



Universidad de San Carlos de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Civil

**MANUAL PARA ENSAYOS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS RAMIFICADAS
DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA**

Francisco Antonio Polanco Vidal

Asesorado por el Dr. C Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza

Guatemala, octubre de 2021

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA



FACULTAD DE INGENIERÍA

**MANUAL PARA ENSAYOS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS RAMIFICADAS
DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA**

TRABAJO DE GRADUACIÓN

PRESENTADO A LA JUNTA DIRECTIVA DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

POR

FRANCISCO ANTONIO POLANCO VIDAL

ASESORADO POR EL DR C ING. LUIS MANUEL SANDOVAL MENDOZA

AL CONFERÍRSELE EL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL

GUATEMALA, OCTUBRE DE 2021

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE INGENIERÍA



NÓMINA DE JUNTA DIRECTIVA

DECANA	Inga. Aurelia Anabela Cordova Estrada
VOCAL I	Ing. José Francisco Gómez Rivera
VOCAL II	Ing. Mario Renato Escobedo Martínez
VOCAL III	Ing. José Milton de León Bran
VOCAL IV	Br. Kevin Vladimir Armando Cruz Lorente
VOCAL V	Br. Fernando José Paz González
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

TRIBUNAL QUE PRACTICÓ EL EXAMEN GENERAL PRIVADO

DECANA	Inga. Aurelia Anabela Cordova Estrada
EXAMINADOR	Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza
EXAMINADOR	Ing. José Estuardo Galindo Escobar
EXAMINADOR	Ing. Dennis Salvador Argueta Mayorga
SECRETARIO	Ing. Hugo Humberto Rivera Pérez

HONORABLE TRIBUNAL EXAMINADOR

En cumplimiento con los preceptos que establece la ley de la Universidad de San Carlos de Guatemala, presento a su consideración mi trabajo de graduación titulado:

MANUAL PARA ENSAYOS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS RAMIFICADAS DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA

Tema que me fuera asignado por la Dirección de la Escuela de Ingeniería Civil, con fecha 18 de octubre de 2019.

Francisco Antonio Polanco Vidal



Guatemala, 10 de Septiembre de 2021

Ingeniero

Pedro Antonio Aguilar Polanco

Jefe del Departamento de Hidráulica

Facultad de Ingeniería

Después de revisar el trabajo de graduación del estudiante Francisco Antonio Polanco Vidal, quien se identifica con Registro Académico 2011-22838 CUI No. 2432 55497 0101, titulado **MANUAL PARA ENSAYOS DE SISTEMAS DE TUBERIAS RAMIFICADAS DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA**, y haber hecho las correcciones necesarias al mismo, lo doy por aprobado y lo autorizo para continuar con el proceso correspondiente.

Sin otro particular, me despido atentamente.

"ID y Enseñad a Todos"

Dr C Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza
Colegiado No. 6496
Docente Departamento de Hidráulica



Guatemala, 13 de septiembre de 2021

Ingeniero
Armando Fuentes Roca
Director de la Escuela de Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería
Universidad de San Carlos

Ingeniero Fuentes:

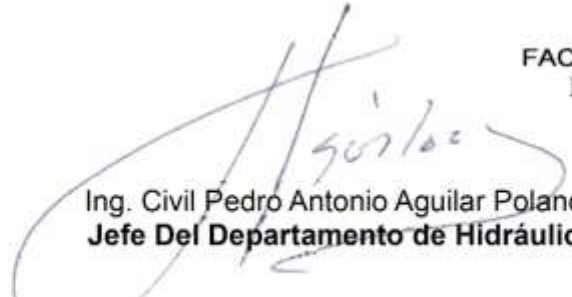
Le informo que he revisado el Trabajo Final de Graduación, **MANUAL PARA ENSAYOS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS RAMIFICADAS DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA**, desarrollado por el estudiante de Ingeniería Civil, **Francisco Antonio Polanco Vidal**, Registro Académico **201122838**, quien contó con la asesoría del **DR C ING. LUIS MANUEL SANDOVAL MENDOZA**.

Considero el Trabajo bien desarrollado y representará un Aporte Académico para la Comunidad Universitaria y habiendo cumplido con los objetivos del referido Trabajo, por lo que solicito su aprobación al mismo.

Atentamente,

ID Y ENSEÑAD

A TODOS



FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO
DE
HIDRAULICA
U S A C

Ing. Civil Pedro Antonio Aguilar Polanco
Jefe Del Departamento de Hidráulica

Cc: Estudiante xxxxxxxxxx
Archivo



El director de la Escuela de Ingeniería Civil, después de conocer el dictamen del Asesor Ing. Luis Manuel Sandoval Mendoza y del Coordinador del Departamento de Hidráulica Ing. Pedro Antonio Aguilar Polanco al trabajo de graduación del estudiante Francisco Antonio Polanco Vidal, **MANUAL PARA ENSAYOS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS RAMIFICADAS DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA**, da por este medio su aprobación a dicho trabajo.

Sin otro particular, le saludo muy atentamente.

ID Y ENSEÑAD A TODOS



Ing. Armando Fuentes Roca
Director Escuela Ingeniería Civil

Guatemala, octubre 2021
/mrrm.



DTG. 515.2021

La Decana de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de conocer la aprobación por parte del Director de la Escuela de Ingeniería Civil, al Trabajo de Graduación titulado: **MANUAL PARA ENSAYOS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS RAMIFICADAS DEL LABORATORIO DE HIDRÁULICA**, presentado por el estudiante universitario: **Francisco Antonio Polanco Vidal**, y después de haber culminado las revisiones previas bajo la responsabilidad de las instancias correspondientes, autoriza la impresión del mismo.

IMPRÍMASE:



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
DECANA
FACULTAD DE INGENIERÍA

Inga. Anabela Cordova Estrada
Decana

Guatemala, octubre de 2021

AACE/asga

ACTO QUE DEDICO A:

Dios	Por ser el que me guía siempre e ilumina mi camino.
Mis padres	Francisco Polanco y Magdalena Vidal, por su apoyo y amor en cada momento de mi vida. Este triunfo es de ellos.
Mis hermanas	Karla, Paola y Norma Polanco. Por darme animo en los momentos que más lo necesitaba.
Mis amigos	Óscar Ordóñez, José Rivas y Ester Barrios, por siempre estar al pendiente de mí.
Mi asesor	Luis Sandoval, por darme su amistad y su apoyo en el trayecto profesional.

AGRADECIMIENTOS A:

Universidad de San Carlos de Guatemala	Por acogerme durante todo mi trayecto como estudiante.
Facultad de Ingeniería	Por ser testigo de mi crecimiento tanto profesional como personal.
Ing. Hugo Rivera	Por brindarme sus conocimientos en lo laboral.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	V
LISTA DE SÍMBOLOS	IX
GLOSARIO	XI
RESUMEN	XIII
OBJETIVOS.....	XV
INTRODUCCIÓN	XVII
1. CONCEPTOS GENERALES.....	1
1.1. Definición y características del flujo en tuberías.....	1
1.1.1. Características del flujo en tuberías.....	1
1.1.2. Flujo viscoso y no viscoso	2
1.1.2.1. Número de Reynolds	3
1.1.2.2. Flujo laminar	4
1.1.2.3. Flujo turbulento.....	7
1.1.3. El principio de Bernoulli	9
1.1.4. Flujo incompresible y sin rozamiento.....	14
1.1.5. Flujo incompresible viscoso	15
1.2. Sistema de tuberías ramificadas	16
2. PRINCIPIOS HIDRÁULICOS DEL FUNCIONAMIENTO DE TUBERÍAS	19
2.1. Fórmulas utilizadas para el cálculo de pérdidas de carga	19
2.1.1. Fórmula de Darcy–Weisbach.....	19
2.1.1.1. Diagrama de Moody	25
2.1.1.2. Ecuación de Colebrook.....	26

2.1.2.	Fórmula de Hazen–Williams.....	31
2.2.	Métodos de resolución de tuberías ramificadas	37
2.2.1.	Caso 1: cuando se conoce el caudal de un ramal...	37
2.2.2.	Caso 2: Cuando no se conoce ningún caudal. Problema de los tres depósitos	42
3.	PRÁCTICAS DE LABORATORIO.....	47
3.1.	Deducción de la fórmula experimental para el cálculo de las pérdidas de energía	47
3.2.	Esquema del banco de prácticas para la simulación de tuberías ramificadas	47
3.2.1.	Descripción del equipo de pruebas del sistema de tuberías ramificadas	49
3.3.	Manual de Ensayo del sistema de tuberías ramificadas por gravedad	51
3.3.1.	Obtención de datos	55
3.3.2.	Procedimiento para realizar los cálculos	57
3.3.3.	Deducción de las ecuaciones para las pérdidas de energía por fricción.....	62
3.3.4.	Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes....	68
3.4.	Manual de Ensayo del sistema de tuberías ramificadas por bombeo	74
3.4.1.	Obtención de datos	79
3.4.2.	Procedimiento para realizar los cálculos	80
3.4.3.	Deducción de las ecuaciones para la pérdida de energía por fricción.....	85
3.4.4.	Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes....	87

CONCLUSIONES	91
RECOMENDACIONES	93
BIBLIOGRAFÍA.....	95
APENDICE	97
ANEXOS	99

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

FIGURAS

1.	Clasificación general de los fluidos	2
2.	Esquema de flujo laminar dentro de un tubo	5
3.	Perfil de flujo aerodinámico	6
4.	Perfil de velocidades	6
5.	Perfil de flujo turbulento.....	8
6.	Tipos de flujo de acuerdo al número de Reynolds	9
7.	Energía de flujo dentro de un tubo	11
8.	Esquema de análisis del principio de Bernoulli	12
9.	Elementos de fluidos utilizados en la ecuación de Bernoulli	15
10.	Sistema de tuberías ramificadas	17
11.	Esquema de distribución de caudales.....	18
12.	Esquema de un manómetro diferencial en una tubería.....	20
13.	Problema de aplicación de la ecuación de Darcy–Weisbach	21
14.	Diagrama de Moody.....	26
15.	Problema de aplicación de la ecuación de Swamee y Jain.....	28
16.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1.....	38
17.	Distribución de caudales y líneas de carga y energía	41
18.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2.....	42
19.	Distribución de caudales y cargas piezométricas.....	46
20.	Esquema de banco de ensayos de tuberías ramificadas por gravedad.....	48
21.	Esquema de banco de ensayos de tuberías ramificar bombeo.....	48

22.	Circuito de tuberías ramificadas.....	50
23.	Paso 1.....	51
24.	Paso 2.....	52
25.	Paso 3.....	52
26.	Paso 4.....	53
27.	Paso 5.....	53
28.	Paso 6.....	54
29.	Paso 7.....	54
30.	Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 1	63
31.	Coeficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 1	63
32.	Coeficiente de pérdida k en tubería 3. Escenario 1	64
33.	Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 2	64
34.	Coeficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 2	65
35.	Coeficiente de pérdida k de tubería 3. Escenario 2	65
36.	Curva de calibración de tubería 2. Escenario 1	69
37.	Curva de calibración de tubería 3. Escenario 1	70
38.	Curva de calibración de tubería 1. Escenario 1	71
39.	Curva de calibración tubería 2. Escenario 2	72
40.	Curva de calibración tubería 3. Escenario 2	73
41.	Curva de calibración de tubería 1. Escenario 2	74
42.	Paso 1.....	75
43.	Paso 2.....	76
44.	Paso 3.....	76
45.	Paso 4.....	77
46.	Paso 5.....	77
47.	Paso 6.....	78
48.	Paso 7.....	78
49.	Coeficiente de pérdida k de tubería 2.	85
50.	Coeficiente de pérdida k de tubería 3.	86

51.	Curva de calibración de caudales tubería 2	88
52.	Curva de calibración de caudales tubería 3	89

TABLAS

I.	Problema de aplicación de la ecuación de Darcy Weisbach	21
II.	Iteraciones para el cálculo de la fricción	24
III.	Coeficientes de Hazen–Williams.....	32
IV.	Formas alternativas de la fórmula de Hazen–Williams	35
V.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1	38
VI.	Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2	43
VII.	Iteraciones para el cálculo de la fricción en cada tramo.....	45
VIII.	Iteraciones para el cálculo de los caudales en cada tramo.....	45
IX.	Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1 abierta $\frac{1}{2}$ "	56
X.	Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1 abierta $\frac{3}{4}$ "	56
XI.	Determinación de pérdida de energía por tramo.....	62
XII.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 2 abierta a $\frac{1}{2}$ (escenario 1)	68
XIII.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 3 (escenario 1)	69
XIV.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 1 (escenario 1)	70
XV.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería abierta a $\frac{3}{4}$ (escenario 2)	71
XVI.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 3 (escenario 2)	72
XVII.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 1 (escenario 2)	73
XVIII.	Datos obtenidos para ensayo de bombeo.....	80

XIX.	Determinación de pérdida de energía por tramo	84
XX.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico	88
XXI.	Comparación entre caudal observado y caudal teórico	89

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado
Q	Caudal medido en m ³ /s
Ch	Coefficiente de Hazen–Williams (adimensional)
ρ	Densidad del fluido
\emptyset	Diámetro de tubería
EP	Elevación de la piezométrica
L	Longitud de tubería
Hf	Pérdida de energía
R	Radio hidráulico
s	Relación de pérdida y longitud de tubería.
v	Velocidad promedio del flujo
ν	Viscosidad cinemática
μ	Viscosidad dinámica

GLOSARIO

Aforo	Medición de la cantidad de agua que circula por unidad de tiempo.
Caudal	Volumen de agua que pasa por unidad de tiempo, por una sección normal determinada, por una corriente líquida.
Coeficiente de fricción	Valor adimensional, que caracteriza la rugosidad de una superficie de deslizamiento.
<i>Fittings</i>	Accesorio usado en sistemas de tuberías y máquinas para acoplar secciones.
Fluido	Sustancia que se deforma continuamente al ser sometida a esfuerzos de corte.
Flujo	Movimiento de un fluido.
Energía cinética	Energía que posee una partícula debido a su velocidad.
Energía potencial	Energía que posee una partícula debido a su elevación.

Línea piezométrica	Es la línea que corresponde a las alturas a que el líquido subiría en piezómetros instalados a lo largo de la misma; es la línea de presiones.
Presión	Fuerza normal ejercida por un cuerpo sobre otro, por unidad de superficie.
Válvula	Dispositivo mecánico con el cual se puede iniciar, detener o regular la circulación de líquidos o gases, mediante una pieza movable que abre, cierra u obstruye en forma parcial uno o más orificios o conductos.

RESUMEN

El presente trabajo es un estudio del flujo en sistemas de tuberías ramificadas, el cual contiene una revisión bibliográfica de los conceptos y principios hidráulicos del funcionamiento de dicho sistema, así como el análisis de un modelo físico en el cual se puede observar el funcionamiento. El trabajo consta de tres capítulos.

En el capítulo uno está la revisión bibliográfica de los conceptos fundamentales del flujo en tuberías como el principio de Bernoulli, el flujo incompresible, el número de Reynolds y el principio de funcionamiento de los sistemas de tuberías ramificadas.

En el capítulo dos se estudian las fórmulas utilizadas para el cálculo de la pérdida de energía por fricción. Se definen los casos típicos en los cuales se presenta el flujo en sistema de tuberías ramificadas y los métodos utilizados para resolver.

En el capítulo tres se muestra la realización de ensayos de tuberías ramificadas en un modelo físico elaborado especialmente para ello. En total, son tres ensayos los cuales se trabajaron de forma independiente. Se demostró de manera experimental los principios hidráulicos que rigen el flujo en un sistema de tuberías ramificadas. Se elaboraron instructivos para prácticas de laboratorio las cuales se propondrán en el programa de laboratorio de hidráulica.

OBJETIVOS

General

Demostrar mediante ensayos de laboratorio, que las pérdidas de energía y cambios de presión en los sistemas de tuberías ramificadas son similares a los que se pueden obtener teóricamente por medio del análisis matemático, creando un modelo a escala para demostrarlo.

Específicos

1. Interpretar y aplicar los principios básicos que hacen posible el comportamiento del flujo en este sistema para la solución de problemas.
2. Analizar los resultados que se obtienen al manipular un sistema de tuberías ramificadas, utilizando un modelo a escala de tres depósitos de agua posicionados a distintas elevaciones del modelo creado.
3. Proveer al estudiante un manual que indique el funcionamiento del sistema de tuberías ramificadas, a través de la pérdida de energía.

INTRODUCCIÓN

Para transportar un fluido de un punto a otro se utilizan sistemas de tuberías. Los sistemas de tuberías están formados por tramos de tuberías y accesorios que se alimentan aguas arriba por un depósito o una bomba y descargan aguas abajo libremente a la atmósfera o a otro depósito.

Se dice que un sistema de tuberías es ramificado cuando el fluido se lleva de un punto a varios puntos diferentes. Este caso se presenta en la mayoría de los sistemas de distribución de un fluido, por ejemplo, una red de tuberías de agua en una vivienda, en este caso el sistema de tuberías se subdivide en ramas o tramos, que parten de un nodo hasta el nodo siguiente. Los nodos se encuentran en todos los puntos donde la tubería se subdivide en dos o más, pudiéndose añadir nodos adicionales en los cambios de sección para facilitar el cálculo. Para el sistema de tuberías ramificadas se desea saber el flujo en cada tubería, sabiendo cuál es la elevación de los depósitos que tenga cada una.

Para el ensayo del sistema de tuberías ramificadas se tendrán tres depósitos, los cuales se podrán colocar a diferentes alturas. Con este ensayo se quiere demostrar que el flujo que entra en un punto de intersección de las tuberías debe ser igual al que sale del mismo.

1. CONCEPTOS GENERALES

1.1. Definición y características del flujo en tuberías

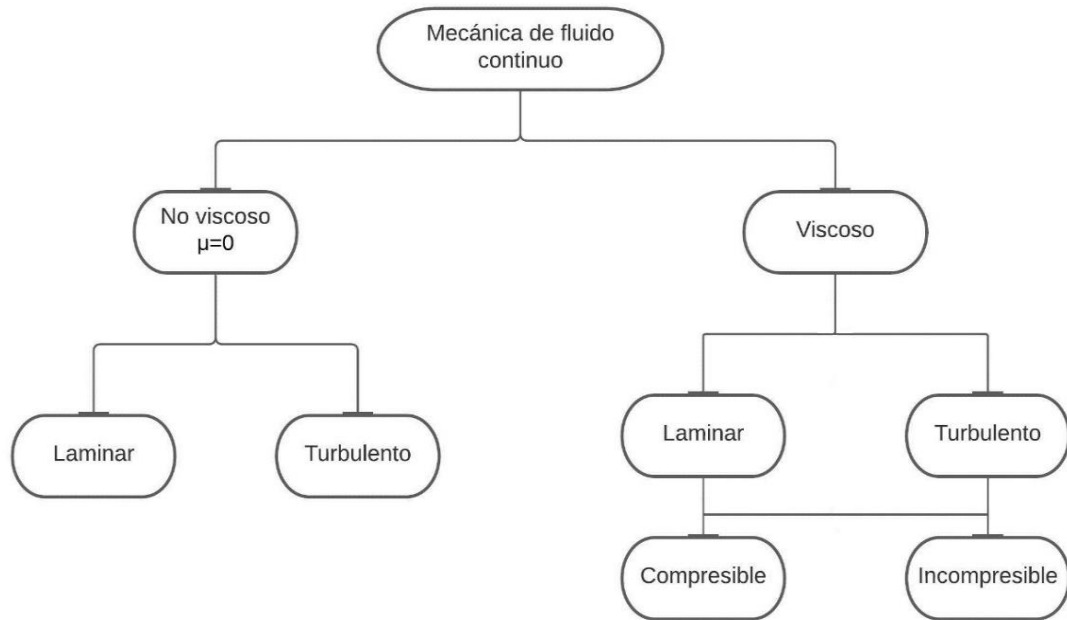
Las tuberías a presión son las que funcionan a sección llena y en las que la circulación del líquido se debe a la presión predominante en el interior, pudiendo presentar pendientes y contra pendientes en su trayecto.

El estado ideal del flujo en una tubería se cumple cuando las capas de fluido se desplazan de forma paralela una a la otra. Las capas de fluido cercanas a las paredes internas de la tubería se mueven con lentitud a comparación de las adyacentes al centro, dado que estas lo hacen más dinámicamente. Es necesario dimensionar las tuberías conforme al caudal que circulará por ellas, dado que una tubería de diámetro reducido provocaría altas velocidades en la misma y como consecuencia pérdidas por fricción muy elevadas.

1.1.1. Características del flujo en tuberías

Un fluido se puede clasificar como viscoso y no viscoso. A continuación, se mostrará una clasificación general de la *Mecánica de fluidos* sobre la base de las características físicas observables de los campos de flujo, la cual se muestra en la figura 1.

Figura 1. **Clasificación general de los fluidos**



Fuente: elaboración propia, empleando EdrawMax.

1.1.2. Flujo viscoso y no viscoso

En la figura anterior se muestra la subdivisión que hay entre los flujos viscosos y los no viscosos. En un flujo no viscoso se supone que la viscosidad del fluido vale cero. Dentro de la subdivisión de flujo viscoso se pueden considerar dos tipos de flujo:

- Flujos incompresibles: que son en los cuales las variaciones de densidad son pequeñas y relativamente poco dominante.
- Flujos compresibles: que son donde las variaciones de densidad juegan un papel dominante, como es el caso de los gases a velocidades muy altas.

1.1.2.1. Número de Reynolds

El número de Reynolds es un número adimensional utilizado para caracterizar el movimiento de un fluido. Relaciona la densidad, viscosidad, velocidad y dimensión típica de un flujo, que interfiere en numerosos casos de dinámica de fluidos. Dicho número se presenta en muchos casos relacionados con el hecho de que el flujo pueda considerarse laminar o turbulento. Desde un punto de vista matemático, el número de Reynolds de un problema se define por medio de la ecuación:

$$\text{Re} = \frac{\rho v_s D}{\mu} \quad (\text{Ecuación 1})$$

o equivalente por la ecuación:

$$\text{Re} = \frac{v_s D}{\nu} \quad (\text{Ecuación 2})$$

Donde:

ρ : densidad del fluido

v_s : velocidad característica del fluido

D : diámetro de la tubería

μ : viscosidad dinámica del fluido

ν : viscosidad cinemática del fluido, que es igual a μ/ρ

En conclusión, el número de Reynolds es la conexión que existe entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de viscosidad.

Por ejemplo, un flujo con un número de Reynolds alrededor de 100 000 (típico en el movimiento de una aeronave pequeña, salvo en zonas próximas a la capa límite) expresa que las fuerzas viscosas son 100 000 veces menores que las fuerzas normales, y por lo tanto aquellas pueden ser ignoradas. Un ejemplo del caso contrario sería un cojinete axial, lubricado con un fluido y sometido a una carga. En este caso el número de Reynolds es mucho menor que 1, indicando que ahora las fuerzas dominantes son las viscosas y por lo tanto las normales pueden despreciarse. Otro ejemplo: en el análisis del movimiento de fluidos en el interior de conductos proporciona una indicación de la pérdida de carga causada por efectos viscosos.¹

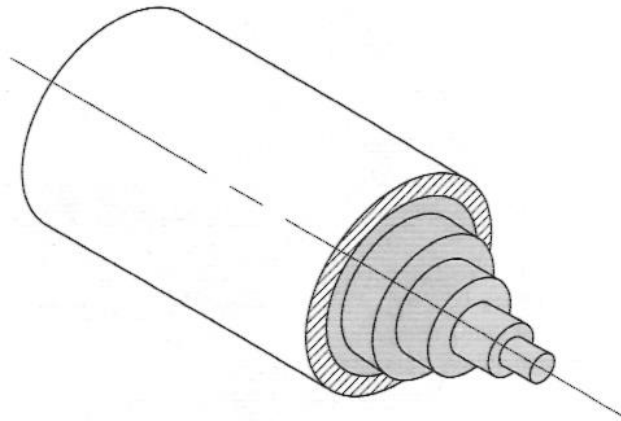
El número de Reynolds puede utilizarse para definir las características del flujo dentro de una tubería, proporcionando una indicación de la pérdida de energía causada por efectos viscosos.

1.1.2.2. Flujo laminar

Es el tipo de movimiento en el cual un fluido está completamente ordenado y tranquilo, de manera que el fluido se mueve en láminas paralelas sin mezclarse si la corriente tiene lugar entre capas cilíndricas coaxiales. La figura 2 muestra una manera de visualizar el flujo laminar en una tubería a sección llena. Esta demuestra que mientras el fluido se mueve a lo largo de la tubería, hay poca o ninguna mezcla a través de los límites de cada capa.

¹ LARA CALDERÓN, Nelson David. *Ensayos de laboratorio en sistemas de tuberías en paralelo y ramificadas*. p. 4.

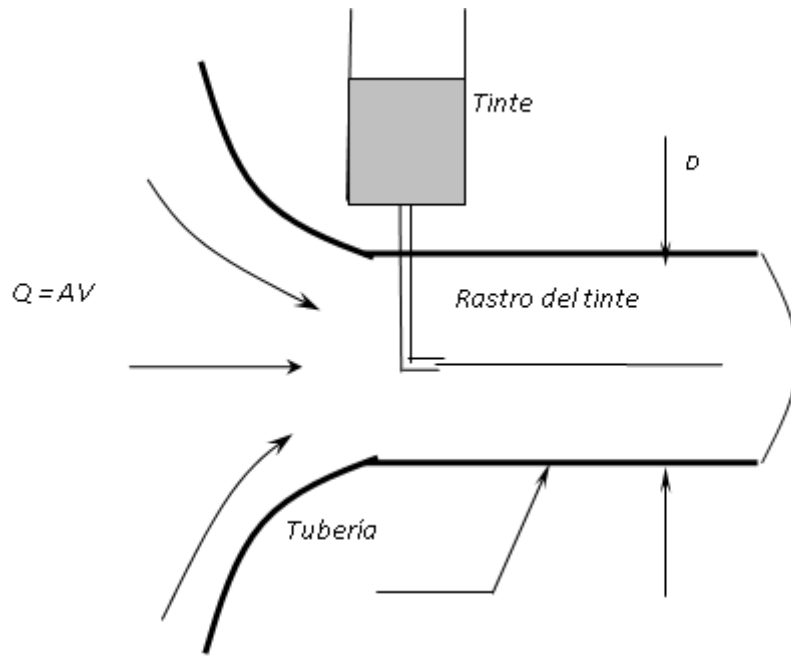
Figura 2. **Esquema de flujo laminar dentro de un tubo**



Fuente: MOTT, Robert. *Mecánica de fluidos*. p.227.

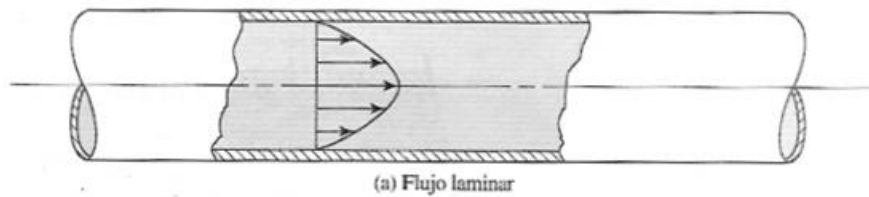
Ciertamente al flujo lo constituyen un número infinito de capas. Puede observarse la figura 3 en donde el perfil de la velocidad del flujo de tinta es lineal. El mecanismo de transporte es exclusivamente molecular. Se dice que este flujo es aerodinámico. En el flujo aerodinámico, cada partícula de fluido sigue una trayectoria suave, llamada línea de corriente. La pérdida de energía es proporcional a la velocidad media. El perfil de velocidades tiene forma de una parábola, donde la velocidad máxima se encuentra en el eje de la tubería y la velocidad es igual a cero en la pared de la tubería, tal como se muestra en la figura 4.

Figura 3. **Perfil de flujo aerodinámico**



Fuente: SANDOVAL, Luis. Clase magistral de *Mecánica de fluidos*.

Figura 4. **Perfil de velocidades**



Fuente: MOTT, Robert. *Mecánica de fluidos*. p. 257.

El flujo laminar se da en fluidos con velocidades bajas o viscosidades altas, cuando se cumple que el número de Reynolds es inferior a 2 300.

Para establecer las condiciones que rigen el flujo en tuberías de flujo laminar, se deben tener en cuenta dos principios: Que las fuerzas viscosas predominen sobre las fuerzas de inercia y que se cumpla la ecuación de Newton para fluidos viscosos.

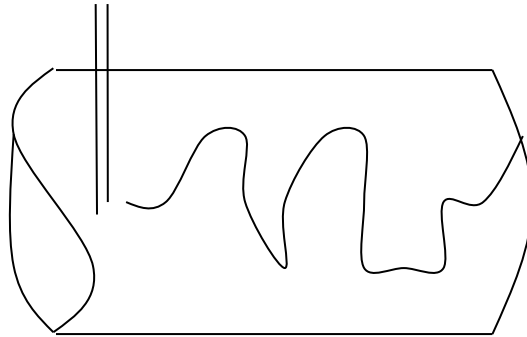
Las ecuaciones que controlan el flujo laminar fueron desarrolladas por dos investigadores en forma simultánea e independiente; H. Gotthilf Hagen (Ingeniero alemán, 1794-1884) trabajó en 1839 en tubos de cobre y encontró que la pérdida de altura era proporcional al caudal que pasaba por la tubería e inversamente proporcional a la cuarta potencia del diámetro de ésta. Jean M. Poiseville (médico francés, 1799 – 1869) al investigar el flujo de sangre en las venas llegó a las mismas conclusiones. Lo interesante es que los resultados de la investigación no son aplicables al cuerpo humano, ya que la sangre es un fluido no newtoniano y las venas no son tubos rígidos; pero en cambio sí son aplicables a la ingeniería.²

1.1.2.3. Flujo turbulento

El flujo turbulento se caracteriza por trayectorias circulares erráticas, semejantes a remolinos. Este ocurre cuando las velocidades del flujo demasiado altas o en fluidos en los que las fuerzas viscosas son muy pequeñas. En la figura 5 puede observarse que el perfil de la velocidad del flujo no tiene una forma específica, dado que el flujo es turbulento.

² LARA CALDERÓN, Nelson David. *Ensayos de laboratorio en sistemas de tuberías en paralelo y ramificadas*. p. 8.

Figura 5. **Perfil de flujo turbulento**



Fuente: SANDOVAL, Luis. Clase magistral de *Mecánica de fluidos*.

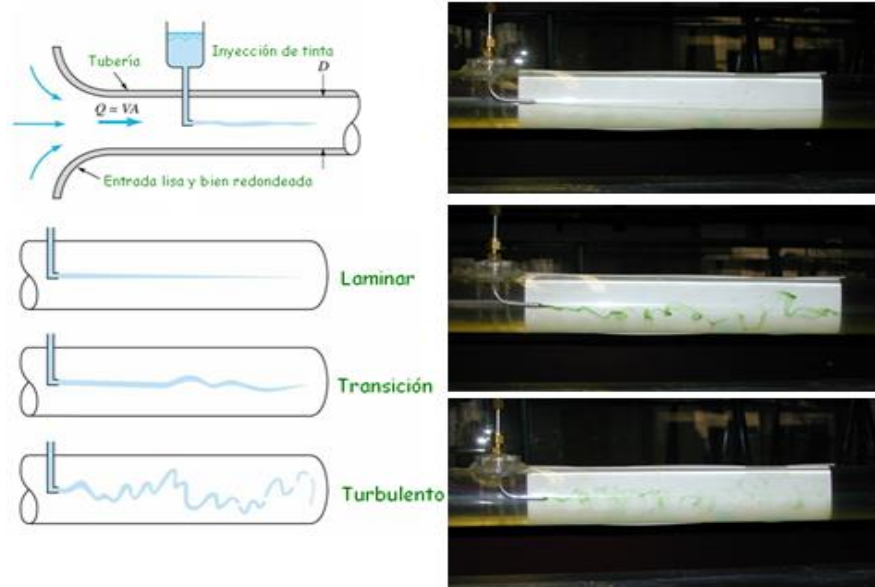
La turbulencia puede ser causada por el contacto que actúa entre el fluido y la pared de tubería o por las capas de fluido que se muevan a diferentes velocidades dentro de la sección.

La turbulencia puede ser de dos tipos:

- Turbulencia de pared: Es la generada por efectos viscosos debido a la resistencia que produce la pared al fluido para su libre movimiento.
- Turbulencia libre: Es producida en ausencia de pared y generada por el movimiento de capas de fluido a diferentes velocidades.

En la figura 6 se muestran los tipos de flujo mencionados, además se incluye el flujo de transición, dicho flujo es el recorrido que hay entre el flujo laminar y el turbulento, el cual está entre los valores de 2 300 y 4 000 para el número de Reynolds.

Figura 6. Tipos de flujo de acuerdo al número de Reynolds



Fuente: SANDOVAL, Luis. Clase magistral de *Mecánica de fluidos*.

1.1.3. El principio de Bernoulli

Hay tres formas de energía que siempre se deben tomar en consideración cuando se analiza un problema de flujo en tuberías. Cuando se trabajan sistemas de flujo en tuberías se debe localizar la elevación, verificar la velocidad y la presión que hay en el sistema.

Se localiza a cierta elevación z , tiene velocidad v , y presión p .

Los tipos de energía que se trabajan en Bernoulli son las siguientes:

Energía potencial: Es debida a su elevación, la energía potencial del elemento en relación con algún nivel de referencia se representa mediante la ecuación:

$$EP = wz \quad (\text{Ecuación 3})$$

Energía cinética: Es debida a su velocidad, la energía cinética del elemento se representa mediante la ecuación:

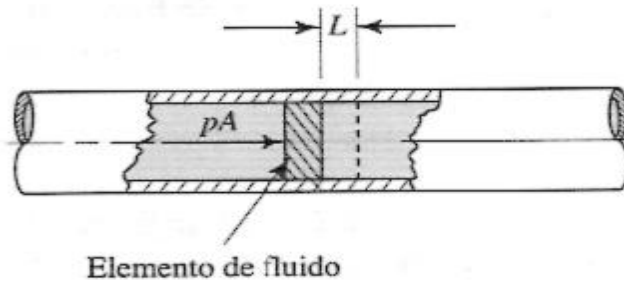
$$EC = wv^2 / 2g \quad (\text{Ecuación 4})$$

Energía de flujo: También llamada energía de presión o trabajo de flujo, y representa la cantidad de trabajo necesario para mover el elemento de fluido a través de cierta sección contra la presión y se calcula por medio de la ecuación:

$$EF = wp / \gamma \quad (\text{Ecuación 5})$$

La ecuación 5 se obtiene de los pasos que se mostraran en los siguientes párrafos, obteniendo la ecuación 9. La figura 7 muestra al fluido en una tubería mientras éste se mueve a través de una sección llena.

Figura 7. **Energía de flujo dentro de un tubo**



Fuente: MOTT, Robert. *Mecánica de fluidos*. p.166.

La fuerza que se ejerce sobre el elemento es pA , donde p es la presión en la sección y A es el área sobre ésta. Al mover el elemento a través de la sección, la fuerza recorre una distancia L igual a la longitud del elemento. Por tanto, el trabajo que se realiza se representa mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Trabajo} = pAL = pV \quad (\text{Ecuación 6})$$

Donde V es el volumen del elemento. El peso del elemento w , el cual se representa mediante la ecuación:

$$w = \gamma V \quad (\text{Ecuación 7})$$

Donde γ es el peso específico del fluido. Entonces, el volumen del elemento representa mediante la ecuación:

$$V = w / \gamma \quad (\text{Ecuación 8})$$

De lo anterior se obtiene:

$$\text{Trabajo} = pV = pw / \gamma \quad (\text{Ecuación 9})$$

La ecuación anterior es la energía de flujo y ésta se representa con la ecuación (9).

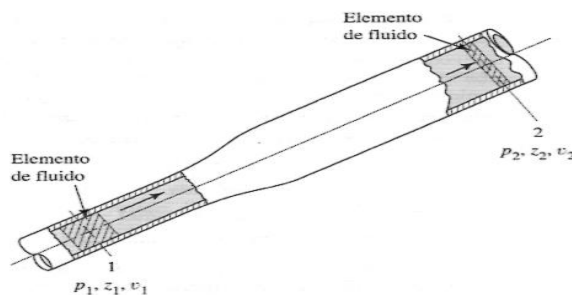
Entonces, el total de energía que posee el elemento del fluido es la suma E, dada por la ecuación (10) o su equivalente, ecuación (11).

$$E = EF + EP + EC \quad (\text{Ecuación 10})$$

$$E = wp / \gamma + wz + wv^2 / 2g \quad (\text{Ecuación 11})$$

Cada uno de los términos se expresa en unidades de energía como el Newton-metro (N·m) en el Sistema Internacional y en pie-libra (pie-lb) para el Sistema Inglés.

Figura 8. **Esquema de análisis del principio de Bernoulli**



Fuente: MOTT, Robert. *Mecánica de fluidos*. p.167.

Ahora, considere que el elemento de fluido de la figura 8 se mueve de la sección 1 a la sección 2. Los valores de p , z y v son diferentes en cada una de las secciones como se indica a continuación:

En la sección 1, la energía total es:

$$E_1 = \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g}$$

En la sección 2, la energía total es

$$E_2 = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

Si no hay energía que se agregue o pierda en el fluido entre las secciones 1 y 2, entonces el principio de la conservación de la energía requiere que:

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g} = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

El peso del elemento w es común a todos los términos y se elimina al dividir entre él. Así la ecuación se convierte en la ecuación:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{(Ecuación 12)}$$

Por lo tanto, la ecuación 12 es conocida como la ecuación de Bernoulli. El procedimiento para aplicar la ecuación de Bernoulli es el siguiente:

- Identificar cuáles son los términos conocidos y cuáles deben calcularse.
- Determinar cuáles son las dos secciones del sistema que se usarán para implementar la ecuación de Bernoulli, eligiendo la sección en donde se tengan datos conocidos y en la otra sección, por lo general, habrá que calcularse algunos datos.
- Escribir la ecuación de Bernoulli para las dos secciones elegidas en el sistema. Es importante que en la ecuación se indique la dirección del flujo. Es decir, el flujo debe de proceder de la sección que esté en el lado izquierdo de la ecuación y dirigirse hacia la sección derecha.
- Simplificar la ecuación, esto se realiza con la cancelación de los términos que valgan cero o de los valores que aparezcan como iguales en ambos lados de la ecuación.

1.1.4. Flujo incompresible y sin rozamiento

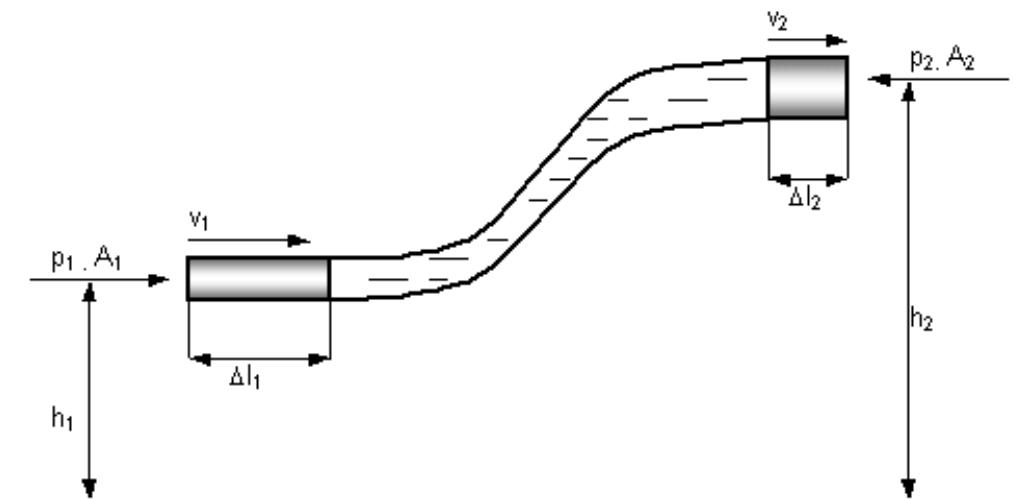
Estos flujos cumplen el teorema de Bernoulli, que afirma que la energía mecánica total de un flujo incompresible y no viscoso (sin rozamiento) es constante a lo largo de una línea de corriente. Las líneas de corriente son líneas de flujo imaginarias que siempre son paralelas a la dirección del flujo en cada punto, y en el caso de flujo uniforme coinciden con la trayectoria de las partículas individuales del flujo.³

³ LARA CALDERÓN, Nelson David. *Ensayos de laboratorio en sistemas de tuberías en paralelo y ramificadas*. p. 16.

En la ecuación de Bernoulli siempre se cumplirá con el principio de continuidad, dicha ecuación es la siguiente:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = Cte \quad (\text{Ecuación 13})$$

Figura 9. **Elementos de fluidos utilizados en la ecuación de Bernoulli**



Fuente: SANDOVAL, Luis. Clase magistral de Mecánica de fluidos.

1.1.5. Flujo incompresible viscoso

Un flujo en desplazamiento presenta resistencia por fricción generada por las paredes de la tubería al fluir. Parte de la energía del sistema se convierte en energía térmica y esta se disipa a través de las paredes de la tubería por la cual circula el flujo. La energía que se pierde en el trayecto, está dada por el teorema de la conservación de la energía, tal y como se muestra en la ecuación 14.

$$W = \Delta E$$

$$E_o - E_f = W$$

$$E_o = E_f + W$$

$$Z_o + \frac{P_o}{\gamma} + \frac{v_o^2}{2g} = Z_f + \frac{P_f}{\gamma} + \frac{v_f^2}{2g} + h_f \quad (\text{Ecuación 14})$$

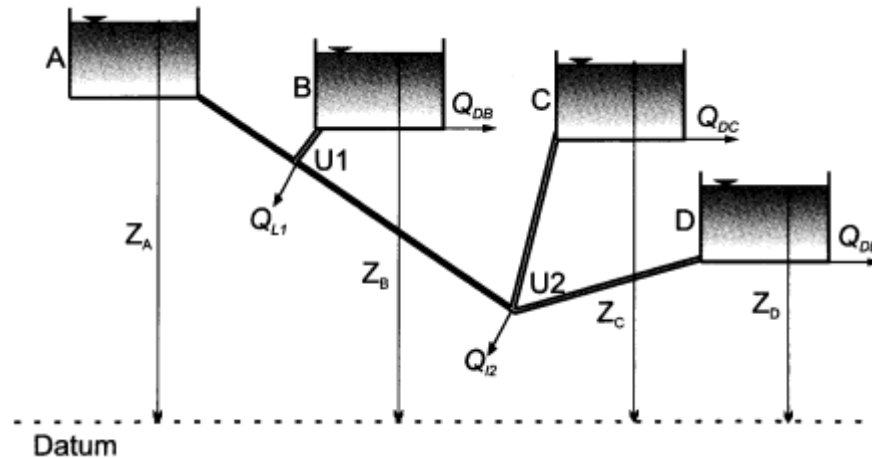
Esta pérdida por fricción h_f , se da por elementos que controlan la dirección el flujo, generando restricciones durante su recorrido; estas restricciones son dadas por un cambio en la velocidad, dirección del flujo, por válvulas y accesorios. A estas pérdidas se le conocen como pérdidas menores.

1.2. Sistema de tuberías ramificadas

Este sistema es una red abierta de tuberías y se caracteriza por no tener ningún circuito cerrado en el diseño. En la figura 10 se muestra el esquema de una red de sistema ramificado, el cual une cuatro tanques de almacenamiento dentro del sistema de agua potable.

En el sistema de tuberías ramificadas, se pueden tomar como ejemplo los sistemas que une una batería de pozos de agua con un tanque de abastecimiento, la red contra incendios de las edificaciones y un sistema conformado por la tubería principal junto a las tuberías secundarias en un sistema de riego.

Figura 10. Sistema de tuberías ramificadas

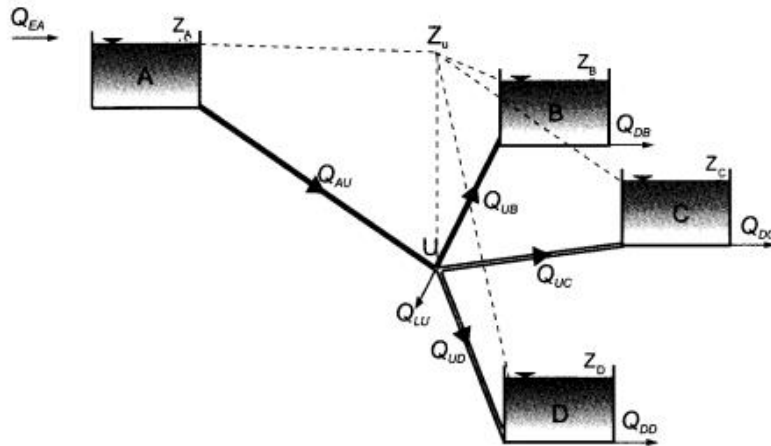


Fuente: GILES, Ranald. *Mecánica de los fluidos e hidráulica*. p.164.

La figura 10 muestra un sistema de tuberías ramificadas que une cuatro tanques de almacenamiento (A, B, C y D). El sistema mostrado está compuesto por 5 tuberías principales (A-U1, U1-B, U1-U2, U2-C y U2-D) y dos uniones (U1 y U2). Las uniones pueden poseer caudales laterales de extracción (Q_{L1} y Q_{L2}). Los caudales requeridos son obtenidos directamente de los tanques de almacenamiento (Q_{DB} , Q_{DC} y Q_{DD}). El tanque A funciona como tanque de almacenamiento principal, el cual distribuye el fluido a través de las tuberías principales.

En general, el problema consiste en determinar los diámetros y los caudales en cada una de las tuberías del sistema para condiciones permanentes de flujo y a la vez, en verificar que en cada uno de los tanques se cumplan las condiciones de demanda de caudal. Verificando que en cada nodo cumpla con la ecuación de continuidad (Ecuación 13).

Figura 11. Esquema de distribución de caudales



Fuente: GILES, Ranald. *Mecánica de los fluidos e hidráulica*. p.165.

Tal como muestra en la figura 11, el tanque A envía el fluido a los tanques B, C y D a través de la tubería principal AU y luego, a través de las conexiones UB, UC y UD.

2. PRINCIPIOS HIDRÁULICOS DEL FUNCIONAMIENTO DE TUBERÍAS

2.1. Fórmulas utilizadas para el cálculo de pérdidas de carga

En este capítulo se estudiarán las ecuaciones de Darcy–Weisbach, así como la de Hazen–Williams para el diseño de tuberías; además de la ecuación de Colebrook y el diagrama de Moody. Las cuales se utilizan al realizar los cálculos para obtener las pérdidas debido a la fricción en tuberías.

2.1.1. Fórmula de Darcy–Weisbach

En hidráulica se requería una ecuación que indicara las pérdidas por fricción como función del fluido, la velocidad, el diámetro de la tubería y el tipo de material. Por lo tanto, se elaboró la siguiente ecuación:

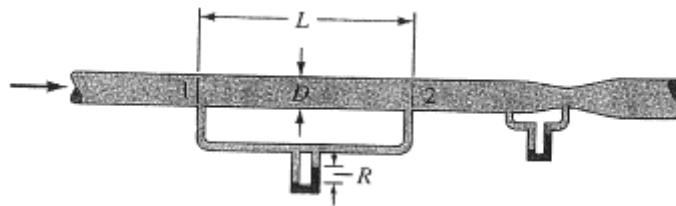
$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 15})$$

La ecuación de Darcy–Weisbach generalmente se adopta para el cálculo del flujo en tuberías, en donde h_f es la caída en la línea piezométrica en la tubería de longitud L , un diámetro interno D y una velocidad promedio V . h_f tiene dimensiones de longitud y se expresa en términos de pies-libras por libra o metros-newtons por newton. El factor de fricción f es un factor adimensional que se requiere para hacer que la ecuación produzca valores correctos de las pérdidas. Todas las cantidades de la ecuación de Darcy–Weisbach pueden medirse experimentalmente, excepto f .⁴

⁴ Ibíd. p. 29.

En la figura 12 se muestra un montaje específico que demuestra que midiendo el caudal y el diámetro interno se puede calcular la velocidad promedio del fluido. La pérdida de carga se mide utilizando un manómetro diferencial unido a las aperturas piezométricas en las secciones 1 y 2, éstas separadas una distancia L .

Figura 12. **Esquema de un manómetro diferencial en una tubería**



Fuente: GILES, Ranald. *Mecánica de los fluidos e hidráulica*. p.88.

Con la experimentación se demuestra que lo mostrado a continuación es afirmativo para un flujo turbulento.

La caída de la línea piezométrica:

- Varía directamente con la longitud de la tubería.
- Varía con el cuadro de la velocidad.
- Varía con el inverso del diámetro.
- Depende de la rugosidad superficial de la pared interior.
- Depende de las propiedades del fluido, densidad y viscosidad.
- Es independiente de la presión.

Ejemplo:

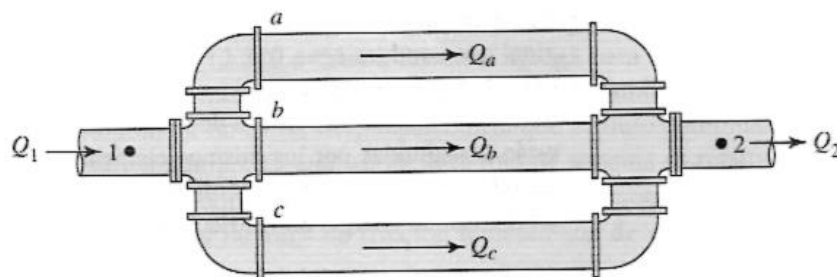
Determinar el caudal que circula en el sistema de tuberías en paralelo si la pérdida de energía por fricción entre 1 y 2 es 20m. $v = 1,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$

Tabla I. **Problema de aplicación de la ecuación de Darcy Weisbach**

Tubería	Diámetro (cm)	Longitud (m)	Material	ϵ (m)
A	15	800	PVC	3×10^{-7}
B	20	750	Hierro galvanizado nuevo	$1,5 \times 10^{-4}$
C	25	775	Hierro fundido 5 a 10 años	$2,6 \times 10^{-4}$

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 13. **Problema de aplicación de la ecuación de Darcy–Weisbach**



Fuente: MOTT, Robert. *Mecánica de fluidos*. p.359.

Ecuación de Darcy–Weisbach en función del caudal Q:

$$h_f = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 gD^5}$$

$$Q = \left(\frac{\pi^2 gD^5 h_f}{8Lf} \right)^{1/2}$$

$$Q_A = \left[\frac{\pi^2 (9,81)(0,15)^5 (20)}{8(800)f_A} \right] = \frac{0,0048}{f_A^{1/2}}$$

$$Q_B = \left[\frac{\pi^2 (9,81)(0,2)^5 (20)}{8(750)f_B} \right] = \frac{0,0101}{f_B^{1/2}}$$

$$Q_C = \left[\frac{\pi^2 (9,81)(0,25)^5 (20)}{8(775)f_C} \right] = \frac{0,0174}{f_C^{1/2}}$$

Número de Reynolds para cada tubería:

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu D}$$

$$\text{Re}_{\text{Tub.A}} = \frac{4Q}{\pi (1,15 * 10^{-6})(0,15)} = 7381099 Q_A$$

$$\text{Re}_{\text{Tub.B}} = \frac{4Q}{\pi(1,15 * 10^{-6})(0,20)} = 5535824 Q_B$$

$$\text{Re}_{\text{Tub.C}} = \frac{4Q}{\pi(1,15 * 10^{-6})(0,25)} = 4428659 Q_C$$

El caudal para las tres tuberías, se debe calcular por iteraciones. Para la tubería A:

$$f_{\text{asumido}} = 0,02$$

Sustituyendo valores:

$$Q_A = \frac{0,0048}{f_A^{1/2}} = \frac{0,0048}{0,02^{1/2}} = 0,0339 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\text{Re}_{\text{Tub.A}} = 7381099 Q_A = 7381099(0,0339) = 250219,2$$

Sustituyendo en la ecuación de Swamee-Jain:

$$f_A = \frac{0,25}{\left[\frac{3 * 10^{-7}}{0,15} + \frac{5,74}{250219,2^{0,9}} \right]^2} = 0,0149$$

Este valor f, se utiliza para la segunda iteración, repitiéndose los tres pasos anteriores. Se finaliza cuando el valor de f inicial de la enésima iteración, sea

igual al valor de f final de la misma iteración. La siguiente tabla nos muestra los resultados finales para las tres tuberías, todas con tres iteraciones.

Tabla II. Iteraciones para el cálculo de la fricción

Tubería	Diámetro	Longitud	Rugosidad	f asumido-f de arranque	Caudal Q supuesto	Rugosidad relativa	Re	Factor de fricción f con Swamee-Jain
Primera iteración								
A	15	800	3x10 ⁻⁷	0,02	0,0294	0,000002	216 658,24	0,0153
B	20	750	1,5x10 ⁻⁴	0,02	0,0622	0,0008	344 506,69	0,0197
C	25	775	2,6x10 ⁻⁵	0,02	0,1069	0,001	473 633,53	0,0204
Segunda iteración								
A	15	800	3x10 ⁻⁷	0,0153	0,0335	2x10 ⁻⁶	247 614,92	0,0149
B	20	750	1,5x10 ⁻⁴	0,0197	0,0627	0,0008	346 826,35	0,0197
C	25	775	2,6x10 ⁻⁵	0,0204	0,1059	0,0010	469 091,66	0,0204
Tercera iteración								
A	15	800	3x10 ⁻⁷	0,0149	0,0340	2x10 ⁻⁶	250 793,66	0,0149
B	20	750	1,5x10 ⁻⁴	0,0197	0,0627	0,0008	346 881,47	0,0197
C	25	775	2,6x10 ⁻⁵	0,0204	0,1059	0,0010	469 019,69	0,0204

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Calculando los caudales que circulan por cada tubería:

$$Q_A = \frac{0,0048}{f_A^{1/2}} = \frac{0,0048}{0,0149^{1/2}} = 0,03932 m^3 / s = 39,32 l / s$$

$$Q_B = \frac{0,0101}{f_B^{1/2}} = \frac{0,0101}{0,0197^{1/2}} = 0,07196 m^3 / s = 71,96 l / s$$

$$Q_C = \frac{0,0174}{f_C^{1/2}} = \frac{0,0174}{0,0204^{1/2}} = 0,12182m^3 / s = 121,82l / s$$

Se procede a calcular el caudal total, esto se realiza como la suma algebraica de los tres caudales calculados:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_T = 39,32 + 71,96 + 121,82 = 233,10l / s$$

El caudal total que circula por el sistema es de 233,10 l/s.

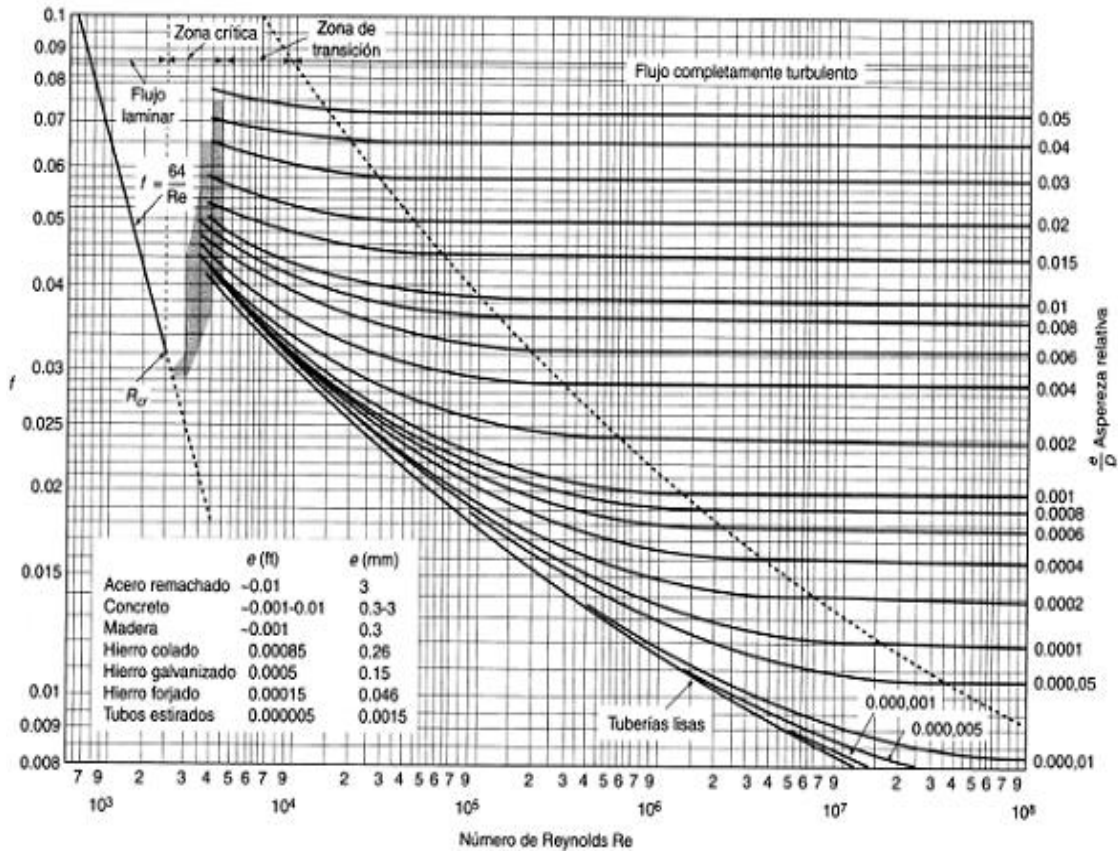
2.1.1.1. Diagrama de Moody

El factor de fricción f debe seleccionarse de tal manera que la ecuación de Darcy–Weisbach arroje correctamente la caída de la línea piezométrica; por consiguiente, f no puede ser constante sino que debe depender de la velocidad V , el diámetro D , de la densidad, de la viscosidad y de ciertas características de la rugosidad de la pared, representadas por ε , ε' y m , donde ε es una medida del tamaño de las proyecciones de la rugosidad y tiene dimensiones de longitud, ε' es una medida del ordenamiento o espaciamiento de los elementos de rugosidad y también tiene dimensiones de longitud, y m es un factor de forma que depende de la forma de los elementos de rugosidad individual, y es adimensional. El término f , en lugar de ser una constante simple, depende de siete cantidades: $f = f(V, D, \rho, \mu, \varepsilon, \varepsilon', m)$.⁵

Debido a la extrema complejidad de las superficies naturalmente rugosas, muchos de los avances en la comprensión de las relaciones básicas se han desarrollado alrededor de experimentos en tubos hechos rugosos artificialmente. Moody ha construido una de las gráficas más convenientes para la determinación de factores de fricción, lo cual se puede ver en la figura 14.

⁵ Ibíd. p. 36.

Figura 14. Diagrama de Moody



Fuente: STREETER, Víctor. *Mecánica de fluidos*. p.184

2.1.1.2. Ecuación de Colebrook

Los resultados experimentales se presentan en forma tabular y gráfica, obtenidos de datos experimentales de ajuste del diagrama de Moody (figura 14). Por lo que la combinación de los datos disponibles para flujo en transición y turbulento en tuberías llevó a la ecuación establecida por Cyril F. Colebrook, la cual se muestra a continuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (\text{Ecuación 16})$$

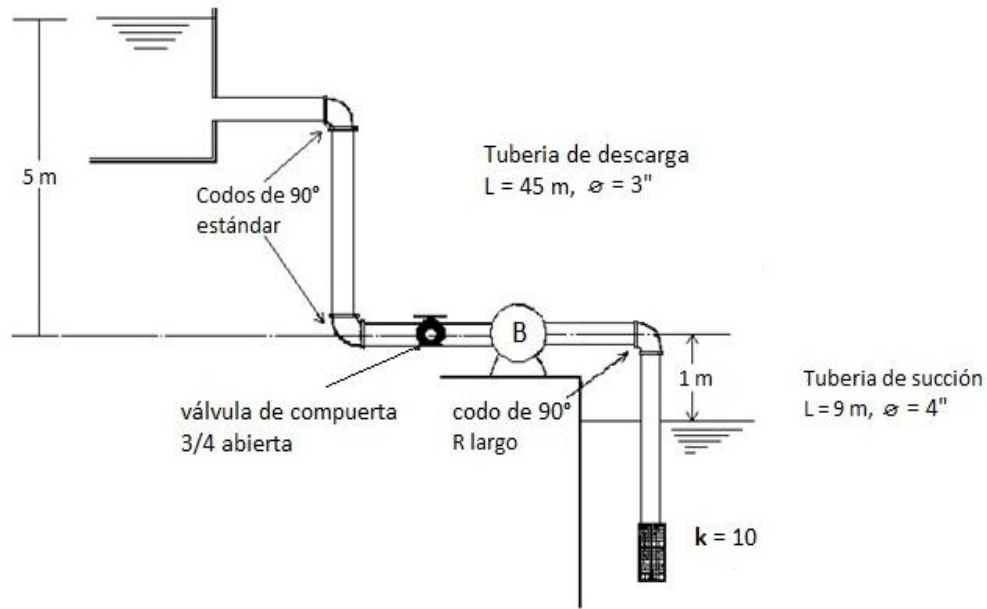
Para todas las tuberías la ecuación de Colebrook es la más aceptable para calcular el factor de fricción f . Debido a que su resolución es muy engorrosa; aunque en 1976, Prabhata K. Swamee y Allan K. Jain dedujeron con base en la ecuación de Colebrook, una ecuación que permitiría el cálculo directo del valor de fricción para flujo turbulento. Dicha ecuación se nombró Ecuación de Swamee y Jain, la cual se muestra a continuación:

$$f = \frac{0,25}{\left\{ \log \left[\frac{1}{3,7 \left(\frac{D}{\varepsilon} \right)} + \frac{5,74}{N_R^{0,9}} \right] \right\}^2} \quad (\text{Ecuación 17})$$

Ejemplo:

¿Cuál es la potencia que debe generar la bomba para cumplir con las condiciones que se muestran en la figura 15, si el caudal de agua que circula es de 8 l/s, la rugosidad de las tuberías es $\varepsilon = 3 \times 10^{-7}$?

Figura 15. Problema de aplicación de la ecuación de Swamee y Jain



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum hf + \sum hl$$

Despejando y reescribiendo:

$$H_B = z_2 + (hf_{TS} + hf_{TD}) + (hl_{filtro} + hl_{codoRL} + hl_{valvula} + 2hl_{codosST} + hl_{entrada})$$

En dónde:

$$hf_{TS} = f \frac{L}{D} \frac{V_{TS}^2}{2g}$$

$$hf_{TD} = f \frac{L}{D} \frac{V_{TD}^2}{2g}$$

$$hl_{filtro} = 10 \frac{V_{TS}^2}{2g}$$

$$hl_{codoRL} = f(20) \frac{V_{TS}^2}{2g}$$

$$hl_{válvula} = f(35) \frac{V_{TD}^2}{2g}$$

$$hl_{codoST} = f(30) \frac{V_{TD}^2}{2g}$$

$$hl_{salida} = 1 \frac{V_{TD}^2}{2g}$$

Hallando términos:

$$V_{TS} = \frac{0,008m^3 / s}{\frac{\pi}{4} (0,1016)^2} = 0,986m / s$$

$$\frac{V_{TS}^2}{2g} = \frac{(0,986m / s)^2}{2 * 9,81m / s^2} = 0,049m$$

$$R_e = \frac{(0,986m / s)(0,1016m)}{1 \times 10^{-6} m^2 / s} \approx 100178...turbulento$$

Determinando rugosidades relativas:

$$\varepsilon / D_s = 3 \times 10^{-7} m / 0,1016m = 2,95 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon/D_D = 3 \times 10^{-7} \text{ m} / 0,0762 \text{ m} = 3,94 \times 10^{-6}$$

Encontrando los factores de fricción en el diagrama de Moody o con la ecuación (17):

Para tubería de succión TS:

$$R_e = 87681 \Rightarrow f = 0,0185$$

$$\varepsilon/D_s = 2,95 \times 10^{-6}$$

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{3 \times 10^{-7} / 1,016}{3,7} + \frac{5,74}{100178^{0,9}} \right) \right]^2} = 0,0204$$

Para la tubería de descarga TD:

$$f \approx 0,0180$$

Determinando las pérdidas:

$$hf_{TS} = 0,0204(9 \text{ m} / 0,1016 \text{ m})(0,038 \text{ m}) = 0,068 \text{ m}$$

$$hf_{TD} = 0,0175(45 \text{ m} / 0,0762 \text{ m})(0,12 \text{ m}) = 1,270 \text{ m}$$

$$hl_{\text{filtro}} = 10(0,038 \text{ m}) = 0,38 \text{ m}$$

$$hl_{\text{codoRL}} = 0,0204(20)(0,038 \text{ m}) = 0,015 \text{ m}$$

$$hl_{\text{valvula}} = 0,0180(35)(0,12 \text{ m}) = 0,076 \text{ m}$$

$$hl_{codoRL} = 0,0180(30)(0,12m) = 0,065m$$

$$hl_{codoRL} = 1*(0,12m) = 0,12m$$

Sustituyendo:

$$H_B = z_2 + (hf_{TS} + hf_{TD}) + (hl_{filtro} + hl_{codoRL} + hl_{valvula} + 2hl_{codosST} + hl_{entrada})$$

$$H_B = 9 + (0,068 + 1,270) + (0,38 + 0,015 + 0,076 + 2*0,065 + 0,12) = 11,06m$$

$$POT = \frac{\gamma Q H_B}{745} = \frac{9810 \frac{N}{m^3} \left(0,007 \frac{m^3}{s}\right) (11,06m)}{745 \frac{N \cdot m}{s}} = 1,02HP$$

La potencia que debe generar la bomba es de 1,02 HP

2.1.2. Fórmula de Hazen–Williams

El método más utilizado para el diseño y análisis de los problemas de corriente de flujo en conductos cerrados es la fórmula de Hazen–Williams. Su utilización se limita al flujo de agua en tuberías con diámetros mayores a 2 pulgadas y menores de 6 pies. La velocidad de flujo no debe exceder los 3,05 m/s. Asimismo, fue diseñada para una temperatura de agua de 60°F. Su uso con temperaturas más altas o bajas causaría cierto error al momento de realizar los cálculos.

La ecuación de Hazen–William adopta en el sistema internacional el siguiente modelo:

$$v = 0,8492C_h R^{0,63} s^{0,54} \quad (\text{Ecuación 18})$$

Dónde:

v = velocidad promedio del flujo (m/s)

C_h = Coeficiente de Hazen–Williams (adimensional)

R = Radio hidráulico del conducto de flujo (m)

s = Relación $\frac{h_L}{L}$: pérdida de energía/longitud de conducto (m/m)

La implementación del radio hidráulico en dicha fórmula, permite su aplicación a secciones circulares y no circulares. Indicando que para las secciones circulares el radio hidráulico será igual al diámetro de tubería dentro de cuatro.

El coeficiente de Hazen–Williams, depende de la condición de la superficie de la tubería o conducto en la cual se esté trabajando. La tabla III, indica los valores que son comunes al trabajar un sistema de tuberías por este método.

Tabla III. **Coeficientes de Hazen–Williams**

Tipo de tubo	Promedio para tuberías nuevas y limpias	Valor de diseño
Acero, hierro dúctil o fundido con aplicación centrífuga de cemento o revestimiento bituminoso	150	140
Plástico, cobre, latón, vidrio	140	130
Acero, hierro fundido, sin recubrimiento	130	100
Concreto	120	100
Acero corrugado	60	60

Fuente: GILES, Ronald. *Mecánica de los fluidos e hidráulica*. p.109.

Para tuberías de sección circular, la ecuación de Hazen–Williams adopta la forma siguiente:

$$v = 0,8492C_h R^{0,63} s^{0,54} \quad (\text{Ecuación 19})$$

Si, $Q = v \cdot a$; $R = D/4$; y $s = hf/L$, entonces:

$$\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = 0,8492C_h \left(\frac{D}{4}\right)^{0,63} \left(\frac{hf}{L}\right)^{0,54}$$

Despejando para la pérdida:

$$hf = \left[\frac{4^{0,63} Q L^{0,54}}{0,8492 \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) C_h} \right]^{1/0,54}$$

La ecuación de Hazen–Williams para el sistema internacional toma la siguiente forma:

$$hf = \frac{10,643Q^{1,85} L}{C_H^{1,85} D^{4,87}} \quad (\text{Ecuación 20})$$

Donde:

hf: pérdida de energía por fricción en m

Q: caudal en m³/s

L: longitud de la tubería en m

D: diámetro de la tubería en m

C: coeficiente de Hazen–Williams que depende del material

Con unidades en el sistema inglés, la ecuación de Hazen–Williams para calcular la velocidad promedio del flujo es la siguiente:

$$v = 1,318C_h R^{0,63} s^{0,54} \quad (\text{Ecuación 21})$$

Donde:

v = velocidad promedio del flujo (pie/s)

C_h = Coeficiente de Hazen–Williams (adimensional)

R = Radio hidráulico del conducto de flujo (pie)

s = Relación $\frac{h_L}{L}$: pérdida de energía/longitud de conducto (pie/pie)

La ecuación de Hazen–Williams, para el Sistema Inglés toma la siguiente forma:

$$hf = \frac{4,727Q^{1,85} L}{C_H^{1,85} D^{4,87}} \quad (\text{Ecuación 22})$$

Donde:

hf: pérdida de energía por fricción en pies

Q: caudal en pie³/s

L: longitud de la tubería en pies

D: diámetro de la tubería en pies

C: coeficiente de Hazen–Williams que depende del material.

Las ecuaciones 19 y 21 presentadas anteriormente, permiten el cálculo directo de la velocidad de flujo para un tipo y tamaño de conducto proporcionado y cuando se conoce o especifica la pérdida de energía por unidad de longitud. El flujo volumétrico se calcula con $Q = AV$. Es frecuente que se quiera utilizar otros cálculos para determinar el diámetro de tubería que se requiere para conducir un flujo dado y obtener la pérdida de energía de una tubería de dicho flujo, conociendo su longitud y tamaño.

La tabla IV muestra otras formas que adquiere la fórmula de Hazen-Williams y que facilitarán los cálculos.

Tabla IV. **Formas alternativas de la fórmula de Hazen-Williams**

Unidades del Sistema Inglés	Unidades del Sistema Internacional
$v = 1,32 C_h R^{0,63} s^{0,54}$	$v = 0,85 C_h R^{0,63} s^{0,54}$
$Q = 1,32 AC_h R^{0,63} s^{0,54}$	$Q = 0,85 AC_h R^{0,63} s^{0,54}$
$h_L = L \left[\frac{Q}{1,32 AC_h R^{0,63}} \right]^{1,852}$	$h_L = L \left[\frac{Q}{0,85 AC_h R^{0,63}} \right]^{1,852}$
$D = \left[\frac{2,31 Q}{C_h s^{0,54}} \right]^{0,380}$	$D = \left[\frac{3,59 Q}{C_h s^{0,54}} \right]^{0,380}$
v en pies/s	v en m/s
Q en pies³/s	Q en m³/s
A en pies²	A en m²
h_L, L, R y D en pies	h_L, L, R y D en m
s en pies/pies (adimensional)	s en m/m (adimensional)

Fuente: GILES, Ronald. *Mecánica de los fluidos e hidráulica*. p.108.

Ejemplo:

Siguiendo con el problema planteado anteriormente en el tema 2.1.1. Fórmula de Darcy-Weisbach. Ahora se deberá hallar el caudal que circula por el sistema, por medio de la fórmula de Hazen-Williams. Los coeficientes de Hazen-Williams son los siguientes: tubería A: 150; tubería B: 130 y tubería C: 125.

Aplicando la ecuación (20) y se despeja Q:

$$hf = \frac{10,643Q^{1,85}L}{C_H^{1,85}D^{4,87}}$$
$$Q = \left[\frac{C_H^{1,85}D^{4,87}hf}{10,643L} \right]^{1/1,85}$$

Sustituyendo valores:

$$Q_A = \left[\frac{(150)^{1,85} (0,15)^{4,87} (20)}{10,643(800)} \right]^{1/1,85} = 0,0386m^3 / s$$
$$Q_B = \left[\frac{(130)^{1,85} (0,20)^{4,87} (20)}{10,643(750)} \right]^{1/1,85} = 0,0738m^3 / s$$
$$Q_C = \left[\frac{(125)^{1,85} (0,25)^{4,87} (20)}{10,643(775)} \right]^{1/1,85} = 0,0125m^3 / s$$

Caudal Total:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_T = 38,60 + 73,80 + 125,00 = 237,40 \text{ l / s}$$

El caudal total que circula por el sistema es de 237,40 l/s.

2.2. Métodos de resolución de tuberías ramificadas

En la mayoría de casos de diseño de redes de tubería, se pueden encontrar sistemas de tuberías ramificadas, en los cuales convergen caudales provenientes de diferentes conexiones. La solución de este tipo de problemas es compleja, dado que los sistemas de ecuaciones resultantes no son lineales.

A continuación, se abordarán los casos típicos de solución de tuberías ramificadas.

2.2.1. Caso 1: cuando se conoce el caudal de un ramal

En este caso se desea determinar el flujo en las tuberías, teniendo como dato el caudal en una rama, pero sin conocer otra variable, tal como el diámetro o la longitud de alguna de las ramas. Este caso es relativamente sencillo, ya que no se necesita realizar iteraciones para determinar los caudales.

Ejemplo:

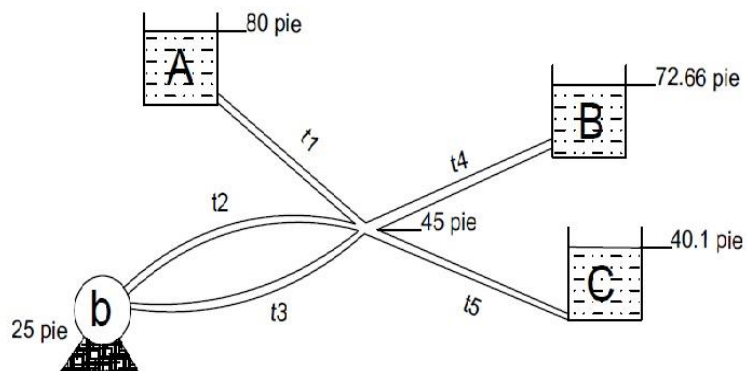
Para el sistema de tuberías ramificadas mostrado en la figura 16, se debe determinar la distribución de caudales en cada tubería y dibujar la línea de energía total del sistema, mostrando la dirección de los flujos.

Tabla V. **Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1**

Tubería	L (pie)	D (pul)	Coeficiente H-W
1	1 500	4,0	130
2	1 200	4,5	110
3	1 100	4,0	110
4	1 200	6,0	140
5	?	4,5	140

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Figura 16. **Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 1**



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

El primer paso que se debe realizar, es determinar la carga de presión en la salida de la bomba y en el punto P. Con ello se determinan las líneas piezométricas en cada tanque y por ende la pérdida total en cada tramo de tuberías.

Altura piezométrica en la salida de la bomba:

$$\frac{P_B}{\gamma} + h_0 = \frac{26 * 144}{62,4} + 25 = 85 \text{ pie}$$

Altura piezométrica en el punto P:

$$\frac{P_P}{\gamma} + E_P = \frac{8,67 * 144}{62,4} + 45 = 65 \text{ pie}$$

Pérdida en las tuberías 2 y 3:

$$hf_2 = hf_3 = P_B - E_P = 85 - 65 = 20 \text{ pie}$$

Pérdida en la tubería 1:

$$hf_1 = E_A - E_P = 80 - 65 = 15 \text{ pie}$$

Pérdida en la tubería 4:

$$hf_4 = E_P - E_C = 65 - 40,1 = 24,9 \text{ pie}$$

Pérdida en la tubería 5:

$$hf_5 = E_C - E_P = 72,66 - 65 = 7,66 \text{ pie}$$

Obtenidos los valores de pérdida por cada tramo, se procede a calcular los caudales por tramo mediante la ecuación de Hazen–Williams:

$$Q = C \left(\frac{D^{4,87} hf}{4,724L} \right)^{1/1,85}$$

$$Q_1 = 130 \left(\frac{\left(\frac{4}{12} \right)^{4,87} (15)}{4,724(1500)} \right)^{1/1,85} = 0,2584 \text{ pie}^3 / \text{s}$$

$$Q_2 = 110 \left(\frac{\left(\frac{4,5}{12} \right)^{4,87} (20)}{4,724(1200)} \right)^{1/1,85} = 0,393 \text{ pie}^3 / \text{s}$$

$$Q_3 = 110 \left(\frac{\left(\frac{4}{12} \right)^{4,87} (20)}{4,724(1100)} \right)^{1/1,85} = 0,3021 \text{ pie}^3 / \text{s}$$

$$Q_4 = 140 \left(\frac{\left(\frac{6}{12} \right)^{4,87} (24,9)}{4,724(1200)} \right)^{1/1,85} = 1,20 \text{ pie}^3 / \text{s}$$

Utilizando la ecuación de continuidad, se obtiene que la suma de caudales entrantes al nodo P, es igual a la suma de caudales que salen del mismo.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_5 = Q_4$$

$$Q_5 = Q_4 - Q_3 - Q_2 - Q_1$$

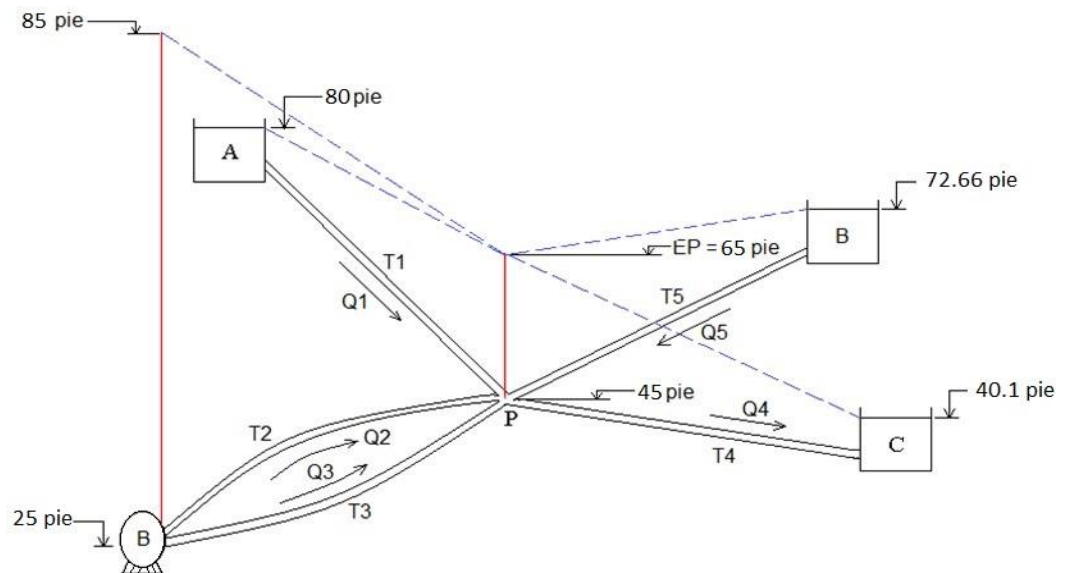
$$Q_5 = 1,200 - 0,3021 - 0,393 - 0,2584 = 0,2465 \text{ pie}^3 / s$$

$$Q_5 = 110 \left(\frac{\left(\frac{4}{12} \right)^{4,87} (20)}{4,724L} \right)^{1/1,85}$$

$$7,66 = \frac{4,724(0,2465)^{1,85} L}{140^{1,85} \left(\frac{4,5}{12} \right)^{4,87}}$$

$$L \cong 1700 \text{ pie}$$

Figura 17. **Distribución de caudales y líneas de carga y energía**



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

2.2.2. Caso 2: Cuando no se conoce ningún caudal. Problema de los tres depósitos

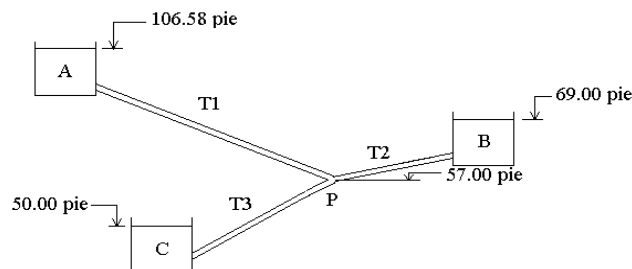
En esta ocasión se debe determinar el flujo en cada tubería, teniendo como datos conocidos la elevación de los tres depósitos, el tipo, diámetro y longitud de cada tubería. Las ecuaciones de Darcy-Weisbach deben satisfacerse en cada tubería. La suma de los flujos que salen del nodo deben ser iguales al flujo que entra y la dirección del flujo siempre debe de ir del depósito de mayor altura al de menor altura.

Los problemas se resuelven de manera aproximada, asumiendo elevaciones del nodo, como también calculando los caudales de los tres depósitos y estos valores se sustituyen en la ecuación de continuidad.

Ejemplo:

Para el sistema de tuberías ramificadas mostrado en la figura 18, determinar la distribución de caudales de cada tubería, dibujar la línea de energía total del sistema y mostrar la dirección del flujo.

Figura 18. Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

Tabla VI. **Problema de aplicación de tuberías ramificadas. Caso 2**

Tubería	L (pie)	D (pul)	Coeficiente H-W
1	5 100	8	140
2	2 600	7,5	125
3	3 000	6	110

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Dado que no se nos proporciona el caudal o su equivalente de pérdida de energía en ninguna de las tuberías que conforman el sistema, no se puede hallar directamente la elevación de la energía en el punto P, por lo que se debe recurrir al método de prueba y error para encontrar la energía en dicho punto.

Aplicando la ecuación de Hazen–Williams y despejando caudal Q:

$$hf = \frac{4,727 Q^{1,85} L}{C^{1,85} D^{4,87}}$$

$$Q = C \left(\frac{D^{4,87}}{4,724L} \right)^{1/1,85} hf^{1/1,85}$$

Se definen los caudales de cada tubería en términos de la pérdida:

$$Q_{AP} = 140 \left(\frac{(8/12)^{4,87}}{4,724 * 5100} \right)^{1/1,85} hf_{AP}^{1/1,85}$$

$$Q_{AP} = 0,20601hf_{AP}^{1/1,85}$$

$$Q_{PB} = 0,22343hf_{PB}^{1/1,85}$$

$$Q_{PC} = 0,10111hf_{PC}^{1/1,85}$$

Para saber si EP está ubicada entre la altura “106,58 pie y 69 pie” o entre “69 pie y 50 pie”, se debe asumir que EP=69 pie, debido a que es la elevación del tanque intermedio.

De la ecuación de continuidad se obtiene lo siguiente:

$$Q_{AP} = Q_{PB} + Q_{PC} \quad \text{Sí, EP} > 69 \text{ pie}$$

$$Q_{AP} + Q_{PB} = Q_{PC} \quad \text{Sí, EP} < 69 \text{ pie}$$

Se sustituyen los valores y se Asume la primera ecuación:

$$0,20601(106,58 - 69)^{1/1,85} = 0,22343(69 - 69)^{1/1,85} + 0,1011(69 - 50)^{1/1,85}$$

$$0,20601(37,58)^{1/1,85} = 0,22815(0)^{1/1,85} + 0,1011(19)^{1/1,85}$$

$$1,4630 \text{ pie}^3 / s = 0 \text{ pie} / s + 0,4966 \text{ pie}^3 / s$$

Se concluye que debe circular un caudal en la tubería 2 con dirección de P a B, por lo tanto, se da lo siguiente:

$$106,58 \text{ pie} < EP < 69 \text{ pie}$$

Por prueba y error se evalúan distintos valores de EP, comprendidos en el tramo anterior, hasta que se cumpla con la ecuación de continuidad:

$$Q_{AP} = Q_{PB} + Q_{PC}$$

Tabla VII. **Iteraciones para el cálculo de la fricción en cada tramo**

<i>EP (pie)</i>	<i>hf (AP) = 106.58 - EP</i>	<i>hf (PB) = EP - 69</i>	<i>hf (PC) = EP - 50</i>
69,00	37,58	0,00	19,00
70,00	36,58	1,00	20,00
75,00	31,58	6,00	25,00
80,00	26,58	11,00	30,00
77,00	29,58	8,00	27,00
76,96	29,62	7,96	26,96

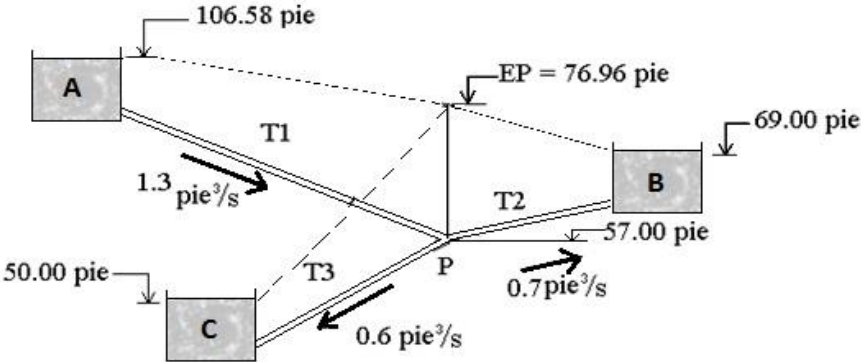
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Tabla VIII. **Iteraciones para el cálculo de los caudales en cada tramo**

<i>EP (pie)</i>	<i>Q_{AP} (pie³/s)</i>	<i>Q_{PB}(pie³/s)</i>	<i>Q_{PC} (pie³/s)</i>
69,00	1,4630	0,0010	0,4966
70,00	1,4203	0,2281	0,5106
75,00	1,3316	0,6010	0,5760
80,00	1,2132	0,8339	0,6357
77,00	1,2853	0,7020	0,6005
76,96	1,2863	0,7002	0,6000

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 19. **Distribución de caudales y cargas piezométricas**



Fuente: elaboración propia, empleando AutoCAD.

3. PRÁCTICAS DE LABORATORIO

3.1. Deducción de la fórmula experimental para el cálculo de las pérdidas de energía

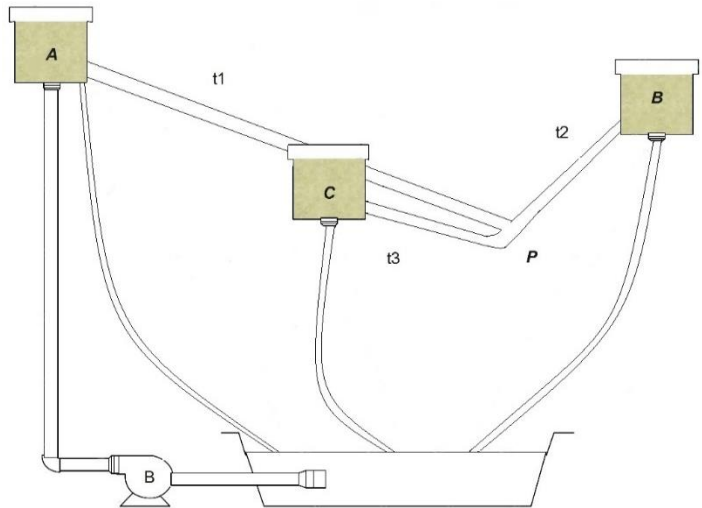
Las ecuaciones que se desarrollaran para calcular la pérdida de energía por fricción en las tuberías, se deducirán experimentalmente a partir de la ecuación 23. A causa de que no se puede utilizar la ecuación de Hazen–William por tener diámetros menores de 2 pulgadas y en el caso de la ecuación de Darcy-Weisbach que puede generar incertezas en los resultados debido a la corta longitud de las tuberías, se procedió a instalar al banco de ensayos una tubería flexible.

$$h_f = k \frac{v^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 23})$$

3.2. Esquema del banco de prácticas para la simulación de tuberías ramificadas

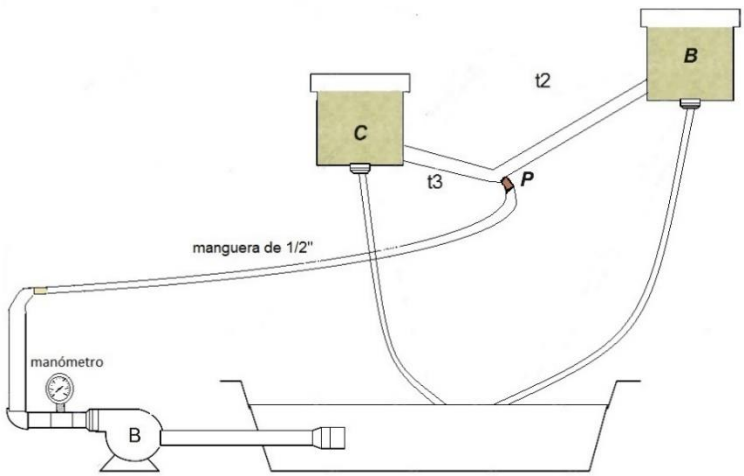
Los ensayos se llevaron a cabo en las instalaciones del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, los cuales se trabajaron de forma independiente.

Figura 20. **Esquema de banco de ensayos de tuberías ramificadas por gravedad**



Fuente: elaboración propia, empleando EdrawMax.

Figura 21. **Esquema de banco de ensayos de tuberías ramificadas por bombeo**



Fuente: elaboración propia, empleando EdrawMax.

3.2.1. Descripción del equipo de pruebas del sistema de tuberías ramificadas

El prototipo consta de un circuito de tuberías de PVC, indicando a los siguientes componentes:

- El sistema se compone de un circuito de tuberías de PVC, de 1" de diámetro para dos ramas, una manguera flexible de 1" para la rama restante y una bomba de 220 voltios con ½ HP de potencia que alimentará al sistema.
- Un depósito de almacenamiento.
- Dos tanques elevados fijos de almacenamiento, uno de los cuales se alimenta por el caudal bombeado; mientras que el otro, que está a un nivel menor que el primero, se alimenta del tanque de mayor elevación.
- Un tanque con la misma capacidad que los 2 anteriores; este tanque tiene la particularidad que puede variar su elevación, con motivo de tomar diferentes mediciones.
- Tomas piezométrica de medición de carga de pérdida, ubicados en puntos clave del sistema. Estos son de manguera transparente de 3/8" de diámetro, colocados verticalmente en un tablero de madera con guías para las mismas, alrededor de los cuales se encuentra una cinta métrica, la cual permite tomar las alturas de la piezométrica.

- Como accesorios se instalaron una Tee de 1"; un codo de 45°, 3 codos de 90° de 1", un acople rápido de compresor, 4 fittings de 3/8", 2 válvulas de paso y una válvula de globo.

Figura 22. **Circuito de tuberías ramificadas**



Fuente: laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-3, Facultad de Ingeniería.

3.3. Manual de Ensayo del sistema de tuberías ramificadas por gravedad

A continuación, se presentan los pasos para la realización del ensayo, en modo teórico y gráfico.

- Llenar el depósito de donde la bomba succiona el agua, hasta un nivel suficientemente alto para que la misma no tenga dificultades con su funcionamiento.

Figura 23. Paso 1



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Purgar la bomba para evitar cavitación dentro de la misma. Hecho lo anterior, poner a funcionar la bomba, regulando el caudal lentamente a través de la válvula de paso.

Figura 24. **Paso 2**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Graduar la válvula de salida del tanque 1. Verificando que la conducción en el rebalse del tanque alto esté constante. Esto se determina simplemente observando que el nivel de altura del agua sobre la superficie del tanque sea constante.

Figura 25. **Paso 3**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Graduar la válvula de salida del tanque 1 y dejarla fija, de tal manera que no se exceda el rebalse del tanque. Se debe verificar además que los 2 tanques receptores mantengan también un nivel de altura constante entre el caudal de entrada, con su caudal de desfogue.

Figura 26. **Paso 4**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Fijar una altura para el tanque 2, la cual debe estar por debajo de la altura fija del tanque 3, ésta puede variar hasta una altura máxima de 64 cm.

Figura 27. **Paso 5**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Con el agua fluyendo a través del sistema ya estabilizado y por medio de la línea piezométrica de cada tanque se anota la lectura del nivel de agua en la superficie de cada uno de ellos. Se anota la altura piezométrica del punto P, o de intersección de las tres ramas.

Figura 28. **Paso 6**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Medir los caudales de los tanques 2 y 3, por medio del método volumétrico de aforo.

Figura 29. **Paso 7**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Se repite el proceso desde el paso 5, variando la altura de la superficie del agua del tanque 2; hasta este paso.

- Obtención de datos:
 - Encontrar el caudal con las ecuaciones de calibración creadas.
 - Trazar en papel milimetrado los valores de pérdida y energía (hf y $v^2/2g$), y encontrar geoméricamente el valor de la pendiente de la recta que se aproxime a dicha dispersión o utilizar Microsoft Excel para elaborarla por puntos de dispersión.
 - Comparar el resultado de k obtenido en el inciso anterior.
 - Trazar en papel milimetrado los valores de los caudales teóricos y reales para las distintas tomas o realizarlo en Microsoft Excel.
 - Concluir y comentar

3.3.1. Obtención de datos

Se realizaron dos escenarios, los cuales consistieron en variar el caudal de distribución del tanque principal a los tanques 2 y 3; esta regulación de caudal se dio a través del cierre y abertura de la válvula de paso que sale del tanque principal. A continuación, se presentan ambos escenarios.

Tabla IX. **Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1 abierta ½”**

ítem	Elevaciones				Tanque 2		Tanque 3	
	EI1	EP	EI2	EI3	t1	t2	t1	t2
1	100,6	62,5	56,6	62,4	17,38	17,42	74,3	74,25
2	100,6	62,6	57,7	62,4	19,07	19,04	57,19	57,16
3	100,6	62,75	59,15	62,4	22,17	22,16	40,63	40,6
4	100,6	62,9	60,2	62,4	25,38	25,41	32,32	32,38
5	100,6	62,95	60,35	62,4	27,65	27,9	29,2	29,25
6	100,6	63,15	61	62,4	28,94	28,91	27,4	27,4
7	100,6	63,2	61,5	62,4	31,45	31,56	25,8	25,75
8	100,6	63,34	62	62,4	33,76	33,64	24,4	24,6
9	100,6	63,45	62,2	62,4	36,41	36,41	23,22	23,35

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Tabla X. **Datos obtenidos con válvula de salida de tanque 1 abierta ¾”**

ítem	Elevaciones (cm)				Tanque 2		Tanque 3	
	EI1	EP	EI2	EI3	t1	t2	t1	t2
1	100,6	63,5	52,3	62,4	14,19	14,5	29,5	29,37
2	100,6	63,7	53,2	62,4	14,45	14,44	27,6	27,8
3	100,6	63,75	54,2	62,4	16,16	15,75	26,72	26
4	100,6	63,8	55,5	62,4	17,38	16,84	25,75	25,7
5	100,6	63,9	56,7	62,4	18,34	18,69	23	23,4
6	100,6	63,96	57,6	62,4	20,16	20,17	22,25	22,3
7	100,6	64	59,9	62,4	23,6	23,87	21,2	21
8	100,6	64,3	60,7	62,4	26,44	26,1	19,85	19,8
9	100,6	64,95	61,9	62,4	29	28,3	18,44	18,3

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

3.3.2. Procedimiento para realizar los cálculos

Los cálculos se realizarán para la primera línea a modo de ejemplo.

Determinar el caudal que circula en cm^3/s . Este caudal como se mencionó anteriormente, se hizo de forma volumétrica, tomando dos tiempos con un volumen de 3000 cm^3 .

$$Q_2 = v \left(\frac{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}}{3} \right)$$

Caudal para la tubería 2:

$$Q_2 = 3000 \left(\frac{\frac{1}{17,38} + \frac{1}{17,42}}{2} \right)$$

$$Q_2 = 172,41 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Caudal para la tubería 3:

$$Q_3 = 3000 \left(\frac{\frac{1}{74,30} + \frac{1}{74,25}}{2} \right)$$

$$Q_3 = 40,39 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Caudal para la tubería 1:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = 172,41 + 40,39$$

$$Q_1 = 212,80 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Cálculo de velocidad promedio del flujo en el sistema en base a la ecuación de continuidad:

$$v = \frac{Q}{A}$$

Donde:

v = Velocidad promedio del flujo (cm/s)

Q = Caudal de aforo (cm³/s)

A = Área de sección de la tubería (cm²)

Diámetro de las tuberías 1,2 y 3:

$$1" = 2,54 \text{ cm}$$

Área de sección las tuberías 1, 2 y 3:

$$A = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} (2,54)^2$$

$$A = 5,067 \text{ cm}^2$$

Velocidad del tramo 1-P:

$$v_1 = \frac{\overline{Q}_1}{A}$$

$$v_1 = \frac{212,80 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$

$$v_1 = 42 \text{ cm} / \text{s}$$

Velocidad del tramo P-2:

$$v_2 = \frac{\overline{Q}_2}{A}$$

$$v_2 = \frac{172,41 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$

$$v_2 = 34,03 \text{ cm} / \text{s}$$

Velocidad del tramo P-3:

$$v_3 = \frac{\overline{Q}_3}{A}$$

$$v_3 = \frac{40,39 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$

$$v_3 = 7,97 \text{ cm} / \text{s}$$

Determinar la energía cinética en las tres tuberías de conducción entre tanques, por medio de la ecuación de la energía cinética (ecuación 24):

$$E = \frac{V^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 24})$$

Energía cinética del tramo 1-P:

$$E_1 = \frac{V_1^2}{2g}$$

$$E_1 = \frac{(42\text{cm/s})^2}{2(981\text{cm/s}^2)}$$

$$E_1 = 0,90\text{cm}$$

Energía cinética del tramo P-2:

$$E_2 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$E_2 = \frac{(34,03\text{cm/s})^2}{2(981\text{cm/s}^2)}$$

$$E_2 = 0,59\text{cm}$$

Energía cinética del tramo P-3:

$$E_3 = \frac{V_3^2}{2g}$$

$$E_3 = \frac{(7,97\text{cm/s})^2}{2(981\text{cm/s}^2)}$$

$$E_3 = 0,03\text{cm}$$

Determinación de la pérdida de energía por tramos, esta se calcula como la resta algebraica de las cargas piezométricas ubicadas en cada tramo.

Tramo 1:

$$hf = \text{Altura piezométrica en 1} - \text{Altura piezométrica en P}$$

$$hf = 100,6 \text{ cm} - 62,5 \text{ cm}$$

$$hf = 38,1 \text{ cm}$$

Tramo 2:

$$hf = \text{Altura piezométrica en P} - \text{Altura piezométrica en 2}$$

$$hf = 62,5 \text{ cm} - 56,6 \text{ cm}$$

$$hf = 5,9 \text{ cm}$$

Tramo 3:

$$hf = \text{Altura piezométrica en P} - \text{Altura piezométrica en 3}$$

$$hf = 62,5 \text{ cm} - 62,4 \text{ cm}$$

$$hf = 0,1 \text{ cm}$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados para los siguientes cálculos.

Tabla XI. **Determinación de pérdida de energía por tramo**

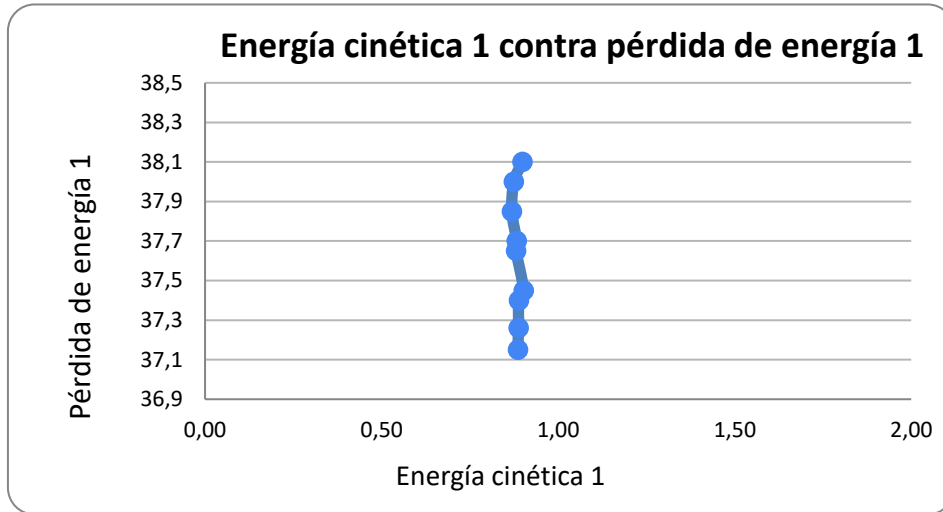
Item	Elevaciones				TUBERIA1				TUBERIA2				TUBERIA3			
	El1	EP	El2	El3	hf (cm)	Q (cm ³ /s)	Vel (cm/s)	Energía (cm)	hf (cm)	Q (cm ³ /s)	Vel (cm/s)	Energía (cm)	hf (cm)	Q (cm ³ /s)	Vel (cm/s)	Energía (cm)
1	100.6	62.5	56.6	62.4	38.1	212.80	42.00	0.90	5.9	172.41	34.03	0.59	0.1	40.39	7.97	0.03
2	100.6	62.6	57.7	62.4	38	209.91	41.43	0.87	4.9	157.44	31.07	0.49	0.2	52.47	10.36	0.05
3	100.6	62.8	59.15	62.4	37.85	209.21	41.29	0.87	3.6	135.35	26.71	0.36	0.35	73.86	14.58	0.11
4	100.6	62.9	60.2	62.4	37.7	210.87	41.62	0.88	2.7	118.13	23.31	0.28	0.5	92.74	18.30	0.17
5	100.6	63	60.35	62.4	37.65	210.66	41.58	0.88	2.6	108.01	21.32	0.23	0.55	102.7	20.26	0.21
6	100.6	63.2	61	62.4	37.45	213.21	42.08	0.90	2.15	103.72	20.47	0.21	0.75	109.49	21.61	0.24
7	100.6	63.2	61.5	62.4	37.4	211.62	41.76	0.89	1.7	95.22	18.79	0.18	0.8	116.39	22.97	0.27
8	100.6	63.3	62	62.4	37.26	211.47	41.74	0.89	1.34	89.02	17.57	0.16	0.94	122.45	24.17	0.30
9	100.6	63.5	62.2	62.4	37.15	211.23	41.69	0.89	1.25	82.39	16.26	0.13	1.05	128.84	25.43	0.33

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

3.3.3. Deducción de las ecuaciones para las pérdidas de energía por fricción

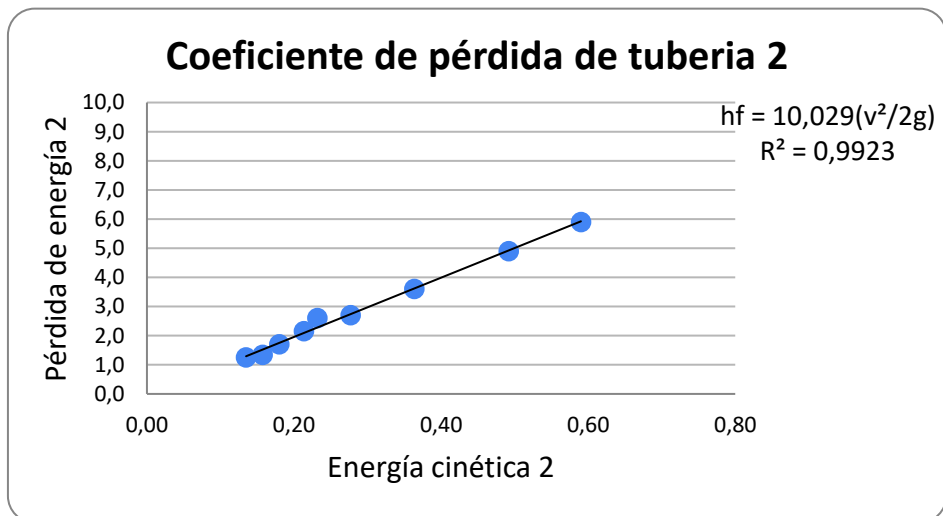
Los resultados obtenidos en el ensayo experimental, se utilizarán para determinar las ecuaciones que se utilizarán en el cálculo de la pérdida de energía por fricción en función de la energía cinética en las tuberías 2 y 3. Tales ecuaciones determinarán el caudal que circula por ambas ramas; en función del caudal que distribuya la tubería 1. Las gráficas se elaboran a partir de los valores de energía cinética en relación a la pérdida de energía. Se puede observar que en la figura 30 se forma una recta vertical, esto debido a que el caudal es el mismo en cada medición de la tubería 1.

Figura 30. **Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 1**



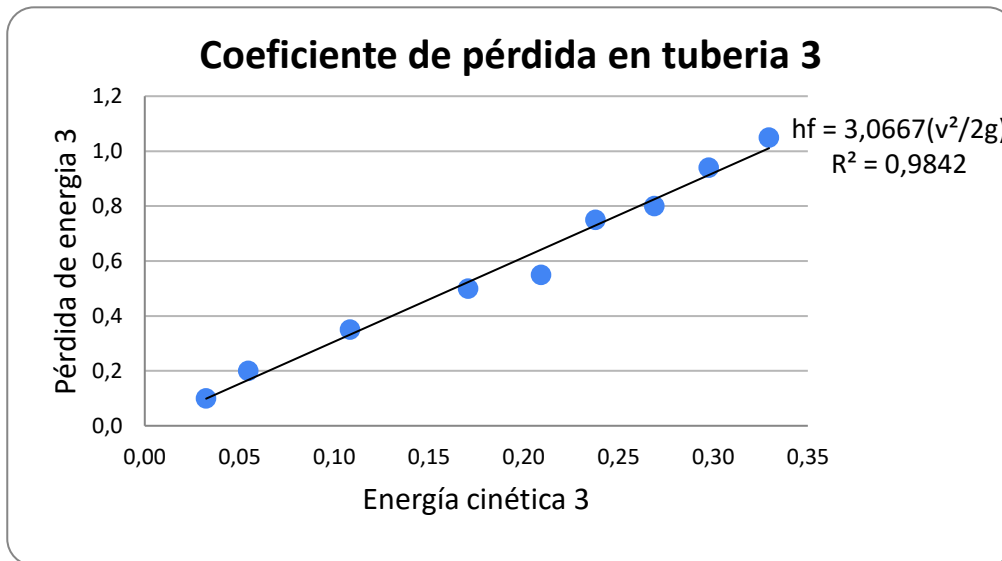
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Figura 31. **Coefficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 1**



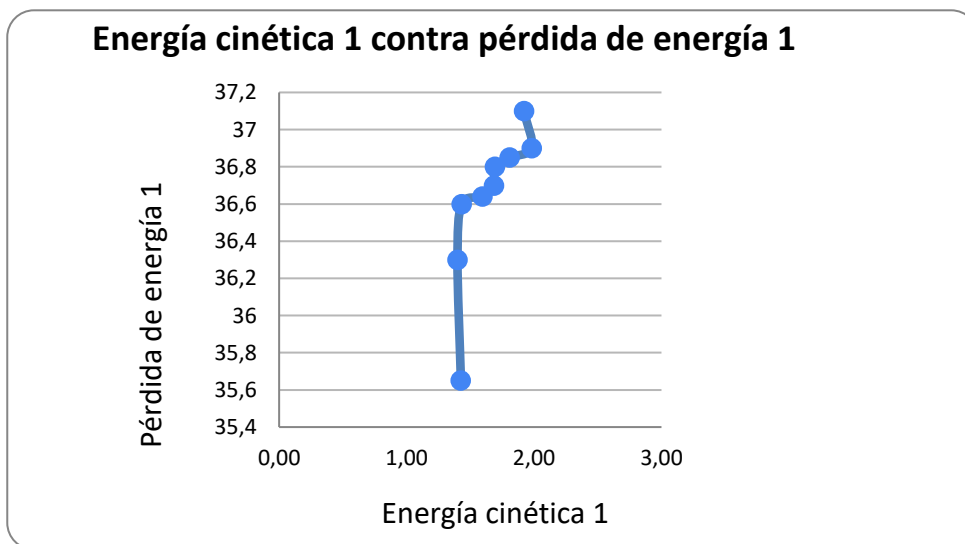
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Figura 32. **Coefficiente de pérdida k en tubería 3. Escenario 1**



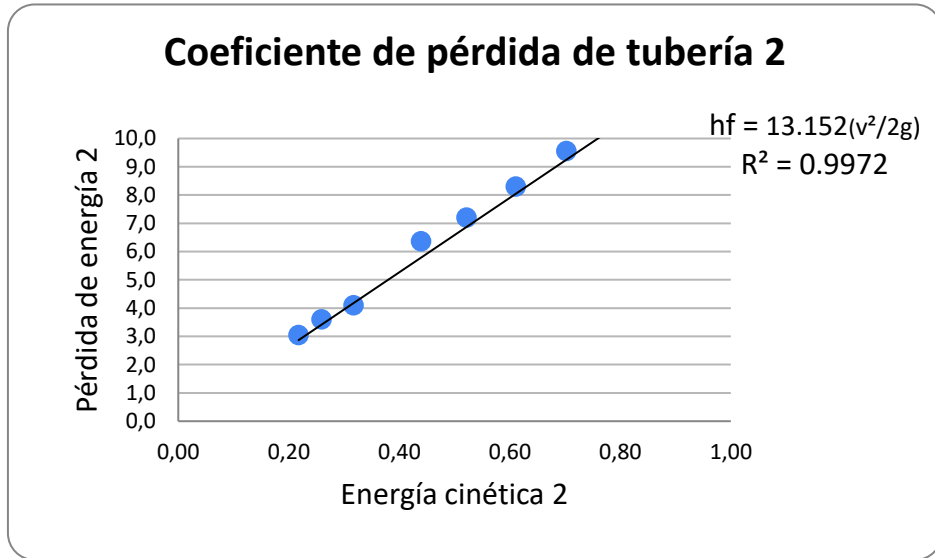
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Figura 33. **Gráfica de energía contra pérdida de tubería 1. Escenario 2**



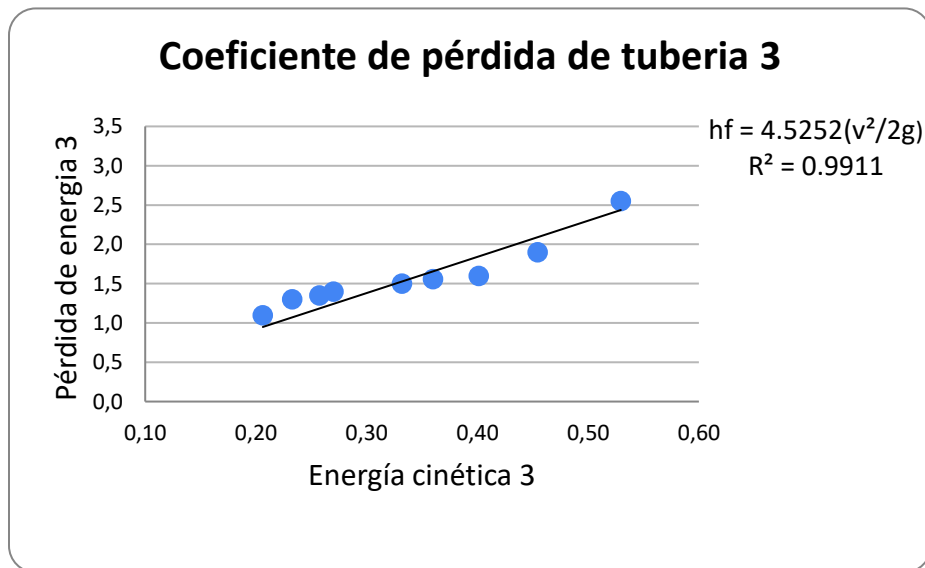
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Figura 34. **Coefficiente de pérdida k de tubería 2. Escenario 2**



Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Figura 35. **Coefficiente de pérdida k de tubería 3. Escenario 2**



Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Partiendo de la ecuación de la pérdida de energía (Ecuación 23), se desarrollarán las ecuaciones de calibración del caudal en las tuberías 2 y 3. Ahora en el caso de la tubería 1, el caudal se determina por medio de la ecuación de continuidad.

Las deducciones de las ecuaciones se dejan indicadas para la primera medición en ambos escenarios, como se muestra a continuación:

Ecuación calibrada de la tubería 2:

$$hf_2 = 10,029 \left(\frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$hf_2 = 10,029 \times \frac{\left(\frac{Q_2}{A_2} \right)^2}{2g}$$

$$hf_2 = 10,029 \times \left(\frac{Q_2^2}{2gA_2^2} \right)$$

$$Q_2 = 70.8715 hf_2^{1/2}$$

$$Q_2 = 70.8715 (E_p - E_2)^{1/2} \text{ (Ecuación 25)}$$

Ecuación calibrada de la tubería 3:

$$hf_3 = 3,067 \left(\frac{v_3^2}{2g} \right)$$

$$hf_3 = 3,067 \times \left(\frac{Q_3^2}{2gA_3^2} \right)$$

$$Q_3 = 3,067hf_3^{1/2}$$

$$Q_3 = 128,1636(E_p - E_3)^{1/2} \text{ (Ecuación 26)}$$

Ecuación para la tubería 1 (ecuación de continuidad):

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

Para el segundo escenario, las ecuaciones quedan de la siguiente forma:

Ecuación calibrada de la tubería 2:

$$Q_2 = 61,887(E_p - E_2)^{1/2} \text{ (Ecuación 27)}$$

Ecuación calibrada de la tubería 3:

$$Q_3 = 105,51(E_p - E_3)^{1/2} \text{ (Ecuación 28)}$$

Ecuación para la tubería 1 (ecuación de continuidad):

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

3.3.4. Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes

Al desarrollar las ecuaciones de calibración de los caudales, es de suma importancia realizar la comparación entre los caudales observados durante el ensayo y los caudales obtenidos teóricamente, esto se realiza por medio de la ecuación de porcentaje de error (Ecuación 29). Se plotean como se muestra en las gráficas siguientes. Los caudales observados y los caudales teóricos son colocados en el eje horizontal, contra la pérdida de energía ubicada en el eje vertical.

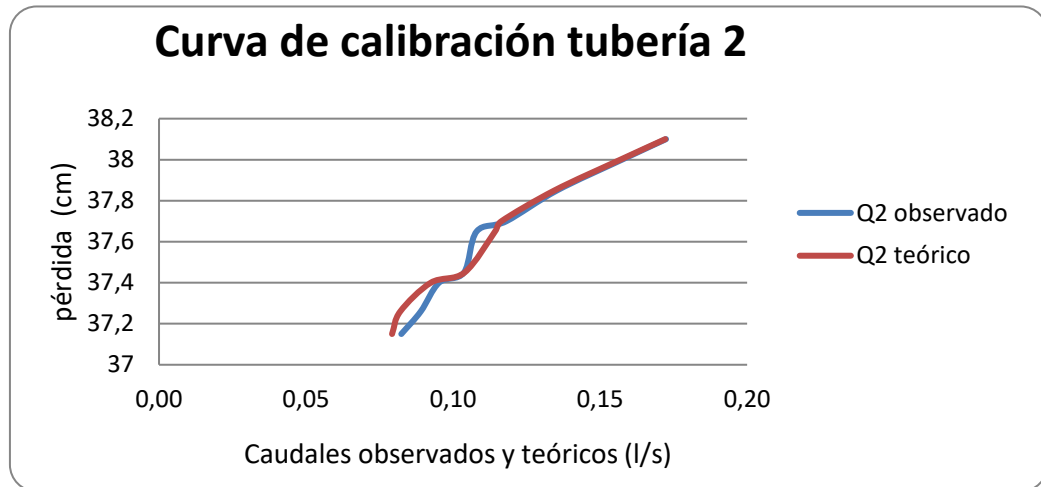
$$\%error = \left| \frac{Q_{observado} - Q_{teórico}}{Q_{observado}} \right| \times 100 \quad (\text{Ecuación 29})$$

Tabla XII. Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 2 abierta a 1/2 (escenario 1)

ítem	hf ₂	Caudales (l/s)		% error
		Q ₂ observado	Q ₂ teórico	
1	5,9	0,17	0,17	0,16
2	4,9	0,16	0,16	0,35
3	3,6	0,13	0,14	0,65
4	2,7	0,12	0,12	1,42
5	2,6	0,11	0,11	5,80
6	2,15	0,10	0,10	0,19
7	1,7	0,09	0,10	2,96
8	1,3	0,08	0,09	7,84
9	1,25	0,08	0,08	3,83

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 36. **Curva de calibración de tubería 2. Escenario 1**



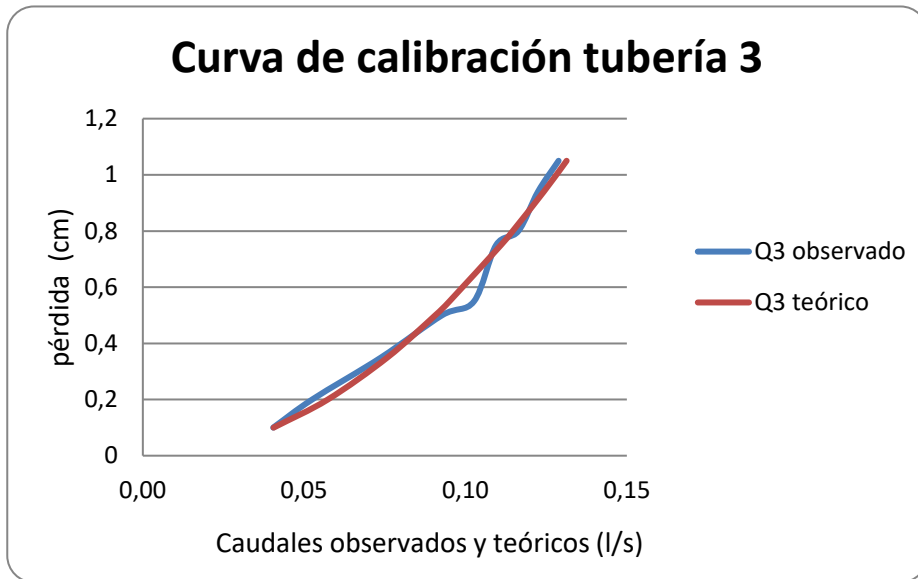
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Tabla XIII. **Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 3 (escenario 1)**

ítem	hf ₃	Caudales (l/s)		% error
		Q ₃ observado	Q ₃ teórico	
1	0,10	0,04	0,04	0,30
2	0,20	0,05	0,06	9,20
3	0,35	0,07	0,08	2,70
4	0,50	0,09	0,09	2,30
5	0,55	0,10	0,10	7,40
6	0,75	0,11	0,11	1,40
7	0,80	0,12	0,11	1,50
8	0,94	0,12	0,12	1,50
9	1,05	0,13	0,13	1,90

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 37. **Curva de calibración de tubería 3. Escenario 1**



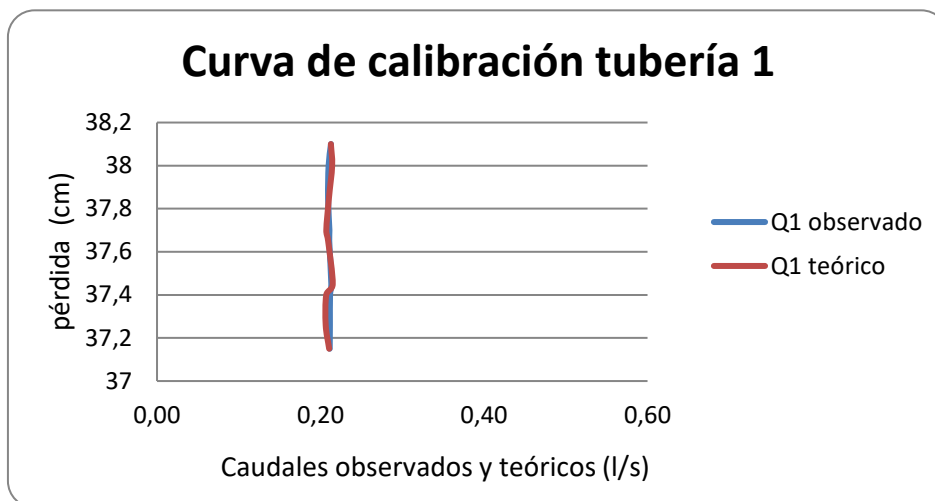
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Tabla XIV. **Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 1 (escenario 1)**

ítem	hf ₁	Caudales (l/s)		% error
		Q ₁ observado	Q ₁ teórico	
1	38,1	0,21	0,21	0,06
2	38,0	0,21	0,21	2,04
3	37,8	0,21	0,21	0,52
4	37,6	0,21	0,21	1,80
5	37,5	0,21	0,21	0,64
6	37,4	0,21	0,21	0,80
7	37,3	0,21	0,21	2,16
8	37,2	0,21	0,21	2,45
9	37,1	0,21	0,21	0,32

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 38. **Curva de calibración de tubería 1. Escenario 1**



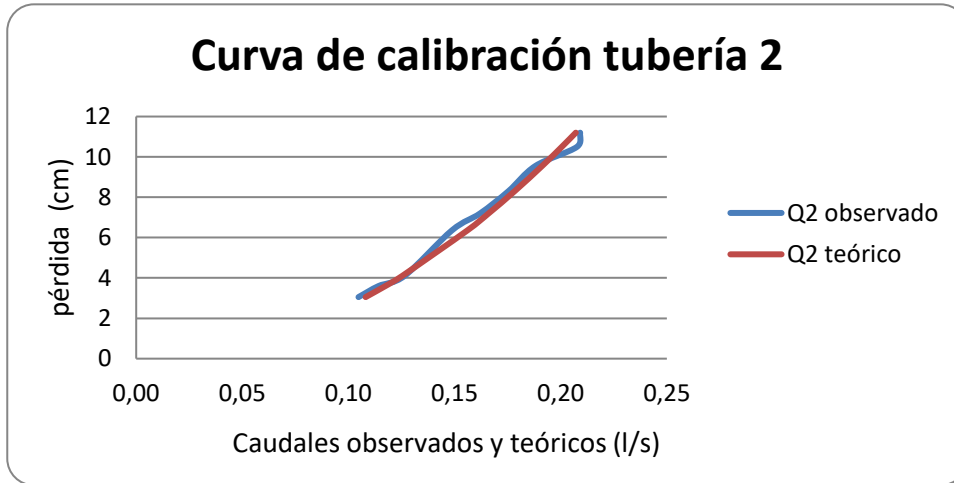
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Tabla XV. **Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 2 abierta a $\frac{3}{4}$ (escenario 2)**

ítem	hf ₂	Caudales (l/s)		% error
		Q ₂ observado	Q ₂ teórico	
1	11,2	0,21	0,21	0,98
2	10,5	0,21	0,20	3,44
3	9,5	0,19	0,19	1,70
4	8,3	0,18	0,18	1,66
5	7,2	0,16	0,17	2,48
6	6,3	0,15	0,16	4,91
7	4,1	0,13	0,13	0,86
8	3,6	0,11	0,12	2,82
9	3,0	0,10	0,11	3,20

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 39. **Curva de calibración tubería 2. Escenario 2**



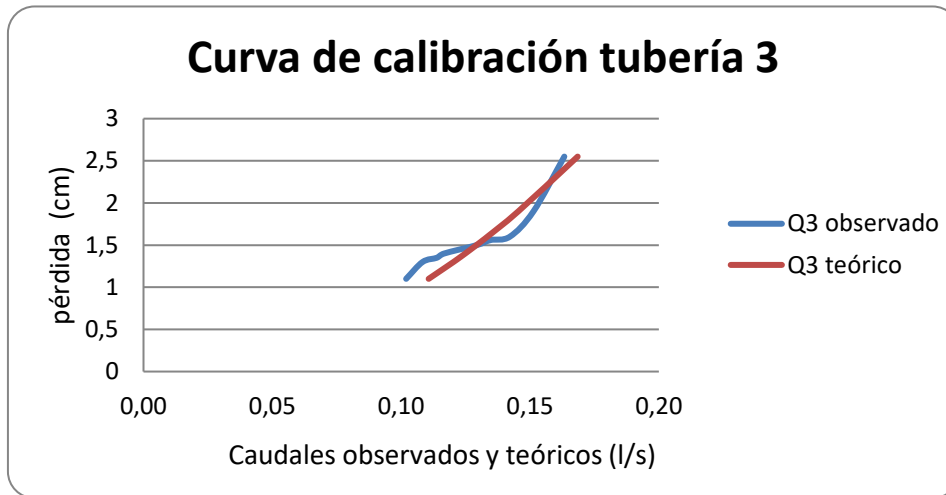
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Tabla XVI. **Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 3 (escenario 2)**

ítem	hf ₃	Caudales (l/s)		% error
		Q ₃ observado	Q ₃ teórico	
1	1,1	0,10	0,11	8,58
2	1,3	0,11	0,12	11,08
3	1,3	0,11	0,12	7,70
4	1,4	0,12	0,12	7,05
5	1,5	0,13	0,13	0,08
6	1,5	0,13	0,13	2,15
7	1,6	0,14	0,13	6,13
8	1,9	0,15	0,15	3,89
9	2,5	0,16	0,17	3,17

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 40. **Curva de calibración tubería 3. Escenario 2**



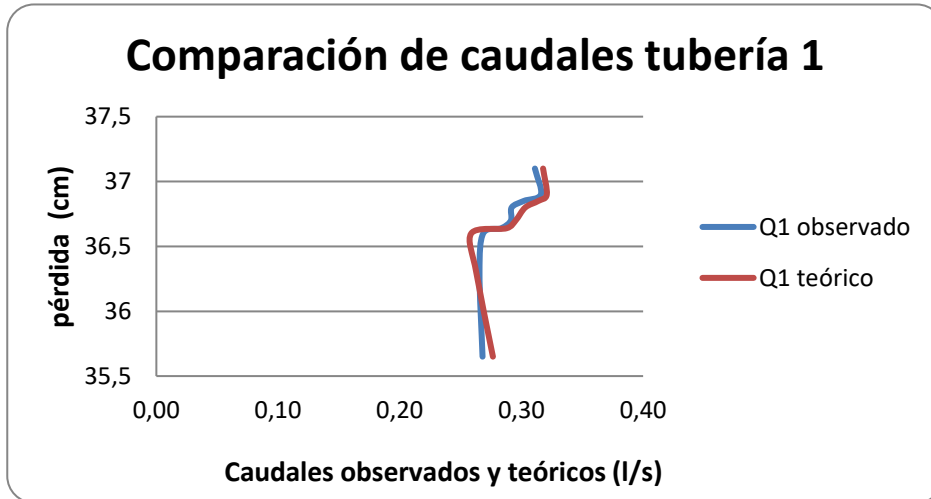
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Tabla XVII. **Comparación entre caudal observado y caudal teórico de tubería 1 (escenario 2)**

ítem	hf ₁	Caudales (l/s)		% error
		Q ₁ observado	Q ₁ teórico	
1	37,1	0,31	0,32	0,02
2	36,9	0,32	0,32	0,02
3	36,8	0,30	0,31	0,04
4	36,8	0,29	0,30	0,04
5	36,7	0,29	0,30	0,01
6	36,6	0,28	0,29	0,02
7	36,6	0,27	0,26	0,04
8	36,3	0,27	0,26	0,01
9	35,6	0,27	0,28	0,03

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 41. Curva de calibración de tubería 1. Escenario 2



Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

3.4. Manual de Ensayo del sistema de tuberías ramificadas por bombeo

Para el ensayo de tuberías ramificadas aplicado por bombeo, se utilizaron solo dos depósitos de nuestro prototipo, uno con altura fija y el otro con altura variable. Se le conecto un acople rápido de compresor en la intersección de las tuberías, por el cual se le administro el fluido por bombeo. Cabe aclarar, que el procedimiento del ensayo por bombeo es similar al ensayo por gravedad, la única diferencia es que en este ensayo se utilizaron dos depósitos y un manómetro diferencial, este último para medir la presión de la salida de la bomba, para así luego, convertir esa cantidad a columna de agua y restarlo a la lectura del punto P.

A continuación, se presentan los pasos para la realización del ensayo.

- Llenar el depósito hasta un nivel suficientemente alto.

Figura 42. **Paso 1**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Cebear la bomba, conectar la manguera al acople de compresión, poner a funcionar la bomba regulando el caudal lentamente a través de la válvula de paso.

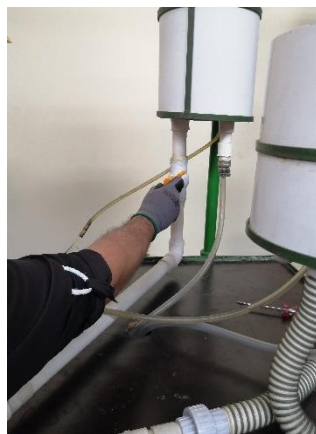
Figura 43. **Paso 2**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Graduar la válvula del tanque 3, verificando que la conducción en el rebalse esté constante, luego dejarla fija.

Figura 44. **Paso 3**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Verificar que los tanques receptores mantengan un nivel de altura constante entre el caudal de entrada y desfogue.

Figura 45. **Paso 4**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Fijar una altura para el tanque 2. Tomar siete medidas como mínimo.

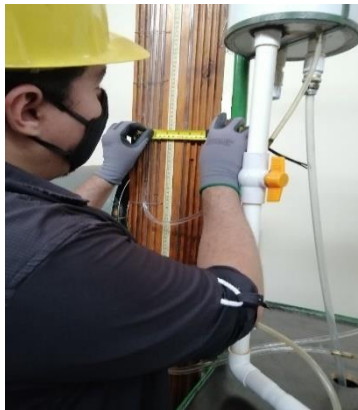
Figura 46. **Paso 5**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Con el agua fluyendo a través del sistema ya estabilizado, anotar las lecturas del nivel de agua para cada punto incluyendo la altura del punto p , o de intersección de ramas.

Figura 47. **Paso 6**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Anotar la lectura del manómetro y convertir la lectura a columna de agua.

Figura 48. **Paso 7**



Fuente: Laboratorio de *Mecánica de fluidos* e Hidráulica, T-5, Facultad de Ingeniería.

- Por medio del método volumétrico, medir los caudales de los tanques.
- Se repite el proceso desde el paso 5, variando la altura del tanque 2, hasta este paso.
- Obtención de datos:
 - Encontrar el caudal con las ecuaciones de calibración creadas.
 - Trazar en papel milimetrado los valores de pérdida y energía (hf y $v^2/2g$), y encontrar geoméricamente el valor de la pendiente de la recta que se aproxime a dicha dispersión o utilizar Microsoft Excel para elaborarla por puntos de dispersión.
 - Comparar el resultado de k obtenido en el inciso anterior.
 - Trazar en papel milimetrado los valores de los caudales teóricos y reales para las distintas tomas o realizarlo en Microsoft Excel.
 - Concluir y comentar

3.4.1. Obtención de datos

Se realizó un escenario, el cual consistió en bombear agua a la intersección de las tuberías 2 y 3 por medio de un acople de compresión, también, se utilizó un manómetro para medir la presión ejercida en la salida de la bomba. A continuación, se presenta dicho escenario.

Tabla XVIII. **Datos obtenidos para ensayo de bombeo**

Ítem	Elevaciones			Tanque 2		Tanque 3	
	EI3	EPtotal	EI2	t1	t2	t1	t2
1	51	61,34	45,3	22,54	22,50	127,05	127,15
2	51	61,55	46,35	23,50	23,40	122,44	122,40
3	51	62,36	47,75	23,50	23,69	121,15	121,22
4	51	62,72	48,4	23,81	23,90	118,55	118,45
5	51	63,54	49,3	24,05	24,10	111,34	111,36
6	51	64,19	50,1	24,30	24,37	109,75	109,60
7	51	65,20	51,4	25,00	25,10	108,99	108,87
8	51	67,14	53,7	25,67	25,60	104,31	104,20
9	51	68,33	55,1	25,79	25,80	101,65	101,60
10	51	69,84	56,75	25,99	25,80	99,29	99,12
11	51	71,24	58,3	26,41	26,50	95,00	95,10
12	51	73,37	60,8	27,15	27,22	91,03	90,86

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

3.4.2. Procedimiento para realizar los cálculos

El procedimiento es el mismo que se realizó anteriormente el ensayo por gravedad, solamente cabe aclarar que se trabajó con dos depósitos y se debe restar la lectura del manómetro convertida a columna de agua al punto p. Los cálculos se realizarán para la primera línea a modo de ejemplo.

$$Q = v \left(\frac{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}}{2} \right)$$

Caudal para la tubería 2:

$$Q_2 = 3000 \left(\frac{\frac{1}{22,54} + \frac{1}{22,50}}{2} \right)$$

$$Q_2 = 133,22 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Caudal para la tubería 3:

$$Q_3 = 3000 \left(\frac{\frac{1}{127,05} + \frac{1}{127,15}}{2} \right)$$

$$Q = 23,60 \text{ cm}^3 / \text{s}$$

Cálculo de velocidad promedio del flujo en el sistema en base a la ecuación de continuidad.

$$v = \frac{Q}{A}$$

Donde:

v = Velocidad promedio del flujo (cm/s)

Q = Caudal de aforo (cm³/s)

A = Área de sección de la tubería (cm²)

Diámetro de tuberías 2 y 3:

$$1'' = 2,54 \text{ cm}$$

Área de sección de las tuberías 2 y 3:

$$A = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} (2,54)^2$$

$$A = 5,067 \text{ cm}^2$$

Velocidad del tramo P-2

$$v_2 = \frac{\overline{Q}_2}{A}$$

$$v_2 = \frac{133,22 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$

$$v_2 = 26,29 \text{ cm} / \text{s}$$

Velocidad del tramo P-3

$$v_3 = \frac{\overline{Q}_3}{A}$$

$$v_3 = \frac{23,60 \text{ cm}^3 / \text{s}}{5,067 \text{ cm}^2}$$

$$v_3 = 4,66 \text{ cm} / \text{s}$$

Determinar la energía cinética en las dos tuberías de conducción entre los tanques, utilizando la ecuación de la energía cinética (Ecuación 24):

Energía cinética del tramo P-2:

$$E_2 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$E_2 = \frac{(26,29 \text{ cm} / \text{s})^2}{2(981 \text{ cm} / \text{s}^2)}$$

$$E_2 = 0,35 \text{ cm}$$

Energía cinética del tramo P-3:

$$E_3 = \frac{V_3^2}{2g}$$

$$E_3 = \frac{(4,66 \text{ cm} / \text{s})^2}{2(981 \text{ cm} / \text{s}^2)}$$

$$E_3 = 0,01 \text{ cm}$$

Determinación de la pérdida de energía por tramos.

- En el tramo 1, la lectura del manómetro debe convertirse a columna de agua, después de hacer lo anterior, la pérdida de energía por tramos se calcula como la resta algebraica de las cargas piezométricas ubicadas en cada tramo.

Tramo 1:

$E_{P\text{total}} = \text{Lectura de manómetro} - \text{Altura piezométrica en P}$

$$E_{P\text{total}} = 61,34 \text{ cm}$$

Tramo 2:

$$h_f = E_{Ptotal} - \text{Altura piezométrica en 2}$$

$$H_f = 61,34\text{cm} - 45,3\text{cm}$$

$$H_f = 16,04\text{cm}$$

Tramo 3:

$$h_f = E_{Ptotal} - \text{Altura piezométrica en 3}$$

$$H_f = 61,34\text{cm} - 51\text{cm}$$

$$H_f = 10,34\text{cm}$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para realizar los siguientes cálculos.

Tabla XIX. **Determinación de pérdida de energía por tramo**

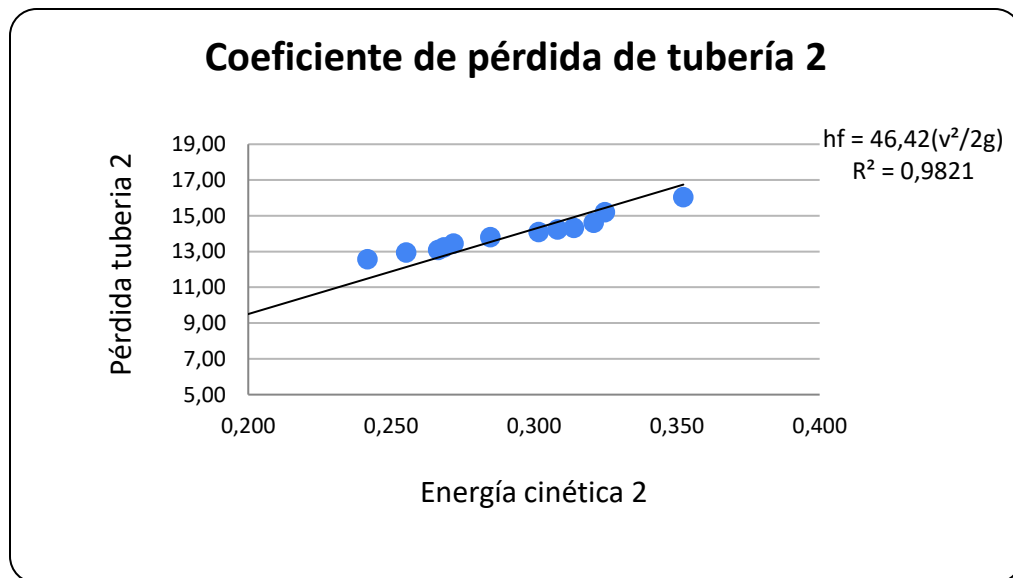
ítem	Elevaciones			tub2			tub3		
	EI3	EPtotal	EI2	Caudal (cm³/seg)	Velocidad (cm/seg)	Energía cinética (cm)	Caudal (cm³/seg)	Velocidad (cm/seg)	Energía cinética (cm)
1	51	61.34	45.3	133.22	26.29	0.352	23.60	4.66	0.0111
2	51	61.55	46.35	127.93	25.25	0.325	24.51	4.84	0.0119
3	51	62.36	47.75	127.15	25.09	0.321	24.76	4.89	0.0122
4	51	62.72	48.4	125.76	24.82	0.314	25.32	5.00	0.0127
5	51	63.54	49.3	124.61	24.59	0.308	26.94	5.32	0.0144
6	51	64.19	50.1	123.28	24.33	0.302	27.35	5.40	0.0149
7	51	65.20	51.4	119.76	23.64	0.285	27.54	5.44	0.0151
8	51	67.14	53.7	117.03	23.10	0.272	28.78	5.68	0.0164
9	51	68.33	55.1	116.30	22.95	0.269	29.52	5.83	0.0173
10	51	69.84	56.75	115.85	22.86	0.266	30.24	5.97	0.0182
11	51	71.24	58.3	113.40	22.38	0.255	31.56	6.23	0.0198
12	51	73.37	60.8	110.36	21.78	0.242	32.99	6.51	0.0216

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

3.4.3. Deducción de las ecuaciones para la pérdida de energía por fricción

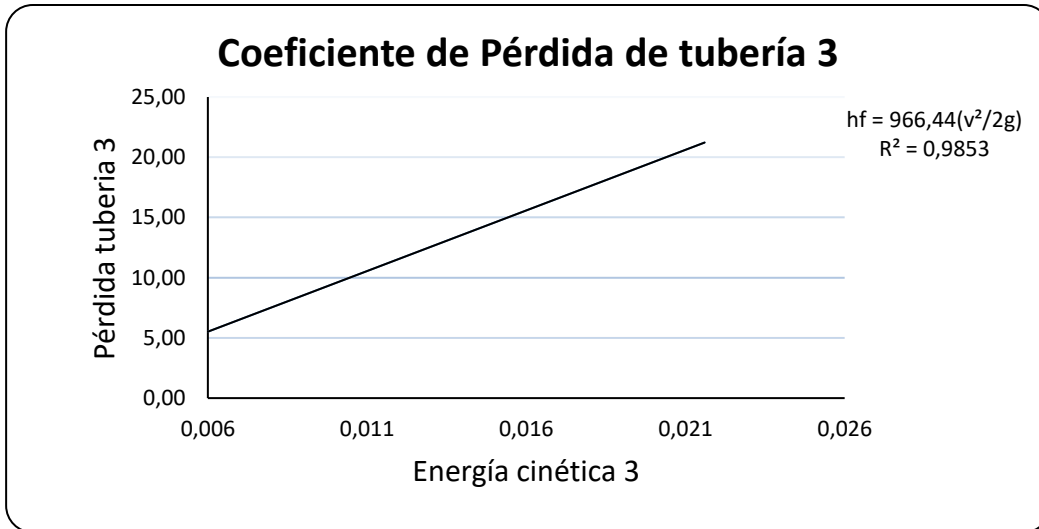
Los resultados obtenidos en el ensayo experimental, se utilizarán para determinar las ecuaciones que se utilizarán para el cálculo de la pérdida de energía por fricción en función de la energía cinética. A continuación, se demostrará el proceso del desarrollo para la creación de las ecuaciones calibradas.

Figura 49. Coeficiente de pérdida k de tubería 2



Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Figura 50. **Coefficiente de pérdida k de tubería 3**



Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Partiendo de la ecuación de la pérdida de energía (Ecuación 23), se desarrollarán las ecuaciones de calibración del caudal de las tuberías 2 y 3.

Las deducciones de las ecuaciones se dejan indicadas para la primera medición en ambos escenarios, como se muestra a continuación:

Ecuación calibrada de la tubería 2:

$$hf_2 = 46,42 \left(\frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$hf_2 = 46,42 \times \frac{\left(\frac{Q_2}{A_2} \right)^2}{2g}$$

$$hf_2 = 46,42 \times \left(\frac{Q_2^2}{2gA_2^2} \right)$$

$$Q_2 = 32,9418hf_2^{1/2}$$

$$Q_2 = 32,9418(E_p - E_2)^{1/2} \text{ (Ecuación 30)}$$

Ecuación calibrada de la tubería 3:

$$hf_3 = 966,44 \left(\frac{v_3^2}{2g} \right)$$

$$hf_3 = 966,44 \times \left(\frac{Q_3^2}{2gA_3^2} \right)$$

$$Q_3 = 4,0453hf_3^{1/2}$$

$$Q_3 = 7,22(E_p - E_3)^{1/2} \text{ (Ecuación 31)}$$

3.4.4. Comparación de resultados obtenidos en el ensayo con los modelos matemáticos existentes

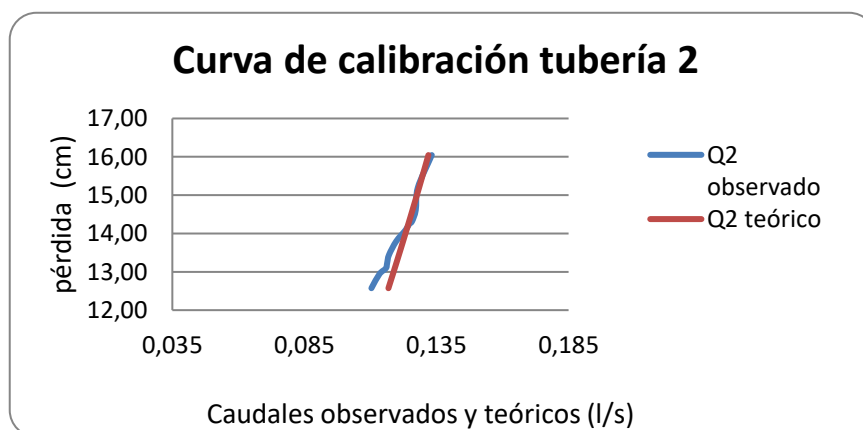
Al desarrollar las ecuaciones de calibración de los caudales, es de suma importancia realizar la comparación entre los caudales observados durante el ensayo y los caudales obtenidos teóricamente, esto se realiza por medio de la ecuación de porcentaje de error (Ecuación 29). Se plotean como se muestra en las gráficas siguientes. Los caudales observados y los caudales teóricos son colocados en el eje horizontal, contra la pérdida de energía ubicada en el eje vertical.

Tabla XX. **Comparación entre caudal observado y caudal teórico**

ítem	hf ₂	Caudales (l/s)		% error
		Q ₂ observado	Q ₂ teórico	
1	16,04	0,133	0,024	0,95
2	15,20	0,128	0,025	0,37
3	14,61	0,127	0,025	0,97
4	14,32	0,126	0,025	0,88
5	14,24	0,125	0,027	0,25
6	14,09	0,123	0,027	0,29
7	13,80	0,120	0,028	2,16
8	13,44	0,117	0,029	3,20
9	13,23	0,116	0,030	3,00
10	13,09	0,116	0,030	2,87
11	12,94	0,113	0,032	4,49
12	12,57	0,110	0,033	5,83

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 51. **Curva de calibración de caudales tubería 2**



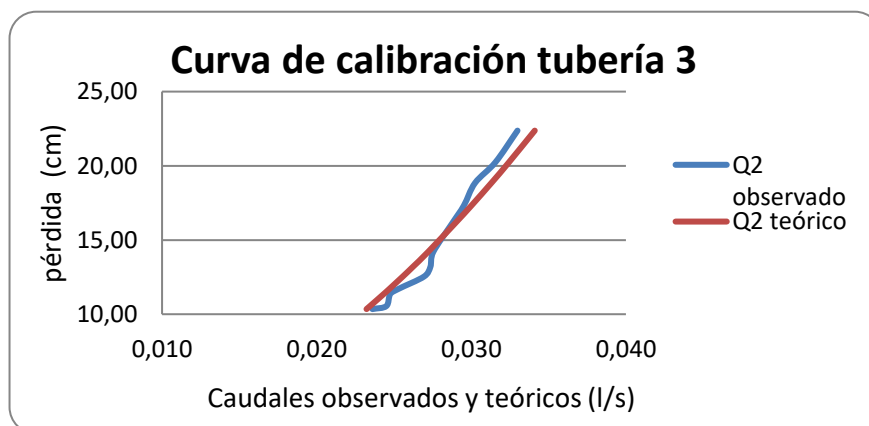
Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

Tabla XXI. **Comparación entre caudal observado y caudal teórico**

ítem	hf ₃	Caudales (l/s)		% error
		Q ₃ observado	Q ₃ teórico	
1	10,34	0,024	0,023	1,61
2	10,55	0,025	0,023	4,31
3	11,36	0,025	0,024	1,70
4	11,72	0,025	0,025	2,37
5	12,54	0,027	0,026	5,10
6	13,19	0,027	0,026	4,14
7	14,20	0,028	0,027	1,22
8	16,14	0,029	0,029	0,67
9	17,33	0,030	0,030	1,66
10	18,84	0,030	0,031	3,49
11	20,24	0,032	0,032	2,77
12	22,37	0,033	0,034	3,38

Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Word.

Figura 52. **Curva de calibración de caudales tubería 3**



Fuente: elaboración propia, empleando Microsoft Excel.

CONCLUSIONES

1. Se construyó un modelo físico que consiste en tres tanques conectados en un punto P, de acuerdo al comportamiento del sistema de tuberías ramificadas, dicho modelo permitió la observación y análisis de tres comportamientos típicos del flujo en tuberías ramificadas.
2. Se realizaron tres ensayos, dos por gravedad y uno por bombeo, de los cuales el ensayo por gravedad se trabajó con la válvula instalada en la tubería 1, abierta a $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ y el ensayo por bombeo se trabajó a $\frac{1}{4}$ de válvula abierta de tubería 3. El comportamiento en estos casos se pudo observar que el flujo cumple con los conceptos propios de los sistemas.
3. En los ensayos por gravedad se observa que el comportamiento de la pérdida de energía de la tubería que va del tanque 1 al punto P, es constante debido a que la elevación del tanque y el caudal es el mismo (ver figura 30).
4. Para la pérdida de energía en cada tubería se dedujo una fórmula experimental del tipo $hf=k(v^2/2g)$, los cuales arrojaron resultados muy parecidos a las pérdidas observadas en el experimento. Estas fórmulas experimentales se aplicaron a los tres ensayos de tuberías ramificadas.
5. Se puede observar que la elevación de la piezométrica del punto P (EP), es menor que la elevación del tanque 1 en el ensayo por gravedad y es menor que la energía de presión en la salida de la bomba en el ensayo de bombeo; y en ambos casos la elevación EP es mayor que la elevación de

los tanques 2 y 3. Lo que indica que el flujo se dirige hacia dichos tanques. Lo que respalda al principio de funcionamiento de un sistema de tuberías ramificadas.

6. Los caudales generados en las tuberías 2 y 3 presentan poca variación con el caudal real observado obtenido con aforo volumétrico, lo que comprueba que las formulas experimentales para la perdida de energía obtenidas por calibración arrojan buenos resultados. El coeficiente de determinación R^2 , están entre el rango de 0,98 y 0,99 en el experimento del sistema de tuberías ramificadas. Se demostró mediante el ensayo, que si se cumplen los principios de funcionamiento de las tuberías ramificadas y se creó un instructivo para cada práctica para apoyar al estudiante a la hora de realizar dichos ensayos.

RECOMENDACIONES

1. Asegurar el cebado de la bomba, debido a que esta acumula aire en la misma y produciría cavitación al momento de arrancarla y en consecuencia no enviaría caudal al sistema.
2. Activar la bomba e ir graduando el caudal por medio de la válvula de salida de la bomba, se hace esta recomendación con el fin de evitar que el flujo salga con impacto hacia el tanque 1.
3. Verificar que los piezómetros estén completamente llenos de agua, debido a que si estos tienen burbujas de aire las lecturas no serán precisas.
4. Incluir la práctica del laboratorio de sistema de tuberías ramificadas, para que los estudiantes vean la comparación teórica y práctica de este ensayo, debido a que en el pensum actual no se encuentra dicha práctica.
5. Orientar al estudiante para obtener resultados más precisos e indicarle que debe realizar como mínimo 10 iteraciones para cada ensayo.

BIBLIOGRAFÍA

1. CROWE, Clayton; ELGER, Donald y ROBERSON, John. *Mecánica de fluidos*. 7ª ed. México: CECSA, 2002. 702 p.
2. GILES, Ranald V. *Mecánica de fluidos e hidráulica*. 2ª ed. México: McGraw Hill, 2006. 273 p.
3. LARA CALDERÓN, Nelson David. *Ensayos de laboratorio en sistemas de tuberías en paralelo y ramificadas*. Trabajo de titulación (Ingeniero Civil). Guatemala: Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería, 2014. 149 p.
4. LÓPEZ, José Ramón. *Calibración de instrumentos de medición de flujo para conductos cerrados*. Trabajo de titulación (Ingeniero Civil). Guatemala: Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería, 2011. 89 p.
5. LUX MONROY, Manuel Agustín. *Medidores de flujo en canales abiertos*. Trabajo de titulación (Ingeniero Civil). Guatemala: Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Ingeniería, 2010. 109 p.
6. MOTT, Robert L. *Mecánica de fluidos aplicada*. 4ª ed. México: Prentice Hall Hispanoamericana, 1999. 515 p.
7. STREETER, Víctor y WYLIE, Benjamín. *Mecánica de los fluidos*. 9ª ed. México: McGraw Hill, 2000. 740 p.

APENDICE

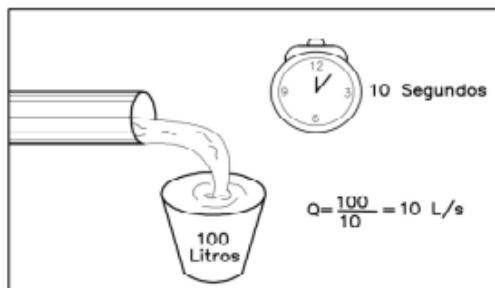
Apéndice 1. **Acople de compresión en el sistema**



Fuente: elaboración propia, utilizando equipo de acople.

ANEXOS

Anexo 1. Método volumétrico



Fuente: RAMÍREZ VELÁZQUEZ, Ghelber Isaac. *Calibración de vertederos circulares de pared delgada de diámetro variable, en Laboratorio de Mecánica de fluidos, de la Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala.* p. 3.

