,50	45,00	0,790	3,37
Confinamiento	1,70	1,6	7,80	2,50	0,60	0,50	0,50	0,60	39,81	0,848	3,22
ACI 318-08	0,85	0,90	8,80	3,30	0,70	0,65	0,10	0,10	45,00	0,298	3,62
Ismail y Jirsa	1,40	1,55	8,30	2,80	0,65	0,55	0,45	0,45	45,00	0,706	3,33

Fuente: elaboración propia.

Con los datos anteriores, se tiene que:

- Las propuestas 2 y 4 representan las soluciones más económicas en cuanto al volumen del concreto.
- Las propuestas 1 y 2 pueden incluirse en la etapa del predimensionamiento de una estructura debido a que sus consideraciones son puramente geométricas y derivadas de la geometría de los elementos que conectan, que bien se sabe, son sencillos de predimensionar.
- Las propuestas 3 y 4 no presentaron variación de a y b debido a que los diámetros de barras resultaron siendo los mismos en columnas y vigas, sin embargo, podría ser posible que un cambio entre a y b para estos casos pueda generar una variación de volúmenes de concreto. La desventaja es que no se pueden predimensionar sino hasta después de obtener un diseño previo del refuerzo de los elementos que se conectan en el nudo.

Considerando ahora en mínima porción las cuestiones arquitectónicas, si es que se permite este atrevimiento, se tiene que estos nudos octaedros presentarán mayores ventajas ubicándolos en los marcos exteriores de la

estructura debido a la interferencia que tales nudos puedan generar en el interior de los ambientes donde se pudieran ubicar, no obstante, no se descarta la posibilidad de que en el futuro se alcance una solución práctica para esta dificultad presente y de esta forma diversificar el uso de este tipo de nudos.

En consideración de su uso en los marcos exteriores, se tiene que la reducción de área de iluminación por aro cerrado de la estructura es del 2 por ciento para la propuesta 2 y de 1,27 por ciento para la propuesta 4. No es que se estime bajo el porcentaje de reducción de área, pero las mejoras estructurales que se estiman, se plantean como una ventaja a considerar.

- Verificando adherencia

Para este caso las expresiones de las ecuaciones 3-36 y 3-37 se modifican como sigue:

$$\frac{L_{(\text{nudo})}}{\square_{\text{b(barras de vigas)}}} \geq 20 \frac{f_y}{4200} \geq 20 \quad (\text{Ec. 3-43})$$

$$\frac{H_{(\text{nudo})}}{\square_{\text{b(barras de columna)}}} \geq 20 \frac{f_y}{4200} \geq 20 \quad (\text{Ec. 3-44})$$

Y ya que la razón $f_y/4200$ es menor que 1, se tiene que cumplir que cualquiera de las relaciones anteriores sea mayor que 30. Todo lo antes expuesto concluye con que la propuesta 2 además de ser la propuesta menos pesada también es la que provee una protección del orden de 3 veces la requerida, sin mencionar que las nuevas solicitudes sobre el elemento serán menores que las existentes en un nudo rectangular justo en la cara del nudo lo que permite inferir que la protección efectiva es del orden del 300 por ciento como mínimo, lo que satisface el enfoque y el interés del presente trabajo, tabla XXVIII. Resta ahora determinar las ventajas de la geometría de este nudo a través de un proceso analítico.

Tabla XXVIII. **Resumen de chequeos de adherencia**

# Propuesta	Diámetro (m)	Lnudo	Relación	Hnudo	Relación
1	0,028	1,5	53,57	1,65	58,93
2	0,028	1,7	60,71	1,6	57,14
3	0,028	0,85	30,36	0,9	32,14
4	0,028	1,4	50,00	1,55	55,36

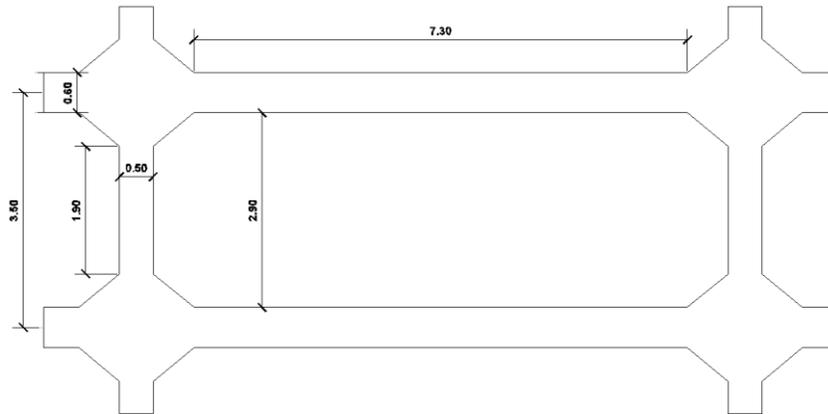
Fuente: elaboración propia.

3.5.5. Análisis estructural

Recordando al lector que lo que se determinó con anterioridad es la geometría de un nudo y no las cartelas de una viga o una columna, se efectúa el análisis estructural a través del mismo método de Kani con la modificación de que, las longitudes libres ya no corresponden a las mismas que se utilizan en un análisis de estructuras con nudos rectangulares sino más bien se reducen a las longitudes libres a partir del rostro de los nudos octaedros como en la figura 61 y utilizando únicamente la propuesta número 2 ya que fue la mejor propuesta en vista de los puntos considerados con anterioridad.

Con el fin de determinar precisamente los efectos en las caras de los nudos, se utilizarán para el análisis estructural, las dimensiones libres de los elementos tanto vigas como columnas que corresponden a 7,30 metros y 1,90 metros respectivamente.

Figura 61. **Nudos octogonales en crujía cerrada**



Fuente: elaboración propia, con programa Autocad 2013.

Tabla XXIX. **Predimensionamiento a considerar en vigas**

Vigas letras				Vigas números			
Primarias				Primarias			
Eje	Luz libre	Sección		Eje	Luz libre	Sección	
		Altura	Base			Altura	Base
A	4,3	0,50	0,30	1	7,30	0,60	0,40
B	4,3	0,50	0,30	2	7,30	0,60	0,40
SECUNDARIAS				SECUNDARIAS			
	6	0,40	0,25		9,00	0,55	0,30

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXX. Integración de cargas verticales sobre el eje 4

ELEMENTO: VIGAS SECUNDARIAS					
Eje	Carga	Área tributaria	Peralte/asec. (m,m2)	Cm sin mayorar (ton/m)	Cv sin mayorar (ton/m)
Letra	Losa	9,00	0,09	0,32	
	Peso propio	-	0,10	0,24	
	Ocupación	9,00			0,59
			CM	0,56	
			CV		0,59
ELEMENTO: VIGAS PRIMARIAS					
Eje	Carga	Área tributaria	Peralte/asec, (m,m2)	Cm sin mayorar (ton/m)	Cv sin mayorar (ton/m)
Numero	Losa	18,00	0,09	0,43	
	Peso propio	-	0,24	0,58	
	Ocupación	18,00			0,78
			CM	1,01	
			CV		0,78

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXI. Integración de pesos por nivel

Nivel	Elemento	Cantidad	Altura (m)	Base (m)	Longitud (m)	Peso total (ton)	
5to.	Losa	1	0,09	30,00	36,00	233,28	
	Vigas letras	2	0,41	0,30	30,00	17,71	
		3	0,41	0,30	30,00	26,57	
		4	0,31	0,25	30,00	22,32	
		2	0,51	0,40	36,00	35,25	
	Vigas números	4	0,51	0,40	36,00	70,50	
		5	0,46	0,30	36,00	59,62	
		30	0,50	0,40	1,75	25,20	
	Carga muerta total						490,45
	Carga viva total						108,00
Nivel	Elemento	Cantidad	Altura (m)	Base (m)	Longitud (m)	Peso total (ton)	
4to. - 2do.	Losa	3	0,09	30,00	36,00	699,84	
	Vigas letras	6	0,41	0,30	30,00	53,14	
		9	0,41	0,30	30,00	79,70	
		12	0,31	0,25	30,00	66,96	
		6	0,51	0,40	36,00	105,75	
	Vigas números	12	0,51	0,40	36,00	211,51	
		15	0,46	0,30	36,00	178,85	
		90	0,50	0,40	3,5	151,20	
	Ocupación						1 263,60
	Carga muerta total						1 546,95
Carga viva total						1 263,60	

Continuación de la tabla XXXI.

Nivel	Elemento	Cantidad	Altura (m)	Base (m)	Longitud (m)	Peso total (ton)	
1er	Losa	1	0,09	30,00	36,00	233,28	
	Vigas letras	2	0,41	0,30	30,00	17,71	
		3	0,41	0,30	30,00	26,57	
		4	0,31	0,25	30,00	22,32	
		2	0,51	0,40	36,00	35,25	
	Vigas números	4	0,51	0,40	36,00	70,50	
		5	0,46	0,30	36,00	59,62	
		Columnas	30	0,50	0,40	7,75	111,60
	Ocupación						421,20
	Carga muerta total						576,85
Carga viva total						421,20	

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXII. **Cortante basal**

Cortante basal UBC 1997		
Parámetros	Ecuación	Vb
Ca	0,44	30,4
Cv	0,76	
I	1,00	30,5
R	8,50	
T	0,49	30,6
Z	0,40	
Nv	1,20	30,7
West,	2 614,25	

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXIII. **Distribución de fuerzas por nivel**

Vb	Nivel	W nivel (ton)	H nivel (m)	W*H (ton-m)	Fx (ton)
338,31	5	490,45	12,80	6 277,75	91,55
	4	515,65	10,90	5 620,58	81,96
Ft	3	515,65	9,00	4 640,85	67,68
0	2	515,65	7,10	3 661,11	53,39
	1	576,85	5,20	2 999,62	43,74
TOTAL W*H				23 199,91	

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXIV. **Fuerzas de piso sobre el eje 4**

NIVEL	Fuerza eje 4
5	18,31
4	16,39
3	13,54
2	10,68
1	8,75

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXV. Resumen de momentos de extremo, análisis estructural por Método de Kani

$E_c = 2,53E+09$ Kg/m ³ $K_v = 9,86E-04$ m ³ $K_c = 2,19E-03$ m ³ $K_{cc} = 8,01E-04$ m ³			MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS			
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO	CS		CV		CM		CS	CV	CM	
			MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	
5	1	M12	3,23	0,00	-3,78	0,0000	-4,48	0,0000	2,38E-04	-8,77E-04	-1,56E-04	
		M16	-3,21	-13,65	3,78	0,1597	4,48	0,1891	2,39E-04	1,49E-04	3,72E-04	
	2	M21	2,90	0,00	5,58	0,0000	6,62	0,0000	1,71E-04	9,97E-04	5,84E-04	
		M23	2,60	0,00	-5,28	0,0000	-6,26	0,0000	1,70E-04	-1,04E-03	-4,43E-04	
		M27	-5,50	-13,65	-0,30	0,1597	-0,35	0,1891	1,71E-04	-9,91E-06	-1,92E-05	
	3	M32	2,65	0,00	4,96	0,0000	5,88	0,0000	1,80E-04	1,01E-03	3,67E-04	
		M34	2,65	0,00	-5,04	0,0000	-5,97	0,0000	1,80E-04	-1,02E-03	-3,86E-04	
		M38	-5,29	-13,65	0,08	0,1597	0,09	0,1891	1,80E-04	7,19E-06	1,38E-05	
	4	M43	2,60	0,00	5,20	0,0000	6,16	0,0000	1,70E-04	1,03E-03	4,24E-04	
		M45	2,89	0,00	-5,63	0,0000	-6,67	0,0000	1,70E-04	-1,00E-03	-5,91E-04	
		M49	-5,50	-13,65	0,43	0,1597	0,51	0,1891	1,71E-04	2,28E-05	4,56E-05	
	5	M54	3,23	0,00	3,78	0,0000	4,48	0,0000	2,38E-04	8,80E-04	1,53E-04	
		M510	-3,23	-13,65	-3,78	0,1597	-4,48	0,1891	2,38E-04	-1,34E-04	-3,67E-04	
	4	6	M61	-0,73	-24,51	2,74	0,0562	3,25	0,0667	4,62E-04	5,58E-05	3,31E-04
			M67	6,58	0,00	-4,63	0,0000	-5,48	0,0000	4,62E-04	-9,71E-04	-3,14E-04
M611			-5,85	-24,51	1,89	0,0562	2,23	0,0667	4,64E-04	5,00E-05	2,13E-04	
7		M76	6,23	0,00	5,29	0,0000	6,26	0,0000	3,92E-04	1,01E-03	4,70E-04	
		M72	-3,06	-24,51	-0,11	0,0562	-0,13	0,0667	3,91E-04	7,19E-06	-1,63E-05	
		M78	5,88	0,00	-5,12	0,0000	-6,06	0,0000	3,92E-04	-1,02E-03	-4,10E-04	
		M712	-9,05	-24,51	-0,06	0,0562	-0,07	0,0667	3,92E-04	1,09E-06	-5,80E-06	
8		M87	5,89	0,00	5,04	0,0000	5,97	0,0000	3,94E-04	1,01E-03	3,92E-04	
		M83	-2,92	-24,51	0,08	0,0562	0,09	0,0667	3,93E-04	7,19E-06	1,01E-05	
		M89	5,89	0,00	-5,11	0,0000	-6,06	0,0000	3,94E-04	-1,02E-03	-4,10E-04	

Continuación de la tabla XXXV.

Ec = 2,53E+09 Kg/m3 Kv = 9,86E-04 m3 Kc = 2,19E-03 m3 Kcc = 8,01E-04 m3			MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS			
			CS		CV		CM		CS	CV	CM	
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	
4	8	M813	-8,86	-24,51	0,00	0,0562	-0,01	0,0667	3,94E-04	1,09E-06	2,00E-06	
	9	M98	5,88	0,00	5,05	0,0000	5,98	0,0000	3,92E-04	1,01E-03	3,94E-04	
		M94	-3,06	-24,51	0,26	0,0562	0,31	0,0667	3,91E-04	7,49E-06	3,59E-05	
		M910	6,23	0,00	-5,37	0,0000	-6,36	0,0000	3,92E-04	-1,03E-03	-4,82E-04	
		M914	-9,05	-24,51	0,06	0,0562	0,08	0,0667	3,92E-04	1,09E-06	1,19E-05	
	10	M109	6,59	0,00	4,64	0,0000	5,50	0,0000	4,64E-04	9,77E-04	3,10E-04	
		M105	-0,73	-24,51	-2,93	0,0562	-3,47	0,0667	4,63E-04	-5,76E-05	-3,41E-04	
		M1015	-5,85	-24,51	-1,71	0,0562	-2,02	0,0667	4,64E-04	-3,61E-05	-1,96E-04	
	3	11	M116	-2,65	-35,99	2,17	0,0089	2,57	0,0106	7,52E-04	7,52E-05	2,21E-04
			M1112	10,55	0,00	-4,39	0,0000	-5,20	0,0000	7,52E-04	-9,45E-04	-2,69E-04
M1116			-7,90	-35,99	2,22	0,0089	2,63	0,0106	7,53E-04	7,20E-05	2,31E-04	
12		M1211	9,83	0,00	5,38	0,0000	6,37	0,0000	6,08E-04	1,01E-03	5,03E-04	
		M127	-6,66	-35,99	-0,10	0,0089	-0,12	0,0106	6,07E-04	-2,51E-06	-8,98E-06	
		M1213	9,17	0,00	-5,14	0,0000	-6,09	0,0000	6,07E-04	-1,02E-03	-4,14E-04	
		M1217	-12,35	-35,99	-0,14	0,0089	-0,17	0,0106	6,08E-04	-5,43E-06	-1,32E-05	
13		M1312	9,24	0,00	5,05	0,0000	5,98	0,0000	6,21E-04	1,02E-03	3,92E-04	
		M138	-6,35	-35,99	0,02	0,0089	0,02	0,0106	6,20E-04	2,89E-06	1,22E-06	
		M1314	9,24	0,00	-5,06	0,0000	-6,00	0,0000	6,21E-04	-1,02E-03	-3,96E-04	
		M1318	-12,13	-35,99	0,00	0,0089	0,00	0,0106	6,21E-04	2,68E-07	3,18E-07	
14		M1413	9,17	0,00	5,12	0,0000	6,07	0,0000	6,07E-04	1,02E-03	4,10E-04	
		M149	-6,66	-35,99	0,14	0,0089	0,17	0,0106	6,07E-04	8,29E-06	1,29E-05	
		M1415	9,83	0,00	-5,39	0,0000	-6,39	0,0000	6,07E-04	-1,01E-03	-5,06E-04	
		M1419	-12,35	-35,99	0,13	0,0089	0,15	0,0106	6,08E-04	5,37E-06	1,26E-05	
15	M1514	10,56	0,00	4,38	0,0000	5,19	0,0000	7,53E-04	9,44E-04	2,66E-04		
	M1510	-2,65	-35,99	-2,16	0,0089	-2,56	0,0106	7,52E-04	-7,66E-05	-2,14E-04		

Continuación de la tabla XXXV.

Ec = 2,53E+09 Kg/m3			MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS		
Kv = 9,86E-04 m3			CS		CV		CM		CS	CV	CM
Kc = 2,19E-03 m3			MOMENTO (TON-M)	M"	MOMENTO (TON-M)	M"	MOMENTO (TON-M)	M"	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)
Kcc = 8,01E-04 m3											
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO									
3	15	M1520	-7,90	-35,99	-2,22	0,0089	-2,63	0,0106	7,53E-04	-7,17E-05	-2,30E-04
2	16	M1611	-4,90	-55,26	2,05	0,0044	2,42	0,0052	1,02E-03	5,67E-05	2,24E-04
		M1617	14,78	0,00	-4,53	0,0000	-5,37	0,0000	1,02E-03	-9,61E-04	-2,94E-04
		M1621	-9,89	-55,26	2,48	0,0044	2,94	0,0052	1,02E-03	5,56E-05	2,87E-04
	17	M1716	14,23	0,00	5,34	0,0000	6,33	0,0000	9,13E-04	1,01E-03	4,86E-04
		M1712	-8,97	-55,26	-0,09	0,0044	-0,11	0,0052	9,12E-04	-9,32E-07	-1,15E-05
		M1718	13,65	0,00	-5,10	0,0000	-6,04	0,0000	9,13E-04	-1,02E-03	-4,05E-04
		M1722	-18,90	-55,26	-0,15	0,0044	-0,18	0,0052	9,12E-04	-1,37E-06	-1,96E-05
	18	M1817	13,62	0,00	5,07	0,0000	6,01	0,0000	9,07E-04	1,02E-03	3,99E-04
		M1813	-8,95	-55,26	0,00	0,0044	0,00	0,0052	9,07E-04	2,68E-07	1,57E-07
		M1819	13,62	0,00	-5,07	0,0000	-6,01	0,0000	9,07E-04	-1,02E-03	-3,99E-04
		M1823	-18,29	-55,26	0,00	0,0044	0,00	0,0052	9,06E-04	1,32E-07	1,57E-07
	19	M1918	13,65	0,00	5,09	0,0000	6,04	0,0000	9,13E-04	1,02E-03	4,05E-04
		M1914	-8,97	-55,26	0,09	0,0044	0,11	0,0052	9,12E-04	1,77E-06	1,13E-05
		M1920	14,23	0,00	-5,34	0,0000	-6,33	0,0000	9,13E-04	-1,01E-03	-4,87E-04
		M1924	-18,90	-55,26	0,16	0,0044	0,19	0,0052	9,12E-04	1,93E-06	2,09E-05
	20	M2019	14,78	0,00	4,53	0,0000	5,36	0,0000	1,02E-03	9,61E-04	2,93E-04
M2015		-4,90	-55,26	-2,04	0,0044	-2,42	0,0052	1,02E-03	-5,55E-05	-2,24E-04	
M2025		-9,88	-55,26	-2,49	0,0044	-2,95	0,0052	1,02E-03	-5,60E-05	-2,87E-04	
1	21	M2116	1,38	-45,51	3,11	0,0008	3,68	0,0009	2,04E-03	1,12E-04	3,09E-04
		M2122	27,60	0,00	-4,02	0,0000	-4,76	0,0000	2,04E-03	-9,05E-04	-1,98E-04
		M21E	-28,98	-45,51	0,91	0,0008	1,08	0,0009	2,03E-03	1,13E-04	2,22E-04
	22	M2221	24,66	0,00	5,53	0,0000	6,55	0,0000	1,45E-03	1,01E-03	5,56E-04
		M2217	-12,94	-45,51	-0,25	0,0008	-0,30	0,0009	1,45E-03	-1,04E-05	-2,34E-05
		M2223	22,04	0,00	-5,19	0,0000	-6,15	0,0000	1,45E-03	-1,03E-03	-4,24E-04

Continuación de la tabla XXXV.

Ec = 2,53E+09 Kg/m3 Kv = 9,86E-04 m3 Kc = 2,19E-03 m3 Kcc = 8,01E-04 m3			MOMENTOS DE EXTREMO						GIROS		
			CS		CV		CM		CS	CV	CM
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCIÓN DE MOMENTO	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	MOMENTO (TON-M)	M''	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)	GIRO (RAD)
1	22	M22E	-33,76	-45,51	-0,09	0,0008	-0,10	0,0009	1,45E-03	-1,14E-05	-2,05E-05
	23	M2322	22,37	0,00	5,02	0,0000	5,95	0,0000	1,51E-03	1,02E-03	3,84E-04
		M2318	-11,53	-45,51	0,00	0,0008	0,00	0,0009	1,52E-03	1,32E-07	2,81E-08
		M2324	22,37	0,00	-5,03	0,0000	-5,96	0,0000	1,51E-03	-1,02E-03	-3,86E-04
		M23E	-33,22	-45,51	0,00	0,0008	0,00	0,0009	1,51E-03	6,50E-08	7,70E-08
	24	M2423	22,04	0,00	5,19	0,0000	6,14	0,0000	1,45E-03	1,03E-03	4,22E-04
		M2419	-12,94	-45,51	0,26	0,0008	0,31	0,0009	1,45E-03	1,09E-05	2,43E-05
		M2425	24,66	0,00	-5,53	0,0000	-6,55	0,0000	1,45E-03	-1,01E-03	-5,56E-04
		M24E	-33,76	-45,51	0,09	0,0008	0,10	0,0009	1,45E-03	1,16E-05	2,06E-05
	25	M2524	27,60	0,00	4,01	0,0000	4,76	0,0000	2,04E-03	9,04E-04	1,98E-04
		M2520	1,38	-45,51	-3,11	0,0008	-3,68	0,0009	2,04E-03	-1,12E-04	-3,09E-04
		M25E	-28,97	-45,51	-0,91	0,0008	-1,08	0,0009	2,04E-03	-1,12E-04	-2,22E-04
	E1	ME121	-37,23	-45,51	0,45	0,0008	0,54	0,0009	2,46E-06	-7,56E-07	1,77E-04
	E2	ME222	-39,63	-45,51	-0,04	0,0008	-0,05	0,0009	8,21E-07	8,86E-07	-1,63E-05
	E3	ME323	-39,36	-45,51	0,00	0,0008	0,00	0,0009	8,21E-07	6,50E-08	7,70E-08
	E4	ME424	-39,63	-45,51	0,04	0,0008	0,05	0,0009	8,21E-07	-7,56E-07	1,65E-05
	E5	ME525	-37,23	-45,51	-0,45	0,0008	-0,54	0,0009	1,64E-06	8,86E-07	-1,77E-04

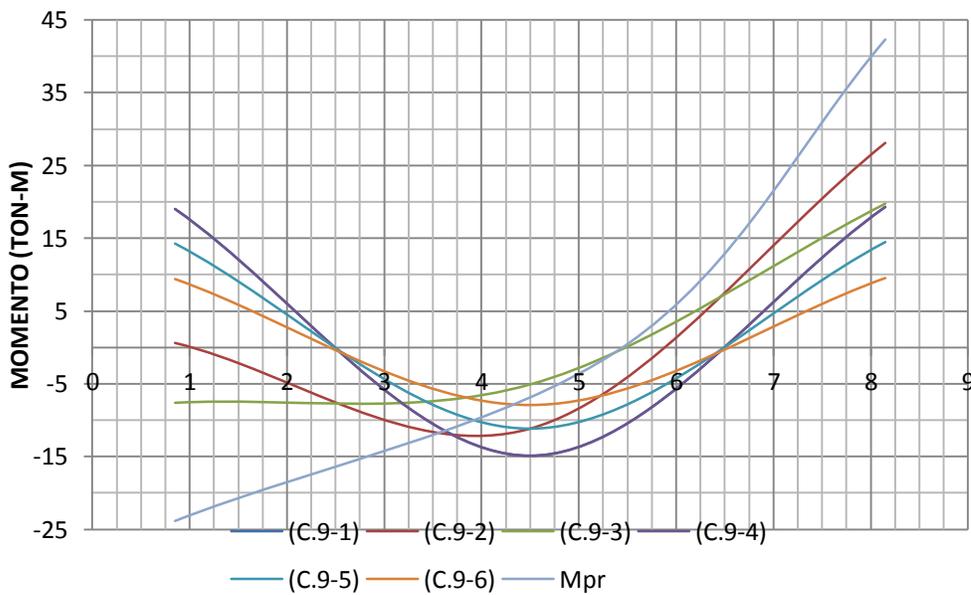
Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXVI. Derivas de piso

DERIVA 1ER ORDEN							DERIVA IBC 2003	
NIVEL	M" RESULTANTE (ton-m)	K (m3)	Ec (Kg/m2)	H piso	Δ (cm)	Δ en proporción a H piso	Δ Según IBC 2003 (cm)	Δ en proporción a H piso
5	-13,30	2,19E-03	2,53E+09	1,90	0,08	0,04%	3,8	2%
4	-24,39	2,19E-03	2,53E+09	1,90	0,14	0,07%	3,8	2%
3	-35,97	2,19E-03	2,53E+09	1,90	0,21	0,11%	3,8	2%
2	-55,25	2,19E-03	2,53E+09	1,90	0,31	0,17%	3,8	2%
1	-45,51	8,01E-04	2,53E+09	5,20	1,94	0,37%	10,4	2%
DERIVA COMPLETA DE PISO A CÚSPIDE					2,68	0,76%	25,6	10%

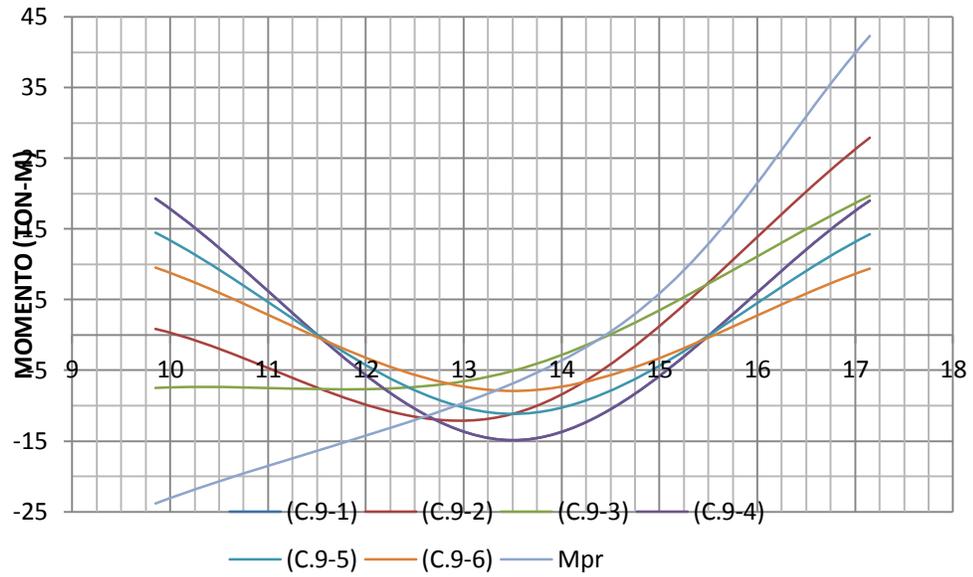
Fuente: elaboración propia.

Figura 62. Diagramas de momento viga N, sismo positivo



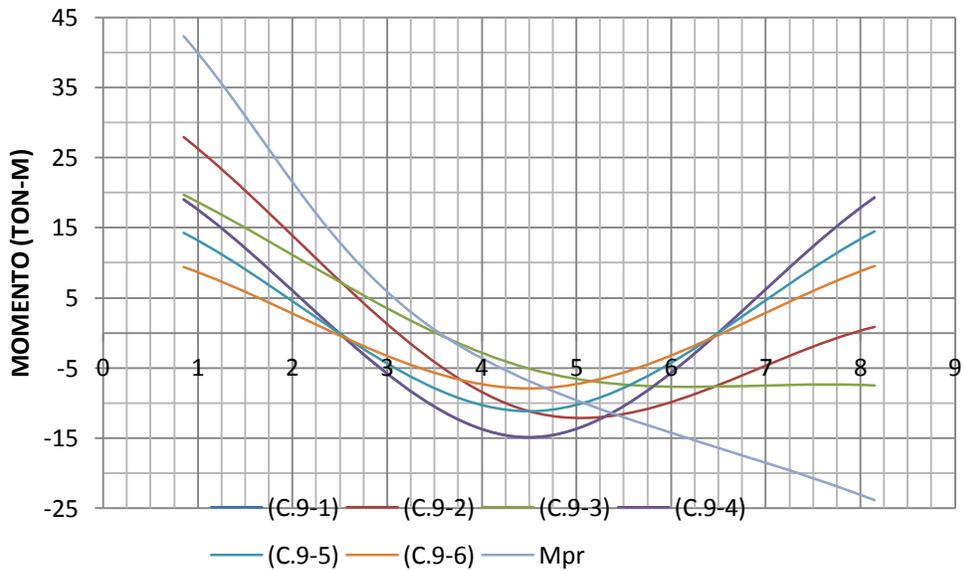
Fuente: elaboración propia.

Figura 63. **Diagramas de momento viga O, sismo positivo**



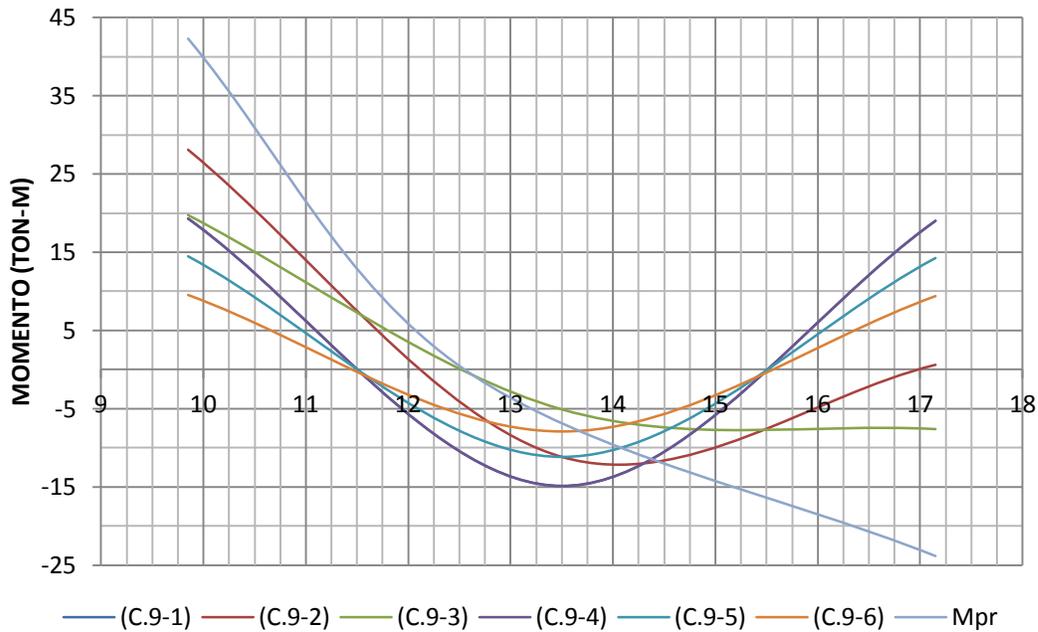
Fuente: elaboración propia.

Figura 64. **Diagramas de momento viga N, sismo negativo**



Fuente: elaboración propia.

Figura 65. **Diagramas de momento viga O, sismo negativo**



Fuente: elaboración propia.

3.5.6. **Diseño por flexión de vigas N y O**

El diseño por flexión toma los datos obtenidos en el análisis practicado a la estructura en la sección anterior, considerando 24 estados de carga en el marco del eje 4 de la estructura propuesta y considerando la inclusión de los nudos octaedros en su arreglo. Las combinaciones de carga se resumen en las figuras 62 a 65.

Tabla XXXVII. **Datos para armados de vigas**

f'c	280,00	kg/cm2	
fy	2 800,00	kg/cm2	
Ec	2,53E+05	kg/cm2	
Es	2,00E+06	kg/cm2	ACI 318-08; 8.5.2
φ	0,90		
d	0,55	cm	
β	0,85		ACI 318-08; R10.2.7

Fuente: elaboración propia.

$$M = \phi \rho f_y b d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1,7 f_c} \right) \quad (\text{Ec. 3-10, Repetida})$$

$$M = 304,92 E 6 \rho \left(1 - 5,88 \rho \right) \quad (\text{Ec. 3-45})$$

Para los valores de la tabla XXXVII, la ecuación 3-10, devuelve la ecuación 3-45. Para la cuantía mínima, se obtiene un momento de 14,90 toneladas por metro, el cual cubre los momentos positivos al centro del claro más no así los momentos positivos en los extremos de la viga por lo que se requiere refuerzo adicional en los extremos.

$$-1,9929 E 9 \rho^2 + 338,8 E 6 \rho - \frac{M_u}{\phi} = 0 \quad (\text{Ec. 3-46})$$

De la ecuación 3-46 se obtiene que para un valor de 27,9 toneladas por metro se requiere una cuantía de refuerzo de 9,71 E-3 y, debido a que la cuantía máxima involucra las propiedades geométricas del elemento a través de valores de deformación supuestas y prefijadas, el valor de cuantía máxima no sufre cambio considerable en estos dos casos estudiados. En la tabla XXXVIII, se resumen las cuantías calculadas para estas vigas, así como la

cuantía real que se otorga a los elementos en virtud de los diámetros de barras comercialmente existentes.

Tabla XXXVIII. **Armados y cuantías**

As teórico		As real			Deformación unitaria
Cuantía	As (cm ²)	Armado	As (cm ²)	Cuantía	
9,71E-3	23,30	4#9	25,65	10,69E-3	17,28E-3
5,04E-3	12,10	2#9	12,82	5,83E-3	34,18E-3

Fuente: elaboración propia.

El ajuste debido al armado preliminar se sustenta en los datos de la siguiente tabla XXXIX obtenidos de la ecuación 3-45 modificada para el nuevo valor de peralte.

$$M = 261,36E6\rho^{1-5,88\rho} \quad (\text{Ec. 3-45 modificada})$$

Tabla XXXIX. **Chequeo de armados**

As teórico		As real			Mresistente (ton-m)	Def. Unitaria
Cuantía	As (cm ²)	Armado	As (cm ²)	Cuantía		
9,71E-3	23,30	4#9	25,65	12,59E-3	30,47	14,22E-3
5,04E-3	12,10	2#9	12,82	5,83E-3	14,91	34,18E-3

Fuente: elaboración propia.

Se verifica que la distribución de armados es efectiva para cubrir los momentos exigidos por efecto de las cargas consideradas y que además se cumplen los requisitos de ACI 318-08 establecidos para el armado de vigas. Enseguida se resumen los valores de los momentos máximos probables para las cuantías obtenidas en los cálculos previos utilizando la ecuación 3-18 y las

modificaciones de acuerdo al momento máximo probable que se esté calculando obteniendo las siguientes ecuaciones.

$$M_{pr}^- = 363E6\rho - 1-5,88\rho \quad (\text{Ec. 3-47})$$

$$M_{pr}^+ = 423,5E6\rho - 1-5,88\rho \quad (\text{Ec. 3-48})$$

Los resultados obtenidos para una cuantía de $12,59E-3$ un M_{pr}^- de 42,30 tonelada por metro y para una cuantía de $5,83E-3$ un M_{pr} de 23,84 tonelada por metro.

3.5.7. Diseño por cortante

Habiendo indicado ya en el diseño por cortante para la estructura con nudos rectangulares, la consideración de 2 enfoques para el cálculo del cortante, y habiendo elegido el enfoque de Park y Paulay para desarrollar el mencionado diseño, no es conveniente, ya que se busca comparar el comportamiento de las dos estructuras, cambiar de enfoque en el diseño de estos elementos, por lo que, el enfoque de Park y Paulay se mantiene.

$$\lambda_a = 2,45$$

$$w_{dis.} = 0,75(1,40*1,01 + 1,70*0,78)(2,45) = 5,03 \text{ ton/m}$$

$$w_{pun.} = 0,75(1,40*1,68 + 1,70*1,77)(2,45) = 9,85 \text{ ton}$$

Debido a la simetría que este caso en particular presenta, puede estimarse permisible diseñar por cortante para una sola dirección de sismo puesto que el sismo actuando dirección positiva como negativa produce el mismo efecto en relación a los momentos. Siendo de esta forma, y con el auxilio de la figura 52, se obtiene un V_1 de $-14,22$ toneladas y un V_2 de $32,34$

toneladas. Con la ecuación 3-22 se obtiene un valor de cortante resistido por el concreto de 18,06 ton el cual es aproximadamente igual al 56 por ciento del cortante inducido por el sismo.

$$V_s = 32,34 - 18,06 = 14,28 \text{ ton}$$

El esfuerzo sobre el refuerzo transversal:

$$v_s = \frac{14280}{40 \cdot 55} = 6,50 \text{ kg/cm}^2$$

Utilizando los mismos valores y suposiciones que en el primer caso de diseño de vigas y utilizando la ecuación 3-23 se obtiene un espaciamiento de estribos de 11,5 centímetros, que por temas constructivos se fija en 10 centímetros y según ACI 318-08 con una longitud de confinamiento de 1,20 metros a cada extremo de la viga.

Tabla XL. **Espaciamiento de estribos**

S1	13,75 cm	d/4
S2	22,88 cm	8Øb
S3	22,85 cm	24 Øe
S4	30,48 cm	12"
Calculado	10,00 cm	

Fuente: elaboración propia.

Se establece entonces un espaciamiento de estribos de 10 centímetros dentro de la longitud de confinamiento y el resto del elemento se refuerza de manera similar a la practicada con los nudos rectangulares. Para el corte de bastones, debido a que se tienen 4#9 en la cama superior, se hará un único

corte de 2#9. Con el mencionado corte se tiene un área de acero retirada de 12,83 centímetros cuadrados, lo que implica que el momento resistente de la viga a partir del punto de corte de los bastones es de 15,84 toneladas por metro que aún es superior a lo requerido por momento positivo. Evidentemente a la longitud del bastón siempre hay que agregar la longitud de desarrollo y recomendable una longitud igual al peralte del elemento, para transmisión de cortante en la grieta.

3.5.8. Diseño de columnas

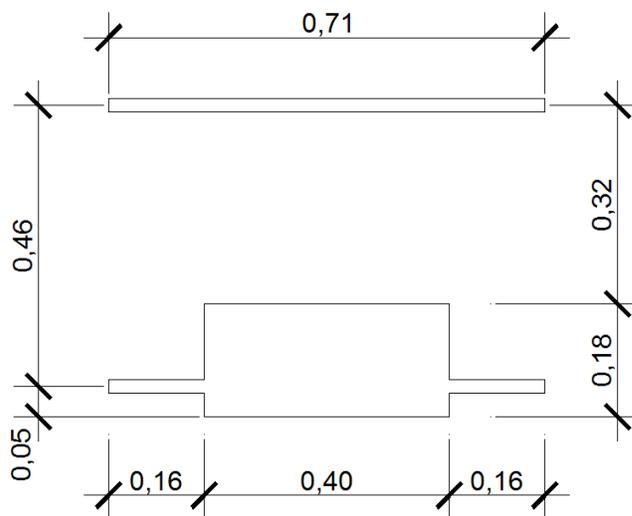
El proceso de cálculo y diseño para estas columnas es el mismo descrito con anterioridad para el caso de nudos rectangulares, por lo que ya no se incluirán todos los detalles sino solamente aquello que permita la determinación final del armado de las columnas.

Con base en las cuantías de las vigas N y O se obtiene a través del enfoque del par interno, un valor de k de 0,3359, una profundidad del eje neutro de 18,47 centímetros y ya que todas las barras se encuentran en un régimen de deformación superior al de fluencia, se concluye con la sección transformada de la figura 66, con una inercia de 314,4E3 centímetros a la cuarta potencia y un producto $E_c I_b$ de 7,95E6 kilogramos por metro cuadrado.

En el caso de las columnas, con una sección preliminar de 0,50x0,40 metros y de la integración de los pesos por nivel, se obtiene una carga última sobre la columna de 187,31 toneladas, un momento de inercia de 4,16E-3 metros a la cuarta potencia y una relación β_{dns} de 0,5687 con un armado de 6#9 se alcanza un producto $E_c I_c$ de 3,22E6 kilogramo por metro cuadrado.

Con los datos anteriores de vigas y columnas se obtienen los factores ψ_a y ψ_b de 1,556 y 1,062 respectivamente con un ψ_{av} de 1,309 con lo que el factor K resulta de 1,42. Con un radio de giro de 0,1443 metro y una longitud efectiva de 1,90 metros se clasifica a la columna como columna corta con una relación kl_u/r de 18,697 por lo que los efectos de esbeltez pueden ser ignorados según ACI 318-08; R10.10.1 con la posibilidad de diseñar los elementos sometidos a compresión basándose en las fuerzas determinadas por un análisis de primer orden.

Figura 66. **Sección transformada agrietada de vigas N y O**

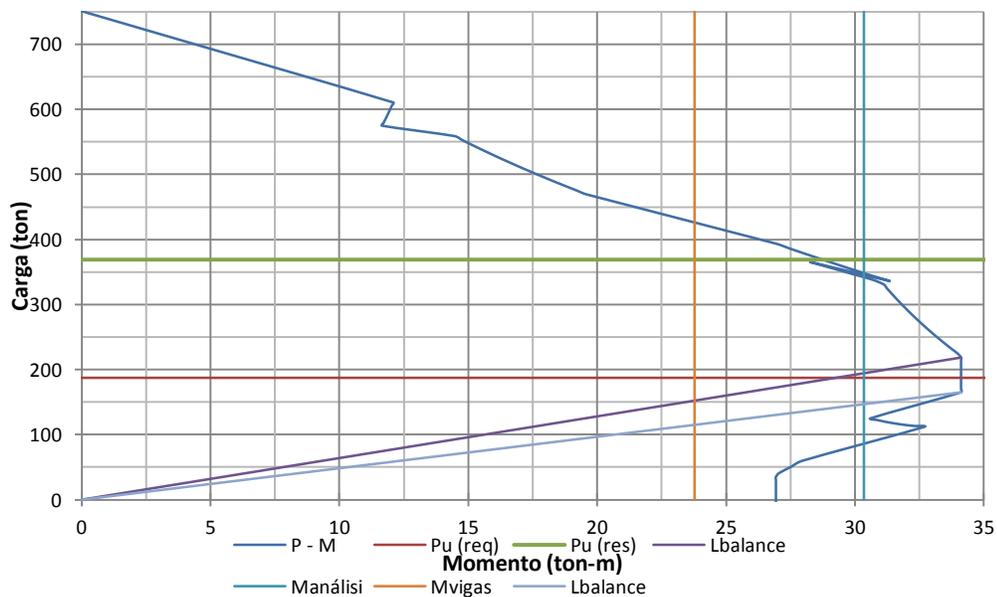


Fuente: elaboración propia.

Utilizando las combinaciones del apéndice C de ACI 318-08 se obtienen los momentos máximos en el nudo 18 y el nudo 23 de 30,35 toneladas por metro y 21,95 toneladas por metro respectivamente, los que deberán ser evaluados en el diagrama de interacción conjuntamente con la carga axial de 187,31 toneladas obtenida también de la integración de cargas.

Debido a que la curva de interacción para una columna de 0,50 de lado y con un armado de 6 # 9 se presenta en la figura 55 se incluirá únicamente la curva final que, para el caso de la columna en consideración corresponda a la solución de geometría y armado necesario para resistir los efectos del sistema de cargas. Dicha solución resulta en una columna de 0,40 x 0,60 de sección con un armado de 10 # 9 correspondiente a una cuantía de 2,67 por ciento, que resulta ser menor a la cuantía obtenida en la columna para el caso de nudos rectangulares.

Figura 67. **Diagrama interacción cuantía 2,67 %**



Fuente: elaboración propia.

La columna así reforzada tendrá capacidad para soportar las 187,31 toneladas procedentes de la integración de cargas, los 23,78 toneladas por metro estimado a partir de las vigas y cumpliendo el requisito del capítulo 21 y el momento obtenido de análisis de 30,35 toneladas por metro.

El Mpr para esta columna tiene un valor de 42,42 toneladas por metro, para un rango de cargas de 103 a 225 toneladas para un correspondiente valor de c del 26 al 51 por ciento del valor de la altura de la columna. Con estos datos es posible determinar el refuerzo transversal de la columna tal y como se efectuó en el primer caso con los nudos rectangulares.

A partir de la ecuación 3-31 se obtiene el valor de cortante actuante en la columna de 44,65 toneladas. Con un peralte aproximado de 50 centímetros se obtiene un aporte del concreto para resistir el cortante de 17,75 toneladas que representa el 40 por ciento del cortante actuante, por lo que es necesario verificar el esfuerzo compresivo en el concreto para una carga axial de 187,31 toneladas y sección de columna de 0,40 x 0,60 metros, resultando un esfuerzo compresivo de aproximadamente 20 por ciento de la resistencia a la compresión del concreto, por lo que puede considerarse la contribución del concreto con el cuidado de no proporcionar un pobre refuerzo debido a la magnitud del cortante actuante y considerando la vulnerabilidad del concreto.

Colocando la misma configuración utilizada en la resolución de la primer columna, se obtiene para este caso una capacidad de desarrollar en el refuerzo transversal hasta 39 toneladas que representa el 86 por ciento del cortante actuante, con lo que el concreto se aliviaría en gran proporción en lo relacionado al esfuerzo cortante contribuyendo únicamente con el 33 por ciento de su capacidad.

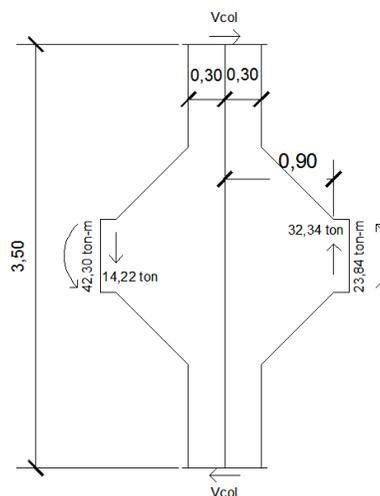
De las ecuaciones 3-32 y 3-33 se obtienen áreas de 4,24 centímetros cuadrados y 2,88 centímetros cuadrados, mientras que con el acero provisto se alcanza a cubrir únicamente un área de 3,8 centímetros cuadrados, sin embargo, como se puede apreciar en la hoja de detalles de columna, esta área se distribuye únicamente en dos tercios de la sección transversal de la columna

con un último tercio conteniendo 6,3 centímetros cuadrados por lo que asumiendo una redistribución de los esfuerzos internos se tiene un promedio de 4,63 centímetros cuadrados, cubriendo el requisito mayor de 4,24 centímetros cuadrados.

3.6. Nudo octogonal

Nótese de la figura 68 que la longitud entre puntos de inflexión supuestos para columnas continúa inalterable, esto debido al hecho de que la edificación continúa siendo de la misma altura, mientras que la columna se modifica debido a la introducción del nuevo tipo de nudo reduciendo su altura útil. Efectuando un análisis de equilibrio de fuerzas se obtiene un $V_{col} = 30,87$ ton, que juntamente con el armado de la viga y con las suposiciones presentadas en el caso del nudo rectangular y la figura 57, se resumen en un $V_{nudo} = 103,80$ ton.

Figura 68. Nudo octogonal

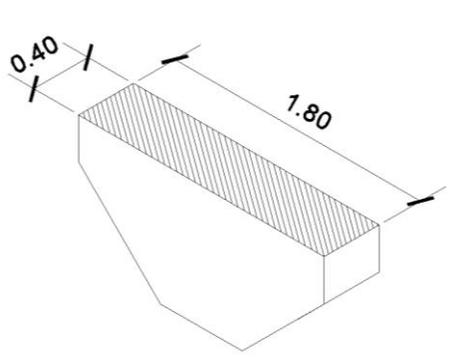


Fuente: elaboración propia.

Nótese de la figura 68 que la longitud entre puntos de inflexión supuestos para columnas continúa inalterable, esto debido al hecho de que la edificación continúa siendo de la misma altura, mientras que la columna se modifica debido a la introducción del nuevo tipo de nudo reduciendo su altura útil.

Efectuando un análisis de equilibrio de fuerzas se obtiene un $V_{col} = 30,87$ toneladas, que juntamente con el armado de la viga y con las suposiciones presentadas en el caso del nudo rectangular y la figura 57, se resumen en un $V_{nudo} = 103,80$ toneladas. La capacidad de resistencia a cortante del nudo en base a las ecuaciones 3-34 y 3-35 es de 481,90 toneladas siendo muy superior a la requerida. El ACI 352-02 indica que en ningún momento debe tomarse el área del nudo mayor al área de la sección transversal de la columna, sin embargo, el marco que abarca el estudio de ACI 352-02 son configuraciones regulares y estimando la única aplicación a nudos rectangulares mientras que, este estudio se extiende hacia una nueva aplicación.

Figura 69. **Área de nudo octogonal**

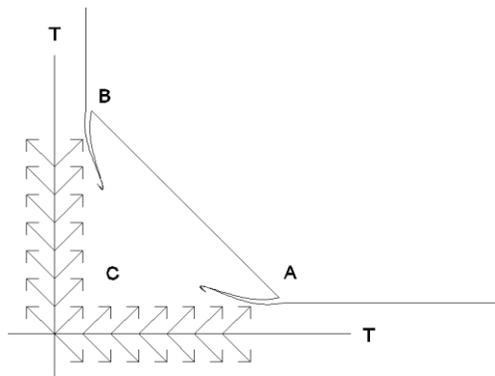


Fuente: elaboración propia.

Previo a determinar la solución al armado de este nudo se deben considerar algunas cuestiones en relación a su forma de trabajo y posibles tipos de fallas. Siguiendo la suposición de Tefers acerca de la transferencia de los

esfuerzos por adherencia entre en concreto y el acero, los esfuerzos diagonales se superponen en el sector de la cuña del nudo, lo que induce una expulsión de la misma cuña. La figura 70 muestra esta superposición de fuerzas y la posible zona de falla; en cuanto a la variación de los esfuerzos de adherencia, se resolverá posteriormente.

Figura 70. **Estado de esfuerzos para momentos que tienden a abrir el nudo**



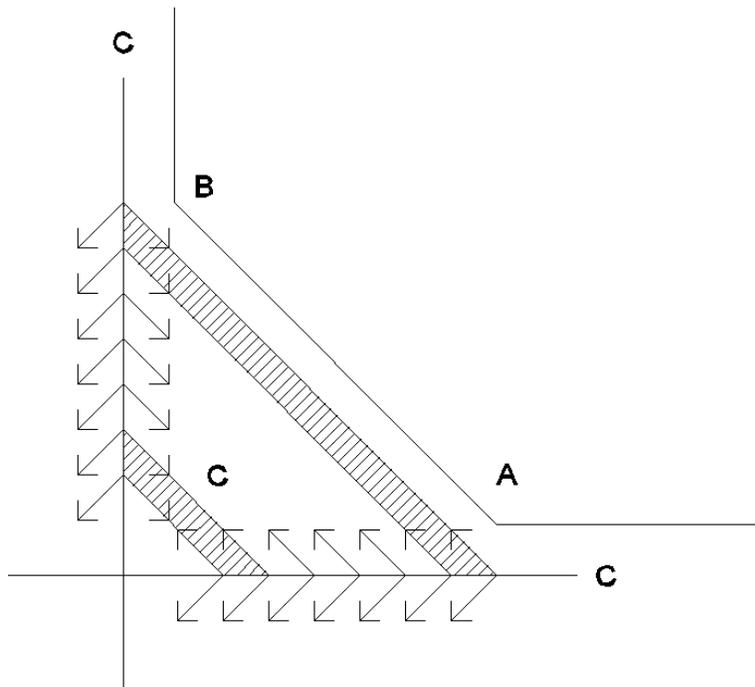
Fuente: elaboración propia.

En el caso de momentos que tienden a cerrar el nudo, las componentes de adherencia se superponen formando pequeños puntales de concreto a compresión que en algún momento, debido a la carga compresiva transmitida llegarán a expandirse por el centro debido al efecto Poisson y al acortamiento de las fibras, dando paso a puntales de botella e induciendo una falla en un plano paralelo al ángulo de la cuña. El agrietamiento por compresión más la tensión secundaria inducida empujará una porción de la cuña expulsándola del nudo. En los puntos A y B también se producirá un aplastamiento del concreto.

Adicionalmente, si el concreto en la cuña es lo suficientemente resistente, se producirá un efecto de pandeo hacia los bordes laterales del nudo con

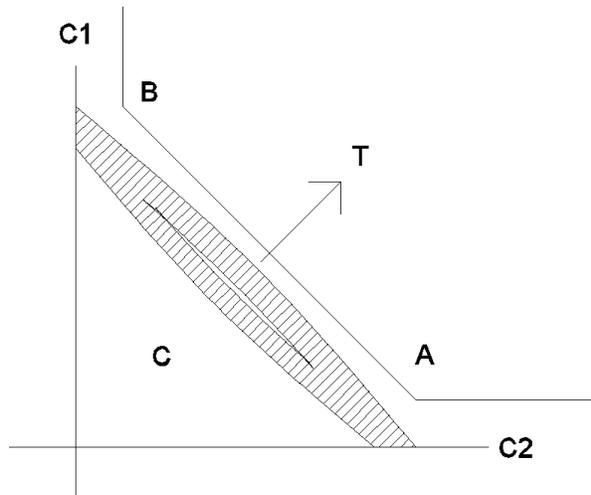
posibilidad de un desprendimiento de recubrimiento. De producirse la falla de compresión cortante, esta se producirá en cercanías del borde de la cuña debido a que los puntales en este punto son más esbeltos, se encuentran sometidos a mayores esfuerzos compresivos y no se encuentran confinados por otro puntal adyacente como es el caso de los puntales en cercanías del punto C. Las figuras 71 y 72 se presentan para ilustrar el fenómeno antes descrito.

Figura 71. **Formación de puntales de compresión**



Fuente: elaboración propia.

Figura 72. **Agrietamiento y falla de puntales**



Fuente: elaboración propia.

- Comportamiento de los esfuerzos de adherencia dentro del nudo octogonal

En la siguiente demostración se utilizan las vigas como ejemplo pero de igual forma es aplicable al caso de las columnas. Recordando que los esfuerzos normales en una viga homogénea pueden expresarse a través de $\sigma = \frac{Mc}{I}$, se tiene para el esfuerzo normal sobre las barras de refuerzo en vigas que tanto I como c , permanecerán constantes idealmente debido a que se requiere que jd también permanezca constante con tal que efectivamente existan esfuerzos de adherencia.

Ahora, considerando la sección en el punto A justo antes de que exista deformación considerable en sus fibras y esto implique que $\phi \neq 0$ (curvatura diferente de cero), se produce el siguiente fenómeno:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (\text{Ec. 3-49})$$

Donde:

M: permanece constante y correspondiendo al valor máximo obtenido en el rostro del nudo.

C: permanece constante para efectos de adherencia y corresponde a la longitud desde el eje neutro geométrico de la sección y el centroide de las barras a tensión.

La inercia dentro del nudo varía de acuerdo al cubo de la h_{nudo} .

Lo anterior indica que el esfuerzo varía con el cubo de la altura del nudo de la siguiente forma:

$$\sigma = \frac{12Mc}{b_c h_{\text{nudo}}^3} \quad (\text{Ec. 3-50})$$

Utilizando además conceptos de mecánica de materiales, se obtiene la fuerza en las barras para una barra de diámetro equivalente e introduciendo el factor m como la tangente del ángulo de la cuña respecto de la horizontal.

$$F = \frac{3Mc\pi\phi_{\text{eq}}^2}{b_c h_v + 2mx^3} \quad (\text{Ec. 3-51})$$

Según la ecuación 2-1 se pueden expresar los esfuerzos de adherencia para un diámetro equivalente de la siguiente forma:

$$u = \frac{3Mc\phi_{\text{eq}}}{b_c h_v + 2mx^3} \quad (\text{Ec. 3-52})$$

Suponiendo además por simplicidad, que los momentos en los cuatro extremos del nudo son de la misma magnitud y que los ejes neutros de las vigas como de las columnas coinciden con el eje geométrico de su sección, se tiene una variación lineal entre los esfuerzos de dos caras opuestas del nudo.

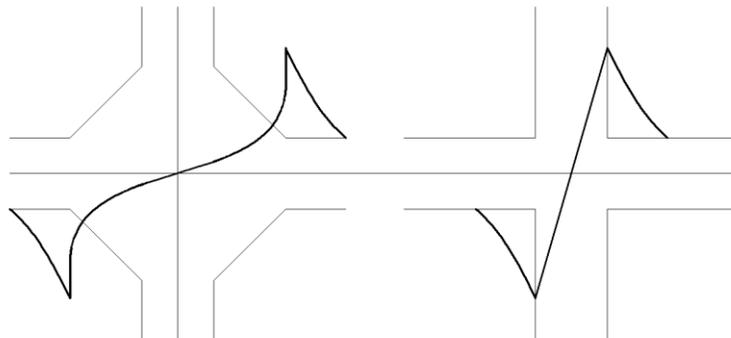
Figura 73. **Variación de la fuerza en el acero dentro del nudo**



Fuente: elaboración propia.

Utilizando la ecuación 3-52 y la figura 73, se puede graficar la variación de los esfuerzos de adherencia dentro del nudo tal y como lo muestra la figura 74.

Figura 74. **Comparación de la variación en los esfuerzos de adherencia para nudos octogonal y rectangular**



Fuente: elaboración propia.

Como se aclaró con anterioridad, esta deducción aplica también para columnas y ayuda a determinar la forma de trabajo del nudo octogonal así como sus posibles mecanismos de falla.

3.6.1. Forma de trabajo

De acuerdo a la deducción anterior, la forma geométrica del nudo disminuye la discontinuidad geométrica, ampliando los caóticos campos de fuerza interna generados en el nudo, permitiendo que su naturaleza caótica se vea disminuida al permitir que las redistribuciones internas de fuerzas tengan lugar en una mayor extensión. A continuación se resumen las comparaciones en la forma de trabajo del nudo octogonal frente al nudo rectangular.

- El nudo octogonal permite una transición gradual en el nivel de empotramiento, contribuyendo a la continuidad estructural.
- El nudo rectangular obliga a una discontinua y abrupta transición de empotramiento, haciéndose menos eficiente en la continuidad estructural.
- En el nudo octogonal, la continuidad estructural se basa en una reducción o aumento progresivo de los esfuerzos entre caras opuestas del nudo, favoreciendo a la integridad del nudo.
- El nudo rectangular no ofrece gradual reducción o aumento en los esfuerzos producidos entre caras opuestas, esto genera una redistribución interna potencialmente perjudicial para la integridad del nudo.

3.6.2. Fallas esperadas

No es posible considerar en su totalidad la forma de trabajo de un elemento si no se consideran también sus posibles mecanismos de falla. De

hecho podría decirse que los posibles mecanismos de falla presentan un mejor panorama de cómo sí puede trabajar el elemento, por tal motivo se enlistan las posibles fallas esperadas en este estudio para ambos nudos.

- En el nudo octogonal, aplastamiento del concreto en las fronteras del nudo con momentos que tienden a cerrar el nudo con la posibilidad de planos de fisura en zonas de menor riesgo perjudicial para la integridad del nudo. Luego de producirse la falla, el nudo aún es lo suficientemente grande como para transferir una redistribución de esfuerzos internos de naturaleza aún gradual, sin mencionar que de producirse dichas fallas, la posibilidad de reparación se estima mayor en comparación con los nudos rectangulares debido a los ángulos abiertos y de fácil acceso (cuando menos en la parte inferior del nudo).
- En el nudo rectangular, aplastamiento y agrietamiento en los rostros del nudo con muy poca facilidad de reparación y una gran reducción de área efectiva del nudo sin mencionar que la transferencia sería aún más abrupta debido a la reducida longitud de transferencia.

3.6.3. Armado de nudo octogonal

Para el armado del nudo octogonal se utilizarán puntos considerados a lo largo de este desarrollo, específicamente aquellos contenidos en las disposiciones de las NTC-2004 y que se refieren al desplazamiento de la articulación del rostro de la columna.

- Para el refuerzo longitudinal de la cuña, se utiliza el criterio de NTC-2004 con el que este refuerzo no debe ser mayor que 0,35 del A_s , agregando que A_s corresponda al elemento menos congestionado. Estas barras se

anclaran en los ejes neutros de los elementos con el fin de disminuir en lo posible la transmisión de tensiones o compresiones a través de estas barras, con el fin de no entorpecer el funcionamiento de la cuña ingresando esfuerzos adicionales. La longitud de desarrollo de estas barras se medirá a partir de la sección en la que conecten con el eje neutro del elemento.

- El confinamiento de vigas debe extenderse por lo menos un 50 por ciento de la longitud de la cuña dentro del nudo y luego interrumpirlo, esto debido a que por ser un prototipo experimental no se cuenta aún con una cantidad de datos para determinar un refuerzo definitivo. En el caso de las columnas, debido a que el nudo a ensayar en el capítulo 4 se constituye como nudo exterior se dirá que conserva el confinamiento de la columna como se hizo con el nudo rectangular.
- El refuerzo transversal adicional en el área de la cuña, consta de una malla de ganchos suplementarios dispuestos para controlar el agrietamiento en la zona de la cuña. Es imprescindible que el gancho sísmico a 90 grados del gancho suplementario quede siempre dentro del núcleo confinado y que el gancho sísmico de 135 grados se ubique en la sección más exterior del nudo con el fin de evitar su abertura y la pérdida de la integridad estructural. Los ganchos suplementarios se ubicarán conjuntamente con los paquetes de estribos de la columna.

Con base en todo lo anterior, se presenta en la hoja correspondiente el detalle de armado para nudo octogonal habiendo verificado las cantidades de refuerzo provistas en base a ACI 318-08.

4. COMPARACIÓN TEÓRICA Y EXPERIMENTAL

En el presente capítulo se desarrollará la obtención de modelos a escala que permitan la aplicación experimental de los diseños planteados en el capítulo anterior, aclarando que únicamente se tiene la capacidad para reproducir un modelo por cada uno de los siguientes casos: nudo rectangular (tradicional) y la propuesta desarrollada número dos de los nudos octogonales, correspondiente a la aplicación del confinamiento por elementos adyacentes al nudo.

4.1. Modelo a escala

Para este capítulo, el término escala no se maneja como en las proyecciones de los planos y hojas de detalle, sino más bien significa la búsqueda de un espécimen a través del que se pueda reproducir de la manera más fiel posible el diseño efectuado en el anterior capítulo. Para la obtención del espécimen de ensayo se tienen dos vías, por geometría o por cargas. No obstante debido a que el sistema de cargas aplicado a la estructura real implica pequeñas dificultades que en laboratorio no pueden ser controladas se intentó obtener dicho espécimen considerando el enfoque de geometría, de donde el resultado obtenido implicaba especímenes de tamaños muy grandes para los que el equipo de laboratorio no tiene capacidad.

Por tal razón se buscó una tercera opción según la cual, fuese posible considerar tanto un sistema de cargas estáticamente equivalentes como una geometría adecuada para su manejo, siendo la solución, un enfoque de esfuerzos que involucra tanto cargas como geometría del elemento. De esta

forma es posible efectuar una reducción simultánea entre cargas y geometría hasta un punto en que tanto el equipo hidráulico como el de medición y humano de laboratorio pudiese manejar y controlar las variables involucradas. Los tres enfoques anteriores se logran por aproximaciones sucesivas.

4.2. Modelo rectangular

En capítulos anteriores se expuso la difícil tarea de construir un modelo matemático para analizar una estructura real, sin embargo, la construcción de un modelo real a partir de un modelo matemático plantea nuevos retos a considerar con tal que el modelo obtenido pueda ser manejado, y cuyos resultados puedan compararse con los obtenidos del modelo teórico.

4.2.1. Determinación de la geometría del modelo

Primera iteración: de la integración de cargas, para la columna se tiene una carga axial de 202,25 toneladas con una sección de 0,40 x 0,70 metros correspondiéndole un esfuerzo axial de 722,32 toneladas por metro cuadrado. Conociendo que la capacidad de carga del marco hidráulico en donde se realizará el ensayo es de 150 000 libras, que la capacidad recomendada es de 140 000 libras y que para asegurar que el espécimen llegue a la falla se reduce la capacidad recomendada en un 80 por ciento se obtiene una capacidad para ensayo de 112 000 libras equivalente a 56 toneladas. Con una carga de 56 toneladas se requiere una sección de 0,078 metros cuadrados y manteniendo las proporciones geométricas de los elementos de la estructura real se concluye en una sección de 0,20 x 0,35 metros.

Para el cálculo de la geometría y longitudes restantes tanto de la columna como de la viga en el espécimen de ensayo se hace uso de proporciones geométricas entre los elementos de la estructura real tratada en el capítulo anterior. Para esta primera iteración se obtiene un espécimen con un peso de 0,97 toneladas, lo que obliga a reducir aún más sus dimensiones con el fin de reducir el peso buscando sea manejable para el equipo humano de laboratorio.

Segunda iteración: relacionando la carga axial aplicada y el peso del espécimen de la primera iteración se busca una nueva carga axial que permita la reducción en el peso del espécimen a un valor relativamente más bajo de 0,23 a 0,27 toneladas.

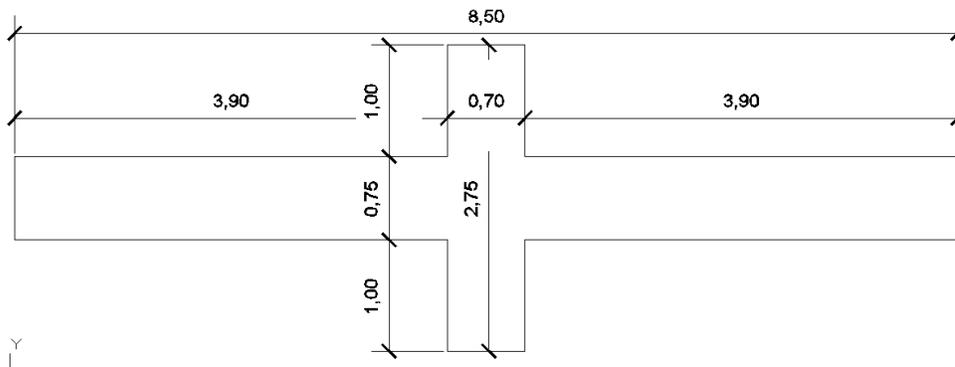
$$\frac{56 \text{ ton}}{0,97 \text{ ton}} = \frac{x \text{ ton}}{0,23 \text{ ton}} = 13,28 \text{ ton}$$

Tomando como base a la columna y el esfuerzo axial sobre su sección se obtiene con una carga de 13,28 toneladas una sección de aproximadamente 0,11 x 0,16 metros y un peso total aproximado de 0,24 toneladas. En este caso es necesario considerar que aún cuando la geometría del elemento puede reducirse, los diámetros de las barras de refuerzo no reducen su sección, limitando la aplicación de un estudio experimental, si dentro de la sección fijada no se puede disponer del refuerzo acorde al diseño de la estructura real.

Por tal razón se modifican las dimensiones de la sección de la columna para obtener el modelo final de ensayo para el nudo rectangular, como un promedio de las dimensiones obtenidas por las dos iteraciones anteriores, fijando las dimensiones de la sección como sigue: 0,15 x 0,25 metros. De esta forma se tiene una relación aproximada de 5/14 del modelo a escala y la estructura real. Las figuras 75 y 76 muestran la sección comprendida entre los

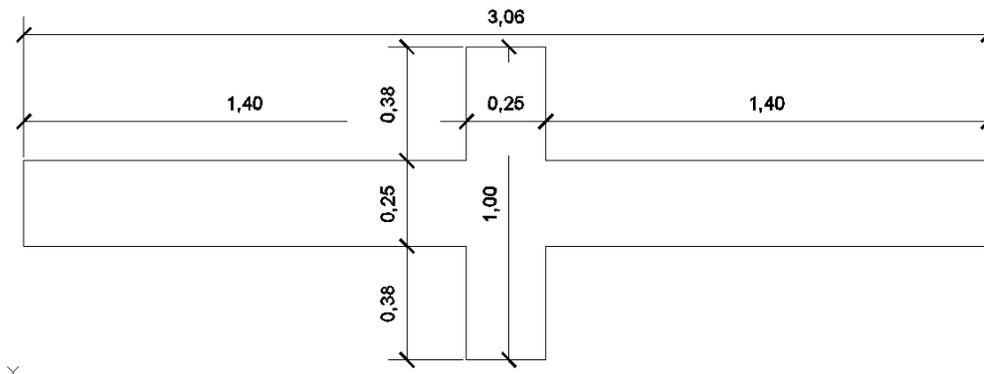
puntos de inflexión, considerando las luces a rostros de nudo, para la estructura real del modelo de estudio y para el modelo a escala para ensayo. Cabe mencionar que el modelo a escala para ensayo puede considerarse como una idealización sujeta a modificaciones producto de la factibilidad de ensayo.

Figura 75. **Modelo de estudio para nudo rectangular**



Fuente: elaboración propia.

Figura 76. **Modelo a escala para nudo rectangular**



Fuente: elaboración propia.

Estrictamente, los puntos de inflexión incluso en análisis por portal no se encuentran a la mitad de los claros, esto puede comprobarse fácilmente con los valores de la tabla XIV o los diagramas de momentos por carga sísmica del apéndice A. No obstante, las desviaciones en las que se incurre al idealizar la situación no alteran de manera significativa la aplicación experimental que se busca.

4.2.2. Determinación del estado de cargas del modelo

Nuevamente tomando como base el estado de esfuerzos inducidos en la estructura real analizada en el capítulo anterior e idealizando la estructura como compuesta por elementos homogéneos e isotrópicos, es posible hacer uso de la expresión $\sigma = Mc / I$, de la cual se obtiene para un momento M_{1813} de la tabla XIV de 21,84 toneladas por metro y de una columna con sección 0,40 x 0,70 metro un esfuerzo axial en la fibra extrema de la sección de 668,59 toneladas por metro cuadrado. Teniendo el esfuerzo generado por el momento en la estructura real, se facilita la determinación de un momento de ensayo para el modelo a escala determinado en la sección anterior.

$$M_{\text{ensayo}} = \frac{\sigma I}{c} = \frac{668,59 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} * 0,15\text{m} * 0,25^3 \text{m}^3}{12 * 0,125\text{m}} = 1,04 \text{ ton-m}$$

Tomando ahora la figura 76 se determina un brazo de palanca para el momento encontrado, recordando que el análisis planteado en este trabajo consiste en considerar únicamente la luz libre de los elementos. De este modo con una luz en la columna de 0,38 metros y suponiendo aplicación de carga a 0,05 metros del extremo, se concluye que para generar un momento de 1,04 toneladas por metro en la fibra extrema del modelo a escala se requiere de una carga lateral de 3,15 toneladas.

4.2.3. Determinación del armado del modelo

Una de las complicaciones que presenta la determinación del armado para un modelo a escala de un elemento estructural, es precisamente el armado del modelo. Esto debido a que aún y cuando las dimensiones de la sección puedan ser determinadas fácilmente, permitiendo calcular el área de acero del refuerzo a través de las cuantías de acero, el acero disponible en el mercado no responderá a las necesidades de escala del modelo, sino más bien, el modelo debe ajustarse a las áreas de acero que poseen las barras de acero en el mercado.

- Refuerzo longitudinal columna

Del capítulo anterior se tiene que para la columna del modelo de estudio para nudo rectangular, se dispondrá de una cuantía de 2,84 por ciento con refuerzo grado 40. En el caso del modelo a escala con la cuantía y grado de acero de refuerzo dados, se requiere de 10,65 centímetros cuadrados, sin embargo, dentro del material donado por Megaproductos S.A., figura acero de refuerzo grado 60 por lo que al hacer el ajuste debido, se determina que solamente se requieren 7,10 centímetros cuadrados, por lo que utilizando barras de refuerzo # 3 se requiere para el refuerzo longitudinal de la columna 10 barras.

- Refuerzo transversal columna

El caso del refuerzo transversal significó modificar la configuración determinada en el capítulo anterior para la columna del modelo de estudio para nudo rectangular. Suponiendo una distribución uniforme del refuerzo transversal a lo largo de la longitud de la columna, se tiene con 3 # 4 (2 ramas de estribo +

1 rama de gancho) y un espaciamiento de 15 centímetros, una distribución de 0,252 centímetros cuadrados por centímetro. Mientras que en el modelo a escala se utilizan únicamente 2 # 2 (2 ramas de estribo) y un espaciamiento de 5 centímetros, alcanzando una distribución de 0,126 centímetros cuadrados por centímetro.

- Refuerzo longitudinal viga

Las cuantías requeridas sobre la sección gruesa son de $10,29 \text{ E-3}$ para el acero negativo y de $5,568 \text{ E-3}$ para el acero positivo. Luego de realizar el ajuste debido al cambio de resistencia en el acero disponible para la construcción del modelo a escala, se tienen cuantías de $6,86 \text{ E-3}$ para acero negativo y de $3,71 \text{ E-3}$ para acero positivo. Utilizando barras #3 y con una sección de 15,0 x 25,0 centímetros en la viga se requiere de 4 barras para acero negativo y de 2 barras para acero positivo.

- Refuerzo transversal viga

En el caso del modelo de estudio para nudo rectangular se utilizó acero grado 60 para el diseño de refuerzo transversal por lo que en este caso el ajuste se efectúa a la inversa ya que el acero disponible para la construcción del modelo a escala es de menor capacidad. Utilizando 2 # 3 y con un espaciamiento de 15 centímetros y adicionalmente habiendo realizado el ajuste pertinente, se tiene una distribución de acero de 0,142 centímetros cuadrados por centímetro. En el modelo a escala se tienen 2 # 2 y un espaciamiento de 6 centímetros, alcanzando los 10,53 centímetros cuadrados por centímetro. (Ver figuras 77-79).

Figura 77. **Armadura modelo a escala, conjunto**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Figura 78. **Armadura modelo a escala, viga**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Figura 79. **Armadura modelo a escala, columna**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

4.3. Modelo octaedro

Como se puede ver a través de la obtención del modelo a escala para nudo rectangular, la construcción de un modelo real a escala requiere determinar una geometría para los elementos que componen el modelo, de tal forma que permitan su construcción con los materiales disponibles en el mercado de la construcción. El sistema de cargas estáticas equivalentes determinado debe considerar la capacidad del equipo disponible para el ensayo.

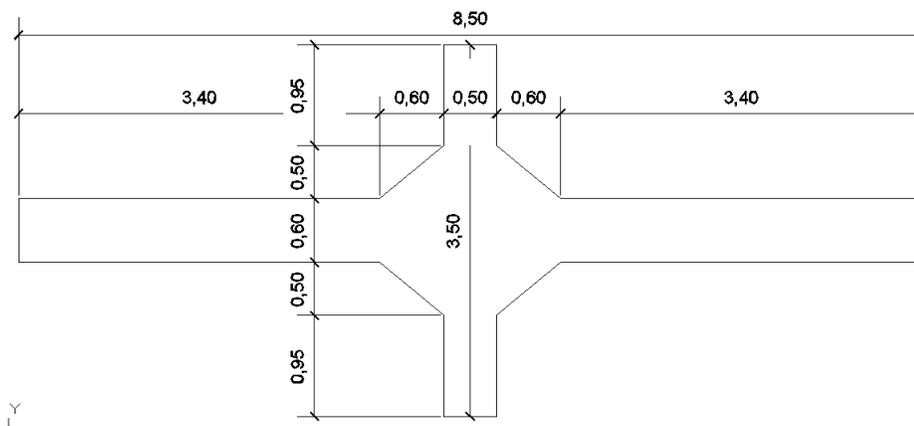
4.3.1. Determinación de la geometría del modelo

En el caso del modelo a escala para nudo octaedro, se tomó como base el modelo a escala para nudo rectangular considerando las relaciones entre las

estructuras reales para ambos tipos de nudos y aplicando tales relaciones a los modelos a escala. De esta forma el modelo a escala para nudo octaedro también guarda una relación aproximada de 5/14 respecto la estructura del modelo de estudio del capítulo anterior. Las figuras 80 y 81 presentan también secciones entre puntos de inflexión idealizados para la estructura del capítulo anterior y para el modelo a escala de este capítulo respectivamente.

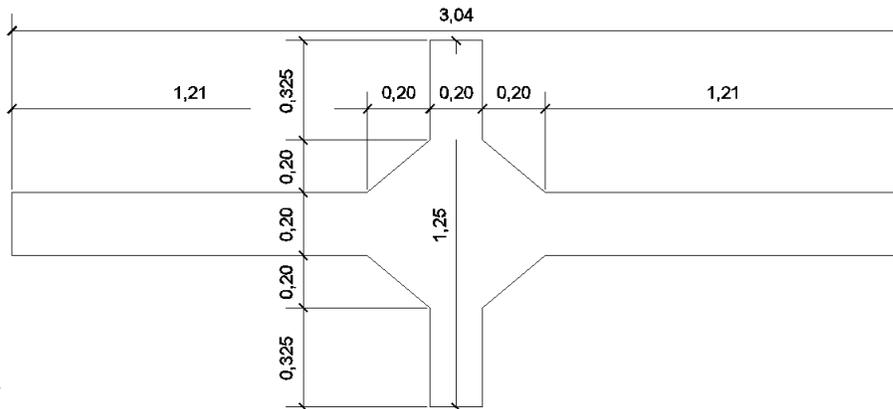
No está de más recordar que el nudo que se estudió en el capítulo anterior y del cual se busca determinar un modelo a escala corresponde al nudo 18 del marco del eje 4 de la estructura bajo análisis.

Figura 80. **Modelo de estudio para nudo octaedro**



Fuente: elaboración propia.

Figura 81. **Modelo a escala para nudo octaedro**



Fuente: elaboración propia.

4.3.2. **Determinación del estado de cargas del modelo**

Utilizando la misma mecánica presentada para el modelo a escala del nudo rectangular y tomando de la tabla XXXV y de los diagramas de momento por carga sísmica del apéndice B el momento M_{1813} de 8,95 toneladas por metro se requiere una carga de ensayo, para una sección de 0,15 x 0,20 metros, de 1,95 toneladas.

4.3.3. **Determinación del armado del modelo**

Para el caso del nudo octaedro (octogonal según su proyección en el plano), es necesario considerar en este punto un apartado adicional, ya que la forma del mismo nudo requiere distribuir el armado en su sección con el objetivo de proporcionar un adecuado anclaje a las barras sin limitar su capacidad de trabajo o impedir su construcción.

- Refuerzo longitudinal columna

Del capítulo anterior se tiene que para la columna del modelo de estudio para nudo octaedro, se dispondrá de una cuantía de 2,67 por ciento con refuerzo grado 40. Y como se mencionó con anterioridad, esta cuantía debe ser ajustada al valor de fluencia del acero que se usará en la construcción del modelo a escala. De esta forma es necesario colocar 8 barras #3 como refuerzo longitudinal de la columna.

- Refuerzo transversal columna

En el caso del refuerzo transversal, debido a que las estructuras diseñadas en el capítulo anterior disponen del mismo refuerzo transversal, la modificación efectuada al modelo a escala para nudo rectangular también se aplica para este caso de nudo octaedro.

- Refuerzo longitudinal viga

Las cuantías requeridas sobre la sección gruesa son de 10,68 E-3 para el acero negativo y de 5,34 E-3 para el acero positivo. Luego de realizar el ajuste debido al cambio de resistencia en el acero disponible para la construcción del modelo a escala, se tienen cuantías de 7,12 E-3 para acero negativo y de 3,56 E-3 para acero positivo. Utilizando barras #3, se requiere de 3 barras para acero negativo y de 1,5 barras para acero positivo, lo que evidentemente no es posible disponer en la realidad por lo que se adopta ubicar el mismo tipo de armado longitudinal para ambos modelos a escala.

- Refuerzo transversal viga

En el caso del modelo de estudio para nudo octaedro se utilizó acero grado 40 para el diseño de refuerzo transversal. Utilizando 2#3 y con un espaciamiento de 15 centímetros, se tiene una distribución de acero de 0,095 centímetros cuadrados por centímetro. En el modelo a escala se tienen 2#2 y un espaciamiento de 6 centímetros, esta distribución de acero alcanza los 10,53 centímetros cuadrados por centímetro.

- Refuerzo longitudinal nudo

En el nudo octaedro diseñado en el capítulo anterior se ubicó acero longitudinal correspondiente al 28 por ciento del acero longitudinal de la viga menos congestionada. Para el modelo a escala dado que se tienen 6 barras en la sección de la columna, se tiene que el 28 por ciento de este refuerzo corresponde a 1,68 barras por lo que se ubican 2 barras #3 como refuerzo longitudinal en las cuñas del nudo octaedro.

- Refuerzo transversal nudo

En el caso del armado del nudo octaedro, fue necesario efectuar algunas modificaciones en lo que respecta al refuerzo transversal. Las modificaciones se presentan en los planos finales. En la figura 82 se presenta una fotografía del conjunto; para los detalles del armado de viga y columna debido a que se utiliza el mismo armado en ambos modelos, pueden consultarse las figuras 78 y 79.

Figura 82. **Armadura modelo a escala, conjunto**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

4.4. Determinación y comparación teórica de la capacidad de los elementos

En base a las secciones, las propiedades del concreto utilizado y a los armados provistos a los especímenes es posible determinar su capacidad y desempeño. Fueron realizados ensayos de concreto fresco en la sección de Estructuras del CII, tales como la prueba de slump y masa unitaria obteniendo un asentamiento de 5,5 centímetros y un peso específico de 2,28 toneladas por metro cúbico.

Adicionalmente, se utilizaron 2 cilindros para determinar la resistencia del concreto a los 28 días, siendo ensayados en la Sección de Agregados, Concretos y Morteros del Centro de Investigaciones de la Facultad de Ingeniería, obteniendo los siguientes resultados tomados del informe extendido por esta sección:

Tabla XLI. **Reporte de ensayo de cilindros de concreto**

EDAD en días	CILINDRO REPRESENTATIVO DE LA FUNDICIÓN	PESO en kg	DIÁMETRO en cm	ALTURA en cm	CARGA en libras	RESISTENCIA MPa	RESISTENCIA lb/plg ²
28	Columna	12,300	14,900	29,950	66,440	16,90	2450
28	Columna	12,205	14,915	29,807	62,036	15,80	2290

Fuente: informe de ensayo a compresión para cilindros de concreto, CII.

Debido a que la cantidad de testigos para la determinación de la capacidad del concreto utilizado en la construcción de los modelos no cumple con los parámetros de muestreo recomendados por ACI 318-08, el resultado promediado de las resistencias del concreto contenidos en la tabla XLI, (166,6 kg/cm²), debe tomarse como f_c y afectarlo por un factor de 0,85 para tomarlo como el valor de f'_c a utilizar en el desarrollo de cálculo que sigue, (141,61 kg/cm²).

4.4.1. Curvas teóricas de comportamiento

Dado que se pretende establecer el comportamiento teórico de los elementos se hace necesario conocer las curvas teóricas del comportamiento de los materiales involucrados, esto es, acero y concreto, referidos a deformaciones unitarias. Para tal objeto se refieren a continuación las funciones que describen las curvas teóricas del acero y del concreto confinado presentadas en la referencia bibliográfica 10.

- Acero

$$f_s = \epsilon_s E_s$$

$$\epsilon_s \leq \epsilon_y$$

$$f_s = f_y$$

$$\epsilon_y < \epsilon_s \leq \epsilon_{sh}$$

$$f_s = f_y \frac{m \epsilon_s - \epsilon_{sh} + 2}{60 \epsilon_s - \epsilon_{sh} + 2} + \frac{\epsilon_s - \epsilon_{sh}}{2} \frac{60 - m}{30r + 1}$$

$$\epsilon_{sh} < \epsilon_s \leq \epsilon_{su}$$

$$m = \frac{f_{su} f_y (30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2}$$

$$r = \epsilon_{su} - \epsilon_{sh}$$

Hace falta establecer los parámetros de los que estas dependen y que para este caso fueron tomados de la referencia bibliográfica 12.

- Alargamiento a la ruptura: $\leq 20\%$
- La relación F_u/F_y de 1,2 a 1,8
- Zona elástica hasta ϵ_y
- Zona de flujo plástico restringido ϵ_y a $2\epsilon_y$
- Zona de flujo plástico no restringido $2\epsilon_y$ a $15\epsilon_y$
- Zona plástica $15\epsilon_y$ a $185\epsilon_y$

- Concreto

$$f_c = f'_c \frac{2\epsilon_c}{0,002} - \frac{\epsilon_c}{0,002} \quad \epsilon_c \leq 0,002$$

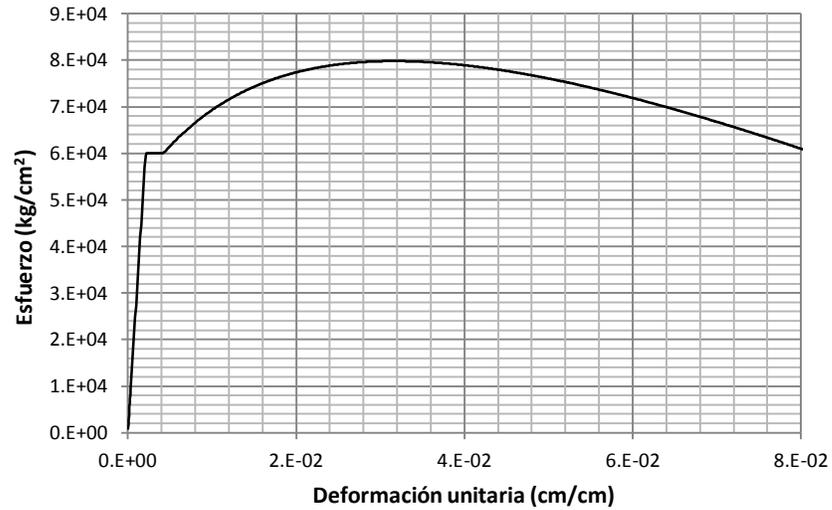
$$f_c = f'_c (1 - z) \quad \epsilon_c > 0,002$$

$$z = \frac{0,50}{\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - 0,002}$$

$$\epsilon_{50u} = \frac{3 + 0,002f'_c}{f'_c - 1000}$$

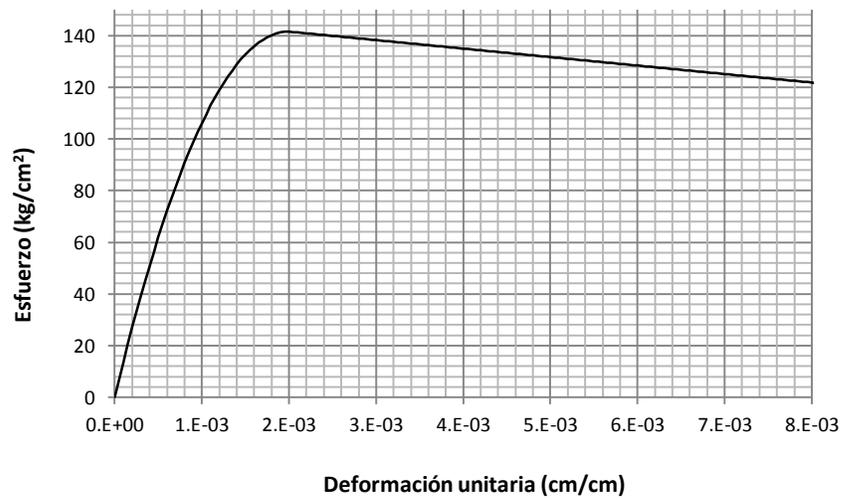
$$\epsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \frac{b}{S_h}$$

Figura 83. **Curva esfuerzo-deformación para acero grado 60**



Fuente: elaboración propia.

Figura 84. **Curva esfuerzo-deformación para concreto confinado con aros rectangulares**



Fuente: elaboración propia.

4.4.1.1. Momento-curvatura para los elementos conectados a los nudos

Las gráficas momento curvatura se obtienen a partir de un proceso iterativo en el que se propone un valor para la profundidad del eje neutro y con base en la teoría de la flexión, que supone la proporcionalidad lineal de deformaciones unitarias, es posible para deformaciones unitarias del concreto y profundidades del eje neutro determinar las del acero tanto a tensión como a compresión y con el auxilio de las figuras 83 y 84 es posible determinar el estado de esfuerzos sobre el concreto y el acero para establecer las fuerzas internas desarrolladas y evaluar el equilibrio interno. El valor de la profundidad del eje neutro se encuentra condicionado al equilibrio interno.

En este proceso iterativo se considera que el valor de f'_c se ve afectado por un factor k_3 obtenido de pruebas de la PCA referencia 10, resultando un valor denominado f''_c que representa el valor máximo de la resistencia del concreto dentro de un elemento. A su vez se define la fuerza de compresión sobre el bloque de concreto como $C_c = \alpha'' f''_c b k d$ actuando a una distancia $Y k d$ de la fibra extrema a compresión. El factor k , es el mismo que se utilizó en el capítulo anterior bajo el concepto del par interno, para determinar la profundidad del eje neutro definido como $k d$. Los factores α y Y se definen a partir de la curva esfuerzo-deformación del concreto como sigue:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon_c}{f_c \epsilon_{cm}} \quad (\text{Ec. 4-1})$$

$$\beta = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} \epsilon_c f_c d\epsilon_c}{\epsilon_{cm} \int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon_c} \quad (\text{Ec. 4-2})$$

Las figuras 85 y 86 fueron construidas para la idealización trilineal que relaciona tres puntos en el comportamiento de los elementos: momentos y curvatura a la primera grieta, a la primera cedencia y a la carga última, los mismos tres puntos de la tabla XLII. Para el momento último se considera que el acero a compresión ingresa al régimen de fluencia o que el concreto tiene una deformación unitaria alrededor de 0,004 que es a la cual el recubrimiento del elemento admite la toma de esfuerzos lo que significa que utilizar deformaciones mayores implicaría modificar el cálculo y extender el procedimiento analítico a precisiones que no desviarían la fiabilidad de los resultados obtenidos por esta aproximación.

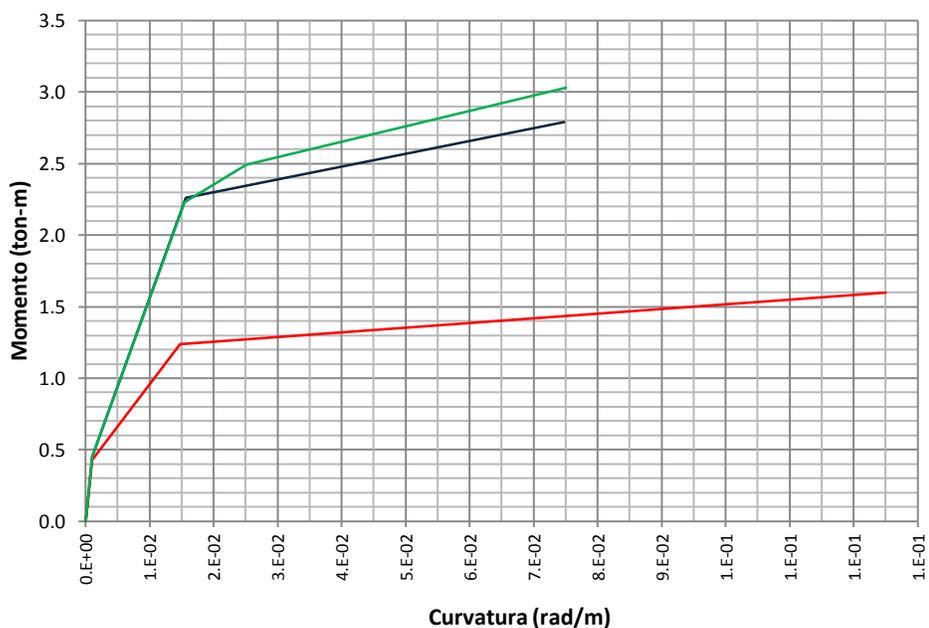
En el caso de la curva de la columna se determinó un punto extra debido a que el armado de la misma implicaba el análisis de más de dos capas de acero como en el caso de las vigas.

Las curvas de la figura 85 corresponden a lo siguiente: el trazo verde representa la curva momento-curvatura de la columna, el trazo azul representa la curva momento-curvatura para una viga sometida a momento negativo y el trazo rojo representa al momento-curvatura para una viga sometida a momento positivo. Una viga es mucho más dúctil cuando posee acero a compresión, eso se aprecia con la curva roja de donde es evidente que el elemento puede admitir una gran rotación a partir de la fluencia de la sección hasta su capacidad última.

La curva azul indica una mayor cantidad de refuerzo a tensión por lo que la rotación se ve condicionada a la deformación que se genere en la totalidad del acero a tensión simultáneamente, en otras palabras y tal como fue mencionado en el primer capítulo, la cantidad de acero aumenta la resistencia pero reduce la rigidez, prueba de ello la curva azul finaliza en un valor de

momento superior pero una curvatura menor. El hecho del aumento de rigidez es evidente en dos formas más sobre la misma curva; la pendiente desde la primera grieta hasta la primera cedencia y la relación de curvatura última a curvatura de cedencia. Estas dos características indican una menor capacidad de disipación de energía porque la naturaleza rígida del elemento lo obliga a absorber una mayor cantidad de energía

Figura 85. **Gráficas momento-curvatura para los elementos del modelo de nudo rectangular**



Fuente: elaboración propia.

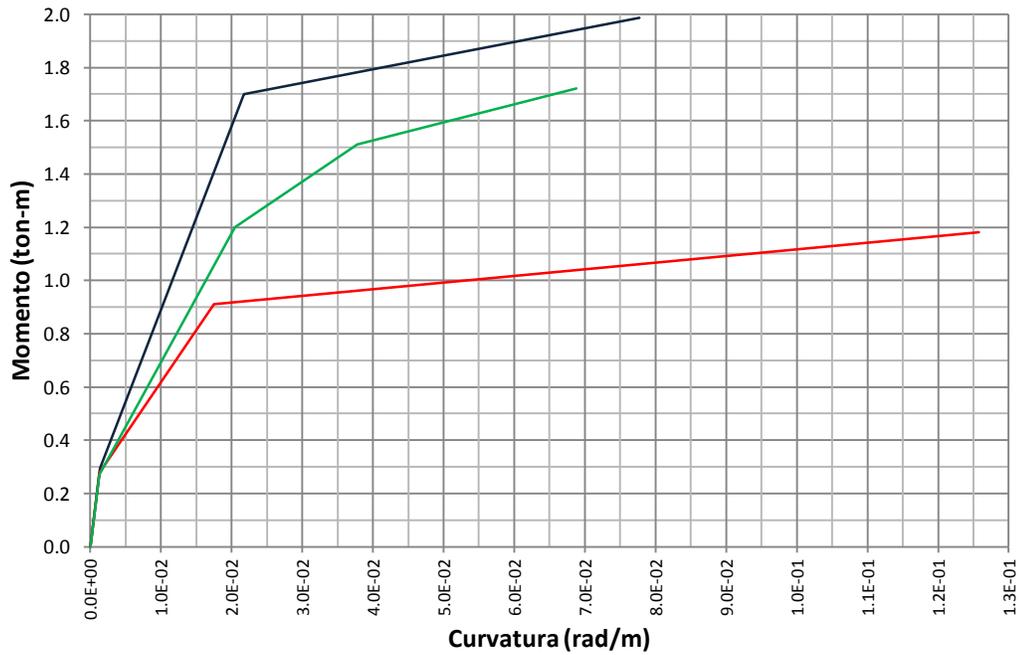
Las curvas son similares en cuanto a curvatura a la cedencia debido a que la disposición del acero dentro de estas secciones es la misma tanto antes como después del nudo. Para la tabla XLII y XLIII, los valores de momento se encuentran en toneladas por metro y las dimensionales para las curvaturas es de radianes por metro.

Tabla XLII. Capacidad teórica a flexión 1

	NUDO RECTANGULAR					
	Viga derecha		Viga izquierda		Columna	
	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura
Agrietamiento	0,45	1,07E-03	0,43	1,02E-03	0,45	1,04E-03
Primera fluencia	2,26	1,57E-02	1,24	1,48E-02	2,23	1,55E-02
Segunda fluencia					2,49	2,51E-02
Carga última	2,79	7,48E-02	1,60	1,25E-01	3,03	7,51E-02
Factor de ductilidad		4,77		8,46		4,84

Fuente: elaboración propia.

Figura 86. Gráficas momento-curvatura para los elementos del modelo de nudo octaedro



Fuente: elaboración propia.

Los colores de las curvas corresponden a la convención utilizada en la figura 85. Debido a que se mantiene constante el área de acero en ambos modelos, en un modelo que corresponde a secciones más reducidas en sus elementos, las consecuencias son elementos sobre-reforzados. Debido a ello, el acero dispuesto en sus secciones admite grandes esfuerzos antes de llegar a la fluencia, mientras que el concreto posiblemente ya ha perdido su capacidad de deformación, deteriorándose y derivando así en una caída de rigidez del elemento, lo que conlleva a una disminución de la capacidad de absorción de energía interna en el elemento. Esto queda comprobado al comparar el área bajo las curvas de las figuras 85 y 86.

Tabla XLIII. **Capacidad teórica a flexión 2**

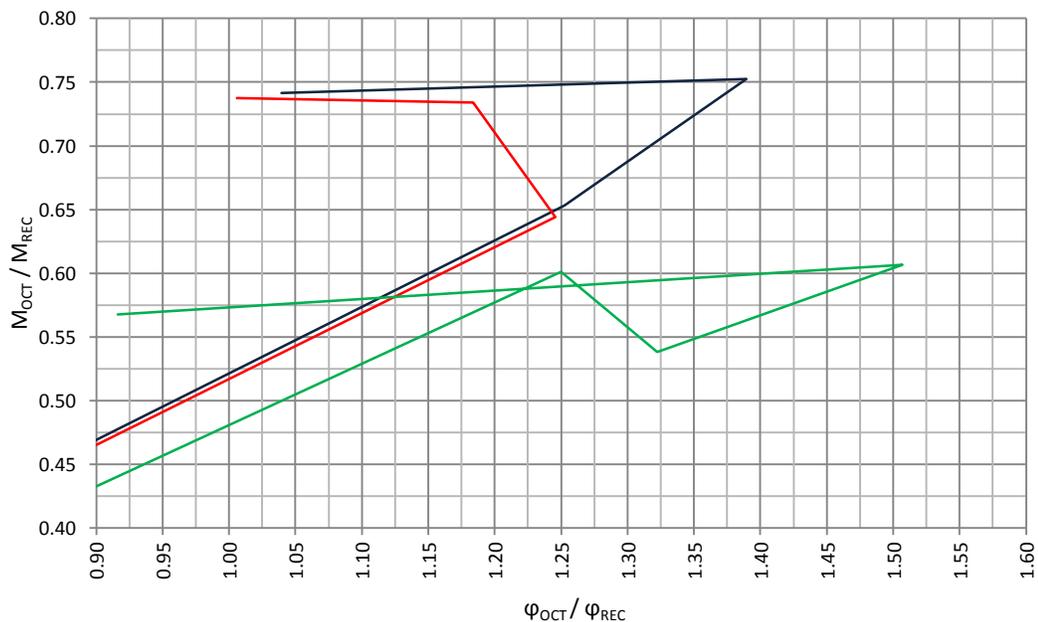
	NUDO OCTAEDRO					
	Viga derecha		Viga izquierda		Columna	
	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura	Momento	Curvatura
Agrietamiento	0,29	1,34E-05	0,277	1,27E-03	0,27	1,30E-03
Primera fluencia	1,70	2,18E-04	0,91	1,75E-02	1,20	2,05E-02
Segunda fluencia					1,51	3,78E-02
Carga última	1,99	7,77E-02	1,18	1,26E-01	1,72	6,88E-02
Factor de ductilidad		3,57		7,19		3,36

Fuente: elaboración propia.

Los puntos de la tabla XLII y XLIII fueron obtenidos para un módulo de elasticidad del concreto obtenido por la sección 8.5.1 de ACI 318-05 con tal de obtener un valor para el módulo de elasticidad, que involucrara la mayor cantidad de características del concreto utilizado para de esta forma, hacer más representativo el valor del módulo de elasticidad así obtenido. ($181,43 \text{ E}^3 \text{ kg/cm}^2$).

La figura 87 muestra las gráficas de comparación teórica entre los elementos conectados a los dos tipos de nudos. Con la Ec. 2-23 y con los elementos del nudo rectangular como referencia se puede leer de la figura 87 lo siguiente, por ejemplo, para el primer agrietamiento, la columna del nudo octaedro alcanza el 60 por ciento de la resistencia que la columna del nudo rectangular y desarrolla una curvatura de un 125 por ciento respecto de la curvatura que desarrolla la columna del nudo rectangular.

Figura 87. **Curva de comparación teórica de $M-\phi$ entre los elementos del nudo octaedro y los elementos del nudo rectangular**



Fuente: elaboración propia.

Es interesante notar que aún cuando los factores de ductilidad para cada elemento en los diferentes modelos de nudo presentados en las tablas XLII y XLIII, indique una menor ductilidad para las secciones de los elementos conectados al nudo octaedro, al comparar estas curvaturas con las

desarrolladas por las secciones de los elementos conectados al nudo rectangular, resultan ser mucho más dúctiles los elementos conectados al nudo octaedro.

En cuanto a la resistencia, es evidente que la capacidad desarrollada por los elementos conectados al nudo octaedro es menor a la que los elementos conectados al nudo rectangular, la razón es que aún y cuando se cuidó de proporcionar las secciones, longitudes y cuantías de acero lo más cercana posible a las reales de la estructura analizada en el capítulo anterior, el factor γ que relaciona la longitud del núcleo confinado en dirección de la altura de la sección respecto de la misma altura de la sección no fue modificada, es decir, el recubrimiento utilizado en los elementos conectados al nudo octaedro fue el mismo utilizado en el cálculo de los elementos conectados al nudo rectangular.

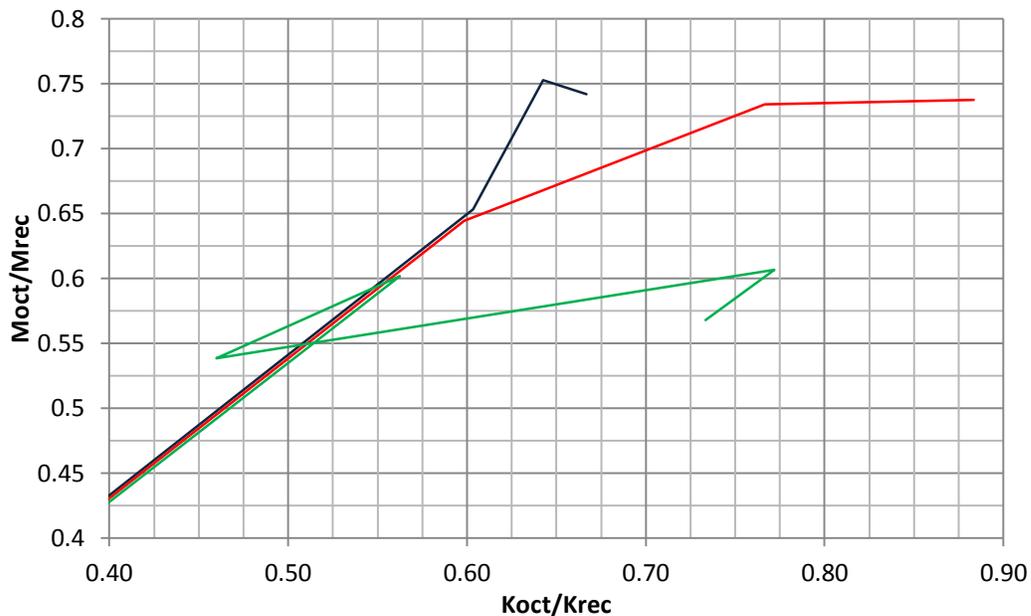
Lo anterior implica que el brazo de palanca interno se reduce haciendo inevitable que el mismo efecto se vierta sobre el desempeño de los elementos. El hecho adicional que fuese la columna la más afectada por este fenómeno responde a lo expuesto en la referencia 10, en donde se plantea el peligro de otorgar un gran recubrimiento a la columna haciendo que su rigidez disminuya mucho más rápido que si el recubrimiento fuese el adecuado.

Todas las deducciones anteriores se comprenden al visualizar las figuras 85 y 86 de donde las curvas correspondientes a los elementos conectados al nudo rectangular son más abiertas por lo que el área bajo ellas es mayor en comparación a las curvas correspondientes a los elementos del nudo octaedro, lo cual indica una mayor capacidad de trabajo en los elementos conectados al nudo rectangular.

Comparando ahora la rigidez contra la resistencia de los elementos en ambos tipos de nudos, se obtiene la figura 88 de donde se aprecia que la rigidez de los elementos del nudo octaedro es menor. De igual forma se aprecia nuevamente para la curva correspondiente a la columna, que el agrietamiento genera una caída grande en la rigidez del elemento debido al factor γ y que expone la relación entre el núcleo confinado del concreto en la columna y la altura de la misma.

Para evidenciar tal efecto, el factor γ en la columna del nudo rectangular es de 0,76 mientras que en la columna del nudo octaedro, γ es igual a 0,70, es decir, que el brazo de palanca interno se reduce y la cantidad de recubrimiento admite esfuerzos solamente de manera limitada al agrietamiento, por lo que el área portante y el momento de inercia se reducen reduciendo consecutivamente la rigidez del elemento hasta el punto de la primera cedencia. El siguiente aumento progresivo en la rigidez y resistencia de la columna es debido a que al poseer dos camas de acero, al ingresar la primera cama en la zona de fluencia, esta prontamente inicia el proceso de endurecimiento, esto evidentemente aumenta su resistencia.

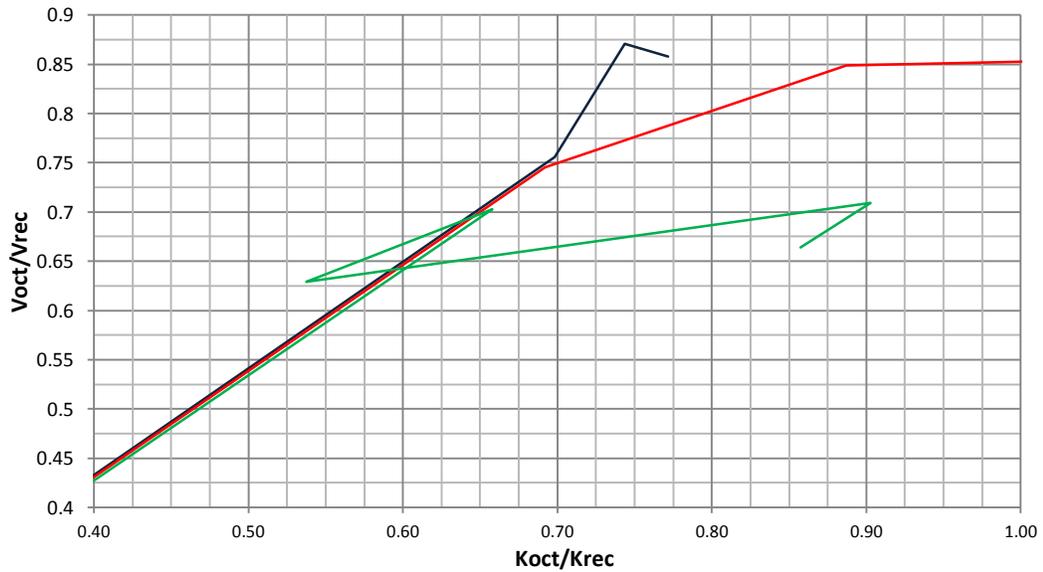
Figura 88. **Comparación rigidez-resistencia en los elementos de ambos tipos de nudo**



Fuente: elaboración propia.

Para la figura 89, relacionando los cortantes con las rigideces, se tiene que la pendiente de la curva corresponde a las derivas o flechas de los elementos para un cortante determinado. Debido a que los elementos conectados al nudo octaedro son más dúctiles, se deformarán con mayor facilidad lo cual puede analizarse en la figura 89. Una relación de cortantes de 0,75 indica que para producir en los elementos la misma deformación, los elementos conectados al nudo octaedro solamente requieren el 75 por ciento de cortante del que requieren los elementos conectados al nudo rectangular.

Figura 89. **Comparación de los desplazamientos y flechas en los elementos conectados a ambos tipos de nudos**



Fuente: elaboración propia.

4.4.1.2. **Análisis teórico de los nudos**

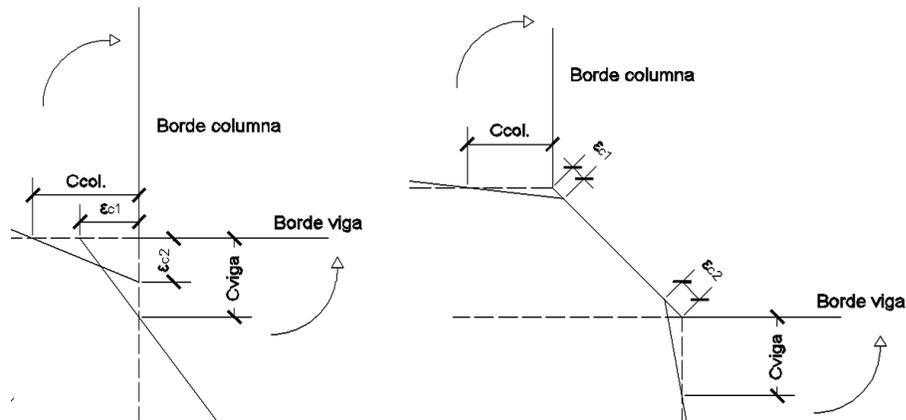
Se plantea como base fundamental para esta sección, el hecho de que los elementos de los modelos de ensayo poseen el mismo armado en todas sus longitudes libres por lo que puede considerarse que las curvas $M-\phi$ de la sección anterior, corresponden a cualquier sección a lo largo de la longitud libre del elemento al que pertenezca la curva en cuestión. Por tal razón para el nudo rectangular, de las curvas $M-\phi$ de sus elementos pueden tomarse las curvaturas, como los estados de deformaciones impuestas o inducidas desde los elementos hacia el nudo y que por lo tanto este último debe poder absorber.

Para el planteamiento anterior existe una excepción y es que para los elementos conectados al nudo octaedro, la sección en la frontera del nudo no corresponde en armado a las secciones sucesivas a lo largo de los claros de los elementos conectados a este nudo, por lo que se hace necesario desarrollar una serie de cálculos para corregir el valor tanto de la resistencia como de la curvatura de la sección frontera entre el nudo y los elementos que se conectan a él.

Partiendo de los conceptos de la direccionalidad de la carga presentados en el segundo capítulo, se efectuarán dos consideraciones que modifican la forma de calcular la curva $M-\phi$ para la frontera con los elementos que se conectan al nudo octaedro. Para exponer tales consideraciones de la forma más clara posible se hace uso de las figuras 90 y 92 cada una como ilustración de una consideración distinta pero aplicable necesariamente al cálculo requerido.

La figura 90 muestra cómo es que las deformaciones unitarias del concreto cambian de dirección en un nudo respecto del otro debido a la direccionalidad de las cargas dentro del nudo. En el nudo rectangular, las deformaciones unitarias del concreto se tienden sobre los ejes ortogonales, mientras que las deformaciones unitarias del concreto en la frontera del nudo octogonal se distribuyen hacia las diagonales del nudo, por lo que la deformación unitaria del concreto a considerar en el giro de la sección plana del elemento en la frontera del nudo, no es ϵ_c sino una proyección de la misma sobre el eje ortogonal paralelo al eje longitudinal del elemento que se conecta.

Figura 90. **Dirección de las deformaciones admisibles al concreto en la frontera del nudo**



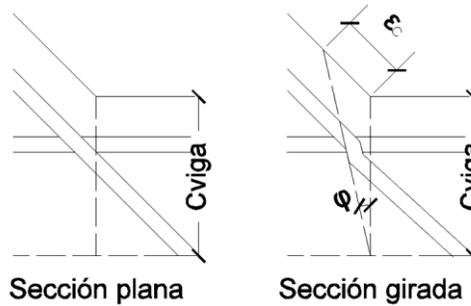
Fuente: elaboración propia.

Este efecto necesariamente restringe la curvatura de los elementos conectados al nudo proporcionándoles más rigidez en cercanías al rostro del nudo, lo que repercute en la traslación del punto de inflexión, del elemento conectado, en dirección hacia el centro del claro del elemento, esto, en la idealización de que en el elemento conectado no se forme una articulación plástica en el rostro del nudo que deteriore la rigidez del elemento conectado. Esto corresponde al comportamiento esperado por la introducción del nudo octaedro en el sistema, aumentando la rigidez del sector haciendo que las disipaciones de energía se alejen del nudo y que este participe principalmente de la absorción de energía antes que de la disipación.

Para determinar la deformación unitaria que debe utilizarse en la construcción de la curva $M-\phi$ para estos elementos, se utiliza la figura 91, de donde se obtiene con apoyo de los ángulos auxiliares, la ecuación 4-3 obtenida

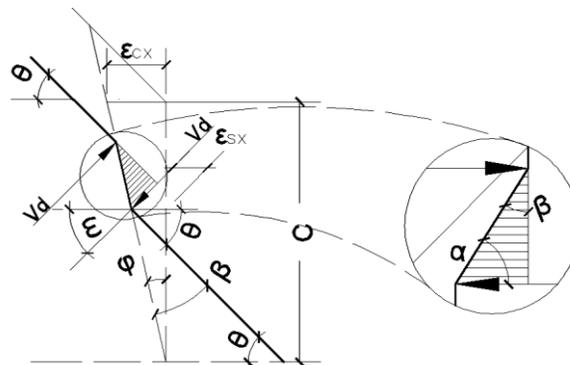
axiales sino más bien estará sujeto a un efecto de dovela que inevitablemente proporcionará una resistencia adicional a la sección, reduciendo aún más su curvatura. Utilizando la figura 24(b) para la resistencia a cortante por efecto de dovela debido a la torcedura de una barra, se obtiene el análisis en base a la figura 92.

Figura 92. **Efecto de dovela sobre el refuerzo diagonal del nudo octaedro**



Fuente: elaboración propia.

Figura 93. **Efecto dovela sobre la barra diagonal del nudo octaedro en la zona de compresión**



Fuente: elaboración propia.

Dos suposiciones son necesarias para la simplificación de la figura 93. Primero, existe traslación únicamente en las fibras contenidas dentro del giro de la curvatura, por tal razón se toma ϵ_{sx} en el vértice inferior de la torcedura producida en la barra diagonal. Segundo, los dos tramos de barra diagonal antes y después de la zona de torcedura permanecen paralelos entre sí y para con el borde de la diagonal del nudo, es decir, el recubrimiento a lo largo de la diagonal del nudo es uniforme. Con estas dos suposiciones y con auxilio de la ecuación de cortante de dovela por torcedura de la figura 24(b), la segunda consideración plantea la siguiente expresión:

$$V_{dx} = A_s f_y \cos \alpha \cos \omega \quad (\text{Ec. 4-5})$$

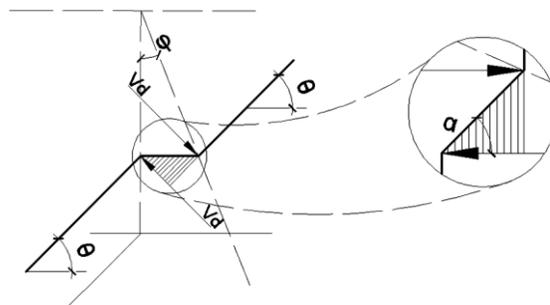
Donde:

$$\alpha = \varphi + \theta = \tan^{-1} \frac{\epsilon_s}{d-c} + \tan^{-1} \frac{h_c}{h_v} \quad (\text{Ec. 4-6})$$

$$\omega = 90 - \theta = 90 - \tan^{-1} \frac{h_c}{h_v} \quad (\text{Ec. 4-7})$$

Para α es posible efectuar una simplificación más, debido nuevamente a que el ángulo de curvatura φ es muy pequeño y tiende a cero, $\alpha = \theta$.

Figura 94. **Efecto dovela sobre la barra diagonal del nudo octaedro en la zona de tensión**



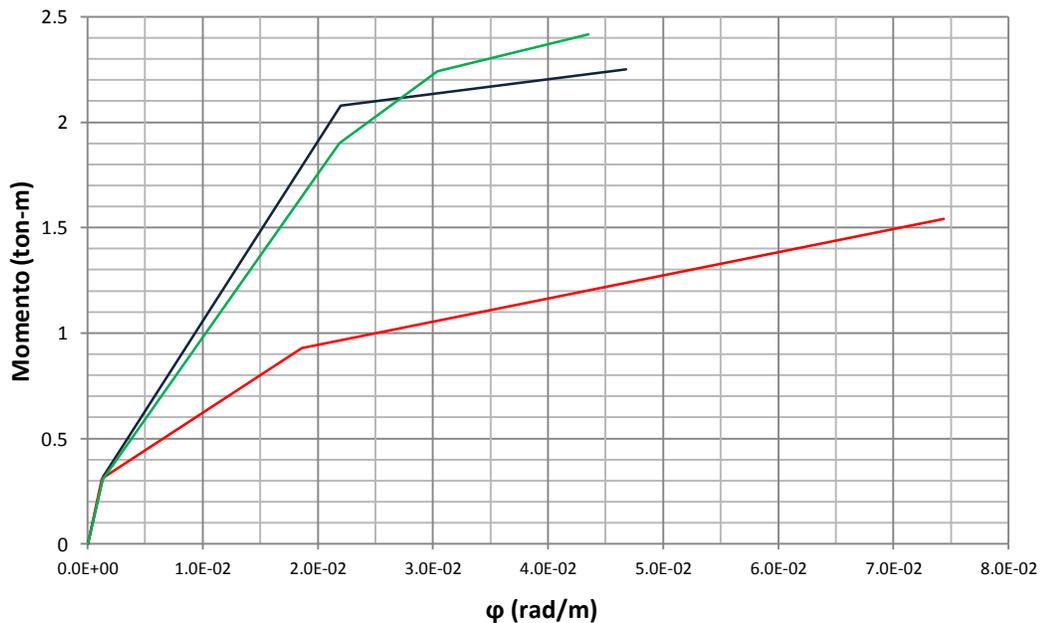
Fuente: elaboración propia.

Para la figura 94 se aplican las mismas suposiciones de simplificación aplicadas en la figura 93. La expresión para la resistencia adicional por efecto de dovela cuando éste se presenta en la zona de tensión, es la siguiente:

$$V_{dx} = A_s f_y \cos^2 \alpha \quad (\text{Ec. 4-8})$$

Donde, $\alpha = 90 - \theta$

Figura 95. **M- ϕ en las fronteras del nudo octaedro**

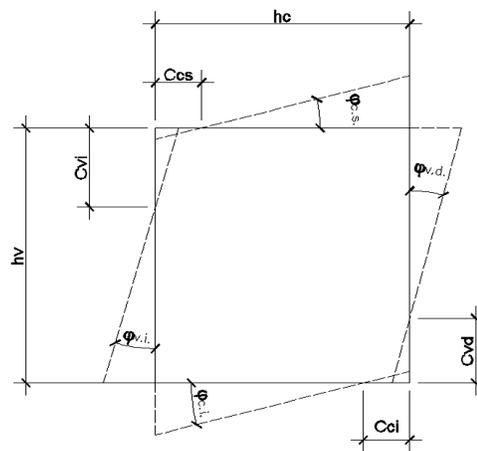


Fuente: elaboración propia.

Indicado lo anterior, la curvatura de los elementos que se conectan en el nudo rige el estado de deformaciones en el mismo y como producto de tales deformaciones, también se genera un estado de esfuerzos que bien puede ser modelado por medio del método puntal-tensor descrito en el segundo capítulo. En este punto el estudio se limita únicamente a determinar el nivel de esfuerzos

tomando como base las deformaciones impuestas por la curvatura de los elementos conectados al nudo y suponiendo un material homogéneo e isotrópico, figura 96.

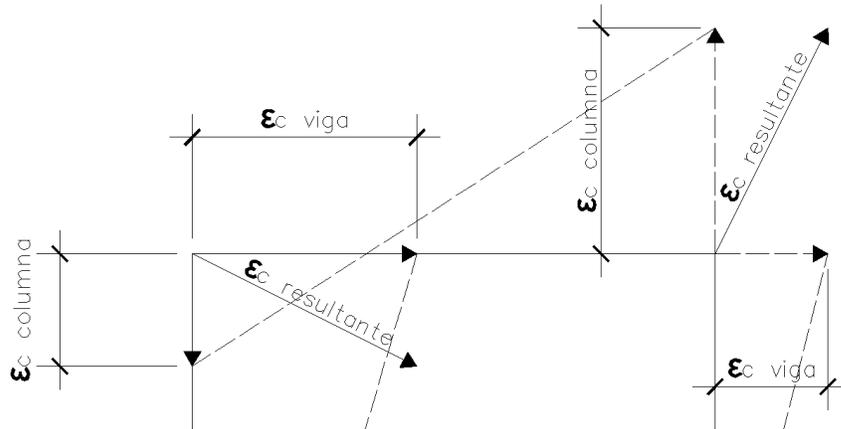
Figura 96. **Curvatura de los elementos como deformaciones inducidas al nudo**



Fuente: elaboración propia.

Al hacer un acercamiento a dos de las esquinas del nudo en el diagrama anterior, tanto para compresión como para tensión, se obtiene la figura 97. Sin embargo, la resultante mostrada en la figura 97 es únicamente una resultante local, es decir, la resultante en la esquina en la que se encuentra pero el nudo tiene dos resultantes locales más que, en conjunto con las dos que se muestran dan paso a una sola resultante de deformación y de esfuerzo dentro del nudo.

Figura 97. **Resultantes locales de tensión y compresión en el nudo**



Fuente: elaboración propia.

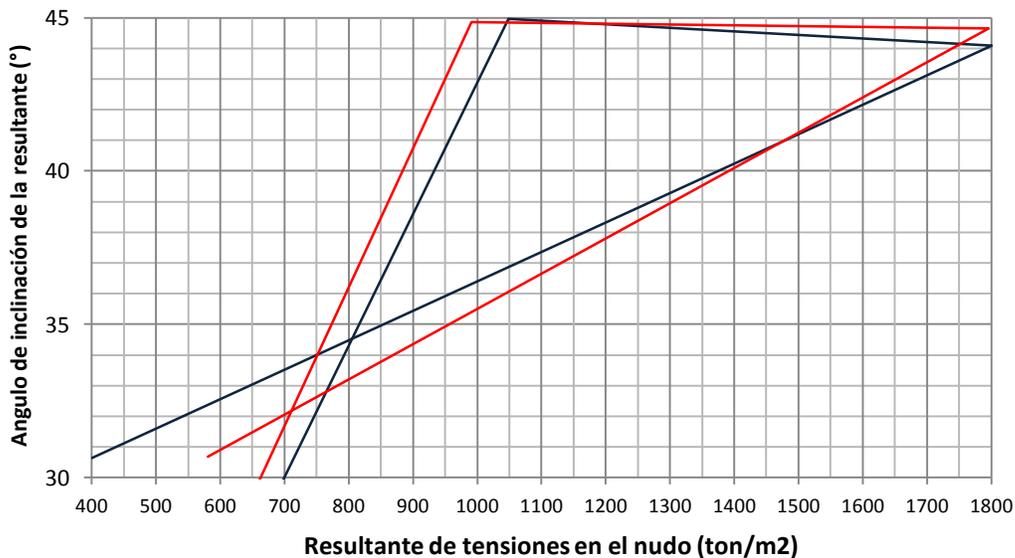
El análisis de las resultantes de deformación y esfuerzos desarrollados en el interior del nudo girará alrededor de los esfuerzos tensores, que resultan ser los más críticos en el concreto, en base a dos consideraciones. Primero considerando que Park y Paulay señalan una resistencia a tensión en el concreto de hasta 20 por ciento la resistencia a compresión, y que para criterio del asesor de este trabajo se estima conveniente que este porcentaje se fije en 10 por ciento, se afecta la curva esfuerzo-deformación para el concreto reduciendo los esfuerzos hasta un 10 por ciento conservando las deformaciones correspondientes a los esfuerzos de compresión.

Segundo, que el módulo de poisson relaciona la deformación unitaria transversal desarrollada en un elemento debida a la deformación unitaria longitudinal producto de una carga axial. De acuerdo a esto, es posible suponer que la deformación transversal por un esfuerzo compresivo puede corresponder a una deformación debida a un esfuerzo tensor en el plano de la deformación transversal. De esta forma las deformaciones compresivas

desarrolladas sobre el puntal de compresión dentro del nudo se idealizan como producidas por un esfuerzo compresivo axial con lo que a través del módulo de poisson se obtiene una deformación transversal tomada como deformación de tensión la que se evalúa en la curva de la primera suposición del párrafo anterior.

De estas 2 consideraciones y la figura 36 se tiene lo siguiente, en cada nudo existe una resultante de tensiones o un tensor al igual que una resultante de compresiones o puntal, trabajando con el tensor y transformando el puntal en tensor a través de las deformaciones de compresión y el módulo de poisson, se obtiene una sola resultante de tensiones en el nudo y un ángulo de inclinación del tensor. En la figura 98 se muestra la variación de tensiones y de los ángulos de inclinación de los tensores dentro del nudo a lo largo de la carga.

Figura 98. **Comparación de tensiones y giros internos en los nudos**



Fuente: elaboración propia.

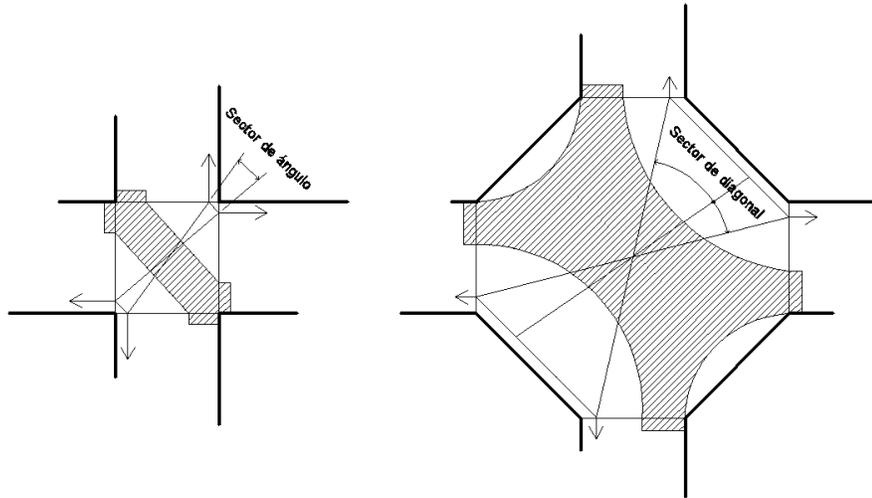
De la figura 98, la curva roja corresponde al nudo octaedro y la azul al nudo rectangular. De la misma puede inferirse lo siguiente:

- Hasta el agrietamiento, la resultante de tensiones dentro del nudo octaedro exhibe mayores ángulos de inclinación lo cual indica una mejor transferencia de esfuerzos de un extremo a otro del nudo en comparación con el nudo rectangular.
- Luego del agrietamiento el nudo octaedro conserva una estabilidad en el giro de su resultante de tensiones para un amplio rango de esfuerzos tensores hasta la primera fluencia, mientras que en el nudo rectangular inicia una disminución en el ángulo de inclinación de la resultante de tensiones.
- Desde la primera fluencia hasta la carga última, se evidencia una mayor capacidad en la distribución de esfuerzos internos para el nudo octaedro alcanzando menores ángulos de inclinación para un rango de esfuerzos tensores de mayor magnitud en comparación con el nudo rectangular.

La razón de la capacidad del nudo octaedro frente al nudo rectangular descrito en la figura 98 y en los párrafos anteriores resulta más explícita con la figura 99.

La cantidad de área encerrada en las hojas de las curvas en la figura 98 propone un indicativo de la capacidad del nudo de absorber energía distribuyéndola internamente con lo que la rigidez del nudo puede relacionarse con la misma cantidad de área.

Figura 99. **Formación de puntales en nudos bajo estudio**

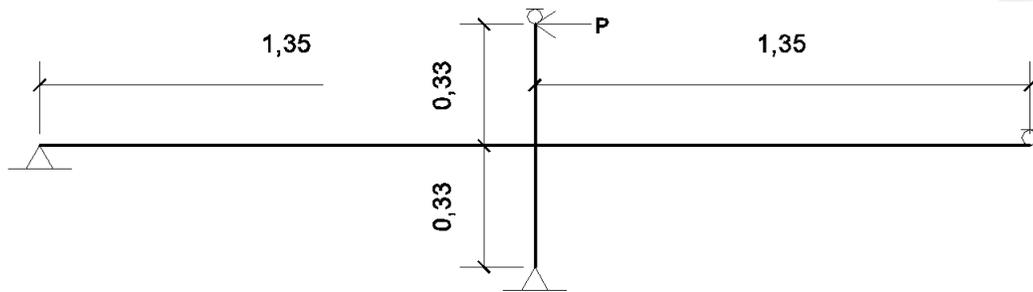


Fuente: elaboración propia.

4.5. Determinación y comparación experimental de la capacidad de los elementos

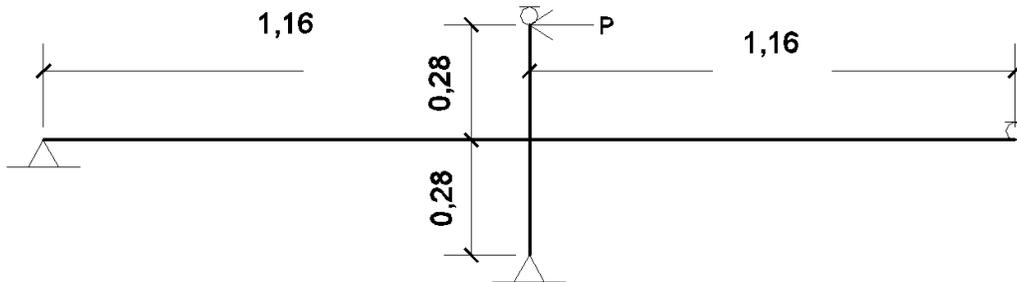
La fase de experimentación que se desarrollará a continuación fue ejecutada en la Sección de Estructuras del CII y prosigue a las secciones 4.2 y 4.3 en donde se determinaron las dimensiones y armados de los elementos. Las figuras 100 y 101 muestran los modelos matemáticos utilizados en el análisis de los modelos reales ensayados.

Figura 100. **Modelo matemático para ensayo de nudo rectangular**



Fuente: elaboración propia.

Figura 101. **Modelo matemático para ensayo de nudo octaedro**



Fuente: elaboración propia.

Para las tablas que siguen, la deformación 1 corresponde a la deformación medida a 5 centímetros del extremo de la columna superior, en las figuras 100 y 101; la deformación 2 corresponde a la deformación de la viga izquierda y la deformación 3 a la viga derecha. Las tablas XLIV y XLV contienen los datos obtenidos a través de las notas de mediciones hechas durante el ensayo de los modelos.

Tabla XLIV. **Datos obtenidos por medición directa del ensayo para nudo rectangular**

CARGA (ton)	Def. 1 (mm)	Def. 2 (mm)	Def. 3 (mm)	OBSERVACIONES
0,23	0,00	0,00	0,00	
0,47	0,16	0,05	0,01	
0,70	0,46	0,13	0,05	
0,94	0,78	0,23	0,11	
1,17	1,09	0,33	0,18	
1,40	1,53	0,53	0,28	
1,64	1,89	0,66	0,36	
1,87	2,21	0,74	0,43	
2,11	2,57	0,86	0,51	
2,34	3,11	0,94	0,58	
2,57	3,51	1,02	0,63	
2,81	3,95	1,12	0,74	
3,04	4,39	1,24	0,81	1a grieta
3,28	4,89	1,35	0,89	
3,51	4,30	1,42	0,94	2a grieta
3,74	5,75	1,52	0,99	1a. Grieta se extiende por el ancho del elemento. Una 3a. Grieta. Regresa a 1500
3,98	6,30	1,65	1,07	
4,21	6,62	1,75	1,12	
4,45	6,95	1,85	1,17	extensión 3a grieta
4,68	7,48	1,99	1,23	
4,91	7,84	2,08	1,27	
5,15	8,26	2,16	1,35	
5,38	8,67	2,26	1,40	
5,62	9,17	2,39	1,45	

Continuación de la tabla XLIV.

CARGA (ton)	Def. 1 (mm)	Def. 2 (mm)	Def. 3 (mm)	OBSERVACIONES
5,85	9,58	2,49	1,50	Grieta al centro del nudo
6,08	10,25	2,62	1,55	
6,32	10,69	2,69	1,57	Grietas en columnas
6,55	11,31	2,79	1,63	
6,79	12,06	2,90	1,65	Mayor abertura de grietas
7,02	13,44	3,05	1,73	
7,25	14,63	3,15	1,75	
7,02	49,30	4,52	10,92	grieta en borde de nudo derecha e izquierda
7,25	50,86	4,72	11,07	regresa a 3000

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLV. **Datos obtenidos por medición directa del ensayo para nudo octaedro**

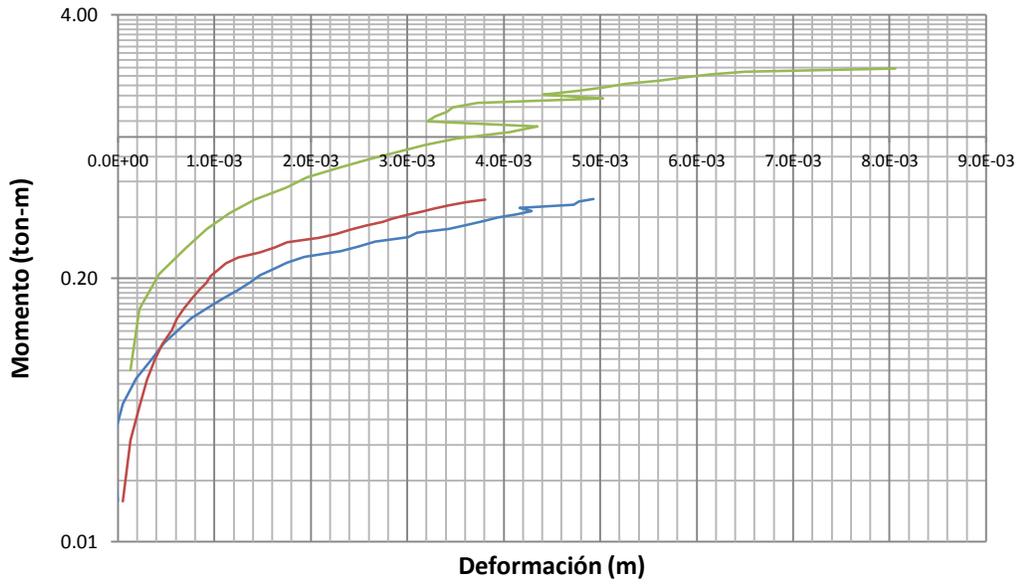
CARGA (ton)	Def. 1 (mm)	Def. 2 (mm)	Def. 3 (mm)	OBSERVACIONES
0,00	0,00	0,00	0,00	
0,23	0,13	0,05	0,00	
0,47	0,22	0,13	-0,05	
0,70	0,43	0,23	0,05	
0,94	0,70	0,30	0,19	
1,17	0,92	0,38	0,36	
1,40	1,16	0,46	0,48	
1,64	1,42	0,56	0,64	
1,87	1,75	0,61	0,76	

Continuación de la tabla XLV.

CARGA (ton)	Def. 1 (mm)	Def. 2 (mm)	Def. 3 (mm)	OBSERVACIONES
2,11	1,96	0,69	0,94	
2,11	1,96	0,69	0,94	
2,34	2,29	0,76	1,09	
2,57	2,59	0,84	1,24	
2,81	2,90	0,91	1,37	1a grieta
3,04	3,19	0,97	1,47	
3,28	3,51	1,04	1,63	
3,51	4,06	1,12	1,75	
3,74	4,35	1,24	1,93	
3,98	3,21	1,47	2,31	Inicia agrietamiento en base de columna
4,21	3,29	1,63	2,49	
4,45	3,41	1,75	2,67	Baja a 1850 con grieta vertical en columna
4,68	3,47	2,08	3,01	
4,91	3,73	2,26	3,10	
5,15	5,03	2,41	3,43	baja a 2150
5,38	4,41	2,57	3,61	2a grieta columna superior
5,62	4,77	2,74	3,78	
5,85	5,02	2,84	3,94	baja a 2450
6,08	5,27	3,00	4,14	
6,32	5,62	3,15	4,29	Grietas en columnas
6,55	5,86	3,28	4,17	
6,79	6,16	3,43	4,72	grietas por flexión en viga izquierda
7,02	6,50	3,61	4,78	grieta en borde de nudo derecha e izquierda
7,25	8,06	3,81	4,93	regresa a 3000

Fuente: elaboración propia.

Figura 102. **Momento-deformación para tres elementos del mismo modelo, octaedro**



Fuente: elaboración propia.

Los colores de las curvas se conservan con la misma asignación que en las curvas teóricas. Al incluir en una sola gráfica las curvas que representan el comportamiento de los elementos del modelo a los cuales fue posible realizarles una medición directa, se pretende establecer en base a la similitud del comportamiento entre los elementos a los que representa cada curva, que tal similitud solamente es posible gracias a la continuidad que otorga el desempeño del nudo.

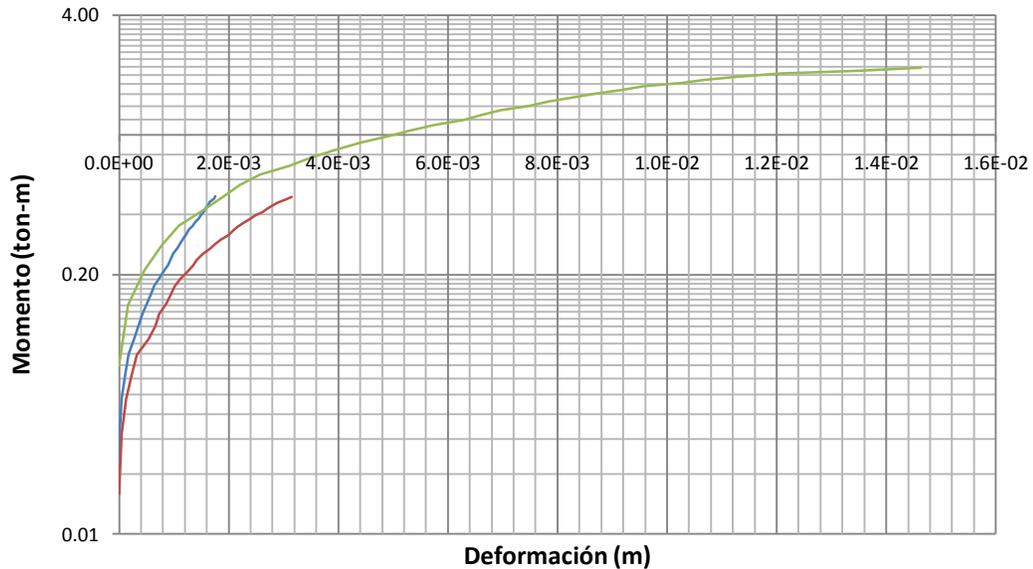
Se eligió escala logarítmica de base 20 para el eje de los momentos con el fin de apreciar como varía la rigidez del elemento a lo largo del estado de carga. Asumiendo la pendiente de la curva como la rigidez a flexión del elemento, se aprecia que en un inicio, la rigidez es sumamente alta pero que con el

agrietamiento interno y externo así como las disipaciones de energía por calor, otros., la pendiente o rigidez, disminuye. Es interesante notar que las curvas para las vigas sufren un cambio de pendiente muy marcado en cercanías de las 0,25 toneladas por metro. Al verificar la tabla XLIII se tiene que para ambas vigas, el momento de agrietamiento se encuentra cercano a este valor de la gráfica, lo que concuerda con la caída de pendiente o disminución de rigidez debido al agrietamiento.

En cuanto a las rigideces, la que corresponde a la viga derecha inicia sumamente alta debido a que la mayor cuantía de acero en este caso se encuentra a tensión, aumentando la capacidad a momento de la sección al disminuir la profundidad del eje neutro. Caso contrario, la viga izquierda que inicia con una rigidez un tanto menor debido a que en esta viga la cuantía a tensión es menor, lo que aumenta la profundidad del eje neutro, disminuyendo la capacidad de flexión del elemento. Adicionalmente, como era de esperarse, la rigidez de la columna evidencia ser mayor a la de cualquier elemento en el sistema mientras que las vigas muestran una rigidez muy similar

Si se presta atención, para el modelo de nudo rectangular, se verá que las vigas no superaron el régimen elástico en su comportamiento y que incluso la columna parece comportarse de la misma forma con una única excepción en cercanías de las 0,50 toneladas por metro, en donde la curva exhibe una leve hendidura la cual al revisar la tabla XLII parece corresponder al cambio de rigidez por el agrietamiento inicial de la columna.

Figura 103. **Momento-deformación para tres elementos del mismo modelo, rectangular**



Fuente: elaboración propia.

Debido a la aparición de la articulación plástica en la unión de la columna y el nudo, la disipación de energía del modelo se concentró en este punto de la articulación y considerando que en una articulación el concreto se ve deteriorado grandemente, es posible suponer que la disipación de energía en la articulación se debe principalmente a la deformación del acero longitudinal y con el apoyo del acero transversal admite grandes disipaciones energéticas, razón por la cual también la columna pareciese exhibir un comportamiento muy similar al elástico, sin embargo se ha determinado que dicho comportamiento corresponde al acero longitudinal dispuesto en la sección de la articulación plástica.

Comparando la evidencia experimental obtenida de los ensayos a los modelos construidos, se tiene que en ambos modelos de ensayo se presentó la formación de articulaciones en el rostro del nudo, sin embargo, sabiendo que la columna del modelo octaedro trabajaría más a cortante que a flexión, se hace más crítica la formación de articulaciones en el rostro del nudo. Pese a ello, puede apreciarse de las figuras 102 y 103 que la columna que se vio más afectada fue la correspondiente al nudo rectangular. Esto es fácilmente apreciable en las figuras 102 y 103 a través de la relación de deformación en el extremo de la columna con la deformación desarrollada en las vigas conectadas al nudo.

Entre una de las complicaciones presentadas en los ensayos fue la gran capacidad del nudo octaedro frente al nudo rectangular, ya que el equipo de ensayo sufrió un leve desplazamiento lateral, por lo que el ensayo al nudo octaedro tuvo que detenerse antes de hacer fallar al nudo de manera similar a la falla que se obtuvo con el nudo rectangular. El desplazamiento del equipo de ensayo se evidencia en la curva de la columna en la figura 102 en donde se aprecian dos discontinuidades en la trayectoria de la curva momento-deflexión.

En la proyección de la realización de los ensayos a los modelos de nudos se consideró no aplicar carga axial a la columna con el fin de hacer más crítico el cortante en el nudo y acariciar la posibilidad de llevar los nudos hasta la falla, sin embargo, como se explicó en el párrafo anterior, esto no fue posible para los dos modelos. Cabe mencionar que el refuerzo a cortante de la diagonal en el nudo octaedro no se proporcionó como lo establecido en el diseño del nudo presentado en el capítulo 3 lo que repercutió en un tipo de falla que se esperaba debido a la falta de refuerzo en la zona. Esto evidencia que puede descongestionarse el núcleo del nudo distribuyendo el refuerzo hacia las diagonales del nudo octaedro.

Retomando ahora los conceptos de fallas en nudos presentados en el segundo capítulo, es evidente que la formación de articulaciones es mucho más crítica en las columnas de un sistema, no obstante, a través de los ensayos realizados para este trabajo, se evidencia una reducción en la aparición de la articulación en la base de la columna con la utilización del nudo octaedro e incluso, por la figura 102 es posible estimar que el sistema trabajó de manera conjunta en un rango de cargas más amplio en comparación con el sistema de nudo rectangular.

Hasta ahora se ha efectuado la comparación teórica y experimental, tanto del nudo como de los elementos conectados al nudo y el sistema sometido a ensayos, pero por el tercer capítulo de este trabajo de graduación es posible comparar el comportamiento de una estructura convencional con una estructura cuyos elementos se conecten a través de nudos octaedros, resultando las siguientes tablas, en las cuales en lugar de encontrar valores de los parámetros descritos en ellas, se encontrará la relación porcentual del sistema de nudos octaedros respecto del sistema con nudos rectangulares para dichos parámetros. Para familiarización con las tablas es conveniente revisar las tablas del capítulo 3.

Tabla XLVI. **Comparación porcentual para el cortante basal**

Cortante basal UBC 1997			
Parámetros		Ecuación	Vb
Ca	100,00%	30,4	104,60%
Cv	100,00%		
I	100,00%	30,5	87,45%
R	100,00%		
T	83,60%	30,6	87,45%
Z	100,00%		
Nv	100,00%	30,7	87,44%
West.	87,45%		

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLVII. **Comparación porcentual para fuerzas laterales**

Nivel	Fuerza eje 4
5	82,40%
4	84,05%
3	87,19%
2	92,39%
1	102,10%

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLVIII. Comparación porcentual de rigideces, momentos y giros

		Kv = 59.76%	M3	MOMENTOS DE EXTREMO			GIROS		
		Kc = 115.87%	M3	CS	CV	CM	CS	CV	CM
		Kcc = 80.75%	M3						
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCION DE MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	GIRO	GIRO	GIRO	
5	1	M12	46,21%	94,50%	84,21%	74,61%	141,91%	575,65%	
		M16	45,92%	94,50%	84,21%	74,92%	85,14%	71,68%	
	2	M21	48,58%	74,40%	66,47%	86,80%	131,53%	100,34%	
		M23	50,78%	75,11%	66,95%	85,86%	128,08%	107,79%	
		M27	49,59%	65,22%	56,45%	86,80%	51,08%	38,87%	
	3	M32	50,19%	78,61%	70,08%	82,95%	128,83%	123,99%	
		M34	50,19%	78,87%	70,32%	82,95%	129,77%	124,92%	
		M38	50,09%	100,00%	90,00%	82,95%	101,27%	87,90%	
	4	M43	50,78%	74,93%	66,74%	85,86%	127,48%	106,53%	
		M45	48,41%	74,77%	66,63%	86,29%	131,41%	101,03%	
		M49	49,59%	72,88%	64,56%	86,80%	72,38%	58,16%	
	5	M54	46,21%	93,80%	83,74%	74,61%	141,48%	556,36%	
		M510	46,21%	93,80%	83,74%	74,61%	82,72%	70,71%	
	4	6	M61	21,16%	88,67%	79,08%	67,05%	69,84%	69,98%
M67			41,78%	85,74%	76,32%	66,96%	136,19%	159,39%	
M611			47,52%	81,82%	72,64%	67,34%	67,11%	64,35%	
7		M76	43,84%	74,72%	66,52%	77,62%	129,49%	101,29%	
		M72	37,55%	44,00%	39,39%	77,58%	278,68%	37,82%	
		M78	45,94%	76,88%	68,40%	77,62%	129,11%	112,95%	
		M712	47,99%	37,50%	31,82%	77,78%	139,64%	24,58%	
8		M87	45,55%	77,66%	69,18%	75,62%	128,99%	117,01%	
		M83	38,12%	114,29%	90,00%	75,58%	118,65%	84,87%	
		M89	45,55%	77,90%	69,50%	75,62%	129,77%	118,50%	
		M813	48,68%			75,62%	149,11%	93,90%	
9		M98	45,94%	76,52%	68,19%	77,62%	128,17%	111,93%	
		M94	37,55%	66,67%	59,62%	77,58%	70,66%	55,15%	
		M910	43,84%	75,00%	66,81%	77,62%	130,71%	102,55%	

Continuación de la tabla XLVIII.

Kv = 59.76% m3			MOMENTOS DE EXTREMO			GIROS			
Kc = 115.87% m3			CS	CV	CM	CS	CV	CM	
Kcc = 80.75% m3									
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCION DE MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	GIRO	GIRO	GIRO	
4	9	M914	47,99%	35,29%	34,78%	77,78%	23,90%	42,20%	
	10	M109	41,84%	85,14%	75,86%	67,25%	135,69%	155,78%	
		M105	21,16%	89,06%	79,41%	67,20%	67,92%	69,73%	
		M1015	47,52%	79,17%	70,38%	67,34%	57,95%	62,42%	
3	11	M116	31,07%	86,45%	76,95%	69,63%	78,83%	65,00%	
		M1112	42,97%	86,42%	76,92%	69,63%	136,56%	169,18%	
		M1116	49,34%	86,38%	76,90%	69,72%	77,01%	65,63%	
	12	M1211	44,84%	74,93%	66,77%	79,06%	130,32%	102,44%	
		M127	40,78%	47,62%	42,86%	78,93%	31,49%	33,38%	
		M1213	46,83%	76,37%	68,12%	78,93%	128,30%	111,89%	
		M1217	49,07%	58,33%	53,13%	79,17%	58,83%	41,90%	
	13	M1312	46,46%	77,93%	69,45%	77,05%	129,94%	118,79%	
		M138	41,02%	200,00%	100,00%	77,02%	162,36%	75,31%	
		M1314	46,46%	77,97%	69,61%	77,05%	129,94%	119,64%	
		M1318	49,94%			77,14%	158,58%	142,60%	
	14	M1413	46,83%	76,30%	67,97%	78,93%	128,46%	111,41%	
		M149	40,78%	58,33%	54,84%	78,93%	69,66%	43,29%	
		M1415	44,87%	74,97%	66,84%	78,93%	130,15%	102,43%	
		M1419	49,07%	54,17%	46,88%	79,17%	56,11%	39,01%	
	15	M1514	43,01%	86,39%	77,00%	69,72%	136,61%	170,51%	
		M1510	31,03%	86,40%	76,88%	69,63%	78,32%	64,46%	
		M1520	49,34%	86,38%	77,13%	69,72%	76,68%	65,53%	
	2	16	M1611	36,90%	83,33%	74,01%	74,45%	69,15%	64,55%
			M1617	46,76%	86,29%	76,93%	74,45%	136,70%	165,17%
M1621			53,96%	88,89%	79,25%	74,45%	68,47%	70,17%	
17		M1716	49,27%	74,79%	66,70%	87,79%	129,65%	101,46%	
		M1712	39,80%	42,86%	40,74%	87,69%	15,28%	38,59%	

Continuación de la tabla XLVIII.

Kv = 59.76% m3			MOMENTOS DE EXTREMO			GIROS		
Kc = 115.87% m3			CS	CV	CM	CS	CV	CM
Kcc = 80.75% m3								
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCION DE MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	GIRO	GIRO	GIRO
2	17	M1718	51,88%	76,58%	68,17%	87,79%	128,95%	111,88%
		M1722	57,89%	55,56%	50,00%	87,69%	23,46%	46,67%
	18	M1817	51,47%	77,88%	69,48%	85,57%	129,94%	118,40%
		M1813	40,98%			85,57%	158,58%	141,44%
		M1819	51,47%	77,88%	69,40%	85,57%	129,94%	118,05%
		M1823	58,85%			85,47%	159,61%	141,44%
	19	M1918	51,88%	76,43%	68,25%	87,79%	128,95%	112,19%
		M1914	39,80%	42,86%	39,29%	87,69%	27,48%	36,81%
		M1920	49,27%	74,79%	66,70%	87,79%	129,65%	101,67%
		M1924	57,89%	59,26%	52,78%	87,69%	32,17%	49,53%
	20	M2019	46,76%	86,29%	76,79%	74,45%	136,70%	164,61%
		M2015	36,90%	83,27%	74,23%	74,45%	68,52%	64,74%
M2025		53,90%	89,25%	79,51%	74,45%	69,14%	70,17%	
1	21	M2116	113,16%	95,69%	85,19%	93,15%	86,82%	71,86%
		M2122	57,72%	88,55%	78,81%	93,15%	137,96%	216,87%
		M21E	77,63%	70,54%	62,79%	93,12%	88,28%	77,89%
	22	M2221	60,49%	75,03%	66,91%	108,21%	131,34%	102,96%
		M2217	43,48%	67,57%	61,22%	108,21%	63,80%	50,21%
		M2223	63,37%	75,99%	67,73%	108,21%	128,59%	110,42%
		M22E	73,74%	56,25%	45,45%	108,21%	71,70%	56,32%
	23	M2322	62,42%	78,19%	69,67%	102,72%	130,10%	120,38%
		M2318	42,45%			103,40%	159,61%	120,60%
		M2324	62,42%	78,23%	69,79%	102,72%	129,94%	121,00%
		M23E	74,63%			102,72%	198,17%	173,42%
	24	M2423	63,37%	75,99%	67,62%	108,21%	128,59%	109,90%
		M2419	43,48%	70,27%	63,27%	108,21%	66,46%	52,03%
		M2425	60,49%	75,03%	66,91%	108,21%	131,34%	102,96%

Continuación de la tabla XLVIII.

Kv = 59.76% m3			MOMENTOS DE EXTREMO			GIROS		
Kc = 115.87% m3			CS	CV	CM	CS	CV	CM
Kcc = 80.75% m3								
# NIVEL	# NUDO i	DIRECCION DE MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	MOMENTO	GIRO	GIRO	GIRO
1	24	M24E	73,74%	56,25%	45,45%	108,21%	72,50%	56,44%
	25	M2524	57,72%	88,33%	78,81%	93,15%	137,80%	216,87%
		M2520	113,16%	95,69%	85,19%	93,15%	86,82%	71,86%
		M25E	77,61%	70,54%	62,79%	93,58%	87,50%	77,89%
	E1	ME121	77,10%	69,23%	62,79%	371,04%	208,62%	77,63%
	E2	ME222	75,46%	50,00%	45,45%		2701,22%	56,01%
	E3	ME323	75,85%			223,83%	198,17%	173,42%
	E4	ME424	75,46%	50,00%	45,45%		2404,88%	56,51%
E5	ME525	77,10%	69,23%	62,79%	247,36%	240,41%	77,63%	

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLIX. **Comparación porcentual de derivas de piso**

DERIVA 1ER ORDEN			
Nivel	M" resultante (ton-m)	Δ (cm)	Δ en proporción a h piso
5	68,45%	42,11%	57.14%
4	68,11%	41,18%	58.33%
3	72,16%	43,75%	64.71%
2	84,40%	49,21%	73.91%
1	76,80%	94,17%	94.87%
DERIVA COMPLETA DE PISO A CÚSPIDE		72,43%	77,55%

Fuente: elaboración propia.

CONCLUSIONES

1. La rigidez y ductilidad de un elemento se encuentran ligadas entre sí gracias a un tercer factor denominado resistencia, el cual determina en gran medida la magnitud de absorción y disipación de energía en el elemento.
2. Un análisis estructural adecuado incluye el análisis de las zonas discontinuas, sean estas por geometría o por carga, con el fin de proporcionar la cantidad y disposición adecuada de refuerzo necesario para propiciar la continuidad estructural entre la interacción de los elementos.
3. Los nudos se clasifican de acuerdo al tipo de cargas a las que se someterá la estructura y a la cantidad de elementos que conecta.
4. La característica fundamental que existe entre la diversidad de modos de falla de un nudo, es la magnificación del daño causado a los elementos adyacentes debido al sobreesfuerzo redistribuido sobre ellos.
5. La geometría del nudo octaedro depende de la rigidez a flexión de los elementos conectados al nudo, afectando únicamente la inclinación de las diagonales mas no así la forma de octágono proyectada sobre un plano vertical, haciendo al nudo, un nudo autoconfinante.
6. La introducción de nudos octaedros en la estructura analizada permitió una reducción del 12,55 por ciento de peso de la estructura, implicando

una disminución de 10,65 por ciento de fuerza inducida por nivel. En cuanto a los momentos desarrollados por la estructura estos se reducen en 50,15 por ciento para carga sísmica, 25,60 por ciento para carga viva y 34,18 por ciento para carga muerta. En el caso de los giros, con excepción de los giros por carga viva, los giros correspondientes a carga sísmica y carga muerta muestran una reducción promedio de 12,62 por ciento. Para las derivas en proporción a la altura del piso, la reducción es del 31,46 por ciento. Todos los porcentajes en base a la estructura con nudos rectangulares y con medias geométricas.

7. Teóricamente, el nudo octaedro posee la ventaja de redistribuir los esfuerzos internos en un rango de amplitud mayor a la que posee el nudo rectangular, en la etapa de carga hasta la primera fluencia. Esto le permite admitir mayores esfuerzos sin repercutir considerablemente en la integridad y capacidad del nudo, permitiendo que este aporte su mayor capacidad en el rango de cargas que van desde la primera fluencia hasta la carga última con una menor redistribución, lo cual favorece a la integridad del nudo.

8. Experimentalmente, el nudo octaedro integró a los elementos conectados a él de una manera más eficaz que el nudo rectangular e incluso la aparición de articulaciones, que era más crítica en el modelo de nudo octaedro, fue más retardada permitiendo que el sistema trabajara de manera conjunta para un rango de cargas mayor que el modelo de nudo rectangular. En otras palabras, el nudo octaedro conserva su integridad e induce en los elementos conectados a él, el comportamiento esperado, sirviéndose al máximo de las propiedades de los materiales en los elementos conectados al nudo.

RECOMENDACIONES

1. Aún y cuando la inclinación de las diagonales del nudo octaedro depende de la relación de rigideces a flexión de los elementos conectados a él, se recomienda que este ángulo de inclinación no supere un valor dentro del rango de 30 a 60 grados.
2. Para futuros estudios, se podría evaluar la cantidad a la cual puede reducirse el refuerzo transversal en el núcleo del nudo para distribuirlo hacia las diagonales del octaedro.
3. En el caso de la determinación de modelos a escala, deben considerarse cuidadosamente no solo las proporciones geométricas y de refuerzo del modelo, también debe prestarse atención a la distribución del refuerzo dentro de las secciones, para conservar la coherencia de pares internos.
4. Un estudio adicional podría incluir asimetrías geométricas y de carga en la estructura con el fin de evaluar el desempeño del nudo octaedro.
5. Considerando la nobleza del sistema concreto armado, otra propuesta de estudio para un futuro, consiste en exponer el nudo octaedro a reversiones cíclicas de carga, con el fin de estimar su desempeño bajo un estado de cargas dinámicas.

BIBLIOGRAFÍA

1. Altos hornos de México, AHMSA. *Manual de diseño para la construcción con acero* [en línea]. México: 2013. <http://www.ahmsa.com/Acero/Complem/Manual_Construccion_2013/MANUAL_AHMSA_2013.pdf>. [Consulta: 12 de julio de 2014].
2. American Concrete Institute. *Bond and development of straight reinforcing bars in tensión. ACI 408R-03* [en línea]. <http://civilwares.free.fr/ACI/MCP04/408r_03.PDF>. [Consulta: 11 de julio de 2014]
3. _____ *Recomendaciones para el diseño de conexiones viga-columna en estructuras monolíticas de concreto reforzado. ACI 352RS-02. U.S.A.: 2002. p. 3-27.*
4. _____ *Requisitos de reglamento para concreto estructural. ACI 318-08, ACI 318-05. U.S.A.: ACI, 2008. p. 85-100, 111-149, 321-341.*

5. ARCHUNDIA, Hans; TENA, Arturo, GONZÁLEZ, Óscar. *Mecanismos de resistecia y deformación a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado* [en línea]. Revista internacional de Ingeniería de Estructuras. Vol. 11.1.1-24 (2006). <https://www.google.com.gt/?gws_rd=cr&ei=Oc_BU73iJI6kyATftIHYA#q=mecanismos%20de%20resistencia%20y%20deformaci%C3%B3n%20a%20cortante%20de%20trabes%20acarteladas%20de%20concreto%20reforzado>. [Consulta: 12 de Julio de 2014]
6. _____ *Estudio experimental del cortante estático en trabes acarteladas de concreto reforzado* [en línea]. Universidad Autónoma Metropolitana, 2005. ISBN 970-31-0491-6. <http://www.researchgate.net/publication/259487569_Estudio_experimental_del_cortante_esttico_en_trabes_acarteladas_de_concreto_reforzado>. [Consulta: 12 de Julio de 2014].
7. BAZÁN, Enrique; MELI, Roberto. *Diseño sísmico de edificios*. México: Limusa, 2009.15-174 p. ISBN: 13:978-968-18-5349-5.
8. GALLEGO SILVA, Mauricio Sarria Molina, Alberto. *El concreto y los terremotos*. Instituto del concreto. 1-44, 82-98, 133- 173 p.
9. GARZÓN, Fredy, DE ALMEIDA, Fernando, KHALIL, Mounir, (et. al). *Adherencia entre barras de acero y concretos autocomparcantes y convencionales sometidos a cargamientos cíclicos y monotónicos* [en línea]. <www.seer.ufu.br/index.php/cieng/article/download/1173/5624>. [Consulta: 11 de julio de 2014].

10. GERE, James, M, TIMOSHENKO, Stephen, P. *Mecánica de Materiales*. García González, José (traducción); Domínguez, Carlos Magdaleno (revisión técnica) 2da ed. Editorial Iberoamérica 1986. ISBN 968-7270-16-0
11. GOYTIA, Ivan, VILLANUEVA, Rolando. *Modernización de la enseñanza aprendizaje en la asignatura de ingeniería antisísmica* [en línea] 2001. <<http://es.scribd.com/doc/77402964/Algunos-Principios-de-Ingenieria-Sismica>>.
12. HIBBELER, Russell. *Análisis estructural*. DE LA CERA, José (traducción); RAMÍREZ, Mario (revisión); 3a. ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, 25-34 p. ISBN: 0-13-493370-2.
13. MELI, Roberto. *Diseño estructural*. México: Limusa, 1985. 317-333, 377-381, 395-415 p. ISBN: 968-18-1671-4.
14. *Modelo de bielas-Ejemplos de aplicación del reglamento CIRSOC 201-2005-207* [en línea]. <http://www.inti.gob.ar/cirsoc/pdf/ejemplos/bielas_ejemplos201.pdf>. [Consulta: 11 de julio de 2014].
15. MORALES BEYER, Einar Mauricio. *Diseño de discontinuidades en vigas de hormigón estructural con modelos puntal-tensor* [en línea] Director: Adolfo Castro Bustamante. Universidad Austral de Chile, Escuela de Ingeniería Civil en Obras Civiles. <<http://cybertesis.uach.cl/tesis/uach/2007/bmfcim828d/doc/bmfcim828d.pdf>>. [Consulta: 12 de julio de 2014]

16. NAVA, Alejandro. *Los terremotos*. Fondo de cultura económica. México 1998, pp. 5-47.
17. NELSON, James, MCCORMAC, Jack. *Análisis de estructuras*. DE LA CERA, José (trad.); ARRIOJA, Raúl (revisión técnica); Xante Studio (diagramación). 3a. ed. México: Alfaomega, 2006. 61, 237-239, 387-392 p. ISBN: 970-15-1118-2.
18. NILSON, H. Artur. *Diseño de estructuras de concreto*. Yamín, Luis Eduardo (traducción); Quiroga, Pedro Nel (revisión); 12a. ed. Colombia: McGraw-Hill, 1999; 329 p. ISBN: 958-600-953-X.
19. *Norma Chilena NCh 204-2006* [en línea] [ref. de 12 de julio de 2014]. Disponible en Web: <http://www.capacero.cl/NCh204_Of2006.pdf>.
20. *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto* [en línea]. México 2004. <<http://materiales.azc.uam.mx/tperea/114331/NTC-CONCRETO.pdf>>. [Consulta: 13 de julio de 2014].
21. PARK R.; Paulay T. *Estructuras de concreto reforzado*. Fernandez Everest, Sergio (versión española); De la Cera, Jose (revisión). México: Limusa, 1988 13-46, 51-55, 178-354, 405-438, 515-630, 689-723, 742-779 p. ISBN: 968-18-0100-8.

22. PELLECCER ZEHNTNER, Sergio Wolfgang. *Diseño de nudos en marcos de concreto armado*. Trabajo de graduación de Ing. Civil, Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería. Guatemala, 1992. p. 5-32.
23. RUÍZ, Rodrigo; LOREFICE, Ricardo; ETSE, Guillermo, (et. al). *Análisis mesomecánico del fenómeno de adherencia en estructuras de hormigón armado* [en línea]. <<http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/viewFile/4156/4082>>. [Consulta: 12 de julio de 2014].
24. TEIXEIRA, Johanna. *Diseño de nodos viga-columna en pórticos de concreto estructural* [en línea]. Universidad Católica Andrés Bello. <<http://es.scribd.com/doc/37756268/Diseno-de-Nodos-en-concreto-Armado>>. [Consulta: 13 de julio de 2014].

APÉNDICES

Apéndice 1. **Armado nudo rectangular**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 2. **Armado nudo octaedro**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Puede apreciarse la falta de refuerzo vertical en las diagonales del nudo.

Apéndice 3. **Formaleteado nudo octaedro**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 4. **Formaleteado nudo rectangular**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 5. **Montaje de nudo rectangular para ensayo**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 6. **Montaje de nudo octaedro para ensayo**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 7. **Falla por cortante en nudo rectangular, Lado A**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 8. **Falla por cortante en nudo rectangular. Lado B**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 9. **Falla en vértice de nudo.**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 10. **Ingreso de falla por articulación al nudo**



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 11. **Fallas en el modelo de nudo octaedro**

Nudo octaedro luego de ensayo, con las fallas en vigas y columnas marcadas.



Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice 12. **Fallas en los elementos conectados al nudo octaedro.**



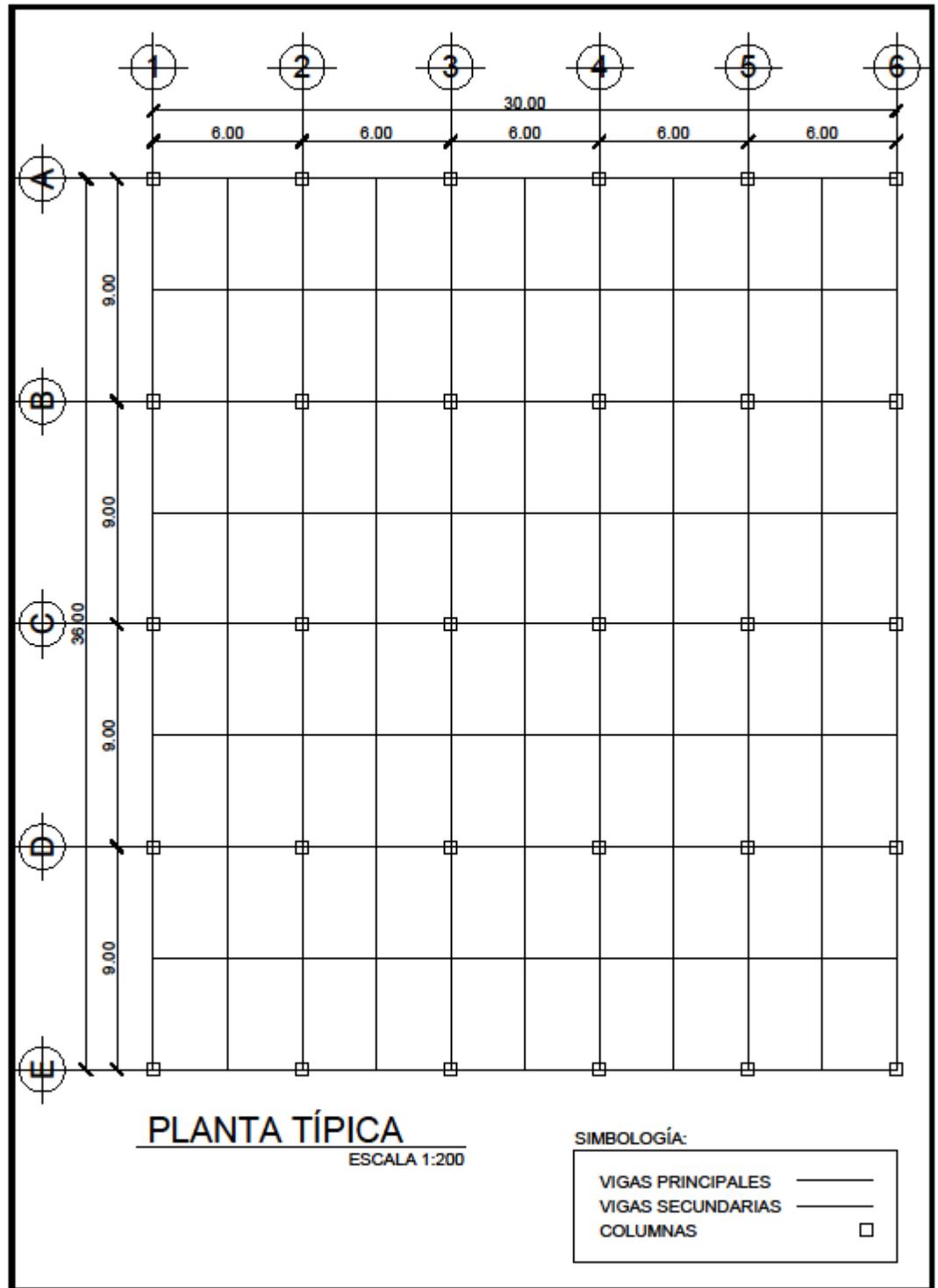
Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

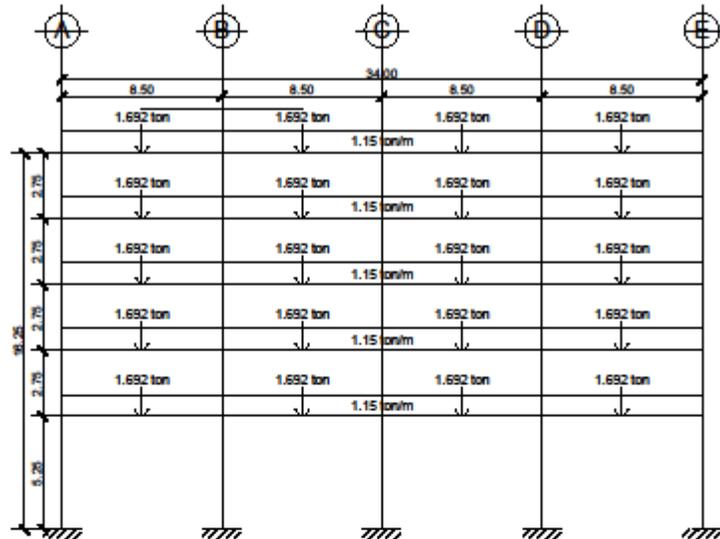
Apéndice 13. **Falla en nudo por omisión de refuerzo a cortante en diagonales**



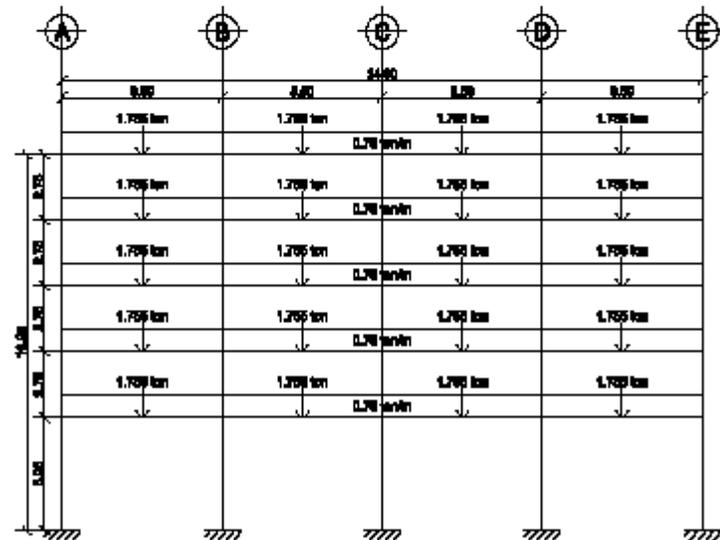
Fuente: Sección de Prefabricados. CII/USAC.

Apéndice: Hojas de detalle nudo rectangular

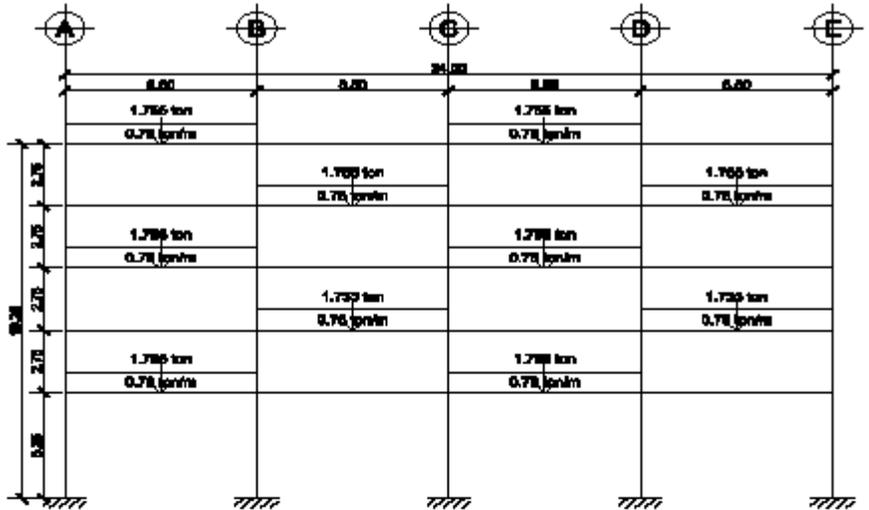




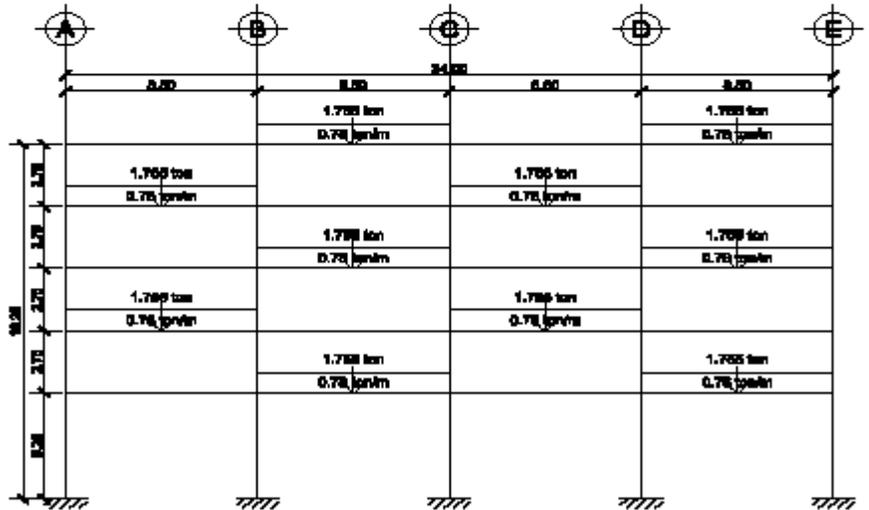
DISTRIBUCIÓN DE CARGA MUERTA EJE 4



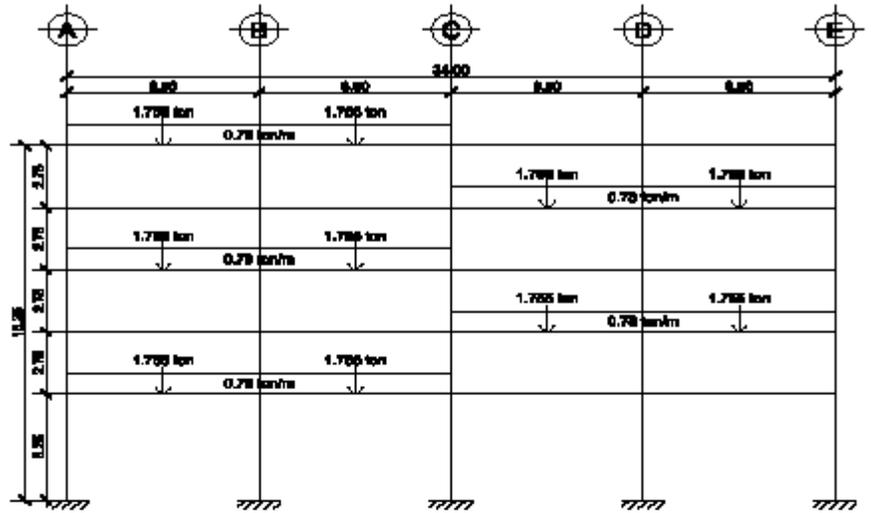
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4



DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4
DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 1

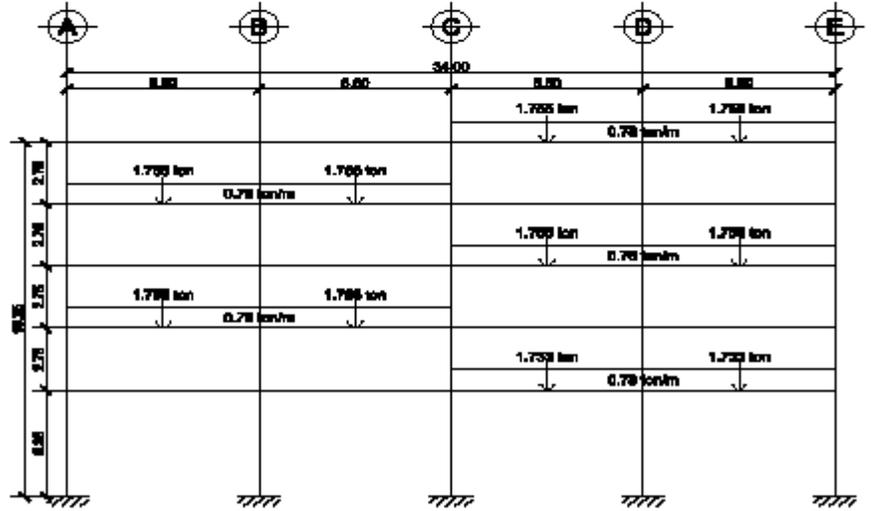


DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4
DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 2



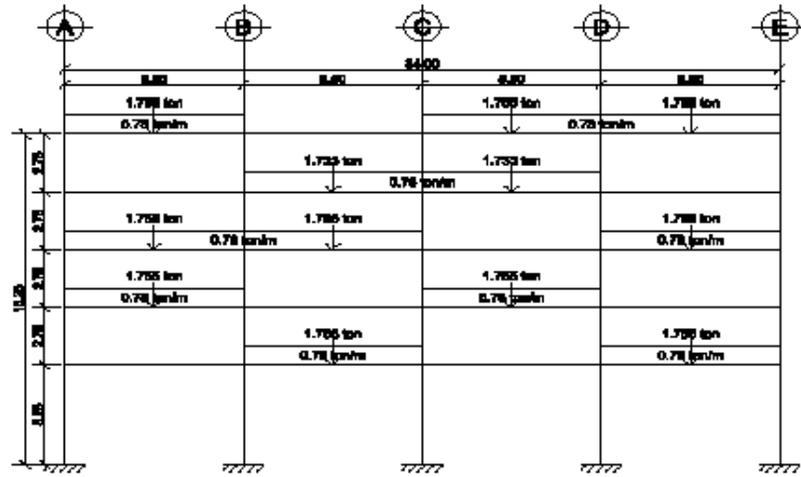
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 3



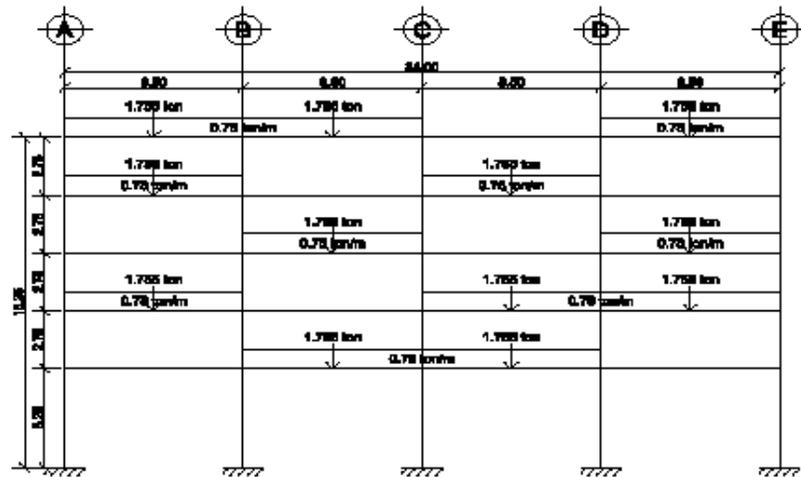
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 4



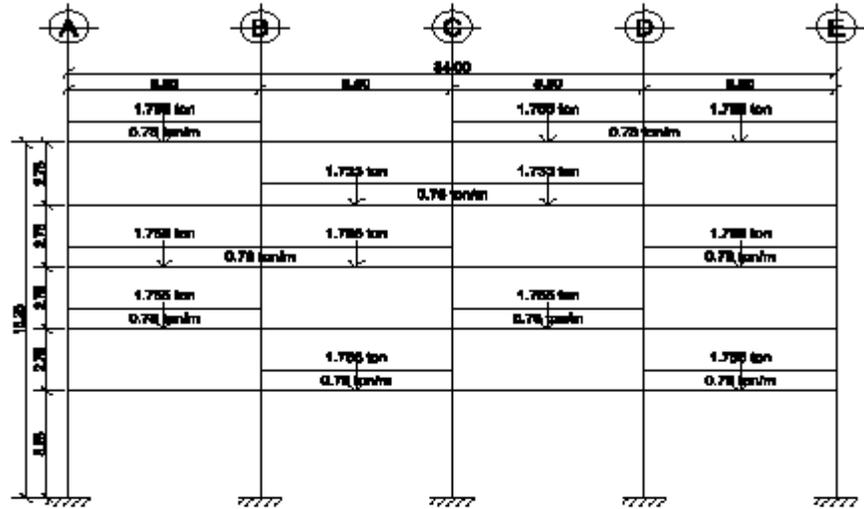
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 8



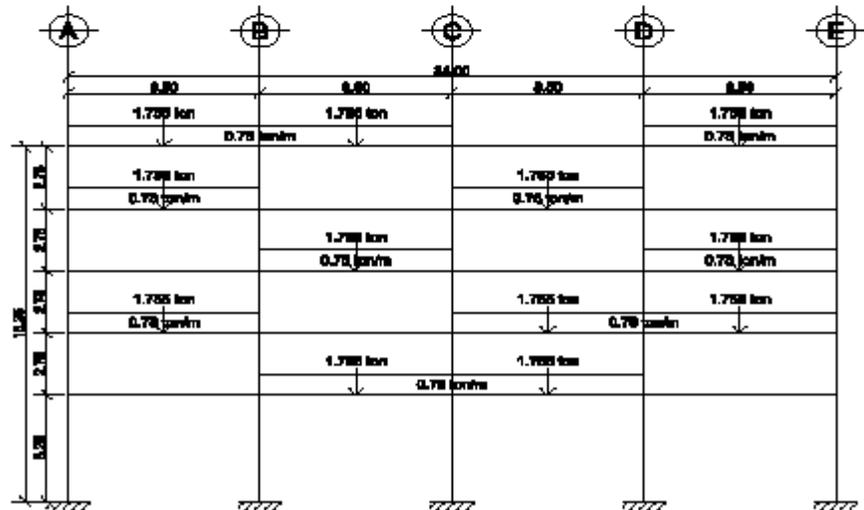
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 8



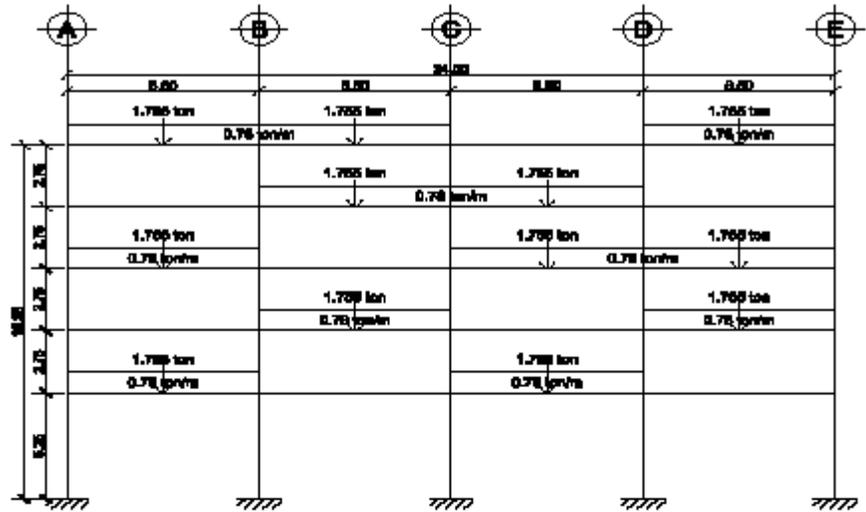
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 8

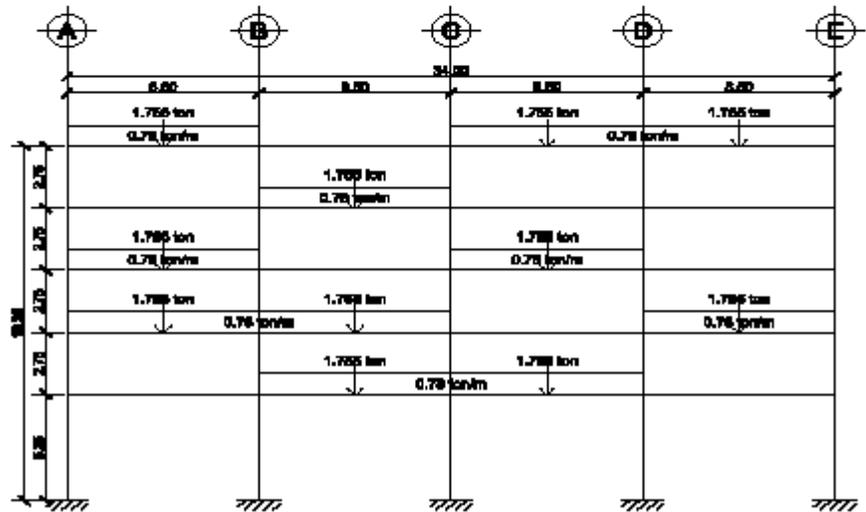


DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

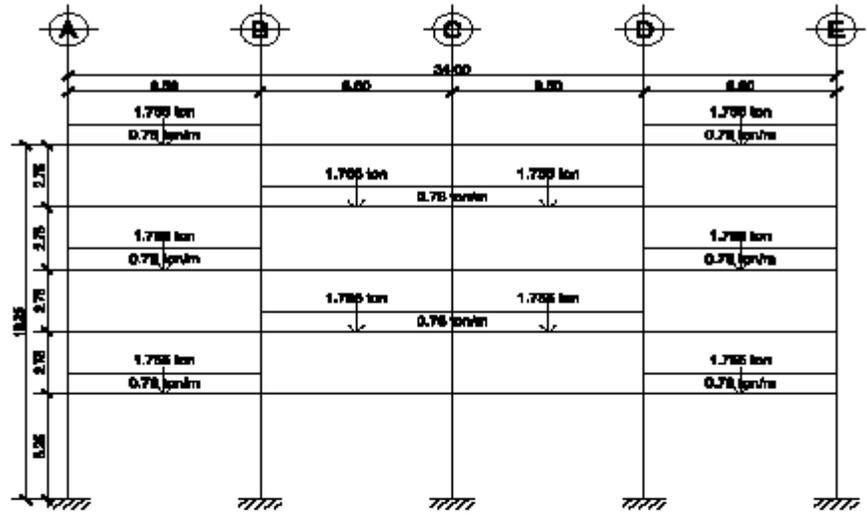
DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 8



DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4
DISTRIBUCIÓN DE TABLERO #7

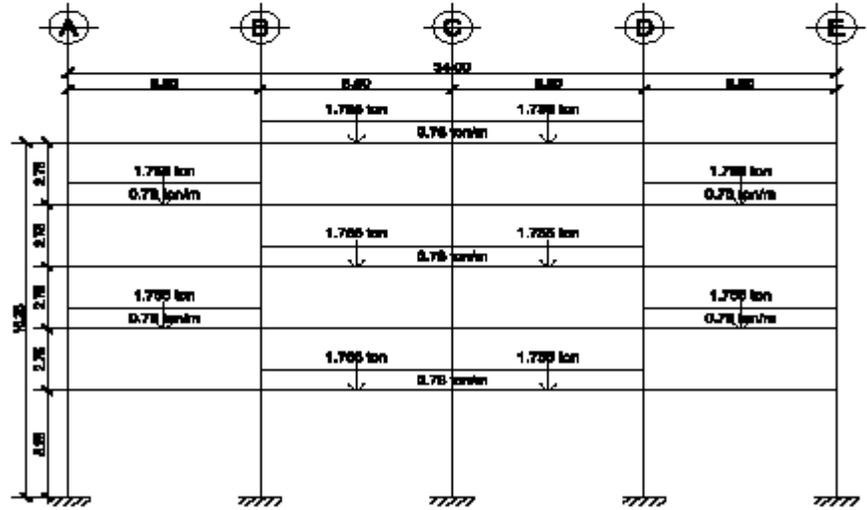


DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4
DISTRIBUCIÓN DE TABLERO #6



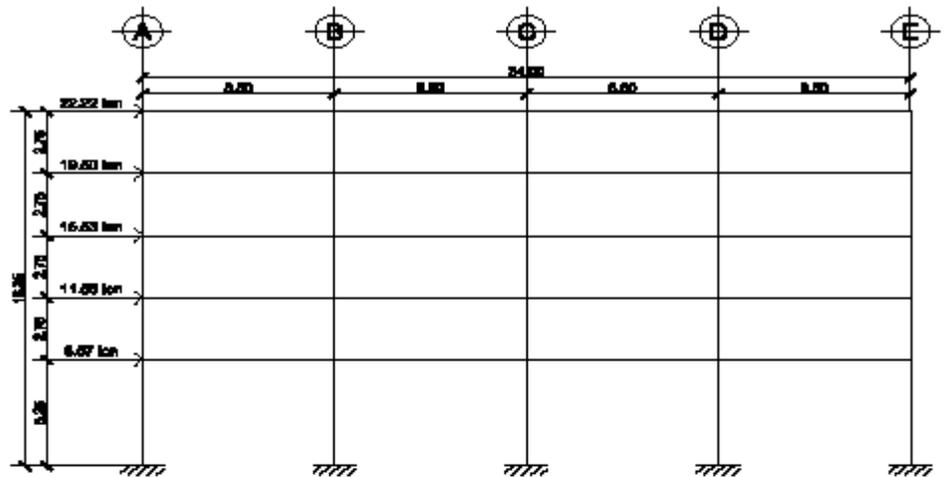
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 11

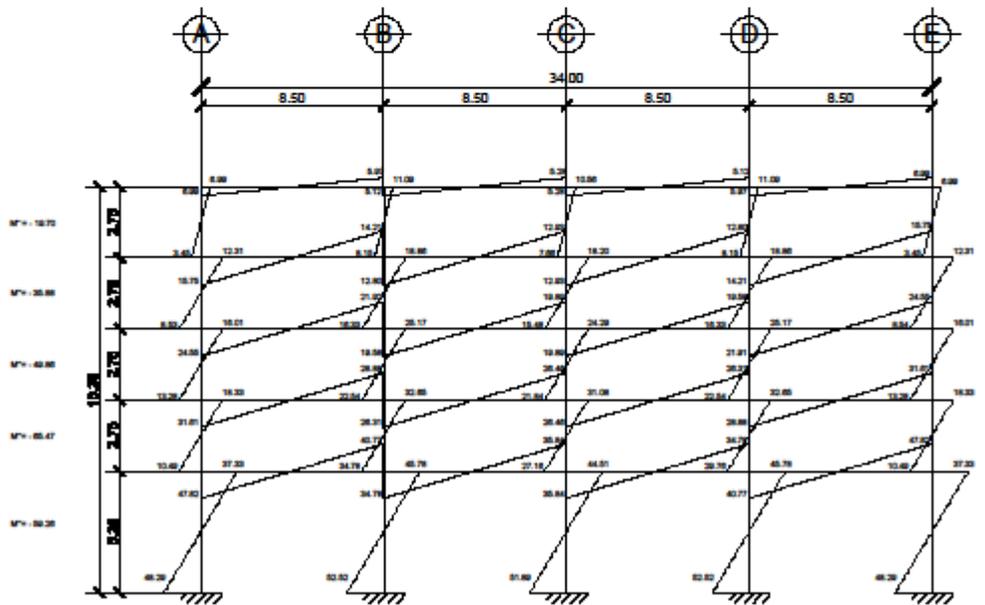


DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

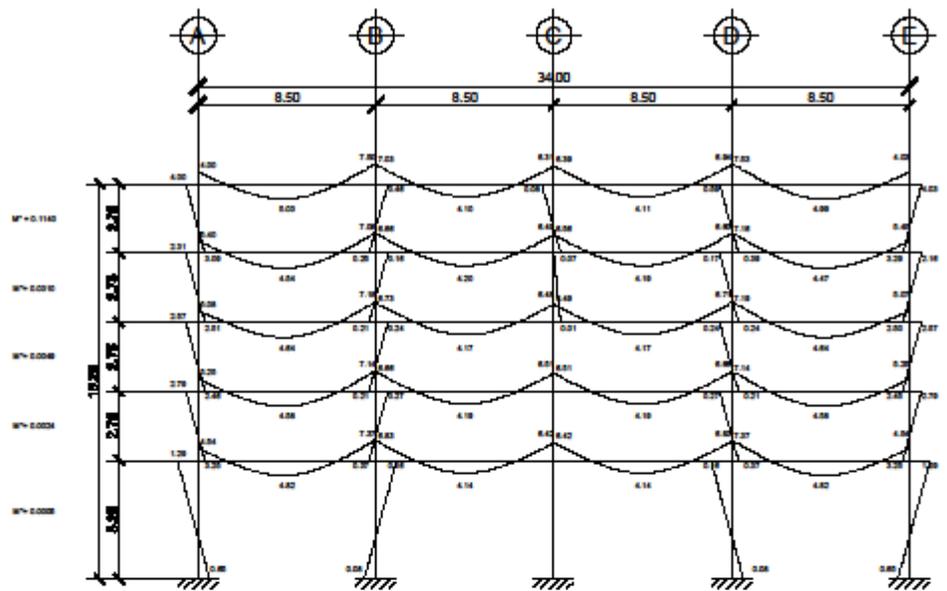
DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 12



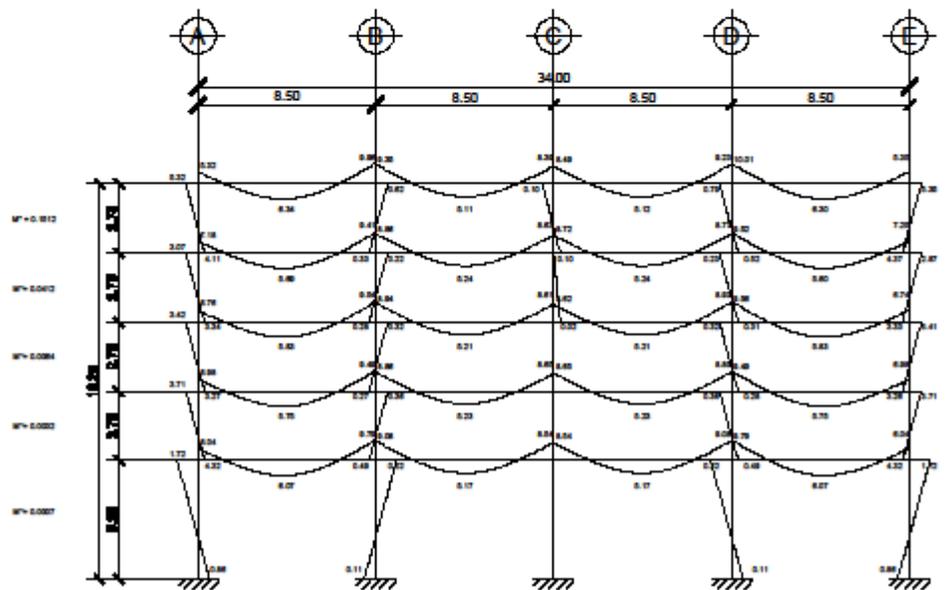
DISTRIBUCIÓN DE CARGA LATERAL EJE 4



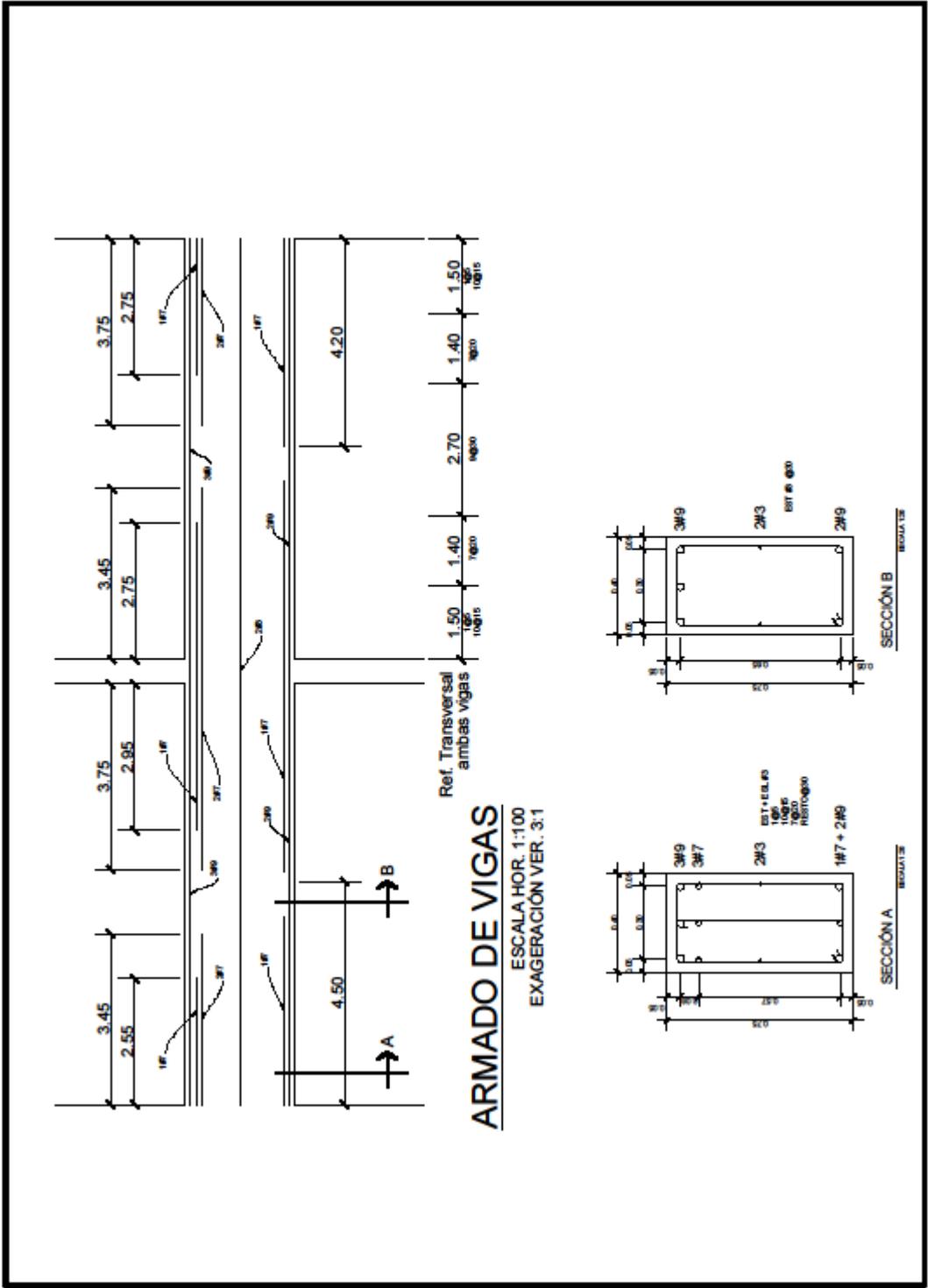
MOMENTOS POR CARGA LATERAL POSITIVA
SIN ESCALA

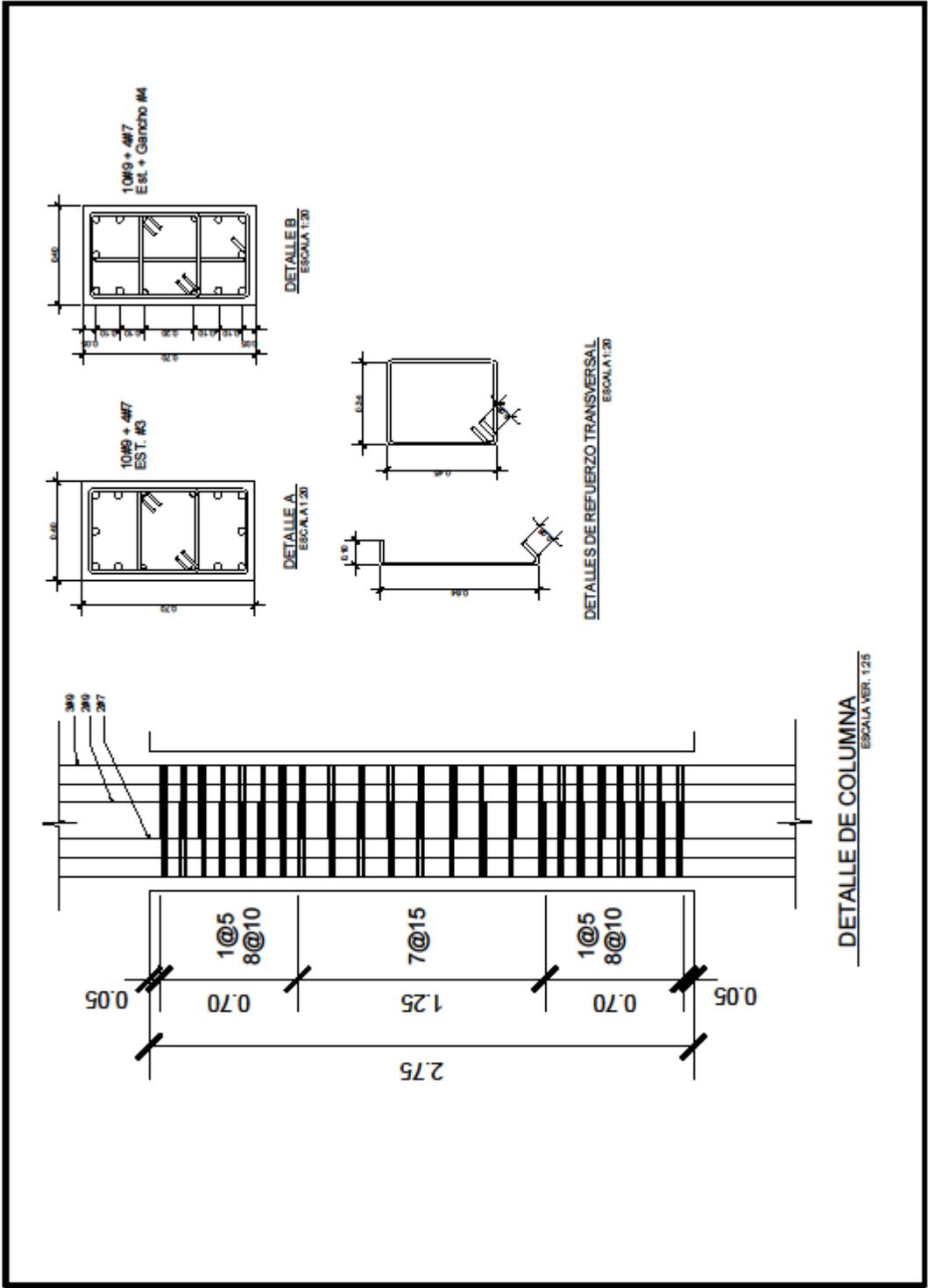


MOMENTOS POR CARGA VIVA
SIN ESCALA

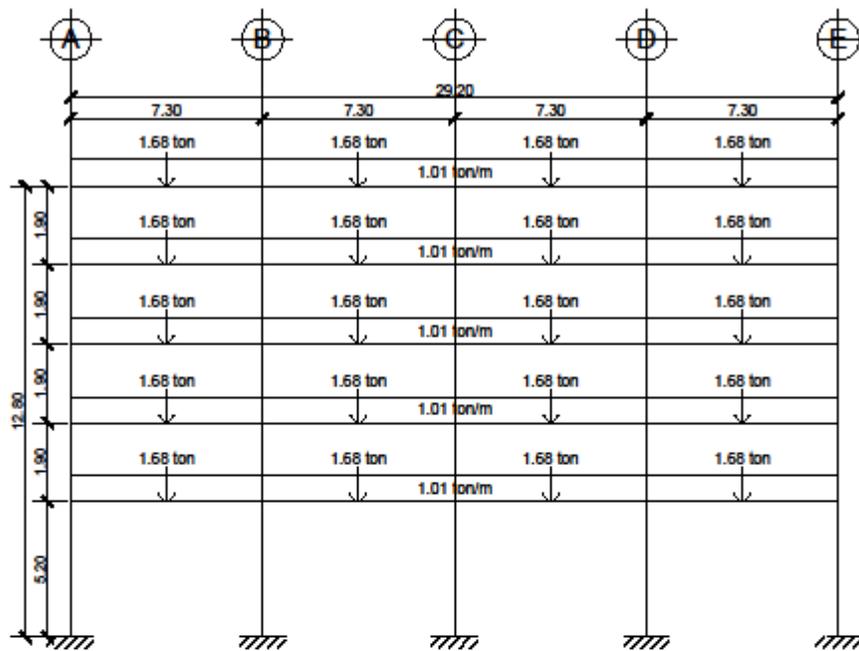


MOMENTOS POR CARGA MUERTA
SIN ESCALA

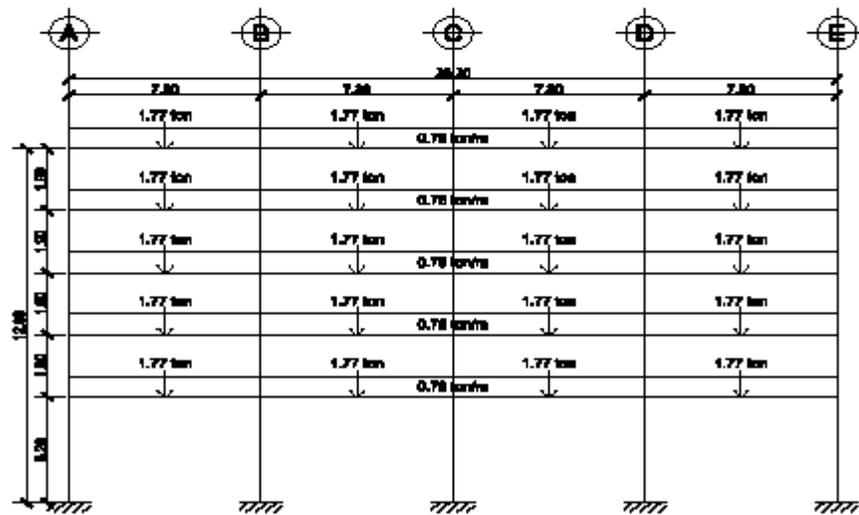




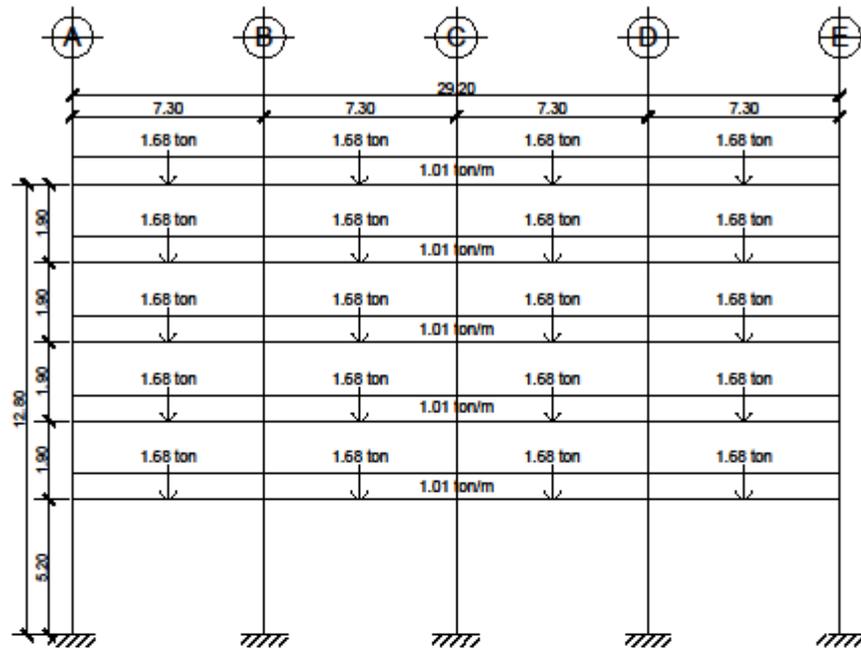
Apéndice: Hojas de detalle nudo octaedro



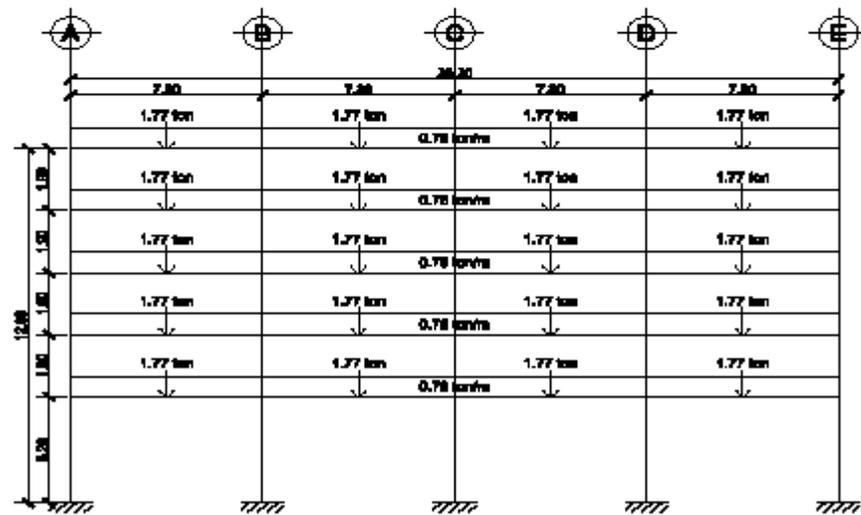
DISTRIBUCIÓN DE CARGA MUERTA EJE 4



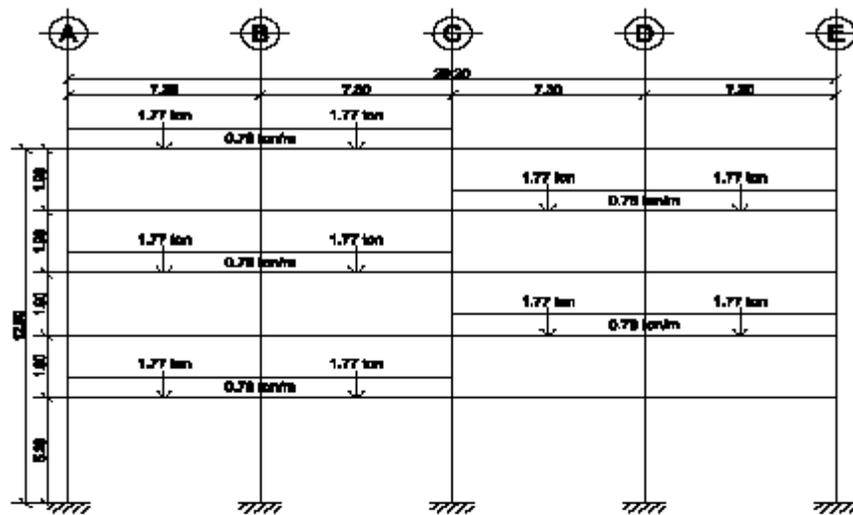
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4



DISTRIBUCIÓN DE CARGA MUERTA EJE 4

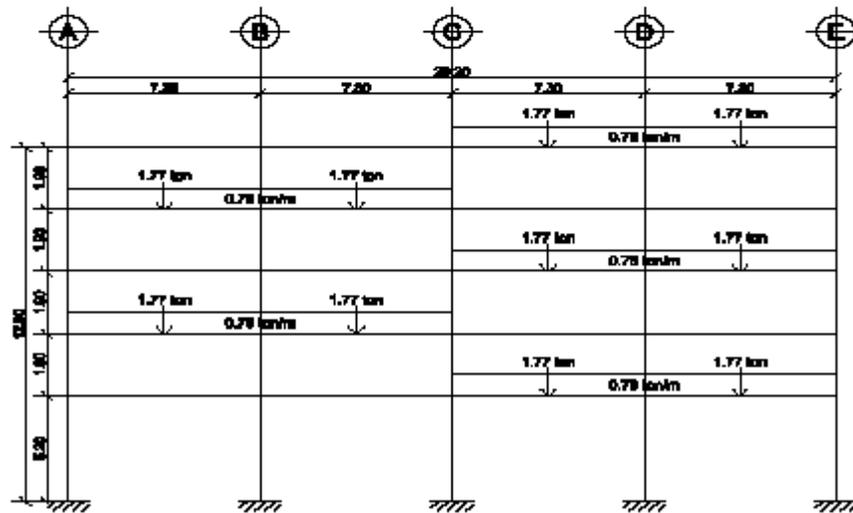


DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4



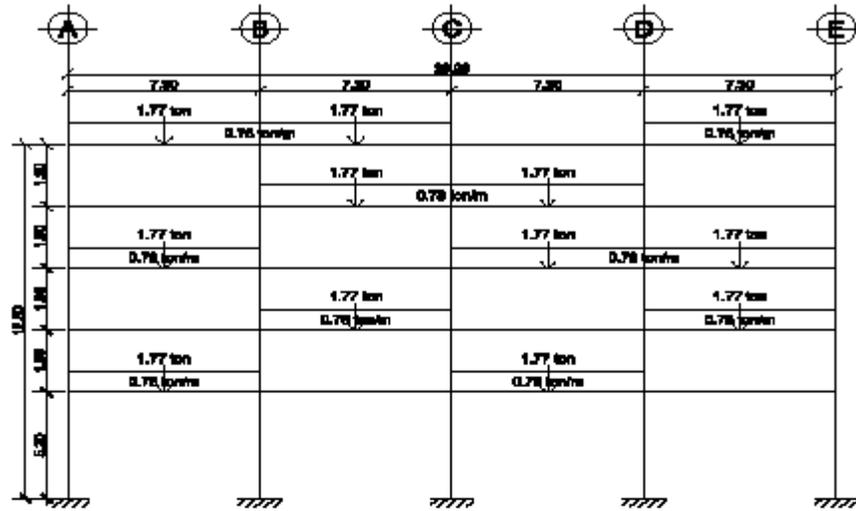
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO 3



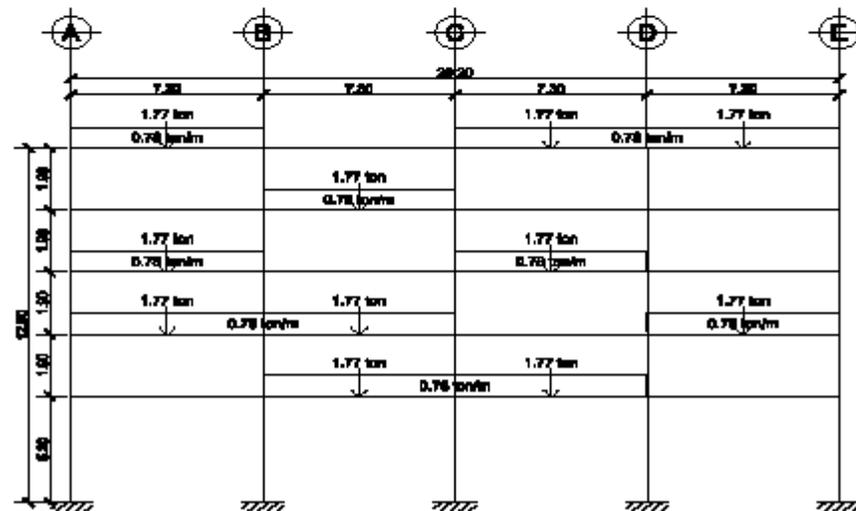
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO 4



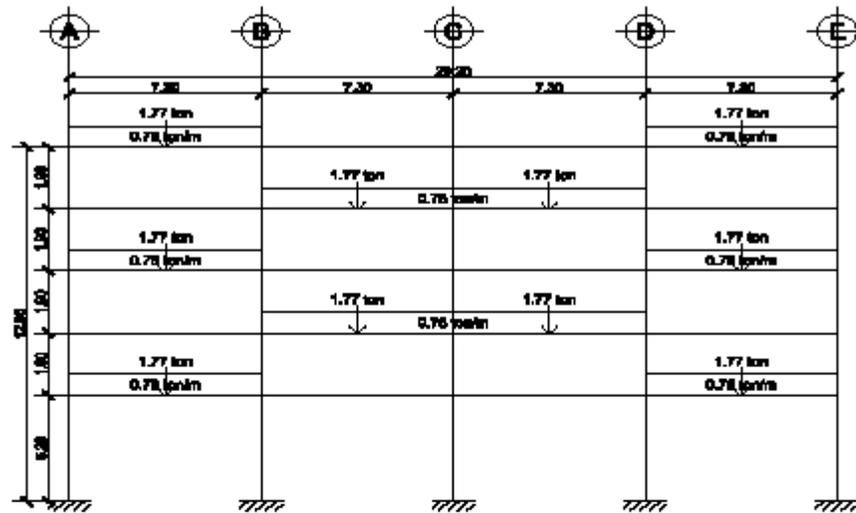
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO #7



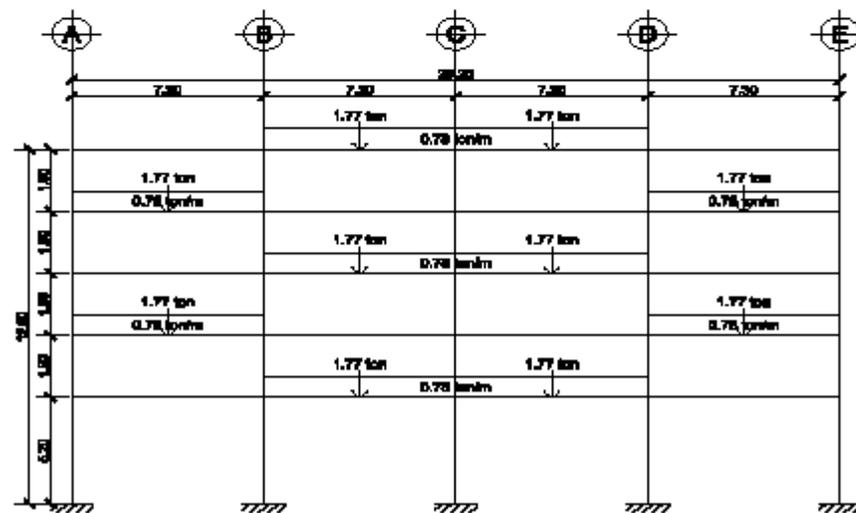
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO #8



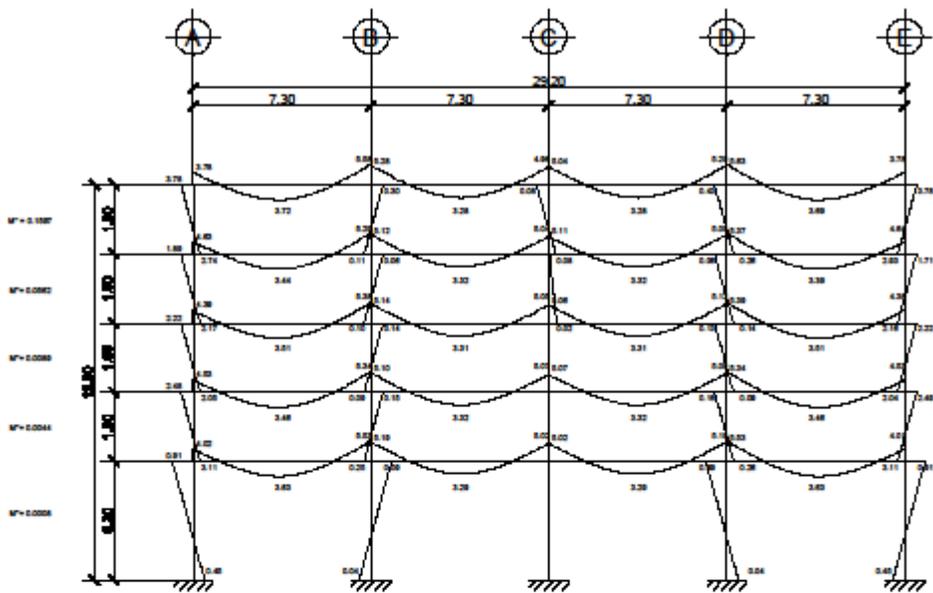
DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 11

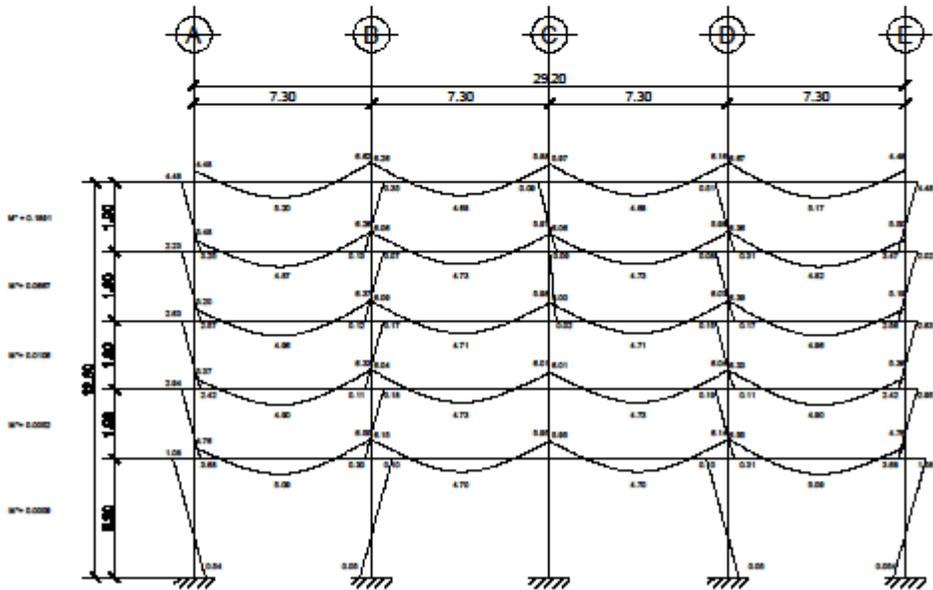


DISTRIBUCIÓN DE CARGA VIVA EJE 4

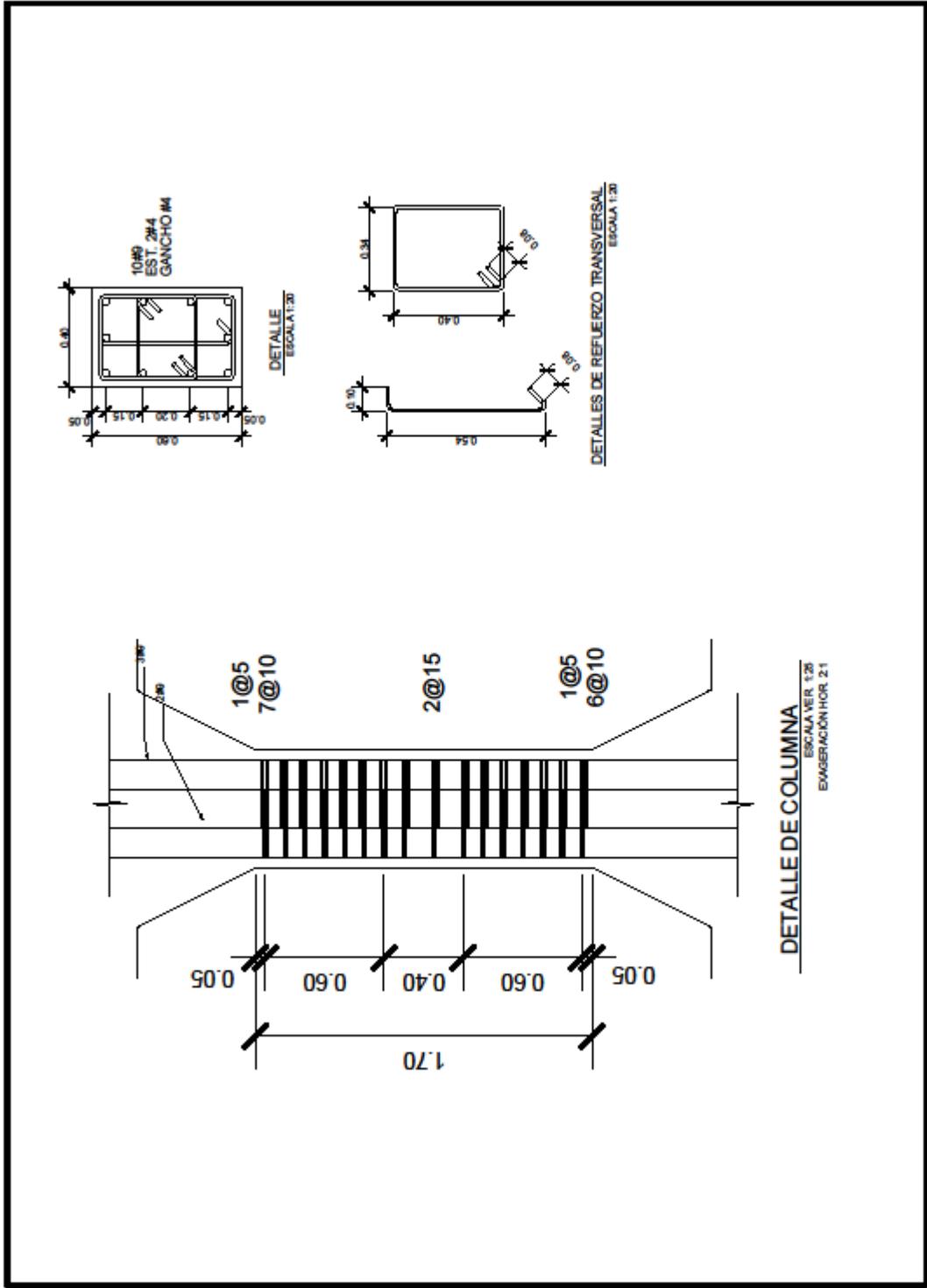
DISTRIBUCIÓN DE TABLERO # 12

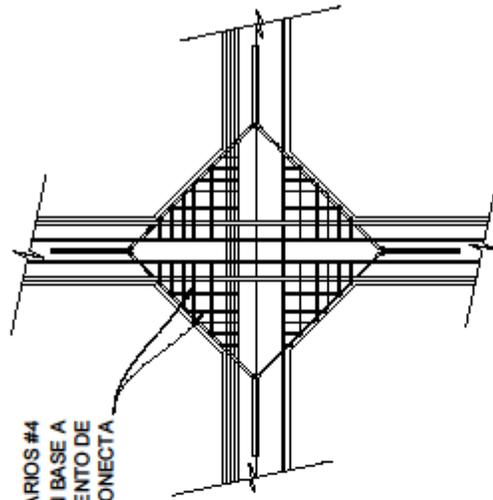


MOMENTOS POR CARGA VIVA
SIN ESCALA

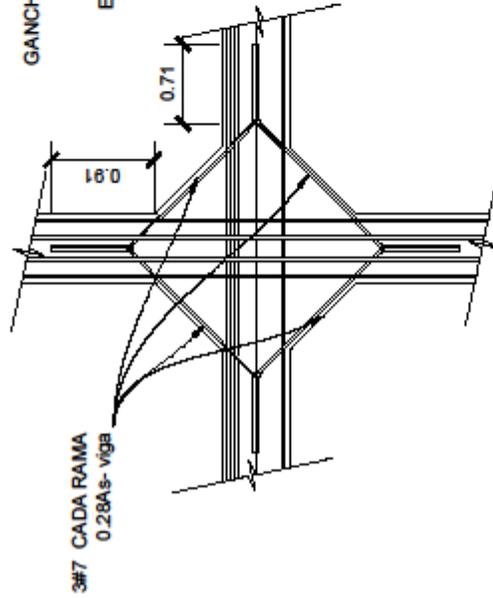


MOMENTOS POR CARGA MUERTA
SIN ESCALA





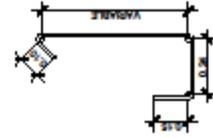
GANCHOS SUPLEMENTARIOS #4
SEPARACIÓN EN BASE A
CONFINAMIENTO DE
ELEMENTO QUE CONECTA



3#7 CADA RAMA
0.28As- viga

DETALLES DE REFUERZO
NUDO OCTOGONAL

REGULA 18



DETALLES DE REFUERZO TRANSVERSAL
EN RAJAS

