



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

**COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN CONCRETO
REFORZADO PARA APLICARLO A VIVIENDAS**

Stacy Thamara Chacón Aviles

Asesorada por el Ing. Marco Antonio García Díaz

Guatemala, agosto de 2017

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN
CONCRETO REFORZADO PARA APLICARLO A VIVIENDAS**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA
POR

STACY THAMARA CHACÓN AVILES

ASESORADA POR EL ING. MARCO ANTONIO GARCÍA DÍAZ

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERA CIVIL

GUATEMALA, AGOSTO DE 2017

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
VOCAL I	Ing. Ángel Roberto Sic García
VOCAL II	Ing. Pablo Christian de León Rodríguez
VOCAL III	Ing. José Milton de León Bran
VOCAL IV	Br. Jurgen Andoni Ramírez Ramírez
VOCAL V	Br. Oscar Humberto Galicia Nuñez
SECRETARIA	Inga. Lesbia Magalí Herrera López

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANO	Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
EXAMINADOR	Ing. Claudio César Castañón Contreras
EXAMINADOR	Ing. Luis Estuardo Saravia Ramírez
EXAMINADOR	Ing. Alfredo Enrique Beber Aceituno
SECRETARIA	Inga. Lesbia Magalí Herrera López

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN CONCRETO REFORZADO PARA APLICARLO A VIVIENDAS

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, con fecha septiembre de 2016.

STACY THAMARA CHACÓN AVILES



Guatemala, 25 de abril de 2017

Ingeniero
Ronald Estuardo Galindo Cabrera
Coordinador del área de Estructuras
Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería

Estimado Ingeniero:

Deseando éxitos en sus labores, por este medio le informo que he revisado el trabajo de graduación titulado **“COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN CONCRETO REFORZADO PARA APLICARLO A VIVIENDAS”**, elaborado por la estudiante STACY THAMARA CHACÓN AVILES.

Dicho trabajo de graduación llena los requisitos para mi aprobación, por lo que extiendo la presente para continuar con el trámite correspondiente.

Agradeciendo su atención y sin otro particular, me suscribo de usted,

Atentamente,


Marco Antonio García Díaz
Asesor

Marco Antonio García Díaz
Ingeniero Civil
Colegiado No 6899



USAC
TRICENTENARIA
 Universidad de San Carlos de Guatemala
FACULTAD DE INGENIERÍA

<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL



Guatemala,
 12 de julio de 2017

Ingeniero
 Hugo Leonel Montenegro Franco
 Director Escuela Ingeniería Civil
 Facultad de Ingeniería
 Universidad de San Carlos


Estimado Ingeniero Montenegro.

Le informo que he revisado el trabajo de graduación COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN CONCRETO REFORZADO PARA APLICARLO A VIVIENDAS desarrollado por la estudiante de Ingeniería Civil Stacy Tamara Chacón Aviles, con Carnet No. 2011-14433, quien contó con la asesoría del Ing. Marco Antonio García Díaz.

Considero este trabajo bien desarrollado y representa un aporte para la comunidad del área y habiendo cumplido con los objetivos del referido trabajo doy mi aprobación al mismo solicitando darle el trámite respectivo.

Atentamente,

ID Y ENSEÑAD A TODOS

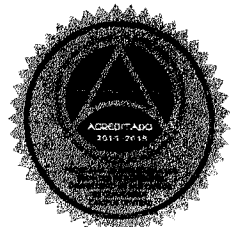


Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera
 Jefe del Departamento de Estructuras



FACULTAD DE INGENIERÍA
 DEPARTAMENTO
 DE
 ESTRUCTURAS
 USAC

/mrrm.



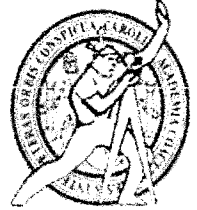
Mas de 136 años de Trabajo y Mejora Continua



USAC
TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala
FACULTAD DE INGENIERÍA

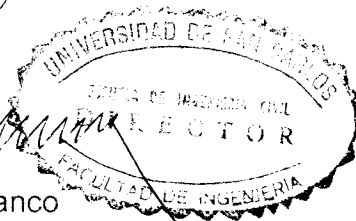
<http://civil.ingenieria.usac.edu.gt>

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL



El director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Marco Antonio García Díaz y Coordinador del Departamento de Estructuras Ing. Ronald Estuardo Galindo Cabrera, al trabajo de graduación de la estudiante Stacy Thamara Chacón Aviles **COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN CONCRETO REFORZADO PARA APLICARLO A VIVIENDAS** da por este medio su aprobación a dicho trabajo.


Ing. Hugo Leonel Montenegro Franco



Guatemala, agosto 2017

/mrm.

Más de 136 años de Trabajo y Mejora Continua



Universidad de San Carlos
de Guatemala



Facultad de Ingeniería
Decanato

Ref.DTG.D.355.2017

El Decano de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, al trabajo de graduación titulado: **COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN CONCRETO REFORZADO PARA APLICARLO A VIVIENDAS**, presentado por la estudiante universitaria: **Stacy Thamara Chacón Aviles**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, se autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE.

Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco
Decano



Guatemala, agosto de 2017

/cc

ACTO QUE DEDICO A:

Dios	Por permitirme culminar esta etapa tan importante de mi vida, por ser mi guía y mi fuerza en todo momento.
Mis padres	Luis Alfredo Chacón León (q.e.p.d.) y Érika Susana Aviles Dardón (q.e.p.d.), por ser mi fuente de inspiración durante toda mi vida.
Mis hermanas	Zaira Ivette y Jessica Berthed, por el apoyo, paciencia y amor incondicional que me demuestran siempre.
Mis abuelos	Víctor Isaías Chacón (q.e.p.d) y Dolores León, Rodolfo Aviles y Alicia Verted Dardón Ramos (q.e.p.d), por su apoyo, sabios consejos y amor incondicional.
Mis tíos y primos	Por el cariño y apoyo brindado en el transcurso de mi carrera.
Mis sobrinos	Samuel Andrés, Hanna Gabriella y Arlet Jannelle, por su paciencia y amor incondicional.
Mi madrina	Teresa Luna, por todo su cariño y apoyo incondicional.

Mi cuñado

Erick Pérez, por el cariño y apoyo brindados.

Mi asesor

Ing. Marco Antonio García Díaz, por su paciencia, tiempo dedicado, conocimientos compartidos y apoyo incondicional.

Mi amiga

María José Pérez Bercian, por ser más que una amiga, una hermana, por todo su amor, paciencia y apoyo incondicional en todo momento.

Mis amigos

Por esos momentos compartidos durante toda la carrera; por la paciencia y el apoyo brindados, y por su sincera amistad.

Familia González Guerra

Por ser mí segunda familia, por todo el cariño, apoyo y comprensión brindados durante toda mi carrera universitaria. Y por estar allí cuando más lo necesité.

AGRADECIMIENTOS A:

Dios	Por darme la fuerza necesaria para poder llegar a esta etapa de mi vida y siempre ser mi guía en cada paso que doy.
La Universidad de San Carlos de Guatemala	Por ser mi alma máter y permitirme el privilegio de pertenecer a esta casa de estudios.
Facultad de Ingeniería	Por permitirme egresar de esta Facultad y por todos los conocimientos compartidos.
Mi asesor	Por los conocimientos compartidos, por su tiempo, paciencia y apoyo incondicional.
Mis amigos de la Facultad	Por esos momentos compartidos durante toda la carrera; por la paciencia y el apoyo brindados, y por su sincera amistad.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	V
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
GLOSARIO	XV
RESUMEN	XVII
OBJETIVOS.....	XIX
INTRODUCCIÓN	XXI
1. GENERALIDADES Y ANTECEDENTES SOBRE ANÁLISIS ESTRUCTURAL.....	1
1.1. Definición de estructura	1
1.2. Estructura idealizada	2
1.2.1. Idealización de los materiales.....	2
1.2.2. Idealización de apoyos y conexiones	3
1.2.3. Idealización de la geometría de una estructura	4
2. TIPOS DE CARGAS Y METODOLOGÍA DE INTEGRACIÓN DE CARGAS PARA MARCOS ESTRUCTURALES.....	5
2.1. Cargas vivas.....	5
2.2. Cargas muertas	6
2.3. Cargas de sismo.....	7
2.3.1. Método de la carga sísmica estática equivalente	7
2.3.2. Método de análisis modal espectral.....	10
2.4. Cargas de viento.....	11
2.4.1. Presiones de diseño del viento	12
2.5. Otras cargas	14

2.5.1.	Aspectos volcánicos.....	14
2.5.2.	Presiones hidrostáticas	14
2.5.3.	Empuje de suelos.....	15
3.	MÉTODOS APROXIMADOS DE ANÁLISIS PARA CARGA LATERAL.....	17
3.1.	Método del portal.....	17
3.2.	Método del voladizo	19
4.	MÉTODOS APROXIMADOS DE ANÁLISIS PARA CARGA VERTICAL	21
4.1.	Método de puntos de inflexión.....	21
4.2.	Método de coeficientes del ACI.....	23
5.	MÉTODOS EXACTOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL	25
5.1.	Método de Cross.....	25
5.1.1.	Conceptos fundamentales del método de Cross.....	26
5.1.2.	Procedimiento general del método de Cross, marcos con desplazamiento lateral	32
5.1.3.	Procedimiento general para marcos de varios niveles	34
5.2.	Método de Kani	39
6.	REALIZACIÓN DE EJERCICIO PRÁCTICO.....	41
6.1.	Definición de la geometría y predimensionamiento estructural.....	41
6.1.1.	Vigas	43
6.1.2.	Losas.....	45
6.1.3.	Columnas	46

6.2.	Integración de cargas	47
6.2.1.	Áreas tributarias.....	47
6.2.2.	Integración de carga viva distribuida	48
6.2.3.	Integración de carga muerta distribuida.....	49
6.2.4.	Carga de sismo.....	50
6.2.4.1.	Peso sísmico de la estructura.....	51
6.2.4.2.	Altura sísmica	51
6.2.4.3.	Factor Cs	53
6.2.4.4.	Fuerzas por nivel y por marco	56
6.3.	Análisis estructural de carga vertical	58
6.3.1.	Método de puntos de inflexión: carga viva.....	58
6.3.2.	Método de puntos de inflexión: carga muerta.....	63
6.3.3.	Método de coeficientes del ACI: carga viva.....	65
6.3.4.	Método de coeficientes del ACI: carga muerta	67
6.3.5.	Método de Cross: carga viva	68
6.3.6.	Método de Cross: carga muerta	74
6.3.7.	Método de Kani: carga viva	81
6.3.8.	Método de Kani: carga muerta.....	87
6.4.	Análisis estructural de carga horizontal	95
6.4.1.	Método del portal	95
6.4.2.	Método del voladizo.....	104
6.4.3.	Método de Cross	115
6.4.4.	Método de Kani.....	133
6.5.	Comparación de resultados.....	138
6.5.1.	Análisis de carga vertical	138
6.5.2.	Análisis de carga horizontal.....	142
	CONCLUSIONES	145
	RECOMENDACIONES	147

BIBLIOGRAFÍA..... 149

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Conexión “de rodillo” típica.....	3
2.	Conexión “empotrada” típica	3
3.	Idealización de la geometría.....	4
4.	Mapa de zonificación sísmica de Guatemala	8
5.	Distribución de corte basal en fuerzas por nivel	9
6.	Fórmula para distribución de corte basal	9
7.	Espectros de respuesta: real y promedio suavizado	11
8.	Mapa de zonas de velocidad básica del viento para Guatemala.....	12
9.	Tipos de presión del viento.....	12
10.	Presión de diseño del viento	13
11.	Esquema de empuje de suelos	15
12.	Puntos de inflexión en método del portal	17
13.	Superposición de portales.....	18
14.	Cargas internas.....	18
15.	Analogía de viga en voladizo y marco esbelto	19
16.	Marco típico y viga sometida a carga vertical.....	21
17.	Casos de apoyo en vigas, método de puntos de inflexión	22
18.	Modelo final, método de puntos de inflexión	22
19.	Esquemas para aproximación de momentos	24
20.	Método de Cross.....	25
21.	Convención de signos.....	26
22.	Factor de transporte.....	27
23.	Factor de modificación, extremo articulado.....	28

24.	Rigidez de elementos prismáticos	29
25.	Momentos de empotramiento perfecto	30
26.	Marco con desplazamiento lateral	31
27.	Momento de ladeo	33
28.	Marco de varios niveles con desplazamiento lateral	34
29.	Análisis del nivel superior, método de Cross	35
30.	Análisis de los dos niveles superiores, método de Cross	36
31.	Análisis de todos los niveles, método de Cross	36
32.	Análisis para carga lateral, método de Cross.....	37
33.	Liberación de desplazamiento por nivel, método de Cross.....	38
34.	Ángulos de giro	40
35.	Planta de la edificación	41
36.	Elevación de la edificación.....	42
37.	Planta idealizada de la edificación	42
38.	Elevación idealizada en marco C.....	43
39.	Identificación de losas.....	45
40.	Áreas tributarias, marco C	47
41.	Carga viva distribuida en marco C	48
42.	Carga muerta distribuida en marco C	50
43.	Altura y masas sísmicas	51
44.	Ubicación de la obra y aceleraciones iniciales.....	54
45.	Clase de obra y nivel de protección sísmica	54
46.	Clase de sitio y factores F_a , F_v	54
47.	Amenaza sísmica particular	55
48.	Período de transición	55
49.	Período de vibración empírico	55
50.	Cálculo de $S_a(T)$	56
51.	Cálculo de C_s	56
52.	Elevación del marco C, carga de sismo	58

53.	Carga viva distribuida, marco C	59
54.	Promedio de tramo 2-3.....	60
55.	Diagrama de carga viva distribuida, tramo 2-3.....	61
56.	Diagrama de momentos con puntos de inflexión, carga viva	63
57.	Carga muerta distribuida, marco C.....	63
58.	Diagrama de momentos con puntos de inflexión, carga muerta.....	64
59.	Coeficientes para más de dos vanos	66
60.	Diagrama de momentos con coeficientes ACI, carga viva	66
61.	Diagrama de momentos con coeficientes ACI, carga muerta.....	67
62.	Momentos fijos para carga viva, tramo A-B.....	70
63.	Momentos fijos para carga viva, tramo B-C.....	71
64.	Diagrama de momentos con método de Cross, carga viva.....	74
65.	Momentos fijos para carga muerta, tramo A-B.....	76
66.	Momentos fijos para carga muerta, tramo B-C.....	77
67.	Momentos fijos para carga muerta, tramo C-D.....	77
68.	Diagrama de momentos con Cross, carga muerta	81
69.	Momentos fijos para carga viva, tramo A-B.....	82
70.	Momentos fijos para carga viva, tramo B-C.....	83
71.	Esquema de iteración de Kani, carga viva	85
72.	Diagrama de momentos con el método de Kani, carga viva	87
73.	Momentos para carga muerta, tramo A-B	88
74.	Momentos fijos para carga muerta, tramo B-C.....	89
75.	Momentos fijos para carga muerta, tramo C-D.....	89
76.	Esquema de iteración de Kani, carga muerta.....	92
77.	Diagrama de momentos con Kani, carga muerta	94
78.	Cargas horizontales y puntos de inflexión	95
79.	Fuerza cortante, tercer nivel.....	95
80.	Fuerza cortante, segundo nivel	96
81.	Fuerza cortante, primer nivel.....	96

82.	Diagrama de fuerzas, nodo A	97
83.	Diagrama de fuerzas, nodo B	97
84.	Diagrama de fuerzas, nodo E	98
85.	Diagrama de fuerzas, nodo F.....	99
86.	Diagrama de fuerzas, nodo I.....	99
87.	Diagrama de fuerzas, nodo J.....	100
88.	Diagrama de carga axial, método del portal.....	102
89.	Diagrama de fuerza cortante, método del portal.....	103
90.	Diagrama de momentos con el método del portal, carga horizontal ...	103
91.	Esquema de cálculo de momentos de piso.....	104
92.	Fuerzas verticales, tercer nivel	105
93.	Fuerzas verticales, segundo nivel.....	105
94.	Fuerzas verticales, primer nivel	106
95.	Análisis del nodo A	107
96.	Análisis del nodo B	107
97.	Análisis del nodo C	108
98.	Análisis del nodo E	109
99.	Análisis del nodo F.....	109
100.	Análisis del nodo G.....	110
101.	Análisis del nodo I.....	111
102.	Análisis del nodo J.....	111
103.	Análisis del nodo K	112
104.	Diagrama de fuerzas internas, método del voladizo	113
105.	Diagrama de carga axial, método del voladizo	114
106.	Diagrama de fuerza cortante, método del voladizo.....	114
107.	Diagrama de momentos con el método del voladizo, carga horizontal	115
108.	Carga horizontal aplicada al marco.....	115
109.	Desplazamiento en tercer nivel.....	118
110.	Diagrama de fuerzas para H33	121

111.	Diagrama de fuerzas para H23	121
112.	Diagrama de fuerzas para H13	122
113.	Desplazamiento impuesto en segundo nivel	123
114.	Desplazamiento impuesto en primer nivel.....	126
115.	Diagrama de momentos con Cross, carga de sismo.....	133
116.	Cargas horizontales	133
117.	Esquema de iteración de Kani.....	136
118.	Diagrama de momentos flexionantes	138
119.	Diagrama de momentos con puntos de inflexión, carga viva	139
120.	Diagrama de momentos con coeficientes del ACI, carga viva.....	140
121.	Diagrama de momentos con método de Cross, carga viva.....	140
122.	Diagrama de momentos con el método de Kani, carga viva	141
123.	Diagrama de momentos, método del portal	142
124.	Diagrama de momentos, método del voladizo	143
125.	Diagrama de momentos, método de Cross.....	143
126.	Diagrama de momentos, método de Kani	144

TABLAS

I.Cargas vivas de uso frecuente	5
II.Peso de materiales frecuentemente utilizados.....	6
III.Coeficiente de exposición C_e	13
IV.Coeficiente de presión C_q	13
V.Presión de remanso del viento q_s	14
VI.Momento aproximado para vigas continuas.....	23
VII.Altura mínima en vigas.....	44
VIII.Tabla de espesores mínimos en losas	45
IX.Carga viva distribuida en marco C	48
X.Integración de carga muerta distribuida, marco C.....	49

XI.Datos de integración para el peso sísmico (Ws).....	52
XII.Integración de Ws, primer nivel.....	52
XIII.Integración de Ws, segundo y tercer nivel	53
XIV.Distribución de fuerza por nivel.....	57
XV.Distribución de fuerza por marco	57
XVI.Análisis por tramo, método de puntos de inflexión.....	62
XVII.Datos del método de puntos de inflexión	64
XVIII.Momentos por carga viva.....	65
XIX.Momentos por carga muerta en marco C.....	67
XX.Rigidez relativa del nodo A al F	68
XXI.Rigidez relativa del nodo G al L	69
XXII.Factores de distribución del nodo A al F	69
XXIII.Factores de distribución del nodo G al L.....	70
XXIV.Iteraciones para carga viva, nodo A a E	72
XXV.Iteraciones para carga viva, nodo F a I.....	72
XXVI.Iteraciones para carga viva, nodo J a P.....	73
XXVII.Momentos finales por el método de Cross, carga viva	73
XXVIII.Rigidez relativa del nodo A a F	75
XXIX.Rigidez relativa del nodo G a L.....	75
XXX.Factores de distribución del nodo A a F.....	76
XXXI.Factores de distribución del nodo G a L	76
XXXII.Iteraciones para carga muerta, del nodo A a E.....	78
XXXIII.Iteraciones para carga muerta, del nodo F a I	79
XXXIV.Iteraciones para carga muerta, del nodo J a P	79
XXXV.Momentos finales por el método de Cross, carga muerta.....	80
XXXVI.Factores de giro del nodo A a F.....	82
XXXVII.Factores de giro del nodo G a L.....	82
XXXVIII.Momentos finales, carga viva.....	86
XXXIX.Factores de giro del nodo A a F.....	88

XL.	Factores de giro del nodo G a L.....	88
XLI.	Momentos finales, carga muerta	93
XLII.	Carga axial	101
XLIII.	Fuerza cortante	101
XLIV.	Momento flexionante	102
XLV.	Ubicación del eje neutro.....	104
XLVI.	Rigidez relativa del nodo A a F.....	116
XLVII.	Rigidez relativa del nodo G a L	116
XLVIII.	Factores de distribución, del nodo A a F	117
XLIX.	Factores de distribución, del nodo G a L.....	117
L.	Imposición de momentos en el nivel 3, nodos A a E	119
LI.	Imposición de momentos en el nivel 3, nodos F a I.....	119
LII.	Imposición de momentos en el nivel 3, nodos J a P.....	120
LIII.	Momentos finales con desplazamiento en nivel 3	120
LIV.	Imposición de momentos en nivel 2, nodos A a E.....	123
LV.	Imposición de momentos en nivel 2, nodos F a I	124
LVI.	Imposición de momentos en nivel 2, nodos J a P	124
LVII.	Momentos finales con desplazamiento en nivel 2	125
LVIII.	Imposición de momentos en nivel 1, nodos A a E.....	127
LIX.	Imposición de momentos en nivel 1, nodos F a I	127
LX.	Imposición de momentos en nivel 1, nodos J a P	128
LXI.	Momentos finales con imposición en nivel 1	128
LXII.	Aplicación de factores de corrección nodos A a E	131
LXIII.	Aplicación de factores de corrección nodos F a I.....	131
LXIV.	Aplicación de factores de corrección, nodos J a P	131
LXV.	Momentos finales, carga de sismo	132
LXVI.	Factores de giro, del nodo A a F	134
LXVII.	Factores de giro, del nodo G a L.....	134
LXVIII.	Momentos finales	137

LXIX. Comparación de resultados para carga vertical.....	141
LXX. Comparación de resultados para carga horizontal.....	144

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
h	Altura
A	Área transversal
cm	Centímetro
C_e	Coeficiente de exposición
C_q	Coeficiente de presión
C_s	Coeficiente sísmico de diseño
F_x	Cortante de cedencia
V_b	Corte Basal
d	Distancia
σ	Esfuerzo
FD	Factor de distribución
F_t	Factor de transporte
F	Fuerza
I_{E.N.}	Inercia con respecto al eje neutro
I_o	Inercia de la sección transversal
kg	Kilogramo
L	Longitud del elemento establecido
m	Metro
m²	Metro cuadrado
m³	Metro cúbico
E	Módulo de elasticidad
M	Momento de piso
Pa	Pascales

W	Peso sísmico efectivo
q_s	Presión del remanso del viento
K	Rigidez
y	Ubicación del centroide

GLOSARIO

ACI	<i>American Concrete Institute</i> . Instituto Americano del Concreto, por sus siglas en inglés.
AGIES	Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica.
Arriostrado	Es impedir el movimiento de un sistema estructural, generalmente en una dirección en la que el sistema estructural por sí mismo no está preparado para asumir carga.
Barlovento	Es la parte de donde viene el viento, con respecto a un punto o lugar determinado.
Dual	Que tiene dos aspectos o partes.
Sotavento	Es la parte opuesta, es decir, la parte hacia donde se dirige el viento.
Voladizo	Que se prolonga horizontal o inclinadamente más allá del elemento que lo soporta, generalmente una pared.

RESUMEN

En el presente trabajo de graduación se analizan los distintos métodos utilizados frecuentemente para el análisis de estructuras, con énfasis en el análisis de marcos estructurales de concreto reforzado. En el capítulo uno se muestran las generalidades del análisis estructural, desde la idealización de materiales hasta los apoyos y geometría.

En el segundo capítulo se desarrollan los tipos de cargas, especialmente los aplicados a edificaciones destinadas a vivienda. En los capítulos tres, cuatro y cinco se desarrollan los fundamentos teóricos y la descripción del procedimiento para métodos de carga vertical y carga horizontal. Se diferencian los métodos como métodos aproximados de análisis y métodos exactos, según las suposiciones básicas que se hagan para el desarrollo de cada uno de ellos.

En el sexto capítulo se realiza un ejercicio práctico en donde se aplica lo anterior, iniciando con el predimensionamiento estructural, integración de cargas verticales y cargas horizontales por separado, así como el desarrollo de cada uno de los métodos de análisis, con el objetivo de realizar una comparación en cuanto a los resultados que cada método genera.

OBJETIVOS

General

Realizar una comparación de resultados de los distintos métodos de análisis estructural utilizados para marcos de concreto destinados a vivienda.

Específicos

1. Desarrollar los fundamentos teóricos para el análisis estructural.
2. Dar a conocer las distintas cargas que afectan a una estructura.
3. Desarrollar los fundamentos teóricos y prácticos de los métodos de análisis estructural, tanto de cargas verticales como de cargas horizontales.
4. Ejemplificar, mediante ejercicio práctico, el uso de cada uno de los métodos, así como la integración de cargas y el predimensionamiento estructural.
5. Realizar el análisis comparativo de resultados aplicando los métodos de análisis estructural.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de graduación busca resumir, mediante ejercicio práctico, los distintos métodos de análisis estructural que se utilizan en marcos de concreto reforzado destinados a vivienda, con el objetivo principal de evaluar y comparar los resultados que cada método genera. Además, se pretende generar criterio para definir la “exactitud” de cada método en comparación con los demás.

Cabe destacar que algunos de los métodos simplifican el proceso mediante consideraciones prácticas y suposiciones básicas que hacen más fácil la realización y el desarrollo de los mismos, así como otros tienen un proceso más largo, en que en ocasiones es útil la ayuda de hojas de cálculo para desarrollarlos y llegar al resultado final.

Según lo anterior, se procede a realizar un resumen del proceso general de predimensionamiento, integración de cargas y cálculo estructural para marcos de concreto reforzado destinados a vivienda.

1. GENERALIDADES Y ANTECEDENTES SOBRE ANÁLISIS ESTRUCTURAL

1.1. Definición de estructura

Se entiende por estructura el conjunto de elementos estructurales unidos entre sí, que tienen como objetivo soportar cargas o fuerzas externas. Es importante para los interesados en estructuras ser capaces de reconocer los distintos tipos de elementos que componen una estructura, para así poder clasificarla.

La Norma de Seguridad Estructural de Edificaciones y Obras de Infraestructura para la República de Guatemala AGIES NSE 3-10, publicada por la Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica (AGIES), agrupa las estructuras en cada dirección ortogonal de forma independiente, para clasificarlas en cinco familias de sistemas estructurales:

- Sistema de marcos (E1)
- Sistema de cajón (E2)
- Sistema combinado de marcos y muros (E3)
- Sistema dual (E4)
- Soportes en voladizo (E5-1)
- Péndulo invertido (E5-2)

En el presente trabajo de graduación, se pondrá especial énfasis en el sistema de marcos (E1), el cual está compuesto por vigas y columnas unidas entre sí. Este sistema puede construirse de acero o de concreto reforzado. El

segundo caso, la unión viga-columna, se idealiza como rígida, lo que causa estructuras estáticamente indeterminadas o hiperestáticas, lo cual se presenta cuando la estructura está en equilibrio, pero las ecuaciones de la estática resultan insuficientes para determinar todas las fuerzas internas o las reacciones, por lo que se requiere el utilizar métodos aproximados y suposiciones específicas para poder analizar el efecto que causan las fuerzas externas.

1.2. Estructura idealizada

El análisis exacto de una estructura es imposible realizarlo, a menos que se construya; debido a esto, se utilizan suposiciones que simplifican el análisis y estimación de fuerzas externas. Para ello es importante modelar o idealizar una estructura, tanto en sus apoyos o conexiones, como en geometría, materiales y puntos de aplicación de las cargas. Lo que se busca es reemplazar el sistema real por un sistema simple, que a través de la aproximación y modelos matemáticos es susceptible al análisis.

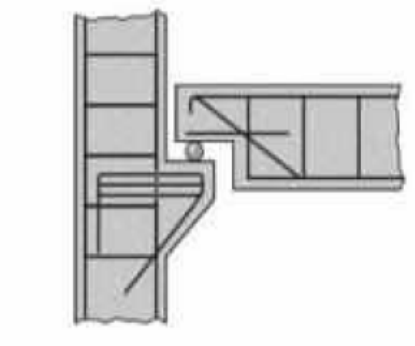
1.2.1. Idealización de los materiales

La simplificación del material del cual está construida la estructura es lineal y elástico y permite efectuar simplificaciones para el análisis, ya que todos los efectos de las cargas aplicadas varían proporcionalmente. En los métodos de análisis estructural se supone que los miembros tienen un comportamiento lineal elástico. También hay algunos métodos en que no se realiza esta suposición, por lo cual son conocidos como métodos no lineales.

1.2.2. Idealización de apoyos y conexiones

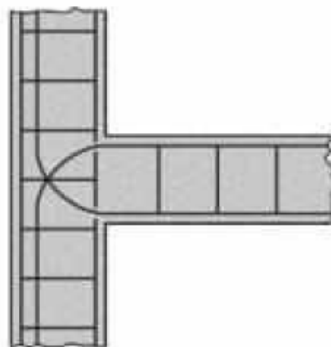
Otra suposición importante en la modelación de estructuras se refiere al tamaño y comportamiento de los apoyos e intersecciones entre miembros. Este tipo de apoyos son conocidos como “apoyos ideales”, los cuales se representan como puntos en donde no hay fricción que restrinja el desplazamiento o rotación de los miembros.

Figura 1. **Conexión “de rodillo” típica**



Fuente: HIBBELER, R. C. *Análisis estructural*. P. 34.

Figura 2. **Conexión “empotrada” típica**

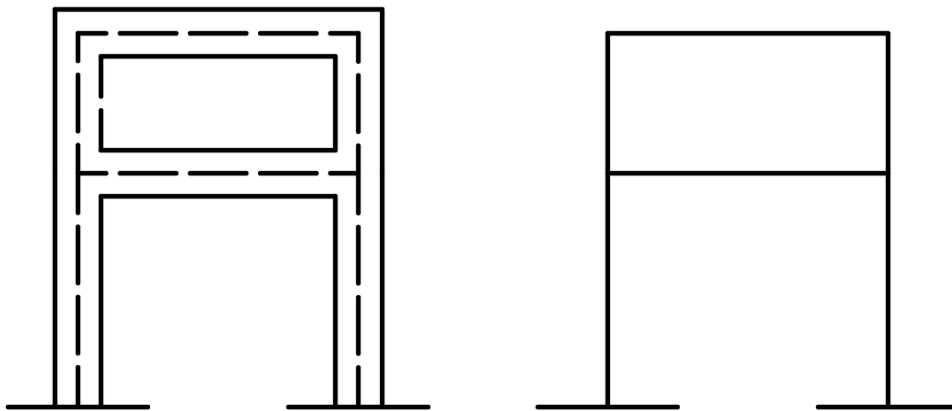


Fuente: HIBBELER, R. C. *Análisis estructural*. P. 34.

1.2.3. Idealización de la geometría de una estructura

La estructura real tridimensional debe idealizarse en planos en direcciones ortogonales. Adicional a ello, debe idealizarse la geometría de la estructura, en que es frecuente modelar las columnas y vigas en elementos de una dimensión, para convertirlas en líneas, las cuales coinciden con los ejes de la estructura. En la mayoría de métodos de análisis estructural se desprecia entonces la geometría de los elementos estructurales, no así algunas de sus propiedades como la inercia de la sección transversal.

Figura 3. **Idealización de la geometría**



Fuente: adaptado de: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P. 16.

2. TIPOS DE CARGAS Y METODOLOGÍA DE INTEGRACIÓN DE CARGAS PARA MARCOS ESTRUCTURALES

2.1. Cargas vivas

Las cargas vivas son las producidas por el uso de la edificación. Se definen como cargas dinámicas, las cuales varían en el tiempo, tanto en su posición como en su magnitud. En la norma AGIES NSE 2-10 se especifican cargas de uso frecuente, algunas de las cuales se muestran en la siguiente tabla:

Tabla I. **Cargas vivas de uso frecuente**

TIPO DE OCUPACIÓN O USO	CARGA (Kg/m²)
Balcones de vivienda	500
Habitaciones y pasillos	200
Escaleras para vivienda	300
Oficinas	250
Áreas de cafetería	500
Pasillos de hospitales	500
Clínicas y encamamiento	250

Fuente: AGIES. NSE 2-10. P. 6.

En algunas ocasiones se utilizan cargas para lugares frecuentemente inaccesibles durante la vida útil de la estructura, por ejemplo, techos o losas inclinadas. Esta carga regularmente es producida por el peso de los materiales, equipos y trabajadores utilizados en el mantenimiento de la losa de azotea. Es común asumir una carga de 100 Kg/m² para este tipo de cubiertas. Sin embargo, debe cuestionarse si realmente esta cubierta no es susceptible de

ampliaciones que modifiquen el valor de la carga inicial considerada y pongan en peligro la estructura debido al cambio de uso.

2.2. Cargas muertas

Este tipo de cargas corresponde al peso de los elementos estructurales y a los objetos unidos permanentemente a la estructura, como por ejemplo artefactos sanitarios, butacas fijas o estanterías pesadas. Incluye además el piso, rellenos, cielos, vidrieras y tabiques fijos. Se define como una carga estática, la cual no varía ni en posición ni en magnitud a través del tiempo. Regularmente este tipo de cargas se estima a partir de fórmulas sencillas que relacionan el volumen de los elementos estructurales y su peso específico, en que el producto de estos dará el peso del elemento estructural. Para el presente trabajo de graduación, el peso específico que se utilizará es el que corresponde al concreto armado o concreto reforzado, para el cual, frecuentemente, se asigna un valor de 2 400 Kg/m³. Este valor ya incluye el concreto y el acero de refuerzo. Además, deben estimarse pesos relacionados a los acabados, muros, cerramientos tipo tabiques, cielos falsos, instalaciones y otros, algunos de los cuales se muestran a continuación:

Tabla II. **Peso de materiales frecuentemente utilizados**

Material	Peso (Kg/m ²)
Muros de Block, 14 cm. de ancho, sin revestimiento	250
Muros de ladrillo, 10.2 cm. de ancho	200
Tuberías, instalaciones y otros en losa	20
Ventanas, vidrios y marcos metálicos	40
Piso cerámico y mortero de pega	30
Tabiques de tablayeso	20

Fuente: elaboración propia.

2.3. Cargas de sismo

Las cargas de sismo a considerar en estructuras están relacionadas a la masa inercial de las mismas, la cual se acelera a través del movimiento del suelo y la resistencia ante desplazamientos laterales y verticales. Frecuentemente, los desplazamientos verticales son despreciables en la modelación inicial. Para la integración de este tipo de cargas, la norma NSE 3-10 de AGIES, considera dos métodos, los cuales se desarrollan de manera general a continuación.

2.3.1. Método de la carga sísmica estática equivalente

Permite que las fuerzas sísmicas sean modeladas como fuerzas estáticas horizontales aplicadas externamente a la edificación. Define un cortante basal al límite de cedencia (V_B), el cual es una fuerza aplicada en la base de la estructura definida por la siguiente ecuación:

$$V_B = C_s W_s$$

En donde

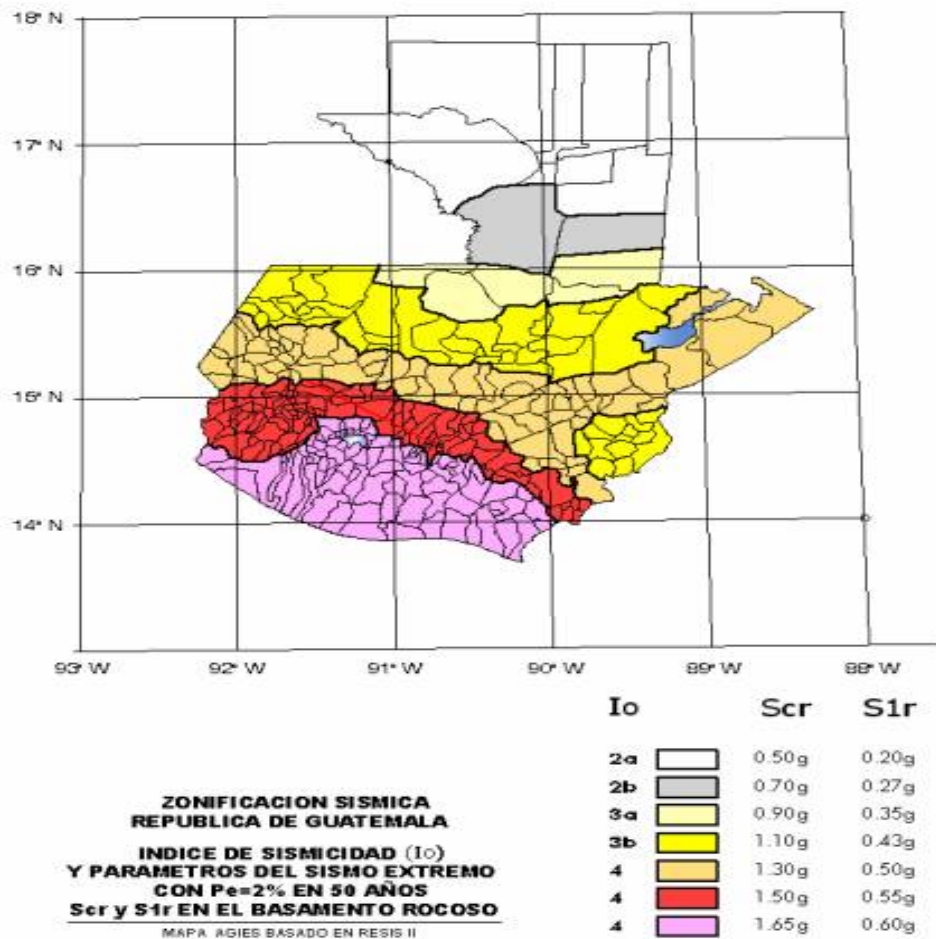
- C_s es el coeficiente sísmico de diseño y
- W_s es el peso sísmico efectivo, el cual incluye el 100 % de la carga muerta total de la edificación y el 25 % de la carga viva.

El coeficiente sísmico depende de diversos factores, entre los cuales pueden mencionarse:

- Ubicación geográfica de la edificación y su respectivo riesgo sísmico o vulnerabilidad, lo cual se evalúa según el mapa de zonificación.
- Geometría de la edificación, altura y período de la estructura.
- Sistema estructural y su capacidad sismoresistente.

- Uso de la estructura e importancia, así como su respectiva categoría de diseño sísmico.
- Tipo de suelo en donde se cimentará la estructura.

Figura 4. **Mapa de zonificación sísmica de Guatemala**

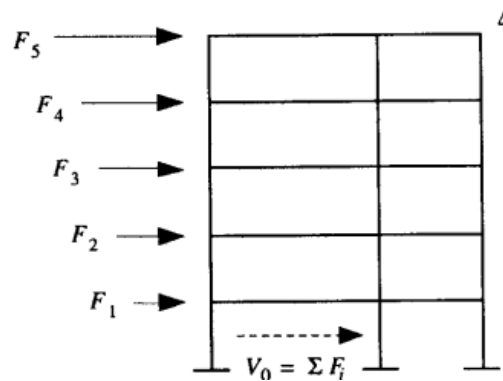


Fuente: AGIES. NSE 2-10. P. 14.

La carga sísmica equivalente, representada por el corte basal V_B , se repartirá de forma proporcional al producto de la altura por la masa concentrada por nivel, y se distribuirá a lo alto del edificio, para luego distribuirse de forma

directamente proporcional a la rigidez de los elementos estructurales en cada dirección ortogonal.

Figura 5. **Distribución de corte basal en fuerzas por nivel**



Fuente: BAZÁN, Enrique. *Diseño sísmico de edificios*. P. 32.

Para distribuir las fuerzas sísmicas se utiliza una distribución vertical, según la siguiente fórmula:

Figura 6. **Fórmula para distribución de corte basal**

$$F_x = C_{vx} V_B$$

donde

$$C_{vx} = \frac{W_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n (W_i h_i^k)}$$

F_x es el cortante de cedencia en el nivel "x" de la edificación;
 h_x es la altura del nivel "x" sobre la base;
 $k = 1,$ para $T \leq 0.5$ s
 $k = 0.75 + 0.5 T_s,$ para $0.5 < T \leq 2.5$ s
 $k = 2,$ para $T > 2.5$ s

Fuente: AGIES. NSE 3-10. P.27.

En la fórmula anterior se deben definir los siguientes términos:

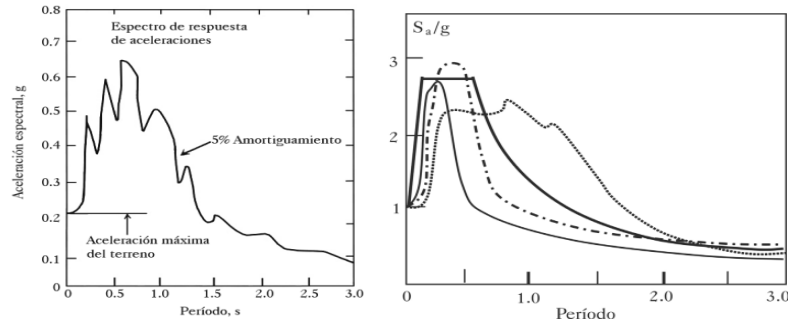
- W_x es el peso sísmico efectivo por nivel.
- h_x corresponde a la altura de cada masa inercial por nivel, medida desde el suelo.
- W_i corresponde al peso sísmico efectivo del nivel i .
- h_i es e la altura del nivel i sobre la base.

2.3.2. Método de análisis modal espectral

El objetivo de este tipo de análisis será determinar los modos de vibración y sus respectivos períodos para la estructura modelada en tres dimensiones, así como sus espectros de diseño. A este procedimiento se le conoce como “análisis dinámico”. Este análisis debe calibrarse con el análisis estático, en que se comparará el primer modo de vibración con el valor del cortante basal al límite de cedencia (V_B).

La aceleración espectral representa la aceleración de la estructura, la cual tiene forma irregular y presenta variaciones bruscas. Sin embargo, estas variaciones son influenciadas por el amortiguamiento, lo cual permite que los códigos de diseño estructural describan espectros suavizados, en que se hacen más anchos los picos en las aceleraciones y se eliminan los valles, tal como se muestra en la siguiente figura:

Figura 7. **Espectros de respuesta: real y promedio suavizado**



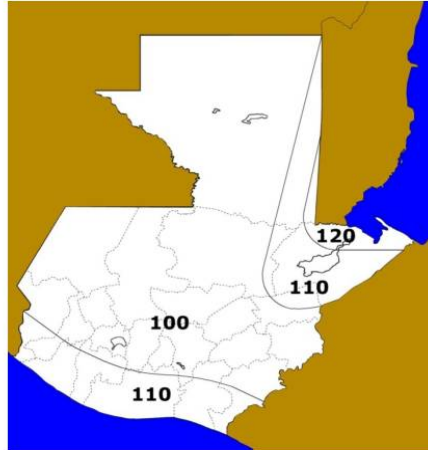
Fuente: ROCHEL AWAD, Roberto. *Análisis y diseño sísmico de edificios*. Págs.40 y 42.

2.4. Cargas de viento

Este tipo de cargas se da cuando las estructuras bloquean el flujo del viento, convirtiendo la energía cinética en energía potencial de presión, lo que causa fuerzas externas. Según la norma NSE 2-10 de AGIES, las fuerzas de viento están en función de:

- Exposición de la estructura, la cual se clasifica en B,C o D, según el grado de exposición, que está en función de los obstáculos para que corra el viento, por ejemplo, para exposición B son estructuras que colindan con otras edificaciones u obstáculos, y para exposición D son estructuras sin obstáculos frente a grandes cuerpos de agua.
- Velocidad básica del viento, la cual viene dada por la siguiente figura:

Figura 8. **Mapa de zonas de velocidad básica del viento para Guatemala**

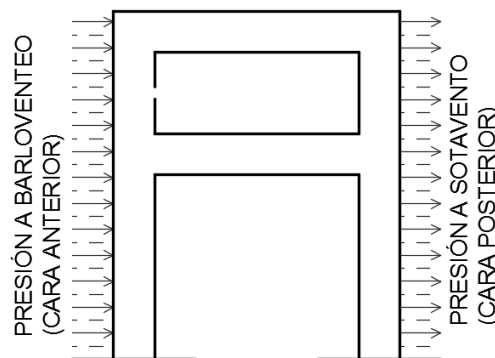


Fuente: AGIES. NSE 2-10. P. 31.

2.4.1. **Presiones de diseño del viento**

Las presiones de diseño se deben determinar para cualquier altura. Es común definir la dirección de la presión aplicada, siendo a barlovento la presión en la cara anterior de la estructura y a sotavento la presión en la cara posterior, según la siguiente figura:

Figura 9. **Tipos de presión del viento**



Fuente: elaboración propia.

La norma NSE 2-10, establece el cálculo de la presión de viento con la siguiente expresión:

Figura 10. Presión de diseño del viento

$$P = C_e C_q q_s I$$

donde
 P es la presión de diseño de viento
 C_e es el coeficiente de exposición
 C_q es el coeficiente de presión para la estructura o la parte de la misma bajo consideración
 q_s es la presión de remanso del viento a la altura estándar de 10 metros como se establece en la tabla V y conforme la ubicación de la estructura según el mapa de zonas de Velocidad Básica del Viento (km/h)
 I es el factor de importancia. Usar 1.15 para obras esenciales y 1.0 para las otras clasificaciones.

Fuente: adaptado de AGIES. NSE 2-10. P. 28.

Tabla III. Coeficiente de exposición C_e

Altura sobre el nivel promedio del terreno (m)	Exposición D	Exposición C	Exposición B
4.5 o menos	1.39	1.06	0.62
6.0	1.45	1.13	0.67
7.5	1.50	1.19	0.72
9.0	1.54	1.23	0.76
12.0	1.62	1.31	0.84
18.0	1.73	1.43	0.95

Fuente: adaptado de AGIES. NSE 2-10. P. 29.

Tabla IV. Coeficiente de presión C_q

Descripción de la estructura o parte de la misma	Factor C _q
Muro en barlovento	0.8 hacia adentro
Muro en sotavento	0.5 hacia afuera
Techo en sotavento o techo plano con viento perpendicular a la cumbrera	0.7 hacia afuera

Continuación de Tabla IV.

Techo en barlovento con pendiente menor a 1:6	0.7 hacia afuera
Techo en barlovento con pendiente entre 1:6 y 3:4	0.9 hacia afuera o 0.3 hacia adentro
Techo en barlovento con pendiente entre 3:4 y 1:1	0.9 hacia afuera o 0.3 hacia adentro

Fuente: adaptado de AGIES. NSE 2-10. P.30.

Tabla V. **Presión de remanso del viento q_s**

Velocidad básica del viento (Km/h)	100	110	120
Presión (Pa)	474	573	682

Fuente: AGIES. NSE 2-10. P.31.

2.5. Otras cargas

2.5.1. Aspectos volcánicos

Se debe considerar cargas de arena volcánica húmeda en aquellas edificaciones susceptibles a la caída de ceniza o arena volcánica debido a su posición geográfica. La densidad de la arena puede establecerse en 1 800 Kg/m³.

2.5.2. Presiones hidrostáticas

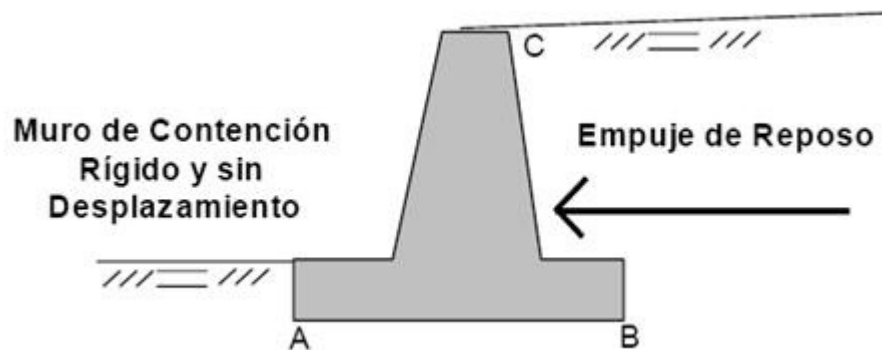
Son empujes de presión de líquido con altura y peso específico conocidos con bastante certeza para su integración. Se aplicarán las leyes de la

hidrostática para conocer el valor de la presión ejercida sobre estructuras tales como cisternas, tanques o presas.

2.5.3. Empuje de suelos

En estructuras como muros de contención o bajo el nivel del suelo (sótanos), debe considerarse el empuje del suelo, así como las posibles sobrecargas que puedan darse en la parte superior del suelo adyacente. Es importante que los datos de presión y cálculos sean los realizados con base en un estudio geotécnico.

Figura 11. **Esquema de empuje de suelos**



Fuente: GRAUX, Daniel. *Fundamentos de mecánica de suelos*. P. 76.

3. MÉTODOS APROXIMADOS DE ANÁLISIS PARA CARGA LATERAL

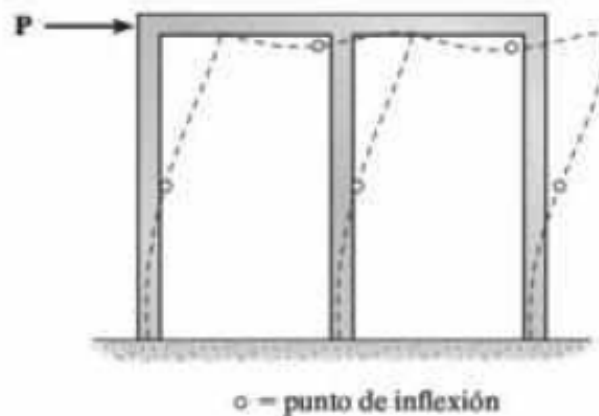
LATERAL

3.1. Método del portal

Es un método aproximado para el análisis de cargas laterales (viento o sismo) que consiste en realizar las siguientes suposiciones básicas:

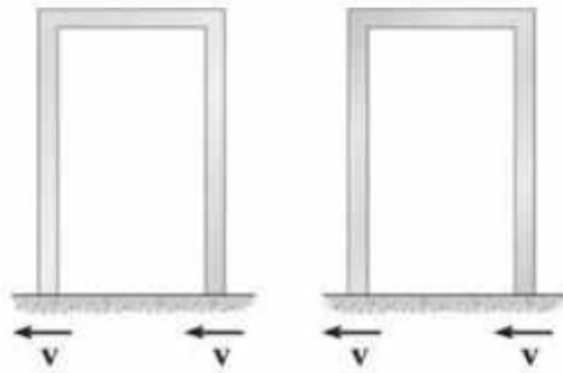
- Al centro de vigas y columnas se forman puntos de inflexión de momento igual a cero.
- En un nivel de piso dado, la fuerza cortante soportada por las columnas interiores es el doble de las columnas exteriores, esto debido a la superposición de marcos o portales.

Figura 12. **Puntos de inflexión en método del portal**



Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 282.

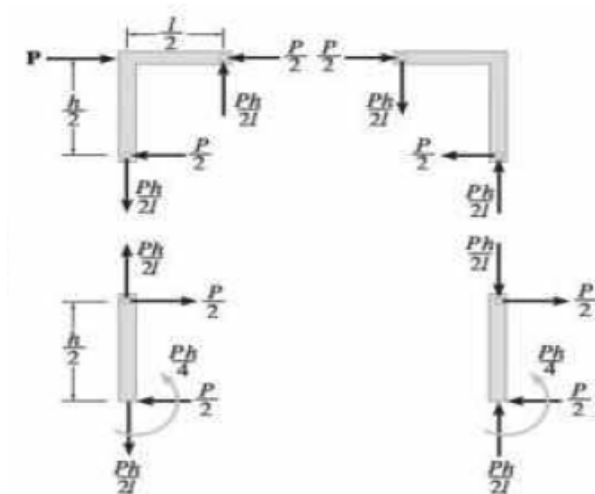
Figura 13. **Superposición de portales**



Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 282.

El método resulta adecuado para estructuras de poca altura y de forma regular. Consiste en la aproximación de cargas laterales al centro de las columnas (en los puntos de inflexión), las cuales, al realizar un análisis estático por nudo, ayudan a deducir las demás fuerzas internas en el marco que se está analizando.

Figura 14. **Cargas internas**

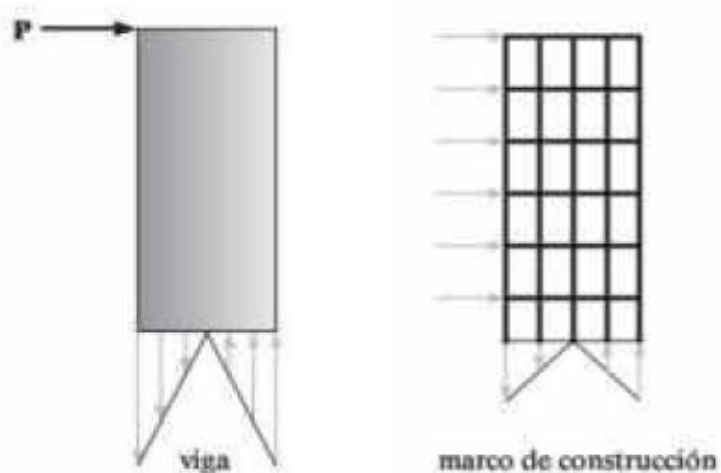


Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 274.

3.2. Método del voladizo

Es un método aproximado para cargas laterales, el cual está fundamentado en la teoría de una viga en voladizo a flexión pura. Establece que el esfuerzo axial en las columnas es proporcional a la distancia desde el eje neutro de todas las áreas de las columnas del nivel dado. Regularmente se recomienda para estructuras esbeltas o donde la sección transversal de las columnas sea diferente.

Figura 15. Analogía de viga en voladizo y marco esbelto



Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 288.

Las suposiciones básicas para este método son las siguientes:

- Al centro de vigas y columnas se forman puntos de inflexión de momento igual a cero.
- El esfuerzo axial en las columnas es proporcional a la distancia desde el centroide o eje neutro de todas las áreas de las columnas del nivel dado.

Para encontrar la fuerza o carga axial, únicamente se multiplica por el área de la sección transversal de la columna en análisis ($P = \sigma A$).

Las ecuaciones auxiliares para el método, son las que se trabajan en el análisis a flexión de vigas:

- Ubicación del eje neutro

$$E.N. = \frac{\sum A \cdot y}{\sum A}$$

- Inercia con respecto al eje neutro (teorema de ejes paralelos)

$$I_{E.N.} = I_o + Ad^2$$

- Esfuerzo en una fibra de la viga (columna)

$$\sigma = Mc / I_{E.N.}$$

- Fuerza o carga axial en columnas

$$P = \sigma a$$

Siendo

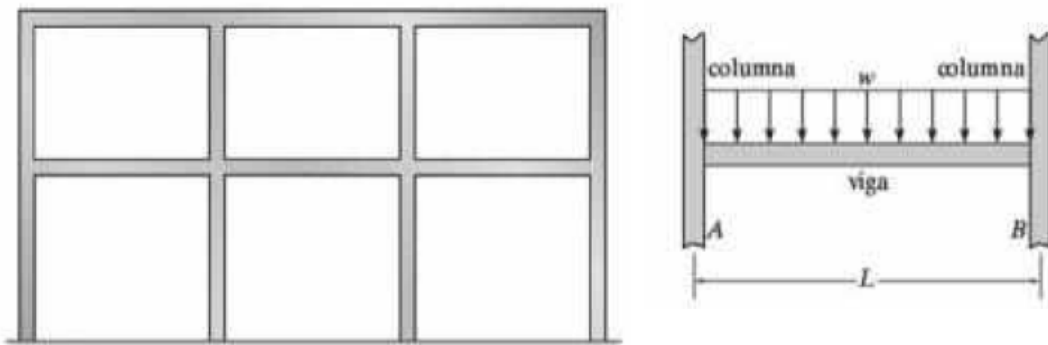
- $\sum A$ = sumatoria de área transversal de columnas
- y = ubicación del centroide de la columna, desde punto de referencia
- $\sum A \cdot y$ = sumatoria del producto de área por centroide
- $I_{E.N.}$ = Inercia con respecto al eje neutro
- I_o = Inercia de la sección transversal del elemento
- d^2 = distancia desde el eje neutro hasta el centroide de la sección transversal de la columna en análisis
- M = Momento de piso de las cargas laterales con respecto al punto de inflexión en análisis

4. MÉTODOS APROXIMADOS DE ANÁLISIS PARA CARGA VERTICAL

4.1. Método de puntos de inflexión

El método consiste en la consideración de marcos en que las vigas están unidas rígidamente (empotradas) a las columnas, así como la deformación que este presenta bajo carga vertical. Para ello se considera la curva de deflexión o curva elástica, en la cual presenta puntos de inflexión que varían según condiciones de carga. Estos puntos pueden considerarse como articulaciones de momento nulo. Dicha aproximación ayudará a facilitar el análisis estructural de vigas estáticamente indeterminadas al convertirlas en elementos estáticamente determinados, con apoyos simples en los puntos de inflexión antes mencionados.

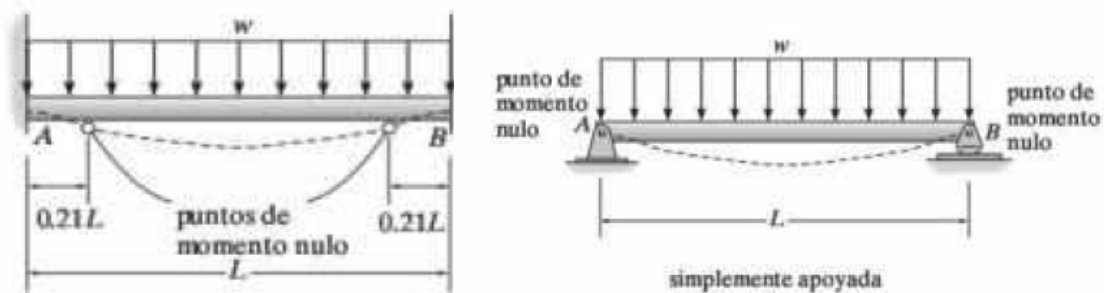
Figura 16. Marco típico y viga sometida a carga vertical



Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 270.

Según las condiciones de apoyo de la viga, puede estimarse que las columnas pueden estar totalmente empotradas, evitando cualquier rotación o bien con cierta rotación en columnas. Así, pues, debe estimarse la aproximación de los puntos de inflexión según las condiciones de apoyo.

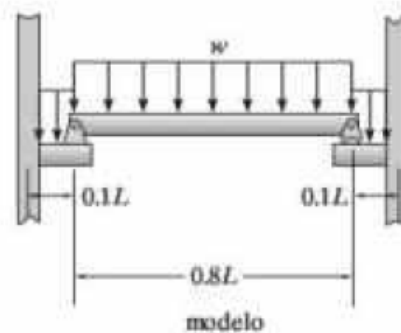
Figura 17. **Casos de apoyo en vigas, método de puntos de inflexión**



Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 271.

En la mayoría de ocasiones, se hace un promedio de los casos anteriores, es decir $(0,21L + 0L)/2 = 0,10L$, y regularmente se desprecia la carga axial aplicada en la sección transversal de la viga.

Figura 18. **Modelo final, método de puntos de inflexión**



Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 271.

4.2. Método de coeficientes del ACI

La norma ACI 318SUS-14, elaborada por el Instituto Americano del Concreto (*American Concrete Institute, ACI*), proporciona un método aproximado para un análisis estructural de cargas verticales, el cual está en el capítulo seis del código. A este se le denomina “Método de análisis simplificado para vigas continuas no preesforzadas y losas en una dirección”, el cual permite calcular el momento último M_u y el esfuerzo cortante último V_u para cargas gravitacionales, que cumplan con los siguientes requisitos:

- Los miembros son prismáticos, es decir, las aristas laterales son perpendiculares a la base.
- Las cargas están uniformemente distribuidas.
- La carga viva distribuida sea menor a tres veces la carga muerta distribuida.
- Haya dos o más vanos.
- La luz del mayor de dos vanos adyacentes no exceda en más del 20 % a la luz del vano menor.

Según lo anterior, se presentan a continuación los factores aproximados para calcular momentos para marcos construidos en concreto reforzado, en que las vigas están apoyadas de forma rígida y monolítica con las columnas.

Tabla VI. **Momento aproximado para vigas continuas**

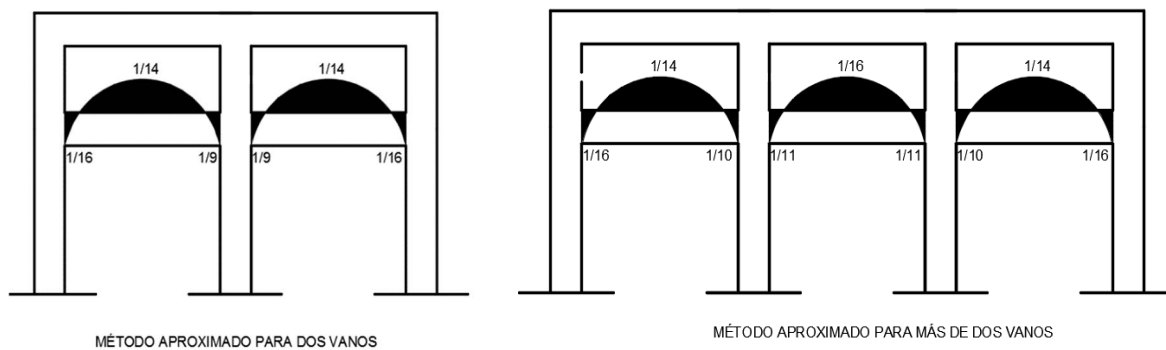
Momento	Localización	Mu
Positivo	Vanos extremos discontinuos monolíticos con el apoyo (empotrados)	$W_{uln}^2/14$
Positivo	Vanos interiores	$W_{uln}^2/16$
Negativo	Cara interior de los apoyos exteriores, construidos monolíticamente con la columna como apoyo	$W_{uln}^2/16$

Continuación de Tabla VI.

Negativo	Cara exterior del primer apoyo interior DOS VANOS	$W_u l_n^2 / 9$
Negativo	Cara exterior del primer apoyo interior, MÁS DE DOS VANOS	$W_u l_n^2 / 10$
Las demás caras de apoyos		$W_u l_n^2 / 11$
Para calcular los momentos negativos, l_n debe ser el promedio de las luces de los vanos adyacentes		

Fuente: adaptado de ACI. 318SUS-14. P. 76.

Figura 19. Esquemas para aproximación de momentos



Fuente: elaboración propia.

5. MÉTODOS EXACTOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL

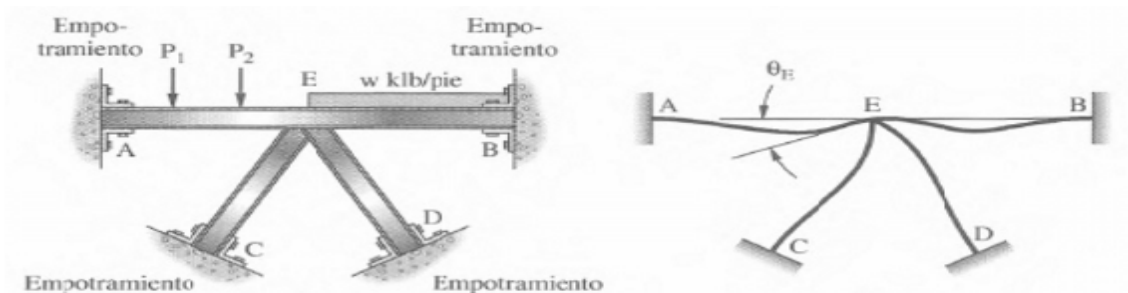
5.1. Método de Cross

También conocido como “Método de distribución de momentos”, fue creado por el profesor Hardy Cross entre 1929 y 1932. Este método marcó un hito en el análisis estructural de marcos y vigas estáticamente indeterminadas, pues a través de aproximaciones sucesivas o iteraciones se logra obtener una exactitud equivalente a la de los métodos más laboriosos. Es muy utilizado para el análisis de estructuras pequeñas.

El análisis se basa en ciertas hipótesis, las cuales son:

- Las vigas y columnas tienen sección transversal constante en toda su longitud, es decir, son prismáticos.
- Los nudos son rígidos.
- Se desprecia la deformación axial.
- Los nudos pueden girar, pero los extremos de todos los miembros conectados a ese nudo giran la misma cantidad que el nudo.

Figura 20. Método de Cross



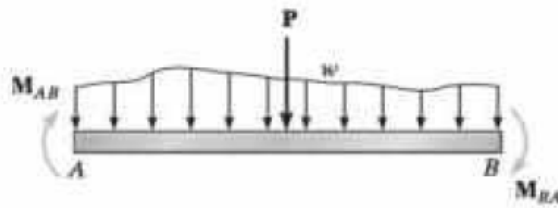
Fuente: MCCORMAC, Jack C. *Análisis de estructuras*. P. 414.

5.1.1. Conceptos fundamentales del método de Cross

- Convención de signos

Se establece positivo en el sentido horario según lo siguiente:

Figura 21. Convención de signos



Fuente: HIBBELER, R.C. *Análisis estructural*. P. 488.

- Rigidez angular

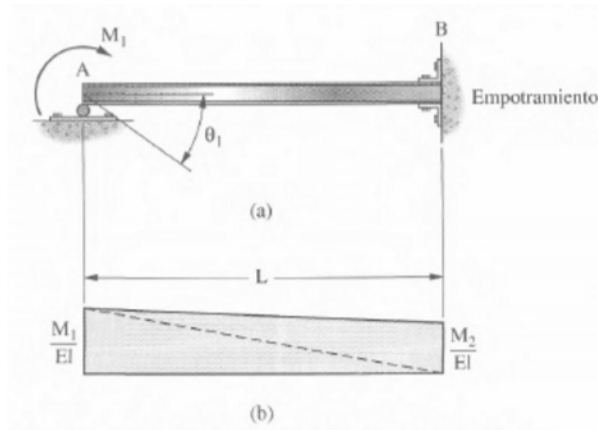
Es el momento que hay que aplicar en el extremo de un miembro estructural para producir una rotación unitaria en dicho extremo.

- Factor de transporte (Ft)

Al aplicar el momento en el extremo A de la siguiente figura (a), se genera un momento M_2 en el extremo opuesto (empotrado), el cual a través de un análisis del área de momento (b) se define con la siguiente expresión:

$$M_2 = - \frac{1}{2} M_1$$

Figura 22. Factor de transporte

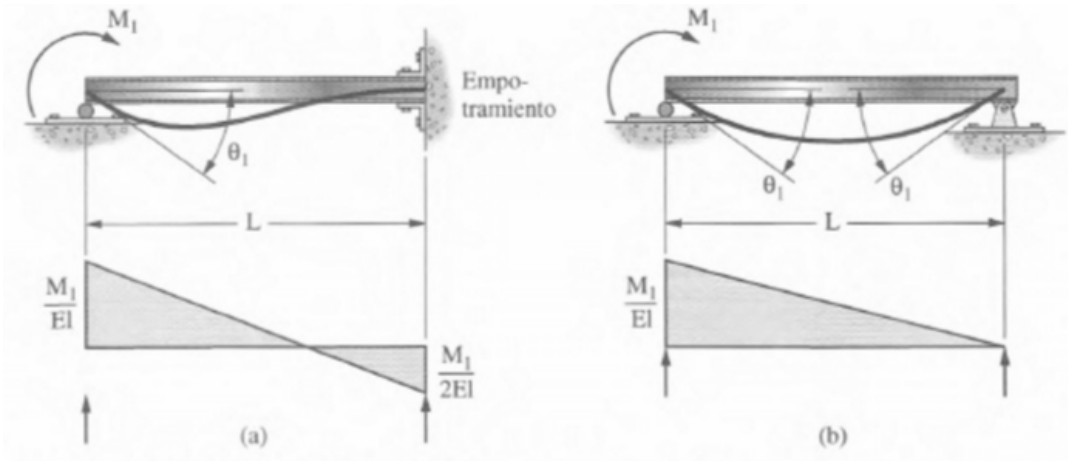


Fuente: MCCORMAC, Jack C. *Análisis de estructuras*. P. 415.

Puede estimarse que un momento aplicado en el extremo de una viga empotrada en el extremo opuesto, le transmitirá a este último un momento igual a la mitad del valor del momento aplicado, y de signo contrario. Es decir, se estima un factor de transporte de $-\frac{1}{2}$.

Este factor puede modificarse si el extremo opuesto al punto de aplicación de momentos está simplemente apoyado, en donde los momentos finales deben ser cero. El factor de modificación según esta condición es de $\frac{3}{4}$, tal como se muestra en la figura 23, en donde la pendiente generada por el momento aplicado cuando el extremo alejado está empotrado es tres cuartos más grande que cuando está simplemente apoyada.

Figura 23. **Factor de modificación, extremo articulado**



Fuente: MCCORMAC, Jack C. *Análisis de estructuras*. P. 424.

- Rigidez (K)

La rigidez es una medida de la resistencia a las deformaciones elásticas en un miembro estructural debido a cargas externas. En algunas ocasiones se confunde con el concepto de resistencia, la cual es la capacidad de un elemento de soportar cargas, mientras que la rigidez es una medida de oposición a las deformaciones o desplazamientos. El valor de esta rigidez se expresa a continuación:

$$K = 4EI/L$$

Donde

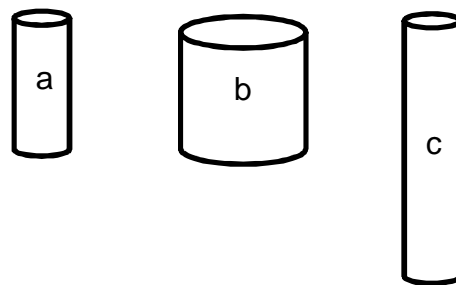
- K = Rigidez
- E = Módulo de elasticidad del material del elemento
- I = Inercia de la sección transversal
- L = longitud del elemento estructural

En el análisis de marcos con el método de Cross, el material del que está hecho el marco se asume que será el mismo (concreto o acero), por lo que la expresión anterior se simplifica, eliminando las constantes:

$$K = I/L$$

Según lo anterior, puede decirse que la rigidez es directamente proporcional a la inercia de la sección transversal del elemento, e inversamente proporcional a su longitud. Para ejemplificar este concepto, se pueden considerar los elementos de la figura 24, en que lo que se busca medir es la rigidez, es decir, la oposición a la deformación. Los elementos a y b tienen la misma longitud, pero el elemento b, al tener mayor sección transversal y, por lo tanto, más inercia, tendrá mayor rigidez. Al comparar los elementos a y c, tienen la misma sección transversal pero diferente longitud. La longitud es inversamente proporcional a la rigidez, por lo que el elemento c, al tener mayor longitud, tendrá menor oposición al desplazamiento o deformaciones debido a cargas externas, o sea menos rigidez.

Figura 24. **Rigidez de elementos prismáticos**

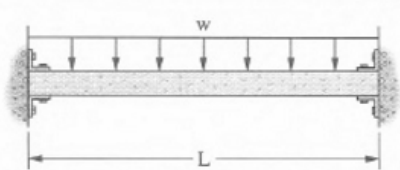
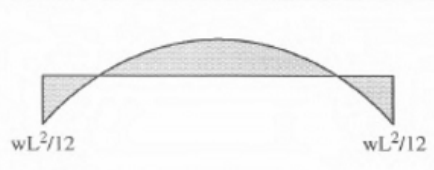
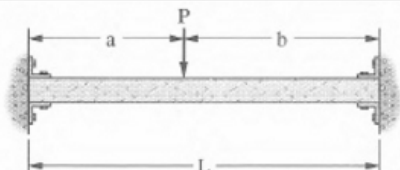
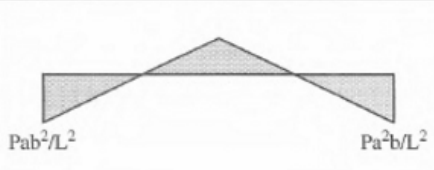
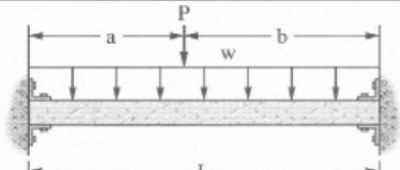
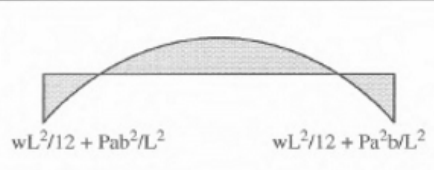
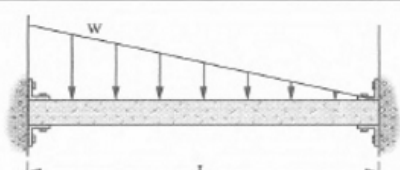
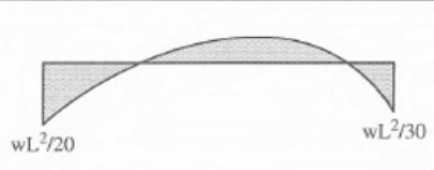
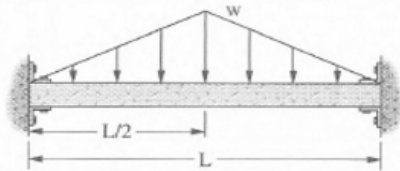
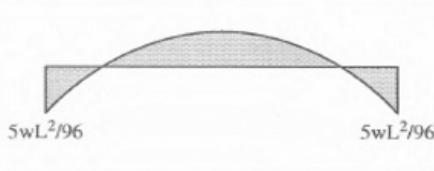


Fuente: elaboración propia.

- Momentos de empotramiento perfecto (MEP)

Cuando todos los elementos de un nudo se fijan, de manera que no pueda ocurrir ninguna rotación entre ellos, las cargas externas aplicadas dan origen a momentos en los extremos empotrados. Estos momentos están tabulados y se denominan momentos de empotramiento perfecto, los cuales varían según condición de carga y se muestran a continuación:

Figura 25. **Momentos de empotramiento perfecto**

Carga en la viga	Momentos de empotramiento
	 $wL^2/12$ $wL^2/12$
	 Pa^2b/L^2 Pa^2b/L^2
	 $wL^2/12 + Pa^2b/L^2$ $wL^2/12 + Pa^2b/L^2$
	 $wL^2/20$ $wL^2/30$
	 $5wL^2/96$ $5wL^2/96$

Fuente: MCCORMAC, Jack C. *Análisis de estructuras*. P. 418.

- Factores de distribución (F.D.)

Es común que los elementos estructurales que llegan a un nudo, tengan diferente sección transversal o longitud, y por lo tanto diferente rigidez a la flexión, tal es el caso de una unión viga-columna. Por esta razón, se crea un factor de distribución, el cual tiene la función de repartir el momento de empotramiento perfecto (MEP) de forma directamente proporcional a la sumatoria de las rigideces de los miembros que llegan al nudo.

$$\text{F.D.} = \frac{K_i}{\sum K_i}$$

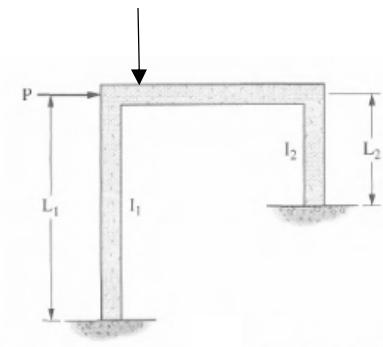
- Desplazamiento lateral en marcos

Para que un marco estructural se desplace lateralmente, debe presentarse algunas de las siguientes condiciones:

- Asimetría de cargas o punto de aplicación de las mismas
- Asimetría en geometría
- Asimetría en apoyos

Figura 26. **Marco con desplazamiento lateral**

P

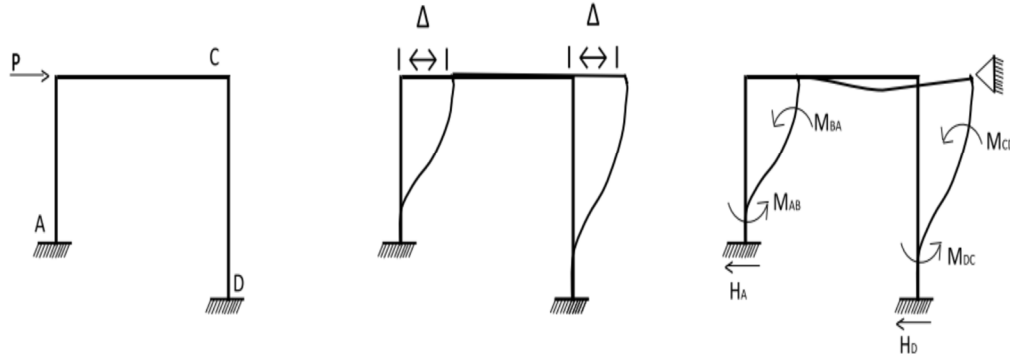


Fuente: adaptado de MCCORMAC, Jack C. *Análisis de estructuras*. P. 437.

5.1.2. Procedimiento general del método de Cross, marcos con desplazamiento lateral

- Se encuentran las rigideces relativas de los elementos estructurales (vigas/columnas), en función de su sección transversal y longitud, utilizando la fórmula $K = I/L$, en la que la inercia está en función de la forma de la sección transversal, siendo $I = bxh^3/12$ para secciones rectangulares o cuadradas y para secciones circulares $I = \pi/4 r^4$.
- Se encuentran los momentos fijos, según tablas. Si hay más de una carga aplicada se utiliza el principio de superposición, es decir, la suma de los efectos de cargas independientes.
- Se inician las iteraciones, “liberando” cada nudo para que el momento de empotramiento se reparta en los elementos que llegan a él. Se realiza además un momento transportado, con el factor $- \frac{1}{2}$ tal como se explicó anteriormente.
- Se realizan las iteraciones por nudo. Por cada iteración debe realizarse un momento distribuido y su respectivo momento transportado.
- Se detiene el proceso en por lo menos tres iteraciones, encontrando un momento final sumando desde el momento fijo hasta el momento distribuido inclusive. A este proceso se le llamará “CROSS I”.
- Se evalúa si el marco bidimensional tiene ladeo, encontrando la fuerza de ladeo analizando por estática los momentos aplicados en columnas. A esta fuerza de ladeo se le denominará “R”.
- Si el marco tiene ladeo, o fuerzas laterales aplicadas, se asume un momento de ladeo, con un valor numérico sin importar su magnitud o dirección, ya que más adelante se corregirá el momento total mediante un factor “X” proporcional al momento asumido.

Figura 27. **Momento de ladeo**



Fuente: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P. 461.

- Se encuentran rigideces relativas modificadas, según la siguiente ecuación:

$$k^* = I/L^2$$

- Se aproximan los momentos en las demás columnas, utilizando la siguiente relación:

$$M_{AB} = M_{CD} \frac{k_{AB}^*}{k_{CD}^*}$$

- Se realiza nuevamente el método, utilizando estos momentos de ladeo en vez de los momentos de empotramiento. Regularmente se hace el mismo número de iteraciones que el proceso iterativo anterior. A este proceso se le llamará “CROSS II”.
- Se encuentra la fuerza resultante debido a los momentos de ladeo, haciendo un análisis por estática de los momentos finales en columnas. A esta fuerza de ladeo se le conoce como “H”.

- Se encuentra un factor de corrección final, combinando los resultados del análisis final por estática para ambos procedimientos. Este factor de corrección viene dado por la expresión:

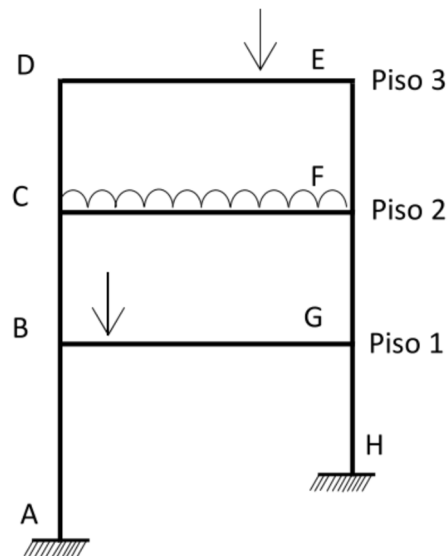
$$X = \frac{-R}{H}$$

- Se encuentra el momento final total, combinando los resultados de las dos iteraciones, de la siguiente manera:

$$M_{TOTAL} = M_{CROSS I} + X M_{CROSS II}$$

5.1.3. Procedimiento general para marcos de varios niveles

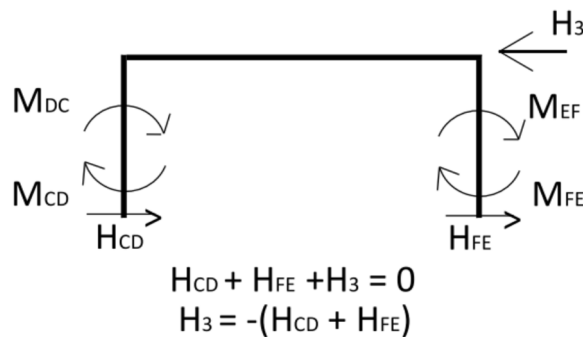
Figura 28. Marco de varios niveles con desplazamiento lateral



Fuente: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P. 474.

- Se resuelve el marco impidiendo el desplazamiento lateral (CROSS I), de manera similar a la resolución del marco de un nivel. Ahora en cada nivel aparecerá una reacción horizontal R. Esto se realiza haciendo cortes inmediatamente arriba de las vigas del piso inferior. Se inicia en el nivel superior. Dividiendo los momentos obtenidos se obtienen las fuerzas horizontales, denominadas H_{CD} Y H_{FE} . Haciendo un análisis por estática se obtiene la reacción H_3 , la cual tiene signo contrario a la resultante de las fuerzas horizontales en las columnas, tal como se muestra en la siguiente figura:

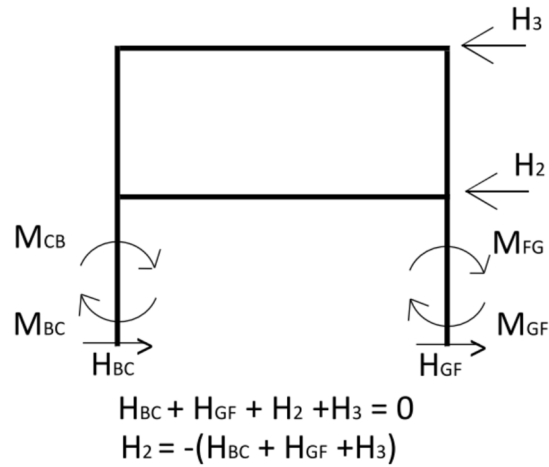
Figura 29. **Análisis del nivel superior, método de Cross**



Fuente: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P. 475.

- Se establece un equilibrio de los dos pisos superiores en conjunto, encontrando las fuerzas de las columnas del segundo nivel H_{BC} y H_{GF} . Se hace análisis por estática en donde ya se conoce el valor de H_3 , para obtener la reacción de H_2 , tal como se muestra en la figura 30.

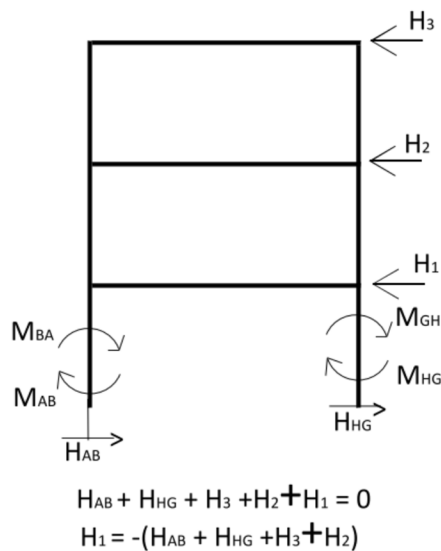
Figura 30. Análisis de los dos niveles superiores, método de Cross



Fuente: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P. 475.

- Se repite el mismo procedimiento en cada nivel, hasta llegar al nivel inferior, tomando en cuenta las reacciones horizontales de niveles superiores ya encontrados.

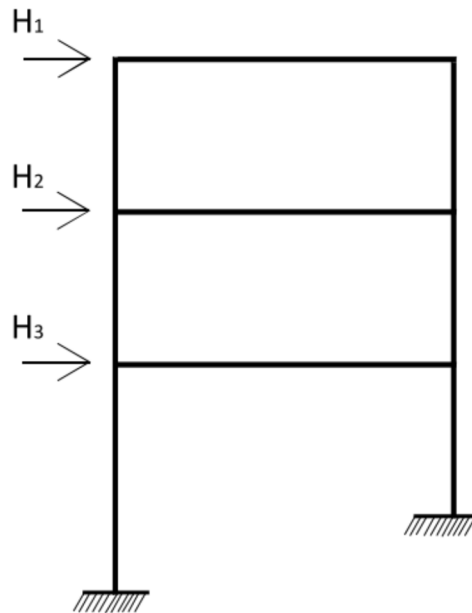
Figura 31. Análisis de todos los niveles, método de Cross



Fuente: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P.475.

- Una vez obtenidas las reacciones H_1 , H_2 y H_3 debe resolverse el marco mostrado en la siguiente figura (CROSS II), con fuerzas laterales iguales a las reacciones obtenidas anteriormente, pero en sentido contrario.

Figura 32. **Análisis para carga lateral, método de Cross**

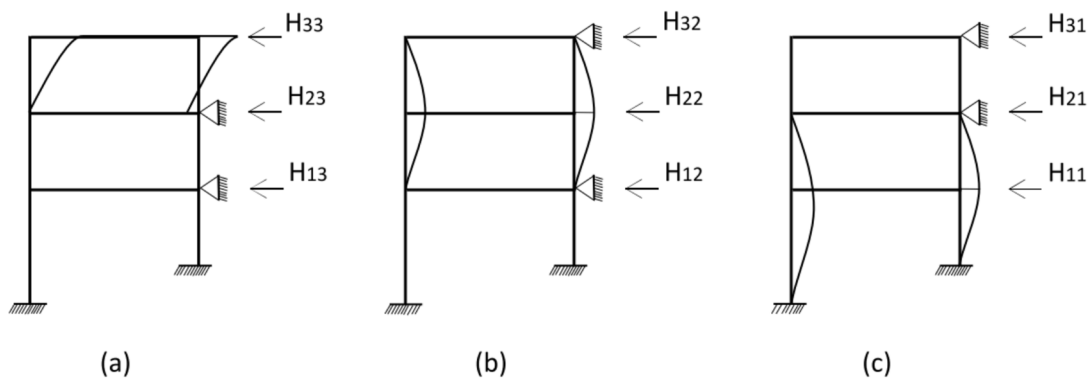


Fuente: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P.476.

- Para realizar el análisis “con ladeo”, primero impone un desplazamiento en el tercer nivel, restringiéndolo en los otros niveles. Para ello, se introducen momentos de empotramiento arbitrarios en las columnas, llevando a cabo los ciclos de distribución respectivos. Una vez finalizado el proceso iterativo, se hace un análisis por estática para encontrar una fuerza horizontal H_{33} . La notación especifica una fuerza en el tercer nivel, debida al desplazamiento impuesto en el nivel 3. Posterior a esto deben calcularse las fuerzas horizontales H_{23} Y H_{13} , cuya notación implica una reacción en el nivel 2 y en el nivel 1, debido a desplazamiento en el nivel 3, respectivamente.

- Se repite el proceso para los demás niveles, empezando por desplazamientos en el nivel 2 y encontrando sus reacciones denominadas H_{32} , H_{22} y H_{12} ; para reacciones en el nivel tres, dos y uno respectivamente, debido a desplazamientos en el nivel dos. Así también se procede para el primer nivel. Este proceso se muestra esquemáticamente en la siguiente figura:

Figura 33. Liberación de desplazamiento por nivel, método de Cross



Fuente: GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. P. 477.

Después de realizar los cálculos de las fuerzas horizontales, se plantean ecuaciones de equilibrio para las mismas, planteando una ecuación por nivel. Estos valores deben estar multiplicados por un factor de “corrección”, denotado por X_3 , X_2 y X_1 , pues los momentos de ladeo fueron impuestos de forma arbitraria. El sistema de ecuaciones que se forma, se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} H_{11}X_1 + H_{12}X_2 + H_{13}X_3 &= H_1 \\ H_{21}X_1 + H_{22}X_2 + H_{23}X_3 &= H_2 \\ H_{31}X_1 + H_{32}X_2 + H_{33}X_3 &= H_3 \end{aligned}$$

- Al resolver el sistema, se obtiene el valor de los factores de corrección X_1 , X_2 y X_3 , los cuales deben multiplicarse a los momentos calculados en el análisis con ladeo (CROSS II) y sumados a los momentos encontrados en el análisis sin ladeo (CROSS 1).
- El análisis puede realizarse para marcos de cualquier número de niveles, en que se plantean ecuaciones de desplazamientos laterales por nivel, en donde se deberá resolver un sistema de ecuaciones en función del número de niveles y desplazamientos.

5.2. Método de Kani

Este método fue presentado por Gaspar Kani en 1959, en Alemania, con algunas similitudes con el método de distribución de momentos (Cross). Es un proceso iterativo de aproximaciones sucesivas utilizado para resolver y analizar estructuras de uno o más niveles. El autor del método recomienda iniciar los cálculos en el miembro más débil y elegir una orden de iteraciones que facilite el cálculo.

Las definiciones de rigidez relativa, convención de signos, factor de distribución, factor de transporte y momentos de empotramiento perfecto se mantienen y se aplican para este método. Se presentan como complemento a las anteriores las siguientes definiciones:

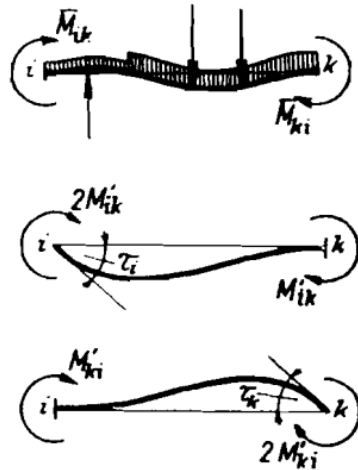
- Estudio de los ángulos de giro

Se consideran tres etapas sucesivas de una viga bajo acción de carga:

- La barra se deforma sin girar en los extremos.
- El extremo i (extremo cercano) gira un ángulo θ_i mientras que el otro extremo no gira (extremo lejano).

- El extremo k (extremo lejano) gira un ángulo θ_k mientras el otro extremo no gira (extremo cercano).

Figura 34. Ángulos de giro



Fuente: KANI, Gaspar. *Cálculo de pórticos de varios pisos*. P. 7.

El valor total del momento en cada extremo será la suma de las tres etapas consideradas, de la siguiente manera:

$$M_{ik} = M_{ik} + 2 M'_{ik} + M'_{ki}$$

Lo cual se expresa, por facilidad, de la siguiente manera:

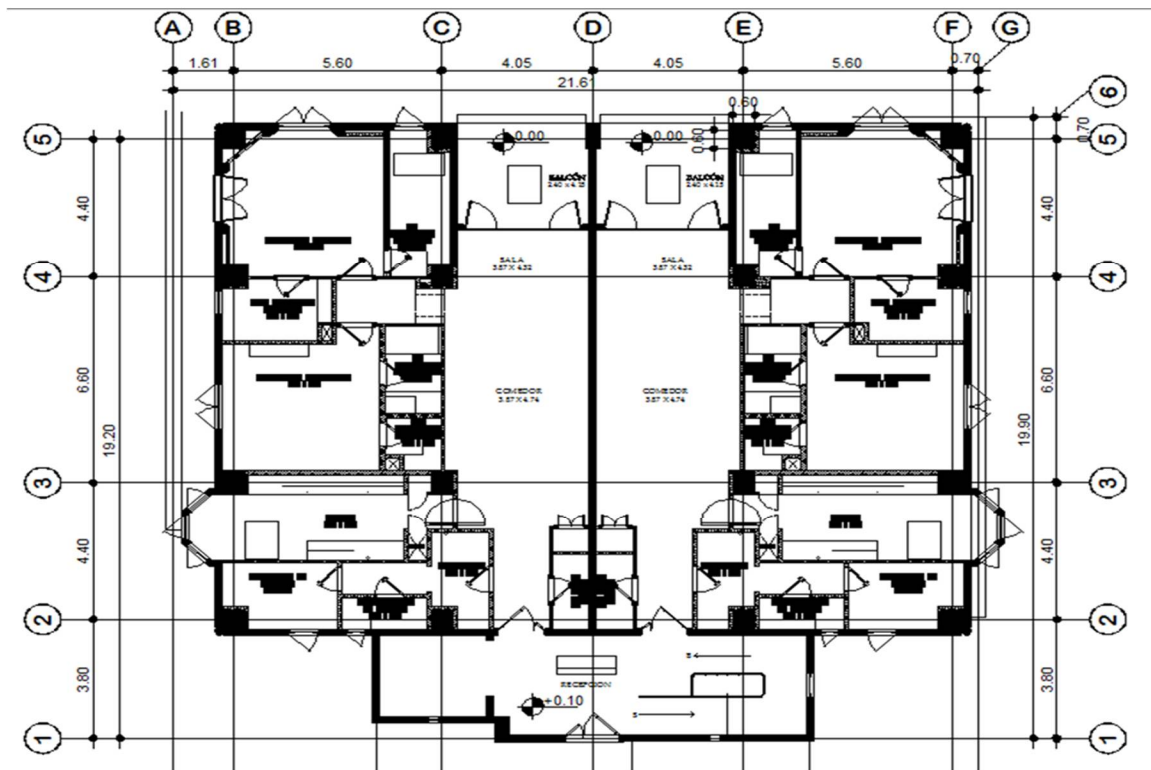
$$\mathbf{M_{TOTAL} = M_{FIJO} + 2M_{CERCANO} + M_{LEJANO}}$$

6. REALIZACIÓN DE EJERCICIO PRÁCTICO

6.1. Definición de la geometría y predimensionamiento estructural

A continuación, se presenta la planta y elevación de una edificación de concreto reforzado destinada a vivienda, que servirá para la comparación de los distintos métodos de análisis estructural. Para el efecto, se debe elegir uno de los marcos estructurales para el análisis, debido a que presenta condiciones casi simétricas en cuanto a la altura y dimensión longitudinal. Según lo anterior, se analizará el marco C.

Figura 35. Planta de la edificación



Fuente: elaboración propia.

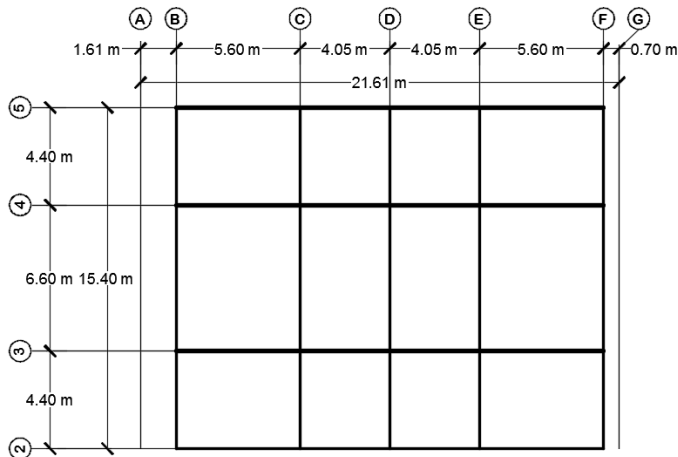
Figura 36. Elevación de la edificación



Fuente: elaboración propia.

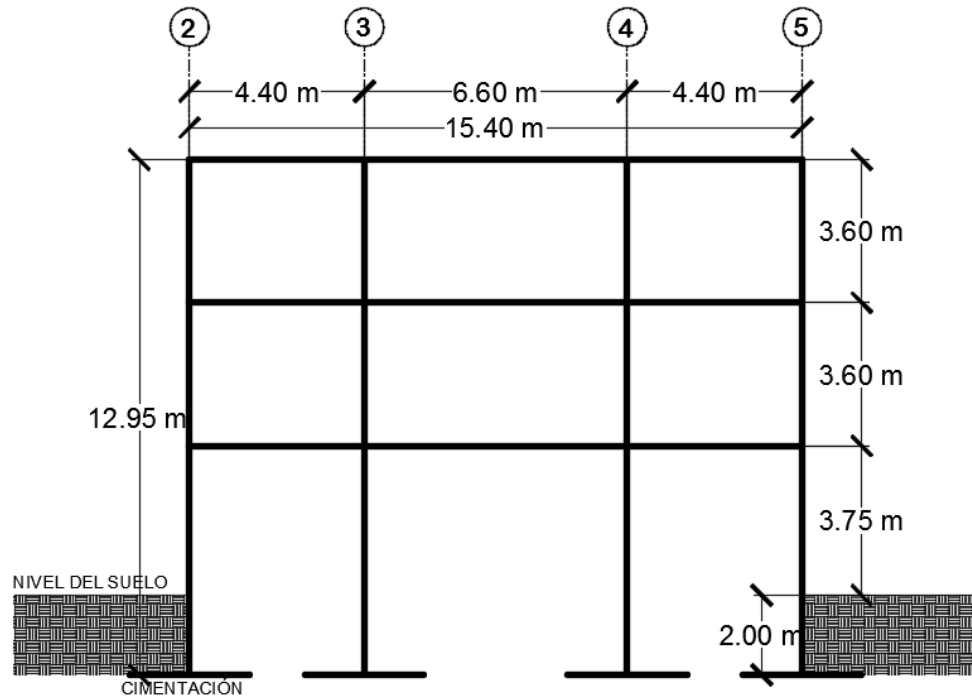
Tal como se evaluó en el primer capítulo del presente trabajo de graduación, es importante la idealización de la estructura, por lo que se procede a tomar las medidas a ejes para su respectivo análisis, según lo siguiente:

Figura 37. Planta idealizada de la edificación



Fuente: elaboración propia.

Figura 38. Elevación idealizada en marco C



Fuente: elaboración propia.

El objetivo del trabajo de graduación es comparar los resultados del análisis estructural, sin embargo, se busca que el lector además tenga cierto criterio de predimensionamiento estructural, para lo cual se presentan los siguientes lineamientos básicos empíricos para este.

6.1.1. Vigas

El predimensionamiento más utilizado para estimar la altura de una viga de concreto reforzado es que esta debe tener de altura alrededor del 8 % de la luz libre. Por ejemplo, para la luz más crítica del marco en análisis, que es de 6,60 metros, la altura debe ser $0,08 \times 6,60 = 0,528$ metros, lo que puede redondearse a 55 centímetros.

Para completar el predimensionamiento se utiliza otra ayuda de diseño, la cual es la que establece el código ACI 318-14, en la sección 9.3.1.1, en relación a la altura mínima de vigas:

Tabla VII. **Altura mínima en vigas**

Condición de apoyo	Altura mínima, h ^[1]
Simplemente apoyada	$l/16$
Con un extremo continuo	$l/18.5$
Ambos extremos continuos	$l/21$
En voladizo	$l/8$

^[1] Los valores son aplicables al concreto de peso normal y $f_v = 60,000$

Fuente: *American Concrete Institute. ACI 318-14. P. 138.*

Al revisar el caso anterior, puede estimarse una viga en condiciones normales con ambos extremos continuos (el cual es el caso más crítico) y es la condición para el tramo entre los ejes 3 y 4; por lo que la altura total sería de $6,60/21 = 0,314$ m. Lo que puede aproximarse a 35 centímetros.

Según lo anterior, debe estimarse una viga de entre 35 a 55 centímetros de altura para una luz libre entre apoyos de 6,60 metros. Para la base de la viga esta debe tener como ancho mínimo 25 centímetros, o en su defecto, la mitad de la altura. En ocasiones funciona también $\frac{3}{4}$ de la altura, que para este caso sería $\frac{3}{4} \times 55 = 41,25$, lo cual puede aproximarse a 45 centímetros. Para el caso práctico se tomarán vigas que podrían variar entre 35 a 45 centímetros de base para una altura de 55 centímetros. La sección final de la viga será de 35 x 55 centímetros.

6.1.2. Losas

Para el diseño de losas debe evaluarse si estas trabajan en uno o dos sentidos, según la relación lado corto/ lado largo (a/b). Según lo anterior, para losas en un sentido ($a/b < 0.5$), deben estimarse los siguientes espesores:

Tabla VIII. **Tabla de espesores mínimos en losas**

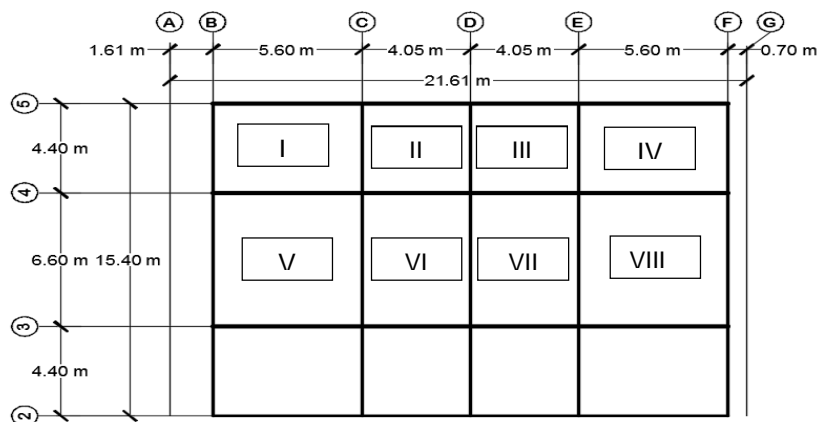
Condición de apoyo	h mínimo ⁽¹⁾
Simplemente apoyadas	$\ell/20$
Un extremo continuo	$\ell/24$
Ambos extremos continuos	$\ell/28$
En voladizo	$\ell/10$

⁽¹⁾ Relaciones aplicables para concreto de peso normal y $f_y = 60,000$

Fuente: *American Concrete Institute. ACI 318-14. P. 92.*

Si la relación a/b es mayor o igual a 0,5, el espesor de losa es según la siguiente relación: $\text{Espesor} = \text{perímetro} / 180$

Figura 39. **Identificación de losas**



Fuente: elaboración propia.

Al revisar el esquema anterior se puede evaluar que las losas más críticas, las cuales presentan mayores luces, son las identificadas con los números V y VIII. Se evalúa si trabajan en uno o dos sentidos mediante la relación lado corto/lado largo, de la siguiente manera: relación $a/b = 5,60/6,60 = 0,84 \geq 0,5$, por lo que la losa trabajará en 2 sentidos.

El espesor de losa se estima mediante $t = \text{perímetro}/180$, por lo que se tendría un espesor $t = (2 \times 5,60 + 2 \times 6,60)/180 = 0,1355$, lo que se aproxima a 14 centímetros de espesor para toda la edificación. Se recomienda, para espesores mayores a este valor, utilizar vigas secundarias para disminuir el espesor de losa, o bien, cambiar el sistema estructural a losas nervadas.

6.1.3. Columnas

Al revisar el predimensionamiento de columnas, la bibliografía es escasa. El código ACI 318-14 incluso menciona que no se especifican tamaños mínimos para columnas con el fin de permitir el uso de columnas con sección transversal pequeña. Sin embargo, como nuestro país en su mayoría es de alto riesgo sísmico, deberían considerarse al menos columnas de 30 centímetros en su dimensión transversal menor. Una forma de estimar, de forma empírica, el cambio en la sección transversal, es subir entre 5 y 10 centímetros por cada nivel adicional que se tenga a partir del primer nivel. Este criterio de predimensionamiento debe validarse. Según lo anterior, para una estructura de 3 niveles, la columna puede predimensionarse con las siguientes medidas:

$$30 + 5 \times (\# \text{ niveles}) = 30 + 5 \times 3 = 45 \text{ centímetros}$$

$$30 + 10 \times (\# \text{ niveles}) = 30 + 10 \times 3 = 60 \text{ centímetros}$$

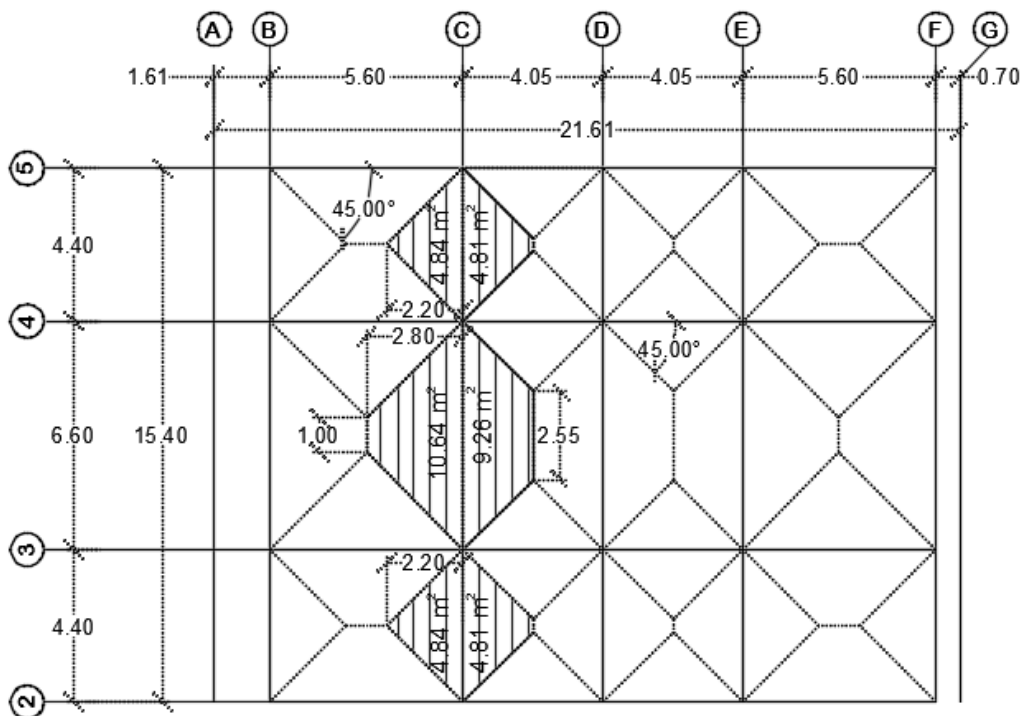
Es decir que la dimensión transversal menor debería estar entre 45 a 60 centímetros para una estructura con este número de niveles. Finalmente, para el ejercicio que se está realizando, se tomará una columna cuadrada de 50 por 50 centímetros.

6.2. Integración de cargas

6.2.1. Áreas tributarias

Al integrar cargas para el marco C, debe utilizarse el criterio de formar líneas a 45 grados para las áreas tributarias, considerando que, en losas en dos sentidos, se formará un trapecio en el lado largo y triángulos en el sentido corto.

Figura 40. **Áreas tributarias, marco C**



Fuente: elaboración propia.

6.2.2. Integración de carga viva distribuida

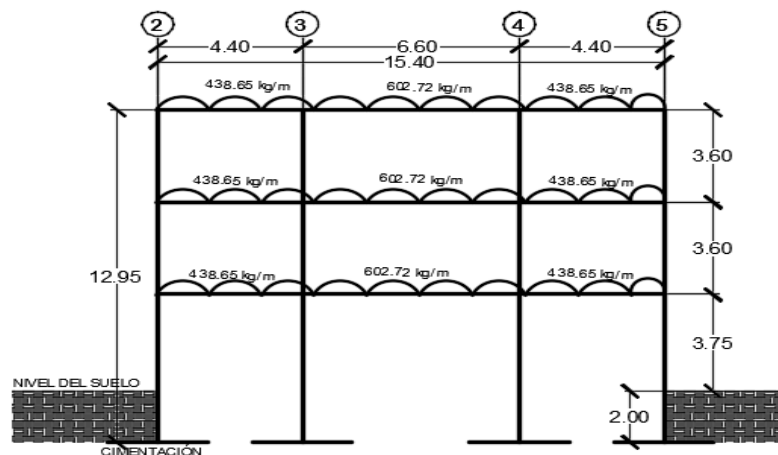
En la figura anterior pueden establecerse las áreas tributarias para cada tramo, para todos los niveles. Como el uso de la estructura no cambia para ningún nivel, la carga viva es la misma. Se estima una carga viva de 200 kg/m², según la norma AGIES NSE especificada en la Tabla I. Se integra entonces la carga distribuida para cada tramo en el marco C, según se muestra a continuación:

Tabla IX. **Carga viva distribuida en marco C**

Tramo	Área tributaria total	Carga Viva	Longitud de viga	Carga distribuida
Entre ejes 4-5	4.84 + 4.81 = 9.65 m ²	200 kg/m ² x 9.65 = 1930 kg	4.40 m	438.65 kg/m
Entre ejes 3-4	10.64 + 9.25 = 19.89 m ²	200 kg/m ² x 19.89 = 3978 kg	6.60 m	602.72 kg/m
Entre ejes 2-3	4.84 + 4.81 = 9.65 m ²	200 kg/m ² x 9.65 = 1930 kg	4.40 m	438.65 kg/m

Fuente: elaboración propia.

Figura 41. **Carga viva distribuida en marco C**



Fuente: elaboración propia.

6.2.3. Integración de carga muerta distribuida

Para la integración de la carga muerta distribuida para cada tramo, deben considerarse los siguientes datos, los cuales se obtuvieron previamente y se estiman según el uso de la edificación:

Sección vigas: 35x55 cms

Espesor de losa: 14 cms

Peso específico del concreto reforzado: 2400 kg/m³

Carga de acabados (piso, instalaciones y otros): 50 kg/m²

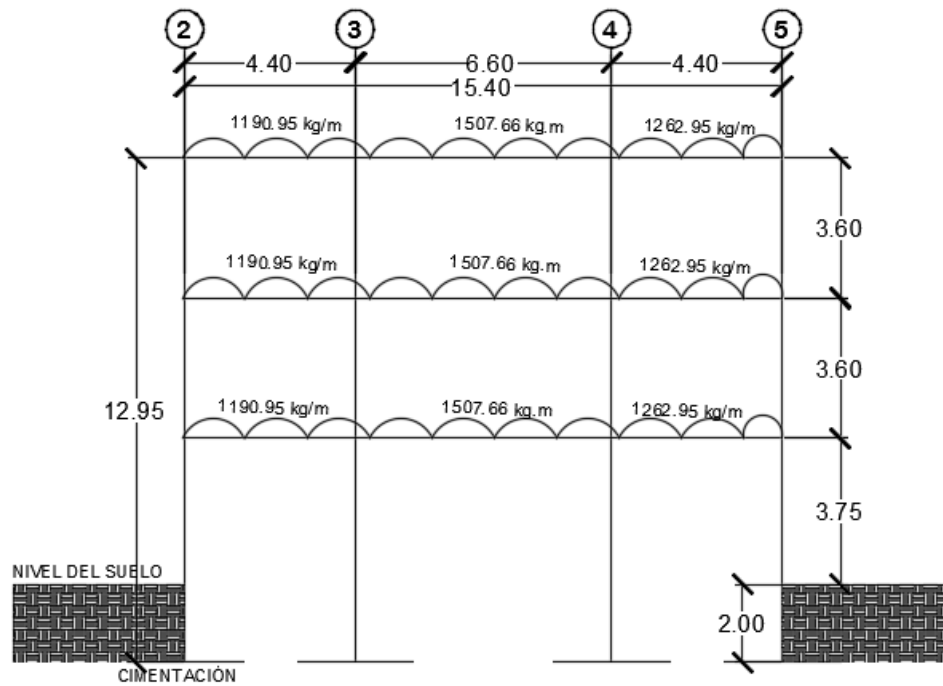
Carga de muros de tablayeso, eje C en tramo 4-5 (ver figura 35): 20 kg/m²

Tabla X. Integración de carga muerta distribuida, marco C

Tramo	Área tributaria total	(col. 1) Peso Propio de la viga (sin t de losa)	(col. 2) Carga de Acabados	(col. 3) Carga de Losa	(col.4) Carga de Muros (tablayeso)	Total de carga (suma cols. 1,2,3,4)	Longitud de viga	Carga
Entre ejes 4-5	4.84 + 4.81 = 9.65 m ²	0.35x0.41x4.40 x2400 = 1,515.36 kg	9.65 x 50 kg/m ² = 482.50 kg	9.65 x 0.14 x 2,400 = 3,242.40 kg	4.40 x 3.60 x 20 kg/m ² = 316.80 kg	5,557.06 kg	4.40 m	1,262.95 kg/m
Entre ejes 3-4	10.64 + 9.25 = 19.89 m ²	0.35x0.41x6.60x 2400 = 2,273.04 kg	19.89x 50 kg/m ² = 994.50 kg	19.89 x 0.14 x 2,400 = 6,683.04 kg	No lleva muro	9,950.58 kg	6.60 m	1,507.66 kg/m
Entre ejes 2-3	4.84 + 4.81 = 9.65 m ²	0.35x0.41x4.40 x2400 = 1,515.36 kg	9.65 x 50 kg/m ² = 482.50 kg	9.65 x 0.14 x 2,400 = <u>3,242.40</u> kg	No lleva muro	5,240.26 kg	4.40 m	1,190.95 kg/m

Fuente: elaboración propia.

Figura 42. **Carga muerta distribuida en marco C**



Fuente: elaboración propia.

6.2.4. **Carga de sismo**

Para integrar la carga sísmica se debe encontrar el peso sísmico y el factor C_s , tal como se definió en la sección 2.3.1 (Método de la carga estática equivalente). En dicha sección se establece que $W_s = 100\%$ del peso de la estructura + 25% de la carga viva. Así también, se utilizarán los factores y el procedimiento de la norma NSE 3-10 de AGIES para el cálculo del factor sísmico C_s .

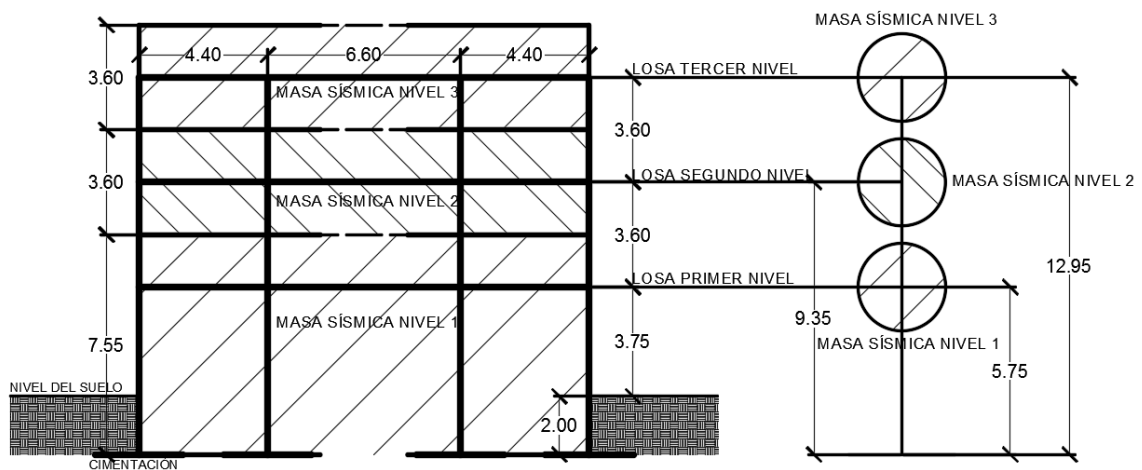
6.2.4.1. Peso sísmico de la estructura

Debe integrarse el peso total por nivel de la estructura en análisis, tomando en cuenta que el método estático equivalente simplifica la estructura en masas sísmicas a nivel de las losas.

6.2.4.2. Altura sísmica

Se define como altura sísmica la suposición que hace el método estático equivalente de integrar el peso de la estructura en los puntos donde se concentra la masa, haciendo referencia a un sistema con tres masas con un solo grado de libertad. Para el ejercicio que se está desarrollando, las alturas de las masas sísmicas se consideran en las losas de cada nivel, siendo estas 5,75 metros, 9,35 metros y 12,95 metros para los niveles 1, 2 y 3, respectivamente. Cabe destacar el criterio de “medios niveles” para integrar la masa sísmica, tal como se muestra achurada en la figura 43.

Figura 43. Altura y masas sísmicas



Fuente: elaboración propia.

Según lo anterior, se presenta a continuación la integración del peso sísmico, obteniendo el peso al multiplicar el volumen de los elementos por el peso específico del concreto armado ($2\,400\text{ kg/m}^3$).

Tabla XI. **Datos de integración para el peso sísmico (Ws)**

Peso específico del concreto reforzado	2,400	Kg/m ³
Dimensión de vigas (sin losa)	0.35 X 0.41	m
Dimensión de losa	0.14	m
Dimensión de columnas	0.50 X 0.50	m
Carga de acabados	50	Kg/m ²
Carga de muros	20	Kg/m ²
Carga viva	200	Kg/m ²

Fuente: elaboración propia.

Tabla XII. **Integración de Ws, primer nivel**

INTEGRACIÓN DE PESO, PRIMER NIVEL		PESO ESPECÍFICO KG/m ³	2400	ALTURA HS	7.55
	DIMENSIÓN A	DIMENSIÓN B	DIMENSIÓN C	VOLUMEN	PESO (kg)
VIGAS	0.35	0.41	LONG VIGAS: 21.61X4 + 15.40 X 5 = 163.44 m	89.40	214,569.94
COLUMNAS	0.50	0.50	# DE COLUMNAS: 20	37.75	90,600.00
LOSA	21.51	15.40	0.14	46.38	111,301.34
ZAPATAS	2.00	2.00	0.50	40.00	96,000.00
CARGA DE ACABADOS	21.51	15.40	50		16,562.70
CARGA DE MUROS (EJES B,D,F,5,2)	7.55	20.00	LONG MUROS: 19.20X3 + 21.61X2 = 100.82 m		15,223.82
CARGA VIVA (25%)	21.51	15.40	200.00	0.25	16,562.70
Peso Total, WS				560,820.50 kg	

Fuente: elaboración propia.

Tabla XIII. Integración de Ws, segundo y tercer nivel

INTEGRACIÓN DE PESO, SEGUNDO Y TERCER NIVEL		PESO ESPECÍFICO KG/m ³	2400	ALTURA HS	3.6
	DIMENSIÓN A	DIMENSIÓN B	DIMENSIÓN C	VOLUMEN	PESO (kg)
VIGAS	0.35	0.41	LONG VIGAS: 21.61X4 + 15.40 X 5 = 163.44 m	89.40	214,569.94
COLUMNAS	0.50	0.50	# DE COLUMNAS: 20	18.00	43,200.00
LOSA	21.51	15.40	0.14	46.38	111,301.34
CARGA DE ACABADOS	21.51	15.40	50		16,562.70
CARGA DE MUROS (EJES B,D,F,5,2)	7.55	20.00	LONG MUROS: 19.20X3 + 21.61X2 = 100.82 m		15,223.82
CARGA VIVA (25%)	21.51	15.40	200.00	0.25	16,562.70
Peso Total por nivel, WS				417,420.50	

Fuente: elaboración propia.

Es importante destacar que el segundo y el tercer nivel tendrán el mismo peso sísmico, tomando en cuenta que la altura sísmica (HS) es la misma al considerar una ampliación futura en tercer nivel. Este caso se recomienda preverlo al no tener losas inclinadas o algún impedimento para ampliación.

Según lo anterior, el peso sísmico de la edificación es de 1 395 661,50 kg. = 1 395,66 toneladas.

6.2.4.3. Factor Cs

El presente trabajo de graduación tiene como objetivo analizar y comparar los distintos métodos de análisis estructural, no así explicar la integración del factor Cs. El cálculo del mismo se presenta a continuación de forma resumida. Se recomienda la revisión del procedimiento en la norma AGIES NSE.

Figura 44. Ubicación de la obra y aceleraciones iniciales

No.	Municipio	Departamento	Io	Scr	S1r	Municipio
77	Guatemala	Guatemala	4	1.5	0.55	Guatemala

Fuente: elaboración propia.

Figura 45. Clase de obra y nivel de protección sísmica

2. CLASE DE OBRA SEGÚN USO Y FACTOR DE ESCALA		1	3
IMPORTANCIA DE OBRA		Io	Nivel Protección
Ordinaria		4	D
			FACTOR ESCALA
			0.66
			SISMO UTILIZADO: SISMO BÁSICO
			CALCULARÁ ACELERACIÓN DE DISEÑO

Fuente: elaboración propia.

Figura 46. Clase de sitio y factores Fa, Fv

3. SELECCIONAR CLASE DE SITIO (FACTORES Fa, Fv)		5	4	Scs
Clase de Sitio	Clase de Sitio		Fa	
	E	AB	Roca	0.9
	C	Suelo muy denso o roca suave		
	D	Suelo firme y rígido		
	E	Suelo suave		
	F	Suelo con problemas especiales		
			5	S1s
			Fv	2.4
				1.32

Fuente: elaboración propia.

Figura 47. Amenaza sísmica particular

4.AMENAZA SÍSMICA PARTICULAR (FACTORES N_a , N_v)					
TIPO DE FUENTE	Tipo de fuente	Descripción	2	3	Scs
B	A	Fallas geológicas capaces de generar eventos de gran magnitud y con alta tasa de sismicidad (nota 1)	N_a	1	1.35
DISTANCIA	B	Fallas geológicas que no son A o C			
MAYOR A 10 KM	C	Fallas geológicas incapaces de generar eventos de gran magnitud y que tienen baja tasa de sismicidad	2	3	S1s
			N_v	1	1.32

Fuente: elaboración propia.

Figura 48. Período de transición

5.PERIODO DE TRANSICIÓN	Scs	S1s	Ts
	1.35	1.32	0.978

Período de transición

$$T_s = S_{1d} / S_{cd}$$

$$S_{cs} = S_{cr} * F_a * N_a$$

$$S_{1s} = S_{1r} * F_v * N_v$$

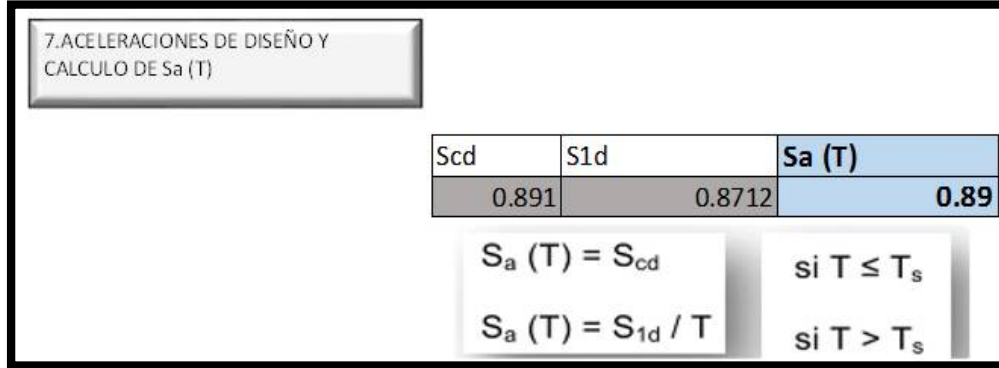
Fuente: elaboración propia.

Figura 49. Período de vibración empírico

6.PERIODO DE VIBRACIÓN EMPÍRICO	
TIPO DE ESTRUCTURA	Período de vibración empírico T_a
MARCOS DE CONCRETO/FACHADAS RIGIDAS	$T_a = K_T (h_n)^x \dots$
ALTURA (METROS)	Ta
12.95	0.41

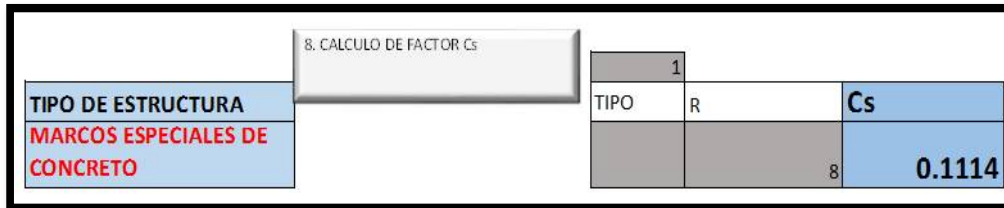
Fuente: elaboración propia.

Figura 50. Cálculo de $S_a(T)$



Fuente: elaboración propia.

Figura 51. Cálculo de C_s



Fuente: elaboración propia.

6.2.4.4. Fuerzas por nivel y por marco

Según lo anterior, el corte basal al límite de cedencia (V_B) representa el 11,14 % del peso sísmico total de la edificación. Según la figura 6 del presente trabajo, este debe repartirse en fuerzas por nivel en las dos direcciones ortogonales, de la siguiente manera, teniendo como referencia la figura 6:

Tabla XIV. **Distribución de fuerza por nivel**

NIVEL	Wx (Ton)	hx (m)	Wx hx	Cvx	Fx (Ton)
TERCER NIVEL	417.42	5.75	2,400.17	0.18	27.51
SEGUNDO NIVEL	417.42	9.35	3,902.88	0.29	44.73
PRIMER NIVEL	560.82	12.95	7,262.62	0.54	83.24
SUMATORIAS	1,395.66		13,565.66	1.00	155.48

CS	0.11
VB= CS WS	155.48
K = 1, para T = 0.41 < 0.5	

Fuente: elaboración propia.

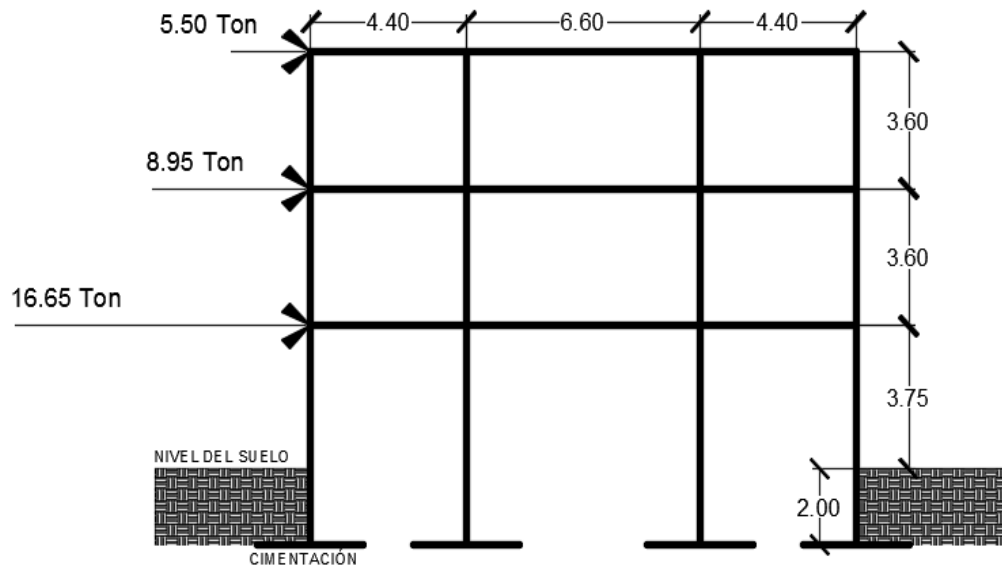
Asumiendo que todos los marcos tienen la misma rigidez, esta fuerza en cada dirección ortogonal debe dividirse en forma proporcional al número de marcos resistentes en cada dirección. Además, se muestra en la figura 52 la elevación del marco en análisis con la fuerza sísmica aplicada (carga horizontal).

Tabla XV. **Distribución de fuerza por marco**

NIVEL	Fx (Ton)	MARCOS EN X	MARCOS EN Y
		4	5
		FUERZA	FUERZA
TERCER NIVEL	27.51	6.88	5.50
SEGUNDO NIVEL	44.73	11.18	8.95
PRIMER NIVEL	83.24	20.81	16.65

Fuente: elaboración propia.

Figura 52. Elevación del marco C, carga de sismo



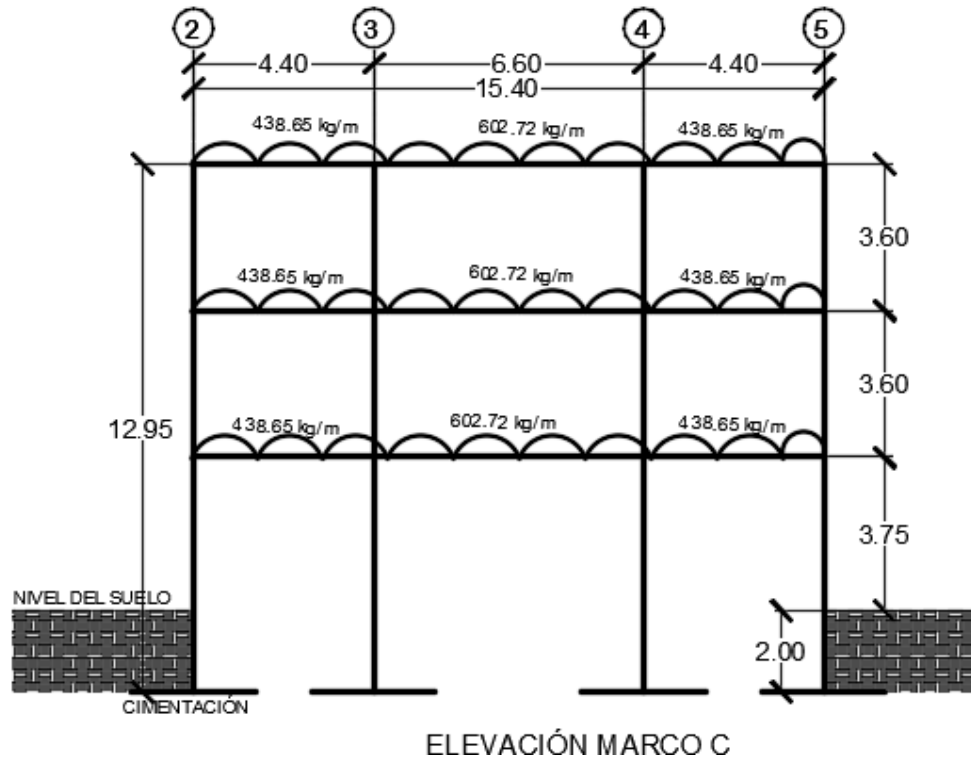
Fuente: elaboración propia.

6.3. Análisis estructural de carga vertical

6.3.1. Método de puntos de inflexión: carga viva

Tal como se estableció en capítulos anteriores, se procede a trabajar el análisis estructural para los distintos métodos, según se muestra a continuación:

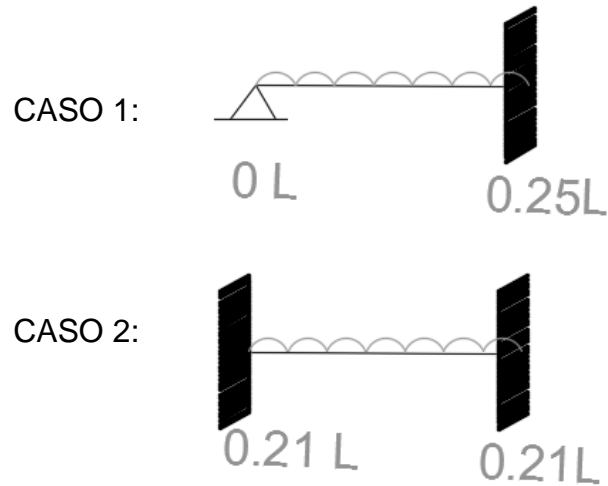
Figura 53. Carga viva distribuida, marco C



Fuente: elaboración propia.

Según se estableció en la sección 4.1 del presente trabajo, se procede a establecer los puntos de inflexión para el tramo 2-3. Asumiendo que la rigidez en el punto 2 es mucho menor que la del punto 3 para el caso 1, y que los nodos tienen el mismo grado de empotramiento para el caso 2, se procede a realizar un promedio de los dos casos.

Figura 54. Promedio de tramo 2-3



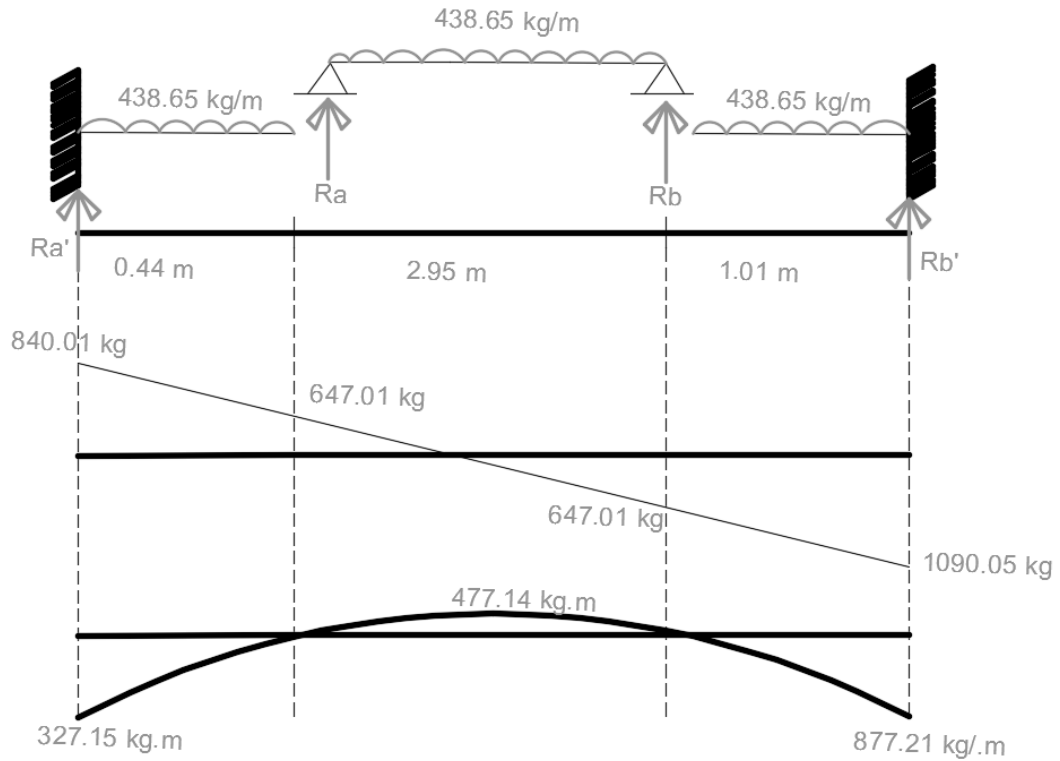
Fuente: elaboración propia.

$$P_{I1} = \frac{0L + 0.21L}{2} = 0.10L = 0.10(4.40) = 0.44 \text{ m}$$

$$P_{I1} = \frac{0.25L + 0.21L}{2} = 0.23L = 1.01 \text{ m}$$

Es importante recordar que el objetivo del método es aproximar mediante los puntos de inflexión una viga simplemente apoyada limitada por dichos puntos, para simplificar el análisis estructural de la viga estáticamente indeterminada.

Figura 55. Diagrama de carga viva distribuida, tramo 2-3



Fuente: elaboración propia.

$$R_a = R_b = \frac{(438.65 \text{ kg/m})(2.95 \text{ m})}{2} = 647.01 \text{ kg}$$

$$M_{max} = \frac{(438.65 \text{ kg/m})(2.95 \text{ m})^2}{8} = 477.14 \text{ kg.m}$$

$$R'_a = \left(438.65 \frac{\text{kg}}{\text{m}}\right)(0.44 \text{ m}) + 647.01 \text{ kg} = 840.01 \text{ kg}$$

$$R'_b = \left(438.65 \frac{\text{kg}}{\text{m}}\right)(1.01 \text{ m}) + 647.01 \text{ kg} = 1090.05 \text{ kg}$$

$$M'_a = (647.01 \text{ kg})(0.44 \text{ m}) + \frac{(438.65 \frac{\text{kg}}{\text{m}})(0.44 \text{ m})^2}{2} = 327.15 \text{ kg.m}$$

$$M'_b = (647.01 \text{ kg})(1.01 \text{ m}) + \frac{(438.65 \frac{\text{kg}}{\text{m}})(1.01 \text{ m})^2}{2} = 877.21 \text{ kg.m}$$

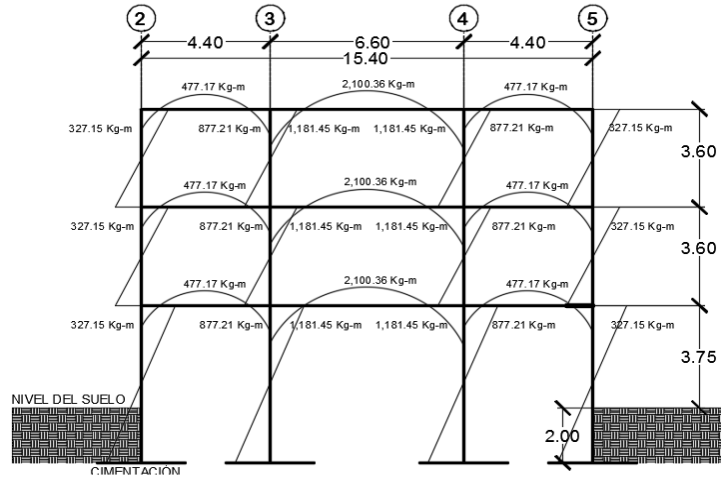
De la manera en la que se procedió para el tramo 2-3, se trabajan los demás tramos, según se muestra en la Tabla XVI. Cabe destacar la forma de encontrar los puntos de inflexión para el tramo 3-4, pues allí no existe diferencia de rigidez entre los nodos, por lo que se hará un promedio considerándolos simplemente apoyados, para el caso 1, y totalmente empotrados para el caso 2, quedando los puntos de inflexión a $(0L + 0,21L)/2 = 0,10L$.

Tabla XVI. **Análisis por tramo, método de puntos de inflexión**

Nivel		Carga (kg/m)	PI1	PI2	Ra y Rb (kg)	Ra' (kg)	Rb' (kg)	M _{Max} (kg/m)	M ₂₃ (kg/m)	M ₃₂ (kg/m)
1,2,3	Tramo 2-3	438.65	$(0L+0.21L)/2 = 0.10L = 0.44 \text{ m}$	$(0.25L+0.21L)/2 = 0.23L = 1.01$	647.01	840.01	1090.05	477.17	327.15	877.21
1,2,3	Tramo 3-4	602.72	$(0L+0.21L)/2 = 0.10L = 0.66 \text{ m}$	$(0L+0.21L)/2 = 0.10L = 0.66 \text{ m}$	1591.18	1988.98	1988.98	2100.36	1181.45	1181.45
1,2,3	Tramo 4-5	438.65	$(0.25L+0.21L)/2 = 0.23L = 1.01$	$(0L+0.21L)/2 = 0.10L = 0.44 \text{ m}$	647.01	1090.05	840.01	477.17	877.21	327.15

Fuente: elaboración propia.

Figura 56. Diagrama de momentos con puntos de inflexión, carga viva

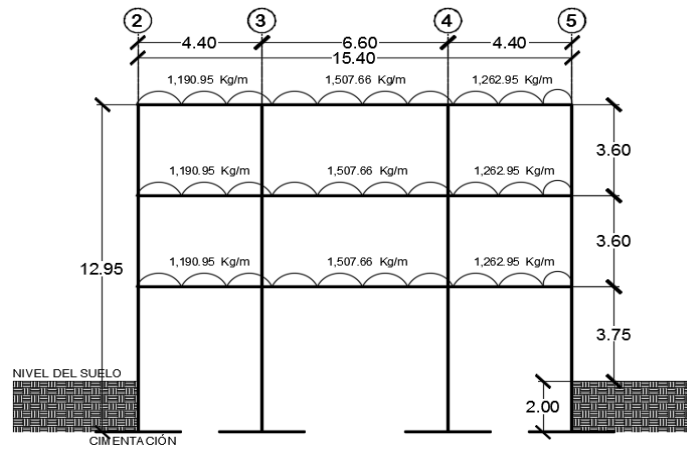


Fuente: elaboración propia.

6.3.2. Método de puntos de inflexión: carga muerta

De la misma manera con la que se procedió en el análisis de carga viva, se trabajará la carga muerta distribuida en el marco C.

Figura 57. Carga muerta distribuida, marco C



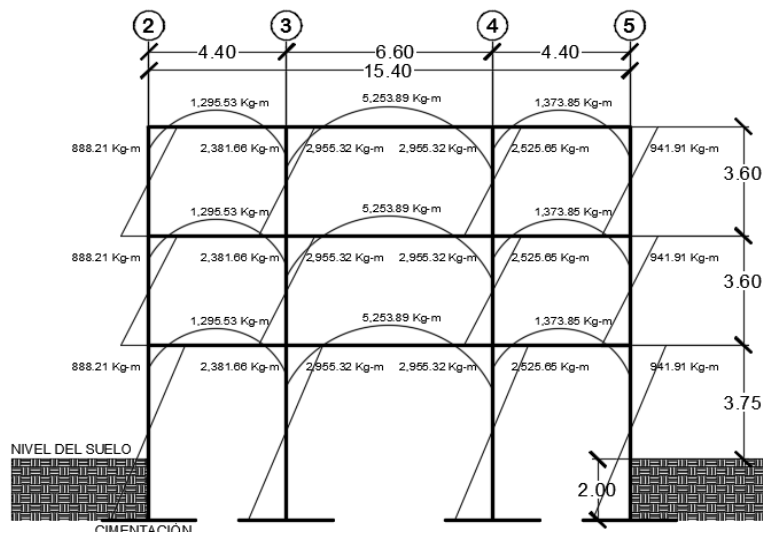
Fuente: elaboración propia.

Tabla XVII. Datos del método de puntos de inflexión

Nivel		Carga (kg/m)	PI1	PI2	Ra y Rb (kg)	Ra' (kg)	Rb' (kg)	M Max (kg/m)	M23 (kg/m)	M32 (kg/m)
1,2,3	Tramo 2-3	1190.95	(0L+0.21L) /2 =0.10 L= 0.44 m	(0.25L+0.21L) /2=0.23L= 1.01	1756.65	2280.67	2959.51	1295.53	888.21	2381.66
1,2,3	Tramo 3-4	1507.66	(0L+0.21L) /2=0.10 L= 0.66 m	(0L+0.21L) /2=0.10 L= 0.66 m	3980.22	4975.28	4975.28	5253.89	2955.32	2955.32
1,2,3	Tramo 4-5	1262.95	(0.25L+0.21L) /2=0.23L= 1.01	(0L+0.21L) /2=0.10 L= 0.44 m	1862.85	3138.43	2418.55	1373.85	2525.65	941.91

Fuente: elaboración propia.

Figura 58. Diagrama de momentos con puntos de inflexión, carga muerta



Fuente: elaboración propia.

6.3.3. Método de coeficientes del ACI: carga viva

Según la figura 53, la carga viva distribuida para el marco C corresponde de la siguiente manera:

Carga Viva

Tramo 2-3: 438,65 kg/m

Tramo 3-4: 602,72 kg/m

Tramo 4-5: 438,65 kg/m

Los cálculos se realizan utilizando la siguiente ecuación:

$$M = \omega l^2 * factor$$

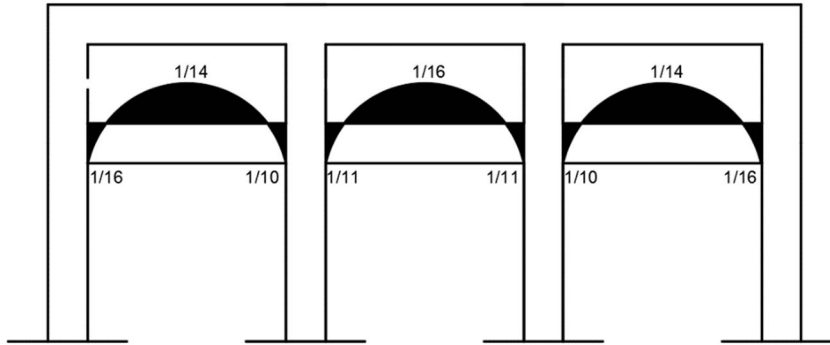
La siguiente tabla muestra los resultados de los diferentes tramos para el marco C, tomando en cuenta los coeficientes que se muestra a continuación:

Tabla XVIII. Momentos por carga viva

TRAMOS:	W(Kg/m)	Longitud (m)	M (-) Kg-m	M (+) Kg-m	M (-) Kg-m
Vigas 3er Nivel		factor:	1/16	1/14	1/10
2-3	438.65	4.40	530.77	606.59	849.23
			1/11	1/16	1/11
3-4	602.72	6.60	2,386.77	1,640.91	2,386.77
			1/10	1/14	1/16
4-5	438.65	4.40	849.23	606.59	530.77

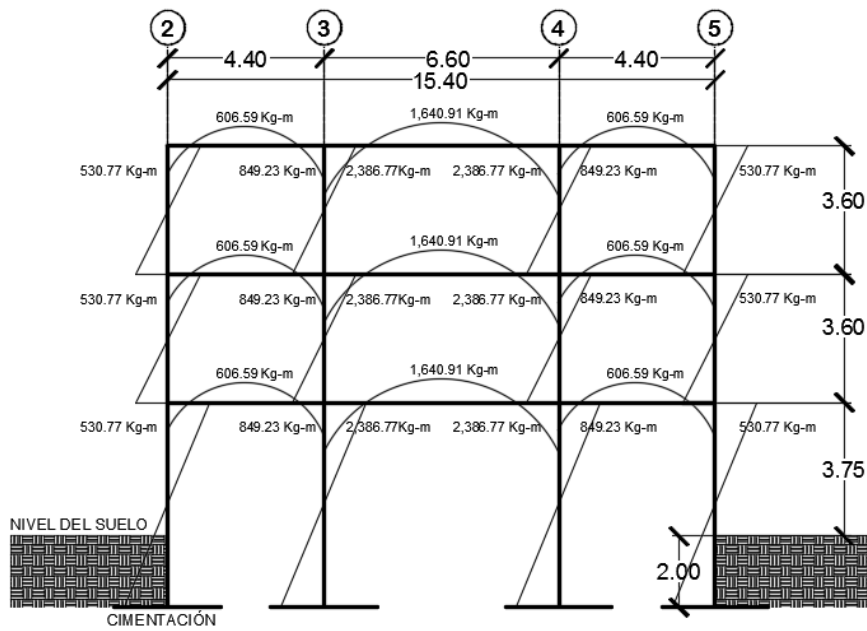
Fuente: elaboración propia.

Figura 59. **Coeficientes para más de dos vanos**



Fuente: elaboración propia.

Figura 60. **Diagrama de momentos con coeficientes ACI, carga viva**



Fuente: elaboración propia.

6.3.4. Método de coeficientes del ACI: carga muerta

Según la figura 57, la carga muerta distribuida es:

Tramo 2-3: 1190,95 kg/m

Tramo 3-4: 1507,66 kg/m

Tramo 4-5: 1262,95 kg/m

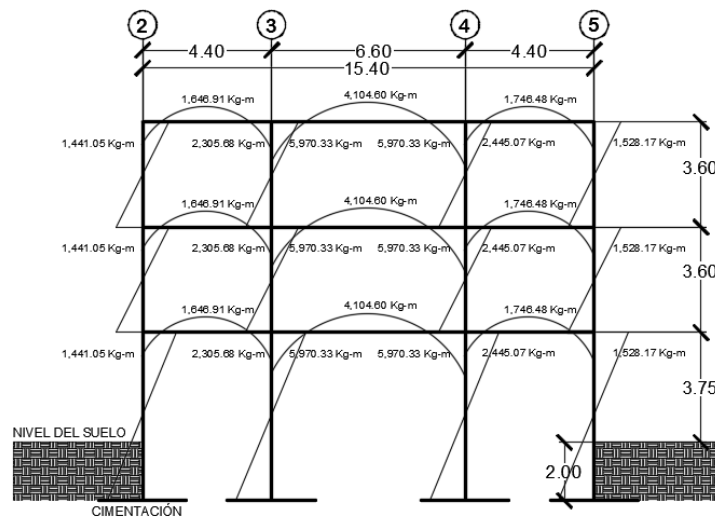
La siguiente tabla muestra los resultados de los diferentes tramos para el marco C en sus tres niveles:

Tabla XIX. Momentos por carga muerta en marco C

TRAMOS:	W(Kg/m)	Longitud (m)	M (-) Kg-m	M (+) Kg-m	M (-) Kg-m
Vigas 3er Nivel		Coefficientes:	1/16	1/14	1/10
A-B	1190.95	4.4	1,441.05	1,646.91	2,305.68
			1/11	1/16	1/11
B-C	1507.66	6.6	5,970.33	4,104.60	5,970.33
			1/10	1/14	1/16
C-D	1262.95	4.4	2,445.07	1,746.48	1,528.17

Fuente: elaboración propia.

Figura 61. Diagrama de momentos con coeficientes ACI, carga muerta



Fuente: elaboración propia.

6.3.5. Método de Cross: carga viva

Se procede a trabajar el método de Cross, también conocido como método de distribución de momentos para carga vertical, de la siguiente manera:

- Sección de vigas y columnas

$$\text{Sección de viga} = 35 \times 55 \text{ cm}$$

$$\text{Sección de columna} = 50 \times 50 \text{ cm}$$

- Cálculo de inercia relativa

$$I_{\text{viga}} = \frac{1}{12} (35 \times 55^3) = 485,260 \rightarrow \frac{520,833}{485,260} = 1.071$$

$$I_{\text{columna}} = \frac{1}{12} (50 \times 50^3) = 520,833 \rightarrow \frac{520,833}{520,833} = 1I$$

- Cálculo de rigidez relativa

$$K_{AB} = \frac{I}{L} = \frac{1.07}{4.40} = 0.24$$

Según lo anterior, se procede al cálculo de la rigidez relativa de los elementos que llegan a cada nodo:

Tabla XX. Rigidez relativa del nodo A al F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$K_{AB} = \frac{1.07}{4.40} = 0.24$	$K_{BA} = 0.24$	$K_{CB} = 0.16$	$K_{DC} = 0.24$	$K_{EA} = 0.28$	$K_{FE} = 0.24$
$K_{AE} = 0.28$	$K_{BC} = 0.16$	$K_{CD} = 0.24$	$K_{DH} = 0.28$	$K_{EF} = 0.24$	$K_{FG} = 0.16$
	$K_{BF} = 0.28$	$K_{CG} = 0.28$		$K_{EI} = 0.28$	$K_{FJ} = 0.28$
					$K_{FB} = 0.28$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXI. Rigidez relativa del nodo G al L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$K_{GH} = 0.24$	$K_{HG} = 0.24$	$K_{IE} = 0.28$	$K_{JF} = 0.28$	$K_{KJ} = 0.16$	$K_{LH} = 0.28$
$K_{GK} = 0.28$	$K_{HD} = 0.28$	$K_{IJ} = 0.24$	$K_{JK} = 0.16$	$K_{KG} = 0.28$	$K_{LK} = 0.24$
$K_{GF} = 0.16$	$K_{HL} = 0.28$	$K_{IM} = 0.17$	$K_{JN} = 0.17$	$K_{KL} = 0.24$	$K_{LP} = 0.17$
$K_{GC} = 0.28$			$K_{JI} = 0.24$	$K_{KO} = 0.17$	

Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de factor de distribución

Por definición, los factores de distribución cuando hay empotramiento perfecto son igual a cero.

$$F_{DMI} = F_{DNJ} = F_{DOK} = F_{DPL} = 0 \quad (\text{Bases empotradas})$$

Tabla XXII. Factores de distribución del nodo A al F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$F_{DAB} = \frac{0.24}{0.24 + 0.28} = 0.46$	$F_{DBA} = 0.35$	$F_{DCB} = 0.24$	$F_{DDC} = 0.46$	$F_{DEA} = 0.35$	$F_{DFE} = 0.25$
$F_{DAE} = 0.54$	$F_{DBC} = 0.24$	$F_{DCD} = 0.35$	$F_{DDH} = 0.54$	$F_{DEF} = 0.30$	$F_{DFG} = 0.17$
	$F_{DBF} = 0.41$	$F_{DCG} = 0.41$		$F_{DEI} = 0.35$	$F_{DFJ} = 0.29$
					$F_{DFB} = 0.29$
$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXIII. Factores de distribución del nodo G al L

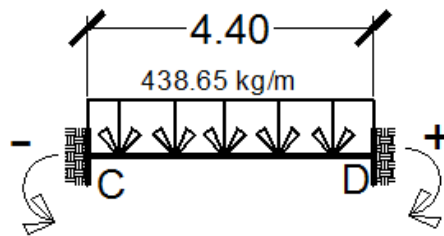
NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$F_{D_{GH}} = 0.25$	$F_{D_{HG}} = 0.30$	$F_{D_{IE}} = 0.41$	$F_{D_{JF}} = 0.33$	$F_{D_{KJ}} = 0.19$	$F_{D_{LH}} = 0.41$
$F_{D_{GK}} = 0.29$	$F_{D_{HD}} = 0.35$	$F_{D_{IJ}} = 0.35$	$F_{D_{JK}} = 0.19$	$F_{D_{KG}} = 0.33$	$F_{D_{LK}} = 0.35$
$F_{D_{GF}} = 0.17$	$F_{D_{HL}} = 0.35$	$F_{D_{IM}} = 0.24$	$F_{D_{JN}} = 0.20$	$F_{D_{KL}} = 0.28$	$F_{D_{LP}} = 0.24$
$F_{D_{GC}} = 0.29$			$F_{D_{JI}} = 0.28$	$F_{D_{KO}} = 0.20$	
$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de momentos fijos

Según los coeficientes mostrados en la figura 25, los momentos de empotramiento para carga distribuida se obtienen de la siguiente manera:

Figura 62. Momentos fijos para carga viva, tramo A-B



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{AB} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{438.65 \frac{kg}{m} (4.40 m)^2}{12} = -707.69 kg - m$$

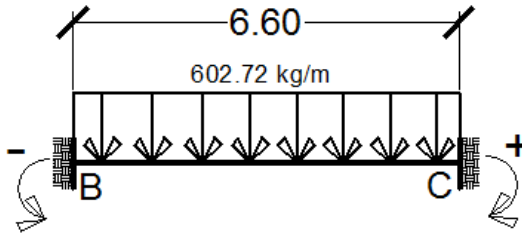
$$MF_{AB} = -0.71 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos C-D, E-F, G-H, I-J y K-L.

$$MF_{BA} = 0.71 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos D-C, F-E, H-G, J-I y L-K.

Figura 63. **Momentos fijos para carga viva, tramo B-C**



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{BCp} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{602.72 \frac{kg}{m} (6.60 m)^2}{12} = -2188 kg - m$$

$$MF_{BC} = -2.19 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos F-G y J-K.

$$MF_{CB} = 2.19 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos G-F y K-J.

- Cálculo de las iteraciones

$$Md_1 = \sum MF_{nodo} * FMd_{1AB} = -(-0.71 Ton - m + 0) * 0.46Md_{1AB} = 0.33$$

$$Mt_1 = Md_{1BA} * \frac{1}{2}Mt_1 = 0.71 Ton - m * \frac{1}{2}Mt_1 = 0.33$$

$$MFF = \sum MF + Md_1 + Mt_1 + \dots + Md_n$$

$$MFF_{AB} = -0.71 + 0.33 + 0.26 - 0.18 - 0.04 + 0.06 + 0.02 - 0.03$$

$$MFF_{AB} = -0.28 Ton - m$$

Tabla XXIV. Iteraciones para carga viva, nodo A a E

	NODO A		NODO B			NODO C			NODO D		NODO E		
	A-B	A-E	B-A	B-C	B-F	C-B	C-D	C-G	D-C	D-H	E-A	E-F	E-I
FD	0.46	0.54	0.35	0.24	0.41	0.24	0.35	0.41	0.46	0.54	0.35	0.30	0.35
MF	-0.71	0.00	0.71	-2.19	0.00	2.19	-0.71	0.00	0.71	0.00	0.00	-0.71	0.00
Md1	0.33	0.38	0.52	0.36	0.61	-0.36	-0.52	-0.61	-0.33	-0.38	0.25	0.21	0.25
Mt1	0.26	0.12	0.16	-0.18	0.21	0.18	-0.16	-0.21	-0.26	-0.12	0.19	0.19	0.15
Md2	-0.18	-0.21	-0.07	-0.05	-0.08	0.05	0.07	0.08	0.18	0.21	-0.18	-0.16	-0.18
Mt2	-0.04	-0.09	-0.09	0.02	-0.08	-0.02	0.09	0.08	0.04	0.09	-0.10	-0.07	-0.07
Md3	0.06	0.07	0.05	0.03	0.06	-0.03	-0.05	-0.06	-0.06	-0.07	0.08	0.07	0.08
Mt3	0.02	0.04	0.03	-0.02	0.02	0.02	-0.03	-0.02	-0.02	-0.04	0.03	0.01	0.02
Md4	-0.03	-0.04	-0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.01	0.01	0.03	0.04	-0.03	-0.02	-0.03
MFF	-0.28	0.28	1.30	-2.03	0.72	2.03	-1.30	-0.72	0.28	-0.28	0.25	-0.47	0.23

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXV. Iteraciones para carga viva, nodo F a I

	NODO F				NODO G				NODO H			NODO I		
	F-E	F-G	F-J	F-B	G-H	G-K	G-F	G-C	H-G	H-D	H-L	I-E	I-J	I-M
FD	0.25	0.17	0.29	0.29	0.25	0.29	0.17	0.29	0.30	0.35	0.35	0.41	0.35	0.24
MF	0.71	-2.19	0.00	0.00	-0.71	0.00	2.19	0.00	0.71	0.00	0.00	0.00	-0.71	0.00
Md1	0.37	0.25	0.43	0.43	-0.37	-0.43	-0.25	-0.43	-0.21	-0.25	-0.25	0.29	0.25	0.17
Mt1	0.11	-0.13	0.24	0.30	-0.11	-0.24	0.13	-0.30	-0.19	-0.19	-0.15	0.12	0.21	0.00
Md2	-0.13	-0.09	-0.15	-0.15	0.13	0.15	0.09	0.15	0.16	0.18	0.18	-0.14	-0.12	-0.08
Mt2	-0.08	0.04	-0.03	-0.04	0.08	0.03	-0.04	0.04	0.07	0.10	0.07	-0.09	-0.03	0.00
Md3	0.03	0.02	0.03	0.03	-0.03	-0.03	-0.02	-0.03	-0.07	-0.08	-0.08	0.05	0.04	0.03
Mt3	0.04	-0.01	0.02	0.03	-0.04	-0.02	0.01	-0.03	-0.01	-0.03	-0.02	0.04	0.02	0.00
Md4	-0.02	-0.01	-0.02	-0.02	0.02	0.02	0.01	0.02	0.02	0.03	0.03	-0.02	-0.02	-0.01
MFF	1.02	-2.11	0.52	0.58	-1.02	-0.52	2.11	-0.58	0.47	-0.25	-0.23	0.25	-0.36	0.11

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXVI. Iteraciones para carga viva, nodo J a P

	NODO J				NODO K				NODO L			NODO M	NODO N	NODO O	NODO P
	J-F	J-I	J-K	J-N	K-J	K-G	K-L	K-O	L-H	L-K	L-P	M-I	N-J	O-K	P-L
FD	0.33	0.28	0.19	0.20	0.19	0.33	0.28	0.20	0.41	0.35	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00
MF	0.00	0.71	-2.19	0.00	2.19	0.00	-0.71	0.00	0.00	0.71	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Md1	0.49	0.41	0.28	0.30	-0.28	-0.49	-0.41	-0.30	-0.29	-0.25	-0.17	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt1	0.21	0.12	-0.14	0.00	0.14	-0.21	-0.12	0.00	-0.12	-0.21	0.00	0.09	0.15	-0.15	-0.09
Md2	-0.07	-0.06	-0.04	-0.04	0.04	0.07	0.06	0.04	0.14	0.12	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt2	-0.08	-0.06	0.02	0.00	-0.02	0.08	0.06	0.00	0.09	0.03	0.00	-0.04	-0.02	0.02	0.04
Md3	0.04	0.03	0.02	0.02	-0.02	-0.04	-0.03	-0.02	-0.05	-0.04	-0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt3	0.02	0.02	-0.01	0.00	0.01	-0.02	-0.02	0.00	-0.04	-0.02	0.00	0.01	0.01	-0.01	-0.01
Md4	-0.01	-0.01	0.00	-0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	0.61	1.18	-2.06	0.27	2.06	-0.61	-1.18	-0.27	-0.25	0.36	-0.11	0.06	0.14	-0.14	-0.06

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXVII. Momentos finales por el método de Cross, carga viva

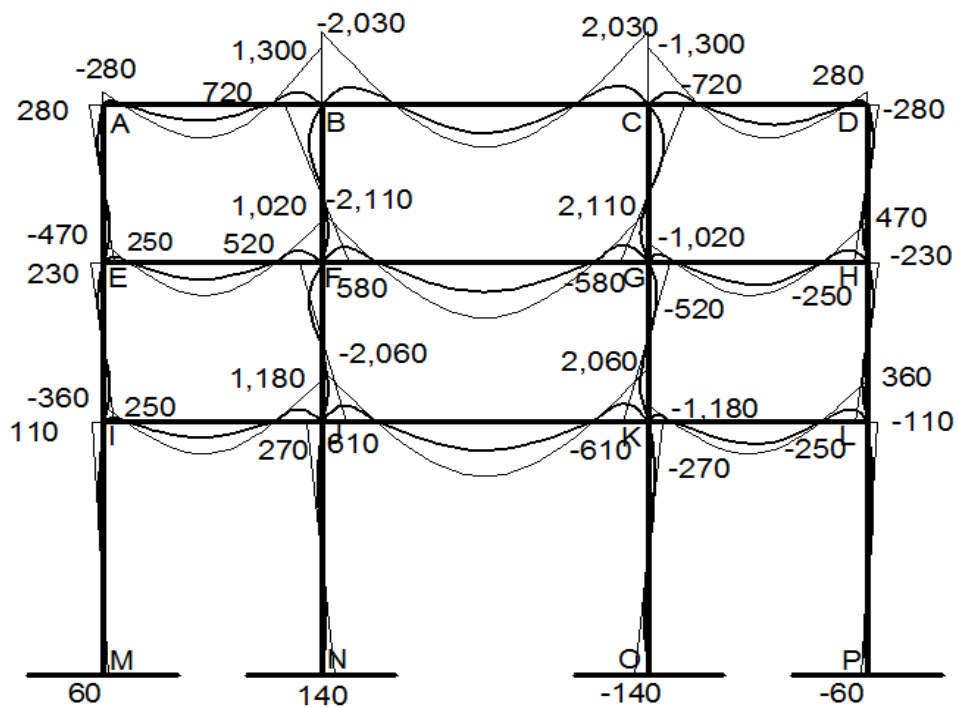
TRAMO	MOMENTO FINAL (Kg-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Kg-m)
A-B	-280.00	H-G	470.00
A-E	280.00	H-D	-250.00
B-A	1,300.00	H-L	-230.00
B-C	-2,030.00	I-E	250.00
B-F	720.00	I-J	-360.00
C-B	2,030.00	I-M	110.00
C-D	-1,300.00	J-F	610.00
C-G	-720.00	J-I	1,180.00
D-C	280.00	J-K	-2,060.00
D-H	-280.00	J-N	270.00
E-A	250.00	K-J	2,060.00
E-F	-470.00	K-G	-610.00
E-I	230.00	K-L	-1,180.00
F-E	1,020.00	K-O	-270.00
F-G	-2,110.00	L-H	-250.00
F-J	520.00	L-K	360.00

Continuación de Tabla XXVII.

F-B	580.00	L-P	-110.00
G-H	-1,020.00	M-I	60.00
G-K	-520.00	N-J	140.00

Fuente: elaboración propia.

Figura 64. Diagrama de momentos con método de Cross, carga viva



Fuente: elaboración propia.

6.3.6. Método de Cross: carga muerta

Se procede con el cálculo del método de Cross para carga muerta en el marco C, de la siguiente manera:

- Cálculo de rigidez relativa

$$\begin{aligned} \text{Sección de viga} &= 35 \times 55 \text{ cm} \\ \text{Sección de columna} &= 50 \times 50 \text{ cm} \end{aligned}$$

- Cálculo de inercia relativa

$$I_{\text{viga}} = 1.07 I_{\text{columna}} = 1I$$

$$\text{Cálculo de rigidez relativa} \quad K_{AB} = \frac{I}{L} = \frac{1.07}{4.40} = 0.24$$

Según lo anterior, se procede al cálculo de las rigideces relativas de los elementos que llegan a cada nodo.

Tabla XXVIII. Rigidez relativa del nodo A a F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$K_{AB} = \frac{1.07}{4.40} = 0.24$	$K_{BA} = 0.24$	$K_{CB} = 0.16$	$K_{DC} = 0.24$	$K_{EA} = 0.28$	$K_{FE} = 0.24$
$K_{AE} = 0.28$	$K_{BC} = 0.16$	$K_{CD} = 0.24$	$K_{DH} = 0.28$	$K_{EF} = 0.24$	$K_{FG} = 0.16$
	$K_{BF} = 0.28$	$K_{CG} = 0.28$		$K_{EI} = 0.28$	$K_{FJ} = 0.28$
					$K_{FB} = 0.28$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXIX. Rigidez relativa del nodo G a L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$K_{GH} = 0.24$	$K_{HG} = 0.24$	$K_{IE} = 0.28$	$K_{JF} = 0.28$	$K_{KJ} = 0.16$	$K_{LH} = 0.28$
$K_{GK} = 0.28$	$K_{HD} = 0.28$	$K_{IJ} = 0.24$	$K_{JK} = 0.16$	$K_{KG} = 0.28$	$K_{LK} = 0.24$
$K_{GF} = 0.16$	$K_{HL} = 0.28$	$K_{IM} = 0.17$	$K_{JN} = 0.17$	$K_{KL} = 0.24$	$K_{LP} = 0.17$
$K_{GC} = 0.28$			$K_{JI} = 0.24$	$K_{KO} = 0.17$	

Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de factores de distribución

En las bases empotradas

$$F_{DMI} = F_{DNJ} = F_{DOK} = F_{DPL} = 0$$

Tabla XXX. Factores de distribución del nodo A a F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$F_{D_{AB}} = 0.46$	$F_{D_{BA}} = 0.35$	$F_{D_{CB}} = 0.24$	$F_{D_{DC}} = 0.46$	$F_{D_{EA}} = 0.35$	$F_{D_{FE}} = 0.25$
$F_{D_{AE}} = 0.54$	$F_{D_{BC}} = 0.24$	$F_{D_{CD}} = 0.35$	$F_{D_{DH}} = 0.54$	$F_{D_{EF}} = 0.30$	$F_{D_{FG}} = 0.17$
	$F_{D_{BF}} = 0.41$	$F_{D_{CG}} = 0.41$		$F_{D_{KEI}} = 0.35$	$F_{D_{FJ}} = 0.29$
					$F_{D_{FB}} = 0.29$
$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

Fuente: elaboración propia.

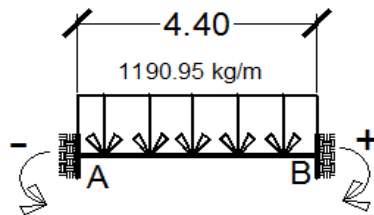
Tabla XXXI. Factores de distribución del nodo G a L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$F_{D_{GH}} = 0.25$	$F_{D_{HG}} = 0.30$	$F_{D_{IE}} = 0.41$	$F_{D_{JF}} = 0.33$	$F_{D_{KJ}} = 0.19$	$F_{D_{LH}} = 0.41$
$F_{D_{GK}} = 0.29$	$F_{D_{HD}} = 0.35$	$F_{D_{IJ}} = 0.35$	$F_{D_{JK}} = 0.19$	$F_{D_{KG}} = 0.33$	$F_{D_{LK}} = 0.35$
$F_{D_{GF}} = 0.17$	$F_{D_{HL}} = 0.35$	$F_{D_{IM}} = 0.24$	$F_{D_{JN}} = 0.20$	$F_{D_{KL}} = 0.28$	$F_{D_{LP}} = 0.24$
$F_{D_{GC}} = 0.29$			$F_{D_{JI}} = 0.28$	$F_{D_{KO}} = 0.20$	
$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de momentos fijos

Figura 65. Momentos fijos para carga muerta, tramo A-B



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{AB} = -\frac{Wl^2}{12}MF_{AD} = -\frac{1190.95 \frac{kg}{m} (4.40 m)^2}{12} = -1921 kg - m$$

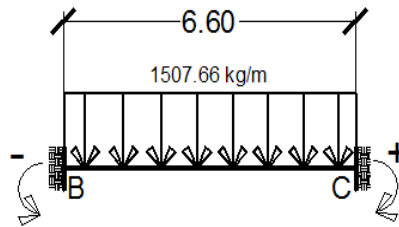
$$MF_{AB} = -1.92 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos E-F y I-J.

$$MF_{BA} = 1.92 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos F-E y J-I.

Figura 66. **Momentos fijos para carga muerta, tramo B-C**



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{BC} = -\frac{Wl^2}{12}MF_{AD} = -\frac{1507.66 \frac{kg}{m} (6.60 m)^2}{12} = -5473 kg - m$$

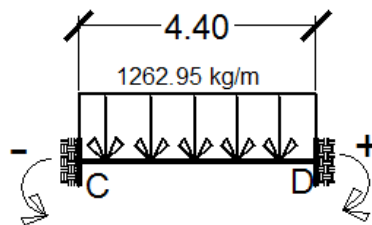
$$MF_{BC} = -5.47 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos F-G y J-K.

$$MF_{CB} = 5.47 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos G-F y K-J.

Figura 67. **Momentos fijos para carga muerta, tramo C-D**



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{AB} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{1262.95 \frac{kg}{m} (4.40 m)^2}{12} = -2038 kg - m$$

$$MF_{CD} = -2.04 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos G-H y K-L.

$$MF_{DC} = 2.04 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos H-G y L-K.

- Cálculo de las iteraciones

$$Md_1 = \sum MF_{nodo} * FMd_{1AB} = -(-1.92 Ton - m + 0) * 0.46Md_{1AB} = 0.88$$

$$Mt_1 = Md_{1BA} * \frac{1}{2}Mt_1 = 1.24Ton - m * \frac{1}{2}Mt_1 = 0.62$$

$$MFF = \sum MF + Md_1 + Mt_1 + \dots + Md_n$$

$$MFF_{AB} = -1.92 + 0.88 + 0.62 - 0.44 - 0.10 + 0.15 + 0.06 - 0.08$$

$$MFF_{AB} = -0.81 Ton - m$$

Tabla XXXII. Iteraciones para carga muerta, del nodo A a E

	NODO A		NODO B			NODO C			NODO D		NODO E		
	A-B	A-E	B-A	B-C	B-F	C-B	C-D	C-G	D-C	D-H	E-A	E-F	E-I
FD	0.46	0.54	0.35	0.24	0.41	0.24	0.35	0.41	0.46	0.54	0.35	0.30	0.35
MF	-1.92	0.00	1.92	-5.47	0.00	5.47	-2.04	0.00	2.04	0.00	0.00	-1.92	0.00
Md1	0.88	1.04	1.24	0.85	1.46	-0.82	-1.20	-1.41	-0.94	-1.10	0.67	0.58	0.67
Mt1	0.62	0.34	0.44	-0.41	0.51	0.43	-0.47	-0.50	-0.60	-0.36	0.52	0.44	0.39
Md2	-0.44	-0.52	-0.19	-0.13	-0.22	0.13	0.19	0.22	0.44	0.52	-0.47	-0.41	-0.47
Mt2	-0.10	-0.24	-0.22	0.06	-0.19	-0.07	0.22	0.18	0.09	0.24	-0.26	-0.16	-0.17
Md3	0.15	0.18	0.12	0.08	0.14	-0.08	-0.12	-0.14	-0.16	-0.18	0.21	0.18	0.21
Mt3	0.06	0.10	0.08	-0.04	0.04	0.04	-0.08	-0.04	-0.06	-0.10	0.09	0.04	0.06
Md4	-0.08	-0.09	-0.03	-0.02	-0.03	0.02	0.03	0.03	0.07	0.09	-0.07	-0.06	-0.07
MFF	-0.81	0.81	3.36	-5.07	1.71	5.12	-3.47	-1.65	0.90	-0.90	0.69	-1.31	0.63

Fuente: elaboración propia

Tabla XXXIII. Iteraciones para carga muerta, del nodo F a I

	NODO F				NODO G				NODO H			NODO I		
	F-E	F-G	F-J	F-B	G-H	G-K	G-F	G-C	H-G	H-D	H-L	I-E	I-J	I-M
FD	0.25	0.17	0.29	0.29	0.25	0.29	0.17	0.29	0.30	0.35	0.35	0.41	0.35	0.24
MF	1.92	-5.47	0.00	0.00	-2.04	0.00	5.47	0.00	2.04	0.00	0.00	0.00	-1.92	0.00
Md1	0.89	0.60	1.03	1.03	-0.86	-0.99	-0.58	-0.99	-0.61	-0.71	-0.71	0.79	0.67	0.46
Mt1	0.29	-0.29	0.59	0.73	-0.31	-0.57	0.30	-0.70	-0.43	-0.55	-0.42	0.34	0.50	0.00
Md2	-0.33	-0.22	-0.38	-0.38	0.32	0.37	0.22	0.37	0.42	0.49	0.49	-0.34	-0.29	-0.20
Mt2	-0.20	0.11	-0.09	-0.11	0.21	0.09	-0.11	0.11	0.16	0.26	0.17	-0.24	-0.07	0.00
Md3	0.07	0.05	0.09	0.09	-0.07	-0.09	-0.05	-0.09	-0.18	-0.21	-0.21	0.13	0.11	0.07
Mt3	0.09	-0.03	0.05	0.07	-0.09	-0.05	0.02	-0.07	-0.04	-0.09	-0.06	0.10	0.04	0.00
Md4	-0.05	-0.03	-0.05	-0.05	0.04	0.05	0.03	0.05	0.06	0.07	0.07	-0.06	-0.05	-0.03
MFF	2.68	-5.28	1.23	1.37	-2.79	-1.19	5.30	-1.32	1.42	-0.75	-0.67	0.72	-1.02	0.30

Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXIV. Iteraciones para carga muerta, del nodo J a P

	J-F	NODO J		NODO K		NODO L		NODO M		NODO N		NODO O		NODO P	
		J-I	J-K	J-N	K-J	K-G	K-L	K-O	L-H	L-K	L-P	M-I	N-J	O-K	P-L
FD	0.33	0.28	0.19	0.20	0.19	0.33	0.28	0.20	0.41	0.35	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00
MF	0.00	1.92	-5.47	0.00	5.47	0.00	-2.04	0.00	0.00	2.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Md1	1.17	0.99	0.67	0.71	-0.65	-1.13	-0.96	-0.69	-0.84	-0.71	-0.49	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt1	0.51	0.34	-0.33	0.00	0.34	-0.50	-0.36	0.00	-0.36	-0.48	0.00	0.23	0.36	-0.34	-0.24
Md2	-0.17	-0.15	-0.10	-0.10	0.10	0.17	0.14	0.10	0.34	0.29	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt2	-0.19	-0.15	0.05	0.00	-0.05	0.18	0.15	0.00	0.24	0.07	0.00	-0.10	-0.05	0.05	0.10
Md3	0.09	0.08	0.05	0.06	-0.05	-0.09	-0.08	-0.06	-0.13	-0.11	-0.08	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt3	0.04	0.05	-0.03	0.00	0.03	-0.04	-0.06	0.00	-0.10	-0.04	0.00	0.04	0.03	-0.03	-0.04
Md4	-0.02	-0.02	-0.01	-0.01	0.01	0.02	0.02	0.01	0.06	0.05	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	1.44	3.07	-5.16	0.65	5.19	-1.39	-3.18	-0.62	-0.78	1.11	-0.33	0.17	0.33	-0.32	-0.18

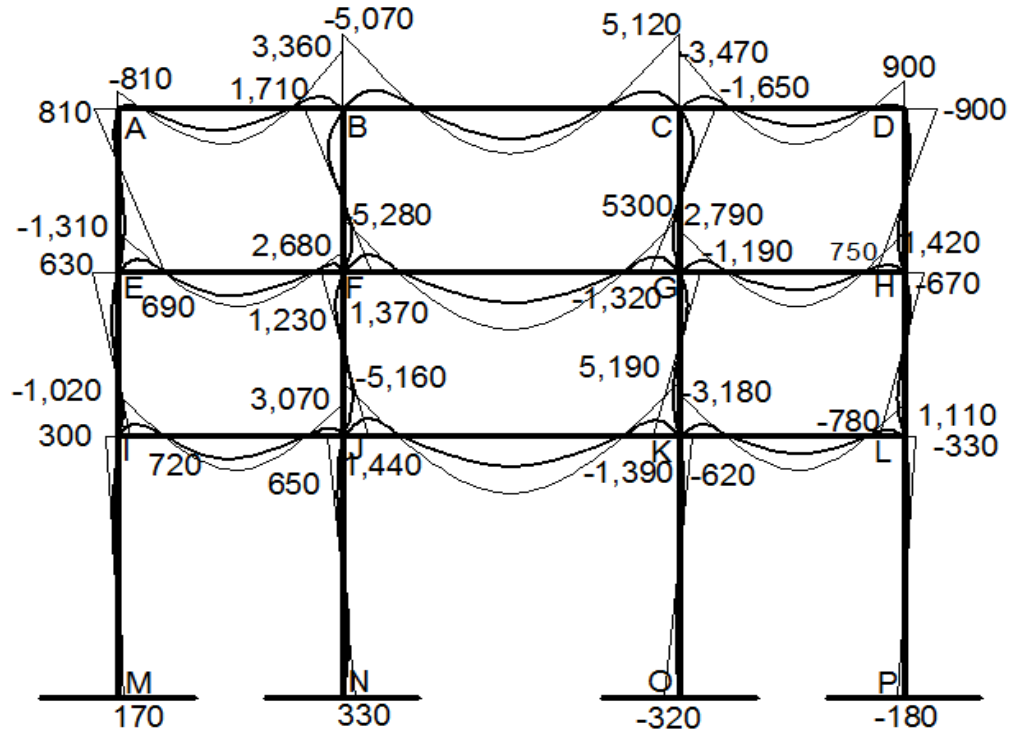
Fuente: elaboración propia.

Tabla XXXV. **Momentos finales por el método de Cross, carga muerta**

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	-810.00	H-G	1,420.00
A-E	810.00	H-D	-750.00
B-A	3,360.00	H-L	-670.00
B-C	-5,070.00	I-E	720.00
B-F	1,710.00	I-J	-1,020.00
C-B	5,120.00	I-M	300.00
C-D	-3,470.00	J-F	1,440.00
C-G	-1,650.00	J-I	3,070.00
D-C	900.00	J-K	-5,160.00
D-H	-900.00	J-N	650.00
E-A	690.00	K-J	5,190.00
E-F	-1,310.00	K-G	-1,390.00
E-I	630.00	K-L	-3,180.00
F-E	2,680.00	K-O	-620.00
F-G	-5,280.00	L-H	-780.00
F-J	1,230.00	L-K	1,110.00
F-B	1,370.00	L-P	-330.00
G-H	-2,790.00	M-I	170.00
G-K	-1,190.00	N-J	330.00

Fuente: elaboración propia.

Figura 68. Diagrama de momentos con Cross, carga muerta



Fuente: elaboración propia.

6.3.7. Método de Kani: carga viva

- Orden de iteraciones

$$\underline{A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow L}$$

- Cálculo de factores de giro

$$\mu_{AB} = -\frac{1}{2} * \frac{0.24}{0.24 + 0.28} = 0.23$$

Tabla XXXVI. Factores de giro del nodo A a F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$\mu_{AB} = -0.23$	$\mu_{BA} = -0.18$	$\mu_{CB} = -0.12$	$\mu_{DC} = -0.23$	$\mu_{EA} = -0.18$	$\mu_{FE} = -0.12$
$\mu_{AE} = -0.27$	$\mu_{BC} = -0.12$	$\mu_{CD} = -0.18$	$\mu_{DH} = -0.27$	$\mu_{EF} = -0.15$	$\mu_{FG} = -0.09$
	$\mu_{BF} = -0.20$	$\mu_{CG} = -0.20$		$\mu_{EI} = -0.17$	$\mu_{FJ} = -0.14$
					$\mu_{FB} = -0.15$
$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$

Fuente: elaboración propia.

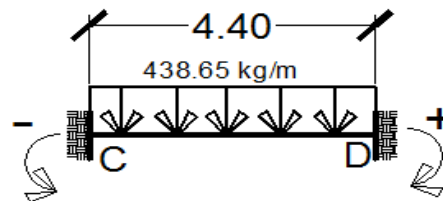
Tabla XXXVII. Factores de giro del nodo G a L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$\mu_{GH} = -0.14$	$\mu_{HG} = -0.15$	$\mu_{IE} = -0.20$	$\mu_{JF} = -0.17$	$\mu_{KJ} = -0.09$	$\mu_{LH} = -0.20$
$\mu_{GK} = -0.14$	$\mu_{HD} = -0.17$	$\mu_{IJ} = -0.18$	$\mu_{JK} = -0.09$	$\mu_{KG} = -0.17$	$\mu_{LK} = -0.18$
$\mu_{GF} = -0.08$	$\mu_{HL} = -0.18$	$\mu_{IM} = -0.12$	$\mu_{JN} = -0.10$	$\mu_{KL} = -0.14$	$\mu_{LP} = -0.12$
$\mu_{GC} = -0.14$			$\mu_{JI} = -0.14$	$\mu_{KO} = -0.10$	
$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$

Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de momentos fijos

Figura 69. Momentos fijos para carga viva, tramo A-B



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{AB} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{438.65 \frac{kg}{m} (4.40 m)^2}{12} = -707.69 kg - m$$

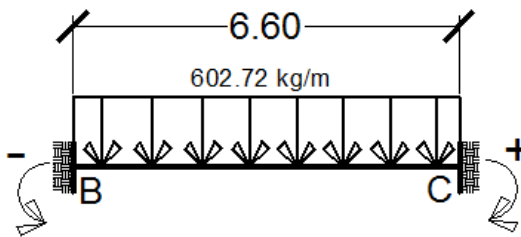
$$MF_{AB} = -0.71 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos C-D, E-F, G-H, I-J y K-L.

$$MF_{BA} = 0.71 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos D-C, F-E, H-G, J-I y L-K.

Figura 70. **Momentos fijos para carga viva, tramo B-C**



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{BCp} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{602.72 \frac{kg}{m} (6.60 m)^2}{12} = -2188 \text{ kg} - m$$

$$MF_{BC} = -2.19 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos F-G y J-K.

$$MF_{CB} = 2.19 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos G-F y K-J.

- Primera iteración del método

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow L$

$$\text{Nodo A} = -0.71 \begin{cases} -0.23 = 0.16 \\ -0.27 = 0.19 \end{cases}$$

$$\text{Nodo B} = -1.48 + 0.16 \begin{cases} -0.18 = 0.24 \\ -0.20 = 0.26 \\ -0.12 = 0.16 \end{cases}$$

$$\text{Nodo C} = 1.48 + 0.16 \begin{cases} -0.12 = -0.20 \\ -0.20 = -0.33 \\ -0.18 = -0.29 \end{cases}$$

$$\text{Nodo } D = 0.71 - 0.29 \begin{bmatrix} -0.23 = -0.10 \\ -0.27 = -0.11 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nodo } H = 0.71 - 0.11 \begin{bmatrix} -0.17 = -0.10 \\ -0.15 = -0.09 \\ -0.18 = -0.11 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nodo } G = 1.48 - 0.09 - 0.33 \begin{bmatrix} -0.14 = -0.15 \\ -0.14 = -0.15 \\ -0.14 = -0.15 \\ -0.08 = -0.09 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nodo } F = -1.48 - 0.09 + 0.26 \begin{bmatrix} -0.09 = 0.12 \\ -0.15 = 0.20 \\ -0.14 = 0.18 \\ -0.12 = 0.16 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nodo } E = -0.71 + 0.16 + 0.19 \begin{bmatrix} -0.15 = 0.05 \\ -0.18 = 0.07 \\ -0.17 = 0.16 \end{bmatrix}$$

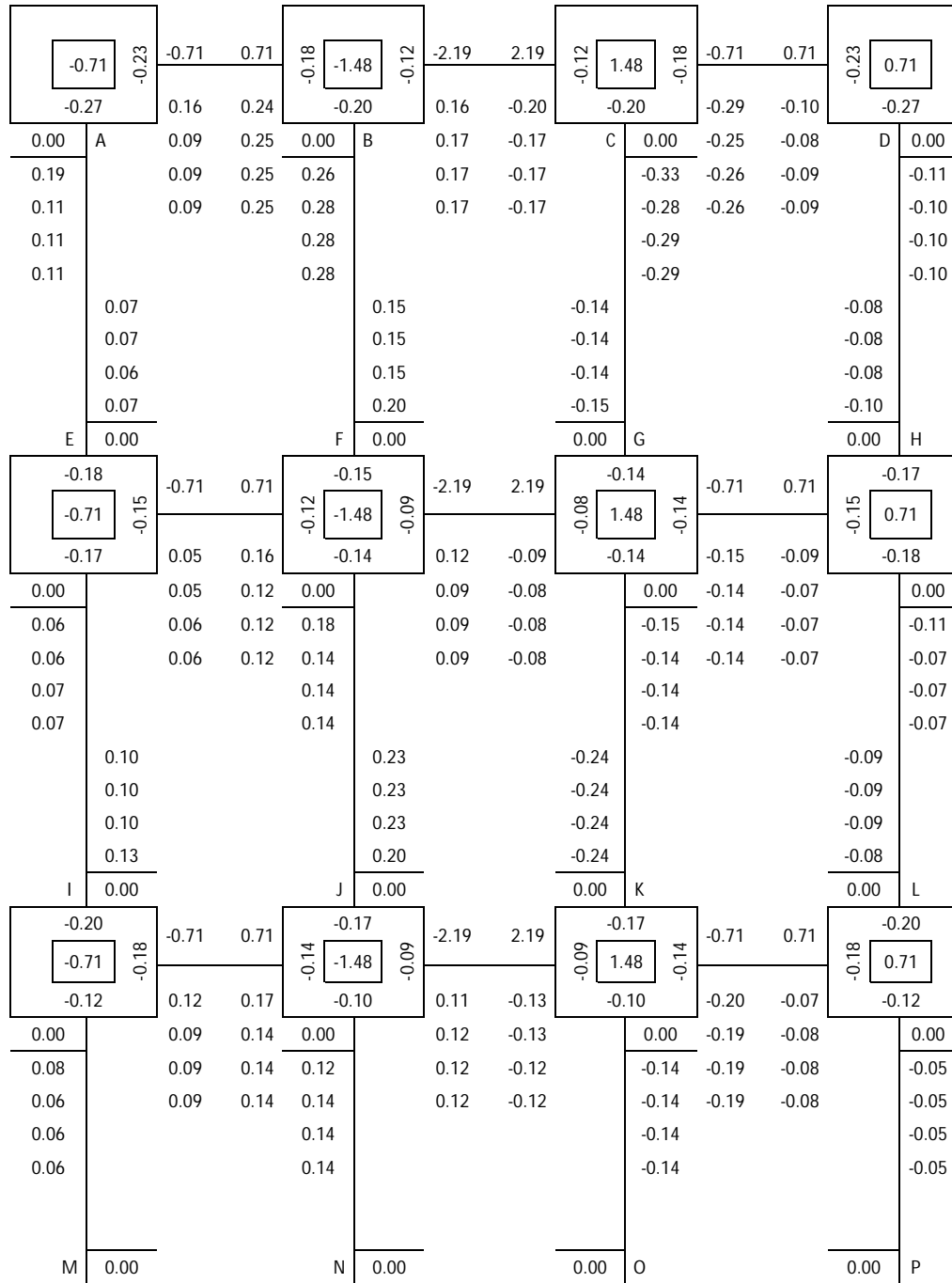
$$\text{Nodo } I = -0.71 + 0.06 \begin{bmatrix} -0.20 = 0.13 \\ -0.12 = 0.08 \\ -0.18 = 0.12 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nodo } J = -1.48 + 0.12 + 0.18 \begin{bmatrix} -0.14 = 0.17 \\ -0.17 = 0.20 \\ -0.10 = 0.12 \\ -0.09 = 0.11 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nodo } K = 1.48 + 0.11 - 0.15 \begin{bmatrix} -0.09 = -0.13 \\ -0.17 = -0.24 \\ -0.10 = -0.14 \\ -0.14 = -0.20 \end{bmatrix}$$

$$\text{Nodo } L = 0.71 - 0.11 - 0.20 \begin{bmatrix} -0.18 = -0.07 \\ -0.20 = -0.08 \\ -0.12 = -0.05 \end{bmatrix}$$

Figura 71. Esquema de iteración de Kani, carga viva



Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de momentos finales

$$M_{final} = M_{fijo} + 2M_{Cercano} + M_{lejano}$$

$$M_{AB} = -0.71 \text{ Ton} - m + 2(0.09 \text{ Ton} - m) + 0.25$$

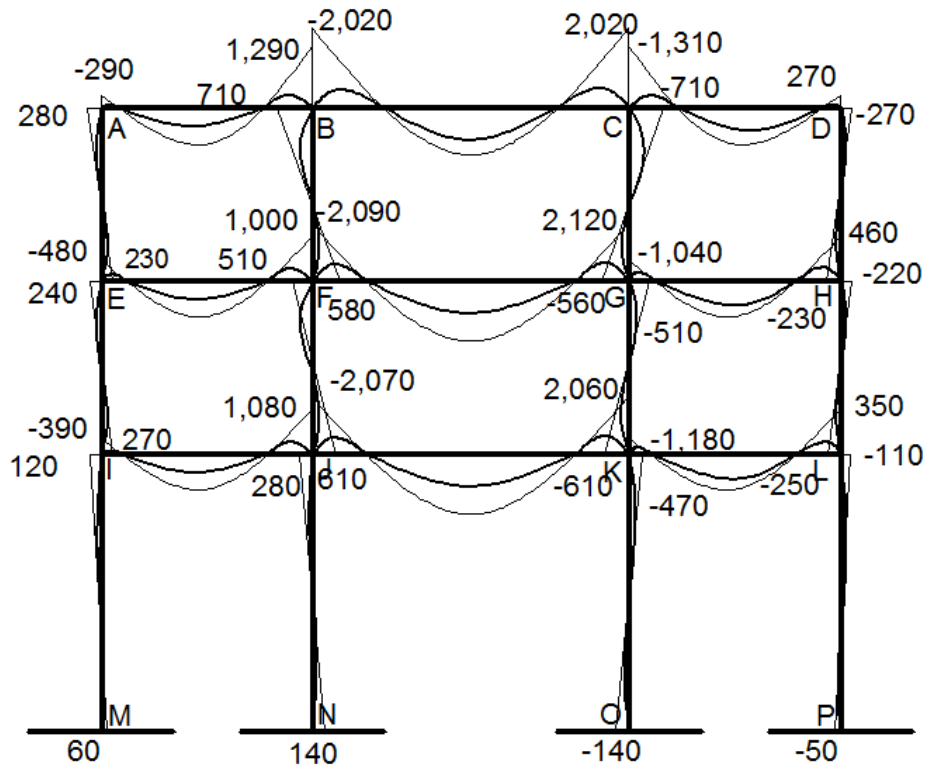
$$M_{AB} = -0.28$$

Tabla XXXVIII. Momentos finales, carga viva

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	-0.29	H-G	0.46
A-E	0.28	H-D	-0.23
B-A	1.29	H-L	-0.22
B-F	0.71	I-E	0.27
B-C	-2.02	I-J	-0.39
C-B	2.02	I-M	0.12
C-G	-0.71	J-F	0.61
C-D	-1.31	J-I	1.08
D-C	0.27	J-N	0.28
D-H	-0.27	J-K	-2.07
E-A	0.24	K-J	2.06
E-F	-0.48	K-G	-0.61
E-I	0.23	K-L	-1.18
F-E	1.00	K-O	-0.47
F-J	0.51	L-H	-0.25
F-B	0.58	L-K	0.35
F-G	-2.09	L-P	-0.11
G-F	2.12	M-I	0.06
G-K	-0.51	N-J	0.14
G-C	-0.56	O-K	-0.14
G-H	-1.04	P-L	-0.05

Fuente: elaboración propia.

Figura 72. Diagrama de momentos con el método de Kani, carga viva



Fuente: elaboración propia.

6.3.8. Método de Kani: carga muerta

- Orden de iteraciones

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow L$$

- Cálculo de factores de giro

$$\mu_{AB} = -\frac{1}{2} * \frac{0.24}{0.24 + 0.28} = 0.23$$

Tabla XXXIX. Factores de giro del nodo A a F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$\mu_{AB} = -0.23$	$\mu_{BA} = -0.18$	$\mu_{CB} = -0.12$	$\mu_{DC} = -0.23$	$\mu_{EA} = -0.18$	$\mu_{FE} = -0.12$
$\mu_{AE} = -0.27$	$\mu_{BC} = -0.12$	$\mu_{CD} = -0.18$	$\mu_{DH} = -0.27$	$\mu_{EF} = -0.15$	$\mu_{FG} = -0.09$
	$\mu_{BF} = -0.20$	$\mu_{CG} = -0.20$		$\mu_{EI} = -0.17$	$\mu_{FJ} = -0.14$
					$\mu_{FB} = -0.15$
$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$

Fuente: elaboración propia.

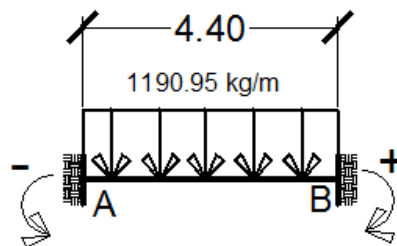
Tabla XL. Factores de giro del nodo G a L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO O J	NODO K	NODO L
$\mu_{GH} = -0.14$	$\mu_{HG} = -0.15$	$\mu_{IE} = -0.20$	$\mu_{JF} = -0.17$	$\mu_{KJ} = -0.09$	$\mu_{LH} = -0.20$
$\mu_{GK} = -0.14$	$\mu_{HD} = -0.17$	$\mu_{IJ} = -0.18$	$\mu_{JK} = -0.09$	$\mu_{KG} = -0.17$	$\mu_{LK} = -0.18$
$\mu_{GF} = -0.08$	$\mu_{HL} = -0.18$	$\mu_{IM} = -0.12$	$\mu_{JN} = -0.10$	$\mu_{KL} = -0.14$	$\mu_{LP} = -0.12$
$\mu_{GC} = -0.14$			$\mu_{JI} = -0.14$	$\mu_{KO} = -0.10$	
$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$

Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de momentos fijos

Figura 73. Momentos para carga muerta, tramo A-B



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{AB} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{1190.95 \frac{kg}{m} (4.40 m)^2}{12} = -1921 kg - m$$

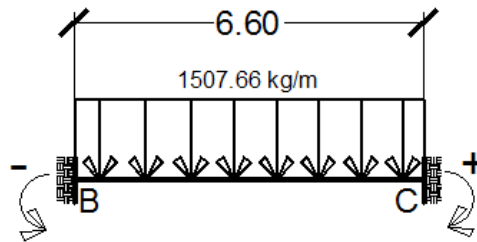
$$MF_{AB} = -1.92 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos E-F y I-J.

$$MF_{BA} = 1.92 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos F-E y J-I.

Figura 74. **Momentos fijos para carga muerta, tramo B-C**



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{BC} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{1507.66 \frac{kg}{m} (6.60 m)^2}{12} = -5473 \text{ kg} - m$$

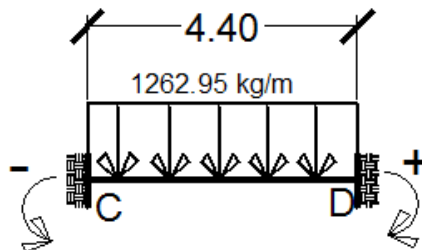
$$MF_{BC} = -5.47 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos F-G y J-K.

$$MF_{CB} = 5.47 \text{ Ton} - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos G-F y K-J.

Figura 75. **Momentos fijos para carga muerta, tramo C-D**



Fuente: elaboración propia.

$$MF_{AB} = -\frac{Wl^2}{12} MF_{AD} = -\frac{1262.95 \frac{kg}{m} (4.40 m)^2}{12} = -2038 kg - m$$

$$MF_{CD} = -2.04 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos G-H y K-L.

$$MF_{DC} = 2.04 Ton - m$$

Nota: este mismo valor sería para los momentos H-G y L-K.

- Cálculo de primera iteración

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow L$$

$$Nodo A = -1.92 \begin{cases} -0.23 = 0.44 \\ -0.27 = 0.52 \end{cases}$$

$$Nodo B = -3.55 + 0.44 \begin{cases} -0.18 = 0.56 \\ -0.20 = 0.62 \\ -0.12 = 0.37 \end{cases}$$

$$Nodo C = 3.43 + 0.37 \begin{cases} -0.12 = -0.46 \\ -0.20 = -0.76 \\ -0.18 = -0.68 \end{cases}$$

$$Nodo D = 2.04 - 0.68 \begin{cases} -0.23 = -0.31 \\ -0.27 = -0.37 \end{cases}$$

$$Nodo H = 2.04 - 0.37 \begin{cases} -0.17 = -0.28 \\ -0.15 = -0.25 \\ -0.18 = -0.30 \end{cases}$$

$$Nodo G = 3.43 - 0.25 - 0.76 \begin{cases} -0.14 = -0.34 \\ -0.14 = -0.34 \\ -0.14 = -0.34 \\ -0.08 = -0.19 \end{cases}$$

$$Nodo F = -3.55 - 0.19 + 0.62 \begin{cases} -0.09 = 0.28 \\ -0.15 = 0.47 \\ -0.14 = 0.44 \\ -0.12 = 0.37 \end{cases}$$

$$\text{Nodo E} = -1.92 + 0.37 + 0.52 \begin{cases} -0.15 = 0.15 \\ -0.18 = 0.18 \\ -0.17 = 0.17 \end{cases}$$

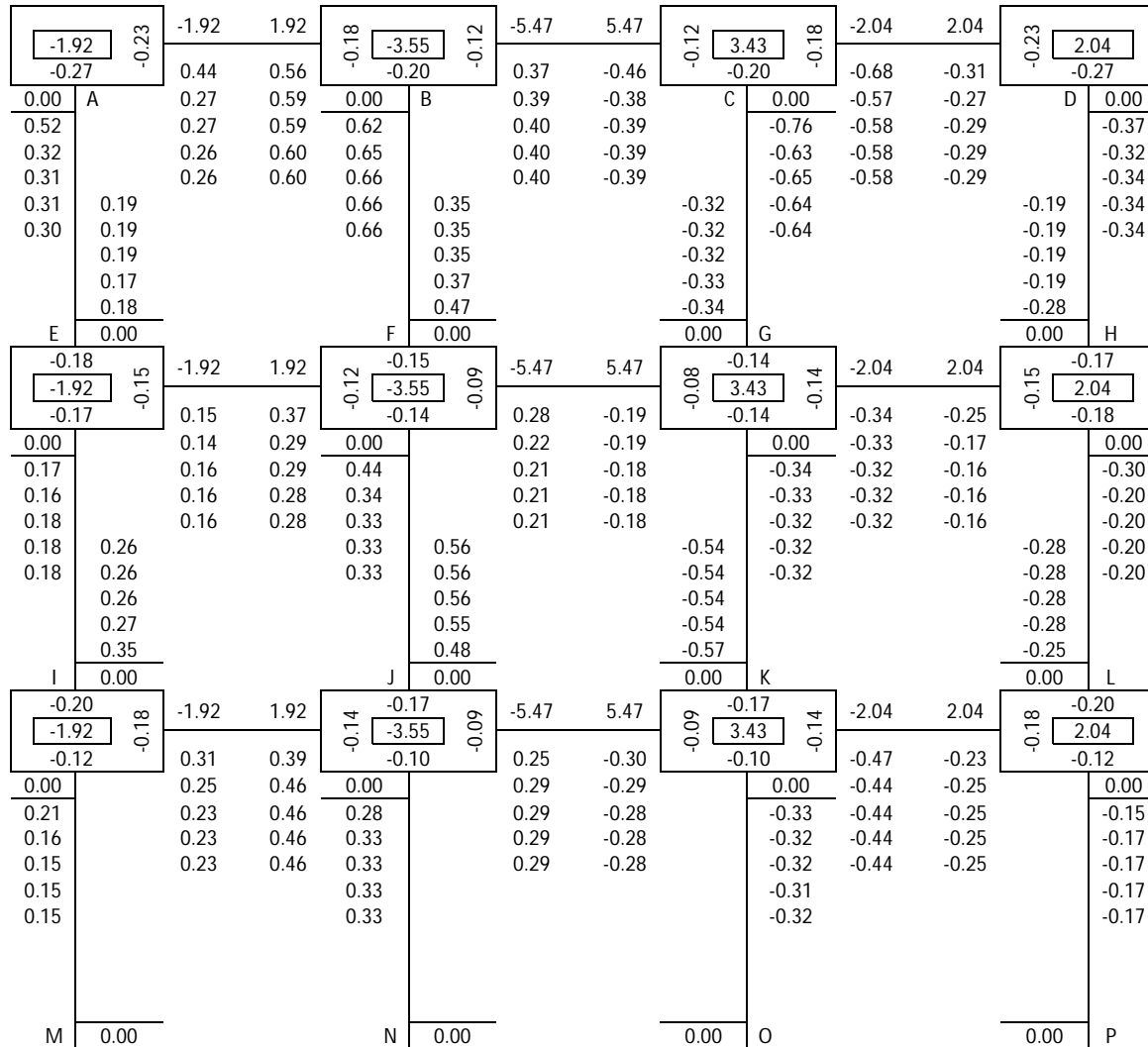
$$\text{Nodo I} = -1.92 + 0.17 \begin{cases} -0.20 = 0.35 \\ -0.12 = 0.21 \\ -0.18 = 0.31 \end{cases}$$

$$\text{Nodo J} = -3.55 + 0.31 + 0.44 \begin{cases} -0.14 = 0.39 \\ -0.17 = 0.56 \\ -0.10 = 0.28 \\ -0.09 = 0.25 \end{cases}$$

$$\text{Nodo K} = 3.43 + 0.25 - 0.34 \begin{cases} -0.09 = -0.30 \\ -0.17 = -0.57 \\ -0.10 = -0.33 \\ -0.14 = -0.47 \end{cases}$$

$$\text{Nodo L} = 2.04 - 0.47 - 0.30 \begin{cases} -0.18 = -0.23 \\ -0.20 = -0.25 \\ -0.12 = -0.15 \end{cases}$$

Figura 76. Esquema de iteración de Kani, carga muerta



Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de momentos finales

$$M_{final} = M_{fijo} + 2M_{Cercano} + M_{lejano}$$

$$M_{AB} = -1.92 \text{ Ton} - m + 2(0.26 \text{ Ton} - m) + 0.60$$

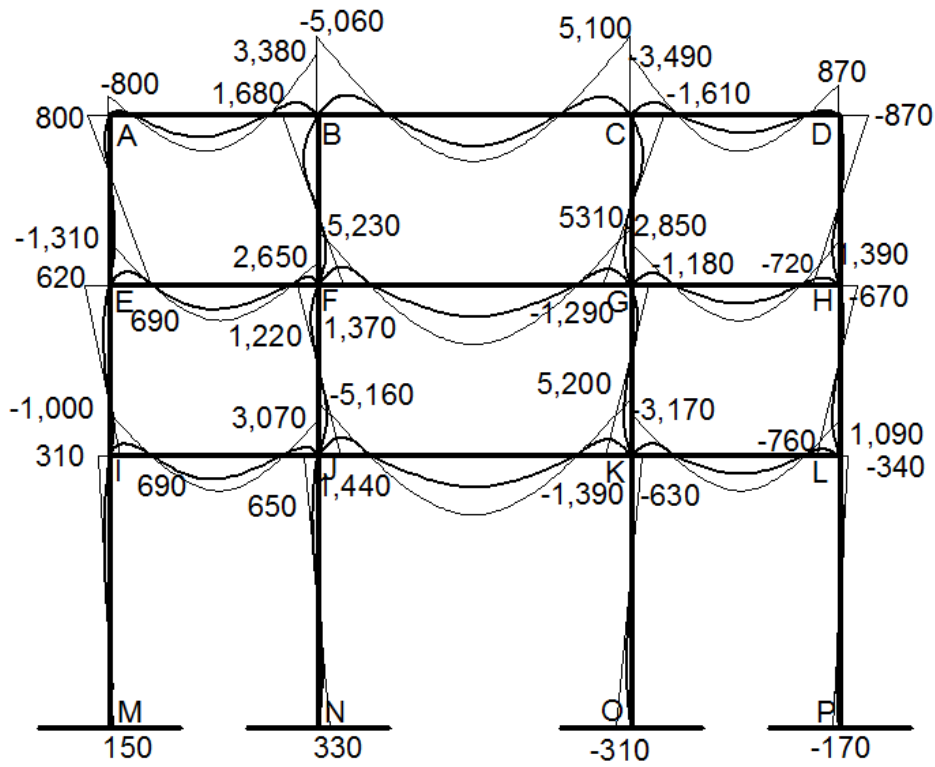
$$M_{AB} = -0.80$$

Tabla XLI. Momentos finales, carga muerta

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	-0.80	H-G	1.39
A-E	0.80	H-D	-0.72
B-A	3.38	H-L	-0.67
B-F	1.68	I-E	0.69
B-C	-5.06	I-J	-1.00
C-B	5.10	I-M	0.31
C-G	-1.61	J-F	1.44
C-D	-3.49	J-I	3.07
D-C	0.87	J-N	0.65
D-H	-0.87	J-K	-5.16
E-A	0.69	K-J	5.20
E-F	-1.31	K-G	-1.39
E-I	0.62	K-L	-3.17
F-E	2.65	K-O	-0.63
F-J	1.22	L-H	-0.76
F-B	1.37	L-K	1.09
F-G	-5.23	L-P	-0.34
G-F	5.31	M-I	0.15
G-K	-1.18	N-J	0.33
G-C	-1.29	O-K	-0.31
G-H	-2.85	P-L	-0.17

Fuente: elaboración propia.

Figura 77. Diagrama de momentos con Kani, carga muerta

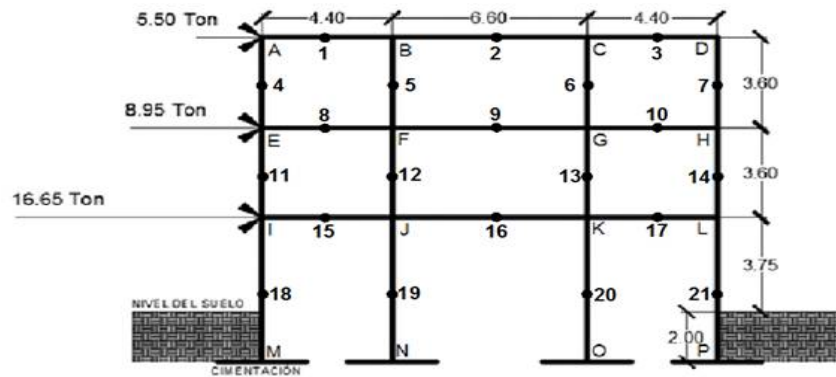


Fuente: elaboración propia.

6.4. Análisis estructural de carga horizontal

6.4.1. Método del portal

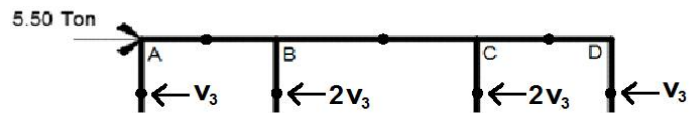
Figura 78. Cargas horizontales y puntos de inflexión



Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de fuerza cortante
 - Para el tercer nivel

Figura 79. Fuerza cortante, tercer nivel



Fuente: elaboración propia.

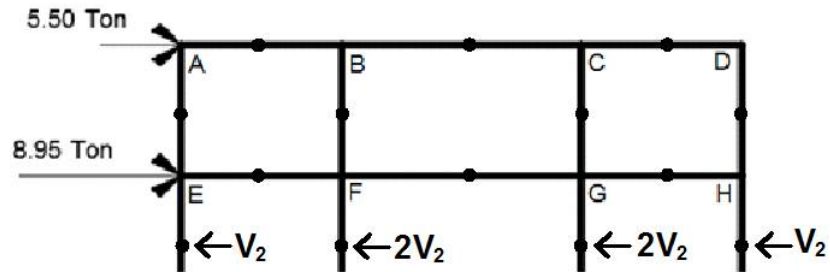
$$F - V = 0$$

$$5.50 \text{ Ton} - V_3 - 2V_3 - 2V_3 - V_3 = 0$$

$$6V_3 = 5.50 \text{ Ton} \quad V_3 = 0.92 \text{ Ton}$$

- Para el segundo nivel

Figura 80. Fuerza cortante, segundo nivel

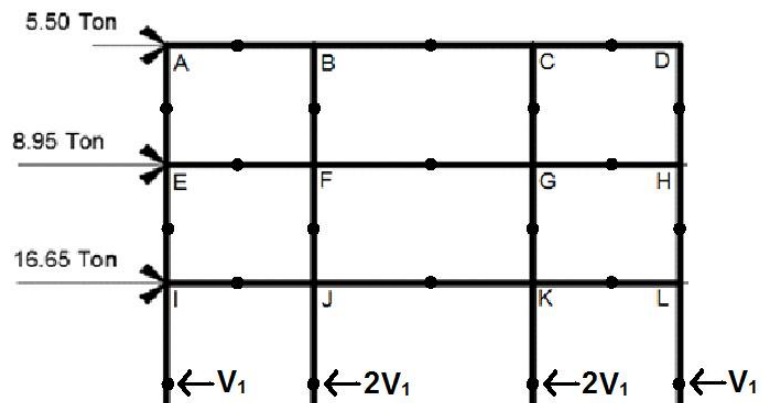


Fuente: elaboración propia.

$$V_2 = 2.41 \text{ Ton}$$

- Para el primer nivel

Figura 81. Fuerza cortante, primer nivel



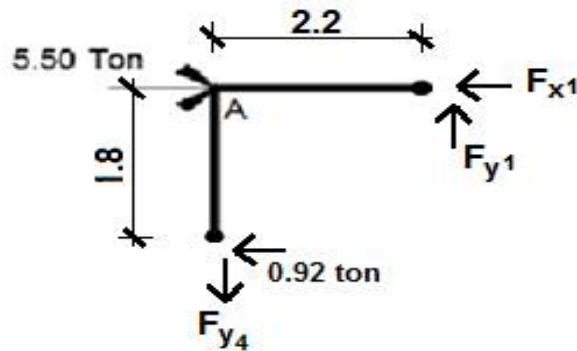
Fuente: elaboración propia.

$$V_1 = 5.18 \text{ Ton}$$

- Análisis de los nodos

- Nudo A

Figura 82. Diagrama de fuerzas, nudo A



Fuente: elaboración propia.

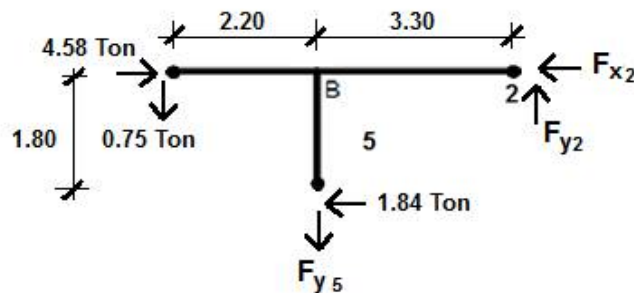
$$\sum F_x = 0 \quad 5.50 \text{ Ton} - 0.92 \text{ Ton} - F_{x1} = 0 \quad F_{x1} = 4.58 \text{ Ton}$$

$$\sum M_A = 0 \quad -2.2 F_{y1} + 0.92(1.8) = 0 \quad F_{y1} = 0.75 \text{ Ton}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \uparrow +0.75 \text{ Ton} - F_{y4} = 0 \quad F_{y4} = 0.75 \text{ Ton}$$

- Nudo B

Figura 83. Diagrama de fuerzas, nudo B



Fuente: elaboración propia.

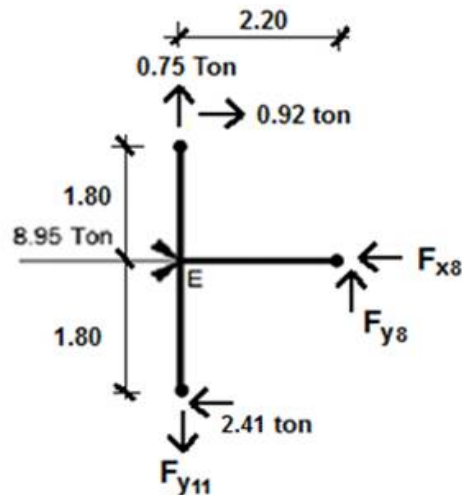
$$\sum F_x = 0 \rightarrow +4.58 \text{ Ton} - 1.84 \text{ Ton} - F_{x2} = 0 F_{x2} = 2.74 \text{ Ton}$$

$$\begin{aligned} \curvearrowright \sum M_B = 0 - 0.75(2.20) + 1.84(1.80) - 3.3 F_{y2} &= 0 F_{y2} \\ &= 0.50 \text{ Ton} \end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + -0.75 \text{ Ton} + F_{y5} + 0.50 \text{ Ton} = 0 \quad F_{y5} = 0.25 \text{ Ton}$$

o Nodo E

Figura 84. Diagrama de fuerzas, nodo E



Fuente: elaboración propia.

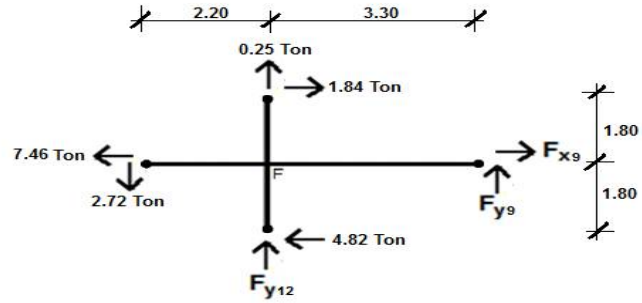
$$\sum F_x = 0 \rightarrow +0.92 \text{ Ton} + 8.95 \text{ Ton} - 2.41 \text{ Ton} - F_{x8} = 0 F_{x8} = 7.46 \text{ Ton}$$

$$\begin{aligned} \curvearrowright \sum M_E = 0 0.92(1.80) + 2.41(1.80) - 2.20 F_{y8} &= 0 F_{y8} \\ &= 2.72 \text{ Ton} \end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0 0.75 \text{ Ton} - F_{y11} + 2.72 \text{ Ton} = 0 \quad F_{y11} = 3.47 \text{ Ton}$$

- o Nodo F

Figura 85. Diagrama de fuerzas, nodo F



Fuente: elaboración propia.

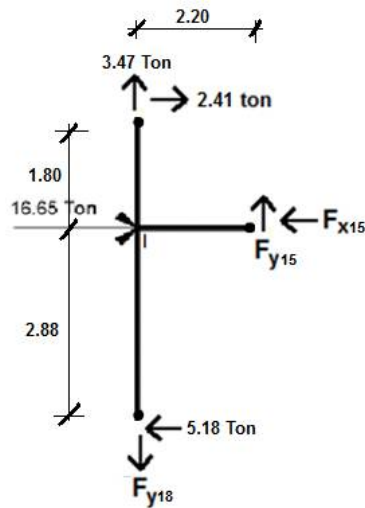
$$\sum F_x = 0 \rightarrow +1.84 \text{ Ton} - 4.82 \text{ Ton} - 7.46 \text{ Ton} + F_{x9} = 0 \Rightarrow F_{x9} = 10.44 \text{ Ton}$$

$$\begin{aligned} \sum M_E = 0 & \rightarrow 4.82(1.80) + 1.84(1.80) - 2.72(2.20) - 3.30 F_{y9} = 0 \\ & \Rightarrow F_{y9} = 1.82 \text{ Ton} \end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow +0.25 \text{ Ton} + F_{y12} + 1.82 - 2.72 \text{ Ton} = 0 \quad \Rightarrow F_{y12} = 0.65 \text{ Ton}$$

- o Nodo I

Figura 86. Diagrama de fuerzas, nodo I



Fuente: elaboración propia.

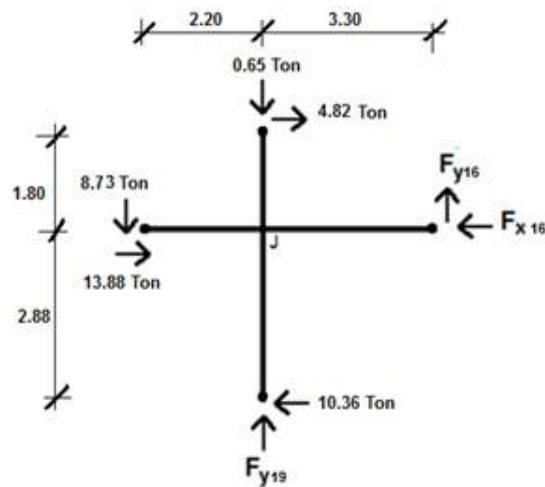
$$\sum F_x = 0 \rightarrow 16.65 \text{ Ton} + 2.41 \text{ Ton} - 5.18 \text{ Ton} - F_{x15} = 0 F_{x15} = 13.88 \text{ Ton}$$

$$\begin{aligned} \sum M_E = 0 & \rightarrow 0.518(2.87) + 2.41(1.80) - 2.20 F_{y15} = 0 F_{y15} \\ & = 8.73 \text{ Ton} \end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + 8.75 \text{ Ton} - F_{y18} + 3.47 \text{ Ton} = 0 \quad F_{y18} = 12.22 \text{ Ton}$$

o **Nodo J**

Figura 87. Diagrama de fuerzas, nodo J



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +4.82 \text{ Ton} + 13.88 \text{ Ton} - 10.63 \text{ Ton} - F_{x16} = 0 F_{x16} = 8.07 \text{ Ton}$$

$$\begin{aligned} \sum M_E = 0 & \rightarrow 0.1036(2.87) + 4.82(1.80) - 8.73(2.20) - 3.30 F_{y16} = 0 F_{y16} \\ & = 5.85 \text{ Ton} \end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + -0.65 \text{ Ton} - 8.73 \text{ Ton} + F_{y19} + 5.85 \text{ Ton} = 0 \quad F_{y19} = 3.53 \text{ Ton}$$

Tabla XLII. **Carga axial**

Tramo		Carga Axial (Ton)	Tramo		Carga Axial (Ton)
A	B	4.58	F	J	0.65
B	C	2.74	G	K	0.65
C	D	4.58	H	L	3.47
A	E	0.75	I	J	13.88
B	F	0.25	J	K	8.07
C	G	0.25	K	L	13.88
D	H	0.75	I	M	12.22
E	F	7.46	J	N	3.56
F	G	10.44	K	O	3.56
G	H	7.46	L	P	12.22
E	I	3.47			

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLIII. **Fuerza cortante**

Tramo		Fuerza cortante (Ton)	Tramo		Fuerza cortante (Ton)
A	B	0.75	F	J	4.82
B	C	0.5	G	K	4.82
C	D	0.75	H	L	2.41
A	E	0.92	I	J	8.74
B	F	1.84	J	K	5.85
C	G	1.84	K	L	8.75
D	H	0.92	I	M	5.18
E	F	2.72	J	N	10.36
F	G	1.82	K	O	10.36
G	H	2.72	L	P	5.18
E	I	2.41			

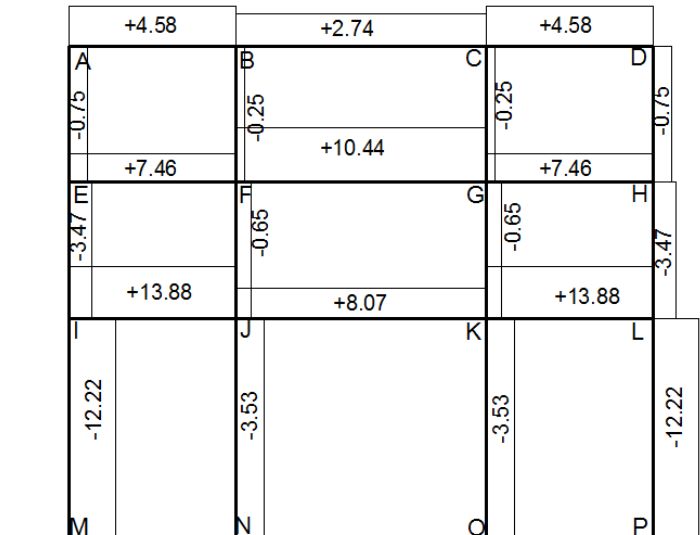
Fuente: elaboración propia.

Tabla XLIV. **Momento flexionante**

Tramo		Momento Flexionante (Ton-m)	Tramo		Momento Flexionante (Ton-m)
A	B	1.65	F	J	-8.68
B	C	1.65	G	K	-8.68
C	D	1.65	H	L	-4.34
A	E	-1.66	I	J	19.23
B	F	-3.31	J	K	19.30
C	G	-3.31	K	L	19.25
D	H	-1.66	I	M	-14.89
E	F	5.984	J	N	-29.84
F	G	6.01	K	O	-29.84
G	H	5.98	L	P	-14.89
E	I	-4.338			

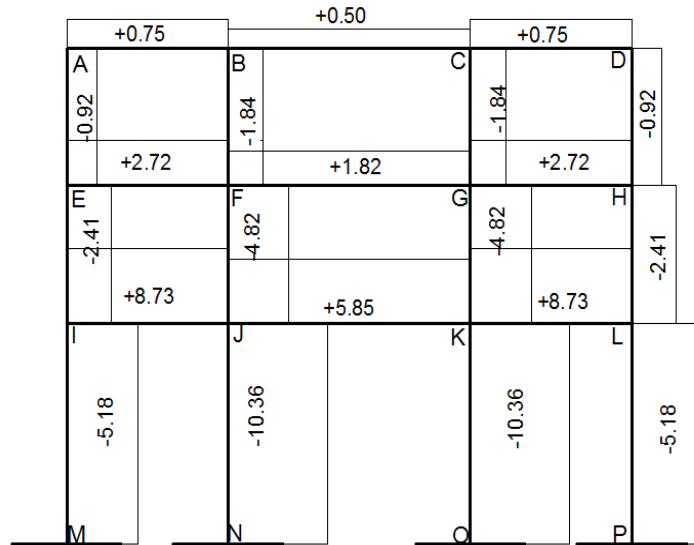
Fuente: elaboración propia.

Figura 88. **Diagrama de carga axial, método del portal**



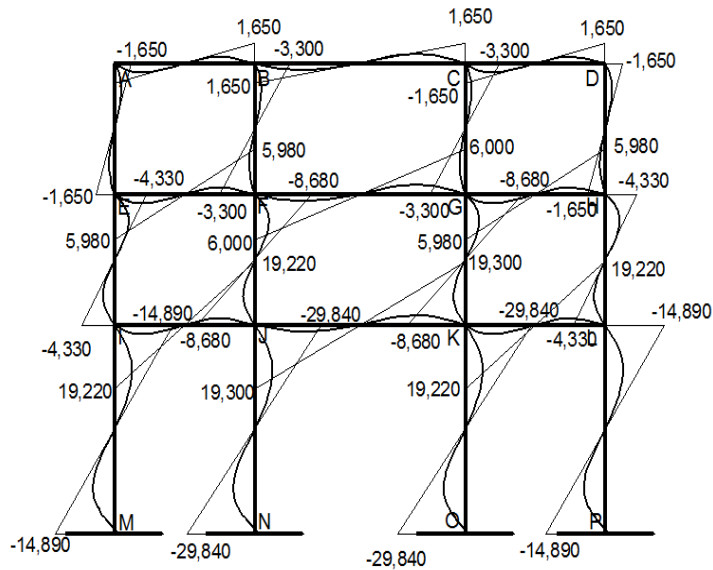
Fuente: elaboración propia.

Figura 89. Diagrama de fuerza cortante, método del portal



Fuente: elaboración propia.

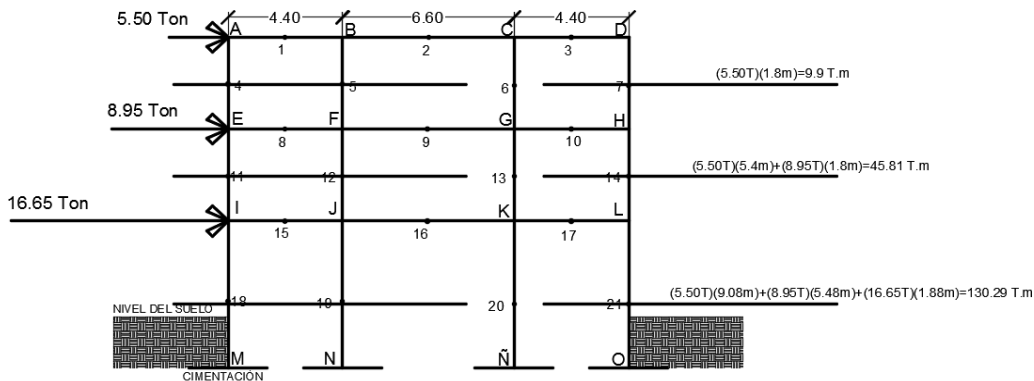
Figura 90. Diagrama de momentos con el método del portal, carga horizontal



Fuente: elaboración propia.

6.4.2. Método del voladizo

Figura 91. Esquema de cálculo de momentos de piso



Fuente: elaboración propia.

Tabla XLV. Ubicación del eje neutro

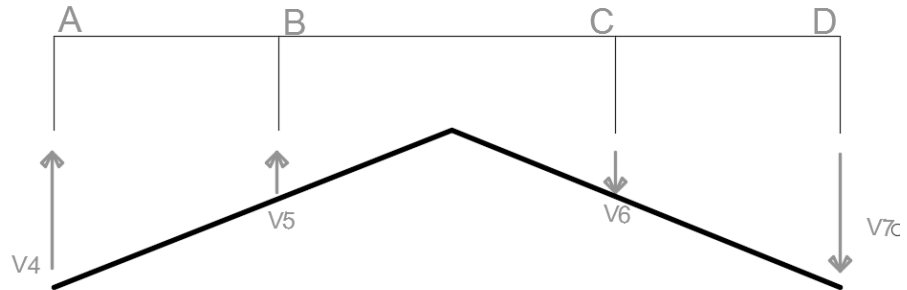
Columna	Área	\bar{x}	$A * \bar{x}$
1	0.25	0	0
2	0.25	4.4	1.1
3	0.25	11	2.75
4	0.25	15.4	3.85
Σ	1		Σ 7.7

Fuente: elaboración propia.

Utilizando el método de ejes paralelos, se encuentra la inercia de la edificación con respecto al eje neutro, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 I = & \left[\left(\frac{1}{12} \right) (0.50)(0.50)^3 + (0.25)(7.7)^2 \right] + \left[\left(\frac{1}{12} \right) (0.50)(0.50)^3 + (0.25)(7.7 - 4.40)^2 \right] \\
 & + \left[\left(\frac{1}{12} \right) (0.50)(0.50)^3 + (0.25)(11 - 7.7)^2 \right] \\
 & + \left[\left(\frac{1}{12} \right) (0.50)(0.50)^3 + (0.25)(15.4 - 7.7)^2 \right] = 35.10 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

Figura 92. Fuerzas verticales, tercer nivel



Fuente: elaboración propia.

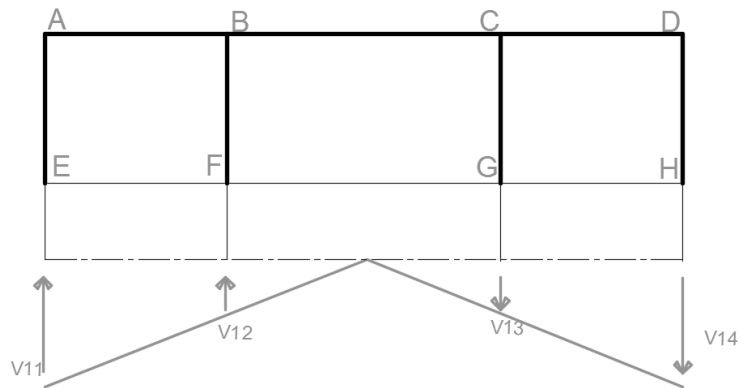
$$V_4 = \frac{(9.9)(7.7)}{35.10} (0.25) = 0.54 T$$

$$V_5 = \frac{(9.9)(7.7 - 4.40)}{35.10} (0.25) = 0.23 T$$

$$V_6 = \frac{(9.9)(11 - 7.7)}{35.10} (0.25) = 0.23 T$$

$$V_7 = \frac{(9.9)(15.4 - 7.7)}{35.10} (0.25) = 0.54 T$$

Figura 93. Fuerzas verticales, segundo nivel



Fuente: elaboración propia.

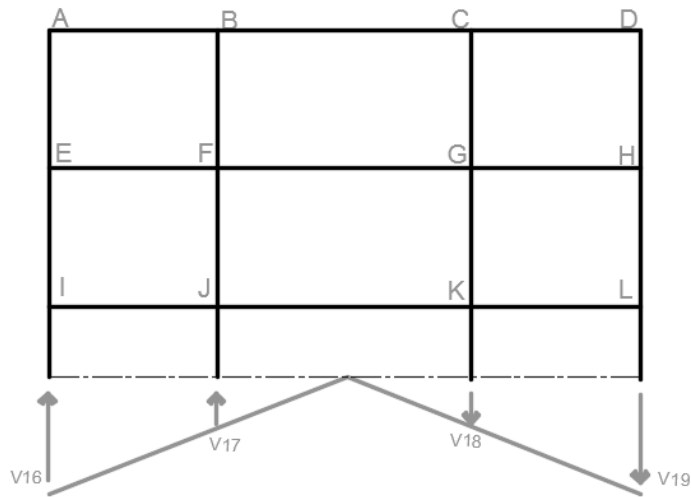
$$V_{11} = \frac{(45.81)(7.7)}{35.10} (0.25) = 2.51 T$$

$$V_{12} = \frac{(45.81)(7.7 - 4.40)}{35.10} (0.25) = 1.07 T$$

$$V_{13} = \frac{(45.81)(11 - 7.7)}{35.10} (0.25) = 1.07 T$$

$$V_{14} = \frac{(45.81)(15.4 - 7.7)}{35.10} (0.25) = 2.51 T$$

Figura 94. Fuerzas verticales, primer nivel



Fuente: elaboración propia.

$$V_{16} = \frac{(130.29)(7.7)}{35.10} (0.25) = 7.14 T$$

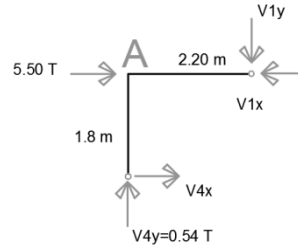
$$V_{17} = \frac{(130.29)(7.7 - 4.40)}{35.10} (0.25) = 3.06 T$$

$$V_{18} = \frac{(130.29)(11 - 7.7)}{35.10} (0.25) = 3.06 T$$

$$V_{19} = \frac{(130.29)(15.4 - 7.7)}{35.10} (0.25) = 7.14 T$$

Al encontrar las fuerzas verticales internas en los puntos de inflexión, se procede a analizar el marco C por nodo, a través de las ecuaciones de equilibrio. El objetivo es encontrar el resto de fuerzas internas.

Figura 95. Análisis del nodo A



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_y = 0$$

$$-V_{1y} + 0.54 = 0$$

$$V_{1y} = 0.54 \text{ T}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-(0.54)(2.20) + V_{4x}(1.8) = 0$$

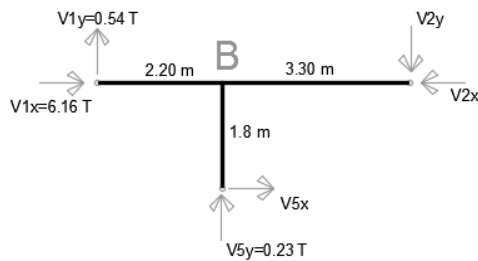
$$V_{4x} = 0.66 \text{ T}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$5.50 + 0.66 - V_{1x} = 0$$

$$V_{1x} = 6.16 \text{ T}$$

Figura 96. Análisis del nodo B



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_y = 0$$

$$-V_{2y} + 0.54 + 0.23 = 0$$

$$V_{2y} = 0.77 T$$

$$\sum M_B = 0$$

$$-(0.77)(3.30) + V_{5x}(1.8) - (0.54)(2.20) = 0$$

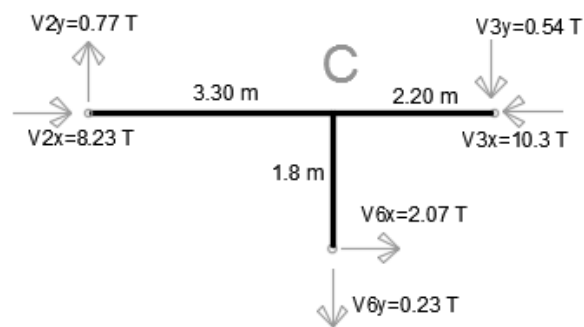
$$V_{5x} = 2.07 T$$

$$\sum F_x = 0$$

$$6.16 + 2.07 - V_{2x} = 0$$

$$V_{1x} = 8.23 T$$

Figura 97. Análisis del nodo C



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$0.77 - 0.23 - V_{3y} = 0$$

$$V_{3y} = 0.54 T$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-(0.77)(3.30) + V_{6x}(1.8) - (0.54)(2.20) = 0$$

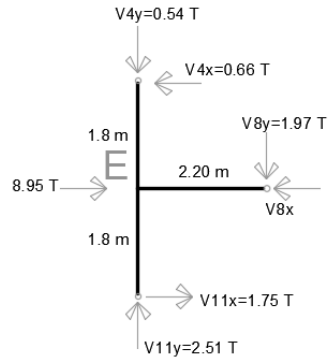
$$V_{6x} = 2.07 T$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$8.23 + 2.07 - V_{3x} = 0$$

$$V_{3x} = 10.3 T$$

Figura 98. Análisis del nodo E



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$-0.54 + 2.51 - V_{8y} = 0$$

$$V_{8y} = 1.97 T$$

$$\sum M_E = 0$$

$$(0.66)(1.8) - (1.97)(2.20) + (V_{11x})(1.8) = 0$$

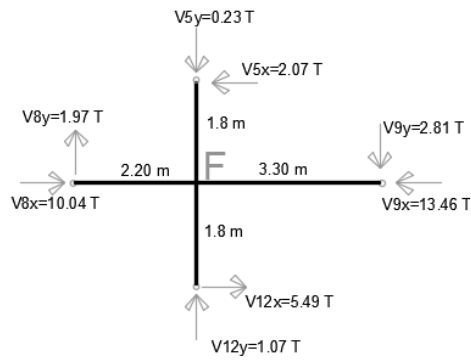
$$V_{11x} = 1.75 T$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$8.95 - 0.66 - V_{8x} + 1.75 = 0$$

$$V_{8x} = 10.04 T$$

Figura 99. Análisis del nodo F



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$1.97 - 0.23 + 1.07 - V_{9y} = 0$$

$$V_{9y} = 2.81 T$$

$$\sum M_F = 0$$

$$(2.07)(1.8) - (1.97)(2.20) + (V_{12x})(1.8) - (2.81)(3.30) = 0$$

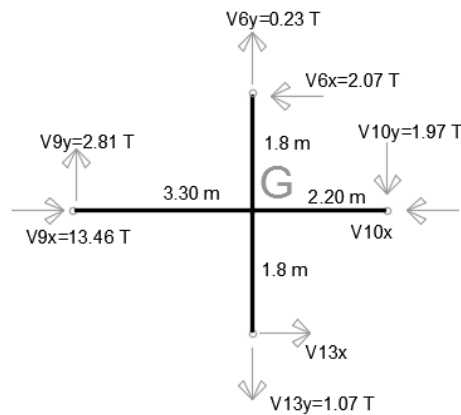
$$V_{12x} = 5.49 T$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$10.04 - 2.07 + 5.49 - V_{9x} = 0$$

$$V_{9x} = 13.46 T$$

Figura 100. **Análisis del nodo G**



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$0.23 + 2.81 - 1.07 - V_{10y} = 0$$

$$V_{10y} = 1.97 T$$

$$\sum M_G = 0$$

$$(2.07)(1.8) - (2.81)(3.30) + (V_{13x})(1.8) - (1.97)(2.20) = 0$$

$$V_{13x} = 5.49 T$$

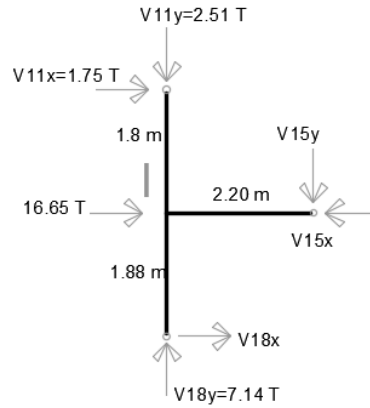
$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$-2.07 + 13.46 + 5.49 - V_{10x} = 0$$

$$V_{10x} = 16.88 T$$

$$V_{14x} = 27.18 T$$

Figura 101. **Análisis del nodo I**



Fuente: elaboración propia.

$$\sum F_y = 0 \uparrow +$$

$$-2.51 + 7.14 - V_{15y} = 0$$

$$V_{15y} = 4.63 \text{ T}$$

$$\sum M_I = 0$$

$$-(1.75)(1.8) - (4.63)(2.20) + (V_{18x})(1.88) = 0$$

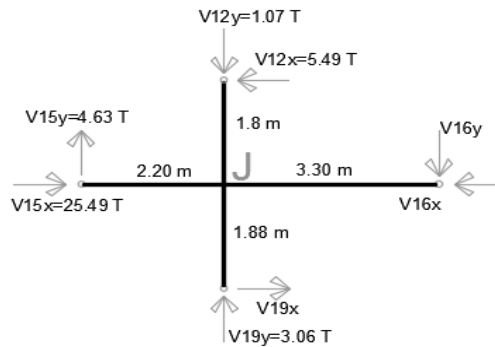
$$V_{18x} = 7.09 \text{ T}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +$$

$$16.65 + 1.75 - V_{15x} + 7.09 = 0$$

$$V_{15x} = 25.49 \text{ T}$$

Figura 102. **Análisis del nodo J**



Fuente: elaboración propia.

$$\sum Fy = 0 \uparrow +$$

$$-1.07 - V_{16y} + 3.06 + 4.63 = 0$$

$$V_{16y} = 6.62 T$$

$$\sum M_j = 0$$

$$(5.49)(1.8) - (6.62)(3.30) + (V_{19x})(1.88) - (4.63)(2.20) = 0$$

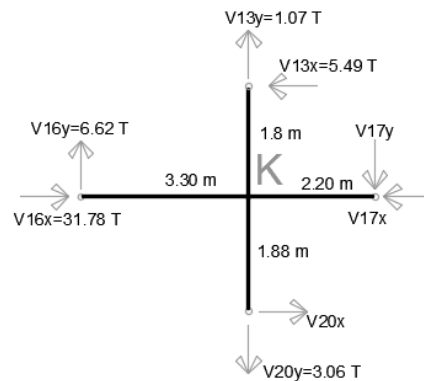
$$V_{19x} = 11.78 T$$

$$\sum Fx = 0 \rightarrow +$$

$$11.78 - V_{16x} - 5.49 + 25.49 = 0$$

$$V_{16x} = 31.78 T$$

Figura 103. **Análisis del nodo K**



Fuente: elaboración propia.

$$\sum Fy = 0 \uparrow +$$

$$1.07 - V_{17y} - 3.06 + 6.62 = 0$$

$$V_{17y} = 4.63 T$$

$$\sum M_K = 0$$

$$(5.49)(1.8) - (4.63)(2.20) + (V_{20x})(1.88) - (6.62)(3.30) = 0$$

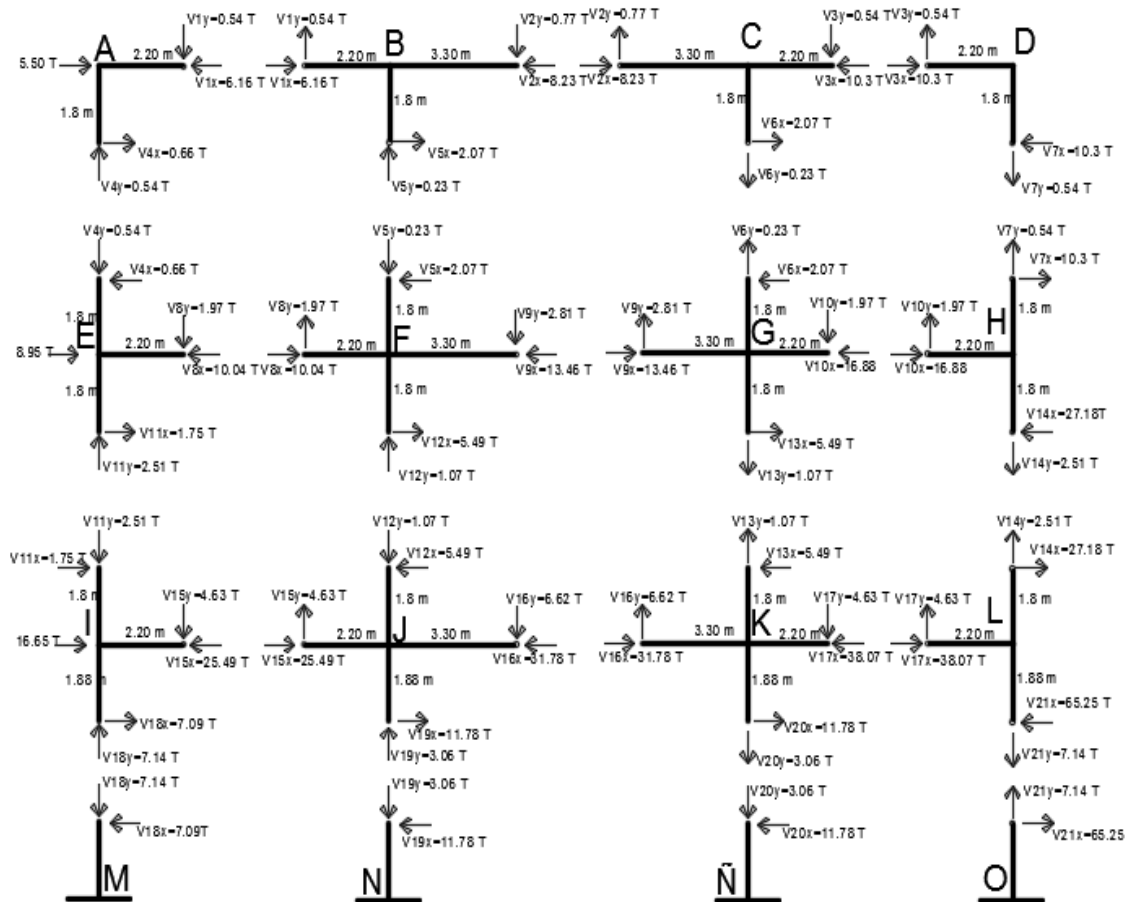
$$V_{20x} = 11.78 T$$

$$\sum Fx = 0 \rightarrow +$$

$$11.78 - V_{17x} - 5.49 + 31.78 = 0$$

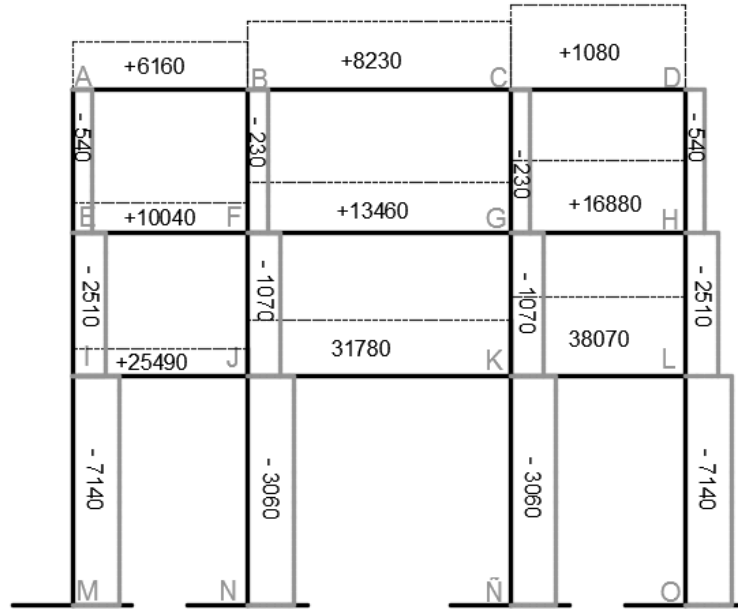
$$V_{17x} = 38.07 T$$

Figura 104. Diagrama de fuerzas internas, método del voladizo



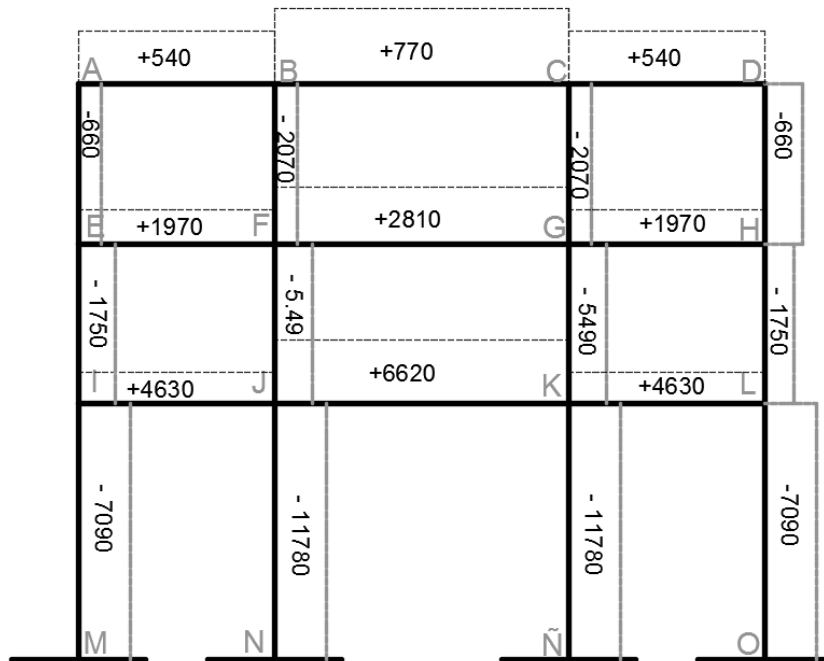
Fuente: elaboración propia.

Figura 105. Diagrama de carga axial, método del voladizo



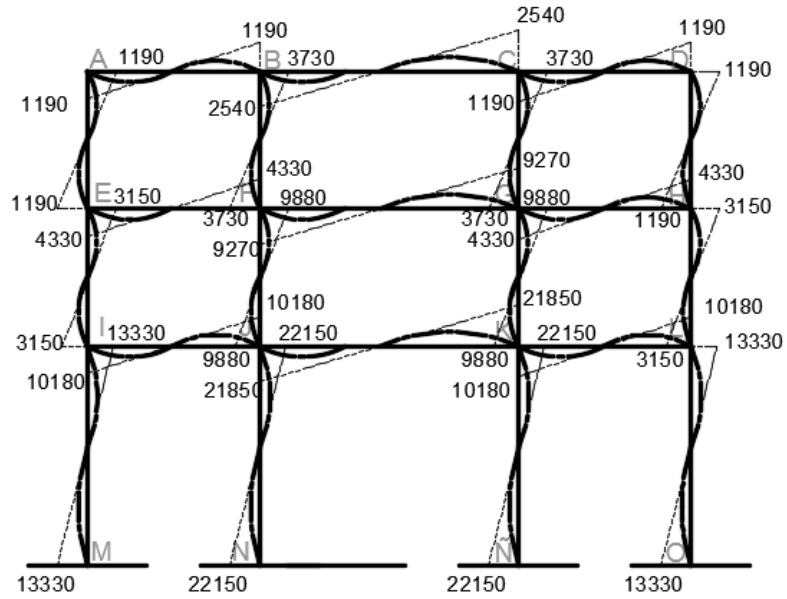
Fuente: elaboración propia.

Figura 106. Diagrama de fuerza cortante, método del voladizo



Fuente: elaboración propia.

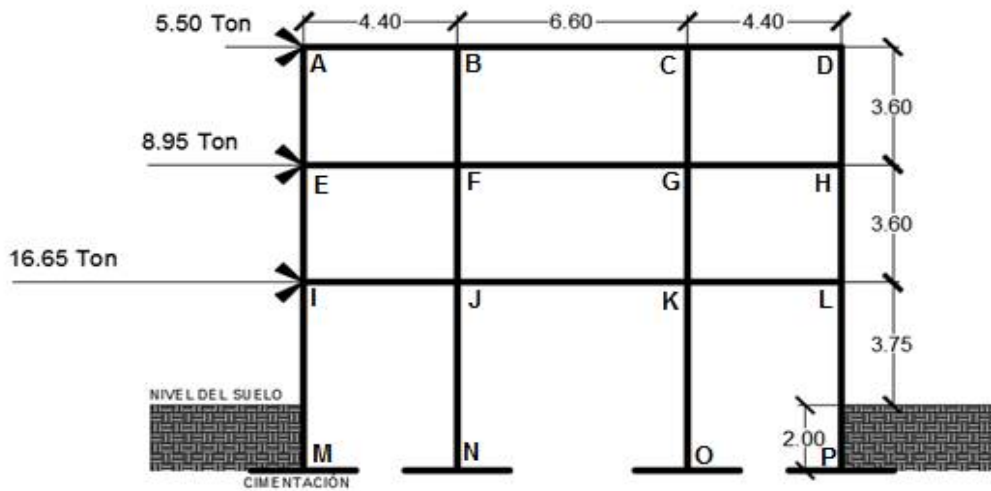
Figura 107. **Diagrama de momentos con el método del voladizo, carga horizontal**



Fuente: elaboración propia.

6.4.3. Método de Cross

Figura 108. **Carga horizontal aplicada al marco**



Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de rigidez relativa

Sección de viga = 35 x 55 cm

Sección de columna = 50 x 50 cm

- Cálculo de inercia

$$I_{viga} = 1.07 I_{columna} = 1I$$

Tabla XLVI. Rigidez relativa del nodo A a F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$K_{AB} = 0.24$	$K_{BA} = 0.24$	$K_{CB} = 0.16$	$K_{DC} = 0.24$	$K_{EA} = 0.28$	$K_{FE} = 0.24$
$K_{AE} = 0.28$	$K_{BC} = 0.16$	$K_{CD} = 0.24$	$K_{DH} = 0.28$	$K_{EF} = 0.24$	$K_{FG} = 0.16$
	$K_{BF} = 0.28$	$K_{CG} = 0.28$		$K_{EI} = 0.28$	$K_{FJ} = 0.28$
					$K_{FB} = 0.28$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLVII. Rigidez relativa del nodo G a L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$K_{GH} = 0.24$	$K_{HG} = 0.24$	$K_{IE} = 0.28$	$K_{JF} = 0.28$	$K_{KJ} = 0.16$	$K_{LH} = 0.28$
$K_{GK} = 0.28$	$K_{HD} = 0.28$	$K_{IJ} = 0.24$	$K_{JK} = 0.16$	$K_{KG} = 0.28$	$K_{LK} = 0.24$
$K_{GF} = 0.16$	$K_{HL} = 0.28$	$K_{IM} = 0.17$	$K_{JN} = 0.17$	$K_{KL} = 0.24$	$K_{LP} = 0.17$
$K_{GC} = 0.28$			$K_{JI} = 0.24$	$K_{KO} = 0.17$	

Fuente: elaboración propia.

- Cálculo de factor de distribución

En las bases empotradas

$$F_{DMI} = F_{DNJ} = F_{DOK} = F_{DPL} = 0$$

Tabla XLVIII. Factores de distribución, del nodo A a F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$F_{DAB} = 0.46$	$F_{DBA} = 0.35$	$F_{DCB} = 0.24$	$F_{DDC} = 0.46$	$F_{DEA} = 0.35$	$F_{DFE} = 0.25$
$F_{DAE} = 0.54$	$F_{DBC} = 0.24$	$F_{DCD} = 0.35$	$F_{DDH} = 0.54$	$F_{DEF} = 0.30$	$F_{DFG} = 0.17$
	$F_{DBF} = 0.41$	$F_{DCG} = 0.41$		$F_{DEI} = 0.35$	$F_{DFJ} = 0.29$
					$F_{DFB} = 0.29$
$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

Fuente: elaboración propia.

Tabla XLIX. Factores de distribución, del nodo G a L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$F_{DGH} = 0.25$	$F_{DHG} = 0.30$	$F_{DIE} = 0.41$	$F_{DJF} = 0.33$	$F_{DKJ} = 0.19$	$F_{DLH} = 0.41$
$F_{DGK} = 0.29$	$F_{DHD} = 0.35$	$F_{DIJ} = 0.35$	$F_{DJK} = 0.19$	$F_{DKG} = 0.33$	$F_{DLK} = 0.35$
$F_{DGF} = 0.17$	$F_{DHL} = 0.35$	$F_{DIM} = 0.24$	$F_{DJN} = 0.20$	$F_{DKL} = 0.28$	$F_{DLP} = 0.24$
$F_{DGC} = 0.29$			$F_{DJI} = 0.28$	$F_{DKO} = 0.20$	
$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$	$\Sigma = 1$

Fuente: elaboración propia.

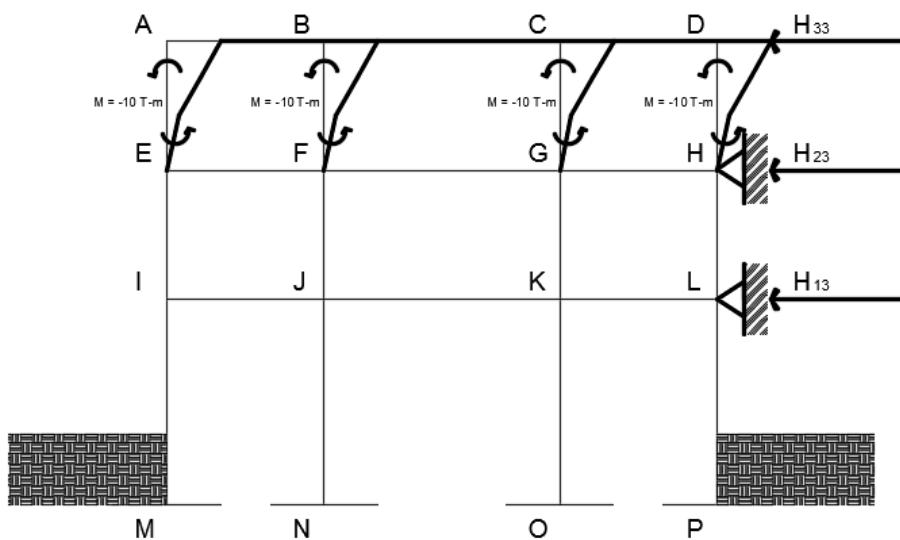
- Cálculo de momentos fijos

Para este caso no hay carga distribuida, por lo cual no se realiza el cálculo para encontrar los momentos sin lado, aplicando las cargas horizontales $H_3 = 16.65$, $H_2 = 8.95$ y $H_1 = 5.50$.

- Momento fijos de lado para tercer nivel

Se asume un valor de $MFL_{TERCER NIVEL} = -10 \text{ Ton} - m$ para el tercer nivel, esto es fijando el desplazamiento en los niveles dos y uno, por lo que únicamente se generan momentos de lado en dicho nivel. Como el desplazamiento es hacia la derecha, este momento de lado deberá ser negativo.

Figura 109. **Desplazamiento en tercer nivel**



Fuente: elaboración propia.

Tabla L. Imposición de momentos en el nivel 3, nodos A a E

	NODO A		NODO B			NODO C			NODO D		NODO E		
	A-B	A-E	B-A	B-C	B-F	C-B	C-D	C-G	D-C	D-H	E-A	E-F	E-I
FD	0.46	0.54	0.35	0.24	0.41	0.24	0.35	0.41	0.46	0.54	0.35	0.30	0.35
MF	0.00	-10.00	0.00	0.00	-10.00	0.00	0.00	-10.00	0.00	-10.00	-10.00	0.00	0.00
Md1	4.60	5.40	3.50	2.40	4.10	2.40	3.50	4.10	4.60	5.40	3.50	3.00	3.50
Mt1	1.75	1.75	2.30	1.20	1.45	1.20	2.30	1.45	1.75	1.75	2.70	1.25	0.00
Md2	-1.61	-1.89	-1.73	-1.19	-2.03	-1.19	-1.73	-2.03	-1.61	-1.89	-1.38	-1.19	-1.38
Mt2	-0.87	-0.69	-0.81	-0.59	-0.64	-0.59	-0.81	-0.64	-0.87	-0.69	-0.95	-0.55	-0.36
Md3	0.72	0.84	0.71	0.49	0.84	0.49	0.71	0.84	0.72	0.84	0.65	0.56	0.65
Mt3	0.36	0.32	0.36	0.24	0.32	0.24	0.36	0.32	0.36	0.32	0.42	0.28	0.18
Md4	-0.31	-0.37	-0.32	-0.22	-0.38	-0.22	-0.32	-0.38	-0.31	-0.37	-0.31	-0.26	-0.31
MFF	4.63	-4.63	4.01	2.33	-6.34	2.33	4.01	-6.34	4.63	-4.63	-5.37	3.08	2.28

Fuente: elaboración propia.

Tabla LI. Imposición de momentos en el nivel 3, nodos F a I

	NODO F				NODO G				NODO H			NODO I		
	F-E	F-G	F-J	F-B	G-H	G-K	G-F	G-C	H-G	H-D	H-L	I-E	I-J	I-M
FD	0.25	0.17	0.29	0.29	0.25	0.29	0.17	0.29	0.30	0.35	0.35	0.41	0.35	0.24
MF	0.00	0.00	0.00	-10.00	0.00	0.00	0.00	-10.00	0.00	-10.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Md1	2.50	1.70	2.90	2.90	2.50	2.90	1.70	2.90	3.00	3.50	3.50	0.00	0.00	0.00
Mt1	1.50	0.85	0.00	2.05	1.50	0.00	0.85	2.05	1.25	2.70	0.00	1.75	0.00	0.00
Md2	-1.10	-0.75	-1.28	-1.28	-1.10	-1.28	-0.75	-1.28	-1.19	-1.38	-1.38	-0.72	-0.61	-0.42
Mt2	-0.59	-0.37	-0.24	-1.01	-0.59	-0.24	-0.37	-1.01	-0.55	-0.95	-0.36	-0.69	-0.20	0.00
Md3	0.56	0.38	0.64	0.64	0.56	0.64	0.38	0.64	0.56	0.65	0.65	0.37	0.31	0.21
Mt3	0.28	0.19	0.18	0.42	0.28	0.18	0.19	0.42	0.28	0.42	0.18	0.32	0.15	0.00
Md4	-0.27	-0.18	-0.31	-0.31	-0.27	-0.31	-0.18	-0.31	-0.26	-0.31	-0.31	-0.20	-0.17	-0.11
MFF	2.87	1.81	1.90	-6.59	2.87	1.90	1.81	-6.59	3.08	-5.37	2.28	0.84	-0.52	-0.32

Fuente: elaboración propia.

Tabla LII. Imposición de momentos en el nivel 3, nodos J a P

	NODO J				NODO K				NODO L			NODO M	NODO N	NODO O	NODO P
	J-F	J-I	J-K	J-N	K-J	K-G	K-L	K-O	L-H	L-K	L-P	M-I	N-J	O-K	P-L
FD	0.33	0.28	0.19	0.20	0.19	0.33	0.28	0.20	0.41	0.35	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00
MF	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Md1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt1	1.45	0.00	0.00	0.00	0.00	1.45	0.00	0.00	1.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Md2	-0.48	-0.41	-0.28	-0.29	-0.28	-0.48	-0.41	-0.29	-0.72	-0.61	-0.42	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt2	-0.64	-0.31	-0.14	0.00	-0.14	-0.64	-0.31	0.00	-0.69	-0.20	0.00	-0.21	-0.15	-0.15	-0.21
Md3	0.36	0.30	0.21	0.22	0.21	0.36	0.30	0.22	0.37	0.31	0.21	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt3	0.32	0.16	0.10	0.00	0.10	0.32	0.16	0.00	0.32	0.15	0.00	0.11	0.11	0.11	0.11
Md4	-0.19	-0.16	-0.11	-0.12	-0.11	-0.19	-0.16	-0.12	-0.20	-0.17	-0.11	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	0.82	-0.42	-0.22	-0.19	-0.22	0.82	-0.42	-0.19	0.84	-0.52	-0.32	-0.10	-0.04	-0.04	-0.10

Fuente: elaboración propia.

Tabla LIII. Momentos finales con desplazamiento en nivel 3

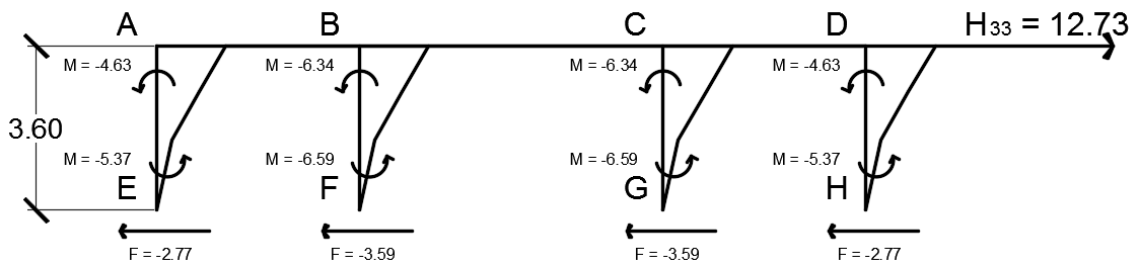
TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	4.63	<u>H-G</u>	3.08
A-E	-4.63	<u>H-D</u>	-5.37
<u>B-A</u>	4.01	<u>H-L</u>	2.28
B-C	2.33	I-E	0.84
B-F	-6.34	I-J	-0.52
C-B	2.33	<u>I-M</u>	-0.32
<u>C-D</u>	4.01	J-F	0.82
<u>C-G</u>	-6.34	<u>J-I</u>	-0.42
<u>D-C</u>	4.63	J-K	-0.22
D-H	-4.63	J-N	-0.19
<u>E-A</u>	-5.37	K-J	-0.22
<u>E-F</u>	3.08	<u>K-G</u>	0.82
<u>E-I</u>	2.28	<u>K-L</u>	-0.42
F-E	2.87	K-O	-0.19
F-G	1.81	L-H	0.84
F-J	1.90	L-K	-0.52
<u>F-B</u>	-6.59	<u>L-P</u>	-0.32
G-H	2.87	<u>M-I</u>	-0.10
G-K	1.90	N-J	-0.04
G-F	1.81	<u>O-K</u>	-0.04
G-C	-6.59	<u>P-L</u>	-0.10

Fuente: elaboración propia.

- Fuerzas horizontales debidas al desplazamiento del nivel 3

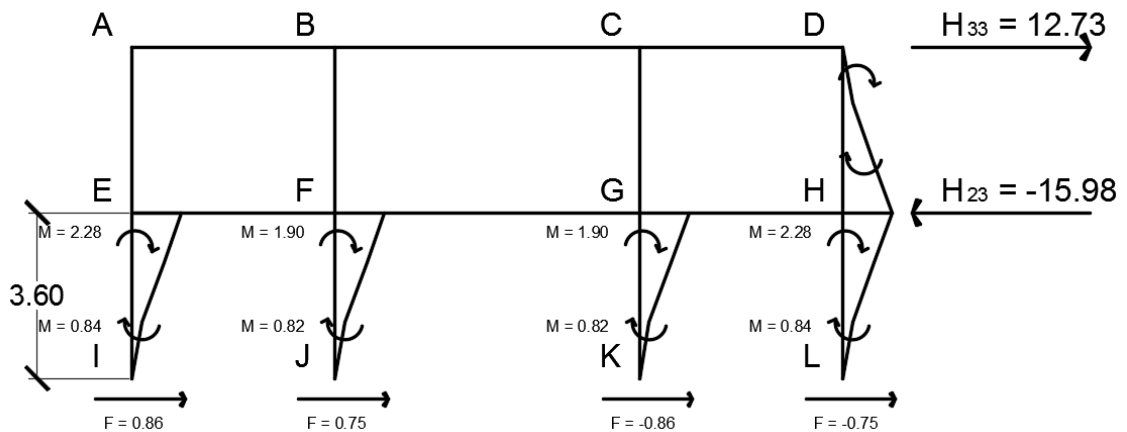
Se realiza un análisis por estática con los momentos obtenidos por nivel, para encontrar las fuerzas debidas al desplazamiento impuesto. La nomenclatura a utilizar es $H_{\text{nivel,desplazamiento}}$. Para este caso la H_{33} corresponde a la fuerza en el nivel 3, debido al desplazamiento 3. La H_{23} corresponde al desplazamiento en el nivel 2, debido al desplazamiento en nivel 3, y así sucesivamente.

Figura 110. Diagrama de fuerzas para H_{33}



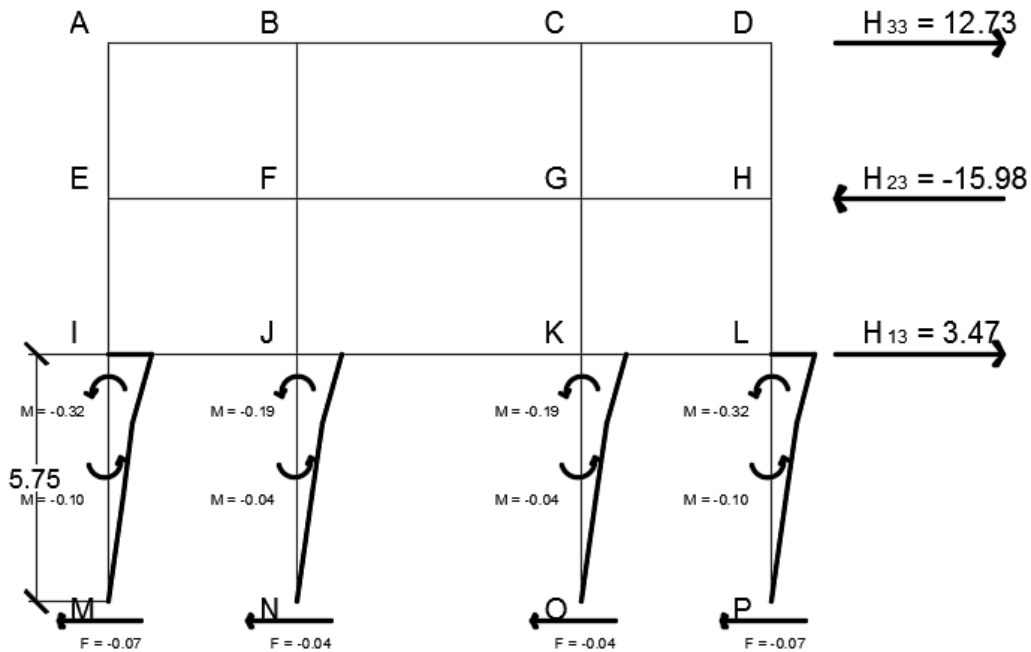
Fuente: elaboración propia.

Figura 111. Diagrama de fuerzas para H_{23}



Fuente: elaboración propia.

Figura 112. Diagrama de fuerzas para H_{13}



Fuente: elaboración propia.

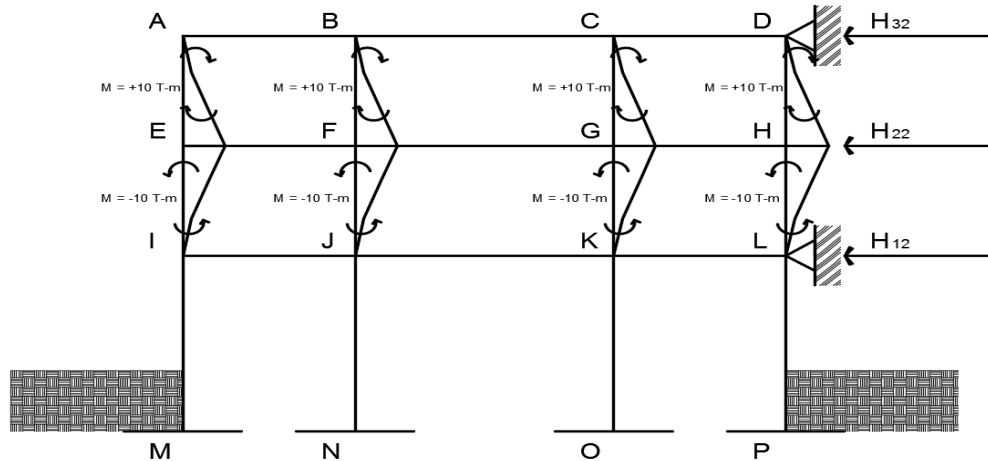
Las fuerzas correspondientes para el desplazamiento impuesto son:

$$H_{33} = 12.73 \rightarrow H_{23} = -15.98 \leftarrow H_{13} = 3.47 \rightarrow$$

- Momento fijos de lado para el 2do nivel

Ahora se asumirá un desplazamiento en el segundo nivel, manteniendo fijos el tercero y el primero. Cabe destacar que, según la siguiente gráfica, los desplazamientos en el segundo nivel están hacia la derecha, por lo que tienen signo negativo. Al esquematizar el desplazamiento del tercer nivel puede observarse que este es hacia la izquierda, por lo que tienen signo positivo.

Figura 113. Desplazamiento impuesto en segundo nivel



Fuente: elaboración propia.

$$MFL_{NIVEL 2} = -10 \text{ Ton} - m$$

$$MFL_{NIVEL 3} = -(10 \text{ Ton} - m) * \frac{1/3.60^2}{1/3.60^2} = +10 \text{ Ton} - m$$

Tabla LIV. Imposición de momentos en nivel 2, nodos A a E

	NODO A		NODO B			NODO C			NODO D		NODO E		
	A-B	A-E	B-A	B-C	B-F	C-B	C-D	C-G	D-C	D-H	E-A	E-F	E-I
FD	0.46	0.54	0.35	0.24	0.41	0.24	0.35	0.41	0.46	0.54	0.35	0.30	0.35
MF	0.00	10.00	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	10.00	0.00	10.00	10.00	0.00	-10.00
Md1	-4.60	-5.40	-3.50	-2.40	-4.10	-2.40	-3.50	-4.10	-4.60	-5.40	0.00	0.00	0.00
Mt1	-1.75	0.00	-2.30	-1.20	0.00	-1.20	-2.30	0.00	-1.75	0.00	-2.70	0.00	2.05
Md2	0.81	0.95	1.23	0.84	1.44	0.84	1.23	1.44	0.81	0.95	0.23	0.20	0.23
Mt2	0.61	0.11	0.40	0.42	0.06	0.42	0.40	0.06	0.61	0.11	0.47	0.05	-0.29
Md3	-0.33	-0.39	-0.31	-0.21	-0.36	-0.21	-0.31	-0.36	-0.33	-0.39	-0.08	-0.07	-0.08
Mt3	-0.15	-0.04	-0.17	-0.11	-0.06	-0.11	-0.17	-0.06	-0.15	-0.04	-0.20	-0.05	0.05
Md4	0.09	0.11	0.12	0.08	0.14	0.08	0.12	0.14	0.09	0.11	0.07	0.06	0.07
MFF	-5.33	5.33	-4.53	-2.58	7.11	-2.58	-4.53	7.11	-5.33	5.33	7.79	0.18	-7.97

Fuente: elaboración propia.

Tabla LV. Imposición de momentos en nivel 2, nodos F a I

	NODO F				NODO G			NODO H			NODO I			
	F-E	F-G	F-J	F-B	G-H	G-K	G-F	G-C	H-G	H-D	H-L	I-E	I-J	I-M
FD	0.25	0.17	0.29	0.29	0.25	0.29	0.17	0.29	0.30	0.35	0.35	0.41	0.35	0.24
MF	0.00	0.00	-10.00	10.00	0.00	-10.00	0.00	10.00	0.00	10.00	-10.00	-10.00	0.00	0.00
Md1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.10	3.50	2.40
Mt1	0.00	0.00	1.65	-2.05	0.00	1.65	0.00	-2.05	0.00	-2.70	2.05	0.00	1.40	0.00
Md2	0.10	0.07	0.12	0.12	0.10	0.12	0.07	0.12	0.20	0.23	0.23	-0.57	-0.49	-0.34
Mt2	0.10	0.03	-0.45	0.72	0.10	-0.45	0.03	0.72	0.05	0.47	-0.29	0.11	-0.38	0.00
Md3	-0.10	-0.07	-0.12	-0.12	-0.10	-0.12	-0.07	-0.12	-0.07	-0.08	-0.08	0.11	0.09	0.06
Mt3	-0.04	-0.03	0.07	-0.18	-0.04	0.07	-0.03	-0.18	-0.05	-0.20	0.05	-0.04	0.06	0.00
Md4	0.04	0.03	0.05	0.05	0.04	0.05	0.03	0.05	0.06	0.07	0.07	-0.01	-0.01	-0.01
MFF	0.11	0.03	-8.67	8.54	0.11	-8.67	0.03	8.54	0.18	7.79	-7.97	-6.30	4.18	2.12

Fuente: elaboración propia.

Tabla LVI. Imposición de momentos en nivel 2, nodos J a P

	NODO J		NODO K		NODO L		NODO M		NODO N		NODO O		NODO P		
	J-F	J-I	J-K	J-N	K-J	K-G	K-L	K-O	L-H	L-K	L-P	M-I	N-J	O-K	P-L
FD	0.33	0.28	0.19	0.20	0.19	0.33	0.28	0.20	0.41	0.35	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00
MF	-10.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-10.00	0.00	0.00	-10.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Md1	3.30	2.80	1.90	2.00	1.90	3.30	2.80	2.00	4.10	3.50	2.40	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt1	0.00	1.75	0.95	0.00	0.95	0.00	1.75	0.00	0.00	1.40	0.00	1.20	1.00	1.00	1.20
Md2	-0.89	-0.76	-0.51	-0.54	-0.51	-0.89	-0.76	-0.54	-0.57	-0.49	-0.34	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt2	0.06	-0.25	-0.26	0.00	-0.26	0.06	-0.25	0.00	0.11	-0.38	0.00	-0.17	-0.27	-0.27	-0.17
Md3	0.15	0.12	0.08	0.09	0.08	0.15	0.12	0.09	0.11	0.09	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt3	-0.06	0.05	0.04	0.00	0.04	-0.06	0.05	0.00	-0.04	0.06	0.00	0.03	0.04	0.04	0.03
Md4	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	-7.46	3.71	2.20	1.54	2.20	-7.46	3.71	1.54	-6.30	4.18	2.12	1.06	0.77	0.77	1.06

Fuente: elaboración propia.

Tabla LVII. Momentos finales con desplazamiento en nivel 2

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	-5.33	H-G	0.18
A-E	5.33	H-D	7.79
B-A	-4.53	H-L	-7.97
B-C	-2.58	I-E	-6.30
B-F	7.11	I-J	4.18
C-B	-2.58	I-M	2.12
C-D	-4.53	J-F	-7.46
C-G	7.11	J-I	3.71
D-C	-5.33	J-K	2.20
D-H	5.33	J-N	1.54
E-A	7.79	K-J	2.20
E-F	0.18	K-G	-7.46
E-I	-7.97	K-L	3.71
F-E	0.11	K-O	1.54
F-G	0.03	L-H	-6.30
F-J	-8.67	L-K	4.18
F-B	8.54	L-P	2.12
G-H	0.11	M-I	1.06
G-K	-8.67	N-J	0.77
G-F	0.03	O-K	0.77
G-C	8.54	P-L	1.06

Fuente: elaboración propia.

- Fuerzas horizontales debidas al desplazamiento del nivel 2

En un análisis similar al realizado para el tercer nivel, se tienen las siguientes fuerzas debido al desplazamiento en el segundo nivel:

- $H_{32} = -15.98 \leftarrow H_{22} = 32.87 \rightarrow H_{12} = -18.80 \leftarrow$

- Momento fijos de ladeo para el 1er nivel

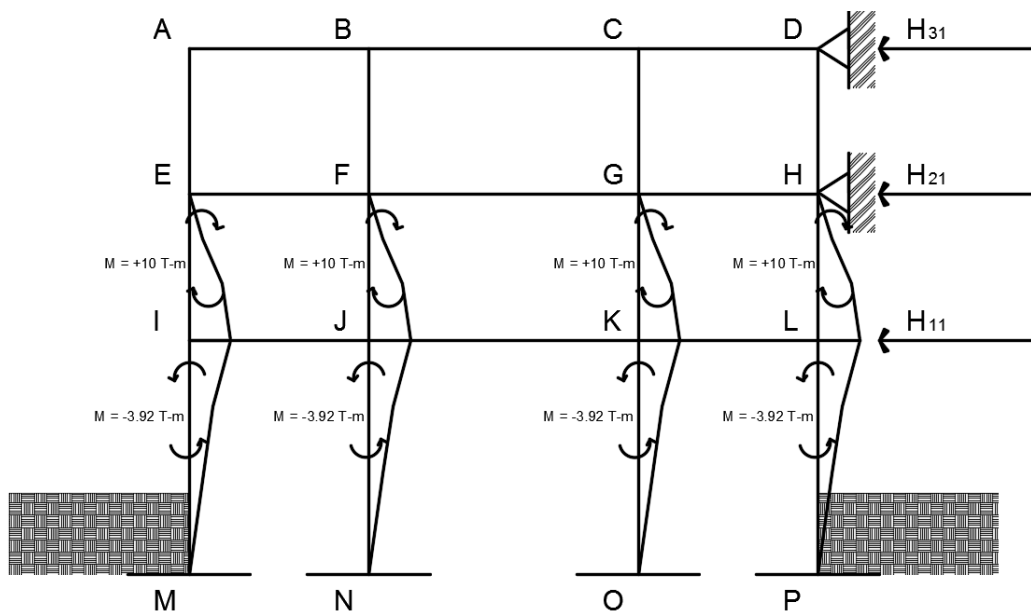
Ahora se procede a fijar los niveles 3 y 2, para imponer desplazamiento en el primer nivel. Se impone un momento positivo en el segundo nivel con un valor de 10 Ton-m, y se obtiene el momento de ladeo negativo en el primer

nivel, según la relación de la rigidez y el cuadrado de la altura de las de las columnas, de la siguiente manera:

$$MFL_{NIVEL\ 2} = +10\ Ton - m$$

$$MFL_{NIVEL\ 1} = -(10\ Ton - m) * \frac{1/5.75^2}{1/3.60^2} = -3.92\ Ton - m$$

Figura 114. **Desplazamiento impuesto en primer nivel**



Fuente: elaboración propia.

Tabla LVIII. Imposición de momentos en nivel 1, nodos A a E

	NODO A		NODO B			NODO C			NODO D		NODO E		
	A-B	A-E	B-A	B-C	B-F	C-B	C-D	C-G	D-C	D-H	E-A	E-F	E-I
FD	0.46	0.54	0.35	0.24	0.41	0.24	0.35	0.41	0.46	0.54	0.35	0.30	0.35
MF	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.00
Md1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-3.50	-3.00	-3.50
Mt1	0.00	-1.75	0.00	0.00	-1.45	0.00	0.00	-1.45	0.00	-1.75	0.00	-1.25	-1.25
Md2	0.81	0.95	0.51	0.35	0.59	0.35	0.51	0.59	0.81	0.95	0.87	0.75	0.87
Mt2	0.25	0.44	0.40	0.17	0.49	0.17	0.40	0.49	0.25	0.44	0.47	0.42	0.53
Md3	-0.32	-0.37	-0.37	-0.26	-0.44	-0.26	-0.37	-0.44	-0.32	-0.37	-0.50	-0.43	-0.50
Mt3	-0.19	-0.25	-0.16	-0.13	-0.21	-0.13	-0.16	-0.21	-0.19	-0.25	-0.19	-0.18	-0.18
Md4	0.20	0.24	0.17	0.12	0.20	0.12	0.17	0.20	0.20	0.24	0.19	0.16	0.19
MFF	0.76	-0.76	0.55	0.26	-0.81	0.26	0.55	-0.81	0.76	-0.76	-2.65	-3.53	6.18

Fuente: elaboración propia.

Tabla LIX. Imposición de momentos en nivel 1, nodos F a I

	NODO F				NODO G				NODO H			NODO I		
	F-E	F-G	F-J	F-B	G-H	G-K	G-F	G-C	H-G	H-D	H-L	I-E	I-J	I-M
FD	0.25	0.17	0.29	0.29	0.25	0.29	0.17	0.29	0.30	0.35	0.35	0.41	0.35	0.24
MF	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.00	10.00	0.00	-3.92
Md1	-2.50	-1.70	-2.90	-2.90	-2.50	-2.90	-1.70	-2.90	-3.00	-3.50	-3.50	-2.49	-2.13	-1.46
Mt1	-1.50	-0.85	-1.00	0.00	-1.50	-1.00	-0.85	0.00	-1.25	0.00	-1.25	-1.75	-0.85	0.00
Md2	0.84	0.57	0.97	0.97	0.84	0.97	0.57	0.97	0.75	0.87	0.87	1.07	0.91	0.62
Mt2	0.37	0.29	0.51	0.30	0.37	0.51	0.29	0.30	0.42	0.47	0.53	0.44	0.43	0.00
Md3	-0.37	-0.25	-0.43	-0.43	-0.37	-0.43	-0.25	-0.43	-0.43	-0.50	-0.50	-0.36	-0.30	-0.21
Mt3	-0.21	-0.12	-0.20	-0.22	-0.21	-0.20	-0.12	-0.22	-0.18	-0.19	-0.18	-0.25	-0.17	0.00
Md4	0.19	0.13	0.22	0.22	0.19	0.22	0.13	0.22	0.16	0.19	0.19	0.17	0.15	0.10
MFF	-3.18	-1.94	7.17	-2.05	-3.18	7.17	-1.94	-2.05	-3.53	-2.65	6.18	6.83	-1.97	-4.86

Fuente: elaboración propia.

Tabla LX. **Imposición de momentos en nivel 1, nodos J a P**

	NODO J				NODO K				NODO L			NODO M	NODO N	NODO O	NODO P
	J-F	J-I	J-K	J-N	K-J	K-G	K-L	K-O	L-H	L-K	L-P	M-I	N-J	O-K	P-L
FD	0.33	0.28	0.19	0.20	0.19	0.33	0.28	0.20	0.41	0.35	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00
MF	10.00	0.00	0.00	-3.92	0.00	10.00	0.00	-3.92	10.00	0.00	-3.92	-3.92	-3.92	-3.92	-3.92
Md1	-2.01	-1.70	-1.16	-1.22	-1.16	-2.01	-1.70	-1.22	-2.49	-2.13	-1.46	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt1	-1.45	-1.06	-0.58	0.00	-0.58	-1.45	-1.06	0.00	-1.75	-0.85	0.00	-0.73	-0.61	-0.61	-0.73
Md2	1.02	0.87	0.59	0.62	0.59	1.02	0.87	0.62	1.07	0.91	0.62	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt2	0.49	0.46	0.29	0.00	0.29	0.49	0.46	0.00	0.44	0.43	0.00	0.31	0.31	0.31	0.31
Md3	-0.41	-0.35	-0.23	-0.25	-0.23	-0.41	-0.35	-0.25	-0.36	-0.30	-0.21	0.00	0.00	0.00	0.00
Mt3	-0.21	-0.15	-0.12	0.00	-0.12	-0.21	-0.15	0.00	-0.25	-0.17	0.00	-0.10	-0.12	-0.12	-0.10
Md4	0.16	0.14	0.09	0.10	0.09	0.16	0.14	0.10	0.17	0.15	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	7.59	-1.81	-1.11	-4.67	-1.11	7.59	-1.81	-4.67	6.83	-1.97	-4.86	-4.44	-4.34	-4.34	-4.44

Fuente: elaboración propia.

Tabla LXI. **Momentos finales con imposición en nivel 1**

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	0.76	H-G	-3.53
A-E	-0.76	H-D	-2.65
B-A	0.55	H-L	6.18
B-C	0.26	I-E	6.83
B-F	-0.81	I-J	-1.97
C-B	0.26	I-M	-4.86
C-D	0.55	J-F	7.59
C-G	-0.81	J-I	-1.81
D-C	0.76	J-K	-1.11
D-H	-0.76	J-N	-4.67
E-A	-2.65	K-J	-1.11
E-F	-3.53	K-G	7.59
E-I	6.18	K-L	-1.81
F-E	-3.18	K-O	-4.67
F-G	-1.94	L-H	6.83
F-J	7.17	L-K	-1.97
F-B	-2.05	L-P	-4.86
G-H	-3.18	M-I	-4.44

Continuación de Tabla LXI.

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
G-K	7.17	N-J	-4.34
G-F	-1.94	O-K	-4.34
G-C	-2.05	P-L	-4.44

Fuente: elaboración propia.

- Se realiza un análisis similar al mostrado cuando se impuso desplazamiento en el tercer nivel, para obtener las fuerzas horizontales debidas al desplazamiento del nivel 1:

$$H_{31} = 3.48 \rightarrow H_{21} = -18.91 \leftarrow H_{11} = 21.79 \rightarrow$$

- Cálculo de los factores de modificación

Se debe plantear un sistema de ecuaciones, considerando las fuerzas laterales aplicadas para cada nivel. El sistema se esquematiza según la siguiente figura:

$$H_{31} X_1 + H_{32} X_2 + \dots H_{3n} X_n = F_3$$

$$H_{21} X_1 + H_{22} X_2 + \dots H_{2n} X_n = F_2$$

$$H_{11} X_1 + H_{12} X_2 + \dots H_{1n} X_n = F_1$$

Según lo anterior, se plantea el sistema de ecuaciones de la siguiente manera:

$$21.79 X_1 - 18.80 X_2 + 3.47 X_3 = 16.65 \text{ (3er nivel)}$$

$$-18.91 X_1 + 32.87 X_2 - 15.98 X_3 = 8.95 \text{ (2do nivel)}$$

$$3.48 X_1 - 15.98 X_2 + 12.74 X_3 = 5.50 \text{ (1er nivel)}$$

La solución del sistema de ecuaciones, usando la notación matricial, es:

$$[X] = [H]^{-1} [F]$$

Donde $[H]^{-1}$ representa la inversa de la matriz de coeficientes y $[F]$ es la matriz de fuerzas, las cuales se muestran a continuación:

$$[H]^{-1} \times [F] = \begin{array}{|ccc|} \hline 0.22 & 0.25 & 0.26 \\ \hline 0.25 & 0.36 & 0.39 \\ \hline 0.26 & 0.39 & 0.50 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 16.65 \\ \hline 8.95 \\ \hline 5.50 \\ \hline \end{array}$$

El producto de estas matrices, da el resultado de las incógnitas:

$$X_1 = 7.41 \quad X_2 = 9.63 \quad X_3 = 10.50$$

- Cálculo de momentos finales

Cada uno de los factores de corrección que se encontraron anteriormente, deben multiplicarse por los momentos iterados según la imposición de desplazamiento por nivel, y sumarse. Por ejemplo, para encontrar el momento final del elemento A-B, se buscan los momentos finales de este elemento para cada uno de los desplazamientos, siendo estos:

- Para desplazamiento en tercer nivel, $M_{AB} = 4,63$
- Para desplazamiento en el segundo nivel, $M_{AB} = -5,33$
- Para desplazamiento en el primer nivel, $M_{AB} = 0,76$
-

$$M_{\text{final } AB} = 7.41 * 0.76 + 9.63 * (-5.33) + 10.50 * 4.63 = 2.66 \text{ Ton} - m$$

A continuación se muestran las iteraciones y correcciones para cada uno de los elementos, destacando que el M_{Fijo} es igual a 0, pues no se realizó ningún análisis para carga vertical.

Tabla LXII. Aplicación de factores de corrección nodos A a E

	NODO A		NODO B			NODO C			NODO D		NODO E		
	A-B	A-E	B-A	B-C	B-F	C-B	C-D	C-G	D-C	D-H	E-A	E-F	E-I
x1*MF1	5.59	-5.59	4.10	1.92	-6.02	1.92	4.10	-6.02	5.59	-5.59	-19.60	-26.13	45.73
x2*MF2	-51.36	51.36	-43.66	-24.83	68.49	-24.83	-43.66	68.49	-51.36	51.36	75.04	1.75	-76.79
x3*MF3	48.63	-48.63	42.09	24.45	-66.53	24.45	42.09	-66.53	48.63	-48.63	-56.33	32.37	23.95
M Fijo	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	2.86	-2.86	2.53	1.53	-4.06	1.53	2.53	-4.06	2.86	-2.86	-0.89	7.99	-7.11

Fuente: elaboración propia.

Tabla LXIII. Aplicación de factores de corrección nodos F a I

	NODO F				NODO G				NODO H			NODO I		
	F-E	F-G	F-J	F-B	G-H	G-K	G-F	G-C	H-G	H-D	H-L	I-E	I-J	I-M
x1*MF1	-23.53	-14.36	53.10	-15.20	-23.53	53.10	-14.36	-15.20	-26.13	-19.60	45.73	50.56	-14.55	-36.01
x2*MF2	1.02	0.28	-83.55	82.25	1.02	-83.55	0.28	82.25	1.75	75.04	-76.79	-60.71	40.27	20.45
x3*MF3	30.17	19.03	19.93	-69.14	30.17	19.93	19.03	-69.14	32.37	-56.33	23.95	8.79	-5.43	-3.35
M Fijo	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	7.66	4.95	-10.52	-2.09	7.66	-10.52	4.95	-2.09	7.99	-0.89	-7.11	-1.37	20.28	-18.91

Fuente: elaboración propia.

Tabla LXIV. Aplicación de factores de corrección, nodos J a P

	NODO J				NODO K				NODO L			NODO M	NODO N	NODO O	NODO P
	J-F	J-I	J-K	J-N	K-J	K-G	K-L	K-O	L-H	L-K	L-P	M-I	N-J	O-K	P-L
x1*MF1	56.20	-13.39	-8.24	-34.57	-8.24	56.20	-13.39	-34.57	50.56	-14.55	-36.01	-32.89	-32.16	-32.16	-32.89
x2*MF2	-71.83	35.75	21.21	14.86	21.21	-71.83	35.75	14.86	-60.71	40.27	20.45	10.25	7.46	7.46	10.25
x3*MF3	8.61	-4.36	-2.26	-1.99	-2.26	8.61	-4.36	-1.99	8.79	-5.43	-3.35	-1.08	-0.39	-0.39	-1.08
M Fijo	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
MFF	-7.02	18.00	10.71	-21.70	10.71	-7.02	18.00	-21.70	-1.37	20.28	-18.91	-23.72	-25.08	-25.08	-23.72

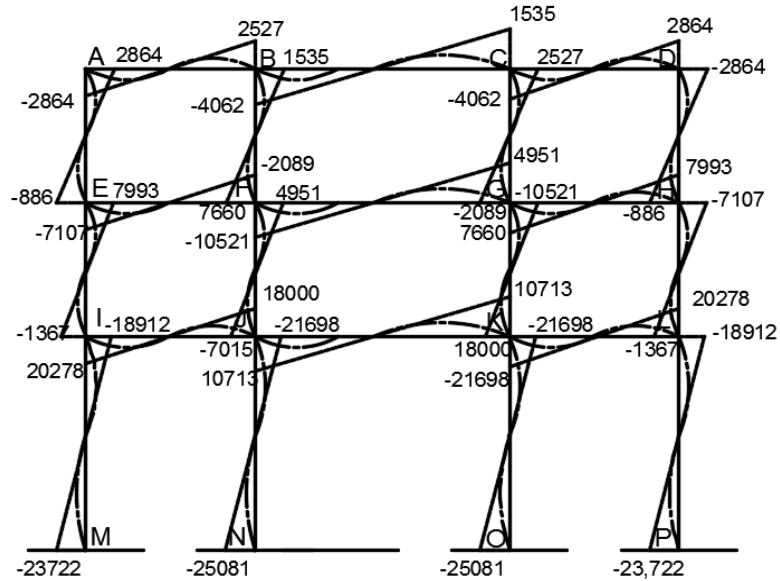
Fuente: elaboración propia.

Tabla LXV. **Momentos finales, carga de sismo**

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	2.86	H-G	7.99
A-E	-2.86	H-D	-0.89
B-A	2.53	H-L	-7.11
B-C	1.53	I-E	-1.37
B-F	-4.06	I-J	20.28
C-B	1.53	I-M	-18.91
C-D	2.53	J-F	-7.02
C-G	-4.06	J-I	18.00
D-C	2.86	J-K	10.71
D-H	-2.86	J-N	-21.70
E-A	-0.89	K-J	10.71
E-F	7.99	K-G	-7.02
E-I	-7.11	K-L	18.00
F-E	7.66	K-O	-21.70
F-G	4.95	L-H	-1.37
F-J	-10.52	L-K	20.28
F-B	-2.09	L-P	-18.91
G-H	7.66	M-I	-23.72
G-K	-10.52	N-J	-25.08
G-F	4.95	O-K	-25.08
G-C	-2.09	P-L	-23.72

Fuente: elaboración propia.

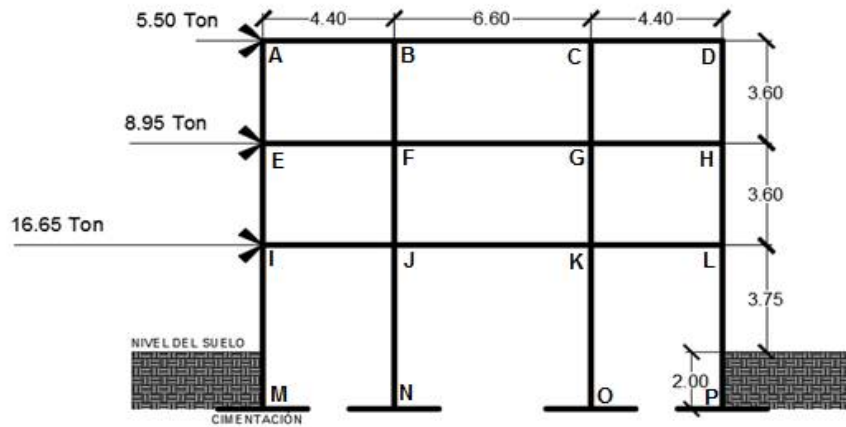
Figura 115. Diagrama de momentos con Cross, carga de sismo



Fuente: elaboración propia.

6.4.4. Método de Kani

Figura 116. Cargas horizontales



Fuente: elaboración propia.

- Orden de iteraciones

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow L$

- Factores de giro

$$\mu_{AB} = -\frac{1}{2} * \frac{0.24}{0.24 + 0.28} = 0.23$$

Tabla LXVI. Factores de giro, del nodo A a F

NODO A	NODO B	NODO C	NODO D	NODO E	NODO F
$\mu_{AB} = -0.23$	$\mu_{BA} = -0.18$	$\mu_{CB} = -0.12$	$\mu_{DC} = -0.23$	$\mu_{EA} = -0.18$	$\mu_{FE} = -0.12$
$\mu_{AE} = -0.27$	$\mu_{BC} = -0.12$	$\mu_{CD} = -0.18$	$\mu_{DH} = -0.27$	$\mu_{EF} = -0.15$	$\mu_{FG} = -0.09$
	$\mu_{BF} = -0.20$	$\mu_{CG} = -0.20$		$\mu_{EI} = -0.17$	$\mu_{FJ} = -0.14$
					$\mu_{FB} = -0.15$
$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$

Fuente: elaboración propia.

Tabla LXVII. Factores de giro, del nodo G a L

NODO G	NODO H	NODO I	NODO J	NODO K	NODO L
$\mu_{GH} = -0.14$	$\mu_{HG} = -0.15$	$\mu_{IE} = -0.20$	$\mu_{JF} = -0.17$	$\mu_{KJ} = -0.09$	$\mu_{LH} = -0.20$
$\mu_{GK} = -0.14$	$\mu_{HD} = -0.17$	$\mu_{IJ} = -0.18$	$\mu_{JK} = -0.09$	$\mu_{KG} = -0.17$	$\mu_{LK} = -0.18$
$\mu_{GF} = -0.08$	$\mu_{HL} = -0.18$	$\mu_{IM} = -0.12$	$\mu_{JN} = -0.10$	$\mu_{KL} = -0.14$	$\mu_{LP} = -0.12$
$\mu_{GC} = -0.14$			$\mu_{JI} = -0.14$	$\mu_{KO} = -0.10$	
$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$	$\Sigma = -0.5$

Fuente: elaboración propia.

- Momentos de piso

$$M_1 = \frac{(Q_3 + Q_2 + Q_1) * h_1}{3} M_1 = \frac{(5.50Ton + 8.95Ton + 16.65Ton) * 5.75m}{3} M_1 = 59.61 Ton - m$$

$$M_2 = \frac{(Q_3 + Q_2) * h_1}{3} M_2 = \frac{(5.50Ton + 8.95Ton) * 3.60m}{3} M_2 = 17.34 Ton - m$$

$$M_1 = \frac{(Q_3) * h_1}{3} M_1 = \frac{(5.50Ton) * 3.60m}{3} M_1 = 6.60 Ton - m$$

- Factor de ladeo
 - Para el 3er y 2do nivel

$$\gamma_{AE} = -\frac{3}{2} * \frac{0.28}{0.28 + 0.28 + 0.28 + 0.28} = -0.375$$

Nota: como se cuenta con la misma rigidez para las columnas del 3er y 2do nivel, se utiliza este valor para todas las columnas de esos niveles.

- Para el 1er nivel

$$\gamma_{IM} = -\frac{3}{2} * \frac{0.17}{0.17 + 0.17 + 0.17 + 0.17} = -0.375$$

Nota: como se cuenta con la misma rigidez para las columnas del 1er nivel, se utiliza ese mismo valor para todas las columnas de ese nivel.

- Momentos finales

$$M_{final} = M_{fijo} + 2M_{Cercano} + M_{lejano} + M_{col}$$

$$M_{AE} = 0 \text{ Ton} - m + 2(0.56 \text{ Ton} - m) + 0.56 \text{ Ton} - m + (-2.88 \text{ Ton} - m)$$

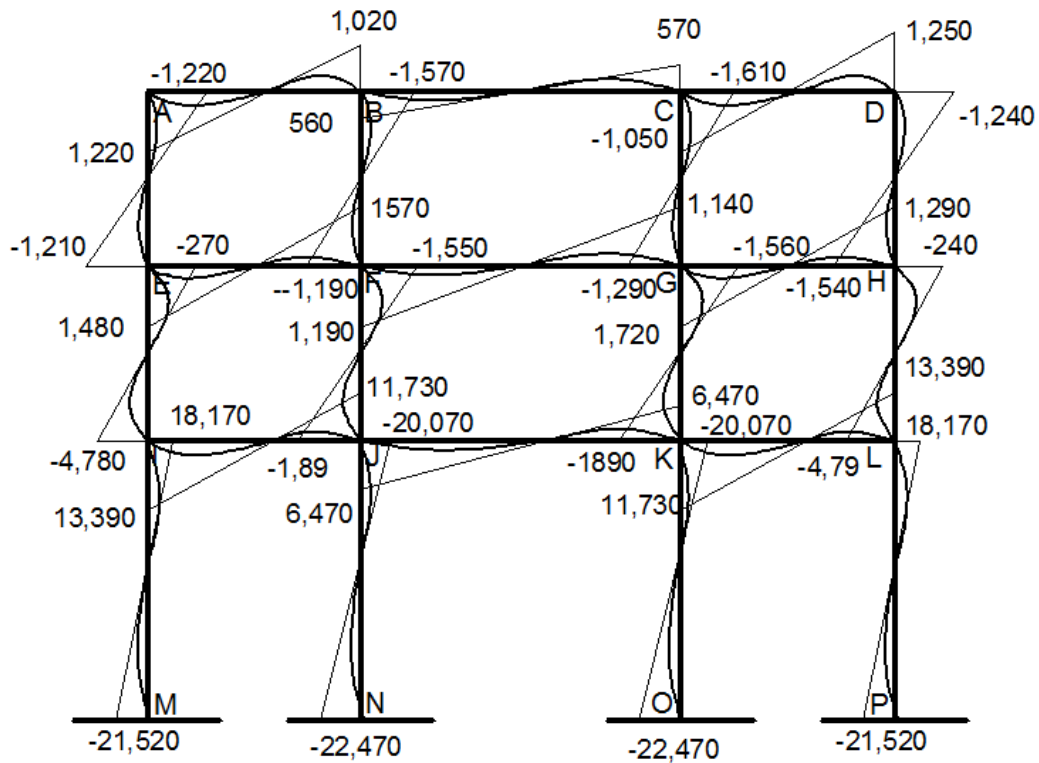
$$M_{AB} = -1.21 \text{ Ton} - m$$

Tabla LXVIII. **Momentos finales**

TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)	TRAMO	MOMENTO FINAL (Ton-m)
A-B	1.22	H-G	1.54
A-E	-1.21	H-D	-1.29
B-A	1.02	H-L	-0.24
B-F	-1.57	I-E	4.78
B-C	0.56	I-J	13.39
C-B	0.57	I-M	-18.17
C-G	-1.61	J-F	1.89
C-D	1.05	J-I	11.73
D-C	1.25	J-N	-20.07
D-H	-1.24	J-K	6.47
E-A	-1.21	K-J	6.47
E-F	1.48	K-G	1.89
E-I	-0.27	K-L	11.73
F-E	1.57	K-O	-20.07
F-J	-1.55	L-H	4.79
F-B	-1.19	L-K	13.39
F-G	1.19	L-P	-18.17
G-F	1.14	M-I	-21.52
G-K	-1.56	N-J	-22.47
G-C	-1.29	O-K	-22.47
G-H	1.72	P-L	-21.52

Fuente: elaboración propia.

Figura 118. Diagrama de momentos flexionantes



Fuente: elaboración propia.

6.5. Comparación de resultados

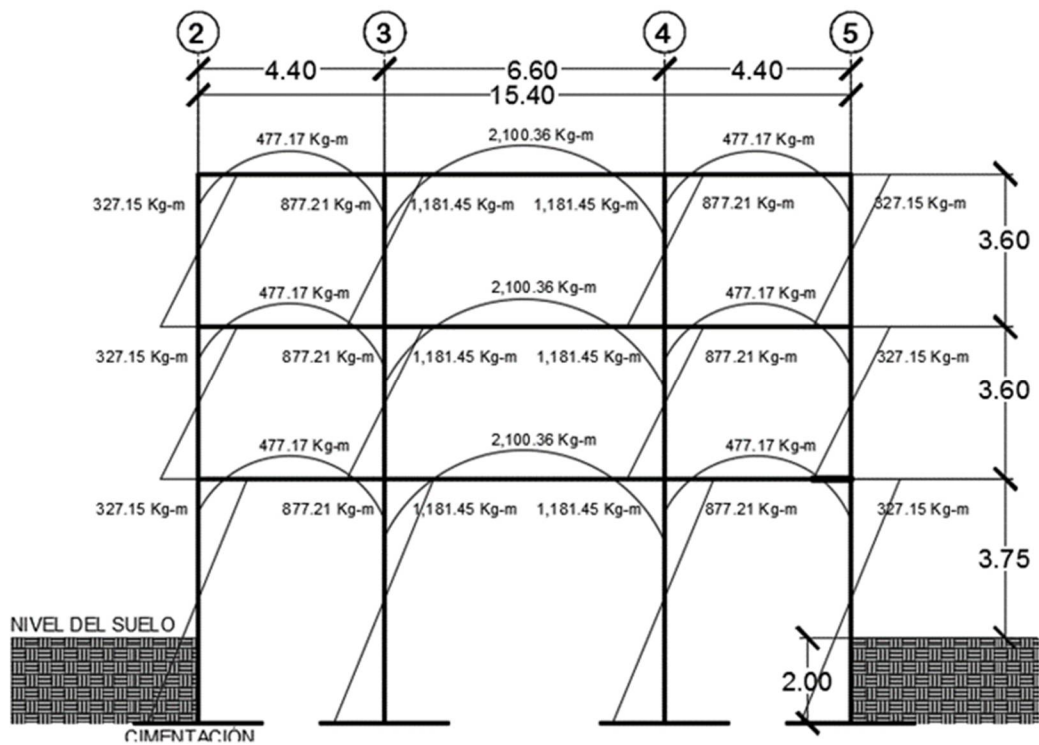
6.5.1. Análisis de carga vertical

Para el análisis estructural de carga vertical, se trabajaron los siguientes métodos:

- Método de puntos de inflexión
- Método de coeficientes del ACI
- Método de distribución de momentos (Cross)
- Método de Kani

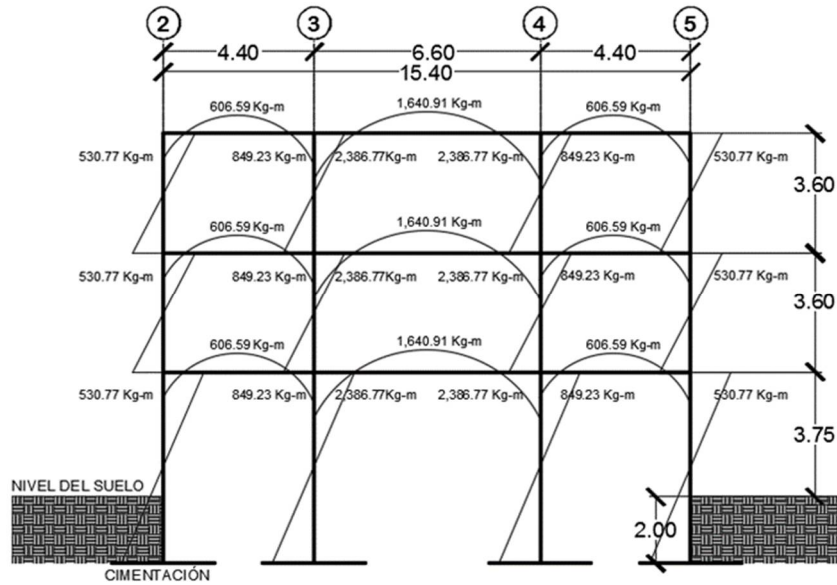
Cada uno de estos métodos se trabajó para carga viva y carga muerta, por separado. Para el análisis de los resultados y la comparación de los mismos, se muestran nuevamente las gráficas para cada uno de los métodos. Como el objetivo es la comparación, únicamente se mostrará para carga viva, obviando los diagramas que muestran la carga muerta, por ser repetitivos y proporcionales a los anteriores.

Figura 119. **Diagrama de momentos con puntos de inflexión, carga viva**



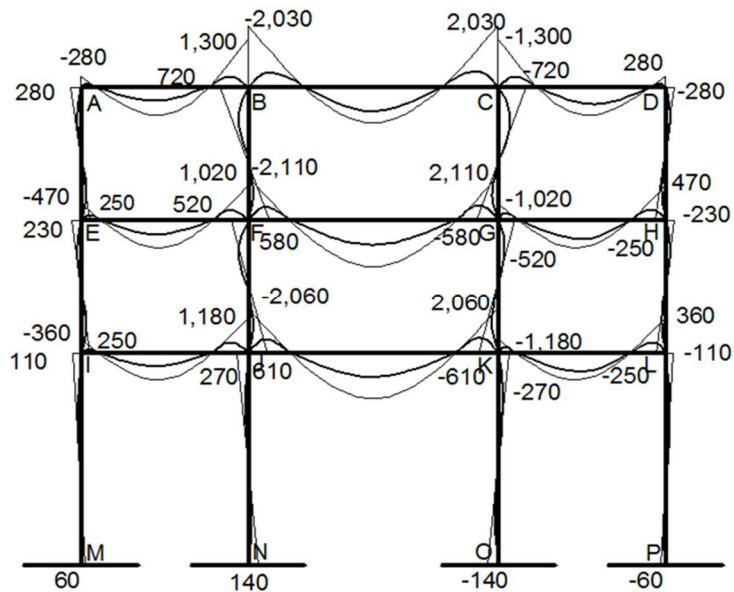
Fuente: elaboración propia.

Figura 120. Diagrama de momentos con coeficientes del ACI, carga viva



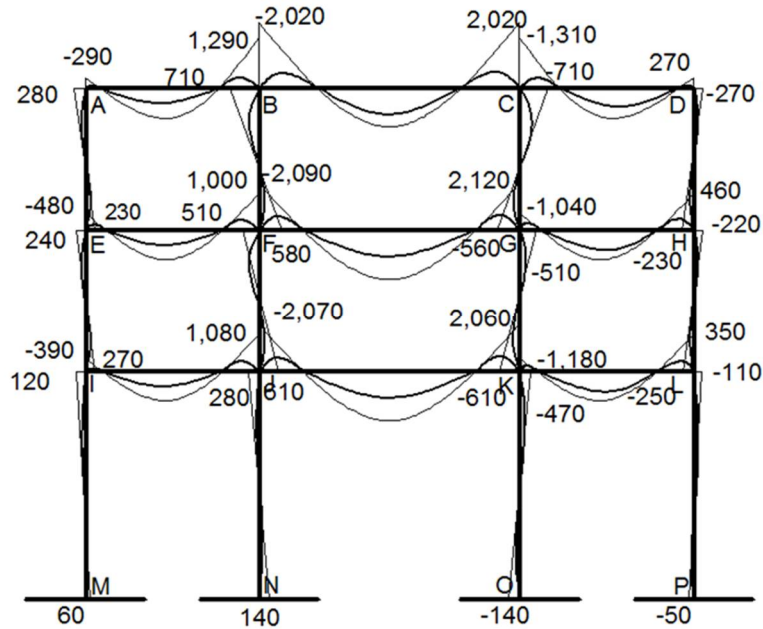
Fuente: elaboración propia.

Figura 121. Diagrama de momentos con método de Cross, carga viva



Fuente: elaboración propia.

Figura 122. **Diagrama de momentos con el método de Kani, carga viva**



Fuente: elaboración propia.

Para el análisis comparativo, se tomarán los momentos que se generan con los distintos métodos para el nodo A y el nodo I, presentándose los resultados a continuación:

Tabla LXIX. **Comparación de resultados para carga vertical**

MOMENTO EN Kg-m	ELEMENTO A-B	ELEMENTO B-C
Método de puntos de inflexión	327.15	1,181.45
Método del ACI	530.77	2,386.77
Método de Cross	280.00	2,030.00
Método de Kani	280.00	2,020.00

Fuente: elaboración propia.

Al evaluar, puede concluirse que el método de coeficientes del ACI es el más conservador. Además, los métodos de Cross y Kani presentan resultados similares entre ellos. El método de puntos de inflexión es el que mayor variación presenta con respecto a los demás, con resultados poco conservadores.

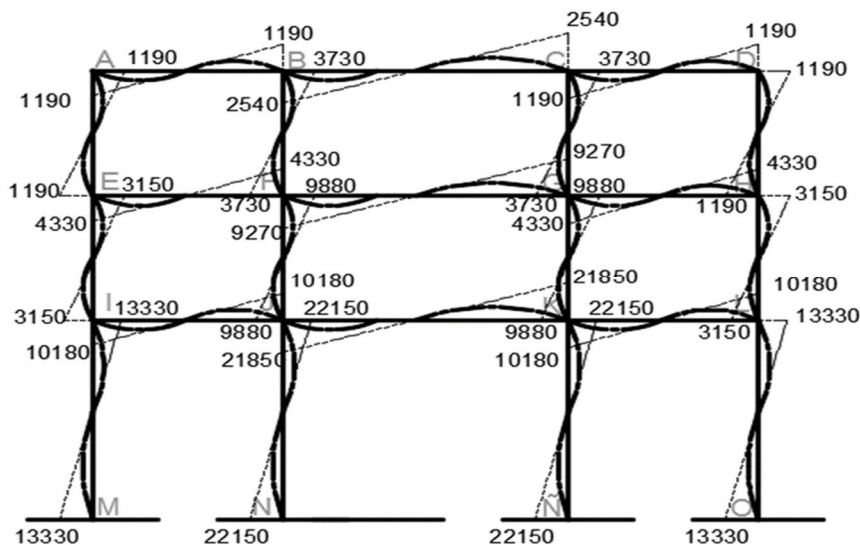
6.5.2. Análisis de carga horizontal

Para el análisis de carga horizontal, se consideraron los siguientes métodos:

- Método del portal
- Método del voladizo
- Método de distribución de momentos (Cross)
- Método de Kani

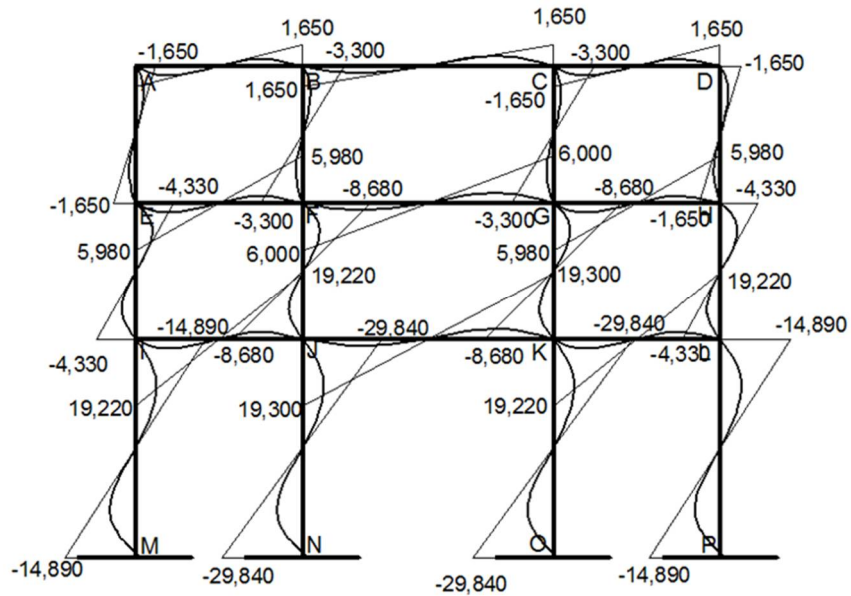
A continuación se presentan los resultados para los distintos métodos:

Figura 123. Diagrama de momentos, método del portal



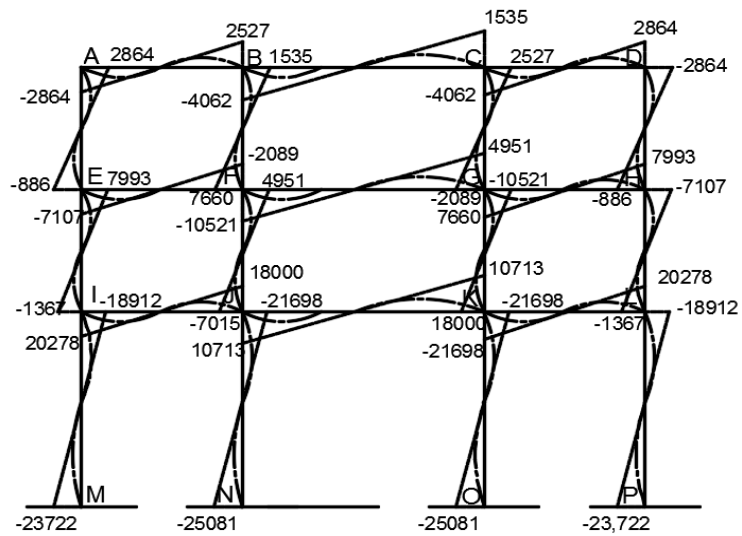
Fuente: elaboración propia.

Figura 124. Diagrama de momentos, método del voladizo



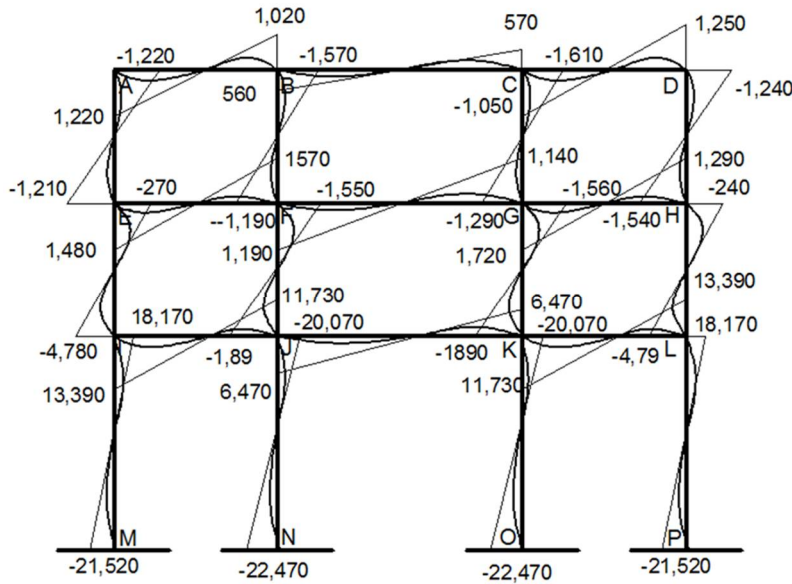
Fuente: elaboración propia.

Figura 125. Diagrama de momentos, método de Cross



Fuente: elaboración propia.

Figura 126. **Diagrama de momentos, método de Kani**



Fuente: elaboración propia.

Para poder evaluar los resultados, se muestran a continuación los momentos de los elementos A-B y B-C:

Tabla LXX. **Comparación de resultados para carga horizontal**

MOMENTO EN Kg-m	ELEMENTO A-B	ELEMENTO B-C
Método del Portal	1,190.00	2,540.00
Método del voladizo	1,650.00	1,650.00
Método de Cross	2,864.00	1,535.00
Método de Kani	1,220.00	1,570.00

Fuente: elaboración propia.

Según lo anterior, puede concluirse que, para nudos exteriores, como lo es el nudo A, el método de Cross magnifica el momento flexionante. Para nudos interiores, como el nudo B, el método del portal aumenta el efecto, mientras que los demás métodos tienen un valor similar, con poca variación.

CONCLUSIONES

1. Se realizó la comparación de resultados con los distintos métodos de análisis estructural en marcos de concreto reforzado destinados a vivienda, validando el procedimiento de cada uno, así como la similitud o concordancia en los resultados. Encontrando; para carga vertical, que el método de coeficientes del ACI presenta resultados más conservadores con respecto a los demás. Para carga horizontal, el método de Cross magnifica los resultados en nudos exteriores y el método del portal lo hace para nudos interiores.
2. Se desarrollaron los fundamentos teóricos para cada método de análisis estructural.
3. Se dieron a conocer los fundamentos teóricos y prácticos de los distintos métodos de análisis, tanto para cargas verticales como horizontales.
4. Se ejemplificó mediante ejercicio práctico el uso de cada uno de los métodos, el predimensionamiento estructural en marcos de concreto destinados a vivienda y la integración de cargas.
5. Se realizó el análisis comparativo de los resultados para cargas verticales, siendo el método de coeficientes del ACI más conservador; al brindar resultados de un 30 % a un 70% mayor que el promedio de los demás métodos, para nudos interiores y exteriores, respectivamente. En carga horizontal se encontró que el método de Cross magnifica en un 90% los resultados en nudos exteriores y el método del portal en un 60%

los resultados para nudos interiores, con respecto al promedio de los demás métodos.

RECOMENDACIONES

1. Se debe ejemplificar los distintos métodos de análisis para marcos de acero estructural, así como variar el uso.
2. Debe tomarse en cuenta que el método de elementos finitos y el método de análisis matricial, no se comparan con los métodos que se presentan en este trabajo de graduación. Sería interesante la comparación y el análisis de resultados correspondiente.

BIBLIOGRAFÍA

1. Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica (AGIES). *Normas de seguridad estructural de edificios y obras de infraestructura para la República de Guatemala*. Guatemala: AGIES, 2010. 416 páginas.
2. GONZÁLEZ CUEVAS, Óscar. *Análisis estructural*. Ed. Limusa Noriega, 2002, 785 páginas.
3. GOYTA TORREZ, Iván Richard; VILLANUEVA INCA, Rolando. *Texto guía de ingeniera antisísmica*. Trabajo de graduación. Ingeniería Bolivia: Universidad Mayor de San Simón, Facultad de Ciencias y Tecnología. 2010. 254 páginas.
4. HIBBELER, Russel C. *Análisis estructural*. 3ra. Edición, Editorial Prentice Hall Hispanoamérica, 730 páginas.
5. MELI PIRALLA, Roberto. *Diseño estructural*. 2ª ed. México: Limusa, 2001. 596 páginas.
6. ORTEGA MENÉNDEZ, Joaquín. *Análisis comparativo entre sismo estático y dinámico, para marcos de concreto reforzado*. Trabajo de graduación. Ingeniería Civil: Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería. 2011. 9 páginas.

7. STARK, Roberto. *Aspectos relevantes del diseño sísmico en estructuras de concreto*. Seminario Internacional de Construcción Sismorresistente, Guatemala, del 20 al 21 de septiembre de 2010. 35 páginas.