



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

**DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES
UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES**

Diego Antonio Seisedos Javier
Asesorado por el Ing. Mario Rodolfo Corzo Ávila

Guatemala, agosto de 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES
UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

DIEGO ANTONIO SEISDEDOS JAVIER

ASESORADO POR EL ING. MARIO RODOLFO CORZO ÁVILA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, AGOSTO DE 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL I	Ing. Angel Roberto Sic García
VOCAL II	Ing. Pablo Christian de León Rodríguez
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Raúl Eduardo Ticún Córdova
VOCAL V	Br. Henry Fernando Duarte García
SECRETARIA	Inga. Lesbia Magalí Herrera López

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Murphy Olympto Paiz Recinos
EXAMINADOR	Ing. Marco Antonio García Díaz
EXAMINADOR	Ing. Nicolás de Jesús Guzmán Sáenz
EXAMINADOR	Ing. Rafael Enrique Morales Ochoa
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, con fecha 16 de octubre de 2013.

A handwritten signature in black ink, consisting of stylized, cursive letters that appear to read 'DASJ'.

Diego Antonio Seisdedos Javier

Guatemala 18 de septiembre de 2015

Ingeniero
Ronald Estuardo Galindo Cabrera
Coordinador Área de Estructuras
Escuela de Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala
Presente

Estimado Ingeniero:

Cumpliendo con lo resuelto con la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, se procedió a la asesoría y revisión del trabajo de graduación: **DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES**, presentado por el estudiante: Diego Antonio Seisdedos Javier.

Considero que el trabajo de graduación se a desarrollado satisfactoriamente y cumple con los objetivos que motivaron la selección de dicho tema, por lo que hago de su conocimiento que apruebo el trabajo realizado. Sin otro particular, atentamente


Mario Rodolfo Corzo Avila
Ingeniero Civil Colegiado No. 2089

Guatemala, 20 de abril de 2016

Ingeniero
Hugo Leonel Montenegro Franco
Director de escuela
Escuela de Ingeniería Civil
Facultad de ingeniería
Universidad de San Carlos de Guatemala
Presente

ASUNTO: CAMBIO DE TÍTULO DE TRABAJO DE GRADUACIÓN

Estimado Ingeniero Montenegro:

Por este medio le solicito me autorice el cambio del título de mi trabajo de graduación, ya que los resultados de mi trabajo de investigación se ajustan más a la propuesta que se presenta:

Título original: DISEÑO EFICIENTE DE LOSAS TRADICIONALES DE CONCRETO REFORZADO MEDIANTE EXCEL

Título propuesto: DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES

El cambio en el nombre del título se debió a que primero se generalizó el nombre de lasas tradicionales de concreto reforzado a lasas macizas, segundo que se delimitó el estudio a lasas en dos sentidos y tercero que se especificó el método de análisis y diseño estructural a utilizar, siendo éste el Método de los coeficientes.

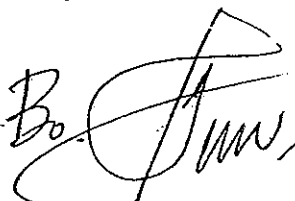
Sin otro particular, me suscribo.



DIEGO ANTONIO SEISEDOS JAVIER
CARNÉ 2010 20560

Mario Rodolfo Corzo A.
INGENIERO CIVIL
Colegiado No. 2199

V.º B.º ING. MARIO RODOLFO CORZO ÁVILA
ASESOR DE TRABAJO DE GRADUACIÓN

V.º B.º 
AUTORIZADO





USAC
TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

Universidad de San Carlos de Guatemala
FACULTAD DE INGENIERÍA
Escuela de Ingeniería Civil



Guatemala,
25 de abril de 2016

Ingeniero
Hugo Leonel Montenegro Franco
Director Escuela Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos

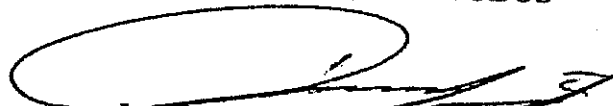
Estimado Ingeniero Montenegro.

Le informo que he revisado el trabajo de graduación **DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES**, desarrollado por el estudiante de Ingeniería Civil Diego Antonio Seisdedos Javier, con Carnet No.201020560, quien contó con la asesoría del Ing. Mario Rodolfo Corzo Ávila.

Considero este trabajo bien desarrollado y representa un aporte para la comunidad del área y habiendo cumplido con los objetivos del referido trabajo doy mi aprobación al mismo solicitando darle el trámite respectivo.

Atentamente,

ID Y ENSEÑAD A TODOS

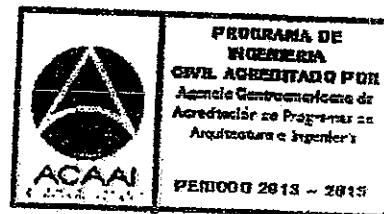

Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera
Jefe del Departamento de Estructuras



FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO
DE
ESTRUCTURAS
USAC

/mrrm.

Mas de 134 años de Trabajo Académico y Mejora Continua





USAC
TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

Universidad de San Carlos de Guatemala
FACULTAD DE INGENIERÍA
Escuela de Ingeniería Civil



El director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Mario Rodolfo Corzo Ávila y del Coordinador del Departamento de Estructuras Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera, al trabajo de graduación del estudiante Diego Antonio Seisdedos Javier, titulado **DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES**, da por este medio su aprobación a dicho trabajo.

[Handwritten Signature]
Ing. Hugo Leonel Monterenegro Franco



Guatemala, agosto 2016
/mrrm.

Mas de 134 años de Trabajo Académico y Mejora Continua





El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, al trabajo de graduación titulado: **DISEÑO COMPUTARIZADO DE LOSAS MACIZAS EN DOS DIRECCIONES UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS COEFICIENTES**, presentado por el estudiante universitario: **Diego Antonio Seisdedos Javier**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, se autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
Decano

Guatemala, agosto de 2016



ACTO QUE DEDICO A:

La memoria de

Estefanía Izabel Javier Ibáñez.

AGRADECIMIENTOS A:

Dios	Por todo.
Mis padres	Jorge Luis Seisdedos Petry y Sofía Lorena Javier Ibáñez.
Mis hermanos	Jennifer Sofía Ricco Javier, Khrystopher Abraham Ricco Javier y Marcelo Gabriel Seisdedos Javier.
Mis abuelos	María Sofía Petry Etchart y Antonio Seisdedos Sánchez, por el amor casi infinito que nos tuvieron siempre.
Mi abuela	Dora Ibáñez Girón.
Mi bisabuelo	Julio Romeo Cifuentes.
Mis padrinos	Pablo Enrique Bonilla Cruz y Vanessa Rogelia Javier Ibáñez.
Mi familia	Tíos y primos en general.
Mis amigas	Leslie Morales y Madelyn Cruz.
Mi <i>alma mater</i>	Universidad de San Carlos de Guatemala.

**Mis amigos de la
universidad**

Eduardo Barrios, Giuliann Locón, José Gramajo
Karina Gonzalez, Luis Fernando Mejicanos,
Narda Pacay, y Telma Sequén.

Mi asesor

Mario Rodolfo Corzo Ávila.

**Mis amigos de prácticas
finales**

José Valdez, José Bolívar, Helen Castañeda y
Evelyn Contreras.

1.3.5.3.	Refuerzo máximo.....	11
1.3.5.4.	Separación del refuerzo.....	13
1.3.5.4.1.	Separación mínima.....	13
1.3.5.4.2.	Separación máxima.....	14
1.3.6.	Configuración del refuerzo.....	14
1.3.6.1.	Bastón, tensión y riel.....	14
1.3.6.2.	Tensores y rieles corridos.....	15
1.3.7.	Determinación del área de acero.....	16
1.3.8.	Verificación de fuerza cortante.....	17
1.3.9.	Balance de momentos flectores.....	18
1.3.9.1.	Balance por promedio.....	18
1.3.9.2.	Balance por rigidez.....	19
1.4.	Recubrimiento.....	20
1.5.	Longitud de desarrollo.....	20
1.5.1.	Limitaciones de la longitud de desarrollo.....	21
1.5.2.	Longitudes de desarrollo usuales.....	21
2.	MÉTODO DE LOS COEFICIENTES – MÉTODO 3 DEL ACI.....	23
2.1.	Bases teóricas.....	23
2.2.	Limitaciones.....	32
2.3.	Descripción general del método.....	33
2.3.1.	Distribución transversal de momentos en la losa....	33
2.3.2.	Determinación de momentos.....	34
2.3.2.1.	Para momentos negativos desarrollados en los bordes de la losa.....	34
2.3.2.2.	Para momento positivo generado por carga muerta.....	35

2.3.2.3.	Para momentos positivos generados por carga viva.....	35
2.3.2.4.	Momentos positivos totales	36
2.3.3.	Fuerza cortante en el apoyo.....	36
2.4.	Consideraciones especiales	37
3.	CARGAS.....	39
3.1.	Cargas muertas	39
3.1.1.	Peso de los materiales.....	39
3.1.2.	Pisos.....	39
3.1.3.	Tabiques y particiones	40
3.1.4.	Equipos fijos	40
3.1.5.	Sobrecarga	40
3.2.	Cargas vivas.....	41
3.3.	Otras cargas	44
3.3.1.	Cargas de lluvia	44
3.3.2.	Aspectos volcánicos	44
3.4.	Combinación de carga.....	45
4.	DEFLEXIONES.....	47
4.1.	Deflexiones en losas.....	47
4.2.	Cálculo de deflexiones.....	47
4.2.1.	Deflexiones por carga viva.....	48
4.2.2.	Deflexiones por carga muerta	49
4.3.	Deflexiones adicionales a largo plazo	49
4.4.	Deflexión total.....	50
4.5.	Momento de inercia efectivo	51
4.6.	Deflexión máxima admisible	51

5.	DISEÑO METODOLÓGICO.....	53
5.1.	Ingreso de datos	54
5.1.1.	Geometría de losa	54
5.1.2.	Propiedades de los materiales.....	54
5.1.3.	Cargas actuantes	55
5.1.3.1.	Cargas muertas	55
5.1.3.2.	Cargas vivas	55
5.1.3.3.	Carga de lluvia.....	55
5.1.3.4.	Carga por ceniza volcánica.....	55
5.1.3.5.	Factores de amplificación de cargas....	55
5.1.3.6.	Combinación de carga a utilizar	56
5.1.3.6.1.	Combinación de carga a utilizar	56
5.1.3.7.	Duración de la carga sostenida (para deflexiones)	56
5.1.3.8.	Otros parámetros	56
5.1.4.	Continuidad en losas	56
5.1.5.	Casos típicos de continuidad en tableros	57
5.1.5.1.	Tableros de 1x1	57
5.1.5.2.	Tableros de 2x2	58
5.1.5.3.	Tableros de 3x3	58
5.2.	Espesor de losa	58
5.2.1.	Dimensión efectiva de losas y perímetro efectivo ...	59
5.2.1.1.	Dimensión efectiva de losas	59
5.2.1.2.	Perímetro efectivo de losa	59
5.2.2.	Predimensión de elementos	59
5.2.2.1.	Espesor de losa	60
5.2.3.	Sección de vigas de apoyo.....	60
5.2.3.1.	Base de viga	60

	5.2.3.2.	Altura de viga	60
	5.2.3.3.	Altura libre de viga	61
5.2.4.		Relación de rigidez relativa entre viga y losa	61
	5.2.4.1.	Módulo de elasticidad de concreto	61
	5.2.4.2.	Sección efectiva, Inercia de sección y relación de rigideces.....	62
	5.2.4.2.1.	Sección efectiva de viga	62
	5.2.4.2.2.	Altura de eje centroidal de sección de viga	63
	5.2.4.2.3.	Inercia de franja de viga	64
	5.2.4.2.4.	Inercia de franja de losa	64
	5.2.4.3.	Relación de rigidez relativa viga-losa ...	64
5.2.5.		Espesor de losa	65
	5.2.5.1.	Relación de luces.....	65
	5.2.5.2.	Espesor de losa	65
5.3.		Momentos flectores	65
	5.3.1.	Integración de cargas.....	66
	5.3.1.1.	Carga muerta	66
	5.3.1.1.1.	Peso propio de losa.....	66
	5.3.1.1.2.	Carga muerta total.....	66
	5.3.1.1.3.	Carga de lluvia	66
	5.3.1.2.	Carga de ceniza volcánica	67
	5.3.1.3.	Amplificación y combinación de cargas	67
5.3.2.		Determinación de tipo de caso de continuidad	67

5.3.2.1.	Determinación de momentos de flexión y cargas actuantes	67
5.3.2.1.1.	Coeficientes de momento y distribución de carga.....	68
5.3.3.	Momentos flectores	68
5.3.4.	Distribución de carga	69
5.3.5.	Ubicación de momentos y consideración de continuidad	69
5.3.5.1.	Ubicación de momentos	70
5.3.5.2.	Eliminación de momentos negativos que no tienen continuidad	70
5.3.6.	Balance de momentos flectores.....	71
5.3.6.1.	Momentos a balancear	71
5.3.6.2.	Balance de momentos flectores	72
5.3.6.2.1.	Balance por promedio ...	72
5.3.6.2.2.	Balance por rigidez	73
5.3.7.	Verificación de fuerza cortante	73
5.3.7.1.	Tipo de concreto	73
5.3.7.2.	Fuerza cortante resistente del concreto	73
5.3.7.3.	Conclusión.....	73
5.4.	Refuerzo de acero por flexión	74
5.4.1.	Peralte efectivo y franja de diseño	74
5.4.1.1.	Peralte efectivo	74
5.4.1.2.	Base efectiva de losa.....	74
5.4.2.	Restricciones del acero de refuerzo	75
5.4.2.1.	Área de acero mínimo.....	75
5.4.2.2.	Espaciamiento del refuerzo	75

	5.4.2.3.	Espaciamiento mínimo entre barras paralelas	76
	5.4.3.	Determinación del área de acero	76
	5.4.4.	Configuración de refuerzo	76
5.5.		Deflexiones.....	77
	5.5.1.	Momento de inercia efectivo	77
	5.5.2.	Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas.....	77
	5.5.3.	Verificación de continuidad en al menos uno de los bordes de losa.....	77
	5.5.3.1.	Cálculo de deflexiones por carga y según condición de apoyo.....	77
		5.5.3.1.1. Cálculo de momentos positivos generados por cargas de servicio ...	78
	5.5.4.	Factor para deflexiones adicionales debidas a efectos de largo plazo	78
	5.5.5.	Cálculo de deflexiones	78
		5.5.5.1.1. Para losas con bordes continuos:.....	78
		5.5.5.1.2. Para losas con bordes discontinuos	79
	5.5.6.	Deflexión de losa	79
		5.5.6.1. Deflexión inmediata.....	80
		5.5.6.2. Deflexión a largo plazo	80
		5.5.6.3. Deflexión promedio	80
5.6.		Presentación de resultados	80
	5.6.1.	Espesor de losa	80
	5.6.2.	Configuración de refuerzo de acero requerido	81

5.6.3.	Deflexiones.....	81
5.7.	Hojas auxiliares.....	82
CONCLUSIONES		83
RECOMENDACIONES		85
BIBLIOGRAFÍA.....		87
APÉNDICES		89

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Sección de viga de borde a considerar	7
2.	Sección de viga intermedia a considerar	7
3.	Sección de losa de borde a considerar	8
4.	Sección de losa intermedia a considerar	8
5.	Matriz de ingreso de datos de continuidad en losas	57
6.	Matriz de ubicación de momentos negativos y positivos en losas	70
7.	Matriz de presentación de configuración de refuerzo en resultados	81

TABLAS

I.	Separación mínima del refuerzo.....	13
II.	Valores de λ según el tipo de concreto.....	17
III.	Recubrimientos mínimos del concreto.....	20
IV.	Coeficientes para momentos negativos, lado corto - $C_a(-)$	25
V.	Coeficientes para momentos negativos, lado largo - $C_b(-)$	26
VI.	Coeficientes para momentos positivos debidos a carga viva, lado corto – $C_a(+)$ L.....	27
VII.	Coeficientes para momentos positivos debidos a carga viva, lado largo – $C_b(+)$ L.....	28
VIII.	Coeficientes para momentos positivos debidos a carga muerta, lado corto – $C_a(+)$ D	29
IX.	Coeficientes para momentos positivos debidos a carga muerta, lado largo – $C_b(+)$ D	30

X.	Relación de la carga que se transmite hacia la dirección corta – W_a ...	31
XI.	Relación de la carga que se transmite hacia la dirección larga – W_b ...	32
XII.	Cargas vivas especificadas	42
XIII.	Valores de ξ según el tiempo de análisis (en meses).....	50
XIV.	Deflexión máxima admisible	52
XV.	Matriz de momentos a balancear en tableros 2 x 2.....	71
XVI.	Matriz de momentos a balancear en tableros 3 x 3.....	72

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
y	Altura al centroide de viga
y_c	Altura al centroide geométrico de sección efectiva de viga
d_w	Altura de agua empozada en losas de cubierta
h_t	Altura libre de viga de apoyo
h	Altura o peralte de viga de apoyo
b_w	Ancho de la base bajo análisis de losas, igual a 1 metro.
A_s	Área de acero de refuerzo
A_{st}	Área de acero mínima por retracción y temperatura
A	Área de sección transversal de una viga
b_{viga}	Base de viga de apoyo
b	Base efectiva de viga
D_l	Carga muerta debido al peso propio de la losa.
D	Carga muerta total
CU	Carga última
A_R	Carga uniformemente distribuida correspondiente a la carga de arena volcánica.
P_L	Carga uniformemente distribuida correspondiente a la carga de lluvia.
L	Carga viva
cm	Centímetro, unidad de longitud

$C_{a(-)}$	Coeficiente para momento negativo en la dirección corta.
$C_{b(-)}$	Coeficiente para momento negativo en la dirección larga.
$C_{a(+)}D$	Coeficiente para momento positivo debido a carga muerta en el sentido corto.
$C_{b(+)}D$	Coeficiente para momento positivo debido a carga muerta en el sentido largo.
$C_{a(+)}L$	Coeficiente para momento positivo debido a carga viva en la dirección corta.
$C_{b(+)}L$	Coeficiente para momento positivo debido a carga viva en la dirección larga.
ρ_b	Cuantía balanceada
ρ'	Cuantía del refuerzo de compresión evaluada sobre la sección bruta.
Δ_D	Deflexión vertical debida a carga muerta
Δ_L	Deflexión vertical debida a carga viva
Δ_T	Deflexión vertical total
d_b	Diámetro de varilla de acero de refuerzo
L_x	Distancia horizontal a ejes en planta
L_y	Distancia vertical a ejes en planta
T	Duración de la carga sostenida (para deflexiones)
M_2	En balance de momentos es el momento de mayor magnitud.
$M_{2\text{ bal}}$	En balance de momentos es el momento de mayor magnitud balanceado.
M_1	En balance de momentos es el momento de menor magnitud.

$M_{1\text{ bal}}$	En balance de momentos es el momento de menor magnitud balanceado.
f_2	En balance de momentos es un factor de balance del momento mayor.
f_1	En balance de momentos es un factor de balance del momento menor.
d_{AV}	Espesor de arena volcánica esperado, según cercanía de volcanes generadores de ceniza.
S	Espaciamiento del refuerzo principal a flexión
h_f	Espesor de losa
ξ	Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas.
γ_D	Factor de magnificación de carga muerta
γ_L	Factor de magnificación de carga viva
λ	Factor de modificación en función del peso del concreto (liviano o normal).
Ψ_t	Factor de modificación en función de la localización del refuerzo.
Ψ_e	Factor de modificación en función del revestimiento del refuerzo.
ϕ	Factor de reducción de resistencia
λ_Δ	Factor para deflexiones adicionales debidas a efectos de largo plazo.
V_a	Fuerza cortante transmitida en el sentido corto
V_b	Fuerza cortante transmitida en el sentido largo
V_c	Fuerza cortante que resiste el concreto
kfg	Kilogramo fuerza, es una unidad de fuerza
l_d	Longitud de desarrollo
L_e	Longitud de losa para análisis de rigidez

l_x	Luz libre de la losa, a rostros interiores de vigas, en el sentido horizontal.
l_y	Luz libre de la losa, a rostros interiores de vigas, en el sentido vertical.
l_a	Luz libre de la losa en la dirección de mayor dimensión.
l_b	Luz libre de la losa en la dirección de menor dimensión.
l	Luz libre de la viga o losa en una dirección
m	Metro, es una unidad de longitud
mm	Milímetro, es una unidad de longitud
E_c	Módulo de elasticidad del concreto
E_{cl}	Módulo de elasticidad del concreto de losas
E_{cv}	Módulo de elasticidad del concreto de vigas de apoyo.
M_{bal}	Momento balanceado
I_g	Momento de inercia de la sección bruta del elemento con respecto al eje que pasa por el centroide, sin tener en cuenta el refuerzo.
I_L	Momento de inercia de losas
I_v	Momento de inercia de vigas de apoyo
I_e	Momento de inercia efectivo
$M_a(-)$	Momento de flexión negativo en el sentido corto
$M_b(-)$	Momento de flexión negativo en el sentido largo
$M_a(+)$	Momento de flexión positivo total en el sentido corto
$M_a(+D)$	Momento de flexión positivo debido a carga muerta en el sentido corto.
$M_b(+D)$	Momento de flexión positivo debido a carga muerta en el sentido largo.

$M_a(+)$L	Momento de flexión positivo debido a carga viva en el sentido corto.
$M_b(+)$L	Momento de flexión positivo debido a carga viva en el sentido largo.
$M_b(+)$	Momento de flexión positivo total en el sentido largo
M_s	Momento de servicio. Son calculados con cargas sin factores de magnificación.
d	Peralte efectivo, distancia de la fibra extrema a compresión al centroide del refuerzo a tensión.
P	Perímetro efectivo de losa
γ_w	Peso específico del agua
w_c	Peso específico del concreto simple
γ_{CR}	Peso específico del concreto reforzado
γ_{AV}	Peso específico de la arena volcánica húmeda
w_{losa}	Peso propio de la losa
in	Pulgada, es una unidad de longitud
rec	Recubrimiento
W_a	Relación de fuerza cortante que se transmite en el sentido corto.
W_b	Relación de fuerza cortante que se transmite en el sentido largo.
β	Relación de la dimensión larga y la dimensión corta de las luces libres de la losa.
α_f	Relación entre la rigidez a flexión de la viga de apoyo, contra la franja de losa bajo análisis.
f'_c	Resistencia a la compresión del concreto
f_y	Resistencia a la fluencia del acero
I	Segundo momento de área o inercia de sección con respecto al eje que pasa por el centroide.

W_{otras}

Sumatoria de peso de acabados, tabiquería y otras cargas.

β_1

Valor de modificación del rectángulo equivalente de esfuerzos a compresión del concreto.

GLOSARIO

ACI	American Concrete Institute.
AGIES	Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica.
Área de acero	Área de la sección transversal del refuerzo.
Balance de momentos	Procedimiento con base en el equilibrio estático de momentos en losas continuas.
Carga factorada	Se le ha aplicado un factor de sobrecarga por razones de seguridad.
Carga muerta	Es permanente, en una estructura y sobre la que se tiene una buena idea de su magnitud y posición en el tiempo.
Carga viva	Esta no es permanente en una estructura y de la cual no se conocen ni su magnitud, ni su posición en el tiempo.

Coeficientes de momento	Factores numéricos menores a la unidad, dependientes de la geometría de la losa y condiciones de apoyo. Son utilizados para determinar los momentos positivos y negativos en una losa, según el método de los coeficientes.
Coeficientes de distribución de carga	Factores numéricos menores a la unidad, dependientes de la geometría de la losa y condiciones de apoyo. Son utilizados para determinar la distribución de carga vertical en una losa, según el método de los coeficientes.
Concreto de peso normal	Concreto con un peso específico entre 2 155 y 2 560 kgf/m ³ . Por lo general se utiliza un valor entre 2 315 y 2 400 kgf/m ³ .
Concreto de peso liviano	Concreto con agregado liviano que tiene un peso específico entre 1 440 y 1 840 kgf/m ³ .
Continuidad	Cuando el apoyo de lado de la losa aporta suficiente restricción rotacional.
Cuantía balanceada	Cuantía de refuerzo que produce condiciones balanceadas de deformación unitaria del concreto y acero.
Deflexión	Distancia vertical entre un punto en una viga horizontal, antes de aplicársele carga al mismo punto, luego de la aplicación de la carga.

Espaciamiento	Separación del refuerzo principal por flexión.
Fuerza cortante	Esfuerzo interno o resultante de las tensiones paralelas a la dirección de la fuerza externa.
Inercia de sección	También denominado segundo momento de área, es una propiedad geométrica de la sección transversal de elementos estructurales.
Longitud de desarrollo	Longitud embebida del refuerzo en el concreto que se requiere, para desarrollar la resistencia de diseño del refuerzo en una sección crítica.
Losa	Elemento estructural de espesor reducido respecto de sus otras dimensiones usado como techo o piso. Generalmente horizontal y armado en una o dos direcciones, según el tipo de apoyo existente en su contorno. Usado también como diafragma rígido para mantener la unidad de la estructura frente a cargas horizontales de sismo.
Losa maciza	Losa de sección transversal llena, de poco espesor, cuyos bordes descansan sobre vigas relativamente rígidas. Esto con refuerzo en una o dos direcciones ortogonales.

Método de diseño por factores de carga y resistencia	Método de diseño que consiste en aplicar factores de magnificación de cargas y de disminución de resistencia de los materiales.
Módulo de elasticidad	Relación entre el esfuerzo normal y la deformación unitaria correspondiente. Esto para esfuerzos de tracción o compresión menores que el límite de proporcionalidad del material.
Momento flector	Es la reacción inducida en un elemento estructural cuando se aplica una fuerza o momento externo al elemento haciendo que el elemento se flexione.
Momento nominal	Valor teórico sin aplicación de factores de magnificación de cargas.
Número de barra	Tipo de nomenclatura de diámetro de barras. Indica el diámetro nominal de la barra de refuerzo en octavos de pulgada.
Panel	Un panel de losa es un área de la misma que está limitada por los ejes de las columnas, vigas o muros que existan en sus bordes.
Perímetro efectivo	Perímetro de losa calculado con las luces libres de la misma.
Predimensión	Dimensión preliminar de un elemento estructural para realizar análisis estructurales iniciales.

Recubrimiento	Distancia entre la superficie externa del refuerzo y la superficie externa más cercana del concreto expuesto a la intemperie.
Resistencia nominal	Resistencia de un elemento o una sección transversal calculada con las disposiciones e hipótesis del método de diseño por resistencia, antes de aplicar el factor de reducción de resistencia.
Resistencia requerida	Resistencia que un elemento o una sección transversal debe tener para resistir las cargas amplificadas o los momentos y fuerzas internas correspondientes combinadas.
Rigidez	Medida de la oposición que presenta un cuerpo a algún tipo de deformación.
Sobrecarga	Carga que contempla el peso de tabiques, particiones y acabados tales como pisos, acabados en techos y terminaciones.
Viga	Elemento estructural que trabaja fundamentalmente a flexión y cortante.

RESUMEN

En esta investigación se presenta de manera ordenada y abundante el conjunto de procedimientos para diseñar una losa maciza o tradicional en dos sentidos utilizando en método de los coeficientes o método 3 del ACI. El procedimiento abarca desde el ingreso de datos necesarios para arrancar el diseño, hasta la presentación de resultados.

Se empieza con el ingreso de datos tales como la geometría de las losas, las propiedades de los materiales, las cargas de diseño, los factores de magnificación de cargas a utilizar, la duración de cargas sostenidas, las condiciones de apoyo en losas y otros parámetros.

Se continúa determinando el espesor mínimo de losa en función de la relación de rigidez a flexión de las vigas de apoyo y la losa en sí.

Con el espesor de losa definido se realiza la integración de cargas actuantes y se procede a calcular los momentos de flexión actuantes en función de las condiciones de apoyo, la geometría en planta de la losa y las sollicitaciones de carga. Además de los balances de momentos en losas debido al equilibrio interno del sistema estructural y la consideración de momentos negativos presentes en los bordes de losa que no tienen continuidad.

Con las sollicitudes de momento se calcula el refuerzo necesario para cubrir tanto las demandas de carga como las restricciones del refuerzo mínimo y espaciamientos máximos. Con esto se brinda una configuración recomendada de refuerzo.

Por motivos principalmente de particiones móviles dentro de los ambientes debajo de las losas, se calculan las deflexiones totales causadas. Esto debido a deflexiones inmediatas y las adicionales a largo plazo.

Finalizando con la presentación de resultados: espesor de losa, configuraciones de refuerzo y deflexiones totales a cierto tiempo.

OBJETIVOS

General

Desarrollar una serie de hojas de cálculo que realicen el diseño estructural de tableros de losas macizas en dos direcciones utilizando el Método de los Coeficientes y las especificaciones de los reglamentos ACI y AGIES en vigencia.

Específicos

1. Diseñar libros de cálculo para el diseño de tableros de losas macizas en dos sentidos (tableros de 1x1, 2x2 y 3x3 paneles).
2. Determinar los parámetros críticos en el diseño de losas macizas en dos sentidos.
3. Determinar las dimensiones mínimas de vigas de apoyo en losas, para que estas sean dos veces o más rígidas que las franjas de losa continuas.
4. Determinar la configuración de refuerzo óptima necesaria, para resistir las solicitaciones de carga.

INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas más usuales, en el diseño de losas macizas en dos sentidos, es lo tedioso que puede resultar la iteración de todo el proceso de análisis. Debido a que no se cumplen los requerimientos de resistencia o las condiciones de servicio como las deflexiones a largo plazo.

El proceso de análisis y diseño de las losas macizas en dos sentidos se automatizó mediante el uso de hojas de cálculo (utilizando el programa Microsoft Excel). Esto para conseguir resultados prácticamente instantáneos y se evitaron iteraciones utilizando criterios, restricciones y limitaciones del código ACI 318S-11.

Un objetivo paralelo que se puede obtener mediante las hojas de cálculo es la determinación de qué parámetros influyen más o son más delicados a la hora de diseñar una losa maciza en dos direcciones. Gracias a que se pueden alterar las condiciones iniciales, como la geometría de la losa y las propiedades de los materiales, y observar el comportamiento estructural de la losa.

Para el análisis estructural se utilizó el Método de los coeficientes o Método 3 del ACI 318-63. Esto debido a dos razones, su simplicidad y aplicación directa y la confiabilidad que brinda con respecto a los resultados del análisis estructural. Lo anterior es por el hecho de haberse utilizado exitosamente a lo largo de los años.

Como respaldo al uso de este método se puede decir con firmeza que está permitido para el diseño y análisis de losas en dos direcciones en las

versiones actuales del código ACI 318. Además está incluido en el Reglamento colombiano de construcción sismo resistente, NSR-10, Título C debido a su éxito continuo a través de los años.

1. PARÁMETROS DE DISEÑO DE LOSAS

1.1. Generalidades sobre losas

Una losa es un elemento estructural plano, de espesor reducido respecto de sus dimensiones en planta. Esta permite tanto suministrar superficies de apoyo a las cargas verticales como proporcionar suficiente rigidez estructural. Actúa como diafragma rígido para mantener la unidad de la estructura frente a cargas horizontales.

Son utilizadas como techos o entrepisos, generalmente horizontales (sin inclinación) y reforzadas en una o dos direcciones. Esto dependiendo de factores a mencionar como el tipo de apoyo existente en su contorno, la geometría de la misma, entre otros.

1.2. Losas macizas

También conocidas como tradicionales, son las que están conformadas únicamente de concreto y barras de refuerzo de acero. Son muy comunes en edificios debido a la sencillez que presentan para ser construidas y la alta adaptabilidad que tienen ante diseños irregulares.

Sus bordes pueden estar apoyados sobre vigas, muros de carga o muros de mampostería. La condición es que sean suficientemente rígidos y con deflexiones muy pequeñas en comparación con las de la losa.

Dependiendo de la configuración de sus apoyos, y su geometría en planta, pueden dividirse en losas en uno o dos sentidos. En la mayoría de los casos, ambos tipos de losas se diseñan para cargas que se suponen uniformemente distribuidas completamente sobre la superficie de apoyo.

1.3. Losas macizas en dos sentidos

Son las que están apoyadas sobre sus cuatro bordes o tienen una relación entre longitud y ancho menor a dos unidades.

1.3.1. Comportamiento mecánico

Las losas en dos sentidos tienen una acción estructural en dos direcciones. Estas presentan una superficie deformada en forma de domo esférico y en cualquier punto de la losa existen momentos flectores en dos direcciones ortogonales.

Por lo general, las losas macizas en dos direcciones están apoyadas sobre vigas perimetrales a lo largo de sus cuatro bordes. Estas vigas se caracterizan por ser suficientemente rígidas. Además de trabajar monolíticamente con la losa, para transferir flexión, torsión y esfuerzos cortantes.

Además, la rigidez de las vigas de borde garantiza que, bajo la acción de cargas, estas no sufren deformaciones considerables.

1.3.2. Espesores mínimos

Sirven para garantizar que las deflexiones que la losa sufrirá durante su servicio estén dentro de los límites admisibles.

Su cálculo está en función de varios valores, pero principalmente de la relación de rigidez entre las losas y las vigas de apoyo α_f . Según el valor que arroje esta relación se deberán utilizar tablas o fórmulas que brinden el espesor mínimo de la losa.

Esta relación de rigideces se hace utilizando la rigidez a flexión de una sección de viga. Así como la rigidez a flexión de una franja de losa limitada lateralmente por los ejes centrales de los paneles adyacentes (si los hay), a cada lado de la viga.

Dicha relación de rigideces se calcula de la siguiente manera:

$$\alpha_f = \frac{E_{cv} \cdot I_v}{E_{cl} \cdot I_l}$$

[Ec. 1]

Donde α_f es la relación entre la rigidez a flexión de la viga de apoyo contra la franja de losa bajo análisis. E_{cv} y E_{cl} es el módulo de elasticidad del concreto de las vigas de apoyo y de las losas respectivamente (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado). I_v y I_l es la inercia de las vigas de apoyo y de las losas respectivamente (en centímetros a la cuarta potencia).

Por lo general, mientras más pequeño sea el valor de α_f , mayor será el espesor de losa mínimo. Debido que en la práctica, por la economía del

concreto, se apunta siempre a losas de espesores pequeños que cumplan con requerimientos de servicio y resistencia. Se busca que los valores de α_f sean mayores a 2 unidades.

Teniendo en cuenta lo anterior, para valores de alfa (α_f) mayores a 2 unidades, el espesor mínimo de losas puede calcularse como:

$$h_f \geq \frac{\ell \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

[Ec. 2]

Donde h_f es el espesor de la losa (en metros), ℓ es la luz libre (medida a rostros interiores de las vigas) en la dirección larga de la losa (en metros), f_y es la resistencia a la fluencia del acero (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado) y beta (β) es la relación de la dimensión larga y la dimensión corta de las luces libres de la losa.

1.3.3. Rigidez de vigas de apoyo

Con el fin de garantizar que las vigas de apoyo aporten una rigidez suficiente para que la relación de rigidez entre vigas y losa alfa (α_f) ascienda a un valor mayor a 2 unidades. Estas deben cumplir las siguientes consideraciones:

1.3.3.1. En marcos rígidos especiales resistentes a momento

Siempre y cuando se utilice una base mínima de viga de 0,25 m como lo especifica el ACI 21.5.1.3 (estructuras sismo resistentes, elementos sometidos

a flexión en pórticos especiales resistentes a momento), se deben utilizar los siguientes peraltes de viga:

- En losas de borde

En losas de borde con luces libres de hasta 9 m de longitud, utilizar un peralte de viga mayor o igual a tres veces el espesor de losa:

$$h \geq 3h_f \quad \text{[Ec. 3]}$$

- En losas intermedias

Con luces libres de hasta 5 m de longitud, utilizar un peralte de viga mayor o igual a tres veces el espesor de la losa:

$$h \geq 3h_f \quad \text{[Ec. 4]}$$

Con luces libres de hasta 8 m de longitud, utilizar un peralte de viga mayor o igual a 3,5 veces el espesor de la losa:

$$h \geq 3,5h_f \quad \text{[Ec. 5]}$$

Para más información, revisar el título Relación entre la rigidez a flexión de viga y losa en la sección de anexos.

1.3.3.2. En estructuras de mampostería

En los casos en los que se diseñe con estructuras de mampostería, se sugiere que las vigas de corona o remate. Sobre las cuales se apoya la losa, tengan un peralte mayor o igual a dos veces el espesor de losa con el fin de para garantizar suficiente rigidez.

$$h \geq 2h_f$$

[Ec. 6]

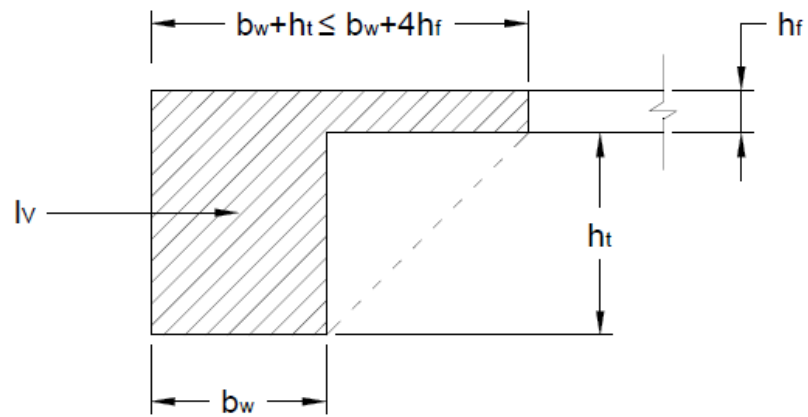
1.3.4. Inercia de vigas y losas

A continuación, se presentan la forma en la que se calcula la inercia en el caso de vigas y el de losas:

1.3.4.1. Inercia de vigas

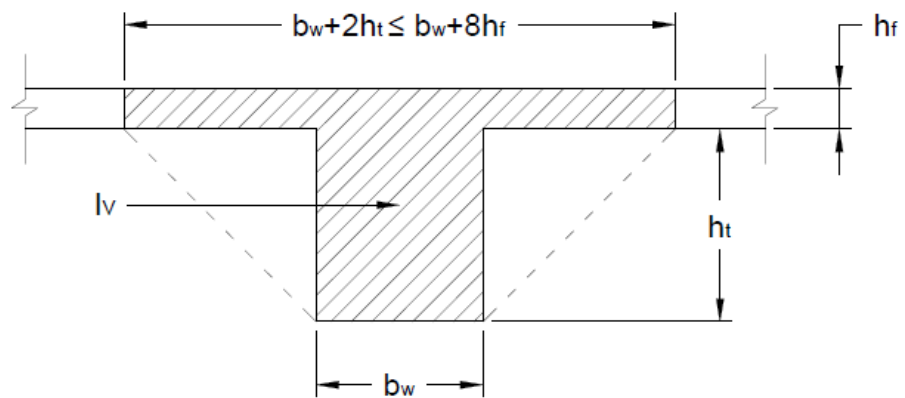
Según el ACI 318S-11, en la sección 13.2.4, cuando las vigas y las losas forman parte de un sistema monolítico o totalmente compuesto, a la viga se le incluye porciones de losa como si fueran alas. Esta porción adicional es igual a la distancia de la proyección a 45° desde la viga hacia la losa, como se presenta a continuación:

Figura 1. **Sección de viga de borde a considerar**



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

Figura 2. **Sección de viga intermedia a considerar**

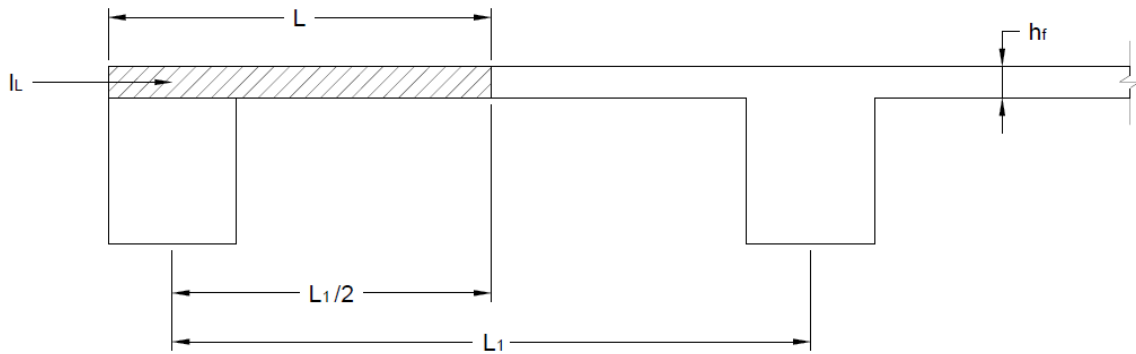


Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

1.3.4.2. Inercia de losas

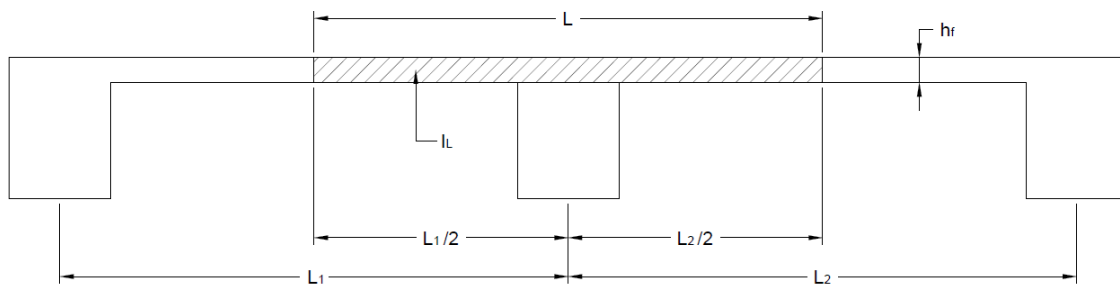
En el caso de la inercia de losas, la longitud de la misma debe limitarse lateralmente por los ejes centrales de los paneles adyacentes a cada lado de la viga. Esto si es que los hay, como se ilustra en las siguientes figuras:

Figura 3. **Sección de losa de borde a considerar**



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

Figura 4. **Sección de losa intermedia a considerar**



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

1.3.5. Limitaciones del refuerzo

A continuación, se presentan las limitaciones mínimas y máximas de acero de refuerzo en losas recomendables.

1.3.5.1. Refuerzo mínimo en elementos sometidos a flexión

En losas en dos sentidos, la cantidad mínima de refuerzo se aplica debido a la restricción de espesor mínimo de losa. Se tiene una sección transversal mayor a la requerida por las consideraciones de resistencia. Y cuando la cantidad de refuerzo a tracción es muy pequeña, el tipo de falla puede ser del tipo repentina.

Para evitar dicha falla se requiere una cantidad mínima de refuerzo a tracción. Esto tanto en las regiones de momento positivo como en las de momento negativo, que pueden ser la siguiente:

$$A_s \geq \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$$

[Ec. 7]

$$A_s \geq \frac{14}{f_y} b_w d$$

[Ec. 8]

Donde A_s es el área de acero de refuerzo, f_y es la resistencia a la fluencia del acero (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado), f'_c es la resistencia a la compresión del concreto (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado), b_w

es la base bajo análisis de losa igual a 1 m y d es el peralte efectivo de la losa (en metros).

1.3.5.2. Refuerzo por retracción y temperatura

En las losas macizas se debe proporcionar refuerzo suficiente para resistir los esfuerzos por retracción del concreto y cambios de temperatura. Este refuerzo sirve para minimizar fisuración y amarrar la estructura para que actúe como se supone en el diseño. Se coloca perpendicular al refuerzo por flexión. Está en función del tipo de refuerzo que se utilice.

En la mayoría de los casos típicos, este valor es superado por el refuerzo mínimo en elementos sometidos a flexión.

Para refuerzo con barras corrugadas con una resistencia a la fluencia de 2 800 y 3 500 kgf/cm², se debe utilizar:

$$A_{st} = 0,002b_w h_f \quad [\text{Ec. 9}]$$

Para refuerzo con barras corrugadas con una resistencia a la fluencia de 4 200 kgf/cm², se debe utilizar:

$$A_{st} = 0,0018b_w h_f \quad [\text{Ec. 8}]$$

Donde A_{st} es el área de acero de refuerzo mínima por retracción y temperatura (en metros cuadrados), b_w es la base bajo análisis de losa igual a 1 m y h_f es el espesor de losa (en metros).

1.3.5.3. Refuerzo máximo

La cantidad máxima de refuerzo a tracción en elementos sometidos a flexión está limitada con una cantidad máxima. El objetivo es garantizar un comportamiento y falla del tipo dúctil.

Esto para que la deformación unitaria en el acero a tracción exceda en gran medida la deformación unitaria de fluencia cuando el concreto alcance su deformación unitaria última. Se presentan las losas deflexiones grandes y amplias advertencias de una falla inminente.

El área de acero máxima se puede calcular como una fracción de la cuantía balanceada, que viene siendo:

$$\rho_b = \frac{0,85\beta_1 f'_c}{f_y} \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

[Ec. 9]

Donde ρ_b es la cuantía balanceada de refuerzo, β_1 es un factor adimensional en función de la resistencia a compresión del concreto, f'_c es la resistencia a la compresión del concreto (en kgf/cm²) y f_y es la resistencia a la fluencia del acero (en kgf/cm²).

El ACI 318S-11 indica que para la mayoría de diseños estructurales, siempre y cuando no se requieran grandes cantidades de ductilidad. Utilizar como límite superior del refuerzo una cuantía igual a $0,75\rho_b$ garantiza un comportamiento dúctil.

$$A_s \leq 0,75\rho_b$$

[Ec. 10]

Ahora bien, si el diseño requiere una ductilidad mayor, como en el caso de las estructuras sismo resistentes, se sugiere que la cuantía del refuerzo a tracción esté por debajo del $0,50\rho_b$

$$A_s \leq 0,50\rho_b$$

[Ec. 11]

El valor β_1 es un factor que relaciona la altura del bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con la profundidad del eje neutro. Esto depende de la resistencia a compresión del concreto y se puede calcular de la siguiente manera:

- Para concretos con f'_c menores o iguales a 280 kg/cm^2 , β_1 es igual a $0,85$
- Para concretos con f'_c mayores o iguales a 560 kg/cm^2 , β_1 es igual a $0,65$
- Para concretos con f'_c entre a 280 y 560 kg/cm^2 , β_1 se calcula de la siguiente manera:

$$\beta_1 = 0,85 - 0,05 \left(\frac{f'_c - 280}{1400} \right)$$

[Ec. 12]

Donde f'_c es la resistencia a la compresión del concreto (en kgf/cm^2).

1.3.5.4. Separación del refuerzo

A continuación se presentan los límites de separación de refuerzo en losas.

1.3.5.4.1. Separación mínima

Los límites mínimos de separación de refuerzo se establecen con objetivos tanto estructurales como de construcción. Estructurales ya que evitan concentración de barras de refuerzo en un mismo plano que puedan causar agrietamiento por esfuerzo cortante o retracción. De construcción para permitir el flujo rápido y considerablemente libre del concreto que se encuentra entre los espacios comprendidos entre barras de refuerzo y entre las barras y el encofrado, para evitar huecos.

Dependiendo la condición de las barras, se tienen las siguientes separaciones mínimas:

Tabla I. Separación mínima del refuerzo

Condición	Separación mínima
En barras paralelas de una capa	d_b
	25 mm
Entre capas en refuerzos de dos o más capas	25 mm

Fuente: ACI 318S-08, capítulo 7, sección 7.6

1.3.5.4.2. Separación máxima

Los límites de separación máxima del refuerzo se establecen con el fin de reducir agrietamientos y prevenir la existencia de cargas concentradas en áreas pequeñas de la losa. Esta separación es medida de centro a centro del refuerzo.

Para losas macizas en dos sentidos, el espaciamiento del refuerzo en las secciones críticas no debe exceder 2 veces el espesor de la losa.

$$S \leq 2h_f$$

[Ec. 13]

1.3.6. Configuración del refuerzo

El refuerzo se puede configurar de varias maneras para resistir los momentos flectores generados en las losas. En la práctica se utilizan los dos siguientes métodos:

1.3.6.1. Bastón, tensión y riel

Se refuerza con tres líneas de refuerzos principales, coloquialmente llamados bastón, tensión y riel o temperatura:

- El bastón cubre parte de la demanda de momento negativo generado en los apoyos de la losa, se coloca en la cama alta del refuerzo. Por lo general se dejan con una longitud de $\frac{1}{4}$ de la luz libre en ese sentido de la losa.

- El riel se coloca en la cama inferior de la losa, por debajo del bastón, a lo largo de toda su longitud. Cubre principalmente los esfuerzos por retracción y temperatura y en menor parte la demanda del momento positivo generado en las franjas centrales de la losa.
- La tensión se coloca en la cama superior de la losa, intercalado con los bastones. A esta barra se le realiza un dobléz a 45° hacia abajo, a una distancia de 1/5 de la luz libre en ese sentido en cada extremo del refuerzo. El dobléz se contrarresta al llegar al límite inferior permitido por el recubrimiento del concreto (cama inferior). Este refuerzo sirve para cubrir la demanda del momento positivo presente en las franjas centrales de la losa.

Cabe destacar que los bastones, rieles y tensiones se dejan embebidos en el apoyo, con un gacho estándar a 90° o a 180° dependiendo de la geometría de las vigas de apoyo, y una longitud de desarrollo en función del diámetro de barra que se utilice y otros parámetros.

1.3.6.2. Tensores y rieles corridos

En la construcción de losas macizas de gran escala, como las presentes en edificios, se suele utilizar una configuración de refuerzo un poco más cómoda de ensamblar y construir. Esto por medio de tensores y rieles:

- En la cama superior de la losa se colocan tensores que resisten las solicitaciones de momento negativo generados en los apoyos de la losa. Se cortan a una longitud igual a $\frac{1}{4}$ de la luz libre en ese sentido de la losa, medidos desde el rostro interior de la viga de apoyo hacia el centro de la losa.

- En la cama inferior de la losa se colocan rieles corridos que resisten las solicitaciones de momento positivo generadas en las franjas centrales de la losa y cubrir los requisitos de refuerzo mínimo por contracción y temperatura.

Cabe destacar que tanto los tensores como los rieles se dejan embebidos en el apoyo, con un gacho estándar a 90° o a 180° dependiendo de la geometría de las vigas de apoyo, y una longitud de desarrollo en función del diámetro de barra que se utilice y otros parámetros.

1.3.7. Determinación del área de acero

Para la determinación del área de acero necesaria se utilizará la siguiente fórmula. Se obtiene a través del análisis elástico de flexión en vigas rectangulares, utilizando una distribución rectangular equivalente de los esfuerzos a compresión del concreto. El análisis se realizará con una base igual a una franja de diseño de losa igual a 1 metro de ancho.

$$A_s = \frac{0,85f'_c b_w d}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_U}{\phi 0,85f'_c b_w d^2}} \right)$$

[Ec. 14]

Donde f'_c es el esfuerzo a compresión del concreto (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado), f_y es el esfuerzo a la fluencia del acero (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado), b_w es la base bajo análisis de la losa igual a 1 m. d es el peralte efectivo de la losa (en centímetros), M_U es el momento de flexión último solicitante (en kilogramos fuerza por metro) y ϕ es el factor de reducción de resistencia (adimensional).

1.3.8. Verificación de fuerza cortante

El código ACI especifica que la resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto puede calcularse de la siguiente manera:

$$\phi V_c = \phi 0.53 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

[Ec. 15]

Donde ϕ es un factor de reducción de resistencia (adimensional), λ es un factor de modificación en función del peso del concreto (adimensional), f'_c es el esfuerzo a compresión del concreto (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado), b_w es la base bajo análisis de la losa igual a 1 m y d es el peralte efectivo de la losa (en m).

Para el cálculo de la resistencia a cortante del concreto, el valor de ϕ puede usarse igual a 0,75 según el ACI 318S-11, sección 9.3.2.3.

El factor λ cubre la posibilidad de resistencias a cortante bajas debido a la baja resistencia a tracción del concreto de peso liviano. El ACI318S-11 recomienda utilizar los siguientes valores:

Tabla II. Valores de λ según el tipo de concreto

Tipo de concreto	λ
Peso normal	1,00
Peso liviano de arena de peso normal	0,85
Otros concreto de peso liviano	0,75

Fuente: ACI 318S-08, 8.6.1

El tipo de concreto se clasifica según el peso específico de la siguiente manera:

- Concreto de peso normal - concreto con un peso específico entre 2 155 y 2 560 kgf/m³. Por lo general se utiliza un valor entre 2 315 y 2 400 kg/m³.
- Concreto liviano - concreto con agregado liviano que tiene un peso específico entre 1 440 y 1 840 kgf/m³.

1.3.9. Balance de momentos flectores

En losas continuas, para cumplir con las condiciones de equilibrio estático en las vigas de apoyo, se realiza un balance de momentos negativos. Según qué tan grande sea la diferencia entre los dos momentos a balancear se utiliza el método de promedio o el de rigidez:

1.3.9.1. Balance por promedio

Cuando el momento menor a balancear es mayor o igual a 0,8 veces el momento mayor a balancear. Se puede realizar el balanceo a través de un promedio:

$$M_{\text{bal}} = \frac{M_1 + M_2}{2}$$

Donde M_1 es en momento a balancear de menor magnitud y M_2 es el momento a balancear de mayor magnitud (ambos en kilogramo fuerza por metro).

1.3.9.2. Balance por rigidez

Cuando el momento menor a balancear es menor a 0,8 veces el momento mayor a balancear, se realiza el balanceo a través de un balance por rigidez. El balance por rigidez consiste en tomar en cuenta la luz libre de las losas que se están balanceando. El fin es distribuir de una manera con más sentido estructural los mismos.

Este tipo de balance utiliza dos factores que están en función de la luz libre, siendo de la siguiente manera:

$$f_1 = \frac{\frac{1}{\ell_1}}{\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2}}$$

$$f_2 = \frac{\frac{1}{\ell_2}}{\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2}}$$

Donde ℓ_1 es la luz libre de la losa con el momento menor (en m), ℓ_2 es la luz libre de la losa con el momento mayor (en m).

Calculados los factores de distribución se calculan ambos momentos balanceados, que resultan siendo idénticos:

$$M_{1 \text{ bal}} = M_1 + f_2(M_2 - M_1)$$

$$M_{2 \text{ bal}} = M_2 + f_1(M_2 - M_1)$$

Donde f_1 y f_2 son factores adimensionales de distribución de momento.

1.4. Recubrimiento

Es la distancia entre la superficie externa del refuerzo y la superficie externa más cercana del concreto. Se utiliza para garantizar adherencia entre el refuerzo y el concreto y para proteger las barras de refuerzo contra los agentes de oxidación que puedan causar corrosión del acero, como para brindar protección contra la abrasión y el fuego.

Se mide desde la superficie del concreto hasta la superficie exterior del acero. Para el caso de losas macizas (concreto construido en sitio y refuerzo no pre esforzado), el recubrimiento no debe ser menor que los valores descritos en la siguiente tabla:

Tabla III. **Recubrimientos mínimos del concreto**

Condición	Recubrimiento de concreto, en mm
Concreto expuesto al suelo o a la intemperie. Barras de refuerzo número 5 y menores.	40
Concreto no expuesto a la intemperie ni en contacto con el suelo. Barras de refuerzo número 11 y menores.	20

Fuente: ACI 318S-11 7.7.1

1.5. Longitud de desarrollo

A grandes rasgos, esta es la longitud del refuerzo que necesita estar introducida dentro del concreto más allá de la sección crítica. Esto para que el refuerzo pueda desarrollar correctamente toda la resistencia de diseño, garantizando suficiente adherencia y agrietamientos pequeños cerca del refuerzo.

Debido a la geometría y la configuración de refuerzo usual en losas macizas, se puede utilizar la siguiente expresión como la longitud mínima de desarrollo:

$$l_d = d_b \left(\frac{f_y \Psi_t \Psi_e \lambda}{6,6 \sqrt{f'_c}} \right)$$

[Ec. 16]

Donde d_b es el diámetro nominal de varilla de acero de refuerzo (en metros), f_y es la resistencia a la fluencia del acero (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado), Ψ_t es un factor de modificación en función de la localización del refuerzo (adimensional), Ψ_e es un factor de modificación en función del revestimiento del refuerzo (adimensional), λ es un factor de modificación en función del peso del concreto (adimensional) y f'_c el esfuerzo a compresión del concreto (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado).

1.5.1. Limitaciones de la longitud de desarrollo

El ACI 318S-11 indica en la sección 12.2.1 que la longitud de desarrollo no debe ser para ningún caso menor que 0,30 m.

1.5.2. Longitudes de desarrollo usuales

Por lo general, en losas macizas se pueden asumir los factores $\Psi_t=1,0$ ya que siempre habrá menos de 30 cm de concreto fresco debajo de la longitud de desarrollo, $\Psi_e=1,0$ para barras de refuerzo sin recubrimiento epóxico y $\lambda=1,0$ para concreto de peso normal. Resultando la expresión de la siguiente manera:

$$\ell_d = d_b \left(\frac{f_y}{6,6\sqrt{f'_c}} \right)$$

Donde los esfuerzos están en dados en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado y el diámetro nominal de la varilla de acero en metros.

2. MÉTODO DE LOS COEFICIENTES – MÉTODO 3 DEL ACI

También es conocido como Método 3 del Código ACI, es un método de análisis estructural aplicable a losas macizas en dos direcciones.

Fue originalmente propuesto por Henry Marcus en 1929 en el artículo publicado bajo el nombre *Vereinfachte Berechnung Biegsamer Platten* (en español, cálculo simplificado de placas flexibles). Años más tarde, en 1944, fue presentado en Estados Unidos de América por Paul Rogers en el artículo *Two-Way Reinforced Concrete Slabs* (en español, losas de concreto reforzado en dos sentidos).

A pesar de que ya no forma parte del código ACI después la versión de 1963, se permite su uso según la disposición del código ACI en donde se establece que "Se permite diseñar un sistema de losas mediante cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, si se demuestra que la resistencia de diseño en cada sección es por lo menos igual a la resistencia requerida en las secciones 9.2 y 9.3, y se cumplen todas las condiciones de servicio incluyendo los límites especificados para las deformaciones"¹

2.1. Bases teóricas

El método se basa en la idea de que bajo la acción de carga, una losa con apoyos rígidos en todos sus extremos, se deflecta formando una superficie en forma de elipsoidal. Esto es con curvatura en las dos direcciones

¹Reglamento ACI 318S-08. Sección 13.5.1

perpendiculares a los bordes. Esta deformación genera momentos flectores y torsionales en las dos direcciones.

Presenta tablas de coeficientes basados en la determinación de los momentos flectores en losas bidireccionales. Esto por medio de la teoría de elasticidad considerando la reducción de los momentos por efecto de la redistribución inelástica de tensiones. En consecuencia, el momento de diseño para cada dirección es menor que el máximo obtenido por elasticidad para esa misma dirección.

Estas tablas de coeficientes están en función de la geometría, las condiciones de apoyo de la losa y del tipo de carga bajo análisis, resultando el siguiente conjunto de tablas:

- Coeficientes para momentos negativos
- Coeficientes para momentos positivos en función de la carga
 - Coeficientes para momentos positivos debidos a la carga muerta, donde se consideran todos los bordes continuos.
 - Coeficientes para momentos positivos debidos a la carga viva, donde se analiza el caso en el que la carga viva se aplica únicamente en la losa bajo análisis. Para obtener el momento positivo máximo posible se supone que los bordes continuos ofrecen solo un 50 % de restricción rotacional.
- Relación de carga que se transmite en cada dirección de la losa.

Tabla IV. **Coefficientes para momentos negativos, lado corto - $C_a(-)$**

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0.50	0,000	0,086	0,000	0,094	0,090	0,097	0,000	0,089	0,088
0.55	0,000	0,084	0,000	0,092	0,089	0,096	0,000	0,085	0,086
0.60	0,000	0,081	0,000	0,089	0,088	0,095	0,000	0,080	0,085
0.65	0,000	0,077	0,000	0,085	0,087	0,093	0,000	0,074	0,083
0.70	0,000	0,074	0,000	0,081	0,086	0,091	0,000	0,068	0,081
0.75	0,000	0,069	0,000	0,076	0,085	0,088	0,000	0,061	0,078
0.80	0,000	0,065	0,000	0,071	0,083	0,086	0,000	0,055	0,075
0.85	0,000	0,060	0,000	0,066	0,082	0,083	0,000	0,049	0,072
0.90	0,000	0,055	0,000	0,060	0,080	0,079	0,000	0,043	0,068
0.95	0,000	0,050	0,000	0,055	0,079	0,075	0,000	0,038	0,065
1.00	0,000	0,045	0,000	0,050	0,075	0,071	0,000	0,033	0,061

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 378.

Tabla V. **Coefficientes para momentos negativos, lado largo - $C_b(-)$**

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0,50	0,000	0,006	0,022	0,006	0,000	0,000	0,014	0,010	0,003
0,55	0,000	0,007	0,028	0,008	0,000	0,000	0,019	0,014	0,005
0,60	0,000	0,010	0,035	0,011	0,000	0,000	0,024	0,018	0,006
0,65	0,000	0,014	0,043	0,015	0,000	0,000	0,031	0,024	0,008
0,70	0,000	0,017	0,050	0,019	0,000	0,000	0,038	0,029	0,011
0,75	0,000	0,022	0,056	0,024	0,000	0,000	0,044	0,036	0,014
0,80	0,000	0,027	0,061	0,029	0,000	0,000	0,051	0,041	0,017
0,85	0,000	0,031	0,065	0,034	0,000	0,000	0,057	0,046	0,021
0,90	0,000	0,037	0,070	0,040	0,000	0,000	0,062	0,052	0,025
0,95	0,000	0,041	0,072	0,045	0,000	0,000	0,067	0,056	0,029
1,00	0,000	0,045	0,076	0,050	0,000	0,000	0,071	0,061	0,033

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 378.

Tabla VI. **Coeficientes para momentos positivos debidos a carga viva, lado corto – $C_a(+)$ L**

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0,50	0,095	0,066	0,088	0,077	0,067	0,078	0,092	0,076	0,067
0,55	0,088	0,062	0,080	0,072	0,063	0,073	0,085	0,070	0,063
0,60	0,081	0,058	0,071	0,067	0,059	0,068	0,077	0,065	0,059
0,65	0,074	0,053	0,064	0,062	0,055	0,064	0,070	0,059	0,054
0,70	0,068	0,049	0,057	0,057	0,051	0,060	0,063	0,054	0,050
0,75	0,061	0,045	0,051	0,052	0,047	0,055	0,056	0,049	0,046
0,80	0,056	0,041	0,045	0,048	0,044	0,051	0,051	0,044	0,042
0,85	0,050	0,037	0,040	0,043	0,041	0,046	0,045	0,040	0,039
0,90	0,045	0,034	0,035	0,039	0,037	0,042	0,040	0,035	0,036
0,95	0,040	0,030	0,031	0,035	0,034	0,038	0,036	0,031	0,032
1,00	0,036	0,027	0,027	0,032	0,032	0,035	0,032	0,028	0,030

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 380.

Tabla VII. **Coefficientes para momentos positivos debidos a carga viva, lado largo – $C_b(+)$ L**

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0,50	0,006	0,004	0,007	0,005	0,004	0,005	0,007	0,005	0,004
0,55	0,008	0,006	0,009	0,007	0,005	0,006	0,009	0,007	0,006
0,60	0,010	0,007	0,011	0,009	0,007	0,008	0,011	0,009	0,007
0,65	0,013	0,010	0,014	0,011	0,009	0,010	0,014	0,011	0,009
0,70	0,016	0,012	0,016	0,014	0,011	0,013	0,017	0,014	0,011
0,75	0,019	0,014	0,019	0,016	0,013	0,016	0,020	0,016	0,013
0,80	0,023	0,017	0,022	0,020	0,016	0,019	0,023	0,019	0,017
0,85	0,026	0,019	0,024	0,023	0,019	0,022	0,026	0,022	0,020
0,90	0,029	0,022	0,027	0,026	0,021	0,025	0,029	0,024	0,022
0,95	0,033	0,025	0,029	0,029	0,024	0,029	0,032	0,027	0,025
1,00	0,036	0,027	0,032	0,032	0,027	0,032	0,035	0,030	0,028

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 380.

Tabla VIII. **Coeficientes para momentos positivos debidos a carga muerta, lado corto – $C_a(+)$ D**

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0,50	0,095	0,037	0,080	0,059	0,039	0,061	0,089	0,056	0,038
0,55	0,088	0,035	0,071	0,056	0,038	0,058	0,081	0,052	0,037
0,60	0,081	0,034	0,062	0,053	0,037	0,056	0,073	0,048	0,036
0,65	0,074	0,032	0,054	0,050	0,036	0,054	0,065	0,044	0,034
0,70	0,068	0,030	0,046	0,046	0,035	0,051	0,058	0,040	0,033
0,75	0,061	0,028	0,040	0,043	0,033	0,048	0,051	0,036	0,031
0,80	0,056	0,026	0,034	0,039	0,032	0,045	0,045	0,032	0,029
0,85	0,050	0,024	0,029	0,036	0,031	0,042	0,040	0,029	0,028
0,90	0,045	0,022	0,025	0,033	0,029	0,039	0,035	0,025	0,026
0,95	0,040	0,020	0,021	0,030	0,028	0,036	0,031	0,022	0,024
1,00	0,036	0,018	0,018	0,027	0,027	0,033	0,027	0,020	0,023

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 379.

Tabla IX. **Coefficientes para momentos positivos debidos a carga muerta, lado largo – $C_b(+)$ D**

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0,50	0,006	0,002	0,007	0,004	0,001	0,003	0,007	0,004	0,002
0,55	0,008	0,003	0,009	0,005	0,002	0,004	0,009	0,005	0,003
0,60	0,010	0,004	0,011	0,007	0,003	0,006	0,012	0,007	0,004
0,65	0,013	0,006	0,014	0,009	0,004	0,007	0,014	0,009	0,005
0,70	0,016	0,007	0,016	0,011	0,005	0,009	0,017	0,011	0,006
0,75	0,019	0,009	0,018	0,013	0,007	0,012	0,020	0,013	0,007
0,80	0,023	0,011	0,020	0,016	0,009	0,015	0,022	0,015	0,010
0,85	0,026	0,012	0,022	0,019	0,011	0,017	0,025	0,017	0,013
0,90	0,029	0,014	0,024	0,022	0,013	0,021	0,028	0,019	0,015
0,95	0,033	0,016	0,025	0,024	0,015	0,024	0,031	0,021	0,017
1,00	0,036	0,018	0,027	0,027	0,018	0,027	0,033	0,020	0,020

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 379.

Tabla X. **Relación de la carga que se transmite hacia la dirección corta**
– W_a

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0.50	0.940	0.940	0.760	0.940	0.990	0.970	0.860	0.890	0.970
0.55	0.920	0.920	0.690	0.920	0.980	0.960	0.810	0.850	0.950
0.60	0.890	0.890	0.610	0.890	0.970	0.950	0.760	0.800	0.940
0.65	0.850	0.850	0.530	0.850	0.960	0.930	0.690	0.740	0.920
0.70	0.810	0.810	0.450	0.810	0.950	0.910	0.620	0.680	0.890
0.75	0.760	0.760	0.390	0.760	0.940	0.880	0.560	0.610	0.860
0.80	0.710	0.710	0.330	0.710	0.920	0.860	0.490	0.550	0.830
0.85	0.660	0.660	0.280	0.660	0.900	0.830	0.430	0.490	0.790
0.90	0.600	0.600	0.230	0.600	0.880	0.790	0.380	0.430	0.750
0.95	0.550	0.550	0.200	0.550	0.860	0.750	0.330	0.380	0.710
1.00	0.500	0.500	0.170	0.500	0.830	0.710	0.290	0.330	0.670

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 381.

Tabla XI. **Relación de la carga que se transmite hacia la dirección larga**
– W_b

β	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
0,50	0,060	0,060	0,240	0,060	0,010	0,030	0,140	0,110	0,030
0,55	0,080	0,080	0,310	0,080	0,020	0,040	0,190	0,150	0,050
0,60	0,110	0,110	0,390	0,110	0,030	0,050	0,240	0,200	0,060
0,65	0,150	0,150	0,470	0,150	0,040	0,070	0,310	0,260	0,080
0,70	0,190	0,190	0,550	0,190	0,050	0,090	0,380	0,320	0,110
0,75	0,240	0,240	0,610	0,240	0,060	0,120	0,440	0,390	0,140
0,80	0,290	0,290	0,670	0,290	0,080	0,140	0,510	0,450	0,170
0,85	0,340	0,340	0,720	0,340	0,100	0,170	0,570	0,510	0,210
0,90	0,400	0,400	0,770	0,400	0,120	0,210	0,620	0,570	0,250
0,95	0,450	0,450	0,800	0,450	0,140	0,250	0,670	0,620	0,290
1,00	0,500	0,500	0,830	0,500	0,170	0,290	0,710	0,670	0,330

Fuente: NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. p 381.

2.2. Limitaciones

Este método es únicamente aplicable a losas cuyos paneles están apoyados en sus cuatro bordes sobre muros o sobre vigas suficientemente rígidas ante deflexiones verticales.

Una viga de apoyo se considera rígida ante la losa cuando el parámetro α_f es mayor o igual a 2 (ver inciso 1.3.3, Rigidez de vigas de apoyo). Este valor asegura que, bajo la acción de cargas, únicamente la losa sufre deformaciones verticales y no los apoyos.

En el caso que los apoyos no se consideren rígidos, se dice que la rigidez torsional es despreciable y debe considerarse que la losa tiene un apoyo no continuo. En este último caso el momento negativo de diseño de la losa, en el borde discontinuo debe ser considerado, para efectos de diseño, igual a un tercio del momento positivo de diseño en ese sentido.

2.3. Descripción general del método

A continuación se presentan el procedimiento general del método de los coeficientes.

2.3.1. Distribución transversal de momentos en la losa

Para la distribución de momentos en la sección transversal de la losa, el método divide la losa, en cada sentido. Esto es en franjas de columnas y franjas centrales:

- Las franjas de borde o de columna son franjas de diseño con un ancho a cada lado del eje de la columna igual un cuarto del ancho del panel. Las franjas de columna incluyen las vigas, si las hay.
- Las franjas centrales son franjas de diseño limitadas por dos franjas de columna. En otras palabras, es una franja de diseño con ancho de la mitad del panel.

El método indica que los momentos de diseño en la franja de columnas son menores que los de la franja central. Estos deben reducirse gradualmente de su valor total hasta un tercio del momento en el borde de la losa. Esta

suposición implica que puede existir una reducción del refuerzo de la losa cerca de sus apoyos.

2.3.2. Determinación de momentos

Los momentos de diseño de la franja central deben calcularse usando los factores tabulados desde la tabla III hasta la tabla X. Se utilizan las siguientes ecuaciones:

2.3.2.1. Para momentos negativos desarrollados en los bordes de la losa

Para el cálculo de momentos negativos desarrollados en los bordes de la losa puede utilizarse la siguiente ecuación:

$$M_a(-) = C_a(-) \cdot CU \cdot \ell_a^2$$

[Ec. 17]

Donde $C_a(-)$ es el coeficiente de momento negativo en el sentido corto, CU es la carga última (en kfg/m^2) y ℓ_a la luz libre en el sentido corto (en m).

$$M_b(-) = C_b(-) \cdot CU \cdot \ell_b^2$$

[Ec. 18]

Donde $C_b(-)$ es el coeficiente de momento negativo en el sentido largo y ℓ_b la luz libre en el sentido largo (en m).

2.3.2.2. Para momento positivo generado por carga muerta

Para el cálculo de momentos positivos generados por cargas muertas puede utilizarse la siguiente ecuación:

$$M_a(+D) = C_a(+D) \cdot \gamma_D D \cdot \ell_a^2$$

[Ec. 19]

Donde $C_a(+D)$ es el coeficiente de momento positivo para carga muerta en el sentido corto. γ_D es el factor de magnificación de carga muerta y D es la carga muerta (en kfg/m^2).

$$M_b(+D) = C_b(+D) \cdot \gamma_D D \cdot \ell_b^2$$

[Ec. 20]

Donde $C_b(+D)$ es el coeficiente de momento positivo para carga muerta en el sentido largo.

2.3.2.3. Para momentos positivos generados por carga viva

Para el cálculo de momentos positivos generados por cargas vivas pueden utilizarse las siguientes ecuaciones:

$$M_a(+L) = C_a(+L) \cdot \gamma_L L \cdot \ell_a^2$$

[Ec. 21]

Donde $C_a(+)$ L es el coeficiente de momento positivo para carga viva en el sentido corto, γ_L es el factor de magnificación de carga viva y L es la carga viva (en kfg/m²).

$$M_b(+)\text{L} = C_b(+)\text{L} \cdot \gamma_L \text{L} \cdot \ell_b^2$$

[Ec. 22]

Donde $C_b(+)$ L es el coeficiente de momento positivo para carga muerta en el sentido largo.

2.3.2.4. Momentos positivos totales

Para el cálculo de los momentos positivos totales generados en la losa se utiliza la siguiente ecuación:

$$M_a(+) = M_a(+)\text{L} + M_a(+)\text{D}$$

Donde $M_a(+)$ L y $M_a(+)$ D son los momentos positivos generados en el sentido corto, debidos a carga viva y carga muerta respectivamente (en kfg·m).

$$M_b(+) = M_b(+)\text{L} + M_b(+)\text{D}$$

Donde $M_b(+)$ L y $M_b(+)$ D son los momentos positivos generados en el sentido largo, debidos a carga viva y carga muerta respectivamente (en kfg·m).

2.3.3. Fuerza cortante en el apoyo

Para calcular en qué proporción se distribuye, en cada sentido, la carga total de la losa, se utiliza la tabla A1 que indica dicha distribución de carga.

Para efectos del cálculo de la fuerza cortante que se distribuye en cada sentido de la losa, se utilizan las siguientes fórmulas:

$$V_a = \frac{W_b \cdot CU \cdot \ell_a \cdot \ell_b}{2\ell_a}$$

Donde $CU \cdot \ell_a \cdot \ell_b$ es la carga total aplicada sobre la losa. W_b es la relación de fuerza cortante que se transmite en el sentido largo hacia los apoyos del sentido corto. ℓ_a del denominador es la longitud del sentido corto de la losa que soportará la fuerza cortante.

$$V_b = \frac{W_a \cdot CU \cdot \ell_a \cdot \ell_b}{2\ell_b}$$

Donde W_a es la relación de fuerza cortante que se transmite en el sentido corto hacia los apoyos del sentido largo y el ℓ_b del denominador es la longitud del sentido largo de la losa que soportará la fuerza cortante.

2.4. Consideraciones especiales

Debido a los resultados obtenidos en el trabajo de graduación titulado *Estudio paramétrico para la comparación de diseño de losas por el método 3 y por el método del marco equivalente* de Guillermo Arturo Ramírez Hunter, no se considerará la reducción de los momentos de flexión en las franjas de columnas. Distribuyendo entonces el momento calculado para las franjas centrales a lo largo de toda la losa.

3. CARGAS

3.1. Cargas muertas

Son todas las cargas de elementos permanentes de la construcción. Por lo general son los que se presentan a continuación.

3.1.1. Peso de los materiales

Es la carga que aportará la losa de concreto reforzado, es decir, el peso propio de la estructura. Se calcula a través del producto del espesor que tendrá la losa y el peso específico del concreto reforzado.

$$D_1 = \gamma_{CR} \cdot h_f$$

Donde γ_{CR} es el peso específico del concreto reforzado. Por lo general se utiliza un valor entre 2 300 y 2 500 kgf/m³.

3.1.2. Pisos

Si se tiene previsto recubrir la superficie estructural con recubrimientos de piso. Este deberá considerarse el peso propio del piso además del peso del relleno de nivelación necesario para el mismo.

3.1.3. Tabiques y particiones

Los tabiques y particiones interiores no incorporadas al sistema estructural deberán incluirse como cargas muertas. Por lo general se consideran como cargas uniformemente distribuidas en función del peso unitario y la densidad de su construcción.

La versión vigente de la NSE 2-10 de AGIES (revisión junio 2013) recomienda que en oficinas, viviendas y espacios locales comerciales. Este recomienda tomar una carga de tabiques mínima en área de planta de 75 kgf/m².

Para más información sobre la integración de la carga de tabiques y particiones, revisar el título Integración de carga de tabiques y particiones de la sección de anexos.

3.1.4. Equipos fijos

La carga muerta de equipos fijos sujetos a la estructura.

3.1.5. Sobrecarga

Carga que contempla el peso de tabiques, particiones y acabados tales como pisos, acabados en techos y terminaciones. Por lo general se usa un valor que oscila entre 75 kfg/m² y 125 kgf/m², pero por lo general un valor bastante aceptado es el de 100 kfg/m².²

² CORZO, Mario. *Notas mampostéricas de una sabandija*. p. 55.

3.2. Cargas vivas

Son aquellas producidas por el uso y la ocupación de la edificación (no debe incluirse cargas de viento y sismo).

Estas en las cubiertas no accesibles. Son aquellas causadas por los materiales, equipos y trabajadores, utilizados en el mantenimiento.

La versión vigente de la NSE 2-10 de AGIES (revisión junio 2013) recomienda que se utilicen por lo menos las siguientes cargas vivas:

Tabla XII. **Cargas vivas especificadas**

Tipo de ocupación o uso	L [kgf/cm²]
Vivienda	
Balcones	300
Habitaciones y pasillos	200
Escaleras	300
Oficina	
Pasillos y escaleras	300
Oficinas	250
Áreas de cafetería	500
Hospitales	
Pasillos	500
Clínicas y encamamiento	500
Servicios médicos y laboratorio	350
Farmacia	500
Escaleras	500
Cafetería y cocina	500
Hoteles	
Habitaciones	200
Servicios y áreas públicas	500
Educativos	
Aulas	200
Pasillos y escaleras	500
Salones de lectura de biblioteca	200
Área de estanterías de biblioteca	700
Reunión	
Escaleras privadas	300
Escaleras públicas	500
Balcones	500
Vestíbulos públicos	500
Plazas a nivel de la calle	500
Salones con asiento fijo	300
Salones sin asiento fijo	500
Escenarios y circulaciones	500

Continuación de la tabla XII.

Tipo de ocupación o uso	L [kgf/cm²]
Instalaciones deportivas públicas	
Zonas de circulación	500
Zonas de asientos	400
Zonas sin asientos	800
Almacenes	
Minoristas	500
Mayoristas	600
Bodegas	
Cargas livianas	600
Cargas pesadas	1200
Fábricas	
Industrias livianas	500
Industrias pesadas	1000
Cubiertas pesadas	
Azoteas de concreto con acceso	200
Azoteas sin acceso horizontal o inclinadas	100
Azoteas con inclinación mayor de 20°	75
Cubiertas usadas para jardín para reuniones	500
Cubiertas livianas	
Techos de láminas, tejas, cubiertas plásticas, lonas, entre otros.	50
Garajes	
Garajes para automóviles de pasajeros	250
Garajes para vehículos de carga (2.000 kg)	500
Rampas de uso colectivo	750
Corredores de circulación	500
Servicio y reparación	500

Fuente: Cuadro 3.1 (cargas vivas de uso frecuente), NSE 2-10, AGIES. (Revisión junio 2013).

3.3. Otras cargas

A continuación se presentan otros tipos de cargas que se recomienda considerar en el diseño de losas.

3.3.1. Cargas de lluvia

En las losas de cubierta se debe considerar el efecto del agua empozada. Esto en el caso hipotético en el que ocurra una obstrucción de los sistemas de drenaje.

Se calcula a través del producto de la altura de agua empozada y el peso específico del agua.

$$P_L = \gamma_w d_w$$

Fuente: AGIES NSE 2-10, p 34.

Donde γ_w es el peso específico del agua, que para las condiciones de temperatura promedio y altitud de Guatemala, puede utilizarse como 980 kgf/m² y d_w es el espesor de agua empozada a considerarse.

3.3.2. Aspectos volcánicos

Es la carga que aportará la arena volcánica depositada en las cubiertas de losa. Se calcula a través del producto del espesor de arena volcánica esperado (según la cercanía del volcán generador de ceniza) y el peso específico de la arena húmeda.

$$A_R = \gamma_{AV}d_{AV}$$

Fuente: AGIES NSE 2-10, p 32

Donde γ_{AV} es el peso específico de la arena húmeda, que puede utilizarse como 1 800 kgf/m³ y d_{AV} es el espesor de arena volcánica a considerarse según la cercanía al volcán generador de ceniza.

3.4. Combinación de carga

Si se diseña por el método de resistencia, conocido también como Método de diseño por factores de carga y resistencia, la NSE 2-10 de AGIES (revisión junio 2013) recomienda las siguientes combinaciones de carga:

$$CU = 1,4D$$

$$CU = 1,3D + 1,6L + 0,5P_L$$

$$CU = 1,3D + 1,6L + 0,5A_R$$

$$CU = 1,3D + L + 1,6P_L$$

$$CU = 1,3D + L + 1,6A_R$$

Fuente: AGIES NSE 2-10, p 37.

4. DEFLEXIONES

4.1. Deflexiones en losas

Debido a la relación entre el espesor de losa y a la longitud en la que se extienden, las losas macizas pueden presentar grandes deflexiones, aun cuando cumplan los requisitos de resistencia.

Una forma de controlar deflexiones consiste en restringir una relación mínima espesor-luz, formulando un espesor de losa mínimo. Para losas en dos sentidos se utilizan fórmulas que tienen en cuenta la rigidez relativa de la losa y de las vigas de borde. Así como la relación de las dimensiones de los lados del panel y las condiciones de restricción a lo largo de los bordes, tal y como se explicó en la sección de Espesores mínimos en Parámetros de diseño de losas.

Teniendo en cuenta la restricción del espesor mínimo de losas se asume que las deflexiones se encontrarán en un margen debajo de los máximos permisibles.

4.2. Cálculo de deflexiones

Se estiman dos tipos de deflexiones: las inmediatas son las que se generan al momento en el que se aplica la carga sobre ellas. Las deflexiones a largo plazo son las que se generan debido a la carga permanente, el flujo plástico de los materiales y la retracción del concreto.

Para el cálculo de las deflexiones a corto plazo se puede hacer del análisis elástico de vigas con diferentes condiciones de apoyo en tableros con diferentes solicitaciones de carga. Teniendo en cuenta que los elementos sean prismáticos y no se considere fisuración alguna.

4.2.1. Deflexiones por carga viva

El cálculo de estas deflexiones se basa en el caso en el que la carga viva se aplica únicamente en la losa bajo análisis. Esto para obtener el momento positivo máximo posible, y suponiendo que los bordes continuos ofrecen solo un 50 % de restricción rotacional, resultando las siguientes ecuaciones:

Para losas con al menos un borde continuo:

$$\Delta_L = \frac{3}{32} \cdot \frac{M_s \ell^2}{E_c I_e}$$

[Ec. 23]

Donde M_s es el momento de servicio en el sentido bajo análisis (en kilogramo fuerza por metro). ℓ es la luz libre en el sentido bajo análisis (en metros). E_c es el módulo de elasticidad del concreto (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado). I_e es el segundo momento de área, o momento de inercia del tramo de losa bajo análisis (en metros elevados a la cuarta potencia).

Para losas con ambos bordes discontinuos:

$$\Delta_L = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_s \ell^2}{E_c I_e}$$

[Ec. 24]

4.2.2. Deflexiones por carga muerta

El cálculo de estas deflexiones se basa en el caso en el que la carga muerta se aplica sobre todos los paneles de losas existentes, considerando todos los bordes como continuos:

- Para losas con al menos un borde continuo:

$$\Delta_D = \frac{1}{16} \cdot \frac{M_s \ell^2}{E_c I_e}$$

[Ec. 25]

- Para losas con ambos bordes discontinuos:

$$\Delta_D = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_s \ell^2}{E_c I_e}$$

[Ec. 26]

4.3. Deflexiones adicionales a largo plazo

El código ACI especifica que las deflexiones adicionales a largo plazo, ocasionadas por la combinación del flujo plástico y la retracción del fraguado. Estas deben calcularse multiplicando las deflexiones inmediatas por un factor de deflexiones adicionales:

$$\lambda_\Delta = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

[Ec. 27]

Donde λ_{Δ} es un factor para deflexiones adicionales debidas a efectos de largo plazo (adimensional). ρ' es la cuantía de acero de refuerzo a compresión y ξ es un factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas.

Debido a que las losas macizas no poseen refuerzo a compresión, el factor de deflexiones adicionales resulta ser igual al factor ξ

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{\xi}{1 + 50(0)} = \xi$$

El factor ξ es un valor en función del tiempo en el que se han aplicado las cargas sostenidas, puede tomarse de la siguiente tabla:

Tabla XIII. **Valores de ξ según el tiempo de análisis (en meses)**

Tiempo	ξ
3	1
6	1.2
12	1.4
60	2

Fuente: ACI 318S-11 9.5.2.5

4.4. Deflexión total

Es la suma de la deflexión causada por la carga viva, carga muerta y las deflexiones adicionales a largo plazo. Por lo general, se asume únicamente la carga muerta como carga sostenida o permanente, aplicándole únicamente a esta deflexión el factor de deflexión adicional a largo plazo:

$$\Delta_T = \Delta_l + \Delta_d \lambda_\Delta$$

Donde Δ_l es la deflexión por carga viva (en m) y Δ_d es la deflexión por carga muerta (en m).

4.5. Momento de inercia efectivo

El código ACI 318S-11 sugiere en la sección 9.5.2.2 que para el cálculo de deflexiones se tome en consideración los efectos de la reducción de la rigidez de la sección debido al agrietamiento del concreto. Se utiliza un momento de inercia efectivo que, en la mayoría de casos prácticos, es menor que la inercia de la sección bruta.

Para losas macizas apoyadas en sus bordes, por lo general el agrietamiento bajo cargas de servicio es bastante reducido, causa un margen de error pequeño. Esto si los cálculos se realizan con el momento de inercia bruto, por lo que se suele decir que para este tipo de casos:

$$I_e = I_g = \frac{1}{12} b_w h_f^4$$

Donde I_e es el momento de inercia efectivo (en m^4) y I_g es el momento de inercia de la sección bruta.

4.6. Deflexión máxima admisible

La deflexión máxima admisible en losas puede ser la siguiente:

Tabla XIV. **Deflexión máxima admisible**

Tipo de elemento	Deflexión considerada	Límite de deflexión
Techos planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles a sufrir daños por deflexiones excesivas.	Deflexión instantánea debida a carga viva.	$\frac{\ell}{180}$
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por deflexiones excesivas.	Deflexión instantánea debida a carga viva.	$\frac{\ell}{360}$
Techos o entrepisos que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por deflexiones excesivas.	Deflexión total (instantánea más efectos a largo plazo)	$\frac{\ell}{480}$
Techos o entrepisos que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños por deflexiones excesivas.	Deflexión total (instantánea más efectos a largo plazo)	$\frac{\ell}{240}$

Fuente: ACI 318S-11 tabla 9.5(b), p.132.

5. DISEÑO METODOLÓGICO

Para realizar el diseño de losas macizas en dos direcciones se crearon hojas de cálculo hechas con el software Microsoft Excel. Estas realizan el análisis y el diseño estructural de las losas. Se crearon tres libros de hojas de cálculo, para analizar tableros de losas de 1×1, 2×2 y 3×3 paneles.

El diseño de losas macizas en dos direcciones se dividió en cinco grandes partes, que a su vez se dividen en cálculos más pequeños. Esto con el fin de distribuir los cálculos en cantidades controlables. A continuación se presenta, de manera ordenada y secuencial, el procedimiento de análisis y diseño utilizado:

Cada libro tiene los siguientes grupos de hojas de cálculo:

- Ingreso de datos
- Resultados
- Análisis y diseño
 - Espesor
 - Momento y cortante
 - Refuerzo
 - Deflexiones
- Hojas auxiliares
 - Casos continuidad
 - Detalles de armado
 - Coeficientes
 - Auxiliar

Cada una de estas hojas de cálculo se detallan, a manera de algoritmo, a continuación.

5.1. Ingreso de datos

En la sección de ingreso de datos se recopila toda la información necesaria para llevar a cabo el análisis y el diseño de losas. Se solicitan dimensiones de las losas, condiciones de apoyo, características físicas y propiedades mecánicas de los materiales, condiciones de carga y otros parámetros referentes al análisis y diseño estructural. A continuación se presentan los datos solicitados:

5.1.1. Geometría de losa

Estas comprenden las longitudes en planta o distancias a ejes en planta (en m).

5.1.2. Propiedades de los materiales

Estas comprenden:

- Resistencia a la compresión del concreto de losa y vigas (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado)
- Resistencia a la fluencia del acero (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado)
- Peso específico del concreto simple y reforzado (en kilogramo fuerza por centímetro cúbico)

5.1.3. Cargas actuantes

A continuación se ingresa información sobre las cargas influyentes en el diseño:

5.1.3.1. Cargas muertas

Es la sobrecarga (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado).

5.1.3.2. Cargas vivas

Es la carga viva, según el uso que se le vaya a dar al ambiente (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado).

5.1.3.3. Carga de lluvia

Es la altura de agua empozada en losas de cubierta (en metros).

5.1.3.4. Carga por ceniza volcánica

Es el espesor de arena volcánica esperado según cercanía de volcanes generadores de ceniza (en metros).

5.1.3.5. Factores de amplificación de cargas

Son el factor de magnificación de carga muerta y el factor de magnificación de carga viva.

5.1.3.6. Combinación de carga a utilizar

Son el factor de magnificación de carga de lluvia y el factor de magnificación de carga de ceniza volcánica.

5.1.3.6.1. Combinación de carga a utilizar

Se presenta la combinación de carga a utilizar, según los valores ingresados de factores de magnificación de cargas.

5.1.3.7. Duración de la carga sostenida (para deflexiones)

- Período de aplicación de la carga (en meses).

5.1.3.8. Otros parámetros

- Factor de reducción de resistencia.
- Recubrimiento (en metros).

5.1.4. Continuidad en losas

Se debe ingresar si se considera restricción rotacional o continuidad en cada borde de la losa de la siguiente manera.

Figura 5. **Matriz de ingreso de datos de continuidad en losas**

	←	L_x	→	
		L_3		↑
	L_1	L-1	L_2	L_y
		L_4		↓

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Siendo los apoyos, vistos en planta, L_1 el apoyo de la izquierdo, L_2 el apoyo de la derecho, L_3 el apoyo de arriba y L_4 el apoyo izquierdo de abajo.

De considerarse continuidad o restricción rotacional en el borde, se ingresa V de verdadero, de caso contrario, ingresar F de falso.

5.1.5. Casos típicos de continuidad en tableros

Para cada tablero de losas se enlistan los casos típicos de condiciones de continuidad.

5.1.5.1. Tableros de 1x1

Comprende las distintas combinaciones de continuidad en tableros de una losa por una losa:

- Caso 1: todos los bordes discontinuos
- Caso 2: todos los bordes continuos

5.1.5.2. Tableros de 2x2

Comprende las distintas combinaciones de continuidad en tableros de dos losas por dos losas:

- Caso 2: todos los bordes continuos
- Caso 4: un borde largo y un borde corto continuos, el resto discontinuos

5.1.5.3. Tableros de 3x3

Comprende las distintas combinaciones de continuidad en tableros de tres losas por tres losas:

- Losas de esquina: 1, 3, 7, 9
- Caso 4: un borde largo y un borde corto continuos, el resto discontinuos
- Losas intermedias: 2, 4, 6, 8
- Casos 8, 9: tres bordes continuos y uno discontinuo
- Losa central: 5
- Caso 2: todos los bordes continuos

5.2. Espesor de losa

En esta sección se determina el espesor mínimo de losa que permite el código ACI 318S-11. Se realiza un análisis de la relación de rigidez entre las vigas de apoyo y las losas, para lo cual se realiza un predimensionamiento de vigas de apoyo y del espesor de losa.

5.2.1. Dimensión efectiva de losas y perímetro efectivo

En losas se considerará únicamente la longitud igual a la luz libre a rostros interiores de las vigas de apoyo y no la distancia a ejes.

5.2.1.1. Dimensión efectiva de losas

$$\ell = L - \frac{1}{2}(b_{w1} + b_{w2})$$

Donde ℓ es la luz libre de la losa, L es la distancia entre ejes del sentido bajo análisis y b_{w1} y b_{w2} son las bases de vigas perpendiculares al borde de la losa en consideración.

5.2.1.2. Perímetro efectivo de losa

$$P = 2(\ell_a + \ell_b)$$

Donde P es el perímetro efectivo de la losa y ℓ_a y ℓ_b son las luces libres en los sentidos corto y largo de la losa.

5.2.2. Predimensión de elementos

En esta sección del libro de cálculo se determinan dimensiones preliminares para varios elementos estructurales.

5.2.2.1. Espesor de losa

Para el predimensionamiento del espesor de losa, se suele utilizar la siguiente expresión:

$$h_f = \frac{P}{180}$$

Donde h_f es el espesor de losa (preliminar) y P es el perímetro efectivo de la losa (en metros).

Se verifica que el espesor de losa del pre dimensionamiento sea mayor o igual que el mínimo requerido, de 0,09 m, por el código ACI 318S-11.

5.2.3. Sección de vigas de apoyo

Para el predimensionamiento de las vigas de apoyo, se realiza el siguiente procedimiento.

5.2.3.1. Base de viga

Para efectos de cálculo, se utilizará la base mínima permitida por el código ACI 318S-11 21.5.1.3, que es igual a 0,25 m.

5.2.3.2. Altura de viga

Por motivos de rigidez, se utilizará el múltiplo de 0,05 superior al máximo de las siguientes dimensiones:

$$h \geq 0,25 \text{ m}$$

$$h \geq 3h_f$$

$$h \geq 0,08\ell$$

Donde ℓ es la luz libre en el sentido bajo análisis de la losa (en metros).

5.2.3.3. Altura libre de viga

La altura libre de la viga se calculó de la siguiente manera:

$$h_t = h - h_f$$

5.2.4. Relación de rigidez relativa entre viga y losa

En esta sección del libro de cálculo se calcula la relación de rigideces entre viga y losa del sistema estructural.

5.2.4.1. Módulo de elasticidad de concreto

El módulo de elasticidad del concreto se calculó según el código ACI 318S-11 8.5.1, que indica que:

$$E_c = E_{cv} = E_{cl} = 15100\sqrt{f'_c}$$

Donde E_c es el módulo de elasticidad del concreto (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado) y f'_c es el esfuerzo a compresión del concreto (en kilogramo fuerza por centímetro cuadrado).

5.2.4.2. Sección efectiva, Inercia de sección y relación de rigideces

Para el cálculo de la inercia de sección se utilizaron los tramos de vigas y losas indicados en la sección 1.3.4.

5.2.4.2.1. Sección efectiva de viga

La sección efectiva, tanto de losas como vigas de apoyo, se calculará en utilizando las siguientes fórmulas y limitaciones.

- Vigas interiores

Para vigas interiores, la sección efectiva se calculó utilizando las siguientes ecuaciones (revisar sección 1.3.4).

$$b = b_w + 2h_t$$

$$b \leq b_w + 8h_f$$

- Vigas exteriores

Para vigas exteriores, la sección efectiva se calculó utilizando las siguientes ecuaciones (revisar sección 1.3.4).

$$b = b_w + h_t$$

$$b \leq b_w + 4h_f$$

5.2.4.2.2. Altura de eje centroidal de sección de viga

Para el cálculo de la altura del eje centroidal de la sección de viga, se dividió la sección de viga bajo análisis en dos partes para facilitar el análisis:

- Área y altura al centroide de tramo de viga

Se calculó el área y el centroide del tramo de viga de apoyo sin incluir la losa.

$$A_1 = h_t b_w$$

$$Y_1 = \left(\frac{h_t}{2}\right)$$

- Área y altura al centroide de losa

Se calculó el área y el centroide del tramo de losa dentro de la sección de análisis:

$$A_2 = b h_f$$

$$Y_2 = h_t + \frac{h_f}{2}$$

- Centroide geométrico

En función de los centroides de la viga de apoyo y la franja de losa bajo análisis, se calculó el centroide geométrico de la siguiente manera:

$$Y_c = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2}{A_1 + A_2}$$

$$Y_c = \frac{h_t b_w \left(\frac{h_t}{2}\right) + b h_f \left(h_t + \frac{h_f}{2}\right)}{h_t b_w + b h_f}$$

5.2.4.2.3. Inercia de franja de viga

La inercia de la sección de viga bajo análisis se calculó utilizando el teorema de ejes paralelos de la siguiente manera:

$$I_v = \frac{1}{12} (b_w h_t^3) + b_w h_t \left(Y_c - \frac{h_t}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} (b h_f^3) + b h_f \left(h_t + \frac{h_f}{2} - Y_c\right)^2$$

5.2.4.2.4. Inercia de franja de losa

La inercia de la franja de losa bajo análisis se calculó utilizando las siguientes expresiones, donde la longitud L se calculó con base en la sección 1.3.4:

$$I_L = \frac{1}{12} \left(\frac{L}{2}\right) h_f^3$$

5.2.4.3. Relación de rigidez relativa viga-losa

Con los datos obtenidos anteriormente se procede a calcular la relación de rigidez relativa del sistema:

$$\alpha_f = \frac{E_{cv} \cdot I_v}{E_{cl} \cdot I_l}$$

5.2.5. Espesor de losa

Para el cálculo de espesor de losa, se asumió que el valor α_f es mayor a 2 unidades.

5.2.5.1. Relación de luces

Con la información geométrica de las losas se calcula la relación de luces:

$$\beta = \frac{\ell_a}{\ell_b}$$

5.2.5.2. Espesor de losa

Por cada panel o losa, se calcula el espesor requerido utilizando la siguiente ecuación.

$$h_f = \frac{\ell \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta}$$

Para efectos de diseño, se utilizará el espesor de losa máximo de los paneles analizados.

5.3. Momentos flectores

En esta sección se realizará la integración de las cargas que deberá soportar la losa. En función a estas cargas, a la geometría de la losa y a las condiciones de apoyo, se calcularán los momentos flectores actuantes, realizando balances de momento y otras consideraciones.

5.3.1. Integración de cargas

En esta sección del libro de cálculo se realiza la integración de las cargas influyentes ingresadas en secciones anteriores.

5.3.1.1. Carga muerta

Para la integración de la carga muerta se utilizó el siguiente procedimiento.

5.3.1.1.1. Peso propio de losa

Se calculó el peso propio de la losa en función del peso específico, del concreto reforzado y del espesor de losa de diseño.

$$D_1 = \gamma_{CR} \cdot h_f$$

5.3.1.1.2. Carga muerta total

Esta sería la suma del peso propio de la losa y la sobrecarga considerada.

$$D = D_1 + \text{Sobrecarga}$$

5.3.1.1.3. Carga de lluvia

Se calculó como el producto entre el peso específico del agua y la altura de agua empozada en la losa:

$$P_L = \gamma_w d_w$$

5.3.1.2. Carga de ceniza volcánica

Esta se calculó como el producto entre el peso específico de la arena volcánica húmeda y espesor de arena volcánica esperado. Esto según la cercanía de volcanes generadores de ceniza:

$$A_R = \gamma_{AR}d_{AR}$$

5.3.1.3. Amplificación y combinación de cargas

Se realizó la amplificación y la combinación de cargas en función de los valores ingresados.

$$CU = \gamma_D D + \gamma_L L + \gamma_{PL} P_L + \gamma_{AR} P_{AR}$$

5.3.2. Determinación de tipo de caso de continuidad

Según las condiciones de apoyo ingresadas en la sección de Ingreso de datos, a través de distintas pruebas lógicas y combinaciones de variables, se calcula el tipo de caso.

Las distintas combinaciones de casos de continuidad se presentan con más detalle en la sección de anexos.

5.3.2.1. Determinación de momentos de flexión y cargas actuantes

En esta sección del libro de cálculo se determinan los momentos flectores y cargas actuantes sobre la matriz de losas.

5.3.2.1.1. Coeficientes de momento y distribución de carga

Los coeficientes de momento y distribución de carga se encuentran a través búsquedas, en función de β y del tipo de caso, en tablas de valores tabulados.

Las tablas de valores contienen los coeficientes del método con una interpolación de relación de bordes de losa en múltiplos de 0,01

- $C_a(-)$
- $C_b(-)$
- $C_a(+)$ L
- $C_b(+)$ L
- $C_a(+)$ D
- $C_b(+)$ D
- W_a
- W_b

5.3.3. Momentos flectores

Los momentos flectores se calcularon de la siguiente manera:

$$M_a(-) = C_a(-) \cdot CU \cdot \ell_a^2$$

$$M_b(-) = C_b(-) \cdot CU \cdot \ell_b^2$$

$$M_a(+)$$
L = $C_a(+)$ L · γ_{LL} · ℓ_a^2

$$M_b(+L) = C_b(+L) \cdot \gamma_{L L} \cdot \ell_b^2$$

$$M_a(+D) = C_a(+D) \cdot \gamma_{D D} \cdot \ell_a^2$$

$$M_b(+D) = C_b(+D) \cdot \gamma_{D D} \cdot \ell_b^2$$

$$M_a(+L) = M_a(+L) + M_a(+D)$$

$$M_b(+L) = M_b(+L) + M_b(+D)$$

5.3.4. Distribución de carga

La distribución de la carga o fuerza cortante se calculó de la siguiente manera:

$$V_a = \frac{W_a \cdot CU \cdot \ell_a \cdot \ell_b}{2\ell_a}$$

$$V_b = \frac{W_b \cdot CU \cdot \ell_a \cdot \ell_b}{2\ell_b}$$

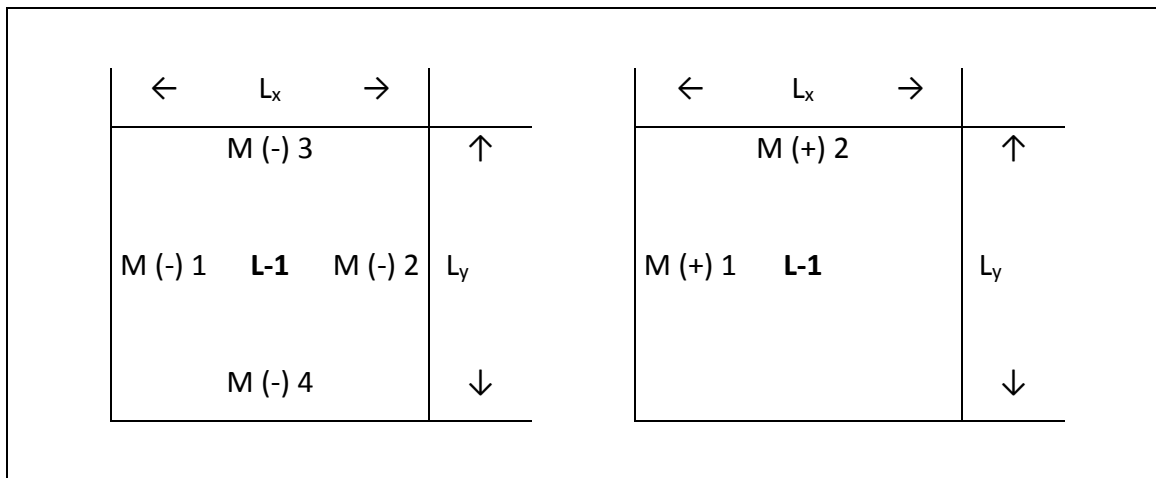
5.3.5. Ubicación de momentos y consideración de continuidad

En esta sección del libro de cálculo se interpreta la matriz de losa para brindar el tipo de caso de continuidad que presenta.

5.3.5.1. Ubicación de momentos

Para la ubicación de momentos se utilizará la siguiente matriz de datos:

Figura 6. **Matriz de ubicación de momentos negativos y positivos en losa**



Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

5.3.5.2. Eliminación de momentos negativos que no tienen continuidad

Los momentos en los bordes donde no existía continuidad. Para efectos de diseño se calcularon como un tercio del momento positivo actuante en el mismo sentido.

$$M(-) = \frac{1}{3}M(+)$$

5.3.6. Balance de momentos flectores

A continuación se presenta el procedimiento empleado para el balance de momentos flectores adyacentes.

5.3.6.1. Momentos a balancear

Se realiza un balance de momentos negativos de las losas que están en contacto. Este balance es para mantener el equilibrio estático torsional en las vigas de apoyo.

Según la cantidad de tableros que se tengan, se balancean los siguientes momentos negativos (utilizando la matriz de ubicación de momentos mencionada con anterioridad de la figura 6).

Tabla XV. **Matriz de momentos a balancear en tableros 2 x 2**

Balance	Losa 1	M(-) #	Losa 2	M(-) #
1	1	2	2	1
2	1	4	3	3
3	2	4	4	3
4	3	2	4	1

Fuente: elaboración propia.

Tabla XVI. **Matriz de momentos a balancear en tableros 3 x 3**

Balance	Losa 1	M(-) #	Losa 2	M(-) #
1	1	2	2	1
2	2	2	3	1
3	1	4	4	3
4	2	4	5	3
5	3	4	6	3
6	4	2	5	1
7	5	2	6	1
8	4	4	7	3
9	5	4	8	3
10	6	4	9	3
11	7	2	8	1
12	8	2	9	1

Fuente: elaboración propia.

5.3.6.2. Balance de momentos flectores

Dependiendo de la diferencia de los momentos mayor y menor se realiza el balance por medio de un promedio o de rigideces.

5.3.6.2.1. Balance por promedio

Se realiza el procedimiento descrito en la sección 1.3.9.1

5.3.6.2.2. Balance por rigidez

Se realiza el procedimiento descrito en la sección 1.3.9.2.

5.3.7. Verificación de fuerza cortante

La verificación de la fuerza cortante actuante contra la resistente por el concreto se realizó de la siguiente manera.

5.3.7.1. Tipo de concreto

Dependiendo del peso del concreto que se utilice se definirá el valor lambda λ según la tabla II.

5.3.7.2. Fuerza cortante resistente del concreto

La fuerza cortante que resiste el concreto se calculó con la siguiente expresión (para el manejo de dimensionales, revisar la sección 1.3.8):

$$V_c = \phi 0,53 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

5.3.7.3. Conclusión

Si V_c es mayor al máximo de los cortantes generados en la losa (V_a y V_b), entonces el esfuerzo cortante que resiste el concreto es mayor al solicitante y por lo tanto el espesor de la losa es suficiente.

5.4. Refuerzo de acero por flexión

En esta sección se calcula el refuerzo necesario para resistir las solicitaciones de momentos flectores, revisando que cumpla las restricciones de área máxima y espaciamientos de refuerzo, y se diseña la configuración de refuerzo más adecuada.

5.4.1. Peralte efectivo y franja de diseño

Para efectos de diseño se utilizará un diámetro de barra de acero número 4 en todos los cálculos:

$$d_b = \text{núm. 4} = 0,5 \text{ in}$$

5.4.1.1. Peralte efectivo

Este se calculó de la siguiente manera:

$$d = h_f - \text{rec} - \frac{d_b}{2}$$

5.4.1.2. Base efectiva de losa

Por simplicidad de análisis se utilizará una base de análisis de losa igual a un metro:

$$b_w = 1,00 \text{ m}$$

5.4.2. Restricciones del acero de refuerzo

Este se limitó a las siguientes cantidades.

5.4.2.1. Área de acero mínimo

Se debe tomar como refuerzo mínimo el mayor de los siguientes valores:

$$A_s \geq \frac{0,8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$$

$$A_s \geq \frac{14}{f_y} b_w d$$

$$A_{st} \geq 0,002 b_w h_f$$

5.4.2.2. Espaciamiento del refuerzo

Se debe tomar como espaciamiento máximo entre barras paralelas el menor de los siguientes valores:

$$S \leq 2h_f$$

$$S \leq 0,45 \text{ m}$$

5.4.2.3. Espaciamiento mínimo entre barras paralelas

Este valor se consideró en las tablas tabuladas de configuraciones de armados ya predefinidas.

$$S \geq 0,025 \text{ m}$$

$$S \geq d_b$$

5.4.3. Determinación del área de acero

El área de acero necesaria para resistir los momentos actuantes se calculó utilizando la siguiente expresión:

$$A_s = 0,85 \left(\frac{f'_c}{f_y} \right) bd \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2MU}{\phi 0,85 f'_c b_w d^2}} \right)$$

Luego se verificó que dicha área de acero necesaria fuese mayor que las limitaciones de refuerzo mínimo. De ser menor se utilizaría el área de acero de la sección 5.4.2.1.

5.4.4. Configuración de refuerzo

En función del área de acero requerida se escoge una configuración de refuerzo cuya área de acero se acerque más a este valor calculado. Las configuraciones de refuerzo utilizadas se presentan en la sección de anexos, en la tabla II.

5.5. Deflexiones

En esta sección se realiza el cálculo de las deflexiones inmediatas y a largo plazo que se presentarán en las losas analizadas.

5.5.1. Momento de inercia efectivo

El momento de inercia efectivo en losas es aproximadamente igual al momento de inercia de sección bruta del elemento estructural. Esto se calcula de la siguiente manera:

$$I_e = I_g = \frac{1}{12}bh_f^4$$

5.5.2. Factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas

Según el período de aplicación de la carga se designa un factor de amplificación de deflexiones, debido a cargas sostenidas, según tabla XIII.

5.5.3. Verificación de continuidad en al menos uno de los bordes de losa

Se realiza una verificación lógica en cada sentido de la losa para conocer si existe por lo menos un borde continuo o con restricción rotacional.

5.5.3.1. Cálculo de deflexiones por carga y según condición de apoyo

A continuación se calcularon los distintos tipos de deflexiones.

5.5.3.1.1. Cálculo de momentos positivos generados por cargas de servicio

Para el cálculo de deflexiones se utilizaron los momentos con cargas de servicio, de la siguiente manera:

$$M(+)_L (\text{servicio}) = \frac{M(+)_L}{\gamma_L}$$

$$M(+)_D (\text{servicio}) = \frac{M(+)_D}{\gamma_D}$$

5.5.4. Factor para deflexiones adicionales debidas a efectos de largo plazo

El factor para deflexiones adicionales será igual al factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas.

$$\lambda_{\Delta} = \xi$$

5.5.5. Cálculo de deflexiones

El cálculo de deflexiones se realizó dependiendo de las condiciones de continuidad.

5.5.5.1.1. Para losas con bordes continuos:

Este tipo de deflexión se calculó de la siguiente manera:

- Deflexión por carga viva

$$\Delta_L = \frac{3}{32} \cdot \frac{M_b \ell_b^2}{E_c I_e}$$

- Deflexión por carga muerta

$$\Delta_D = \frac{1}{16} \cdot \frac{M_b \ell_b^2}{E_c I_e}$$

5.5.5.1.2. Para losas con bordes discontinuos

Este tipo de deflexión se calculó de la siguiente manera:

- Deflexión por carga viva

$$\Delta_L = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_b \ell_b^2}{E_c I_e}$$

- Deflexión por carga muerta

$$\Delta_D = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_b \ell_b^2}{E_c I_e}$$

5.5.6. Deflexión de losa

Con las deflexiones generadas por carga viva y muerta se calcula la deflexión total de losa.

5.5.6.1. Deflexión inmediata

La deflexión inmediata se calculó de la siguiente manera:

$$\Delta_T = \Delta_D + \Delta_L$$

5.5.6.2. Deflexión a largo plazo

Aplicando la magnificación de la deflexión por cargas sostenidas durante el tiempo. La deflexión total por sentido se calculó de la siguiente manera:

$$\Delta_T = \Delta_L + \Delta_D \lambda_\Delta$$

5.5.6.3. Deflexión promedio

Se calculó la deflexión promedio de cada losa a partir de un promedio entre las deflexiones totales en cada sentido.

$$\Delta_T = \frac{\Delta_{T_a} + \Delta_{T_b}}{2}$$

5.6. Presentación de resultados

En esta sección del libro de cálculo, se resumen los resultados y se presentan de manera objetiva.

5.6.1. Espesor de losa

Se presenta el espesor de losa de diseño.

5.6.2. Configuración de refuerzo de acero requerido

La configuración de acero de refuerzo se presentará por losa de la siguiente manera:

- Tensores en cama superior en cada borde $A_s(-)$
- Rieles corridos en cama inferior en cada sentido $A_s(+)$

Esta configuración se presenta en el siguiente orden.

Figura 7. **Matriz de presentación de configuración de refuerzo en resultados**

←	L_x	→		←	L_x	→	
$A_s (-) 3$			↑	$A_s (+) 2$			↑
$A_s (-) 1$	L-1	$A_s (-) 2$	L_y	$A_s (+) 1$	L-1		L_y
$A_s (-) 4$			↓				↓

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

5.6.3. Deflexiones

Se presentan las deflexiones promedio inmediatas y a largo plazo por losa.

5.7. Hojas auxiliares

Estas contienen tablas para realizar búsquedas de datos ya sea para el caso de continuidad en función de las condiciones de apoyo. La configuración de refuerzo según el área de acero requerida, coeficientes tabulados para el factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas y los coeficientes tabulados e interpolados del método de los coeficientes. Además de una tabla que ayuda a graficar un diagrama de los tableros de losa.

CONCLUSIONES

1. Por medio del análisis rápido de hojas de cálculo se pudieron apreciar aspectos críticos en el diseño estructural: los valores de las deflexiones totales a largo plazo y la resistencia a esfuerzo cortante del concreto.

Ambos casos se pueden solucionar fácilmente utilizando vigas de apoyo que aporten una rigidez igual o mayor a 2 veces la rigidez la losa, y utilizando el espesor mínimo recomendado por código ACI 318S-11 (ver sección 1.3.2 del presente trabajo de graduación).

2. Con el fin de asegurar que las vigas de apoyo sean igual o 2 veces más rígidas que los tramos de losa, se debe utilizar una dimensión de vigas como en la sección 1.3.3 del presente trabajo de graduación.

Este resultado se consiguió a través de la combinación de valores relacionados con el cálculo de la relación de rigideces. Para más información del procedimiento utilizado, revisar el título Relación entre la rigidez a flexión de viga y losa en la sección de Anexos.

3. A pesar de que el Método de los coeficientes o Método 3 del ACI 318-63 ya no está incluido en la versión actual del código, se sigue utilizando no solamente debido a la ventaja de simplicidad y aplicación directa que aporta, sino porque ha sido utilizado exitosamente a lo largo de los años.

RECOMENDACIONES

1. Cuando se utilice cualquier método de análisis estructural, incluyendo el Método de los coeficientes, se sugiere profundizar sobre sus bases teóricas, limitaciones y descripción general del método. Esto con el fin de definir su alcance y aplicabilidad al problema en cuestión.
2. En el caso en el que se diseñen estructuras dentro del radio de acción de volcanes productores de ceniza, se debe considerar la carga de la ceniza a depositarse sobre las losas de cubierta.
3. Para la integración de carga de muros divisorios se debe calcular la carga uniformemente distribuida sobre la losa en función de la geometría que tendrán los muros (como altura y espesor). Así como el tipo de material con el que van a estar hechos y la longitud total que existirá de los mismos. Dicho valor calculado no debe de tomarse menor que 75 kgf/m^2 recomendados del AGIES en el NSE 2-10 (referencia 4).
4. Cuando no se tenga información sobre la distribución de los muros divisorios ni el detalle de los acabados a emplearse, puede utilizarse un valor de sobrecarga igual a 100 kgf/m^2 .
5. Utilizar las tablas de refuerzo-momento presentadas en la sección de anexos, como una herramienta útil para diseñar refuerzo de losas según las solicitaciones de momento y para cuantificar costos.

BIBLIOGRAFÍA

1. Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica. *AGIES NSE 2-10 Demandas estructurales, condiciones de sitio y niveles de protección*. Guatemala: AGIES, 2010. 63 p.
2. BOLÍVAR, Orlando Giraldo. *Diseño de losas en 2D, estructuras de hormigón 2*. Colombia. 2003. 533 p.
3. Comité ACI 318. *Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63)*. Versión en inglés y en sistema inglés. Estados Unidos: ACI, 1963. 144 p.
4. _____. *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-11) y comentario (versión en español y en sistema métrico)*. Estados Unidos: ACI, 2011. 541 p.
5. MARCUS, H. *Die vereinfachte berechnung biegsamer platten*. (en alemán). 2a ed. Berlín, Alemania: Julius Springer, 1929. 126 p.
6. NILSON, Arthur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. 12a ed. McGraw-Hill. 1999. 722 p.

APÉNDICES

Apéndice 1. **Combinatoria de continuidad en losas**

En los libros de cálculo, en la sección de ingreso de datos, se solicita al usuario información acerca de la condición de apoyo de las losas bajo análisis, indicando si existe o no continuidad o rigidez rotacional en cada borde de la losa.

La hoja de cálculo generará una combinación de continuidades de bordes y devolverá el número de caso de continuidad con el cuál se obtendrán los coeficientes de distribución de carga y momento, el cual se obtiene directamente de la siguiente tabla:

Continuación del apéndice 1.

Tabla apéndice 1.1 **Casos de combinatoria de continuidad en losas**

a₁	a₂	b₁	b₂	COMB	CASO
F	F	F	F	FFFF	1
F	F	F	V	FFFV	7
F	F	V	F	FFVF	7
F	F	V	V	FFVV	3
F	V	F	F	FVFF	6
F	V	F	V	FVfV	4
F	V	V	F	FVVf	4
F	V	V	V	FVVV	8
V	F	F	F	VFFF	6
V	F	F	V	VFFV	4
V	F	V	F	VFfV	4
V	F	V	V	VFVV	8
V	V	F	F	VVFF	5
V	V	F	V	VVfV	9
V	V	V	F	VVVF	9
V	V	V	V	VVVV	2

Donde los valores bajo las celdas a_1 y a_2 son las condiciones de apoyo de los lados cortos de la losa, de izquierda a derecha o de arriba hacia abajo, según el caso; y b_1 y b_2 son las condiciones de apoyo de los lados largos, de izquierda a derecha o de arriba hacia abajo, según el caso. La letra V simboliza la expresión lógica Verdadero, que afirma que existe continuidad en el apoyo y la letra F simboliza la expresión lógica Falso, que niega que exista continuidad en el apoyo.

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 2. **Combinatoria de refuerzo en losas**

Para el diseño de refuerzo a flexión en las losas, se creó una tabla dinámica que brinda el área de acero en función de la combinación de distintos diámetros de barra de refuerzo y espaciamientos de refuerzo usuales y prácticos en la construcción.

El procedimiento consta en que la tabla, en función del espesor de losa, genera los espaciamientos permitidos y la hoja de cálculo de Excel busca el área de acero menos menor al área de acero requerida para cubrir la demanda de momento.

Las distintas configuraciones de refuerzo se consiguen a través de la combinación de las siguientes variables:

- Diámetros de barra de refuerzo (d_b) más usuales en la construcción de losas: Número 3, 4 y 5.
- Espaciamientos de refuerzo usuales y prácticos en la construcción de losas: 30, 25, 20, 15, 12 y 10 cm.

La tabla dinámica cambia las configuraciones de refuerzo eliminando las combinaciones en las que el espaciamiento tabulado sea mayor al espaciamiento máximo permitido.

La combinatoria de la configuración de refuerzos resultante es la siguiente:

Continuación del apéndice 2.

Tabla apéndice 2.1 **Configuraciones de refuerzo a utilizarse**

d_b	S	Cant./m	A_s	Armado
3	10	10,00	7,13	núm. 3 @ 10 cm
3	12	8,33	5,94	núm. 3 @ 12 cm
3	15	6,67	4,75	núm. 3 @ 15 cm
3	20	5,00	3,56	núm. 3 @ 20 cm
3	25	4,00	2,85	núm. 3 @ 25 cm
3	30	3,33	2,38	núm. 3 @ 30 cm
4	10	10,00	12,67	núm. 4 @ 10 cm
4	12	8,33	10,56	núm. 4 @ 12 cm
4	15	6,67	8,45	núm. 4 @ 15 cm
4	20	5,00	6,33	núm. 4 @ 20 cm
4	25	4,00	5,07	núm. 4 @ 25 cm
4	30	3,33	4,22	núm. 4 @ 30 cm
5	10	10,00	19,79	núm. 5 @ 10 cm
5	12	8,33	16,49	núm. 5 @ 12 cm
5	15	6,67	13,20	núm. 5 @ 15 cm
5	20	5,00	9,90	núm. 5 @ 20 cm
5	25	4,00	7,92	núm. 5 @ 25 cm
5	30	3,33	6,60	núm. 5 @ 30 cm

Donde d_b es el diámetro de barra de acero a utilizar (en octavos de pulgada), S es el espaciamiento con que se colocarán las barras de acero (en centímetros), Cant./m es la cantidad de barras de refuerzo que entrarán en un metro según el espaciamiento designado, A_s es el área de acero de refuerzo que habrá en un tramo de 1 m de ancho (en centímetros cuadrados) y el texto debajo de la columna Armado será la configuración de refuerzo.

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 3. **Relación entre la rigidez a flexión de viga y losa**

Con el objetivo de definir las dimensiones mínimas que deberían tener las losas de apoyo en sistemas de marcos rígidos resistentes a momento para aportar una rigidez suficiente para que la relación de rigidez entre vigas y losa α_r ascienda a un valor mayor a 2 unidades, se realizó una combinatoria de variables moderadamente alta.

Dicha combinatoria se presenta en el CD que se encuentra disponible en la Facultad de Ingeniería de la USAC, pero en síntesis, se utilizaron los siguientes parámetros y procedimientos:

Variables principales

Para valores de Longitud efectiva de losa L y espesor de losa h_f se brindará el valor del peralte de viga necesario para que la relación α_r sea igual o mayor a 2 unidades.

Tabla apéndice 3.1 **Valores principales para combinación de relación de rigidez viga-losa**

Nombre	Descripción	Dimensional
L	Longitud efectiva de losa	M
h_f	Espesor de losa	M
h	Peralte de viga	M

Continuación del apéndice 3.

Variables secundarias

Variables que surgen de relaciones de los datos de ingreso o variables secundarias:

Tabla apéndice 3.2 **Variables secundarias para combinación de relación de rigidez viga-losa**

Nombre	Descripción	Dimensional
h/h_f	Relación peralte/base de viga	\hat{a}
h_t	Alma libre de viga (Altura - espesor_losa)	m
b	Ancho efectivo de viga	m
Y_1	Altura al centroide de viga (sin losa)	m
Y_2	Altura al centroide de losa	m
Y_c	Altura al centroide de sección bajo análisis	m
I_v	Inercia de sección de sección de viga	m^4
I_L	Inercia de sección de franja de losa	m^4
α_f	Relación de rigidez entre viga y losa	\hat{a}

Delimitaciones

Se utilizó como constante la base de las vigas de apoyo, utilizando un valor igual a 25 cm, valor mínimo en estructuras sismo resistentes según el código ACI 318S-11 en la sección 21.5.1.3.

Continuación del apéndice 3.

El módulo de elasticidad del concreto se asumió igual tanto para las vigas como para la losa.

Conclusiones

1. Debido a que la rigidez de losa en los paneles centrales es mayor que la de los paneles de borde, se deben utilizar vigas de mayor dimensión que las de borde con el fin de cumplir únicamente el requisito de relación de rigidez losa-viga.
2. Para satisfacer las condiciones de relación de rigidez a flexión de vigas contra losas y poder utilizar losas macizas con espesores bastante reducidos, desde 0,09 m, sin que se presenten grandes deflexiones, se pueden utilizar las relaciones de altura de viga y espesor de losa presentados:

PARA VIGAS DE BORDE

En losas de borde con luces libres de hasta 9 m de longitud, utilizar un peralte de viga de borde mayor o igual a tres veces el espesor de losa.

$$h \geq 3h_f$$

PARA VIGAS INTERIORES

Con luces libres de hasta 5 m de longitud, utilizar un peralte de viga mayor o igual a tres veces el espesor de la losa.

$$h \geq 3h_f$$

Continuación del apéndice 3.

Con luces libres de hasta 8 m de longitud, utilizar un peralte de viga mayor o igual a 3,5 veces el espesor de la losa.

$$h \geq 3,5h_f$$

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 4. Integración de carga de tabiques y particiones

La integración de carga de tabiques y particiones se debe realizar tomando en cuenta la longitud total de muros divisorios a existir en el espacio (ya sea conociendo la medida o utilizando algún valor de densidad de muros divisorios), la geometría de los muros divisorios (espesor y altura) y el tipo de material con el que se van a construir (para el peso del muro).

Para calcular el peso por unidad de longitud de los muros divisorios, se puede emplear la siguiente expresión:

$$w_t = \gamma_t \cdot h \cdot t$$

Donde w_t es el peso por unidad de longitud de los muros divisorios (en kilogramos fuerza por metro), γ_t es el peso promedio del muro divisorio por unidad de volumen incluyendo acabados (en kilogramos fuerza por metro cúbico), h es la altura del muro (en metros) y t es el espesor de muro divisorio (en metros).

Para calcular el peso por unidad de área en planta se puede utilizar la siguiente expresión:

$$W_t = \frac{w_t L}{A}$$

Donde W_t es el peso por unidad de área en planta de los muros divisorios (en kilogramos fuerza por metro cuadrado), w_t es el peso por unidad de longitud de los muros divisorios (en kilogramos fuerza por metro), L es la longitud total de los tabiques dentro del espacio de análisis (en metros) y A es el área de la losa donde estarán distribuidos los muros divisorios (en metros cuadrados).

Continuación del apéndice 4.

Cuando la longitud total de muros no se conoce, se puede calcular la longitud total de muros divisorios en función de la densidad de muros divisorios.

$$L = \rho_t A$$

Donde ρ_t es la densidad de muros divisorios, en metros de muro por unidad de área (en metros sobre metros cuadrados) y A es el área de la losa donde estarán distribuidos los muros divisorios (en metros cuadrados).

La densidad de muros ρ_t varía según el tipo de ocupación que vaya a tener el espacio, siendo el valor mayor en ocupaciones como residenciales, oficinas, centros educativos y menor en ocupaciones como salones de reunión, fábricas con espacios libres grandes y garajes. El valor de densidad de muros puede oscilar entre 0,25 m/m² hasta 1,00 m/m².

Fuente: elaboración propia.

Apéndice 5. Tablas de refuerzo - momento

A continuación, se presentan tablas con los momentos nominales que resisten distintas configuraciones de refuerzo en función de las propiedades mecánicas de los materiales a utilizarse (f'_c y f_y) y del peralte efectivo d .

Para el cálculo de todas las tablas, se utilizaron las siguientes áreas de refuerzo:

Tabla apéndice 5.1 **VARIABLES SECUNDARIAS PARA COMBINACIÓN DE RELACIÓN DE RIGIDEZ VIGA-LOSA**

d_b	A_s
3	0,7126
4	1,2668
5	1,9793

Fuente: elaboración propia.

Donde d_b es el diámetro de barra de acero a utilizar (en octavos de pulgada) y A_s es el área de la sección transversal de la barra de acero de (en centímetros cuadrados).

Para el cálculo de los momentos nominales, se utilizó la siguiente expresión:

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{A_s f_y}{2 \cdot 0,85 f'_c b} \right)$$

[Ec. 28]

Continuación del apéndice 5.

Donde A_s es el área de refuerzo a tracción (en centímetros cuadrados), f_y es la resistencia a la fluencia del acero (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado), d es el peralte efectivo (en centímetros), f'_c es la resistencia a la compresión del concreto (en kilogramos fuerza por centímetro cuadrado) y b es el ancho de losa bajo análisis, igual a 1 m.

Estas tablas de refuerzo - momento se presentan en las tablas VII a la tabla XIII. El libro de cálculo con el cuál se generaron también se incluye en el CD que se encuentra disponible en la Facultad de Ingeniería de la USAC.

Uso de las tablas

En cada una de las tablas de refuerzo – momento, aparece el diámetro de barra de acero d_b (en octavos de pulgada), el espaciamiento del refuerzo S (en centímetros) y el área de acero A_s que genera esa combinación (en centímetros cuadrados). Seguido del momento nominal (en kilogramos fuerza por metros) para distintos valores del peralte efectivo d (en centímetros). Al final de cada tabla también aparecen las propiedades mecánicas de los materiales utilizados.

La manera correcta de utilizarlas las tablas para definir la configuración de refuerzo para resistir un momento nominal dado es la siguiente:

1. Se calcula el peralte efectivo de la sección, d , en función del espesor de losa, recubrimiento y diámetro de barra tentativo a utilizar.
2. Se ubica la columna con el valor d calculado y las filas que tengan el diámetro de barra con el que se calculó el valor de d .

Continuación del apéndice 5.

3. Se localiza el valor de momento nominal superior que más se acerque al valor de momento a resistir.

De ser necesario, los valores de momentos nominales deben de interpolarse en función del valor de peralte efectivo d.

Ejemplo de aplicación

Se ha diseñado una losa maciza en dos sentidos con un espesor de 10 cm, espesor con el cual cumple las condiciones de relación de rigidez de apoyos y cuya resistencia a la fuerza cortante supera la las solicitaciones de esfuerzo cortante. La integración de cargas y el análisis estructural indican que existe una solicitación de momento nominal negativo igual a 975 kgf·m en uno de los bordes de la losa. Proponga la configuración de refuerzo que resista las solicitaciones de momento. Utilice una resistencia a la compresión del concreto de 210 kgf/cm², acero de refuerzo grado 40 (2800 kgf/cm²) y un recubrimiento en todos los extremos de la losa igual a 2,0 cm

Solución

El primer paso es calcular el valor del peralte efectivo d, que está en función del recubrimiento y del diámetro de la barra de refuerzo a utilizar. Dado que se busca economía, se calculará para barras número 3, 4 y 5.

Continuación del apéndice 5.

$$d_{No.3} = 10 - 2 - \frac{0,95}{2} = 7,525$$

Continuación del apéndice 5.

$$d_{No.4} = 10 - 2 - \frac{1,27}{2} = 7,365$$

$$d_{No.5} = 10 - 2 - \frac{1,59}{2} = 7,205$$

Se calcula el espaciamiento máximo permitido en la losa:

$$S \leq 2h_f \leq 20 \text{ cm}$$

Se interpolan los momentos nominales para los valores de peralte efectivo calculados y para los espaciamientos permitidos.

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.2 **Momentos interpolados para valores de peralte efectivo (ejemplo)**

d_b	S	A_s	M_n / d					
			7,000	7,205 $d_b = 5$	7,365 $d_b = 4$	7,525 $d_b = 3$	8,00	
3	10	7,126	1285,1			1389,9	1484,6	
3	12	5,938	1086,4			1173,7	1252,7	
3	15	4,750	881,5			951,3	1014,5	
3	20	3,563	670,4			722,8	770,2	
3	25	2,850	540,8			582,7	620,6	
3	30	2,375	453,1			488,1	519,7	
4	10	12,668	2130,5		2259,9		2485,2	
4	12	10,556	1824,3		1932,2		2119,9	
4	15	8,445	1498,6		1584,9		1735,1	
4	20	6,334	1153,3		1218,1		1330,7	
4	25	5,067	936,8		988,5		1078,6	
4	30	4,223	788,5		831,6		906,7	
5	10	19,793	3019,1	3132,7			3573,3	
5	12	16,494	2635,4	2730,1			3097,3	
5	15	13,196	2203,9	2279,7			2573,4	
5	20	9,897	1724,6	1781,5			2001,8	
5	25	7,917	1414,1	1459,6			1635,8	
5	30	6,598	1197,6	1235,4			1382,3	
						f'_c	210	kg/cm ²
						f_y	2800	kg/cm ²

Realizada la interpolación de momentos, se busca en la tabla, para cada diámetro de barra de refuerzo, el momento nominal mayor que más se acerque al momento buscado de 900 kgf·m.

Vemos que las configuraciones de refuerzo que resisten momentos nominales superiores más cercanos a 975 kgf·m, son las siguientes:

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.3 **Configuraciones de refuerzo – momento para ejemplo.**

Configuración de refuerzo	D	Momento nominal
Número 3 a cada 12 cm	7,525	1173,7
Número 4 a cada 20 cm	7,365	1218,1
Número 5 a cada 20 cm	7,205	1781,5

En las tablas se puede observar que utilizando un refuerzo con barras número 4 espaciadas a cada 25 cm hubiera dado el resultado más óptimo, pero lastimosamente el espaciamiento superaba el máximo permitido de 20 cm. Por lo que no se tomó en cuenta.

Aclarado lo anterior, se puede apreciar que el valor mínimo de momento que cumple con las solicitaciones y restricciones se da para el refuerzo con barras número 3 a cada 12 cm, con lo cual se puede decir que es la configuración de refuerzo más óptima para este caso.

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.4 **Tablas de refuerzo-momento, f'_c 210 kgf/cm² y f_y 2800 kgf/cm²**

d_b	S	A_s	$M_n - d$									
			4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00
3	10	7,126	686,6	886,1	1085,6	1285,1	1484,6	1684,1	1883,7	2083,2	2282,7	2482,2
3	12	5,938	587,6	753,9	920,1	1086,4	1252,7	1418,9	1585,2	1751,5	1917,7	2084,0
3	15	4,750	482,5	615,5	748,5	881,5	1014,5	1147,5	1280,6	1413,6	1546,6	1679,6
3	20	3,563	371,2	470,9	570,7	670,4	770,2	869,9	969,7	1069,5	1169,2	1269,0
3	25	2,850	301,4	381,2	461,0	540,8	620,6	700,4	780,2	860,0	939,8	1019,6
3	30	2,375	253,6	320,1	386,6	453,1	519,7	586,2	652,7	719,2	785,7	852,2
4	10	12,668	1066,4	1421,1	1775,8	2130,5	2485,2	2839,9	3194,5	3549,2	3903,9	4258,6
4	12	10,556	937,6	1233,2	1528,8	1824,3	2119,9	2415,5	2711,1	3006,6	3302,2	3597,8
4	15	8,445	789,2	1025,7	1262,2	1498,6	1735,1	1971,5	2208,0	2444,5	2680,9	2917,4
4	20	6,334	621,3	798,6	976,0	1153,3	1330,7	1508,0	1685,4	1862,7	2040,1	2217,4
4	25	5,067	511,1	653,0	794,9	936,8	1078,6	1220,5	1362,4	1504,3	1646,2	1788,0
4	30	4,223	433,8	552,0	670,2	788,5	906,7	1024,9	1143,2	1261,4	1379,6	1497,9
5	10	19,793	1356,5	1910,7	2464,9	3019,1	3573,3	4127,5	4681,7	5236,0	5790,2	6344,4
5	12	16,494	1249,9	1711,7	2173,6	2635,4	3097,3	3559,1	4021,0	4482,8	4944,6	5406,5
5	15	13,196	1095,5	1465,0	1834,5	2203,9	2573,4	2942,9	3312,4	3681,8	4051,3	4420,8
5	20	9,897	893,3	1170,4	1447,5	1724,6	2001,8	2278,9	2556,0	2833,1	3110,2	3387,3
5	25	7,917	749,1	970,8	1192,4	1414,1	1635,8	1857,5	2079,2	2300,9	2522,6	2744,2
5	30	6,598	643,4	828,1	1012,8	1197,6	1382,3	1567,0	1751,8	1936,5	2121,2	2306,0
										f'_c	210	kg/cm ²
										f_y	2800	kg/cm ²

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.5 **Tablas de refuerzo-momento, f'_c 210 kgf/cm² y f_y 4200 kgf/cm²**

d_b	S	A_s	M_n / d									
			4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00
3	10	7,126	946,2	1245,5	1544,8	1844,0	2143,3	2442,6	2741,9	3041,1	3340,4	3639,7
3	12	5,938	823,4	1072,8	1322,1	1571,5	1820,9	2070,3	2319,7	2569,1	2818,5	3067,9
3	15	4,750	686,6	886,1	1085,6	1285,1	1484,6	1684,1	1883,7	2083,2	2282,7	2482,2
3	20	3,563	535,8	685,5	835,1	984,7	1134,4	1284,0	1433,6	1583,3	1732,9	1882,6
3	25	2,850	438,7	558,4	678,1	797,8	917,5	1037,2	1157,0	1276,7	1396,4	1516,1
3	30	2,375	371,2	470,9	570,7	670,4	770,2	869,9	969,7	1069,5	1169,2	1269,0
4	10	12,668	1335,3	1867,3	2399,3	2931,4	3463,4	3995,5	4527,5	5059,6	5591,6	6123,6
4	12	10,556	1222,8	1666,2	2109,6	2552,9	2996,3	3439,7	3883,1	4326,4	4769,8	5213,2
4	15	8,445	1066,4	1421,1	1775,8	2130,5	2485,2	2839,9	3194,5	3549,2	3903,9	4258,6
4	20	6,334	865,9	1131,9	1397,9	1663,9	1929,9	2196,0	2462,0	2728,0	2994,0	3260,1
4	25	5,067	724,4	937,2	1150,0	1362,9	1575,7	1788,5	2001,3	2214,1	2426,9	2639,8
4	30	4,223	621,3	798,6	976,0	1153,3	1330,7	1508,0	1685,4	1862,7	2040,1	2217,4
5	10	19,793	1389,4	2220,8	3052,1	3883,4	4714,7	5546,0	6377,3	7208,7	8040,0	8871,3
5	12	16,494	1426,7	2119,5	2812,3	3505,0	4197,8	4890,6	5583,3	6276,1	6968,8	7661,6
5	15	13,196	1356,5	1910,7	2464,9	3019,1	3573,3	4127,5	4681,7	5236,0	5790,2	6344,4
5	20	9,897	1178,7	1594,3	2010,0	2425,7	2841,3	3257,0	3672,6	4088,3	4503,9	4919,6
5	25	7,917	1020,4	1352,9	1685,4	2018,0	2350,5	2683,0	3015,5	3348,1	3680,6	4013,1
5	30	6,598	893,3	1170,4	1447,5	1724,6	2001,8	2278,9	2556,0	2833,1	3110,2	3387,3
										f'_c	210	kg/cm ²
										f_y	4200	kg/cm ²

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.6 **Tablas de refuerzo-momento, f'_c 280 kgf/cm² y f_y 2800 kgf/cm²**

d_b	S	A_s	M_n / d									
			4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00
3	10	7,126	714,4	914,0	1113,5	1313,0	1512,5	1712,0	1911,5	2111,0	2310,6	2510,1
3	12	5,938	607,0	773,2	939,5	1105,8	1272,0	1438,3	1604,6	1770,8	1937,1	2103,3
3	15	4,750	494,9	627,9	760,9	893,9	1026,9	1159,9	1292,9	1426,0	1559,0	1692,0
3	20	3,563	378,1	477,9	577,6	677,4	777,2	876,9	976,7	1076,4	1176,2	1275,9
3	25	2,850	305,8	385,7	465,5	545,3	625,1	704,9	784,7	864,5	944,3	1024,1
3	30	2,375	256,7	323,2	389,7	456,2	522,8	589,3	655,8	722,3	788,8	855,3
4	10	12,668	1154,5	1509,2	1863,9	2218,6	2573,3	2928,0	3282,6	3637,3	3992,0	4346,7
4	12	10,556	998,8	1294,4	1589,9	1885,5	2181,1	2476,7	2772,2	3067,8	3363,4	3659,0
4	15	8,445	828,4	1064,8	1301,3	1537,8	1774,2	2010,7	2247,2	2483,6	2720,1	2956,6
4	20	6,334	643,3	820,7	998,0	1175,4	1352,7	1530,1	1707,4	1884,7	2062,1	2239,4
4	25	5,067	525,2	667,1	809,0	950,9	1092,7	1234,6	1376,5	1518,4	1660,2	1802,1
4	30	4,223	443,6	561,8	680,0	798,3	916,5	1034,7	1153,0	1271,2	1389,4	1507,6
5	10	19,793	1571,6	2125,8	2680,0	3234,2	3788,4	4342,6	4896,8	5451,1	6005,3	6559,5
5	12	16,494	1399,3	1861,1	2322,9	2784,8	3246,6	3708,5	4170,3	4632,2	5094,0	5555,8
5	15	13,196	1191,1	1560,6	1930,1	2299,5	2669,0	3038,5	3408,0	3777,4	4146,9	4516,4
5	20	9,897	947,1	1224,2	1501,3	1778,4	2055,5	2332,6	2609,7	2886,8	3163,9	3441,1
5	25	7,917	783,5	1005,2	1226,9	1448,5	1670,2	1891,9	2113,6	2335,3	2557,0	2778,7
5	30	6,598	667,3	852,0	1036,7	1221,5	1406,2	1590,9	1775,7	1960,4	2145,1	2329,9
										f'_c	280	kg/cm ²
										f_y	2800	kg/cm ²

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.7 **Tablas de refuerzo-momento, f'_c 280 kgf/cm² y f_y 4200 kgf/cm²**

d_b	S	A_s	M_n / d									
			4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00
3	10	7,126	1008,9	1308,2	1607,5	1906,8	2206,0	2505,3	2804,6	3103,9	3403,1	3702,4
3	12	5,938	866,9	1116,3	1365,7	1615,1	1864,5	2113,9	2363,3	2612,7	2862,1	3111,5
3	15	4,750	714,4	914,0	1113,5	1313,0	1512,5	1712,0	1911,5	2111,0	2310,6	2510,1
3	20	3,563	551,5	701,1	850,8	1000,4	1150,1	1299,7	1449,3	1599,0	1748,6	1898,2
3	25	2,850	448,7	568,4	688,2	807,9	927,6	1047,3	1167,0	1286,7	1406,4	1526,1
3	30	2,375	378,1	477,9	577,6	677,4	777,2	876,9	976,7	1076,4	1176,2	1275,9
4	10	12,668	1533,5	2065,5	2597,6	3129,6	3661,7	4193,7	4725,7	5257,8	5789,8	6321,9
4	12	10,556	1360,5	1803,9	2247,2	2690,6	3134,0	3577,3	4020,7	4464,1	4907,5	5350,8
4	15	8,445	1154,5	1509,2	1863,9	2218,6	2573,3	2928,0	3282,6	3637,3	3992,0	4346,7
4	20	6,334	915,4	1181,4	1447,5	1713,5	1979,5	2245,5	2511,5	2777,6	3043,6	3309,6
4	25	5,067	756,1	968,9	1181,8	1394,6	1607,4	1820,2	2033,0	2245,8	2458,7	2671,5
4	30	4,223	643,3	820,7	998,0	1175,4	1352,7	1530,1	1707,4	1884,7	2062,1	2239,4
5	10	19,793	1873,4	2704,7	3536,0	4367,4	5198,7	6030,0	6861,3	7692,6	8523,9	9355,3
5	12	16,494	1762,8	2455,6	3148,3	3841,1	4533,9	5226,6	5919,4	6612,2	7304,9	7997,7
5	15	13,196	1571,6	2125,8	2680,0	3234,2	3788,4	4342,6	4896,8	5451,1	6005,3	6559,5
5	20	9,897	1299,7	1715,3	2131,0	2546,6	2962,3	3378,0	3793,6	4209,3	4624,9	5040,6
5	25	7,917	1097,8	1430,3	1762,9	2095,4	2427,9	2760,4	3093,0	3425,5	3758,0	4090,5
5	30	6,598	947,1	1224,2	1501,3	1778,4	2055,5	2332,6	2609,7	2886,8	3163,9	3441,1
										f'_c	280	kg/cm ²
										f_y	4200	kg/cm ²

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.8 **Tablas de refuerzo-momento, f'_c 350 kgf/cm² y f_y 2800 kgf/cm²**

d_b	S	A_s	M_n / d									
			4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00
3	10	7,126	731,2	930,7	1130,2	1329,7	1529,2	1728,7	1928,3	2127,8	2327,3	2526,8
3	12	5,938	618,6	784,9	951,1	1117,4	1283,6	1449,9	1616,2	1782,4	1948,7	2115,0
3	15	4,750	502,3	635,3	768,3	901,3	1034,4	1167,4	1300,4	1433,4	1566,4	1699,4
3	20	3,563	382,3	482,1	581,8	681,6	781,3	881,1	980,9	1080,6	1180,4	1280,1
3	25	2,850	308,5	388,3	468,1	547,9	627,7	707,6	787,4	867,2	947,0	1026,8
3	30	2,375	258,6	325,1	391,6	458,1	524,6	591,1	657,6	724,1	790,6	857,1
4	10	12,668	1207,3	1562,0	1916,7	2271,4	2626,1	2980,8	3335,5	3690,2	4044,9	4399,6
4	12	10,556	1035,5	1331,1	1626,6	1922,2	2217,8	2513,4	2809,0	3104,5	3400,1	3695,7
4	15	8,445	851,9	1088,3	1324,8	1561,3	1797,7	2034,2	2270,7	2507,1	2743,6	2980,1
4	20	6,334	656,5	833,9	1011,2	1188,6	1365,9	1543,3	1720,6	1898,0	2075,3	2252,7
4	25	5,067	533,7	675,6	817,4	959,3	1101,2	1243,1	1385,0	1526,8	1668,7	1810,6
4	30	4,223	449,4	567,7	685,9	804,1	922,4	1040,6	1158,8	1277,1	1395,3	1513,5
5	10	19,793	1700,6	2254,8	2809,0	3363,3	3917,5	4471,7	5025,9	5580,1	6134,3	6688,5
5	12	16,494	1488,9	1950,7	2412,6	2874,4	3336,3	3798,1	4259,9	4721,8	5183,6	5645,5
5	15	13,196	1248,5	1617,9	1987,4	2356,9	2726,4	3095,8	3465,3	3834,8	4204,3	4573,7
5	20	9,897	979,4	1256,5	1533,6	1810,7	2087,8	2364,9	2642,0	2919,1	3196,2	3473,3
5	25	7,917	804,1	1025,8	1247,5	1469,2	1690,9	1912,6	2134,3	2355,9	2577,6	2799,3
5	30	6,598	681,6	866,3	1051,1	1235,8	1420,5	1605,3	1790,0	1974,8	2159,5	2344,2
										f'_c	350	kg/cm²
										f_y	2800	kg/cm²

Continuación del apéndice 5.

Tabla apéndice 5.9 **Tablas de refuerzo-momento, f'_c 350 kgf/cm² y f_y 4200 kgf/cm²**

d_b	S	A_s	M_n / d									
			4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00
3	10	7,126	1046,6	1345,8	1645,1	1944,4	2243,7	2542,9	2842,2	3141,5	3440,8	3740,0
3	12	5,938	893,0	1142,4	1391,8	1641,2	1890,6	2140,0	2389,4	2638,8	2888,2	3137,6
3	15	4,750	731,2	930,7	1130,2	1329,7	1529,2	1728,7	1928,3	2127,8	2327,3	2526,8
3	20	3,563	560,9	710,6	860,2	1009,8	1159,5	1309,1	1458,7	1608,4	1758,0	1907,6
3	25	2,850	454,8	574,5	694,2	813,9	933,6	1053,3	1173,0	1292,7	1412,4	1532,1
3	30	2,375	382,3	482,1	581,8	681,6	781,3	881,1	980,9	1080,6	1180,4	1280,1
4	10	12,668	1652,4	2184,5	2716,5	3248,6	3780,6	4312,6	4844,7	5376,7	5908,8	6440,8
4	12	10,556	1443,1	1886,5	2329,8	2773,2	3216,6	3659,9	4103,3	4546,7	4990,0	5433,4
4	15	8,445	1207,3	1562,0	1916,7	2271,4	2626,1	2980,8	3335,5	3690,2	4044,9	4399,6
4	20	6,334	945,1	1211,2	1477,2	1743,2	2009,2	2275,3	2541,3	2807,3	3073,3	3339,3
4	25	5,067	775,1	988,0	1200,8	1413,6	1626,4	1839,2	2052,1	2264,9	2477,7	2690,5
4	30	4,223	656,5	833,9	1011,2	1188,6	1365,9	1543,3	1720,6	1898,0	2075,3	2252,7
5	10	19,793	2163,8	2995,1	3826,4	4657,7	5489,0	6320,4	7151,7	7983,0	8814,3	9645,6
5	12	16,494	1964,5	2657,2	3350,0	4042,8	4735,5	5428,3	6121,0	6813,8	7506,6	8199,3
5	15	13,196	1700,6	2254,8	2809,0	3363,3	3917,5	4471,7	5025,9	5580,1	6134,3	6688,5
5	20	9,897	1372,3	1787,9	2203,6	2619,2	3034,9	3450,6	3866,2	4281,9	4697,5	5113,2
5	25	7,917	1144,3	1476,8	1809,3	2141,8	2474,4	2806,9	3139,4	3472,0	3804,5	4137,0
5	30	6,598	979,4	1256,5	1533,6	1810,7	2087,8	2364,9	2642,0	2919,1	3196,2	3473,3
										f'_c	350	kg/cm ²
										f_y	4200	kg/cm ²

Fuente: elaboración propia.