



Universidad de San Carlos de Guatemala  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Civil

**ANÁLISIS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE  
ACERO SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN BIAxIAL**

**Hansel Francisco García Rodríguez**

Asesorado por el Msc. Ing. Mario Vinicio López Quijada

Guatemala, junio de 2015

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE  
ACERO SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN BIAxIAL**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

**HANSEL FRANCISCO GARCÍA RODRÍGUEZ**

ASESORADO POR EL MSC. ING. MARIO VINICIO LÓPEZ QUIJADA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

**INGENIERO CIVIL**

GUATEMALA, JUNIO DE 2015

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA



**NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA**

DECANO	Ing. Angel Roberto Sic García
VOCAL I	
VOCAL II	Ing. Pablo Christian de León Rodríguez
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Narda Lucía Pacay Barrientos
VOCAL V	Br. Walter Rafael Véliz Muñoz
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

**TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO**

DECANO	Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. José Gabriel Ordóñez Morales
EXAMINADOR	Ing. Marco Antonio García Díaz
EXAMINADORA	Inga. Dilma Yanet Mejicanos Jol
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

## **HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR**

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

### **ANÁLISIS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE ACERO SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN BIAxIAL**

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, con fecha 25 de abril de 2012.

**Hansel Francisco García Rodríguez**

Guatemala, 18 de marzo de 2015

Ingeniero  
Hugo Leonel Montenegro Franco  
Director Escuela Ingeniería Civil  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de San Carlos

Estimado Ingeniero Montenegro.

Por este medio hago de su conocimiento que he revisado el trabajo de graduación titulado: **“ANÁLISIS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE ACERO SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN BIAIXIAL”** desarrollado por el estudiante universitario Hansel Francisco García Rodríguez, con la asesoría del suscrito.

El trabajo en mención satisface los requisitos que exige la facultad, por lo cual recomiendo que se continúe con los trámites para la aprobación de la misma.

Sin otro particular, me suscribo de usted.

Atentamente,



Mario Vinicio López Quijada  
Ingeniero Civil  
Col. 2595

---

M. Sc. Ing. Mario Vinicio López Quijada

Ing. Civil Col. No. 2595

Asesor



**USAC**  
TRICENTENARIA  
Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

Universidad de San Carlos de Guatemala  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Escuela de Ingeniería Civil



Guatemala,  
20 de abril de 2015

Ingeniero  
Hugo Leonel Montenegro Franco  
Director Escuela Ingeniería Civil  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de San Carlos

Estimado Ingeniero Montenegro.

Le informo que he revisado el trabajo de graduación ANÁLISIS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE ACERO SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN BIAXIAL, desarrollado por el estudiante de Ingeniería Civil Hansel Francisco García Rodríguez, con Carnet No. 200715179, quien contó con la asesoría del Ing. Mario Vinicio López Quijada.

Considero este trabajo bien desarrollado y representa un aporte para la comunidad del área y habiendo cumplido con los objetivos del referido trabajo doy mi aprobación al mismo solicitando darle el trámite respectivo.

Atentamente,

ID Y ENSEÑADA A TODOS

  
Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera  
Jefe del Departamento de Estructuras



FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO  
DE  
ESTRUCTURAS  
USAC

/bbdeb.

Mas de 134 años de Trabajo Académico y Mejora Continua





**USAC**  
TRICENTENARIA  
Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

Universidad de San Carlos de Guatemala  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Escuela de Ingeniería Civil



El director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor M.Sc. Ing. Mario Vinicio López Quijada y del Jefe del Departamento de Estructuras, Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera, al trabajo de graduación del estudiante Hansel Francisco García Rodríguez, titulado ANÁLISIS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE ACERO SOMETIDOS A FLEXO-COMPRESIÓN BIAxIAL, da por este medio su aprobación a dicho trabajo.

  
Ing. Hugo Leonel Montenegro Franco



Guatemala, junio 2015

/bbdeb.

Mas de 134 años de Trabajo Académico y Mejora Continua





El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, al trabajo de graduación titulado: **ANÁLISIS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE ACERO SOMETIDOS A FLEJO-COMPRESIÓN BIAJIAL** presentado por el estudiante universitario: **Hansel Francisco García Rodríguez**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, se autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Angel Roberto Sic García  
Decano



Guatemala, junio de 2015



## **ACTO QUE DEDICO A:**

### **Mi madre**

La mejor de todas, mi primera maestra, consejera y amiga. Mujer virtuosa. Sin la cual este acto no sería posible.

### **Pueblo de Guatemala**

A quien debo mi educación superior y mi compromiso por el ejercicio fiel de mi profesión.

## **AGRADECIMIENTOS A:**

<b>Mi madre</b>	Por su esfuerzo y dedicación en mi educación, y sus consejos de vida; siempre los llevaré conmigo.
<b>Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala</b>	Mi alma mater; grande entre las del mundo y colaboradora de mi conocimiento.
<b>Mi asesor</b>	Msc. Ing. Mario Vinicio López, por ser mi mentor y apoyarme en este trabajo de graduación.
<b>Departamento de Producción de Soluciones Estructurales</b>	Por el apoyo en facilitar la planificación, material, insumos y mano de obra para la fabricación de las muestras para ensayo, utilizadas en este trabajo de graduación.
<b>Mi hermano</b>	Andrés Rodríguez, por su apoyo moral en la elaboración de este trabajo de graduación.
<b>Mis amigos</b>	Byron Poz, Edgar López, Eleazar Méndez, Lester Luna y Manuel Tun, por su apoyo y los momentos vividos.

## ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES .....	IX
LISTA DE SÍMBOLOS .....	XIII
GLOSARIO .....	XV
RESUMEN .....	XIX
OBJETIVOS.....	XXI
INTRODUCCIÓN .....	XXIII
1. INTRODUCCIÓN AL DISEÑO ESTRUCTURAL EN ACERO .....	1
1.1. Ventajas del acero como material estructural .....	1
1.1.1. Alta resistencia .....	1
1.1.2. Uniformidad .....	1
1.1.3. Elasticidad .....	2
1.1.4. Durabilidad.....	2
1.1.5. Ductilidad.....	2
1.1.6. Tenacidad.....	3
1.1.7. Ampliaciones de estructuras existentes.....	3
1.1.8. Propiedades diversas .....	4
1.2. Desventajas del acero como material estructural .....	4
1.2.1. Costo de mantenimiento.....	4
1.2.2. Costo de la protección contra el fuego .....	5
1.2.3. Susceptibilidad al pandeo .....	5
1.2.4. Fatiga.....	6
1.2.5. Fractura frágil.....	6

1.3.	Perfiles de acero .....	6
1.3.1.	Perfiles tipo W-, S-, HP- y M- .....	7
1.3.2.	Canales .....	8
1.3.3.	Ángulos .....	8
1.3.4.	Tee estructural (perfiles WT-, ST- y MT-) .....	9
1.3.5.	Secciones estructurales huecas.....	9
1.3.6.	Tubos .....	10
1.4.	Relaciones esfuerzo – deformación del acero estructural.....	12
1.5.	Aceros estructurales modernos.....	15
1.5.1.	Aceros de carbono .....	16
1.5.2.	Aceros de alta resistencia y baja aleación.....	17
1.5.3.	Aceros estructurales de alta resistencia, baja aleación y resistentes a la corrosión atmosférica ....	17
1.6.	Usos de los aceros de alta resistencia .....	19
1.7.	El trabajo del diseñador estructural .....	21
1.8.	Responsabilidades del ingeniero estructural .....	22
1.8.1.	Seguridad .....	22
1.8.2.	Costo .....	22
1.8.3.	Factibilidad .....	22
1.9.	Diseño económico de elementos de acero .....	23
1.10.	Fallas en estructuras .....	26
2.	CONSIDERACIONES GENERALES DE DISEÑO.....	29
2.1.	Alcance .....	29
2.2.	Uso de las especificaciones AISC 2005.....	29
2.2.1.	Diseño por factores de carga y resistencia (LRFD).....	30
2.2.2.	Diseño por esfuerzos permisibles (ASD).....	31

2.3.	Fundamentos de diseño .....	31
2.3.1.	Cargas, factores de carga y combinaciones de carga.....	32
2.3.1.1.	Diseño por factores de carga y resistencia .....	34
2.3.1.2.	Diseño por esfuerzos permisibles.....	35
2.3.1.3.	Superposición de cargas en combinaciones de carga.....	36
2.3.2.	Resistencias nominales, factores de resistencia, factores de seguridad y resistencias disponibles.....	37
2.3.3.	Utilidad.....	38
2.3.4.	Resistencia requerida, estabilidad, longitud efectiva y efectos de segundo orden .....	39
2.3.5.	Determinación simplificada de la resistencia requerida.....	41
2.4.	Clasificación de las secciones por pandeo local.....	42
2.4.1.	Elementos no atiesados .....	45
2.4.2.	Elementos atiesados .....	46
2.5.	Arriostado por estabilidad.....	47
2.5.1.	Vigas de un solo tramo .....	47
2.6.	Protección contra incendios.....	48
2.7.	Protección contra corrosión .....	50
2.8.	Efectos térmicos .....	51
2.8.1.	Expansión y contracción.....	51
2.8.2.	Servicio en temperaturas elevadas.....	52
2.9.	Control de fatiga y fractura .....	53
2.9.1.	Evitando la fractura frágil .....	53
2.9.2.	Evitando desgarramiento laminar .....	53

3.	INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE VIGAS .....	55
3.1.	Tipos de vigas .....	55
3.2.	Perfiles usados como vigas.....	56
3.3.	Esfuerzos de flexión .....	56
3.4.	Articulaciones plásticas .....	59
3.5.	Diseño elástico .....	60
3.6.	El módulo plástico .....	61
3.7.	Teoría del análisis plástico .....	64
3.8.	El mecanismo de falla .....	66
3.9.	Vigas continuas .....	69
4.	DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN .....	71
4.1.	Alcance .....	71
4.1.1.	Disposiciones generales.....	71
4.2.	Propiedades de las secciones y áreas .....	73
4.2.1.	Para flexión .....	73
4.2.1.1.	Reducciones de agujeros.....	73
4.2.2.	Para corte.....	75
4.3.	Resistencia a la flexión.....	76
4.3.1.	Elementos sometidos a flexión compactos y arriostrados .....	78
4.3.1.1.	Elementos tipo I compactos con doble simetría y canales con flexión alrededor de su eje mayor .....	78
4.3.2.	Elementos sometidos a flexión no arriostrados .....	81
4.3.3.	Secciones transversales esbeltas o no compactas .....	81

4.3.3.1.	Elementos tipo I con doble simetría, con almas compactas y patines no compactos o esbeltos con flexión alrededor de su eje mayor .....	81
4.3.3.2.	Otros elementos tipo I con almas compactas o no compactas con flexión alrededor de su eje mayor .....	83
4.3.3.3.	Elementos tipo I con doble simetría y simetría simple, con almas esbeltas con flexión alrededor de su eje mayor .....	89
4.3.3.4.	Elementos tipo HSS rectangulares y cuadrados y tipo cajón .....	92
4.3.3.5.	Elementos tipo HSS redondos.....	93
4.3.4.	Resistencia disponible a la flexión en el eje débil ....	95
4.3.4.1.	Elementos tipo I y canales con flexión alrededor de su eje menor.....	95
4.4.	Pandeo local .....	96
4.4.1.	Determinar las relaciones de ancho-espesor de la sección transversal .....	96
4.4.2.	Clasificación de las secciones transversales .....	97
4.5.	Pandeo lateral-torsional.....	97
4.5.1.	Clasificación de claros por flexión.....	97
4.5.2.	Consideración del gradiente de momento .....	98
4.6.	Resistencia disponible a corte .....	100
5.	INTRODUCCIÓN A LOS ELEMENTOS CARGADOS AXIALMENTE A COMPRESIÓN .....	105
5.1.	Consideraciones generales .....	105

5.2.	Esfuerzos residuales .....	108
5.3.	Perfiles usados para columnas .....	110
5.4.	Desarrollo de las fórmulas para columnas .....	116
5.5.	La fórmula de Euler .....	118
5.6.	Restricciones en los extremos y longitud efectiva de una columna.....	121
5.7.	Elementos atiesados y no atiesados .....	125
5.8.	Columnas largas, cortas e intermedias .....	126
5.9.	Fórmulas para columnas .....	128
5.10.	Relaciones de esbeltez máximas .....	130
6.	DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN .....	131
6.1.	Alcance .....	131
6.1.1.	Disposiciones generales.....	131
6.2.	Resistencia disponible a compresión .....	132
6.2.1.	Resistencia a compresión para pandeo por flexión de miembros sin elementos esbeltos .....	132
6.2.2.	Resistencia a compresión para pandeo por torsión y flexo-torsional de miembros sin elementos esbeltos .....	133
6.2.3.	Elementos armados .....	136
6.2.4.	Miembros con elementos esbeltos .....	140
6.3.	Pandeo local.....	147
6.3.1.	Determinar las relaciones de ancho-espesor de la sección transversal.....	147
6.3.2.	Determinar la esbeltez de la sección transversal ..	147
6.4.	Longitud efectiva y esbeltez de columnas .....	148



7.	FLEXIÓN Y FUERZA AXIAL .....	157
7.1.	Sitio de incidencia.....	157
7.2.	Momentos de primer y segundo orden para elementos sometidos a compresión axial y flexión .....	159
7.3.	Factores de amplificación .....	162
7.4.	Factores de modificación del momento o factores $C_m$ .....	164
8.	DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CARGAS COMBINADAS .....	169
8.1.	Alcance.....	169
8.2.	Secciones transversales compactas, no compactas y esbeltas .....	169
8.3.	Elementos sometidos a compresión axial y flexión combinadas .....	169
8.3.1.	Elementos con simetría simple y doble sometidos a flexión y carga axial .....	169
8.3.1.1.	Elementos con simetría simple y doble en flexión y compresión .....	170
8.3.1.2.	Elementos con simetría doble en flexión simple y compresión.....	171
8.3.2.	Elementos asimétricos y otros tipos de elementos sometidos a flexión y carga axial.....	172
8.4.	Otros requisitos de especificación y consideraciones de diseño .....	174
9.	ANÁLISIS DE UN ELEMENTO SOMETIDO A FLEXO-COMPRESIÓN BIAxIAL .....	185
9.1.	Diseño de elemento estructural para soportar esfuerzos de flexo-compresión biaxial .....	185

9.2.	Columna cargada biaxialmente .....	206
9.2.1.	Aplicación .....	206
9.2.2.	Experimentos en columnas .....	207
9.2.3.	Sujetadores de extremo .....	208
9.3.	Procedimiento de ensayo de columna .....	211
9.3.1.	Preparación de espécimen .....	211
9.3.2.	Mediciones iniciales .....	213
9.3.3.	Alineamiento.....	215
9.3.4.	Instrumentación.....	219
9.3.5.	Procedimiento de ensayo .....	220
9.4.	Resultados de ensayo.....	223
9.4.1.	Preparación de los datos.....	223
9.4.2.	Evaluación de los resultados del ensayo.....	224
CONCLUSIONES.....		225
RECOMENDACIONES.....		229
BIBLIOGRAFÍA.....		231
APÉNDICES .....		235
ANEXOS.....		245

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

### FIGURAS

1.	Geometría de los perfiles estándar de acero .....	11
2.	Diagrama típico de esfuerzo-deformación de varios aceros estructurales.....	14
3.	Diagrama típico ampliado de esfuerzo-deformación de varios aceros estructurales utilizado en el diseño ordinario.....	15
4.	Fractura vertical de la placa de corte en una conexión de viga.....	28
5.	Viga de acero protegida con ignífugos aplicados por aspersion .....	50
6.	Diagramas de esfuerzos en una sección sometida a flexión.....	57
7.	Formación de una articulación plástica en una viga simple .....	59
8.	Par interno resistente elástico en una sección rectangular .....	61
9.	Par interno resistente plástico en una sección rectangular .....	62
10.	Viga T – ejemplo 1 .....	63
11.	Diagrama esfuerzo-deformación idealizado del acero .....	65
12.	Articulación plástica en una viga estáticamente determinada .....	66
13.	Articulación plástica en una viga estáticamente indeterminada .....	67
14.	Articulación plástica en una viga estáticamente indeterminada .....	68
15.	Viga continua de 3 claros .....	70
16.	Resistencia nominal a la flexión de perfiles tipo W en función de la longitud no soportada .....	76
17.	Diagrama de carga y arriostrado de viga (soporte lateral completo) – ejemplo 2 .....	100
18.	Influencia del esfuerzo residual promedio en el diagrama esfuerzo-deformación unitaria .....	110

19.	Tipos de elementos a compresión .....	111
20.	Rango típico de resistencia de una columna contra la relación de esbeltez .....	117
21.	Longitud efectiva KL, sin traslación de juntas (ladeo impedido) .....	122
22.	Longitud efectiva para una columna de marco .....	123
23.	Elementos atiesados y no atiesados.....	126
24.	Curva de ecuaciones de pandeo elástico e inelástico .....	130
25.	Nomograma – ladeo impedido (marcos arriostrados).....	150
26.	Nomograma – ladeo no impedido (marcos a momento) .....	152
27.	Diagrama de carga y arriostrado de columna – ejemplo 4.....	153
28.	Amplificación del momento de una columna arriostrada.....	159
29.	Columna en un marco no arriostrado.....	160
30.	Ladeo en el marco de un edificio .....	163
31.	Amplificación de momento para una columna flexionada en curvatura simple .....	165
32.	Amplificación de momento para una columna flexionada en curvatura doble .....	166
33.	Columna sometida a carga biaxial .....	185
34.	Tipos básicos de sujetadores de extremo para la condición de articulación.....	208
35.	Accesorios para el procedimiento de ensayo .....	209
36.	Rótulas axiales y grasa a base de litio.....	211
37.	Preparación de especímenes .....	212
38.	Alineamiento de muestra 1 .....	216
39.	Alineamiento de muestra 2 .....	217
40.	Alineamiento de muestra 3 .....	218
41.	Máquina de ensayo.....	219
42.	Deformímetros .....	220

43.	Ensayo de muestra 1 .....	221
44.	Ensayo de muestra 2 .....	221
45.	Ensayo de muestra 3 .....	222

## TABLAS

I.	Especificaciones ASTM aplicables para diferentes perfiles estructurales.....	19
II.	Ecuaciones modificadas del método de análisis elástico amplificado de primer orden.....	41
III.	Relaciones límite de ancho-espesor para elementos en compresión.....	43
IV.	Reducción del módulo de elasticidad y resistencia a la fluencia del acero a elevadas temperaturas .....	52
V.	Dimensiones nominales de agujeros de perno .....	75
VI.	Tabla de selección para la aplicación de las secciones del capítulo F de la especificación AISC.....	77
VII.	Valores aproximados de longitud efectiva, K .....	149
VIII.	Mediciones iniciales de muestra 1 .....	213
IX.	Mediciones iniciales de muestra 2 .....	214
X.	Mediciones iniciales de muestra 3 .....	214
XI.	Resumen de datos teóricos y reales .....	224



## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
<b><i>A</i></b>	Área de sección transversal
<b><i>J</i></b>	Constante torsional
<b><math>\varepsilon</math></b>	Deformación unitaria
<b><math>\sigma</math></b>	Esfuerzo
<b><i>F<sub>y</sub></i></b>	Esfuerzo mínimo de fluencia
<b><i>K</i></b>	Factor de longitud efectiva
<b><i>C<sub>b</sub></i></b>	Factor de modificación por pandeo lateral-torsional
<b><math>\phi</math></b>	Factor de reducción de resistencia
<b><math>\Omega</math></b>	Factor de seguridad
<b>°C</b>	Grados centígrados
<b><i>kg</i></b>	Kilogramo
<b><i>MPa</i></b>	Mega Pascal ( $1 \times 10^6$ N/m <sup>2</sup> )
<b><i>m</i></b>	Metro
<b><i>mm</i></b>	Milímetro
<b><i>E</i></b>	Módulo de elasticidad
<b><i>S</i></b>	Módulo elástico de sección
<b><i>Z</i></b>	Módulo plástico de sección
<b><i>I</i></b>	Momento de inercia
<b><i>N</i></b>	Newton
<b>%</b>	Porcentaje





## GLOSARIO

<b>AGIES</b>	Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica.
<b>AISC</b>	American Institute of Steel Construction (Instituto Americano de Construcción en Acero).
<b>ASCE</b>	American Society of Civil Engineers (Sociedad Americana de Ingenieros Civiles).
<b>ASD</b>	Allowable Stress Design (Diseño por esfuerzos permisibles).
<b>ASTM</b>	American Society of Testing and Materials (Sociedad Americana de Pruebas y Materiales).
<b>DN</b>	Diameter nominal (diámetro nominal).
<b>Estado límite</b>	Condición en la que una estructura o componente se convierte en no apto para el servicio y se considera que ha dejado de ser útil para su función (estado límite de servicio) o de haber llegado a su máxima capacidad de carga (estado límite de resistencia).

<b>Factor de carga</b>	Factor que representa las desviaciones de la carga nominal a la carga real, las incertidumbres en el análisis que transforma la carga en un efecto de carga y la probabilidad de que más de una carga extrema ocurre simultáneamente.
<b>Factor de resistencia</b>	Factor que considera las desviaciones inevitables de la resistencia nominal a la resistencia real y por la forma y consecuencias de falla.
<b>Factor de seguridad</b>	Factor que representa las desviaciones de la resistencia real a la resistencia nominal, las desviaciones de la carga real a la carga nominal, las incertidumbres en el análisis que transforma la carga en un efecto de carga, y por la forma y consecuencias de falla.
<b>HSS</b>	Hollow Structural Section (sección estructural hueca).
<b>Ignífugo</b>	Que posee resistencia al fuego.
<b>Intumescente</b>	Dícese de lo que tiene cualidad de expandirse.
<b>Larguero</b>	Son vigas de techo con claros entre armaduras y claros.
<b>LRFD</b>	Load and Resistance Factor Design (diseño por factores de carga y resistencia).

<b>Resistencia de diseño</b>	Factor de resistencia multiplicado por la resistencia nominal (utilizada en el LRFD).
<b>Resistencia disponible</b>	Resistencia de diseño o resistencia permisible, como corresponda.
<b>Resistencia nominal</b>	Resistencia de una estructura o componente (sin el factor de resistencia o factor de seguridad aplicado) para resistir los efectos de carga, según lo determinado de acuerdo con la especificación.
<b>Resistencia permisible</b>	Resistencia nominal dividida por el factor de seguridad (utilizada en el ASD).
<b>Resistencia requerida</b>	Fuerzas, esfuerzos y deformaciones que actúan sobre un componente estructural, determinados por análisis estructural, para las combinaciones de carga del LRFD o ASD.
<b>SEI</b>	Structural Engineering Institute (Instituto de Ingeniería Estructural).
<b>Solicitud</b>	Todo tipo de acción o fenómeno externo que afecta a una estructura y necesita ser tenido en cuenta en los cálculos estructurales.

**Viga-columna**

Es aquella que en adición a la carga axial, debe soportar cargas laterales y/o transmitir momentos entre sus extremos y queda entonces sometida a esfuerzos combinados.

## RESUMEN

En el presente trabajo académico inicialmente se da a conocer la teoría general que rige el diseño de elementos estructurales de acero por medio de la consulta de libros de texto concernientes al tema y se complementa con las consideraciones generales de diseño provistas por el Instituto Americano de Construcción en Acero a través de la *Especificación para edificios de acero estructural, ANSI/AISC 360-05*. Se resuelven ejercicios a modo de ejemplo, según el tema a tratar.

Luego se diseñan tres elementos sometidos a esfuerzos de compresión y flexión biaxial utilizando la teoría general y los requisitos de diseño para elementos estructurales de acero del Instituto Americano de Construcción en Acero a través de la *Especificación para edificios de acero estructural, ANSI/AISC 360-05*, desarrollados en este trabajo de graduación, y los resultados se utilizan para realizar los respectivos ensayos de laboratorio a escala natural.

Por último, se analizan los resultados obtenidos de los ensayos de laboratorio para explicar el comportamiento de los elementos estructurales.



## OBJETIVOS

### General

Dar a conocer, explicar y comprobar al estudiante de Ingeniería Civil los requisitos de diseño del Instituto Americano de Construcción en Acero a través de la *Especificación para edificios de acero estructural, ANSI/AISC 360-05*, para elementos estructurales sometidos a flexo-compresión biaxial.

### Específicos

1. Conocer y aplicar los requisitos generales de diseño para elementos estructurales construidos con acero estructural.
2. Conocer los estados límite de los elementos estructurales construidos con acero estructural según el tipo de esfuerzo que se aplica.
3. Conocer, explicar y aplicar los requisitos de diseño para elementos estructurales de acero sometidos a flexión.
4. Conocer, explicar y aplicar los requisitos de diseño para elementos estructurales de acero sometidos a compresión.
5. Conocer, explicar y aplicar los requisitos de diseño para elementos estructurales sometidos a la combinación a compresión y flexión biaxial, actuando simultáneamente.

6. Analizar los resultados obtenidos al someter un elemento estructural a escala natural, a los esfuerzos de compresión y flexión biaxial por medio de un ensayo de laboratorio.
  
7. Comparar los resultados obtenidos al someter un elemento estructural a escala natural, a los esfuerzos de compresión y flexión biaxial por medio de un ensayo de laboratorio, con los resultados obtenidos en la teoría.



## INTRODUCCIÓN

El diseño estructural es un campo de la ingeniería civil el cual abarca las diversas actividades que desarrolla un proyectista para determinar la forma, dimensiones y características detalladas de una estructura, o sea de aquella parte de una construcción que tiene como función absorber las solicitaciones que se presentan durante las distintas etapas de su vida útil.

El diseño estructural se encuentra inserto en el proceso más general del proyecto de una obra civil, en el cual se definen las características que debe tener la construcción para cumplir de manera adecuada las funciones que está destinada a desempeñar.

Un requisito esencial para que la construcción cumpla sus funciones es que no sufra fallas o mal comportamiento debido a su incapacidad para resistir las cargas que sobre ella se imponen. Por ello, el proyectista deberá tener en mente que lo que se proyecta debe cumplir con la resistencia y estabilidad necesarias, y elegir las soluciones que mejor se ajusten a los materiales y métodos de construcción disponibles.

Para el diseño de una estructura que se construya con un determinado material y método de construcción, ya sea concreto reforzado, acero estructural, mampostería, concreto preesforzado, madera, entre otros, además de los principios y fundamentos del diseño estructural específicos del material, el proyectista debe cumplir con las recomendaciones de las respectivas instituciones que se dedican a la investigación del comportamiento de los elementos estructurales construidos con dicho material.

En el presente trabajo académico se desarrollan, explican y comprueban los requisitos de diseño para elementos estructurales de acero sometidos a esfuerzos de compresión y flexión biaxial, actuando simultáneamente, los cuales son recomendaciones del Instituto Americano de Construcción en Acero (American Institute of Steel Construction - AISC por sus siglas en inglés), a través de la *Especificación para edificios de acero estructural, ANSI/AISC 360-05*.

# **1. INTRODUCCIÓN AL DISEÑO ESTRUCTURAL EN ACERO**

## **1.1. Ventajas del acero como material estructural**

Se cree que el acero estructural es el material perfecto. La supuesta perfección de este metal, tal vez el más versátil de todos los materiales estructurales, parece más razonable cuando se considera su gran resistencia, poco peso, facilidad de fabricación y otras propiedades convenientes. Estas y otras ventajas del acero estructural se analizarán con detalle en los siguientes apartados.

### **1.1.1. Alta resistencia**

La alta resistencia del acero por unidad de peso implica que será relativamente bajo el peso de las estructuras; esto es de gran importancia en puentes de grandes claros, en edificios altos y en estructuras con condiciones deficientes en la cimentación.

### **1.1.2. Uniformidad**

Las propiedades del acero no cambian apreciablemente en el tiempo como es el caso de las estructuras de concreto reforzado.

### **1.1.3. Elasticidad**

El acero se acerca más en su comportamiento a las hipótesis de diseño que la mayoría de los materiales, gracias a que sigue la ley de Hooke hasta esfuerzos bastante altos. Los momentos de inercia de una estructura de acero pueden calcularse exactamente, en tanto que los valores obtenidos para una estructura de concreto reforzado son relativamente imprecisos.

La ley de Hooke establece que, cuando un elemento se encuentra sometido a alguna fuerza y para deformaciones pequeñas, el esfuerzo en él es directamente proporcional a la deformación. Esta ley es reconocida por la fórmula  $\sigma = E\varepsilon$ .

### **1.1.4. Durabilidad**

Si el mantenimiento de las estructuras de acero es adecuado durarán indefinidamente. Investigaciones realizadas en los aceros modernos, indican que bajo ciertas condiciones no se requiere ningún mantenimiento a base de pintura.

### **1.1.5. Ductilidad**

La ductilidad es la propiedad que tiene un material de soportar grandes deformaciones sin fallar, bajo altos esfuerzos de tensión. Cuando se prueba a tensión un acero con bajo contenido de carbono, ocurre una reducción considerable de la sección transversal y un gran alargamiento en el punto de falla, antes de que se presente la fractura.

Un material que no tenga esta propiedad probablemente será duro y frágil y se romperá al someterlo a un golpe repentino.

En elementos estructurales sometidos a cargas normales se desarrollan altas concentraciones de esfuerzos en varios puntos. La naturaleza dúctil de los aceros estructurales comunes les permite fluir localmente en esos puntos, evitándose así fallas prematuras. Una ventaja adicional de las estructuras dúctiles es que, al sobrecargarlas, sus grandes deflexiones ofrecen evidencia visible de la inminencia de la falla.

#### **1.1.6. Tenacidad**

Los aceros estructurales son tenaces, es decir, poseen resistencia y ductilidad. Un elemento de acero cargado hasta que se presentan grandes deformaciones será aún capaz de resistir grandes fuerzas. Esta es una característica muy importante porque implica que los elementos de acero pueden someterse a grandes deformaciones durante su formación y montaje, sin fracturarse, siendo posible doblarlos, martillarlos, cortarlos y taladrarlos, sin daño aparente. La propiedad de un material para absorber energía en grandes cantidades se denomina tenacidad.

#### **1.1.7. Ampliaciones de estructuras existentes**

Las estructuras de acero se adaptan muy bien a posibles adiciones. Se pueden añadir nuevas crujías e incluso alas enteras a estructuras de acero ya existentes, y los puentes de acero con frecuencia pueden ampliarse.

### **1.1.8. Propiedades diversas**

Otras ventajas importantes del acero estructural son:

- Gran facilidad para unir diversos elementos por medio de varios tipos de conexión como son la soldadura, los tornillos de alta resistencia y los remaches.
- Posibilidad de prefabricar los elementos.
- Rapidez de montaje.
- Gran capacidad para laminarse en una gran cantidad de tamaños y formas.
- Resistencia a la fatiga.
- Reuso posible después de desmontar una estructura.
- Posibilidad de venderlo como “chatarra” aunque no pueda utilizarse en su forma existente. El acero es el material reutilizable por excelencia.

## **1.2. Desventajas del acero como material estructural**

En general el acero tiene las siguientes desventajas:

### **1.2.1. Costo de mantenimiento**

La mayor parte de los aceros son susceptibles a la corrosión al estar expuestos al aire y al agua y, por consiguiente, deben pintarse periódicamente. El uso de aceros intemperizados para ciertas aplicaciones, tiende a eliminar este costo.

### **1.2.2. Costo de la protección contra el fuego**

Aunque algunos elementos estructurales son incombustibles, sus resistencias se reducen considerablemente durante los incendios, cuando los otros materiales de un edificio se queman. Han ocurrido muchos incendios en inmuebles vacíos, en los que el único material combustible era el mismo inmueble. El acero es un excelente conductor de calor, de manera que los elementos de acero sin protección pueden transmitir suficiente calor de una sección o compartimiento incendiado de un edificio a secciones adyacentes del mismo edificio e incendiar el material presente.

En consecuencia, la estructura de acero de una construcción debe protegerse mediante materiales con ciertas características aislantes o el edificio deberá acondicionarse con un sistema de rociadores para que cumpla con los requisitos de seguridad que eviten la falla de las partes o el colapso de las mismas.

### **1.2.3. Susceptibilidad al pandeo**

Cuanto más largos y esbeltos sean los elementos a compresión, tanto mayor es el peligro de pandeo.

Como se indicó previamente, el acero tiene una alta resistencia por unidad de peso, pero al usarse como columnas no resulta muy económico, ya que debe usarse bastante material, solo para hacer más rígidas las columnas contra el posible pandeo.

#### **1.2.4. Fatiga**

Otra característica inconveniente del acero es que su resistencia puede reducirse si se somete a un gran número de inversiones del sentido del esfuerzo, o bien a un gran número de cambios de la magnitud del esfuerzo de tensión. (Se tienen problemas de fatiga solo cuando se presentan tensiones). En la práctica actual, se reducen las resistencias estimadas de tales elementos, si se sabe de antemano que estarán sometidos a un número mayor de ciclos de esfuerzo variable, que cierto número límite.

#### **1.2.5. Fractura frágil**

Bajo ciertas condiciones, el acero puede perder su ductilidad y la falla frágil puede ocurrir en lugares de concentración de esfuerzos. Las cargas que producen fatiga y muy bajas temperaturas agravan la situación.

### **1.3. Perfiles de acero**

Actualmente casi todos los perfiles estructurales se encuentran estandarizados, aunque sus dimensiones exactas pueden variar un poco de laminadora a laminadora. El acero estructural puede laminarse en forma económica en una gran variedad de formas y tamaños, sin cambios apreciables en sus propiedades físicas.

Generalmente los elementos estructurales más convenientes son aquellos con grandes momentos de inercia en relación con sus áreas. La norma ASTM A6 establece las tolerancias en las dimensiones de los perfiles estándar de acero estructural que deben ser utilizadas por los fabricantes de perfiles para calibrar sus laminadoras.



Por lo general los perfiles de acero se designan por la forma de sus secciones transversales. A continuación se describen los perfiles estructurales estándar de acero según el Instituto Americano de Construcción en Acero (AISC por sus siglas en inglés):

### **1.3.1. Perfiles tipo W-, S-, HP- y M-.**

Cuatro tipos de perfiles tipo H (o perfiles tipo I) son utilizados comúnmente:

- Perfiles W, los cuales tienen las superficies interior y exterior del patín esencialmente paralelas.
- Perfiles S (también conocidos como vigas estándar americanas): los cuales tienen una pendiente de aproximadamente  $16 \frac{2}{3} \%$  en las superficies interiores del patín.
- Perfiles HP (también conocidos como pilotes): los cuales son similares a los perfiles W, excepto que sus almas y patines son de igual espesor, y el peralte y ancho del patín son nominalmente iguales para una designación dada.
- Perfiles M: los cuales son perfiles tipo H que no están clasificados en la norma ASTM A6 como perfiles W-, S- o HP-. Los perfiles tipo M pueden tener una pendiente en la superficie interior del patín u otras características de secciones transversales que no cumplen con los criterios de los perfiles W-, S- o HP-.

Estos perfiles son designados por la marca W, M, S o HP, el peralte nominal en milímetros y el peso nominal en kilogramos por metro. Por ejemplo, un perfil W610X101 es un perfil W que tiene nominalmente 610 mm de peralte y un peso de 101 kg/m (ver figura 1).

### **1.3.2. Canales**

Dos tipos de canales son utilizados comúnmente:

- Perfiles C (también conocidos como canales estándar americanos), los cuales tienen una pendiente de aproximadamente  $16 \frac{2}{3} \%$  en las superficies interiores de los patines.
- Perfiles MC (también conocidos como canales misceláneos), los cuales tienen una pendiente que no es de  $16 \frac{2}{3} \%$  en las superficies interiores de los patines.

Estos perfiles son designados por la marca C o MC, el peralte nominal en milímetros y el peso nominal en kilogramos por metro. Por ejemplo, un perfil C310X30,8 es un perfil C que tiene nominalmente 310 mm de peralte y un peso de 30,8 kg/m (ver figura 1).

### **1.3.3. Ángulos**

Los ángulos (también conocidos como perfiles tipo L) tienen alas de igual espesor y tamaño, o espesor y tamaño desiguales. Los ángulos son designados por la marca L, el tamaño de las alas en milímetros y el espesor de las alas en milímetros.

Por ejemplo, un perfil L102X76X15,9 es un ángulo con un ala de 102 mm, la otra ala de 76 mm y espesor de ambas alas de 15,9 mm (ver figura 1).

#### **1.3.4. Tee estructural (perfiles WT-, ST- y MT-)**

Tres tipos de tee estructural son utilizadas comúnmente:

- Perfiles WT, los cuales son hechos de perfiles tipo W
- Perfiles ST, los cuales son hechos de perfiles tipo S
- Perfiles MT, los cuales son hechos de perfiles tipo M

Estos perfiles son designados por la marca WT, ST o MT; el peralte nominal en milímetros y el peso nominal en kilogramos por metro. Los perfiles WT-, ST- y MT- son divisiones de perfiles W-, S- y M- respectivamente; tienen la mitad del peralte nominal y peso de ese perfil. Por ejemplo, un perfil WT305X50,5 es una tee estructural dividida de un perfil W610X101, con un peralte nominal de 305 mm y un peso de 50,5 kg/m (ver figura 1).

#### **1.3.5. Secciones estructurales huecas**

Tres tipos de secciones estructurales huecas son utilizadas comúnmente:

- Secciones estructurales huecas rectangulares, las cuales tienen esencialmente sección transversal rectangular, excepto por las esquinas redondeadas, y espesor uniforme de pared, excepto en el cordón o cordones de soldadura.

- Secciones estructurales huecas cuadradas, las cuales tienen esencialmente sección transversal cuadrada, excepto por las esquinas redondeadas, y espesor uniforme de pared, excepto en el cordón o cordones de soldadura.
- Secciones estructurales huecas redondas, las cuales tienen esencialmente sección transversal redonda y espesor uniforme de pared excepto en el cordón o cordones de soldadura.

Las secciones estructurales huecas rectangulares y cuadradas son designadas por la marca HSS, sus dimensiones externas totales están dadas en milímetros y el espesor de pared también. Por ejemplo, un perfil HSS254X254X6,35 tiene nominalmente ancho y altura de 254 mm, con un espesor nominal de pared de 6,35 mm.

Las secciones estructurales huecas redondas son designadas por la marca HSS, el diámetro externo nominal está dado en milímetros y el espesor de pared también. Por ejemplo, un perfil HSS141,3X19,05 tiene un diámetro nominal de 141,3 mm y un espesor nominal de pared de 19,05 mm (ver figura 1).

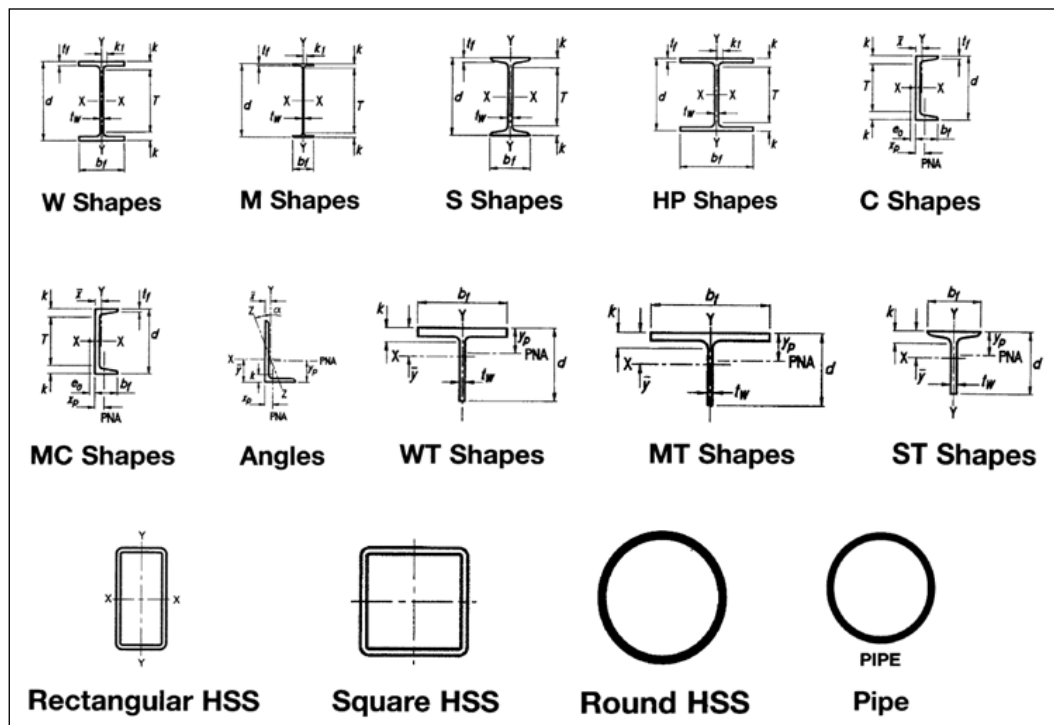
### **1.3.6. Tubos**

Los tubos tienen esencialmente una sección transversal redonda y espesor uniforme de pared, excepto en el cordón o cordones de soldadura para tubos soldados.

Los tubos de hasta e incluyendo DN 12 son designados por el término tubo, el diámetro nominal y la clase de peso (estándar, resistente y doblemente resistente). Por ejemplo, un tubo de 250 mm estándar denota un tubo con un diámetro nominal de 250 mm y un espesor de pared de 9,27 mm, el cual corresponde a la serie de peso estándar (ver figura 1).

En la figura 1 puede apreciarse la geometría de los perfiles estándar de acero que se han descrito en este subcapítulo.

Figura 1. **Geometría de los perfiles estándar de acero**



Fuente: AISC. *Manual de construcción en acero*. p. 00-00.

#### **1.4. Relaciones esfuerzo-deformación del acero estructural**

Para entender el comportamiento de las estructuras metálicas es absolutamente indispensable que el proyectista conozca las propiedades del acero. Los diagramas esfuerzo-deformación ofrecen parte de la información necesaria para entender cómo se comporta este material en una situación particular. No pueden desarrollarse métodos satisfactorios de diseño, a menos que se disponga de información completa relativa a las relaciones esfuerzo-deformación del material que se usa.

El mayor esfuerzo para el que todavía es válida la ley de Hooke o el punto más alto de la porción recta del diagrama esfuerzo-deformación se denomina límite proporcional. El mayor esfuerzo que un material puede resistir sin deformarse permanentemente se llama límite elástico. Este valor rara vez se mide y para la mayoría de los materiales estructurales, incluido el acero, es sinónimo del límite proporcional. Por esta razón se usa a veces el término límite proporcional elástico.

El esfuerzo en el que se presenta un incremento brusco en el alargamiento o deformación sin un incremento en el esfuerzo, se denomina esfuerzo de fluencia; corresponde al primer punto del diagrama esfuerzo-deformación para el cual la tangente a la curva es horizontal. El esfuerzo de fluencia es para el proyectista la propiedad más importante del acero, ya que muchos procedimientos de diseño se basan en este valor.

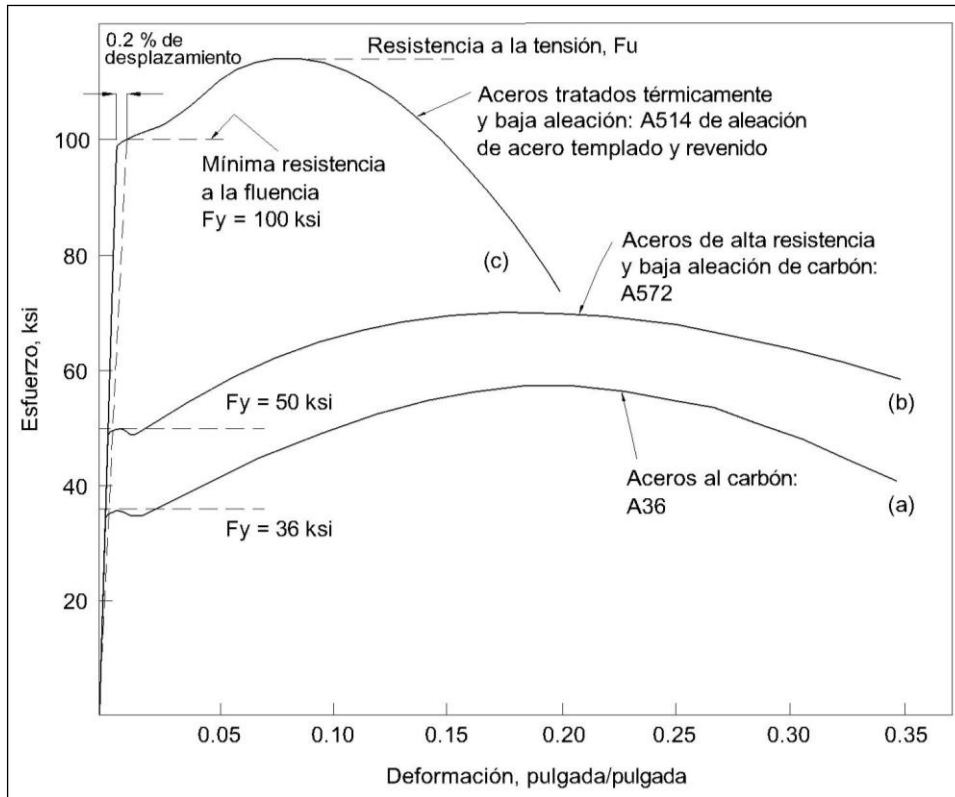
La fluencia del acero puede parecer una seria desventaja, pero en realidad es una característica muy útil; con frecuencia ha prevenido la falla de una estructura debida a omisiones o errores del proyectista.

También puede decirse que una estructura de acero tiene una reserva de deformación plástica que le permite resistir sobrecargas y golpes repentinos.

Después de la región plástica se tiene una zona llamada endurecimiento por deformación, en la que se requiere de esfuerzos adicionales para producir deformaciones mayores. Esta porción del diagrama esfuerzo-deformación no resulta muy importante para los proyectistas actuales porque las deformaciones son muy grandes.

En la figura 2 se muestra un diagrama esfuerzo-deformación típico a tensión de varios aceros estructurales: al carbón, alta resistencia y baja aleación, y tratados térmicamente de alta resistencia y baja aleación. El mismo comportamiento ocurre en compresión cuando se provee soporte con el fin de impedir el pandeo. La porción de cada diagrama esfuerzo-deformación de la figura 2 que es utilizado en el diseño ordinario, se muestra ampliado en la figura 3.

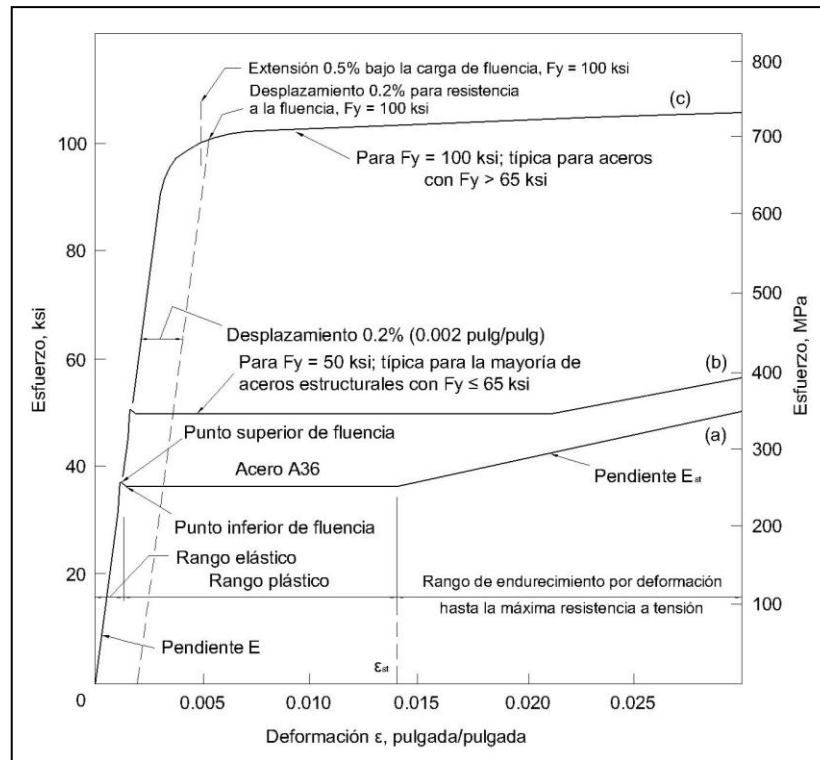
Figura 2. Diagrama típico de esfuerzo-deformación de varios aceros estructurales



Fuente: SALMON, Charles, JOHNSON, John. *Steel structures, design and behavior emphasizing load and resistance factor design*. p. 47.



Figura 3. **Diagrama típico ampliado de esfuerzo-deformación de varios aceros estructurales utilizado en el diseño ordinario**



Fuente: SALMON, Charles, JOHNSON, John. *Steel structures, design and behavior emphasizing load and resistance factor design*. p. 50.

La forma de los diagramas anteriores se ve afectada con la velocidad de la aplicación de la carga, el tipo de acero y con la temperatura.

### 1.5. Aceros estructurales modernos

Las propiedades del acero pueden cambiarse en gran medida variando las cantidades presentes de carbono y añadiendo otros elementos como silicio, níquel, manganeso y cobre.

Aunque estos elementos tienen un gran efecto en las propiedades del acero, las cantidades de carbono y otros elementos de aleación son muy pequeñas. Por ejemplo, el contenido de carbono en el acero es casi siempre menor que el 0,5 % en peso y es muy frecuente que sea de 0,2 a 0,3 %.

La composición química del acero es de suma importancia en sus efectos sobre sus propiedades tales como la soldabilidad, la resistencia a la corrosión, la resistencia a la fractura, entre otros. La ASTM especifica los porcentajes exactos máximos de carbono, manganeso, silicio, etc., que se permiten en los aceros estructurales. Aunque las propiedades físicas y mecánicas de los perfiles de acero las determina principalmente su composición química, también influye en ellas, hasta cierto punto, el proceso de laminado, la historia de sus esfuerzos y el tratamiento térmico aplicado.

Los aceros estructurales se agrupan generalmente según varias clasificaciones principales de la ASTM:

- Los aceros estructurales de carbono para propósitos generales.
- Los aceros estructurales de alta resistencia y baja aleación.
- Los aceros estructurales de alta resistencia, baja aleación y resistentes a la corrosión atmosférica.

#### **1.5.1. Aceros de carbono**

Estos aceros tienen como principales elementos de resistencia al carbono y al manganeso en cantidades cuidadosamente dosificadas.

Los aceros al carbono son aquellos que tienen los siguientes elementos con cantidades máximas de: 1,7 % de carbono, 1,65 % de manganeso, 0,60 % de silicio y 0,60 % de cobre. Estos aceros se dividen en cuatro categorías, dependiendo del porcentaje de carbono, como sigue:

- Acero de bajo contenido de carbono < 0,15 %.
- Acero dulce al carbono 0,15 a 0,29 %. (El acero estructural al carbono queda dentro de esta categoría).
- Acero medio al carbono 0,30 a 0,59 %.
- Acero con alto contenido de carbono 0,60 a 1,70 %.

### **1.5.2. Aceros de alta resistencia y baja aleación**

Existe un gran número de aceros de este tipo clasificados por la ASTM. Estos obtienen sus altas resistencias y otras propiedades por la adición, aparte del carbono y manganeso, de uno a más agentes aleantes como el columbio, vanadio, cromo, silicio, cobre, níquel y otros. Se incluyen aceros con esfuerzos de fluencia comprendidos entre 275 MPa y 482 MPa. Estos generalmente tienen mucha mayor resistencia a la corrosión atmosférica que los aceros al carbono.

El término baja aleación se usa para describir arbitrariamente aceros en los que el total de elementos aleantes no excede el 5 % de la composición total.

### **1.5.3. Aceros estructurales de alta resistencia, baja aleación y resistentes a la corrosión atmosférica**

Cuando los aceros se alean con pequeños porcentajes de cobre, se vuelven más resistentes a la corrosión.

Cuando se exponen a la atmósfera, las superficies de esos aceros se oxidan y se les forma una película adhesiva muy comprimida (conocida también como “pátina”) que impide una mayor oxidación y se elimina así la necesidad de pintarlos. Después de que ocurre este fenómeno, en un periodo de 18 meses a 3 años (depende del tipo de exposición, por ejemplo, rural, industrial, luz solar directa o indirecta, entre otros), el acero adquiere un color que va del rojo oscuro al café y al negro.

Estos aceros tienen gran aplicación en estructuras con elementos expuestos y difíciles de pintar como puentes, torres de transmisión, etc.; sin embargo, no son apropiados para usarse en lugares donde queden expuestos a brisas marinas, niebla o a humos industriales corrosivos; tampoco son adecuados para usarse en condición sumergida (agua dulce o salada) o en áreas muy secas. Para que a estos aceros se les forme la película adhesiva comprimida deben estar sujetos a ciclos de humedad y resequedad, de otra manera seguirán teniendo la apariencia de acero sin pintar.

En la tabla I se muestran las especificaciones ASTM aplicables al acero estructural donde se indican las propiedades mecánicas según el tipo de acero estructural, así como el perfil estructural al que aplica tal especificación.

Tabla I. **Especificaciones ASTM aplicables para diferentes perfiles estructurales**

Especificaciones aplicables ASTM para varios perfiles estructurales														
Tipo de acero	Designación ASTM	Fy, esfuerzo mínimo de fluencia (MPa)	Fu, esfuerzo último a tensión (MPa)	Series de perfiles aplicables										
				W	M	S	HP	C	MC	L	HSS		Tubo	
										Rectangular	Redondo			
Al carbón	A36	250	400 - 550											
	A53 Gr. B	240	415											
	A500	Gr. B	290	400										
			317	400										
		Gr. C	317	427										
			345	427										
	A501	250	400											
	A529	Gr. 50	345	485 - 690										
		Gr. 55	380	485 - 690										
		Gr. 42	290	415										
Alta resistencia y baja aleación	A572	Gr. 50	345	450										
		Gr. 55	380	485										
		Gr. 60	415	520										
		Gr. 65	450	550										
		Gr. 42	290	415										
	A618	Gr. I y II	345	485										
		Gr. III	345	450										
	A913	50	345	450										
		60	415	520										
		65	450	550										
		70	485	620										
	A992	345 - 450	450											
	Resistente a la corrosión, alta resistencia y baja aleación	A242	290	435										
315			460											
345			485											
A588		345	485											
A847		345	483											

Especificación de material preferida  
 Otra especificación de material aplicable, la disponibilidad deberá ser confirmada  
 Especificación de material no aplica

Fuente: AISC. *Manual de construcción en acero.* p. 2-39.

### 1.6. Usos de los aceros de alta resistencia

Existen otros grupos de aceros de alta resistencia como los de súper alta resistencia que tienen fluencias de entre 1 100 MPa y 2 065 MPa. Estos aceros no se han incluido en el Manual de construcción en acero del AISC porque la ASTM no les ha asignado un número de clasificación.

Actualmente existen en el mercado más de 200 aceros con esfuerzos de fluencia mayores de 250 MPa. La industria del acero está experimentando con aceros cuyos esfuerzos de fluencia varían entre 1 375 MPa y 2 065 MPa, y esto es solo el principio. Mucha gente de esta industria cree que en unos cuantos años se dispondrá de aceros con fluencias de 3 445 MPa. La fuerza teórica de unión entre los átomos de hierro se ha estimado en más de 27 580 MPa.

Aunque los precios de los aceros aumentan con el incremento de los puntos de fluencia, el porcentaje de incremento en los precios no es mayor que el incremento de los puntos de fluencia. En consecuencia, el uso de aceros más resistentes resultará económico en elementos a tensión, vigas y columnas, Tal vez la mayor economía se obtendrá con los elementos a tensión (sobre todo en aquéllos sin agujeros para tornillos). Pueden producir ahorros considerables en vigas si las deflexiones no son de importancia o si estas pueden controlarse.

Además, pueden lograrse ahorros sustanciales con los aceros de alta resistencia en columnas de longitud corta y mediana. Otra fuente de ahorro la proporciona la construcción híbrida. En este tipo de construcción se usan dos o más aceros de diferentes resistencias, empleando los aceros más débiles donde los esfuerzos son menores, y los aceros más resistentes donde los esfuerzos son mayores.

Entre los factores adicionales que pueden conducir al uso de los aceros de alta resistencia se cuentan los siguientes:

- Alta resistencia a la corrosión.
- Posibles ahorros en los costos de montaje, transporte y cimentaciones debido al menor peso.

- Uso de vigas de menor peralte, que permiten reducir el espesor de los pisos.
- Posibles ahorros en la protección contra el fuego, porque pueden usarse elementos más pequeños.

La primera consideración que toman en cuenta muchos ingenieros al escoger un tipo de acero es el costo directo de los elementos. Dicha comparación puede hacerse fácilmente, pero la consideración económica respecto de qué acero se debe usar, no puede hacerse a menos que se tomen en cuenta otros factores como pesos, dimensiones, deflexiones, mantenimiento y fabricación. Hacer una comparación general exacta de los aceros probablemente resulte imposible, por lo que debe limitarse a considerar el caso particular en estudio.

### **1.7. El trabajo del diseñador estructural**

El diseñador estructural distribuye y dimensiona las estructuras y las partes de estas para que soporten satisfactoriamente las cargas a que quedarán sometidas. Sus funciones son:

- El trazo general de la estructura
- El estudio de las formas estructurales posibles
- La consideración de las condiciones de carga
- El análisis de los esfuerzos, deflexiones, entre otros
- El diseño de los elementos
- La preparación de los planos

## **1.8. Responsabilidades del ingeniero estructural**

El ingeniero estructural debe distribuir y proporcionar las partes de las estructuras de manera que puedan montarse prácticamente, que tengan resistencia suficiente y que sean económicas.

### **1.8.1. Seguridad**

Una estructura no solo debe soportar con seguridad las cargas impuestas sino soportarlas en forma tal que las deflexiones y vibraciones resultantes no sean excesivas y alarmen a los ocupantes o causen grietas en ellas.

### **1.8.2. Costo**

El proyectista siempre debe tener en mente la posibilidad de abatir los costos de la construcción sin sacrificar la resistencia. Se deben analizar ciertos aspectos de construcción que pueden ayudar a reducir los costos, tales como: uso de elementos y materiales que no requieren un mantenimiento excesivo a través de los años.

### **1.8.3. Factibilidad**

Otro objetivo es el diseño de estructuras que puedan fabricarse y montarse sin mayores problemas.

Los proyectistas necesitan conocer lo relativo a los métodos de fabricación y deben adaptar sus diseños a las instalaciones disponibles.



También deben aprender todo lo relativo al detallado y montaje de las estructuras. Entre más sepan sobre los problemas, tolerancias y márgenes de taller y campo, mayor será la posibilidad de que sus diseños resulten razonables, prácticos y económicos. Este conocimiento debe incluir información relativa al envío de los elementos estructurales a la obra, así como la disponibilidad de mano de obra y equipo de montaje. Por último, debe dimensionar las partes de la estructura, de manera que estas no interfieran con las partes mecánicas (tuberías, ductos, bandejas, entre otros) o arquitectónicas.

### **1.9. Diseño económico de elementos de acero**

El diseño de un elemento estructural de acero implica mucho más que el cálculo de las propiedades requeridas para resistir las cargas y la selección del perfil más ligero que tenga tales propiedades. Aunque a primera vista este procedimiento parece que presenta los diseños más económicos, deben considerarse otros factores. Algunos de estos son los siguientes:

- El proyectista necesita seleccionar las dimensiones en que se fabrican los perfiles laminados. Vigas, placas y barras de tamaños poco comunes serán difíciles de conseguir y resultarán costosos. Un poco de estudio le permitirá al proyectista aprender a evitar tales perfiles.
- En ciertos casos, puede ser un error suponer que el perfil más ligero es el más barato. Una estructura diseñada según el criterio de la “sección más ligera” consistirá en un gran número de perfiles de formas y tamaños diferentes. Tratar de conectar y adaptar todos esos perfiles será bastante complicado y el costo del acero empleado probablemente será muy alto. Un procedimiento más razonable sería unificar el mayor número posible

de perfiles en cuanto al tamaño y forma, aunque algunos sean de mayor tamaño.

- Las vigas seleccionadas para los pisos de edificios son las de mayor peralte, ya que esas secciones, para un mismo peso, tienen los mayores momentos de inercia y de resistencia. Conforme aumenta la altura de los edificios, resulta económico modificar este criterio; si se considera, por ejemplo, un inmueble de 20 pisos, el cual debe tener una altura libre mínima. Si los peraltes de las vigas de los pisos se reducen 150 mm, las vigas costarán más, pero la altura del edificio se reducirá  $20 \times 150 = 3\,000$  mm o 3,00 m con el consiguiente ahorro en muros, pozos de elevadores, alturas de columnas, plomería, cableado y cimentaciones.
- Los costos de montaje y fabricación de vigas de acero estructural son aproximadamente los mismos para elementos ligeros o pesados. Las vigas deben entonces espaciarse tanto como sea posible, para reducir el número de elementos que tengan que fabricarse y montarse.
- Los elementos de acero estructural deben pintarse solo si lo requiere la especificación aplicable. El acero no debe pintarse si va a estar en contacto con concreto. Además, los diversos materiales resistentes al fuego usados para proteger a los elementos de acero se adhieren mejor si las superficies no están pintadas.
- Es muy conveniente utilizar la misma sección el mayor número de veces posible. Tal manera de proceder reducirá los costos de detallado, fabricación y montaje.

- Para secciones grandes, particularmente las compuestas, el diseñador necesita tener información respecto de los problemas de transporte. Esta información incluye las máximas longitudes y alturas que pueden enviarse por camión, los claros libres bajo puentes y líneas de transmisión que se encuentren camino a la obra, así como las cargas permisibles sobre los puentes que deban cruzarse.
- Deben escogerse secciones que sean fáciles de montar y mantener. Por ejemplo, los elementos estructurales de un puente deben tener sus superficies expuestas, dispuestas, de manera que puedan pintarse periódicamente.
- Los edificios tienen con frecuencia una gran cantidad de tuberías, conductos, entre otros, por lo que deben escogerse elementos estructurales que sean compatibles con los requisitos de forma y tamaño impuestos por tales instalaciones.
- Los elementos de una estructura de acero, a veces están expuestos al público, sobre todo en el caso de los puentes de acero y auditorios. La apariencia puede ser el factor principal al tener que escoger el tipo de estructura, como en el caso de los puentes. Los elementos expuestos pueden ser muy estéticos cuando se disponen de manera sencilla y tal vez cuando se escogen elementos con líneas curvas; sin embargo, ciertos arreglos pueden ser sumamente desagradables a la vista. Es un hecho que algunas estructuras de acero, bellas en apariencia, tienen un costo muy razonable.

### **1.10. Fallas en estructuras**

El ingeniero con poca experiencia necesita saber a qué debe dársele la mayor atención y dónde se requiere asesoría exterior. La vasta mayoría de los ingenieros, con o sin experiencia, seleccionan elementos de suficiente tamaño y resistencia. El colapso de las estructuras se debe usualmente a una falta de atención a los detalles de las conexiones, deflexiones, problemas de montaje y asentamientos en la cimentación. Las estructuras de acero rara vez fallan debido a defectos del material, más bien lo hacen por su uso impropio.

Una falla frecuente se debe a que después de diseñar cuidadosamente los elementos de una estructura, se seleccionan en forma arbitraria conexiones que pueden no ser de suficiente tamaño.

Los ingenieros delegan a veces el trabajo de seleccionar las conexiones a los dibujantes, quienes quizás no tengan un conocimiento suficiente de las dificultades que surgen en el diseño de las conexiones. Tal vez el error que se comete con más frecuencia en el diseño de las conexiones es despreciar algunas de las fuerzas que actúan en estas, por ejemplo, los momentos torsionantes. En una armadura para la que se han diseñado los elementos solo por las fuerzas axiales, las conexiones pueden estar excéntricamente cargadas, generándose así momentos que causan incrementos en los esfuerzos. Esos esfuerzos secundarios son en ocasiones tan grandes que deben ser considerados en el diseño.

Otra causa de fallas ocurre cuando las vigas soportadas sobre muros tienen un apoyo o anclaje insuficiente. Imaginar una viga de este tipo que soporta un techo plano en una noche lluviosa y que los drenes del techo no funcionan adecuadamente.

Conforme el agua empieza a encharcarse sobre el techo, este tiende a flexionar la viga en el centro, ocasionando que se formen bolsas que captarán más agua, lo que aumentará la flecha de la viga. Al deflectarse la viga, esta empuja contra los muros, causando posiblemente el colapso de estos o el deslizamiento de los extremos de la viga hacia fuera de los muros.

Suponer una viga de acero de 18,00 m de claro soportada sobre un muro con solo 0,025 m o 0,05 m de apoyo cuando la temperatura desciende 10 °C o 15 °C en la noche. No es difícil entonces prever un colapso debido a una combinación de contracción en la viga, deflexión hacia fuera de los muros y una deflexión vertical de estos, causada por cargas de lluvia. No es difícil encontrar en la literatura técnica casos reales de esta naturaleza.

Los asentamientos en las cimentaciones causan un gran número de fallas estructurales, probablemente más que cualquier otro factor. La mayoría de los asentamientos en cimentaciones no conducen a desplomes de la estructura, pero con frecuencia ocasionan grietas de aspecto desagradable y depreciación del sistema estructural. Si todas las partes de la cimentación de una estructura se asientan uniformemente, los esfuerzos en esta, teóricamente no cambiarán. El diseñador que usualmente no es capaz de impedir los asentamientos, debe procurar que el diseño de la cimentación sea tal que los asentamientos que se presenten sean uniformes.

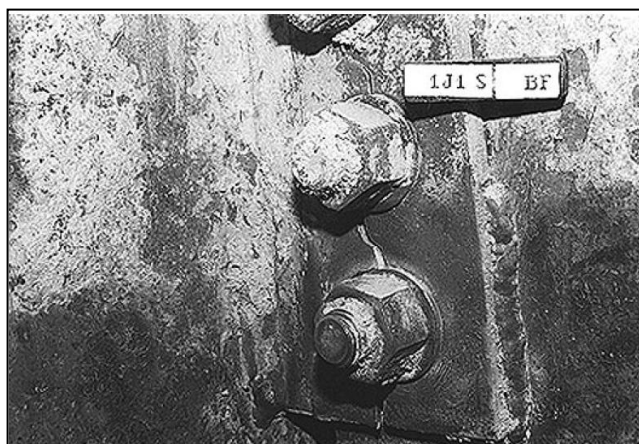
Asentamientos uniformes pueden ser una meta imposible de alcanzar por lo que se debe entonces tomar en cuenta los esfuerzos producidos por variaciones en los asentamientos. De acuerdo con el análisis estructural, los asentamientos no uniformes en estructuras estáticamente indeterminadas, pueden causar variaciones extremas en los esfuerzos.

Cuando las condiciones para cimentar son deficientes, es conveniente utilizar estructuras estáticamente determinadas, en las que los esfuerzos no son apreciablemente modificados por asentamientos de los soportes.

Algunas fallas estructurales ocurren porque no se da una atención adecuada a las deflexiones, fatiga de elementos en compresión o de los patines de compresión de vigas. La estructura usual cuando está terminada está suficientemente arriostrada con los pisos, muros, conexiones y arriostramiento especial; pero hay ocasiones durante la construcción en que muchos de esos elementos no están presentes. Como se indicó previamente, las peores condiciones pueden ocurrir durante el montaje y puede entonces requerirse un arriostramiento especial temporal.

En la figura 4 se muestra un ejemplo de un tipo de falla en una conexión entre elementos estructurales.

Figura 4. **Fractura vertical de la placa de corte en una conexión de viga**



Fuente: FEMA. *Criterios de diseño sísmico recomendados para edificios nuevos de acero de marcos resistentes a momento.* p. 1-6.

## **2. CONSIDERACIONES GENERALES DE DISEÑO**

### **2.1. Alcance**

Los requisitos de especificación y otras consideraciones de diseño resumidas en este capítulo aplican en forma general al diseño y construcción de edificios de acero. En este y los capítulos siguientes se han tomado los requisitos y consideraciones de diseño que son acordes al tema y objetivos del presente trabajo académico, por lo cual si el lector desea aplicar estos requisitos a elementos diferentes a los considerados aquí, se le sugiere consultar el Manual de construcción en acero del AISC en su última edición.

### **2.2. Uso de las especificaciones AISC 2005**

La especificación para edificios de acero estructural del AISC 2005 (AISC 360-05, de ahora en adelante la especificación) presenta dos enfoques para el diseño de elementos y conexiones de acero estructural. En ella se establecen los requisitos generales para el análisis y diseño. Establece que, “los diseños se harán de acuerdo con las disposiciones para el diseño por factores de carga y resistencia (LRFD) o según las disposiciones para el diseño por esfuerzos permisibles (ASD).”

Estos dos enfoques son igualmente válidos para cualquier estructura para la cual la especificación es aplicable. No existe una preferencia expresa o implícita en las disposiciones.

Actualmente los diseñadores estructurales prefieren utilizar el LRFD al ASD, debido a ciertas ventajas del método, tales como que para ciertas condiciones dadas el peso de la estructura es menor, y que se realizan diseños más confiables ya que el método LRFD está basado en datos estadísticos y no en supuestos como el ASD.

### **2.2.1. Diseño por factores de carga y resistencia (LRFD)**

El diseño de acuerdo con las disposiciones para el LRFD satisface los requisitos de la especificación, cuando la resistencia de diseño de cada componente estructural iguala o excede la resistencia requerida determinada, con base en las combinaciones de carga del LRFD. El diseño se realizará de acuerdo con la ecuación:

$$R_u \leq \phi R_n$$

Donde:

$R_u$  = resistencia requerida, determinada por análisis para las combinaciones de carga del LRFD.

$R_n$  = resistencia nominal, determinada de acuerdo con las disposiciones de la especificación.

$\phi$  = factor de resistencia, dado por la especificación para un estado límite particular.

$\phi R_n$  = resistencia de diseño.



### **2.2.2. Diseño por esfuerzos permisibles (ASD)**

El diseño de acuerdo con las disposiciones para el ASD satisface los requisitos de la especificación cuando la resistencia permisible de cada componente estructural iguala o excede la resistencia requerida determinada con base en las combinaciones de carga del ASD. El diseño se realizará de acuerdo con la ecuación:

$$Ra \leq \frac{Rn}{\Omega}$$

Donde:

Ra = resistencia requerida, determinada por análisis para las combinaciones de carga del ASD.

Rn = resistencia nominal, determinada de acuerdo con las disposiciones de la especificación.

$\Omega$  = factor de seguridad, dado por la especificación para un estado límite particular.

$Rn/\Omega$  = resistencia permisible.

### **2.3. Fundamentos de diseño**

Comúnmente se cree que el ASD era un método de diseño basado enteramente en un formato de esfuerzos sin estados límite y el LRFD era un método de diseño basado enteramente en un formato de fuerzas con estados límite.

El ASD tradicional era basado también en principios de estados límite, pero sin el uso del término. Adicionalmente, ambos métodos pueden ser formulados en una base de esfuerzos o de fuerzas y ambos se aprovechan del comportamiento inelástico. La especificación pone a muestra la similitud del LRFD y el ASD en su formulación, con las mismas disposiciones para ambos métodos.

El diseño de acuerdo con la especificación, si cumple con el LRFD o el ASD, se basa en los principios de diseño de estados límite, los cuales definen los límites de la utilidad estructural. Los estados límite de resistencia se refieren a la capacidad de carga y seguridad. Los estados límite de servicio se refieren al desempeño bajo condiciones normales de servicio. Las estructuras deben ser dimensionadas de manera que ningún estado límite aplicable de resistencia y servicio sea excedido.

Normalmente, varios estados límite se aplicarán en la determinación de la resistencia nominal de un elemento estructural o conexión. El estado límite que controla el diseño es normalmente aquel que da como resultado la menor resistencia disponible.

### **2.3.1. Cargas, factores de carga y combinaciones de carga**

Con base en la especificación, la resistencia requerida (ambas  $P_u$ ,  $M_u$ ,  $V_u$ , etc. para el LRFD o  $P_a$ ,  $M_a$ ,  $V_a$ , etc. para el ASD) es determinada para las magnitudes apropiadas de carga, factores de carga y combinaciones de carga dadas en el código de construcción aplicable (actualmente Guatemala cuenta con las *Normas de seguridad estructural de edificaciones y obras de infraestructura para la República de Guatemala, AGIES NSE-10* de la Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica).

Estas se basan generalmente en ASCE/SEI-7<sup>1</sup>. Las cargas comunes que se consideran en las estructuras de edificios son:

- Carga muerta (D): consiste en el peso de todos los materiales de construcción incorporados en el edificio, incluyendo, pero no limitado a paredes, pisos, techos, cielos, escaleras, tabiques, acabados, revestimientos y otros elementos arquitectónicos y estructurales incorporados de manera similar, y equipo de servicio fijo, incluyendo el peso de las grúas.
- Carga viva (L): es la carga producida por el uso y ocupación del edificio u otra estructura que no incluye las cargas de construcción o ambientales, tales como la carga del viento, de nieve, la de lluvia, de sismo, de las inundaciones, o de la carga muerta.
- Carga viva de techo (Lr): es la carga sobre un techo producida durante el mantenimiento por trabajadores, equipos y materiales y durante la vida de la estructura por los objetos móviles, tales como macetas u otros similares aditamentos decorativos pequeños que no son de ocupación relacionada.
- Carga de lluvia (R): es la carga sobre un techo producida por el agua encharcada que se acumula debido a la obstrucción de los sistemas de drenaje en este.

---

<sup>1</sup> ASCE/SEI 7. *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures (Cargas de diseño mínimas para edificios y otras estructuras)*.

- Carga de viento (W): es la carga producida por el viento debido al impedimento de su flujo. Su efecto se analiza por empuje y/o succión sobre la superficie que actúa.
- Carga de sismo (E): es la carga producida sobre la estructura por la aceleración del suelo durante un sismo, que resulta de la distorsión en la estructura causada por el movimiento del suelo y la resistencia lateral de esta.

### 2.3.1.1. Diseño por factores de carga y resistencia

Para el LRFD, la resistencia requerida es determinada de las siguientes combinaciones de carga factoradas:

- $1,4D$
- $1,2D + 1,6L + 0,5(Lr \text{ o } R)$
- $1,2D + 1,6(Lr \text{ o } R) + (L \text{ o } 0,8W)$
- $1,2D + 1,6W + L + 0,5(Lr \text{ o } R)$
- $1,2D + E + L$
- $0,9D + 1,6W$
- $0,9D + E$

Las combinaciones de carga para el LRFD admiten que, cuando varias cargas transitorias actúan en combinación, solo una asume su valor máximo de vida, mientras que las demás se encuentran en valores de puntos arbitrarios en el tiempo. Cada combinación modela la condición de diseño de carga total cuando una carga diferente está en su máximo.

Así, el efecto de carga máximo de vida es amplificado por una cantidad que es proporcional a su variabilidad relativa y los efectos de carga de puntos arbitrarios en el tiempo son factorados a su valor medio.

Con este enfoque, el margen de seguridad varía con la combinación de carga produciendo una fiabilidad más uniforme que la que se esperaría cuando las cargas nominales se combinan directamente.

### **2.3.1.2. Diseño por esfuerzos permisibles**

Para el ASD, la resistencia requerida es determinada por las siguientes combinaciones de carga:

- D
- D + L
- D + Lr
- $D + 0,75L + 0,75(Lr \text{ o } R)$
- $D + (W \text{ o } 0,7E)$
- $D + 0,75(W \text{ o } 0,7E) + 0,75L + 0,75(Lr \text{ o } R)$
- $0,6D + W$
- $0,6D + 0,7E$

Las combinaciones de carga para el ASD combinan las cargas nominales especificadas por los códigos, directamente sin factores, para aquellos casos en que las cargas con una mínima variación en el tiempo se combinan. Para aquellos casos donde múltiples cargas variables en el tiempo son incluidas, un factor de reducción de 0,75 se aplica solo a las cargas variables en el tiempo.

Dado que toda la seguridad en un diseño ASD viene a través de la introducción del factor de seguridad en el lado de la resistencia en la ecuación, cada caso de carga utiliza el mismo factor de seguridad para un determinado estado límite.

### **2.3.1.3. Superposición de cargas en combinaciones de carga**

Si las cargas mismas o los efectos de las cargas se utilizan en las combinaciones de carga descritas anteriormente, para el LRFD o el ASD, los resultados son los mismos, siempre que el principio de superposición sea válido. Esto es cierto cuando las deformaciones son pequeñas y el comportamiento esfuerzo-deformación es nominalmente elástico. Sin embargo, cuando los efectos de segundo orden son significativos o el comportamiento es inelástico, la superposición no es válida y las cargas, en lugar de los efectos de las cargas, deben ser usadas en dichas combinaciones.

Los efectos de las cargas se consideran aquí como los producidos internamente en los elementos estructurales, tales como fuerzas, los esfuerzos producidos por dichas fuerzas, o como las deformaciones, desplazamientos, rotaciones, etc. que experimentan los elementos.

El principio de superposición dice que el efecto de una carga combinada dada sobre una estructura puede obtenerse determinando, en forma separada, los efectos de las distintas cargas y combinando los resultados obtenidos, siempre que se cumplan las siguientes condiciones: cada efecto está linealmente relacionado con la carga que lo produce y la deformación resultante de cualquier carga dada es pequeña y no afecta las condiciones de aplicación de las otras cargas.

### **2.3.2. Resistencias nominales, factores de resistencia, factores de seguridad y resistencias disponibles**

La especificación del AISC 2005 requiere que la resistencia disponible sea mayor que la resistencia requerida para cualquier elemento. La resistencia disponible es una función de la resistencia nominal dada por la especificación y el correspondiente factor de resistencia o de seguridad. Como se mencionó anteriormente la resistencia requerida se puede determinar, ya sea con las combinaciones de carga del LRFD o del ASD.

La resistencia disponible para el LRFD es la resistencia de diseño, la cual es calculada como el producto del factor de resistencia  $\phi$  y la resistencia nominal ( $\phi P_n$ ,  $\phi M_n$ ,  $\phi V_n$ , entre otros). La resistencia disponible para el ASD es la permisible, la cual es calculada como el cociente de la resistencia nominal y el correspondiente factor de resistencia  $\Omega$  ( $P_n/\Omega$ ,  $M_n/\Omega$ ,  $V_n/\Omega$ , entre otros).

En el LRFD, el margen de seguridad para las cargas está contenido en los factores de cargas y de resistencia,  $\phi$ , tomando en cuenta las variaciones inevitables en los materiales, las ecuaciones de diseño, la fabricación y el montaje. En el ASD, un único margen de seguridad para todos esos efectos, está contenido en el factor de seguridad,  $\Omega$ .

Los factores de resistencia,  $\phi$ , y los de seguridad,  $\Omega$ , en la especificación AISC, se basan en la investigación, la experiencia y el juicio del comité de las especificaciones AISC. En general,  $\phi$  es menor que la unidad y  $\Omega$  es mayor que la unidad. Cuanto mayor sea la variabilidad de los datos de ensayo para una determinada resistencia nominal, menor será el factor  $\phi$  y mayor será el factor  $\Omega$ .

La relación general entre el factor de seguridad,  $\Omega$ , y el de resistencia,  $\phi$ , es:

$$\Omega = \frac{1.5}{\phi}$$

### **2.3.3. Utilidad**

La utilidad es un estado en el cual la función del edificio, su apariencia, mantenimiento, durabilidad y confort de sus ocupantes se conservan durante el uso normal del mismo.

Valores límite de comportamiento estructural para la utilidad (por ejemplo, deflexiones máximas, aceleraciones) deberán ser elegidos, teniendo en consideración la función prevista de la estructura. La utilidad deberá ser evaluada utilizando las combinaciones de carga apropiadas para los estados límite de servicio.

Los tipos generales de comportamiento estructural que son indicativos del deterioro de la utilidad son:

- Contraflecha
- Deflexión
- Deriva
- Vibración
- Movimiento inducido por el viento
- Expansión y contracción
- Deslizamiento de conexiones



#### **2.3.4. Resistencia requerida, estabilidad, longitud efectiva y efectos de segundo orden**

Como se discutió anteriormente, la especificación establece que la resistencia requerida sea menor o igual a la resistencia disponible en el diseño de cada elemento y conexión. También requiere que la estabilidad sea provista para la estructura entera y cada uno de sus elementos. Cualquier método que considere la influencia de los efectos de segundo orden, también conocidos como efectos P-Delta, se puede utilizar. Por lo tanto, la resistencia requerida debe ser determinada incluyendo los efectos de segundo orden.

Los efectos de segundo orden son las fuerzas adicionales, momentos, y desplazamientos resultantes de la aplicación de cargas, actuando en sus posiciones desplazadas, así como los cambios de la geometría no deformada a la geometría deformada de la estructura. Los efectos de segundo orden son obtenidos considerando el equilibrio de la estructura con su geometría deformada.

La especificación AISC 2005 integra completamente las consideraciones para el diseño por estabilidad con métodos específicos de análisis de segundo orden. Por ejemplo, la sección C1,3a establece que en marcos embreizados, el factor de longitud efectiva,  $K$ , puede ser tomado como 1,0 y la sección C1,3c establece que para sistemas de marcos que resisten solo carga gravitacional,  $K$  puede también ser tomado como 1,0. Para marcos a momento, la sección C1,3b requiere que un análisis crítico de pandeo se realice de acuerdo con la sección C2. La determinación de la longitud efectiva está directamente relacionada con el enfoque adoptado para el análisis de segundo orden.

La sección C2 de la especificación detalla los requisitos para la determinación de la resistencia requerida, y junto con el apéndice 7, dispone de tres métodos que pueden seguirse:

- Método de análisis directo: es el más completo y, como el mismo sugiere, el enfoque más directo para la incorporación de todos los factores necesarios en el análisis. Mediante el uso de cargas ficticias, rigidez reducida, y un análisis de segundo orden, el diseño puede ser llevado a cabo con las fuerzas y momentos del análisis y una longitud efectiva igual a la longitud del elemento,  $K = 1,0$ .
- Método de la longitud efectiva: en este método, todos los casos por carga gravitacional tienen una mínima carga lateral igual al 0,2 % de la carga gravitacional de piso aplicada. Un análisis de segundo orden se lleva a cabo, y dependiendo de la relación de la deriva de segundo orden a la deriva de primer orden, la longitud efectiva puede ser tomada como la longitud del elemento,  $K = 1$ , o determinarse por análisis.
- Método de análisis de primer orden: con este enfoque, los efectos de segundo orden son capturados mediante la aplicación de una carga lateral adicional equivalente al menos al 0,42 % de la carga gravitacional de piso aplicada en cada caso de carga. Ningún análisis adicional de segundo orden es necesario. La resistencia requerida es tomada de las fuerzas y momentos obtenidos del análisis; el factor de longitud efectiva es  $K = 1$ .

Cuando un análisis de segundo orden sea necesario a los métodos anteriores, la sección C2,1a permite algún método que apropiadamente considere los efectos P-Delta. Este puede ser un verdadero análisis de segundo orden o un enfoque simplificado.

### 2.3.5. Determinación simplificada de la resistencia requerida

Cuando una solución rápida y conservadora es deseada, la siguiente simplificación del Método de la longitud efectiva puede ser usada. El Método de la longitud efectiva y el Análisis elástico amplificado de primer orden de la sección C2,1b pueden ser usados para llevar a cabo el análisis de segundo orden. En la sección C2,1b se indica que para elementos donde el factor de amplificación (P- $\delta$ ) es pequeño, que es,  $B_1 \leq 1,05$ , es conservador amplificar el momento y la fuerza total por  $B_2$ . Por lo tanto, las ecuaciones se convierten:

Tabla II. **Ecuaciones modificadas del método de análisis elástico amplificado de primer orden**

<b>LRFD</b>	<b>ASD</b>
$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = B_2 M_u$ $P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} = B_2 P_u$	$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = B_2 M_a$ $P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} = B_2 P_a$

Fuente: AISC. *Manual de construcción en acero*. p. 2-12.

Para utilizar este método simplificado,  $B_1$  no deberá exceder  $B_2$ . Para elementos que no están sujetos a cargas transversales entre sus extremos, es muy improbable que  $B_1$  sea mayor de 1,0. Además, el método simplificado no es válido si el factor de amplificación  $B_2 > 1,5$ .

Le corresponde al ingeniero asegurar que el marco sea dimensionado adecuadamente para utilizar este método. En la mayoría de diseños, no es aconsejable tener una estructura final donde la amplificación de segundo orden es mayor que 1,5; aunque es aceptable. En tales casos, se debe considerar rigidizar la estructura.

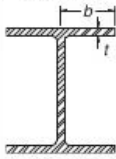
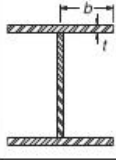
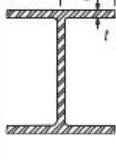
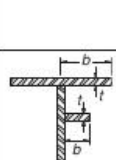
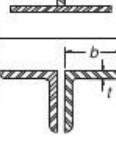
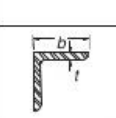
#### **2.4. Clasificación de las secciones por pandeo local**

Las secciones o perfiles son clasificados como compactos, no compactos, o esbeltos.

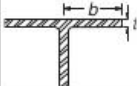
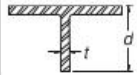
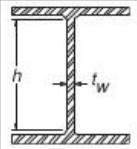
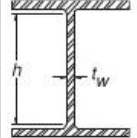
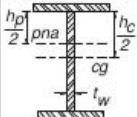
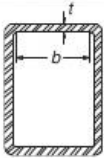
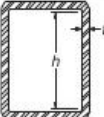
Esta clasificación está basada en la capacidad que tiene un perfil de acero estructural para alcanzar una distribución de esfuerzos, ya sea plástica, inelástica o elástica; antes de pandearse localmente.

Para que una sección sea clasificada como compacta sus patines deben estar continuamente conectados al alma o almas y la relación ancho-espesor de sus partes en compresión no deben exceder las relaciones límite de ancho-espesor  $\lambda_p$  de la tabla 3. Si la relación ancho-espesor de una o más partes en compresión excede a  $\lambda_p$ , pero no a  $\lambda_r$  de la tabla 3, la sección es no compacta. Si la relación ancho-espesor de alguna parte excede a  $\lambda_r$ , la sección es esbelta.

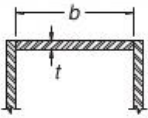

Tabla III. Relaciones límite de ancho-espesor para elementos en compresión

TABLE B4.1 Limiting Width-Thickness Ratios for Compression Elements					
Case	Description of Element	Width Thickness Ratio	Limiting Width-Thickness Ratios		Example
			$\lambda_p$ (compact)	$\lambda_r$ (noncompact)	
Unstiffened Elements	1 Flexure in flanges of rolled I-shaped sections and channels	$b/t$	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$1.0\sqrt{E/F_y}$	
	2 Flexure in flanges of doubly and singly symmetric I-shaped built-up sections	$b/t$	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$0.95\sqrt{k_c E/F_L^{[a],[b]}}$	
	3 Uniform compression in flanges of rolled I-shaped sections, plates projecting from rolled I-shaped sections; outstanding legs of pairs of angles in continuous contact and flanges of channels	$b/t$	NA	$0.56\sqrt{E/F_y}$	
	4 Uniform compression in flanges of built-up I-shaped sections and plates or angle legs projecting from built-up I-shaped sections	$b/t$	NA	$0.64\sqrt{k_c E/F_y^{[a]}}$	
	5 Uniform compression in legs of single angles, legs of double angles with separators, and all other unstiffened elements	$b/t$	NA	$0.45\sqrt{E/F_y}$	
	6 Flexure in legs of single angles	$b/t$	$0.54\sqrt{E/F_y}$	$0.91\sqrt{E/F_y}$	

Continuación de tabla III.

<b>TABLE B4.1 (cont.) Limiting Width-Thickness Ratios for Compression Elements</b>						
Case	Description of Element	Width Thickness Ratio	Limiting Width-Thickness Ratios		Example	
			$\lambda_p$ (compact)	$\lambda_r$ (noncompact)		
7	Flexure in flanges of tees	$b/t$	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$1.0\sqrt{E/F_y}$		
8	Uniform compression in stems of tees	$d/t$	NA	$0.75\sqrt{E/F_y}$		
Stiffened Elements	9	Flexure in webs of doubly symmetric I-shaped sections and channels	$h/t_w$	$3.76\sqrt{E/F_y}$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	
	10	Uniform compression in webs of doubly symmetric I-shaped sections	$h/t_w$	NA	$1.49\sqrt{E/F_y}$	
	11	Flexure in webs of singly-symmetric I-shaped sections	$h_c/t_w$	$\frac{h_c}{h_p} \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ $\left(0.54 \frac{M_p}{M_y} - 0.09\right)^2 \leq \lambda_r$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	
	12	Uniform compression in flanges of rectangular box and hollow structural sections of uniform thickness subject to bending or compression; flange cover plates and diaphragm plates between lines of fasteners or welds	$b/t$	$1.12\sqrt{E/F_y}$	$1.40\sqrt{E/F_y}$	
	13	Flexure in webs of rectangular HSS	$h/t$	$2.42\sqrt{E/F_y}$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	

Continuación de tabla III.

<b>TABLE B4.1 (cont.)</b> <b>Limiting Width-Thickness Ratios for</b> <b>Compression Elements</b>					
Case	Description of Element	Width Thickness Ratio	Limiting Width-Thickness Ratios		Example
			$\lambda_p$ (compact)	$\lambda_r$ (noncompact)	
14	Uniform compression in all other stiffened elements	$b/t$	NA	$1.49\sqrt{E/F_y}$	
15	Circular hollow sections				
	In uniform compression	$D/t$	NA	$0.11 E/F_y$	
	In flexure	$D/t$	$0.07 E/F_y$	$0.31 E/F_y$	

Fuente: AISC. *Manual de construcción en acero*. p. 16,1-16 a 18.

### 2.4.1. Elementos no atiesados

Para elementos no atiesados soportados a lo largo de un solo borde paralelo a la dirección de la fuerza de compresión, el ancho deberá ser tomado como:

- Para patines de perfiles I y tees, el ancho  $b$  es la mitad del ancho completo del patín,  $bf$ .
- Para alas de ángulos y labios de canales; el ancho  $b$  es el ancho nominal completo.
- Para placas, el ancho  $b$  es la distancia desde el borde libre a la primera fila de las fijaciones o línea de soldaduras.
- Para cortinas de tees,  $d$  es tomada como el peralte nominal completo de la sección.

### 2.4.2. Elementos atiesados

Para elementos atiesados soportados a lo largo de dos bordes paralelos a la dirección de la fuerza de compresión, el ancho deberá ser tomado como:

- Para almas de perfiles laminados o formados,  $h$  es la distancia libre entre patines, menos el filete o esquina redonda en cada patín;  $h_c$  es dos veces la distancia desde el centroide a la cara interior del patín en compresión, menos el filete o esquina redonda.
- Para almas de perfiles fabricados,  $h$  es la distancia entre las líneas adyacentes de las fijaciones o la distancia libre entre patines cuando se use soldadura, y  $h_c$  es dos veces la distancia desde el centroide a la línea más cercana a las fijaciones en el patín en compresión o a la cara interna del patín en compresión cuando se use soldadura;  $h_p$  es dos veces la distancia desde el eje neutro plástico a la línea más cercana de las fijaciones en el patín en compresión o a la cara interna del patín en compresión, cuando se use soldadura.
- Para patines o placas tipo diafragma en perfiles fabricados, el ancho  $b$  es la distancia entre las líneas adyacentes de las fijaciones o líneas de soldadura.



- Para patines de secciones estructurales huecas rectangulares (HSS), el ancho  $b$  es la distancia libre entre almas, menos el radio de la esquina interior en cada lado. Para almas de secciones estructurales huecas rectangulares,  $h$  es la distancia libre entre patines, menos el radio de la esquina interior en cada lado. Si el radio de la esquina no es conocido,  $b$  y  $h$  deberán ser tomados como la correspondiente dimensión externa menos tres veces el espesor. El espesor,  $t$ , deberá ser tomado como el de pared de diseño.

Para patines cónicos de perfiles laminados, el espesor es el valor nominal a media distancia entre el borde libre y la cara correspondiente del alma.

## **2.5. Arriostrado por estabilidad**

Vigas, trabes, y armaduras deben ser restringidas contra la rotación alrededor de sus ejes longitudinales en los puntos de soporte. Adicionalmente, arriostrado por estabilidad con resistencia adecuada y rigidez, debe proporcionarse, con base en lo asumido en los puntos arriostrados en el análisis de los marcos, columnas, y vigas.

### **2.5.1. Vigas de un solo tramo**

En general, un adecuado arriostrado lateral es provisto al patín en compresión de una viga de un solo tramo, por las conexiones de vigas de alma llena, viguetas, losas de concreto, cubierta metálica, losas de concreto sobre cubierta metálica, y elementos similares de marcos.

## **2.6. Protección contra incendios**

Las capacidades funcionales de todos los materiales estructurales convencionales comienzan a degradarse cuando se someten a las elevadas temperaturas de los incendios. Por lo tanto, la selección y disposición de materiales de protección contra el fuego son esenciales para preservar la integridad de la estructura para las operaciones de lucha contra incendios y de evacuación del edificio.

Históricamente, esta protección ha sido proporcionada a través del uso de tejas de arcilla hueco, ladrillo, bloques de hormigón y mampostería. En la actualidad, los nuevos métodos y materiales, tales como ignífugos aplicados por aspersión y revestimientos intumescentes, son más comúnmente utilizados. Los materiales de uso frecuente de protección contra incendios son:

- **Yeso:** es un material resistente al fuego que se utiliza ampliamente en todo el sector de la construcción. El mineral se compone de sulfato de calcio combinado químicamente con el agua. El yeso se adquiere por extracción de fuentes naturales de roca de yeso, o mediante la captura de subproductos de procesos de combustión.
- **Mampostería:** la creación de barreras de bloques de mampostería de hormigón, ladrillos y tejas de arcilla huecas fueron algunos de los primeros métodos utilizados para proteger los elementos de construcción de un incendio.

- Concreto: es una mezcla de cemento, agregados minerales, arena y agua. Su capacidad para retrasar la transferencia de calor puede ser utilizada para proteger los elementos a través del revestimiento exterior de la sección, o rellenando los elementos huecos, tales como los elementos HSS.
- Ignífugos aplicados por aspersión: pueden ser categorizados en dos grupos básicos, de cemento y a base de fibra. A pesar de lo que sugieren estas categorías, un cemento Portland o un cemento a base de yeso, proporciona cohesión a ambos tipos de ignífugos.
- Tablero de fibra mineral: creado por hilado y compresión de roca volcánica, resinas, fibras minerales, o lanas en tableros. Estos tableros forman barreras resistentes al fuego que pueden ser cortados y colocados para formar un sello hermético alrededor de los elementos estructurales.
- Revestimientos intumescentes: son películas químicas delgadas que incluyen una mezcla de aglutinantes, resinas, cerámicas y materiales de relleno refractario. Estas películas se expanden bajo altas temperaturas y forman una duradera, adherente y piroresistente capa de espuma celular.

En la figura 5 se aprecia una viga de acero protegida contra incendios.

Figura 5. **Viga de acero protegida con ignífugos aplicados por aspersión**



Fuente: AISC. *Guía de diseño en acero 19, resistencia al fuego de estructuras de acero estructural.* p. 1.

## **2.7. Protección contra corrosión**

En las estructuras de edificios, la protección contra la corrosión no es requerida para el acero que será cubierto por un acabado del edificio, revestido por un material ignífugo de tipo de contacto, o en contacto con el concreto. Cuando se cubre, el acero está atrapado en un ambiente controlado y los productos requeridos para evitar la corrosión son evitados. Una situación similar existe cuando el acero es protegido contra el fuego o en contacto con el concreto. En consecuencia, la imprimación de taller o de pintura no es necesaria, salvo que se especifique en un contrato.

Sin embargo, la protección para la corrosión se requiere para aplicaciones expuestas en exteriores. Asimismo, el acero debe ser protegido de la corrosión en aplicaciones agresivamente corrosivas, tales como una planta de procesamiento de papel, una estructura con exposición frente al mar, o cuando los cambios de temperatura pueden provocar condensación.

La corrosión también debe ser considerada cuando se conecta el acero con metales diferentes.

## **2.8. Efectos térmicos**

A continuación se describen los efectos producidos por los cambios de temperatura en elementos construidos con acero estructural.

### **2.8.1. Expansión y contracción**

El coeficiente promedio de expansión,  $e$ , para el acero estructural entre los 21 °C y 38 °C es 0,0000117 por cada grado centígrado. Este valor es una aproximación razonable del coeficiente de expansión térmica para temperaturas menores que 21 °C. Para temperaturas desde 38 °C a 650 °C, el cambio en longitud por unidad de longitud por grado centígrado,  $\varepsilon$ , es:

$$\varepsilon = (10,98 + 0,006\ 156t)10^{-6}$$

Donde  $t$  es la temperatura en grados centígrados. El módulo de elasticidad del acero estructural es aproximadamente 200 000 MPa a 21 °C. Este decrece linealmente alrededor de 172 000 MPa a 480 °C, y luego comienza a disminuir a un ritmo creciente a temperaturas más altas.

Aunque los edificios se construyen típicamente de materiales flexibles, a menudo se requieren juntas de dilatación en los techos y la estructura portante cuando las dimensiones horizontales son grandes.

La distancia máxima entre juntas de dilatación depende de muchas variables, incluyendo la temperatura del ambiente durante la construcción y el rango de temperatura esperado durante la vida útil del edificio.

### 2.8.2. Servicio en temperaturas elevadas

Las propiedades tanto del acero como otros materiales convencionales en la construcción, disminuyen con el incremento de la temperatura. Para aplicaciones que involucran cargas de corta duración a una temperatura elevada, las variaciones en la resistencia a la fluencia, resistencia a tensión, y módulo de elasticidad deben considerarse. Para aplicaciones que involucran cargas de larga duración a elevadas temperaturas, los efectos de flujo plástico deben también ser considerados. En la tabla IV se muestran algunas relaciones de las propiedades del acero a elevadas temperaturas.

Tabla IV. **Reducción del módulo de elasticidad y resistencia a la fluencia del acero a elevadas temperaturas**

Table X.1 Steel Modulus of Elasticity and Yield Strength Reduction at Elevated Temperatures		
Steel Temperature °F [°C]	$E_m/E$	$F_{ym}/F_y$
68 [20]	1.00	1.00
200 [93]	1.00	1.00
400 [204]	0.90	1.00
600 [316]	0.78	1.00
750 [399]	0.70	1.00
800 [427]	0.67	0.94
1,000 [538]	0.49	0.66
1,200 [649]	0.22	0.35
1,400 [760]	0.11	0.16
1,600 [871]	0.07	0.07
1,800 [982]	0.05	0.04
2,000 [1,090]	0.02	0.02
2,200 [1,200]	0.00	0.00

Fuente: AISC. *Guía de diseño en acero 19, resistencia al fuego de estructuras de acero estructural.* p. 64.

## **2.9. Control de fatiga y fractura**

A continuación se describen los efectos producidos por fractura y fatiga en elementos construidos con acero estructural.

### **2.9.1. Evitando la fractura frágil**

Por definición, la fractura frágil ocurre por hendedura en un nivel de esfuerzo debajo de la resistencia a la fluencia.

Generalmente, una fractura frágil puede ocurrir cuando hay suficiente combinación adversa de esfuerzo de tensión, temperatura, velocidad de deformación, y discontinuidad geométrica (muesca). La combinación exacta de estas condiciones y otros factores que causan fractura frágil no pueden ser calculadas realmente. Por consiguiente, la mejor guía en seleccionar el material de acero que es apropiado para una aplicación dada es la experiencia.

No obstante, es deseable minimizar las condiciones que tienden a causar la falla frágil: esfuerzos triaxiales, velocidad de carga incrementada, envejecimiento por deformación, elevaciones de esfuerzo, esfuerzos residuales por soldadura, tenacidad reducida en áreas de muesca y servicio a bajas temperaturas.

### **2.9.2. Evitando desgarramiento laminar**

Aunque el desgarramiento laminar es menos común ahora, la restricción contra la contracción de un depósito de soldadura solidificada inherente en algunas configuraciones de juntas puede imponer un esfuerzo de tensión

suficientemente alto como para causar la separación o rotura en planos paralelos a la superficie laminada del elemento que está siendo unido.

La incidencia de este fenómeno puede ser reducida o eliminada a través de una mayor comprensión por parte de los diseñadores, detallistas y fabricantes, de la direccionalidad inherente del acero laminado, la importancia de las deformaciones asociadas con la contracción de depósitos de soldadura solidificada en la presencia de altas restricciones (en lugar de las fuerzas de diseño aplicadas externamente), y la necesidad de adoptar adecuadamente detalles de juntas y soldadura, y los procedimientos con metal adecuado de soldadura para las conexiones.



### **3. INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE VIGAS**

#### **3.1. Tipos de vigas**

Las vigas son elementos que soportan cargas transversales. Se usan generalmente en posición horizontal y quedan sujetas a cargas por gravedad o verticales; sin embargo, existen excepciones, por ejemplo, el caso de los cabios. El cabio es una viga inclinada que, debido a su configuración, además de estar sometida a la flexión también se encuentra sometida a carga axial.

Entre los muchos tipos de vigas cabe mencionar las siguientes: viguetas, dinteles, vigas de fachada, largueros de puente y vigas de piso. Las viguetas son vigas estrechamente dispuestas para soportar los pisos y techos de edificios; los dinteles se colocan sobre aberturas en muros de mampostería como puertas y ventanas. Las vigas de fachada soportan las paredes exteriores de edificios y también parte de las cargas de los pisos y corredores.

Los largueros de puente son las vigas en los pisos de puentes que se colocan paralelamente a la superficie de rodamiento; en tanto que las vigas de piso son las que en muchos pisos de puentes se colocan perpendicularmente a la superficie de rodamiento y se usan para transferir las cargas del piso, de los largueros de puente a las traveses o armaduras sustentantes. El término trabe se usa en forma algo ambigua, pero usualmente denota una viga grande a la que se conectan otras de menor tamaño.

### 3.2. Perfiles usados como vigas

Los perfiles tipo W generalmente resultan ser las secciones más económicas al usarse como vigas; han reemplazado en esta aplicación casi por completo a perfiles tipo C y a los tipo S. Los perfiles tipo C se usan a veces como largueros cuando las cargas son pequeñas y en lugares en donde se requieren patines estrechos. Los perfiles tipo W tienen un mayor porcentaje de acero concentrado en sus patines que los perfiles tipo S, por lo que poseen mayores momentos de inercia y momentos resistentes para un mismo peso. Estos son relativamente anchos y tienen una rigidez lateral apreciable.

Otro tipo común de viga es la vigueta de alma abierta. Este se usa comúnmente para soportar losas de piso y techo; es en realidad una armadura ligera de cuerdas paralelas. Resulta muy económica para grandes claros y cargas ligeras.

### 3.3. Esfuerzos de flexión

Se considerará una viga de sección rectangular y los diagramas de esfuerzos de la figura 6 para estudiar los esfuerzos de flexión. Para este análisis se supondrá que el patín a compresión de la viga está completamente soportado contra el pandeo lateral. Si la viga está sujeta a momento flexionante el esfuerzo en cualquier punto puede calcularse con la fórmula de flexión:

$$f_b = \frac{Mc}{I}$$

Donde:

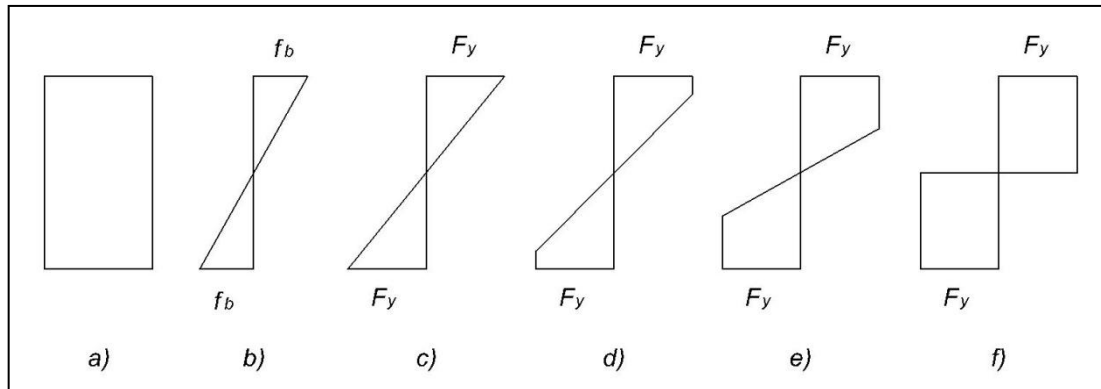
$f_b$  = esfuerzo de flexión máximo

$M$  = momento flexionante aplicado en la sección

$c$  = distancia desde el eje neutro a la fibra extrema de la sección

$I$  = momento de inercia de la sección

Figura 6. **Diagramas de esfuerzos en una sección sometida a flexión**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 219.

Debe recordarse que esta expresión es aplicable solamente cuando el máximo esfuerzo calculado en la viga es menor que límite elástico. La fórmula se basa en las hipótesis elásticas usuales: el esfuerzo es proporcional a la deformación unitaria, una sección plana antes de la flexión permanece plana después de la aplicación de la carga, etc. El valor  $I/c$  es una constante para una sección específica y se denomina módulo de sección ( $S$ ). La fórmula de la flexión puede escribirse entonces de la manera siguiente:

$$f_b = \frac{M}{S}$$

Inicialmente, cuando el momento se aplica a la viga, el esfuerzo varía linealmente desde el eje neutro hasta las fibras extremas. (Esta situación se muestra en la figura 6b). Si se incrementa el momento se mantendrá la variación lineal de los esfuerzos hasta que se alcanza el esfuerzo de fluencia en las fibras extremas, como se muestra en la parte c, de la figura 6. El momento de fluencia de una sección transversal se define como momento para el cual empiezan a fluir las fibras extremas de la sección.

Si el momento en una viga de acero dúctil se incrementa más allá del momento de fluencia, las fibras extremas que se encontraban previamente sometidas al esfuerzo de fluencia se mantendrán bajo este mismo esfuerzo, pero en estado de fluencia y el momento resistente adicional necesario lo proporcionarán las fibras más cercanas al eje neutro. Este proceso continuará con más y más partes de la sección transversal de la viga, alcanzando el esfuerzo de fluencia como se muestra en los diagramas de esfuerzos d) y e) de la figura 6, hasta que finalmente se alcanza la distribución plástica total mostrada en la figura 6f.

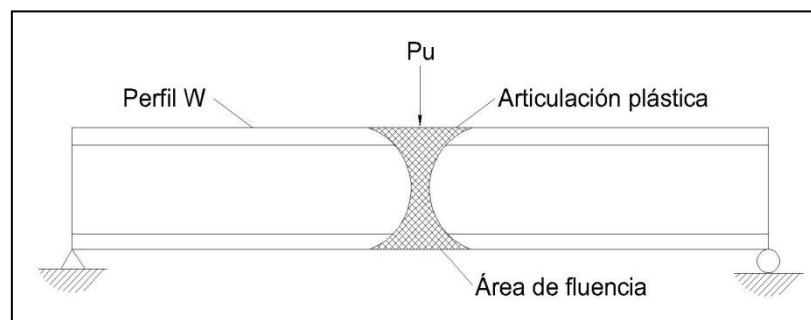
Cuando la distribución de esfuerzos ha alcanzado esta etapa se dice que se ha formado una articulación plástica porque no puede resistirse en esta sección ningún momento adicional. Cualquier momento adicional aplicado en la sección causará una rotación en la viga con poco incremento del esfuerzo.

El momento plástico es el momento que producirá una plastificación completa en una sección transversal del elemento, creándose ahí mismo una articulación plástica. La relación del momento plástico  $M_p$  al momento de fluencia  $M_y$  se denomina factor de forma.

### 3.4. Articulaciones plásticas

Esta sección se dedica a describir la formación de una articulación plástica en la viga simple que se aplica en la figura 7.

Figura 7. **Formación de una articulación plástica en una viga simple**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 220.

La carga mostrada que se aplica a la viga crece en magnitud hasta que se alcanza el momento de fluencia con las fibras extremas sometidas al esfuerzo  $F_y$ ; la magnitud de la carga continúa incrementándose y las fibras extremas empiezan a fluir; la plastificación se extiende hacia otras fibras fuera de la sección de momento máximo como se indica en la figura 7. La longitud en donde se presenta esta plastificación hacia ambos lados de la sección considerada, depende de las condiciones de carga y de la sección transversal del elemento. Durante este mismo periodo las fibras interiores en la sección de momento máximo fluirán gradualmente hasta que todas alcancen el esfuerzo  $F_y$  y se forme una articulación plástica como se ve en la figura 7.

Aunque el efecto de una articulación plástica se extiende sobre un cierto tramo a lo largo de la viga, se supone que la articulación está concentrada en una sola sección para propósitos de análisis. Para el cálculo de deflexiones y para el diseño del soporte lateral, la longitud sobre la cual se extiende la fluencia es de gran importancia. Cuando los marcos de acero se cargan hasta la falla, los puntos en donde se concentra la rotación (articulaciones plásticas) resultan visibles al observador antes de que esta ocurra.

### **3.5. Diseño elástico**

Hasta hace pocos años, casi todas las vigas de acero se diseñaban con base en la teoría elástica. La carga máxima que una estructura podía soportar se suponía igual a la carga que primero generaba un esfuerzo igual al de fluencia del material.

Los elementos se diseñaban de manera que los esfuerzos de flexión calculados para cargas de servicio no excediesen el esfuerzo de fluencia dividido entre un factor de seguridad.

Las estructuras se diseñaron durante muchas décadas mediante este método con resultados satisfactorios. Sin embargo, los proyectistas saben desde hace muchos años que los elementos dúctiles no fallan sino hasta que ocurre una gran plastificación después de que se alcanza el esfuerzo de fluencia. Esto significa que tales elementos tienen mayores márgenes de seguridad contra la falla que lo que parece indicar la teoría elástica.

### 3.6. El módulo plástico

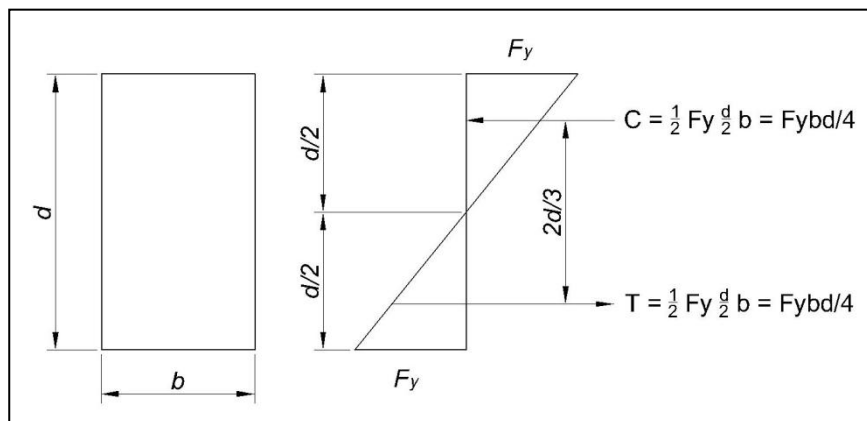
El momento de fluencia  $M_y$  es igual al esfuerzo de fluencia por el módulo elástico. El módulo elástico es igual a  $I/c$  o  $bd^2/6$  para una sección rectangular; el momento de fluencia es entonces igual a:

$$M_y = \frac{F_y b d^2}{6}$$

Este mismo valor puede obtenerse considerando el par interno resistente mostrado en la figura 8. El momento resistente es igual a  $T$  o  $C$  multiplicado por el brazo de palanca entre ellos:

$$M_y = \left( F_y \frac{bd}{4} \right) \left( \frac{2}{3} d \right) = \frac{F_y b d^2}{6}$$

Figura 8. Par interno resistente elástico en una sección rectangular



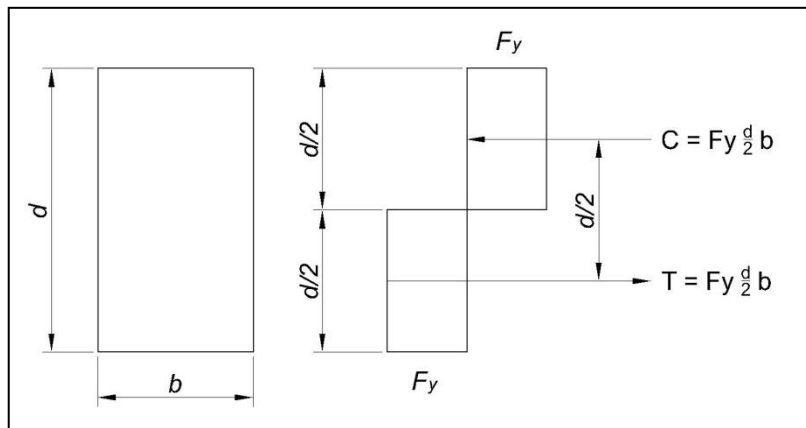
Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 221.

Se observa que el módulo elástico de la sección es igual nuevamente a  $bd^2/6$  para una viga de sección rectangular.

El momento resistente plástico  $M_p$  puede determinarse de manera similar; también es el momento nominal de la sección,  $M_n$ . Este momento plástico o nominal es igual a  $T$  o  $C$  veces el brazo de palanca entre ellos. Para la viga rectangular de la figura 9 se tiene:

$$M_p = M_n = T \frac{d}{2} = C \frac{d}{2} = \left( F_y \frac{bd}{2} \right) \left( \frac{d}{2} \right) = \frac{F_y b d^2}{4}$$

Figura 9. **Par interno resistente plástico en una sección rectangular**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 222.

Se dice que el momento plástico es igual al esfuerzo de fluencia multiplicado por el módulo plástico. De la expresión anterior para una sección rectangular, se ve que el módulo plástico  $Z$  es igual a  $bd^2/4$ . El factor de forma, que es igual a  $M_n/M_y$ ,  $F_y Z / F_y S$ , o a  $Z/S$ , es  $(bd^2/4)/(bd^2/6) = 1,50$  para una sección rectangular.

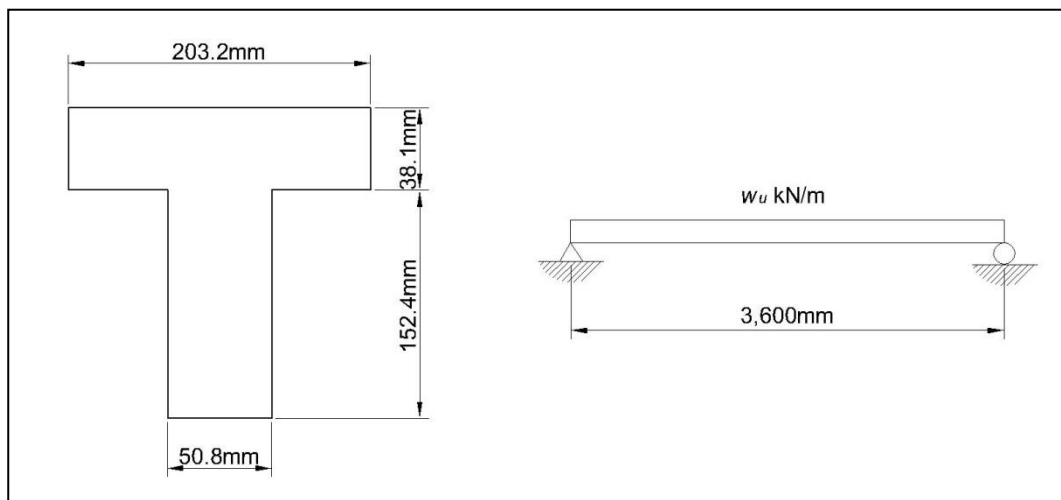


El módulo plástico es igual momento estático de las áreas a tensión y a compresión, respecto del eje neutro. A menos que la sección sea simétrica, el eje neutro para la condición plástica no coincidirá con el de la condición elástica. La compresión interna total debe ser igual a la tensión interna total. Como todas las fibras tienen el mismo esfuerzo ( $F_y$ ) en la condición plástica, las áreas arriba y abajo del eje neutro deben ser iguales. Esta situación no se presenta en secciones asimétricas en la condición elástica.

El siguiente ejemplo ilustra los cálculos necesarios para determinar el factor de forma de una viga T y la carga uniforme nominal  $w_n$  que la viga teóricamente puede soportar.

Ejemplo 1: determinar  $M_y$ ,  $M_n$  y  $Z$  para la viga T de acero mostrada en la figura 10. Calcular también el factor de forma y la carga uniforme nominal ( $w_n$ ) que puede aplicarse a la viga en un claro simple de 3 600 mm.  $F_y = 250$  MPa.

Figura 10. **Viga T - ejemplo 1**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 223.

Solución. Cálculos elásticos:

$$A = 203.2(38.1) + 152.4(50.8) = 15,483.84 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{7,741.92(19.05) + 7,741.92(114.3)}{15,483.84} = 66.675 \text{ mm desde el patín superior}$$

$$I = \frac{1}{12}(203.2)(38.1^3) + \frac{1}{12}(152.4)(50.8^3) + 2(7,741.92)(47.625^2) = 51.04 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$S = \frac{I}{c} = \frac{51.04 \times 10^6}{123.825} = 412.195 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$M_y = F_y S = 250 \times 10^6 \left( \frac{412.195 \times 10^3}{1,000^3} \right) = \mathbf{103.05 \text{ kN} * m}$$

Cálculos plásticos: eje neutro en la base del patín:

$$Z = (7,741.92)(19.05) + (7,741.92)(76.2) = \mathbf{737.418 \times 10^3 \text{ mm}^3}$$

$$M_n = F_y Z = 250 \times 10^6 \left( \frac{737.418 \times 10^3}{1,000^3} \right) = \mathbf{184.35 \text{ kN} * m}$$

$$\text{Factor de forma} = \frac{M_n}{M_y} \text{ o } \frac{Z}{S} = \frac{737.418 \times 10^3}{412.195 \times 10^3} = \mathbf{1.789}$$

$$M_n = \frac{w_n L^2}{8} \Rightarrow w_n = \frac{8(184.35 \times 10^3)}{3.60^2} = \mathbf{113.80 \text{ kN/m}}$$

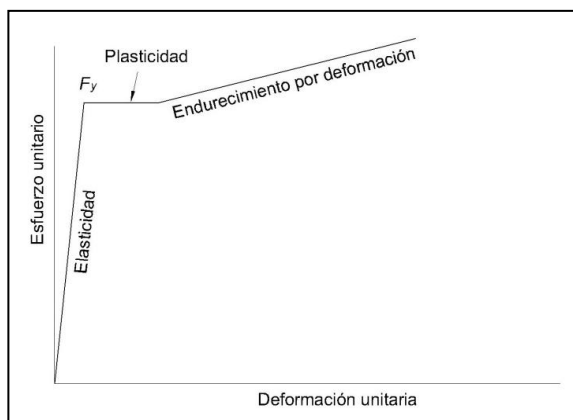
### 3.7. Teoría del análisis plástico

La teoría plástica básica tiene que ver con la distribución de esfuerzos en una estructura, después de que en ciertos puntos de esta se ha alcanzado el esfuerzo de fluencia.

Según la teoría plástica, aquellas partes de una estructura que han alcanzado el esfuerzo de fluencia no pueden resistir esfuerzos adicionales; más bien, esas partes fluirán la cantidad necesaria para permitir que la carga o esfuerzos adicionales sean transferidos a otras partes de la estructura donde los esfuerzos se encuentran por debajo del esfuerzo de fluencia y son capaces de absorber esfuerzos adicionales. Se puede decir que la plasticidad sirve para igualar los esfuerzos en casos de sobrecarga.

Para esta exposición, se considera que el diagrama esfuerzo-deformación, tiene la forma ideal mostrada en la figura 11. Se supone que para este acero coinciden en el mismo punto tanto el punto de fluencia como el límite de proporcionalidad, y, que el diagrama esfuerzo-deformación es una línea recta en la zona plástica. Más allá de la zona plástica está la zona de endurecimiento por deformación. En esta última zona, teóricamente podría permitirse que los elementos de acero soportasen esfuerzo adicional, pero desde el punto de vista práctico, las deformaciones ocasionadas serían tan grandes que no puede considerarse.

Figura 11. **Diagrama esfuerzo-deformación idealizado del acero**



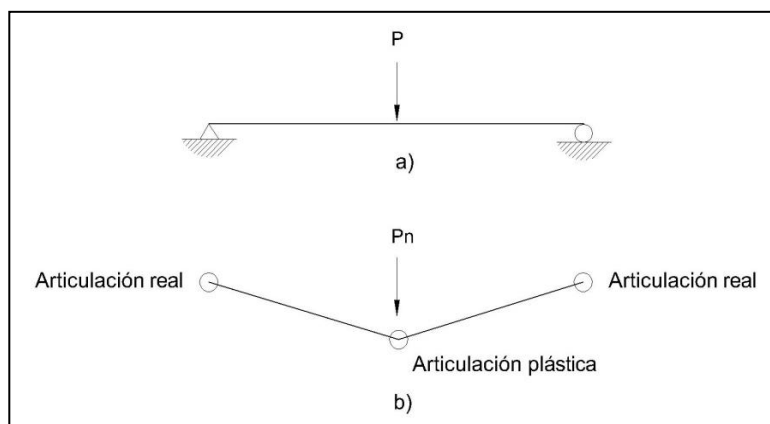
Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 224.

Además, el pandeo inelástico limitará la habilidad de una sección para desarrollar un momento mayor que  $M_n$  aún si el endurecimiento por deformación es apreciable.

### 3.8. El mecanismo de falla

Una viga estáticamente determinada falla si se desarrolla en ella una articulación plástica. Para ilustrar este hecho, se considera la viga mostrada en la figura 12a) de sección transversal constante, solicitada por una carga concentrada a la mitad del claro. Si se incrementa la carga hasta producir una articulación plástica en el punto de momento máximo (en este caso debajo de la carga), se daría lugar a una estructura inestable, como se muestra en parte b) de la figura 12. Cualquier incremento adicional de la carga causaría la falla.  $P_n$  representa la carga máxima nominal o teórica que la viga puede soportar.

Figura 12. **Articulación plástica en una viga estáticamente determinada**

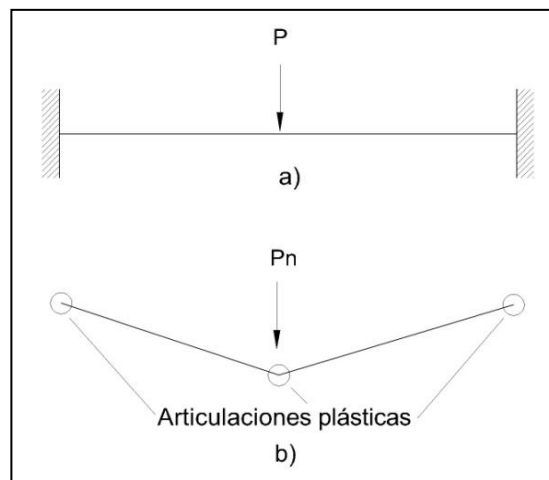


Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 225.

Para que una estructura estáticamente indeterminada falle, es necesario que se forme más de una articulación plástica.

Se demostrará que el número de articulaciones plásticas necesarias para que fallen las estructuras estáticamente indeterminadas, varía de estructura a estructura, pero nunca pueden ser menos de dos. La viga empotrada en sus dos extremos, que se muestra en la figura 13, no puede fallar si no se han formado las tres articulaciones plásticas indicadas.

Figura 13. **Articulación plástica en una viga estáticamente indeterminada**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 225.

Aun cuando en una estructura estáticamente indeterminada se haya formado una articulación plástica, la carga puede aún incrementarse sin que ocurra la falla, siempre que la geometría de la estructura lo permita.

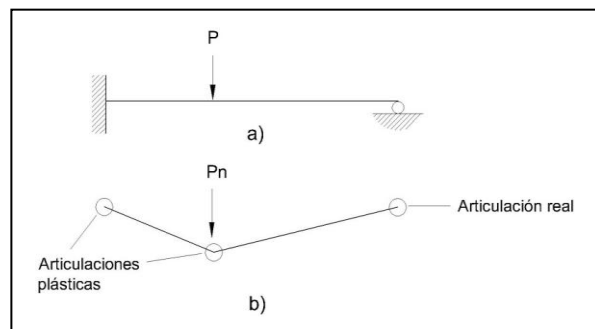
La articulación plástica actuará como una articulación real, por lo que respecta al incremento de carga. A medida que la carga se incrementa, hay una redistribución de momentos, pues la articulación plástica no puede soportar mayor momento.

Al ir apareciendo en la estructura otras articulaciones plásticas, llegará el momento en que habrá el número suficiente de ellas, para causar la falla de la estructura.

En realidad, puede proporcionarse cierta carga adicional después del momento indicado, y antes de que la falla ocurra, ya que los esfuerzos serían los correspondientes a la zona de endurecimiento del material; sin embargo, esta condición no debe tomarse en consideración porque las deformaciones son muy grandes para ser aceptables.

La viga empotrada en un extremo y apoyada en el otro, de la figura 14, es un ejemplo de una estructura que fallará después de la aparición de dos articulaciones plásticas. Para que se produzca la falla se necesitan tres articulaciones; se tiene una real en el extremo derecho. En esta viga, el mayor momento elástico causado por la carga concentrada de diseño está en el empotramiento. A medida que la magnitud de la carga se incrementa, se va formando una articulación plástica en dicho punto.

Figura 14. **Articulación plástica en una viga estáticamente indeterminada**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 226.

La carga puede incrementarse nuevamente hasta que el momento en algún otro punto alcance el valor del momento plástico (en este caso es en el punto donde está la carga concentrada.) Una carga adicional causará la falla de la viga.

Se llama mecanismo de falla a la disposición de articulaciones plásticas y quizá de articulaciones reales que permiten la falla de la estructura. Las partes b) en las figuras 12, 13 y 14, muestran mecanismos de falla para varias vigas.

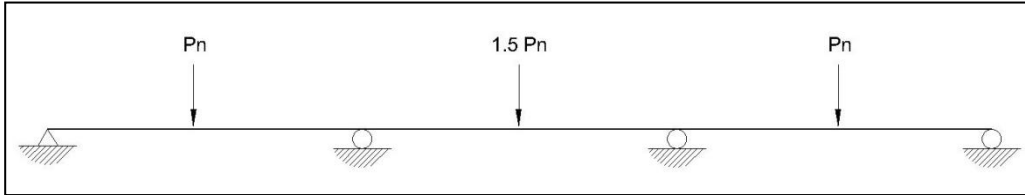
### **3.9. Vigas continuas**

Las vigas continuas son estructuras muy comunes. Su continuidad hace que su análisis sea algo complicado al usar la teoría elástica y la distribución resultante de esfuerzos no es tan exacta como pudiera suponerse aun al emplear alguno de los métodos “exactos” de análisis.

El análisis plástico es aplicable tanto a estructuras continuas como a vigas de un solo claro. Los valores resultantes reflejan en forma más realista la resistencia límite de una estructura, que la que se obtiene con el análisis elástico. Las vigas continuas pueden tratarse con el método del trabajo virtual. En la figura 15 se muestra una viga continua de 3 claros.

El método del trabajo virtual es un método exacto de análisis estructural. El principio del trabajo virtual, igual que otros métodos de análisis de energía, se basa en la conservación de la energía en la estructura. Este método fue desarrollado por John Bernoulli en 1717 y se le llama a veces método de la carga unitaria. Proporciona un medio general para obtener el desplazamiento y la pendiente en un punto sobre una estructura.

Figura 15. **Viga continua de 3 claros**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 233.



## 4. DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN

### 4.1. Alcance

En este capítulo se describen los requisitos de la especificación AISC para elementos sometidos a flexión simple alrededor de un eje principal, sin fuerza axial o torsión. Para flexión simple, el elemento se carga en un plano paralelo a un eje principal que pasa a través del centro de corte o está restringido contra la torsión en los puntos de carga y soporte.

El centro de corte se define como el punto en el plano de una sección transversal de una viga, por el cual debe pasar la resultante de las cargas transversales para que los esfuerzos en la viga puedan calcularse sólo con las teorías de la flexión pura y del corte transversal. Si la resultante pasa por este punto, no es necesario analizar la viga por momento torsionante.

#### 4.1.1. Disposiciones generales

La resistencia de diseño a flexión,  $\phi_b M_n$ , y la resistencia permisible a flexión,  $M_n/\Omega_b$ , se determinan como sigue:

Para todas las disposiciones de este capítulo:

$$\phi_b = 0.90 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_b = 1.67 \text{ (ASD)}$$

Las disposiciones de este capítulo se basan en la suposición de que los puntos de apoyo de las vigas y las trabes están restringidos contra rotación alrededor de su eje longitudinal.

Los términos siguientes son comunes a las ecuaciones de este capítulo, excepto cuando se indique:

$C_b$  = factor de modificación por pandeo lateral-torsional para diagramas de momento no uniforme, cuando ambos extremos del segmento no soportado están arriostrados:

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max}+3M_A+4M_B+3M_C} R_m \leq 3.0 \quad (\text{EC.F1-1})$$

Donde:

$M_{max}$  = valor absoluto del momento máximo en el segmento no arriostrado

$M_A$  = valor absoluto del momento a un cuarto del segmento no arriostrado

$M_B$  = valor absoluto del momento a la mitad del segmento no arriostrado

$M_C$  = valor absoluto del momento a tres cuartos del segmento no arriostrado

$R_m$  = parámetro de monosimetría de la sección transversal

= 1.0, elementos con doble simetría

= 1.0, elementos con simetría simple sometidos a curvatura simple por flexión

=  $0.5 + 2 \left( \frac{I_{yc}}{I_y} \right)^2$ , elementos con simetría simple sometidos a curvatura reversible por flexión

$I_y$  = momento de inercia alrededor del eje principal "Y"

$I_{yc}$  = momento de inercia alrededor del eje "Y" referido al patín en compresión, o con curvatura reversible por flexión, referido al patín más pequeño

En elementos con simetría simple sometidos a curvatura reversible por flexión, la resistencia al pandeo lateral-torsional deberá ser comprobada para ambos patines. La resistencia disponible a flexión deberá ser mayor o igual que el máximo momento requerido que causa compresión en el patín bajo consideración.  $C_b$  es permitido tomarlo conservadoramente como 1,0 para todos los casos. Para voladizos o salientes donde el extremo libre no está arriostrado,  $C_b = 1,0$ .

## **4.2. Propiedades de las secciones y áreas**

A continuación se describen las propiedades que deben cumplir las secciones que sean utilizadas para resistir los efectos aquí descritos.

### **4.2.1. Para flexión**

Las propiedades de diseño a flexión se basan en la sección transversal completa sin reducción de agujeros de perno cuando la limitación en la especificación AISC, sección F13,1(a) se satisface. De lo contrario, las propiedades de diseño a flexión se basan en la comprobación de ruptura por flexión dada, en la especificación AISC, sección F13,1(b). Estas secciones se presentan a continuación:

#### **4.2.1.1. Reducciones de agujeros**

Esta sección aplica a perfiles laminados o armados, y vigas con cubreplacas y agujeros, proporcionadas sobre la base de resistencia a la flexión de la sección gruesa.

Además de los estados límite especificados en otras secciones de este capítulo, la resistencia nominal a la flexión,  $M_n$ , se limitará de acuerdo con el estado límite de rotura a la tensión del patín a tensión.

- Para  $F_u A_{fn} \geq Y_t F_y A_{fg}$ , el estado límite de rotura a la tensión no aplica
- Para  $F_u A_{fn} < Y_t F_y A_{fg}$ , la resistencia nominal a la flexión,  $M_n$ , en la ubicación de los agujeros en el patín a tensión no se tomará mayor que:

$$M_n = \frac{F_u A_{fn}}{A_{fg}} S_x \quad (\text{EC.F13-1})$$

Donde:

$A_{fg}$  = área gruesa del patín a tensión, calculada de acuerdo con las disposiciones de la sección D3,1, ( $\text{mm}^2$ ), la cual determina: “El área gruesa,  $A_g$ , de un elemento es el área total de la sección transversal.”

$A_{fn}$  = área neta del patín a tensión, calculada de acuerdo con las disposiciones de la sección D3,2, ( $\text{mm}^2$ ), la cual determina: “El área neta,  $A_n$ , de un elemento es la suma de los productos del espesor y el ancho neto de cada elemento calculada como sigue: en el cálculo de área neta para tensión y corte, el ancho de un agujero de perno se tomará como 2 mm mayor que la dimensión nominal del agujero.”

$Y_t = 1,0$  para  $F_y/F_u \leq 0,8$   
 $= 1,1$  para los otros casos

La tabla V muestra las dimensiones nominales de agujeros de perno, para ser utilizadas en el cálculo de área neta.

Tabla V. Dimensiones nominales de agujeros de perno

<b>TABLE J3.3M Nominal Hole Dimensions, mm</b>				
<b>Bolt Diameter</b>	<b>Hole Dimensions</b>			
	<b>Standard (Dia.)</b>	<b>Oversize (Dia.)</b>	<b>Short-Slot (Width × Length)</b>	<b>Long-Slot (Width × Length)</b>
M16	18	20	18 × 22	18 × 40
M20	22	24	22 × 26	22 × 50
M22	24	28	24 × 30	24 × 55
M24	27 <sup>[a]</sup>	30	27 × 32	27 × 60
M27	30	35	30 × 37	30 × 67
M30	33	38	33 × 40	33 × 75
≥M36	$d + 3$	$d + 8$	$(d + 3) \times (d + 10)$	$(d + 3) \times 2.5d$

Fuente: AISC. *Especificación para edificios de acero estructural ANSI/AISC 360-05*. p. 105.

#### 4.2.2. Para corte

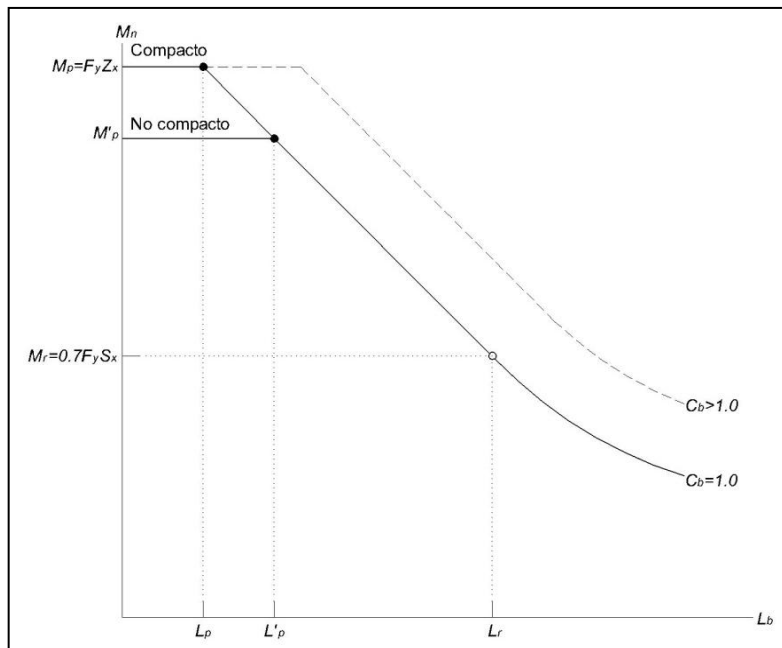
Para corte, el área es determinada por la especificación AISC capítulo G, la cual determina lo siguiente: (En esta sección únicamente se presentarán generalidades del área utilizada en el cálculo de la resistencia nominal a corte. El estudio de este tema está fuera del alcance de este trabajo académico).

- Almas de elementos con simetría doble o simple sometidas a corte en el plano del alma:  $A_w = dt_w$
- Ángulos simples:  $A_w = bt$
- Secciones estructurales huecas rectangulares y elementos tipo cajón:  
 $A_w = 2ht$
- Secciones estructurales huecas redondas:  $A_w = A_g$
- Corte en la dirección débil de perfiles con simetría doble o simple:  
 $A_w = b_f t_f$

### 4.3. Resistencia a la flexión

La resistencia nominal a la flexión de perfiles tipo W se ilustra como una función de la longitud no soportada,  $L_b$ , en la figura 16. La resistencia disponible se determina como  $\phi M_n$  o  $M_n/\Omega$ , que debe ser igual o superior a la resistencia requerida (momento de flexión),  $M_u$  o  $M_a$ , respectivamente.

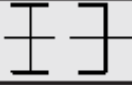
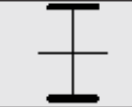
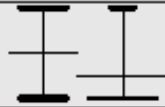
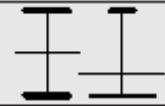
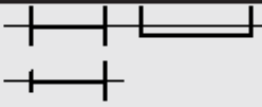



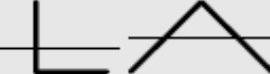

Figura 16. **Resistencia nominal a la flexión de perfiles tipo W en función de la longitud no soportada**



Fuente: AISC. *Manual de construcción en acero*. p. 3-4.

La resistencia disponible a la flexión,  $\phi M_n$  o  $M_n/\Omega$ , se determina por la especificación AISC capítulo F. La nota al usuario F1,1 de la especificación describe las secciones del capítulo F y los estados límite equivalentes aplicables a cada tipo de elemento, la cual se muestra a continuación en la tabla VI:

Tabla VI. **Tabla de selección para la aplicación de las secciones del capítulo F de la especificación AISC**

<b>TABLE User Note F1.1</b> <b>Selection Table for the Application</b> <b>of Chapter F Sections</b>				
Section in Chapter F	Cross Section	Flange Slenderness	Web Slenderness	Limit States
F2		C	C	Y, LTB
F3		NC, S	C	LTB, FLB
F4		C, NC, S	C, NC	Y, LTB, FLB, TFY
F5		C, NC, S	S	Y, LTB, FLB, TFY
F6		C, NC, S	N/A	Y, FLB
F7		C, NC, S	C, NC	Y, FLB, WLB
F8		N/A	N/A	Y, LB
F9		C, NC, S	N/A	Y, LTB, FLB
F10		N/A	N/A	Y, LTB, LLB
F11		N/A	N/A	Y, LTB
F12	Unsymmetrical shapes	N/A	N/A	All limit states

Y – yielding, LTB – lateral-torsional buckling, FLB – flange local buckling, WLB – web local buckling, TFY – tension flange yielding, LLB – leg local buckling, LB – local buckling, C – compact, NC – noncompact, S – slender

Fuente: AISC. *Especificación para edificios de acero estructural ANSI/AISC 360-05*. p. 45.

### 4.3.1. Elementos sometidos a flexión compactos y arriostrados

Cuando los elementos sometidos a flexión están arriostrados ( $L_b \leq L_p$ ) y son compactos ( $\lambda \leq \lambda_p$ ), la fluencia debe ser considerada en la resistencia nominal a momento del elemento, de acuerdo con los requisitos de la especificación AISC capítulo F.

#### 4.3.1.1. Elementos tipo I compactos con doble simetría y canales con flexión alrededor de su eje mayor

Esta sección aplica a elementos tipo I con doble simetría y canales con flexión alrededor de su eje mayor, que tienen almas compactas y patines compactos según se definen en la sección B4 de la especificación. La resistencia nominal a flexión,  $M_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo con los estados límite de fluencia (momento plástico) y pandeo lateral-torsional.

- Fluencia:

$$M_n = M_p = F_y Z_x \quad (\text{EC.F2-1})$$

Donde:

$F_y$  = esfuerzo de fluencia mínimo especificado del tipo de acero utilizado (MPa)

$Z_x$  = modulo plástico de sección alrededor del eje X ( $\text{mm}^3$ )



- Pandeo lateral-torsional:
  - Cuando  $L_b \leq L_p$ , el estado límite de pandeo lateral-torsional no aplica.
  - Cuando  $L_p < L_b \leq L_r$ :

$$M_n = C_b \left[ M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{EC.F2-2})$$

- Cuando  $L_b > L_r$ :

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p \quad (\text{EC.F2-3})$$

Donde:

$L_b$  = longitud entre los puntos que son arriostrados contra desplazamiento lateral del patín a compresión o arriostrados contra giro de la sección transversal:

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left( \frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_0} \left( \frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \quad (\text{EC.F2-4})$$

Donde:

$E$  = módulo de elasticidad del acero = 200 000 MPa

$J$  = constante torsional ( $\text{mm}^4$ )

$S_x$  = módulo elástico de sección alrededor del eje X ( $\text{mm}^3$ )

Las longitudes límite  $L_p$  y  $L_r$  se determinan como sigue:

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{EC.F2-5})$$

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_0}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left( \frac{0.7F_y S_x h_0}{E Jc} \right)^2}} \quad (\text{EC.F2-6})$$

Donde:

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad (\text{EC.F2-7})$$

Y:

Para perfiles tipo I con doble simetría:  $c = 1$  (EC.F2-8a)

Para un canal:

$$c = \frac{h_0}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}} \quad (\text{EC.F2-8b})$$

Donde:

$h_0$  = distancia entre los centroides de los patines

$C_w$  = constante de alabeo

#### **4.3.2. Elementos sometidos a flexión no arriostrados**

Cuando los elementos sometidos a flexión no están arriostrados ( $L_b \geq L_p$ ), tienen relaciones de ancho-espesor del patín tales que ( $\lambda > \lambda_p$ ), o tienen relaciones de ancho-espesor del alma tales que ( $\lambda > \lambda_p$ ); los efectos de pandeo lateral-torsional y pandeo elástico deben ser considerados en el cálculo de la resistencia nominal a momento del elemento.

#### **4.3.3. Secciones transversales esbeltas o no compactas**

Para los elementos sometidos a flexión que tienen relaciones de ancho-espesor tales que ( $\lambda > \lambda_p$ ), el pandeo local debe ser considerado en el cálculo de la resistencia nominal a momento del elemento.

##### **4.3.3.1. Elementos tipo I con doble simetría, con almas compactas y patines no compactos o esbeltos con flexión alrededor de su eje mayor**

Esta sección aplica a elementos tipo I con doble simetría con flexión alrededor de su eje mayor teniendo almas compactas y patines no compactos o esbeltos, según se definen en la sección B4 de la especificación.

La resistencia nominal a flexión,  $M_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo con los estados límite de pandeo lateral-torsional y pandeo local del patín en compresión.

- Pandeo lateral-torsional: para pandeo lateral-torsional, las disposiciones de la Sección F2.2 se aplicarán.
- Pandeo local del patín en compresión:
  - Para secciones con patines no compactos:

$$M_n = \left[ M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left( \frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \quad (\text{EC.F3-1})$$

- Para secciones con patines esbeltos:

$$M_n = \frac{0.9Ek_c S_x}{\lambda^2} \quad (\text{EC.F3-2})$$

Donde:

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f}$$

$\lambda_{pf} = \lambda_p$  es la esbeltez límite para un patín compacto, tabla III de este trabajo académico.

$\lambda_{rf} = \lambda_r$  es la esbeltez límite para un patín no compacto, tabla III de este trabajo académico.

$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$  y no deberá tomarse menor que 0,35 ni mayor que 0,76 para propósitos de cálculo.

#### 4.3.3.2. Otros elementos tipo I con almas compactas o no compactas con flexión alrededor de su eje mayor

Esta sección aplica a: elementos tipo I con doble simetría con flexión alrededor de su eje mayor con almas no compactas; y elementos tipo I con simetría simple con almas unidas al ancho medio de los patines, con flexión alrededor de su eje mayor, con almas compactas o no compactas, según se definen en la sección B4 de la especificación.

La resistencia nominal a flexión,  $M_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo con los estados límite de fluencia del patín en compresión, pandeo lateral-torsional, pandeo local del patín en compresión y fluencia del patín en tensión.

- Fluencia del patín en compresión:

$$M_n = R_{pc}M_{yc} = R_{pc}F_yS_{xc} \quad (\text{EC.F4-1})$$

- Pandeo lateral-torsional:

- Cuando  $L_b \leq L_p$ , el estado límite de pandeo lateral-torsional no aplica.
- Cuando  $L_p < L_b \leq L_r$ :

$$M_n = C_b \left[ R_{pc}M_{yc} - (R_{pc}M_{yc} - F_L S_{xc}) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq R_{pc}M_{yc} \quad (\text{EC.F4-2})$$

- Cuando  $L_b > L_r$ :

$$M_n = F_{cr} S_x \leq R_{pc} M_{yc} \quad (\text{EC.F4-3})$$

Donde:

$$M_{yc} = F_y S_{xc} \quad (\text{EC.F4-4})$$

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{J}{S_x h_0} \left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2} \quad (\text{EC.F4-5})$$

Para  $\frac{I_{yc}}{I_y} \leq 0.23$ ,  $J$  deberá ser tomado como cero.

El esfuerzo,  $F_L$ , se determina como sigue:

Para  $\frac{S_{xt}}{S_{xc}} \geq 0.7$

$$F_L = 0.7 F_y \quad (\text{EC.F4-6a})$$

Para  $\frac{S_{xt}}{S_{xc}} < 0.7$

$$F_L = F_y \frac{S_{xt}}{S_{xc}} \geq 0.5 F_y \quad (\text{EC.F4-6b})$$

La longitud no arriostrada lateralmente limitante para el estado límite de fluencia,  $L_p$ , es:

$$L_p = 1.1r_t \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{EC.F4-7})$$

La longitud no arriostrada lateralmente limitante para el estado límite de pandeo lateral-torsional inelástico,  $L_r$ , es:

$$L_r = 1.95r_t \frac{E}{F_L} \sqrt{\frac{J}{S_x h_0}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{F_L S_x h_0}{E J}\right)^2}} \quad (\text{EC.F4-8})$$

El factor de plastificación del alma,  $R_{pc}$ , se determina como sigue:

$$\text{Para } \frac{h_c}{t_w} \leq \lambda_{pw}$$

$$R_{pc} = \frac{M_p}{M_{yc}} \quad (\text{EC.F4-9a})$$

$$\text{Para } \frac{h_c}{t_w} > \lambda_{pw}$$

$$R_{pc} = \left[ \frac{M_p}{M_{yc}} - \left( \frac{M_p}{M_{yc}} - 1 \right) \left( \frac{\lambda - \lambda_{pw}}{\lambda_{rw} - \lambda_{pw}} \right) \right] \leq \frac{M_p}{M_{yc}} \quad (\text{EC.F4-9b})$$

Donde:

$$M_p = Z_x F_y \leq 1.6 S_{xc} F_y$$

$S_{xc}$ ,  $S_{xt}$  = módulo de sección elástico respecto de los patines en compresión y tensión, respectivamente

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w}$$

$\lambda_{pw} = \lambda_p$ , la esbeltez límite para un alma compacta, tabla III de este trabajo académico.

$\lambda_{rw} = \lambda_r$ , la esbeltez límite para un alma no compacta, tabla III de este trabajo académico.

El radio efectivo de giro para el pandeo lateral-torsional,  $r_t$ , se determina como sigue:

Para perfiles tipo I con patín rectangular en compresión:

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12\left(\frac{h_0}{d} + \frac{1}{6}a_w\frac{h^2}{h_0d}\right)}} \quad (\text{EC.F4-10})$$

Donde:

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \quad (\text{EC.F4-11})$$

$b_{fc}$  = ancho del patín en compresión

$t_{fc}$  = espesor del patín en compresión

Para perfiles tipo I con tapas de canales o cubreplacas unidas al patín en compresión:

$r_t$  = radio de giro de los componentes del patín en compresión por flexión más un tercio del área del alma en compresión debido solo a la aplicación del momento de flexión en el eje mayor.



$a_w$  = la relación de dos veces el área del alma en compresión debido solo a la aplicación del momento de flexión en el eje mayor al área de los componentes del patín en compresión.

- Pandeo local del patín en compresión
  - Para secciones con patines compactos, el estado límite de pandeo local no aplica.
  - Para secciones con patines no compactos:

$$M_n = \left[ R_{pc} M_{yc} - (R_{pc} M_{yc} - F_L S_{xc}) \left( \frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \quad (\text{EC.F4-12})$$

- Para secciones con patines esbeltos:

$$M_n = \frac{0.9 E k_c S_{cx}}{\lambda^2} \quad (\text{EC.F4-13})$$

Donde:

$F_L$  está definido en las ecuaciones *F4-6a* y *F4-6b*.

$R_{cp}$  es el factor de plastificación del alma, determinado por las ecuaciones *F4-9*.

$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$  y no deberá tomarse menor que 0,35 ni mayor que 0,76 para propósitos de cálculo.

$$\lambda = \frac{b_{fc}}{2t_{fc}}$$

$\lambda_{pf} = \lambda_p$ , la esbeltez límite para un patín compacto, tabla III de este trabajo académico.

$\lambda_{rf} = \lambda_r$ , la esbeltez límite para un patín no compacto, tabla III de este trabajo académico.

- Fluencia del patín en tensión
  - Cuando  $S_{xt} \geq S_{xc}$ , el estado límite de fluencia del patín en tensión no aplica.
  - Cuando  $S_{xt} < S_{xc}$  :

$$M_n = R_{pt} M_{yt} \quad (\text{EC.F4-14})$$

Donde:

$$M_{yt} = F_y S_{xt}$$

El factor de plastificación del alma correspondiente al estado límite de fluencia del patín en tensión,  $R_{pt}$ , se determina como sigue:

$$\checkmark \quad \text{Para } \frac{h_c}{t_w} \leq \lambda_{pw}$$

$$R_{pc} = \frac{M_p}{M_{yt}} \quad (\text{EC.F4-15a})$$

$$\checkmark \quad \text{Para } \frac{h_c}{t_w} > \lambda_{pw}$$

$$R_{pt} = \left[ \frac{M_p}{M_{yt}} - \left( \frac{M_p}{M_{yt}} - 1 \right) \left( \frac{\lambda - \lambda_{pw}}{\lambda_{rw} - \lambda_{pw}} \right) \right] \leq \frac{M_p}{M_{yt}} \quad (\text{EC.F4-15b})$$

Donde:

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w}$$

$\lambda_{pw} = \lambda_p$ , la esbeltez límite para un alma compacta, tabla III de este trabajo académico.

$\lambda_{rw} = \lambda_r$ , la esbeltez límite para un alma no compacta, tabla III de este trabajo académico.

#### **4.3.3.3. Elementos tipo I con doble simetría y simetría simple, con almas esbeltas con flexión alrededor de su eje mayor**

Esta sección aplica a elementos tipo I con doble simetría y simetría simple, con almas esbeltas unidas al ancho medio de los patines, con flexión alrededor de su eje mayor, según se definen en la sección B4 de la especificación.

La resistencia nominal a flexión,  $M_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo con los estados límite de fluencia del patín en compresión, pandeo lateral-torsional, pandeo local del patín en compresión y fluencia del patín en tensión.

- Fluencia del patín en compresión:

$$M_n = R_{pg} F_y S_{xc} \quad (\text{EC.F5-1})$$

- Pandeo lateral-torsional:

$$M_n = R_{pg} F_{cr} S_{xc} \quad (\text{EC.F5-2})$$

- Cuando  $L_b \leq L_p$ , el estado límite de pandeo lateral-torsional no aplica.
- Cuando  $L_p < L_b \leq L_r$ :

$$F_{cr} = C_b \left[ F_y - (0.3F_y) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq F_y \quad (\text{EC.F5-3})$$

- Cuando  $L_b > L_r$ :

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left( \frac{L_b}{r_t} \right)^2} \leq F_y \quad (\text{EC.F5-4})$$

Donde:

$L_p$  está definida por la ecuación EC. F4-7.

$$L_r = \pi r_t \sqrt{\frac{E}{0.7F_y}} \quad (\text{EC.F5-5})$$

$R_{pg}$  es el factor de reducción de resistencia a la flexión:

$$R_{pg} = 1 - \frac{a_w}{1200 + 300a_w} \left( \frac{h_c}{t_w} - 5.7 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{EC.F5-6})$$

$a_w$  está definido por la ecuación EC. F4-11, pero no deberá exceder de 10

$r_t$  es el radio de giro efectivo para el pandeo lateral como se define en la sección F4.

- Pandeo local del patín en compresión:

$$M_n = R_{pg} F_{cr} S_{xc} \quad (\text{EC.F5-7})$$

- Para secciones con patines compactos, el estado límite de pandeo local del patín en compresión no aplica.
- Para secciones con patines no compactos:

$$F_{cr} = \left[ F_y - (0.3F_y) \left( \frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \quad (\text{EC.F5-8})$$

- Para secciones con patines esbeltos:

$$F_{cr} = \frac{0.9Ek_c}{\left( \frac{b_f}{2t_f} \right)^2} \quad (\text{EC.F5-9})$$

Donde:

$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$  y no deberá tomarse menor que 0,35 ni mayor que 0,76 para propósitos de cálculo.

$$\lambda = \frac{b_{fc}}{2t_{fc}}$$

$\lambda_{pf} = \lambda_p$ , la esbeltez límite para un patín compacto, tabla III de este trabajo académico.

$\lambda_{rf} = \lambda_r$ , la esbeltez límite para un patín no compacto, tabla III de este trabajo académico.

- Fluencia del patín en tensión:
  - Cuando  $S_{xt} \geq S_{xc}$ , el estado límite de fluencia del patín en tensión no aplica.

- Cuando  $S_{xt} < S_{xc}$  :

$$M_n = F_y S_{xt} \quad (\text{EC.F5-10})$$

#### 4.3.3.4. Elementos tipo HSS rectangulares y cuadrados y tipo cajón

Esta sección aplica a elementos tipo HSS cuadrados y rectangulares, y perfiles tipo cajón con doble simetría y flexión alrededor de sus ejes, que tienen almas compactas o no compactas y patines compactos, no compactos o esbeltos según se define en la sección B4.

La resistencia nominal a flexión,  $M_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo con los estados límite de fluencia (momento plástico), pandeo local del patín y pandeo local del alma bajo flexión pura.

- Fluencia:

$$M_n = M_p = F_y Z \quad (\text{EC.F7-1})$$

Donde:

$Z$  = modulo plástico de sección alrededor del eje de flexión

- Pandeo local del patín:
  - Para secciones compactas, el estado límite de pandeo local del patín no aplica.
  - Para secciones con patines no compactos:

$$M_n = M_p - (M_p - F_y S) \left( 3.57 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{F_y}{E}} - 4.0 \right) \leq M_p \quad (\text{EC.F7-2})$$

- Para secciones con patines esbeltos:

$$M_n = F_y S_{eff} \quad (\text{EC.F7-3})$$

Donde:

$S_{eff}$  es el modulo de sección efectivo determinado con el ancho efectivo del patín en compresión tomado como:

$$b_e = 1.92t \sqrt{\frac{E}{F_y}} \left[ 1 - \frac{0.38}{b/t} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \right] \leq b \quad (\text{EC.F7-4})$$

- Pandeo local del alma:
  - Para secciones compactas, el estado límite de pandeo local del alma no aplica.
  - Para secciones con almas no compactas

$$M_n = M_p - (M_p - F_y S_x) \left( 0.305 \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{F_y}{E}} - 0.738 \right) \leq M_p \quad (\text{EC.F7-5})$$

#### 4.3.3.5. Elementos tipo HSS redondos

Esta sección aplica a elementos tipo HSS que tienen relaciones  $D/t$  menores que  $\frac{0.45E}{F_y}$ .

La resistencia nominal a flexión,  $M_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo con los estados límite de fluencia (momento plástico) y pandeo local.

- Fluencia:

$$M_n = M_p = F_y Z \quad (\text{EC.F8-1})$$

- Pandeo local:

- Para secciones compactas, el estado límite de pandeo local no aplica.
- Para secciones no compactas:

$$M_n = \left( \frac{0,021E}{\frac{D}{t}} + F_y \right) S \quad (\text{EC.F8-2})$$

- Para secciones con paredes esbeltas:

$$M_n = F_{cr} S \quad (\text{EC.F8-3})$$

Donde:

$$F_{cr} = \frac{0,33E}{\frac{D}{t}} \quad (\text{EC.F8-4})$$

S = módulo de sección elástico



#### 4.3.4. Resistencia disponible a la flexión en el eje débil

El diseño de los elementos sometidos a flexión alrededor de su eje débil es similar al de los elementos sometidos a flexión alrededor de su eje fuerte, excepto que el pandeo lateral torsional no se aplica. Consultar la especificación AISC sección F6.

##### 4.3.4.1. Elementos tipo I y canales con flexión alrededor de su eje menor

Esta sección aplica a elementos tipo I y canales con flexión alrededor de su eje menor. La resistencia nominal a flexión,  $M_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo con los estados límite de fluencia (momento plástico) y pandeo local del patín.

- Fluencia:

$$M_n = M_p = F_y Z_y \leq 1.6 F_y S_y \quad (\text{EC.F6-1})$$

- Pandeo local del patín:
  - Para secciones con patines compactos, el estado límite de fluencia deberá aplicar.
  - Para secciones con patines no compactos:

$$M_n = \left[ M_p - (M_p - 0.7 F_y S_y) \left( \frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \quad (\text{EC.F6-2})$$

- Para secciones con patines esbeltos:

$$M_n = F_{cr} S_y \quad (\text{EC.F6-3})$$

Donde:

$$F_{cr} = \frac{0,69E}{\left(\frac{b_f}{2t_f}\right)^2} \quad (\text{EC.F6-4})$$

$$\lambda = \frac{b}{t}$$

$\lambda_{pf} = \lambda_p$ , la esbeltez límite para un patín compacto, tabla III de este trabajo académico.

$\lambda_{rf} = \lambda_r$ , la esbeltez límite para un patín no compacto, tabla III de este trabajo académico.

$S_y$  para un canal deberá ser tomado como el mínimo módulo de sección

#### **4.4. Pandeo local**

A continuación se describen las propiedades que deben cumplir las secciones, para evitar el pandeo local.

##### **4.4.1. Determinar las relaciones de ancho-espesor de la sección transversal**

Los elementos sometidos a flexión se clasifican para flexión sobre la base de las relaciones de ancho-espesor de los diversos elementos de la sección transversal.

La relación de ancho-espesor se calcula para cada elemento de la sección transversal por la especificación AISC sección B4.

#### **4.4.2. Clasificación de las secciones transversales**

Las secciones transversales se clasifican de la siguiente manera:

- Los elementos sometidos a flexión son compactos (el momento plástico puede ser alcanzado sin pandeo local) cuando  $\lambda$  es igual a o menor que  $\lambda_p$  y el(los) patín(es) está(n) continuamente conectado(s) a el(las) alma(s).
- Los elementos sometidos a flexión son no compactos (el pandeo local ocurrirá, pero solo después de la fluencia inicial) cuando  $\lambda$  excede  $\lambda_p$  pero es igual o inferior a  $\lambda_r$ .
- Los elementos sometidos a flexión tienen secciones transversales esbeltas (el pandeo local ocurrirá antes de la fluencia) cuando  $\lambda$  excede  $\lambda_r$ .

#### **4.5. Pandeo lateral-torsional**

A continuación se describen las propiedades que deben cumplir los elementos estructurales, para evitar el pandeo lateral-torsional.

##### **4.5.1. Clasificación de claros por flexión**

Los elementos sometidos a flexión alrededor de su eje fuerte se clasifican sobre la base de la longitud  $L_b$  entre los puntos arriostrados.

Los puntos arriostrados son aquellos en los cuales se presta apoyo a la resistencia contra el pandeo lateral-torsional por medio de la especificación AISC apéndice 6.3. Las clasificaciones se determinan como sigue:

- Si  $L_b \leq L_p$ , los elementos a flexión no están sometidos a pandeo lateral-torsional.
- Si  $L_p < L_b \leq L_r$ , los elementos a flexión están sometidos a pandeo lateral-torsional inelástico.
- Si  $L_b > L_r$ , los elementos a flexión están sometidos a pandeo lateral-torsional elástico.

En la especificación apéndice 6.3, se presentan los requisitos que deben cumplir los elementos utilizados para la estabilidad lateral de vigas, tales como soporte lateral, torsional o la combinación de ambos.

Los valores de  $L_p$  y  $L_r$  están determinados por la especificación AISC capítulo F. El pandeo lateral-torsional no aplica a elementos a flexión alrededor de su eje débil o a secciones estructurales huecas alrededor de sus ejes, por la especificación AISC secciones F6, F7 y F8.

#### **4.5.2. Consideración del gradiente de momento**

Cuando  $L_b > L_p$ , el gradiente de momento entre los puntos arriostrados se puede considerar en la determinación de la resistencia disponible, utilizando el coeficiente de flexión en vigas  $C_b$ . En el caso de un momento uniforme entre los puntos arriostrados que causan una curvatura simple del elemento,  $C_b = 1$ .

Esto representa el peor caso y  $C_b$  puede ser conservadoramente tomado como la unidad para el uso, con el momento máximo entre los puntos arriostrados en todos los diseños por la especificación AISC sección F1. Sin embargo, cuando se desee, un gradiente de momento no uniforme entre los puntos arriostrados puede ser considerado usando  $C_b$  calculado como está dado en la especificación AISC ecuación F1-1.

Las excepciones se proporcionan como sigue:

- Como alternativa, cuando el diagrama de momento entre los puntos arriostrados es una línea recta,  $C_b$  se puede calcular como se da en el comentario de la especificación AISC Ecuación C-F1.1. Esta ecuación no se muestra en este trabajo académico debido a que es utilizada únicamente cuando existe flexión pura entre dos puntos arriostrados, una condición que es rara en las vigas. Por lo tanto esta únicamente se menciona como referencia.
- Para elementos en voladizo donde el extremo libre no está arriostrado,  $C_b$  se debe tomar como la unidad por la especificación AISC sección F1.
- Para tees estructurales con el alma en compresión,  $C_b$  se debe tomar como la unidad, como se recomienda en el comentario de la especificación sección F9.

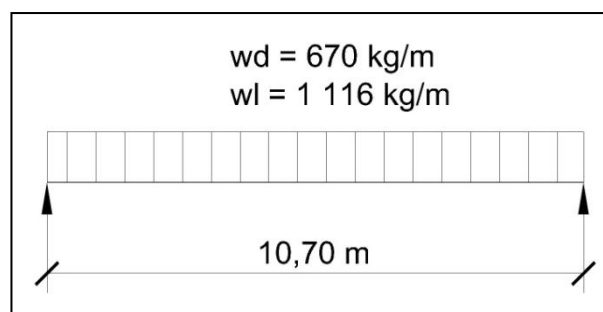
#### 4.6. Resistencia disponible a corte

Para elementos sometidos a flexión, la resistencia a corte disponible,  $\phi V_n$  o  $V_n/\Omega$ , que debe ser igual o superior a la resistencia requerida,  $V_u$  o  $V_a$ , respectivamente, se determina de acuerdo con la especificación AISC capítulo G.

Ejemplo 2:

Seleccionar un perfil tipo W, ASTM A992, con un claro simple de 10,70 m. Limitar el elemento a un peralte máximo nominal de 460 mm y la deflexión de carga viva a  $L/360$ . Las cargas nominales son una carga muerta uniforme de 670 kg/m y una carga viva uniforme de 1 116 kg/m. Suponer que la viga está continuamente arriostrada. Ver figura 17.

Figura 17. **Diagrama de carga y arriostrado de viga (soporte lateral completo) – ejemplo 2**



Fuente: AISC. *Design examples, versión 13.0.* p. F-6.

Solución:

- Propiedades de material:

ASTM A992                   $F_y = 345 \text{ MPa}$                    $F_u = 450 \text{ MPa}$

- Cálculo de la resistencia nominal a flexión:

LRFD	ASD
$w_u = 1,2(670 \text{ kg/m}) + 1,6(1\ 116 \text{ kg/m})$ $m = 2\ 590 \text{ kg/m}$	$w_a = 670 \text{ kg/m} + 1\ 116 \text{ kg/m}$ $= 1\ 786 \text{ kg/m}$
$M_u = \frac{2\ 590 \text{ kg/m}(10,70 \text{ m})^2}{8}$ $= 37\ 066 \text{ kg} \cdot \text{m}$	$M_a = \frac{1\ 786 \text{ kg/m}(10,70 \text{ m})^2}{8}$ $= 25\ 560 \text{ kg} \cdot \text{m}$

- Cálculo del momento de inercia requerido para el criterio de deflexión por carga viva de L/360:

$$\Delta_{max} = \frac{L}{360} = \frac{10,70 \text{ m} (1\ 000 \text{ mm})}{360} = 29,72 \text{ mm}$$

$$I_{x(requ)} = \frac{5wl^4}{384E\Delta_{max}} = \frac{5(1\ 116 \text{ kg/m})(10,70 \text{ m})^4(1\ 000 \text{ mm/m})^3}{384 (200\ 000 \text{ MPa})(29,72 \text{ mm})(1 \text{ kg}/9,81 \text{ N})}$$
$$= 314,36 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Seleccionar el perfil W460X74.  $I_x = 333 \times 10^6 \text{ mm}^4$

- Clasificación por pandeo local:

Aplican los casos 1 y 9 de la tabla B4.1

Caso 1:

$$\frac{b}{t} = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{190 \text{ mm}}{2(14,5 \text{ mm})} = 6,55$$

$$0,38 \sqrt{E/F_y} = 0,38 \sqrt{200\,000 \text{ MPa}/345 \text{ MPa}} = 9,15$$

6,55 < 9,15 OK, el patín es compacto.

Caso 9:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{T}{t_w} = \frac{394 \text{ mm}}{9 \text{ mm}} = 43,78$$

$$3,76 \sqrt{E/F_y} = 3,76 \sqrt{200\,000 \text{ MPa}/345 \text{ MPa}} = 90,53$$

43,78 < 90,53 OK, el alma es compacta.

La sección es compacta. Puesto que la viga está continuamente arriostrada y es compacta, solo el estado límite de fluencia aplica.

- Propiedades geométricas:

$$\text{W460X74} \quad Z_x = 1,65 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



- Cálculo de la resistencia nominal a flexión,  $M_n$ :

$$M_n = M_p = F_y Z_x = 345 \text{ Mpa}(1,65 \times 10^6 \text{ mm}^4) = 569,25 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$= 58\,051 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

- Cálculo de la resistencia disponible a flexión

LRFD	ASD
$\phi_b = 0,90$	$\Omega_b = 1,67$
$\phi_b M_n = 0,90(58\,051 \text{ kg} \cdot \text{m})$	$M_n / \Omega_b = 58\,051 \text{ kg} \cdot \text{m} / 1,67$
$= 52\,245 \text{ kg} \cdot \text{m}$	$= 34\,761 \text{ kg} \cdot \text{m}$
$52\,245 \text{ kg} \cdot \text{m} > 37\,066 \text{ kg} \cdot \text{m} \text{ OK}$	$34\,761 \text{ kg} \cdot \text{m} > 25\,560 \text{ kg} \cdot \text{m} \text{ OK}$



## 5. INTRODUCCIÓN A LOS ELEMENTOS CARGADOS AXIALMENTE A COMPRESIÓN

### 5.1. Consideraciones generales

Existen varios tipos de elementos que trabajan a compresión, de los cuales la columna es el más conocido. Las columnas son elementos verticales rectos cuyas longitudes son considerablemente mayores que su ancho. Los elementos verticales cortos sujetos a cargas de compresión se denominan con frecuencia puntales o, simplemente elementos a compresión; sin embargo, los términos columna y elemento a compresión se usarán indistintamente en este trabajo. Hay tres modos generales según los cuales las columnas cargadas axialmente pueden fallar. Estos son: pandeo flexionante, local y torsionante.

- El pandeo flexionante (llamado también pandeo de Euler) es el tipo primario de pandeo analizado. Los elementos están sometidos a flexión cuando se vuelven inestables.
- El pandeo local ocurre cuando alguna parte o partes de la sección transversal de una columna son tan delgadas que se pandean localmente en compresión antes que los otros modos de pandeo puedan ocurrir. La susceptibilidad de una columna al pandeo local se mide por las relaciones ancho a espesor de las partes de su sección transversal.
- El pandeo torsionante puede ocurrir en columnas que tienen ciertas configuraciones en su sección transversal. Esas columnas fallan por torsión o por una combinación de pandeo torsional y flexionante.

Entre más larga sea una columna para una misma sección transversal, mayor es su tendencia a pandearse y menor será la carga que pueda soportar. La tendencia de un elemento a pandearse se mide por lo general con la relación de esbeltez que se define como la relación entre la longitud del elemento y su radio de giro mínimo. La tendencia al pandeo depende también de los siguientes factores: tipo de conexión en los extremos, excentricidad de la carga, imperfecciones en el material de la columna, torceduras iniciales en la columna, esfuerzos residuales de fabricación, etcétera.

Las cargas que soporta una columna de un edificio bajan por la sección transversal superior de la columna y a través de sus conexiones con otros elementos. La situación ideal se tiene cuando las cargas se aplican uniformemente sobre la columna con el centro de gravedad de las cargas, coincidiendo con el centro de la columna. Además, es deseable que la columna no tenga defectos, que consista de un material homogéneo y que sea perfectamente recta; todas estas condiciones obviamente son imposibles de satisfacerse.

Las cargas que se encuentran exactamente centradas sobre una columna se denominan axiales o cargas concéntricas. Las cargas muertas pueden o no ser axiales en una columna interior de un edificio, pero las cargas vivas nunca lo son. Para una columna exterior la posición de las cargas es probablemente aún más excéntrica, ya que el centro de gravedad caerá por lo general hacia la parte interior de la columna. En otras palabras, resulta dudoso que alguna vez se encuentre, en la práctica, una columna cargada en forma perfectamente axial.

Las otras condiciones deseables también son imposibles de lograr debido a: imperfecciones de las dimensiones de las secciones transversales, esfuerzos residuales, agujeros taladrados para recibir tornillos, esfuerzos de montaje y cargas transversales. Es muy difícil tomar en cuenta todas estas variables en una fórmula.

Algunas imperfecciones pequeñas en los elementos a tensión y en vigas pueden pasarse por alto, ya que son de poca consecuencia; pero en columnas, estas pequeñas imperfecciones pueden revestir mucha importancia. Una columna que está ligeramente flexionada cuando se coloca en su lugar puede tener momentos flexionantes significantes iguales a la carga de la columna multiplicada por la deflexión lateral inicial.

Obviamente, una columna es un elemento más crítico en una estructura que una viga o elemento a tensión, porque pequeñas imperfecciones en los materiales y en las dimensiones tienen mucha importancia en su estabilidad. Esta situación puede ilustrarse en una armadura de un puente en la que a algunos de sus elementos los ha dañado un vehículo. La flexión de elementos a tensión probablemente no será muy seria, ya que las cargas de tensión tenderán a enderezar a esos elementos; pero la flexión de cualquier elemento a compresión es un asunto muy serio, ya que las cargas de compresión tenderán a incrementar la flexión en esos elementos.

El análisis precedente debe mostrar claramente que las imperfecciones en columnas ocasionan flexión en estas y el proyectista debe considerar los esfuerzos debidos a esa flexión, así como a cargas axiales.

## 5.2. Esfuerzos residuales

Los esfuerzos residuales son los esfuerzos remanentes en una estructura indeterminada, cuando esta sufre deformaciones plásticas, y en general, los esfuerzos no regresan a cero después de que la carga se retira.

Investigaciones realizadas han demostrado que los esfuerzos residuales y su distribución son factores muy importantes que afectan la resistencia de las columnas de acero cargadas axialmente. Esos esfuerzos son de gran importancia en columnas con relaciones de esbeltez de 40 a 120, intervalo que incluye un gran porcentaje de las columnas usadas en la práctica. Una causa muy importante de los esfuerzos residuales es el enfriamiento desigual que sufren los perfiles después de haber sido laminados en caliente. Por ejemplo, en un perfil tipo W los puntos exteriores de los patines y la parte media del alma se enfrían rápidamente, en tanto que las zonas de intersección del alma con los patines lo hacen más lentamente.

Las partes de la sección que se enfrían con más rapidez al solidificarse sufren los primeros acortamientos, en tanto que aquellas partes que están aún calientes tienden a acortarse aún más al enfriarse. El resultado neto es que las áreas que se enfriaron más rápidamente quedan con esfuerzos residuales de compresión, en tanto que las áreas de enfriamiento más lento quedan con esfuerzos residuales de tensión. La magnitud de esos esfuerzos varía entre 69 a 103 MPa, aunque se han encontrado valores mayores de 138 MPa.

Al incrementarse la carga en una columna, partes de esta alcanzarán rápidamente el esfuerzo de fluencia y entrarán al intervalo plástico debido a los esfuerzos residuales de compresión.

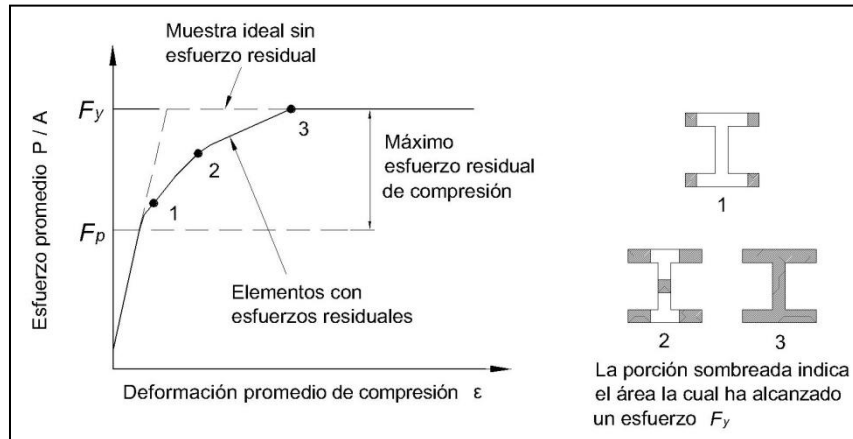
La rigidez de la columna se reduce y es función de la parte de la sección transversal que aún se comporte elásticamente. Una columna con esfuerzos residuales se comporta como si tuviese una sección transversal más pequeña. Esta sección reducida o parte elástica de la columna cambiará al hacerlo los esfuerzos aplicados. Los cálculos relativos al pandeo de una columna particular con esfuerzos residuales pueden efectuarse usando un momento de inercia efectivo  $I_e$  de la parte elástica de la sección transversal, o bien, usando el módulo tangente.

La teoría del módulo tangente de pandeo inelástico, es una teoría que consiste en que una columna permanece recta hasta que se alcanza la carga crítica inelástica. En este caso la relación entre los esfuerzos de flexión y las deformaciones resultantes está dada por el módulo tangente.

Para las secciones comunes usadas como columnas, los dos métodos dan resultados casi iguales.

La soldadura puede producir severos esfuerzos residuales en las columnas, que pueden aproximarse al valor del esfuerzo de fluencia en las cercanías de las partes soldadas; las columnas también pueden flexionarse apreciablemente debido a la aplicación de la soldadura, lo que afecta su capacidad de soportar carga. La figura 18 muestra el efecto de los esfuerzos residuales (debido a enfriamiento y fabricación) sobre el diagrama esfuerzo-deformación unitaria para un perfil tipo W laminado en caliente. El soldado entre sí de perfiles para piezas compuestas causa con frecuencia esfuerzos residuales aún mayores que los ocasionados por el enfriamiento disparejo de perfiles tipo H laminados en caliente.

Figura 18. **Influencia del esfuerzo residual promedio en el diagrama esfuerzo-deformación unitaria**



Fuente: SALMON, Charles G. *Steel structures, design and behavior emphasizing Load and Resistance Factor Design*. p. 285.

Los esfuerzos residuales también pueden causarse durante el proceso de fabricación al combar la columna en frío o por enfriamiento posterior a la aplicación de la soldadura. El combeo es el flexionamiento de un elemento en una dirección, con el fin de mejorar su apariencia cuando las cargas de servicio la flexionen en la dirección opuesta. Por ejemplo, se puede flexionar una viga hacia arriba inicialmente, de manera que quede más o menos horizontal cuando se apliquen las cargas.

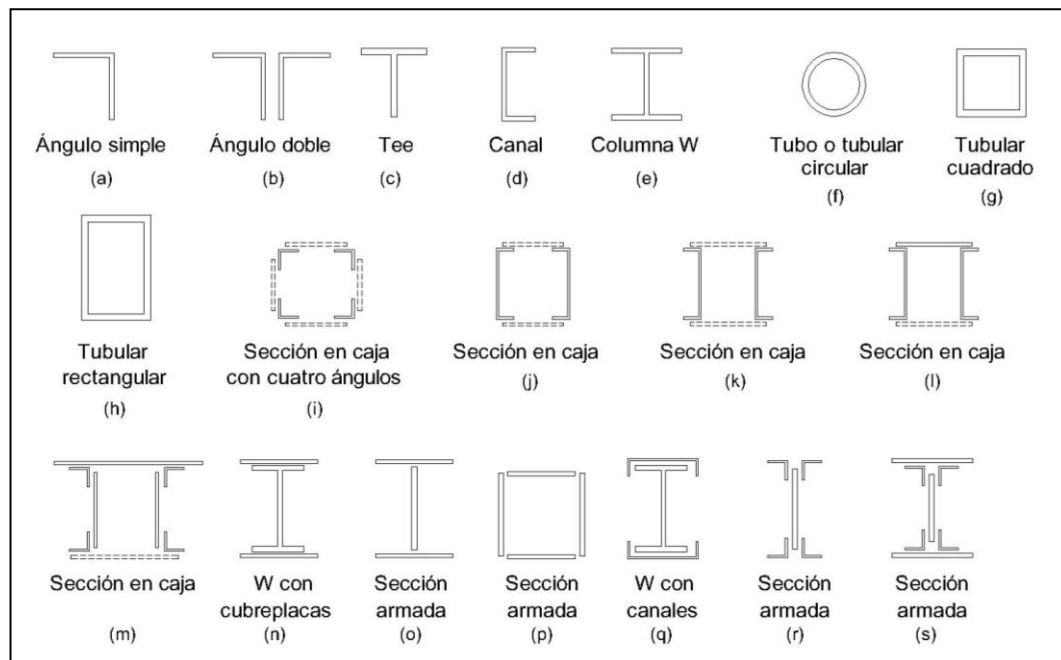
### 5.3. Perfiles usados para columnas

En teoría puede seleccionarse un sinfín de secciones para resistir con seguridad una carga de compresión en una estructura dada. Sin embargo, desde el punto de vista práctico, el número de soluciones posibles se ve limitado por el tipo de secciones disponibles, por problemas de conexión y el tipo de estructura en donde se va a usar la sección.



En la figura 19 se muestran los tipos de elementos utilizados comúnmente como elementos a compresión. Las letras entre paréntesis en los párrafos siguientes hacen referencia a las partes de esa figura.

Figura 19. Tipos de elementos a compresión



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 130.

Las secciones utilizadas para elementos a compresión por lo común son similares a las empleadas para elementos a tensión con ciertas excepciones. Las excepciones las causa el hecho de que las resistencias de los elementos a compresión varían en cierta relación inversa con las relaciones de esbeltez y se requiere entonces de elementos rígidos. Las barras, placas y varillas individuales son generalmente demasiado esbeltas para funcionar en forma satisfactoria como elementos a compresión, a menos que sean muy cortas y reciban carga pequeña.

Los elementos formados por ángulos sencillos son satisfactorios como arriostramientos y elementos a compresión de armaduras ligeras. Las cuerdas superiores de armaduras atornilladas para techos pueden consistir en un par de ángulos espalda con espalda. Generalmente se deja un espacio entre estos para insertar una placa de unión en los nudos, necesaria para efectuar la conexión a otros elementos.

Los perfiles tipo C sencillos no son satisfactorios como elementos a compresión debido a su radio de giro pequeño, respecto de los ejes centroidales paralelos al alma. Estos pueden usarse si se encuentra la manera de proporcionar soporte lateral en la dirección débil. Los perfiles tipo W e) son los más comunes para columnas de edificios y para los elementos a compresión de puentes carreteros. Aunque sus valores están lejos de ser iguales respecto de los dos ejes, están mejor balanceados que en los perfiles tipo C.

En varias estructuras se han utilizado ampliamente los perfiles tubulares. Sin embargo, su uso declinó debido a los problemas en sus conexiones y a los costos de fabricación, pero con el desarrollo de tubos soldados más económicos, su uso está incrementándose de nuevo.

Las secciones estructurales huecas (HSS) o las tubulares estructurales son actualmente una parte muy valiosa del acero que se usa para edificios, puentes y otras estructuras. Esas secciones de aspecto limpio y agradable son fácilmente fabricadas y montadas. Para cargas pequeñas y medianas las secciones tubulares son muy satisfactorias. Se usan a menudo como columnas en largas series de ventanas, como columnas cortas en almacenes, como columnas para los techos de andadores cubiertos, en los sótanos y garajes de residencias, entre otros.

Las columnas a base de tubos tienen la ventaja de ser igualmente rígidas en todas direcciones y por lo general son muy económicas, a menos que los momentos sean grandes.

Las secciones tubulares cuadradas y rectangulares, no se han usado mucho como columnas hasta hace poco. Tal vez la principal causa del poco uso de las secciones tubulares era la dificultad de efectuar las conexiones con tornillos. Este problema se ha eliminado con el surgimiento de las técnicas modernas de soldar. El uso de perfiles tubulares con propósitos estructurales, por arquitectos e ingenieros, probablemente se verá incrementado en los próximos años por las siguientes razones:

- El elemento a compresión más eficiente es aquel que tiene un radio de giro ( $r$ ) constante respecto de su centroide, propiedad que poseen los tubos circulares. Los perfiles tubulares cuadrados son los siguientes elementos a compresión en orden de eficiencia.
- Los perfiles tubulares estructurales de cuatro lados y redondos son más fáciles de pintar que las secciones abiertas de seis lados como las secciones tipo W, S y M. Además, las esquinas redondeadas facilitan la aplicación de la pintura u otros recubrimientos uniformemente alrededor de las secciones.
- Tienen menos área superficial para pintar o proteger contra el fuego.
- Tienen excelente resistencia a la torsión.
- Las superficies de los perfiles tubulares son muy atractivas.

- Cuando están expuestas, la resistencia al viento de los tubos circulares es aproximadamente de solo  $2/3$  de las superficies planas del mismo ancho.
- Si la limpieza es importante, los perfiles tubulares estructurales huecos no tienen el problema de la acumulación de basura entre los patines de los perfiles estructurales abiertos.

Una pequeña desventaja que se presenta en ciertos casos es que los extremos de los tubos deben sellarse para proteger sus superficies interiores inaccesibles contra la corrosión. Aunque resultan muy atractivos para usarse expuestos como vigas, los perfiles tubulares están en desventaja con las secciones tipo W, que poseen momentos resistentes mucho mayores para el mismo peso. Para muchas situaciones en columnas, el peso de las secciones tubulares cuadradas o rectangulares puede ser menor que los pesos requeridos para secciones de perfil abierto (W, M, S, canales y angulares).

Es cierto que los perfiles tubulares pueden costar más que las secciones abiertas, pero esto permite aún lograr ahorros en algunos casos.

Cuando se diseñan elementos a compresión para estructuras muy grandes puede ser necesario usar secciones armadas. Estas secciones se requieren cuando los elementos son muy largos y soportan cargas muy grandes; o bien, cuando representan ventajas desde el punto de vista de las conexiones. En términos generales, un perfil sencillo tal como una sección tipo W, es más económico que una sección armada que tenga la misma área en su sección transversal.

Cuando las cargas son muy grandes, pueden usarse aceros de alta resistencia con mayor economía, siempre que este incremento de la resistencia permita el uso de secciones tipo W en vez de secciones armadas.

Cuando se usan secciones armadas, estas deben conectarse en sus lados abiertos con algún tipo de celosía que mantenga sus partes unidas y les permita trabajar conjuntamente. Las líneas punteadas en la figura 19 representan celosías o partes discontinuas y las líneas sólidas representan partes que son continuas en toda la longitud de los elementos. A veces se disponen 4 ángulos como se muestra en para producir valores grandes de  $r$ . Este tipo de elemento se ve con frecuencia en torres y en pescantes de grúas. Un par de canales se usan a veces como columnas en edificios o como elementos de la celosía en armaduras de gran tamaño. A veces las canales se disponen espalda con espalda.

Una sección muy adecuada para la cuerda superior de las armaduras de puente está formada por un par de canales con una cubreplaca en la parte superior y celosía en la parte inferior. Las placas de los nudos se conectan fácilmente al interior de las canales y pueden usarse también como empalmes. Cuando las canales disponibles más grandes no proporcionan suficiente resistencia puede usarse como cuerda superior una sección armada.

Cuando los perfiles laminados no tienen suficiente resistencia para soportar la carga de una columna de un edificio o de una armadura de puente, sus áreas pueden incrementarse con la adición de placas a los patines. Para cargas muy grandes en columnas, una sección en caja soldada ha resultado muy satisfactoria.

#### **5.4. Desarrollo de las fórmulas para columnas**

El uso de columnas se remonta a la prehistoria, pero fue hasta 1729 que el matemático holandés Pieter van Musschenbroek publicó un artículo científico sobre columnas; este artículo contenía una fórmula empírica para estimar la resistencia de columnas rectangulares.

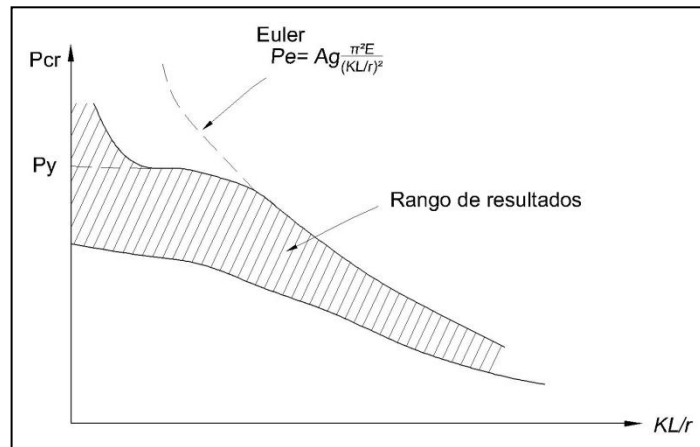
Unos años más tarde, en 1757, Leonhard Euler, un matemático suizo, escribió un artículo de gran valor relativo al pandeo de columnas; y probablemente él fue el primero en darse cuenta de la importancia del pandeo. Esta fórmula marcó el verdadero principio de la investigación teórica y experimental sobre columnas.

La bibliografía técnica contiene muchas fórmulas desarrolladas para condiciones ideales de las columnas, pero estas condiciones no se encuentran en la realidad práctica. En consecuencia, el diseño práctico de columnas se basa principalmente en fórmulas que se han desarrollado para concordar con exactitud razonable con los resultados de las pruebas.

La justificación de este procedimiento es el hecho de que la deducción independiente de expresiones para columnas no conduce a fórmulas que den resultados comparables con los valores experimentales para toda relación de esbeltez.

Las pruebas de columnas con diferentes relaciones de esbeltez producen una serie de valores esparcidos como los representados por la banda ancha en la figura 20.

Figura 20. **Rango típico de resistencia de una columna  
contra la relación de esbeltez**



Fuente: SALMON, Charles G. *Steel structures, design and behavior emphasizing Load and Resistance Factor Design*. p. 279.

Los puntos no quedarán en una curva suave aunque las pruebas se hagan en el mismo laboratorio, debido a la dificultad de centrar exactamente las cargas, a la falta de perfecta uniformidad de los materiales, a la variabilidad en las dimensiones, a los esfuerzos residuales, a los cambios de las restricciones en los extremos, etc. La práctica común consiste en desarrollar fórmulas que den resultados representados por un promedio aproximado de los resultados de las pruebas.

Debe reconocerse también que las condiciones de laboratorio no son análogas a las de campo y que las pruebas de columnas probablemente dan los valores límite de su resistencia.

Las magnitudes de los esfuerzos de fluencia de las secciones probadas son muy importantes en las columnas cortas, ya que sus esfuerzos de falla tienen valores cercanos a los de fluencia.

Para columnas con relaciones de esbeltez intermedias los esfuerzos de fluencia tienen menor importancia en sus efectos, en los esfuerzos de falla y no tienen ninguna importancia en las columnas largas. Para columnas intermedias los esfuerzos residuales tienen mayor influencia en los resultados; en tanto que los esfuerzos de falla de columnas largas son muy sensibles a las condiciones de apoyo en los extremos.

Otro factor dominante en su efecto sobre la resistencia de las columnas, además de los esfuerzos residuales y de la no linealidad de los materiales, es la falta de rectitud axial.

### 5.5. La fórmula de Euler

El esfuerzo bajo el cual una columna se pandea obviamente decrece conforme la columna se hace más larga. Después de que ella alcanza una cierta longitud, ese esfuerzo se habrá reducido al límite proporcional del acero. Para esa longitud y longitudes mayores, el esfuerzo de pandeo será elástico.

Para que una columna se pandee elásticamente, deberá ser larga y esbelta. Su carga de pandeo  $P$  puede calcularse con la fórmula de Euler:

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Esta fórmula se escribe usualmente de un modo un poco diferente que implica la relación de esbeltez de la columna. Como  $r = \sqrt{I/A}$ , se puede decir que  $I = Ar^2$ . Sustituyendo este valor en la fórmula, se obtiene el esfuerzo crítico o de pandeo de Euler. Se le designa con  $F_e$ :



$$\frac{P}{A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} = F_e$$

El ejemplo 3 ilustra la aplicación de la fórmula de Euler a una columna de acero. Si el valor obtenido para una columna particular excede el límite proporcional del acero, la fórmula elástica de Euler no es aplicable.

Ejemplo 3:

- a. Un perfil W250X32,7 se usa como columna articulada en sus apoyos de 4,57 m de altura. Usando la expresión de Euler, determinar la carga crítica o de pandeo de la columna. Suponer que el acero tiene un límite proporcional de 250 MPa.
- b. Repetir la parte a) si la longitud se cambia a 2,44 m

Solución.

- a. Para un perfil W250X32,7 ( $A = 4\,187 \text{ mm}^2$ ,  $r_x = 108,46 \text{ mm}$ ,  $r_y = 33,78 \text{ mm}$ )

$$r \text{ mínimo} = r_y = 33,78 \text{ mm}$$

$$\frac{L}{r} = \frac{(1\,000)(4,57)}{33,78} = 135,29$$

$$\text{Esfuerzo crítico o de pandeo } F_e = \frac{\pi^2(200\,000 \times 10^6)}{(135,29)^2} = 107,84 \text{ MPa} < 250 \text{ MPa}$$

OK la columna está en el rango elástico

$$\text{Carga crítica o de pandeo} = (107,84)(4\,187) = 451,53 \text{ kN}$$

b. Usando un perfil W250X32,7 de 2,44 m

$$\frac{L}{r} = \frac{(1\ 000)(2,44)}{33,78} = 72,23$$

$$\text{Esfuerzo crítico o de pandeo } F_e = \frac{\pi^2(200\ 000 \times 10^6)}{(72,23)^2} = 378,35 \text{ MPa} > 250 \text{ MPa}$$

La columna se encuentra en el rango inelástico  
y la ecuación de Euler no es aplicable.

Podría notarse que la carga de pandeo determinada por la fórmula de Euler es independiente de la resistencia del acero utilizado.

Esta ecuación solo resulta útil cuando las condiciones de apoyo de sus extremos se consideran cuidadosamente. Los resultados que se obtienen por la aplicación de la fórmula en ejemplos específicos son bastante parecidos con los obtenidos con pruebas de columnas esbeltas, con extremos articulados y cargadas axialmente. Sin embargo, el ingeniero no encontrará columnas ideales de este tipo. Las columnas con las que trabajará no tienen extremos idealmente articulados y no pueden girar libremente porque sus extremos están atornillados o soldados a otros elementos.

Dichas columnas prácticas tienen diversos grados de restricción a la rotación, que varían de limitaciones ligeras a condiciones de casi empotramiento perfecto.

Para los casos reales que existen en la práctica, donde los extremos no tienen libertad de rotación, pueden usarse en la fórmula diferentes valores para la longitud, obteniendo resultados más reales.

Para usar la ecuación de Euler con buen resultado en las columnas, el valor de  $L$  se tomará como la distancia entre puntos de inflexión de la elástica. Esta distancia se considera como la longitud efectiva de la columna. Para una columna articulada en sus extremos, los puntos de momento nulo se localizan en los extremos, separados por una distancia  $L$ . Para columnas con diferentes condiciones de apoyo, las longitudes efectivas serán totalmente distintas.

### **5.6. Restricciones en los extremos y longitud efectiva de una columna**

La restricción en los extremos y su efecto en la capacidad de carga de una columna es en verdad un concepto muy importante. Las columnas con apreciable restricción en sus extremos pueden soportar cargas mucho mayores que aquellas con poca restricción, como es el caso de columnas con extremos articulados.

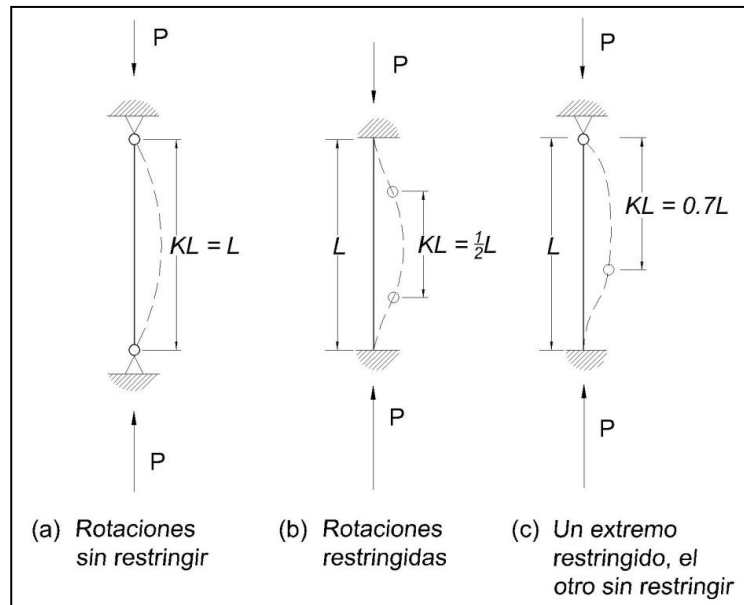
La longitud efectiva de una columna se definió como la distancia entre puntos de momento nulo en la columna, o sea, la distancia entre sus puntos de inflexión. En las especificaciones de acero la longitud efectiva de una columna se denomina  $KL$  en donde  $K$  es el factor de longitud efectiva.  $K$  es el número por el que debe multiplicarse la longitud de la columna para obtener su longitud efectiva. Su magnitud depende de la restricción rotacional en los extremos de la columna y de la resistencia al movimiento lateral de esta.

El concepto de longitud efectiva es simplemente un método matemático para reemplazar una columna con cualquier condición en los extremos, por una columna equivalente con extremos articulados. Se podría efectuar un complejo análisis del pandeo de un marco para determinar el esfuerzo crítico en una columna particular. El factor  $K$  se determina encontrando la columna articulada con una longitud equivalente que proporcione el mismo esfuerzo crítico.

El procedimiento del factor  $K$  es un método para encontrar soluciones simples a problemas complicados de pandeos en marcos.

Columnas con condiciones de extremo diferentes tienen longitudes efectivas completamente distintas. Inicialmente se supone que no es posible el ladeo o traslación de las juntas. El ladeo o traslación de las juntas significa que uno o ambos extremos de una columna pueden moverse lateralmente entre sí. Si una columna está articulada en sus dos extremos como se muestra en a) de la figura 21, su longitud efectiva es igual a su longitud real y  $K$  es entonces igual a 1,0. Si los extremos están perfectamente empotrados, sus puntos de inflexión se localizan en los cuartos de la altura y la longitud efectiva es igual a  $L/2$  como se muestra en b) de la figura 21;  $K$  es entonces igual a 0,50.

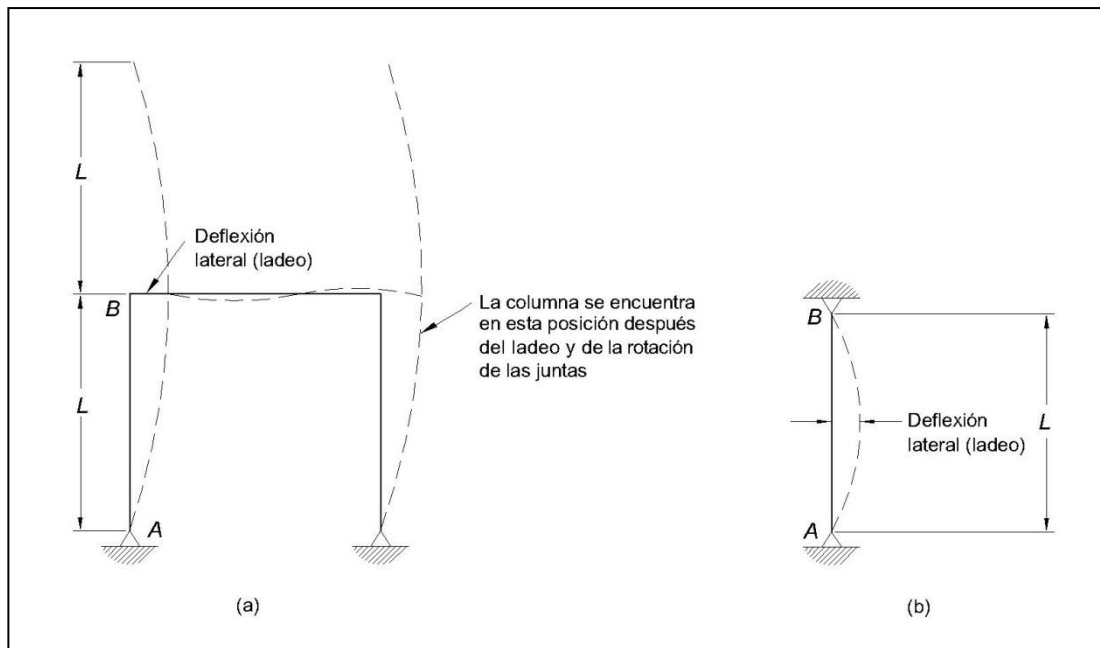
Figura 21. **Longitud efectiva  $KL$ , sin traslación de juntas (ladeo impedido)**



Fuente: SALMON, Charles G. *Steel structures, design and behavior emphasizing Load and Resistance Factor Design*. p. 304.

Resulta claro que entre menor sea la longitud efectiva de una columna, menor será el peligro de que se pandee y mayor su capacidad de carga. En c) de la figura 21 se muestra una columna con un extremo empotrado y el otro articulado; la  $K$  para esta columna es teóricamente igual a 0,70. En realidad nunca se tienen ni articulaciones ni empotramientos perfectos, por lo que las columnas comunes quedan entre los dos casos extremos. Parecería que las longitudes efectivas de las columnas siempre varían entre un mínimo absoluto de  $L/2$  y un máximo absoluto de  $L$ , pero hay excepciones a esta afirmación. En la figura 22 a) se da un ejemplo de esto con un simple marco.

Figura 22. **Longitud efectiva para una columna de marco**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 140.

La base de cada una de las columnas está articulada y el otro extremo puede rotar y moverse lateralmente (ladeo). En la figura se ve que la longitud efectiva excederá a la longitud real de la columna, ya que la curva elástica tomará en teoría la forma de la curva de una columna doblemente articulada de longitud doble y  $K$  será igual a 2,0. Nótese en b) lo pequeña que sería la deflexión lateral de la columna AB, si estuviese articulada en ambos extremos para impedir el ladeo.

Las columnas de acero estructural sirven como partes de marcos, los que a veces tienen arriostramiento y en otras ocasiones no. Un marco arriostrado es aquel en el que la traslación de sus juntas está impedida por medio de riostras, muros de cortante o por el soporte lateral de las estructuras adjuntas. Un marco sin arriostrar no tiene ninguno de estos tipos de soporte y depende de la rigidez de sus propios elementos para impedir el pandeo. En marcos arriostrados los valores  $K$  nunca pueden ser mayores que 1,0, pero en los marcos sin arriostrar, estos siempre son mayores que 1,0 debido al ladeo.

Los valores  $K$  son probablemente muy satisfactorios para diseñar columnas aisladas, pero para columnas en marcos continuos son probablemente satisfactorios solo para hacer diseños preliminares o aproximados. Tales columnas están restringidas en sus extremos por sus conexiones a varias vigas y las vigas mismas están conectadas a otras columnas y vigas en sus otros extremos y resultan por ello también restringidas. Esas conexiones pueden afectar considerablemente los valores de  $K$ . En consecuencia, para la mayoría de los casos, los valores de  $K$  para columnas aisladas no son adecuados para los diseños finales de columnas en marcos continuos.

Para marcos continuos es necesario usar un método más exacto para calcular los valores  $K$ . Esto se hace usualmente usando nomogramas. Ahí encontraremos valores  $K$  para columnas de marcos arriostrados contra ladeo y para marcos no arriostrados contra ladeo. Dichos nomogramas deben usarse siempre para los diseños finales de columnas.

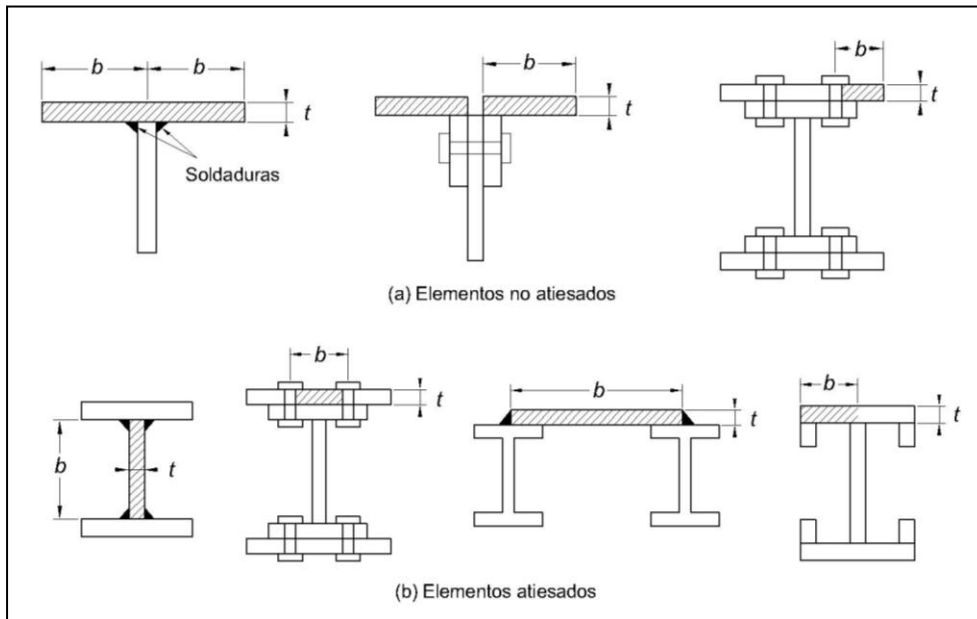
### **5.7. Elementos atiesados y no atiesados**

Hasta ahora solo se ha considerado la estabilidad de conjunto de los elementos, pero es muy posible que los patines o almas de una columna o viga se pandeen localmente en compresión antes de que ocurra el pandeo total del elemento. Las placas delgadas que se usan para tomar esfuerzos de compresión son muy susceptibles al pandeo respecto de sus ejes menores, debido a los pequeños momentos de inercia en esas direcciones.

Puede observarse que existe falta de rigidez de las piezas delgadas de cartón, plástico o metal con bordes libres. Sin embargo, si uno de esos elementos se pliega o restringe, su rigidez se incrementa apreciablemente. Por esta razón la especificación considera dos tipos de elementos: atiesados y los no atiesados.

Esos dos tipos de elementos se ilustran en la figura 23. En cada caso se muestran el ancho  $b$  y el espesor  $t$  del elemento.

Figura 23. Elementos atiesados y no atiesados



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 140.

### 5.8. Columnas largas, cortas e intermedias

Una columna sujeta a compresión axial se acortará en la dirección de la carga. Si la carga se incrementa hasta que la columna se pandea, el acortamiento cesará y la columna se flexionará lateralmente, pudiendo al mismo tiempo torcerse en una dirección perpendicular a su eje longitudinal.

La resistencia de una columna y la manera como falla dependen en gran medida de su longitud efectiva. Una columna de acero muy corta y fuerte puede cargarse hasta que el acero fluya y tal vez hasta la región de endurecimiento por deformación. En consecuencia, puede resistir aproximadamente la misma carga en compresión que en tensión.



Al crecer la longitud efectiva de una columna, disminuye su esfuerzo de pandeo. Si la longitud efectiva excede un cierto valor, el esfuerzo de pandeo será menor que el límite proporcional del acero. Las columnas en este intervalo fallan elásticamente.

Como se mostró anteriormente, las columnas muy largas de acero fallan bajo cargas que son proporcionales a la rigidez por flexión ( $EI$ ) de la columna e independientes de la resistencia del acero. Por ejemplo, una columna larga construida con un acero con 250 MPa de esfuerzo de fluencia fallará aproximadamente bajo la misma carga que una construida de acero con un esfuerzo de fluencia de 690 MPa.

Las columnas se clasifican a veces como largas, cortas e intermedias. A continuación se da una breve explicación de esta clasificación.

- Columnas largas: la fórmula de Euler predice muy bien la resistencia de columnas largas en las que el esfuerzo axial de pandeo permanece por debajo del límite proporcional. Dichas columnas fallan elásticamente.
- Columnas cortas: en columnas muy cortas el esfuerzo de falla será igual al esfuerzo de fluencia y no ocurrirá el pandeo. (Para que una columna quede en esta clasificación, debe ser tan corta que no tendrá ninguna aplicación).

- En columnas intermedias, algunas fibras alcanzarán el esfuerzo de fluencia y otras no; estas fallarán tanto por fluencia como por pandeo y su comportamiento se denomina inelástico. La mayoría de las columnas caen en este rango. (Para que la fórmula de Euler sea aplicable a esas columnas, deberá modificarse de acuerdo con el concepto de módulo reducido o al de módulo tangente para tomar en cuenta la presencia de esfuerzos residuales).

La teoría del módulo reducido de pandeo inelástico, es una teoría que consiste en calcular un módulo reducido que representa un módulo efectivo que rige la flexión de la columna cuando se sale por primera vez de la posición recta. Esta teoría toma en consideración el comportamiento completo de la columna, algo que no ocurre en la teoría del módulo tangente.

## 5.9. Fórmulas para columnas

La especificación proporciona una fórmula (la de Euler) para columnas largas con pandeo inelástico y una ecuación parabólica para las columnas cortas e intermedias. Con esas ecuaciones se determina un esfuerzo crítico o de pandeo,  $F_{cr}$ , para un elemento a compresión. Una vez calculado este esfuerzo para un elemento particular a compresión, se multiplica por el área de la sección transversal para obtener la resistencia nominal del elemento.

La resistencia de diseño del elemento puede entonces determinarse como sigue:

$$P_n = F_{cr}A_g$$

$$P_u = \phi_c F_{cr}A_g \text{ con } \phi_c = 0,90$$

Una fórmula para  $F_{cr}$  es para pandeo inelástico y la otra para pandeo elástico. En ambas ecuaciones  $\lambda_c$  es, en forma fácil de recordar, igual a  $\sqrt{F_y/F_e}$  en donde  $F_e$  es el esfuerzo de Euler,  $\frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$ . Sustituyendo este valor por  $F_e$ , se obtiene la fórmula de  $\lambda_c$  dada en la especificación:

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

Ambas ecuaciones para  $F_{cr}$  incluyen los efectos estimados de los esfuerzos residuales y de la falta de rectitud inicial de las columnas. La siguiente fórmula inelástica es de carácter empírico:

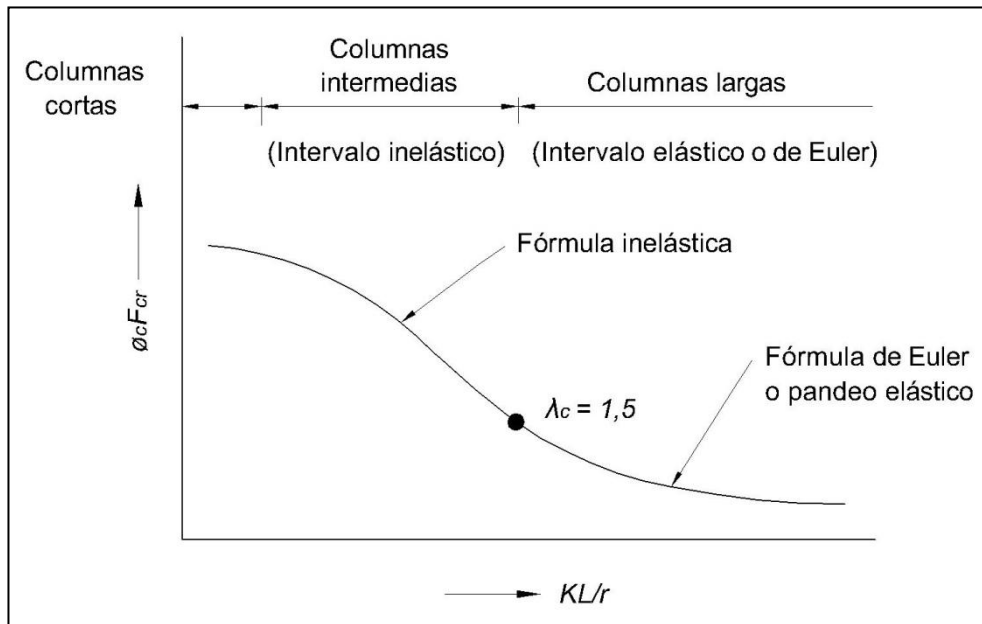
$$F_{cr} = (0,658^{\lambda_c^2}) F_y \text{ para } \lambda_c \leq 1,50$$

La otra ecuación es para pandeo elástico o de Euler y es la conocida ecuación de Euler multiplicada por 0,877, para considerar el efecto de la falta de rectitud:

$$F_{cr} = \left( \frac{0,877}{\lambda_c^2} \right) F_y \text{ para } \lambda_c > 1,50$$

Estas ecuaciones se representan gráficamente en la figura 24.

Figura 24. Curva de ecuaciones de pandeo elástico e inelástico



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – método LRFD*. p. 147.

### 5.10. Relaciones de esbeltez máximas

La especificación establece que de preferencia los elementos a compresión deben diseñarse con relaciones  $KL/r$  menores de 200. Podrá verificarse que los esfuerzos de diseño  $\phi_c F_{cr}$  para valores  $KL/r$  de 200 son de 36,75 MPa.

## 6. DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN

### 6.1. Alcance

Este capítulo aplica a elementos sometidos a compresión axial aplicada en el eje centroidal.

#### 6.1.1. Disposiciones generales

La resistencia de diseño a compresión,  $\phi_c P_n$ , y la permisible a compresión,  $P_n/\Omega_c$ , se determinan como sigue:

La resistencia nominal a compresión,  $P_n$ , deberá ser el menor valor obtenido de acuerdo a los estados límite de pandeo por flexión, pandeo por torsión, y pandeo flexo-torsional.

- Para elementos con simetría simple y simetría doble el estado límite de pandeo por flexión es aplicable.
- Para elementos asimétricos y con simetría simple, y ciertos elementos con simetría doble, tales como columnas armadas y en forma de cruz, los estados límite de pandeo por torsión y flexo-torsional también son aplicables.

$$\phi_c = 0.90 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_c = 1.67 \text{ (ASD)}$$

## 6.2. Resistencia disponible a compresión

La resistencia disponible de elementos a compresión,  $\phi P_n$  o  $P_n/\Omega$ , la cual debe ser igual o superior a la resistencia requerida,  $P_u$  o  $P_a$ , respectivamente, se determina por la especificación AISC capítulo E.

### 6.2.1. Resistencia a compresión para pandeo por flexión de miembros sin elementos esbeltos

Esta sección aplica a elementos sometidos a compresión con secciones compactas y no compactas, como se define en la sección B4, para elementos en compresión uniforme.

La resistencia nominal a compresión,  $P_n$ , deberá determinarse con base en el estado límite de pandeo por flexión:

$$P_n = F_{cr}A_g \quad (\text{EC.E3-1})$$

El esfuerzo de pandeo por flexión,  $F_{cr}$ , se determina de la siguiente manera:

- Cuando  $\frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  (ó  $F_e \geq 0.44F_y$ )

$$F_{cr} = \left[ 0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y \quad (\text{EC.E3-2})$$

- Cuando  $\frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  (ó  $F_e < 0.44F_y$ )

$$F_{cr} = 0.877F_e \quad (\text{EC.E3-3})$$

Donde:

$F_e$  = esfuerzo elástico crítico de pandeo determinado de acuerdo con la ecuación E3 – 4, sección E4, o las disposiciones de la sección C2, según aplique.

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \quad (\text{EC.E3-4})$$

### 6.2.2. Resistencia a compresión para pandeo por torsión y flexo-torsional de miembros sin elementos esbeltos

Esta sección aplica a elementos con simetría simple y elementos asimétricos, y ciertos elementos con simetría doble, tales como columnas cruciformes o armadas con secciones compactas o no compactas.

La resistencia nominal a compresión,  $P_n$ , será determinada con base en los estados límite de pandeo torsional y pandeo flexo-torsional, de la siguiente manera:

$$P_n = F_{cr} A_g \quad (\text{EC.E4-1})$$

- Para ángulos dobles y perfiles tipo tee sometidos a compresión:

$$F_{cr} = \left( \frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \right) \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry}F_{crz}H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right] \quad (\text{EC.E4-2})$$

Donde  $F_{cry}$  se toma como  $F_{cr}$  de la ecuación E3-2 o E3-3, para pandeo por flexión alrededor del eje Y de simetría, y  $\frac{KL}{r} = \frac{KL}{r_y}$ , y:

$$F_{crz} = \left( \frac{GJ}{A_g \bar{r}_o^2} \right) \quad (\text{EC.E4-3})$$

- Para todos los otros casos,  $F_{cr}$  será determinado de acuerdo con la ecuación E3-2 o E3-3, usando el esfuerzo de pandeo elástico torsional o flexo-torsional,  $F_e$ , determinado como sigue:

- Para elementos con doble simetría:

$$F_{cr} = \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L)^2} + GJ \right] \frac{1}{I_x + I_y} \quad (\text{EC.E4-4})$$

- Para elementos con simetría simple donde Y es el eje de simetría:

$$F_e = \left( \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \right) \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{ez}H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] \quad (\text{EC.E4-5})$$

- Para elementos asimétricos,  $F_e$  es la menor raíz de la ecuación cubica:



$$(F_e - F_{ex})(F_e - F_{ey})(F_e - F_{ez}) - F_e^2(F_e - F_{ey})\left(\frac{x_o}{\bar{r}_o}\right)^2 - F_e^2(F_e - F_{ex})\left(\frac{y_o}{\bar{r}_o}\right)^2 = 0 \quad (\text{EC.E4-6})$$

Donde:

$A_g$  = área gruesa del elemento

$C_w$  = constante de alabeo

$$\bar{r}_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + \frac{I_x + I_y}{A_g} \quad (\text{EC.E4-7})$$

$$H = 1 - \frac{x_o^2 + y_o^2}{\bar{r}_o^2} \quad (\text{EC.E4-8})$$

$$F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_x L}{r_x}\right)^2} \quad (\text{EC.E4-9})$$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_y L}{r_y}\right)^2} \quad (\text{EC.E4-10})$$

$$F_{ez} = \left(\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L)^2} + GJ\right) \frac{1}{A_g \bar{r}_o^2} \quad (\text{EC.E4-11})$$

$G$  = módulo de corte elástico del acero = 77 200 MPa

$I_x, I_y$  = momento de inercia alrededor de los ejes principales

$J$  = constante torsional

$K_z$  = factor de longitud efectiva para pandeo torsional

$x_o, y_o$  = coordenadas del centro de corte respecto al centroide

$\bar{r}_o^2$  = radio polar de giro respecto al centro de corte

$r_y$  = radio de giro respecto al eje Y

### 6.2.3. Elementos armados

- Resistencia a compresión:
  - La resistencia nominal a compresión de elementos armados compuestos de dos o más tipos de perfiles que están interconectados por pernos o soldaduras será determinada de acuerdo con las secciones E3, E4 o E7 de la especificación sujetas a la siguiente modificación. En vez de un análisis más preciso, si el modo de pandeo involucra deformaciones relativas que producen fuerzas de corte en los conectores entre perfiles individuales,  $KL/r$  es reemplazado por  $(KL/r)_m$  determinado como sigue:
    - Para conectores intermedios que son pernos de apriete calibrado:

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2} \quad (\text{EC.E6-1})$$

- Para conectores intermedios que están soldados o pernos pretensados:

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_o^2 + 0,82 \frac{a^2}{(1+a^2)} \left(\frac{a}{r_{ib}}\right)^2} \quad (\text{EC.E6-2})$$

Donde:

$(KL/r)_m$  = esbeltez modificada de columna del elemento armado

$(KL/r)_o$  = esbeltez de columna del elemento armado actuando como una unidad en la dirección de pandeo considerada

$a$  = distancia entre conectores

$r_i$  = radio de giro mínimo del componente individual

$r_{ib}$  = radio de giro del componente individual relativo a su eje centroidal, paralelo al eje de pandeo del elemento

$\alpha$  = razón de separación =  $h/2r_{ib}$

$h$  = distancia entre los centroides de los componentes individuales perpendiculares al eje de pandeo del elemento

- La resistencia nominal a compresión de elementos armados compuestos de dos o más tipo de perfiles o placas con al menos una cara abierta interconectada por cubreplacas perforadas o enlaces con placas de asiento será determinada de acuerdo con las secciones E3, E4 o E7 de la especificación, sujetas a la modificación dada en la sección E6.1(a).

- Requisitos dimensionales:

Los componentes individuales de elementos en compresión compuestos de dos o más tipos de perfiles serán conectados uno al otro a intervalos,  $a$ , de manera tal que la razón de esbeltez efectiva  $Ka/r_i$  de cada sección componente, entre los sujetadores, no debe exceder 3/4 veces la razón de esbeltez que controla el diseño del elemento armado. El radio de giro menor,  $r_i$ , será usado en el cálculo de la razón de esbeltez de cada parte componente. La conexión extrema será soldada o con pernos pretensados con superficies de contacto clase A o B.

En los extremos de elementos armados en compresión apoyados en placas base o superficies terminadas, todos los componentes en contacto uno con otro deben estar conectados por una soldadura que tenga una longitud no menor que el ancho máximo del elemento o por pernos espaciados longitudinalmente no más allá de cuatro diámetros o de una distancia igual a 1,50 veces el máximo espesor del elemento.

A lo largo del elemento armado en compresión entre las conexiones extremas requeridas anteriormente, la separación longitudinal para soldaduras intermitentes o pernos debe ser adecuada para proveer la transferencia de las fuerzas requeridas. Para los límites de separación longitudinal entre conectores de elementos en contacto continuo, consistentes en una placa y un perfil o dos placas, ver la sección J3.5 de la especificación. La sección J3.5 de la especificación, limita el espaciamiento máximo entre pernos y remaches.

Cuando un componente de un elemento armado en compresión consiste en una placa externa, el máximo espaciamiento no debe exceder el producto del espesor de la placa externa más delgada por  $0,75\sqrt{E/F_y}$ , ni 305 mm, cuando son provistas soldaduras intermitentes a lo largo de los bordes de los componentes o cuando conectores son provistos en todos los ejes de remaches en cada sección. Cuando los conectores están alternados, el máximo espaciamiento de cada eje de remaches no debe exceder el producto del espesor de la placa externa más delgada por  $1,12\sqrt{E/F_y}$ , ni 460 mm.

Los lados abiertos de elementos en compresión armados con placas o perfiles deben ser provistos con placas de cubierta perforadas con una sucesión de agujeros de acceso. Se supone que el ancho no soportado de dichas placas con agujeros de acceso, como se define en la sección B4, contribuye a la resistencia disponible sólo si los siguientes requerimientos se cumplen:

- La relación ancho-espesor deberá satisfacer las limitaciones de la sección B4 de la especificación.
- La relación de largo (en dirección del esfuerzo) a ancho del agujero no deberá exceder de dos.
- La distancia libre entre agujeros en la dirección del esfuerzo no deberá ser menor que la distancia transversal más cercana entre las líneas de conectores o soldaduras.
- La periferia de los agujeros en todos los puntos deberá tener un radio mínimo de 38 mm.

Como alternativa a las placas de cubierta perforadas, cuando se interrumpe el enlace, se permiten enlaces con placas de asiento en cada extremo y en puntos intermedios. Las placas de asiento deben estar tan cerca de los extremos, como la práctica lo permita. En elementos que proveen resistencia disponible, las placas de asiento extremo deben tener una longitud no menor que la distancia entre líneas de sujetadores o soldaduras que conectan a los componentes del elemento.

Las placas de asiento intermedias deben tener una longitud no menor que un medio de su distancia. El espesor de las placas de asiento no debe ser menor que un quinto de la distancia entre líneas de soldadura o sujetadores que conectan a los segmentos de los elementos.

En construcción soldada, la soldadura de cada línea que conecta la placa de asiento debe totalizar no menos que un tercio de la longitud de placa. En construcción pernada, el espaciamiento en la dirección del esfuerzo en placas de asiento no debe ser mayor que seis diámetros y las placas de asiento deben estar conectadas a cada segmento por lo menos con tres sujetadores.

Enlaces mediante barras planas, ángulos, canales u otro perfil empleado como enlace, deben estar suficientemente espaciados de modo que la razón  $L/r$  del patín incluido entre sus conexiones no debe exceder tres cuartas veces la razón de esbeltez que controla el diseño del elemento como un todo. Los enlaces deberán ser proporcionados para proveer resistencia al corte normal al eje del elemento igual al 2 % de la resistencia disponible a compresión del elemento. La razón  $L/r$  para barras de enlace dispuestas en sistemas individuales no debe exceder de 140. Para enlaces dobles esta razón no debe exceder de 200. Barras de enlace doble deben estar unidas en sus intersecciones.

Para barras de enlace en compresión,  $l$  es permitido tomarlo como la longitud sin soporte de la barra de enlace entre soldaduras o sujetadores que las conectan a los componentes del elemento armado para enlaces simples, y un 70 % de esa distancia para enlaces dobles.

#### **6.2.4. Miembros con elementos esbeltos**

Esta sección aplica para miembros sometidos a compresión con elementos esbeltos, como se define en la sección B4 para elementos en compresión uniforme.

La resistencia nominal a compresión,  $P_n$ , será determinada con base en los estados límite de pandeo por flexión, pandeo torsional y pandeo flexo-torsional:

$$P_n = F_{cr} A_g \quad (\text{EC.E7-1})$$

$$\text{Cuando } \frac{KL}{r} \leq 4,71 \sqrt{\frac{E}{QF_y}} \quad (\text{ó } F_e \geq 0,44QF_y)$$

$$F_{cr} = Q \left[ 0,658 \frac{QF_y}{F_e} \right] F_y \quad (\text{EC.E7-2})$$

$$\text{Cuando } \frac{KL}{r} > 4,71 \sqrt{\frac{E}{QF_y}} \quad (\text{ó } F_e < 0,44QF_y)$$

$$F_{cr} = 0,877F_e \quad (\text{EC.E7-3})$$

Donde:

$F_e$  = esfuerzo elástico crítico de pandeo, calculado usando las ecuaciones E3 - 4 y E4 - 4 para elementos con simetría doble, ecuaciones E3 - 4 y E4 - 5 para elementos con simetría simple, y la ecuación E4 - 6 para elementos asimétricos, excepto para angulares simples cuando  $F_e$  es calculado usando la ecuación E3 - 4.

$Q = 1,0$  para elementos con secciones compactas y no compactas, como se define en la sección B4, para elementos en compresión uniforme.

$= Q_s Q_a$  para elementos con secciones esbeltas, como se define en la sección B4, para elementos en compresión uniforme.

- Elementos esbeltos no atiesados,  $Q_s$ : el factor de reducción  $Q_s$  para elementos esbeltos no atiesados se define como sigue:
  - Para patines, ángulos y placas proyectadas de columnas laminadas u otros elementos en compresión:

$$\text{Cuando } \frac{b}{t} \leq 0,56 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$Q_s = 1,0 \quad (\text{EC.E7-4})$$

$$\text{Cuando } 0,56 \sqrt{\frac{E}{F_y}} < b/t < 1,03 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$Q_s = 1,415 - 0,74 \left(\frac{b}{t}\right) \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (\text{EC.E7-5})$$

$$\text{Cuando } b/t \geq 1,03 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$Q_s = \frac{0,69E}{F_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (\text{EC.E7-6})$$

- Para patines, ángulos y placas proyectadas de columnas armadas u otros elementos en compresión:

$$\text{Cuando } \frac{b}{t} \leq 0,64 \sqrt{\frac{Ek_c}{F_y}}$$

$$Q_s = 1,0 \quad (\text{EC.E7-7})$$



Cuando  $0,64 \sqrt{\frac{Ek_c}{F_y}} < b/t \leq 1,17 \sqrt{\frac{Ek_c}{F_y}}$

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \left(\frac{b}{t}\right) \sqrt{\frac{F_y}{Ek_c}} \quad (\text{EC.E7-8})$$

Cuando  $b/t > 1,17 \sqrt{\frac{Ek_c}{F_y}}$

$$Q_s = \frac{0,90Ek_c}{F_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (\text{EC.E7-9})$$

Donde:

$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$ , y no deberá tomarse menor que 0,35 ni mayor que 0,76 para propósitos de cálculo

- Para ángulos simples:

Cuando  $\frac{b}{t} \leq 0,45 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$Q_s = 1,0 \quad (\text{EC.E7-10})$$

Cuando  $0,45 \sqrt{\frac{E}{F_y}} < b/t \leq 0,91 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$Q_s = 1,34 - 0,76 \left(\frac{b}{t}\right) \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (\text{EC.E7-11})$$

Cuando  $b/t > 0,91 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$Q_s = \frac{0,53E}{F_y \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (\text{EC.E7-12})$$

Donde:

$b$  = ancho completo del ala del ángulo más larga

- Para almas de perfiles tipo T:

Cuando  $\frac{d}{t} \leq 0,75 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$Q_s = 1,0 \quad (\text{EC.E7-13})$$

Cuando  $0,75 \sqrt{\frac{E}{F_y}} < d/t \leq 1,03 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$Q_s = 1,908 - 1,22 \left(\frac{d}{t}\right) \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (\text{EC.E7-14})$$

Cuando  $d/t > 1,03 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$

$$Q_s = \frac{0,69E}{F_y \left(\frac{d}{t}\right)^2} \quad (\text{EC.E7-15})$$

Donde:

$b$  = ancho del elemento no atiesado en compresión, como se define en la Sección B4

$d$  = peralte nominal completo del perfil tipo T

$t$  = espesor del elemento

- Elementos esbeltos atiesados,  $Q_a$ : el factor de reducción,  $Q_a$ , para elementos esbeltos atiesados se define como sigue:

$$Q_a = \frac{A_{eff}}{A} \quad (EC.E7-16)$$

Donde:

$A$  = área transversal total del elemento

$A_{eff}$  = suma de las áreas efectivas de la sección transversal basada en el ancho efectivo reducido,  $b_e$

El ancho efectivo reducido,  $b_e$ , se determina como sigue:

Para elementos esbeltos en compresión uniforme, con  $\frac{b}{t} \geq 1,49 \sqrt{\frac{E}{f}}$ , excepto patines de secciones rectangulares y cuadradas de espesor uniforme:

$$b_e = 1,92t \sqrt{\frac{E}{f}} \left[ 1 - \frac{0,34}{(b/t)} \sqrt{\frac{E}{f}} \right] \leq b \quad (EC.E7-17)$$

Donde:

$f$  se toma como  $F_{cr}$  con  $F_{cr}$  calculado con base en  $Q = 1,0$ .

Para patines de secciones de elementos esbeltos rectangulares y cuadrados de espesor uniforme con  $\frac{b}{t} \geq 1,40 \sqrt{\frac{E}{f}}$ :

$$b_e = 1,92t \sqrt{\frac{E}{f}} \left[ 1 - \frac{0,38}{(b/t)} \sqrt{\frac{E}{f}} \right] \leq b \quad (\text{EC.E7-18})$$

Donde:

$$f = P_n / A_{eff}$$

Para secciones circulares cargadas axialmente:

Cuando  $0,11 \frac{E}{F_y} < \frac{D}{t} < 0,45 \frac{E}{F_y}$

$$Q = Q_a = \frac{0,038E}{F_y(D/t)} + \frac{2}{3} \quad (\text{EC.E7-19})$$

Donde:

$D$  = diámetro externo

$t$  = espesor de pared

### **6.3. Pandeo local**

A continuación se describen las propiedades que deben cumplir los elementos estructurales, para evitar el pandeo local.

#### **6.3.1. Determinar las relaciones de ancho-espesor de la sección transversal**

Los elementos de acero en compresión son clasificados en base a las relaciones ancho-espesor de los elementos de la sección transversal. La relación ancho-espesor es calculada para cada elemento de la sección transversal por la especificación sección B4.

#### **6.3.2. Determinar la esbeltez de la sección transversal**

Cuando las relaciones ancho-espesor de todos los elementos en compresión son menores que  $\lambda_r$ , la sección transversal es no esbelta, y  $Q$ , el factor de reducción para elementos esbeltos en compresión (efectos de pandeo local elástico), es igual a 1,0. Cuando la relación ancho-espesor de un elemento en compresión es mayor que  $\lambda_r$ , la sección transversal es esbelta y  $Q < 1,0$  debe ser incluida en el cálculo de la resistencia disponible a compresión.  $Q$  se determina por la especificación sección E7, y  $\lambda_r$  se determina por la especificación sección B4 y tabla B4.1.

#### 6.4. Longitud efectiva y esbeltez de columnas

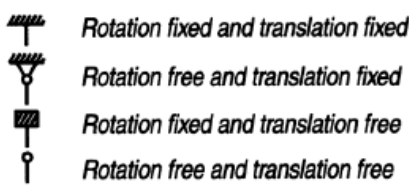




Las columnas son diseñadas para su esbeltez,  $KL/r$ , por la especificación sección E2. La longitud efectiva,  $KL$ , es igual a  $L$ , la longitud física entre los puntos arriestrados multiplicada por  $K$ , el cual es determinado por la especificación sección C2.

En muchos casos, las disposiciones de estabilidad en la especificación capítulo C y apéndice 7 permiten el uso de  $K = 1$ . De otra manera, una orientación sobre la correcta selección de un valor para  $K$  se da en el comentario de la especificación sección C, incluyendo lo siguiente:

- Para columnas con condiciones de extremo idealizadas, los valores recomendados de  $K$  pueden ser determinados del comentario de la especificación tabla C-C2,2. (ver tabla VII).
- Para columnas en marcos arriestrados (o marcos de acero que se apoyan en muros de corte u otro sistema estructural similar) y elementos en compresión de armaduras,  $K$  se toma normalmente como la unidad por la especificación sección C1,3a, a menos que un valor más pequeño pueda ser justificado por análisis. Aunque el nomograma en el comentario de la especificación, figura C-C2,3, ladeo impedido – marcos arriestrados (ver figura 25), podría ser usado para tal propósito, cabe señalar que las disposiciones de arriestrado por estabilidad en el apéndice 6 se basan en el uso de  $K = 1$ .

- Para columnas en marcos a momento, el nomograma en el comentario de la especificación figura C-C2,4, lado no impedido – marcos a momento (ver figura 26), puede ser usado. Por el comentario de la especificación sección C2, el factor de reducción de rigidez,  $\tau_a$ , puede ser usado en la determinación de K para columnas controladas por pandeo inelástico.

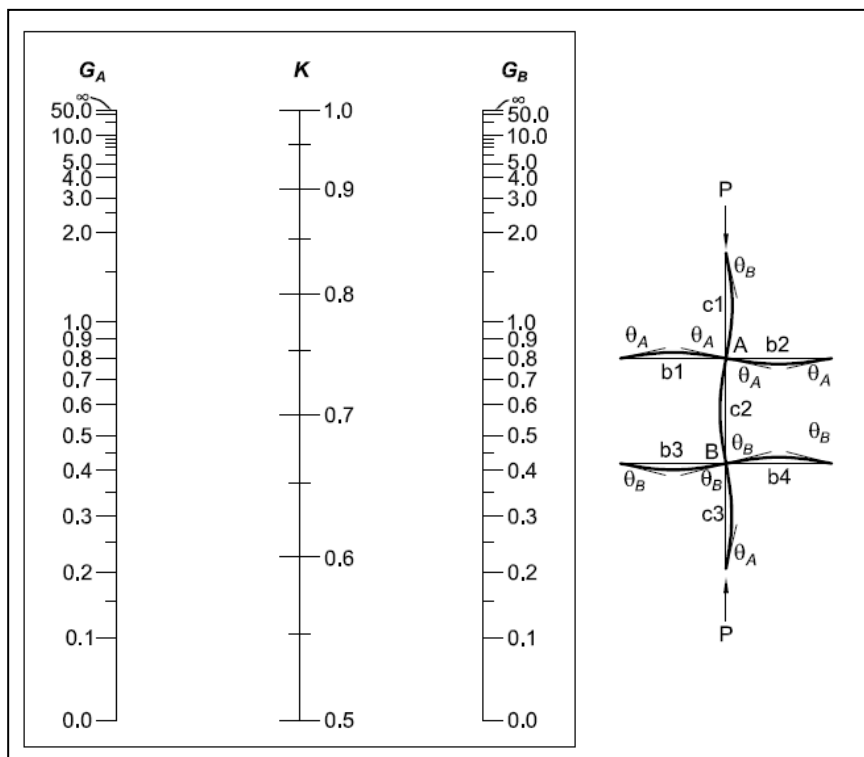
Tabla VII. Valores aproximados de longitud efectiva, K

TABLE C-C2.2 Approximate Values of Effective Length Factor, K						
Buckled shape of column is shown by dashed line.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended design value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End condition code	 <p>  Rotation fixed and translation fixed   Rotation free and translation fixed   Rotation fixed and translation free   Rotation free and translation free         </p>					

Fuente: AISC. Comentario de la especificación para edificios de acero estructural ANSI/AISC 360-05. p. 240.

La esbeltez de los elementos en compresión,  $KL/r$ , se limitará preferiblemente a un máximo de 200. Tomar en cuenta que esta recomendación no aplica a elementos que son principalmente elementos en tensión, pero sujetos a compresión incidental bajo otras combinaciones de carga.

Figura 25. **Nomograma - ladeo impedido (marcos arriostrados)**



Fuente: AISC. *Comentario de la especificación para edificios de acero estructural ANSI/AISC 360-05*. p. 241.



Donde:

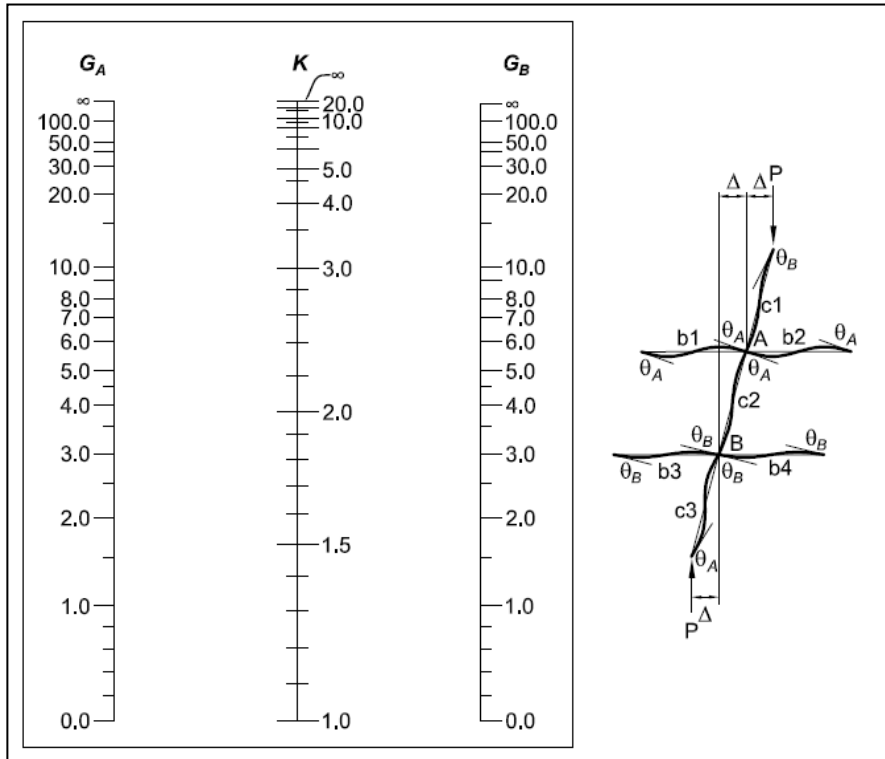
$$G = \frac{\sum(E_c I_c / L_c)}{\sum(E_g I_g / L_g)} = \frac{\sum(EI/L)_c}{\sum(EI/L)_g}$$

Los subíndices  $A$  y  $B$  se refieren a las uniones en los extremos de la columna en consideración.

El símbolo  $\sum$  indica la sumatoria de todos los elementos que se encuentran unidos rígidamente a la unión y que están en el plano en el que se está considerando el pandeo de la columna;  $E_c$  es el módulo de elasticidad de la columna;  $I_c$  es el momento de inercia de la columna y  $L_c$  es la longitud no arriostrada de la columna;  $E_g$  es el módulo de elasticidad de la viga;  $I_g$  es el momento de inercia de la viga y  $L_g$  es el largo no arriostrado de la viga o de otro elemento que ofrezca restricción;  $I_c$  e  $I_g$  son respecto de los ejes perpendiculares al plano de pandeo del elemento que está siendo considerado.

El nomograma es válido para diferentes materiales cuando se usa una rigidez efectiva,  $EI$ , apropiada en los cálculos de  $G$ .

Figura 26. **Nomograma - ladeo no impedido (marcos a momento)**



Fuente: AISC. *Comentario de la especificación para edificios de acero estructural ANSI/AISC 360-05*. p. 242.

El factor de longitud efectiva,  $K$ , para el cálculo de la esbeltez de una columna,  $KL/r$ , deberá determinarse de acuerdo con el capítulo C.

Donde:

$L$  = longitud no arriostrada lateralmente del elemento

$r$  = radio de giro

$K$  = factor de longitud efectiva

#### Ejemplo 4:

Calcular la resistencia disponible de un perfil tipo W360X134 ASTM A992 ( $F_y = 345 \text{ MPa}$ ). La columna tiene una longitud no arriostrada en el eje fuerte de 9,144 m y una longitud no arriostrada en el eje débil y torsional de 4,572 m, y está articulada en ambos extremos en los dos sentidos.

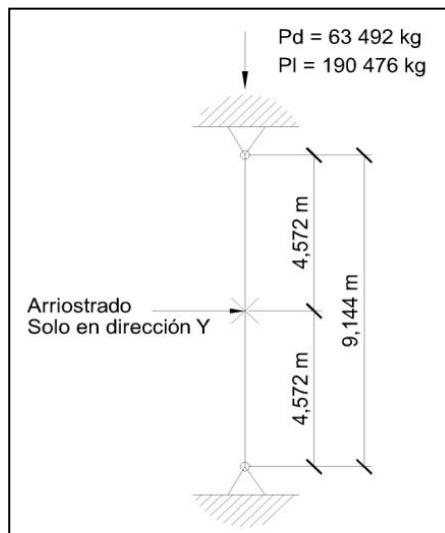
Las cargas nominales son una carga muerta puntual de 63 492 kg y una carga viva puntual de 190 476 kg (ver figura 27).

Solución.

- Propiedades del material:

$$\text{ASTM A992} \quad F_y = 345 \text{ MPa} \quad F_u = 450 \text{ MPa}$$

Figura 27. Diagrama de carga y arriostrado de columna – ejemplo 4



Fuente: AISC. *Design examples*, versión 13.0. p. E-6.

- Propiedades geométricas:

$$W360X134 \quad A_g = 17\,100 \text{ mm}^2 \quad r_x = 156 \text{ mm} \quad r_y = 94 \text{ mm}$$

- Calcular la resistencia requerida:

LRFD	ASD
$P_u = 1,2(63\,492 \text{ kg}) + 1,6(190\,476 \text{ kg})$ $= 380\,952 \text{ kg}$	$P_a = 63\,492 \text{ kg} + 190\,476 \text{ kg}$ $= 253\,968 \text{ kg}$

- Clasificación por pandeo local:

Aplican los casos 3 y 10 de la tabla B4.1

Caso 3:

$$\frac{b}{t} = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{369 \text{ mm}}{2(18 \text{ mm})} = 10,25$$

$$0,56 \sqrt{E/F_y} = 0,56 \sqrt{200\,000 \text{ MPa} / 345 \text{ MPa}} = 13,48$$

$10,25 < 13,48$  OK el patín es compacto

Caso 10:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{T}{t_w} = \frac{286 \text{ mm}}{11,2 \text{ mm}} = 25,54$$

$$1,49 \sqrt{E/F_y} = 1,49 \sqrt{200\,000 \text{ MPa} / 345 \text{ MPa}} = 35,87$$

25,54 < 35,87 OK el alma es compacta

La sección es compacta. Puesto que la columna está arriostrada a la mitad de su longitud solo en el eje débil y los radios de giro en ambos ejes son diferentes, se deberá verificar la esbeltez en ambos sentidos.

- Verificar relaciones de esbeltez:

Para la condición de articulación – articulación en los extremos  $K = 1$

$$\frac{KL_x}{r_x} = \frac{1,0(9,144 \text{ m}) 1\,000 \text{ mm}}{156 \text{ mm} \cdot 1 \text{ m}} = 58,62 < 200 \quad \text{Gobierna}$$

$$\frac{KL_y}{r_y} = \frac{1,0(4,572 \text{ m}) 1\,000 \text{ mm}}{94 \text{ mm} \cdot 1 \text{ m}} = 48,64 < 200$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo elástico crítico,  $F_e$ :

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2 (200\,000 \text{ MPa})}{(58,62)^2} = 574,43 \text{ MPa}$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo por flexión,  $F_{cr}$ :

Verificar límite:

$$4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4,71 \sqrt{\frac{200\,000\text{ MPa}}{345\text{ MPa}}} = 113,40 > 58,62$$

Porque:

$$\frac{KL}{r} < 4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$F_{cr} = \left(0,658^{\frac{F_y}{F_e}}\right) F_y = \left(0,658^{\frac{345\text{ MPa}}{574,43\text{ MPa}}}\right) 345\text{ MPa} = 268,31\text{ MPa}$$

$$P_n = F_{cr} A_g = 269,31\text{ MPa}(17\,100\text{ mm}^2) = 4\,605\text{ KN} = 469\,610\text{ kg}$$

LRFD

$$\phi_c = 0,90$$

$$\phi_c P_n = 0,90(469\,610\text{ kg}) = 422\,649\text{ kg}$$

$$422\,649\text{ kg} > 380\,952\text{ kg} \quad OK$$

ASD

$$\Omega_c = 1,67$$

$$P_n/\Omega_c = 469\,610\text{ kg}/1,67 = 281\,203\text{ kg}$$

$$281\,203\text{ kg} > 253\,968\text{ kg} \quad OK$$

## **7. FLEXIÓN Y FUERZA AXIAL**

### **7.1. Sitio de incidencia**

Los elementos estructurales sujetos a una combinación de esfuerzo por flexión y carga axial son mucho más comunes de lo que pueda pensarse. Las columnas que forman parte de una estructura de acero deben soportar, casi siempre, momentos flexionantes, además de sus cargas usuales de compresión. Es casi imposible montar y centrar exactamente las cargas axiales sobre las columnas, aún en los casos de pruebas de laboratorio; en las construcciones dicha dificultad es todavía mayor. Aunque las cargas en un edificio o estructura pudieran centrarse perfectamente en un momento determinado, no permanecerían estacionarias. Además, las columnas pueden tener defectos iniciales o tener otras fallas, dando como resultado el que se produzcan flexiones laterales.

Las vigas ocasionalmente se conectan a las columnas mediante ángulos o ménsulas colocadas a los lados de estas, que originan así cargas aplicadas excéntricamente que producen momentos.

El viento y otras cargas laterales ocasionan flexión lateral en las columnas y las de marcos rígidos de edificios, están sometidas a momentos, aún cuando el marco soporte solo cargas verticales.

Los elementos de los portales de puentes deben resistir esfuerzos combinados en forma semejante a las columnas de edificios; entre las causas que los originan se encuentran los fuertes vientos laterales, cargas verticales de tránsito, sean o no simétricas y la fuerza centrífuga debida al tránsito en los puentes curvos.

Algunas personas posiblemente han considerado que las armaduras se cargan en los nudos y como consecuencia, sus elementos están axialmente cargados; sin embargo, en ocasiones los largueros de la cubierta quedan colocados entre los nudos de la cuerda cargada de la armadura, haciendo que dicha cuerda se flexione; de modo semejante, la cuerda inferior puede flexionarse por el peso de las instalaciones de alumbrado, ductos u otros elementos colocados entre los nudos de las armaduras.

Todos los elementos horizontales o inclinados de las armaduras están sometidos a un momento ocasionado por su propio peso; en tanto que todos los elementos de las armaduras sean o no verticales, quedan sujetos a esfuerzos de flexión secundaria. Los esfuerzos secundarios se ocasionan porque los elementos no se conectan mediante pasadores sin fricción, como se supone por el análisis que se hizo de esfuerzos y los ejes de gravedad de los elementos, o los de sus elementos de conexión no coinciden exactamente en las juntas.

Los momentos flexionantes en los elementos sometidos a tensión no son tan peligrosos como en los elementos sometidos a compresión, porque la tensión tiende a reducir las deflexiones laterales, en tanto que la compresión las incrementa. A su vez, el incremento de deflexión lateral se traduce en incremento de momento, con el resultado de mayores deflexiones laterales, etc. Es de esperarse que los elementos en tal situación sean suficientemente rígidos como para impedir que las deflexiones laterales lleguen a ser excesivas.

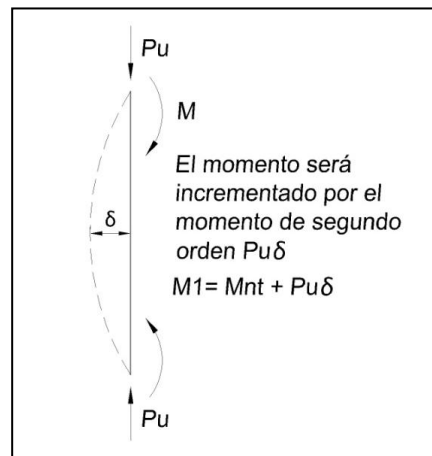


## 7.2. Momentos de primer y segundo orden para elementos sometidos a compresión axial y flexión

Cuando una viga-columna está sometida a momento a lo largo de su longitud no soportada, ella se desplazará lateralmente en el plano de flexión. El resultado será un momento secundario o incrementado igual a la carga de compresión axial multiplicada por el desplazamiento lateral o excentricidad. En la figura 28 se puede ver que el momento del elemento se incrementó una cantidad  $P_u \delta$ .

Este momento ocasionará una deflexión lateral adicional que causará un mayor momento en la columna, que provocará una mayor deflexión lateral, y así sucesivamente hasta que se alcance el equilibrio.

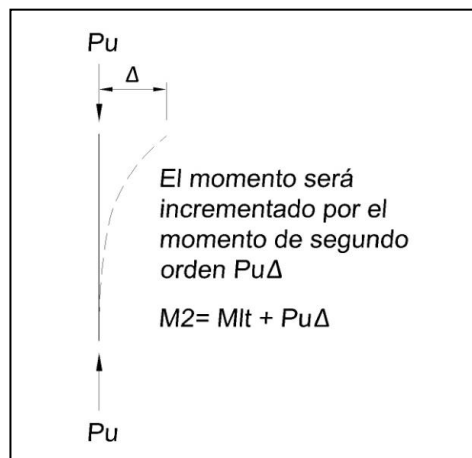
Figura 28. **Amplificación del momento de una columna arriostrada**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – Método LRFD*. p. 325.

Si un marco está sujeto a ladeo, o sea que los extremos de las columnas pueden moverse lateralmente entre sí, aparecerán otros momentos secundarios adicionales. En la figura 29, el momento secundario producido por el ladeo es igual a  $P_u\Delta$ .

Figura 29. **Columna en un marco no arriostrado**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – Método LRFD*. p. 325.

La resistencia por flexión total requerida de un elemento debe ser igual por lo menos a la suma de los momentos de primer y segundo orden. Se dispone de varios métodos para determinar esta resistencia requerida, que dan desde muy simples aproximaciones a procedimientos muy rigurosos.

La especificación establece que se puede efectuar un análisis de segundo orden para determinar la resistencia por carga máxima factorada o usar un análisis elástico de primer orden y amplificar los momentos obtenidos con algunos factores de amplificación llamados  $B_1$  y  $B_2$ .

Si se efectúa un análisis de segundo orden; este debe tomar en cuenta la interacción de los efectos de las cargas factoradas. Es decir, se deben considerar combinaciones de las cargas factoradas actuando al mismo tiempo. No pueden hacerse correctamente análisis separados y sobreponer los resultados.

El procedimiento del método aproximado de análisis dado en la especificación consiste en lo siguiente: un análisis en el que el marco se supone arriostrado de manera que no puede ladearse. A esos momentos se les llamará  $M_{nt}$  y se multiplicarán por un factor de amplificación llamado  $B_1$  para tomar en cuenta el efecto  $P - \delta$  (ver la figura 28). Luego se analiza el marco de nuevo, permitiéndole el ladeo. Se les llamará a esos momentos  $M_{lt}$  y se multiplicarán por un factor de amplificación llamado  $B_2$  para tomar en cuenta el efecto  $P - \Delta$  (ver la figura 29).

El momento final en un elemento particular será:

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

En vez de usar el procedimiento empírico de la especificación, se sugiere al proyectista usar un análisis teórico de segundo orden, siempre que se cumplan ciertos requisitos de las secciones C1 y C2 de la especificación.

Estos requisitos se refieren a las deformaciones axiales, a las fuerzas axiales máximas permitidas, al soporte lateral, a los factores K y a otros más. El estudio de estos temas está fuera del alcance de este trabajo académico, solo se mencionan algunas partes.

### 7.3. Factores de amplificación

Los factores de amplificación son  $B_1$  y  $B_2$ . Con  $B_1$  se estima el efecto  $P_u \delta$  para una columna, esté o no el marco soportado contra el lado. Con  $B_2$  se estima el efecto  $P_u \Delta$  en marcos sin soporte lateral. Esos factores son teóricamente aplicables cuando las conexiones están totalmente restringidas o cuando ellas no están restringidas en absoluto. La especificación indica que la determinación de momentos secundarios entre esos dos casos extremos (conexiones con restricción parcial) está más allá del alcance de la misma.

Cuando se habla de conexiones restringidas o no restringidas se refiere a la capacidad de la conexión de transmitir momentos flectores provenientes de las vigas a las columnas, estos dos casos pueden considerarse como empotramiento y articulación, respectivamente.

En la expresión para  $B_1$  que sigue,  $C_m$  es un término que será definido en la siguiente sección,  $P_u$  es la resistencia axial requerida del elemento, y  $P_{e1}$  es la resistencia al pandeo de Euler, para un marco no arriostrado:

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(K_1 L)^2} \quad (\text{EC.C2-5})$$

La expresión que sigue para  $B_1$  se dedujo para un elemento soportado contra lado. Se usará sólo para amplificar los momentos  $M_{nt}$  (aquellos momentos calculados suponiendo que no hay traslación lateral en el marco).

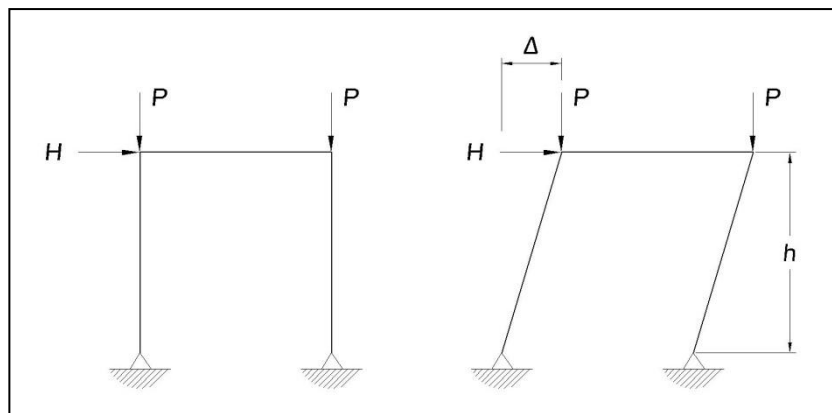
$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r / P_{e1}} \geq 1 \quad (\text{EC.C2-2})$$

Donde:

$\alpha = 1,00$  (LRFD) o  $1,60$  (ASD)

La deflexión horizontal de un edificio de múltiples niveles debido al viento o carga sísmica se llama ladeo. Está representado por  $\Delta$  en las figuras 29 y 30.

Figura 30. **Ladeo en el marco de un edificio**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – Método LRFD*. p. 326.

El valor de  $P_{e2}$  se define como antes para  $P_{e1}$ , excepto que el factor de longitud efectiva  $K$  se determina en el plano de flexión para un marco no arriostrado.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \alpha \sum P_{nt} / \sum P_{e2}} \geq 1 \quad (\text{EC.C2-3})$$

Los valores mostrados para  $\sum P_{nt}$  y  $\sum P_{e2}$  son para todas las columnas del piso en cuestión. Esto se considera necesario porque el término  $B_2$  se usa para amplificar los momentos de las columnas por ladeo.

Para que el ladeo ocurra en una columna particular, se requiere que todas las columnas del piso se ladeen simultáneamente.

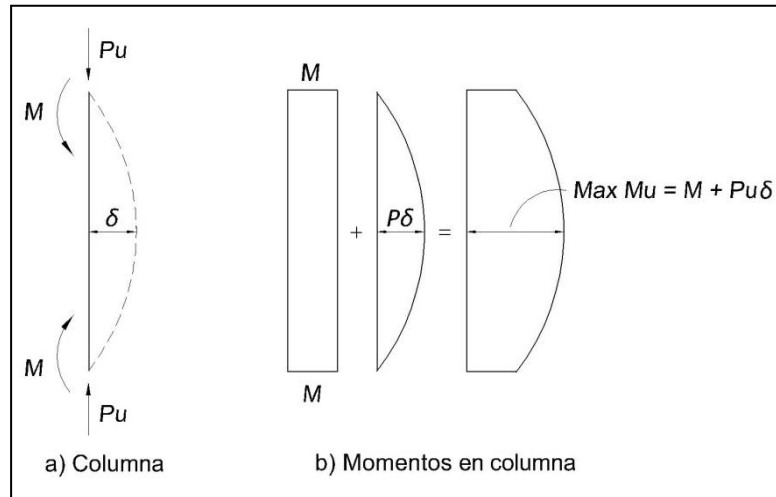
Para usar el valor  $B_2$  dado por la ecuación C2-3, debemos seleccionar dimensiones iniciales para los elementos (para poder calcular un valor para  $P_{e2}$ ). Para calcular los valores de  $\sum P_{nt}$  y  $\sum P_e$  algunos ingenieros estructurales calculan los valores para las columnas en el marco bajo consideración (o para esa sola línea de columnas perpendiculares a la carga lateral). Sin embargo, esto es una mala práctica a menos que todos los otros marcos sean exactamente iguales al que está siendo considerado.

#### **7.4. Factores de modificación del momento o factores $C_m$**

En las dos secciones anteriores se trató el tema de la amplificación de momentos debido a las deflexiones laterales y se presentaron los factores  $B_1$  y  $B_2$ , con los que se puede estimar los incrementos de los momentos. En la expresión para  $B_1$  se incluyó un término  $C_m$  llamado factor de modificación. El factor  $B_1$  de amplificación fue desarrollado para el máximo desplazamiento lateral posible. En muchas ocasiones el desplazamiento no es tan grande y  $B_1$  sobreamplifica el momento de la columna. En consecuencia, el momento tiene que ser reducido o modificado con el factor  $C_m$ .

Puede verse que este es el caso en la figura 31, donde se tiene una columna flexionada en curvatura simple con momentos extremos iguales, tales que la columna se deflexiona lateralmente una cantidad  $\delta$  a la mitad de su altura. El momento máximo total que ocurre en la columna será claramente igual a  $M$  más el momento incrementado  $P_u \delta$ . En consecuencia, no se requiere ninguna modificación y  $C_m = 1,0$ .

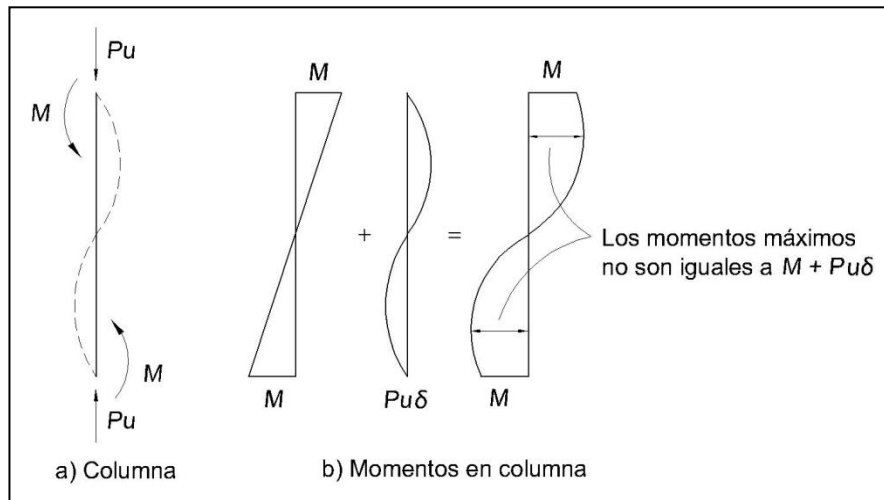
Figura 31. **Amplificación de momento para una columna flexionada en curvatura simple**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – Método LRFD*. p. 328.

Una situación completamente diferente se considera en la figura 32 donde los momentos de extremo tienden a flexionar el elemento en curvatura doble. El momento máximo inicial ocurre en uno de los extremos y no se debería incrementar por un valor  $P_u\delta$  que ocurre a cierta distancia en la columna, porque se estaría exagerando la amplificación del momento. El propósito del factor de modificación es cambiar o reducir el momento amplificado cuando la variación de los momentos en la columna es tal que  $B_1$  resulta demasiado grande. Si no se usara un factor de modificación se terminaría con los mismos momentos totales en las columnas de las dos figuras 31 y 32, suponiendo las mismas dimensiones, carga y momentos iniciales.

Figura 32. **Amplificación de momento para una columna flexionada en curvatura doble**



Fuente: McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – Método LRFD*. p. 329.

Los factores de modificación se basan en la restricción rotacional en los extremos del elemento y en los gradientes de momento en los elementos. La especificación incluye 2 categorías de  $C_m$  que son descritas a continuación:

En la categoría 1, los elementos están impedidos de traslación en sus juntas o ladeo y no están sujetos o cargas transversales entre sus extremos. Para esos elementos el factor de modificación está basado en un análisis de primer orden:

$$C_m = 0,60 - 0,40(M_1/M_2) \quad (\text{EC.C2-4})$$

En esta expresión,  $M_1/M_2$  es la relación del menor al mayor momento en los extremos de la longitud, sin soporte lateral en el plano de flexión que se esté considerando.



La relación es negativa si los momentos generan curvatura simple en el elemento y positiva si generan curvatura doble en él. Como se mencionó anteriormente, un elemento en curvatura simple tiene deflexiones laterales mayores que un elemento en curvatura doble. Con deflexiones laterales mayores los momentos por cargas axiales serán mayores.

La categoría 2 se aplica a elementos sujetos a cargas transversales entre sus nudos y que están soportados contra traslación de sus nudos en el plano de carga. La cuerda a compresión de una armadura con una carga de larguero entre sus nudos es un ejemplo típico de esta categoría. La especificación estipula que el valor  $C_m$  debe tomarse como sigue: para elementos sujetos a cargas transversales entre los soportes, el valor de  $C_m$  será determinado por análisis o conservadoramente se tomará como 1,0 para todos los casos.

Para la categoría 2 existen valores diferentes para el factor de modificación de momento, los cuales dependen de ciertas condiciones de soporte y carga para que puedan ser utilizados. El estudio de estos valores está fuera del alcance de este trabajo académico.



## **8. DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A CARGAS COMBINADAS**

### **8.1. Alcance**

Este capítulo aplica a elementos sometidos a fuerza axial y flexión, alrededor de uno o dos ejes.

### **8.2. Secciones transversales compactas, no compactas y esbeltas**

Con base en los tipos de cargas transmitidas por los elementos, las discusiones de las relaciones ancho-espesor para elementos a compresión y elementos a flexión aplican para el diseño de elementos sometidos a cargas combinadas.

### **8.3. Elementos sometidos a compresión axial y flexión combinadas**

La interacción de los efectos combinados de las resistencias requeridas (compresión axial y momento de flexión) debe satisfacer comprobación de la unidad como sigue:

#### **8.3.1. Elementos con simetría simple y doble sometidos a flexión y carga axial**

A continuación se describen los requisitos de la especificación que deben cumplirse para el análisis de elementos sometidos a esfuerzos combinados.

### 8.3.1.1. Elementos con simetría simple y doble en flexión y compresión

La interacción de flexión y compresión en elementos con simetría simple y elementos con simetría doble para los cuales  $0,10 \leq (I_{yc}/I_y) \leq 0,90$ , que están restringidos a flexión alrededor de un eje geométrico ( $x$  y/o  $y$ ) deberá ser limitada por las ecuaciones H1 – 1a y H1 – 1b, donde  $I_{yc}$  es el momento de inercia alrededor del eje  $y$  referido al patín en compresión.

- Para  $\frac{P_r}{P_c} \geq 0,20$ :

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00 \quad (\text{EC.H1-1a})$$

- Para  $\frac{P_r}{P_c} < 0,20$ :

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00 \quad (\text{EC.H1-1b})$$

Donde:

$P_r$  = resistencia requerida a compresión axial

$P_c$  = resistencia disponible a compresión axial

$M_r$  = resistencia requerida a flexión

$M_c$  = resistencia disponible a flexión

$x$  = subíndice que indica flexión alrededor del eje fuerte

$y$  = subíndice que indica flexión alrededor del eje débil

Para diseño de acuerdo con el método LRFD:

$P_r$  = resistencia requerida a compresión axial usando las combinaciones de carga del método LRFD

$P_c = \phi_c P_n$  = resistencia de diseño a compresión axial

$M_r$  = resistencia requerida a flexión usando las combinaciones de carga del método LRFD

$M_c = \phi_b M_n$  = resistencia de diseño a flexión

$\phi_c$  = factor de resistencia para compresión = 0,90

$\phi_b$  = factor de resistencia para flexión = 0,90

Para diseño de acuerdo con el método ASD:

$P_r$  = resistencia requerida a compresión axial usando las combinaciones de carga del método ASD

$P_c = P_n / \Omega_c$  = resistencia permisible a compresión axial

$M_r$  = resistencia requerida a flexión usando las combinaciones de carga del método ASD

$M_c = M_n / \Omega_b$  = resistencia permisible a flexión

$\Omega_c$  = factor de seguridad para compresión = 1,67

$\Omega_b$  = factor de seguridad para flexión = 1,67

### **8.3.1.2. Elementos con simetría doble en flexión simple y compresión**

Para elementos con simetría doble en flexión y compresión con momentos principalmente en un plano, es permitido considerar los dos estados límite independientes, inestabilidad en el plano y pandeo fuera del plano o pandeo flexo-torsional, en vez de la interacción provista en la sección anterior.

- Para el estado límite de inestabilidad en el plano, las Ecuaciones H1 – 1a y H1 – 1b deben ser usadas con  $P_c$ ,  $M_r$  y  $M_c$  determinados en el plano de flexión.
- Para el estado límite de pandeo fuera del plano:

$$\frac{P_r}{P_{co}} + \left(\frac{M_r}{M_{cx}}\right)^2 \leq 1,00 \quad (\text{EC.H1-2})$$

Donde:

$P_{co}$  = resistencia disponible a compresión axial fuera del plano de flexión

$M_{cx}$  = resistencia disponible de flexo-torsión para flexión en el eje fuerte

Si la flexión ocurre solo alrededor del eje débil, la relación de momento en la ecuación H1 – 2 deberá ser despreciada.

Para elementos con momentos biaxiales significativos ( $M_r/M_c \geq 0,05$  en ambas direcciones), deben seguirse las disposiciones de la sección anterior.

### **8.3.2. Elementos asimétricos y otros tipos de elementos sometidos a flexión y carga axial**

Esta sección se refiere a la interacción de esfuerzos de flexión y axiales para elementos no cubiertos en la sección anterior. Es permitido usar las disposiciones de esta sección para cualquier elemento, en vez de las disposiciones de la sección anterior:

$$\left| \frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bw}}{F_{bw}} + \frac{f_{bz}}{F_{bz}} \right| \leq 1,00 \quad (\text{EC.H2-1})$$

Donde:

$f_a$  = esfuerzo axial requerido en el punto de consideración

$F_a$  = esfuerzo axial disponible en el punto de consideración

$f_{bw}, f_{bz}$  = esfuerzo requerido a flexión en el punto de consideración

$F_{bw}, F_{bz}$  = esfuerzo disponible a flexión en el punto de consideración

$w$  = subíndice que indica flexión alrededor del eje principal mayor

$z$  = subíndice que indica flexión alrededor del eje principal menor

Para diseño con base en el método LRFD:

$f_a$  = esfuerzo axial requerido usando las combinaciones de carga del método LRFD

$F_a = \phi_c F_{cr}$  = esfuerzo axial de diseño

$f_{bw}, f_{bz}$  = esfuerzo requerido a flexión en la ubicación específica de la sección transversal usando las combinaciones de carga del método LRFD

$F_{bw}, F_{bz} = \frac{\phi_b M_n}{S}$  = esfuerzo de diseño a flexión. Usar el módulo de sección para la ubicación específica en la sección transversal y considerar el signo del esfuerzo

$\phi_c$  = factor de resistencia para compresión = 0,90

$\phi_b$  = factor de resistencia para flexión = 0,90

Para diseño con base en el método ASD:

$f_a$  = esfuerzo axial requerido usando las combinaciones de carga del método ASD

$F_a = F_{cr} / \Omega_c$  = esfuerzo axial permisible

$f_{bw}, f_{bz}$  = esfuerzo requerido a flexión en la ubicación específica de la sección transversal usando las combinaciones de carga del método ASD

$F_{bw}, F_{bz} = \frac{M_n}{\Omega_b S}$  = esfuerzo permisible a flexión. Usar el módulo de sección para la ubicación específica en la sección transversal y considerar el signo del esfuerzo

$\Omega_c$  = factor de seguridad para compresión = 1,67

$\Omega_b$  = factor de seguridad para flexión = 1,67

La ecuación H2 – 1 deberá ser evaluada usando los ejes principales de flexión, considerando el sentido de los esfuerzos de flexión en los puntos críticos de la sección transversal. Los términos de flexión pueden ser sumados o restados del término axial. Cuando la fuerza axial es de compresión, los efectos de segundo orden deben ser incluidos.

#### 8.4. Otros requisitos de especificación y consideraciones de diseño

Con base en los tipos de carga transmitidas por los elementos, los requisitos de especificación y consideraciones de diseño dadas para elementos a compresión y elementos a flexión, aplican al diseño de elementos sometidos a cargas combinadas.

Ejemplo 5: perfil tipo W sujeto a compresión axial y flexión combinadas

Seleccionar un perfil tipo W, material ASTM A992 con un peralte nominal de 250 mm que porta fuerzas nominales axiales de compresión de 2 268 kg de carga muerta y 6 803 kg de carga viva. La longitud no arriostrada es 4,27 m y los extremos están articulados. El elemento también tiene los siguientes momentos nominales requeridos, que no incluyen efectos de segundo orden:

$$\begin{array}{ll} M_{xD} = 2\,073 \text{ kg} \cdot \text{m} & M_{xL} = 6\,220 \text{ kg} \cdot \text{m} \\ M_{yD} = 276 \text{ kg} \cdot \text{m} & M_{yL} = 829 \text{ kg} \cdot \text{m} \end{array}$$



El elemento no está sujeto a ladeo.

Solución.

- Propiedades del material:

$$ASTM A992 \quad F_y = 345 \text{ MPa} \quad F_u = 450 \text{ MPa}$$

- Calcular la resistencia requerida, sin considerar efectos de segundo orden:

LRFD	ASD
$P_u = 1,2(2\,268 \text{ kg}) + 1,6(6\,803 \text{ kg})$ $= 13\,606 \text{ kg}$	$P_a = 2\,268 \text{ kg} + 6\,803 \text{ kg}$ $= 9\,071 \text{ kg}$
$M_{ux} = 1,2(2\,073 \text{ kg} \cdot \text{m})$ $+ 1,6(6\,220 \text{ kg} \cdot \text{m})$ $= 12\,440 \text{ kg} \cdot \text{m}$	$M_{ax} = 2\,073 \text{ kg} \cdot \text{m} + 6\,220$ $= 8\,293 \text{ kg} \cdot \text{m}$
$M_{uy} = 1,2(276 \text{ kg} \cdot \text{m}) + 1,6(829 \text{ kg} \cdot \text{m})$ $= 1\,658 \text{ kg} \cdot \text{m}$	$M_{ay} = 276 \text{ kg} \cdot \text{m} + 829 = 1\,105 \text{ kg} \cdot \text{m}$

Intentar con un perfil tipo W250X49.1

- Propiedades geométricas:

$A = 6\,250 \text{ mm}^2$	$b_f/2t_f = 9,15$	$h/t_w = 27,1$
$S_x = 572 \times 10^3 \text{ mm}^3$	$Z_x = 633 \times 10^3 \text{ mm}^3$	$I_x = 70,60 \times 10^6 \text{ mm}^4$
$S_y = 150 \times 10^3 \text{ mm}^3$	$Z_y = 228 \times 10^3 \text{ mm}^3$	$I_y = 15,1 \times 10^6 \text{ mm}^4$
$r_x = 106 \text{ mm}$	$r_y = 49,2 \text{ mm}$	

- Clasificación por pandeo local para compresión:

Aplican los casos 3 y 10 de la tabla B4.1

Caso 3:

$$\frac{b}{t} = \frac{b_f}{2t_f} = 9,15$$

$$0,56 \sqrt{E/F_y} = 0,56 \sqrt{200\,000 \text{ MPa} / 345 \text{ MPa}} = 13,48$$

$9,15 < 13,48$  OK *el patín es compacta*

Caso 10:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{T}{t_w} = 27$$

$$1,49 \sqrt{E/F_y} = 1,49 \sqrt{200\,000 \text{ MPa} / 345 \text{ MPa}} = 35,87$$

$27,1 < 35,87$  OK *el alma es compacta*

La sección es compacta. Puesto que la columna no está arriostrada, los radios de giro en ambos ejes son diferentes y deben analizarse los efectos biaxiales, se deberá verificar la esbeltez en ambos sentidos.

- Verificar relaciones de esbeltez:

Para la condición de articulación – articulación en los extremos  $K = 1$

$$\frac{KL_x}{r_x} = \frac{1,0(4,27m) 1\,000\,mm}{106\,mm \cdot 1\,m} = 40,28 < 200$$

$$\frac{KL_y}{r_y} = \frac{1,0(4,27\,m) 1\,000\,mm}{49,2\,mm \cdot 1\,m} = 86,79 < 200 \quad \text{Gobierna}$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo elástico crítico,  $F_e$ :

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2(200\,000\,MPa)}{(86,79)^2} = 262,05\,MPa$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo por flexión,  $F_{cr}$ :

Verificar límite

$$4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4,71 \sqrt{\frac{200\,000\,MPa}{345\,MPa}} = 113,40 > 86,79$$

Y como

$$\frac{KL}{r} < 4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$F_{cr} = \left(0,658^{\frac{F_y}{F_e}}\right) F_y = \left(0,658^{\frac{345 \text{ MPa}}{262,05 \text{ MPa}}}\right) 345 \text{ MPa} = 198,84 \text{ MPa}$$

- Calcular la resistencia axial disponible:

$$P_n = F_{cr} A_g = 198,84 \text{ MPa} (6\,250 \text{ mm}^2) = 1\,242,75 \text{ KN} = 126\,725 \text{ kg}$$

LRFD	ASD
$\phi_c = 0,90$	$\Omega_c = 1,67$
$\phi_c P_n = 0,90(126\,725 \text{ kg}) = 114\,052 \text{ kg}$	$P_n / \Omega_c = 126\,725 \text{ kg} / 1,67 = 75\,883 \text{ kg}$

- Calcular la resistencia requerida a flexión, incluyendo la amplificación de segundo orden:

Usar el procedimiento “análisis amplificado de primer orden”. Ya que el elemento no está sujeto a ladeo, solo los amplificadores  $P_u - \delta$  necesitan ser agregados.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r / P_{e1}}$$

$$C_m = 1,00$$

Aumentar la flexión en el eje  $X - X$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_1 L_x)^2} = \frac{\pi^2 (200\,000 \text{ MPa}) (70,60 \times 10^6 \text{ mm}^4)}{(1,0 (4,27 \text{ m}) (1000 \text{ mm/m}))^2} = 7\,643 \text{ KN} = 779\,369 \text{ kg}$$

LRFD	ASD
$\alpha = 1,00$ $B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,0(13\ 606\ kg/779\ 369\ kg)}$ $= 1,02$ $M_{ux} = 1,02(12\ 440\ kg * m)$ $= 12\ 689\ kg * m$	$\alpha = 1,60$ $B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,6(9\ 071\ kg/779\ 369\ kg)}$ $= 1,02$ $M_{ax} = 1,02(8\ 293\ kg * m) = 8\ 459\ kg * m$

Aumentar la flexión en el eje Y – Y

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_1 L_y)^2} = \frac{\pi^2 (200\ 000\ MPa)(15,10 \times 10^6\ mm^4)}{(1,0(4,27\ m)(1000\ mm/m))^2} = 1\ 635\ KN = 166\ 724\ kg$$

LRFD	ASD
$\alpha = 1,00$ $B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,0(13\ 606\ kg/166\ 724\ kg)}$ $= 1,09$ $M_{uy} = 1,09(1\ 658\ kg * m) = 1\ 807\ kg * m$	$\alpha = 1,60$ $B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,6(9\ 071\ kg/166\ 724\ kg)}$ $= 1,09$ $M_{ay} = 1,09(1\ 105\ kg * m) = 1\ 204\ kg * m$

- Clasificación por pandeo local en flexión alrededor del eje X – X:

Aplican los casos 1 y 9 de la tabla B4.1

Caso 1:

$$\frac{b}{t} = \frac{b_f}{2t_f} = 9,15$$

$$0,38 \sqrt{E/F_y} = 0,38 \sqrt{200\ 000\ MPa/345\ MPa} = 9,15$$

9,15 ≤ 9,15 OK el patín es compacto

Caso 9:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{T}{t_w} = 27,1$$

$$3,76 \sqrt{E/F_y} = 3,76 \sqrt{200\,000 \text{ MPa} / 345 \text{ MPa}} = 90,53$$

27,1 < 90,53 OK el alma es compacta

- Clasificación por longitud no arriostrada:

$$L_p = 1,76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1,76 (49,2 \text{ mm}) \sqrt{\frac{200\,000 \text{ MPa}}{345 \text{ MPa}}} = 2\,085 \text{ mm}$$

$$L_r = 1,95 r_{ts} \frac{E}{0,7 F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_0}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6,76 \left( \frac{0,7 F_y S_x h_0}{E Jc} \right)^2}}$$

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{(15,1 \times 10^6 \text{ mm}^4)(212 \times 10^9 \text{ mm}^6)}}{572 \times 10^3 \text{ mm}^3} \Rightarrow r_{ts} = \sqrt{3\,128 \text{ mm}^2} = 55,93 \text{ mm}$$

$$L_r = 1,95 (55,93 \text{ mm}) \frac{200\,000 \text{ MPa}}{0,7 (345 \text{ MPa})} \sqrt{\frac{242,66 \times 10^3 \text{ mm}^4 (1,0)}{572 \times 10^3 \text{ mm}^3 (236,1 \text{ mm})}}$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + 6,76 \left( \frac{0,7 (345 \text{ MPa}) 572 \times 10^3 \text{ mm}^3 (236,1 \text{ mm})}{200\,000 \text{ MPa} 242,66 \times 10^3 \text{ mm}^4 (1,0)} \right)^2}} \Rightarrow L_r = 6\,646 \text{ mm}$$

$$L_b = 4\,270\text{ mm}$$

La sección es compacta. Puesto que  $L_p < L_b < L_r$  y que la sección es compacta, aplican los estados límite de fluencia y pandeo lateral-torsional.

- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje X – X:

Estado límite de fluencia:

$$M_{nx} = M_p = F_y Z_x = 345\text{ MPa}(633 \times 10^3\text{ mm}^3) = 22\,269\text{ kg} \cdot \text{m}$$

Estado límite de pandeo lateral-torsional

Como  $L_p < L_b < L_r$ , la ecuación F2-2 aplica:

$$C_b = 1,14$$

Para este caso se considero una condición de cargas puntuales a cada tercio de la longitud del elemento.

$$M_{nx} = C_b \left[ M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

$$M_{nx} =$$

$$1,14 \left[ 22\,269\text{ kg} \cdot \text{m} - (22\,269\text{ kg} \cdot \text{m} -$$

$$0.7(345\text{ MPa})(572 \times 10^3\text{ mm}^3) \frac{101\,970\text{ mm} - 21\,310\,000\text{ mm} - 34\,270\text{ mm} - 2\,085\text{ mm}}{646\text{ mm} - 2\,085\text{ mm}} \right]$$

$$M_{nx} = 20\,917\text{ kg} \cdot \text{m} < 22\,269\text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{nx} = 20\,917 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad \text{Gobierna}$$

- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje Y – Y:

Debido a que el perfil W250X49,1 tiene patines compactos, solo el estado límite de fluencia aplica.

$$M_{ny} = M_p = F_y Z_y \leq 1.6 F_y S_y$$

$$M_{ny} = 345 \text{ MPa}(228 \times 10^3 \text{ mm}^3) \leq 1,6(345 \text{ MPa})(150 \times 10^3 \text{ mm}^3)$$

$$M_{ny} = 8\,021 \text{ kg} \cdot \text{m} \leq 8\,443 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

LRFD	ASD
$\phi_b = 0,90$	$\Omega_b = 1,67$
$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = 0,90(20\,917 \text{ kg} \cdot \text{m})$	$M_{cx} = M_{nx} / \Omega_b = 20\,917 \text{ kg} \cdot \text{m} / 1,67$
$M_{cx} = 18\,825 \text{ kg} \cdot \text{m}$	$M_{cx} = 12\,525 \text{ kg} \cdot \text{m}$
$M_{cy} = \phi_b M_{ny} = 0,90(8\,021 \text{ kg} \cdot \text{m})$	$M_{cy} = M_{ny} / \Omega_b = 8\,021 \text{ kg} \cdot \text{m} / 1,67$
$M_{cy} = 7\,219 \text{ kg} \cdot \text{m}$	$M_{cy} = 4\,803 \text{ kg} \cdot \text{m}$



- Verificar el límite de interacción de compresión y flexión:

LRFD

ASD

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{13\,606\text{ kg}}{114\,052\text{ kg}} = 0,119 < 0,20$$

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{9\,071\text{ kg}}{75\,883\text{ kg}} = 0,119 < 0,20$$

Usar la ecuación H1 – 1b

Usar la ecuación H1 – 1b

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{13\,606\text{ kg}}{2(114\,052\text{ kg})} + \left( \frac{12\,440\text{ kg} \cdot \text{m}}{18\,825\text{ kg} \cdot \text{m}} + \frac{1\,658\text{ kg} \cdot \text{m}}{7\,219\text{ kg} \cdot \text{m}} \right)$$

$$\frac{9\,071\text{ kg}}{2(75\,883\text{ kg})} + \left( \frac{8\,293\text{ kg} \cdot \text{m}}{12\,525\text{ kg} \cdot \text{m}} + \frac{1\,105\text{ kg} \cdot \text{m}}{4\,803\text{ kg} \cdot \text{m}} \right)$$

$$0,0596 + 0,890 = 0,95 \leq 1,00 \quad OK$$

$$0,0598 + 0,892 = 0,952 \leq 1,00 \quad OK$$

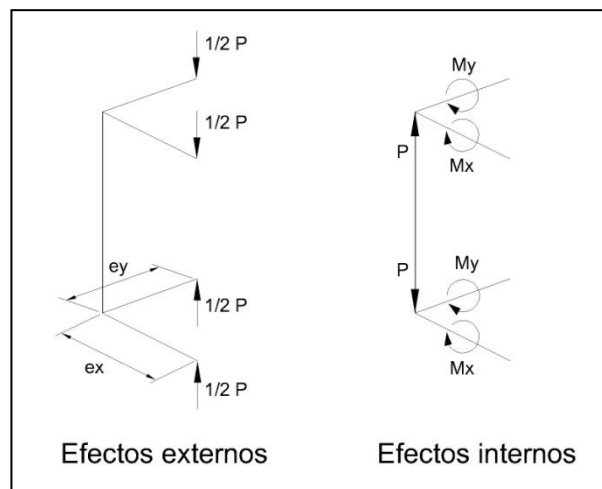


## 9. ANÁLISIS DE UN ELEMENTO SOMETIDO A FLEXO-COMPRESIÓN BIAxIAL

### 9.1. Diseño de elemento estructural para soportar esfuerzos de flexo-compresión biaxial

A continuación se muestra el diseño de 3 elementos estructurales que soportan esfuerzos de compresión axial y flexión biaxial combinados, cuyos resultados servirán para la realización de un ensayo de laboratorio de un elemento estructural a escala natural. Ver figura 33; aplica para todos los casos.

Figura 33. **Columna sometida a carga biaxial**



Fuente: ATSUTA, Toshio. *Analyses of inelástica beam-columns*. p. 198.

Muestra 1:

Seleccionar un perfil tubular estándar, material ASTM A53, grado B, que debe soportar dos fuerzas nominales axiales de compresión de 1 550 kg cada una por carga muerta, con una excentricidad de 0,50 m en cada eje principal. La longitud no arriostrada es 1,00 m y los extremos están articulados. Los momentos nominales debidos a la excentricidad, que no incluyen efectos de segundo orden, son:

$$M_{xD} = 775 \text{ kg} * m \quad M_{yD} = 775 \text{ kg} * m$$

El elemento no está sujeto a ladeo.

Solución:

- Propiedades del material:

$$ASTM A53 \quad F_y = 240 \text{ MPa} \quad F_u = 415 \text{ MPa}$$

- Calcular la resistencia requerida, sin considerar efectos de segundo orden:

LRFD	ASD
$P_u = 1,4(3\ 100 \text{ kg}) = 4\ 340 \text{ kg}$	$P_a = 3\ 100 \text{ kg}$
$M_{ux} = 1,4(775 \text{ kg} * m) = 1\ 085 \text{ kg} * m$	$M_{ax} = 775 \text{ kg} * m$
$M_{uy} = 1,4(775 \text{ kg} * m) = 1\ 085 \text{ kg} * m$	$M_{ay} = 775 \text{ kg} * m$

Intentar con un perfil tubular estándar de 127 mm de diámetro nominal.

- Propiedades geométricas:

$$A = 2\,600 \text{ mm}^2$$

$$D/t = 23,1$$

$$I = 5,95 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$S = 84,23 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$r = 47,75 \text{ mm}$$

$$J = 11,9 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$Z = 111,92 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

- Clasificación por pandeo local para compresión:

Aplica el caso 15 de la tabla B4.1.

En compresión uniforme:

$$\frac{D}{t} = 23,1$$

$$0,11 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,11 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 91,67$$

$23,1 < 91,67$  OK la sección es compacta en compresión uniforme.

La sección es compacta en compresión uniforme, aplica el estado límite de pandeo por flexión.

- Verificar relación de esbeltez:

Puesto que la columna no está arriostrada y el radio de giro en cualquier dirección es el mismo, bastará con analizar la relación de esbeltez en un sentido, ya que será la misma en el sentido ortogonal al calculado.

Para la condición de articulación – articulación en los extremos  $K = 1$

$$\frac{KL_x}{r_x} = \frac{KL_y}{r_y} = \frac{KL}{r} = \frac{1,0(1,00m) 1\,000\,mm}{47,75\,mm \cdot 1\,m} = 20,94 < 200$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo elástico crítico,  $F_e$ :

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2(200\,000\,MPa)}{(20,94)^2} = 4\,501,70\,MPa$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo por flexión,  $F_{cr}$ :

Verificar límite:

$$4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4,71 \sqrt{\frac{200\,000\,MPa}{240\,MPa}} = 135,96 > 20,94$$

Y como:

$$\frac{KL}{r} < 4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$F_{cr} = \left(0,658 \sqrt{\frac{F_y}{F_e}}\right) F_y = \left(0,658 \sqrt{\frac{240\,MPa}{4\,501,70\,MPa}}\right) 240\,MPa = 234,70\,MPa$$

- Calcular la resistencia axial disponible:

$$P_n = F_{cr} A_g = 234,70\,MPa(2\,600\,mm^2) = 610\,220\,KN = 62\,225\,kg$$

LRFD	ASD
$\phi_c = 0,90$	$\Omega_c = 1,67$
$\phi_c P_n = 0,90(62\ 225\ kg) = 56\ 002\ kg$	$P_n/\Omega_c = 62\ 225\ kg/1,67 = 37\ 260\ kg$

- Calcular la resistencia requerida a flexión, incluyendo la amplificación de segundo orden: usar el procedimiento “análisis amplificado de primer orden”. Ya que el elemento no está sujeto a ladeo, solo los amplificadores  $P_u - \delta$  necesitan ser agregados:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r/P_{e1}}$$

$$C_m = 1,00$$

Aumentar la flexión en el eje  $X - X$ :

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_1 L_x)^2} = \frac{\pi^2 (200\ 000\ MPa)(5,95 \times 10^6\ mm^4)}{(1,0(1,00\ m)(1000\ mm/m))^2} = 11\ 745\ KN = 1\ 197\ 657\ kg$$

LRFD	ASD
$\alpha = 1,00$	$\alpha = 1,60$
$B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,0(4\ 340\ kg/1\ 197\ 657\ kg)}$	$B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,6(3\ 100\ kg/1\ 197\ 657\ kg)}$
$= 1,004$	$= 1,004$
$M_{ux} = 1,004(1\ 085\ kg * m)$	$M_{ax} = 1,004(775\ kg * m) = 778\ kg * m$
$= 1\ 089\ kg * m$	

Aumentar la flexión en el eje  $Y - Y$ :

Debido a la simetría de carga y de la sección transversal del perfil tubular los valores de momento amplificado respecto del eje  $Y-Y$ , son iguales a los valores obtenidos respecto al eje  $X-X$ .

LRFD

ASD

$$\begin{aligned} M_{uy} &= 1,004(1\,085 \text{ kg} * \text{m}) \\ &= 1\,089 \text{ kg} * \text{m} \end{aligned}$$

$$M_{ay} = 1,004(775 \text{ kg} * \text{m}) = 778 \text{ kg} * \text{m}$$

- Clasificación por pandeo local en flexión alrededor del eje  $X - X$ : aplica el caso 15 de la tabla B4.1

$$0,45 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,45 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 375$$

$23,1 < 375$  OK, la sección aplica al análisis por flexión.

En flexión:

$$\frac{D}{t} = 23,1$$

$$0,07 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,07 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 58,33$$

$23,1 < 58,33$  OK, la sección es compacta en flexión.

La sección es compacta en flexión, aplica el estado límite de fluencia.



- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje X – X:

$$M_{nx} = M_p = F_y Z_x = 240 \text{ MPa}(111,92 \times 10^3 \text{ mm}^3) = 2\,739 \text{ kg} * \text{m}$$

- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje Y – Y: debido a la simetría de carga y de la sección transversal del perfil tubular el valor de resistencia nominal a flexión respecto del eje Y-Y, es igual al valor obtenido respecto al eje X-X.

$$M_{ny} = 2\,739 \text{ kg} * \text{m}$$

LRFD

$$\phi_b = 0,90$$

$$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = 0,90(2\,739 \text{ kg} * \text{m})$$

$$M_{cx} = 2\,465 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_{cy} = \phi_b M_{ny} = 0,90(2\,739 \text{ kg} * \text{m})$$

$$M_{cy} = 2\,465 \text{ kg} * \text{m}$$

ASD

$$\Omega_b = 1,67$$

$$M_{cx} = M_{nx} / \Omega_b = 2\,739 \text{ kg} * \text{m} / 1,67$$

$$M_{cx} = 1\,640 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_{cy} = M_{ny} / \Omega_b = 2\,739 \text{ kg} * \text{m} / 1,67$$

$$M_{cy} = 1\,640 \text{ kg} * \text{m}$$

- Verificar el límite de interacción de compresión y flexión: por último se verificará la interacción entre fuerza axial y flexión para el diseño de esta columna.

## LRFD

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{4\,340\text{ kg}}{56\,002\text{ kg}} = 0,0775 < 0,20$$

Usar la ecuación H1 – 1b

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{4\,340\text{ kg}}{2(56\,002\text{ kg})} + \frac{1\,089\text{ kg} \cdot \text{m}}{2\,465\text{ kg} \cdot \text{m}} + \frac{1\,089\text{ kg} \cdot \text{m}}{2\,465\text{ kg} \cdot \text{m}} \leq 1,00$$

$$0,039 + 0,442 \cdot 2 = 0,923 \leq 1,00; \text{ OK}$$

## ASD

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{3\,100\text{ kg}}{37\,260\text{ kg}} = 0,0832 < 0,20$$

Usar la ecuación H1 – 1b

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{3\,100\text{ kg}}{2(37\,260)\text{ kg}} + \frac{778\text{ kg} \cdot \text{m}}{1\,640\text{ kg} \cdot \text{m}} + \frac{778\text{ kg} \cdot \text{m}}{1\,640\text{ kg} \cdot \text{m}} \leq 1,00$$

$$0,042 + 0,474 \cdot 2 = 0,99 \leq 1,00; \text{ OK}$$

Como se puede observar, la interacción entre fuerza axial y flexión biaxial se encuentra debajo del límite de la relación demanda/capacidad que define la especificación para ambos métodos de diseño, por lo cual se puede esperar que el elemento soportará con seguridad una carga menor o igual a la carga de diseño, sin presentar fallas.

Muestra 2:

Seleccionar un perfil tubular estándar, material ASTM A53, grado B, que debe soportar dos fuerzas nominales axiales de compresión de 5 750 kg cada una por carga muerta, con una excentricidad de 0,106 m en cada eje principal. La longitud no arriostrada es 1,00 m y los extremos están articulados. Los momentos nominales debidos a la excentricidad, que no incluyen efectos de segundo orden, son:

$$M_{xD} = 610\text{ kg} \cdot \text{m} \quad M_{yD} = 610\text{ kg} \cdot \text{m}$$

El elemento no está sujeto a ladeo.

Solución:

- Propiedades del material:

*ASTM A53*

$$F_y = 240 \text{ MPa}$$

$$F_u = 415 \text{ MPa}$$

- Calcular la resistencia requerida, sin considerar efectos de segundo orden:

LRFD

$$P_u = 1,4(11\,500 \text{ kg}) = 16\,100 \text{ kg}$$

$$M_{ux} = 1,4(610 \text{ kg} \cdot \text{m}) = 854 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{uy} = 1,4(610 \text{ kg} \cdot \text{m}) = 854 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

ASD

$$P_a = 11\,500 \text{ kg}$$

$$M_{ax} = 610 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{ay} = 610 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Intentar con un perfil tubular estándar de 127 mm de diámetro nominal.

- Propiedades geométricas:

$$A = 2\,600 \text{ mm}^2$$

$$I = 5,95 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$r = 47,75 \text{ mm}$$

$$Z = 111,92 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$D/t = 23,1$$

$$S = 84,23 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$J = 11,9 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

- Clasificación por pandeo local para compresión: aplica el caso 15 de la tabla B4.1

En compresión uniforme:

$$\frac{D}{t} = 23,1$$

$$0,11 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,11 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 91,67$$

$23,1 < 91,67$ ; OK, la sección es compacta en compresión uniforme.

La sección es compacta en compresión uniforme, aplica el estado límite de pandeo por flexión.

- Verificar relación de esbeltez: puesto que la columna no está arriostrada y el radio de giro en cualquier dirección es el mismo, bastará con analizar la relación de esbeltez en un sentido, ya que será la misma en el sentido ortogonal al calculado.

Para la condición de articulación – articulación en los extremos  $K = 1$

$$\frac{KL_x}{r_x} = \frac{KL_y}{r_y} = \frac{KL}{r} = \frac{1,0(1,00m) 1\,000\,mm}{47,75\,mm \cdot 1\,m} = 20,94 < 200$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo elástico crítico,  $F_e$ :

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left( \frac{KL}{r} \right)^2} = \frac{\pi^2 (200\,000\,MPa)}{(20,94)^2} = 4\,501,70\,MPa$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo por flexión,  $F_{cr}$ :

Verificar límite:

$$4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4,71 \sqrt{\frac{200\,000\text{ MPa}}{240\text{ MPa}}} = 135,96 > 20,94$$

Y como:

$$\frac{KL}{r} < 4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$F_{cr} = \left(0,658^{\frac{F_y}{F_e}}\right) F_y = \left(0,658^{\frac{240\text{ MPa}}{501,70\text{ MPa}}}\right) 240\text{ MPa} = 234,70\text{ MPa}$$

- Calcular la resistencia axial disponible:

$$P_n = F_{cr} A_g = 234,70\text{ MPa}(2\,600\text{ mm}^2) = 610\,220\text{ KN} = 62\,225\text{ kg}$$

LRFD

$$\phi_c = 0,90$$

$$\phi_c P_n = 0,90(62\,225\text{ kg}) = 56\,002\text{ kg}$$

ASD

$$\Omega_c = 1,67$$

$$P_n/\Omega_c = 62\,225\text{ kg}/1,67 = 37\,260\text{ kg}$$

- Calcular la resistencia requerida a flexión, incluyendo la amplificación de segundo orden: usar el procedimiento “análisis amplificado de primer orden”. Ya que el elemento no está sujeto a ladeo, solo los amplificadores  $P_u - \delta$  necesitan ser agregados.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r / P_{e1}}$$

$$C_m = 1,00$$

Aumentar la flexión en el eje  $X - X$ :

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_1 L_x)^2} = \frac{\pi^2 (200\,000 \text{ MPa}) (5,95 \times 10^6 \text{ mm}^4)}{(1,0(1,00 \text{ m})(1000 \text{ mm/m}))^2} = 11\,745 \text{ KN} = 1\,197\,657 \text{ kg}$$

LRFD	ASD
$\alpha = 1,00$	$\alpha = 1,60$
$B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,0(16\,100 \text{ kg}/1\,197\,657 \text{ kg})}$	$B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,6(11\,500 \text{ kg}/1\,197\,657 \text{ kg})}$
$= 1,0136$	$= 1,0156$
$M_{ux} = 1,0136(854 \text{ kg} * m) = 866 \text{ kg} * m$	$M_{ax} = 1,0156(610 \text{ kg} * m) = 620 \text{ kg} * m$

Aumentar la flexión en el eje  $Y - Y$ :

Debido a la simetría de carga y de la sección transversal del perfil tubular, los valores de momento amplificado respecto del eje Y-Y son iguales a los valores obtenidos respecto del eje X-X.

LRFD

ASD

$$M_{uy} = 1,0136(854 \text{ kg} * m) = 866 \text{ kg} * m \quad M_{ay} = 1,0156(610 \text{ kg} * m) = 620 \text{ kg} * m$$

- Clasificación por pandeo local en flexión alrededor del eje X – X: aplica el caso 15 de la tabla B4.1

$$0,45 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,45 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 375$$

23,1 < 375; OK, la sección aplica al análisis por flexión.

En flexión:

$$\frac{D}{t} = 23,1$$

$$0,07 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,07 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 58,33$$

23,1 < 58,33; OK, la sección es compacta en flexión.

La sección es compacta en flexión, aplica el estado límite de fluencia.

- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje X – X:

$$M_{nx} = M_p = F_y Z_x = 240 \text{ MPa} (111,92 \times 10^3 \text{ mm}^3) = 2\,739 \text{ kg} * m$$

- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje Y – Y: debido a la simetría de carga y de la sección transversal del perfil tubular, el valor de resistencia nominal a flexión respecto del eje Y-Y, es igual al valor obtenido respecto del eje X-X.

$$M_{ny} = 2\,739 \text{ kg} * m$$

LRFD	ASD
$\phi_b = 0,90$	$\Omega_b = 1,67$
$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = 0,90(2\,739 \text{ kg} * m)$	$M_{cx} = M_{nx} / \Omega_b = 2\,739 \text{ kg} * m / 1,67$
$M_{cx} = 2\,465 \text{ kg} * m$	$M_{cx} = 1\,640 \text{ kg} * m$
$M_{cy} = \phi_b M_{ny} = 0,90(2\,739 \text{ kg} * m)$	$M_{cy} = M_{ny} / \Omega_b = 2\,739 \text{ kg} * m / 1,67$
$M_{cy} = 2\,465 \text{ kg} * m$	$M_{cy} = 1\,640 \text{ kg} * m$

- Verificar el límite de interacción de compresión y flexión:

Por último se verificará la interacción entre fuerza axial y flexión para el diseño de esta columna.



## LRFD

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{16\,100\text{ kg}}{56\,002\text{ kg}} = 0,2875 \geq 0,20$$

Usar la ecuación H1 – 1a

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{16\,100\text{ kg}}{56\,002\text{ kg}} + \frac{8}{9} \left( \frac{866\text{ kg} * m}{2\,465\text{ kg} * m} + \frac{866\text{ kg} * m}{2\,465\text{ kg} * m} \right) \leq 1,00$$

$$0,2875 + 8/9(0,3513 * 2) = 0,9120$$

$$\leq 1,00 \quad OK$$

## ASD

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{11\,500\text{ kg}}{37\,260\text{ kg}} = 0,3086 \geq 0,20$$

Usar la ecuación H1 – 1a

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{11\,500\text{ kg}}{37\,260\text{ kg}} + \frac{8}{9} \left( \frac{620\text{ kg} * m}{1\,640\text{ kg} * m} + \frac{620\text{ kg} * m}{1\,640\text{ kg} * m} \right) \leq 1,00$$

$$0,3086 + 8/9(0,378 * 2) = 0,9806$$

$$\leq 1,00 \quad OK$$

Como se puede observar, la interacción entre fuerza axial y flexión biaxial se encuentra debajo del límite de la relación demanda / capacidad que define la especificación para ambos métodos de diseño, por lo cual se puede esperar que el elemento soportará con seguridad una carga menor o igual a la carga de diseño, sin presentar fallas.

Muestra 3:

Seleccionar un perfil tubular estándar, material ASTM A53, grado B, que debe soportar dos fuerzas nominales axiales de compresión de 3 200 kg cada una por carga muerta, con una excentricidad de 0,106 m en cada eje principal. La longitud no arriostrada es 2,50 m y los extremos están articulados. Los momentos nominales debidos a la excentricidad, que no incluyen efectos de segundo orden, son:

$$M_{xD} = 339\text{ kg} * m$$

$$M_{yD} = 339\text{ kg} * m$$

El elemento no está sujeto a ladeo.

Solución.

- Propiedades del material:

*ASTM A53*

$$F_y = 240 \text{ MPa}$$

$$F_u = 415 \text{ MPa}$$

- Calcular la resistencia requerida, sin considerar efectos de segundo orden:

LRFD

$$P_u = 1,4(6\,400 \text{ kg}) = 8\,960 \text{ kg}$$

$$M_{ux} = 1,4(339 \text{ kg} \cdot \text{m}) = 475 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{uy} = 1,4(339 \text{ kg} \cdot \text{m}) = 475 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

ASD

$$P_a = 6\,400 \text{ kg}$$

$$M_{ax} = 339 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{ay} = 339 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

Intentar con un perfil tubular estándar de 102 mm de diámetro nominal.

- Propiedades geométricas:

$$A = 1\,916 \text{ mm}^2$$

$$I = 2,84 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$r = 38,35 \text{ mm}$$

$$Z = 66,37 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$D/t = 20,4$$

$$S = 49,65 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$J = 5,66 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

- Clasificación por pandeo local para compresión: aplica el caso 15 de la tabla B4.1

En compresión uniforme:

$$\frac{D}{t} = 20,4$$

$$0,11 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,11 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 91,67$$

$20,4 < 91,67$ ; OK, la sección es compacta en compresión uniforme.

La sección es compacta en compresión uniforme, aplica el estado límite de pandeo por flexión.

- Verificar relación de esbeltez: puesto que la columna no está arriostrada y el radio de giro en cualquier dirección es el mismo, bastará con analizar la relación de esbeltez en un sentido, ya que será la misma en el sentido ortogonal al calculado.

Para la condición de articulación – articulación en los extremos  $K = 1$

$$\frac{KL_x}{r_x} = \frac{KL_y}{r_y} = \frac{KL}{r} = \frac{1,0(2,50m)}{38,35\,mm} \frac{1\,000\,mm}{1\,m} = 65,19 < 200$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo elástico crítico,  $F_e$ :

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left( \frac{KL}{r} \right)^2} = \frac{\pi^2 (200\,000\,MPa)}{(65,19)^2} = 464,48\,MPa$$

- Calcular el esfuerzo de pandeo por flexión,  $F_{cr}$ :

Verificar límite:

$$4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4,71 \sqrt{\frac{200\,000\text{ MPa}}{240\text{ MPa}}} = 135,96 > 65,19$$

Y como:

$$\frac{KL}{r} < 4,71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$F_{cr} = \left(0,658^{\frac{F_y}{F_e}}\right) F_y = \left(0,658^{\frac{240\text{ MPa}}{464,48\text{ MPa}}}\right) 240\text{ MPa} = 193,32\text{ MPa}$$

- Calcular la resistencia axial disponible:

$$P_n = F_{cr} A_g = 193,32\text{ MPa}(1\,916\text{ mm}^2) = 370\,401\text{ KN} = 37\,770\text{ kg}$$

LRFD

$$\phi_c = 0,90$$

$$\phi_c P_n = 0,90(37\,770\text{ kg}) = 33\,993\text{ kg}$$

ASD

$$\Omega_c = 1,67$$

$$P_n/\Omega_c = 37\,770\text{ kg}/1,67 = 22\,617\text{ kg}$$

- Calcular la resistencia requerida a flexión, incluyendo la amplificación de segundo orden: usar el procedimiento “análisis amplificado de primer orden”. Ya que el elemento no está sujeto a ladeo, solo los amplificadores  $P_u - \delta$  necesitan ser agregados.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r / P_{e1}}$$

$$C_m = 1,00$$

Aumentar la flexión en el eje  $X - X$ :

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_1 L_x)^2} = \frac{\pi^2 (200\,000\text{ MPa})(2,84 \times 10^6\text{ mm}^4)}{(1,0(2,50\text{ m})(1000\text{ mm/m}))^2} = 897\text{ KN} = 91\,469\text{ kg}$$

	LRFD		ASD
$\alpha = 1,00$			$\alpha = 1,60$
	$B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,0(8\,960\text{ kg}/91\,469\text{ kg})} = 1,11$		$B_1 = \frac{1,00}{1 - 1,6(6\,400\text{ kg}/91\,469\text{ kg})} = 1,13$
	$M_{ux} = 1,11(475\text{ kg} \cdot \text{m}) = 527\text{ kg} \cdot \text{m}$		$M_{ax} = 1,13(339\text{ kg} \cdot \text{m}) = 383\text{ kg} \cdot \text{m}$

Aumentar la flexión en el eje  $Y - Y$ :

Debido a la simetría de carga y de la sección transversal del perfil tubular, los valores de momento amplificado respecto del eje Y-Y son iguales a los valores obtenidos respecto del eje X-X.

LRFD

ASD

$$M_{uy} = 1,11(475 \text{ kg} * m) = 527 \text{ kg} * m \quad M_{ay} = 1,13(339 \text{ kg} * m) = 383 \text{ kg} * m$$

- Clasificación por pandeo local en flexión alrededor del eje X – X:

Aplica el caso 15 de la tabla B4.1

$$0,45 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,45 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 375$$

20,4 < 375; OK, la sección aplica al análisis por flexión.

En flexión:

$$\frac{D}{t} = 20,4$$

$$0,07 \left( \frac{E}{F_y} \right) = 0,07 \left( \frac{200\,000}{240} \right) = 58,33$$

20,4 < 58,33; OK, la sección es compacta en flexión.

La sección es compacta en flexión, aplica el estado límite de fluencia.

- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje X – X:

$$M_{nx} = M_p = F_y Z_x = 240 \text{ MPa} (66,37 \times 10^3 \text{ mm}^3) = 15\,929 \text{ N} * m = 1\,624 \text{ kg} * m$$

- Calcular la resistencia nominal a flexión alrededor del eje Y – Y: debido a la simetría de carga y de la sección transversal del perfil tubular, el valor de resistencia nominal a flexión respecto del eje Y-Y es igual al valor obtenido respecto del eje X-X.

$$M_{ny} = 1\,624 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

LRFD

$$\phi_b = 0,90$$

$$M_{cx} = \phi_b M_{nx} = 0,90(1\,624 \text{ kg} \cdot \text{m})$$

$$M_{cx} = 1\,462 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{cy} = \phi_b M_{ny} = 0,90(1\,624 \text{ kg} \cdot \text{m})$$

$$M_{cy} = 1\,462 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

ASD

$$\Omega_b = 1,67$$

$$M_{cx} = M_{nx} / \Omega_b = 1\,624 \text{ kg} \cdot \text{m} / 1,67$$

$$M_{cx} = 972 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{cy} = M_{ny} / \Omega_b = 1\,624 \text{ kg} \cdot \text{m} / 1,67$$

$$M_{cy} = 972 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

- Verificar el límite de interacción de compresión y flexión: por último se verificará la interacción entre fuerza axial y flexión para el diseño de esta columna.

LRFD

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{8\,960 \text{ kg}}{33\,993 \text{ kg}} = 0,2636 \geq 0,20$$

Usar la ecuación H1 – 1a

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{8\,960 \text{ kg}}{33\,993 \text{ kg}} + \frac{8}{9} \left( \frac{527 \text{ kg} \cdot \text{m}}{1\,462 \text{ kg} \cdot \text{m}} + \frac{527 \text{ kg} \cdot \text{m}}{1\,462 \text{ kg} \cdot \text{m}} \right) \leq 1,00$$

$$0,2636 + 8/9(0,3605 \cdot 2) = 0,9045$$

$$\leq 1,00 \text{ OK}$$

ASD

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{6\,400 \text{ kg}}{22\,617 \text{ kg}} = 0,2830 \geq 0,20$$

Usar la ecuación H1 – 1a

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,00$$

$$\frac{6\,400 \text{ kg}}{22\,617 \text{ kg}} + \frac{8}{9} \left( \frac{383 \text{ kg} \cdot \text{m}}{972 \text{ kg} \cdot \text{m}} + \frac{383 \text{ kg} \cdot \text{m}}{972 \text{ kg} \cdot \text{m}} \right) \leq 1,00$$

$$0,2830 + 8/9(0,394 \cdot 2) = 0,9834$$

$$\leq 1,00 \text{ OK}$$

Como se puede observar, la interacción entre fuerza axial y flexión biaxial se encuentra debajo del límite de la relación demanda / capacidad que define la especificación para ambos métodos de diseño, por lo cual se puede esperar que el elemento soportará con seguridad una carga menor o igual a la carga de diseño, sin presentar fallas.

## **9.2. Columna cargada biaxialmente**

Las condiciones de extremos articulados son frecuentemente utilizadas en ensayos de columnas, en cuyo caso el esfuerzo crítico se encuentra en la sección a la mitad de la altura del elemento, alejado de los bordes y, por lo tanto, no influenciada por algún efecto de los extremos.

Para la misma relación de esbeltez efectiva, la condición de extremo articulado requiere el uso de solo la mitad de la longitud de la columna usada para la condición de extremo empotrado.

Cuando se utiliza la condición de extremo articulado, sin embargo, es necesario proveer sujetadores especiales en los extremos. Esto puede introducir algunas dificultades y un gasto considerable cuando se ensayan columnas de perfiles pesados.

### **9.2.1. Aplicación**

La columna articulada es considerada como la columna básica, aunque no existe en las estructuras reales. Es el elemento al que se refiere la resistencia de todas las demás columnas. Hasta métodos para el diseño de estructuras como un todo coinciden que, el diseño de columnas continuará basado en la resistencia de la columna articulada.



Para el caso de estudio en este trabajo académico se seleccionó la condición de extremo articulado para la realización del ensayo.

### **9.2.2. Experimentos en columnas**

El estudio experimental del comportamiento de una columna se lleva a cabo mediante el tratamiento por separado de los factores que causan la amplia banda de dispersión en los resultados de ensayos. Respecto del efecto de la condición de extremo de columnas, la elección puede ser reducida a dos condiciones límite de restricción de extremo.

En ensayos de columnas bajo la condición de empotramiento puede haber un problema en la determinación del grado de empotramiento, ya que dicho empotramiento no puede ser obtenido en la realidad de forma completa. También, la cantidad de empotramiento en el extremo y, por lo tanto la longitud efectiva de la columna no pueden ser una constante sino una función de la carga aplicada.

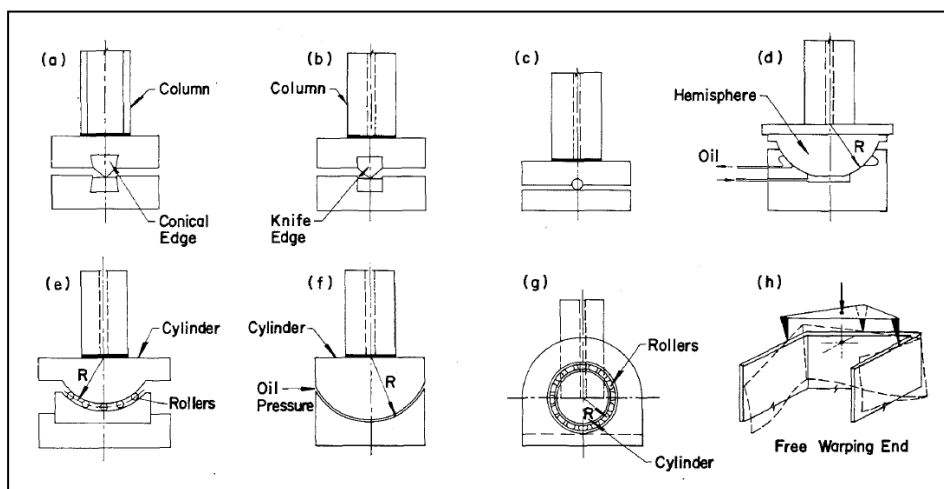
Esto puede deberse en parte al hecho de que la rigidez de la máquina de ensayos varía con la carga aplicada y en parte a la naturaleza indeterminada de la distribución de esfuerzos en el extremo, particularmente en el rango de cargas donde el material empieza a fluir. La falta de rectitud inicial también puede ser otro factor que causa la variación en la longitud efectiva. Estos problemas no son usualmente tan graves si se usan las condiciones extremo articulado, ya que el esfuerzo crítico existe alrededor de la sección a la media altura de la columna.

### 9.2.3. Sujetadores de extremo

Para las condiciones de articulación es esencial que la fricción virtualmente sea eliminada, ya que una pequeña cantidad de restricción en el extremo causará un incremento apreciable en la resistencia de la columna. Muchos arreglos han sido usados para proveer la condición requerida de articulación. Algunos de los diferentes tipos básicos de sujetadores de extremo usados por los investigadores de la resistencia en columnas se muestran en la figura 34. Los sujetadores de extremo difieren uno de otro en que son de posición o dirección fija en los extremos. Esto se refiere a las condiciones particulares de cada tipo de sujetador.

Las otras diferencias básicas son con respecto a su capacidad de carga máxima y longitud efectiva.

Figura 34. Tipos básicos de sujetadores de extremo para la condición de articulación



Fuente: ATSUTA, Toshio. *Analyses of inelastic beam-columns*. p. 198.

Como se mencionó anteriormente, se seleccionó la condición de extremo articulado para el ensayo. Esta condición se obtendrá al utilizar sujetadores de extremo tipo rótula, lo que es necesario para aplicar flexión en dos ejes principales, debido a que esta permite la rotación de los extremos en cualquier dirección.

Además, se utilizarán varios accesorios que permitirán mantener la excentricidad de la carga durante el procedimiento de ensayo (ver figura 35).

Figura 35. **Accesorios para el procedimiento de ensayo**



Continuación de la figura 35.



Fuente: taller de fabricación de Soluciones Estructurales, S. A.

Se consideró utilizar 2 rótulas axiales libres de mantenimiento con la combinación de superficie de contacto acero/tejido PTFE de la marca SKF. Para disminuir la fricción entre las superficies deslizantes de la rótula se utilizó una grasa a base de litio marca LubriMatic (ver figura 36).

Figura 36. **Rótulas axiales y grasa a base de litio**



Fuente: taller de fabricación de Soluciones Estructurales, S. A.

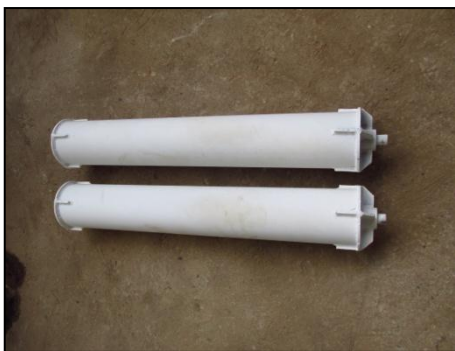
### **9.3. Procedimiento de ensayo de columna**

A continuación se describe el procedimiento de ensayo de las 3 muestras a utilizar, para verificar el diseño estructural.

#### **9.3.1. Preparación de espécimen**

La muestra se corta de una porción recta fabricada de la longitud de la columna a fin de minimizar la falta de rectitud inicial de la muestra. Ambos extremos de la muestra son pulidos y las placas base son entonces soldadas, haciendo coincidir el centro geométrico de la muestra con el centro de la placa base. Para columnas inicialmente no rectas, las superficies pulidas pueden no ser paralelas entre sí, pero serán perpendiculares a la línea central en los extremos, ya que el pulido se realiza generalmente con referencia a las porciones de extremo de las columnas. Tales desviaciones son difíciles de medir o verificar, pero se espera que influyan significativamente en la resistencia de la columna (ver figura 37 para la preparación de espécimen).

Figura 37. Preparación de especímenes



Fuente: taller de fabricación de Soluciones Estructurales, S. A.

### 9.3.2. Mediciones iniciales

La variación en el área y forma transversal y la falta de rectitud inicial afectarán la resistencia de la columna. Así, la medición inicial de las características geométricas de una columna es un paso importante en el ensayo de la misma. Las medidas de la sección transversal son obtenidas para determinar la variación entre las dimensiones reales de la sección y las dimensiones nominales especificadas.

Las mediciones de las dimensiones de la sección transversal deberán tomarse en diferentes puntos (se recomienda a cada cuarto de longitud de la columna, cuando sea posible). En la evaluación final se utiliza el área real de la sección transversal, calculada a partir de las dimensiones reales medidas (ver tablas VIII, IX y X).

Tabla VIII. Mediciones iniciales de muestra 1

Datos	Mediciones iniciales							
	Muestra 1							
Extremo	A				B			
Punto	1	2	3	4	1	2	3	4
Espesor de pared (mm)	6.35	6.35	6.35	7.74	6.35	7.74	6.35	6.35
Espesor promedio de pared (mm)	6.70							
Espesor nominal de pared (mm)	6.55							
Entre puntos	1 - 3		2 - 4		1 - 3		2 - 4	
Diámetro interno (mm)	127.79		127.99		128.59		127.99	
Diámetro interno promedio (mm)	128.09							
Diámetro interno nominal (mm)	128.27							
Diámetro externo (mm)	140.10		140.89		140.89		140.49	
Diámetro externo promedio (mm)	140.59							
Diámetro externo nominal (mm)	141.22							
Entre extremos	A - B							
Entre puntos	1-1		2-2		3-3		4-4	
Longitud total (mm)	891		891		891		890	
Longitud total promedio (mm)	891							
Longitud nominal (mm)	890							
Área real promedio (mm <sup>2</sup> )	2,638							
Área nominal (mm <sup>2</sup> )	2,600							

Fuente: elaboración propia.

Tabla IX. **Mediciones iniciales de muestra 2**

Datos	Mediciones iniciales							
	Muestra 2							
Extremo	A				B			
Punto	1	2	3	4	1	2	3	4
Espesor de pared (mm)	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35
Espesor promedio de pared (mm)	6.35							
Espesor nominal de pared (mm)	6.55							
Entre puntos	1 - 3		2 - 4		1 - 3		2 - 4	
Diámetro interno (mm)	128.79		127.79		128.79		127.99	
Diámetro interno promedio (mm)	128.34							
Diámetro interno nominal (mm)	128.27							
Diámetro externo (mm)	140.89		140.30		140.10		141.10	
Diámetro externo promedio (mm)	140.60							
Diámetro externo nominal (mm)	141.22							
Entre extremos	A - B							
Entre puntos	1-1		2-2		3-3		4-4	
Longitud total (mm)	891		891		890		890	
Longitud total promedio (mm)	891							
Longitud nominal (mm)	890							
Área real promedio (mm <sup>2</sup> )	2,590							
Área nominal (mm <sup>2</sup> )	2,600							

Fuente: elaboración propia.

Tabla X. **Mediciones iniciales de muestra 3**

Datos	Mediciones iniciales							
	Muestra 3							
Extremo	A				B			
Punto	1	2	3	4	1	2	3	4
Espesor de pared (mm)	6.35	6.35	6.35	6.35	6.35	6.55	6.75	6.35
Espesor promedio de pared (mm)	6.43							
Espesor nominal de pared (mm)	6.02							
Entre puntos	1 - 3		2 - 4		1 - 3		2 - 4	
Diámetro interno (mm)	101.60		102.79		101.60		102	
Diámetro interno promedio (mm)	102							
Diámetro interno nominal (mm)	102.36							
Diámetro externo (mm)	114.90		115.49		114.70		115.09	
Diámetro externo promedio (mm)	115.05							
Diámetro externo nominal (mm)	114.30							
Entre extremos	A - B							
Entre puntos	1-1		2-2		3-3		4-4	
Longitud total (mm)	2,388		2,387		2,388		2,388	
Longitud total promedio (mm)	2,388							
Longitud nominal (mm)	2,390							
Área real promedio (mm <sup>2</sup> )	2,225							
Área nominal (mm <sup>2</sup> )	1,916							

Fuente: elaboración propia.



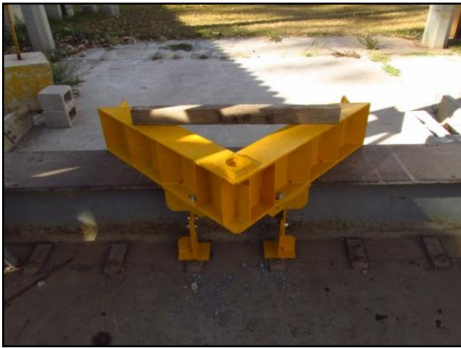
La falta de rectitud inicial de cada muestra es medida en nueve niveles, cada uno espaciado a un octavo de la longitud de la columna. Las mediciones son tomadas en los dos ejes principales. Para el caso de este trabajo académico, la falta de rectitud inicial no es posible medirla debido a la forma de la sección transversal del perfil seleccionado.

### **9.3.3. Alineamiento**

El alineamiento de una columna es el paso más importante a ser llevado a cabo antes del ensayo. Básicamente, hay dos sistemas para alinear columnas. El primer método es alinear la columna cuidadosamente de tal forma que la carga máxima absoluta que puede alcanzar llegue a ser obtenida. El alineamiento se realiza bajo carga, hasta que cierto criterio de esfuerzo es satisfecho. En el segundo método, ninguna atención especial se da a la condición de esfuerzo, excepto por un cuidadoso alineamiento geométrico. El alineamiento geométrico se realiza respecto de algunos puntos de referencia definidos de la sección transversal. El método del alineamiento geométrico es recomendado, ya que es, en general simple y ahorra tiempo.

Para el presente caso se seleccionó el método de alineamiento geométrico para la realización del ensayo. Las placas de extremo pueden ser centradas fácilmente con referencia a la línea central de la máquina de ensayo. El punto de referencia de la sección transversal depende de la forma del perfil. Este punto de referencia puede ser tomado a la mitad de la longitud de la columna (ver figuras 38, 39 y 40).

Figura 38. **Alineamiento de muestra 1**



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.

Figura 39. Alineamiento de muestra 2



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.

Figura 40. **Alineamiento de muestra 3**



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.

### 9.3.4. Instrumentación

Los registros más importantes necesitados en los ensayos de columnas son la carga aplicada y los correspondientes desplazamientos laterales alrededor de los ejes principales, esfuerzos en puntos característicos, rotaciones de extremos, ángulos de giro y el acortamiento total.

Para este caso se aplicará y registrará la carga por medio de una máquina de ensayo marca Forney 1963, y se registrarán los desplazamientos laterales por medio de deformímetros (ver figuras 41 y 42).

Figura 41. **Máquina de ensayo**



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.

Figura 42. **Deformímetros**



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.

### **9.3.5. Procedimiento de ensayo**

Después que el alineamiento está completo, el ensayo inicia con una carga inicial de  $1/20$  a  $1/15$  de la capacidad de carga última estimada para la columna. Esto se hace para preservar el alineamiento establecido al inicio del ensayo. A esta carga, todos los dispositivos de medición son ajustados para las lecturas iniciales.

Para el presente caso, la carga se irá aplicando a razón de 227 kg a 454 kg y se registrarán los correspondientes desplazamientos laterales (ver figuras 43, 44 y 45).

Figura 43. **Ensayo de muestra 1**



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.

Figura 44. **Ensayo de muestra 2**

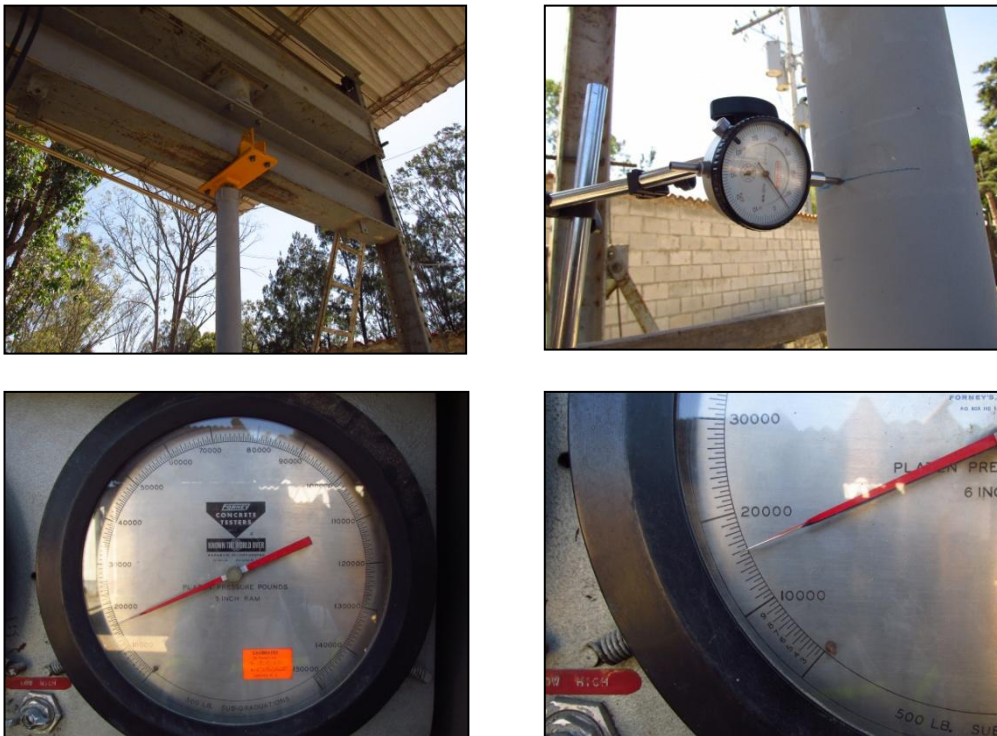


Continuación de la figura 44.



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.

Figura 45. **Ensayo de muestra 3**



Fuente: Centro de Investigaciones de Ingeniería. Área de prefabricados.



## **9.4. Resultados de ensayo**

A continuación se analizan los resultados de ensayo de las 3 muestras que se utilizaron, para verificar el diseño estructural.

### **9.4.1. Preparación de los datos**

El comportamiento de columnas ensayadas bajo carga es determinado con la asistencia de las mediciones de los desplazamientos laterales en varios niveles a lo largo de las dos direcciones principales, rotaciones en los extremos, esfuerzos en puntos característicos, ángulos de torsión, y el acortamiento total de la columna. Estas mediciones son usadas para verificar las predicciones teóricas. Los resultados del ensayo son mejor presentados en forma de diagrama. Cuando ocurra pandeo local o algún otro fenómeno durante el ensayo, este será registrado.

Para el caso de estudio en este trabajo académico se registran los desplazamientos laterales a la mitad de la altura de la columna, ya que por la condición de extremo articulado se espera que el mayor desplazamiento ocurra en este punto. Además, debido a las condiciones en las cuales se realizó el ensayo, se tienen registrados únicamente los desplazamientos laterales del ensayo de la muestra 3.

#### 9.4.2. Evaluación de los resultados del ensayo

La evaluación de los resultados del ensayo puede ser desarrollada comparando el comportamiento experimental de carga-desplazamiento y la predicción teórica. Una predicción teórica preliminar puede ser hecha con base en suposiciones simplificadas de las propiedades de los materiales, esfuerzos residuales y mediciones iniciales de falta de rectitud. La predicción puede ser mejorada si los esfuerzos residuales reales y la variación en las propiedades del material son utilizadas en el análisis.

Para el caso de estudio en este trabajo académico no es posible realizar mediciones de los esfuerzos residuales, así como de las variaciones en las propiedades del material. Ver el resumen de los datos teóricos y reales en la tabla XI.

Tabla XI. Resumen de datos teóricos y reales

Datos	Resumen de datos teóricos y reales					
	Muestra 1		Muestra 2		Muestra 3	
	Teórico	Real	Teórico	Real	Teórico	Real
Diámetro interno (mm)	128.27	128.09	128.27	128.34	102.36	102.00
Diámetro externo (mm)	141.22	140.59	141.22	140.60	114.30	115.05
Longitud (mm)	1,000	1,001	1,000	1,001	2,500	2,498
Área (mm <sup>2</sup> )	2,600	2,638	2,600	2,590	1,916	2,225
Excentricidad (mm)	500	500	106	106	106	106
Carga de diseño, Pu (kg)	4,340	-	16,100	-	8,960	-
Carga admisible, Pa (kg)	3,100	-	11,500	-	6,400	-
Carga real aplicada (kg)	-	3,175	-	11,338	-	7,256

Fuente: elaboración propia.

## CONCLUSIONES

1. Según los resultados obtenidos de los ensayos y lo que se observó durante los mismos, en ninguna de las muestras fue excedido alguno de los estados límite de resistencia o servicio para las cuales fueron diseñadas.
2. Para el método de diseño por factores de carga y resistencia, las cargas aplicadas no excedieron la resistencia de las muestras, ni tampoco presentaron fallas; aunque se aplicó la carga teórica para la cual estaban diseñadas. Este resultado pudo verse afectado debido al factor de carga utilizado, el cual refleja las desviaciones de la carga nominal y la carga real, que para este caso era casi nula, debido a que la magnitud de la carga real era conocida y aplicada con bastante precisión; además que para el diseño se utilizó la combinación de carga para la cual está considerado que este tipo de carga alcanza su máxima magnitud.
3. Para el método de diseño por esfuerzos permisibles, las cargas aplicadas no excedieron la resistencia de las muestras ni tampoco presentaron fallas, aunque se aplicó incluso en 2 de los 3 casos una carga más elevada que la carga para la que estaban diseñadas. Este resultado pudo verse afectado debido al factor de seguridad utilizado, el cual refleja las desviaciones tanto de resistencia y carga nominales, con la resistencia y carga reales. Para este caso la desviación entre la carga nominal y real era casi nula, debido a que la magnitud de la carga real era conocida y aplicada con bastante precisión.

4. Las buenas prácticas internacionales para la producción de acero laminado permiten obtener resistencias mayores que las que requiere la norma específica de algún material, lo que da como resultado que las desviaciones en resistencia sean mínimas. Se mencionan las buenas prácticas internacionales debido a que en Guatemala no se lamina acero estructural.
5. La diferencia entre el área real y el área nominal de la sección transversal de las muestras ensayadas, también afecta los resultados obtenidos. Tal como se mencionó anteriormente, las desviaciones en resistencia de los materiales son mínimas, por lo cual un incremento o disminución en el área de la sección transversal, modifica la capacidad de carga de los elementos.
6. Fue evidente durante los procedimientos de ensayo de las muestras que las condiciones actuales de la máquina de ensayo no permiten la realización de experimentos con cargas excéntricas, debido a que las condiciones de apoyo de la viga que transmite la carga del gato hidráulico no lo permiten, porque se inducen rotaciones similares a cuando una viga está sometida a efectos de torsión.
7. La condición de apoyo del gato hidráulico hacia la viga es similar a una rótula, y que la viga que transmite la carga del gato hidráulico está colgada, es decir no tiene restricciones en los extremos, lo que permite que la viga gire en el sentido opuesto a donde se encuentra la excentricidad en el experimento, lo que a su vez no permite que la carga aplicada se transmita correctamente hacia la muestra, y que debido a la rotación de la viga los desplazamientos laterales medidos sobre la

muestra sean erróneos. Al parecer solo pueden realizarse experimentos con cargas concéntricas en la máquina de ensayo disponible.

8. Los métodos de diseño disponibles para el análisis de estructuras de acero, proveen resultados adecuados para aplicarlos en estructuras reales y que estas satisfagan las condiciones para las cuales fueron diseñadas, además de cumplir con los requerimientos de normativa internacional. Esto se ve reflejado en todas las estructuras construidas con este material.



## RECOMENDACIONES

1. Para ampliar la gama de experimentos que pueden realizarse en el Centro de Investigaciones de Ingeniería en el área de Prefabricados, es necesario mejorar las condiciones actuales de la máquina de ensayo o considerar la implementación de una nueva máquina que permita la aplicación de cargas excéntricas de forma adecuada y que no desvirtúe los resultados en los experimentos.
2. Es necesario que el estudiante que esté interesado en el diseño de elementos de acero estructural, amplíe sus conocimientos con más información a la que trata este trabajo académico, ya que en este se limitó a considerar solo los temas necesarios para abarcar los efectos sobre elementos sometidos a flexo-compresión biaxial. Existe una vasta bibliografía relacionada con el diseño de elementos estructurales de acero, con la cual se puede complementar la información de este trabajo académico. Se considera que la bibliografía a consultar sea de lo más reciente, ya que constantemente se van actualizando los conocimientos en el diseño de elementos de acero estructural.
3. Es indispensable que quien ya comprenda la teoría del diseño con acero estructural, se informe respecto de la normativa vigente, disponibilidad de materiales, perfiles laminados y conectores del lugar donde se desempeñe. Además de esto, el diseñador debe demostrar que sus ideas deben sean factibles de construir, por lo cual se aconseja que se informe respecto de las prácticas constructivas comunes en acero estructural, tales como: disponibilidad y dimensiones de transporte,

disponibilidad y capacidad de grúas, equipo, herramienta y maquinaria para fabricación de piezas, entre otros, para que sus diseños sean lo más real posible en relación con la práctica común.



## BIBLIOGRAFÍA

1. American Institute of Steel Construction, Inc. *Steel Construction Manual*. Thirteenth edition. United States of America: AISC, 2005. 2183 p.
2. \_\_\_\_\_. *Specification for Structural Steel Buildings, ANSI/AISC 360-05*. United States of America: AISC, 2005. 519 p.
3. \_\_\_\_\_. *Steel design guide 19 – Fire resistance of structural steel framing*. United States of America: AISC, 2003. 129 p.
4. \_\_\_\_\_. *AISC Design Examples Version 13.0*. United States of America: AISC, 2005. 525 p.
5. \_\_\_\_\_. *Load and resistance factor design – Volume 1 – Metric conversion of the second edition*. United States of America: AISC, 1999. 1250 p.
6. Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica. *Normas de seguridad estructural de edificaciones y obras de infraestructura para la República de Guatemala, NSE-10*. Guatemala: AGIES, 2010. 474 p.
7. Asociación Latinoamericana del Acero. *Especificación ANSI/AISC 360-05 para construcciones de acero - versión en español*. Chile: Alacero, 2005. 509 p.

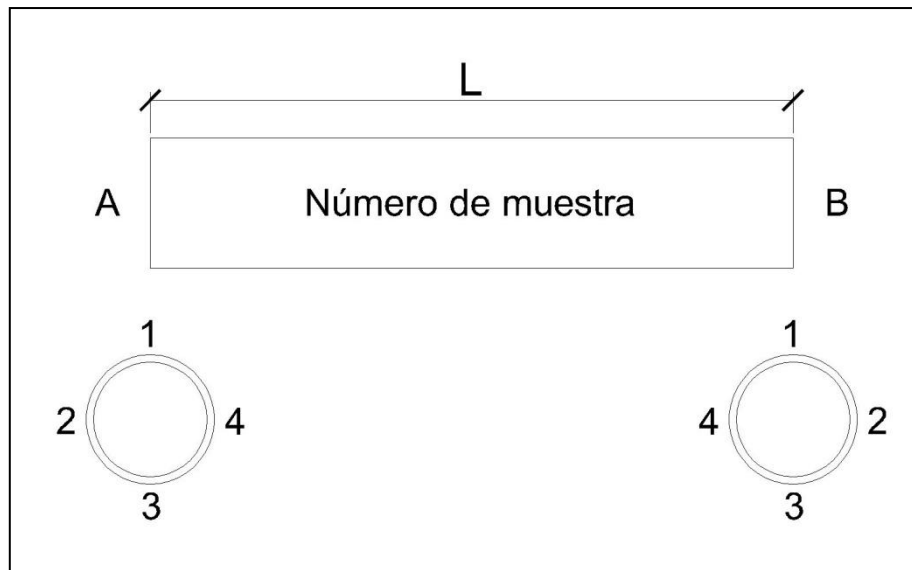
8. ATSUTA, Toshio. *Analyses of inelastic beam-columns*. United States of America: Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, 1972. 317 p.
9. BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON, E. Russell Jr.; DEWOLF, John T. *Mecánica de materiales*. 4a ed. México: McGraw-Hill/ Interamericana editores, S. A. de C. V., 2007. 777 p.
10. Federal Emergency Management Agency. *Recommended seismic design criteria for new steel moment-frame buildings, FEMA-350*. United States of America: FEMA, 2000. 221 p.
11. GALAMBOS, Theodore V.; JOHNSTON, Bruce G.; Jin, F.J. *Diseño de Estructuras de acero con LRFD*. México: Prentice Hall Hispanoamericana, S. A., 1999. 336 p.
12. GALAMBOS, Theodore V.; *Guide to stability design criteria for metal structures*. 5a ed. United States of America: John Wiley & Sons, Inc., 1998. 911 p.
13. GERE, James M.; GOODNO, Barry J. *Mecánica de materiales*. 7a ed. México: Cengage Learning Editores, S. A. de C. V., 2009. 1050 p.
14. HIBBELER, Russell C. *Análisis estructural*. 3a ed. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A., 1997. 753 p.
15. McCORMAC, Jack C. *Diseño de estructuras de acero – Método LRFD*. 2a ed. México: AlfaOmega Grupo Editor S. A de C. V., 2002. 721 p.

16. ROBB, Louis A. *Diccionario para ingenieros, español-inglés e inglés-español*. México: Compañía Editorial Continental, S. A. de C. V., 1956. 676 p.
17. SALMON, Charles G. JOHNSON, John E. *Steel structures, design and behavior emphasizing load and resistance factor design*. 4a ed. United States of America: HarperCollins College Publishers, 1996. 1044 p.
18. Structural Engineering Institute of the American Society of Civil Engineers. *Minimum design loads for buildings and other structures, ASCE/SEI 7-05*. United States of America: ASCE/SEI, 2006. 428 p.
19. TEBEDGE, Negussie; TALL, Lambert. *Procedure for testing centrally loaded columns*. United States of America: Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, 1971. 29 p.



## APÉNDICES

Apéndice 1. **Gráfica de referencia para toma de mediciones iniciales de muestras**



Fuente: elaboración propia.

Apéndice 2. **Lecturas de ensayo en la fase de carga y descarga – muestra 3**

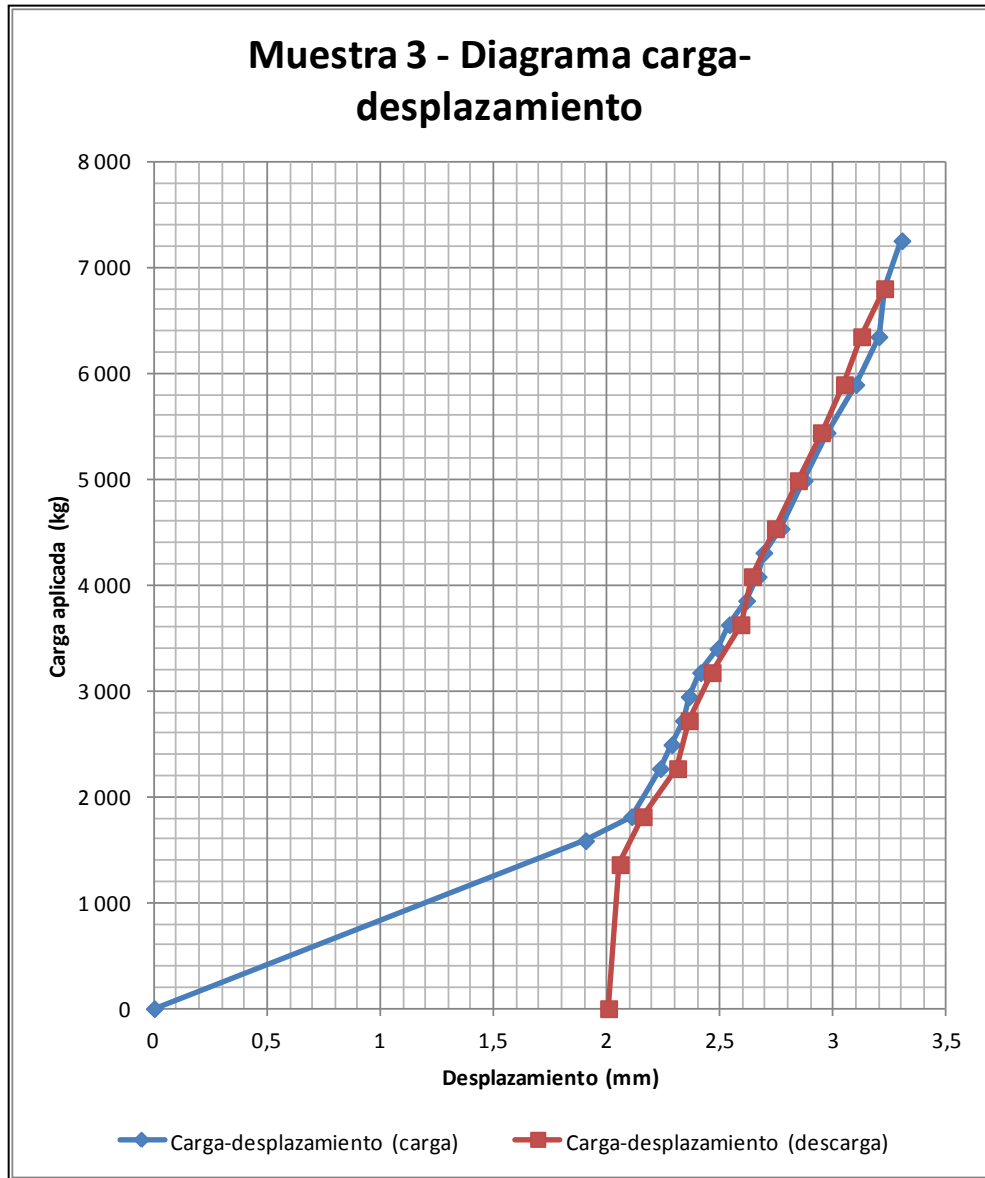
Muestra 3 - Fase de carga					
Carga		Lectura deformímetro		Desplazamiento	
lb	kg	pulg	mm	pulg	mm
0	0	6-7, 63	6-7, 63	0	0
3 500	1 587	7- 8, 38	7- 8, 38	0,0750	1,9050
4 000	1 814	7- 8, 46	7- 8, 46	0,0830	2,1082
5 000	2 268	7- 8, 51	7- 8, 51	0,0880	2,2352
5 500	2 494	7- 8, 53	7- 8, 53	0,0900	2,2860
6 000	2 721	7- 8, 55	7- 8, 55	0,0920	2,3368
6 500	2 948	7- 8, 56	7- 8, 56	0,0930	2,3622
7 000	3 175	7- 8, 58	7- 8, 58	0,0950	2,4130
7 500	3 401	7- 8, 61	7- 8, 61	0,0980	2,4892
8 000	3 628	7- 8, 63	7- 8, 63	0,1000	2,5400
8 500	3 855	7- 8, 66	7- 8, 66	0,1030	2,6162
9 000	4 082	7- 8, 68	7- 8, 68	0,1050	2,6670
9 500	4 308	7- 8, 69	7- 8, 69	0,1060	2,6924
10 000	4 535	7- 8, 72	7- 8, 72	0,1090	2,7686
11 000	4 989	7- 8, 76	7- 8, 76	0,1130	2,8702
12 000	5 442	7- 8, 80	7- 8, 80	0,1170	2,9718
13 000	5 896	7- 8, 85	7- 8, 85	0,1220	3,0988
14 000	6 349	7- 8, 89	7- 8, 89	0,1260	3,2004
15 000	6 803	7- 8, 90	7- 8, 90	0,1270	3,2258
<b>16 000</b>	<b>7 256</b>	<b>7- 8, 93</b>	<b>7- 8, 93</b>	<b>0,1300</b>	<b>3,3020</b>

Muestra 3 - Fase de descarga					
Carga		Lectura deformímetro		Desplazamiento	
lb	kg	pulg	mm	pulg	mm
15 000	6 803	7- 8, 90	7- 8, 90	0,1270	3,2258
14 000	6 349	7- 8, 86	7- 8, 86	0,1230	3,1242
13 000	5 896	7- 8, 83	7- 8, 83	0,1200	3,0480
12 000	5 442	7- 8, 79	7- 8, 79	0,1160	2,9464
11 000	4 989	7- 8, 75	7- 8, 75	0,1120	2,8448
10 000	4 535	7- 8, 71	7- 8, 71	0,1080	2,7432
9 000	4 082	7- 8, 67	7- 8, 67	0,1040	2,6416
8 000	3 628	7- 8, 65	7- 8, 65	0,1020	2,5908
7 000	3 175	7- 8, 60	7- 8, 60	0,0970	2,4638
6 000	2 721	7- 8, 56	7- 8, 56	0,0930	2,3622
5 000	2 268	7- 8, 54	7- 8, 54	0,0910	2,3114
4 000	1 814	7- 8, 48	7- 8, 48	0,0850	2,1590
3 000	1 361	7- 8, 44	7- 8, 44	0,0810	2,0574
0	0	7- 8, 42	7- 8, 42	0,0790	2,0066

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 3. Diagrama carga-desplazamiento - muestra 3



Fuente: elaboración propia.

## Apéndice 4. Resumen de diseño a flexo-compresión biaxial muestra 1

1 Datos de columna			
Carga axial actuante, P (kg)	3 100		
Excentricidad en eje "X", ex (mm)	500		
Excentricidad en eje "Y", ey (mm)	500		
Longitud (mm)	1 000		

2 Propiedades de material	
Material	A53 Gr B
Módulo de elasticidad, E (MPa)	200 000
Límite mínimo de fluencia, Fy (MPa)	240
Resistencia última a flexión, Fu (MPa)	415

3 Resistencia requerida			
(sin efectos de segundo orden)			
	Pu (kg)	Mux (kg*m)	Muy (kg*m)
Combinación 1 (1.4D) - LRFD	4 340	1 085	1 085
	Pa (kg)	Max (kg*m)	May (kg*m)
Combinación 1 (D) - ASD	3 100	775	775

4 Propiedades de perfil	
Perfil	PIPE 5 STD
Área, A (mm <sup>2</sup> )	2 600
Relación D/t	23,10
Inercia, I (x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	5,95
Módulo elástico de sección, S (x10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	84,23
Radio de giro, r (mm)	47,75
Constante de torsión, J (x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	11,60
Módulo plástico de sección, Z (x10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	111,92

5 Clasificación por pandeo local en compresión uniforme		
0.11(E/Fy)	91,67	LA SECCIÓN ES COMPACTA EN COMPRESIÓN
D/t < 0.11(E/Fy)	CUMPLE	

6 Verificar relación de esbeltez	
Factor de longitud efectiva, Kx = Ky = K	1,00
Esbeltez, KL/r	20,94

7 Esfuerzo de pandeo elástico crítico	
$F_e = \pi^2 E / (KL/r)^2$ , (MPa)	4 501,70

8 Esfuerzo de pandeo por flexión	
4.71√(E/Fy)	135,96
LK/r < 4.71√(E/Fy)	CUMPLE
Fcr = Fy(0.658 <sup>Fy/Fy</sup> ), (MPa)	234,70



Continuación de apéndice 4.

9 Resistencia axial disponible		
$P_n = F_{cr} A_g$ , (KN)	610 220	
$P_n$ , (kg)	62 225	
$\phi_c$	0,90	
$\Omega_c$	1,67	
$\phi_c P_n$ - LRFD (kg)	56 002	
$P_n/\Omega_c$ - ASD (kg)	37 260	

10 Resistencia requerida a flexión incluyendo la amplificación de segundo orden		
$P_{e1} = \pi^2 E I_x / (K_1 L_x)^2$ , (KN)	11 745	
$P_{e1}$ , (kg)	1 197 657	
$C_m$	1,00	
$\alpha$ - LRFD	1,00	
$\alpha$ - ASD	1,60	
$B_1 = C_m / (1 - \alpha P_r / P_{e1})$ - LRFD	1,004	
$B_1 = C_m / (1 - \alpha P_r / P_{e1})$ - ASD	1,004	
$M_{ux}$ - LRFD, (kg*m)	1 089	
$M_{uy}$ - LRFD, (kg*m)	1 089	
$M_{ax}$ - ASD, (kg*m)	778	
$M_{ay}$ - ASD, (kg*m)	778	

11 Clasificación por pandeo local en flexión alrededor del eje X-X		
$0.45(E/F_y)$	375	
$D/t < 0.45(E/F_y)$	CUMPLE	APLICA AL ANÁLISIS POR FLEXIÓN
$0.07(E/F_y)$	58,33	
$D/t < 0.07(E/F_y)$	CUMPLE	LA SECCIÓN ES COMPACTA EN FLEXIÓN

12 Resistencia nominal a flexión alrededor del eje X-X		
$M_{nx} = M_p = F_y Z_x$ , (kg*m)	2 739	

13 Resistencia nominal a flexión alrededor del eje Y-Y		
$M_{ny} = M_p = F_y Z_y$ , (kg*m)	2 739	
$\phi_b$	0,90	
$\Omega_b$	1,67	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx}$ - LRFD (kg*m)	2 465	
$M_{cy} = \phi_b M_{ny}$ - LRFD (kg*m)	2 465	
$M_{cx} = M_{nx}/\Omega_b$ - ASD (kg*m)	1 640	
$M_{cy} = M_{ny}/\Omega_b$ - ASD (kg*m)	1 640	

14 Verificar el límite de interacción de compresión y flexión		
$P_r/P_c = P_u/\phi_c P_n$	0,0775	APLICA ECUACIÓN H1-1b
$P_r/2P_c + (M_{rx}/M_{cx} + M_{ry}/M_{cy}) \leq 1$ , LRFD	0,923	CUMPLE
$P_r/P_c = P_a/P_n/\Omega_b$	0,0832	APLICA ECUACIÓN H1-1b
$P_r/2P_c + (M_{rx}/M_{cx} + M_{ry}/M_{cy}) \leq 1$ , ASD	0,990	CUMPLE

Fuente: elaboración propia.

## Apéndice 5. Resumen de diseño a flexo-compresión biaxial muestra 2

1 Datos de columna			
Carga axial actuante, P (kg)	11 500		
Excentricidad en eje "X", ex (mm)	106		
Excentricidad en eje "Y", ey (mm)	106		
Longitud (mm)	1 000		

2 Propiedades de material	
Material	A53 Gr B
Módulo de elasticidad, E (MPa)	200 000
Límite mínimo de fluencia, Fy (MPa)	240
Resistencia última a flexión, Fu (MPa)	415

3 Resistencia requerida			
(sin efectos de segundo orden)			
Combinación 1 (1.4D) - LRFD	Pu (kg)	Mux (kg*m)	Muy (kg*m)
	16 100	854	854
	Pa (kg)	Max (kg*m)	May (kg*m)
Combinación 1 (D) - ASD	11 500	610	610

4 Propiedades de perfil	
Perfil	PIPE 5 STD
Área, A (mm <sup>2</sup> )	2 600
Relación D/t	23,10
Inercia, I (x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	5,95
Módulo elástico de sección, S (x10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	84,23
Radio de giro, r (mm)	47,75
Constante de torsión, J (x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	11,60
Módulo plástico de sección, Z (x10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	111,92

5 Clasificación por pandeo local en compresión uniforme		
0.11(E/Fy)	91,67	LA SECCIÓN ES COMPACTA EN COMPRESIÓN
D/t < 0.11(E/Fy)	CUMPLE	

6 Verificar relación de esbeltez	
Factor de longitud efectiva, Kx = Ky = K	1,00
Esbeltez, KL/r	20,94

7 Esfuerzo de pandeo elástico crítico	
$F_e = \pi^2 E / (KL/r)^2$ , (MPa)	4 501,70

8 Esfuerzo de pandeo por flexión	
$4.71 \sqrt{E/F_y}$	135,96
LK/r < $4.71 \sqrt{E/F_y}$	CUMPLE
$F_{cr} = F_y (0.658^{F_y/F_e})$ , (MPa)	234,70

Continuación de apéndice 5.

9 Resistencia axial disponible			
$P_n = F_{cr} A_g$ , (KN)		610 220	
$P_n$ , (kg)		62 225	
$\phi_c$		0,90	
$\Omega_c$		1,67	
$\phi_c P_n$ - LRFD (kg)		56 002	
$P_n/\Omega_c$ - ASD (kg)		37 260	

10 Resistencia requerida a flexión incluyendo la amplificación de segundo orden			
$P_{e1} = \pi^2 E I_x / (K_1 L_x)^2$ , (KN)		11 745	
$P_{e1}$ , (kg)		1 197 657	
$C_m$		1,00	
$\alpha$ - LRFD		1,00	
$\alpha$ - ASD		1,60	
$B_1 = C_m / (1 - \alpha P_r / P_{e1})$ - LRFD		1,0136	
$B_1 = C_m / (1 - \alpha P_r / P_{e1})$ - ASD		1,0156	
$M_{ux}$ - LRFD, (kg*m)		866	
$M_{uy}$ - LRFD, (kg*m)		866	
$M_{ax}$ - ASD, (kg*m)		620	
$M_{ay}$ - ASD, (kg*m)		620	

11 Clasificación por pandeo local en flexión alrededor del eje X-X			
$0.45(E/F_y)$		375	
$D/t < 0.45(E/F_y)$		CUMPLE	APLICA AL ANÁLISIS POR FLEXIÓN
$0.07(E/F_y)$		58,33	
$D/t < 0.07(E/F_y)$		CUMPLE	LA SECCIÓN ES COMPACTA EN FLEXIÓN

12 Resistencia nominal a flexión alrededor del eje X-X			
$M_{nx} = M_p = F_y Z_x$ , (kg*m)		2 739	

13 Resistencia nominal a flexión alrededor del eje Y-Y			
$M_{ny} = M_p = F_y Z_y$ , (kg*m)		2 739	
$\phi_b$		0,90	
$\Omega_b$		1,67	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx}$ - LRFD (kg*m)		2 465	
$M_{cy} = \phi_b M_{ny}$ - LRFD (kg*m)		2 465	
$M_{cx} = M_{nx}/\Omega_b$ - ASD (kg*m)		1 640	
$M_{cy} = M_{ny}/\Omega_b$ - ASD (kg*m)		1 640	

14 Verificar el límite de interacción de compresión y flexión			
$P_r/P_c = P_u/\phi_c P_n$		0,2875	APLICA ECUACIÓN H1-1a
$P_r/2P_c + (M_{rx}/M_{cx} + M_{ry}/M_{cy}) \leq 1$ , LRFD		0,912	CUMPLE
$P_r/P_c = P_a/P_n/\Omega_b$		0,3086	APLICA ECUACIÓN H1-1a
$P_r/2P_c + (M_{rx}/M_{cx} + M_{ry}/M_{cy}) \leq 1$ , ASD		0,981	CUMPLE

Fuente: elaboración propia.

## Apéndice 6. Resumen de diseño a flexo-compresión biaxial muestra 3

1 Datos de columna	
Carga axial actuante, P (kg)	6 400
Excentricidad en eje "X", ex (mm)	106
Excentricidad en eje "Y", ey (mm)	106
Longitud (mm)	2 500

2 Propiedades de material	
Material	A53 Gr B
Módulo de elasticidad, E (MPa)	200 000
Límite mínimo de fluencia, Fy (MPa)	240
Resistencia última a flexión, Fu (MPa)	415

3 Resistencia requerida			
(sin efectos de segundo orden)			
Combinación 1 (1.4D) - LRFD	Pu (kg)	Mux (kg*m)	Muy (kg*m)
	8 960	475	475
Combinación 1 (D) - ASD	Pa (kg)	Max (kg*m)	May (kg*m)
	6 400	339	339

4 Propiedades de perfil	
Perfil	PIPE 4 STD
Área, A (mm <sup>2</sup> )	1 916
Relación D/t	20,40
Inercia, I (x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	2,84
Módulo elástico de sección, S (x10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	49,65
Radio de giro, r (mm)	38,35
Constante de torsión, J (x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	5,66
Módulo plástico de sección, Z (x10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	66,37

5 Clasificación por pandeo local en compresión uniforme		
0.11(E/Fy)	91,67	LA SECCIÓN ES COMPACTA EN COMPRESIÓN
D/t < 0.11(E/Fy)	CUMPLE	

6 Verificar relación de esbeltez	
Factor de longitud efectiva, Kx = Ky = K	1,00
Esbeltez, KL/r	65,19

7 Esfuerzo de pandeo elástico crítico	
$F_e = \pi^2 E / (KL/r)^2$ , (MPa)	464,48

8 Esfuerzo de pandeo por flexión	
4.71√(E/Fy)	135,96
LK/r < 4.71√(E/Fy)	CUMPLE
$F_{cr} = F_y(0.658^{(F_y/F_e)})$ , (MPa)	193,32

Continuación de apéndice 6.

9 Resistencia axial disponible		
$P_n = F_{cr} A_g$ , (KN)	370 401	
$P_n$ , (kg)	37 770	
$\phi_c$	0,90	
$\Omega_c$	1,67	
$\phi_c P_n$ - LRFD (kg)	33 993	
$P_n/\Omega_c$ - ASD (kg)	22 617	

10 Resistencia requerida a flexión incluyendo la amplificación de segundo orden		
$P_{e1} = \pi^2 EI_x / (K1L_x)^2$ , (KN)	897	
$P_{e1}$ , (kg)	91 469	
$C_m$	1,00	
$\alpha$ - LRFD	1,00	
$\alpha$ - ASD	1,60	
$B1 = C_m / (1 - \alpha P_r / P_{e1})$ - LRFD	1,11	
$B1 = C_m / (1 - \alpha P_r / P_{e1})$ - ASD	1,13	
$M_{ux}$ - LRFD, (kg*m)	527	
$M_{uy}$ - LRFD, (kg*m)	527	
$M_{ax}$ - ASD, (kg*m)	383	
$M_{ay}$ - ASD, (kg*m)	383	

11 Clasificación por pandeo local en flexión alrededor del eje X-X		
$0.45(E/F_y)$	375	
$D/t < 0.45(E/F_y)$	CUMPLE	APLICA AL ANÁLISIS POR FLEXIÓN
$0.07(E/F_y)$	58,33	
$D/t < 0.07(E/F_y)$	CUMPLE	LA SECCIÓN ES COMPACTA EN FLEXIÓN

12 Resistencia nominal a flexión alrededor del eje X-X		
$M_{nx} = M_p = F_y Z_x$ , (kg*m)	1 624	

13 Resistencia nominal a flexión alrededor del eje Y-Y		
$M_{ny} = M_p = F_y Z_y$ , (kg*m)	1 624	
$\phi_b$	0,90	
$\Omega_b$	1,67	
$M_{cx} = \phi_b M_{nx}$ - LRFD (kg*m)	1 462	
$M_{cy} = \phi_b M_{ny}$ - LRFD (kg*m)	1 462	
$M_{cx} = M_{nx}/\Omega_b$ - ASD (kg*m)	972	
$M_{cy} = M_{ny}/\Omega_b$ - ASD (kg*m)	972	

14 Verificar el límite de interacción de compresión y flexión		
$P_r/P_c = P_u/\phi_c P_n$	0,2636	APLICA ECUACIÓN H1-1a
$P_r/2P_c + (M_{rx}/M_{cx} + M_{ry}/M_{cy}) \leq 1$ , LRFD	0,904	CUMPLE
$P_r/P_c = P_a/P_n/\Omega_b$	0,283	APLICA ECUACIÓN H1-1a
$P_r/2P_c + (M_{rx}/M_{cx} + M_{ry}/M_{cy}) \leq 1$ , ASD	0,983	CUMPLE

Fuente: elaboración propia.



# ANEXOS

## Anexo 1. Especificaciones técnicas de rótulas axiales SKF

<b>1 Información de los productos</b>	<b>2 Recomendaciones</b>	<b>3 Datos de los productos</b>
Página ..... 4	Página ..... 16	Rótulas axiales

### Rótulas axiales

Las rótulas axiales presentan una superficie esférica en el anillo del eje y una superficie hueca e igualmente esférica en el anillo del alojamiento (→ fig. 1). Están diseñadas principalmente para soportar cargas axiales en un sentido, pero también son adecuadas para soportar cargas combinadas en cierta medida. La carga radial no debe exceder del 50 % de la carga axial que actúa simultáneamente. Cuando las cargas radiales sean muy elevadas, puede ser aconsejable combinar las rótulas axiales con rótulas radiales de la serie de dimensiones GE (→ fig. 2).

Las rótulas axiales son de diseño separable, es decir, las arandelas pueden montarse por separado.

**Fig. 1**



Rótula axial estándar

Combinación de rótulas radiales y axiales

**Fig. 2**



92 **SKF**





Continuación de anexo 1.

1 Información de los productos		2 Recomendaciones		3 Datos de los productos			
Página ..... 4		Página ..... 16		Rótulas axiales libres de mantenimiento con superficie de contacto acero/poliamida reforzada con fibra de vidrio d 17 – 120 mm			
Dimensiones principales			Ángulo de inclinación	Capacidad de carga dinám. / estát.		Masa	Designación
d	D	T	$\alpha$	C	$C_0$		
mm			grados	N		kg	-
17	47	16	5	36 500	58 500	0,14	GX 17 F
20	55	20	5	46 500	73 500	0,25	GX 20 F
26	62	22,5	5	69 500	112 000	0,42	GX 26 F
30	75	26	5	95 000	153 000	0,61	GX 30 F
36	90	28	6	134 000	216 000	0,98	GX 36 F
40	105	32	6	173 000	275 000	1,50	GX 40 F
46	120	36,5	6	224 000	355 000	2,25	GX 46 F
60	130	42,5	6	275 000	440 000	3,15	GX 60 F
80	150	46	6	375 000	600 000	4,65	GX 80 F
70	160	50	5	475 000	750 000	5,40	GX 70 F
80	180	50	5	570 000	915 000	6,95	GX 80 F
100	210	59	5	735 000	1 180 000	11,0	GX 100 F
120	230	64	4	880 000	1 430 000	14,0	GX 120 F

Continuación de anexo 1.

1 Información de los productos		2 Recomendaciones		3 Datos de los productos						
Página ..... 4		Página ..... 16								
Dimensiones								Dimensiones de topos y chaflanes		
d	d <sub>h</sub>	d <sub>i</sub>	D <sub>i</sub>	B	C	r <sub>i</sub> mín	s	d <sub>h</sub> mín	D <sub>h</sub> máx	r <sub>a</sub> máx
mm								mm		
17	52	43,5	27	11,8	11,2	0,6	11	34	37	0,6
20	60	50	31	14,5	13,8	1	12,5	40	44	1
26	68	58,5	34,5	16,5	16,7	1	14	45	47	1
30	82	70	42	19	19	1	17,5	56	59	1
36	98	84	50,5	22	20,7	1	22	66	71	1
40	114	97	59	27	21,5	1	24,5	78	84	1
46	128	110	67	31	25,5	1	27,5	89	97	1
60	139	120	70	33	30,5	1	30	98	105	1
80	160	140	84	37	34	1	35	109	120	1
70	176	153	94,5	42	36,5	1	35	121	125	1
80	197	172	107,5	43,5	38	1	42,5	135	145	1
100	222	198	127	51	46	1	45	155	170	1
120	250	220	145	53,5	50	1	52,5	170	190	1

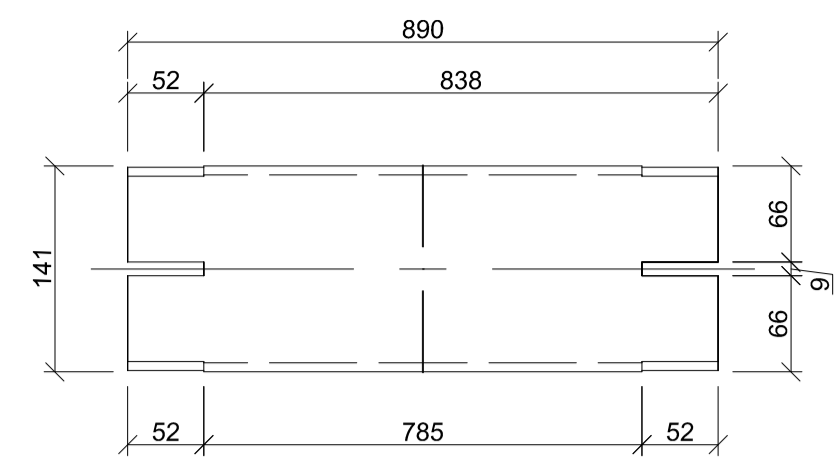
3.4

Fuente: Marca SKF. *Rótulas y cabezas de articulación.* p. 92-95.

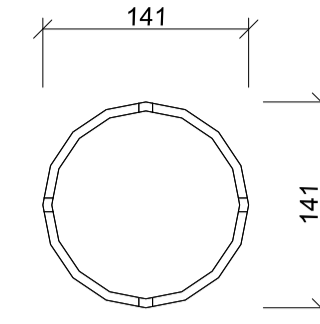
## Anexo 2. **Planos de taller de muestras**

A continuación se incluyen los planos de taller elaborados para la fabricación de las muestras utilizadas en los ensayos.

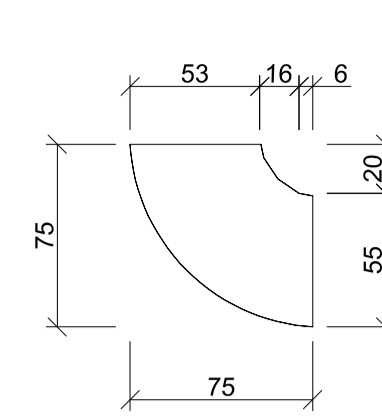
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=C 1 Number=1 Mass-Total=23.57(kg)						
c 1	EP 5	1	STEEL A53 Gr. B A53 Gr. B	890.00	20.299	18.07
p 1	RB 1	2	STEEL A36	25.40	3.977	0.20
p 2	RB 2	2	STEEL A36	50.80	15.909	1.62
pl 3	Plate 6.35x160	8	STEEL A36	75.17		1.58
pl 4	Plate 6.35x86	4	STEEL A36	75.33		1.03
pl 14	Plate 6.35x86	2	STEEL A36	160.00		1.07
						23.57



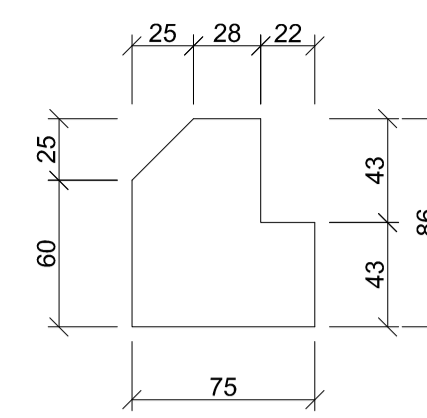
c 1 EP 5 Front scale 1:5



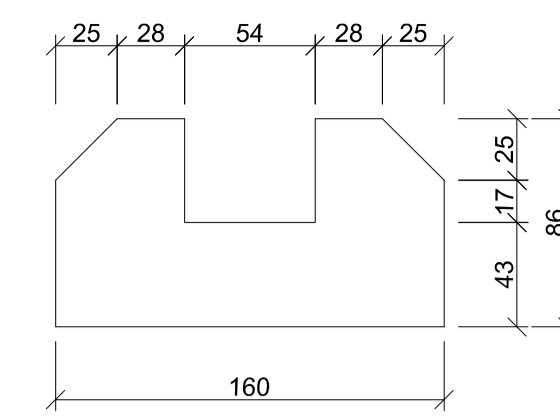
c 1 EP 5 Side scale 1:5



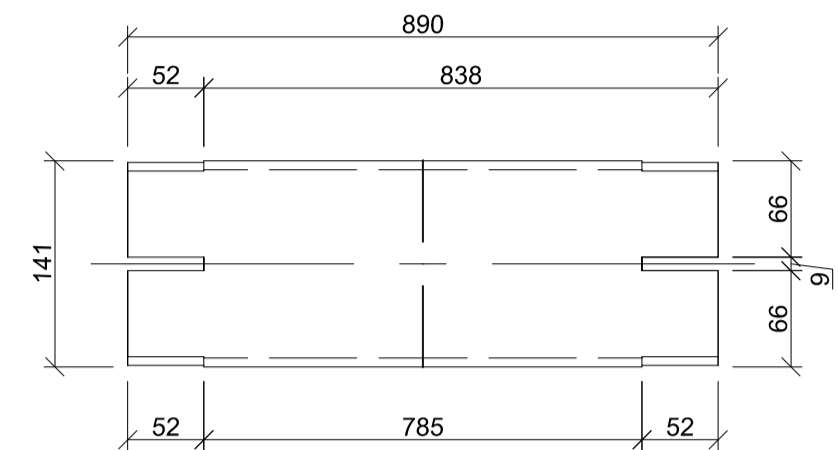
pl 3 Plate 6.35x160x75 8 pcs scale 1:3



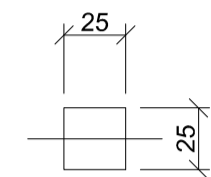
pl 4 Plate 6.35x86x75 4 pcs scale 1:3



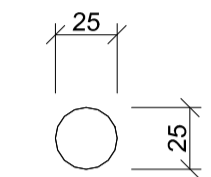
pl 14 Plate 6.35x86x160 2 pcs scale 1:3



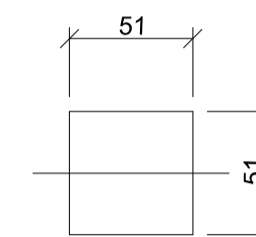
c 1 EP 5 Top scale 1:5



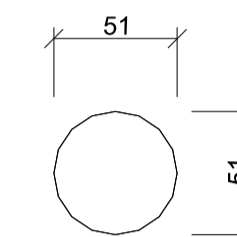
p 1 RB 1 Front scale 1:3



p 1 RB 1 Side scale 1:3

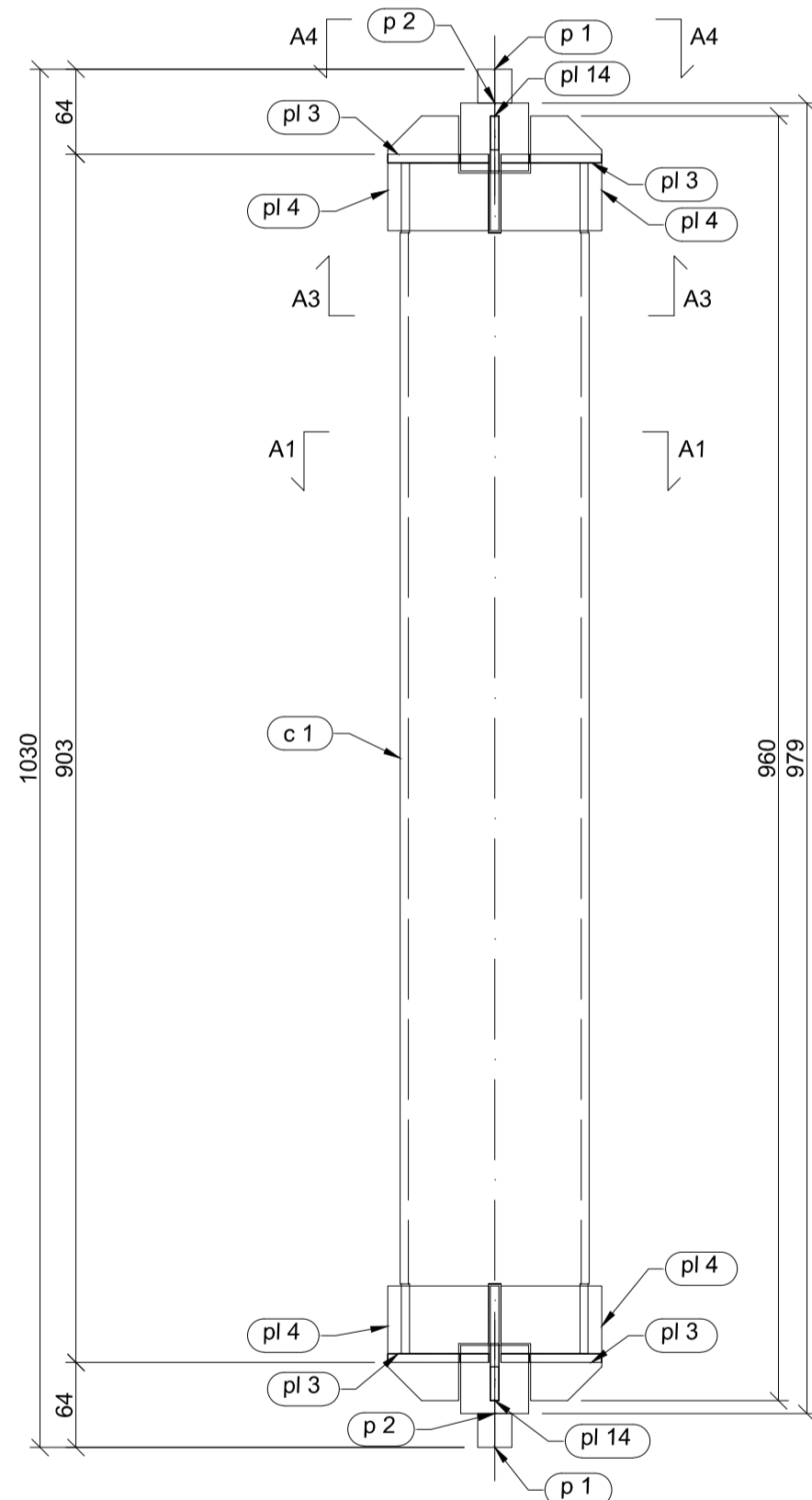


p 2 RB 2 Front scale 1:3

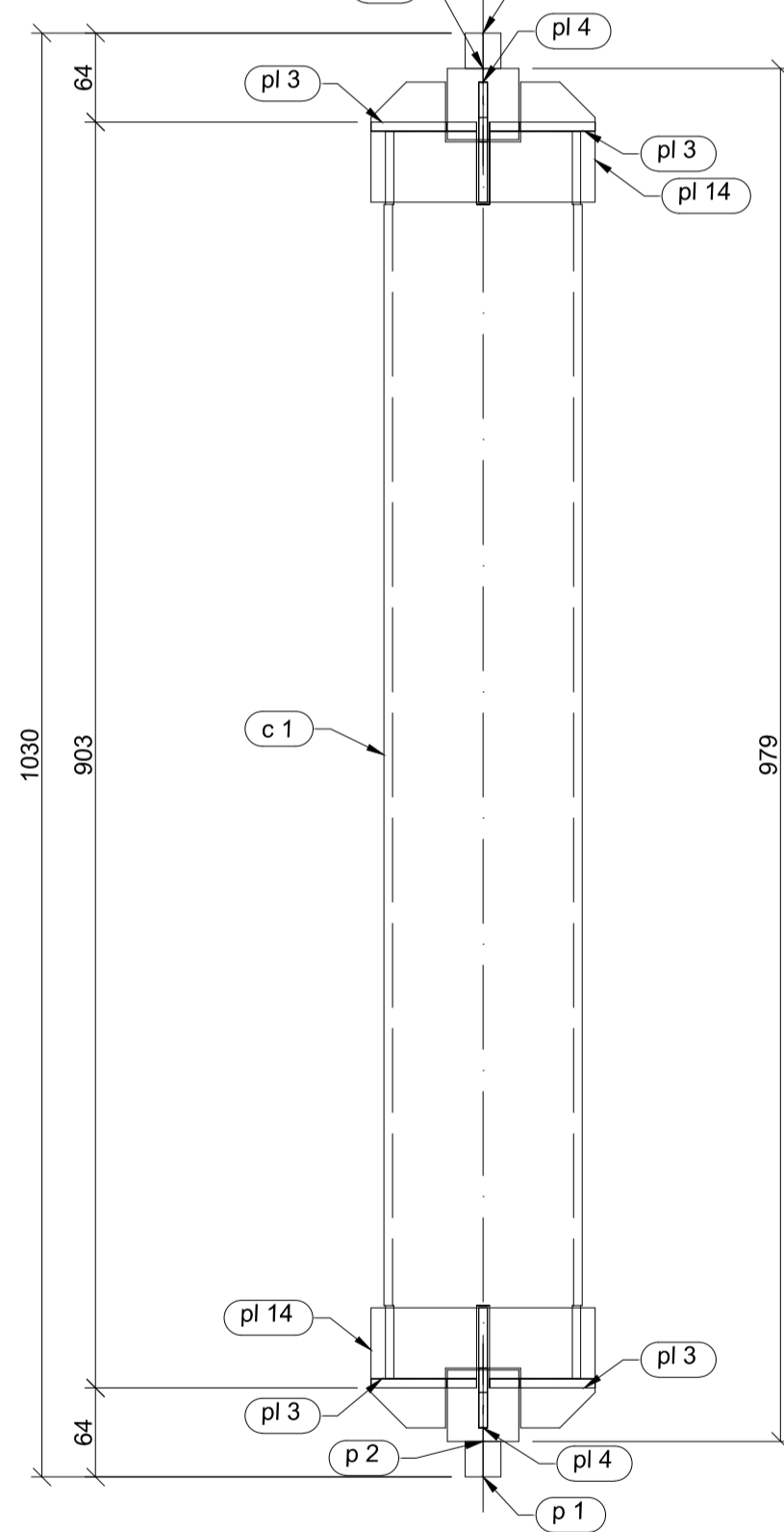


p 2 RB 2 Side scale 1:3

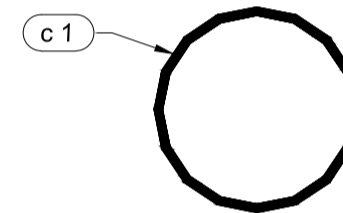
C 1 scale 1:5



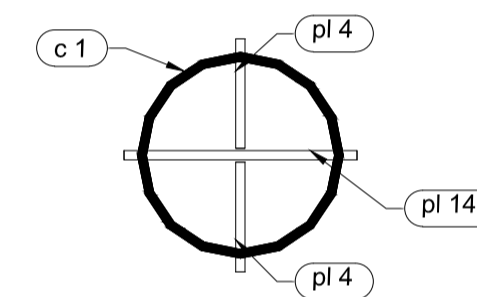
C 1 scale 1:5



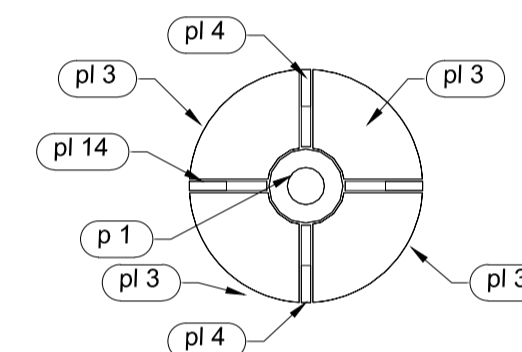
C 1 A1 scale 1:5



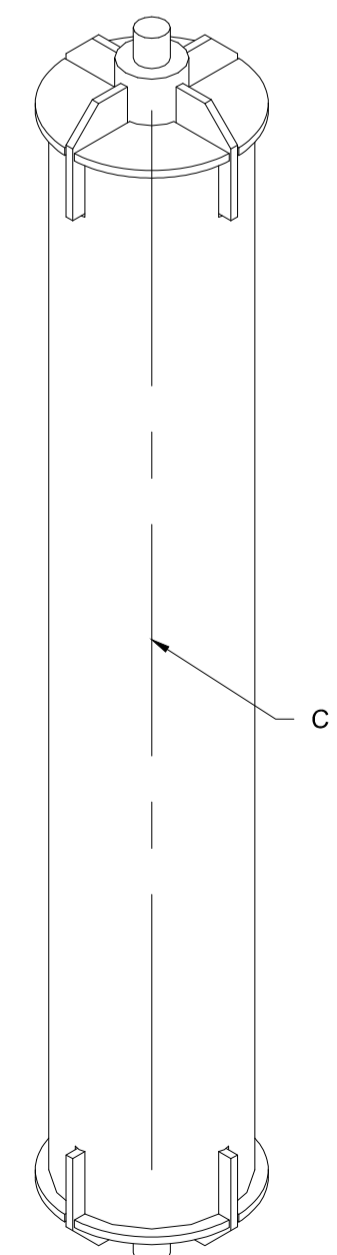
C 1 A3 scale 1:5



C 1 A4 scale 1:5



C1 Isometry NE 1#50 1:5



REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	

**PLANO PARA REVISIÓN NO APROBADO PARA CONSTRUCCIÓN**

**NOTAS :**

- TODAS LAS DIMENSIONES ESTAN DADAS EN MILÍMETROS Y LOS NIVELES EN METROS, A EXCEPCIÓN DONDE SE INDIQUE LO CONTRARIO.
- ESTOS PLANOS SON ESTRUCTURALES, NO DE FABRICACIÓN, POR LO QUE EL FABRICANTE DE LA ESTRUCTURA DEBERA HACER SUS RESPECTIVOS PLANOS DE FABRICACIÓN Y MONTAJE.
- EL CONTRATISTA DE OBRA ESTÁ OBLIGADO A VERIFICAR TODAS LAS MEDIDAS EN CAMPO.
- EL RESPONSABLE DEL EQUIPO MECÁNICO DEBERÁ REVISAR DE TENDIMIENTO LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA PARA EVITAR LA EXISTENCIA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE INTERFIERAN CON DICHSOS EQUIPOS U OTROS ACCESORIOS MECÁNICOS.

**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**  
 GUATEMALA, C.A. FAX: (502) 2254-0291  
 manolopez@solucionesestructurales.com

PROYECTO:  
 -  
 -  
 -

CONTENIDO:  
 -  
 -  
 -

APROBACIONES

DISEÑO Y CALCULO:  
**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**

DIBUJO:  
**SESA**

ESCALA:  
**INDICADA**

FORMATO:  
**ISO A1 - 841 x 594 mm**

FECHA:  
 -

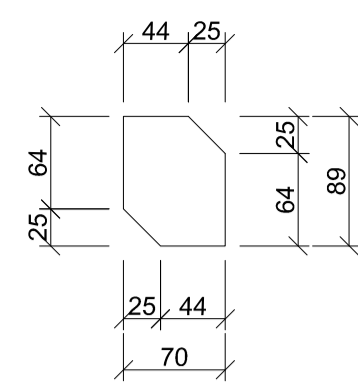
PLANO No.  
**00-00-00000**

	HOJA No.
	00 / 00
REVISIÓN	A

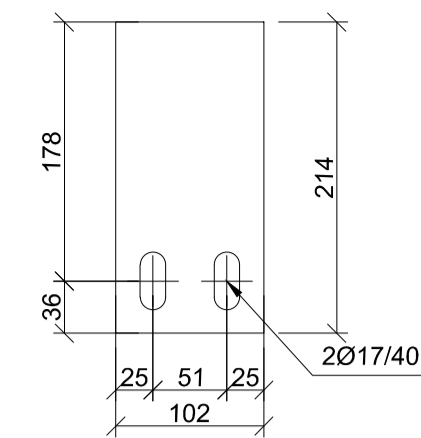
DERECHOS RESERVADOS. QUEDA PROHIBIDA CUALQUIER COPIA ILÍCITA DEL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO O LA IDEA ORIGINAL, SEGÚN LO AMPARA EL DECRETO NO. 38-98 DE LA LEY DE DERECHO DE AUTOR Y DERECHOS CONEXOS, Y EL CÓDIGO PENAL.



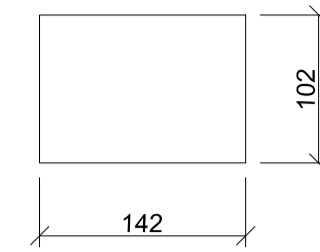
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 1 Number=4 Mass-Total=12.08(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 9	Plate 9.525x214	1	STEEL A36	101.60		1.53
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.98
						3.02



pl 2 Plate 9.525x89x70  
16 pcs  
scale 1:5

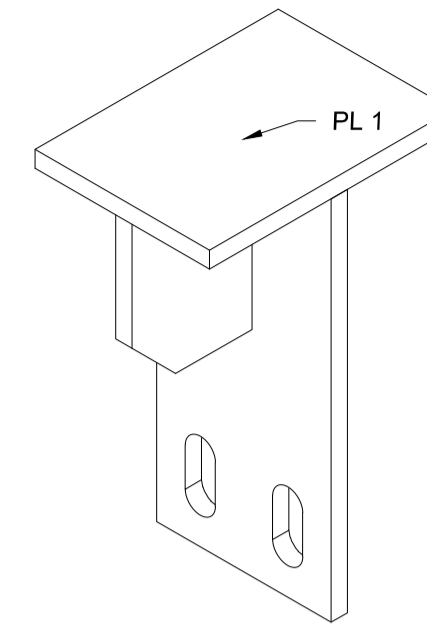


pl 9 Plate 9.525x214x102  
8 pcs  
scale 1:5

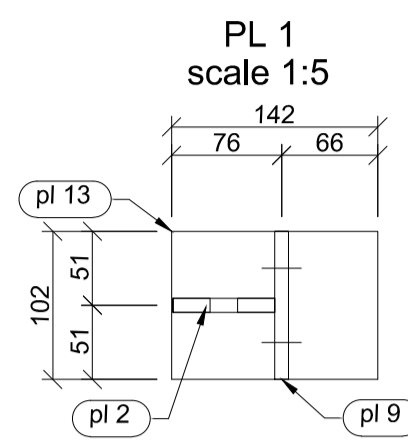
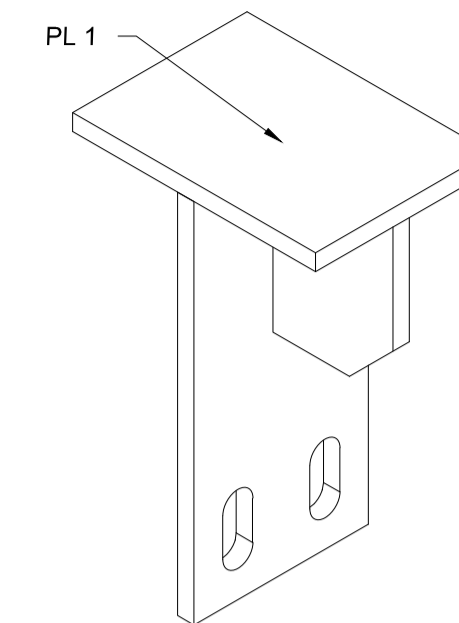


pl 13 Plate 9.525x102x142  
16 pcs  
scale 1:5

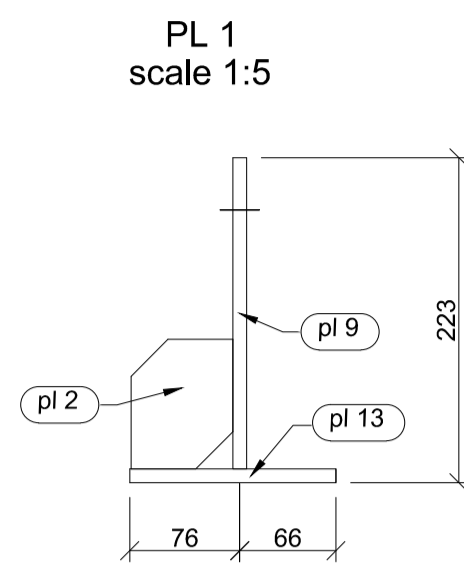
PL 1 Isometry NW 1#50 1:3



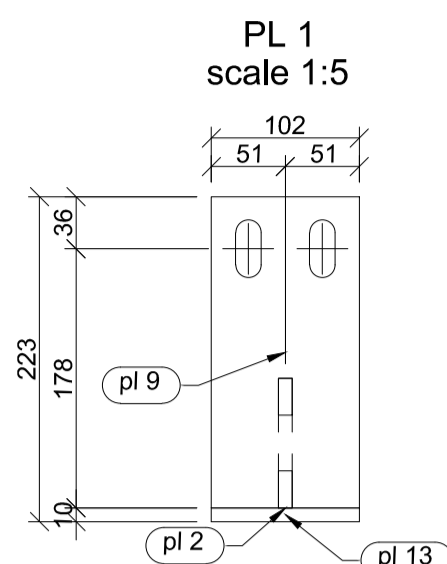
PL 1 Isometry NE 1#50 1:3



PL 1  
scale 1:5



PL 1  
scale 1:5



PL 1  
scale 1:5

REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	

**PLANO PARA REVISIÓN  
NO APROBADO PARA  
CONSTRUCCIÓN**

**NOTAS :**

- TODAS LAS DIMENSIONES ESTAN DADAS EN MILÍMETROS Y LOS NIVELES EN METROS, A EXCEPCIÓN DONDE SE INDIQUE LO CONTRARIO.
- ESTOS PLANOS SON ESTRUCTURALES, NO DE FABRICACIÓN, POR LO QUE EL FABRICANTE DE LA ESTRUCTURA DEBERA HACER SUS RESPECTIVOS PLANOS DE FABRICACIÓN Y MONTAJE.
- EL CONTRATISTA DE OBRA ESTÁ OBLIGADO A VERIFICAR TODAS LAS MEDIDAS EN CAMPO.
- EL RESPONSABLE DEL EQUIPO MECÁNICO DEBERÁ REVISAR DE TENDIMIENTO LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA PARA EVITAR LA EXISTENCIA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE INTERFIERAN CON DICHSOS EQUIPOS U OTROS ACCESORIOS MECÁNICOS.

**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**  
GUATEMALA, C.A. FAX: (502) 2254-0291  
manolopez@solucionesestructurales.com

PROYECTO:  
-  
-  
-

CONTENIDO:  
-  
-  
-

APROBACIONES

DISEÑO Y CALCULO:  
**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**

DIBUJO:  
**SESA**

ESCALA:  
**INDICADA**

FORMATO:  
**ISO A1 - 841 x 594 mm**

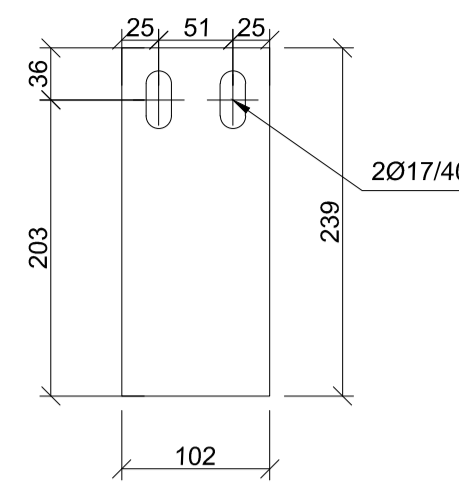
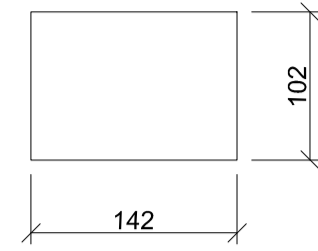
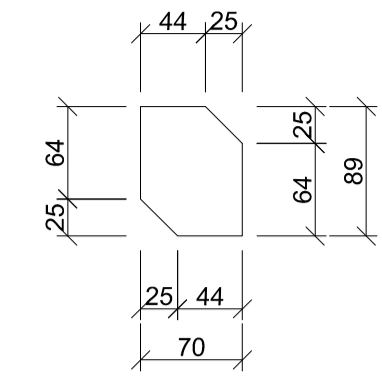
FECHA:  
-

PLANO No.  
**00-00-00000**

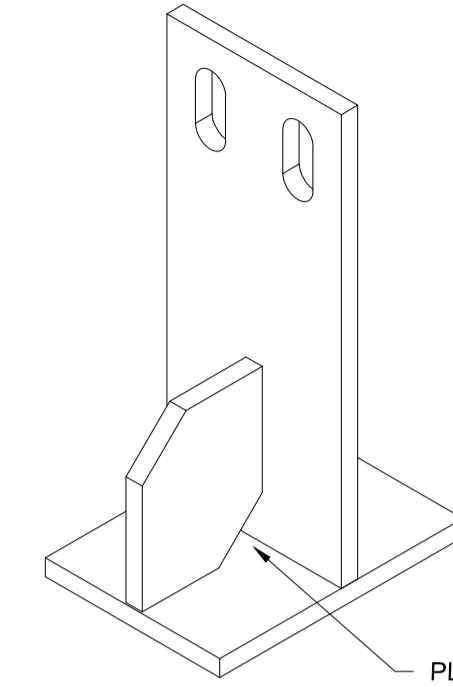
	HOJA No.
	00 / 00
REVISION	A

DERECHOS RESERVADOS. QUEDA PROHIBIDA CUALQUIER COPIA ILÍCITA DEL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO O LA IDEA ORIGINAL, SEGUN LO AMPARA EL DECRETO NO. 38-98 DE LA LEY DE DERECHO DE AUTOR Y DERECHOS CONEXOS, Y EL CODIGO PENAL.

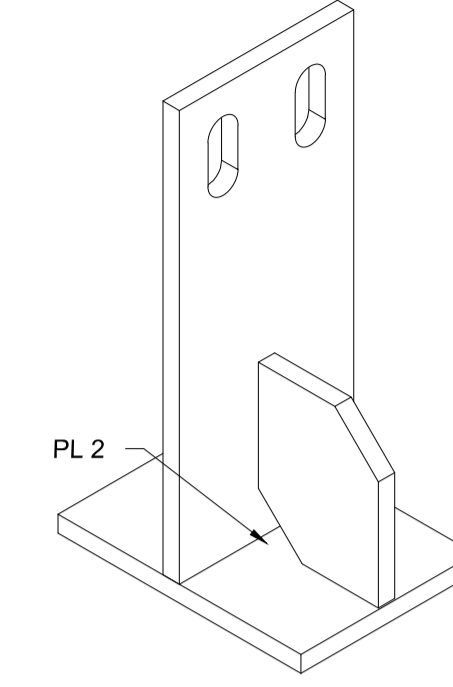
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 2 Number=4 Mass-Total=12.85(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 10	Plate 9.525x239	1	STEEL A36	101.60		1.72
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
						3.21



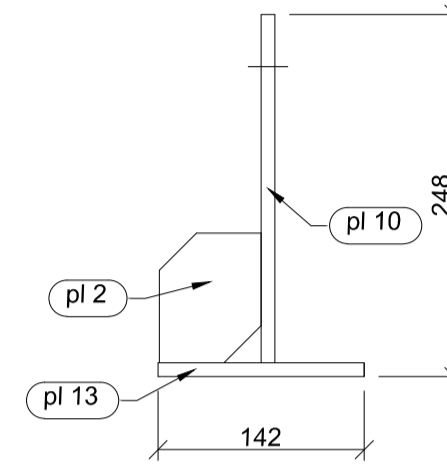
PL 2 Isometry NW 1#50 1:3



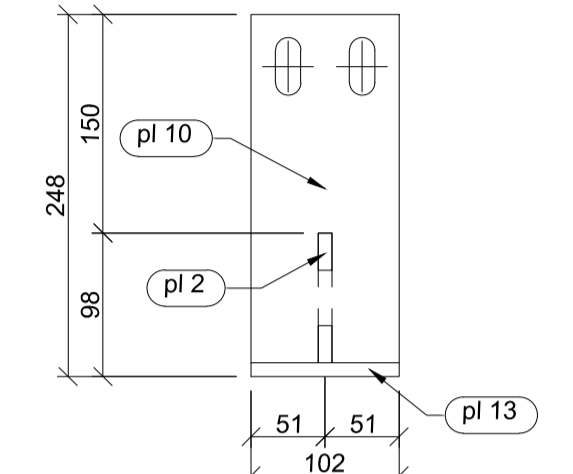
PL 2 Isometry NE 1#50 1:3



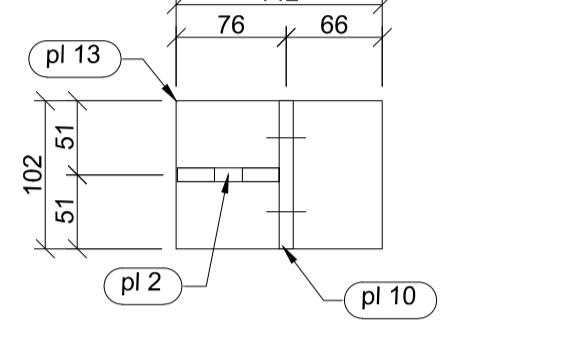
PL 2 scale 1:5



PL 2 scale 1:5



PL 2 scale 1:5

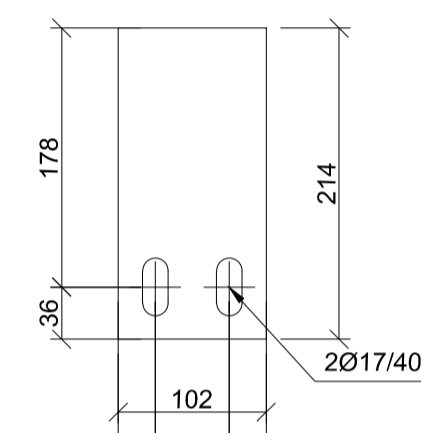
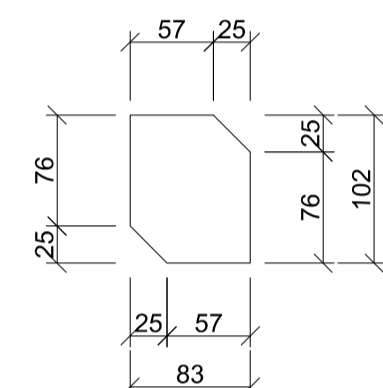
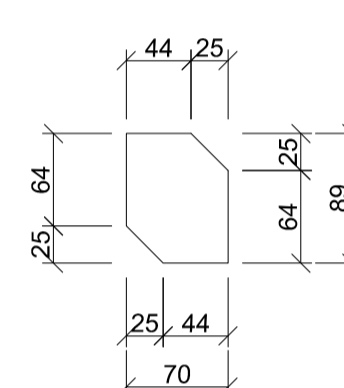


pl 2 Plate 9.525x89x70  
16 pcs  
scale 1:5

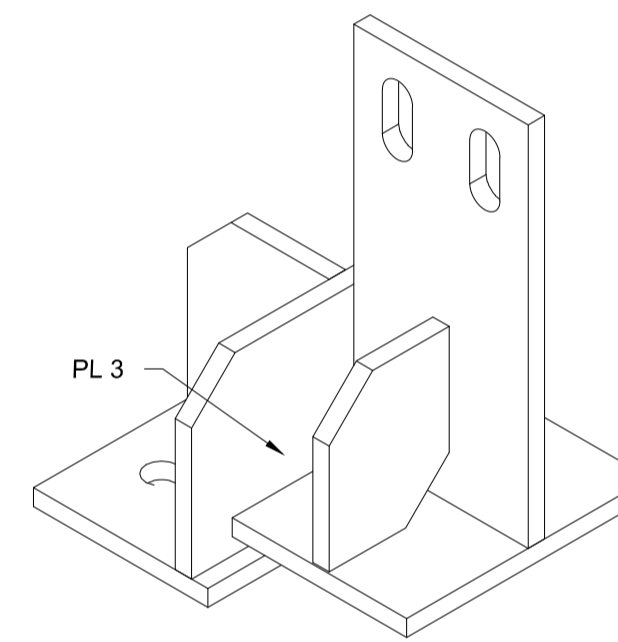
pl 13 Plate 9.525x102x142  
16 pcs  
scale 1:5

pl 10 Plate 9.525x239x102  
8 pcs  
scale 1:5

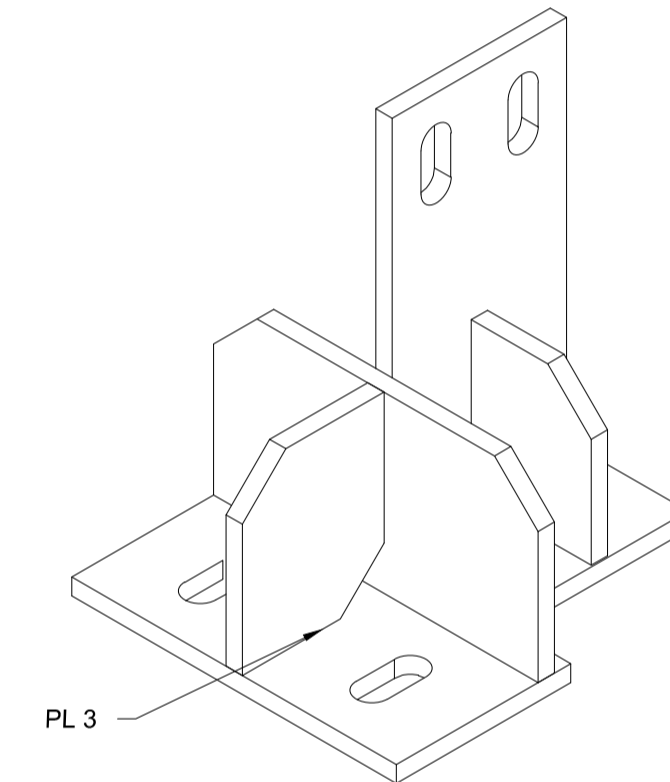
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 3 Number=1 Mass-Total=6.32(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 9	Plate 9.525x214	1	STEEL A36	101.60		1.53
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 16	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.34
						6.32



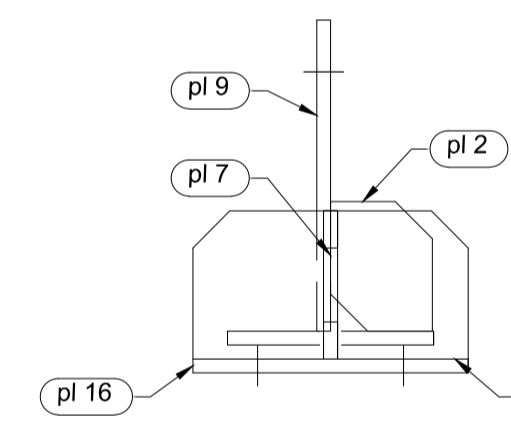
PL 3 Isometry NW 1#50 1:3



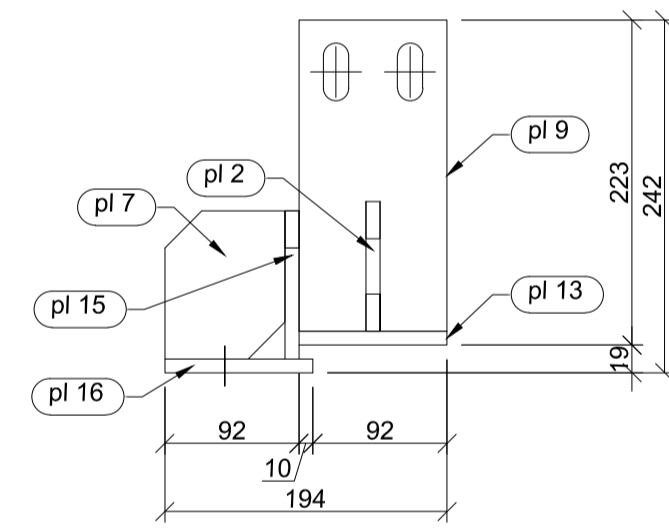
PL 3 Isometry NE 1#50 1:3



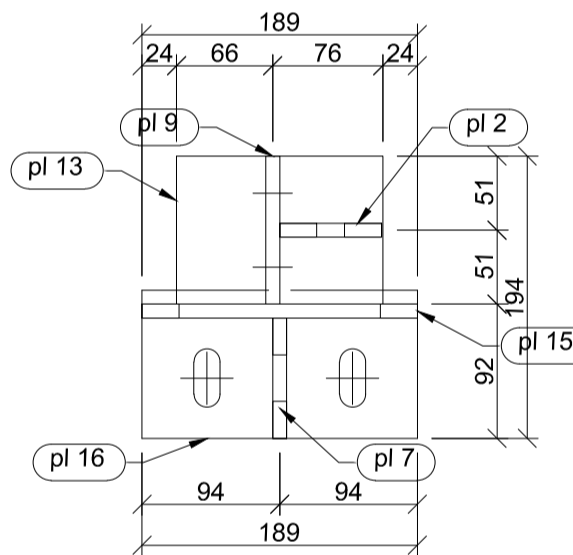
PL 3 scale 1:5



PL 3 scale 1:5



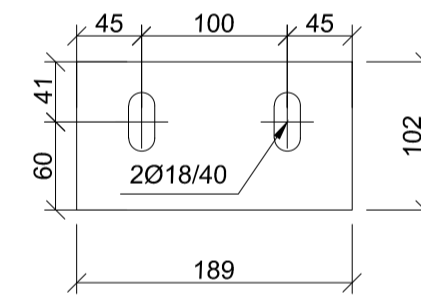
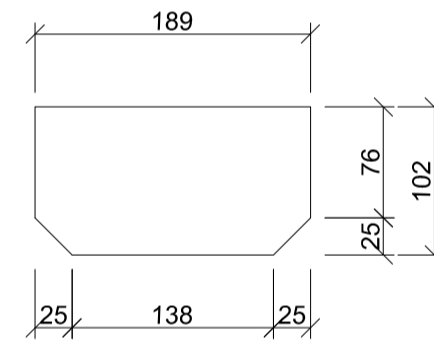
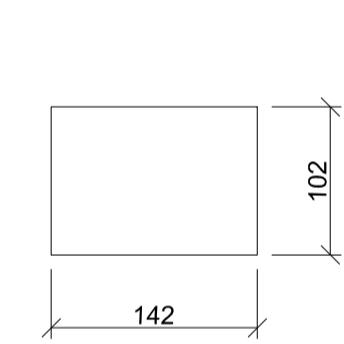
PL 3 scale 1:5



pl 2 Plate 9.525x89x70  
16 pcs  
scale 1:5

pl 7 Plate 9.525x102x83  
8 pcs  
scale 1:5

pl 9 Plate 9.525x214x102  
8 pcs  
scale 1:5

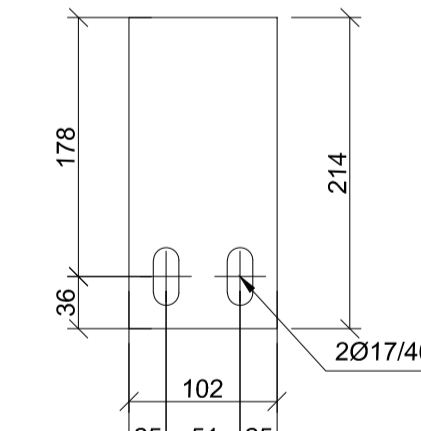
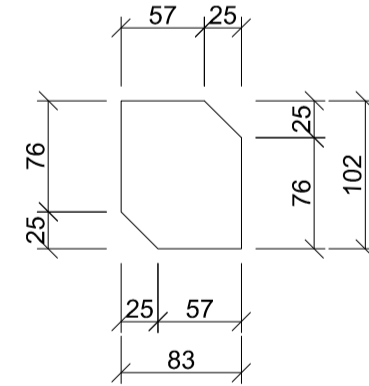
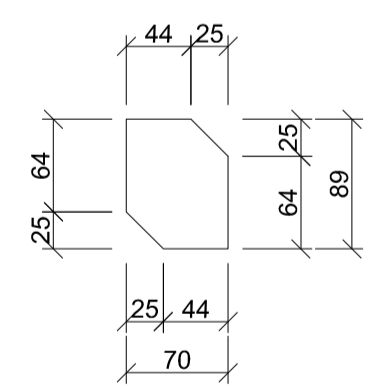


pl 13 Plate 9.525x102x142  
16 pcs  
scale 1:5

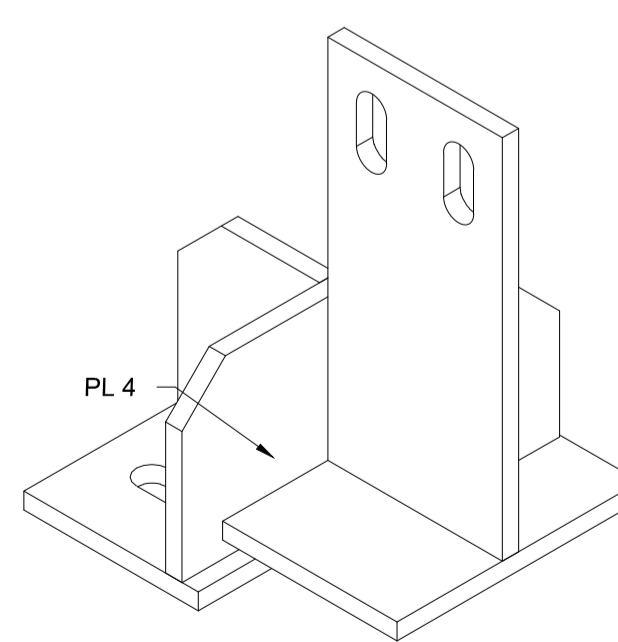
pl 15 Plate 9.525x102x189  
8 pcs  
scale 1:5

pl 16 Plate 9.525x102x189  
4 pcs  
scale 1:5

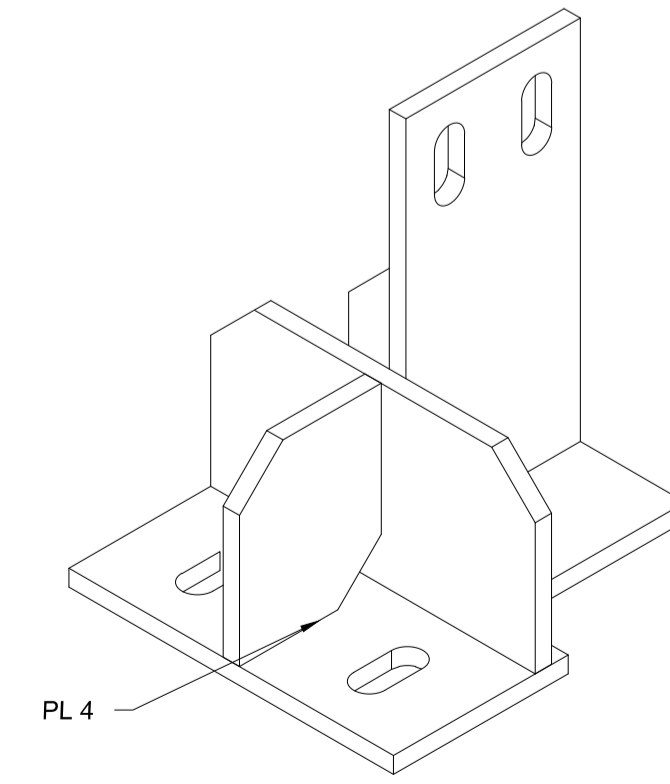
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 4 Number=1 Mass-Total=6.32(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 9	Plate 9.525x214	1	STEEL A36	101.60		1.53
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 16	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.34
						6.32



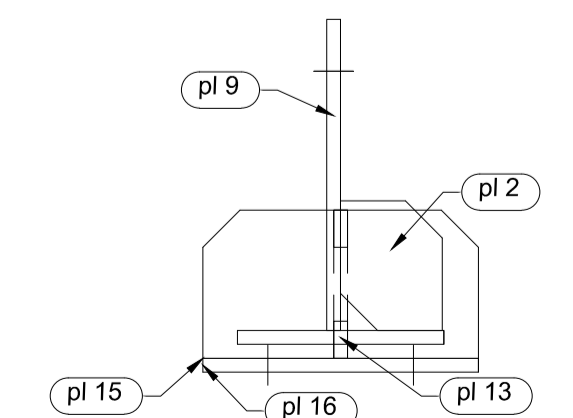
PL 4 Isometry NW 1#50 1:3



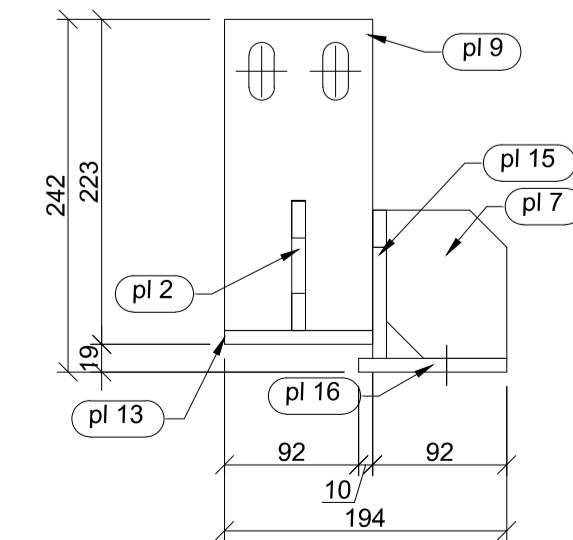
PL 4 Isometry NE 1#50 1:3



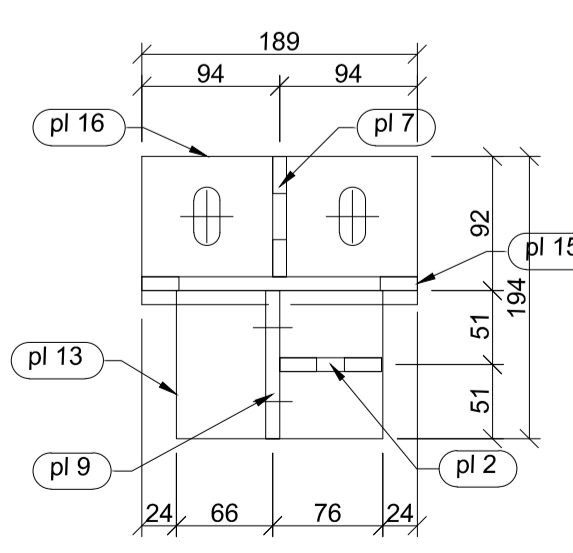
PL 4 scale 1:5



PL 4 scale 1:5



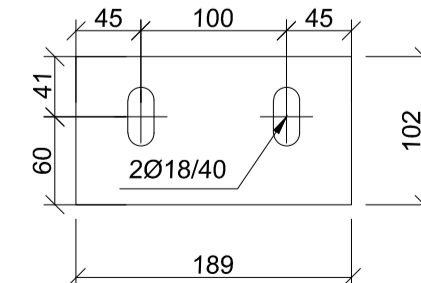
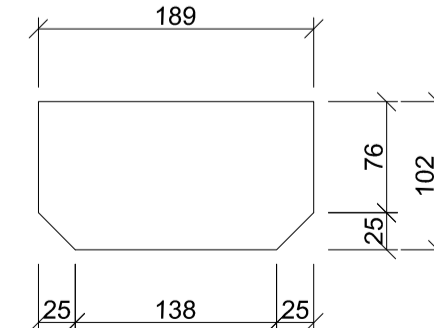
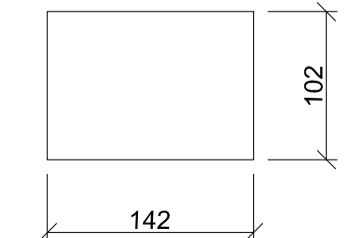
PL 4 scale 1:5



pl 2 Plate 9.525x89x70  
16 pcs  
scale 1:5

pl 7 Plate 9.525x102x83  
8 pcs  
scale 1:5

pl 9 Plate 9.525x214x102  
8 pcs  
scale 1:5



pl 13 Plate 9.525x102x142  
16 pcs  
scale 1:5

pl 15 Plate 9.525x102x189  
8 pcs  
scale 1:5

pl 16 Plate 9.525x102x189  
4 pcs  
scale 1:5

REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	

**PLANO PARA REVISIÓN  
NO APROBADO PARA  
CONSTRUCCIÓN**

**NOTAS :**

- TODAS LAS DIMENSIONES ESTAN DADAS EN MILÍMETROS Y LOS NIVELES EN METROS, A EXCEPCIÓN DONDE SE INDIQUE LO CONTRARIO.
- ESTOS PLANOS SON ESTRUCTURALES, NO DE FABRICACIÓN, POR LO QUE EL FABRICANTE DE LA ESTRUCTURA DEBERA HACER SUS RESPECTIVOS PLANOS DE FABRICACIÓN Y MONTAJE.
- EL CONTRATISTA DE OBRA ESTÁ OBLIGADO A VERIFICAR TODAS LAS MEDIDAS EN CAMPO.
- EL RESPONSABLE DEL EQUIPO MECÁNICO DEBERA REVISAR DE TENDIMIENTO LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA PARA EVITAR LA EXISTENCIA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE INTERFIERAN CON DICHSOS EQUIPOS U OTROS ACCESORIOS MECÁNICOS.

**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**  
GUATEMALA, C.A. FAX: (502) 2254-0291  
manolo@solucionesestructurales.com

PROYECTO:  
-  
-  
-

CONTENIDO:  
-  
-  
-

APROBACIONES

DISEÑO Y CALCULO:  
**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**

DIBUJO:  
**SESA**

ESCALA:  
**INDICADA**

FORMATO:  
**ISO A1 - 841 x 594 mm**

FECHA:  
-

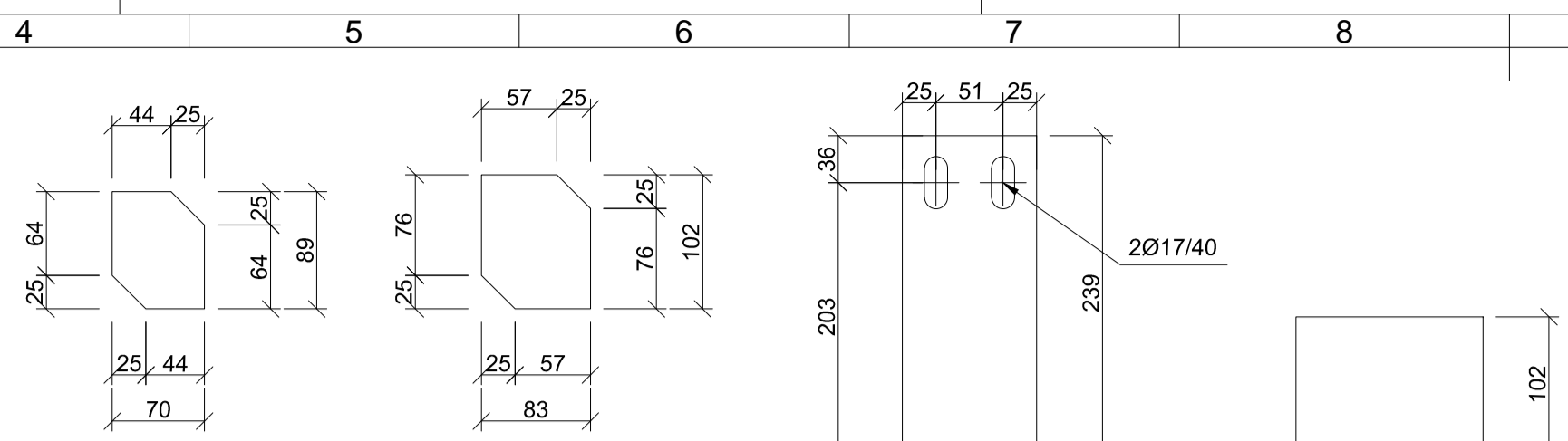
PLANO No.  
**00-00-00000**

HOJA No.  
**00 00**

REVISION  
**A**

DERECHOS RESERVADOS. QUEDA PROHIBIDA CUALQUIER COPIA ILÍCITA DEL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO O LA IDEA ORIGINAL, SEGÚN LO AMPARA EL DECRETO NO. 38-98 DE LA LEY DE DERECHO DE AUTOR Y DERECHOS CONEXOS, Y EL CÓDIGO PENAL.

Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 5 Number=1 Mass-Total=6.52(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 10	Plate 9.525x239	1	STEEL A36	101.60		1.72
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 16	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.34
						6.52



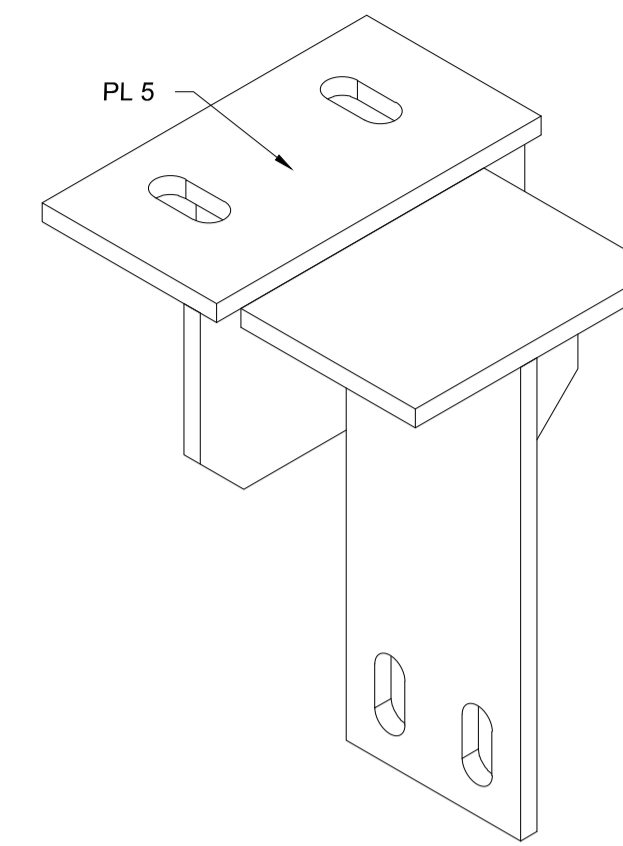
pl 2 Plate 9.525x89x70  
16 pcs  
scale 1:5

pl 7 Plate 9.525x102x83  
8 pcs  
scale 1:5

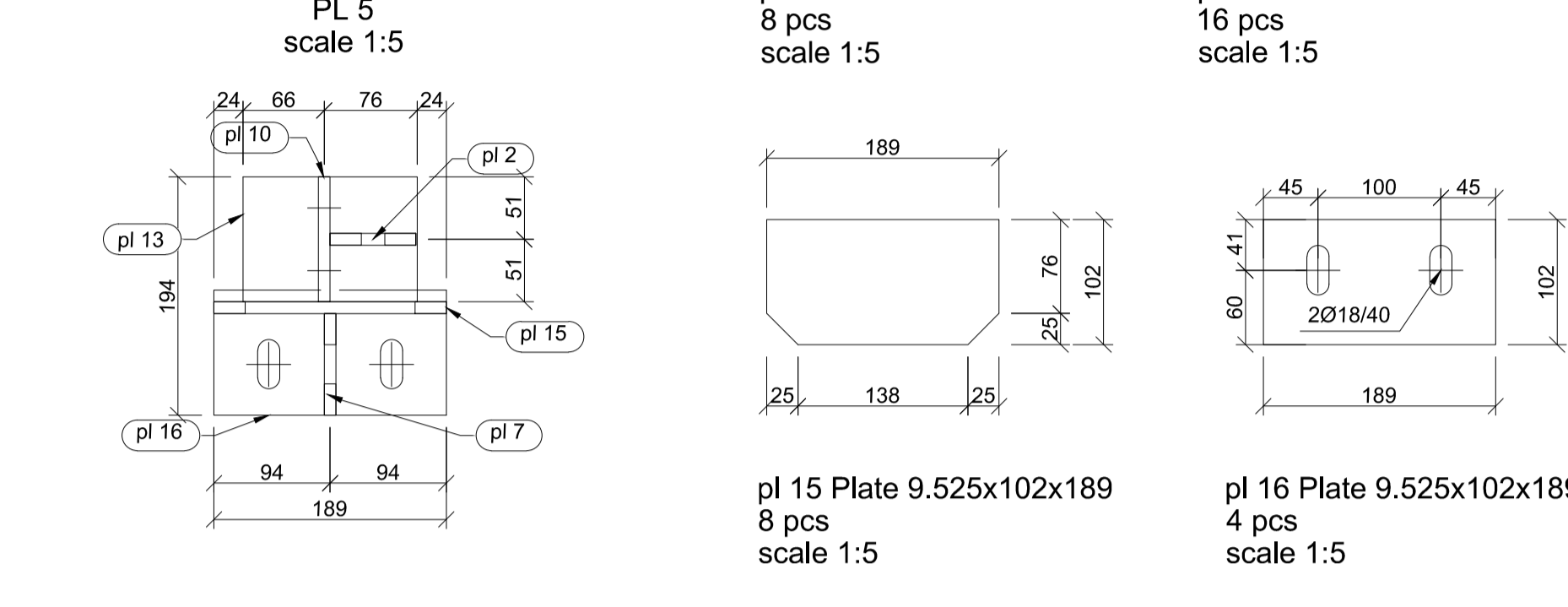
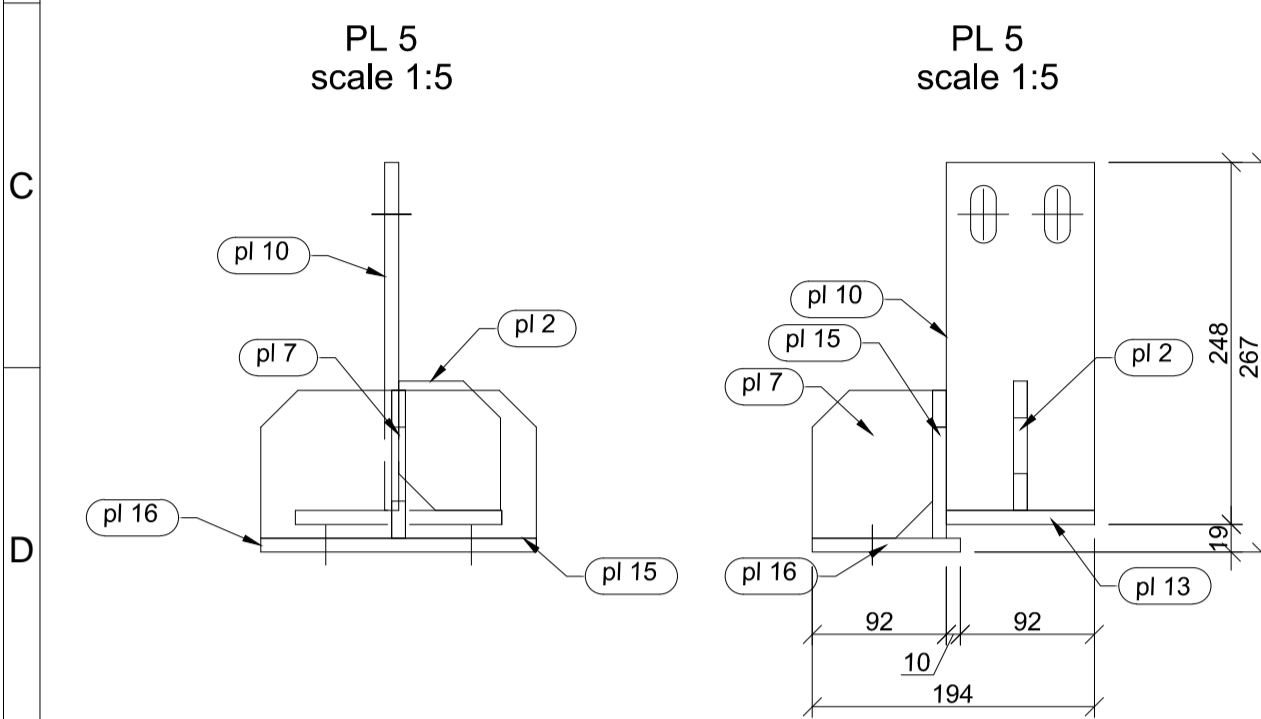
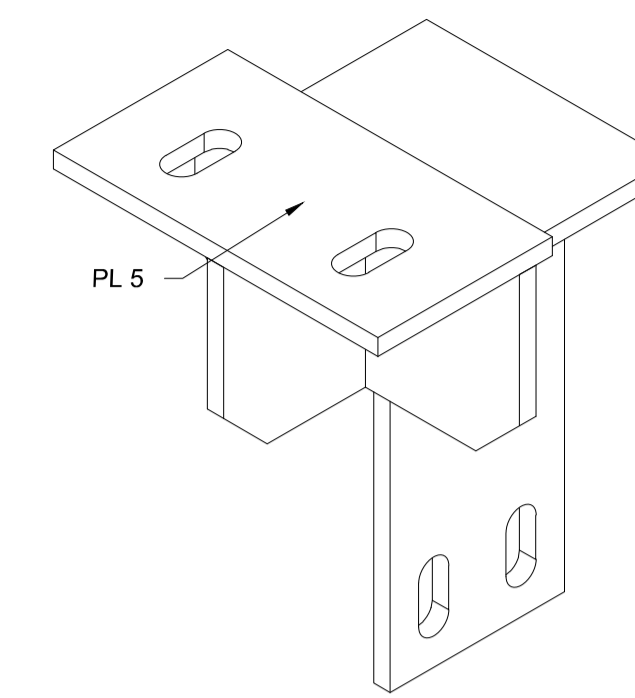
pl 10 Plate 9.525x239x102  
8 pcs  
scale 1:5

pl 13 Plate 9.525x102x142  
16 pcs  
scale 1:5

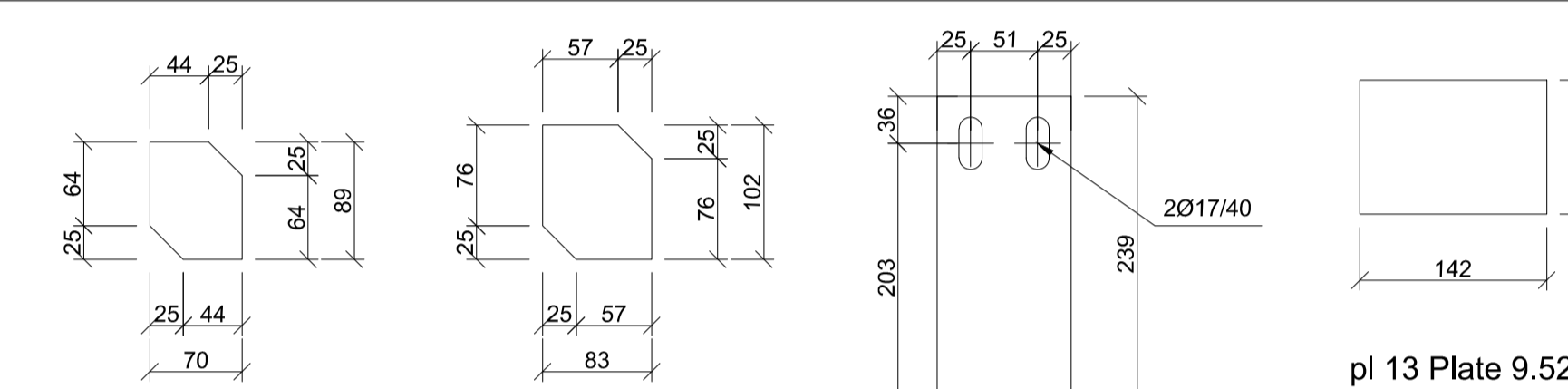
PL 5 Isometry NW 1#50 1:3



PL 5 Isometry NE 1#50 1:3



Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 6 Number=1 Mass-Total=6.52(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 10	Plate 9.525x239	1	STEEL A36	101.60		1.72
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 16	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.34
						6.52



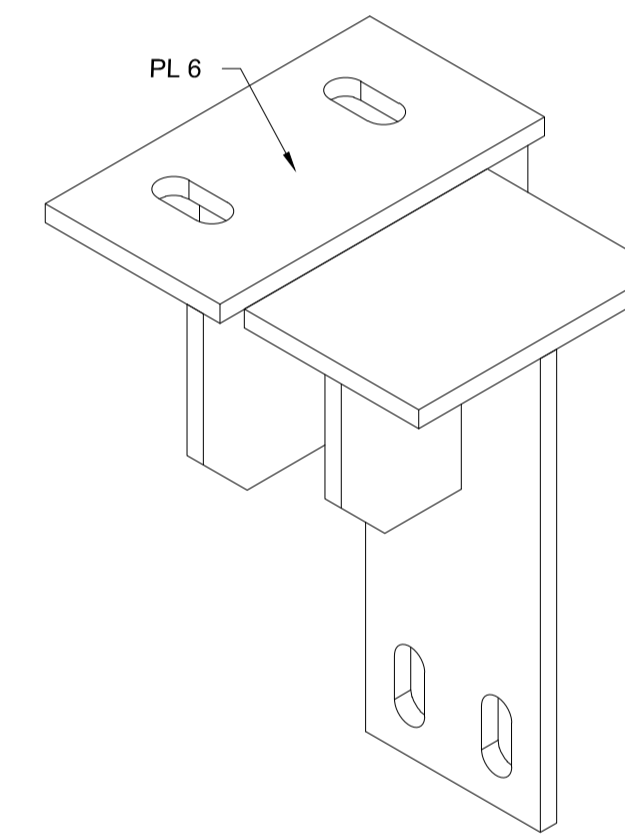
pl 2 Plate 9.525x89x70  
16 pcs  
scale 1:5

pl 7 Plate 9.525x102x83  
8 pcs  
scale 1:5

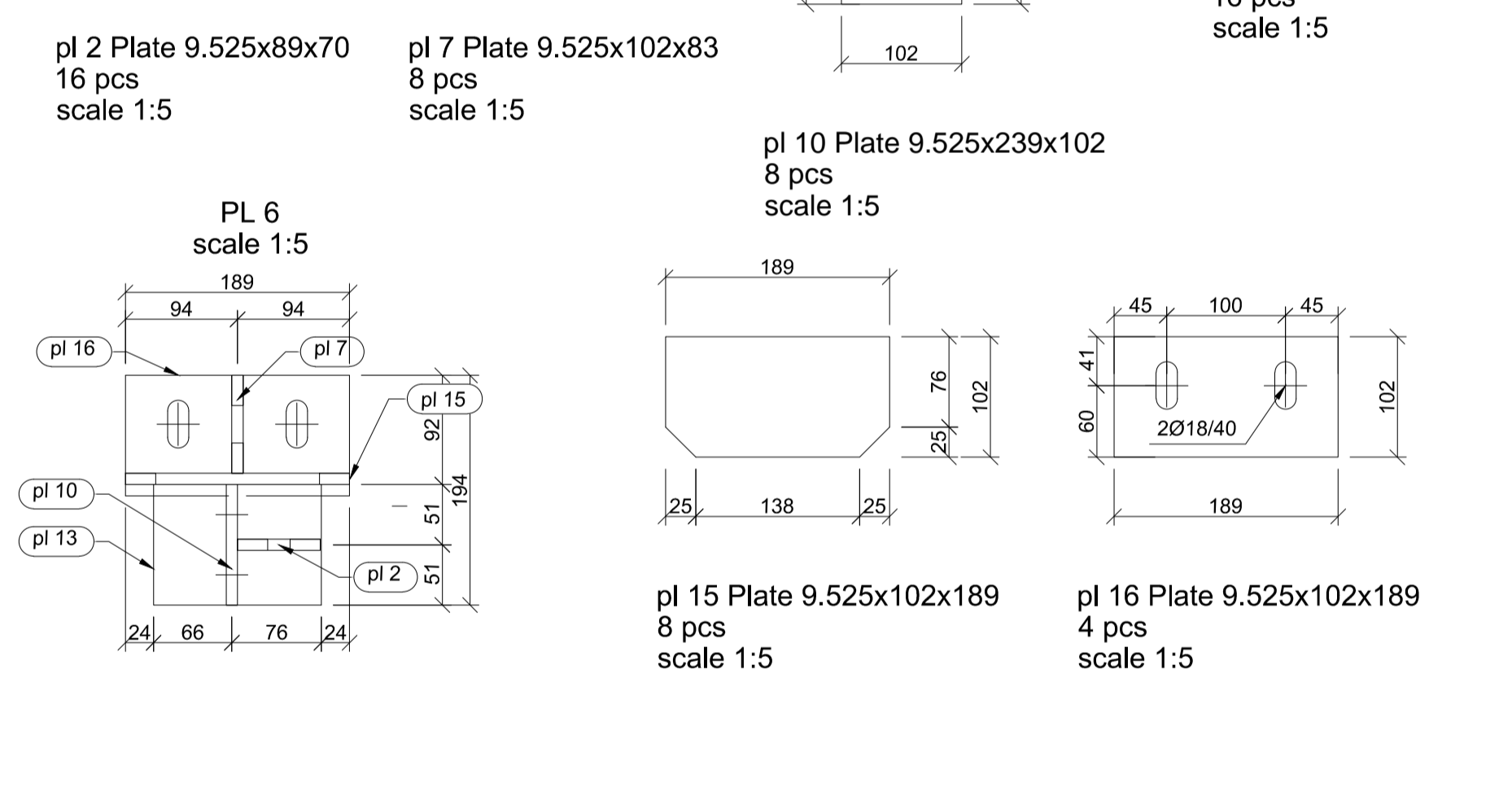
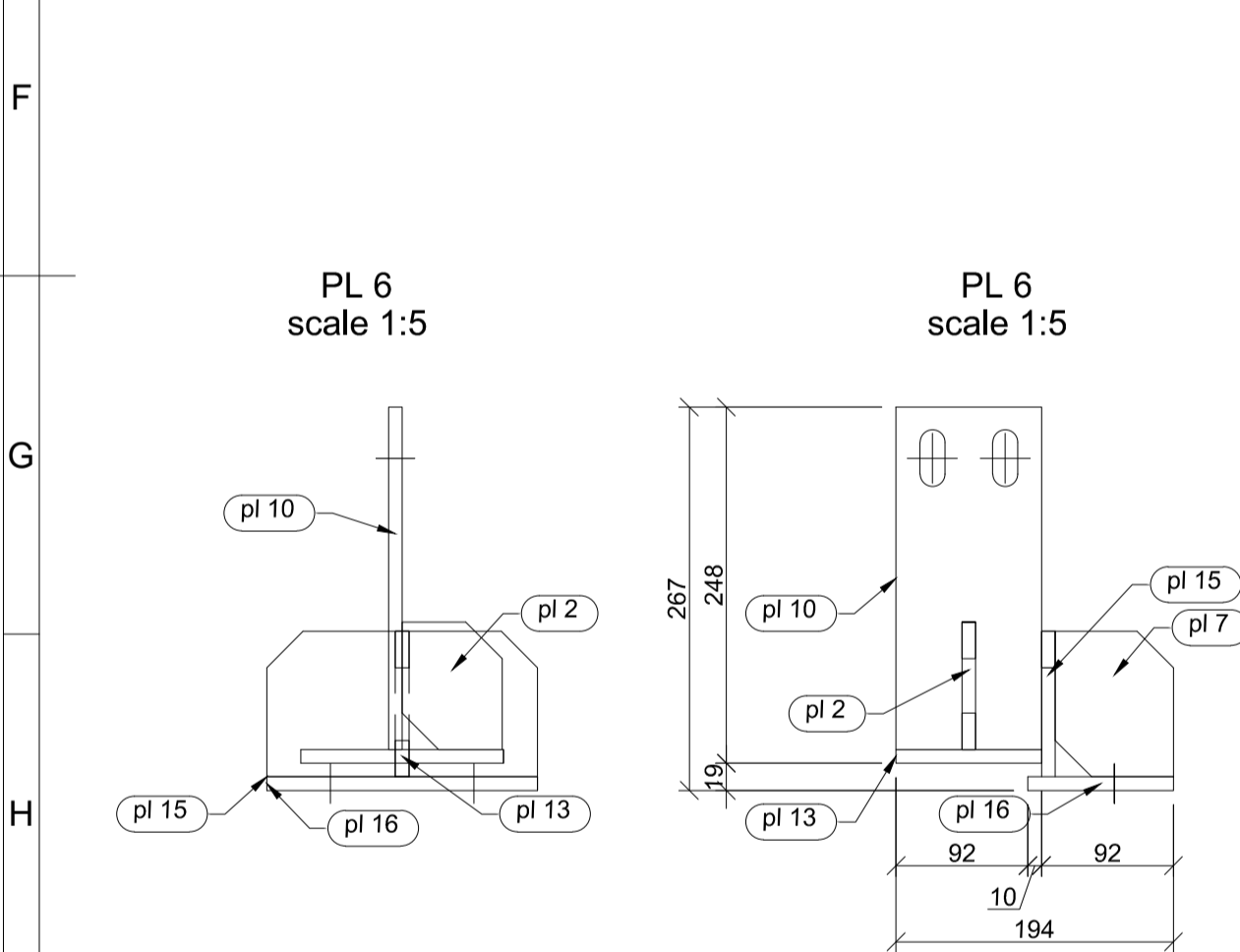
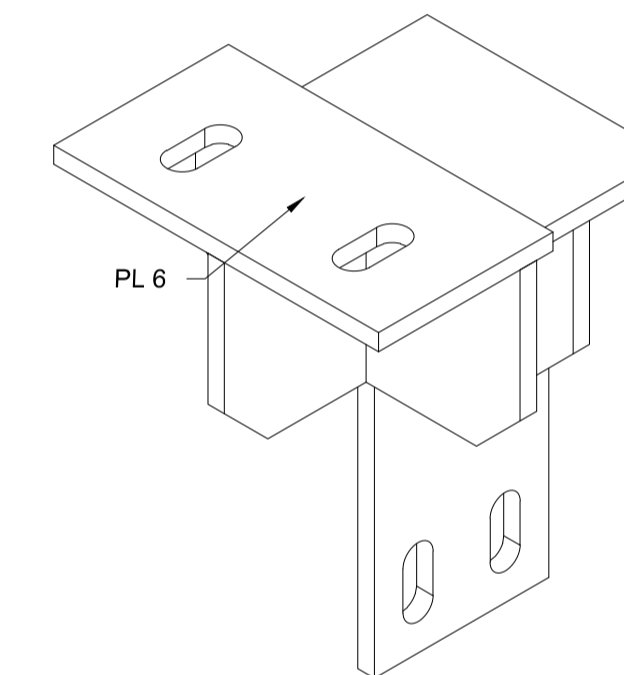
pl 10 Plate 9.525x239x102  
8 pcs  
scale 1:5

pl 13 Plate 9.525x102x142  
16 pcs  
scale 1:5

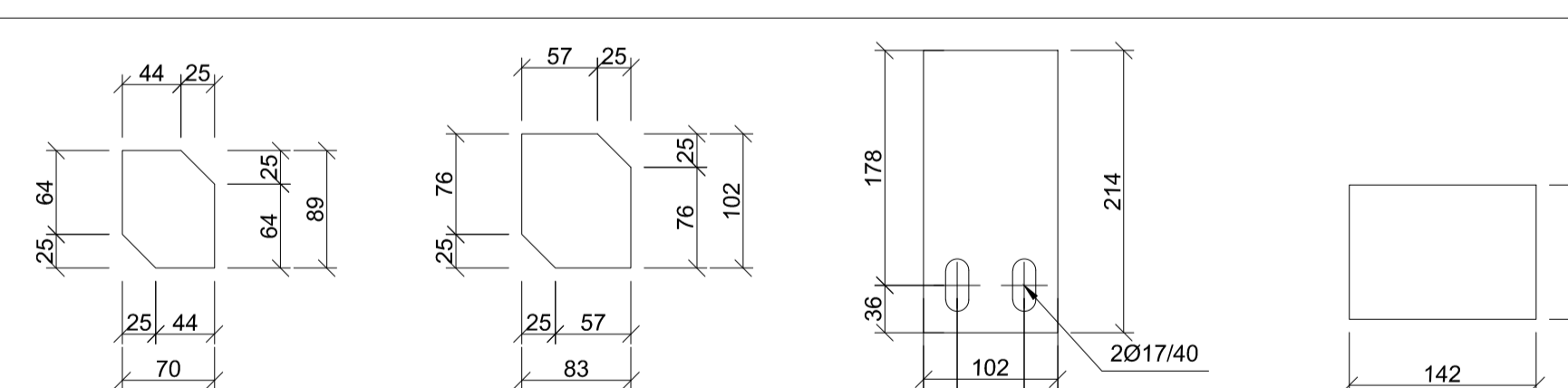
PL 6 Isometry NW 1#50 1:3



PL 6 Isometry NE 1#50 1:3



Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 7 Number=1 Mass-Total=6.29(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 9	Plate 9.525x214	1	STEEL A36	101.60		1.53
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 19	Plate 9.525x146	1	STEEL A36	240.76		1.30
						6.29



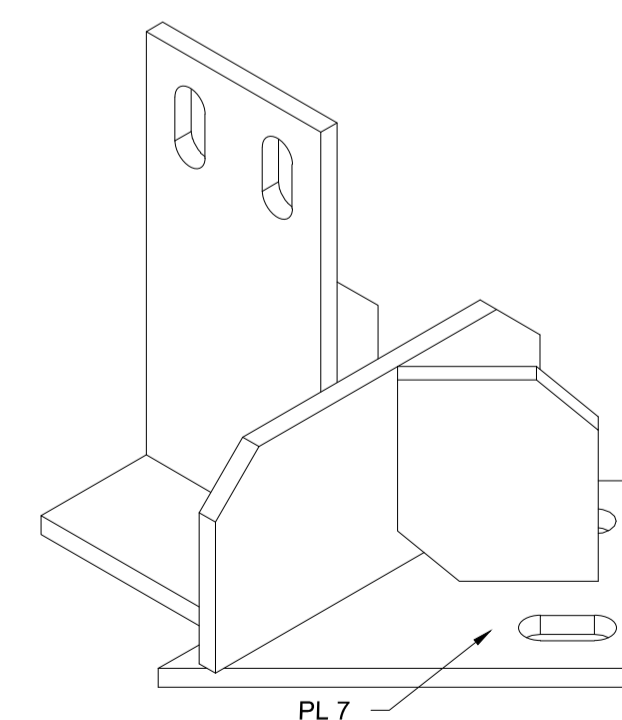
pl 2 Plate 9.525x89x70  
16 pcs  
scale 1:5

pl 7 Plate 9.525x102x83  
8 pcs  
scale 1:5

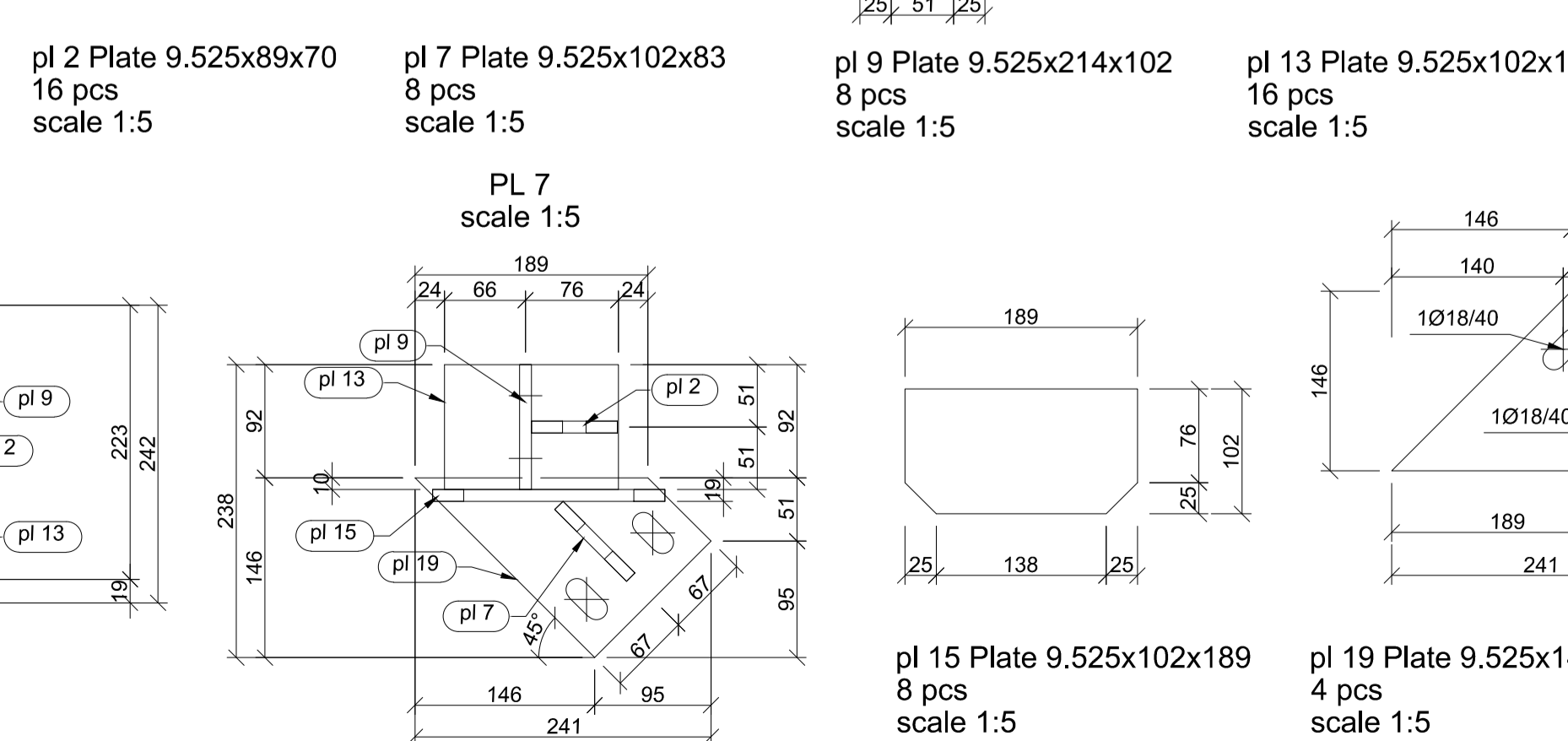
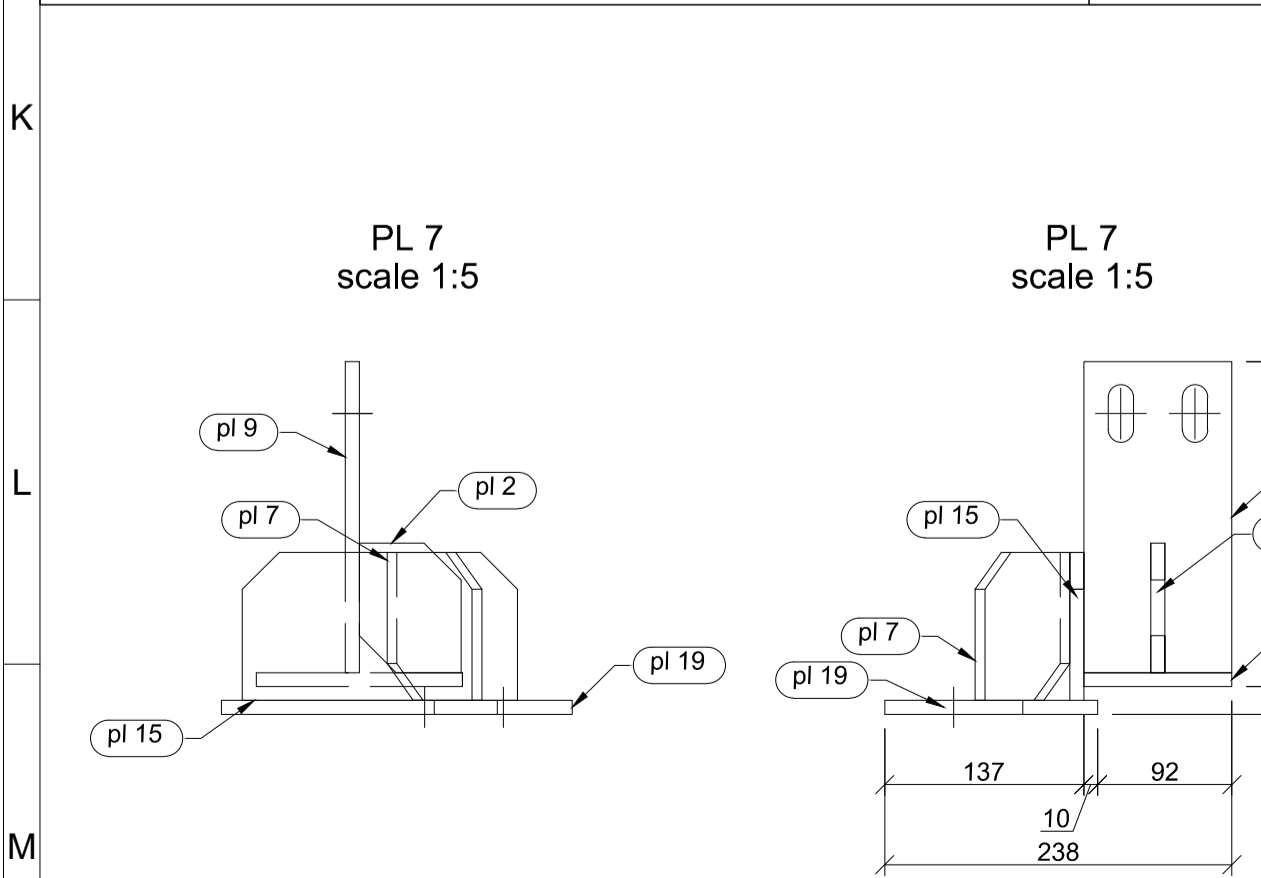
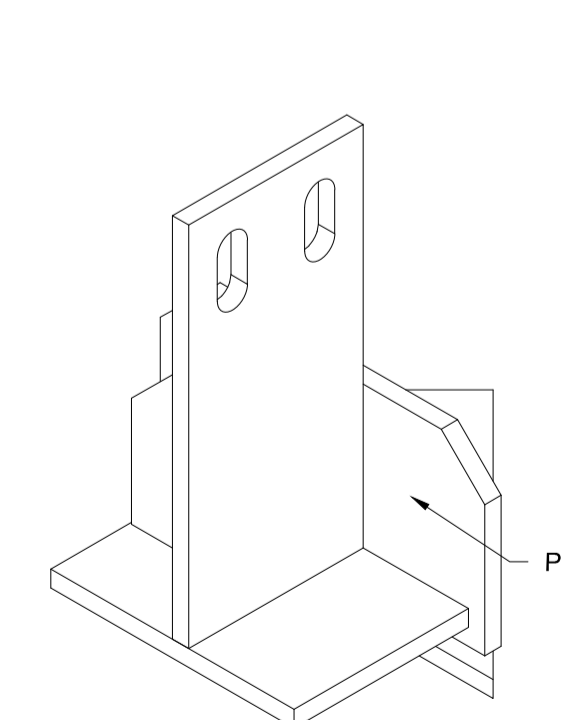
pl 9 Plate 9.525x214x102  
8 pcs  
scale 1:5

pl 13 Plate 9.525x102x142  
16 pcs  
scale 1:5

PL 7 Isometry NW 1#50 1:3



PL 7 Isometry NE 1#50 1:3



Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 7 Number=1 Mass-Total=6.29(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 9	Plate 9.525x214	1	STEEL A36	101.60		1.53
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 19	Plate 9.525x146	1	STEEL A36	240.76		1.30
						6.29



pl 15 Plate 9.525x102x189  
8 pcs  
scale 1:5

pl 19 Plate 9.525x146x241  
4 pcs  
scale 1:5

REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	

**PLANO PARA REVISIÓN  
NO APROBADO PARA  
CONSTRUCCIÓN**

**NOTAS :**

- TODAS LAS DIMENSIONES ESTAN DADAS EN MILÍMETROS Y LOS NIVELES EN METROS, A EXCEPCIÓN DONDE SE INDIQUE LO CONTRARIO.
- ESTOS PLANOS SON ESTRUCTURALES, NO DE FABRICACIÓN, POR LO QUE EL FABRICANTE DE LA ESTRUCTURA DEBERA HACER SUS RESPECTIVOS PLANOS DE FABRICACIÓN Y MONTAJE.
- EL CONTRATISTA DE OBRA ESTÁ OBLIGADO A VERIFICAR TODAS LAS MEDIDAS EN CAMPO.
- EL RESPONSABLE DEL EQUIPO MECÁNICO DEBERA REVISAR DE TENDIMIENTO LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA PARA EVITAR LA EXISTENCIA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE INTERFIERAN CON DICHO EQUIPOS U OTROS ACCESORIOS MECÁNICOS.

**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**  
GUATEMALA, C.A. FAX: (502) 2254-0291  
manolopez@solucionesestructurales.com

PROYECTO:	
CONTENIDO:	
APROBACIONES:	

DISÑO Y CALCULO:  
**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**

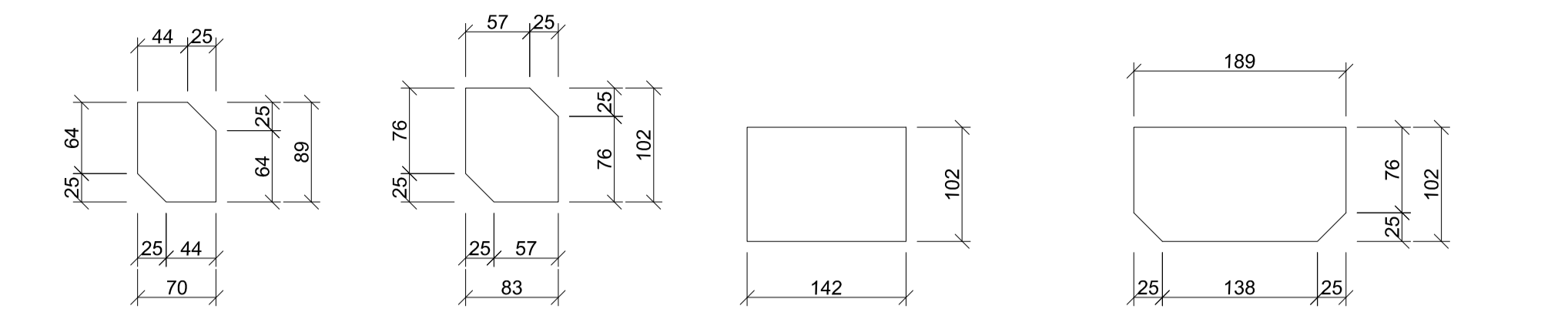
DIBUJO:	SESA
ESCALA:	INDICADA
FORMATO:	ISO A1 - 841 x 594 mm
FECHA:	-
PLANO No.:	00-00-00000

HOJA No.:	00
REVISION:	A

DERECHOS RESERVADOS. QUEDA PROHIBIDA CUALQUIER COPIA ILÍCITA DEL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO O LA IDEA ORIGINAL, SEGUN LO AMPARA EL DECRETO NO. 38-98 DE LA LEY DE DERECHO DE AUTOR Y DERECHOS CONEXOS, Y EL CODIGO PENAL.



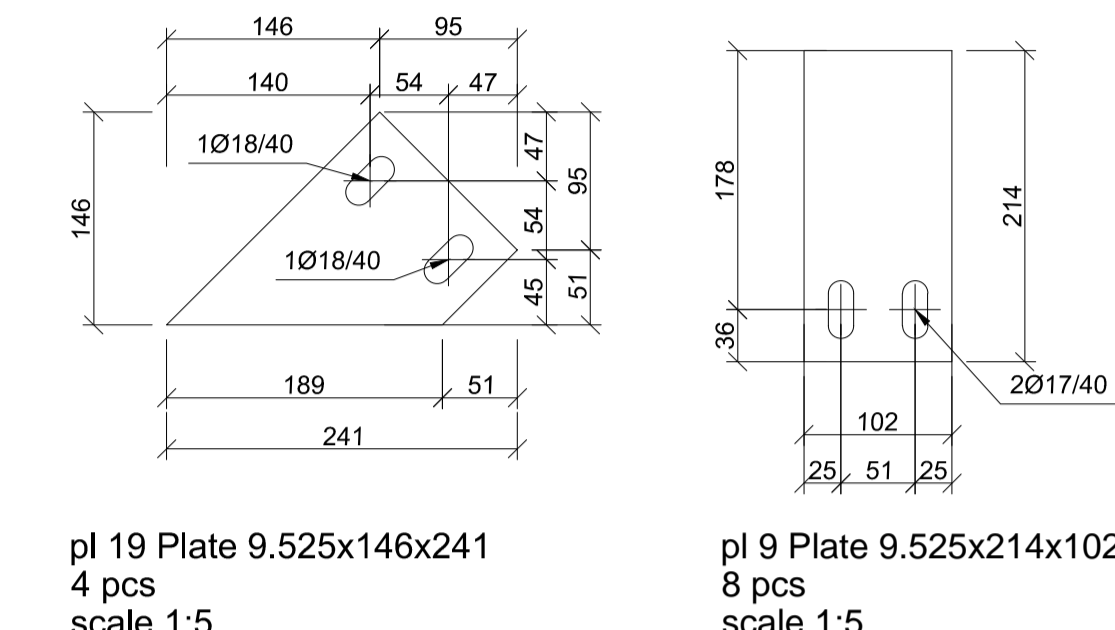
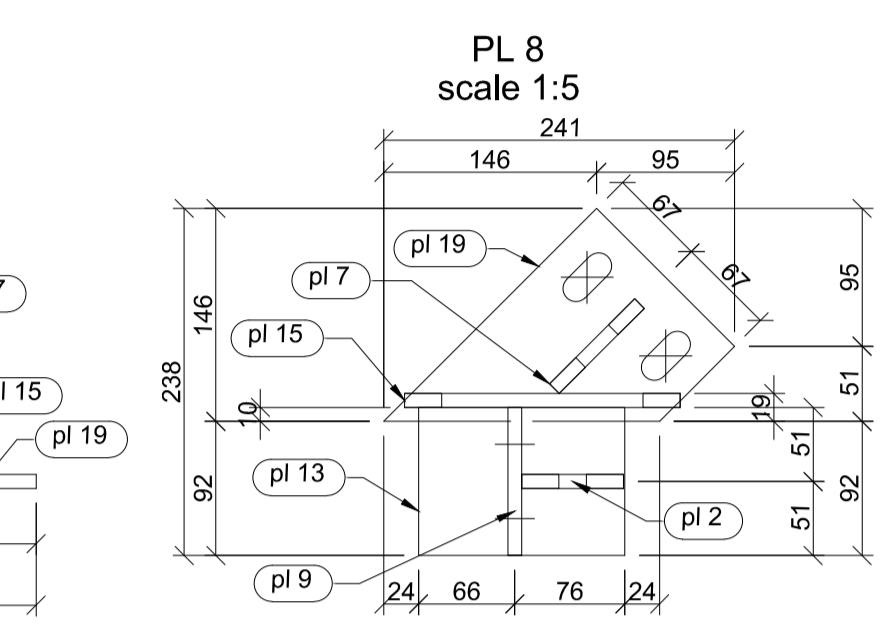
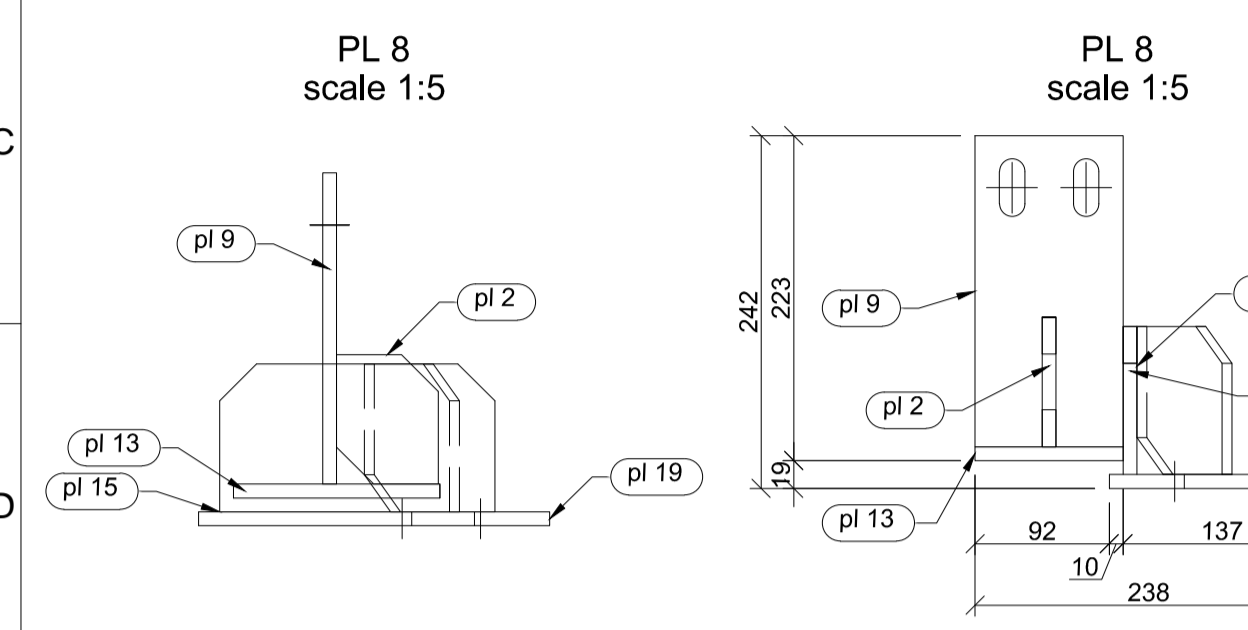
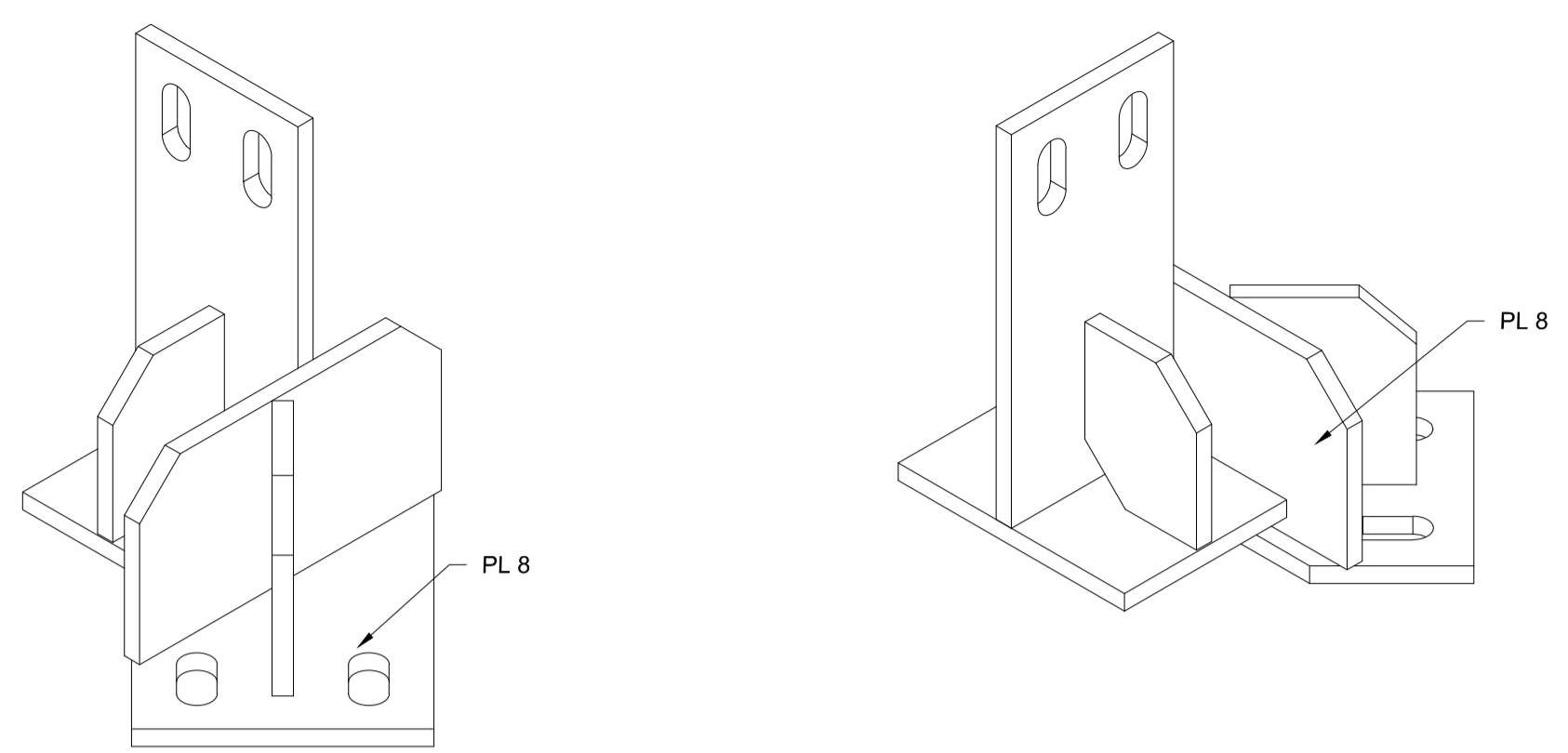
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 8 Number=1 Mass-Total=6.29(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 9	Plate 9.525x214	1	STEEL A36	101.60		1.53
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 19	Plate 9.525x146	1	STEEL A36	240.76		1.30
						6.29



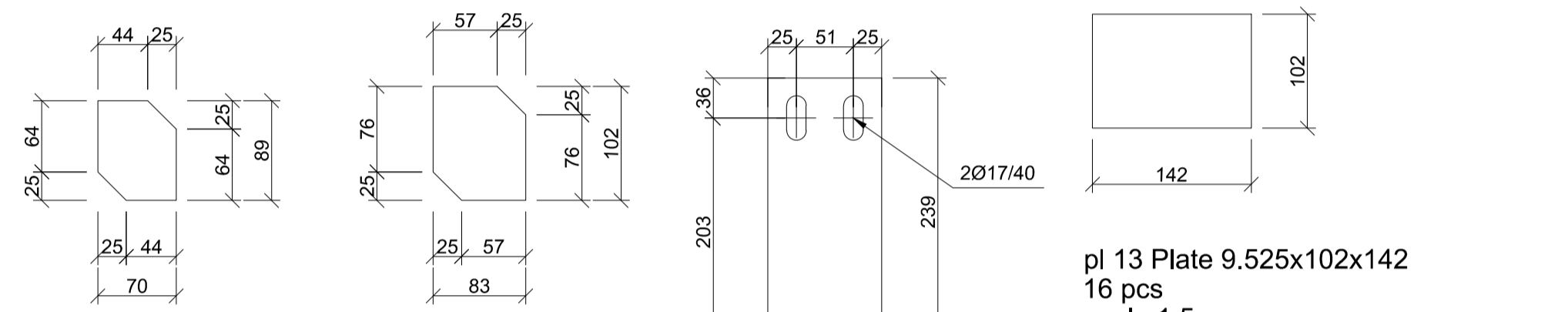
pl 2 Plate 9.525x89x70 16 pcs scale 1:5  
 pl 7 Plate 9.525x102x83 8 pcs scale 1:5  
 pl 13 Plate 9.525x102x142 16 pcs scale 1:5  
 pl 15 Plate 9.525x102x189 8 pcs scale 1:5

PL 8 Isometry NW 1#50 1:3

PL 8 Isometry NE 1#50 1:3



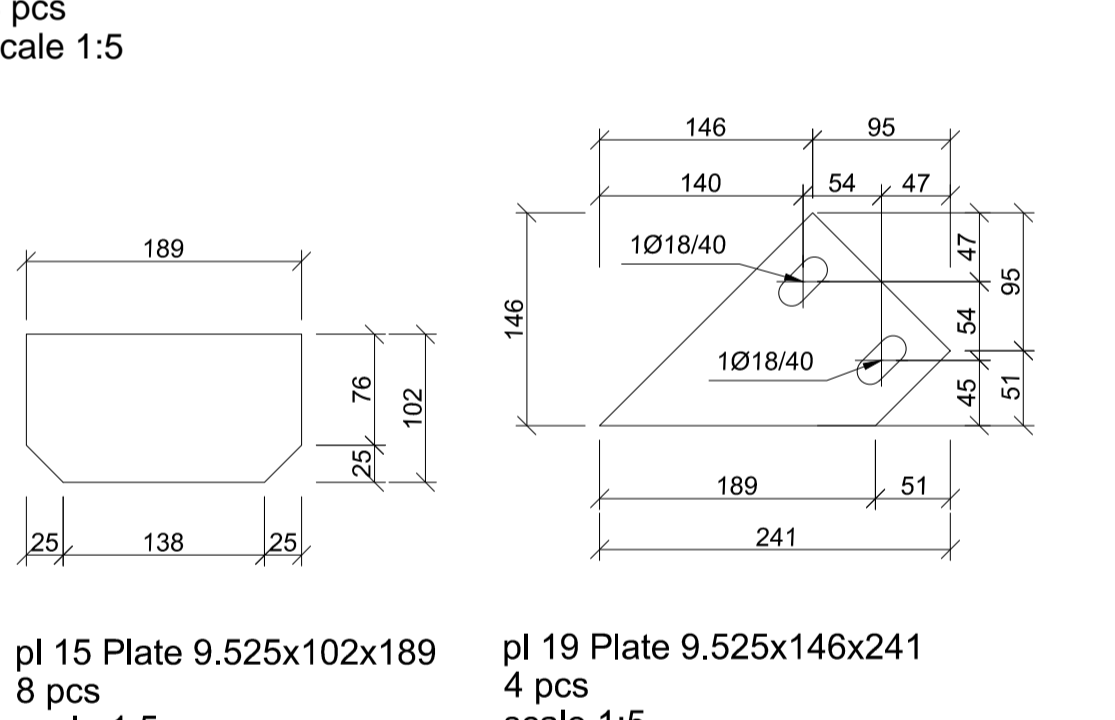
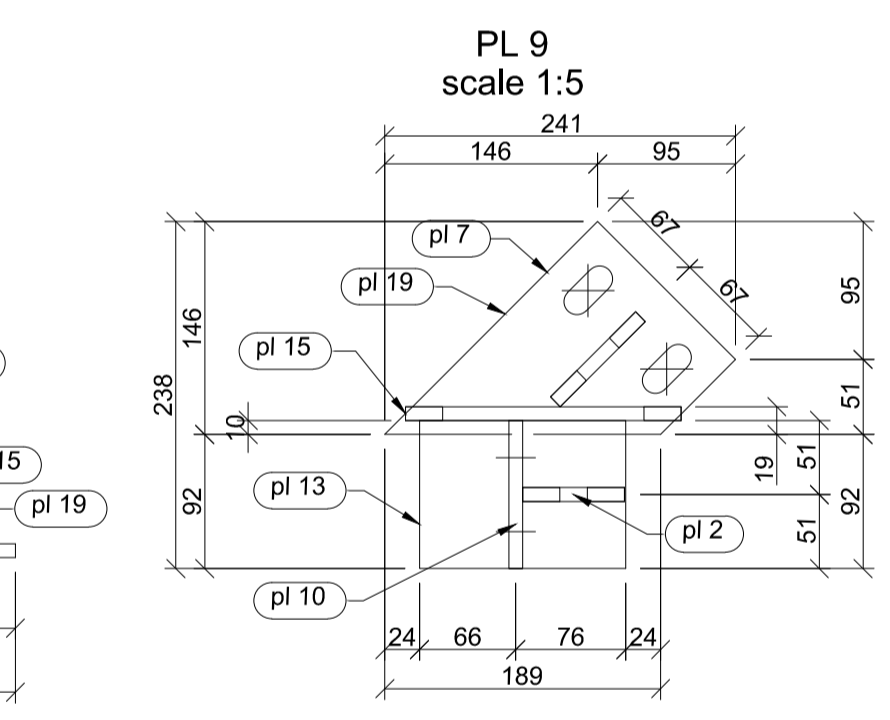
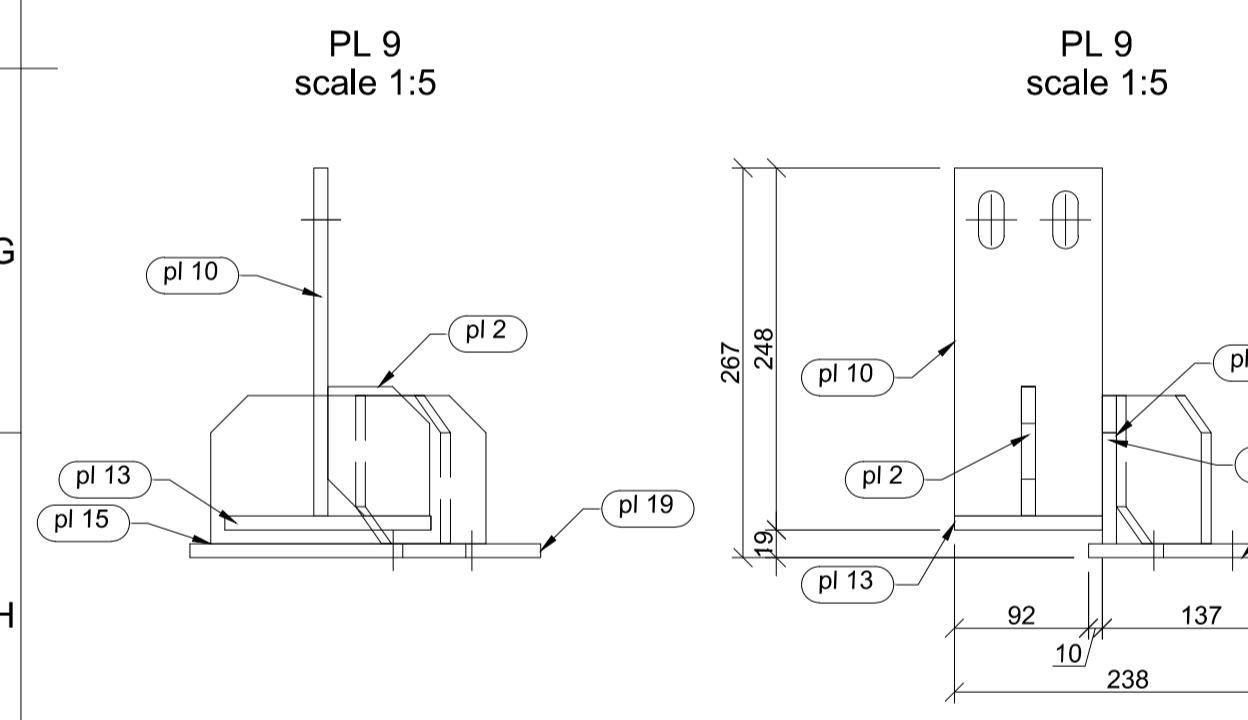
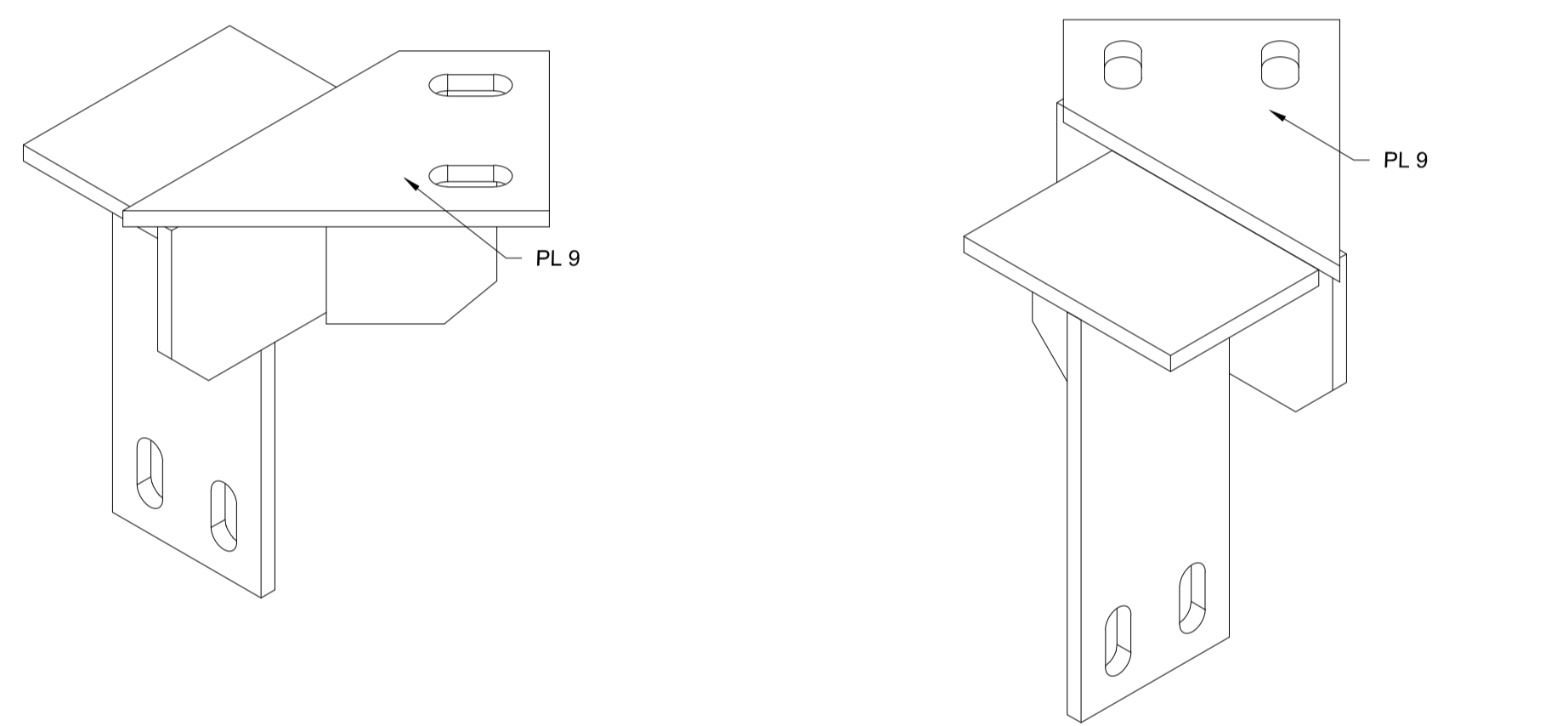
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 9 Number=1 Mass-Total=6.48(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 10	Plate 9.525x239	1	STEEL A36	101.60		1.72
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 19	Plate 9.525x146	1	STEEL A36	240.76		1.30
						6.48



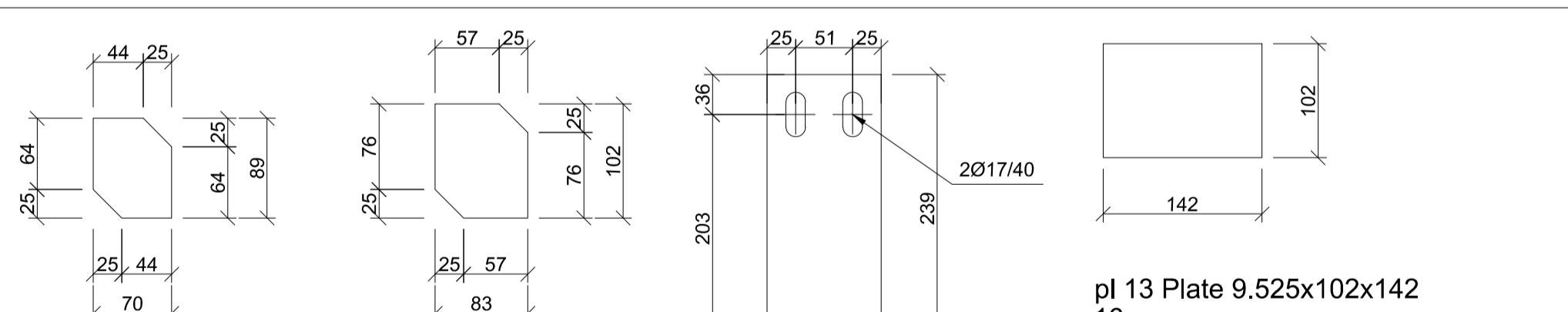
pl 2 Plate 9.525x89x70 16 pcs scale 1:5  
 pl 7 Plate 9.525x102x83 8 pcs scale 1:5  
 pl 10 Plate 9.525x239x102 8 pcs scale 1:5  
 pl 13 Plate 9.525x102x142 16 pcs scale 1:5

PL 9 Isometry NW 1#50 1:3

PL 9 Isometry NE 1#50 1:3



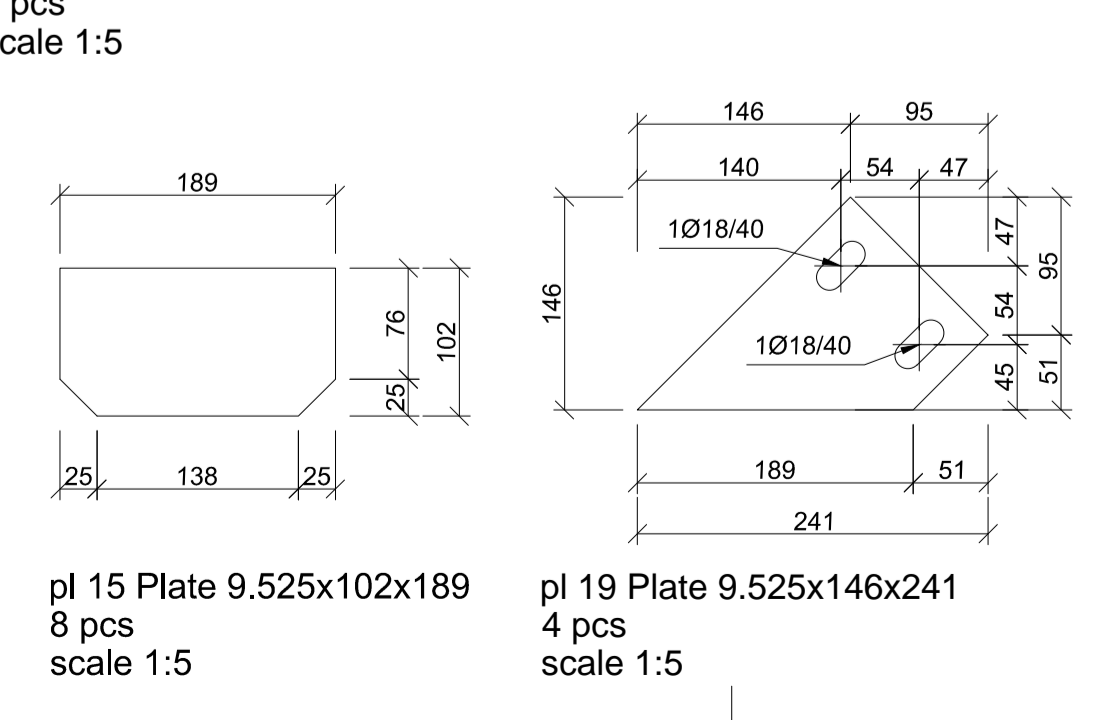
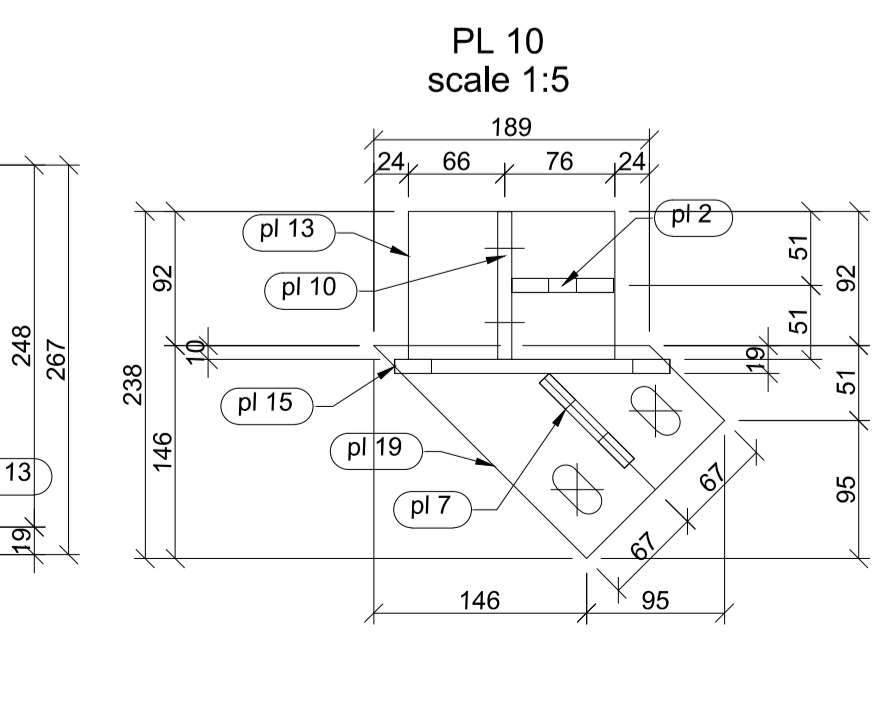
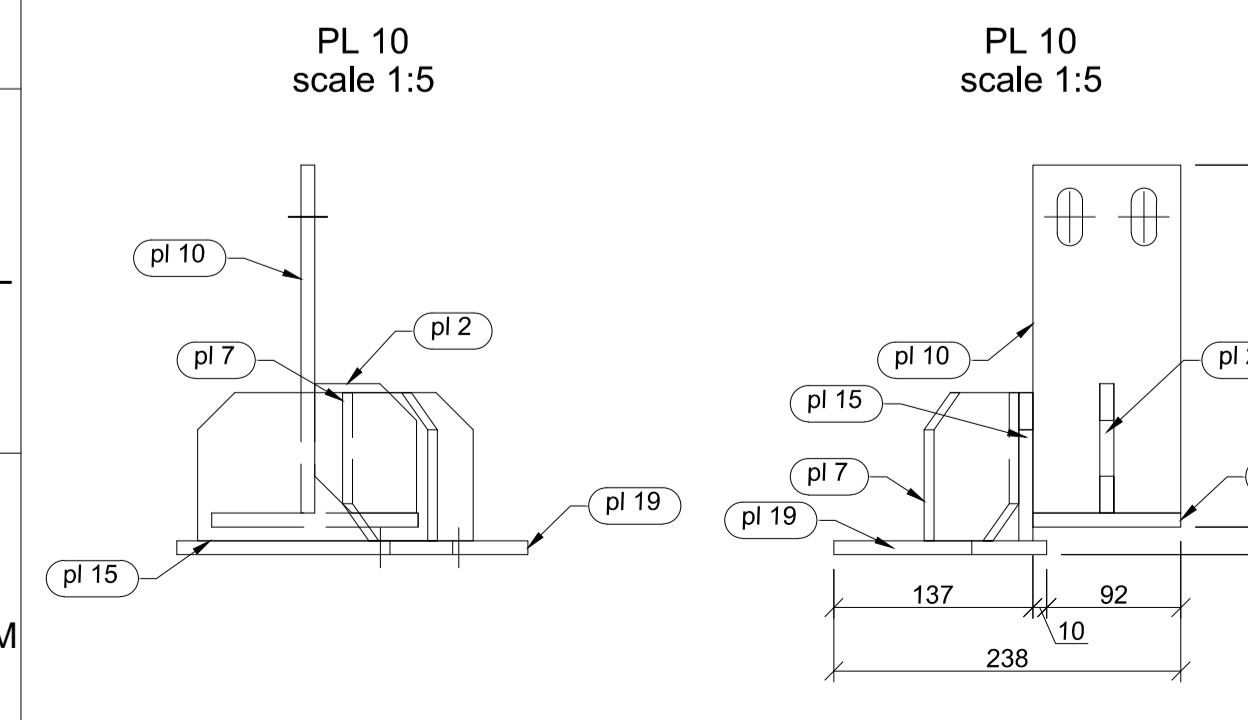
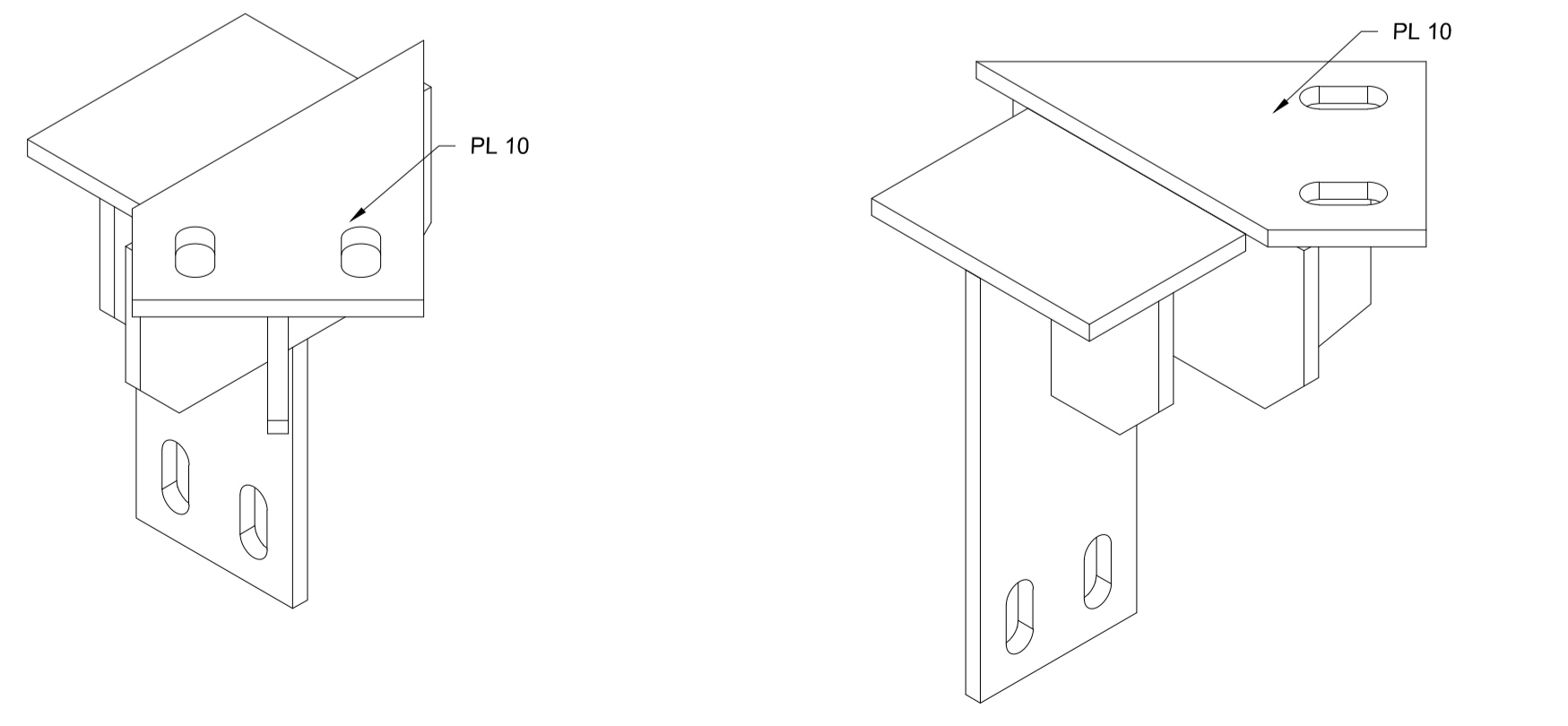
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 10 Number=1 Mass-Total=6.48(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 10	Plate 9.525x239	1	STEEL A36	101.60		1.72
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 19	Plate 9.525x146	1	STEEL A36	240.76		1.30
						6.48



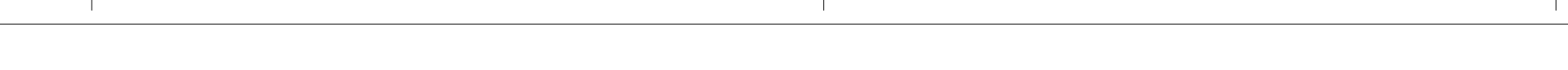
pl 2 Plate 9.525x89x70 16 pcs scale 1:5  
 pl 7 Plate 9.525x102x83 8 pcs scale 1:5  
 pl 10 Plate 9.525x239x102 8 pcs scale 1:5  
 pl 13 Plate 9.525x102x142 16 pcs scale 1:5

PL 10 Isometry NW 1#50 1:3

PL 10 Isometry NE 1#50 1:3



Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=PL 10 Number=1 Mass-Total=6.48(kg)						
pl 2	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	69.85		0.42
pl 7	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	82.55		0.58
pl 10	Plate 9.525x239	1	STEEL A36	101.60		1.72
pl 13	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	141.53		1.08
pl 15	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	189.00		1.39
pl 19	Plate 9.525x146	1	STEEL A36	240.76		1.30
						6.48



pl 15 Plate 9.525x102x189 8 pcs scale 1:5  
 pl 19 Plate 9.525x146x241 4 pcs scale 1:5

REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	

**PLANO PARA REVISIÓN  
NO APROBADO PARA  
CONSTRUCCIÓN**

**NOTAS :**

- TODAS LAS DIMENSIONES ESTAN DADAS EN MILÍMETROS Y LOS NIVELES EN METROS, A EXCEPCIÓN DONDE SE INDIQUE LO CONTRARIO.
- ESTOS PLANOS SON ESTRUCTURALES, NO DE FABRICACIÓN, POR LO QUE EL FABRICANTE DE LA ESTRUCTURA DEBERA HACER SUS RESPECTIVOS PLANOS DE FABRICACIÓN Y MONTAJE.
- EL CONTRATISTA DE OBRA ESTÁ OBLIGADO A VERIFICAR TODAS LAS MEDIDAS EN CAMPO.
- EL RESPONSABLE DEL EQUIPO MECÁNICO DEBERA REVISAR DE TENDIMIENTO LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA PARA EVITAR LA EXISTENCIA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE INTERFIERAN CON DICHOS EQUIPOS U OTROS ACCESORIOS MECÁNICOS.

**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**  
 GUATEMALA, C.A. FAX: (502) 2254-0291  
 manolopez@solucionesestructurales.com

PROYECTO:  
 -  
 -  
 -

CONTENIDO:  
 -  
 -  
 -

APROBACIONES

DISÑO Y CALCULO:  
**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**

DIBUJO:  
**SESA**

ESCALA:  
**INDICADA**

FORMATO:  
**ISO A1 - 841 x 594 mm**

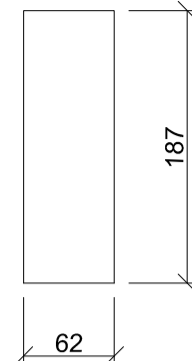
FECHA:  
 -

PLANO No.  
**00-00-00000**

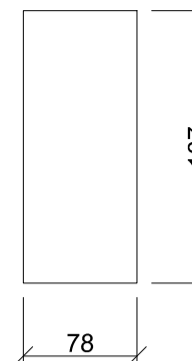
	HOJA No.
	00 / 00
REVISION	A

DERECHOS RESERVADOS. QUEDA PROHIBIDA CUALQUIER COPIA ILÍCITA DEL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO O LA IDEA ORIGINAL, SEGÚN LO AMPARA EL DECRETO NO. 38-98 DE LA LEY DE DERECHO DE AUTOR Y DERECHOS CONEXOS, Y EL CÓDIGO PENAL.

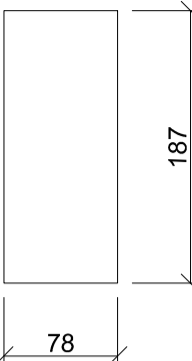
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=VG 1 Number=1 Mass-Total=73.04(kg)						
b 2	W 8x21	1	STEEL A36	768.80	31.252	24.03
b 3	W 8x21	1	STEEL A36	840.40	31.252	26.26
pl 1	Plate 6.35x187	5	STEEL A36	62.25		2.90
pl 5	Plate 6.35x187	4	STEEL A36	78.00		2.91
pl 6	Plate 9.525x187	4	STEEL A36	78.00		4.36
pl 8	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	88.90		0.36
pl 11	Plate 9.525x201	2	STEEL A36	101.60		2.95
pl 12	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	101.60		0.64
pl 17	Plate 9.525x102	2	STEEL A36	189.00		2.68
pl 18	Plate 9.525x210	2	STEEL A36	189.00		5.94
						73.04



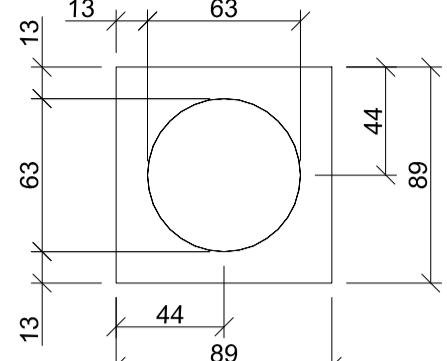
pl 1 Plate 6.35x187x62  
10 pcs  
scale 1:5



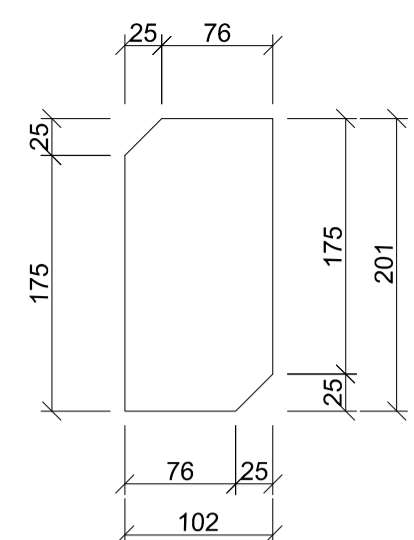
pl 5 Plate 6.35x187x78  
8 pcs  
scale 1:5



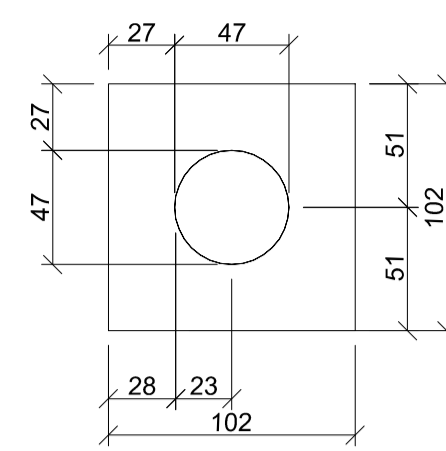
pl 6 Plate 9.525x187x78  
8 pcs  
scale 1:5



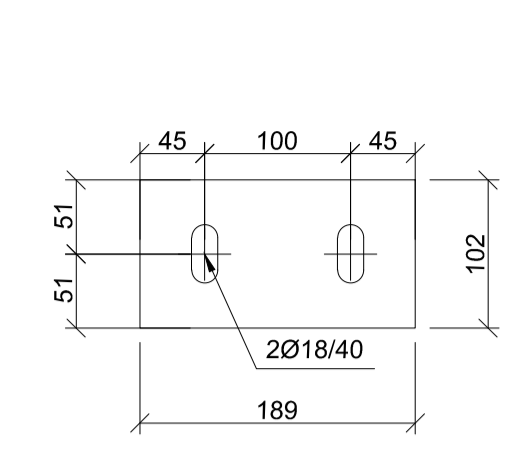
pl 8 Plate 9.525x89x89  
2 pcs  
scale 1:3



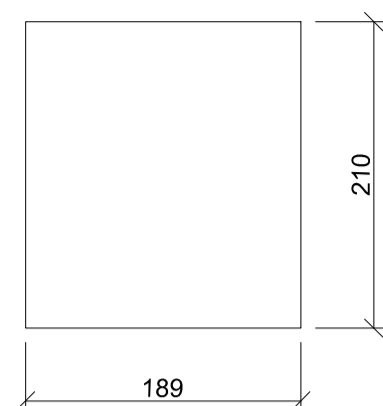
pl 11 Plate 9.525x201x102  
4 pcs  
scale 1:5



pl 12 Plate 9.525x102x102  
2 pcs  
scale 1:3

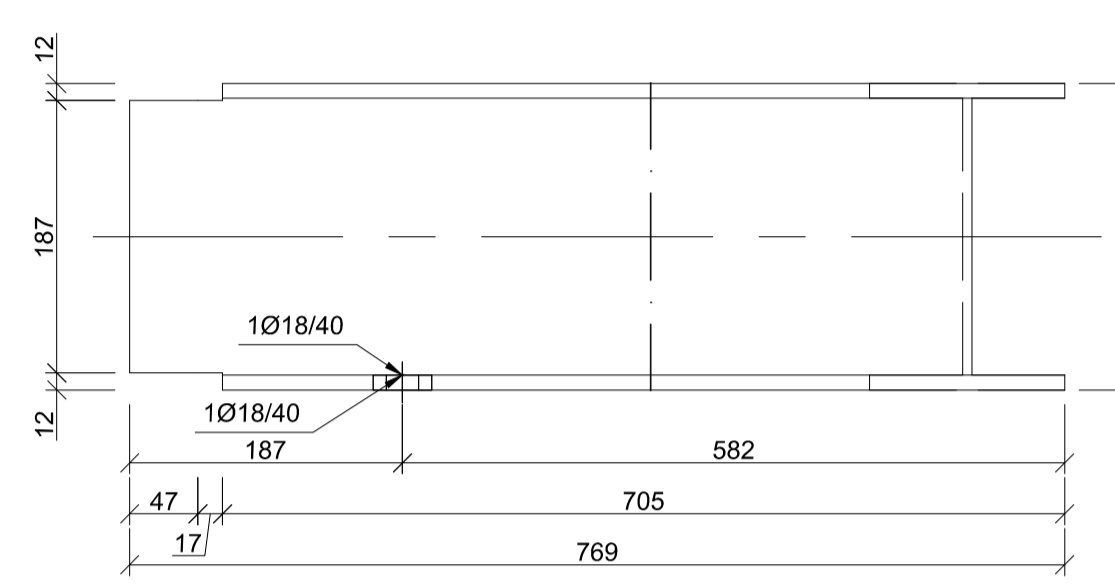


pl 17 Plate 9.525x102x189  
4 pcs  
scale 1:5

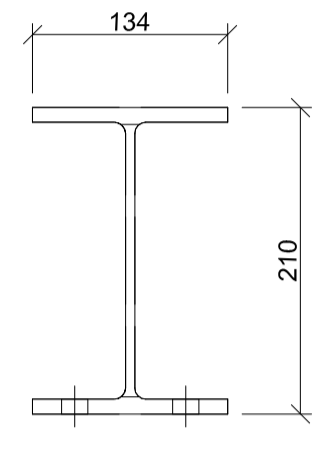


pl 18 Plate 9.525x210x189  
4 pcs  
scale 1:5

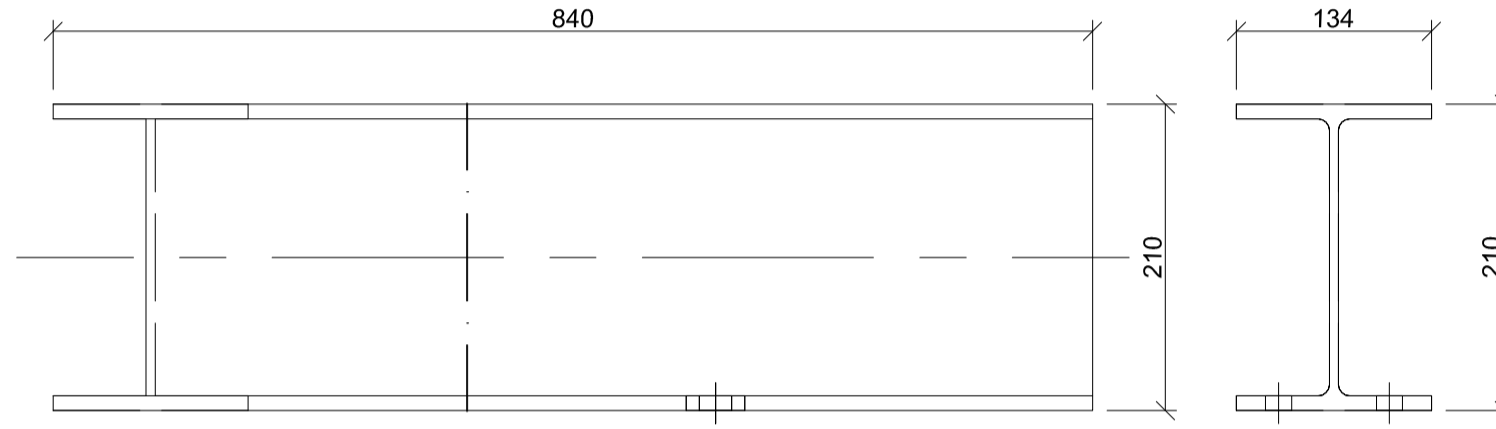
A  
B  
C  
D  
E  
F  
G  
H  
J  
K  
L  
M



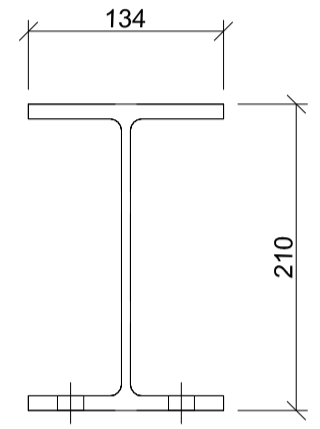
b 2 W 8x21 Front  
1:5



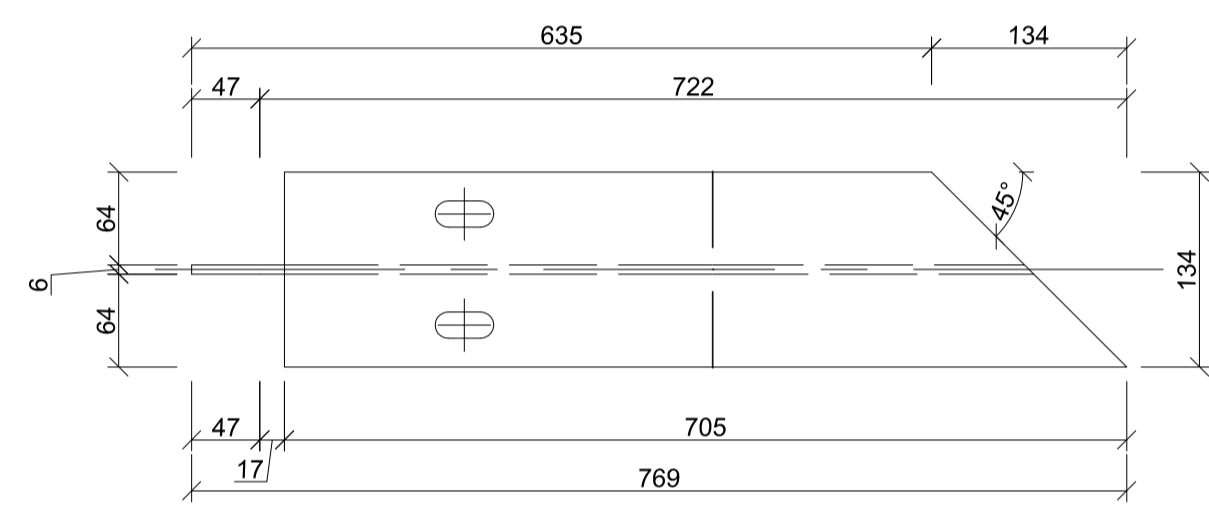
b 2 W 8x21 Side  
scale 1:5



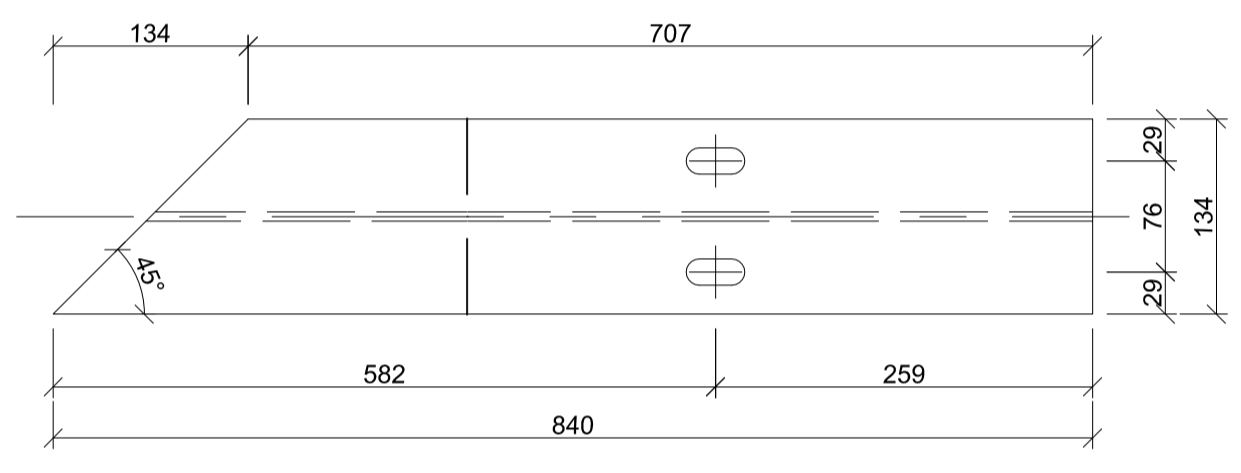
b 3 W 8x21 Front  
1:5



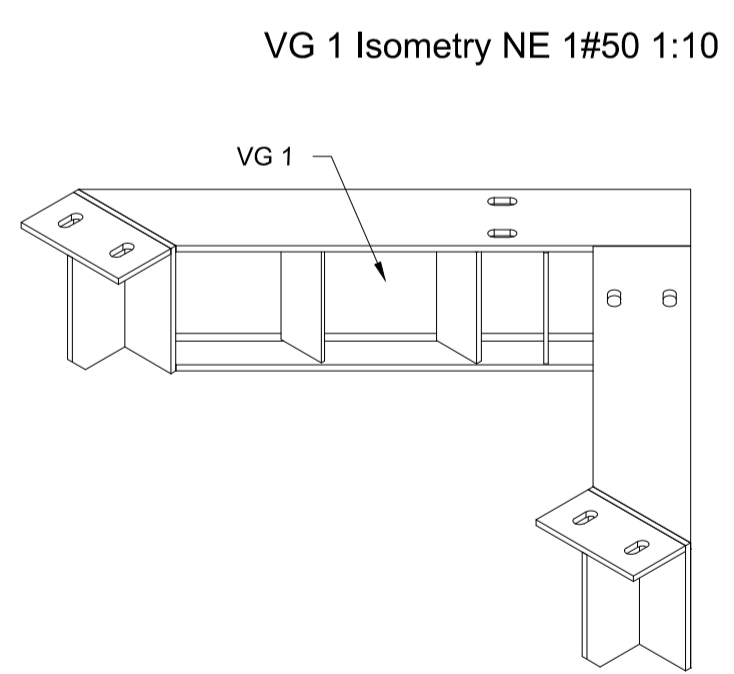
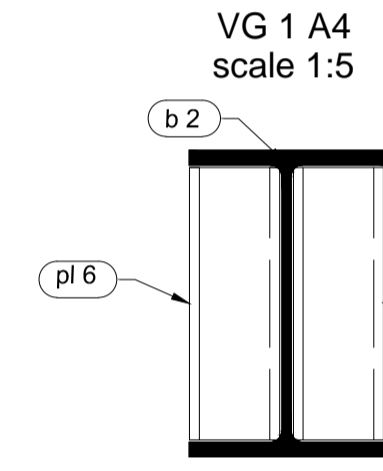
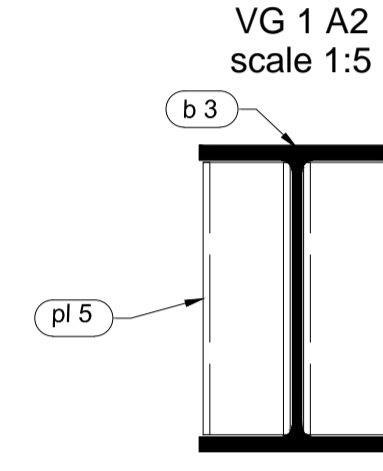
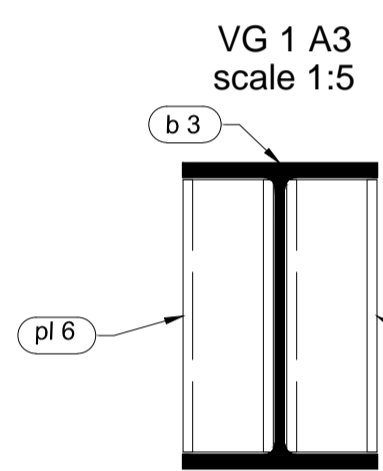
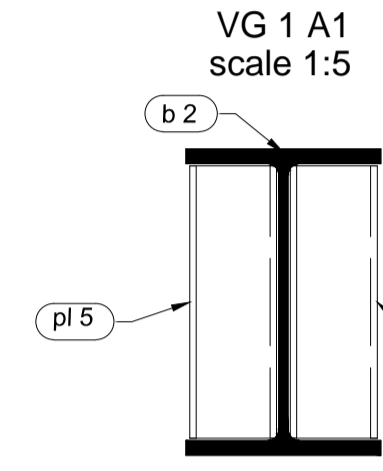
b 3 W 8x21 Side  
scale 1:5



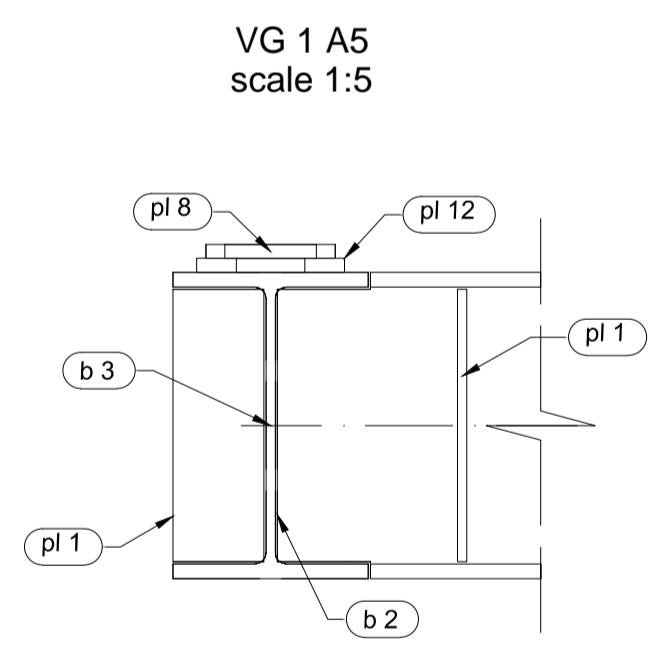
b 2 W 8x21 Top  
scale 1:5



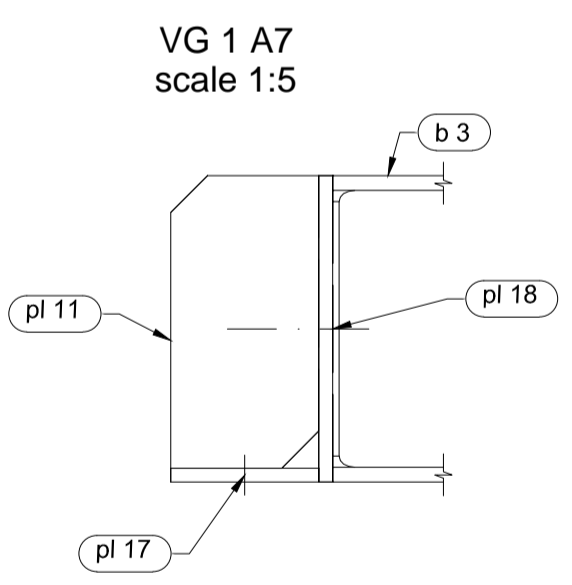
b 3 W 8x21 Top  
scale 1:5



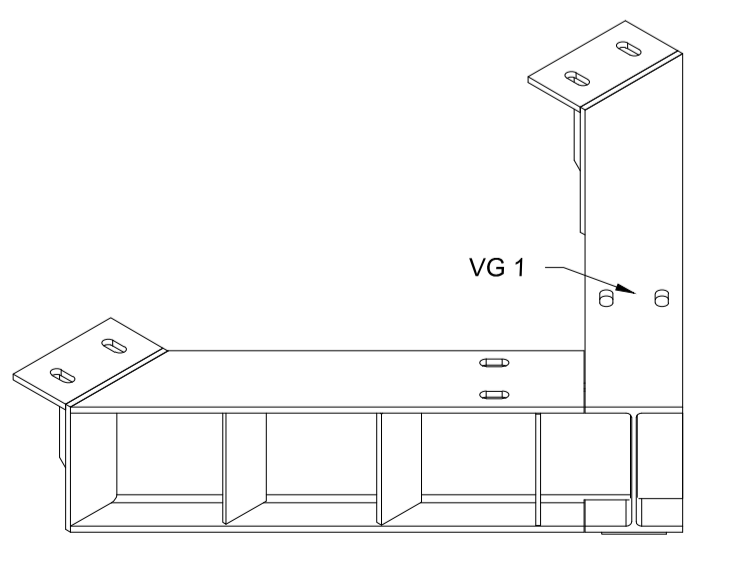
VG 1 Isometry NE #50 1:10



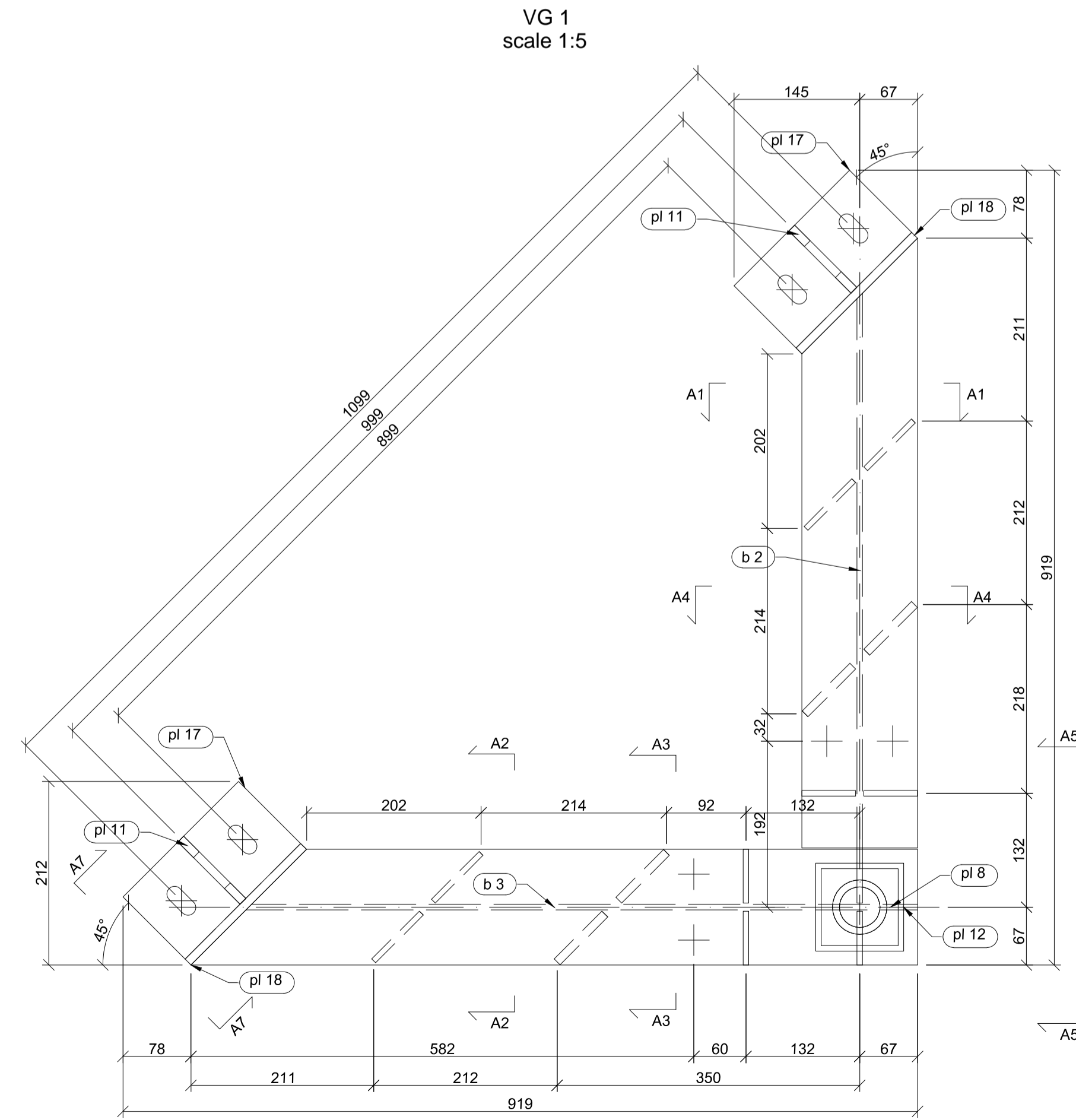
VG 1 A5  
scale 1:5



VG 1 A7  
scale 1:5



VG 1 Isometry NW #50 1:10



VG 1  
scale 1:5

REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	

PLANO PARA REVISIÓN  
NO APROBADO PARA  
CONSTRUCCIÓN

**NOTAS :**

- TODAS LAS DIMENSIONES ESTAN DADAS EN MILÍMETROS Y LOS NIVELES EN METROS, A EXCEPCIÓN DONDE SE INDIQUE LO CONTRARIO.
- ESTOS PLANOS SON ESTRUCTURALES, NO DE FABRICACIÓN, POR LO QUE EL FABRICANTE DE LA ESTRUCTURA DEBERÁ HACER SUS RESPECTIVOS PLANOS DE FABRICACIÓN Y MONTAJE.
- EL CONTRATISTA DE OBRA ESTÁ OBLIGADO A VERIFICAR TODAS LAS MEDIDAS EN CAMPO.
- EL RESPONSABLE DEL EQUIPO MECÁNICO DEBERÁ REVISAR DEPENDIENDO DE LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA PARA EVITAR LA EXISTENCIA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE INTERFIERAN CON DICHSOS EQUIPOS U OTROS ACCESORIOS MECÁNICOS.

**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**  
GUATEMALA, C.A. FAX: (502) 2254-0291  
manolo@solucionesestructurales.com

PROYECTO:	
CONTENIDO:	
APROBACIONES:	

DISEÑO Y CALCULO:  
**SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.**

DIBUJO:  
**SESA**

ESCALA:  
INDICADA

FORMATO:  
ISO A1 - 841 x 594 mm

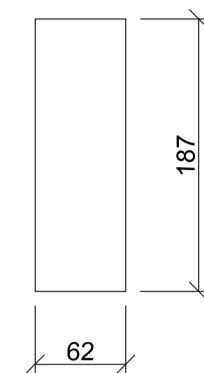
FECHA:  
-

PLANO No.:  
00-00-00000

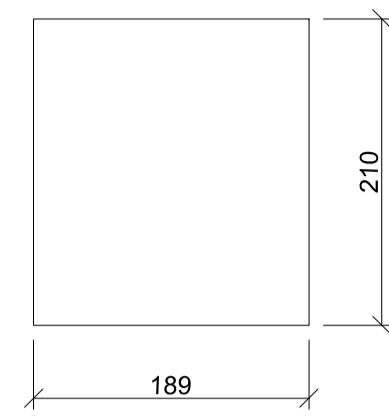
HOJA No.	00
REVISION	A

DERECHOS RESERVADOS. QUEDA PROHIBIDA CUALQUIER COPIA ILÍCITA DEL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO O LA IDEA ORIGINAL, SEGÚN LO AMPARA EL DECRETO NO. 38-98 DE LA LEY DE DERECHO DE AUTOR Y DERECHOS CONEXOS, Y EL CÓDIGO PENAL.

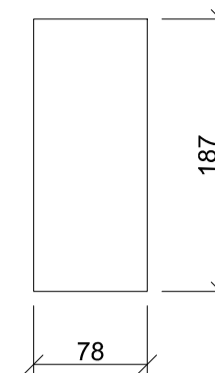
Position	Section	Number	Grade	Length (mm)	Mass	
					Unit (kg/m)	Total (kg)
Position=VG 2 Number=1 Mass-Total=72.46(kg)						
b 1	W 8x21	1	STEEL A36	768.80	31.252	24.03
b 4	W 8x21	1	STEEL A36	840.40	31.252	26.26
pl 1	Plate 6.35x187	4	STEEL A36	62.25		2.32
pl 5	Plate 6.35x187	4	STEEL A36	78.00		2.91
pl 6	Plate 9.525x187	4	STEEL A36	78.00		4.36
pl 8	Plate 9.525x89	1	STEEL A36	88.90		0.36
pl 11	Plate 9.525x201	2	STEEL A36	101.60		2.95
pl 12	Plate 9.525x102	1	STEEL A36	101.60		0.64
pl 17	Plate 9.525x102	2	STEEL A36	189.00		2.68
pl 18	Plate 9.525x210	2	STEEL A36	189.00		5.94
						72.46



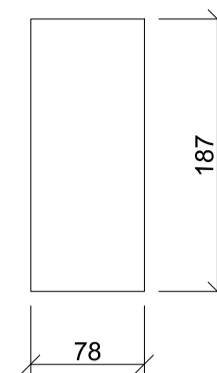
pl 1 Plate 6.35x187x62  
10 pcs  
scale 1:5



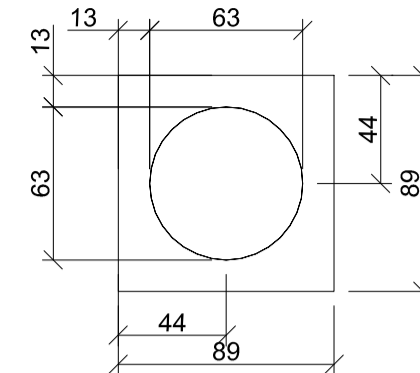
pl 18 Plate 9.525x210x189  
4 pcs  
scale 1:5



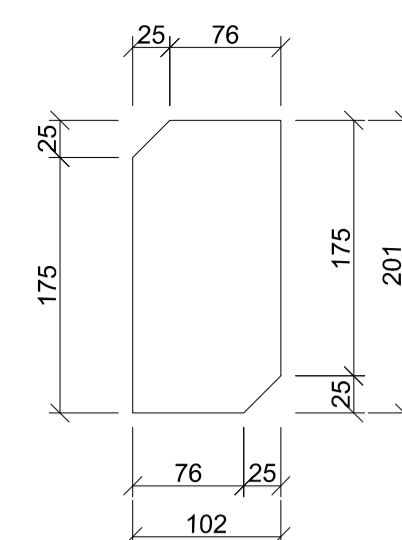
pl 5 Plate 6.35x187x78  
8 pcs  
scale 1:5



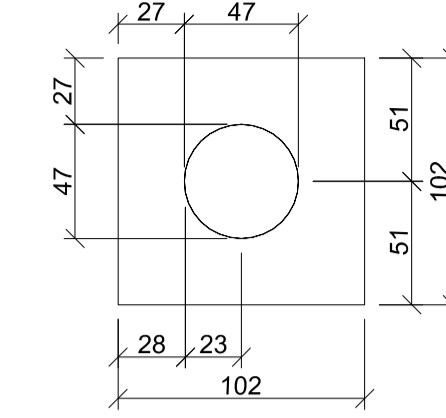
pl 6 Plate 9.525x187x78  
8 pcs  
scale 1:5



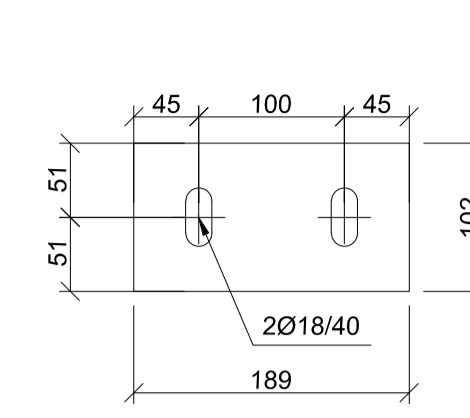
pl 8 Plate 9.525x89x89  
2 pcs  
scale 1:3



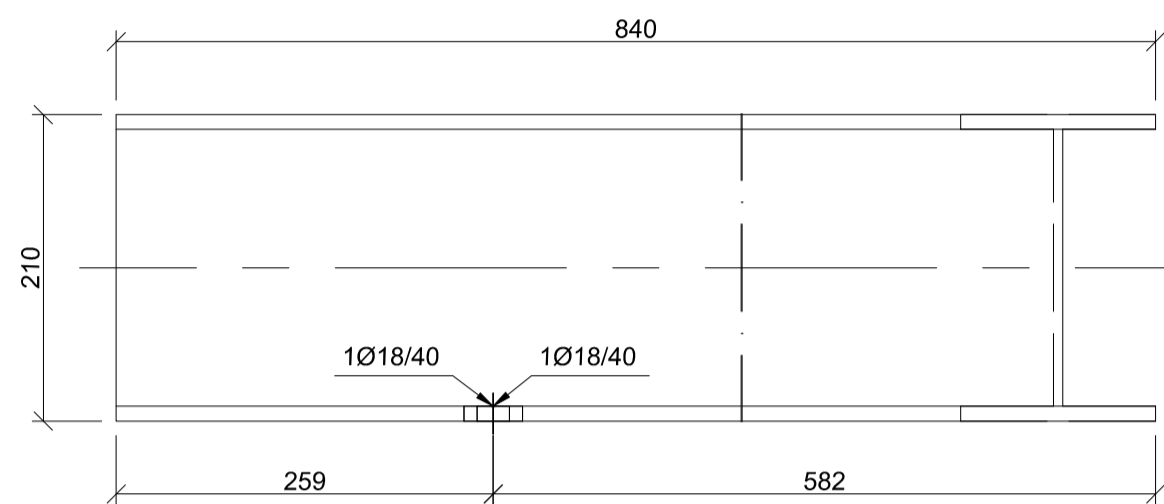
pl 11 Plate 9.525x201x102  
4 pcs  
scale 1:5



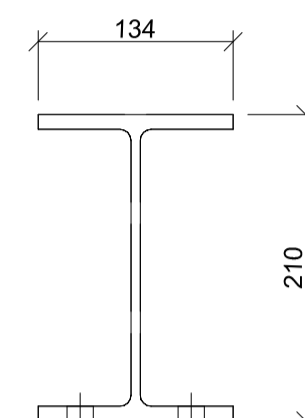
pl 12 Plate 9.525x102x102  
2 pcs  
scale 1:3



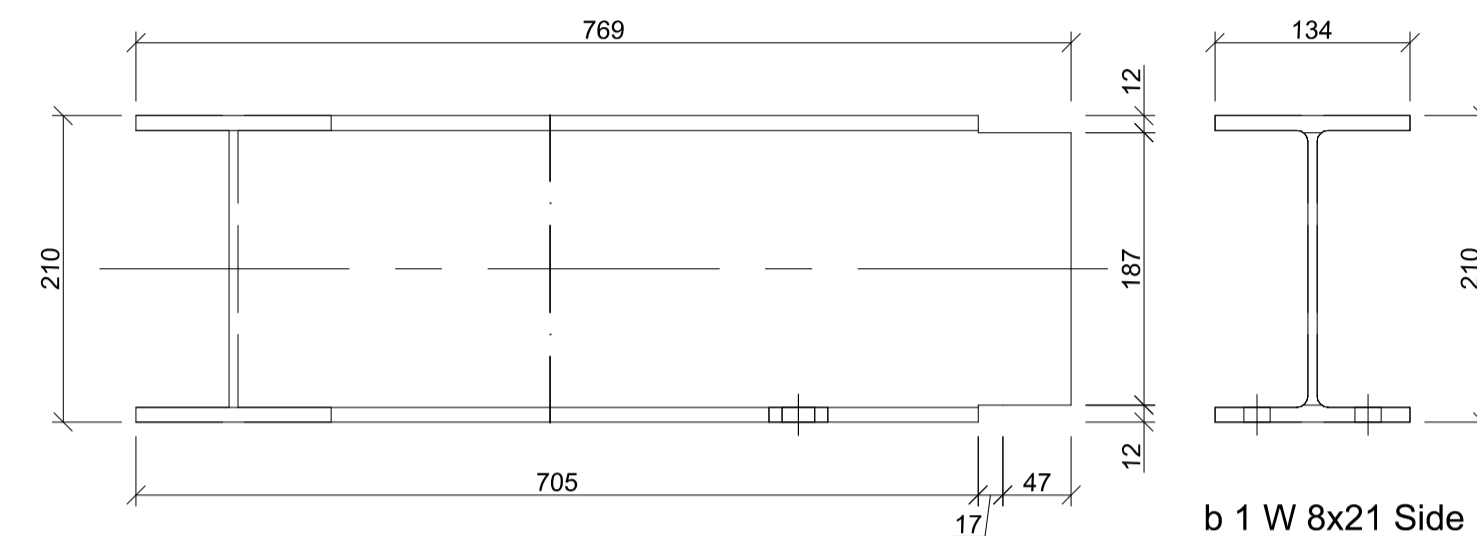
pl 17 Plate 9.525x102x189  
4 pcs  
scale 1:5



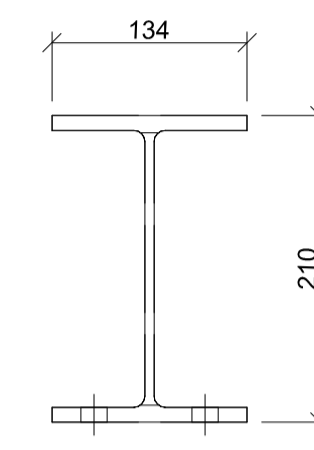
b 4 W 8x21 Side  
scale 1:5



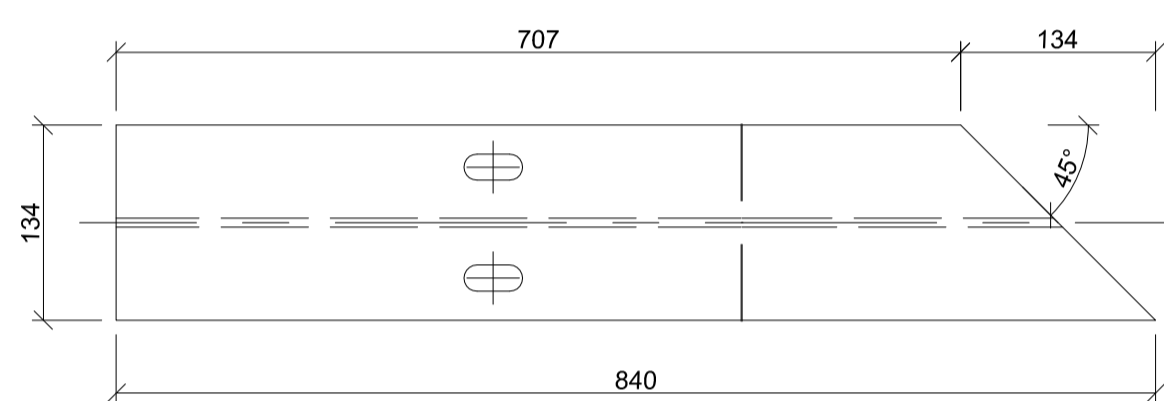
b 4 W 8x21 Top  
scale 1:5



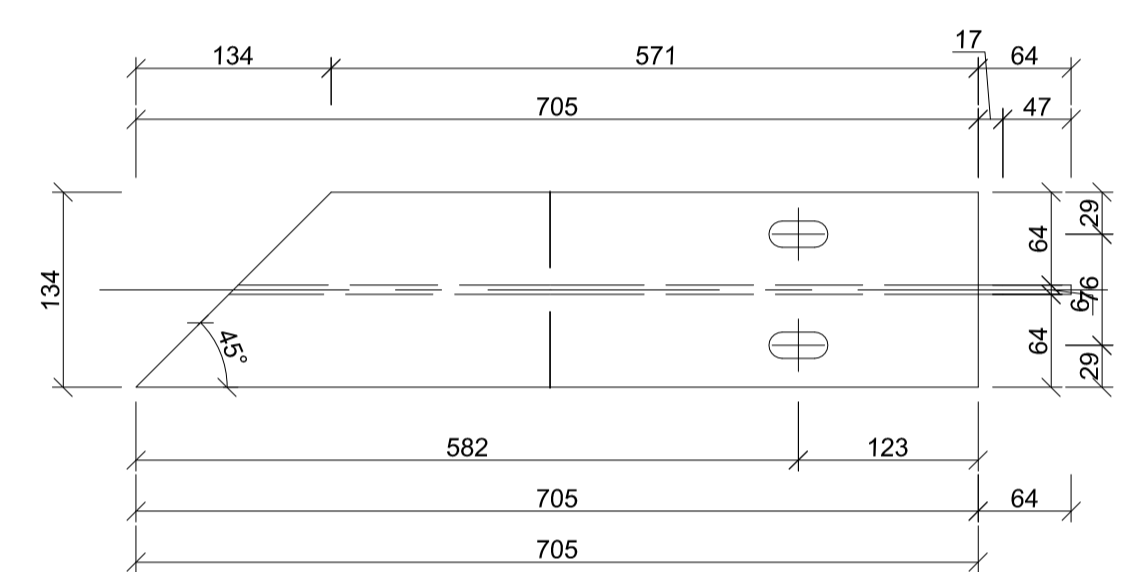
b 1 W 8x21 Front  
scale 1:5



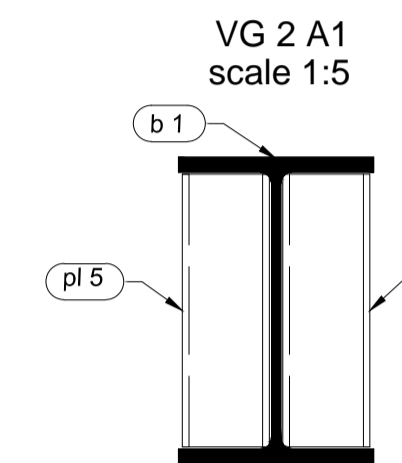
b 1 W 8x21 Side  
scale 1:5



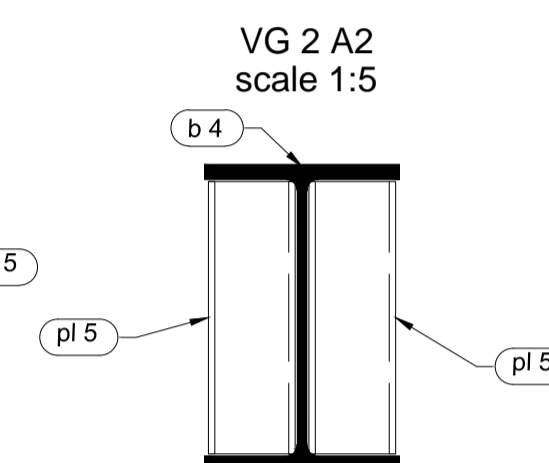
b 4 W 8x21 Top  
scale 1:5



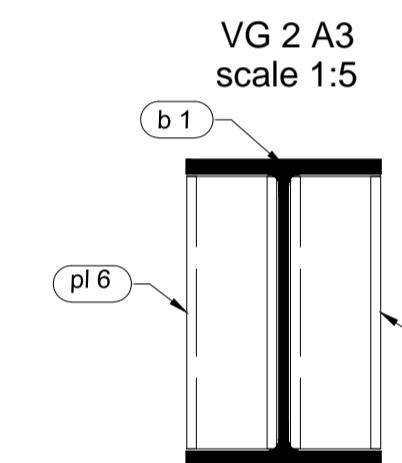
b 1 W 8x21 Top  
scale 1:5



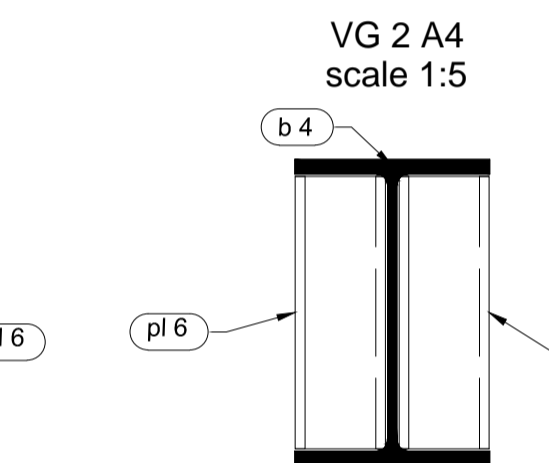
VG 2 A1  
scale 1:5



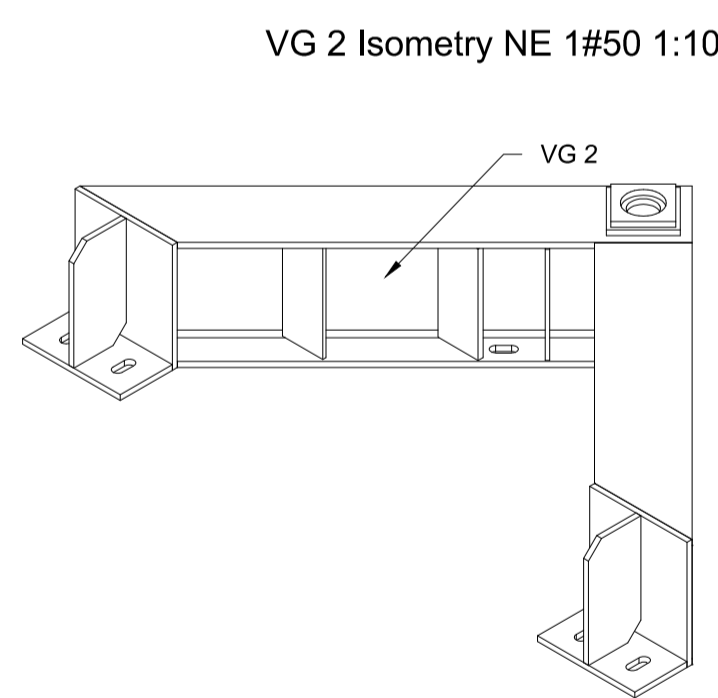
VG 2 A2  
scale 1:5



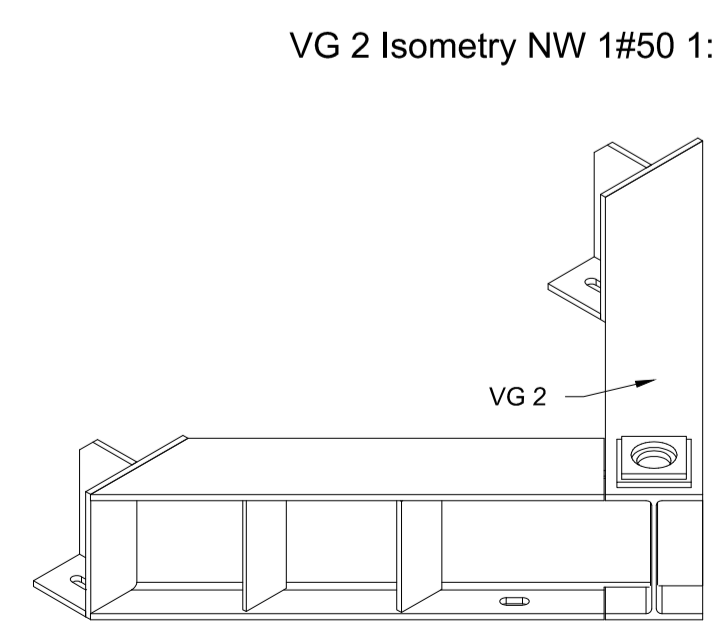
VG 2 A3  
scale 1:5



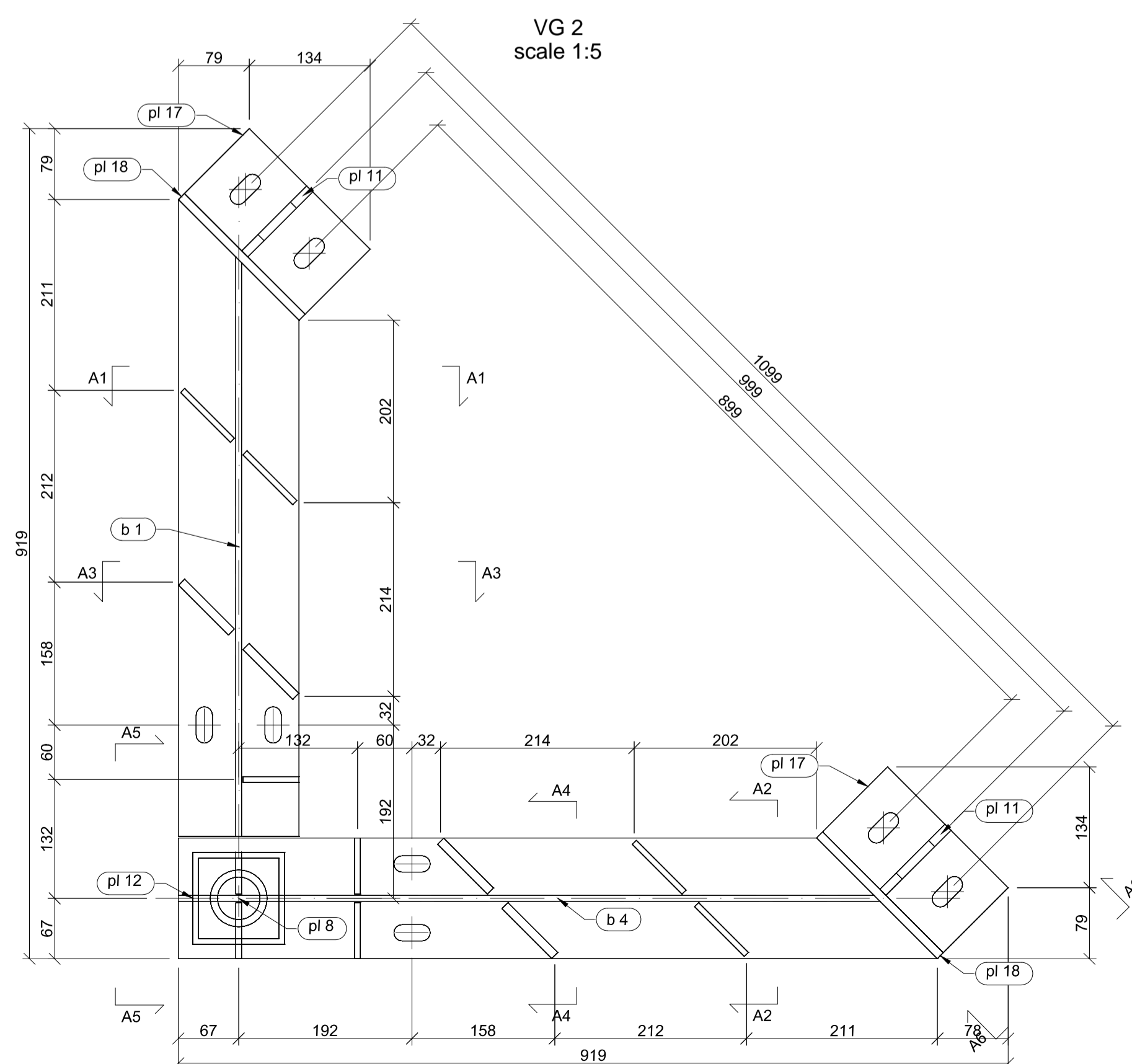
VG 2 A4  
scale 1:5



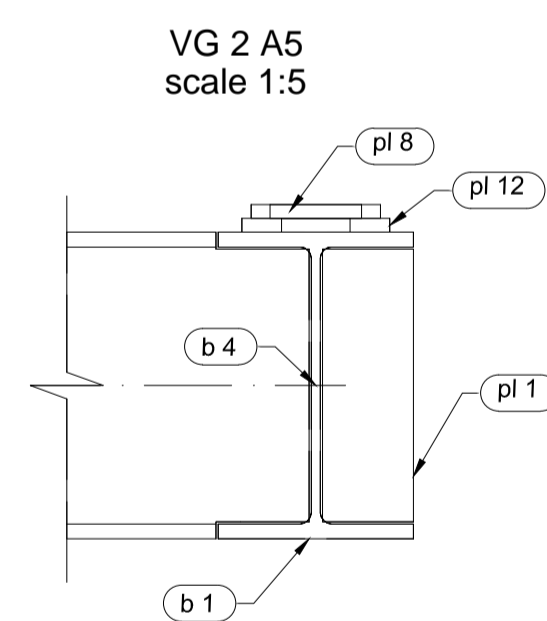
VG 2 Isometry NE 1#50 1:10



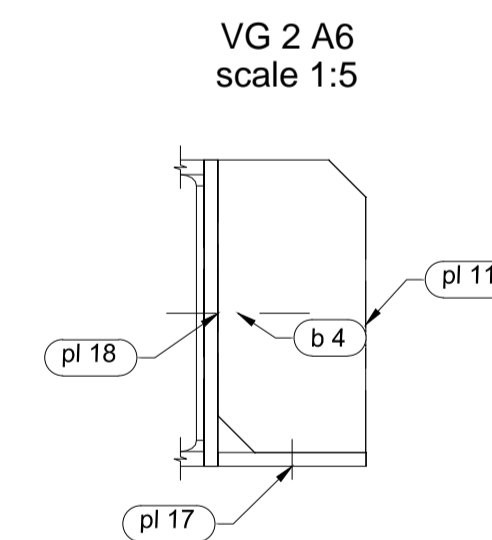
VG 2 Isometry NW 1#50 1:10



VG 2  
scale 1:5



VG 2 A5  
scale 1:5



VG 2 A6  
scale 1:5

REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	
REV.:	FECHA:
POR:	
OBS.:	

PLANO PARA REVISIÓN  
NO APROBADO PARA  
CONSTRUCCIÓN

**NOTAS :**

- TODAS LAS DIMENSIONES ESTAN DADAS EN MILÍMETROS Y LOS NIVELES EN METROS, A EXCEPCIÓN DONDE SE INDIQUE LO CONTRARIO.
- ESTOS PLANOS SON ESTRUCTURALES, NO DE FABRICACIÓN, POR LO QUE EL FABRICANTE DE LA ESTRUCTURA DEBERÁ HACER SUS RESPECTIVOS PLANOS DE FABRICACIÓN Y MONTAJE.
- EL CONTRATISTA DE OBRA ESTÁ OBLIGADO A VERIFICAR TODAS LAS MEDIDAS EN CAMPO.
- EL RESPONSABLE DEL EQUIPO MECÁNICO DEBERÁ REVISAR DE TENDIMIENTO LA GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA PARA EVITAR LA EXISTENCIA DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES QUE INTERFIERAN CON DICHSOS EQUIPOS U OTROS ACCESORIOS MECÁNICOS.

SOLUCIONES  
ESTRUCTURALES, S. A.  
GUATEMALA, C.A. FAX: (502) 2254-0291  
manolopez@solucionesestructurales.com

PROYECTO:  
-

CONTENIDO:  
-

APROBACIONES

DISEÑO Y CALCULO:  
SOLUCIONES  
ESTRUCTURALES, S. A.

DIBUJO:  
SESA

ESCALA:  
INDICADA

FORMATO:  
ISO A1 - 841 x 594 mm

FECHA:  
-

PLANO No.  
00-00-00000

SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.	HOJA No.
	00 00
SOLUCIONES ESTRUCTURALES, S. A.	REVISION
	A

DERECHOS RESERVADOS. QUEDA PROHIBIDA CUALQUIER COPIA ILÍCITA DEL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO O LA IDEA ORIGINAL, SEGÚN LO AMPARA EL DECRETO NO. 38-98 DE LA LEY DE DERECHO DE AUTOR Y DERECHOS CONEXOS, Y EL CÓDIGO PENAL.