



Universidad de San Carlos de Guatemala  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Civil

**TRANSICIÓN (EXPANSIÓN Y REDUCCIÓN) EN CANALES**

**Héctor Yovani Ibañez Gutiérrez**

Asesorado por el Ing. Carlos Salvador Gordillo García

Co-Asesorado por el Ing. Fredy Estuardo Viana Vidal

Guatemala, noviembre de 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**TRANSICIÓN (EXPANSIÓN Y REDUCCIÓN) EN CANALES**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA  
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

**HÉCTOR YOVANI IBAÑEZ GUTIÉRREZ**

ASESORADO POR EL ING. CARLOS SALVADOR GORDILLO GARCÍA

CO-ASESORADO POR EL ING. FREDY ESTUARDO VIANA VIDAL

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

**INGENIERO CIVIL**

GUATEMALA, NOVIEMBRE DE 2016

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA  
FACULTAD DE INGENIERÍA



**NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA**

DECANO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL I	Ing. Ángel Roberto Sic García
VOCAL II	Ing. Pablo Christian de León Rodríguez
VOCAL III	Inga. Elvia Miriam Ruballos Samayoa
VOCAL IV	Br. Raúl Eduardo Ticún Córdova
VOCAL V	Br. Henry Fernando Duarte García
SECRETARIA	Inga. Lesbia Magalí Herrera López

**TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO**

DECANO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
EXAMINADOR	Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza
EXAMINADOR	Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera
EXAMINADOR	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
SECRETARIA	Inga. Lesbia Magalí Herrera López

## **HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR**

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

### **TRANSICIÓN (EXPANSIÓN Y REDUCCIÓN) EN CANALES**

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil con fecha 21 de abril de 2015.

**Héctor Yovani Ibañez Gutiérrez**

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS  
DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERIA

Guatemala, 05 de Octubre de 2016

Ingeniero  
Claudio Castañón  
Jefe Departamento de Hidráulica  
Escuela de Ingeniería Civil  
Facultad de Ingeniería

Ingeniero Castañón:

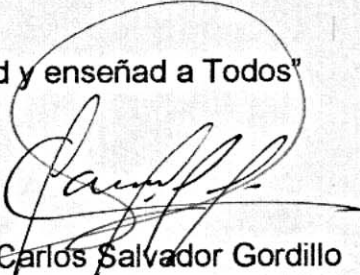
Atentamente le informo que he revisado el Trabajo de Graduación del estudiante universitario **Héctor Yovani Ibáñez Gutiérrez**, carné 2004-13345, denominado "*Transiciones (Expansión y Reducción) en Canales*", habiéndose desarrollado según el protocolo aprobado.

Deseo manifestar que el estudiante Ibáñez Gutiérrez ha llenado las expectativas de este trabajo, permitiéndole obtener las conclusiones y recomendaciones esperadas, por lo que en mi calidad de asesor lo doy por aprobado y le solicito darle el trámite correspondiente.

Sin otro particular me es grato saludarle,

Deferentemente,

"Id y enseñad a Todos"

  
Ing. Carlos Salvador Gordillo  
Asesor de Tesis





**USAC**  
**TRICENTENARIA**  
 Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

Universidad de San Carlos de Guatemala  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
 Escuela de Ingeniería Civil



Guatemala,  
 27 de octubre de 2016

Ingeniero  
 Hugo Leonel Montenegro Franco  
 Director Escuela Ingeniería Civil  
 Facultad de Ingeniería  
 Universidad de San Carlos

Estimado Ingeniero Montenegro.

Le informo que he revisado el trabajo de graduación **TRANSICIÓN (EXPANSIÓN Y REDUCCIÓN) EN CANALES**, desarrollado por el estudiante de Ingeniería Civil Héctor Yovani Ibáñez Gutiérrez, quien contó con la asesoría del Ing. Carlos Salvador Gordillo.

Considero que este trabajo está bien desarrollado y representa un aporte para el departamento y habiendo cumplido con los objetivos del referido trabajo doy mi aprobación al mismo solicitando darle el trámite respectivo.

Atentamente,

ID Y ENSEÑADA A TODOS

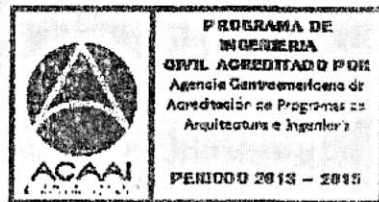
*[Handwritten signature]*

Ing. Claudio César Castañón Contreras  
 Jefe del Departamento de Hidráulica



FACULTAD DE INGENIERIA  
 DEPARTAMENTO  
 DE  
 HIDRAULICA  
 USAC

/bbdeb.  
 Mas de 134 años de Trabajo Académico y Mejora Continua





**USAC**  
TRICENTENARIA  
Universidad de San Carlos de Guatemala

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

Universidad de San Carlos de Guatemala  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Escuela de Ingeniería Civil



El director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Carlos Salvador Gordillo y del Coordinador del Departamento de Hidráulica Ing. Claudio César Castañón Contreras, al trabajo de graduación del estudiante Héctor Yovani Ibáñez Gutiérrez, titulado TRANSICIÓN (EXPANSIÓN Y REDUCCIÓN) EN CANALES, da por este medio su aprobación a dicho trabajo.

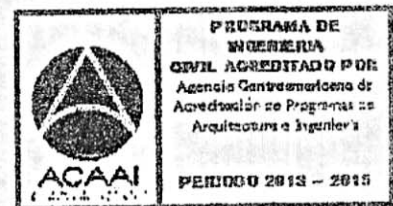
  
Ing. Hugo Leonel Montenegro Franco



Guatemala, noviembre 2016

/mrrm.

Mas de 134 años de Trabajo Académico y Mejora Continua





El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, al trabajo de graduación titulado: **TRANSICIÓN (EXPANSIÓN Y REDUCCIÓN) EN CANALES**, presentado por el estudiante universitario: **Héctor Yovani Ibañez Gutiérrez**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, se autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco  
Decano



Guatemala, noviembre de 2016

/cc



## **ACTO QUE DEDICO A:**

<b>Dios</b>	Por ser el centro de mi vida.
<b>Mis padres</b>	Héctor Ibañez y Olga Gutiérrez. Por los valores, principios y educación hacia mi persona.
<b>Mis hermanos</b>	Yanira, Jeremías y Débora Ibañez. Por ser una importante influencia en mi carrera
<b>Mi esposa</b>	Primisia de Ibañez. Por su valiosa comprensión durante el desarrollo de mis estudios y de esta tesis.
<b>Mi hija</b>	Danna Ibañez. Por ser el regalo y la motivación enviada por Dios para concluir mis estudios.

## **AGRADECIMIENTOS A:**

<b>La Universidad de San Carlos de Guatemala</b>	Por ser la institución principal en mi formación profesional.
<b>Facultad de Ingeniería</b>	Por su misión de formar ingenieros en continua mejora.
<b>Ing. Manuel Arrivillaga</b>	Por su valioso aporte profesional en el inicio de mi carrera como ingeniero civil.
<b>Ing. Fredy Viana</b>	Por compartir sus conocimientos hidráulicos y por su ayuda en la asesoría de esta tesis.
<b>Ing. Salvador Gordillo</b>	Por su apoyo y asesoría durante el desarrollo de esta tesis.
<b>Lombardi Latinoamérica</b>	Por el valioso apoyo financiero que me brindaron, en la fabricación de los modelos de transiciones en canales.

## ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	V
LISTA DE SÍMBOLOS .....	IX
GLOSARIO .....	XI
RESUMEN.....	XV
OBJETIVOS.....	XVII
INTRODUCCIÓN.....	XIX
1. MARCO TEÓRICO.....	1
FUNCIONALIDAD Y USOS DE EXPANSIONES EN CANALES.....	1
FUNCIONALIDAD Y USOS DE REDUCCIONES EN CANALES .....	2
1.1. Definiciones literarias.....	4
1.2. Tipos de flujo .....	16
1.3. Ecuaciones fundamentales .....	17
1.3.1. Energía de flujo en transiciones.....	17
1.3.2. Energía específica .....	20
1.3.3. Pérdidas de carga.....	22
1.3.4. Cantidad de movimiento ( <i>momentum</i> ) en transiciones de canales .....	25
1.4. Perfiles de flujo en canales.....	30
1.4.1. Perfiles de flujo en expansión.....	30
1.4.2. Perfiles de flujo en reducción.....	30
2. DEFINICIÓN DE ENSAYOS Y ALCANCES DEL ESTUDIO .....	33
2.1. Presentación del estudio .....	33

2.2.	Descripción de los ensayos con modelos geométricos.....	33
2.3.	Definición de los ensayos .....	34
2.4.	Instrumentos y precisión de la medición .....	34
2.5.	Descripción geométrica de modelos ensayados.....	35
2.5.1.	Caudal.....	35
2.5.2.	Profundidad.....	36
2.5.3.	Velocidad .....	37
2.5.4.	Comportamiento del flujo .....	38
2.5.5.	Ángulo horizontal.....	38
2.5.6.	Dimensionamiento.....	39
2.5.6.1.	Relación de anchos de entrada y salida de transición .....	39
2.5.6.2.	Expansión.....	41
2.5.6.3.	Reducción .....	44
2.6.	Proceso de construcción de los modelos.....	47
2.7.	Metodología para los ensayos y toma de datos .....	48
2.8.	Definición de pendientes en el fondo del canal .....	51
2.8.1.	Pendientes de 5,00 % y 1,00 % .....	51
2.8.2.	Pendiente utilizada en los ensayos 0,10 % .....	51
2.9	Alcances del estudio .....	52
3.	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	55
3.1.	Expansiones .....	55
3.1.1.	Resumen de expansiones .....	65
3.2.	Reducciones .....	66
3.2.1.	Resumen de reducciones.....	75

4.	ANÁLISIS DE RESULTADO .....	77
4.1.	Resultados obtenidos con pendientes de 5,00 % y 1,00 %.....	77
4.2.	Transiciones .....	78
	CONCLUSIONES .....	95
	RECOMENDACIONES.....	99
	BIBLIOGRAFÍA.....	103
	APÉNDICES .....	105



# ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

## FIGURAS

1.	Canal en expansión.....	2
2.	Canal en reducción .....	4
3.	Distribución de velocidades durante una transición .....	10
4.	Ondas de choque en expansiones .....	11
5.	Ondas de choque en reducciones.....	12
6.	Tirantes y línea de energía.....	18
7.	Perfil y energía de flujo en expansión .....	19
8.	Flujo en canales abiertos .....	22
9.	Definición esquemática de <i>momentum</i> .....	26
10.	<i>Momentum</i> en expansión con acceso súpercrítico .....	28
11.	<i>Momentum</i> en reducción con acceso súpercrítico .....	29
12.	Reducciones de paredes rectas.....	31
13.	Ángulo horizontal .....	38
14.	Anchos de entrada y salida de expansión.....	40
15.	Anchos de entrada y salida de reducción.....	41
16.	Esquema de una expansión.....	41
17.	Variables geométricas de expansión.....	42
18.	Esquema de una reducción.....	44
19.	Variables geométricas de reducción .....	45
20.	Elaboración y prueba de llenado de transición.....	48
21.	Curva de calibración de caudales .....	50
22.	Modelo expansión 3°, Q=0,010 m <sup>3</sup> /s.....	56
23.	Modelo expansión 3°, Q=0,015 m <sup>3</sup> /s.....	57

24.	Modelo expansión 3°, Q=0,020m <sup>3</sup> /s .....	58
25.	Modelo expansión 7°, Q=0,010m <sup>3</sup> /s .....	59
26.	Modelo expansión 7°, Q=0,015m <sup>3</sup> /s .....	60
27.	Modelo expansión 7°, Q=0,020m <sup>3</sup> /s .....	61
28.	Modelo expansión 12°, Q=0,010m <sup>3</sup> /s .....	62
29.	Modelo expansión 12°, Q=0,015m <sup>3</sup> /s .....	63
30.	Modelo expansión 12°, Q=0,020m <sup>3</sup> /s .....	64
31.	Modelo reducción 10°, Q=0,010m <sup>3</sup> /s .....	66
32.	Modelo reducción 10°, Q=0,015m <sup>3</sup> /s .....	67
33.	Modelo reducción 10°, Q=0,020m <sup>3</sup> /s .....	68
34.	Modelo reducción 15°, Q=0,010m <sup>3</sup> /s .....	69
35.	Modelo reducción 15°, Q=0,015m <sup>3</sup> /s .....	70
36.	Modelo reducción 15°, Q=0,020m <sup>3</sup> /s .....	71
37.	Modelo reducción 25°, Q=0,010m <sup>3</sup> /s .....	72
38.	Modelo reducción 25°, Q=0,015m <sup>3</sup> /s .....	73
39.	Modelo reducción 25°, Q=0,020m <sup>3</sup> /s .....	74
40.	Expansión 3° pendiente 0,10 %.....	77
41.	Análisis de tirantes expansión 3° .....	79
42.	Análisis del Nro. de Froude expansión 3° .....	79
43.	Análisis de energía específica expansión 3° .....	80
44.	Análisis de tirantes expansión 7° .....	81
45.	Análisis de Nro. de Froude expansión 7° .....	82
46.	Análisis de energía específica expansión 7° .....	82
47.	Análisis de tirantes expansión 12° .....	84
48.	Análisis de Nro. de Froude expansión 12° .....	85
49.	Análisis de energía específica expansión 12° .....	85
50.	Análisis de tirantes reducción 10° .....	87
51.	Análisis de Nro. de Froude reducción 10° .....	87
52.	Análisis de energía específica reducción 10° .....	88



53.	Análisis de tirantes reducción 15° .....	89
54.	Análisis de Nro. de Froude reducción 15° .....	90
55.	Análisis de energía específica reducción 15° .....	90
56.	Análisis de tirantes reducción 25° .....	92
57.	Análisis de Nro. de Froude reducción 25° .....	92
58.	Análisis de energía específica reducción 25° .....	93

## TABLAS

I.	Valores promedio de coeficientes para transición .....	25
II.	Ángulos horizontales .....	39
III.	Dimensiones del modelo 1 .....	42
IV.	Dimensiones del modelo 2 .....	43
V.	Dimensiones del modelo 3 .....	43
VI.	Dimensiones del modelo 4 .....	45
VII.	Dimensiones del modelo 5 .....	46
VIII.	Dimensiones del modelo 6 .....	46
IX.	Datos de la curva de calibración de caudales .....	50
X.	Transición en expansión .....	52
XI.	Transición en reducción .....	52



## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
$\phi$	Ángulo phi (fi)
$\theta$	Ángulo theta
$^{\circ}$	Grados
<b>m</b>	Metro
<b>m<sup>2</sup></b>	Metro cuadrado
<b>m<sup>3</sup></b>	Metro cúbico
<b>mm</b>	Milímetro
<b>F</b>	Números de Froude
<b><math>\gamma</math></b>	Peso específico del líquido
<b>pies<sup>2</sup></b>	Pies cuadrados
<b>%</b>	Por ciento o porcentaje
<b>s</b>	Segundos
<b>s<sup>2</sup></b>	Segundos al cuadrado
<b>S</b>	Valor de la pendiente en el fondo del canal
<b>V</b>	Velocidad
<b><math>\nu</math></b>	Viscosidad cinemática del fluido en m <sup>2</sup> /s, (nu).
<b>v</b>	Volumen
<b><math>\nabla</math></b>	Volumen del líquido dentro de un volumen de control



## GLOSARIO

<b>Estrangulamiento</b>	Estrechamiento natural o artificial en la geometría de un canal.
<b>Expansión</b>	Cambio de la sección transversal de ancho menor a mayor en un canal.
<b>Fenómeno</b>	Comportamiento hidráulico inusual que se puede presentar en la superficie del fluido o en las paredes que conforman el canal.
<b>Froude</b>	Se le llama así a un número adimensional que indica el cambio de régimen presentado en el flujo, teniendo como indicador la unidad que representa la sección de flujo crítico.
<b>Hidráulica</b>	Por medio de la hidráulica se estudian las propiedades, el movimiento y comportamiento de los fluidos, respecto a las fuerzas que actúan en ellos.
<b><i>Momentum</i></b>	Es la conservación y transporte de cantidad de movimiento que presenta un caudal de fluido con una velocidad $V$ , por medio de un volumen de control que se encuentra limitado por dos secciones, en un tramo determinado de canal.

<b>Profundidad hidráulica</b>	Se le llama así a la altura medida en el eje del canal, desde el fondo hasta la superficie o espejo de agua.
<b>Reducción</b>	Cambio geométrico de mayor a menor en el ancho de la sección de un canal.
<b>Remanso</b>	Este efecto se produce debido a un obstáculo, estrechamiento o reducción en la corriente. El flujo se frena y se eleva suavemente creando un aumento gradual del nivel hacia aguas arriba.
<b>Resalto hidráulico</b>	Este efecto puede presentarse cuando la corriente del fluido en un canal viaja en régimen súpercrítico y se encuentra con variaciones en la geometría del canal, o con un volumen de agua que fluye en régimen subcrítico, presentando una elevación rápida en el tirante del flujo
<b>Reynolds</b>	El comportamiento del flujo en canales se define debido a los efectos de viscosidad en relación con la inercia. La fórmula de Reynolds relaciona: velocidad por el radio hidráulico dividido viscosidad, obteniendo números adimensionales, a través de rangos que presentan estados de flujo.
<b>Ondas de choque</b>	Se le llama así al comportamiento que se desarrolla en la superficie del fluido, por medio de las líneas de dirección de flujo que se cruzan e intersectan en el eje del canal sobre la superficie del fluido.

<b>Singularidades</b>	Se nombra de esta manera a los efectos o características que se presenten en puntos específicos, tales como cambios de dirección en las paredes del canal.
<b>Tirante</b>	Profundidad o altura del flujo que cambia durante la transición de este.
<b>Transición</b>	Cambio geométrico en la estructura de un canal que hace variar la sección transversal del flujo en un tramo longitudinal del primero. En el presente estudio se desarrolla un cambio gradual en el ancho de su sección de canal, ya sea en expansión o en reducción.
<b>Viscosidad</b>	Es una medida de resistencia que puede presentar un fluido al movimiento, ante deformaciones de tensión o corte producidas en la interacción y cohesión de sus moléculas.





## RESUMEN

Las transiciones en canales son cambios en la forma geométrica de los mismos. Una expansión puede servir para desfogue o evacuación de fluidos, mientras que una reducción puede servir como obra de encausamiento entre un canal y una estructura con diferente geometría; el tipo de transición dependerá del uso final que se le desee proporcionar al fluido.

El tema Transición (expansión y reducción) en canales abiertos, busca identificar el comportamiento cualitativo y cuantitativo del fluido cuando se presenta un cambio geométrico de expansión o reducción en un canal. Durante el desarrollo del tema, se realizó un análisis del comportamiento del fluido aguas arriba de la transición, durante la transición y aguas abajo de la misma. En el desarrollo del contenido se describieron definiciones literarias generales, utilizadas en flujo de canales abiertos. Los ensayos se realizaron en el laboratorio de Mecánica de fluidos e Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

El trabajo se realizó con la finalidad de dar recomendaciones para un diseño hidráulicamente adecuado de transiciones en canales abiertos. Se plantearon tres ángulos horizontales en expansión y tres ángulos horizontales en reducción, utilizando tres caudales para cada modelo geométrico, obteniendo como resultado dieciocho casos de estudio. Con base en lo anterior, se hizo una presentación de los resultados para cada uno de los ensayos: tirantes, números de Froude y pérdidas de carga. Finalmente se concluyó el tipo de transiciones con las mejores características hidráulicas y geométricas en el comportamiento del fluido, indicando el modelo que presentó mejores condiciones hidráulicas durante la transición.



# OBJETIVOS

## General

Analizar el comportamiento del flujo en transiciones de canales, en forma cualitativa y cuantitativa.

## Específicos

1. Analizar el flujo cualitativamente de acuerdo a las características que se presenten en el desarrollo de cada transición, y cuantitativamente de acuerdo a los cambios de tirante en el perfil del flujo, las pérdidas de carga y los números de Froude.
2. Analizar en forma comparativa para cada uno de los ensayos en expansión y en reducción, derivando recomendaciones para un diseño adecuado de canales que incluyan transiciones de flujo.
3. Para cada uno de los modelos ensayados, describir las características hidráulicas del flujo presentado, tales como: aumento o disminución de tirante, turbulencias y vórtices en el ingreso de la transición, durante la transición y aguas abajo de la misma.
4. Para los diversos caudales, identificar los fenómenos tales como: vórtices, perturbaciones en las líneas de flujo, cambios de velocidad, ondas de choque y simetría en el perfil de flujo.

5. Realizar las mediciones de tirante desde el fondo del canal, hasta el espejo de agua (calado), ancho de sección, para luego calcular los valores de la velocidad, números de Froude y pérdidas de carga.

## INTRODUCCIÓN

Las transiciones son muy utilizadas en canales abiertos para unir dos secciones transversales diferentes, procurando cambios graduales en velocidad y tirante. Es por ello que el presente estudio tiene como finalidad aportar un análisis experimental en forma cualitativa y cuantitativa de expansiones y reducciones en canales.

En el capítulo uno se presenta un resumen de las definiciones literarias comúnmente utilizadas en canales (flujo libre), tales como: números de Froude para identificar los patrones de flujo, trazo de perfiles de flujo, energía o carga de flujo, velocidades (*momentum*), ondas de choque, turbulencias, rugosidad y vórtices.

En el capítulo dos se define y presenta la descripción de los 18 ensayos que se realizaron, se indica el procedimiento para el funcionamiento del equipo del laboratorio, el método de aforo de caudal utilizado durante los ensayos, y se presenta la curva de calibración de caudales utilizada durante todos los ensayos. Las variables a analizar serán las siguientes: caudal, velocidad, profundidad y comportamiento del flujo. Se presentan las variables geométricas para cada modelo construido, la pendiente utilizada en el fondo del canal y los instrumentos utilizados para la precisión de la medición.

En el capítulo tres se realiza la presentación, cálculos y gráficos de las variables, y en el capítulo cuatro se hace el análisis para cada uno de los modelos, de acuerdo al comportamiento del fluido y a los cálculos realizados, obteniendo las conclusiones y recomendaciones correspondientes.



# 1. MARCO TEÓRICO

En el siguiente capítulo se describen las definiciones literarias, conceptos, fenómenos, perfiles y comportamientos de flujo en canales, que se utilizarán en el desarrollo, cálculo y análisis hidráulico durante el estudio de transiciones en expansión y reducción en canales.

## **FUNCIONALIDAD Y USOS DE EXPANSIONES EN CANALES**

- **Funcionalidad**

Las expansiones de canales tienen como función generar un ancho mayor de sección en el cauce del flujo, produciéndole velocidades moderadas durante la expansión, haciendo transitar el flujo de una sección de ancho menor hacia una sección de ancho mayor aguas abajo de la transición. Este comportamiento genera una disminución gradual en el tirante del flujo, debido al aumento de velocidad, con la pendiente constante del fondo del canal.

- **Usos**

El uso que se le puede dar a una expansión en un canal depende de la necesidad o servicio que se presente en una obra civil. La expansión en un canal se puede utilizar para abastecer de agua a una población, comunidad o ciudad, servir en un sistema de riego, tener una función específica en una central hidroeléctrica o tener usos de desfogue o evacuación de fluidos. Por consiguiente, la expansión que se presente en el canal estará restringida al uso que esté destinada, por ejemplo: la expansión en un canal de conducción hacia un tanque de carga, teniendo como finalidad llenar el tanque con flujo tranquilo

de manera óptima, controlando los niveles y el caudal de ingreso, como se muestra en la Figura 1. También son muy utilizadas en cambios de geometría al final de obras específicas, con el propósito de evacuar el fluido, por ejemplo en final de alcantarillados y obras de desfogue.

Figura 1. **Canal en expansión**



Fuente: *CANAL BIERZO*, en León, España. [www.blogdelagua.com](http://www.blogdelagua.com). Consulta: 19 de abril de 2016.

## **FUNCIONALIDAD Y USOS DE REDUCCIONES EN CANALES**

- **Funcionalidad**

Las reducciones en canales tienen como función lograr un cambio de sección transversal manteniendo condiciones estables en el flujo, haciéndolo



transitar de una sección de ancho mayor hacia otra sección de ancho menor, por medio del encausamiento de flujo. La reducción de sección, aguas abajo, le provee al flujo un aumento gradual de velocidad. En condiciones de diseño geométrico favorable comúnmente este comportamiento se debe a la pendiente del fondo del canal. Es importante resaltar que para canales de pendiente baja, como los utilizados en los ensayos de este estudio, se presentan comportamientos singularmente descritos, en los cuales el efecto de la pendiente es casi insignificante.<sup>1</sup>

- **Usos**

Comúnmente las reducciones en canales son utilizadas en obras de ingeniería civil para diversos usos: conducción de agua potable, conducción de caudales de captación, sistemas de riego, acueductos, cunetas, obras de encauzamiento entre un canal y una estructura de diferente geometría, y en transiciones, como las que se indican a continuación: canal a tubería, canal a túnel de conducción, canal a sifón, canal a alcantarilla, canal a tanque o cámaras de carga, y muchas obras más que requieran el ingreso de fluidos en condiciones estables.

Las reducciones en canales dependen del uso final que se le desee proporcionar al fluido. Las características y comportamientos hidráulicos que se presenten en la reducción del canal estarán en función de la disponibilidad de caudal y el diseño geométrico de reducción, determinado para el uso final del caudal que se disponga (véase Figura 2).

---

<sup>1</sup>CHOW, op. cit., p. 33.

Figura 2. Canal en reducción



Fuente:EGEE del INDE. Sección de control de la Hidroeléctrica los Esclavos, Cuilapa, Santa Rosa. Fecha:17 de septiembre de 2014

### 1.1. Definiciones literarias

- **Principio de continuidad del flujo:** la continuidad de un flujo se basa en la conservación de la masa, en la unidad de tiempo. Si se tiene un volumen de control fijo para un flujo permanente se considera que la masa que entra al volumen de control será la misma cantidad neta de masa que sale. En el presente estudio se analizaron tres caudales, cada uno por separado para un mismo

diseño geométrico, considerando el principio de continuidad del flujo para cada uno de los ensayos que se realizaron.

En canales abiertos se estudia el comportamiento de flujo permanente. El caudal es constante a través del tramo de estudio de canal en consideración; se puede decir que el flujo es continuo.<sup>2</sup> Entonces la ecuación de flujo volumétrico por medio de continuidad es la siguiente:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = \text{constante}$$

donde los subíndices designan diferentes secciones del canal:

V = Velocidad promedio (m/s)

Q = Caudal o flujo volumétrico (m<sup>3</sup>/s)

A = Área (m<sup>2</sup>)<sup>3</sup>

- **Números de Froude (F):** representan la relación entre las fuerzas de inercia producidas por la velocidad del flujo, y las fuerzas gravitacionales, que son las que producen el movimiento del flujo. Las características y comportamientos del flujo en un canal pueden clasificarse de acuerdo al número de Froude, el cual es adimensional, indicando el régimen del flujo de la siguiente manera: si  $F < 1$  el flujo será subcrítico, si  $F = 1$  el flujo se encuentra en estado crítico, y si  $F > 1$  el flujo es supercrítico.
  - **Flujo subcrítico ( $F < 1$ ):** el flujo en este estado se encuentra dominado principalmente por las fuerzas gravitacionales, por tanto

---

<sup>2</sup>CHOW, op. cit., p. 5.

<sup>3</sup>MOTT, Robert L. *Mecánica de fluidos*. 6ta Edición. P. 5.

posee velocidades bajas y a menudo se describe como tranquilo y de corriente lenta.<sup>4</sup>

- **Flujo súpercrítico (F>1):** cuando F es mayor que la unidad, en este estado las fuerzas inerciales se vuelven dominantes, el flujo tiene altas velocidades y usualmente se describe como rápido, ultrarrápido y torrencial.<sup>5</sup>

El número de Froude se define por medio de la siguiente ecuación:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

donde:

F = Número de Froude

V = Velocidad media del flujo en m/s

g = Aceleración de la gravedad en m/s<sup>2</sup>

L = profundidad hidráulica en la sección del flujo en m.<sup>6</sup>

- **Números de Reynolds (R):** el número de Reynolds es un parámetro adimensional que relaciona las fuerzas viscosas y las fuerzas inerciales, cuyo valor es constante independientemente del sistema de unidades, siempre y cuando las unidades utilizadas sean consistentes.<sup>7</sup>

El cambio de laminar a turbulento en el estado de un flujo se evalúa a medida que el número de Reynolds aumenta. El rango del número de

---

<sup>4</sup>CHOW, op. cit., p. 13

<sup>5</sup>Ibíd, p. 13

<sup>6</sup>Ibíd

<sup>7</sup>Ibíd, p. 8.

Reynolds para un flujo laminar se encontrará entre 500 y 600, este valor depende en cierto modo de la forma del canal. El rango para la zona de transición de R, entre laminar y turbulento, puede asumirse entre 500 hasta 2000, aunque el valor superior es arbitrario debido a que no existe límite superior definido por las condiciones del flujo.<sup>8</sup>

El número de Reynolds se puede determinar con la siguiente ecuación:

$$R = \frac{VL}{\nu}$$

donde:

R = Número de Reynolds

V = Velocidad de flujo en pies/s

L = Longitud característica en pies, la cual es considerada igual al radio hidráulico r de un conducto.

$\nu$  = (nu) Es la viscosidad cinemática del fluido en pies<sup>2</sup>/s.<sup>9</sup>

- **Velocidades (V):** las velocidades del flujo a través de una sección de canal no están uniformemente distribuidas, esto debido a la superficie libre del canal y a la fricción en las paredes del canal. La velocidad máxima a menudo se encuentra por debajo de la superficie libre, a una distancia de 0,05 a 0,25 de la profundidad del canal.<sup>10</sup>

---

<sup>8</sup>Ibíd, p. 10.

<sup>9</sup>Ibíd, p. 8.

<sup>10</sup>Ibíd, p. 24.

Durante la transición de expansión a los ensayos de canal, la velocidad tiene un comportamiento de aumento, esto debido a la transición del flujo entre una sección de ancho y área menor, hacia una sección de ancho y área mayor, debido a que la distribución de velocidades depende también de otros factores, como la geometría de la transición y rugosidad del canal, de donde resulta que el tirante del flujo al final de la transición será de menor altura. Debido a que la corriente es ancha en el tramo aguas abajo en relación con el tramo aguas arriba, se puede decir que en una corriente ancha, rápida y poco profunda o en un canal muy liso, la velocidad máxima por lo general se encuentra en la superficie libre.<sup>11</sup>

En una reducción de canal, la velocidad del flujo en la salida será mayor que la velocidad en la entrada de la transición. El flujo tendrá un comportamiento de aumento moderado de velocidad, desde el inicio de la transición, hacia aguas abajo de la misma, la diferencia de alturas entre tirantes del flujo habitualmente tiende a caer, debido al aumento de velocidad y geometría de la reducción. El comportamiento de la distribución de velocidades en la sección final de la reducción se encuentra restringido por la concentración de partículas de fluido en una misma dirección. Según se puede observar en la sección B de la Figura 3.

Los valores de velocidad se encuentran en función del caudal o flujo volumétrico y del área transversal por la que circula el mismo, por tanto:

$$V = \frac{Q}{A}$$

donde:

---

<sup>11</sup>Ibíd, p. 25.

V = Velocidad promedio (m/s)

Q = Caudal o flujo volumétrico (m<sup>3</sup>/s)

A = Área (m<sup>2</sup>)<sup>12</sup>

La expresión para el cálculo de la velocidad promedio de flujo uniforme en canales se obtiene por medio de la ecuación de Robert Manning, que es la que comúnmente se utiliza:

$$V = \left( \frac{1,00}{n} \right) \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

donde:

V = Velocidad promedio (m/s)

n = Coeficiente de rugosidad de Manning

R = Radio hidráulico (D/4), (m)

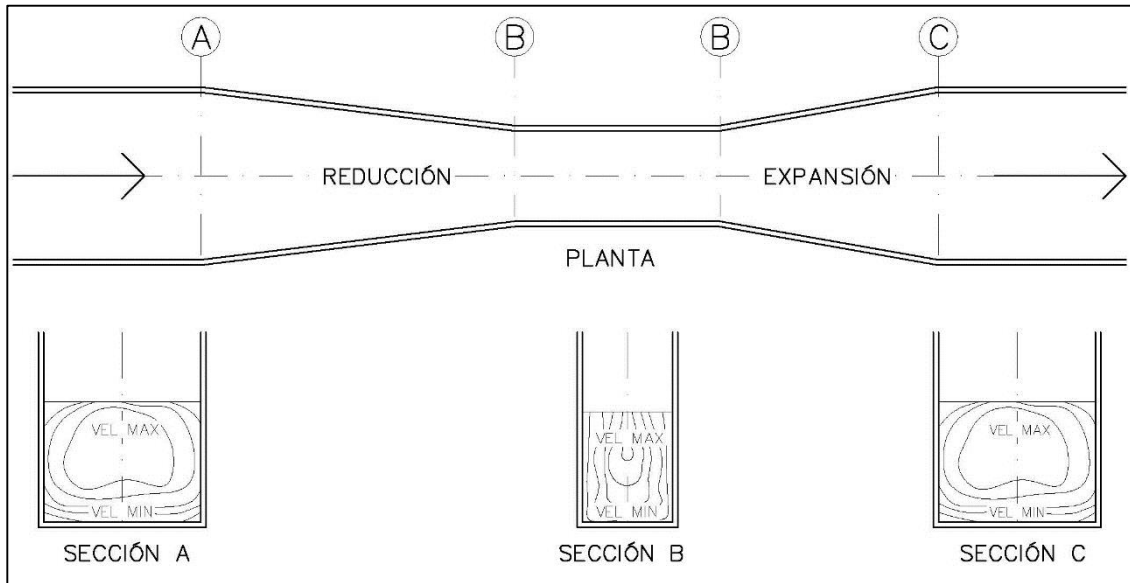
S = Pendiente del canal<sup>13</sup>

---

<sup>12</sup>Ibíd, p. 5.

<sup>13</sup>MOTT, op. cit., p. 448.

Figura 3. **Distribución de velocidades durante una transición**



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD 2015, con base en CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. P. 25-26.

- **Caudal (Q):** el flujo volumétrico en un canal se calcula a partir de la ecuación de continuidad, esta ecuación es la misma que se emplea para flujo en tuberías.

Para cualquier flujo, el caudal Q en una sección de canal se expresa por:

$$Q = V \cdot A$$

donde:

Q = Caudal o flujo volumétrico (m<sup>3</sup>/s)

V = Velocidad promedio (m/s)

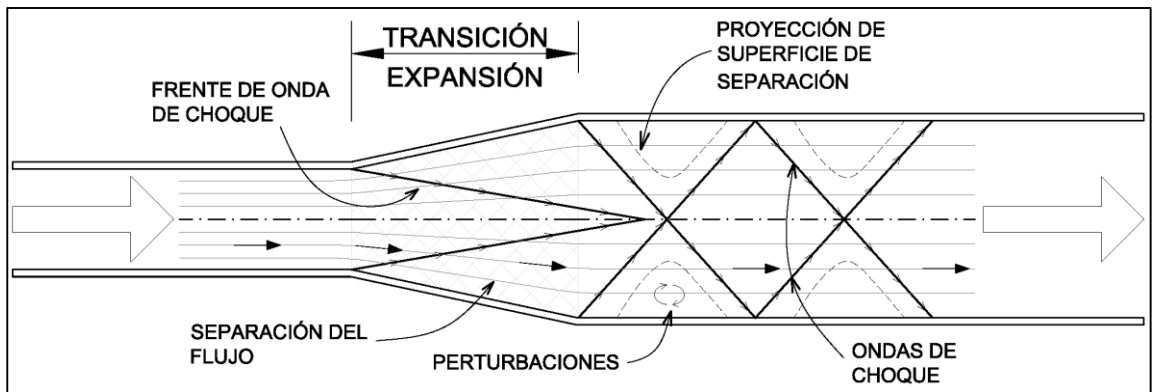


A = Área de la sección transversal (m<sup>2</sup>)<sup>14</sup>

- **Ondas de choque (shockwave)**

- **Expansión:** cuando un flujo que transita por un canal de ancho constante se encuentra con una expansión, el flujo tenderá a seguir sus líneas de corriente en el eje, creando en las paredes de la expansión líneas de dirección de flujo, con patrones de velocidad variados, buscando la dirección hacia el eje central del canal, provocando de esta manera ondas cruzadas en la superficie del agua (ver figura 8).

Figura 4. Ondas de choque en expansiones



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD 2015, con base en CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. P. 461.

Los fenómenos que se pueden presentar en las paredes de la expansión se deben a la separación del flujo con características de

---

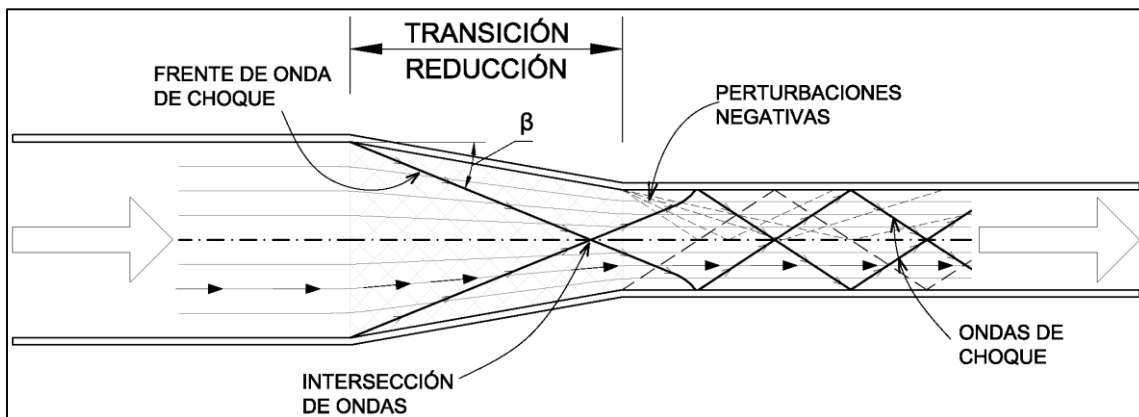
<sup>14</sup>Ibíd, p. 449.

velocidad decreciente, provocando perturbaciones locales cercanas a las paredes de la transición.<sup>15</sup>

- **Reducción:** cuando un flujo pasa a través de una reducción, con muros simétricos al eje, aparecen ondas cruzadas que se intersectan en el eje central del canal y chocan entre sí, manteniendo una simetría con respecto al eje del flujo.

Las ondas de choque se empiezan a formar a partir del inicio de la reducción y se extienden a lo largo de la transición, formando un ángulo  $\beta$ , intersectándose sobre el eje central del canal, cruzándose en dicho punto y encontrándose con las paredes opuestas aguas abajo del final de la transición.<sup>16</sup> El comportamiento de las ondas se muestra en la figura 11.

Figura 5. Ondas de choque en reducciones



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD 2015, con base en CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. P. 459

<sup>15</sup>CHOW, op. cit., p. 460.

<sup>16</sup>Ibíd, p. 459.

- **Turbulencias:** en flujo turbulento las partículas del fluido se mueven en trayectorias irregulares, que no son suaves y que no cuentan con un patrón constante ni fijo, pero que en conjunto siguen representando su movimiento en la misma dirección del cauce.<sup>17</sup>

El flujo en canales abiertos se denomina laminar, cuando las partículas de agua se mueven en trayectorias suaves definidas y las capas de fluido parecen deslizarse sobre capas adyacentes.<sup>18</sup> En este estado el número de Reynolds (R) es pequeño y si R es grande se denominará turbulento. Los estados laminar y turbulento en la transición de flujo en canales pueden expresarse mediante un diagrama que muestre la relación entre el número de Reynolds y el factor de fricción de la ecuación de Darcy Weisbach. Tal diagrama a menudo es conocido como diagrama de Stanton.<sup>19</sup>

La ecuación de Darcy Weisbach, para factores de fricción en canales, se encuentra en el siguiente apartado de rugosidades.

- **Rugosidad (n):** comúnmente en canales se utiliza un coeficiente de rugosidad, específicamente conocido como “n” de Manning. La determinación de este coeficiente significa estimar la resistencia o fricción al flujo en la estructura del canal.

Debido a la fricción del flujo en contacto con la estructura y en relación con el número de Reynolds en canales, la ecuación para el factor de fricción desarrollada por medio de Darcy Weisbach es la siguiente:

---

<sup>17</sup>Ibíd, p. 8.

<sup>18</sup>Ibíd, p. 7.

<sup>19</sup>Ibíd, p. 8.

$$f = \frac{8gRS}{V^2}$$

donde:

$f$  = factor de fricción

$g$  = aceleración debida a la gravedad en pies/s

$R = VL/v$ , número de Reynolds

$S = hf / L$ , gradiente de energía

$V$  = velocidad de flujo en pies/s<sup>20</sup>

- **Vórtices (V):** el análisis de fenómenos como vórtices o remolinos implica el estudio de flujo no permanente. Este estudio se concentra en realizar una descripción cualitativa de los mismos. En el desarrollo de este apartado se describe la forma teórica de calcular valores que indiquen la formación o no de los mismos.

El flujo uniforme se vuelve inestable cuando la velocidad de flujo es muy alta, es decir, cuando la pendiente del canal es muy pronunciada. Cuando esto ocurre, la inestabilidad en la superficie libre se caracteriza por la formación de una serie de ondas de remolino. Este fenómeno fue reportado por primera vez por Cornish en 1910, en su observación de canales abiertos. La onda de remolino es un fenómeno de flujo no permanente.<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup>Ibíd, p. 9.

<sup>21</sup>Ibíd, p. 206.

El criterio del número de Vedernikov ayuda a definir la inestabilidad de flujo uniforme en la superficie del fluido. El número de Vedernikov puede expresarse de la siguiente manera

$$V = x \gamma F$$

donde:

V = número de Vedernikov.

$x$  = exponente del radio hidráulico en la ecuación general de

flujo uniforme.  $x = 2$  para flujo laminar,  $x = 0,5$  para flujo turbulento si se utiliza ecuación de Chézy, y  $x = 2/3$  para flujo turbulento si se utiliza la ecuación de Manning.

$\gamma$  = un factor de forma de la sección del canal.  $\gamma = 1$  para canales muy anchos y  $\gamma = 0$  para canales muy angostos.

F = número de Froude.<sup>22</sup>

El factor de forma de la sección del canal, se encuentra definido por:

$$\gamma = 1 - R \frac{dP}{dA}$$

donde:

R = radio hidráulico

P = perímetro mojado

A = área mojada<sup>23</sup>

Cuando el número de Vedernikov “V” es menor que la unidad, cualquier onda en el canal se abatirá y el flujo puede ser estable. Pero cuando V es igual o

---

<sup>22</sup>Ibíd, p. 206

<sup>23</sup>Ibíd.

mayor que la unidad, las ondas se amplificarán de tal manera que el flujo estable se volverá imposible, prevalecerá el flujo no permanente y se formarán ondas de remolino o vórtices.<sup>24</sup>

## 1.2. Tipos de flujo

- **Flujo subcrítico ( $F < 1$ ):** para este estado de flujo las fuerzas gravitacionales son más pronunciadas y el flujo posee velocidades bajas y movimiento ordenado. Es necesario tomar en cuenta la relación profundidad-velocidad de una sección transversal a otra, dado que el régimen del flujo se puede presentar como subcrítico-laminar, con  $F < 1$  y  $R$  en rango laminar, o podría presentarse como subcrítico-turbulento, cuando  $F < 1$  y  $R$  está en el rango turbulento.<sup>25</sup>
- **Flujo crítico ( $F = 1$ ):** se dice que un flujo se encuentra en estado crítico pues las fuerzas de inercia y gravitacionales están en equilibrio. Este estado se encuentra en una sección específica a lo largo del canal, para luego cambiar de régimen de flujo. Más adelante se le llamará sección de flujo crítico. En el desarrollo de la investigación, la aceleración de la gravedad tiene un papel importante debido a la pendiente que se le proporcionará al canal, por lo tanto la velocidad dependerá del efecto de la gravedad. De ahí se parte para describir el estado del flujo como transicional de régimen, aguas arriba y aguas abajo de la sección de flujo crítico.
- **Flujo supercrítico ( $F > 1$ ):** se dice que el flujo está en estado supercrítico cuando en número de Froude es mayor que la unidad,

---

<sup>24</sup>Ibíd.

<sup>25</sup>Ibíd., págs. 13 y 14.

o  $V > \sqrt{gL}$ , donde L es la profundidad hidráulica. En este estado las fuerzas inerciales en el flujo del cauce se vuelven dominantes, la velocidad del flujo es alta y su comportamiento se puede describir como desordenado y turbulento.<sup>26</sup>

Para este estado de flujo es necesario analizar el tramo a lo largo del canal o transición en el cual se desarrolla este comportamiento, debiendo tomar las medidas necesarias de protección por erosión en el fondo y paredes del canal en el que se presenta el flujo súpercrítico.

### **1.3. Ecuaciones fundamentales**

Entre las ecuaciones que se presentan a continuación se encuentra la altura total de energía, representada con la letra H, la energía específica para una sección determinada del canal, la cantidad de movimiento o *momentum* por medio de volúmenes de control durante las transiciones, y por ultimo las pérdidas de carga producidas durante la transición en el canal.

#### **1.3.1. Energía de flujo en transiciones**

Si la profundidad del fluido cambia de un nivel alto a un nivel bajo, en la superficie longitudinal del fluido con respecto al fondo del canal, entonces se dice que ocurre una caída hidráulica.

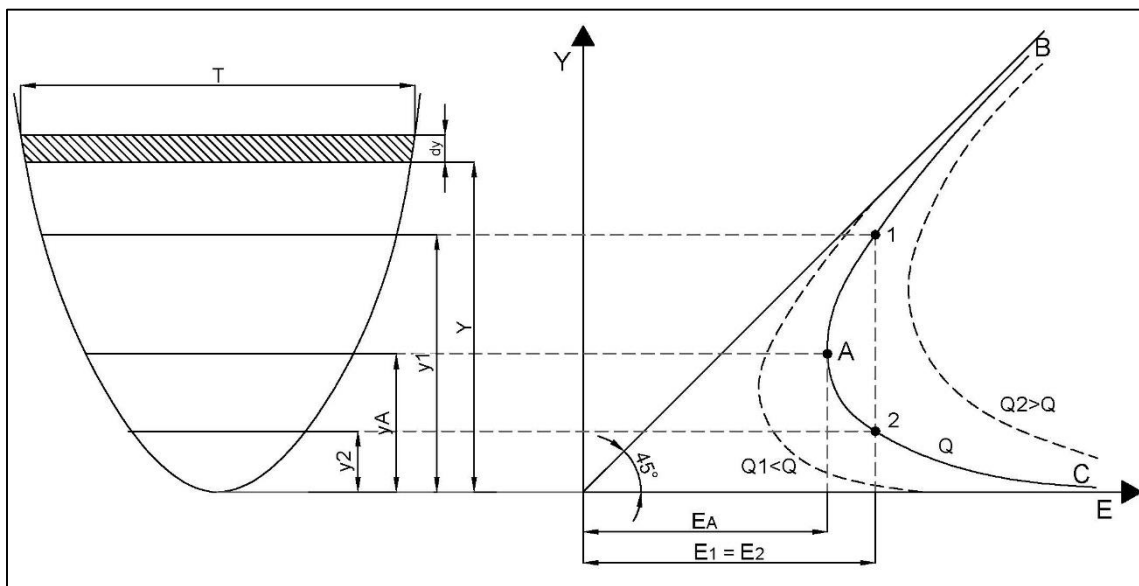
La energía está representada por una línea, conocida como gradiente de energía o línea de energía. Para un caudal Q en una sección específica del canal,

---

<sup>26</sup>Ibíd., p. 13.

se puede dibujar la curva que representa la energía, que se encuentra en función del tirante. Para esta energía pueden existir dos posibles tirantes con una misma energía, conocidos como profundidades conjugadas. El punto A presenta el tirante con la mínima energía. Si el tirante es menor que A, el caudal pasa a mayor velocidad, lo que se conoce como flujo súpercrítico, mientras que si el tirante es mayor que A, el caudal se entrega con menor velocidad, lo que se conoce como flujo subcrítico. Ambos tirantes 1 y 2, con la misma cantidad de energía.<sup>27</sup>(Ver figura 6).

Figura 6. Tirantes y línea de energía



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD 2015, con base en ESHA - 2006. *Guía para el desarrollo de una pequeña central hidroeléctrica*. P. 38.

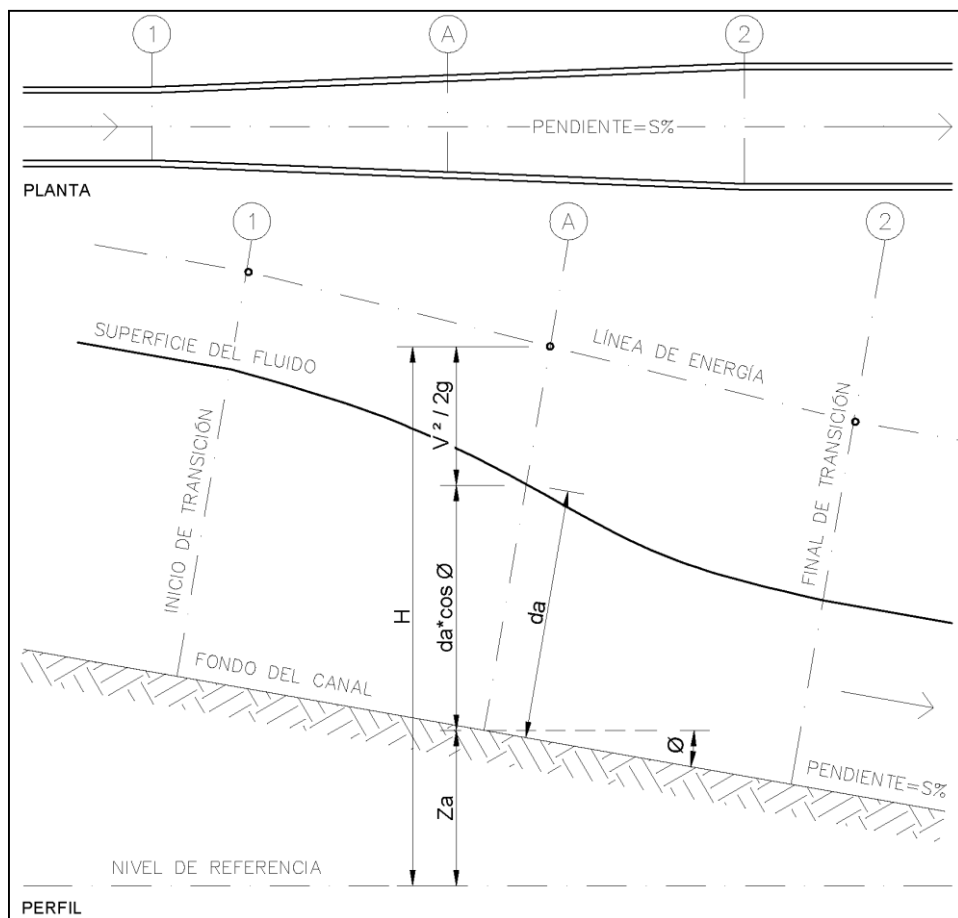
La altura total de energía en una sección específica, durante la transición del flujo en el canal, es igual a la suma de la elevación por encima del nivel que

<sup>27</sup> ESHA - 2006. *Guía para el desarrollo de una pequeña central hidroeléctrica*. P. 38.



se ha tomado de referencia, más la altura de presión y la altura de velocidad del flujo, como se muestra en la Figura 7. Esta altura de energía puede expresarse como la altura total en pies o en metros, esto dependiendo del sistema de unidades que se esté utilizando.

Figura 7. Perfil y energía de flujo en expansión



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD 2015, con base en CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. P. 40.

La ecuación para la carga total H, de energía de flujo con respecto a un nivel de referencia definido en una sección de la transición, puede escribirse de la siguiente manera:

$$H = Z_a + y \cdot \cos \emptyset + \frac{V^2}{2g}$$

donde:

H = Altura total a la línea de energía.

Z<sub>a</sub> = Elevación por encima del nivel de referencia al fondo del canal.

y = Altura del tirante de agua.

∅ = Angulo de inclinación en el fondo del canal.

V = Velocidad.

g = Aceleración de la gravedad.<sup>28</sup>

\* Todas en unidades congruentes.

### 1.3.2. Energía específica

En una sección determinada de canal, la energía específica se define como la energía por unidad de peso.<sup>29</sup> El nivel de referencia será el fondo del canal, con Z = 0. Para un canal con pendiente baja la ecuación de energía específica es la siguiente:

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

donde:

E = Altura de energía específica

---

<sup>28</sup>CHOW, op. cit., p. 40.

<sup>29</sup>Ibíd.

y = Profundidad o tirante de agua

V = Velocidad

g = Aceleración de la gravedad<sup>30</sup>

La ecuación indica que la energía específica es igual a la suma de la profundidad del agua más la carga de energía producida por la velocidad. Como  $V=Q/A$ , sustituyendo estos valores en la ecuación de energía puede verse que para una sección de canal y un caudal determinado, la energía específica en esa sección se encuentra en función de la profundidad del flujo respecto al fondo del canal.

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}, \text{ para un canal rectangular: } E = y + \frac{q^2}{2gy^2},$$

donde:

$$q = \frac{Q}{b}, \text{ caudal por unidad de ancho.}$$

Para una energía específica determinada existen dos posibles profundidades, una profundidad baja y una profundidad alta, alternas entre ellas. Se define que para el estado crítico del flujo, con número de Froude  $F=1$ , existe una sola profundidad, conocida como profundidad crítica. Para un caudal determinado, si la profundidad del flujo es mayor que la profundidad crítica, la velocidad del flujo es menor que la velocidad crítica, presentándose el flujo subcrítico. Cuando la profundidad del flujo es menor que la profundidad crítica, el flujo es supercrítico.<sup>31</sup>

---

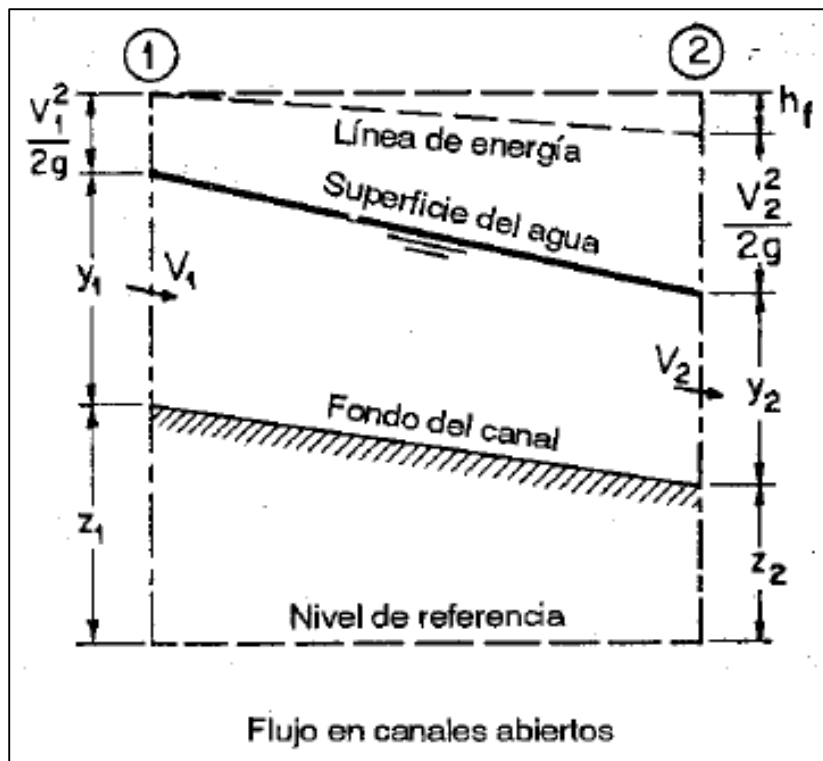
<sup>30</sup>Ibíd, p. 41.

<sup>31</sup> ESHA – 2006, op. cit., p. 38.

### 1.3.3. Pérdidas de carga

Las pérdidas de carga son producidas por los efectos de la viscosidad combinada con la rugosidad del material que conforma el canal. La pérdida de energía que resulta cuando el flujo fluye de la sección 1 hasta la sección 2 está representada por  $h_f^{32}$ , según la siguiente figura:

Figura 8. Flujo en canales abiertos



Fuente: CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. P. 4.

<sup>32</sup>CHOW, op. cit., p. 3.

La función en una estructura de transición es evitar pérdidas de energía excesivas, tomando en cuenta los factores de fricción de acuerdo a la rugosidad del material que conforma las paredes y fondo de la estructura del canal, eliminar ondas cruzadas teniendo como referencia un diseño geométrico óptimo para la transición, y evitar turbulencias de acuerdo a la entrega del estado de flujo al ingreso de la transición, de tal manera que se pueda dar seguridad a la estructura y al curso del agua.<sup>33</sup>

La pérdida de energía de una transición está compuesta por pérdidas de fricción y pérdidas de conversión. Las pérdidas por fricción pueden calcularse por medio de la ecuación de Manning. Esta pérdida a menudo tiene un efecto muy pequeño en el perfil de flujo de la transición y puede ignorarse en diseños preliminares.<sup>34</sup>

$$V = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

haciendo  $S = h_f / L$ , se tiene:

$$h_f = (V \cdot n / R^{2/3})^2 \cdot L$$

donde:

$V$  = Velocidad promedio

$n$  = Coeficiente de rugosidad de Manning

$R$  = Radio hidráulico ( $D/4$ ), en m.

$S$  = Pendiente de la línea de energía, en m/m.

$h_f$  = Pérdida de carga por fricción en la transición, en m.

$L$  = Longitud de la línea de conducción, en m.<sup>35</sup>

---

<sup>33</sup>Ibíd, p. 302.

<sup>34</sup>Ibíd., p. 304.

<sup>35</sup>GILES, Ranald V. *Mecánica de los fluidos e Hidráulica*. P. 161.

La pérdida por conversión generalmente se expresa en términos del cambio en la carga de velocidad entre las secciones de entrada y de salida de la estructura en transición. Para transiciones de reducción con flujo en estado subcrítico, la velocidad de entrada es menor que la velocidad de salida; por consiguiente, la diferencia entre la superficie del agua debe caer por la diferencia entre las alturas de velocidad, más una pequeña pérdida por conversión conocida como pérdida de entrada. Para una transición en expansión con flujo en estado subcrítico, la velocidad en la transición aumenta y luego en el tramo aguas abajo se reduce, al menos en parte, con el fin de elevar la superficie del agua; este pequeño aumento en la superficie del agua es conocido como recuperación en la carga de velocidad, a menudo va acompañado de una pérdida por conversión conocida como pérdida por salida.<sup>36</sup>

La pérdida de carga  $\Delta y'$  en la superficie del agua para una reducción es:

$$\Delta y' = \Delta h_v + c_i \Delta h_v = (1 + c_i) \Delta h_v$$

El aumento en la superficie para una expansión es:

$$\Delta y' = \Delta h_v - c_o \Delta h_v = (1 - c_o) \Delta h_v$$

donde:

$\Delta y'$  = Cambio de carga

$\Delta h_v$  = Diferencia en carga de velocidad

$c_i$  = Coeficiente para la pérdida en reducción

$c_o$  = Coeficiente para la pérdida en expansión<sup>37</sup>

---

<sup>36</sup>CHOW, op. cit., p. 304.

<sup>37</sup>Ibíd.

Los valores promedio  $c_i$  y  $c_o$  recomendados en el diseño de diferentes transiciones se muestran en la siguiente tabla:

Tabla I. **Valores promedio de coeficientes para transición**

Tipo de transición	Coeficiente	
	$c_i$	$c_o$
Tipo alabeada	0,10	0,20
Tipo cuadrante de cilindro	0,15	0,25
Tipo simplificado con línea recta	0,20	0,30
Tipo línea recta	0,30	0,50
Tipo extremos cuadrados	0,30 o +	0,75

Fuente: CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. P. 305.

#### 1.3.4. Cantidad de movimiento (*momentum*) en transiciones de canales

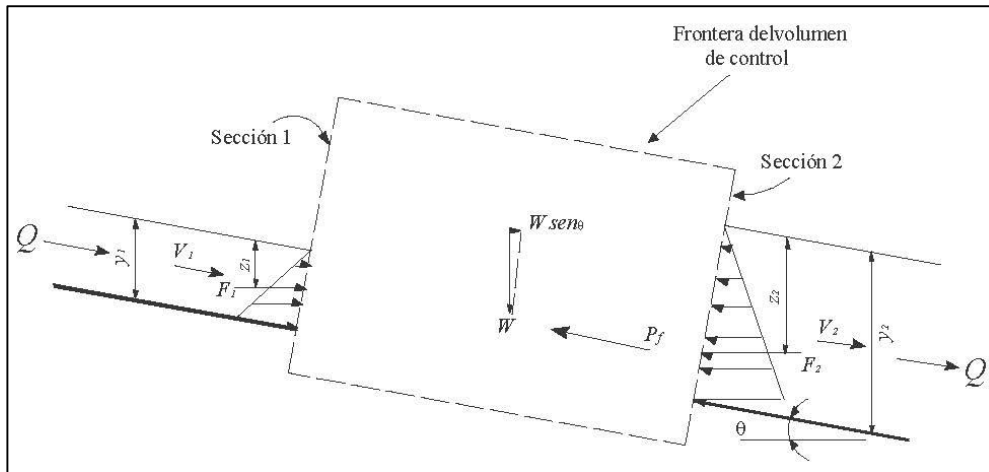
El objeto de aplicar el concepto de cantidad de movimiento al flujo de transiciones en canales es analizar el comportamiento en el volumen de control de las fuerzas ejercidas por el fluido, en las secciones de control, la profundidad del flujo y las fuerzas de fricción debidas al cambio de dirección en las paredes de canal, cuando este transita de una sección a otra de anchos diferentes, ya sea en expansión o en reducción. Así mismo debe señalarse que la fuerza específica gravitacional depende del tamaño del volumen de control y de la inclinación del canal.<sup>38</sup>

---

<sup>38</sup> MEJÍA GARCÉS, Francisco Jaime. *Transporte de la cantidad de movimiento en canales*. P.5.

Sea el flujo de un fluido incomprensible en un canal abierto, la distribución de fuerzas que actúan en el volumen de control pueden representarse por medio de la siguiente gráfica.

Figura 9. **Definición esquemática de *momentum***



Fuente: GUEVARA A., M. E. *Flujo Libre*. P. 69.

Si se supone que el ángulo  $\theta$  es pequeño, entonces  $\text{sen}\theta = 0$ , resultando la ecuación de *momentum* de la siguiente forma:

$$\gamma z_1 A_1 - \gamma z_2 A_2 - P_f = \frac{\gamma}{g} Q (V_2 - V_1)$$

donde:

$\gamma$  = Peso específico del fluido.

$z_1$  y  $z_2$  = Distancias a los centroides de cada sección, desde la superficie del flujo.

$A_1$  y  $A_2$  = Áreas hidráulicas de cada sección.

$P_f$  = Componente horizontal de la fuerza por fricción.



$Q$  = Caudal.

$V_2$  y  $V_1$  = Velocidad media en cada sección.

$g$  = Aceleración de la gravedad.<sup>39</sup>

Como puede observarse, esta ecuación es similar a la ecuación de energía, cuando se aplica a ciertos problemas de flujo libre. Sin embargo, las dos ecuaciones no solo utilizan diferentes coeficientes de distribución de velocidad, a pesar de que estos son casi iguales, sino que involucran significados diferentes para las pérdidas por fricción.<sup>40</sup>

Con la ayuda de la ecuación de cantidad de movimiento a lo largo de un canal, se interpreta el comportamiento del tirante hidráulico en flujo uniforme, en flujo no uniforme con variación gradual, y en algunos fenómenos locales de flujo rápidamente variado como ocurre en las transiciones.

La ecuación que permite estudiar la cantidad de movimiento en un volumen de control se expresa de la siguiente manera:

$$M_i - M_f = \frac{F_e}{\gamma} - \nabla \text{sen } \theta$$

donde:

$M_i$  = Fuerza específica en la sección inicial del volumen de control

$M_f$  = Fuerza específica en la sección final del volumen de control

$F_e$  = Fuerza externa que actúa sobre el volumen de control

$\gamma$  = Peso específico del líquido

$\nabla$  = Volumen del líquido dentro del volumen de control

$\theta$  = Ángulo de inclinación en el fondo del canal.<sup>41</sup>

---

<sup>39</sup>GUEVARA A., M. E. *Flujo Libre*. P. 69.

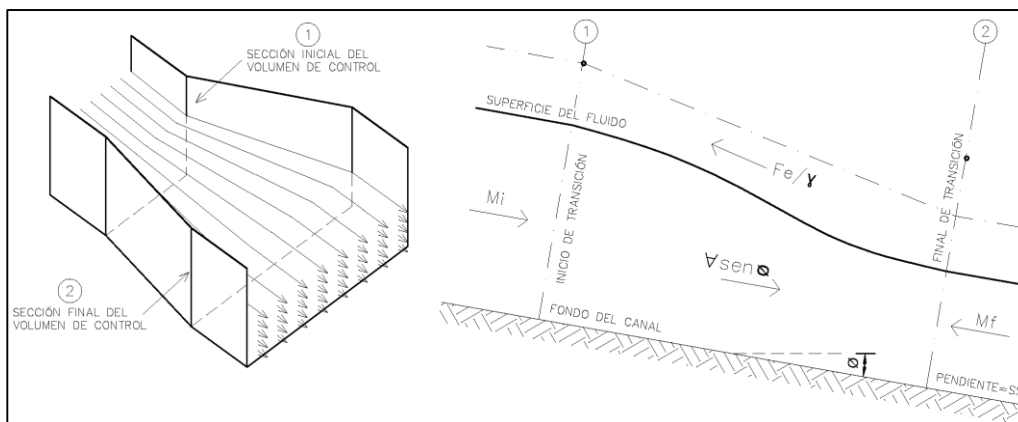
<sup>40</sup>CHOW, op. cit., págs. 50-51.

<sup>41</sup>MEJÍA, op. cit., p.3.

- **Momentum en expansiones:** si ocurre una ampliación gradual en la sección de un canal, la fuerza externa, en su componente normal de superficie, actúa en sentido del flujo, lo cual conduce a un aumento de la fuerza específica desde  $M_i$  hasta  $M_f$ . El fondo y las paredes del canal, aun con actitud pasiva, contribuyen al aumento de la fuerza específica en la dirección del flujo.<sup>42</sup>

Si el acceso a la sección de control es subcrítico y se conserva el estado subcrítico durante la expansión, aumentará la altura del flujo desde  $y_i$  hasta  $y_f$ . Si el acceso es en régimen súpercrítico y se conserva el estado súpercrítico en la expansión disminuirá la altura del flujo desde  $y_i$  hasta  $y_f$ .<sup>43</sup> La sección inicial y final del volumen de control corresponden al inicio y final de la ampliación en las paredes de control, mismas que definen el mayor volumen en la transición.

Figura 10. **Momentum en expansión con acceso súpercrítico**



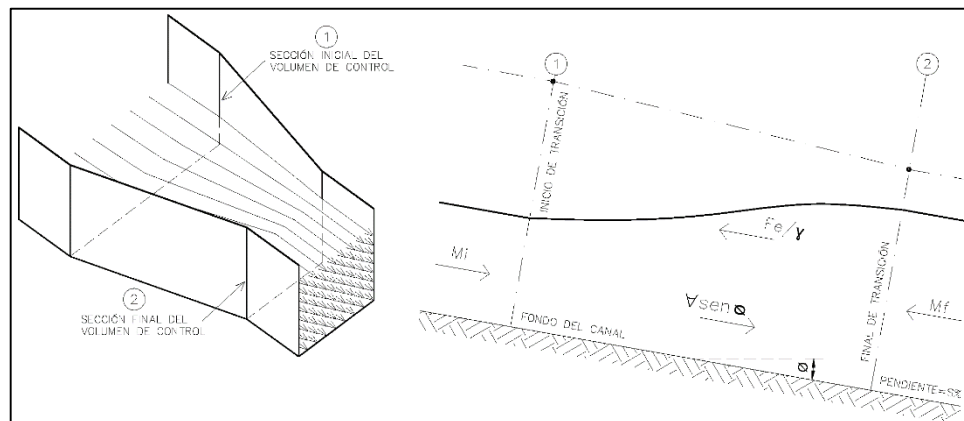
Fuente: elaboración propia, con base en: MEJÍA GARCÉS, Francisco Jaime. *Transporte de la cantidad de movimiento en canales*. P. 12

<sup>42</sup>Ibíd, p. 11.

<sup>43</sup>Ibíd.

- Momentum en reducciones:** si en un canal ocurre un estrechamiento gradual, el empuje del canal en contra de la corriente se manifiesta como una disminución de la fuerza específica en la sección al pasar de  $M_i$  a  $M_f$ , lo cual origina una modificación de la altura de flujo. Si el régimen de acceso del flujo ocurre en estado subcrítico, el empuje del canal contra la corriente se manifiesta como una disminución de la fuerza específica en la sección al pasar de  $M_i$  a  $M_f$ , lo que provoca una disminución de la altura del flujo al pasar de  $y_i$  a  $y_f$ , pero conservándose el estado subcrítico durante la reducción.<sup>44</sup> Si el acceso del flujo ocurre en estado súpercrítico, el empuje del canal en contra de la corriente se manifiesta como una disminución de la fuerza específica en la sección al pasar de  $M_i$  a  $M_f$ , lo cual origina un aumento de la profundidad del flujo al pasar de  $y_i$  a  $y_f$ , pero conservándose el estado súpercrítico durante la reducción.<sup>45</sup>

Figura 11. **Momentum en reducción con acceso súpercrítico**



Fuente: elaboración propia, con base en: MEJÍA GARCÉS, Francisco Jaime. *Transporte de la cantidad de movimiento en canales*. P. 10

<sup>44</sup>Ibíd., p.9.

<sup>45</sup>Ibíd., p10.

## **1.4. Perfiles de flujo en canales**

### **1.4.1. Perfiles de flujo en expansión**

El perfil de flujo en expansiones se obtiene trazando los tirantes o profundidades del agua en secciones consecutivas asignadas en el tramo de canal asignado. Para el análisis de los perfiles de flujo en expansión es necesario definir tres tramos de estudio, aguas arriba de la transición, tramo de transición y aguas abajo de la transición. Los tirantes deben medirse en el eje longitudinal del canal.

### **1.4.2. Perfiles de flujo en reducción**

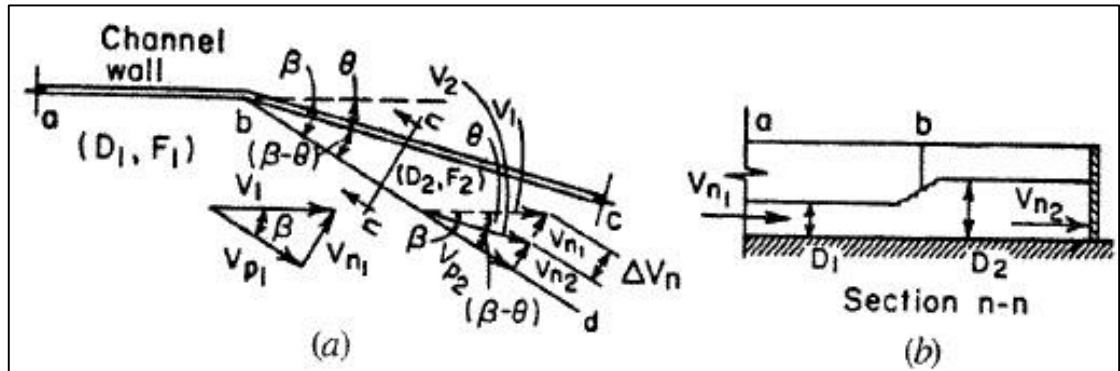
Los perfiles de flujo en reducción son representados mediante el trazo de cada uno de los tirantes o profundidades observadas, por medio de un seccionamiento a un tramo del canal. Para dicho seccionamiento se definen los tres tramos de estudio de la siguiente manera: aguas arriba de la transición, transición en reducción y aguas abajo de la transición. El análisis del comportamiento en el perfil del flujo ayuda a definir las variaciones de tirante, aumentos o disminuciones de velocidad y cambios de régimen de flujo provocados por la geometría de una expansión o reducción.

Cuando el flujo se encuentra con una reducción, la profundidad, velocidad, y número de Froude originales son  $y_1$ ,  $V_1$  y  $F_1$ . El ángulo de reducción hace que el fluido gire a través del mismo ángulo, y fluya a una nueva profundidad  $y_2$ , velocidad  $V_2$  y número de Froude  $F_2$ . Los cambios en profundidad y velocidad se producen a lo largo de un frente de onda  $bd$ , orientado con el ángulo de reducción original del flujo.<sup>46</sup>

---

<sup>46</sup>BRATER, Ernest F.; KING, Horace W. *Manual de hidráulica. Séptima edición.* P. 91.

Figura 12. Reducciones de paredes rectas



Fuente: BRATER, Ernest F.; KING, Horace W. *Manual de hidráulica. Séptima edición.* P. 91.

Cuando el flujo se entrega en estado súpercrítico y se mantiene el estado durante la transición se podría presentar una sobreelevación en el tirante. Si esta sobreelevación se produce suavemente le llamaremos remanso, pero si ocurre bruscamente será un resalto hidráulico. Dichos fenómenos pueden ocurrir durante la transición en reducción. Para los presentes casos de estudio la entrega de flujo a la reducción es en estado de régimen subcrítico.

Durante el desarrollo de los ensayos realizados a las transiciones se buscará definir cuál transición presenta menor número de pérdidas y en cuáles geometrías de transición son menos pronunciadas las ondas cruzadas. De esta manera se podrá concluir qué diseños geométricos se adaptan mejor y disminuyen la turbulencia, resultando un mejor funcionamiento hidráulico de la estructura del canal en el tránsito del flujo.



## **2. DEFINICIÓN DE ENSAYOS Y ALCANCES DEL ESTUDIO**

En el desarrollo de este título se describen los ensayos por medio de modelos geométricos, se define la cantidad de modelos para cada tipo de transición y se presenta el dimensionamiento geométrico de los mismos. Se dan los caudales, instrumentos utilizados, el proceso de medición de profundidades, las variables de análisis y los alcances propuestos para el estudio.

### **2.1. Presentación del estudio**

Se analizaron dos tipos de transiciones, la primera referida a expansión y la segunda que se denomina reducción del canal. Durante el desarrollo de este título se hará referencia a cada una de ellas como expansión o reducción.

El estudio experimental de las transiciones por medio de modelos físicos geométricos se origina para poder describir el comportamiento hidráulico del flujo, tanto en una expansión como en una reducción. El departamento de hidráulica de la Facultad de Ingeniería está equipado con un canal rectangular de acrílico, con una longitud aproximada de siete metros, alimentado por una bomba de 20HP de potencia.

### **2.2. Descripción de los ensayos con modelos geométricos**

Este estudio de transiciones por medio de modelos físicos, pretende presentar los fenómenos hidráulicos que se desarrollan en el flujo durante su tránsito por las transiciones, y desarrollar una clasificación de perfiles de flujo para cada uno de los caudales y geometrías ensayados. Las características geométricas de cada uno de los modelos son función del canal rectangular del

laboratorio, así como de algunos valores que puedan ser aplicados a proyectos con mayores dimensiones.

### **2.3. Definición de los ensayos**

Se han definido y construido seis modelos de transiciones, tres de expansión y tres de reducción, tomando como variable de base el cambio de dirección o cambio de ángulo horizontal, respecto a la línea central o eje del canal. Se utilizaron tres ángulos horizontales para las expansiones y tres para las reducciones, cada uno de ellos escogidos de tal manera que los cambios de dirección en las líneas del flujo no ocurrieran súbitamente. Las características geométricas para los anchos de base, alturas de canal y cambios de ángulo se describen a continuación.

### **2.4. Instrumentos y precisión de la medición**

La lista que se menciona a continuación define los instrumentos que se utilizaron para la medición de las variables al momento de realizar los ensayos de laboratorio:

- Cinta métrica con tolerancia  $\pm 1$  mm.
- Limnímetro con tolerancia  $\pm 0.1$  mm.
- Escalímetro, con variación de seis escalas.
- Transportador universal con graduación en ángulos.
- Nivel con burbuja de precisión (conocido también como nivel de aire).
- Escuadra noventa - cuarenta y cinco grados graduada milimétricamente.
- Cronómetro con precisión de 00hrs:00min:00.00s.
- Tanque de aforo (ver sección 2.9.1 método de aforo volumétrico).



## 2.5. Descripción geométrica de modelos ensayados

A continuación se presentan los criterios empleados para el dimensionamiento de los modelos de transiciones. Las variables analizadas en el desarrollo de esta investigación fueron las siguientes: 1) caudales de 0,020, 0,015 y 0,010 m<sup>3</sup>/s, por medio de aforo volumétrico; 2) profundidades o tirantes en cada sección asignada, en los tramos de estudio definidos; 3) velocidades de flujo en cada sección asignada, y 4) comportamientos del flujo para cada ensayo realizado.

### 2.5.1. Caudal

Atendiendo la capacidad de aforo se definieron tres valores de caudal, 0,020, 0,015 y 0,010 m<sup>3</sup>/s, para el estudio de los modelos ensayados. La calibración del caudal se realizó por el método de aforo volumétrico, con el procedimiento que se detalla a continuación:

- **Método de aforo volumétrico:** este método sirve para calibrar los caudales que se utilizan durante el ensayo de cada uno de los modelos.

El procedimiento es el siguiente:

- Se deja circular el agua que recorre por el canal hacia el tanque de aforo. El volumen de agua en dicho tanque se encuentra en función de la altura del piezómetro instalado en el tanque.
- Se cronometra el tiempo de llenado en el tanque, desde el momento en el que se inicia el llenado, hasta el instante en el que se corta el

flujo del agua cuando el tanque ha alcanzado aproximadamente su máxima capacidad.

- Se anotan los valores de: tiempo de llenado y la altura que indica el piezómetro en el tanque de aforo.
- Para conocer el volumen aforado, se acude a las tablas de control de volumen de agua en el tanque de aforo, que se encuentran en función de la altura del piezómetro anteriormente anotada.
- Caudal: teniendo los valores de tiempo y volumen aforado se puede calcular el caudal, que circula por el canal, por medio de la fórmula ya conocida:  $Q = V / t$  (m<sup>3</sup>/s).
- Escala de control: esta escala se utiliza para tener un control aproximado durante la calibración del caudal, la cual permite obtener la curva de calibración de caudales.

### **2.5.2. Profundidad**

Tal y como se describió en el tema de pérdidas de carga, los valores de profundidad para una reducción de canal deben caer, debido al aumento de velocidad, desde la entrada hacia la salida de la misma. Mientras, para la expansión, la profundidad disminuye en el tramo de transición y luego de la misma, existiendo un ligero aumento de profundidad, en el tramo aguas abajo, en la superficie del agua, exactamente donde se intersectan las ondas de choque, debido a que los valores de velocidad en este tramo se reducen. Este pequeño aumento de profundidad en el tramo aguas abajo de la expansión se conoce como recuperación en la altura de velocidad. Se debe remarcar que al final del canal, es decir la condición de frontera aguas abajo, era de flujo crítico, debido a que el agua caía por el borde al final del canal.

El proceso de medición para esta variable se realizó por medio de un limnómetro, con precisión de  $\pm 0,1$  mm, teniendo como referencia el fondo del canal. La medición se desarrolló de la siguiente manera: se tomó la medición de los valores de profundidad desde el fondo del canal hasta el espejo de agua, para cada una de las secciones definidas en cada uno de los tramos de estudio, aguas arriba, transición y aguas abajo de la transición.

### 2.5.3. Velocidad

Los valores de velocidad se calcularon y se analizaron en tres tramos de estudio seccionados de acuerdo a la recolección de datos. Los tramos de estudio definidos para el análisis fueron los siguientes: aguas arriba de la transición, transición, y aguas abajo de la transición.

Los valores de velocidad se determinaron para cada una de las secciones definidas conociendo el valor de caudal y el área hidráulica, por medio de la ecuación de continuidad:

$$V = \frac{Q}{A}$$

donde:

V = Velocidad m/s

Q = Caudal m<sup>3</sup>/s

A = Área (m<sup>2</sup>)<sup>47</sup>

---

<sup>47</sup>CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. P. 5.

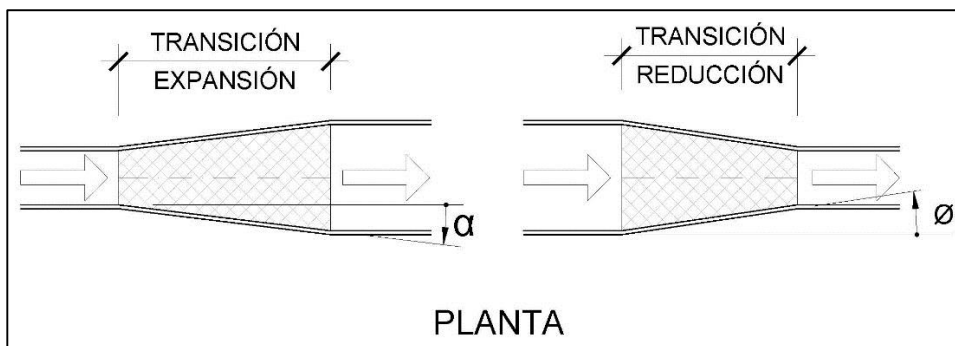
## 2.5.4. Comportamiento del flujo

El análisis de los fenómenos, singularidades y efectos que se presentan en los ensayos, se indicaron de forma cualitativa de acuerdo a la dinámica del flujo que se observó en la superficie del mismo. La presentación de los resultados y análisis de los perfiles de flujo se hizo en forma de una descripción cualitativa de tipo esquemático, buscando identificar el patrón de cambios y estructuras que se puedan presentar, turbulencias, vórtices, ondas de choque y variaciones de profundidad, entre otros que se pueden desarrollar en una transición.

## 2.5.5. Ángulo horizontal

A continuación se presentan los ángulos utilizados en los modelos de las transiciones, tres para expansiones y tres para reducciones. Cada uno de ellos fue seleccionado con base en la longitud en el eje de la transición, de esta manera se obtienen transiciones largas o transiciones cortas.

Figura 13. **Ángulo horizontal**



Fuente: elaboración propia empleando el programa AutoCAD 2015.

Los ángulos para las transiciones se presentan en la siguiente tabla:

Tabla II. **Ángulos horizontales**

Expansión		Reducción	
Variable	Dimensión	Variable	Dimensión
$\alpha$	3°	$\emptyset$	10°
$\alpha$	7°	$\emptyset$	15°
$\alpha$	12°	$\emptyset$	25°

Fuente: elaboración propia.

### 2.5.6. Dimensionamiento

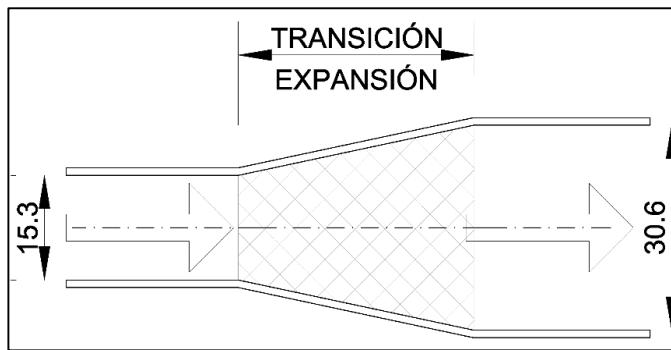
Las dimensiones de los modelos se basan en: ancho máximo de expansión y ancho mínimo de reducción y altura, ambas medidas limitadas por el canal existente. El dimensionamiento de cada modelo se obtiene de acuerdo al ángulo de la transición y utilizando el criterio de relación de anchos 2:1 en la entrada y salida de transición, que se describe a continuación.

#### 2.5.6.1. Relación de anchos de entrada y salida de transición

Debido a que el canal rectangular que se encuentra en el laboratorio de hidráulica es de ancho constante 30,6 cm., el estudio de transiciones se realiza con anchos en relación 2:1 resultando de 30,6 y 15,3 cm, en el ingreso o salida. La relación de anchos de acuerdo al modelo que se esté estudiando, deberá tomarse de la siguiente manera:

- **Expansión:** el ancho de sección, en el tramo aguas arriba de la transición, será constante para todos los modelos igual a 15,3 cm, mientras que el ancho de sección en el tramo aguas abajo de la transición, será igual a dos veces el ancho de la sección aguas arriba. La longitud del eje de la transición en el sentido del flujo depende de esta relación y del ángulo definido para la expansión en el canal.

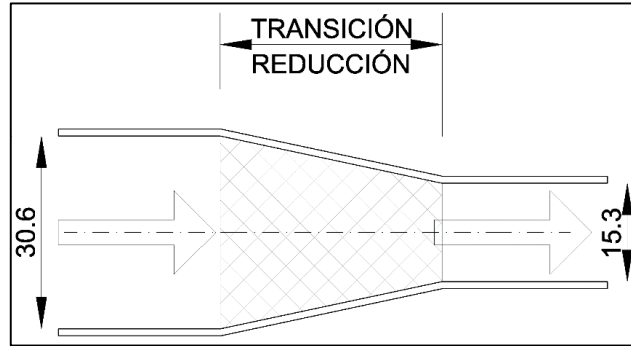
Figura 14. **Anchos de entrada y salida de expansión**



Fuente: elaboración propia empleando el programa AutoCAD 2015.

- **Reducción:** el ancho de sección, en el tramo aguas arriba de la transición, será constante para todos los modelos con un valor igual a 30,6 cm, mientras que el ancho de sección en el tramo aguas abajo de la transición, será igual a 1/2 del ancho de la sección aguas arriba (15,3 cm). La longitud del eje en la transición, medida desde la entrada hasta la salida de la misma depende de esta relación y del ángulo definido para la reducción en el canal.

Figura 15. **Anchos de entrada y salida de reducción**

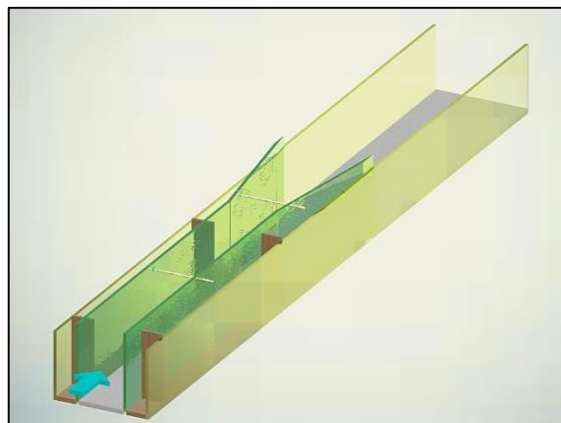


Fuente: elaboración propia empleando el programa AutoCAD 2015.

### 2.5.6.2. Expansión

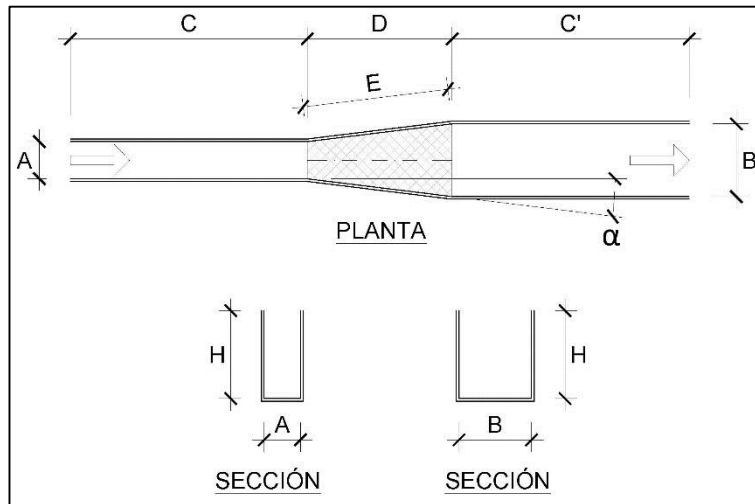
Se ensayaron tres modelos de expansión, y la definición de sus características geométricas se describe en el desarrollo de este subtítulo, tomando como referencia las siguientes figuras:

Figura 16. **Esquema de una expansión**



Fuente: elaboración propia empleando el programa AutoCAD 2015.

Figura 17. **Variables geométricas de expansión**



Fuente: elaboración propia empleando el programa AutoCAD 2015.

Tabla III. **Dimensiones del modelo 1**

Modelo 1, expansión		
Variable	Dimensión	Descripción
$\alpha$	3°	Ángulo de expansión
A	15,3 cm	Ancho de sección aguas arriba
B	30,6 cm	Ancho de sección aguas abajo
C	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas arriba de la transición
C'	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas abajo de la transición
D	143,1 cm	Longitud en el eje de la transición
E	143,3 cm	Distancia de la paredes laterales de la transición
H	37,0 cm	Altura constante en las paredes del modelo

Fuente: elaboración propia.



Tabla IV. **Dimensiones del modelo 2**

Modelo 2, expansión		
Variable	Dimensión	Descripción
$\alpha$	7°	Ángulo de expansión
A	15,3 cm	Ancho de sección aguas arriba
B	30,6 cm	Ancho de sección aguas abajo
C	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas arriba de la transición
C'	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas abajo de la transición
D	61,1 cm	Longitud en el eje de la transición
E	61,5 cm	Distancia de la paredes laterales de la transición
H	37,0 cm	Altura constante en las paredes del modelo

Fuente: elaboración propia.

Tabla V. **Dimensiones del modelo 3**

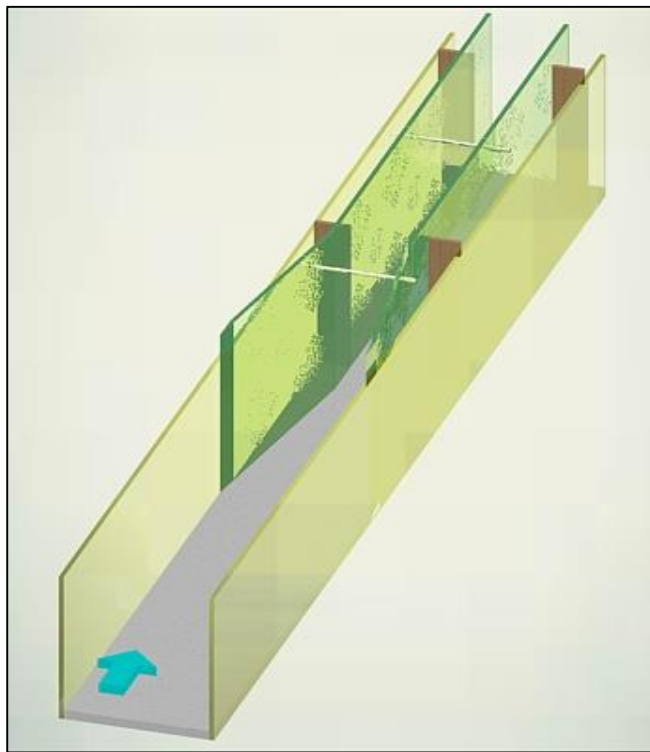
Modelo 3, expansión		
Variable	Dimensión	Descripción
$\alpha$	12°	Ángulo de expansión
A	15,3 cm	Ancho de sección aguas arriba
B	30,6 cm	Ancho de sección aguas abajo
C	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas arriba de la transición
C'	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas abajo de la transición
D	35,3 cm	Longitud en el eje de la transición
E	36,1 cm	Distancia de la paredes laterales de la transición
H	37,0 cm	Altura constante en las paredes del modelo

Fuente: elaboración propia.

### 2.5.6.3. Reducción

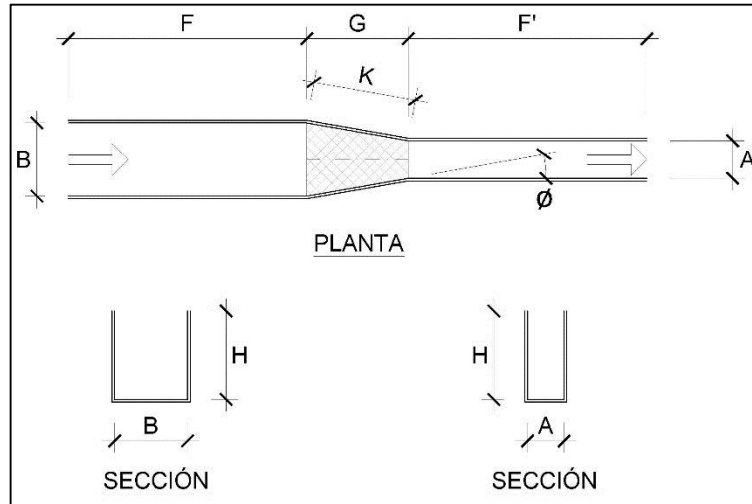
El dimensionamiento de los modelos en reducción se describe a continuación, y como referencia se presentan los gráficos siguientes:

Figura 18. **Esquema de una reducción**



Fuente: elaboración propia empleando el programa AutoCAD 2015.

Figura 19. **Variables geométricas de reducción**



Fuente: elaboración propia empleando el programa AutoCAD 2015.

Tabla VI. **Dimensiones del modelo 4**

Modelo 4, reducción		
Variable	Dimensión	Descripción
$\phi$	10°	Ángulo de reducción
A	15,3 cm	Ancho de sección aguas abajo
B	30,6 cm	Ancho de sección aguas arriba
F	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas arriba de la transición
F'	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas abajo de la transición
G	42,5 cm	Longitud en el eje de la transición
K	43,2 cm	Distancia de las paredes laterales de la transición
H	37,0 cm	Altura constante en las paredes del modelo

Fuente: elaboración propia.

Tabla VII. **Dimensiones del modelo 5**

Modelo 5, reducción		
Variable	Dimensión	Descripción
$\phi$	15°	Ángulo de reducción
A	15,3 cm	Ancho de sección aguas abajo
B	30,6 cm	Ancho de sección aguas arriba
F	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas arriba de la transición
F'	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas abajo de la transición
G	28,0 cm	Longitud en el eje de la transición
K	29,0 cm	Distancia de las paredes laterales de la transición
H	37,0 cm	Altura constante en las paredes del modelo

Fuente: elaboración propia.

Tabla VIII. **Dimensiones del modelo 6**

Modelo 6, reducción		
Variable	Dimensión	Descripción
$\phi$	25°	Ángulo de reducción
A	15,3 cm	Ancho de sección aguas abajo
B	30,6 cm	Ancho de sección aguas arriba
F	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas arriba de la transición
F'	150,0 cm	Longitud en el eje, aguas abajo de la transición
G	16,1 cm	Longitud en el eje de la transición
K	17,7 cm	Distancia de las paredes laterales de la transición
H	37,0 cm	Altura constante en las paredes del modelo

Fuente: elaboración propia.

## 2.6. Proceso de construcción de los modelos

Los modelos que se utilizaron durante el presente estudio han sido elaborados con láminas acrílicas transparentes (*plexiglás*), con un espesor de 3mm. Sobre cada lámina de acrílico se realizaron los trazos necesarios, de acuerdo a la geometría y dimensiones de cada modelo, y se procedió a realizar los cortes, con una pulidora industrial con disco de diamante. Para armar los modelos se utilizaron accesorios tales como: pernos, tuercas, roldanas, cintas de sujeción, cinta *duc-tape*, silicón transparente y sargentos, facilitando el anclaje seguro de los modelos a las paredes del canal rectangular del laboratorio.

Los modelos físicos consistieron en una base de madera con lámina de *plexiglás* en la parte superior, las paredes del modelo se fijaron con silicón transparente, teniendo cuidado de no dejar excesos de silicón en la parte interna del canal donde circula el agua. El montaje y sello entre el canal de laboratorio y los modelos de *plexiglás* se realizó sellando las juntas entre ambos, con cinta industrial *duc-tape* en los laterales y la base del canal, de tal manera que no existieran perturbaciones durante la circulación del flujo.

Una vez finalizados los modelos se procedió a realizar una prueba de llenado, que consistió en llenar de agua el modelo físico de transición y revisar visualmente posibles fugas, entre la base y las paredes del canal, tal y como se observa en siguiente figura:

Figura 20. **Elaboración y prueba de llenado de transición**



Fuente: foto tomada en la Colonia Santa Rosita, zona 16. Fecha: 02 de agosto de 2015.

## **2.7. Metodología para los ensayos y toma de datos**

Para cada uno de los seis modelos se realizaron tres ensayos con tres caudales distintos, permitiendo el análisis cualitativo en el comportamiento hidráulico del flujo, tanto en expansión como en reducción. El procedimiento de los ensayos fue el siguiente:

- Se realiza el montaje, aseguramiento y sello para evitar fugas de agua.
- Llenar los tanques el equipo.
- Cebarr el sistema de bombeo y poner en funcionamiento el equipo para hacer circular el agua a través del canal y del modelo a ensayar.

- Calibrar el caudal a utilizar, midiéndolo mediante el método de aforo volumétrico.
- Una vez calibrado el caudal a 10, 15 y 20 litros por segundo, se realiza un análisis cualitativo de los fenómenos y comportamiento hidráulico que se esté presentando aguas arriba de la transición, durante la transición y aguas abajo de la misma.
- Toma de datos. Para realizar este proceso se utiliza una tabla de recolección de datos que contiene la siguiente información: tramo de estudio, caudal, pendiente y tirantes a medir.
- Medición de caudal: su medición y calibración se hace por medio de aforo volumétrico.
- Pendiente del canal: la pendiente del canal se ajustó utilizando nivel de agua, con manguera de albañilería y estadales, en el pivote y al final del canal.
- Tirantes: en las secciones de los tramos de estudio se tomaron los valores de profundidad o tirante del flujo, con un limnómetro de precisión ( $\pm 0,1\text{mm}$ ).
- Conociendo los valores de ancho de sección, tirante y caudal que circula, se procede a realizar los cálculos de velocidades, números de Froude y pérdidas de carga.

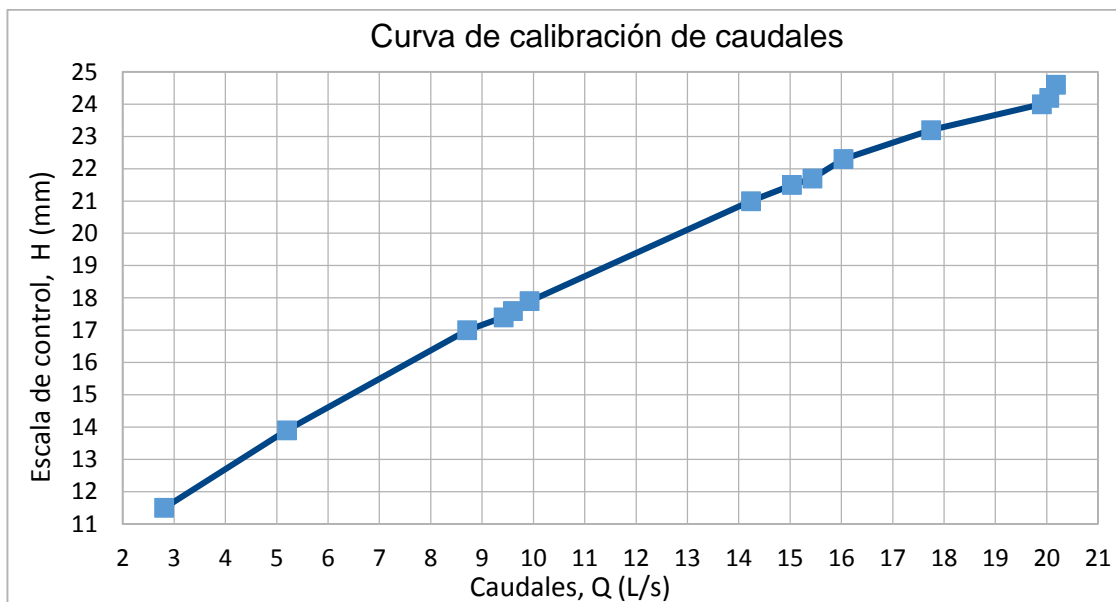
**Curva de calibración de caudales:** el trazo de la curva de calibración de caudales se realiza con la finalidad de tener un indicador aproximado del caudal que circula por el canal, de acuerdo al tirante de agua en la sección de control. Esta curva será de ayuda para una primera estimación de caudal, para luego ajustarlo por el aforo volumétrico. Los datos de la curva se obtienen de la siguiente manera: para cada caudal encontrado por medio de aforo volumétrico se anota el tirante del agua, que indica la escala en la sección de control al inicio de canal. Luego se construye la curva de caudales.

Tabla IX. **Datos de la curva de calibración de caudales**

Escala de control (cm)	Caudal (L/s)
11,50	2,81
13,90	5,20
17,00	8,71
17,40	9,42
17,60	9,60
17,90	9,93
21,00	14,24
21,50	15,04
21,70	15,44
22,30	16,04
23,20	17,75
24,00	19,91
24,20	20,05
24,60	20,18

Fuente: elaboración propia.

Figura 21. **Curva de calibración de caudales**



Fuente: elaboración propia.



## **2.8. Definición de pendientes en el fondo del canal**

Antes de realizar los ensayos a los modelos geométricos se definió el uso de tres pendientes con los siguientes criterios: 5,00 % para obtener un comportamiento de flujo súpercrítico, 1,00 % para obtener flujo crítico y 0,10 % para regímenes de flujo subcrítico. Se definieron cada una de estas pendientes en busca de obtener resultados que presenten variación en el comportamiento de régimen de flujo en cada modelo ensayado.

### **2.8.1. Pendientes de 5,00 % y 1,00 %**

Las pendientes de 5,00 % y 1,00 %, se definieron para lograr obtener cambios de régimen, de flujo subcrítico a flujo súpercrítico durante la transición. Estas pendientes fueron descartadas por medio de ensayos, debido al comportamiento que presentó el flujo, lo cual puede verse en el análisis de resultados.

### **2.8.2. Pendiente utilizada en los ensayos 0,10 %**

Con base en los ensayos previos realizados y los resultados obtenidos con pendientes de 5,00 % y 1,00 %, se definió que la pendiente a utilizar en el desarrollo de todos los ensayos será de 0,10 %.

La pendiente de 0,10 % que se propone se basa en los siguientes criterios: lograr el cambio de régimen de flujo subcrítico a súpercrítico, localizar la sección en la que el flujo se encuentra en estado crítico, mantener el mínimo posible de pérdidas en carga y reducir la velocidad del flujo. Esta pendiente es utilizada frecuentemente en canales de conducción (proyectos hidroeléctricos) donde se

requiere mantener la carga hidráulica, lo que indica que es una pendiente de uso común.

Tabla X. **Transición en expansión**

Ángulo de expansión	Pendiente asignada
3°	0,10%
7°	0,10%
12°	0,10%

Fuente: elaboración propia.

Tabla XI. **Transición en reducción**

Ángulo de reducción	Pendiente asignada
10°	0,10%
15°	0,10%
25°	0,10%

Fuente: elaboración propia.

## 2.9 Alcances del estudio

Los alcances de este estudio de transiciones en expansión y reducción buscan desarrollar un análisis de variables como: números de Froude, velocidades y pérdidas de carga, así como realizar una comparación en el comportamiento del flujo, por medio de ensayos a seis modelos elaborados a escala, con material *plexiglás*, tres de expansión y tres de reducción, de acuerdo a la geometría definida para cada uno de ellos.

La metodología de los ensayos, la pendiente definida y sus dimensiones geométricas fueron delimitadas por el canal existente en el laboratorio. Cada modelo descrito en el desarrollo de este capítulo permitió realizar un análisis cualitativo para cada modelo ensayado, y de esta manera describir el comportamiento del flujo en los tres tramos de estudio definidos: aguas arriba de la transición, durante la transición y aguas abajo de la transición.

La precisión de medición de la instrumentación utilizada y descrita en este capítulo permitió una mejor descripción gráfica en la elaboración e interpretación de los perfiles de flujo, así como un confiado cálculo de variables.



### **3. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS**

Los resultados y apreciaciones obtenidas de los ensayos que se realizaron con los modelos de transiciones en expansión y en reducción se presentan en este capítulo por medio de gráficos, descripción cualitativa del flujo y un análisis de las variables representadas.

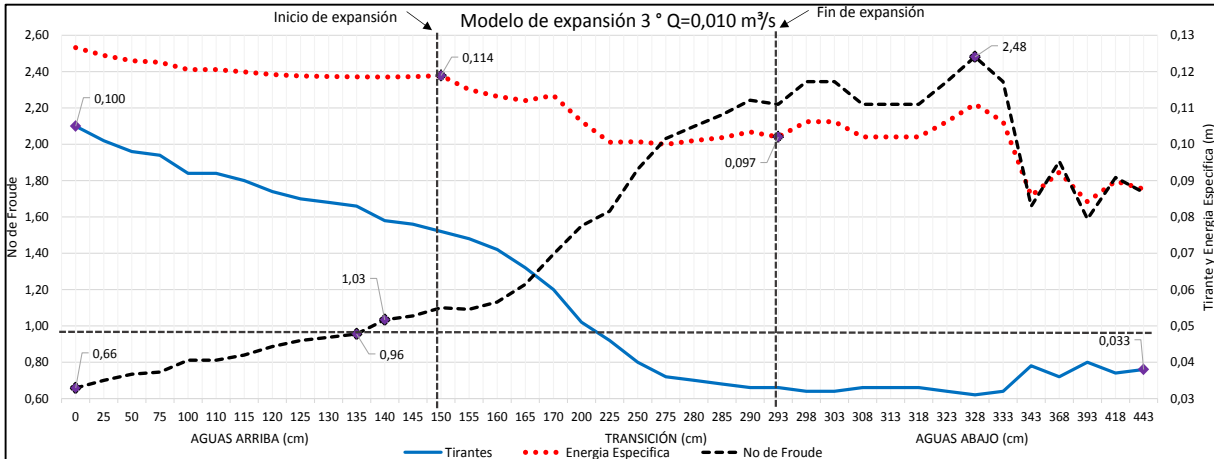
El objetivo de los gráficos es visualizar el comportamiento del flujo por medio de los tirantes observados, la energía específica y los números de Froude calculados para cada sección y tramo de estudio. Los valores del número de Froude proporcionan un indicador del comportamiento del flujo, teniendo para  $F < 1$  flujo subcrítico, para  $F = 1$  crítico, y para  $F > 1$  súpercrítico.

Cada gráfica que se presenta muestra los resultados de un modelo de transición para un caudal específico. Es importante mencionar que se realizó el estudio para tres modelos en expansión y tres modelos en reducción, haciendo el análisis para cada uno de ellos con tres caudales diferentes, tal y como se describió anteriormente.

#### **3.1. Expansiones**

A continuación se presentan los resultados de los ensayos realizados a los modelos en expansión  $3^\circ$ ,  $7^\circ$  y  $12^\circ$ . Cada modelo ensayado con tres caudales diferentes:  $0,010 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $0,015 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $0,020 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Figura 22. Modelo expansión 3°, Q=0,010 m³/s

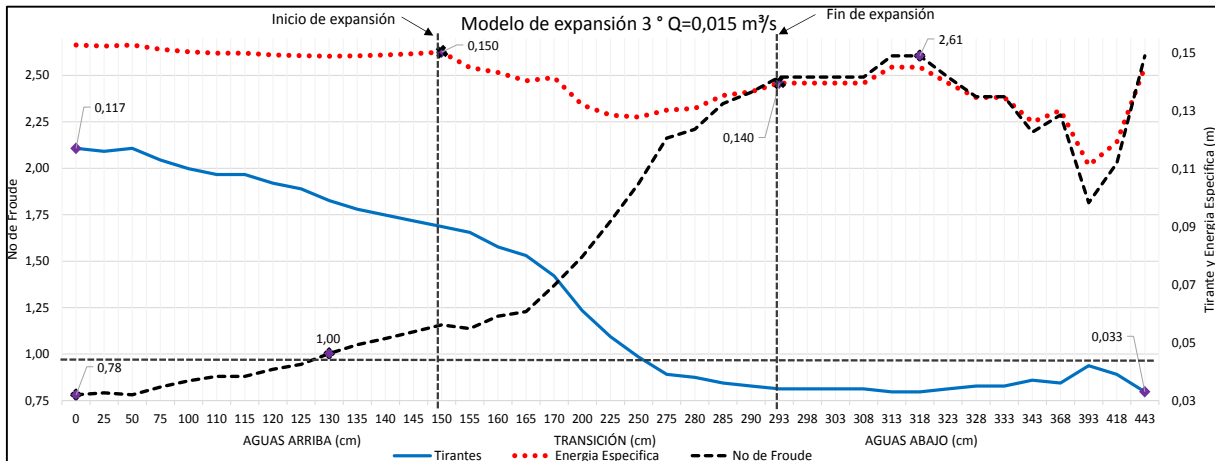


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se presentaron ondas de choque específicamente a inicios del tramo aguas abajo de la transición. No existieron vórtices y el comportamiento del flujo fue turbulento en el tramo aguas abajo, donde el tirante del flujo era pequeño y la velocidad alta.

**Análisis de las variables del gráfico:** se puede observar claramente que el número de Froude aumenta inversamente al perfil del flujo; conforme el tirante va disminuyendo, el número de Froude va aumentando. La sección de flujo crítico se encuentra en el tramo aguas arriba, cercana al inicio de la transición, y se puede observar una recuperación de altura de tirante al final del tramo aguas abajo. La energía específica disminuye: 0,017m entre el inicio y el final de la transición.

Figura 23. Modelo expansión 3°, Q=0,015 m³/s

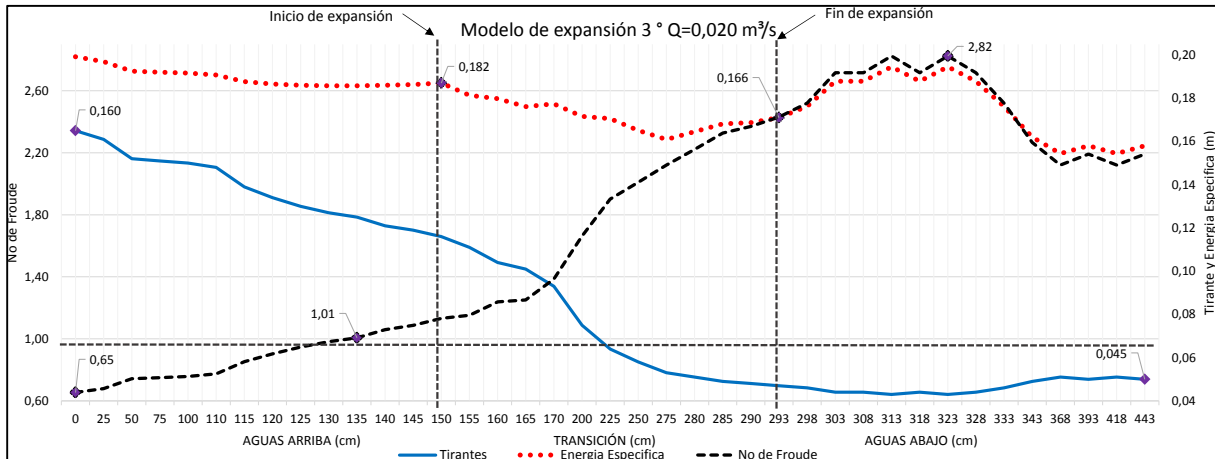


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formaron dos ondas de choque en el tramo aguas abajo de la transición. No existieron vórtices y se presentó turbulencia en la superficie del flujo debido a las ondas de choque en este mismo tramo, donde el tirante del flujo disminuyó.

**Análisis de las variables del gráfico:** se observa que el número de Froude aumenta a medida que el tirante del flujo va disminuyendo. La sección de flujo crítico, con  $Fr=1$ , se encuentra en el tramo aguas arriba de la transición, y se puede observar cómo el perfil de flujo se mantiene casi constante al finalizar la transición. La energía específica disminuye: 0,010m entre el inicio y el final de la transición.

Figura 24. Modelo expansión 3°, Q=0,020m³/s



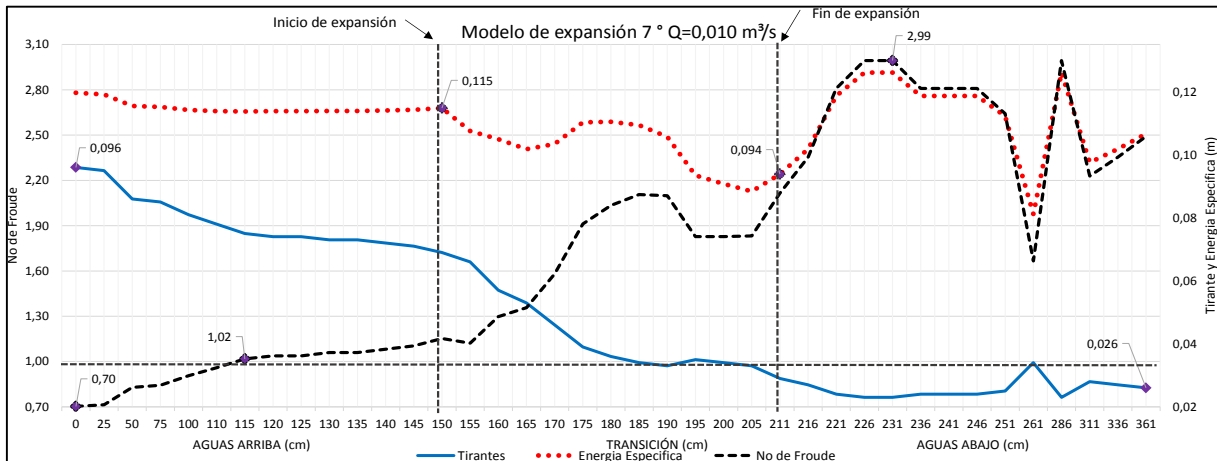
Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formó una onda de choque en el tramo aguas abajo de la transición, no se presentaron vórtices y la turbulencia fue poca en este tramo, donde se intersectaba la onda de choque. El comportamiento en la superficie del flujo fue estable, en comparación con los dos caudales anteriores ensayados.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr=1$  se encuentra en el tramo aguas arriba de la transición, teniendo flujo subcrítico en la mayor parte de este tramo. Se observa que el número de Froude aumenta a medida que el tirante va disminuyendo, como también que el perfil de flujo se mantiene casi constante al finalizar la transición. La energía específica disminuye: 0,016m entre el inicio y el final de la transición.



Figura 25. Modelo expansión 7°, Q=0,010m³/s

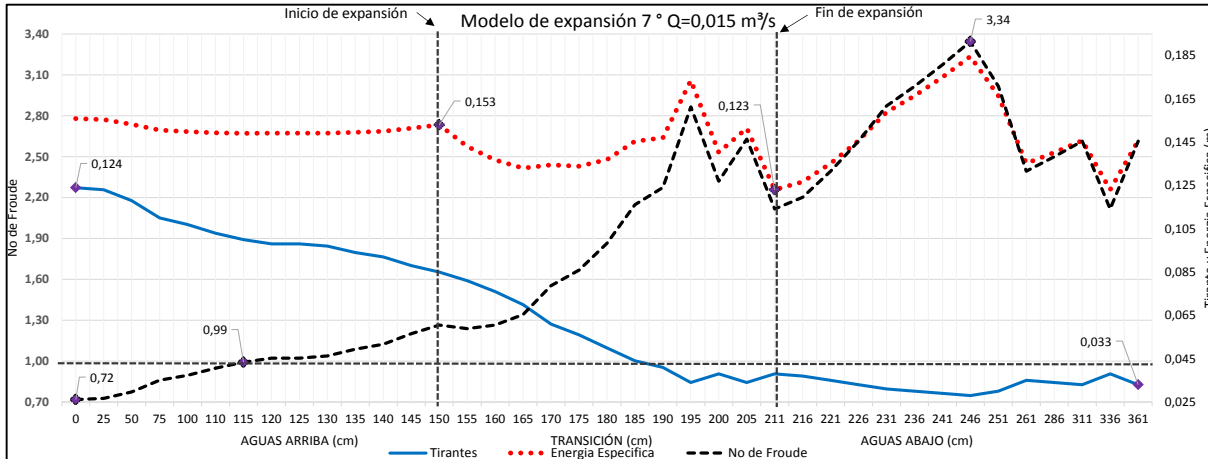


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formaron dos ondas de choque, una en el tramo de transición y la segunda al inicio del tramo aguas abajo. No existieron vórtices, se presentó poca turbulencia en el tramo aguas abajo. Se observó sobreelevación en el tirante, únicamente en el eje del canal en los puntos específicos donde se intersectaban las ondas de choque.

**Análisis de las variables del gráfico:** el tirante del flujo se mantuvo casi constante al llegar al inicio de la expansión. Durante la transición el tirante baja e, inversamente, el número de Froude aumenta; se observa que los números de Froude vuelven a disminuir en los puntos donde se intersectan las ondas de choque. Los valores de energía específica disminuyen: 0,021m entre el inicio y el final de la transición.

Figura 26. Modelo expansión 7°, Q=0,015m³/s

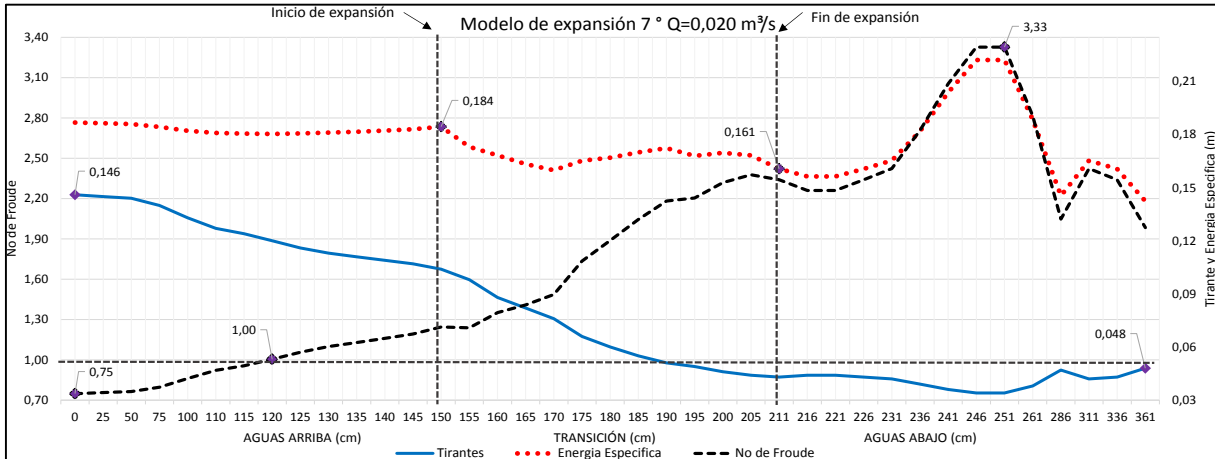


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formaron dos ondas de choque, una en el tramo de transición y la segunda al inicio del tramo aguas abajo. No existieron vórtices, se observó turbulencia en el tramo aguas abajo, donde se intersectaba la segunda onda de choque y el tirante era pequeño.

**Análisis de las variables del gráfico:** Fr=1 se encuentra a mitad del tramo aguas arriba de la transición, luego aumenta durante la transición y nuevamente en el tramo aguas abajo hasta un valor máximo de 3,34. La energía específica disminuye: 0,030m entre el inicio y el final de la transición.

Figura 27. Modelo expansión 7°, Q=0,020m³/s

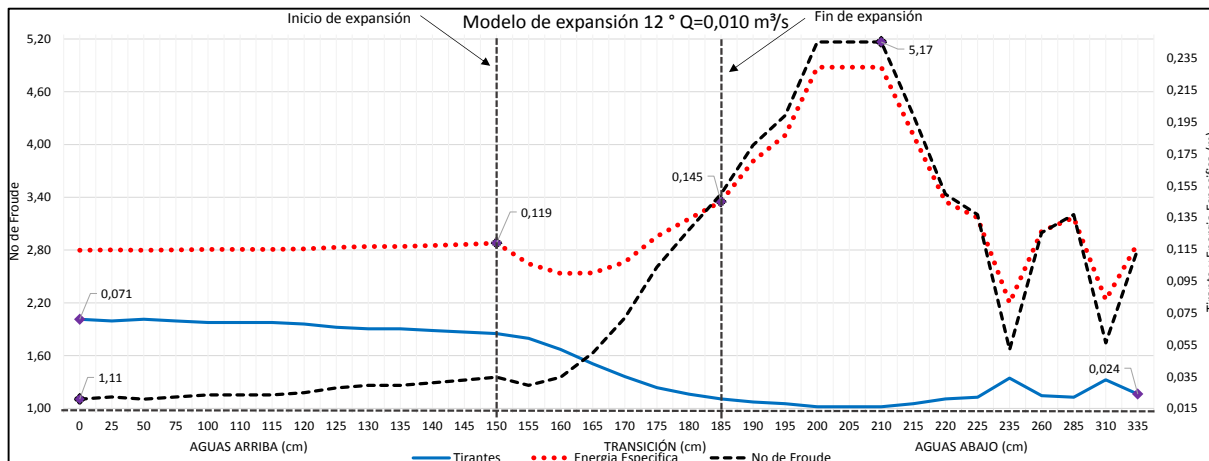


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formaron dos ondas de choque, una desde el inicio de la expansión de gran longitud y la segunda al inicio del tramo aguas abajo. No existieron vórtices y se presentó turbulencia en el tramo aguas abajo, al finalizar la segunda onda de choque.

**Análisis de las variables del gráfico:** se observa en el gráfico que el número de Froude aumenta a medida que el tirante del flujo va disminuyendo. La sección de flujo crítico  $Fr=1$  se encuentra en el tramo aguas arriba de la transición. Al final del tramo aguas abajo se observa una pequeña recuperación de tirante. La energía específica disminuye: 0,023m entre el inicio y el final de la transición.

Figura 28. Modelo expansión 12°, Q=0,010m³/s

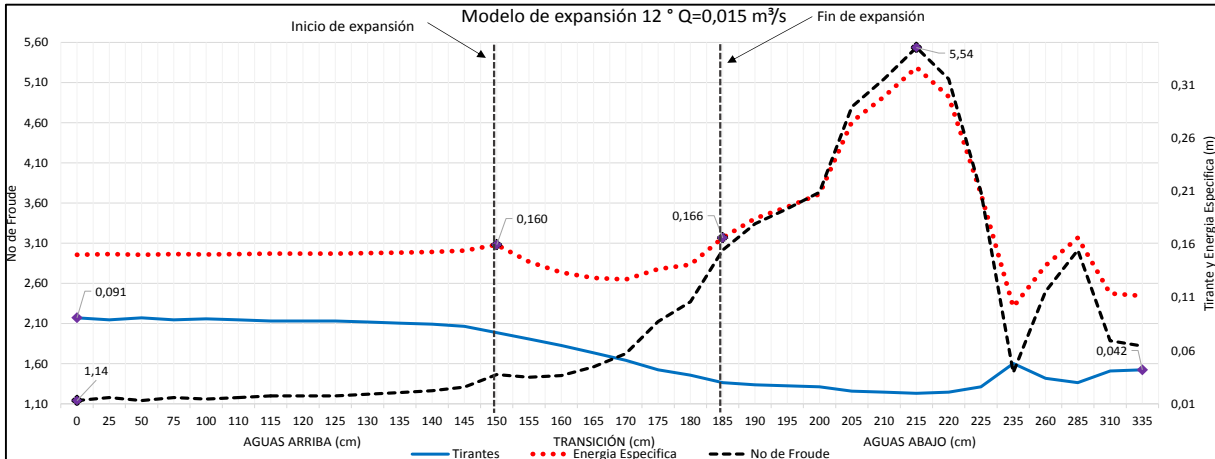


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formaron tres ondas de choque en el tramo aguas abajo de la transición, no existieron vórtices y la turbulencia se presentó en el tramo aguas abajo. La disminución de tirante es evidente durante la transición y aguas abajo de la misma, debido a la corta longitud de la transición.

**Análisis de las variables del gráfico:** la caída de tirante se produce durante la transición y en el inicio del tramo aguas abajo, y el comportamiento del flujo de acuerdo a los números de Froude es súpercrítico en todos los tramos de estudio, alcanzando un valor máximo  $Fr=5,17$  aguas abajo, luego descienden estos valores debido a la recuperación de tirante. La energía específica aumenta: 0,026m entre el inicio y el final de la transición.

Figura 29. Modelo expansión 12°, Q=0,015m³/s

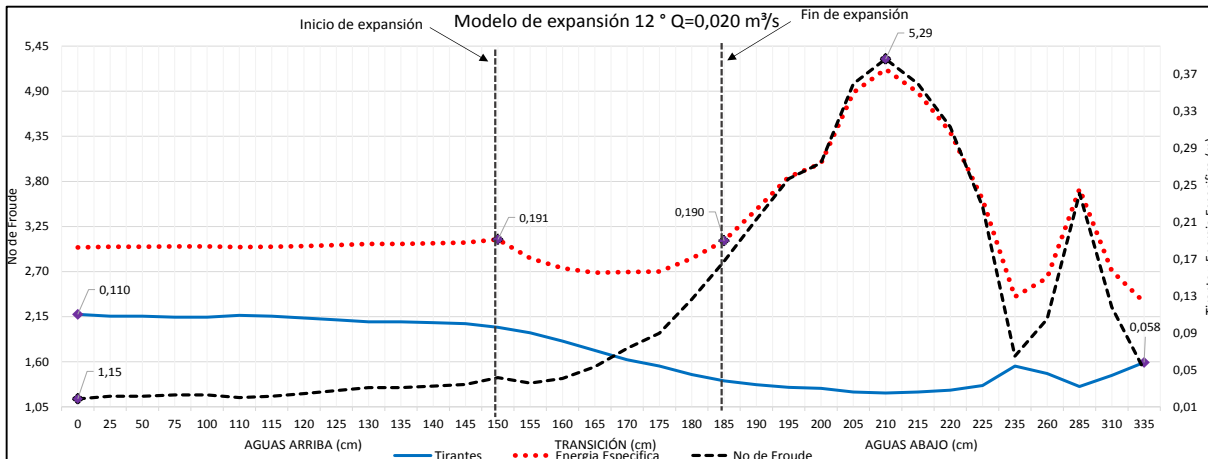


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formaron tres ondas de choque en el tramo aguas abajo de la transición desde el inicio del mismo. No existieron vórtices y se presentó turbulencia en el tramo mencionado. La disminución de tirante se desarrolló durante la transición y al inicio del tramo aguas abajo.

**Análisis de las variables del gráfico:** el perfil del flujo se mantiene casi constante, en el tramo aguas arriba. Los números de Froude aumentan desde 1,14 hasta un máximo de 5,54, siendo el flujo súpercrítico en todos los tramos de estudio. La energía específica aumenta: 0,006m entre el inicio y el final de la transición.

Figura 30. Modelo expansión 12°, Q=0,020m³/s



Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se formaron tres ondas de choque en el tramo aguas abajo de la transición desde el inicio. No existieron vórtices y se presentó turbulencia en el mismo tramo. La disminución de tirante se desarrolló durante la transición y al inicio del tramo aguas abajo, observándose recuperación de tirante al final del tramo aguas abajo, mayormente en el eje donde se intersectaban las ondas.

**Análisis de las variables del gráfico:** el perfil del flujo se mantiene casi constante en el tramo aguas arriba. Los números de Froude aumentan desde 1,15 hasta un máximo de 5,29, siendo el flujo súpercrítico en todos los tramos de estudio. La energía específica aumenta considerablemente donde los tirantes son pequeños con velocidades de flujo altas.

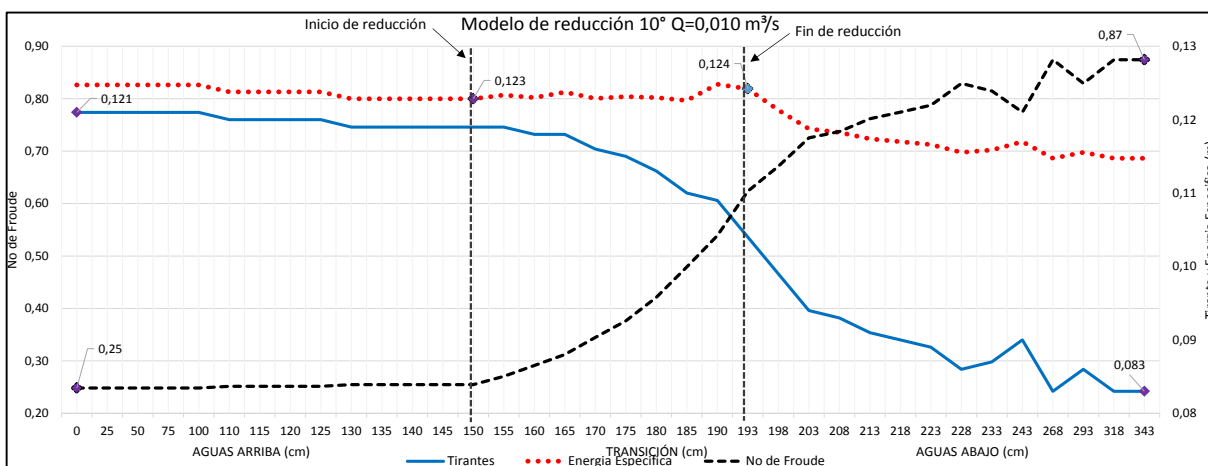
### 3.1.1. Resumen de expansiones

- **Tirantes:** en los perfiles de flujo trazados por medio de los tirantes se puede observar que, para todos los modelos, la caída de altura se presenta durante la transición y en el inicio del tramo aguas abajo. De igual manera, para los tres modelos y los tres caudales, se observa que en todos existe una recuperación de altura al final del tramo aguas abajo, según las observaciones del comportamiento del flujo. Dicha recuperación se presenta en donde las ondas de choque se intersectan.
- **Números de Froude:** de acuerdo a los gráficos existe flujo subcrítico en el tramo aguas arriba para las expansiones de larga longitud, que corresponden a 3° y 7° para estos casos de estudio, teniendo la sección de flujo crítico  $Fr=1,00$  aproximadamente, a mitad del tramo aguas arriba. Por el contrario, para la expansión de 12°, con corta longitud en su transición, en los tres caudales ensayados para este modelo, se presenta flujo súpercrítico en todos los tramos de estudio.
- **Energía específica:** tomando como referencia las secciones específicas de entrada y salida de las expansiones, se resume lo siguiente: para las expansiones de 3° y 7° la energía específica disminuye entre la entrada y salida de la transición y aumenta en el tramo aguas abajo. Mientras que para la expansión de 12°, los valores de energía específica aumentan entre la entrada y la salida de la transición, obteniendo los mayores valores de energías específicas en el tramo aguas abajo.

### 3.2. Reducciones

A continuación se presentan los resultados de los ensayos realizados a los modelos en reducción 10°, 15° y 25°. Cada modelo ensayado con tres caudales diferentes: 0,010 m<sup>3</sup>/s, 0,015 m<sup>3</sup>/s y 0,020 m<sup>3</sup>/s.

Figura 31. **Modelo reducción 10°, Q=0,010m<sup>3</sup>/s**



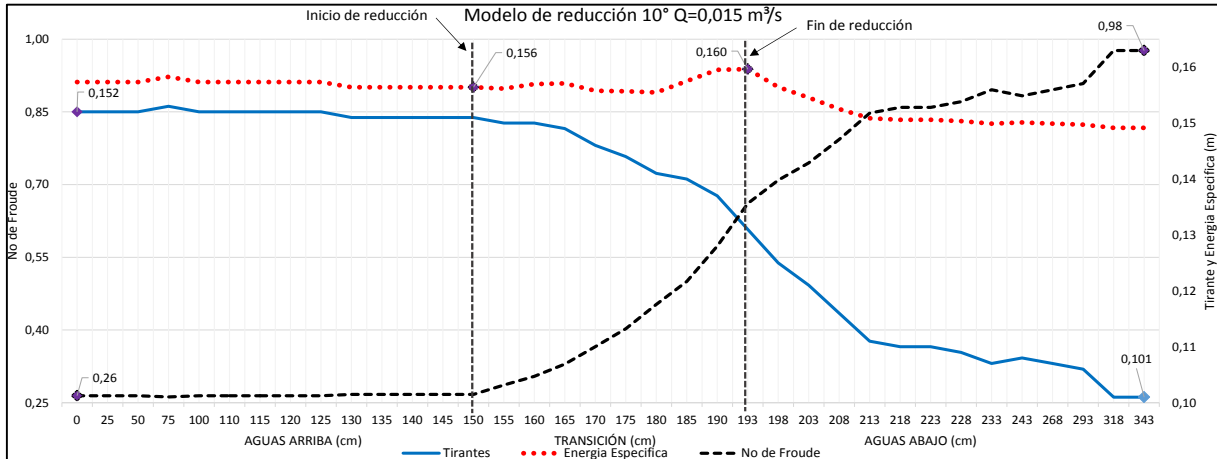
Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se observó caída de tirante al final de la reducción del canal y al inicio del tramo aguas abajo, manteniéndose el tirante casi constante en el tramo aguas arriba. Se presentaron pequeñas ondas de choque en el tramo aguas abajo a partir de su inicio. No se presentó turbulencia, no se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr < 1$ . El comportamiento del flujo durante los tres tramos de estudio fue subcrítico, sin mayores variaciones en el tramo aguas arriba y aumentando durante la reducción. La energía específica disminuye levemente en el tramo aguas arriba, aumenta 0,001m entre el inicio y el final de la transición, y luego presenta caída en el tramo aguas abajo.



Figura 32. Modelo reducción 10°, Q=0,015m³/s

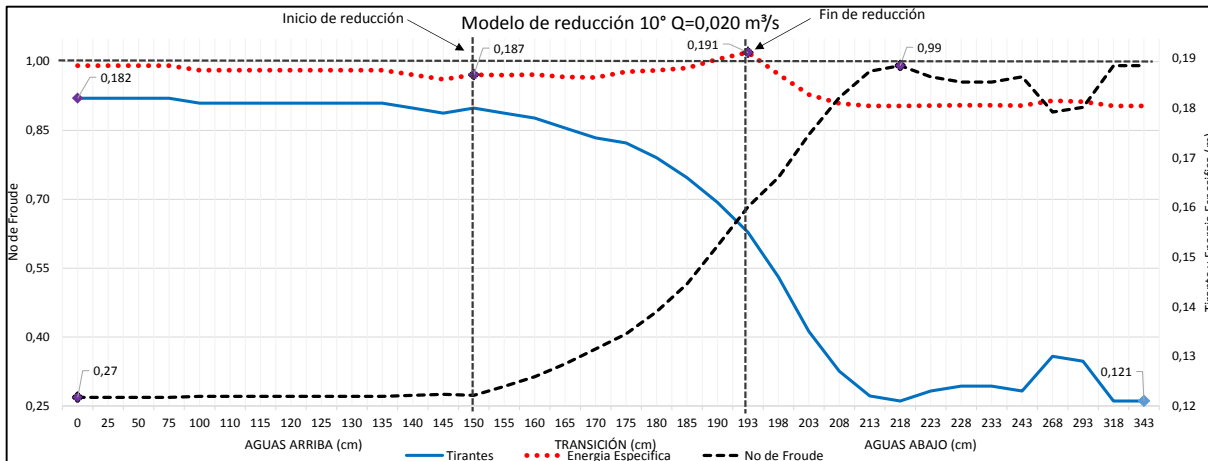


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** la caída de tirante se produce durante la reducción y al inicio del tramo aguas abajo. El tirante se mantiene casi constante en el tramo aguas arriba. Se presentaron ondas de choque en el tramo aguas abajo. No se presentó turbulencia, no existieron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr < 1$ . El comportamiento del flujo durante los tres tramos de estudio fue subcrítico, sin mayores variaciones en el tramo aguas arriba y aumentando en los tramos de la reducción y aguas abajo. La energía específica se mantiene casi constante en el tramo aguas arriba, aumenta 0,004m entre el inicio y el final de la transición, y luego presenta caída en el tramo aguas abajo.

Figura 33. Modelo reducción 10°, Q=0,020m³/s

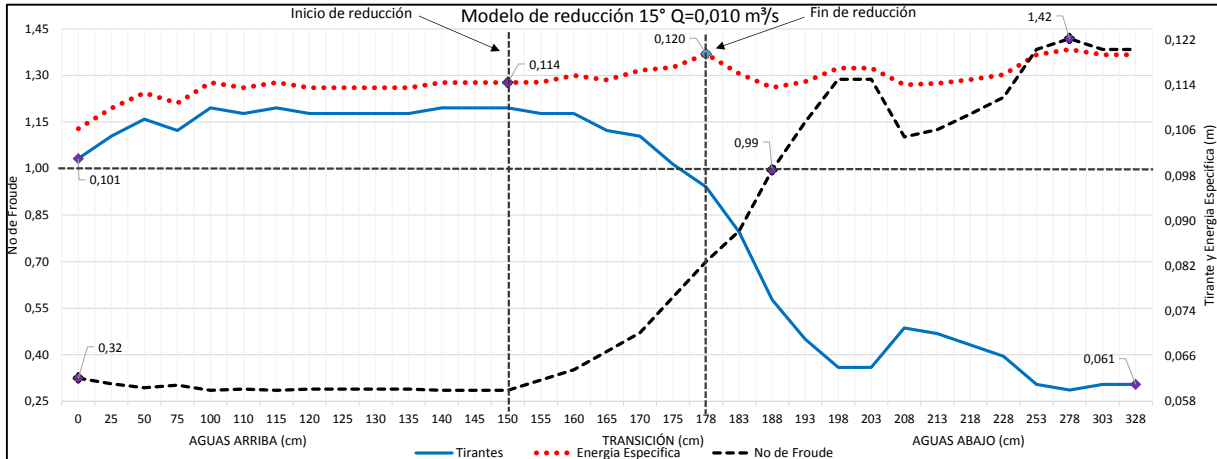


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se presentó caída de tirante al final de la reducción y mayormente en el inicio del tramo aguas abajo. Se presentaron pronunciadas ondas de choque durante el tramo aguas abajo a partir del final de la reducción. No se presentó turbulencia, no se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr < 1$ . El comportamiento del flujo durante los tres tramos de estudio fue subcrítico, llegando hasta un valor máximo de 0,99 en el tramo aguas abajo, sin mayores variaciones en el tramo aguas arriba y aumentando durante la reducción. La energía específica disminuye en el tramo aguas arriba, aumenta 0,004m entre el inicio y el final de la transición, y luego presenta caída en el tramo aguas abajo.

Figura 34. Modelo reducción 15°, Q=0,010m³/s

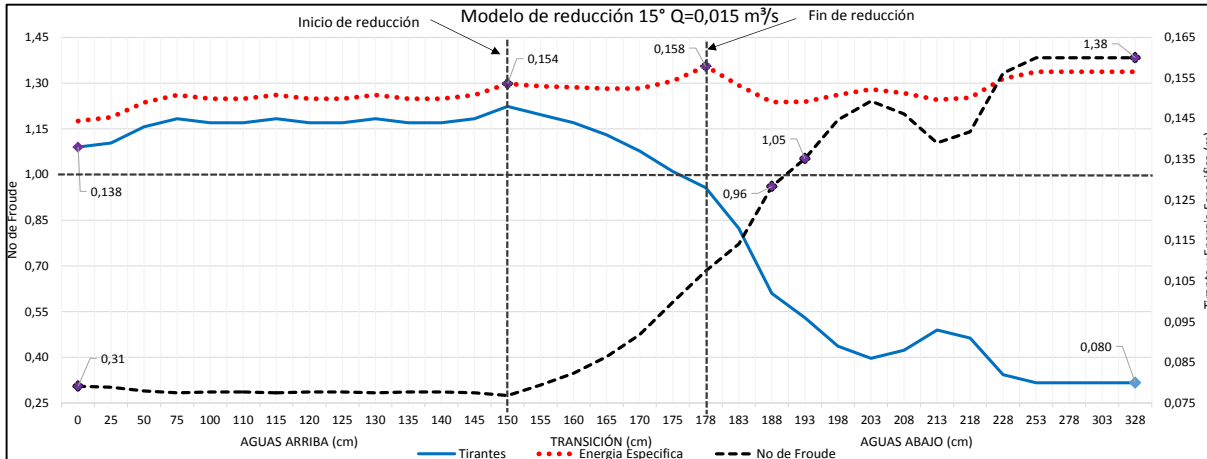


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** el tirante aumentó en el tramo aguas arriba, luego disminuyó durante la reducción y en el inicio del tramo aguas abajo. Se presentaron ondas de choque en el tramo aguas abajo a partir de su inicio. Se presentó poca turbulencia en el tramo aguas abajo debido a las ondas de choque. No se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr=1$  se encuentra después de la reducción, teniendo flujo subcrítico en los tramos aguas arriba y transición. La energía específica aumenta en el tramo aguas arriba, luego tiene un aumento de 0,006m entre el inicio y el final de la transición, presentando pocas variaciones en el tramo aguas abajo.

Figura 35. Modelo reducción 15°, Q=0,015m³/s

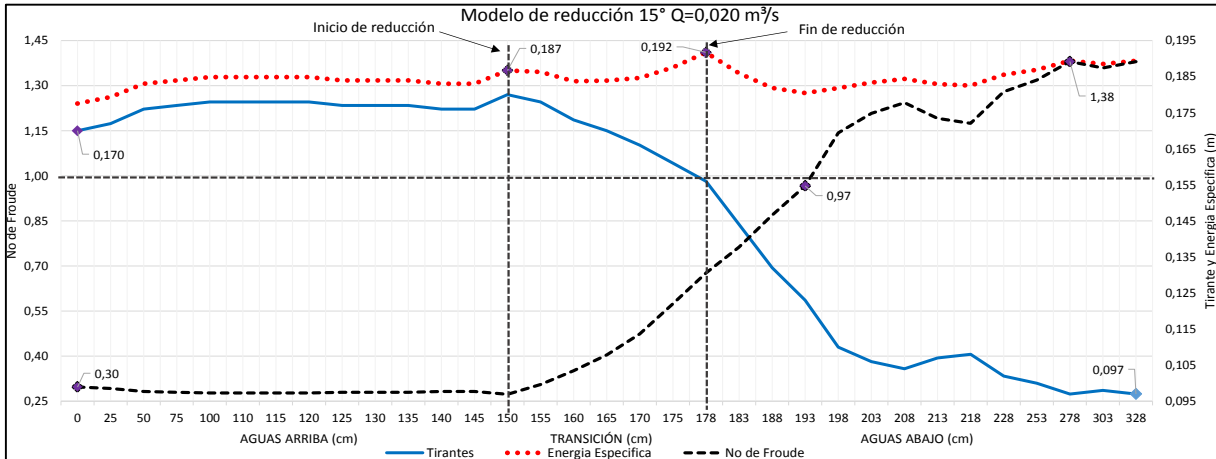


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se observa aumento de tirante en el tramo aguas arriba, luego disminuye durante la reducción y en el inicio del tramo aguas abajo. Se presentaron ondas de choque en el tramo aguas abajo a partir de su inicio, se presentó poca turbulencia en el tramo aguas abajo debido a las ondas de choque. No se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr=1$  se encuentra al inicio del tramo aguas abajo, teniendo flujo subcrítico en los tramos aguas arriba y transición, La energía específica aumenta en el tramo aguas arriba, luego tiene un aumento de 0,004m entre el inicio y el final de la transición, presentando pocas variaciones en el tramo aguas abajo.

Figura 36. Modelo reducción 15°, Q=0,020m³/s

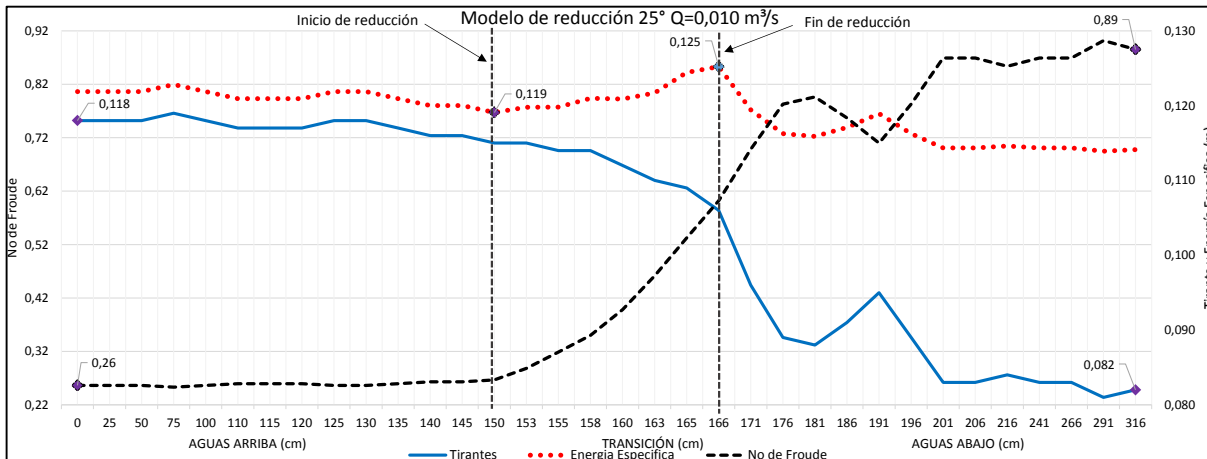


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se presentó aumento de tirante en el tramo aguas arriba, luego disminuye durante la reducción y en el inicio del tramo aguas abajo. Fueron evidentes las ondas de choque en el tramo aguas abajo a partir de su inicio. Se presentó turbulencia en el tramo aguas abajo debido a la intersección de las ondas de choque. No se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr=1$  se encuentra en el tramo aguas abajo, teniendo flujo subcrítico en los tramos aguas arriba, durante la transición y en el inicio del tramo aguas abajo. La energía específica aumenta en el tramo aguas arriba, luego tiene un aumento de 0,005m entre el inicio y el final de la transición, presentando variaciones en el tramo aguas abajo.

Figura 37. Modelo reducción 25°, Q=0,010m³/s

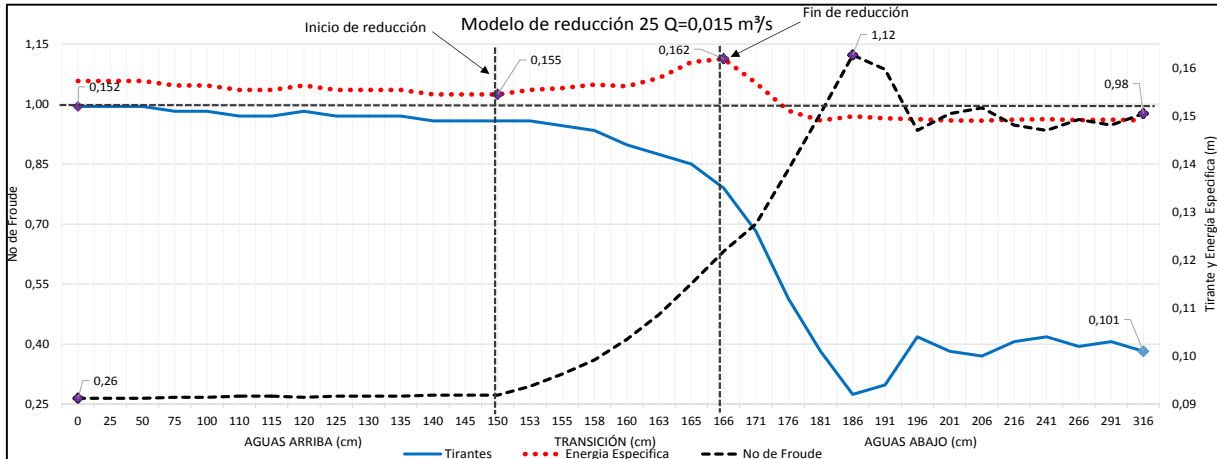


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** el tirante disminuye levemente en el tramo aguas arriba, luego se observó caída de tirante durante la reducción del canal y al inicio del tramo aguas abajo. Se presentaron pequeñas ondas de choque en el tramo aguas abajo a partir de su inicio. Se presentó turbulencia y no se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr < 1$ . El comportamiento del flujo durante los tres tramos de estudio fue subcrítico, con pequeñas variaciones en el tramo aguas arriba y aumentando durante la reducción. La energía específica disminuye levemente en el tramo aguas arriba, aumenta 0,006m entre el inicio y el final de la transición, y luego presenta caída en el tramo aguas abajo.

Figura 38. Modelo reducción 25°, Q=0,015m³/s

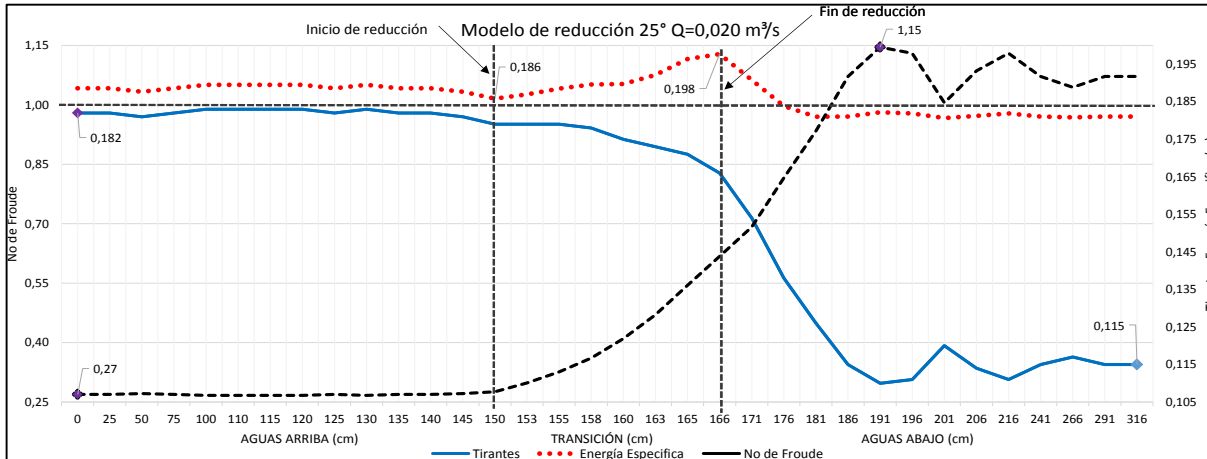


Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** el tirante disminuye en el tramo aguas arriba, luego se presenta caída de tirante al final de la reducción y mayormente al inicio del tramo aguas abajo. Se presentaron ondas de choque en el tramo aguas abajo desde el inicio del mismo. Se observa poca turbulencia y no se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr=1$  se encuentra en el tramo aguas abajo, teniendo flujo subcrítico en los tramos aguas arriba y transición, mientras que en un segmento del tramo aguas abajo se presenta flujo supercrítico, que nuevamente vuelve a ser  $Fr<1$  al final del tramo aguas abajo. La energía específica disminuye levemente en el tramo aguas arriba, aumenta 0,007m entre el inicio y el final de la transición, y luego presenta caída en el tramo aguas abajo.

Figura 39. Modelo reducción 25°, Q=0,020m³/s



Fuente: elaboración propia.

**Descripción cualitativa del flujo:** se observó caída de tirante durante la reducción del canal y al inicio del tramo aguas abajo, pero se mantuvo casi constante en el tramo aguas arriba. Se presentaron pronunciadas ondas de choque en el tramo aguas abajo a partir de su inicio. La turbulencia fue evidente, debido a la intersección de las ondas de choque en el eje del canal. No se formaron vórtices.

**Análisis de las variables del gráfico:**  $Fr=1$  se encuentra en el tramo aguas abajo, teniendo flujo subcrítico en los tramos aguas arriba y transición. Al final del tramo aguas abajo se presenta flujo súpercrítico. La energía específica disminuye levemente en el tramo aguas arriba, aumenta 0,012m entre el inicio y el final de la transición, y luego presenta caída en el tramo aguas abajo.



### 3.2.1. Resumen de reducciones

- **Tirantes:** se puede observar en los perfiles de flujo, trazados por medio de tirantes, que en el tramo aguas arriba se mantienen casi constantes, presentando disminución durante la reducción. La caída de tirante es más pronunciada en el inicio del tramo aguas abajo. En el ensayo a los tres modelos y los tres caudales se observa que en todos existe una recuperación de tirante al final del tramo aguas abajo, según las observaciones al comportamiento del flujo. Dicha recuperación se presenta en donde las ondas de choque se intersectan.
- **Números de Froude:** de acuerdo a los gráficos existe flujo subcrítico en los tres tramos de estudio, con los tres caudales ensayados, para el modelo de reducción  $10^\circ$ , que posee mayor longitud de desarrollo durante la transición, mientras que, para los modelos de  $15^\circ$  y  $25^\circ$ , la sección de flujo crítico  $Fr=1,00$  se encuentra en el tramo aguas abajo. En el caso particular del ensayo reducción  $25^\circ$ , caudal  $0,015 \text{ m}^3/\text{s}$ , se desarrolla en una parte del tramo aguas abajo el flujo súpercrítico, y nuevamente vuelve a tomar valores de  $Fr < 1,00$  al final de este tramo de estudio.
- **Energía específica:** los comportamientos fueron similares en sus tramos de estudio, para las reducciones de  $10^\circ$  y  $25^\circ$ , desarrollándose de la siguiente manera: en el tramo aguas arriba disminuye levemente la energía específica; entre las secciones de inicio y el final de reducción, existió un aumento de energía

específica, para luego disminuir en el tramo aguas abajo. Para el modelo de reducción 15°, en los tres caudales ensayados el comportamiento de la energía específica fue el siguiente: en el tramo aguas arriba se presentó un pequeño aumento de energía específica; entre las secciones de inicio y final de reducción el aumento fue mínimo, y en el tramo aguas abajo se presentaron pocas variaciones en los valores de energía específica en cada sección.

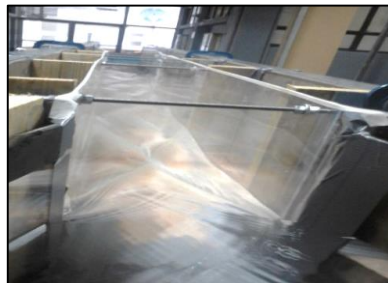
## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se realizará el análisis, por medio de gráficos comparativos que presentan los tirantes, números de Froude y energía específica de cada modelo, con sus diferentes caudales ensayados. Se analiza el comportamiento del agua y se presenta la descripción cualitativa de los fenómenos y singularidades que se desarrollaron en cada ensayo, de acuerdo a los perfiles de flujo hidráulico obtenidos.

### 4.1. Resultados obtenidos con pendientes de 5,00 % y 1,00 %

Se ensayó el modelo de transición en expansión, con un ángulo de  $3^\circ$ , con las pendientes de 5,00 % y 1,00 % respectivamente, con caudales de 0,015 y 0,010  $\text{m}^3/\text{s}$ , y se observaron comportamientos del flujo, con mucha turbulencia e inestabilidad en su superficie (ver figura 40), haciendo que la recolección de datos en la toma de profundidades fuera imprecisa, debido a la turbulencia e inestabilidad del flujo.

Figura 40. **Expansión  $3^\circ$  pendiente 0,10 %**



Fuente: Laboratorio de Hidráulica, Facultad de Ingeniería. 08 de Agosto de 2015.

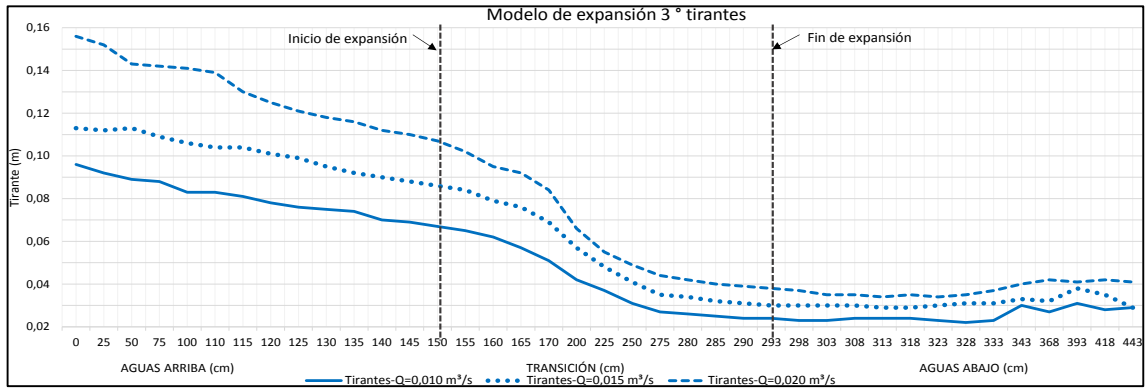
En los cálculos para el modelo geométrico de expansión 3°, con pendientes de 5,00 % y 1,00 % con caudal de 0,015 m<sup>3</sup>/s, se obtuvieron números de Froude mayores a 2,2 (flujo súpercrítico). Se presentaron velocidades de flujo muy altas, lo cual es muy inusual en el diseño de canales. Estas condiciones no cumplen con los objetivos de este estudio de definir recomendaciones de diseño prácticas. Se deduce, por tanto, de acuerdo a los resultados obtenidos, que no se presentan cambios de régimen de flujo, teniendo una incerteza muy alta en la toma de datos (profundidades). Por tal razón no se puede realizar tampoco un análisis, debido a la incertidumbre tan alta en los cálculos para estos ensayos. Se descarta de esta manera realizar ensayos con pendientes de 5,00 % y 1,00 % a los siguientes modelos geométricos.

#### **4.2. Transiciones**

Los siguientes gráficos presentan los tirantes, números de Froude y energía específica de cada modelo ensayado con caudales de 0,020 m<sup>3</sup>/s, 0,015 m<sup>3</sup>/s y 0,010 m<sup>3</sup>/s.

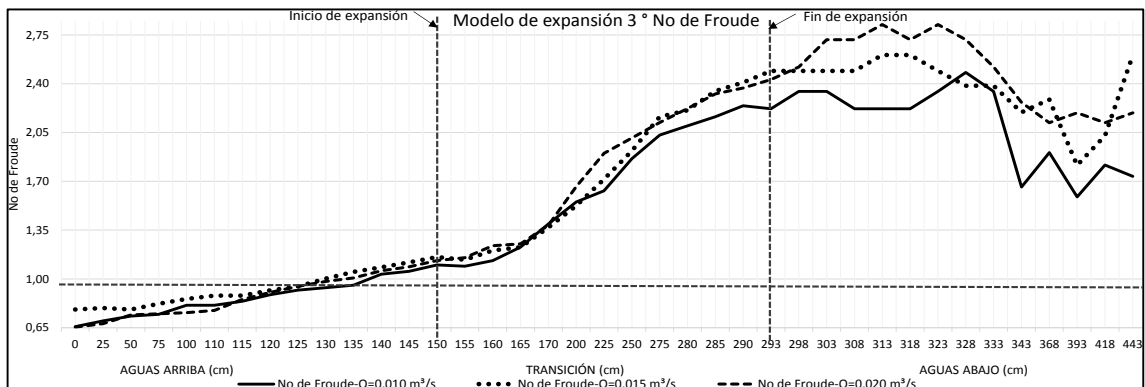
- **Expansión 3°**

Figura 41. **Análisis de tirantes expansión 3°**



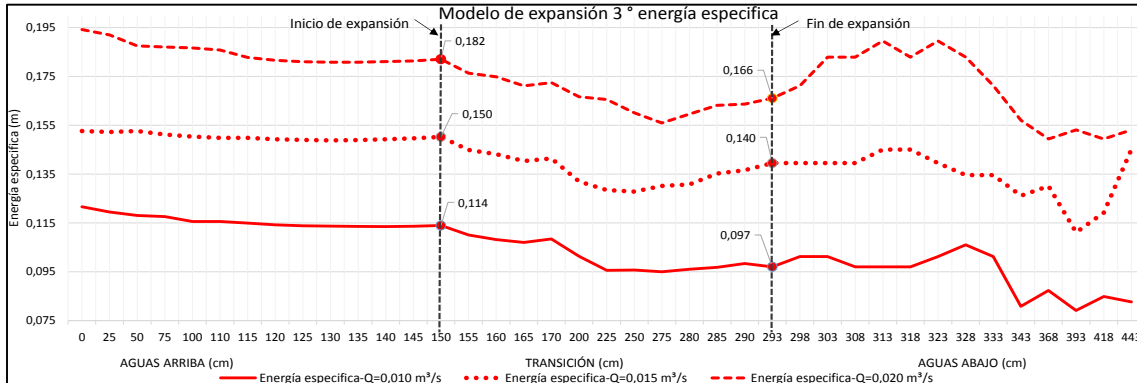
Fuente: elaboración propia.

Figura 42. **Análisis del Nro. de Froude expansión 3°**



Fuente: elaboración propia.

Figura 43. Análisis de energía específica expansión 3°



Fuente: elaboración propia.

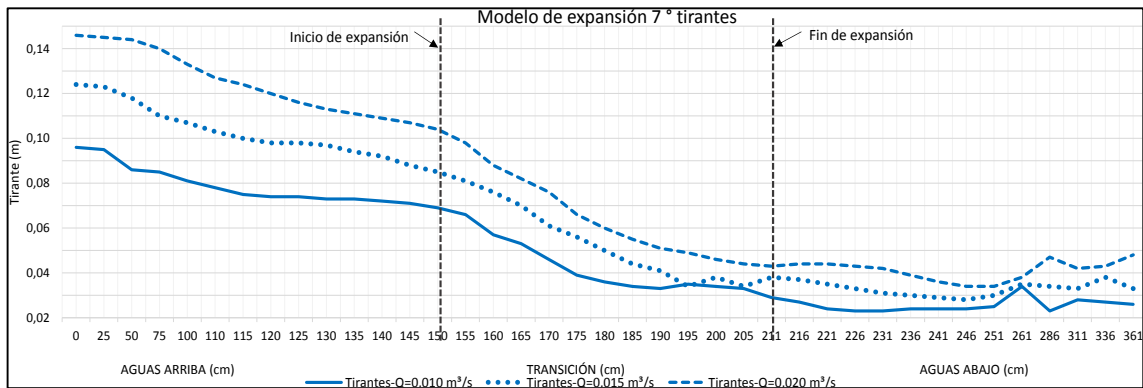
- Tirantes: el cambio de altura en el tirante se hace evidente en el tramo de la transición. De mayor tirante en el tramo aguas arriba y de menor tirante aguas abajo, para el caudal de 0,010m<sup>3</sup>/s se presentan cambios de tirante suaves.
- Números de Froude: la sección de flujo crítico para todos los caudales de este modelo se encuentra entre 0,15 y 0,20 m de distancia, aguas arriba del inicio de la expansión. Se desarrolla flujo subcrítico aguas arriba a partir de esta sección y flujo súpercrítico en la transición y aguas abajo de la misma.
- Energía específica: los comportamientos de energía específica son similares para los tres caudales y presentan disminución de energía desde el inicio de la expansión hasta el final de la misma.
- Ondas de choque: se presentaron ondas de choque de menor intensidad al inicio de la expansión y de mayor intensidad en el tramo aguas abajo, al final de la transición. Para 0,020 m<sup>3</sup>/s se

formó una onda de choque en el tramo aguas abajo de la transición de mayor longitud sobre el eje. Para  $0,015 \text{ m}^3/\text{s}$  se han formado ondas de choque en el tramo aguas abajo de la transición. Para  $0,010 \text{ m}^3/\text{s}$  se han formado ondas de choque en el tramo aguas abajo de la transición pero de menor proporción en comparación con las del caudal de  $0,015 \text{ m}^3/\text{s}$ .

- Turbulencia: la turbulencia se presentó aguas abajo de la transición en mayor proporción para el caudal de  $0,010 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- Vórtices: no se formaron.

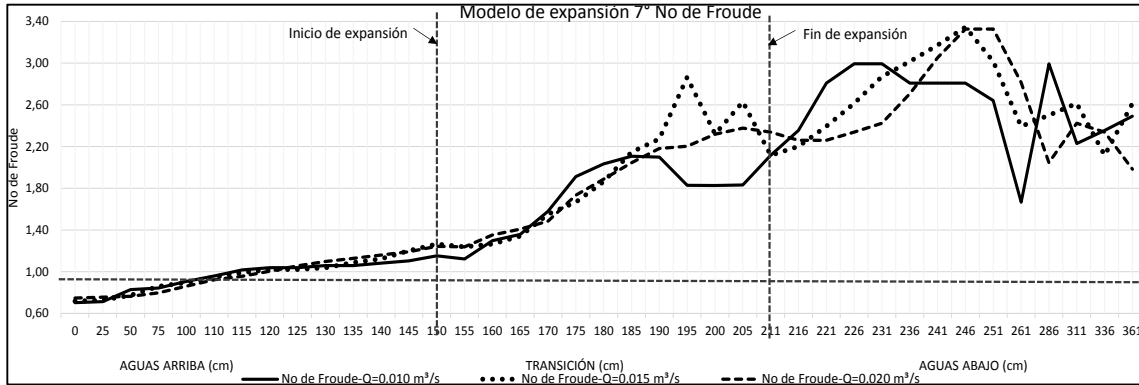
- **Expansión 7°**

Figura 44. **Análisis de tirantes expansión 7°**



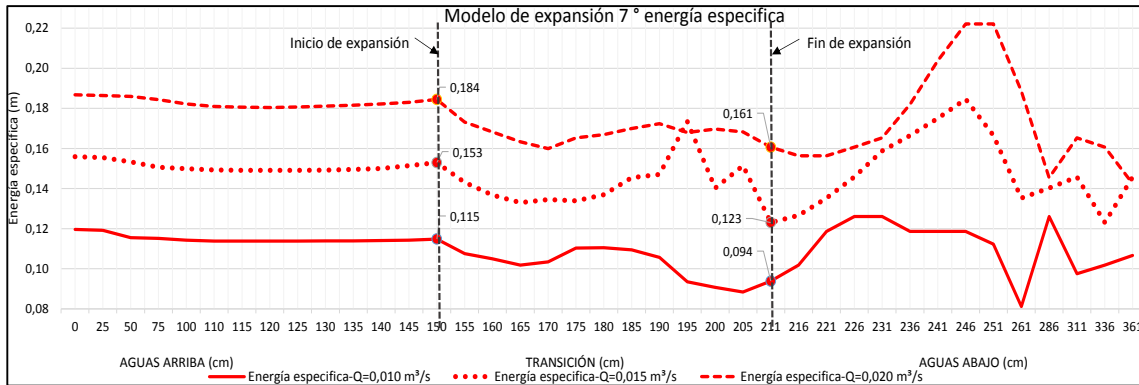
Fuente: elaboración propia.

Figura 45. Análisis de Nro. de Froude expansión 7°



Fuente: elaboración propia.

Figura 46. Análisis de energía específica expansión 7°



Fuente: elaboración propia.



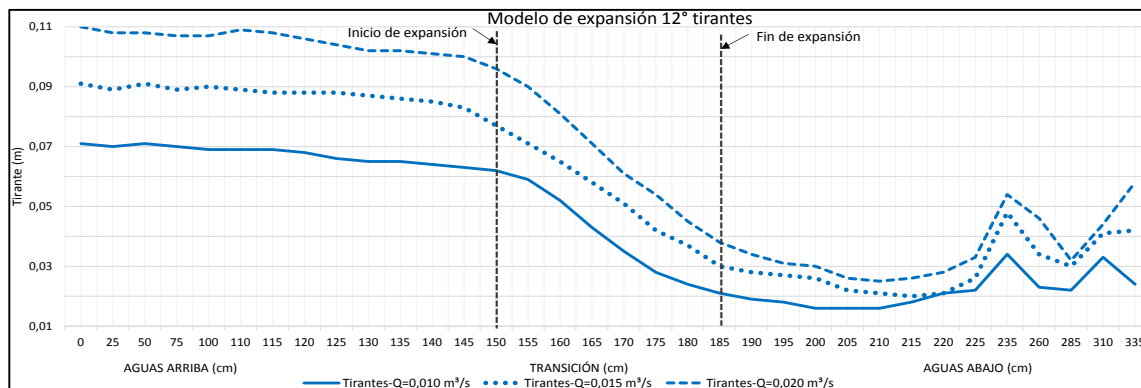
- Tirantes: el cambio de altura en el tirante disminuye en el tramo de la transición, presentando valores mínimos de tirante al inicio del tramo aguas abajo de la transición, luego permaneció casi constante. El perfil más estable con menos variaciones bruscas de tirante lo presenta el caudal de  $0,020\text{m}^3/\text{s}$ .
- Números de Froude: la sección de flujo crítico para los tres caudales se encuentra entre 0,35 y 0,40 m de distancia, aguas arriba del inicio de la expansión. Se desarrolla flujo subcrítico aguas arriba de esta sección y flujo súpercrítico en un segmento del tramo aguas arriba, durante de la transición y aguas abajo de la misma. De acuerdo a los gráficos, los comportamientos fueron más estables durante la transición para el caudal de  $0,020\text{m}^3/\text{s}$ .
- Energía específica: en el tramo aguas arriba el comportamiento fue similar para los tres caudales, mientras que para la transición y aguas abajo se observan cambios diferenciados de energía. Para los tres caudales la energía específica disminuyó desde el inicio hacia el final de la expansión, siendo más estables las aturas de energía durante la transición para el caudal de  $0,020\text{m}^3/\text{s}$ .
- Ondas de choque: se presentaron dos ondas de choque para el caudal de  $0,020\text{ m}^3/\text{s}$ , una desde el inicio de la expansión, de gran longitud, intersectándose en el eje del canal, y la segunda en el tramo aguas abajo, a partir del final de la transición, más pronunciada pero de menor longitud. Para  $0,015\text{ m}^3/\text{s}$  se formaron dos ondas de choque, una en la transición y la otra aguas abajo a partir del final de la expansión. Para  $0,010\text{m}^3/\text{s}$  se formaron dos ondas de choquen los mismos tramos anteriormente

mencionados, pero de menor proporción en comparación con los caudales de  $0,015\text{m}^3/\text{s}$  y  $0,020\text{m}^3/\text{s}$ .

- Turbulencia: se presentó aguas abajo de la transición para el caudal de  $0,010\text{m}^3/\text{s}$ , en mayor proporción comparado con los otros dos caudales.
- Vórtices: no se formaron.

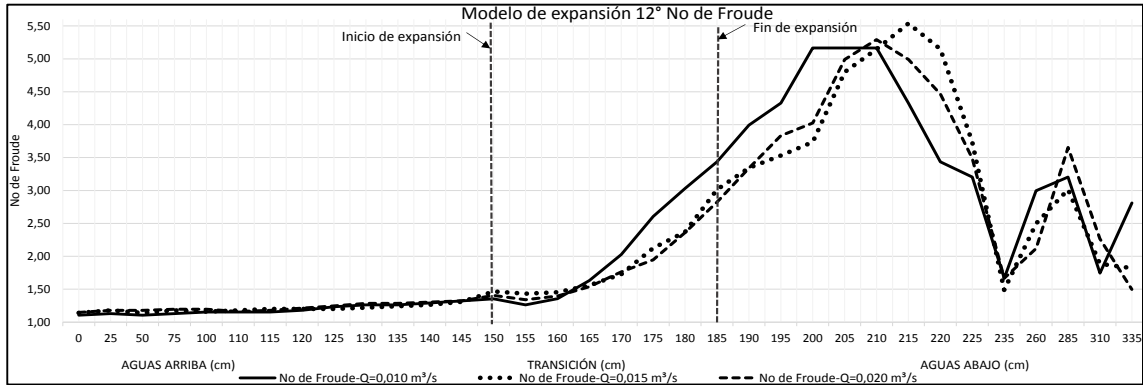
- **Expansión  $12^\circ$**

Figura 47. **Análisis de tirantes expansión  $12^\circ$**



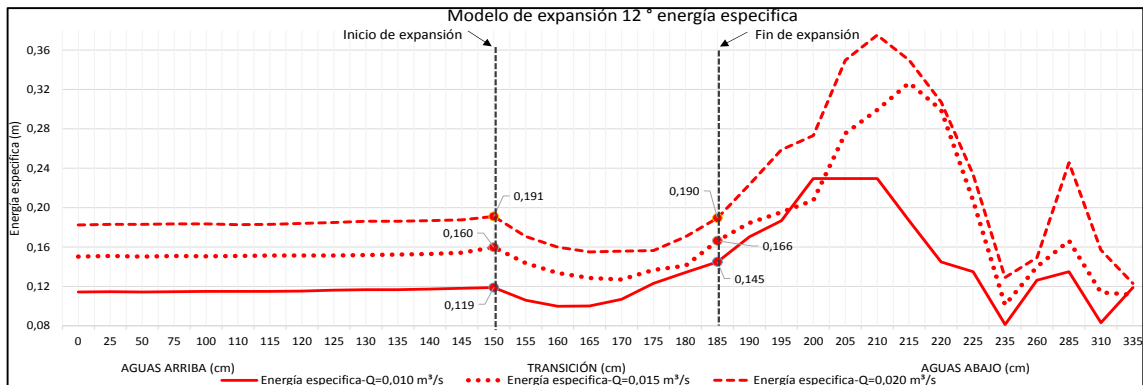
Fuente: elaboración propia.

Figura 48. Análisis de Nro. de Froude expansión 12°



Fuente: elaboración propia.

Figura 49. Análisis de energía específica expansión 12°



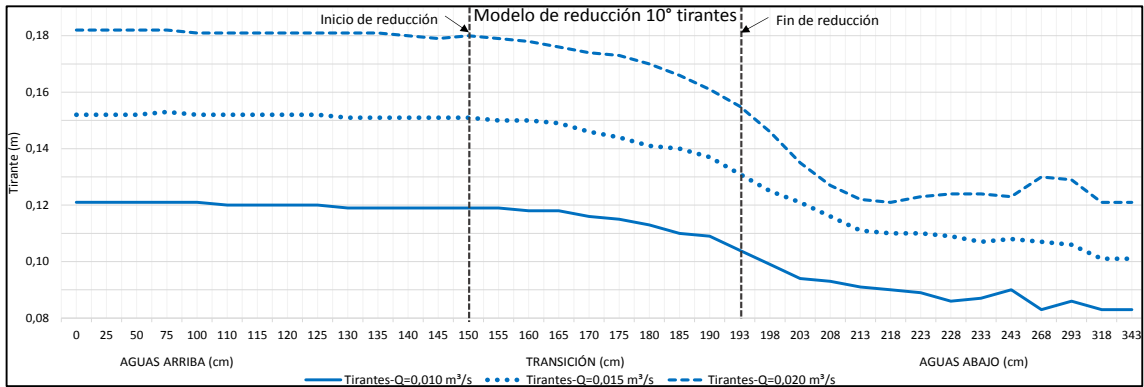
Fuente: elaboración propia.

- Tirantes: los cambios de tirante son mayores en el tramo de la transición. Es importante resaltar que para el ensayo de este modelo se ha presentado una cresta muy pronunciada en el tramo

- aguas abajo, en el punto donde se intersectan las ondas de choque. Dicho cambio de tirante es evidente en los perfiles de flujo, debido a que la toma de datos de tirante se ha hecho sobre el eje del canal.
- Números de Froude: para los tres caudales de estudio, no se han presentado números de Froude igual a uno, por lo cual no existe sección de flujo crítico, teniendo únicamente régimen de flujo súpercrítico.
  - Energía específica: las alturas de energía específica tienen comportamientos similares en los tramos aguas arriba y durante la transición, presentado variaciones, según su gráfico, en el tramo aguas abajo en los tres caudales de estudio.
  - Ondas de choque: se formaron tres en el tramo aguas abajo, a partir del final de la expansión, para los tres caudales de estudio. Se hace la siguiente observación para la transición: por la corta longitud de transición no se desarrolla la onda durante la expansión, presentando líneas de flujo que se intersectan con la primera onda de choque que se forma a partir del final de la expansión, haciéndose más pronunciadas en el tramo aguas abajo, en comparación con las que se presentaron en ensayos anteriores.
  - Turbulencia: se presentó aguas abajo de la transición, para los tres caudales de estudio, siendo de mayor proporción para el caudal de  $0,020\text{m}^3/\text{s}$ , con un comportamiento desordenado en el flujo, provocando una cresta sobre el eje longitudinal, aguas abajo al final de la transición, donde se intersectan las líneas de flujo de las ondas de choque.
  - Vórtices: no se formaron.

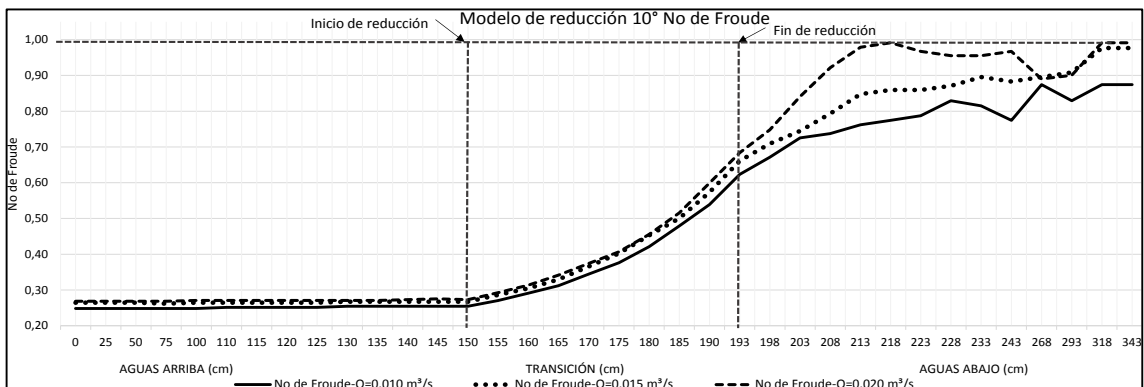
- Reducción 10°

Figura 50. Análisis de tirantes reducción 10°



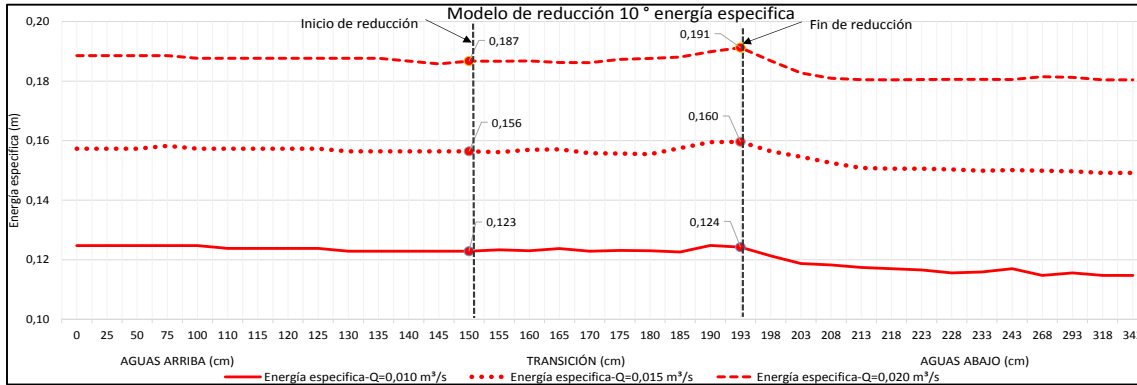
Fuente: elaboración propia.

Figura 51. Análisis de Nro. de Froude reducción 10°



Fuente: elaboración propia.

Figura 52. Análisis de energía específica reducción 10°



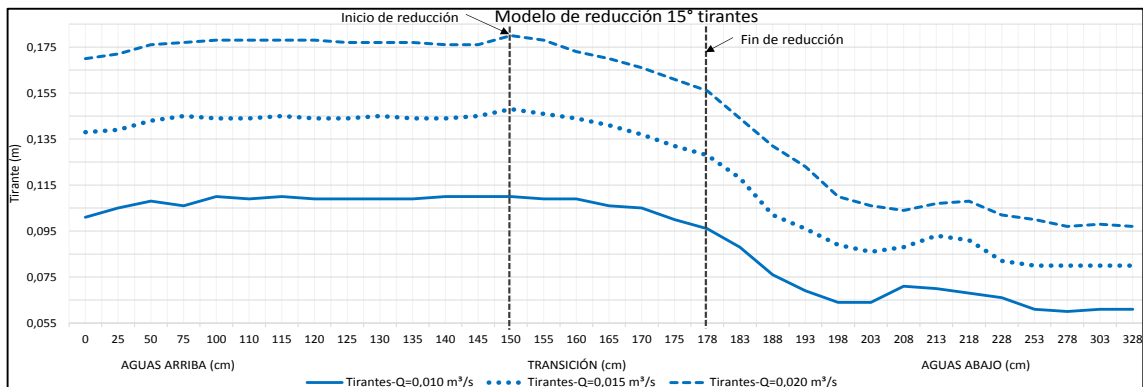
Fuente: elaboración propia.

- Tirantes: se presenta comportamiento de perfiles de flujo, similares para los tres caudales, en los tramos aguas arriba y transición. Los tirantes permanecen casi constantes en el tramo aguas arriba y empiezan a disminuir levemente durante la transición. La mayor caída de tirante se presenta al inicio del tramo aguas abajo, con variaciones de tirante para todos los caudales en este tramo de estudio.
- Números de Froude: para los tres caudales ensayados en este modelo el número de Froude ha sido siempre menor a la unidad, teniendo flujo subcrítico en los tres tramos de estudio. De acuerdo a las características presentadas en la superficie del flujo, se define de la siguiente manera: tranquilo de corriente lenta en el tramo aguas arriba de la transición y en el inicio de la reducción; de comportamiento más rápido en el tramo aguas abajo de la transición.

- Energía específica: los comportamientos de altura de energía específica son similares para los tres caudales, en los tres tramos de estudio asignados, y presentaron aumento entre el inicio y el final de la transición.
- Ondas de choque: se presentaron para todos los caudales en el tramo aguas abajo, a partir del final de la reducción, siendo estas más pronunciadas para el caudal de  $0,020 \text{ m}^3/\text{s}$ , en comparación con los otros dos caudales ensayados.
- Turbulencia: el comportamiento del flujo en el tramo aguas abajo de la reducción se considera rápido en su superficie, con líneas de flujo producidas por las ondas de choque.
- Vórtices: no se formaron.

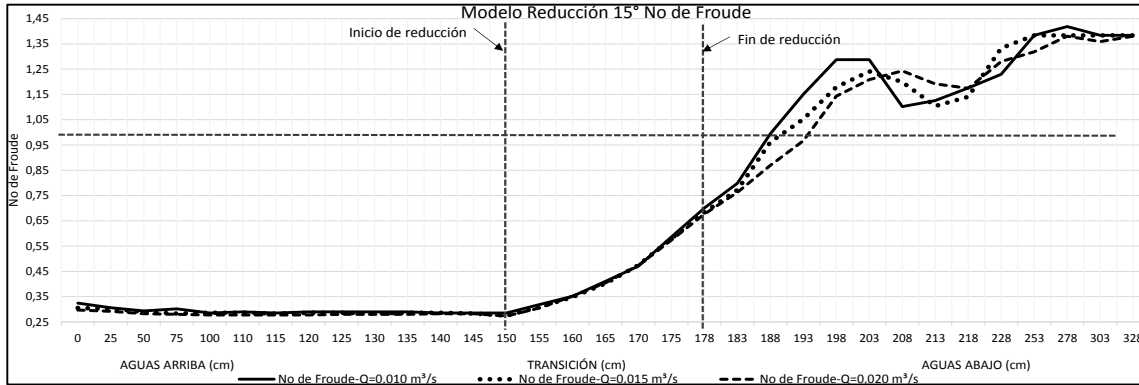
- **Reducción  $15^\circ$**

Figura 53. **Análisis de tirantes reducción  $15^\circ$**



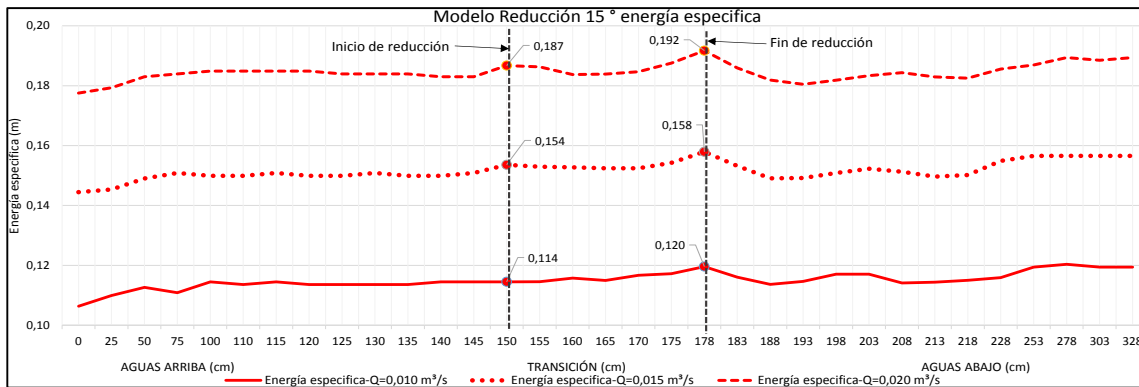
Fuente: elaboración propia.

Figura 54. **Análisis de Nro. de Froude reducción 15°**



Fuente: elaboración propia.

Figura 55. **Análisis de energía específica reducción 15°**



Fuente: elaboración propia.

- Tirantes: la disminución del tirante se presenta al final de la transición y durante el inicio del tramo aguas abajo de la transición, manteniéndose casi constante en el tramo aguas arriba y durante

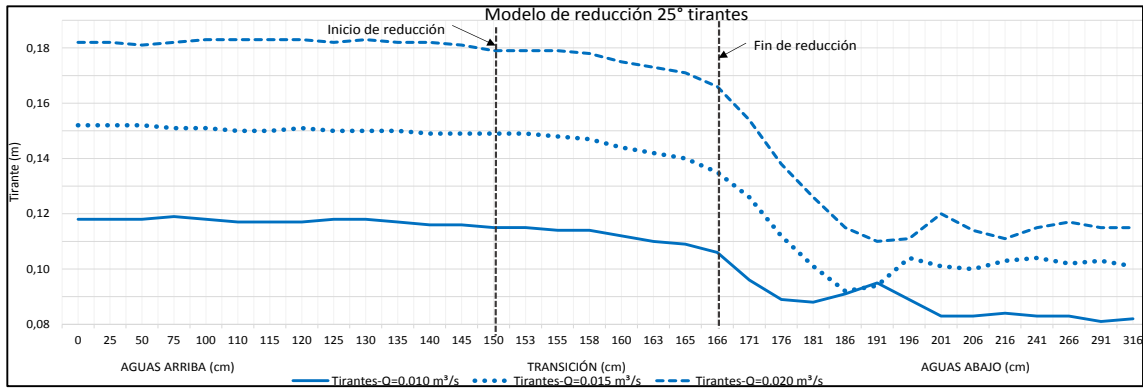


el final del tramo aguas abajo, para los tres caudales de estudio ensayados.

- Números de Froude: la sección de flujo crítico para los tres caudales se encuentra entre 0,10 a 0,15 m de distancia, hacia aguas abajo medido a partir del final de la reducción, desarrollándose flujo subcrítico aguas arriba, en la transición y al inicio del tramo aguas abajo. Se presenta flujo súpercrítico en la mayor parte del tramo aguas abajo. En los tramos aguas arriba y transición los comportamientos son similares para los tres caudales.
- Energía específica: los comportamientos de energía específica son similares para los tres caudales en los tres tramos de estudio, y presentan aumento de altura de energía entre el inicio y el final de la transición.
- Ondas de choque: se presentaron en el tramo aguas abajo, a partir del final de la reducción, siendo más pronunciadas para el caudal de 0,020 m<sup>3</sup>/s, en comparación con los otros dos caudales ensayados.
- Turbulencia: se presentó turbulencia en la superficie del flujo, en el tramo aguas abajo de la transición, a partir del punto sobre el eje longitudinal en el cual se intersectan las ondas de choque.
- Vórtices: no se formaron.

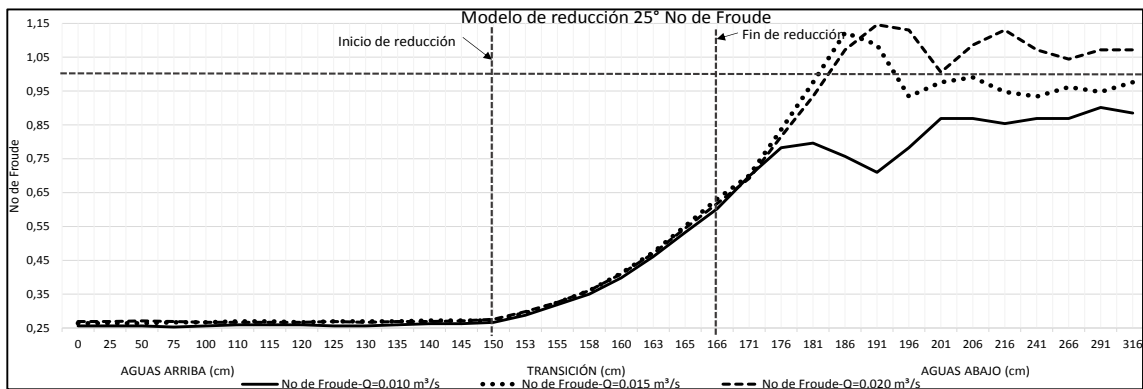
- Reducción 25°

Figura 56. Análisis de tirantes reducción 25°



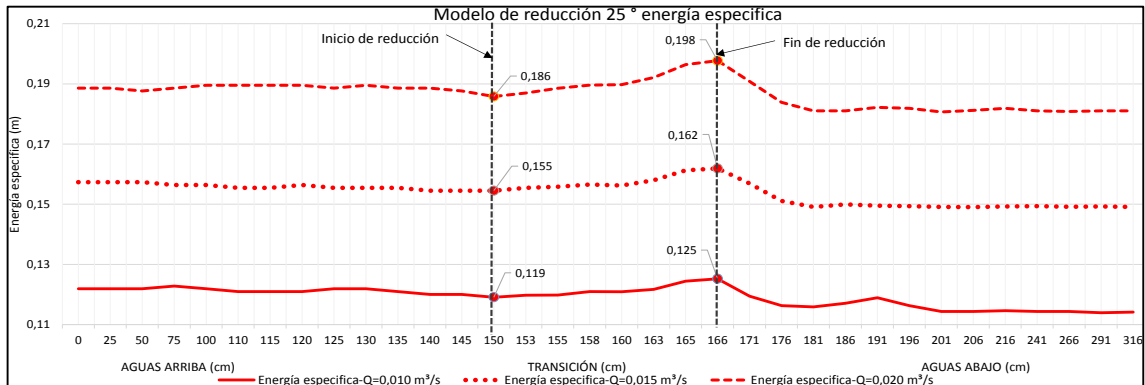
Fuente: elaboración propia.

Figura 57. Análisis de Nro. de Froude reducción 25°



Fuente: elaboración propia.

Figura 58. Análisis de energía específica reducción 25°



Fuente: elaboración propia.

- Tirantes: se observa pronunciada caída de tirante al final de la transición y durante el inicio del tramo aguas abajo, manteniéndose casi constante en el tramo aguas arriba y durante el final del tramo aguas abajo de la reducción, para los tres caudales ensayados.
- Números de Froude: para el ensayo del caudal  $0,010\text{m}^3/\text{s}$  son menores a la unidad, teniendo de esta manera, para los tres tramos de estudio, régimen de flujo subcrítico.

Para el caudal de  $0,015\text{m}^3/\text{s}$  se presentan dos secciones de flujo crítico, deduciendo por medio de interpolación dos valores de número de Froude iguales a uno, teniendo de esta manera flujo subcrítico en los tramos aguas arriba, durante la transición y al inicio del tramo aguas abajo; luego se desarrolla un segmento de flujo súpercrítico, al final de este segmento se vuelve a desarrollar nuevamente el régimen de flujo subcrítico, con valores menores a la unidad. Para el caudal de  $0,020\text{m}^3/\text{s}$  la sección de flujo crítico se

encuentra a una distancia aproximada de 0,18 m, medidos a partir del final de la reducción, desarrollándose flujo subcrítico en los tramos aguas arriba y durante la transición. Luego se presenta flujo súpercrítico en la mayor parte del tramo aguas abajo de la transición.

- Energía específica: los comportamientos de energía específica son similares para los tres caudales en los tres tramos de estudio, y presentan aumento de altura de energía entre el inicio y el final de la transición, luego las alturas de energía específica disminuyen en el inicio del tramo aguas abajo.
- Ondas de choque: se presentaron ondas de choque en el tramo aguas abajo, a partir del final de la reducción, siendo más pronunciadas para el caudal de  $0,020 \text{ m}^3/\text{s}$ , en comparación con los otros dos caudales ensayados.
- Turbulencia: se presentó poca turbulencia en el flujo de agua, únicamente para el ensayo con caudal  $0,020 \text{ m}^3/\text{s}$ , en el tramo aguas abajo de la transición, a partir del punto sobre el eje en el cual se encuentran las ondas de choque.
- Vórtices: no se formaron.

## CONCLUSIONES

### A. Expansiones:

1. Se analizó cualitativamente y cuantitativamente el comportamiento del flujo, en el desarrollo de las transiciones en expansión y reducción en canales.
2. A mayor ángulo de abertura de expansión, menor longitud de transición en el eje del canal, y se forman más ondas de choque en comparación con los modelos de larga longitud de transición.
3. No se ha presentado flujo subcrítico en los tres tramos de estudio para la expansión de doce grados, la cual tiene menor longitud en la transición, concluyendo que debido al mayor ángulo de expansión y a la corta longitud de transición, el fluido tiende a adquirir mayor velocidad y a ser evacuado de forma rápida. Se presenta de esta manera flujo súpercrítico en todos los tramos de estudio.
4. Las ondas de choque se presentaron en todos los ensayos de expansión realizados, localizándose en la transición y aguas abajo de la misma, siendo más pronunciadas y de mayor cantidad para el modelo de ángulo mayor. Se presentó turbulencia en la superficie del flujo en el tramo aguas abajo de la transición.

5. Considerando el comportamiento del tirante de agua, el No. de Froude, régimen de flujo y las velocidades, se infiere que las expansiones con ángulos menores son apropiadas para este tipo de transición.
6. Los valores de velocidad han sido menores para expansiones de mayor longitud en su transición. Para expansión 3° las velocidades se encuentran en un rango de 0,65 – 1,72m/s, en comparación al rango de velocidades para 12°, que es 0,92 – 2,62 m/s. Los valores de velocidad en el flujo aumentan para cortas longitudes de desarrollo en transición, lo que provoca flujo súpercrítico, dado que el No. de Froude aumenta con el ángulo de expansión.

#### **B. Reducciones:**

7. Para todos los ensayos a los modelos de reducción, los valores de velocidad se mantienen casi constantes en todo el tramo aguas arriba, con valores que se encuentran en un rango de 0,27 - 0,33m/s. Según observaciones del flujo en su superficie, este efecto puede darse debido a que la corriente del flujo llega a encontrarse con las paredes del canal que forman la reducción.
8. Para el modelo con ángulo de reducción de diez grados, las condiciones de flujo subcrítico predominaron en el estudio de los tres caudales y presentaron números de Froude menores a la unidad. Estos comportamientos se deben al hecho de que para los caudales ensayados

y para esta geometría de canal el régimen corresponde al estado de flujo subcrítico.

9. El modelo de reducción quince grados presentó cambio de flujo subcrítico a súpercrítico luego de la transición en los tres caudales. Se concluye que las transiciones con dimensionamiento similar a este tipo pueden influir sobre el estado del flujo. Este comportamiento puede suceder debido a la intensidad de la onda de choque, formada a partir del final de la reducción.
10. En todos los ensayos que se realizaron a los modelos de reducción no se presentó un aumento en el tirante del flujo, al transitar de una sección de ancho mayor a otra de ancho menor.
11. Las reducciones para los tres ángulos ensayados se comportan satisfactoriamente, pues los tres modelos presentaron flujo subcrítico, sin embargo, se considera mejor la de menor ángulo (diez grados).
12. Se clasificaron dos tipos de transiciones, de acuerdo al comportamiento y condición hidráulica en las mismas, siendo estas: Expansión 3° con comportamientos estables de régimen de flujo en su transición, de acuerdo a sus números de Froude; Reducción 10° que presenta estabilidad en sus tirantes, desarrollando números de Froude  $< 1$  en todo el modelo, demostrando un movimiento satisfactorio.





## RECOMENDACIONES

El diseño práctico y eficiente de transiciones simples en canales rectilíneos, con régimen de flujo subcrítico, puede ser abordado con base en la presentación de los resultados obtenidos en cada uno de los ensayos realizados.

1. Se debe tomar en cuenta el uso de ángulos pequeños en expansiones, para obtener condiciones de flujo de agua estable o subcrítico en el ingreso de la transición, y se recomienda que el flujo continúe siendo subcrítico durante todo el paso por la transición.
2. Si el propósito de una expansión en un canal es cumplir con una evacuación rápida y eficiente del flujo que transporta, es recomendable utilizar ángulos grandes de expansión y pendientes mayores a las utilizadas en este estudio, que permitan incrementar la velocidad en el flujo y disminuir el tirante de forma rápida, tomando siempre en cuenta que este flujo será súpercrítico y generará erosión en el fondo y en las paredes del canal, el cual deberá ser controlado disipando la energía.
3. Para un mejor comportamiento hidráulico del flujo es recomendable tomar en cuenta las rugosidades del canal y suavizar los bordes de cambios de dirección en las paredes, y de esta manera disminuir los fenómenos y efectos tales como ondas de choque y perturbaciones en la superficie del flujo, producidas por estas singularidades.
4. Para obtener buenas condiciones de flujo durante la transición o aguas abajo ella, es conveniente usar rejillas que orienten las líneas de corriente,

para uniformizar las velocidades y procurar un flujo subcrítico gradualmente variado.

5. Se observó que tanto para las expansiones como para las reducciones, el comportamiento hidráulico del flujo es satisfactorio para ángulos pequeños, por lo que se recomienda su uso en diseños de este tipo de estructuras.

Las recomendaciones de diseño para reducciones en canales se basan en la funcionalidad, uso o necesidad de solucionar problemas de conducción de agua en un determinado proyecto. Partiendo de este criterio se realizan las siguientes recomendaciones de acuerdo a los resultados obtenidos en los ensayos de reducción:

6. Usar transiciones con mayor longitud de desarrollo, con ángulos pequeños de reducción para obtener condiciones de flujo estable con régimen subcrítico, al llegar al inicio de la transición, durante la transición y aguas abajo de ella.
7. Para aumentar el tirante en el desarrollo de una transición en reducción se recomienda el uso de pendientes menores a la utilizada en el presente estudio, tomando en cuenta que los valores de rugosidad en las paredes y en el fondo de la reducción pueden afectar significativamente el aumento o disminución del tirante durante la reducción.
8. Se recomienda darle continuidad al estudio de transiciones, con ángulos pequeños y mayores longitudes de transición, introduciendo cambios de

pendiente en el fondo del canal e implementando estructuras que mejoren el comportamiento del flujo al final de la transición, debido a la formación de ondas de choque.



## BIBLIOGRAFÍA

1. BASAK, B. C.; ALAUDDIN, M. *Efficiency of an Expansive Transition in an Open Channel Subcritical Flow Vol. 1, Issue 1*. Department of Civil Engineering. Dhaka University of Engineering & Technology, Gazipur, Bangladesh, June 2010. 4p.
2. BRATER, Ernest F.; KING, Horace W.; et al. *Manual de hidráulica*. Séptima edición. 9.1. 313p.
3. CHOW, Ven Te. *Hidráulica de canales abiertos*. Editorial McGraw-hill, Colombia, marzo de 2004. 667p.
4. ESHA - 2006. *Guía para el desarrollo de una pequeña central hidroeléctrica. Actualización del "Manual de Pequeña Hidráulica"*. edición 1998. 310p.
5. GILES, Ranald V. *Mecánica de los fluidos e Hidráulica*. Segunda edición. 273p.
6. MEJÍA GARCÉS, Francisco Jaime. *Transporte de cantidad de movimiento en canales*. Grupo de investigación GABIS. 12 de julio de 2004. 27p.
7. MOTT, Robert L. *Mecánica de fluidos*. 6ta Edición. México 2006. 626p.

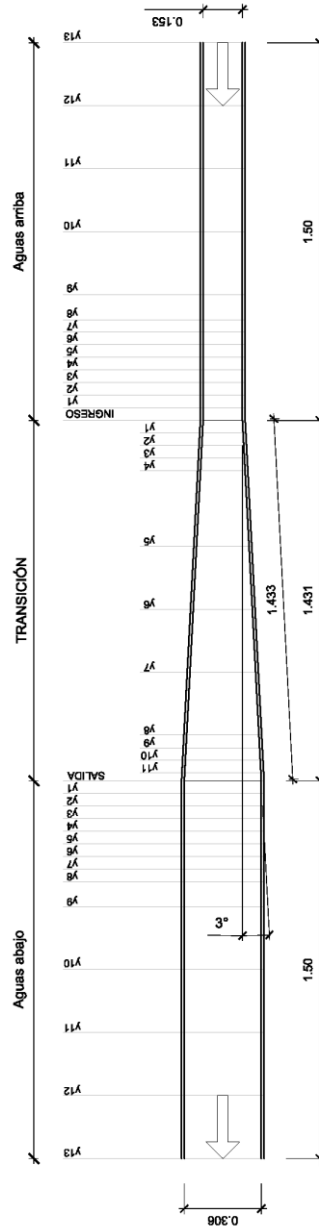
8. SANDOVAL MENDOZA, Luis. *Copias de Hidráulica de Canales del SegundoSemestre 2013*. Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Civil. 5p.
9. SOTELO ÁVILA, Gilberto. *Hidráulica General*. Editorial Limusa, México, 1997. 561p.

# APÉNDICES

## Apéndice 1. Expansión 3 grados

Tabla: Recolección de datos expansión 3 grados

Tabla recolección de datos (cm) EXPANSIÓN 3 grados															
Sección	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (60cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)
AGUAS ARRIBA	0.010	0.10	7.30	7.40	7.80	7.90	8.00	8.20	8.50	8.70	8.70	9.20	9.30	9.60	10.00
	0.015	0.10	9.20	9.40	9.60	9.90	10.30	10.50	10.80	10.80	11.00	11.30	11.70	11.60	11.70
	0.020	0.10	11.40	11.60	12.00	12.20	12.50	12.90	13.40	14.30	14.50	14.60	14.70	15.60	16.00
TRANSICIÓN	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	Ingreso	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (60cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)
	0.010	0.10	7.10	6.90	6.60	6.10	5.50	4.60	4.10	3.50	3.10	3.00	2.90	2.80	2.80
	0.015	0.10	9.00	8.80	8.30	8.00	7.30	6.10	5.20	4.50	3.90	3.80	3.60	3.50	3.40
AGUAS ABAJO	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (60cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)
	0.010	0.10	11.10	10.60	9.90	9.60	8.80	7.00	5.90	5.30	4.80	4.60	4.40	4.30	4.20
	0.015	0.10	3.40	3.40	3.40	3.30	3.30	3.40	3.50	3.70	3.60	4.20	3.90	3.90	3.30
0.020	0.10	4.10	3.90	3.90	3.80	3.90	3.80	3.90	3.90	4.10	4.40	4.60	4.60	4.50	



Fuente: elaboración propia

Continuación apéndice 1

**Tabla: Cálculos, modelo expansión 3°**

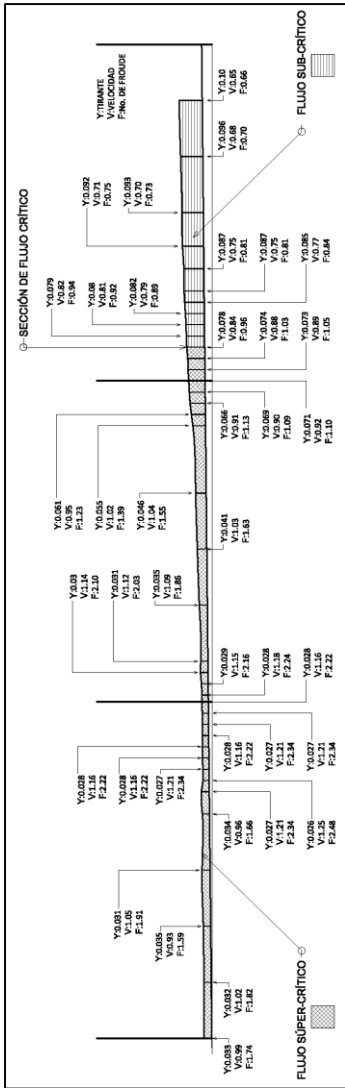
Modelo en expansión 3 grados													
	Anchos de sección (m)	Caudal 0.010 m3/s				Caudal 0.015 m3/s				Caudal 0.020 m3/s			
		Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)
Tramo aguas arriba	0.153	0.100	0.65	0.66	0.122	0.117	0.84	0.78	0.153	0.160	0.82	0.65	0.194
	0.153	0.096	0.68	0.70	0.119	0.116	0.84	0.79	0.152	0.156	0.84	0.68	0.192
	0.153	0.093	0.70	0.73	0.118	0.117	0.84	0.78	0.153	0.147	0.89	0.74	0.188
	0.153	0.092	0.71	0.75	0.118	0.113	0.87	0.82	0.151	0.146	0.90	0.75	0.187
	0.153	0.087	0.75	0.81	0.116	0.110	0.89	0.86	0.150	0.145	0.90	0.76	0.187
	0.153	0.087	0.75	0.81	0.116	0.108	0.91	0.88	0.150	0.143	0.92	0.77	0.186
	0.153	0.085	0.77	0.84	0.115	0.108	0.91	0.88	0.150	0.134	0.98	0.85	0.183
	0.153	0.082	0.79	0.89	0.114	0.105	0.93	0.92	0.149	0.129	1.02	0.90	0.182
	0.153	0.080	0.81	0.92	0.114	0.103	0.95	0.95	0.149	0.125	1.05	0.95	0.181
	0.153	0.079	0.82	0.94	0.114	0.099	0.99	1.00	0.149	0.122	1.07	0.98	0.181
	0.153	0.078	0.84	0.96	0.114	0.096	1.02	1.05	0.149	0.120	1.09	1.01	0.181
	0.153	0.074	0.88	1.03	0.114	0.094	1.04	1.08	0.149	0.116	1.13	1.06	0.181
0.153	0.073	0.89	1.05	0.114	0.092	1.06	1.12	0.150	0.114	1.15	1.09	0.181	
Transición	0.153	0.071	0.92	1.10	0.114	0.09	1.09	1.16	0.150	0.111	1.18	1.13	0.182
	0.161	0.069	0.90	1.09	0.110	0.088	1.06	1.14	0.145	0.106	1.17	1.15	0.176
	0.166	0.066	0.91	1.13	0.108	0.083	1.09	1.20	0.143	0.099	1.22	1.24	0.175
	0.172	0.061	0.95	1.23	0.107	0.08	1.09	1.23	0.140	0.096	1.21	1.25	0.171
	0.177	0.055	1.02	1.39	0.108	0.073	1.16	1.37	0.141	0.088	1.29	1.39	0.172
	0.208	0.046	1.04	1.55	0.101	0.061	1.18	1.53	0.132	0.07	1.38	1.66	0.167
	0.235	0.041	1.03	1.63	0.096	0.052	1.23	1.72	0.128	0.059	1.45	1.90	0.166
	0.261	0.035	1.09	1.86	0.096	0.045	1.27	1.92	0.128	0.053	1.45	2.01	0.160
	0.287	0.031	1.12	2.03	0.095	0.039	1.34	2.16	0.130	0.048	1.46	2.12	0.156
	0.292	0.030	1.14	2.10	0.096	0.038	1.35	2.21	0.131	0.046	1.49	2.22	0.160
	0.298	0.029	1.15	2.16	0.097	0.036	1.40	2.35	0.135	0.044	1.53	2.33	0.163
	0.303	0.028	1.18	2.24	0.098	0.035	1.41	2.41	0.137	0.043	1.54	2.37	0.164
0.306	0.028	1.16	2.22	0.097	0.034	1.44	2.49	0.140	0.042	1.56	2.43	0.166	
Tramo aguas abajo	0.306	0.027	1.21	2.34	0.101	0.034	1.44	2.49	0.140	0.041	1.60	2.52	0.171
	0.306	0.027	1.21	2.34	0.101	0.034	1.44	2.49	0.140	0.039	1.68	2.72	0.183
	0.306	0.028	1.16	2.22	0.097	0.034	1.44	2.49	0.140	0.039	1.68	2.72	0.183
	0.306	0.028	1.16	2.22	0.097	0.033	1.48	2.61	0.145	0.038	1.72	2.82	0.190
	0.306	0.028	1.16	2.22	0.097	0.033	1.48	2.61	0.145	0.039	1.68	2.72	0.183
	0.306	0.027	1.21	2.34	0.101	0.034	1.44	2.49	0.140	0.038	1.72	2.82	0.190
	0.306	0.026	1.25	2.48	0.106	0.035	1.40	2.39	0.135	0.039	1.68	2.72	0.183
	0.306	0.027	1.21	2.34	0.101	0.035	1.40	2.39	0.135	0.041	1.60	2.52	0.171
	0.306	0.034	0.96	1.66	0.081	0.037	1.32	2.19	0.126	0.044	1.49	2.27	0.157
	0.306	0.031	1.05	1.91	0.087	0.036	1.36	2.29	0.130	0.046	1.42	2.12	0.149
	0.306	0.035	0.93	1.59	0.079	0.042	1.16	1.81	0.111	0.045	1.46	2.19	0.153
	0.306	0.032	1.02	1.82	0.085	0.039	1.25	2.03	0.119	0.046	1.42	2.12	0.149
0.306	0.033	0.99	1.74	0.083	0.033	1.48	2.61	0.145	0.045	1.46	2.19	0.153	

Fuente: elaboración propia



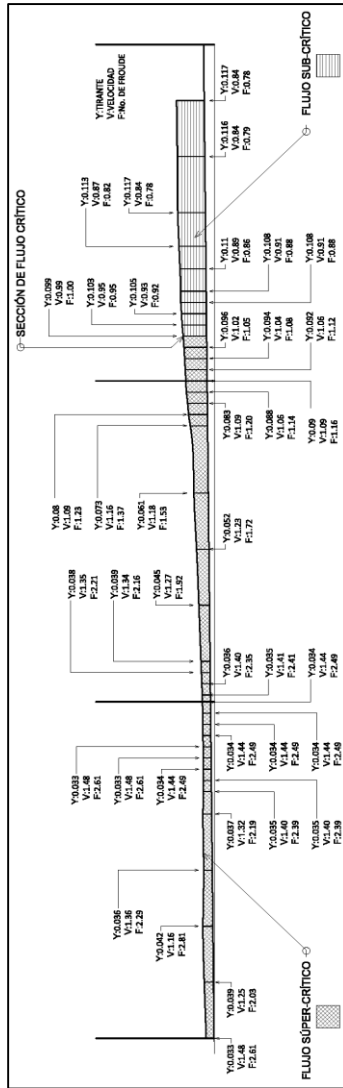
Continuación apéndice 1

**Perfil: Expansión 3°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 9,97 L/s**



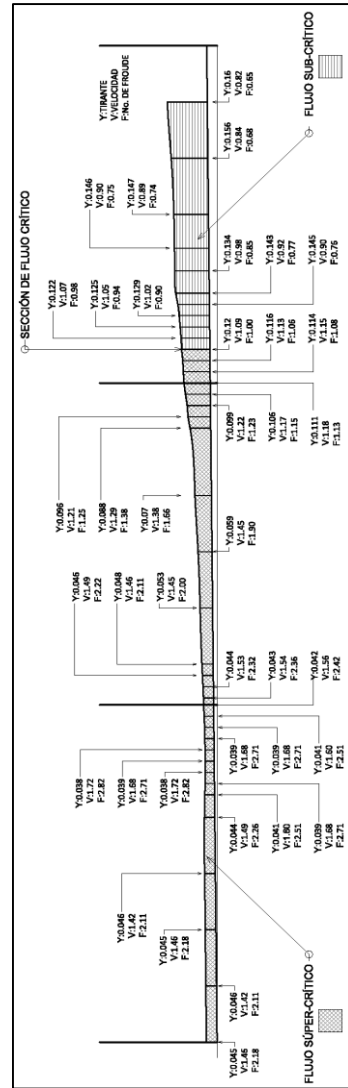
Fuente: elaboración propia

**Perfil: Expansión 3°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 14, 97L/s**



Fuente: elaboración propia

**Perfil: Expansión 3°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 20,05 L/s**

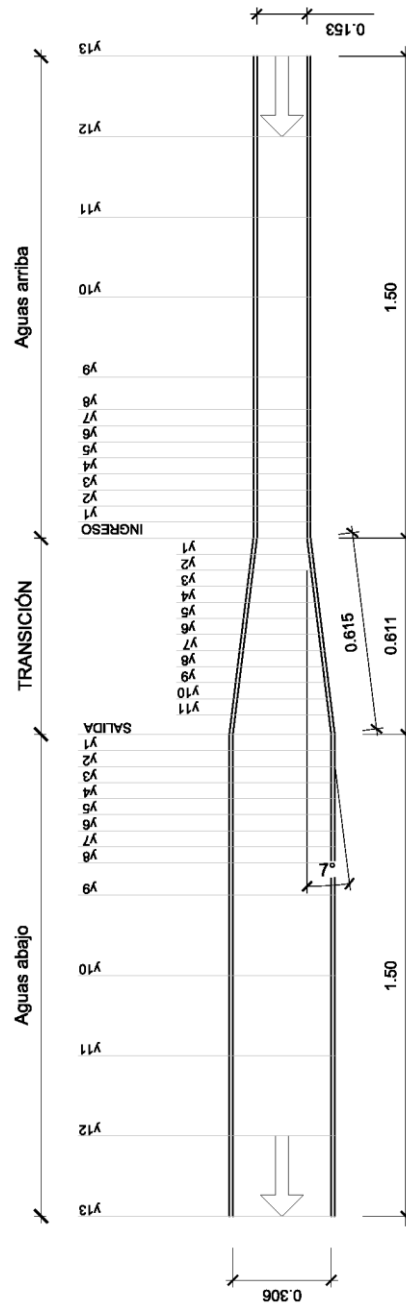


Fuente: elaboración propia

## Apéndice 2. Expansión 7 grados

**Tabla: Recolección de datos expansión 7 grados**

Tabla recolección de datos EXPANSIÓN 7 grados															
Sección	Caudal mt3/seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (60cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)
AGUAS ARRIBA	0.010	0.10	7.10	7.20	7.30	7.30	7.40	7.40	7.50	7.80	8.10	8.50	8.60	9.50	9.60
	0.015	0.10	8.80	9.20	9.40	9.70	9.80	9.80	10.00	10.30	10.70	11.00	11.80	12.30	12.40
	0.020	0.10	10.70	10.90	11.10	11.30	11.60	12.00	12.40	12.70	13.30	14.00	14.40	14.50	14.60
TRANSICIÓN	Caudal mt3/seg	% Pend	Ingreso (5cm)	y1 (10cm)	y2 (15cm)	y3 (20cm)	y4 (25cm)	y5 (30cm)	y6 (35cm)	y7 (40cm)	y8 (45cm)	y9 (50cm)	y10 (55cm)	Salida	
	0.010	0.10	6.90	6.60	5.70	5.30	4.60	3.90	3.60	3.40	3.30	3.40	3.30	3.30	2.90
	0.015	0.10	8.50	8.10	7.60	7.00	6.10	5.60	5.00	4.40	4.10	3.90	3.80	3.90	3.80
AGUAS ABAJO	0.020	0.10	10.40	9.80	8.80	8.20	7.60	6.60	6.00	5.50	5.10	4.90	4.60	4.40	4.30
	Caudal mt3/seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)	y13 (150cm)
	0.010	0.10	2.70	2.40	2.30	2.30	2.40	2.40	2.40	2.50	3.40	2.30	2.80	2.70	2.60
0.015	0.10	3.70	3.50	3.30	3.10	3.00	2.90	2.90	2.80	3.00	3.50	3.30	3.30	3.30	3.30
0.020	0.10	4.40	4.40	4.30	4.20	4.20	3.90	3.60	3.40	3.40	3.80	4.70	4.20	4.30	4.80



Fuente: elaboración propia

Continuación apéndice 2

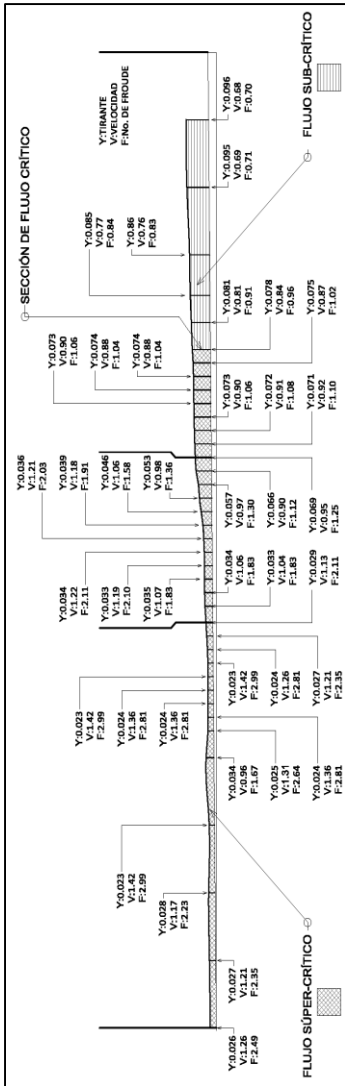
**Tabla: Cálculos, modelo expansión 7°**

Modelo en expansión 7 grados													
	Anchos de sección (m)	Caudal 0.010 m3/s				Caudal 0.015 m3/s				Caudal 0.020 m3/s			
		Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)
Tramo aguas arriba	0.153	0.096	0.68	0.70	0.120	0.124	0.79	0.72	0.156	0.146	0.89	0.75	0.187
	0.153	0.095	0.69	0.71	0.119	0.123	0.80	0.73	0.155	0.145	0.90	0.76	0.186
	0.153	0.086	0.76	0.83	0.115	0.118	0.83	0.77	0.153	0.144	0.91	0.76	0.186
	0.153	0.085	0.77	0.84	0.115	0.110	0.89	0.86	0.151	0.140	0.93	0.80	0.184
	0.153	0.081	0.81	0.91	0.114	0.107	0.92	0.90	0.150	0.133	0.98	0.86	0.182
	0.153	0.078	0.84	0.96	0.114	0.103	0.95	0.95	0.149	0.127	1.03	0.92	0.181
	0.153	0.075	0.87	1.02	0.114	0.100	0.98	0.99	0.149	0.124	1.05	0.96	0.181
	0.153	0.074	0.88	1.04	0.114	0.098	1.00	1.02	0.149	0.120	1.09	1.00	0.180
	0.153	0.074	0.88	1.04	0.114	0.098	1.00	1.02	0.149	0.116	1.13	1.06	0.181
	0.153	0.073	0.90	1.06	0.114	0.097	1.01	1.04	0.149	0.113	1.16	1.10	0.181
	0.153	0.073	0.90	1.06	0.114	0.094	1.04	1.09	0.150	0.111	1.18	1.13	0.182
	0.153	0.072	0.91	1.08	0.114	0.092	1.07	1.12	0.150	0.109	1.20	1.16	0.182
0.153	0.071	0.92	1.10	0.114	0.088	1.12	1.20	0.151	0.107	1.22	1.19	0.183	
Transición	0.153	0.069	0.95	1.15	0.115	0.085	1.15	1.26	0.153	0.104	1.26	1.24	0.184
	0.168	0.066	0.90	1.12	0.108	0.081	1.10	1.24	0.143	0.098	1.21	1.24	0.173
	0.181	0.057	0.97	1.30	0.105	0.076	1.09	1.26	0.137	0.088	1.26	1.35	0.168
	0.193	0.053	0.98	1.36	0.102	0.070	1.11	1.34	0.133	0.082	1.26	1.41	0.163
	0.205	0.046	1.06	1.58	0.103	0.061	1.20	1.55	0.135	0.076	1.28	1.49	0.160
	0.217	0.039	1.18	1.91	0.110	0.056	1.24	1.67	0.134	0.066	1.40	1.73	0.165
	0.23	0.036	1.21	2.03	0.110	0.050	1.31	1.86	0.137	0.06	1.45	1.89	0.167
	0.242	0.034	1.22	2.11	0.109	0.044	1.41	2.15	0.145	0.055	1.50	2.04	0.170
	0.254	0.033	1.19	2.10	0.106	0.041	1.44	2.27	0.147	0.051	1.54	2.18	0.172
	0.267	0.035	1.07	1.83	0.093	0.034	1.65	2.86	0.174	0.049	1.53	2.20	0.168
	0.279	0.034	1.06	1.83	0.091	0.038	1.42	2.32	0.140	0.046	1.56	2.32	0.170
	0.291	0.033	1.04	1.83	0.088	0.034	1.52	2.63	0.151	0.044	1.56	2.38	0.168
0.306	0.029	1.13	2.11	0.094	0.038	1.29	2.12	0.123	0.043	1.52	2.34	0.161	
Tramo aguas abajo	0.306	0.027	1.21	2.35	0.102	0.037	1.33	2.20	0.127	0.044	1.48	2.26	0.156
	0.306	0.024	1.36	2.81	0.119	0.035	1.40	2.39	0.135	0.044	1.48	2.26	0.156
	0.306	0.023	1.42	2.99	0.126	0.033	1.49	2.61	0.146	0.043	1.52	2.34	0.161
	0.306	0.023	1.42	2.99	0.126	0.031	1.58	2.87	0.159	0.042	1.56	2.42	0.165
	0.306	0.024	1.36	2.81	0.119	0.030	1.64	3.02	0.166	0.039	1.68	2.71	0.182
	0.306	0.024	1.36	2.81	0.119	0.029	1.69	3.17	0.175	0.036	1.81	3.05	0.204
	0.306	0.024	1.36	2.81	0.119	0.028	1.75	3.34	0.185	0.034	1.92	3.33	0.222
	0.306	0.025	1.31	2.64	0.112	0.030	1.64	3.02	0.166	0.034	1.92	3.33	0.222
	0.306	0.034	0.96	1.67	0.081	0.035	1.40	2.39	0.135	0.038	1.72	2.82	0.189
	0.306	0.023	1.42	2.99	0.126	0.034	1.44	2.50	0.140	0.047	1.39	2.05	0.145
	0.306	0.028	1.17	2.23	0.098	0.033	1.49	2.61	0.146	0.042	1.56	2.42	0.165
	0.306	0.027	1.21	2.35	0.102	0.038	1.29	2.12	0.123	0.043	1.52	2.34	0.161
0.306	0.026	1.26	2.49	0.107	0.033	1.49	2.61	0.146	0.048	1.36	1.98	0.142	

Fuente: elaboración propia

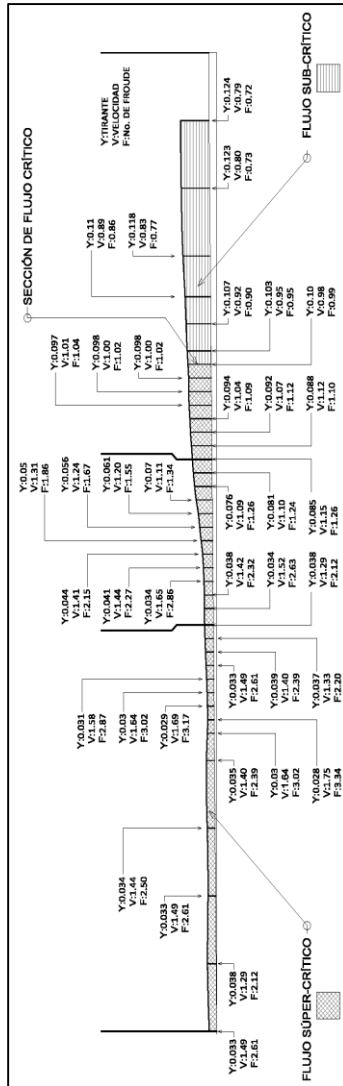
Continuación apéndice 2

Perfil: Expansión 7°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 10,01 L/s



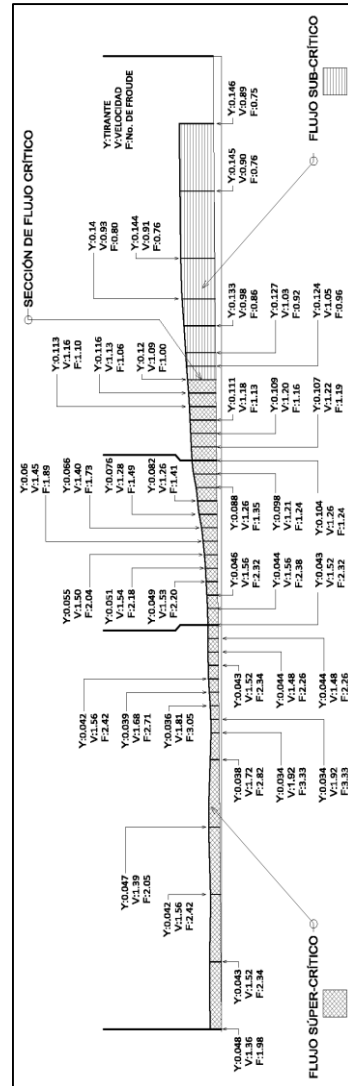
Fuente: elaboración propia

Perfil: Expansión 7°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 15,02 l L/s



Fuente: elaboración propia

Perfil: Expansión 7°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 19,99 L/s

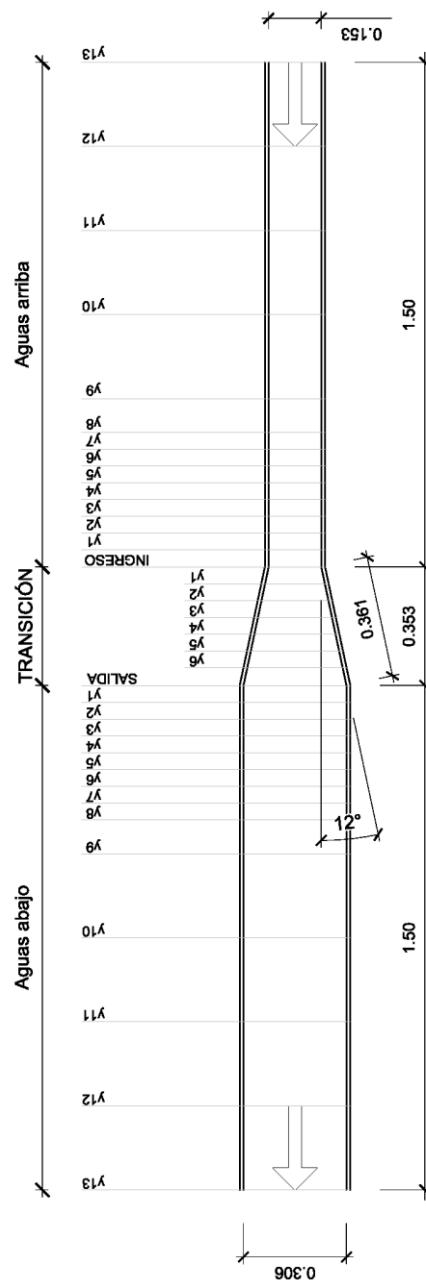


Fuente: elaboración propia

### Apéndice 3. Expansión 12 grados

Tabla: Recolección de datos expansión 12 grados

Tabla recolección de datos (cm) EXPANSIÓN 12 grados																												
Sección	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	EXPANSIÓN 12 grados																									
			y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (60cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)													
AGUAS ARRIBA	0.010	0.10	6.30	6.40	6.50	6.50	6.60	6.80	6.90	6.90	6.90	6.90	7.00	7.10	7.10													
	0.015	0.10	8.30	8.50	8.60	8.70	8.80	8.80	8.80	8.90	8.90	9.00	9.10	9.10	9.10													
	0.020	0.10	10.00	10.10	10.20	10.20	10.40	10.60	10.80	10.80	10.90	10.70	10.80	10.80	11.00													
TRANSICIÓN	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	Ingreso		y1 (5cm)		y2 (10cm)		y3 (15cm)		y4 (20cm)		y5 (25cm)		y6 (30cm)		Salida											
	0.010	0.10	6.20	5.90	5.20		5.20		4.30		3.50		2.80		2.40		2.10											
	0.015	0.10	7.70	7.10	6.50		6.50		5.80		5.10		4.20		3.70		3.00											
AGUAS ABAJO	0.020	0.10	9.80	9.00	8.10		8.10		7.10		6.10		5.40		4.50		3.80											
	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)		y2 (10cm)		y3 (15cm)		y4 (20cm)		y5 (25cm)		y6 (30cm)		y7 (35cm)		y8 (40cm)		y9 (50cm)		y10 (75cm)		y11 (100cm)		y12 (125cm)		y13 (150cm)	
	0.010	0.10	1.90	1.80	1.60		1.60		1.80		2.10		2.20		2.30		2.20		3.40		3.40		3.00		4.10		4.20	
0.015	0.10	2.80	2.70	2.60		2.20		2.10		2.00		2.10		2.60		4.80		4.80		3.40		3.00		4.10		4.20		
0.020	0.10	3.40	3.10	3.00		2.60		2.50		2.80		2.80		3.30		5.40		5.40		4.60		3.20		4.40		5.80		



Fuente: elaboración propia

Continuación apéndice 3

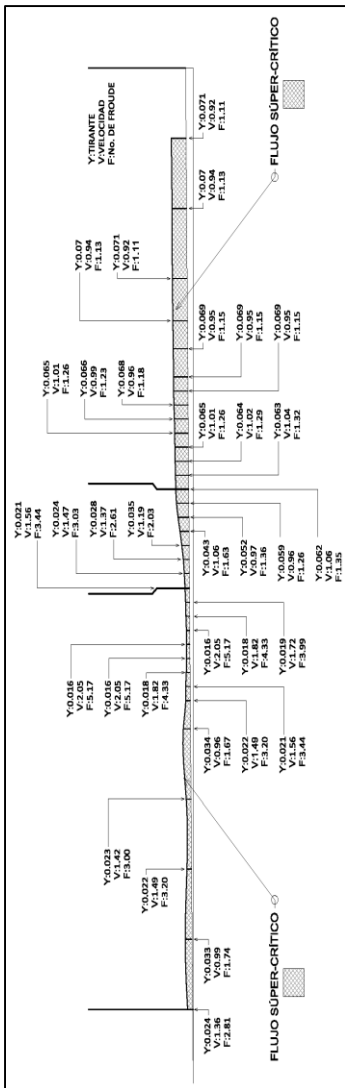
**Tabla: Cálculos, modelo expansión 12°**

Modelo en expansión 12 grados													
	Anchos de sección (m)	Caudal 0.010 m <sup>3</sup> /s				Caudal 0.015 m <sup>3</sup> /s				Caudal 0.020 m <sup>3</sup> /s			
		Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)
Tramo aguas arriba	0.153	0.071	0.92	1.11	0.114	0.091	1.08	1.14	0.150	0.110	1.19	1.15	0.182
	0.153	0.070	0.94	1.13	0.115	0.089	1.10	1.18	0.151	0.108	1.21	1.18	0.183
	0.153	0.071	0.92	1.11	0.114	0.091	1.08	1.14	0.150	0.108	1.21	1.18	0.183
	0.153	0.070	0.94	1.13	0.115	0.089	1.10	1.18	0.151	0.107	1.22	1.20	0.183
	0.153	0.069	0.95	1.15	0.115	0.090	1.09	1.16	0.151	0.107	1.22	1.20	0.183
	0.153	0.069	0.95	1.15	0.115	0.089	1.10	1.18	0.151	0.109	1.20	1.16	0.183
	0.153	0.069	0.95	1.15	0.115	0.088	1.11	1.20	0.151	0.108	1.21	1.18	0.183
	0.153	0.068	0.96	1.18	0.115	0.088	1.11	1.20	0.151	0.106	1.24	1.21	0.184
	0.153	0.066	0.99	1.23	0.116	0.088	1.11	1.20	0.151	0.104	1.26	1.25	0.185
	0.153	0.065	1.01	1.26	0.117	0.087	1.13	1.22	0.152	0.102	1.28	1.28	0.186
	0.153	0.065	1.01	1.26	0.117	0.086	1.14	1.24	0.152	0.102	1.28	1.28	0.186
	0.153	0.064	1.02	1.29	0.117	0.085	1.15	1.26	0.153	0.101	1.30	1.30	0.187
0.153	0.063	1.04	1.32	0.118	0.083	1.18	1.31	0.154	0.100	1.31	1.32	0.188	
Transición	0.153	0.062	1.06	1.35	0.119	0.077	1.27	1.47	0.160	0.096	1.37	1.41	0.191
	0.177	0.059	0.96	1.26	0.106	0.071	1.19	1.43	0.144	0.09	1.26	1.34	0.171
	0.199	0.052	0.97	1.36	0.100	0.065	1.16	1.45	0.134	0.081	1.24	1.40	0.160
	0.22	0.043	1.06	1.63	0.100	0.058	1.18	1.56	0.129	0.071	1.28	1.54	0.155
	0.241	0.035	1.19	2.03	0.107	0.051	1.22	1.73	0.127	0.061	1.36	1.76	0.156
	0.262	0.028	1.37	2.61	0.123	0.042	1.36	2.13	0.137	0.054	1.42	1.95	0.156
	0.284	0.024	1.47	3.03	0.134	0.037	1.43	2.37	0.141	0.045	1.57	2.36	0.170
0.306	0.021	1.56	3.44	0.145	0.030	1.64	3.01	0.166	0.038	1.72	2.82	0.190	
Tramo aguas abajo	0.306	0.019	1.72	3.99	0.170	0.028	1.75	3.34	0.184	0.034	1.93	3.34	0.223
	0.306	0.018	1.82	4.33	0.187	0.027	1.82	3.53	0.195	0.031	2.11	3.83	0.259
	0.306	0.016	2.05	5.17	0.229	0.026	1.89	3.74	0.207	0.03	2.18	4.03	0.273
	0.306	0.016	2.05	5.17	0.229	0.022	2.23	4.80	0.275	0.026	2.52	4.99	0.350
	0.306	0.016	2.05	5.17	0.229	0.021	2.34	5.15	0.299	0.025	2.62	5.29	0.375
	0.306	0.018	1.82	4.33	0.187	0.02	2.45	5.54	0.327	0.026	2.52	4.99	0.350
	0.306	0.021	1.56	3.44	0.145	0.021	2.34	5.15	0.299	0.028	2.34	4.46	0.307
	0.306	0.022	1.49	3.20	0.135	0.026	1.89	3.74	0.207	0.033	1.99	3.49	0.234
	0.306	0.034	0.96	1.67	0.081	0.048	1.02	1.49	0.101	0.054	1.21	1.67	0.129
	0.306	0.023	1.42	3.00	0.126	0.034	1.44	2.50	0.140	0.046	1.42	2.12	0.149
	0.306	0.022	1.49	3.20	0.135	0.03	1.64	3.01	0.166	0.032	2.05	3.65	0.246
	0.306	0.033	0.99	1.74	0.083	0.041	1.20	1.89	0.114	0.044	1.49	2.27	0.157
0.306	0.024	1.36	2.81	0.119	0.042	1.17	1.82	0.112	0.058	1.13	1.50	0.123	

Fuente: elaboración propia

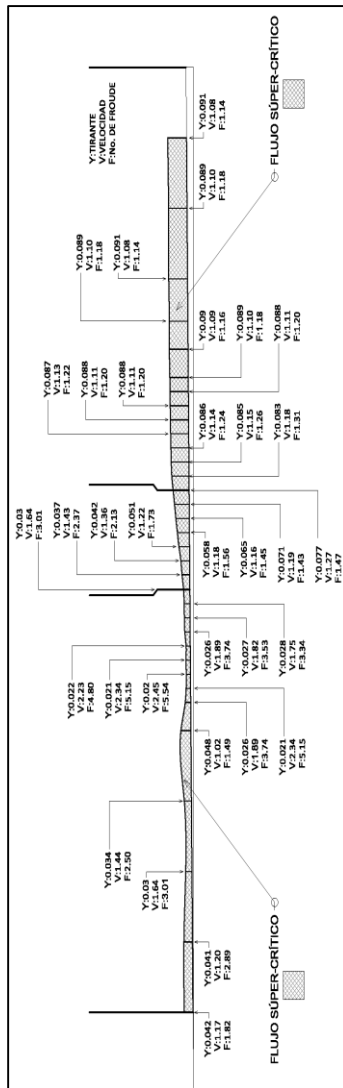
Continuación apéndice 3

**Perfil: Expansión 12°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 10,02 L/s**



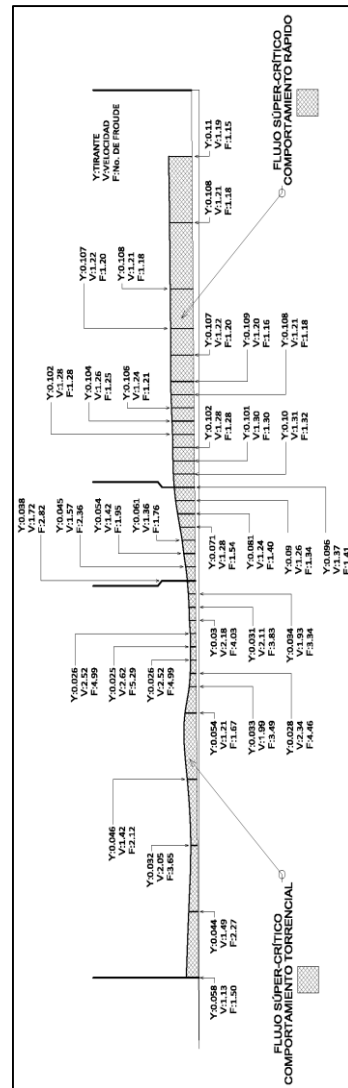
Fuente: elaboración propia

**Perfil: Expansión 12°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 15,01 L/s**



Fuente: elaboración propia

**Perfil: Expansión 12°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 20,05 L/s**

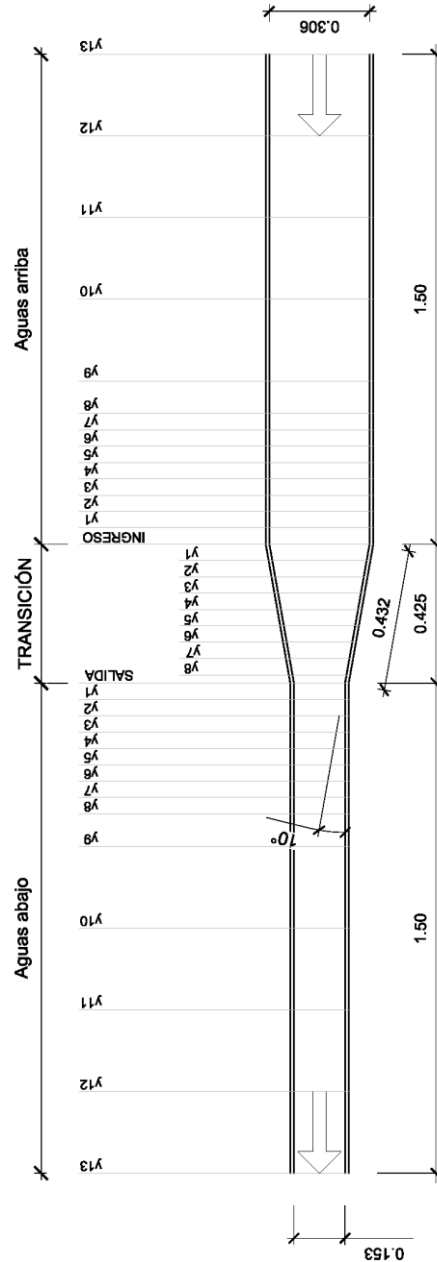


Fuente: elaboración propia

## Apéndice 4. Reducción 10 grados

**Tabla: Recolección de datos reducción 10 grados**

Tabla recolección de datos (cm) REDUCCIÓN 10 grados															
Sección	Caudal mt <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)	y13 (150cm)
Aguas arriba	0.010	0.10	11.90	11.90	11.90	11.90	12.00	12.00	12.00	12.00	12.10	12.10	12.10	12.10	12.10
	0.015	0.10	15.10	15.10	15.10	15.10	15.20	15.20	15.20	15.20	15.20	15.30	15.20	15.20	15.20
	0.020	0.10	17.90	18.00	18.10	18.10	18.10	18.10	18.10	18.10	18.10	18.20	18.20	18.20	18.20
Sección	Caudal mt <sup>3</sup> /seg	% Pend	Ingreso (5cm)	y1 (10cm)	y2 (15cm)	y3 (20cm)	y4 (25cm)	y5 (30cm)	y6 (35cm)	y7 (40cm)	y8 (50cm)	y9 (75cm)	y10 (100cm)	y11 (125cm)	y12 (150cm)
	0.010	0.10	11.90	11.80	11.80	11.80	11.50	11.50	11.30	11.00	11.00	10.90	10.90	10.40	
Transición	0.015	0.10	15.10	15.00	15.00	14.90	14.60	14.40	14.10	14.00	14.00	13.70	13.10	13.10	
	0.020	0.10	18.00	17.90	17.80	17.60	17.40	17.30	17.00	16.60	16.10	15.50	15.50		
Sección	Caudal mt <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)	y13 (150cm)
	0.010	0.10	9.90	9.40	9.30	9.10	9.00	8.90	8.80	8.70	9.00	8.30	8.60	8.30	
Aguas abajo	0.015	0.10	12.50	12.10	11.60	11.10	11.00	11.00	10.90	10.70	10.70	10.70	10.60	10.10	10.10
	0.020	0.10	14.60	13.50	12.70	12.20	12.10	12.30	12.40	12.40	12.30	13.00	12.90	12.10	12.10



Fuente: elaboración propia



Continuación apéndice 4

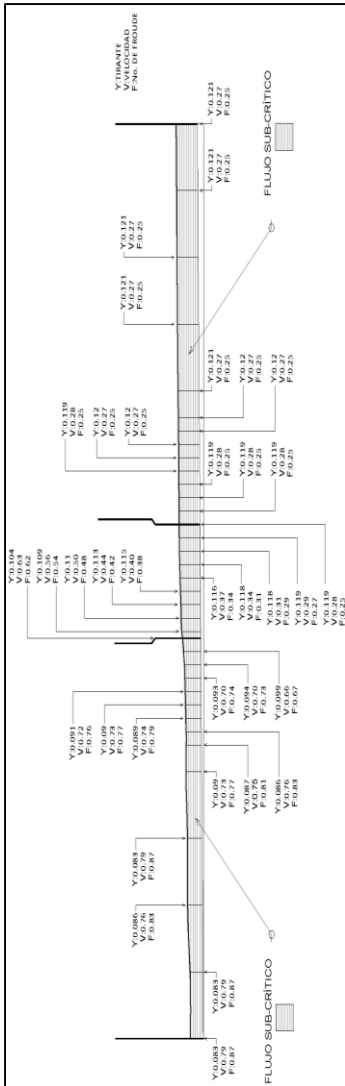
**Tabla: Cálculos, modelo reducción 10°**

Modelo en reducción 10 grados													
Anchos de sección (m)	Caudal 0.010 m3/s				Caudal 0.015 m3/s				Caudal 0.020 m3/s				
	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	
Tramo aguas arriba	0.306	0.121	0.27	0.25	0.125	0.152	0.32	0.26	0.157	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.121	0.27	0.25	0.125	0.152	0.32	0.26	0.157	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.121	0.27	0.25	0.125	0.152	0.32	0.26	0.157	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.121	0.27	0.25	0.125	0.153	0.32	0.26	0.158	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.121	0.27	0.25	0.125	0.152	0.32	0.26	0.157	0.181	0.36	0.27	0.188
	0.306	0.120	0.27	0.25	0.124	0.152	0.32	0.26	0.157	0.181	0.36	0.27	0.188
	0.306	0.120	0.27	0.25	0.124	0.152	0.32	0.26	0.157	0.181	0.36	0.27	0.188
	0.306	0.120	0.27	0.25	0.124	0.152	0.32	0.26	0.157	0.181	0.36	0.27	0.188
	0.306	0.119	0.28	0.25	0.123	0.151	0.33	0.27	0.156	0.181	0.36	0.27	0.188
	0.306	0.119	0.28	0.25	0.123	0.151	0.33	0.27	0.156	0.181	0.36	0.27	0.188
	0.306	0.119	0.28	0.25	0.123	0.151	0.33	0.27	0.156	0.180	0.36	0.27	0.187
	0.306	0.119	0.28	0.25	0.123	0.151	0.33	0.27	0.156	0.179	0.36	0.28	0.186
Transición	0.306	0.119	0.28	0.25	0.123	0.151	0.33	0.27	0.156	0.180	0.36	0.27	0.187
	0.288	0.119	0.29	0.27	0.123	0.150	0.35	0.29	0.156	0.179	0.39	0.29	0.187
	0.271	0.118	0.31	0.29	0.123	0.150	0.37	0.30	0.157	0.178	0.41	0.31	0.187
	0.253	0.118	0.34	0.31	0.124	0.149	0.40	0.33	0.157	0.176	0.45	0.34	0.186
	0.235	0.116	0.37	0.34	0.123	0.146	0.44	0.37	0.156	0.174	0.49	0.37	0.186
	0.218	0.115	0.40	0.38	0.123	0.144	0.48	0.40	0.156	0.173	0.53	0.41	0.187
	0.200	0.113	0.44	0.42	0.123	0.141	0.53	0.45	0.155	0.170	0.59	0.46	0.188
	0.183	0.110	0.50	0.48	0.123	0.140	0.59	0.50	0.158	0.166	0.66	0.52	0.188
Tramo aguas abajo	0.165	0.109	0.56	0.54	0.125	0.137	0.66	0.57	0.160	0.161	0.75	0.60	0.190
	0.153	0.104	0.63	0.62	0.124	0.131	0.75	0.66	0.160	0.155	0.84	0.68	0.191
	0.153	0.099	0.66	0.67	0.121	0.125	0.79	0.71	0.156	0.146	0.89	0.75	0.187
	0.153	0.094	0.70	0.73	0.119	0.121	0.81	0.74	0.155	0.135	0.97	0.84	0.183
	0.153	0.093	0.70	0.74	0.118	0.116	0.85	0.79	0.153	0.127	1.03	0.92	0.181
	0.153	0.091	0.72	0.76	0.117	0.111	0.88	0.85	0.151	0.122	1.07	0.98	0.180
	0.153	0.090	0.73	0.77	0.117	0.110	0.89	0.86	0.151	0.121	1.08	0.99	0.180
	0.153	0.089	0.74	0.79	0.117	0.110	0.89	0.86	0.151	0.123	1.06	0.97	0.181
	0.153	0.086	0.76	0.83	0.116	0.109	0.90	0.87	0.150	0.124	1.05	0.96	0.181
	0.153	0.087	0.75	0.81	0.116	0.107	0.92	0.90	0.150	0.124	1.05	0.96	0.181
	0.153	0.090	0.73	0.77	0.117	0.108	0.91	0.88	0.150	0.123	1.06	0.97	0.181
	0.153	0.083	0.79	0.87	0.115	0.107	0.92	0.90	0.150	0.130	1.01	0.89	0.181
0.153	0.086	0.76	0.83	0.116	0.106	0.93	0.91	0.150	0.129	1.01	0.90	0.181	
0.153	0.083	0.79	0.87	0.115	0.101	0.97	0.98	0.149	0.121	1.08	0.99	0.180	
0.153	0.083	0.79	0.87	0.115	0.101	0.97	0.98	0.149	0.121	1.08	0.99	0.180	

Fuente: elaboración propia

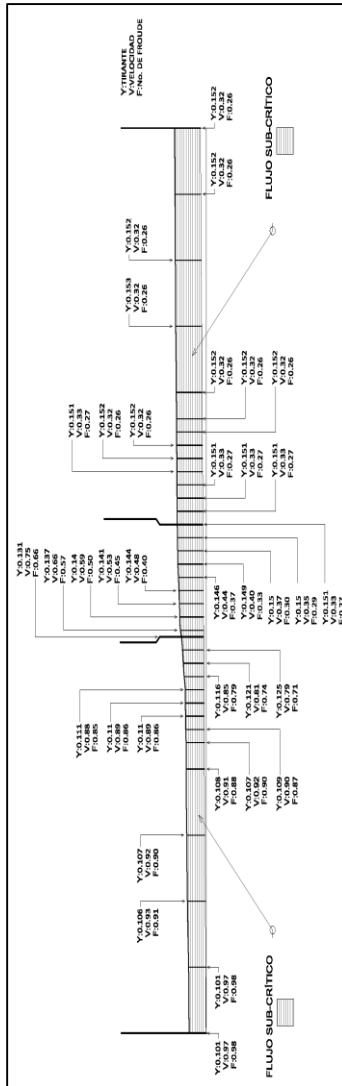
Continuación apéndice 4

**Perfil: Reducción 10°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 10,02 L/s**



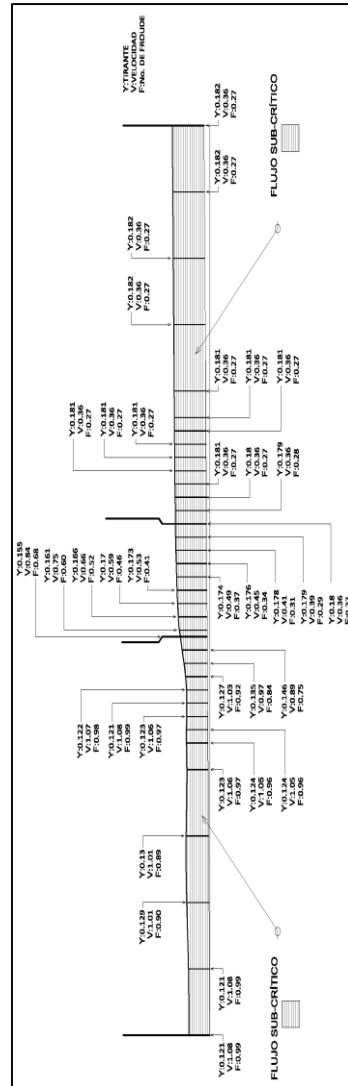
Fuente: elaboración propia

**Perfil: Reducción 10°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 15,02 L/s**



Fuente: elaboración propia

**Perfil: Reducción 10°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 19,99 L/s**

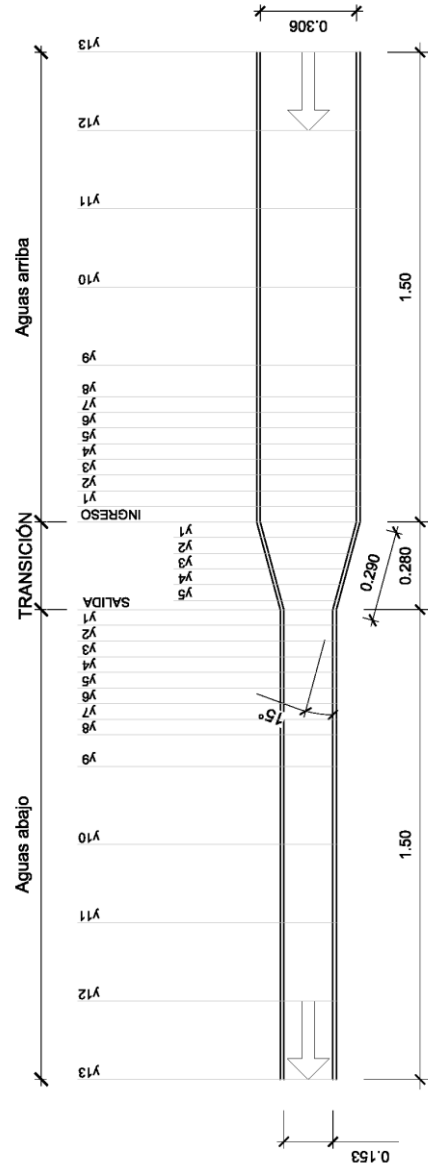


Fuente: elaboración propia

## Apéndice 5. Reducción 15 grados

**Tabla: Recolección de datos reducción 15 grados**

Tabla recolección de datos (cm) REDUCCIÓN 15 grados																	
Sección	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)	y13 (150cm)		
AGUAS ARRIBA	0.010	0.10	11.00	11.00	10.90	10.90	10.90	10.90	10.90	10.90	11.00	10.60	10.80	10.50	10.10		
	0.015	0.10	14.50	14.40	14.40	14.50	14.40	14.40	14.50	14.40	14.40	14.50	14.30	13.90	13.80		
	0.020	0.10	17.60	17.60	17.70	17.70	17.70	17.80	17.80	17.80	17.80	17.70	17.60	17.20	17.00		
Sección	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	Ingreso			y1 (5cm)			y2 (10cm)			y4 (20cm)			y5 (25cm)		Salida
TRANSICIÓN	0.010	0.10	11.00	11.00	10.90	10.90	10.90	10.90	10.90	10.60	10.50	10.50	10.00	9.60			
	0.015	0.10	14.80	14.80	14.60	14.60	14.40	14.40	14.10	14.10	13.70	13.70	13.20	12.80			
	0.020	0.10	18.00	18.00	17.80	17.30	17.30	17.30	17.00	17.00	16.60	16.60	16.10	15.60			
Sección	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)	y13 (150cm)		
AGUAS ABAJO	0.010	0.10	8.80	7.60	6.90	6.40	6.40	7.10	7.00	6.80	6.60	6.10	6.00	6.10	6.10		
	0.015	0.10	11.80	12.20	9.60	8.90	8.60	8.60	9.30	9.10	8.20	8.00	8.00	8.00	8.00		
	0.020	0.10	14.40	13.20	12.30	11.00	10.60	10.40	10.70	10.80	10.20	10.00	9.70	9.80	9.70		



Fuente: elaboración propia

Continuación apéndice 5

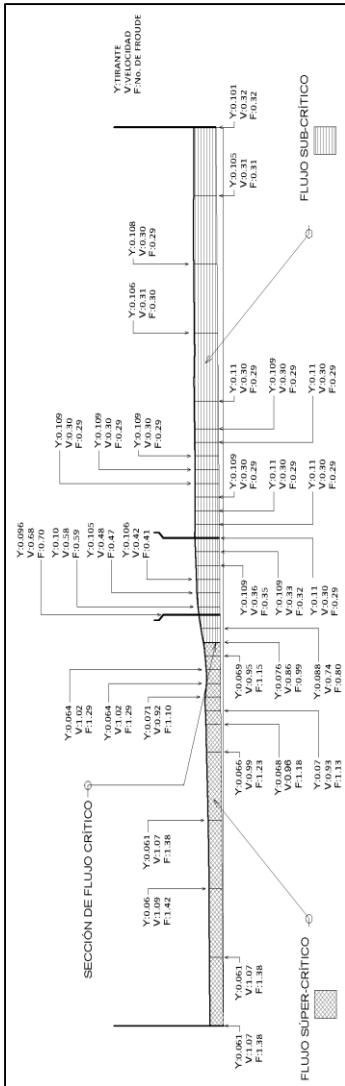
**Tabla: Cálculos, modelo reducción 15°**

Modelo en reducción 15 grados													
	Anchos de sección (m)	Caudal 0.010 m3/s				Caudal 0.015 m3/s				Caudal 0.020 m3/s			
		Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)
Tramo aguas arriba	0.306	0.101	0.32	0.32	0.106	0.138	0.36	0.31	0.144	0.170	0.38	0.30	0.178
	0.306	0.105	0.31	0.31	0.110	0.139	0.35	0.30	0.145	0.172	0.38	0.29	0.179
	0.306	0.108	0.30	0.29	0.113	0.143	0.34	0.29	0.149	0.176	0.37	0.28	0.183
	0.306	0.106	0.31	0.30	0.111	0.145	0.34	0.28	0.151	0.177	0.37	0.28	0.184
	0.306	0.110	0.30	0.29	0.114	0.144	0.34	0.29	0.150	0.178	0.37	0.28	0.185
	0.306	0.109	0.30	0.29	0.114	0.144	0.34	0.29	0.150	0.178	0.37	0.28	0.185
	0.306	0.110	0.30	0.29	0.114	0.145	0.34	0.28	0.151	0.178	0.37	0.28	0.185
	0.306	0.109	0.30	0.29	0.114	0.144	0.34	0.29	0.150	0.178	0.37	0.28	0.185
	0.306	0.109	0.30	0.29	0.114	0.144	0.34	0.29	0.150	0.177	0.37	0.28	0.184
	0.306	0.109	0.30	0.29	0.114	0.145	0.34	0.28	0.151	0.177	0.37	0.28	0.184
	0.306	0.109	0.30	0.29	0.114	0.144	0.34	0.29	0.150	0.177	0.37	0.28	0.184
	0.306	0.110	0.30	0.29	0.114	0.144	0.34	0.29	0.150	0.176	0.37	0.28	0.183
0.306	0.110	0.30	0.29	0.114	0.145	0.34	0.28	0.151	0.176	0.37	0.28	0.183	
Transición	0.306	0.110	0.30	0.29	0.114	0.148	0.33	0.27	0.154	0.180	0.36	0.27	0.187
	0.278	0.109	0.33	0.32	0.115	0.146	0.37	0.31	0.153	0.178	0.40	0.31	0.186
	0.252	0.109	0.36	0.35	0.116	0.144	0.41	0.35	0.153	0.173	0.46	0.35	0.184
	0.225	0.106	0.42	0.41	0.115	0.141	0.47	0.40	0.152	0.170	0.52	0.40	0.184
	0.199	0.105	0.48	0.47	0.117	0.137	0.55	0.47	0.152	0.166	0.60	0.47	0.185
	0.172	0.100	0.58	0.59	0.117	0.132	0.66	0.58	0.154	0.161	0.72	0.57	0.188
	0.153	0.096	0.68	0.70	0.120	0.128	0.77	0.68	0.158	0.156	0.84	0.68	0.192
Tramo aguas abajo	0.153	0.088	0.74	0.80	0.116	0.118	0.83	0.77	0.153	0.144	0.91	0.76	0.186
	0.153	0.076	0.86	0.99	0.114	0.102	0.96	0.96	0.149	0.132	0.99	0.87	0.182
	0.153	0.069	0.95	1.15	0.115	0.096	1.02	1.05	0.149	0.123	1.06	0.97	0.180
	0.153	0.064	1.02	1.29	0.117	0.089	1.10	1.18	0.151	0.110	1.19	1.14	0.182
	0.153	0.064	1.02	1.29	0.117	0.086	1.14	1.24	0.152	0.106	1.23	1.21	0.183
	0.153	0.071	0.92	1.10	0.114	0.088	1.11	1.20	0.151	0.104	1.26	1.24	0.184
	0.153	0.070	0.93	1.13	0.114	0.093	1.05	1.10	0.150	0.107	1.22	1.19	0.183
	0.153	0.068	0.96	1.18	0.115	0.091	1.08	1.14	0.150	0.108	1.21	1.17	0.183
	0.153	0.066	0.99	1.23	0.116	0.082	1.20	1.33	0.155	0.102	1.28	1.28	0.186
	0.153	0.061	1.07	1.38	0.119	0.080	1.23	1.38	0.157	0.100	1.31	1.32	0.187
	0.153	0.060	1.09	1.42	0.120	0.080	1.23	1.38	0.157	0.097	1.35	1.38	0.189
	0.153	0.061	1.07	1.38	0.119	0.080	1.23	1.38	0.157	0.098	1.33	1.36	0.189
0.153	0.061	1.07	1.38	0.119	0.080	1.23	1.38	0.157	0.097	1.35	1.38	0.189	

Fuente: elaboración propia

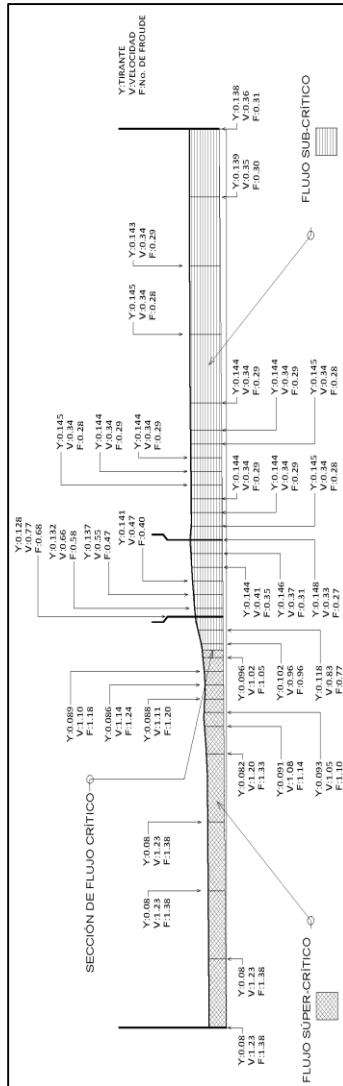
Continuación apéndice 5

**Perfil: Reducción 15°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 9,99 L/s**



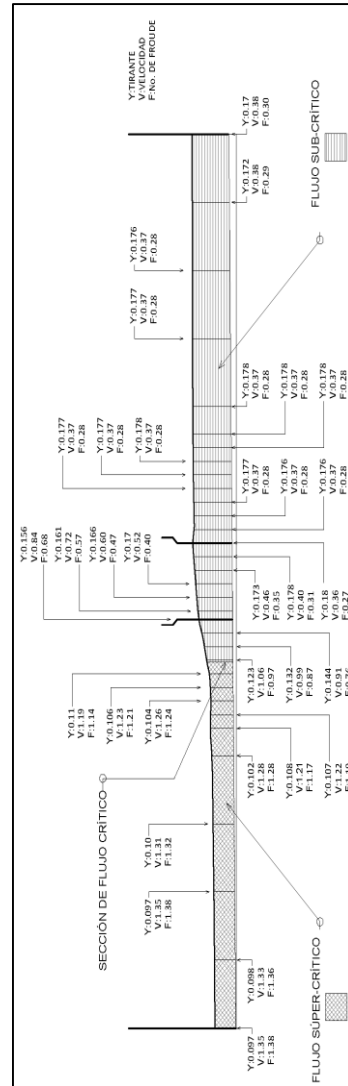
Fuente: elaboración propia

**Perfil: Reducción 15°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 15,00 L/s**



Fuente: elaboración propia

**Reducción 15°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 19,98 L/s**

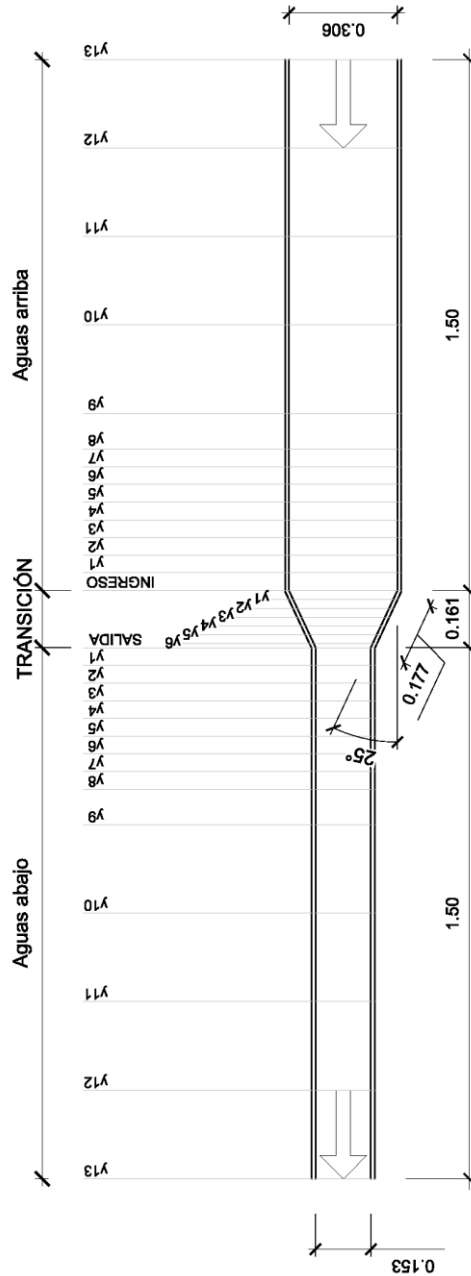


Fuente: elaboración propia

## Apéndice 6. Reducción 25 grados

**Tabla: Recolección de datos reducción 25 grados**

Tabla recolección de datos (cm) REDUCCIÓN 25 grados																
Sección	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	y1 (5cm)	y2 (10cm)	y3 (15cm)	y4 (20cm)	y5 (25cm)	y6 (30cm)	y7 (35cm)	y8 (40cm)	y9 (50cm)	y10 (75cm)	y11 (100cm)	y12 (125cm)	y13 (150cm)	
AGUAS ARRIBA	0.010	0.10	11.60	11.60	11.70	11.80	11.80	11.70	11.70	11.70	11.80	11.90	11.80	11.80	11.80	
	0.015	0.10	14.90	14.90	15.00	15.00	15.00	15.10	15.00	15.00	15.10	15.20	15.20	15.20	15.20	
	0.020	0.10	18.10	18.20	18.20	18.30	18.20	18.30	18.30	18.30	18.30	18.20	18.10	18.20	18.20	
Sección	Caudal m <sup>3</sup> /seg	% Pend	Ingreso (2.5cm)	y1 (5.0cm)	y2 (10.0cm)	y3 (15.0cm)	y4 (20.0cm)	y5 (25.0cm)	y6 (30.0cm)	y7 (35.0cm)	y8 (40.0cm)	y9 (50.0cm)	y10 (75.0cm)	y11 (100.0cm)	y12 (125.0cm)	y13 (150.0cm)
TRANSICIÓN	0.010	0.10	11.50	11.40	11.40	11.40	11.40	11.40	11.20	11.20	11.00	11.00	10.90	10.90	10.60	
	0.015	0.10	14.90	14.80	14.80	14.80	14.70	14.70	14.40	14.40	14.20	14.20	14.00	14.00	13.50	
	0.020	0.10	17.90	17.90	17.90	17.90	17.80	17.80	17.50	17.50	17.30	17.30	17.10	17.10	16.60	
AGUAS ABAJO	0.010	0.10	9.60	8.90	8.80	8.90	9.50	9.50	8.30	8.30	8.40	8.30	8.30	8.10	8.20	
	0.015	0.10	12.60	11.20	10.10	9.20	9.40	10.40	10.10	10.00	10.30	10.40	10.20	10.30	10.10	
	0.020	0.10	15.40	13.80	12.60	11.50	11.00	11.10	11.10	12.00	11.40	11.50	11.70	11.50	11.50	



Fuente: elaboración propia

Continuación apéndice 6

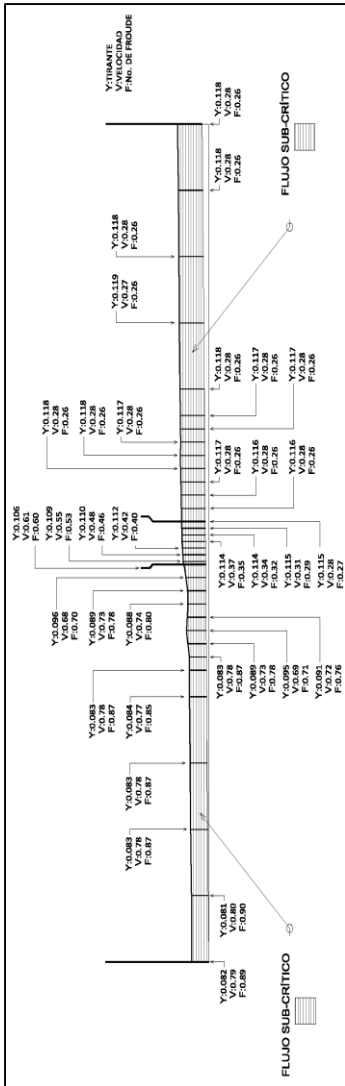
**Tabla: Cálculos, modelo reducción 25°**

Modelo en reducción 25 grados													
Anchos de sección (m)	Caudal 0.010 m3/s				Caudal 0.015 m3/s				Caudal 0.020 m3/s				
	tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	tirante (m)	Velocidad (m/s)	No. Froude	Energía específica (m)	
Tramo aguas arriba	0.306	0.118	0.28	0.26	0.122	0.152	0.32	0.26	0.157	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.118	0.28	0.26	0.122	0.152	0.32	0.26	0.157	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.118	0.28	0.26	0.122	0.152	0.32	0.26	0.157	0.181	0.36	0.27	0.188
	0.306	0.119	0.27	0.25	0.123	0.151	0.32	0.27	0.156	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.118	0.28	0.26	0.122	0.151	0.32	0.27	0.156	0.183	0.36	0.27	0.190
	0.306	0.117	0.28	0.26	0.121	0.150	0.33	0.27	0.155	0.183	0.36	0.27	0.190
	0.306	0.117	0.28	0.26	0.121	0.150	0.33	0.27	0.155	0.183	0.36	0.27	0.190
	0.306	0.117	0.28	0.26	0.121	0.151	0.32	0.27	0.156	0.183	0.36	0.27	0.190
	0.306	0.118	0.28	0.26	0.122	0.150	0.33	0.27	0.155	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.118	0.28	0.26	0.122	0.150	0.33	0.27	0.155	0.183	0.36	0.27	0.190
	0.306	0.117	0.28	0.26	0.121	0.150	0.33	0.27	0.155	0.182	0.36	0.27	0.189
	0.306	0.116	0.28	0.26	0.120	0.149	0.33	0.27	0.155	0.182	0.36	0.27	0.189
0.306	0.116	0.28	0.26	0.120	0.149	0.33	0.27	0.155	0.181	0.36	0.27	0.188	
Transición	0.306	0.115	0.28	0.27	0.119	0.149	0.33	0.27	0.155	0.179	0.37	0.28	0.186
	0.283	0.115	0.31	0.29	0.120	0.149	0.36	0.29	0.155	0.179	0.40	0.30	0.187
	0.259	0.114	0.34	0.32	0.120	0.148	0.39	0.32	0.156	0.179	0.43	0.33	0.189
	0.236	0.114	0.37	0.35	0.121	0.147	0.43	0.36	0.157	0.178	0.48	0.36	0.190
	0.213	0.112	0.42	0.40	0.121	0.144	0.49	0.41	0.156	0.175	0.54	0.41	0.190
	0.189	0.110	0.48	0.46	0.122	0.142	0.56	0.47	0.158	0.173	0.61	0.47	0.192
	0.166	0.109	0.55	0.53	0.124	0.140	0.65	0.55	0.161	0.171	0.71	0.54	0.196
	0.153	0.106	0.61	0.60	0.125	0.135	0.73	0.63	0.162	0.166	0.79	0.62	0.198
Tramo aguas abajo	0.153	0.096	0.68	0.70	0.119	0.126	0.78	0.70	0.157	0.154	0.85	0.69	0.191
	0.153	0.089	0.73	0.78	0.116	0.112	0.88	0.84	0.151	0.138	0.95	0.82	0.184
	0.153	0.088	0.74	0.80	0.116	0.101	0.97	0.98	0.149	0.126	1.04	0.93	0.181
	0.153	0.091	0.72	0.76	0.117	0.092	1.07	1.12	0.150	0.115	1.14	1.07	0.181
	0.153	0.095	0.69	0.71	0.119	0.094	1.04	1.09	0.150	0.110	1.19	1.15	0.182
	0.153	0.089	0.73	0.78	0.116	0.104	0.94	0.93	0.149	0.111	1.18	1.13	0.182
	0.153	0.083	0.78	0.87	0.114	0.101	0.97	0.98	0.149	0.120	1.09	1.01	0.181
	0.153	0.083	0.78	0.87	0.114	0.100	0.98	0.99	0.149	0.114	1.15	1.09	0.181
	0.153	0.084	0.77	0.85	0.115	0.103	0.95	0.95	0.149	0.111	1.18	1.13	0.182
	0.153	0.083	0.78	0.87	0.114	0.104	0.94	0.93	0.149	0.115	1.14	1.07	0.181
	0.153	0.083	0.78	0.87	0.114	0.102	0.96	0.96	0.149	0.117	1.12	1.04	0.181
	0.153	0.081	0.80	0.90	0.114	0.103	0.95	0.95	0.149	0.115	1.14	1.07	0.181
	0.153	0.082	0.79	0.89	0.114	0.101	0.97	0.98	0.149	0.115	1.14	1.07	0.181

Fuente: elaboración propia

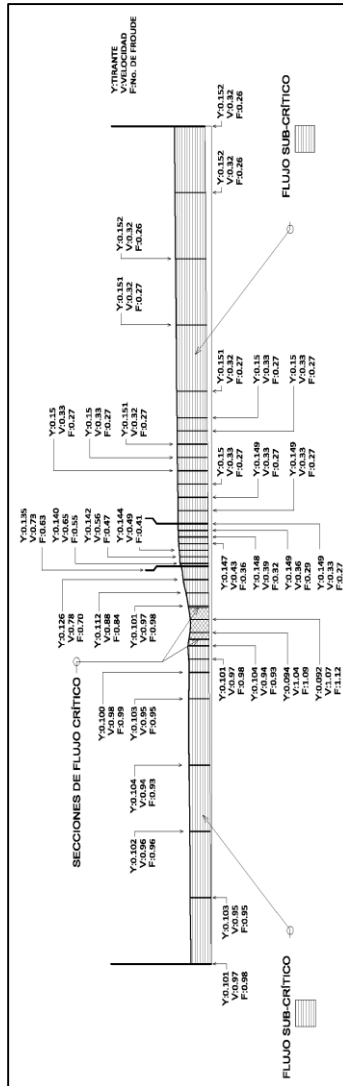
Continuación apéndice 6

**Perfil: Reducción 25°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 9,96 L/s**



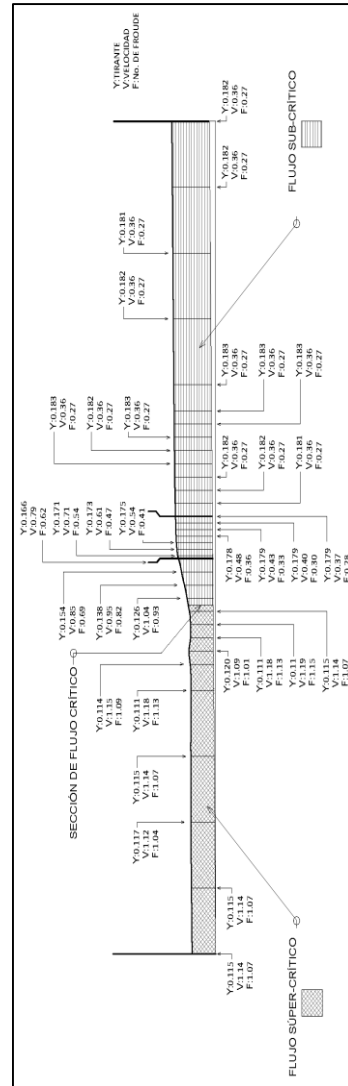
Fuente: elaboración propia

**Perfil: Reducción 25°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 15,01 L/s**



Fuente: elaboración propia

**Perfil: Reducción 25°,  
pendiente 0,10 %,  
caudal 20,03 L/s**



Fuente: elaboración propia



## Apéndice 7. Fotografías

### Expansión 3 grados

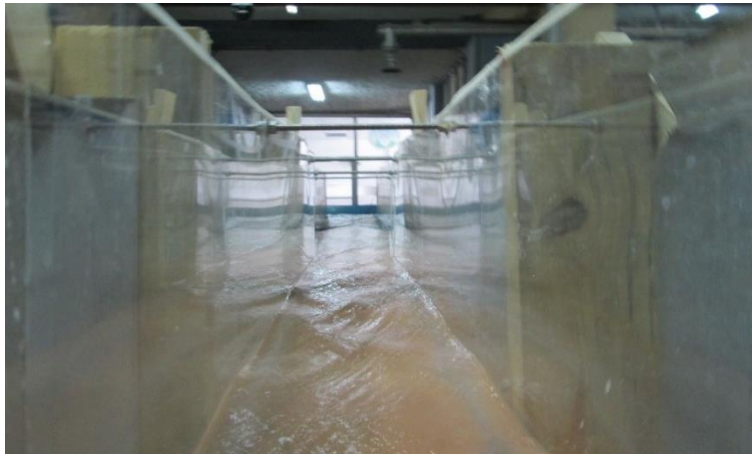


Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 10 de agosto de 2015.



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 10 de agosto de 2015.

Continuación apéndice 7



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 10 de agosto de 2015.

## Expansión 7 grados



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 17 de agosto de 2015.

Continuación apéndice 7



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 17 de agosto de 2015.

## **Expansión 12 grados**



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 24 de agosto de 2015.

Continuación apéndice 7



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 24 de agosto de 2015.



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 24 de agosto de 2015.

Continuación apéndice 7

## Reducción 10 grados



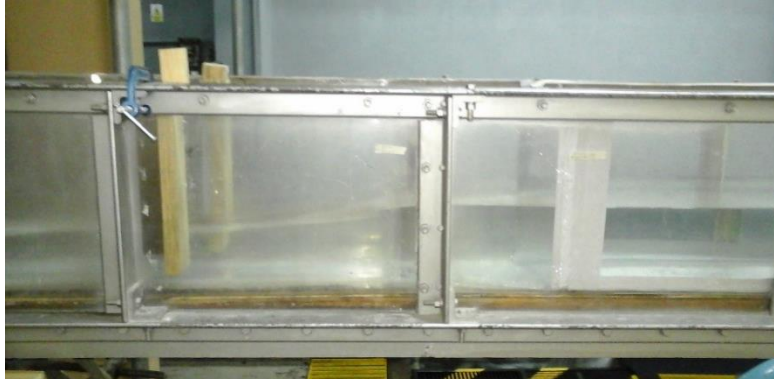
Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 31 de agosto de 2015.



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 31 de agosto de 2015.

Continuación apéndice 7

## Reducción 15 grados



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 07 de septiembre de 2015.



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 07 de septiembre de 2015.

Continuación apéndice 7

## Reducción 25 grados



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 14 de septiembre de 2015.



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 14 de septiembre de 2015.

Continuación apéndice 7



Fuente: foto tomada en Centro de Investigaciones, T-5, Facultad de Ingeniería, USAC. Fecha: 14 de septiembre de 2015.