

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



**LA APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS DIGITALES CON EL ENFOQUE
ONTOSEMIÓTICO Y SU INFLUENCIA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES
EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS.**

TESIS

PRESENTADA POR:

JUAN CARLOS RUIZ CASTILLO

PREVIO A OPTAR EL GRADO ACADEMICO

QUE LE ACREDITA COMO:

MAESTRO EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Quetzaltenango, julio 2021.

“Id y enseñad a todos”

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



**LA APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS DIGITALES CON EL ENFOQUE
ONTOSEMIÓTICO Y SU INFLUENCIA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES
EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS.**

TESIS

PRESENTADA POR:

JUAN CARLOS RUIZ CASTILLO

PREVIO A OPTAR EL GRADO ACADEMICO

QUE LE ACREDITA COMO:

MAESTRO EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Quetzaltenango, julio 2021.

“Id y enseñad a todos”

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

AUTORIDADES

RECTOR MAGNIFICO

M.A. Pablo Ernesto Oliva Soto

SECRETARIO GENERAL

Inga. Marcia Ivónne Véliz Vargas

CONSEJO DIRECTIVO

DIRECTORA GENERAL DE CUNOC

M Sc. María del Rosario Paz Cabrera

SECRETARIA ADMINISTRATIVA

M Sc. Silvia del Carmen Recinos Cifuentes

REPRESENTANTE DE CATEDRATICOS

Ing. Erick Mauricio González
M Sc. Fredy de Jesús Rodríguez

REPRESENTANTES DE EGRESADOS

Licda. Vilma Tatiana Cabrera

REPRESENTANTES DE ESTUDIANTES

Br. Aleyda Trinidad de León Paxtor
Br. Romeo Danilo Calderón

DIRECTOR DEL DEPARTAMENTO DE POSGRADOS

Dr. Percy Ivan Aguilar Argueta

TRIBUNAL QUE PRACTICO EL EXAMEN PRIVADO DE TESIS

Presidente	M Sc. Percy Ivan Aguilar Argueta
Secretario	M Sc. Edgar Benito Rivera García
Coordinador	M Sc. Carlos Amílcar Fuentes

ASESOR DE TESIS

M Sc. Edgar Benito Rivera García

NOTA: Únicamente el autor es responsable de las doctrinas y opiniones sustentadas en la presente tesis (artículo 31 del Reglamento de Exámenes Técnicos y Profesionales del Centro Universitario de Occidente de la Universidad de San Carlos de Guatemala)



USAC
TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala
Centro Universitario de Occidente
Departamento de Estudios de Postgrado



ORDEN DE IMPRESIÓN POST-CUNOC-049-2021

El Infrascrito Director del Departamento de Estudios de Postgrado del Centro Universitario de Occidente de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de tener a la vista el dictamen correspondiente del asesor y la certificación del acta de examen privado No. 26-2021 de fecha 7 de julio del 2021, suscrita por los Miembros del Tribunal Examinador designados para realizar Examen Privado de la Tesis Titulada **“LA APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS DIGITALES CON EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO Y SU INFLUENCIA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS”**. Presentada por él (la) maestrante **Juan Carlos Ruiz Castillo** con Registro Académico No. 201113436, previo a conferírsele el título de Maestro(a) en Ciencias en Didáctica de la Matemática, autoriza la impresión de la misma.

Quetzaltenango, Julio 2021

IMPRIMASE

“ID Y ENSEÑAD A TODOS”



Dr. Percy Iván Aguilar Argueta
Director Postgrados CUNOC



EL INFRASCRITO DIRECTOR DEL DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO DEL CENTRO UNIVERSITARIO DE OCCIDENTE DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA.

CERTIFICA:

Que ha tenido a la vista el libro de Actas de Exámenes Privados del Departamento de Estudios de Postgrado del Centro Universitario de Occidente en el que se encuentra el acta No. 26-2021 la que literalmente dice:-----

En la ciudad de Quetzaltenango, siendo las once horas del día miércoles siete de julio del año dos mil veintiuno, reunidos en la Plataforma Virtual Meet, con el link de reunión meet.google.com/qid-crpd-mwm, el Honorable Tribunal Examinador, integrado por los siguientes profesionales: **Presidente:** M Sc. Percy Ivan Aguilar, con registro de personal No. 950992; **Coordinador:** M Sc. Carlos Amílcar Fuentes, con registro de personal No. 20110416; **Asesor y secretario que certifica:** M Sc. Edgar Benito Rivera, con registro de personal No. 15972; con objeto de practicar el **Examen Privado** de la Maestría en **Didáctica de la Matemática** en el grado académico de **Maestro(a) en Ciencias** de él (la) Licenciado(a) **Juan Carlos Ruiz Castillo** identificado(a) con el registro Académico No. **201113436** procediéndose de la siguiente manera:-----

PRIMERO: El (La) sustentante practicó la evaluación oral correspondiente, de conformidad con el Reglamento respectivo.-----

SEGUNDO: Después de efectuadas las preguntas necesarias, los miembros del tribunal examinador procedieron a la deliberación, habiendo sido el dictamen **FAVORABLE**.-----

TERCERO: En consecuencia él (la) sustentante **APROBO** sin observaciones el examen privado de tesis, dándole una mención honorífica de **MAGNA SUMMA CUM LAUDE** para otorgarle el título profesional de **MAESTRO(A) EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA**-----

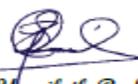
CUARTO: No habiendo más que hacer constar, se da por finalizada la presente, en el mismo lugar y fecha una hora con treinta minutos después de su inicio, firmando de conformidad, los que en ella intervinieron.-----

Y para los usos legales que a él (la) interesado(a) convengan, se extiende, firma y sella la presente CERTIFICACIÓN en una hoja membretada del Departamento de Estudios de Postgrado del Centro Universitario de Occidente de la Universidad de San Carlos de Guatemala a los ocho días del mes de julio del año dos mil veintiuno.-----

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"

Certifica:

Vo. Bo.



Yamara Yamileth Rodas
Secretaria de Postgrados



Dr. Percy Ivan Aguilar Argüel
Director de Postgrados

ÍNDICE

RESUMEN	i
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1	4
LA IMPORTANCIA DE LA APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS VIRTUALES CON EL USO DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO EN LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS.	4
1.1 Herramientas virtuales en la enseñanza de Matemática	4
1.2 .Ventajas y desventajas del uso de herramientas virtuales en la enseñanza de la matemática	5
1.3 La importancia de una teoría o enfoque específico en la enseñanza matemática	8
1.4 Enfoques Teóricos en la enseñanza de la matemática	9
CAPÍTULO 2	11
MARCO CONTEXTUAL DE LA INVESTIGACIÓN	11
2.1 Historia de la EFPEM.....	11
2.2 Misión y visión de la EFPEM.....	14
2.3 Ubicación y contextualización de la problemática	16
2.4 Temario del curso de matemática II	17
2.5 Descripción del curso por parte del docente titular.....	17
2.6 Competencias del curso.....	19
2.7 Contenidos declarativos de la tercera unidad.....	21
CAPÍTULO 3	22
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	22
3.1 Aprendizaje.	22
3.1.1 Compendios del aprendizaje.....	24
3.1.2 Modos de aprendizaje.....	26
3.2 Aprendizaje de Matemática.	27

3.3 Funciones exponenciales y logarítmicas	29
3.3.1 Funciones exponenciales.....	29
3.3.2 Función exponencial natural	30
3.4 Función logarítmicas	32
3.4.1 Leyes de los logaritmos	33
CAPITULO 4	35
ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO.....	35
4.1 Didáctica de la Matemática.	35
4.1.1 Enfoque ontosemiótico EOS	38
4.1.2 Herramientas que componen el EOS.....	39
4.1.3. Nivel uno del EOS.....	41
4.1.4 Segundo Nivel del EOS	43
4.1.4 idoneidad didáctica	46
CAPÍTULO 5	50
HERRAMIENTAS DIGITALES.....	50
5.1 Herramientas digitales para el aprendizaje de Matemática.....	50
5.1.1 Geogebra.....	52
5.1.2 Derive	53
5.1.3 Graphmatica	54
5.1.4 Maple 14.....	57
5.1.5 Cabri II Plus	58
5.2 El uso de escenas digitales en la enseñanza-aprendizaje.....	58
5.2.1 Traker	60
5.2.2. Mimimo.	61
CAPÍTULO 6	63
PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	63
6.1 Proceso de validación.....	63

6.2 Proceso de tratamiento de datos	63
6.3 Distancia entre el diseño proyectado y el emergente	67
6.4 Caracterización de la población	68
6.5 Resultados de los conocimientos fundamentales (pre test) de funciones exponenciales y logarítmicas	72
6.6 Resultados del Post test del tema funciones exponenciales y logarítmicas...	80
6.7 Correlación del pre test y el post test del grupo 1.....	90
6.8 Preguntas a estudiantes del Enfoque Ontosemiótico en el grupo experimental	92
6.8.1 Configuración epistémica/cognitiva	92
6.8.2 Idoneidad Didáctica	98
6.9 Herramientas virtuales	105
CAPÍTULO 7	106
Análisis y discusión de resultados	106
7.1 Aprendizaje de Matemática	106
7.2 Aplicación de Herramientas Virtuales.....	107
7.3 Aplicación de Enfoque Ontosemiótico.....	110
7.4 Relación entre el aprendizaje y la aplicación de Herramientas virtuales con Enfoque Ontosemiótico.....	111
7.5 Comprobación de la hipótesis	114
Conclusiones.....	118
Recomendaciones.....	120
CAPÍTULO 8	121
P ROUESTA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITIMICAS CON USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES.....	121
8.1 Presentación.....	121
8.2 Objetivos.....	122
8.3 Sustentación teórica	123

8.4 Estrategia/ acciones.....	131
8.5 Seguimiento.....	150
8.6 Evaluación	153
BIBLIOGRAFÍA	155
ANEXOS	166

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo “determinar la influencia de la aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico, en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, para poder evidenciar los resultados cognitivos”.

La pregunta problema fue “¿Cómo el aprendizaje de los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, se ve influenciado por la aplicación de herramientas digitales por parte de los docentes?”. La hipótesis alternativa de la investigación fue: el aprendizaje de los estudiantes de matemática II en cuanto al tema de funciones exponenciales y logarítmicas, es promovida de manera efectiva al obtener todas las notas mayores o iguales a 80 puntos, siendo instruidas por la utilización de herramientas

digitales con el enfoque ontosemiótico.

La investigación fue de enfoque cuantitativo, experimental, el enfoque utilizado fue inductivo descriptivo, investigación aplicada, para recolectar la información se aplicó pruebas estandarizadas (pre test y post test) encuesta a los estudiantes.

Entre los resultados más importantes que se obtuvieron fueron: Se pudo determinar la influencia de la aplicación de herramientas digitales con el Enfoque Ontosemiótico EOS, en el aprendizaje de los estudiantes de Matemática II de la Escuela en Formación de Profesores en Enseñanza Media EFPEM, acerca del contenido de las funciones exponenciales y logarítmicas siendo los resultados obtenidos categorizados como excelentes, así como se pudo determinar los resultados cognitivos al utilizar herramientas digitales haciendo uso del enfoque ontosemiótico, teniendo un efecto significativo en los

estudiantes, pues presentaron evaluaciones con las siguientes medidas de tendencia central: promedio de 91 puntos, moda de 94 puntos y mediana de 90 puntos; señalando que la aplicación de herramientas digitales más el uso de EOS puede ayudar a incrementar los conocimientos y así mismo el rendimiento académico de los estudiantes, Las herramientas que los estudiantes consideraron como ideales para la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas son: mimio, geogebra y graphmatica. Al correlacionar el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas con herramientas digitales haciendo uso

del EOS, con una enseñanza tradicionalista aplicando entornos virtuales, se obtuvo una correlación de -0.745 siendo catalogada como correlación negativa excelente demostrando que los resultados del pre test fueron superados en el post test al aplicar las herramientas virtuales y el Enfoque Ontosemiótico optimizando el aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes

Palabras claves: Herramientas digitales, Enfoque Ontosemiótico, Aprendizaje de matemática, Funciones exponenciales y logarítmicas.

Abstract

The present work aims to “determine the influence of the application of digital tools with the ontosemiotic approach, in the learning of exponential and logarithmic functions in students of the Teaching Staff of Secondary Education in Sciences specialized in Physics-Mathematics, in order to demonstrate the cognitive results”.

The problem question was “How is the learning of the students of the Teaching Staff of Secondary Education in Sciences specialized in Physics-Mathematics influenced by the application of digital tools by the teachers?”. The alternative hypothesis of the research was: the learning of mathematics II students regarding the topic of exponential and logarithmic functions, is promoted effectively by obtaining all the notes greater than or equal to 80 points, being instructed by the use of tools digital with the ontosemiotic approach.

The research was quantitative, experimental, the approach used was

inductive descriptive, applied research, to collect the information, standardized tests (pre-test and post-test) survey of the students were applied.

Among the most important results that were obtained were: It was possible to determine the influence of the application of digital tools with the EOS Ontosemiotic Approach, in the learning of Mathematics II students of the EFPEM School for Teacher Training in Secondary Education, about the content of the exponential and logarithmic functions, the results obtained being categorized as excellent, as well as the cognitive results could be determined when using digital tools using the ontosemiotic approach, having a significant effect on the students, as they presented evaluations with the following trend measures central: average of 91 points, mode of 94 points and median of 90 points; Noting that the application of digital tools plus the use of EOS can help increase knowledge and also the academic performance of students,

The tools that students considered ideal for teaching exponential and logarithmic functions are: mimio, geogebra and graphmatica.

When correlating the learning of exponential and logarithmic functions with digital tools using the EOS, with a traditionalist teaching applying virtual environments, a correlation of -0.745 was obtained, being classified as an excellent negative correlation,

demonstrating that the results of the pre-test were passed in the post test by applying virtual tools and the Ontosemiotic Approach optimizing learning and academic performance of students.

Keywords: Digital tools, Ontosemiotic approach, Mathematics learning, Exponential and logarithmic functions.

Introducción

La formación de los nuevos profesionales en Educación es de vital importancia para un buen desarrollo Educativo, se ha buscado alcanzar altos estándares educativos utilizando diferentes herramientas de aprendizaje entre las cuales se puede mencionar las herramientas tecnológicas en todos los contenidos de las diferentes áreas de conocimiento, también la aplicación de didácticas específicas con el fin de que los estudiantes puedan aprender los diversos contenidos de matemática en diferentes formas, así como aplicar ese conocimiento en diferentes escenarios.

Fundamentalmente, el aprendizaje de las matemáticas ha sido fuente de muchos estudios, buscando mejorarla aplicando las diferentes herramientas didácticas, el utilizar herramientas didácticas provee al estudiante diversas formas de aprender conceptos. Por lo que la presente investigación evidenciará las herramientas digitales utilizadas en el aprendizaje de matemática con la aplicación del enfoque ontosemiótico en el Profesorado en Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática en los estudiantes de la Universidad de San Carlos de Guatemala en la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media.

Es transcendental señalar, que el objetivo de la investigación es determinar la influencia de la aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico, en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, para evidenciar los resultados cognitivos, teniendo enfoque fue cuantitativo- experimental y descriptiva

Dentro del marco metodológico se incluye el método inductivo dirigido a las actividades de: determinación del problema, identificación de la población, selección de la muestra, investigación bibliográfica del marco teórico, diseño del instrumento de recolección de datos, solicitud del permiso correspondiente a los

directores del establecimiento. También se hizo uso del método deductivo dirigido a: recopilación de información, tabulando de datos, representación de los resultados en gráficas, análisis de datos y obtención de conclusiones para redactar el informe final.

La población utilizada en esta investigación fueron los estudiantes de Matemática II del Profesorado en Enseñanza Media especializado en Física-Matemática

La investigación está estructurada en ocho capítulos distribuidos en:

Capítulo I la importancia de la aplicación de herramientas virtuales con el uso del Enfoque Ontosemiótico en la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas, estando distribuidos de la siguiente manera: Herramientas virtuales en la enseñanza de matemática, ventajas y desventajas del uso de herramientas virtuales, la importancia de una teoría o enfoque en la enseñanza de matemática y enfoques teóricos en la enseñanza de la matemática.

Capítulo II marco contextual de la investigación el cual está distribuido de la siguiente manera: Historia de la EFPEM, misión y visión de la EFPEM, ubicación y contextualización de la población y el temario del curso de matemática II.

Capítulo III aprendizaje de la matemática distribuyó de la siguiente manera: aprendizaje, aprendizaje de matemática, funciones exponenciales y logarítmicas.

Capítulo VI enfoque ontosemiótico el cual se distribuyó de la siguiente manera: didáctica de la matemática, enfoque ontosemiótico, herramientas que componen al EOS, nivel uno del EOS, segundo del nivel dos del EOS y la idoneidad didáctica.

Capítulo V herramientas digitales siendo distribuido de la siguiente manera: herramientas digitales para el aprendizaje, el uso de escenarios digitales en la enseñanza de matemática.

Capítulo VI presentación de resultados el cual se distribuyó de la siguiente manera: proceso de validación, proceso de tratamiento de datos, distancia entre

el diseño proyectado y el emergente, caracterización de la población, resultados de los conocimientos fundamentales (pre test) de funciones exponenciales y logarítmicas, resultado del post test del tema de funciones exponenciales y logarítmicas, correlación del pre test y post test, preguntas a estudiantes del Enfoque ontosemiótico y el uso de herramientas virtuales.

Capítulo VII análisis y discusión de resultados el cual está distribuido de la siguiente manera: aprendizaje de la matemática, aplicación de las herramientas virtuales, aplicación del Enfoque Ontosemiótico, relación entre aprendizaje y la aplicación de las herramientas virtuales haciendo uso del enfoque ontosemiótico y la comprobación de hipótesis.

Conclusiones y recomendaciones

Capítulo VIII propuesta de enseñanza

Referencias bibliográficas Anexos que presenta el planteamiento de problema e instrumentos trabajados en la investigación

CAPÍTULO 1

LA IMPORTANCIA DE LA APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS VIRTUALES CON EL USO DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO EN LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS.

1.1 Herramientas virtuales en la enseñanza de Matemática

Es importante, establecer que estamos sumergidos en una era digital, lo cual pide que los nuevos profesionales cuenten con competencias específicas del uso de herramientas virtuales. Empero, ha generado una costumbre al estar al pendiente de nuevas noticias o perderse en el vicio de no poder estar sin las condiciones que la virtualidad ofrece.

Los universitarios de hoy constituyen la primera generación formada en los nuevos avances tecnológicos, a los que se han acostumbrado por inmersión al encontrarse, desde siempre, rodeados de ordenadores, vídeos y videojuegos, música digital, telefonía móvil y otros entretenimientos y herramientas afines. En detrimento de la lectura (en la que han invertido menos de 5.000 h), han dedicado, en cambio, 10.000 h a los videojuegos y 20.000 h a la televisión, por lo cual no es exagerado considerar que la mensajería inmediata, el teléfono móvil, Internet, el correo electrónico, los juegos de ordenador... son inseparables de sus vidas. (Prensky, 2010, pág. 5)

Con lo anterior, es sustancial producir en los estudiantes un manejo lógico de estas herramientas, en matemática se han creado muchos softwares y aplicaciones que brindan información de soluciones algorítmicas en operaciones matemáticas, lo cual produce un rechazo en la mayoría de los docentes, al observar como los estudiantes se separan de la intención docente de transmitir los conocimientos. Es importante resaltar, que el docente puede generar escenarios para utilizar el uso de estos instrumentos para su uso, pues al presentar aplicaciones y software que ayuden a simular escenarios en tres dimensiones o tener acceso a un conocimiento dinámico permitiendo que los

estudiantes puedan manipular los objetos matemáticos, con el fin de observar los patrones que estos generen.

Fundamentalmente, el docente tiene que estar consciente de que la educación se adecua al contexto temporal que se presente, pues es evidente como niños pueden utilizar la tecnología mejor que muchos adultos estudiados, esto se debe a que los niños y adolescentes se encuentran enmarcados como nativos digitales como lo menciona Prensky.

Resulta evidente que nuestros estudiantes piensan y procesan la información de modo significativamente distinto a sus predecesores. Además, no es un hábito coyuntural, sino que está llamado a prolongarse en el tiempo, que no se interrumpe, sino que se acrecienta, de modo que su destreza en el manejo y utilización de la tecnología es superior a la de sus profesores y educadores. (Prensky, 2010, pág. 5)

Esencialmente, el docente tiene que estar dispuesto a estar capacitado constantemente, para transmitir un conocimiento acorde de las exigencias de los nuevos profesionales, por tal razón es importante que el docente encuentre aplicación con las herramientas virtuales, logrando avanzar ante las exigencias de la actualidad.

La progresiva implantación de las nuevas tecnologías de la comunicación, en el campo de la enseñanza, está modificando muchos de los planteamientos educativos tradicionales, hasta el punto de obligar al profesorado, como motor esencial del proceso pedagógico, a tener presente cómo afectan a la estrategia del aprendizaje las nuevas formas de comunicación y de elaboración de los materiales y recursos docentes. El modelo característico de la enseñanza presencial, basado en el contacto directo profesor-alumno, lleva camino de transformarse en un nuevo modelo, apoyado por el entorno virtual formativo, aunque distante, más flexible y eficaz en algunos de sus presupuestos. (Santos, 2006, p. 114).

1.2 Ventajas y desventajas del uso de herramientas virtuales en la enseñanza de la matemática

Los docentes necesitan estar preparados para empoderar a los estudiantes con las ventajas que les aportan las TIC. Escuelas y aulas –ya sean presenciales o virtuales – deben contar con

docentes que posean las competencias y los recursos necesarios en materia de TIC y que puedan enseñar de manera eficaz las asignaturas exigidas, integrando al mismo tiempo en su enseñanza conceptos y habilidades de éstas. (Pérez, y otros, 2014, pág. 6)

Entre las ventajas que se pueden encontrar al hacer uso de herramientas virtuales en la enseñanza de la matemática, está:

- a) La maximización de conocimientos, pues al tener acceso a la diversidad de materiales puede ayudar a tener acceso a más sapiencias, por la factibilidad de herramientas virtuales.

Una de las alternativas que existen en la actualidad es la utilización de la tecnología que ofrece una gama de herramientas para disímiles actividades de la vida diaria. Las cuales facilitan una serie de medios que se pueden valer para el trabajo docente y como estrategia de enseñanza- aprendizaje para el estudiante. (Díaz citado por Jiménez, D, s.f. p.5)

- b) Adaptación en entornos, los estudiantes que están inmersos en la era digital, se adaptan fácilmente y pueden sacar más provecho a estos entornos, pues al utilizar herramientas digitales pueden hacer uso de la dinámica que algunos softwares ofrecen.

Valdez, citado por Jiménez (s.f.) señala “Este tipo de herramientas ayudan y motivan a los estudiantes a tener otra perspectiva del uso y aprendizaje de las matemáticas y manifiestan su aceptación haciendo uso de la aplicación de los programas, cuando se sientan al computador.” (p.8)

- c) Autonomía, el uso de estas herramientas permiten autonomía en los estudiantes, al poder encontrar otras formas de resolución en problemas, en diversidad de aplicaciones y en otros softwares matemáticos.

Las TIC están otorgando a profesores y estudiantes nuevas oportunidades, donde el proceso educativo, respetando la diversidad, permite la adquisición de competencias que han sido difíciles de alcanzar en la educación tradicional, tales como: aprendizaje autodirigido, gestión del propio conocimiento y automotivación. (Pérez, y otros, 2014, pág. 5)

- d) Aprendizaje acelerado, la concepción de conocimientos por parte del estudiante puede ser maximizado al tener herramientas que faciliten la comprensión. Díaz (2017) refiriéndose a la tecnología señala “Los estudiantes pueden aprender en menos tiempo, en comparación con el aprendizaje tradicional” (p.48)

Entre las desventajas que se pueden tener al usar las herramientas virtuales en la enseñanza de matemática, están:

- a) Distracción, los estudiantes al tener muchos accesos, puede ser más fácil la distracción al ingresar a otras páginas, permitiendo salir del tema.
Díaz (2017) también indica que “El acceso a muchas distracciones, es conocidos por todos que cuando un estudiante está trabajando, lo haga estando conectado a diferentes redes sociales”. (p.5)
- b) Plagio, al tener acceso a las diversas herramientas y contactos puede ser más fácil para el estudiante copiar y pegar el resultado, sin tener un análisis matemático para llegar al resultado. Díaz (2017) señala “El acceder a mucha información, puede llevar al plagio “cortar y pegar” (p.5)
- c) Dependencia, al estar inmersos a la tecnología, los estudiantes se acostumbran a la utilización de las herramientas digitales, volviéndose dependientes de estas herramientas y no lograr hacer las sin ellas.

Por tal motivo, es transcendental que el docente guie al estudiante al correcto uso de las herramientas para aprovechar las ventajas que estas proporcionan, al mismo tiempo

disminuir las desventajas que esta pueden tener. Empero, al uso de herramientas virtuales es significativo que el profesor utilice un enfoque de enseñanza específico en matemática.

1.3 La importancia de una teoría o enfoque específico en la enseñanza matemática

Para iniciar, es importante conocer las diferentes teorías y los diferentes enfoques de la enseñanza de la matemática, con el fin de poder indicar porque en la presente investigación se hizo uso del enfoque ontosemiótico EOS. Fundamentalmente, la enseñanza de la matemática, es instruida con una pedagogía general, en la mayoría de países latinoamericanos, lo cual no signifique que este mal, pero podría ser mejorado al aplicar una teoría o un enfoque específico en la enseñanza de la matemática.

Es sustancial señalar, que algunos investigadores que indican que la educación matemática tuvo su nacimiento al inicio del siglo XX, Sánchez, M (2012) señala que esta se dedica a identificar, así como explicar los fenómenos relacionándolos con la enseñanza de la matemática.

Por su parte García J (s.f.) cita a Brousseau, señalando que la didáctica es la ciencia que concierne por los procesos de productos y comunicación del conocimiento en cuestión. Es importante, saber qué es lo que se está produciendo en una situación de enseñanza puesto que es el principal objetivo de la didáctica.

La didáctica de las matemáticas se enfoca en la construcción de modelos teóricos con el fin de explicitar los diversos aspectos del proceso de enseñanza aprendizaje

específicamente del área de las matemáticas. Gómez (s.f.) se refiere acerca de la didáctica de la matemática como:

Como tal es una disciplina científica que pretende ser reconocida por sus aportaciones en un ámbito de estudio propio, aunque para lograrlo tiene que hacer frente a dificultades que proceden de un clima de opinión reticente por parte de la Comunidad afín, la de los matemáticos, más consolidada, prestigiosa y avanzada. (p.1)

En Guatemala se carece conocimiento de las teorías y enfoques específicos de la enseñanza de matemática, viéndose en reflejada en las instituciones que preparan a los futuros profesores de esta área de este conocimiento a diferencia de los profesionales de España

las expectativas que despierta la didáctica en los estudiantes suelen ser frustrantes, tanto por la complejidad de las nociones didácticas, su lenta comprensión y su vinculación a la experiencia de su puesta en práctica, como por las contradicciones de la ideología dominante que presupone la existencia de una relación de transferencia simple de la enseñanza al aprendizaje (Laborde, 1992, p. 167)

1.4 Enfoques Teóricos en la enseñanza de la matemática

Entre las diversas teorías y enfoques de matemática están: la Teoría Antropológico de lo Didáctico TAD, Teoría Socioepistemológico, Teoría de situaciones didácticas, Teoría de la trasposición Didáctica, Teoría Etnomatemática, Teoría de la Objetivación, Teoría de las representaciones Semióticas, Enfoque Ontosemiótico entre otros.

Entre las diferentes teorías en la enseñanza de la matemática, se consideró a la aplicación del Enfoque Ontosemiótico haciendo uso de herramientas virtuales. Esencialmente, La investigación se especificó en el EOS pues aporta estructuras para

un aprendizaje más sólido buscando la interacción del estudiante y el profesor, realizando una configuración epistémica/cognitiva, con el uso de reglas específicas, así como la idoneidad didáctica por parte del docente que se mencionará más adelante.

Es significativo indicar, que el estudio se realizó con Estudiantes de Matemática II del Profesorado en Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, en la Universidad de san Carlos de Guatemala USAC, específicamente en la Escuela de Formación de Profesores en Enseñanza Media EFPEM

CAPÍTULO 2

MARCO CONTEXTUAL DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Historia de la EFPEM

El 7 de febrero de 1,967 se firmó el convenio de cooperación entre el Ministerio de Educación y la Universidad de San Carlos de Guatemala, por medio del cual se persigue coordinar esfuerzos para promover el mejoramiento y desarrollo de la educación nacional en general y de manera especial la educación media.

En diciembre de 1967 se publicó el proyecto de creación de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media, como la institución rectora de la formación de maestros de educación media a nivel nacional.

El 12 de noviembre de 1968 por acuerdo No. 6733 de la Rectoría de la Universidad de San Carlos de Guatemala, se creó la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media EFPEM como una entidad académica ejecutora dependiente de la Facultad de Humanidades.

Antes de 1968, Guatemala no contaba con institución especializada para formar Profesores de Enseñanza Media, por lo que surgió entonces, la Escuela de Formación de Profesores de enseñanza Media, para dar respuesta a la demanda de profesores que el país presentaba. Inicialmente, EFPEM surge como parte de un convenio de cooperación entre el Ministerio de Educación, la Universidad de San Carlos y el Fondo de las Naciones Unidas par a la Ciencia y la Cultura – UNESCO-

En 1967, fue implementado el programa de extensión adscrito a la Facultad de Humanidades, siendo aprobado por el Consejo Superior Universitario en Acta No. 956 inciso d. Habiendo iniciado en Huehuetenango y Cobán como un programa de profesionalización de profesores en servicio, que ahora se conoce como Programa de Secciones Departamentales y el cual contó con infraestructura administrativa y financiera dependiente de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media hasta su separación el 22 de julio de 1998.

El estatuto de la EFPEM, fue aprobado por el Consejo Superior Universitario en Acta No. 1087 Punto Quinto, con fecha 13 de febrero de 1971 y establece claramente en su artículo 2, que esta escuela funciona como una Unidad Académica de la Universidad de San Carlos, encargada de organizar y supervisar la formación de personal docente para el nivel de educación media en todo el país.

El edificio de EFPEM, quedó totalmente construido en abril de 1974. El 1970 se inician los estudios en los Profesorados Científicos en plan diario y más tarde en 1986 se plantean para el plan sabatino.

En 1977 se inician los estudios de profesorado de Económico Contable, Plan sabatino, en 1986, se inauguran los estudios del Profesorado en Lengua y Literatura. Y en el año 2000 se aprueba y entra a funcionar el Profesorado de Enseñanza Media en Informática y Computación. (EFPEM, 2013).

La EFPEM gestionó por varios períodos su separación de la Facultad de Humanidades y el 22 de julio de 1998, el Honorable Consejo Superior Universitario otorga la separación

definitiva en el Punto SEXTO del Acta 10-98. En este acuerdo las Secciones Departamentales que pertenecían a la Escuela, pasaron a depender de la Facultad de Humanidades. Actualmente la EFPEM ofrece las carreras de Profesorado en Enseñanza Media en:

- a) Matemática y Física
- b) Química-Biología
- c) Lengua y Literatura
- d) Económico Contables
- e) Computación e Informática
- f) Educación Bilingüe Intercultural con Énfasis en Cultura Maya
- g) En Ciencias Básicas para Contextos Multiculturales de Educación Primaria Intercultural Bilingüe

Licenciaturas en la Enseñanza de:

- a) Matemática y Física
- b) Química y Biología
- c) Económico Contable
- d) Lengua y Literatura.

Además, Licenciaturas

- a) en Educación Bilingüe Intercultural con Énfasis en la Cultura Maya
- b) en Educación para Contextos Multiculturales con énfasis en la Enseñanza de los Idiomas Mayas
- c) Innovaciones Educativas con Énfasis en Procesos de Aprendizaje.

Así como programas de Postgrado, tales como:

- Maestría en Educación con Orientación en Medio Ambiente
- Maestría en Educación con Énfasis en Modelos Alternativos.
- Maestría en Formación Docente

También la Escuela desarrolla los programas siguientes: Galileo, cuyo propósito es profesionalizar y actualizar a profesores en servicio en las áreas de la Física, Química, Biología, Matemática y Lenguaje; Jornadas de Matemática, también la EFPEM es la entidad encargada de los cursos de nivelación para los aspirantes a ingresar a la Universidad de San Carlos, que no aprueban las pruebas de ubicación. De igual forma desarrollan el Programa Académico Preparatorio para quienes no hayan aprobado las pruebas de ubicación, ni cursos de nivelación.

Congresos de Química cuyo propósito es la actualización docente a profesores graduados del área científica, que laboran en el nivel medio: Olimpiada Nacional de Ciencias, tiene como propósito estimular a la juventud en cuanto al estudio de las ciencias. (EFPEM, 2013).

2.2 Misión y visión de la EFPEM

La misión que tiene la EFPEM es la siguiente:

Somos un equipo de profesionales de la educación, que trabajamos integrada y coordinadamente, con alegría, entusiasmo, creatividad y dedicación teniendo como fundamento la superación intelectual de los docentes en beneficio de los estudiantes,

quienes asisten a nuestra escuela, sabedores que encontrarán la más alta calidad docente y academia profesionalizada y actualizada que solo nosotros podemos ofrecerles.

PRINCIPIOS DE LA EFPEM

CREEMOS: En el respeto en los derechos humanos como instrumentos fundamentales de la convivencia social.

CREEMOS: En la libertad de Conciencia.

CREEMOS: En el derecho de igualdad de oportunidades para la persona humana que les permita ser de su propio desarrollo.

CREEMOS: En la formación, capacitación, profesionalización y actualización docente como factores básicos para el mejoramiento de la calidad educativa. (EFPEM, 2013).

Su Visión es la siguiente:

En el corto plazo aspiramos a ser la institución universitaria superior formadora de formadores de excelente calidad humanista y académica como el mejor centro guatemalteco en su género partiendo de un proceso activo e innovador acorde a las tendencias globales y en el marco de la reforma Educativa, por medio del trabajo conjunto, solidario y responsable de la comunidad EFPEMISTA, contando con una planificación y organización coherente y adecuada capaz de responder a los desafíos educativos del presente y del futuro. (EFPEM, 2013).

2.3 Ubicación y contextualización de la problemática

La Ubicación de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media (EFPEM) se encuentra ubicado en el interior de la Universidad de San Carlos de Guatemala (USAC), está se encuentra ubicada en la Avenida Petapa y 32 calle, zona 12; Es importante señalar que la EFPEM cuenta con un auditorium, biblioteca, aulas de seminario, laboratorios de Química, Biología y Física, 26 aulas puras, academia de computación, áreas de deporte y recreación. El Edificio de Administración funciona en horario de 7: 00 a 13:00 horas y de 13:00 a 20:00 horas.

La Biblioteca de la EFPEM cuenta con recursos audiovisuales que proporcionan ayuda didáctica-pedagógica a los docentes para que realicen el proceso enseñanza-aprendizaje en forma dinámica y acorde a las características de las carreras y a las necesidades de la población estudiantil.

Fundamentalmente la EFPEM busca que sus egresados del Profesorado de Enseñanza Media en cualquier especialidad tengan su principal campo de trabajo en el nivel medio del sistema educativo nacional. Es transcendental señalar que, el Ministerio de Educación exige que, para impartir docencia en el nivel medio, los profesores sean especializados en los cursos a impartir.

De tal manera, que nuestros profesorados tienen mucha demanda laboral pues el crecimiento de los servicios educativos en el sector público y privado ha aumentado trascendentalmente.

Después de los profesorados la EFPEM cuenta con estudios a nivel de grado, donde se pretende formar profesionales competentes, teniendo como metas que los egresados en el grado de licenciatura en las distintas especialidades, además de servir docencia en el nivel medio lo podrán hacer en la universidad, especialmente en entidades de formación de profesores para los distintos niveles. (EFPEM, 2013).

2.4 Temario del curso de matemática II

Matemática II: 1. Álgebra 2. Ecuaciones 3. Inecuaciones 4. Funciones y gráficas 5. Funciones polinomiales y racionales 6. Geometría plana 7. Elementos de trigonometría (EFPEM, 2013).

2.5 Descripción del curso por parte del docente titular

El curso de matemática II es fundamental en la carrera del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias, especializado en Matemática-Física. Contiene temas básicos que el estudiante aplicará en cursos posteriores y constituyen parte importante fundamental en su formación académica, mismos que serán de particular importancia para su ejercicio profesional. Por estar dirigido a futuros docentes de matemática su enfoque es fundamentar los conceptos que se desarrollan en su contenido; aunque para efectos prácticos se fortalece la habilidad operativa; se pretende hacer especial énfasis en la comprensión de la base teórica que permite su operatividad.

Considerando que la sociedad contemporánea plantea nuevos retos a los sistemas educativos como consecuencia de los diversos problemas sociales, económicos y

culturales que la caracterizan. Dichos retos hacen necesaria una transformación de los roles tradicionales de la universidad y los maestros. Hoy en día, las prácticas profesionales en el ámbito de la educación están sujetas a más demandas y de mayor complejidad que en el pasado.

Al maestro, en sus diversas funciones, se le exigen nuevas responsabilidades educativas en el trabajo con los estudiantes: que promueva competencias para la ciudadanía, que incorpore al aula las tecnologías de la información y la comunicación con fines educativos, que conozca y aplique las nuevas teorías pedagógicas y didácticas, que desarrolle nuevos modelos de gestión del conocimiento y de interacción con sus compañeros y la comunidad educativa. Estas nuevas exigencias se traducen en la necesidad de que los profesores desarrollen una serie de competencias profesionales que les permitan realizar su labor docente de manera más eficaz, competencias relacionadas con habilidades intelectuales específicas, el dominio de los propósitos y contenidos del curso, el dominio de estrategias didácticas para la conducción de los procesos de aprendizaje de sus alumnos, su identidad profesional y ética, su capacidad de percepción y respuesta a las condiciones sociales del entorno de la escuela.

Cabe mencionar, que la comprensión de los procesos de aprendizaje de las matemáticas que viven los jóvenes no se restringe en la actualidad sólo a los aspectos cognitivos, sino que toma en cuenta el proceso con un enfoque sistémico integrando el desarrollo de: el saber, el saber hacer, el ser y el convivir.

Este enfoque ha dado lugar a una nueva concepción de la enseñanza, considerándola como el proceso de conducción de la actividad integradora descrita, lo cual, a su vez, conlleva una nueva concepción del profesor como el propiciador y conductor de dicha actividad, en contraposición con la concepción más tradicional del profesor como el

expositor del conocimiento, o en el mejor de los casos, como conductor de la actividad de aprendizaje dando importancia únicamente al saber.

Esta concepción de la enseñanza conlleva la necesidad de que el profesor desarrolle una serie de competencias profesionales específicas para la enseñanza de las Matemáticas. El reto es complejo, sin embargo, consideramos que en nuestra realidad inmediata, una carencia que impacta en el desarrollo de otras competencias adecuadas se encuentra en el dominio de los contenidos programáticos de la disciplina presentes en los planes y programas de estudio.

El enfoque general para abordar los contenidos del curso de Matemática II se centra en la articulación de conocimientos, habilidades y actitudes, con el propósito de desarrollar las competencias matemáticas: el planteamiento y la resolución de problemas, la argumentación, la comunicación y el manejo de técnicas, propuestas para el perfil del egresado del Profesorado de enseñanza media en física-matemática de la EFPEM.

2.6 Competencias del curso

COMPETENCIAS GENÉRICAS: (Pueden ser de USAC, EFPEM, de Carrera)

- ✓ Construye modelos simplificados que describan una situación compleja, identificando sus elementos esenciales y efectuando las aproximaciones necesarias.
- ✓ Asume responsable y comprometidamente el reto de modificar, con calidad, sus hábitos de estudio.
- ✓ Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

- ✓ Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.
- ✓ Interpreta y aplica los conceptos de matemática como instrumento básico en la formulación de modelos químicos para la solución de problemas cotidianos.
- ✓ Utiliza el pensamiento lógico, reflexivo, crítico propositivo y creativo en la construcción del conocimiento y solución de problemas cotidianos.
- ✓ Busca, interpreta y utiliza información científica.
- ✓ Actúa con responsabilidad y ética, manifestando conciencia social de solidaridad, justicia y respeto por el ambiente.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DEL CURSO:

- ✓ Adquiere los conocimientos y habilidades básicas de álgebra y la trigonometría que le permitan enfrentarse con éxito a los cursos superiores de matemática.
- ✓ Identifica y diferencia una relación de una función, grafica funciones en un sistema de coordenadas cartesianas, y opera haciendo uso del álgebra de funciones.
- ✓ Realiza división entre polinomios y encuentra sus raíces reales y complejas.
- ✓ Grafica funciones polinomiales de grado superior a 2, y funciones reales.
- ✓ Realiza operaciones con expresiones logarítmicas y exponenciales, resuelve ecuaciones que involucran dichas expresiones y aplica dichos conceptos a problemas que se resuelven con ellos.
- ✓ Grafica funciones exponenciales y logarítmicas.
- ✓ Resuelve operaciones con expresiones trigonométricas, extendiendo el concepto a las funciones trigonométricas.

- ✓ Aplica los conocimientos adquiridos del álgebra, funciones trigonométricas de números reales, funciones exponenciales y logarítmicas, en situaciones de la vida cotidiana.

2.7 Contenidos declarativos de la tercera unidad

DECLARATIVOS

a. Funciones exponenciales

- i. Funciones exponenciales y sus gráficas
- ii. Interés compuesto
- iii. El número e
- iv. La función exponencial natural
- v. Interés capitalizado continuamente

b. Leyes de logaritmos

- i. Leyes de logaritmos
- ii. Expansión y combinación de expresiones logarítmicas

c. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

- i. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas
- ii. Interés compuesto

CAPÍTULO 3

APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

3.1 Aprendizaje.

El aprendizaje se ha estimado como un proceso donde se cambian conductas y habilidades, para un fin deseado, se puede mencionar la postura de varios investigadores y profesionales de la educación, han mencionado que no está clara la definición para el aprendizaje.

Las definiciones de algunos postores son: Según Shell (1986) citado por Leiva (s.f.): Aprender es una permuta perdurable de la conducta o en la capacidad de trasladarse de manera dada como producto de la práctica o de otras experiencias. Otra de las definiciones es de Tarpv (1968) quien lo considero como un proceso de metamorfosis de la conducta. La adquisición modificación o desecho de conductas debe ser comparativamente permanente y resultado de la experiencia.

Y no podríamos dejar de mencionar a Shunk (1997) que considero que teorías del aprendizaje como un criterio para definir; el aprendizaje es el modificación conductual o cambio en la adaptación.

Cuando cambiamos conductas y formas de comportamiento se señala el aprendizaje, sin embargo, todos aprendemos de las experiencias del entorno, de lo vivido diariamente como lo menciona García citada por Toapanta (2012) indicando que todo el conocimiento

que se obtiene a partir experiencias cotidianas, de este modo se adquieren conocimientos, habilidades, etcétera.

Entre las diferentes definiciones de aprendizaje todas han generalizado acerca de procesos de cambios de conducta y de forma de comportamiento sin embargo Zapata-Ros (s.f.) da una definición más clara acerca de este: “El aprendizaje es el proceso o conjunto de procesos a través del cual o de los cuales, se adquieren o se modifican ideas, habilidades, destrezas, conductas o valores, como resultado o con el concurso del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento o la observación”.

A esto habrá que añadir unas características que tiene exclusivamente el aprendizaje

- Permite atribuir significado al conocimiento
- Permite atribuir valor al conocimiento
- Permite hacer operativo el conocimiento en contextos diferentes al que se adquiere, nuevos (que no estén catalogados en categorías previa) y complejos (con variables desconocidas o no previstas).
- El conocimiento adquirido puede ser representado y transmitido a otros individuos y grupos de forma remota y pasajero mediante códigos complejos dotados de estructura (lenguaje escrito, códigos digitales, etc.), es decir lo que unos aprenden puede ser utilizados por otros en lugar y tiempo distinto, sin mediación soportes biológicos o códigos genéticos.”

3.1.1 Compendios del aprendizaje

El aprendizaje que tiene los estudiantes de cualquier institución se puede influenciar por muchos entornos y circunstancias.

Roman, Musitu y Pastor (s.f.) señalan como la psicología y la sociología experimental va descubriendo leyes que rigen la conducta del individuo y de la sociedad, algunas de las cuales es preciso que sean tenidas en cuenta por la tecnología didáctica y metodología de enseñanza.

- Principio de la intuición: “Los conceptos sin intuición están vacíos; las intuiciones sin conceptos están ciegas”. (Kant)
- Principio de la actividad: “Learning by doing”. (Dewey)
- Principio del realismo: “La escuela debe actuar para la vida con la vida” (Freire).
- Principio de la repetición: “Lo mal aprendido entorpece aprendizajes posteriores y lo bien aprendido, los potencia; el juego es un proceso repetitivo de asimilación y desecho”. (Secadas)
- Principio de la individualización: “Una enseñanza a la medida de cada alumno sería solución al aprendizaje óptimo”. (Ferriere)
- Principio de la socialización: “Juntos en todo lo que sea posible, separados en lo necesario”. (Stoker)

- Principio de la libertad: “Libertad y confianza forman el carácter del alumno; aquellas deben de crecer a medida que crece el alumno, que lo conocemos mejor y que hace su trabajo”. (Bertier)
- Principio del refuerzo positivo: “las consecuencias positivas, verbales o no verbales, materiales o sociales, que siguen a todo aprendizaje, hacen que este aumente”. (Krumboltz).

El cual dice que de todos ellos creemos que hay dos que distinguen a los medios modernos: el de la actividad y el de la no directividad, y hay otro que no está enunciado explícitamente pero que se halla como base de sustentación de la mayoría de ellos: el de la comunicación. (Capella citado por Vásquez Elbia Myriam 2005)

La actividad: Aebil (s.f.) apoyándose en la psicología de Piaget, sostiene que la verdadera unidad de vida psíquica es la acción y que el pensamiento no puede ser considerado como un instrumento de ella.

La acción, la actividad, es una variable que el profesor debe manejar para facilitar el aprendizaje. Ningún profesor enseña bien si sus alumnos no aprenden.

La no-directividad: Según Rogers (s.f.), la actitud no directiva (que no tiene nada que ver con la dimisión o dejadez de Laissez Faire) consiste en poner a los miembros de su grupo en situación de dilucidar y, si fuese posible, resolver ellos mismos en grupo, los problemas que encuentren tanto a nivel de las tareas como a nivel de los sentimientos mutuamente percibidos.

La comunicación: La adquisición de conocimientos solo pueden ser recibidos por medio de la comunicación. Valiéndose por Titone, como la enseñanza aparece como un proceso de comunicación en su realidad inicial cuya finalidad consiste en trascender la comunicación como simple transición de información.

Rappke citado por Vásquez Elbia Myriam (2005) el cual señala que en el caso de los adultos el Status social de estos mismos, con sus obligaciones y responsabilidades específicas, es indiscutiblemente un componente importante.

3.1.2 Modos de aprendizaje

Los modos o estilos de aprendizaje no han sido definidos por los autores, aunque la mayoría coincide en que está en el procesamiento de la mente por lo percibido de cada persona como lo señalan los siguientes autores:

Para Hunt (1979) citado por Domingo J. Gallego G, & Catalina, A señala al Estilo de Aprendizaje como “las condiciones educativas bajo el discente están en la mejor situación para aprender” o “que estructura necesita el discente para aprender mejor” (p.27)

Dunn, K; Dunn, R & Price, G (1979) citado por Domingo J. Gallego G, & Catalina señala que el Estilo de Aprendizaje “es la manera por la que (dieciocho primeros y luego veintiún) elementos diferentes que proceden de cuatro estímulos básicos afectan a la habilidad de una persona para absorber y retener la información” (p.41)

Todos nos adaptamos a un ambiente y aprendemos del entorno como lo menciona Gregorc (1979) citado por Domingo J. Gallego G, & Catalina haciendo mención de los Estilos de Aprendizaje “comportamientos distintivos que sirven como indicadores de como una persona aprende y se adapta a su ambiente”

Keefe (1982) citado por Domingo J. Gallego G, & Catalina señala que los estilos de aprendizaje son los aspectos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores subjetivamente estables, de cómo perciben los discentes, interaccionan y responden a sus aprendizajes

3.2 Aprendizaje de Matemática.

Aprendizaje es el proceso de adquirir conocimientos, habilidades, actitudes o valores a través del estudio, la experiencia o la enseñanza. Sustentado en el Manual para la aplicación de estrategias de aprendizaje (2010). Del Instituto Politécnico Nacional de México. Zacate.

Teniendo en claro que el aprendizaje es el proceso de adquirir conocimientos y habilidades del estudio, se podrá establecer una idea del aprendizaje de la matemática.

En la Teoría del aprendizaje de la matemática según Piaget El conocimiento lógico-matemático es el que no existe por sí mismo en la realidad (en los objetos). La fuente de este razonamiento está en el sujeto y éste la construye por abstracción reflexiva.

La matemática tiene una relación directa con todas las ciencias brindando una relación cualitativa como también lógica.

F. Engels (1877)- antirring La Matemática tiene como objeto de análisis las maneras espaciales y sus relaciones cualitativas en nuestro mundo real”. Leibniz y Rene Descartes indicaban que la matemática podía aplicarse no solamente a los temas espaciales de todo el mundo real, a las dimensiones y a sus relaciones cuantitativas, sino además al proceso de razonamiento. Y esta última es la que realmente atrae a áreas específicas de la educación.

Para el aprendizaje de matemática Montes de Oca y Machado (2011) considerar que tiene que estar diseñado contemplando las siguientes características:

- La enseñanza debe ajustarse al ritmo de aprendizaje de los estudiantes, sin dejar de tomar en cuenta los objetivos a alcanzar.
- La metodología empleada debe favorecer el proceder cuestionador de los estudiantes, incitándoles a la búsqueda del conocimiento, al ejercicio de la autorregulación y al desarrollo de un pensamiento crítico que genere una actitud proactiva ante cualquier situación o problema.
- El proceso de aprendizaje debe contar con el accionar de los estudiantes, pues serán ellos quienes deben asumir métodos, estrategias y técnicas apropiadas para hacer efectivo dicho proceso.
- El entorno en el que se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje puede ser un factor que contribuya a su desarrollo, pues se puede aprovechar el

conocimiento colectivo generado por un trabajo en equipo, en el que cada uno de sus miembros colabore activamente para beneficiarse y beneficiar al grupo.

- El proceso de enseñanza aprendizaje debe contar con la predisposición de sus actores: estudiantes y docentes; los primeros con la intención de aprender y los segundos mostrando respeto a la autonomía de sus alumnos.

3.3 Funciones exponenciales y logarítmicas

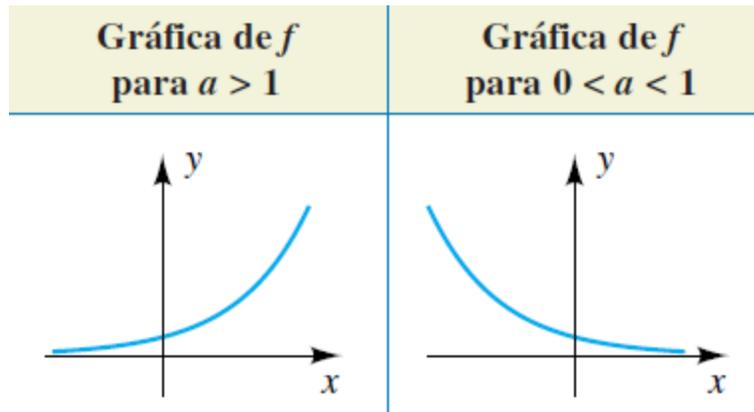
3.3.1 Funciones exponenciales

El contenido de funciones exponenciales es aplicable en muchos temas de la vida cotidiana, sin embargo, entre los conocimientos previos se necesita los conocimientos de funciones polinómicas, significa que tenga el siguiente esquema *base variable*^{potencia constante}

Para lograr el esquema *base constante*^{potencia variable} logrando conocimientos o decrecimientos en funciones. Swokowski y Cole (2017) define a la función exponencial, “ $f(x) = a^x$ para toda x en \mathbb{R} , donde $a > 0$ y $a \neq 1$ ”(p.306).

Ilustración 3.

Grafica de la función cuando $a > 1$ y cuando $0 < a < 1$



Fuente: Swokowski y Cole (2017, p.306)

Las funciones exponenciales son consideradas como funciones biunívocas teniendo una relación uno a uno como lo señala Swokowski (2017) donde enuncia al Teorema: Las funciones exponenciales son biunívocas, señalando que la función exponencial f dada por $f(x) = a^x$ para $0 < a < 1$ o $a > 1$, es biunívoca. Por lo tanto, las siguientes condiciones equivalentes quedan satisfechas para números reales x_1 y x_2 ; cumpliendo con las siguientes circunstancias 1) si $x_1 \neq x_2$ entonces $a^{x_1} \neq a^{x_2}$. 2) Si $a^{x_1} = a^{x_2}$, entonces $x_1 = x_2$. (p.306)

Entre los contenidos en el entorno donde se aplican estos contenidos están: interés compuesto, modelos exponenciales, decaimiento radioactivo, crecimiento bacterial y cantidades de un medicamento en el torrente sanguíneo.

3.3.2 Función exponencial natural

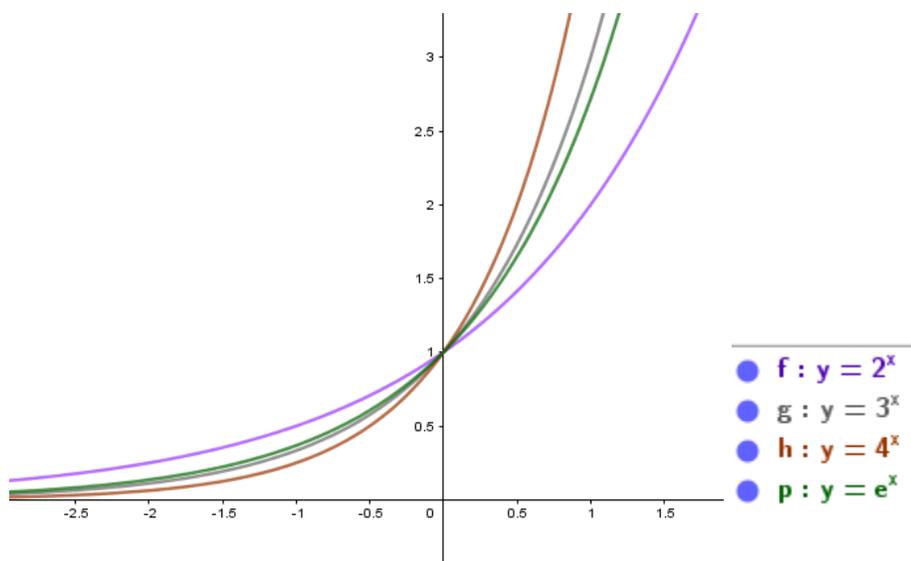
En el caso de que la función tenga una base constante se puede mencionar a la exponencial natural, el cual Swokowski lo define como “La función exponencial natural está definida por $f(x) = e^x$ para todo número real” (p.320). Esta función es una de las

más útiles en matemáticas avanzadas y en aplicaciones. Entre las aplicaciones de la función exponencial natural está la ley de la fórmula de crecimiento (o decrecimiento) la cual Swokowski y Cole (2017) lo expone como:

sea q_0 el valor de una cantidad q en el tiempo $t = 0$ (esto es, q_0 es la cantidad inicial de q). Si q cambia instantáneamente a razón proporcional a su valor actual, entonces: $q = q(t) = q_0 e^{rt}$, donde $r > 0$ es la rapidez de crecimiento (o $r < 0$ es la rapidez de decrecimiento) de q . (Swokowski, 2017, p.321).

Ilustración 4.

Comparación de graficas de funciones logarítmicas.



Fuente: Elaboración propia con Geogebra

En la gráfica anterior se evidencia la diferencia con funciones de diferentes bases.

3.4 Función logarítmicas

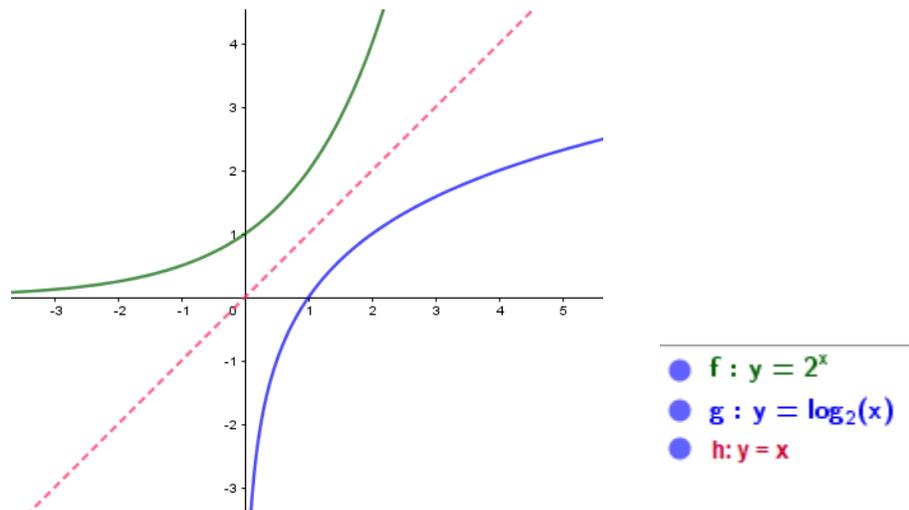
Swokowski y Cole (2017) define a la función logarítmica como “se a un número real positivo diferente de 1. El logaritmo de x con base a esta definida por: $y = \log_a x$ si y solo si $x = a^y$ para todo $x > 0$ y todo número real y ”. (p.328)

Si la función exponencial es biunívoca, la función logarítmica también lo es, pues la función logarítmica es la función inversa de la función exponencial, Swokowski y Cole (2017) señala también el teorema de función biunívoca el cual establece “la función logarítmica con base a es biunívoca. Entonces, las siguientes condiciones equivalentes se satisfacen para números reales positivos x_1 y x_2 ; 1) si $x_1 \neq x_2$ entonces $\log_a x_1 \neq \log_a x_2$. 2) Si $\log_a x_1 = \log_a x_2$, entonces $x_1 = x_2$. (p.329)

En la siguiente grafica se evidencia la relación entre una función exponencial con base 3 y una función logarítmica con base 3.

Ilustración 5.

Comparación de función logarítmica y exponencial.



Fuente: Elaboración propia en Geogebra

La definición de logaritmo común es: $\log x = \log_{10} x$ para toda $x > 0$; la definición de logaritmo natural: $\ln x = \log_e x$ para toda $x > 0$ (Swokowski y Cole, 2017, p.333)

Entre las aplicaciones de las funciones logarítmicas están: la escala de Richter, la ley de Newton del enfriamiento, electrónica, decaimiento de bismuto, el tiempo de duplicación y la determinación de la vida media de una sustancia radioactiva.

3.4.1 Leyes de los logaritmos

Las leyes de los logaritmos pueden simplificar una expresión convirtiéndola en algo más lógico entre las leyes están:

Si a y c denotan números reales positivos, entonces

$$1) \log_b(ac) = \log_b a + \log_b c$$

$$2) \log_b\left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c$$

$$3) \log_b(a^x) = x \log_b a$$

$$4) \log_b(b) = 1$$

$$5) \log_b(a) = \frac{\log a}{\log b}$$

Estas mismas propiedades se aplican para las funciones naturales, sin embargo, esto ayuda a simplificar una expresión para expresarlo de una forma más lógica

CAPITULO 4

ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

4.1 Didáctica de la Matemática.

El objeto de la didáctica de las matemáticas, como campo investigativo, es la disertación de factores que estipulan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el progreso de programas de perfeccionamiento de dichos procesos.

Según Larios citado por Hernández, (2013) señala que la didáctica de las matemáticas es una disciplina en constante cambio, no solo por la naturaleza y dificultad de sus objetos de análisis, sino porque se unen nuevos recursos o herramientas a los procesos relacionados, en especial en geometría donde varias de estas herramientas son del tipo llamados Programa de Geometría Dinámica (SGD), cuya presencia ha motivado un crecimiento en las propuestas didácticas

La didáctica de la matemática es un sistema cognitivo para una formación en estar ama como lo señala Rico, Sierra y Castro (2000) todo el sistema cognitivo, instituciones, planes de formación y finalidades formativas

Si la epistemología es la teoría del entendimiento, y la epistemología de las matemáticas es la teoría del entendimiento matemático, entonces la epistemología de la enseñanza matemática debería referirse al mismo análisis, sin embargo, de las proposiciones de la

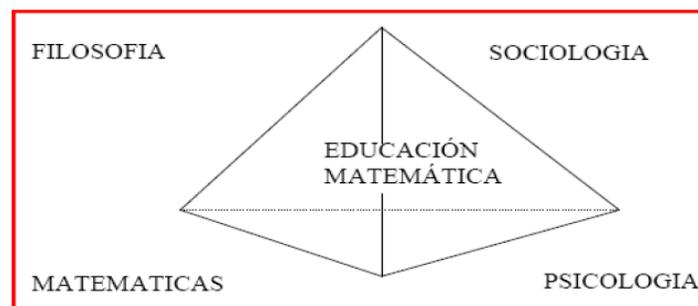
enseñanza matemática más que las que se relacionan con la matemática (Sierpinski y Lerman, citado por Castillo, Arieta y Rodríguez (2005)).

La didáctica de la matemática se describe como la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación. (Godino, s.f.)

Higginson (1980), considera a la matemática, psicología, sociología y filosofía como las cuatro disciplinas fundacionales de esta.

Ilustración 6.

Modelo tetraédrico de Higginson para la educación matemática



Fuente: Godino (s.f)

Como lo expone Steiner citado por Godino para la teoría de Educación Matemática “el desarrollo de una aproximación comprensiva a la educación matemática, de debe ser vista en su totalidad como un sistema interactivo que comprende investigación desarrollo y práctica.

En el trabajo citado por Higginson describe, asimismo las aplicaciones del modelo para clarificar aspectos fundamentales como:

- La comprensión de posturas tradicionales sobre la enseñanza-aprendizaje de la matemática;
- La comprensión de las causas que han producido los cambios curriculares en el pasado y la previsión de los cambios futuros;
- El cambio de concepciones sobre la investigación y sobre la preparación de profesores. (Citado por Godino, s.f.)

Así pues, la investigación en Didáctica de las Matemáticas no puede ignorar cuestiones filosóficas tales como:

- ¿Cuál es la naturaleza de los objetos matemáticos?
- ¿Qué papel juegan la actividad humana y los procesos socioculturales en el desarrollo de las ideas matemáticas?
- ¿Las matemáticas se descubren o inventan?
- ¿Agotan las definiciones formales y los enunciados de las proposiciones el significado integral de los conceptos?
- ¿Cuál es el papel que juegan en el significado de los objetos matemáticos, sus relaciones con otros objetos, las situaciones problemáticas en las cuales se usan como herramientas, y las diversas representaciones simbólicas?

4.1.1 Enfoque ontosemiótico EOS

El EOS es un sistema teórico inclusivo que trata de articular diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza. Fue iniciado por el grupo de investigación Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada a principios de los años 90 siendo en la actualidad desarrollado y aplicado por otros grupos de investigación españoles y latinoamericanos. Como lo señala página de enfoque ontosemiótico

En sus inicios se trabajó la primera fase se tenía como noción básica el análisis epistémico y cognitivo “los sistemas de prácticas manifestadas por un sujeto ante una clase de situaciones problemas”, con lo cual se pudo extraer que era necesario ampliar más y profundizar las relaciones dialécticas entre el pensamiento, lenguaje matemático y las situaciones-problemas para cuya resolución se inventan tales recursos.

Seguido de eso se buscó modelos teóricos propuestos por el seno de la Didáctica de la Matemática sobre la instrucción matemática, el cual propone distinguir en un proceso de instrucción matemática seis dimensiones cada una en modulo como un paso estocástico con sus respectivos espacios de estados y trayectorias en los cuales están:

- Epistémicas
- Docente
- Discente
- Mediacional
- Cognitiva
- Emocional

El modelo ontológico y semiótico de la cognición facilita discernimientos para asemejar los estados posibles de las trayectorias epistémicas y cognitiva, y la admisión de la “negociación de significados” como idea clave para el encargo de las trayectorias didácticas.

También es necesario encontrar con las opiniones teóricas que se manejan en el área de conocimiento, claramente en las nociones usadas para evaluar los fenómenos cognitivos. Como por ejemplo no hay función exponencial sobre este tema o no hay logaritmos en este otro tema.

Logra estar a la mira de la variedad de elementos que se usan sin que haya iniciado su contrastación, clarificación y depuración cognitivos, competencias, concepciones, conceptos, representaciones internas, imágenes conceptuales, esquemas, invariantes operatorios, significados, praxeología etc. (Godino, Batanero, & Font, s.f.)

4.1.2 Herramientas que componen el EOS

El inicio del EOS es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tienen en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Tomando como noción primitiva la de situación-problema, se define los conceptos teóricos práctica y significado (Godino, Batanero, & Font, s.f.)

Las matemáticas, más que un práctica particular ante un problema concreto, también interesa los sistemas operativas y discursivas para resolver un tipo de situaciones-problemas en los cuales se requiere encontrar un representante de conjunto de datos, con esta idea el EOS asume los presupuestos de la epistemología pragmatista.

La relatividad socioepistémica y cognitiva de los significados, entendidos como sistemas de prácticas, y su utilización en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología básica de significados que se resume en la figura 1 (Godino, 2003, p. 141). Con relación a los significados institucionales proponemos tener en cuenta los siguientes tipos:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido.

En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

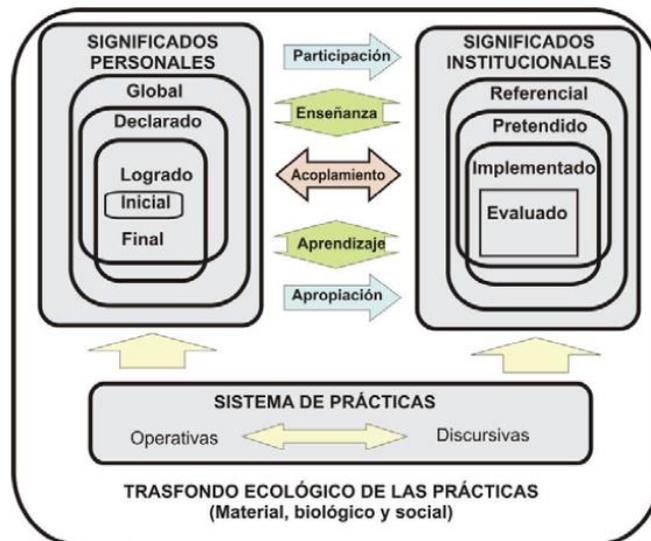
Respecto de los significados personales proponemos los siguientes tipos:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático.

- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los *significados iniciales* o previos de los estudiantes y los que *finalmente alcancen*. (Godino, Batanero, & Font, s.f.)

Ilustración 7

Trasfondo ecológico de las practicas



Fuente: imagen tomada de la página oficial de EOS

4.1.3. Nivel uno del EOS

El nivel uno del EOS es la configuración de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de práctica, y en este caso Godino, Batanero y Font señalan el iniciar una

práctica matemática, pero indican que para que los resultados sean positivos es necesario proponer un funcionamiento de determinados contenidos matemáticos, es importante el lenguaje y los conceptos claros para tener resultados satisfactorios.

Ilustración 8.

Configuración epistémica/cognitiva



Fuente: Pochulu, M (2020)

Se propone pues la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios:

- Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...)
- Situaciones – problemas (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, ...)

- Conceptos- definición (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...)
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos, ...)
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...). (Godino, Batanero, & Font, s.f.)

4.1.4 Segundo Nivel del EOS

El segundo nivel del EOS es el de atributos contextuales, en este nivel la noción del juego de lenguaje tiene un lugar importante, al tomarlo junto con la noción de institución, los objetos matemáticos que intervienen en las practicas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego del lenguaje en que participan, puede ser considerada desde las siguientes facetas o dimensiones duales (Godino, 2002)

- *Personal – institucional.*

Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como “objetos personales” (Godino y Batanero, 1994, p. 338). La cognición matemática debe contemplar las facetas personal e institucional, entre las cuales se establecen relaciones dialécticas complejas y cuyo estudio es esencial para la educación matemática. La “cognición

personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la “cognición institucional” es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas.

- *Ostensivo – no ostensivo.*

Se entiende por ostensivo cualquier objeto que es público y que, por tanto, se puede mostrar a otro. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no ostensiva (no perceptibles por sí mismos). Ahora bien, cualquiera de estos objetos se usa en las prácticas públicas por medio de sus ostensivos asociados (notaciones, símbolos, gráficos, ...). Esta clasificación entre ostensivo y no ostensivo es relativa al juego de lenguaje en que participan. El motivo es que un objeto ostensivo puede ser también pensado, imaginado por un sujeto o estar implícito en el discurso matemático (por ejemplo, el signo de multiplicar en la notación algebraica).

- *Expresión – contenido:*

antecedente y consecuente de cualquier función semiótica. La actividad matemática y los procesos de construcción y uso de los objetos matemáticos se caracterizan por ser esencialmente relacionales. Los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unos con otros. La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un *antecedente* (expresión, significante) y un *consecuente* (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia.

- *Extensivo – intensivo (ejemplar - tipo).*

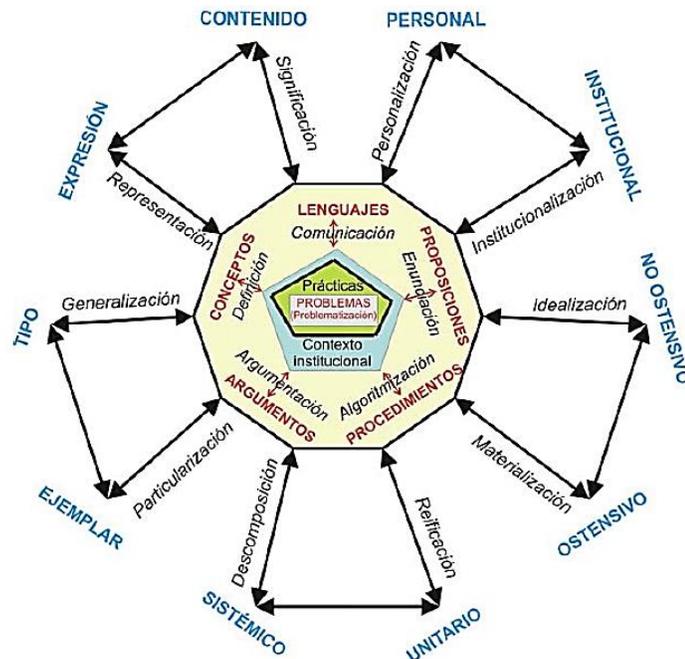
Un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular (un ejemplo específico, p.e., la función $y = 2x + 1$) y una clase más general (p.e., la familia de funciones $y = mx + n$). La dualidad extensivo-intensivo se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos (Contreras y Cols, 2005). Esta dualidad permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático. “La generalización es esencial porque este es el proceso que distingue la creatividad matemática de la conducta mecanizable o algorítmica (Otte, 2003, p. 187).

- *Unitario – sistémico.*

En algunas circunstancias los objetos matemáticos participan como entidades unitarias (que se suponen son conocidas previamente), mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio. En el estudio de la adición y sustracción, en los últimos niveles de educación primaria, el sistema de numeración decimal (decenas, centenas, ...) se considera como algo conocido y en consecuencia como entidades unitarias (elementales). Estos mismos objetos, en el primer curso tienen que ser considerados de manera sistémica para su aprendizaje. Estas facetas se presentan agrupadas en parejas que se complementan de manera dual y dialéctica. Se consideran como atributos aplicables a los distintos objetos primarios.

Ilustración 9.

Decágono de contexto institucional.



Fuente: Godino, Batanero y Font Configuración de objetos y procesos

4.1.4 idoneidad didáctica

Las ideas teóricas precedentes se complementan con la noción de idoneidad didáctica de un proceso de instrucción que se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Ramos y Font, 2008):

- *Idoneidad epistémica*, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de la adición en la educación primaria puede limitarse al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos

(baja idoneidad), o tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones aditivas e incluir la justificación de los algoritmos (alta idoneidad).

- *Idoneidad cognitiva*, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial (Vygotski, 1934) de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados. Un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad cognitiva sería, en el estudio las operaciones aritméticas con números de tres o más cifras, que el profesor realizara una evaluación inicial para saber si la mayoría de los alumnos dominan los números de uno y dos cifras y, en caso de no ser así, comenzara el proceso de instrucción trabajando dichos números.
- *Idoneidad interaccional*. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permita resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción. Por ejemplo, un proceso de estudio realizado de acuerdo con una secuencia de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización (Brousseau, 1998) tiene potencialmente mayor idoneidad semiótica que un proceso magistral que no tenga en cuenta las dificultades de los estudiantes.
- *Idoneidad mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, si el profesor y los alumnos tuvieran a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema en cuestión (Cabri, p.e., para

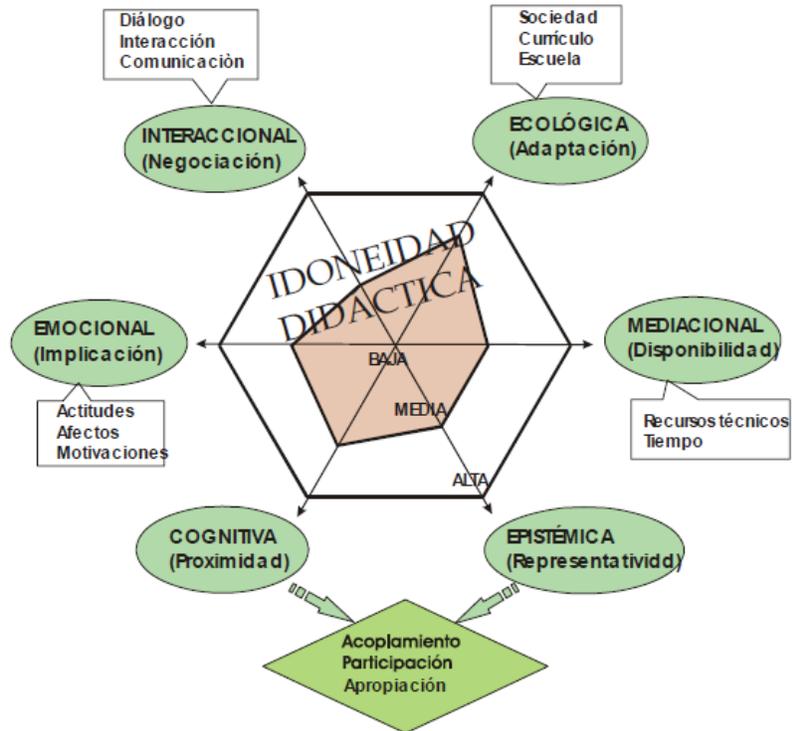
la geometría plana), el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tendría potencialmente mayor idoneidad mediacional que otro tradicional basado exclusivamente en la pizarra, lápiz y papel. Asimismo, un ejemplo de un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad mediacional con relación a los medios temporales sería una clase magistral, donde el profesor reproduce de manera íntegra y sin interacción con los estudiantes el significado pretendido.

- *Idoneidad emocional*, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad emocional está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. Por ejemplo, tendrán idoneidad emocional alta los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de interés para los estudiantes.
- *Idoneidad ecológica*, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Se presenta una imagen donde vincula la idoneidad didáctica, donde señala que la idoneidad epistémica y la cognitiva señala el acoplamiento, participación y apropiación. Es significativo señalar que la idoneidad epistémica que señala la representatividad, mientras que la cognitiva la proximidad; la idoneidad interaccional llevaría a la negociación, mientras que la idoneidad mediacional, señalara la disponibilidad de recursos, así como la idoneidad emocional infiere a actitudes, afectos y motivaciones y la idoneidad ecológica tratara con la adaptación, viendo la sociedad, currículo y escuela, como se representa en la ilustración 8.

Ilustración 10.

Idoneidad didáctica



Fuente: Godino, Batanero y Font: Componentes de la idoneidad didáctica

CAPÍTULO 5

HERRAMIENTAS DIGITALES

5.1 Herramientas digitales para el aprendizaje de Matemática.

Existen muchas estrategias didácticas para el aprendizaje de la Matemática, estas ayudarán a mejorar la comprensión de los contenidos, y permitiendo un aprendizaje idóneo.

Se define como herramienta según Cebrián (Citado en Cabero, 2001:290) como: Todos los objetos, equipos y aparatos tecnológicos, espacios y lugares de interés cultural, programas o itinerarios medioambientales, materiales educativos que, en unos casos utilizan diferentes formas de representación simbólica, y en otros, son referentes directos de la realidad. Estando siempre sujetos al análisis de los contextos y principios didácticos o introducidos en un programa de enseñanza, favorecen la reconstrucción del conocimiento y de los significados culturales del currículum.

Según Gómez Gabaldón (2004) citado por Carballo & González los impactos metodológicos en la enseñanza y aprendizaje mediante la utilización de sistemas con gráficos dinámicos nos llevan a nuevos métodos especialmente en:

- Resolución de problemas geométricos.

- Adquisición inductiva de teoremas geométricos y formación de conceptos.

- Aplicación e investigación de transformaciones.
- Investigación de relaciones funcionales de figuras geométricas.
- Simulación de movimiento.

La necesidad de estar conectado con la tecnología en la actualidad es fuerte, vemos la aplicación de la las Tic en el entorno, es allí la necesidad de que el docente tenga que estar actualizado en el uso de la misma.

Según Santos Trigo (2001) “las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo de las matemáticas. Generan imágenes visuales de las ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y realizan cálculos de manera eficiente y precisa. Cuando disponen de herramientas tecnológicas, los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento y resolución de problemas.”

Begoña Gros (2012) señalaba, en relación al uso de las TIC en Educación que hay dos grupos de personas: quienes consideran que estas tecnologías son determinantes y en sí mismas pueden cambiar o mejorar el aprendizaje y quienes creen que son neutrales que permiten seguir actuar como siempre, pero con un nuevo soporte.

Otras apreciaciones como la de Oyola y Gómez (2012); la de Ferro, Martínez y Otero (2009); la de Bosco y Rodríguez (2008) o la de Mora (2003) que consideran que el uso de TIC en las clases incrementa el interés por el estudio en los estudiantes, promoviendo el desarrollo de sus competencias y fortaleciendo el aprendizaje a través de actividades como la realización de ejercicios, simulación de fenómenos, evaluaciones, entre otras.

Entre las herramientas tecnológicas se puede mencionar:

- a) Geogebra
- b) Derive
- c) Graphmatica
- d) Maple 14
- e) Cabri II Plus

5.1.1 Geogebra

Esta herramienta permite muchos conocimientos matemáticos, permitiendo realizar trabajo en todos los contenidos matemáticos.

Como lo menciona su manual de instalación GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en cada uno de sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, estudio y estadística en un exclusivo grupo tan sencillo o grado operativo como ponente.

Las herramientas como el Software GeoGebra son recursos útiles en el aula de clases de Matemáticas, ya que permiten que los estudiantes muestren a través de la puesta en práctica de aquellos conocimientos previos lo que han logrado interiorizar hasta el momento. (Ruiz, Ávila, & Villa-Ochoa, 2013)

5.1.2 Derive

De las herramientas tecnológicas también se puede señalar a Derive es uno de los llamados "Programas de Cálculo Simbólico", que podemos definir como programas para ordenadores personales (PC) que sirven para trabajar con matemáticas usando las notaciones propias (simbólicas) de esta ciencia. Así, en un programa de cálculo simbólico el número 'pi' se trata como tal, a diferencia de muchas calculadoras que consideran sólo una aproximación (3'1415...)

Derive se aprende a usar con mucha facilidad: En menos de una hora es posible experimentar con casi todas las aplicaciones del programa. Cualquiera que tenga que usar las matemáticas es un potencial usuario de Derive, pero, sin duda, su principal aplicación es la docente.

La incorporación de Derive en los primeros cursos de las asignaturas de matemáticas en la Universidad y en los últimos de la secundaria, es algo casi generalizado en muchos países y, además, tiene una gran influencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje. (Datos obtenidos de la página asociación de usuarios de derive de España)

Según Arias (2011) citado por Mora (2012) Derive es un programa de cálculo simbólico. Por consiguiente, posibilita operar con literales. Como ayudante matemático es algo más que una calculadora numérica. Se puede operar con números, empero además con expresiones algebraicas y polinomios, de esta forma de aprender y representar funcionalidades (curvas y superficies), solucionar sistemas, obtener límites, derivadas, integrales (definidas e indefinidas), series, etcétera. Como recurso didáctico enseña unas modalidades extraordinarias, sin embargo, debería usarse con criterios pedagógicos.

5.1.3 Graphmatica

Graphmatica es otra de las herramientas pedagógicas que ayudan a estudiar las funciones, derivadas, integrales etc.

Como lo señala Fazio, M (s.f.) Graphmatica es un programa que posibilita graficar funcionales de una variable, ecuaciones, inecuaciones, curvas paramétricas y soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias. Muestra asimismo funcionalidades en relación con cálculo diferencial e integral, como calcular áreas o rectas tangentes, y prestaciones numéricas, como encontrar soluciones de ecuaciones, puntos de vistas críticos o aspectos de intersección entre funcionalidades

En la página oficial de Graphmatica señala el resumen de sus características

1. La cola de redibujo. Graphmatica recuerda las últimas 25 ecuaciones que usted tipeó o cargó desde un archivo. Usted puede guardar su trabajo para usarlo en una sesión posterior o con cualquier editor de texto o con Graphmatica 3.6 para DOS.

2. Funciones automáticas. Automáticamente Graphmatica

- determina el tipo de gráfico que usted está ingresando basándose en las variables usadas,
- reconoce dominios de ecuaciones si usted los incluye,
- altera dinámicamente la razón de muestreo mientras gráfica, para asegurar que gráficas empinadas como la de $y=\tan x$ sean dibujadas correctamente,
- ajusta la razón x/y cuando usted modifica el rango o cambia el tamaño de la ventana de gráficos para que se mantenga el aspecto apropiado del gráfico,
- redibuja la(s) última(s) ecuación(es) ingresada(s) cuando usted cambia el tamaño o la forma de la grilla por cualquier medio, y
- restablece la grilla y las opciones especiales de configuración cuando usted carga una lista de ecuaciones que las posee.

Usted no necesita hacer nada para usar estas funciones, aunque el menú de Opciones le sigue dando un completo control sobre ellas.

3. El avanzado procesador de ecuaciones sigue las reglas matemáticas--no las de la computadora. Usted puede usar multiplicación implícita, una librería completa de funciones matemáticas (incluyendo trigonométricas), y aún prescindir de molestos paréntesis en lugares apropiados. ¡Olvídese de aislar variables antes de graficar! Mientras sólo aparezca una instancia de la variable dependiente en la ecuación, Graphmatica la aislará para usted, y aún graficará relaciones. Usted dispondrá de la potencia de 6 estilos de gráficos: Cartesianos, polares, paramétricos, y campos de pendientes y aproximaciones de valores iniciales para ecuaciones diferenciales

ordinarias de hasta cuatro órdenes y también sistemas lineales de cuarto orden, todos detectados automáticamente. También soporta inecuaciones Cartesianas.

4. Controles fáciles de usar, incluyendo la práctica Barra de Botones que brinda acceso con un clic a los comandos usados más frecuentemente, la barra de estado que muestra información relevante y mensajes de ayuda, y la caja de la Cola de Re-dibujo, que le permite seleccionar cualquier ecuación en memoria para graficarla, eliminarla, o editarla para formar una nueva ecuación.
5. La opción Mostrar tablas le permite ver las coordenadas de los puntos de sus gráficos... a medida que estos son dibujados. Esta opción muestra valores en intervalos de números enteros con los que puede practicar esbozando las curvas usted mismo.
6. Operaciones convenientemente orientadas al uso del ratón. Usted puede usar el ratón para seleccionar un nuevo rango o ver las coordenadas de un punto, seleccionar un valor inicial para una ecuación diferencial ordinaria, y aún encontrar una recta tangente a una curva o integrar una función sin oprimir una sola tecla.
7. Papel graficador flexible. Elija entre papel graficador normal y papeles apropiados para gráficas trigonométricas, polares, y logarítmicas, con cuatro niveles de detalle.
8. Poderosas capacidades de cálculo numérico y simbólico. Encuentre derivadas, integrales y puntos críticos de cualquier función cartesiana.

9. Muchas opciones de salida. Graphmatica permite copiar ecuaciones, tablas de puntos y gráficos al portapapeles, y usted puede imprimir sus gráficos en colores.

10. Cada opción automática es configurable por el usuario para darle un control absoluto sobre sus gráficos. Los diálogos de configuración de opciones no sólo le muestran las opciones actuales, sino que actúan como un panel de control que le permite cambiar cualquier opción configurable desde la misma caja de diálogo. Y el comando de Guardar Preferencias le permite guardar sus preferencias de modo que sean automáticamente utilizadas cada vez que usted ejecute Graphmatica.

11. Instructivos tópicos de ayuda explican los conceptos básicos de cada tipo de gráfico... y archivos de demostración incluidos le muestran ejemplos de cada tipo de ecuación.

5.1.4 Maple 14

Según Cujó citado por Ruiz (2017) “Maple es un paquete de algebra computacional que permite usar sofisticados métodos matemáticos (simbólicos, numéricos, gráficos, etc.) para resolver una amplia clase de problemas triviales y no triviales. Los procedimientos de cálculo simbólico, o calculo científico, permiten a sus usuarios no solo trabajar con datos aproximados, sino también con números, simbólicos, formulas y ecuaciones” (p.37)

Maple cuenta con una gran cantidad de herramientas: para calculo, variable compleja, ecuaciones diferenciales, álgebra lineal, análisis numérico, pre cálculo entre otras. Permite al igual que Derive 6.1, graficar en 2D y 3 D. es posible realizar procesos interactivos y modelar fenómenos físicos, químicos y biológicos, etc. Que requieran

matemática. Es una poderosa herramienta mediadora del proceso enseñanza-aprendizaje. (Mora, citado por Ruiz, 2017, p.37)

5.1.5 Cabri II Plus

“Algunas características del software Cabri II Plus, que se pueda consideran pertinentes de resaltar son: la construcción en forma precisa y rápida de todos los componentes básicos de la geometría euclidiana; el control aspecto gráfico de los elementos geométricos usando simplemente el mouse. Además de la creación de macros para facilitar las construcciones de objetos geométricos muy complejos y repetitivos; así como la manipulación de figuras geométricas y la observación de todas las partes de esta misma como medidas. Además, se ejecuta cálculos de medidas desde medidas simples hasta expresiones complejas que evalúan, por ejemplo, áreas, pendientes, etc. Repite construcciones didácticamente, es decir, hace un historial de cómo se llegó a determinada construcción, y cuales fueron todos los pasos que se siguieron, e imprime construcciones realizadas” (Rodríguez, citado por Ruiz, 2017, p.38)

5.2 El uso de escenas digitales en la enseñanza-aprendizaje.

Entre los medios didácticos que benefician a la docencia universitaria, encontramos la tecnología, la cual aporta un sinfín de herramientas como apoyo docente.

Como le menciona Ballester, García y Alberola (2015) “El uso de nuevas tecnologías en la enseñanza incluye un sinfín de herramientas como no se había vivido. *Hardware*, como ordenadores de aula, ordenadores portátiles, tabletas, smartphones y *software* como apps, navegadores web, lectores de archivos, almacenes de datos o diferentes soportes

multimedia. Conocerlas y utilizarlas es hoy un factor clave en las aulas universitarias.”
(p.1)

En la actualidad encontramos a estudiantes con muchos conocimientos tecnológicos, estos estudiantes nacieron con un entorno tecnológico, el cual sumerge al docente a buscar constante capacitaciones el cual prepare para la aplicación de TIC como parte de su didáctica.

“Los universitarios de hoy constituyen la primera generación formada en los nuevos avances tecnológicos, a los que se han acostumbrado por inmersión al encontrarse, desde siempre, rodeados de ordenadores” (Prensky, 2010, p.5)

Las universidades tendrán que brindar a sus docentes herramientas tecnológicas para el aprovechamiento de sus beneficios, y los docentes deberán de utilizarlos como enlace de comunicación y medio didáctico.

Como lo menciona Salinas (2004): “Las universidades necesitan implicarse en procesos de mejora de la calidad y esto, en nuestro terreno, se traduce en procesos de innovación docente apoyada en las TIC.” (p.3)

“La educación superior debe prestar especial atención a cómo incorporar estas tecnologías de forma coherente y armoniosa a la práctica docente, de modo que promueva experiencias de aprendizaje relevantes que resulten novedosas y atractivas para los estudiantes, al tiempo que el profesorado se sienta cómodo y estimulado para continuar experimentando con su empleo” (Moreno, 2011, p.20).

5.2.1 Traker

Traker es una herramienta gratuita de análisis de modelado de video basada en el marco de Java, está orientado para ser utilizado en la educación física, también se puede utilizar como una forma poderosa de combinar videos con modelado por computadora.

Entre las características de tracker esta

Rastreo:

- Seguimiento manual y automático de objetos con superposiciones y datos de posición, velocidad y aceleración.
- Centro de pistas de masas
- Vectores gráficos interactivos y sumas vectoriales
- Perfiles de línea RGB en cualquier ángulo, regiones RGB dependiente de tiempo.

Modelado:

- Modelbuldier crea modelos cinemáticos y dinámicos de partículas de masa puntal y sistema de dos cuerpos.
- Los modelos externos animan y superponen datos multipunto de programa de modelado separado, como hoja de cálculo y simulaciones de java sencillo.
- Las superposiciones de modelos se sincronizan automáticamente y se escalan al video para una comparación visual directa con el mundo real.

Video

- El motor de video XUggle gratuito reproduce y graba la mayoría de los formatos (mov/avi/flv/mp4/wmv, etc.) en Windows/OSL/Linux
- Filtros de video, incluidos brillo/contraste, luz estroboscópica, rastro de espectros y filtros de descentralizado
- El filtro de perspectiva corrige la distorsión cuando los objetos se fotografían en ángulo en lugar de en línea recta
- El filtro de distorsión radial corrige la distorsión asociada con lentes de ojo de pez superpuesto, utilizando el propio rastreador
- El cuadro de dialogo, propiedades del video muestra las dimensiones del mismo, la ruta, la velocidad de cuadros, el conteo de cuadros y más. Datos adquiridos por <https://physlets.org> › tracker

5.2.2. Mimimo.

Mimio es un Software creado para el proceso de enseñanza-aprendizaje, es una herramienta que se aplica a muchos campos del conocimiento general, y cuenta con datos que permiten la interacción del docente con el estudiante.

Uno de los problemas principales del docente es explicar un tema en la pizarra e inevitablemente dar la espalda en el momento de su enseñanza, esto evita la atención y visibilidad del estudiante, por lo cual la herramienta está diseñada para un contacto total visual, permitiendo total atención evitando los distractores mencionados.

Entre las herramientas que ofrece el software:

1. MimioTeach
2. MimioBoard
3. MimioStudios
4. MimioVote
5. Aplicación MimioMobile
6. MimioView
7. MimimoCapture
8. MimioPad

De todas las Herramientas que presenta software se señalará, la que se puede utilizar para la enseñanza de Matemática.

CAPÍTULO 6

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

6.1 Proceso de validación

Se procedió en primera instancia a validar los instrumentos a un grupo de egresados de la EFPEM, los mismos resolvieron las pruebas y brindaron sus reflexiones acerca de la prueba estandarizada y la aplicación de herramientas virtuales con el enfoque ontosemiótico, entre las indicaciones que señalaron están: la congruencia de los ítems, así como la lista de cotejo para la calificación y también señalaron que si sentían conformes dando la información. Seguido de ello, se procedió a realizar cambios de forma para cumplir con la objetividad de la investigación en cada instrumento

Así mismo se gestionó, el permiso correspondiente para realizar la investigación en la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media, EFPEM de la Universidad de San Carlos de Guatemala USAC.

6.2 Proceso de tratamiento de datos

Tamayo y Tamayo citado por Ruiz (2017) “una vez recopilado los datos por los instrumentos diseñados para este fin, es necesario procesarlos, es decir, elaborarlos matemáticamente, ya que la cuantificación y su tratamiento (estadística y matemática)

estadístico nos permitirán llegar a conclusiones en relación con la hipótesis planteada” (p.43)

Así mismo, Arias Citada por Ruiz (2017) señala que no es suficiente la recolección de datos ni cuantificarlos adecuadamente. Señalando que una simple colección de datos no establece a una investigación. Es ineludible el análisis, la comparación y la presentación de tal manera que realmente contengan la confirmación o al rechazo de la hipótesis.

Fundamentalmente, teniendo presente los objetivos de la investigación, se procedió a ejecutar el tratamiento de datos donde se realizó un proceso estadístico de correlación múltiple como lo menciona Mendehal, Beaver y Beaver citado por Ruiz (2017) “El coeficiente de correlación como una medida de la fuerza de relación lineal entre dos variables” (p.44) así mismo el análisis vibrado encontrando una relación entre las variables establece que “cuando se establece dos variables en una sola unidad experimental, los datos resultantes se llaman datos vibrados...no solo ambas variables son importantes cuando se estudian por separado, sino que también es posible explicar la relación entre las dos variables” (Mendehal, Beaver y Beaver citado por Ruiz, 2017, p.44)

Fase 1

Se realizó una encuesta a todos los estudiantes de Matemática II del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias Especializado en Física-Matemáticas, donde se solicitó información de cada estudiante, para poder contactarlos, (pues toda la investigación se realizó de forma virtual) por medio de correo electrónico, redes sociales y classroom.

Fase 2

La población se dividió en dos grupos al azar, con el fin de que en uno de los grupos se ejecutara el experimento, donde se aplicó herramientas virtuales con el enfoque ontosemiótico en la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas, el segundo grupo se impartió el contenido de una forma tradicional brindando explicaciones lineales, señalando la función del profesor como explicar y exponer de forma clara los conocimientos, centrándose en el aprendizaje del alumno.

Fase 3

En esta fase se realizó una prueba estandarizada (pre test) a los dos grupos, para medir los conocimientos fundamentales que tenían los estudiantes en cuanto al tema funciones exponenciales y funciones logarítmicas.

Fase 4

Con los datos de los conocimientos fundamentales, se procedió a ejecutar el experimento en uno de los grupos, aplicando la configuración epistémica/cognitiva y la idoneidad didáctica que señala del EOS

Fase 5

En esta fase se realizó otra prueba estandarizada (post test) a los dos grupos, para medir los conocimientos que tuvieron los estudiantes, tanto en los que se aplicó el experimento y en los que no se aplicó el mismo. Esta fase sirvió para evidenciar los resultados cognitivos de los estudiantes, en los temas de las funciones exponenciales y logarítmicas.

Además, se realizó una calificación mencionada en rangos catalogando n como la nota $0 < n < 61$ nivel bajo, de $61 < n < 79$ como nivel medio y $80 < n < 100$ como nivel alto de aprendizaje. Con los datos realizaron una tabla de frecuencias estadísticas y grafica en barras como lo menciona Portus, L (1998) acerca de la gráfica de barras “proporcionan más información y permite apreciación estadística rigurosa”

Fase 6

Se les solicitó a los estudiantes que evalúen la contribución del expositor con preguntas observables del enfoque ontosemiótico, la encuesta tendrá una escala de liker donde se utilizó las respuestas:

SI

NO

TALVEZ

Fase 7

Se determinó la correlación que se tienen con las variables evidenciando la influencia que se tienen entre ellas.

Como lo menciona Archearandio (2010) acerca de la relación vibrada “es la simple relación entre dos variables (entre x y Y)” y acerca de la correlación múltiple “se da cuando dos o más variables independientes (x_1, x_2, \dots) influyen en la variable (Y)”

6.3 Distancia entre el diseño proyectado y el emergente

Es evidente la necesidad de instruir la distancia entre el diseño proyectado inicialmente en el momento que se planteó la investigación “La aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico y su influencia en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas” y el emergente que hace relatar a las efemérides y los fenómenos que no pueden ser comprendidos adecuadamente.

Es importante señalar que en el presente estudio se presentaron cambios medianos a lo que se planificó al inicio, pues se vivió un tiempo de contingencia por pandemia, sin embargo, no afectó el desarrollo de la investigación, por lo que se puede señalar que se llevó de forma exitosa.

6.4 Caracterización de la población

La población consiste en estudiantes de la asignatura de Matemática II del Profesorado en Enseñanza Media en Ciencias Especializado en Física-Matemática, de la Escuela de Formación en Enseñanza Media EFPEM la cual se dividió en dos grupos.

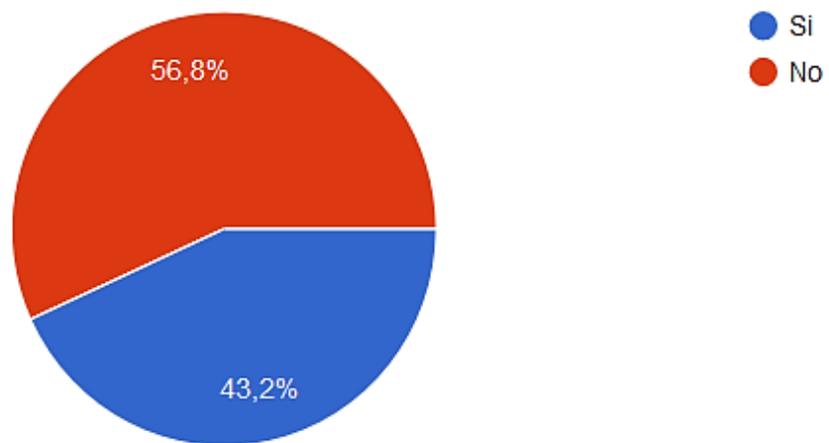
Grupo 1: en este grupo se aplicó el experimento, en el cual se usó herramientas virtuales y el enfoque ontosemiótico

Grupo 2: donde no se aplicó el experimento, se impartió clases de forma virtual y la enseñanza fue en forma tradicional.

6.4.1 Población

Gráfica 1

Población que trabaja en docencia

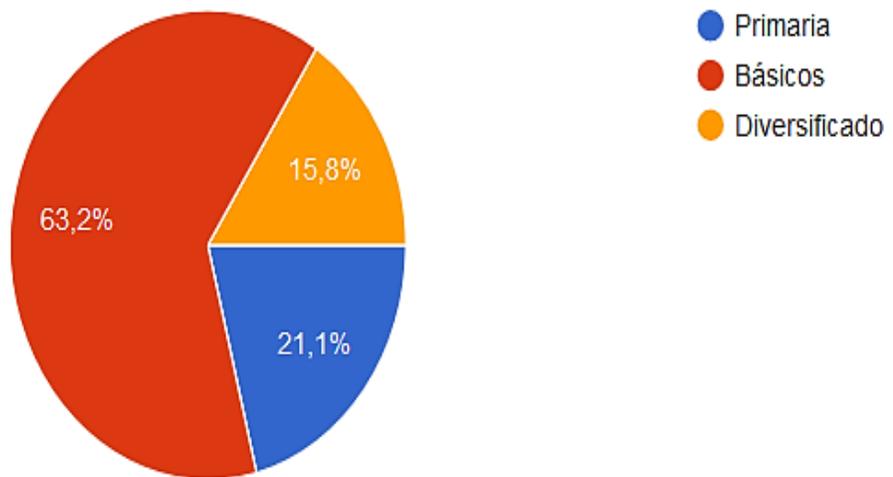


Fuente: elaboración propia.

En la gráfica 1. Señala la población de los estudiantes del curso de Matemática II, indicando cuántos de estos trabajan en docencia, teniendo como resultado que el 56,8% de los encuestados señalaron que no trabajan en el área de docencia, mientras que el 43,2% de los encuestados, señalaron que si trabaja en el área de docencia.

Gráfica 2

Nivel educativo de donde imparten clases los que trabajan en docencia

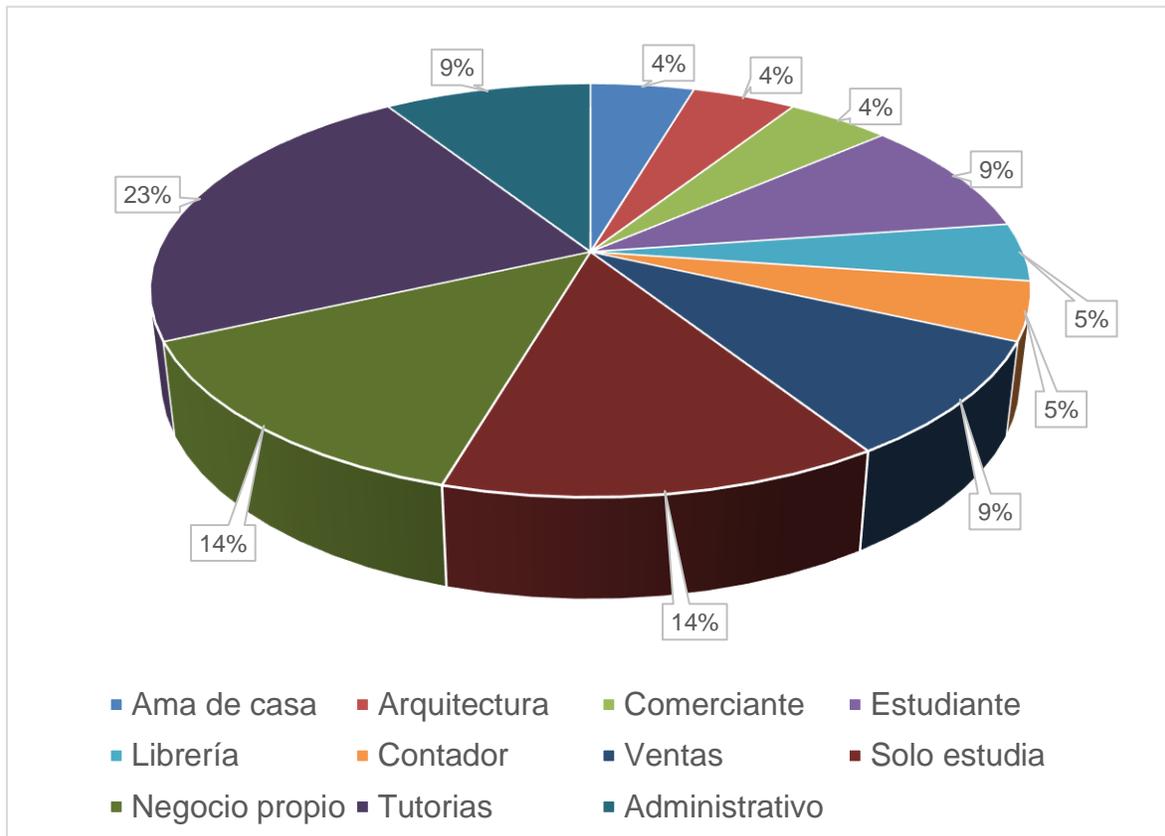


Fuente: elaboración propia

En la gráfica 2. Señala los porcentajes de los que trabajan en docencia, los cuales fueron indicados en la gráfica 1 como el 43,2% de la población, de esta cantidad se puede observar que el 63,2% imparte cursos en ciclo básicos correspondientes a primero, segundo y tercero básico, mientras que 21,1% de los estudiantes imparte cursos en el nivel primario y un 15,8% señalo que imparte cursos en nivel medio siendo estos los grados de diversificado, donde se encuentra bachillerato o perito.

Grafica 3

Oficios de los estudiantes del curso de Matemática II que no laboran en docencia



Fuente: elaboración propia

En el grafico 3. Señala los porcentajes de los estudiantes que no trabajan en el área de docencia los cuales fueron mencionados en la gráfica 1 con el porcentaje de la población de un 56,8%, de este porcentaje la mayoría se dedican a tutorías del área de matemática y física, un porcentaje menor se dedica a tener un negocio propio o solo son estudiantes, mientras que otro porcentaje más pequeño se dedica a ventas o en el área administrativa

6.5 Resultados de los conocimientos fundamentales (pre test) de funciones exponenciales y logarítmicas

Grupo 1 grupo focal al cual se aplicará el experimento

Tabla 1.

Tabla de frecuencia del puntaje obteniendo en el pre test grupo 1 de Matemática II

Notas

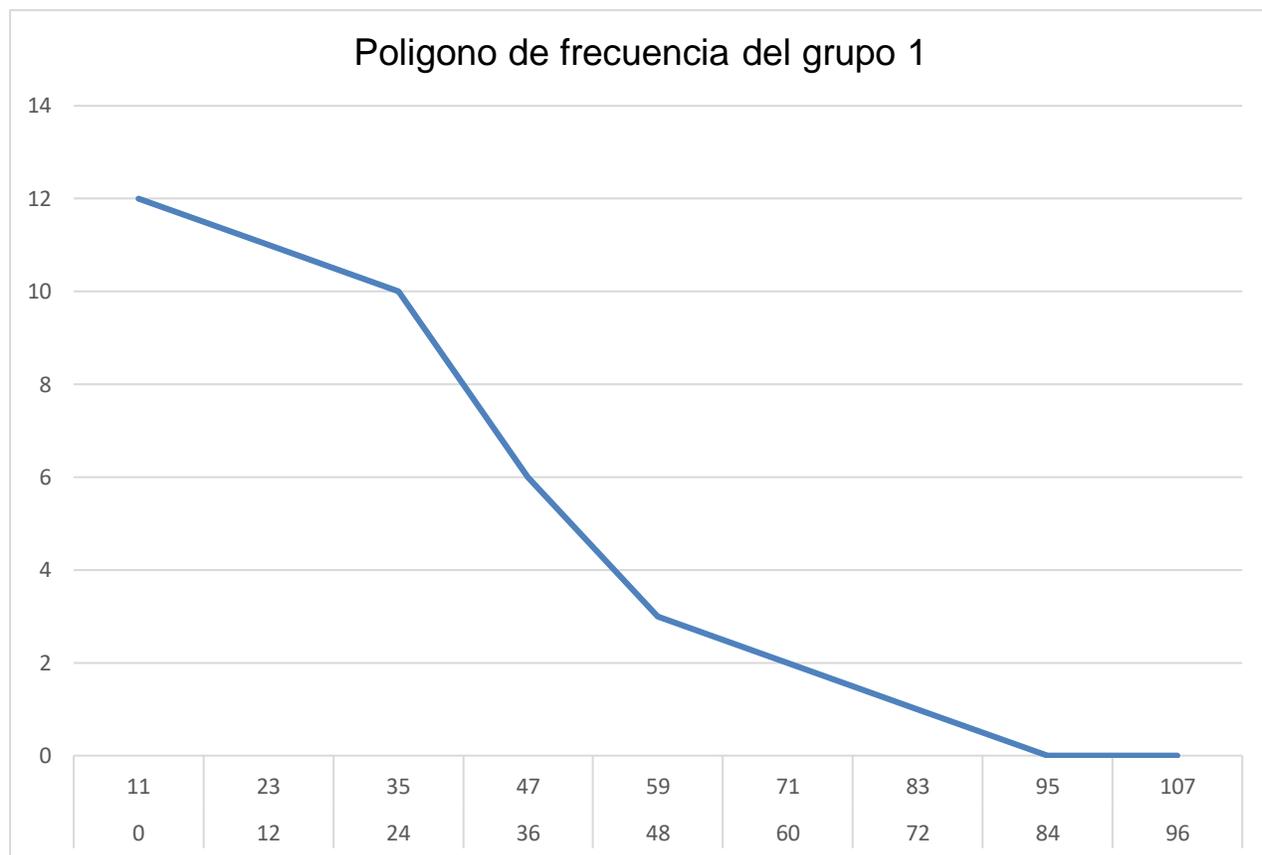
Li	Ls	F	fa	Xi	fxi	$xi-\bar{x}$	$ xi-\bar{x} $	$f xi-\bar{x} $	$(xi-\bar{x})^2$	$f(xi-\bar{x})^2$	$(xi-\bar{x})^3$	$f(xi-\bar{x})^3$	$(xi-\bar{x})^4$	$f(xi-\bar{x})^4$
0	11	12	12	5.5	66	-20.5	20.5	246	420.25	5043	-8615.125	-103381.5	176610.063	2119320.75
12	23	11	23	17.5	192.5	-8.5	8.5	93.5	72.25	794.75	-614.125	-6755.375	5220.0625	57420.6875
24	35	10	33	29.5	295	3.5	3.5	35	12.25	122.5	42.875	428.75	150.0625	1500.625
36	47	6	39	41.5	249	15.5	15.5	93	240.25	1441.5	3723.875	22343.25	57720.0625	346320.375
48	59	3	42	53.5	160.5	27.5	27.5	82.5	756.25	2268.75	20796.875	62390.625	571914.063	1715742.19
60	71	2	44	65.5	131	39.5	39.5	79	1560.25	3120.5	61629.875	123259.75	2434380.06	4868760.13
72	83	1	45	77.5	77.5	51.5	51.5	51.5	2652.25	2652.25	136590.875	136590.875	7034430.06	7034430.06
84	95	0	45	89.5	0	63.5	63.5	0	4032.25	0	256047.875	0	16259040.1	0
96	107	0	45	101.5	0	75.5	75.5	0	5700.25	0	430368.875	0	32492850.1	0
		45			1171.5			680.5		15443.25		234876.34		16143494.8

Fuente: Investigación del campo 2020.

En la tabla 1 se presenta la tabla de frecuencia del pre test del grupo 1, donde se midieron los conocimientos fundamentales que tenían los estudiantes acerca del tema de funciones exponenciales y logarítmicas, esta representa los puntos percentilicos obtenidos en el pre test.

Gráfica 4

Polígono de frecuencia del grupo 1

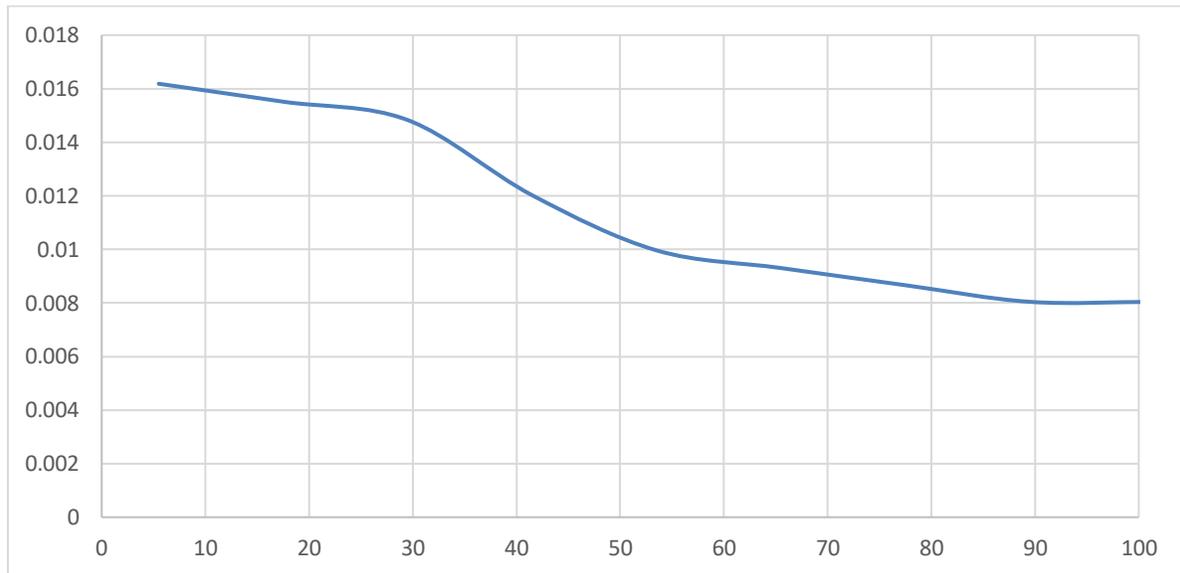


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 4 se puede observar el polígono de frecuencia señalando que la mayoría de los estudiantes del grupo 1 obtuvo la puntuación de 0 a 11, también se puede observar en la gráfica que mientras mayor es la nota, la cantidad de personas que obtuvieron ese puntaje es menor, eso demuestra que los estudiantes en su mayoría tenían desconocimiento total del tema.

Gráfica 5

Distribución normal del pre test del grupo 1



Fuente: Investigación del campo 2020.

Con los datos obtenidos se puede establecer las medidas de tendencia central, siendo la media aritmética de 26 puntos, la cual señala el promedio de los datos obtenidos; la moda de 11 puntos, la cual indica las notas que más se repitieron con mayor frecuencia en los datos adquiridos y la mediana 23 puntos, la cual señala la nota que separa la cantidad de estudiantes que obtuvieron notas altas y bajas. Es trascendental señalar, que las medidas de tendencia central resumen el comportamiento de los datos, representando un centro en torno al cual se localiza el conjunto de datos.

Con los datos adquiridos, es evidente que se tenía un desconocimiento del tema de funciones exponenciales y logarítmicas, pues las puntuaciones que señalan las medidas de tendencia central tienen datos percentílicos muy bajos.

También se pudo establecer las medidas de dispersión siendo la desviación media de 15, la varianza de 343, la desviación típica de 19 y un coeficiente de variación de 71%

Se puede observar, que la desviación con respecto a la media que es 15, esta magnitud señala la variación que se tienen respecto a la media, la varianza 343 señalando la dispersión que representa la variabilidad de una cantidad de datos a su media. La desviación estándar indica que tan dispersos están los datos con respecto a la media en el pre test del grupo 1 es de 19.

De igual manera, es importante señalar al coeficiente de variación, hace referencia a la relación del tamaño de media y la variabilidad de la variable siendo en esta tabla un 71%.

Se puede evidenciar en la figura 5 una asimetría positiva siendo el dato de 0.82, y una curtosis de 3.04 siendo evidente la agudeza leptocúrtica. Las medidas de dispersión señalan cuanto se alejan los datos respecto a la media. En cuanto a la asimetría y curtosis brindan información sobre la distribución de una variable. Es sustancial señalar, que estas medidas permiten el conocer la característica de su asimetría y su homogeneidad, en esta tabla se obtuvo un coeficiente de asimetría de 0.82, la cual es catalogada como positiva, lo cual significa que la distribución de las notas está colocada en la izquierda indicando que estos datos en su mayoría están comprendidos en los intervalos más bajos, siendo evidentes en la gráfica 4 y una curtosis de 3.04 el termino leptocúrtica señala que la curva tiene una agudeza muy alta.

Grupo 2 no se aplicó el experimento

Tabla 3.

Tabla de frecuencia del punteo obteniendo en el pre test grupo 2 de Matemática II

Notas

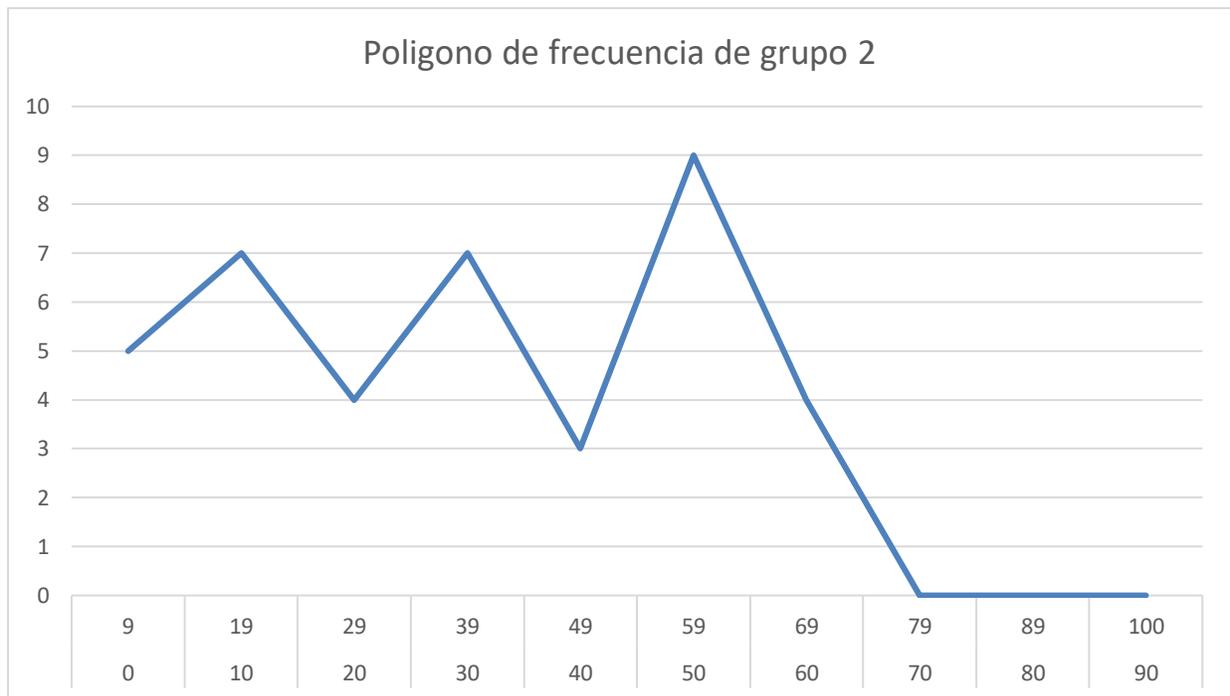
Li	Ls	f	fa	Xi	Fxi	$xi - \bar{x}$	$ xi - \bar{x} $	$f xi - \bar{x} $	$(xi - \bar{x})^2$	$f(xi - \bar{x})^2$	$(xi - \bar{x})^3$	$f(xi - \bar{x})^3$	$(xi - \bar{x})^4$	$f(xi - \bar{x})^4$
0	9	5	5	4.5	22.5	-30.5	30.5	152.5	930.25	4651.25	-28372.625	-141863.125	865365.063	4326825.31
10	19	7	12	14.5	101.5	-20.5	20.5	143.5	420.25	2941.75	-8615.125	-60305.875	176610.063	1236270.44
20	29	4	16	24.5	98	-10.5	10.5	42	110.25	441	-1157.625	-4630.5	12155.0625	48620.25
30	39	7	23	34.5	241.5	-0.5	0.5	3.5	0.25	1.75	-0.125	-0.875	0.0625	0.4375
40	49	3	26	44.5	133.5	9.5	9.5	28.5	90.25	270.75	857.375	2572.125	8145.0625	24435.1875
50	59	9	35	54.5	490.5	19.5	19.5	175.5	380.25	3422.25	7414.875	66733.875	144590.063	1301310.56
60	69	4	39	64.5	258	29.5	29.5	118	870.25	3481	25672.375	102689.5	757335.063	3029340.25
70	79	0	39	74.5	0	39.5	39.5	0	1560.25	0	61629.875	0	2434380.06	0
80	89	0	39	84.5	0	49.5	49.5	0	2450.25	0	121287.375	0	6003725.06	0
90	100	0	39	95	0	60	60	0	3600	0	216000	0	12960000	0
		39			1346			663.5		15209.75		-34804.875		9966802.44

Fuente: Investigación del campo 2020.

En la tabla 2 se presenta la tabla de frecuencia del pre test del grupo 2, donde se midieron los conocimientos fundamentales que tenían los estudiantes acerca del tema de funciones exponenciales y logarítmicas, esta representa los puntos percentilicos obtenidos en el pre test.

Gráfica 6

Polígono de frecuencia del grupo 2

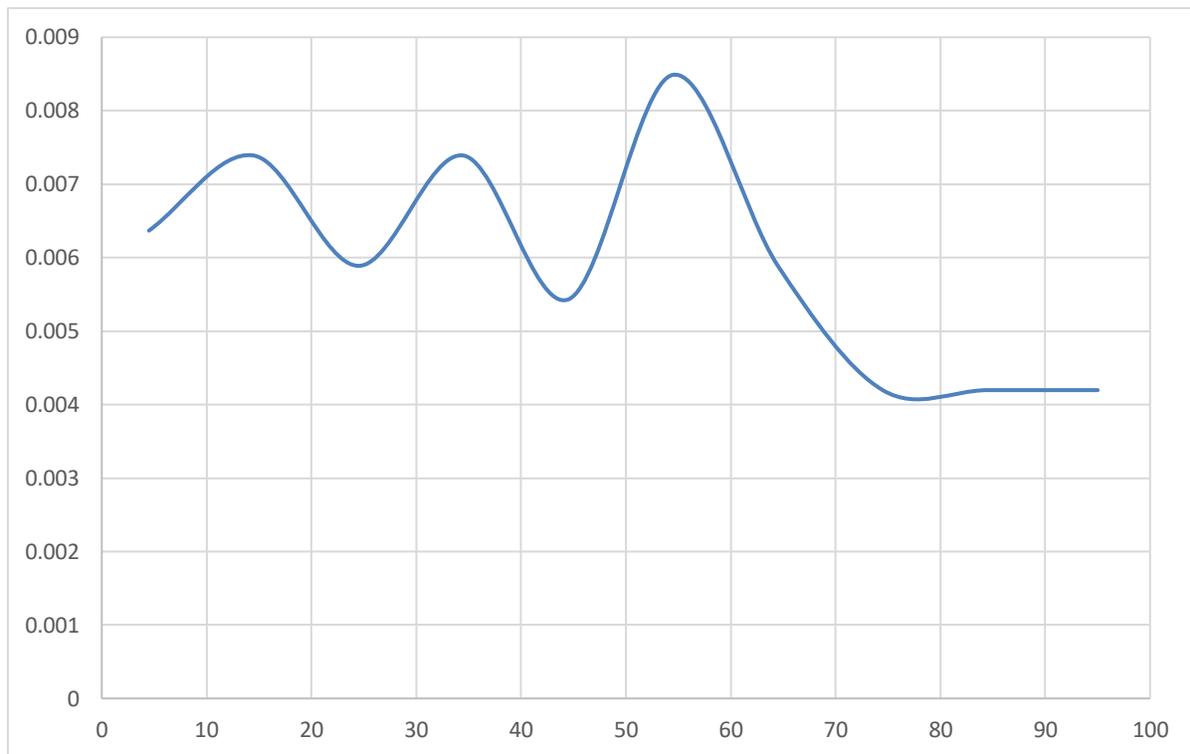


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 6. se puede observar el polígono de frecuencia del segundo grupo, teniendo un mayor puntaje en las notas correspondientes de 50 a 59, una cantidad de menor de estudiantes obtuvo los puntajes de 30 a 39 y 10 a 19.

Gráfica 7

Distribución normal del grupo 2



Fuente: Investigación del campo 2020.

Con los datos obtenidos se puede establecer las medidas de tendencia central, siendo la media aritmética de 36 puntos, la cual señala el promedio de los datos obtenidos; la moda de 51 puntos, la cual indica las notas que más se repitieron con mayor frecuencia en los datos adquiridos y la mediana 30 puntos, la cual señala la nota que separa la cantidad de estudiantes que obtuvieron notas altas y bajas relativas. Es significativo señalar, que las medidas de tendencia central resumen el comportamiento de los datos, representando un centro en torno al cual se localiza el conjunto de datos.

Con los datos adquiridos, es evidente que se tenía un desconocimiento parcial del tema de funciones exponenciales y logarítmicas. Empero es trascendental señalar, que los punteos son mejores que los obtenidos con el grupo 1, las puntuaciones que señalan las medidas de tendencia central tienen datos percentilicos bajos.

Se puede observar, que la desviación con respecto a la media que es 17, esta magnitud señala la variación que se tienen respecto a la media, la varianza 390 señalando la dispersión que representa la variabilidad de una cantidad de datos a su media. La desviación estándar indica que tan dispersos están los datos con respecto a la media en el pre test del grupo 2 es de 20.

De igual manera, es importante señalar al coeficiente de variación, hace referencia a la relación del tamaño de media y la variabilidad de la variable siendo en esta tabla un 57%.

Se puede evidenciar en la figura 6 una asimetría negativa siendo el dato de -0.11, y una curtosis de 1.68 siendo evidente la agudeza platicúrtica. Las medidas de dispersión señalan cuanto se alejan los datos respecto a la media.

En cuanto a la asimetría y curtosis brindan información sobre la distribución de una variable. Es sustancial indicar, que estas medidas permiten el conocer la característica de su asimetría y su homogeneidad, en esta tabla se obtuvo un coeficiente de asimetría de -0.11, la cual es catalogada como negativa, lo cual significa que la distribución de las notas está colocada en la derecha indicando que estos datos en su mayoría están

comprendidos en los intervalos regulares y bajos, también señala una curtosis de 1.68 el termino platicúrtica señala que la curva tiene una agudeza muy baja.

6.6 Resultados del Post test del tema funciones exponenciales y logarítmicas

Tabla 3.

Tabla de frecuencia del puntaje obteniendo en el post test grupo 1 de Matemática II

Notas

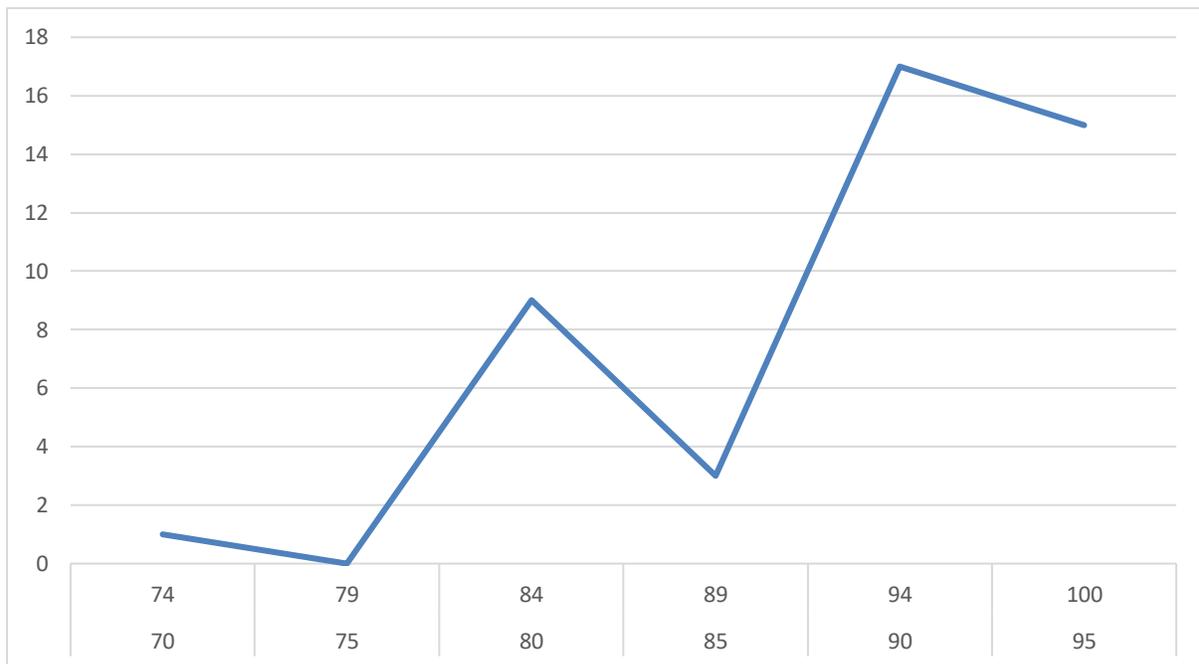
Li	Ls	F	fa	Xi	fxi	$xi-\bar{x}$	$ xi-\bar{x} $	$f xi-\bar{x} $	$(xi-\bar{x})^2$	$f(xi-\bar{x})^2$	$(xi-\bar{x})^3$	$f(xi-\bar{x})^3$	$(xi-\bar{x})^4$	$f(xi-\bar{x})^4$
70	74	1	1	72	72	-19	19	19	361	361	-6859	-6859	130321	130321
75	79	0	1	77	0	-14	14	0	196	0	-2744	0	38416	0
80	84	9	10	82	738	-9	9	81	81	729	-729	-6561	6561	59049
85	89	3	13	87	261	-4	4	12	16	48	-64	-192	256	768
90	94	17	30	92	1564	1	1	17	1	17	1	17	1	17
95	100	15	45	97	1455	6	6	90	36	540	216	3240	1296	19440
		45		4090				219		1695		10355		209595

Fuente: Investigación del campo 2020.

En la tabla 3 se presenta la tabla de frecuencia del post test del grupo 1, donde se midieron los conocimientos que obtuvieron los estudiantes después de recibir las orientaciones, es importante destacar que en este grupo se aplicó el experimento haciendo uso de Herramientas virtuales con el uso del EOS, en los temas de funciones exponenciales y logarítmicas.

Gráfica 8

Polígono de frecuencia del grupo 1 post test

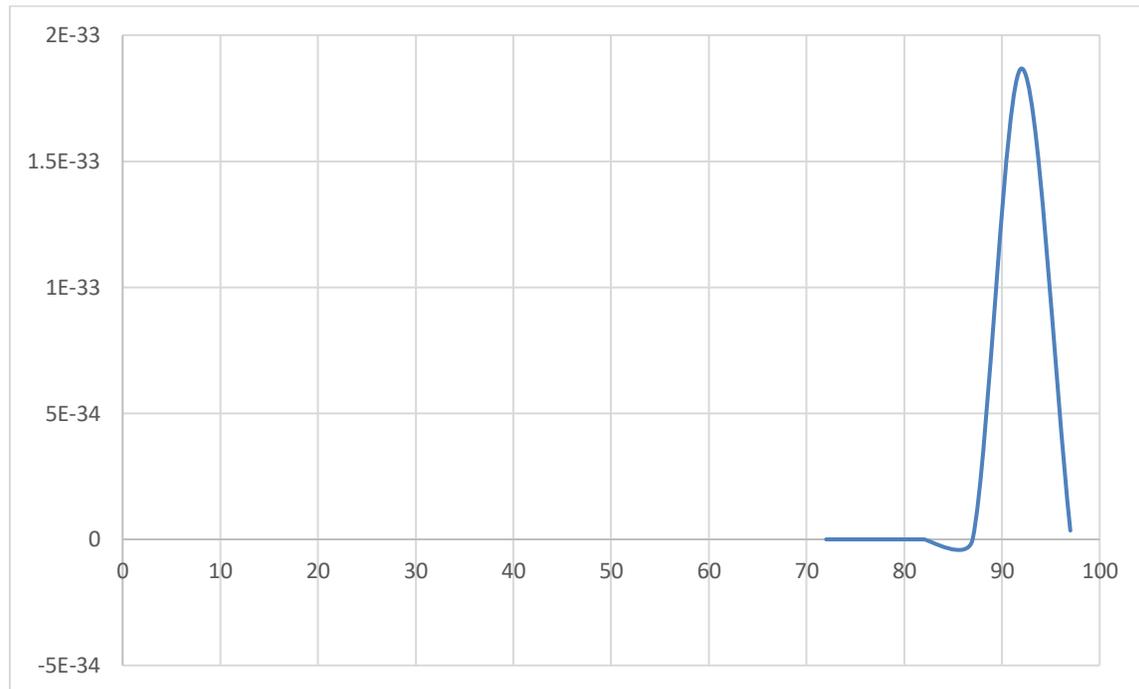


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 8. se puede observar el polígono de frecuencia del primer grupo, teniendo un incremento de los puntajes después de aplicar el experimento, como se puede evidenciar, las notas correspondientes a 90 a 94 fueron las que más se repitieron, mientras que una cantidad de menor de estudiantes obtuvo los puntajes de 80 a 84 y la minoría obtuvo el puntaje de 70 a 74.

Gráfica 9

Distribución normal del post test del grupo 1



Fuente: Investigación del campo 2020.

Con los datos adquiridos, es evidente la diferencia cognitiva con relación al pre test, pues en el pre test que se tenía un desconocimiento del tema de funciones exponenciales y logarítmicas, ahora con el post test se tiene un conocimiento más sólido en cuanto al tema. Es significativo indicar, que las puntuaciones que señalan las medidas de tendencia central tienen datos percentilicos muy altos.

Con relación a lo anterior, las medidas de tendencia central, siendo la media aritmética de 91 puntos, la cual señala el promedio de los datos obtenidos; la moda de 94 puntos, la cual señala las notas que más se repitieron y la mediana 90 puntos, la cual señala la

nota que separa los más altos y los más bajos. También, se pudo establecer las medidas de dispersión siendo la desviación media de 5, la varianza de 38, la desviación estándar de 6 y un coeficiente de variación de 7%

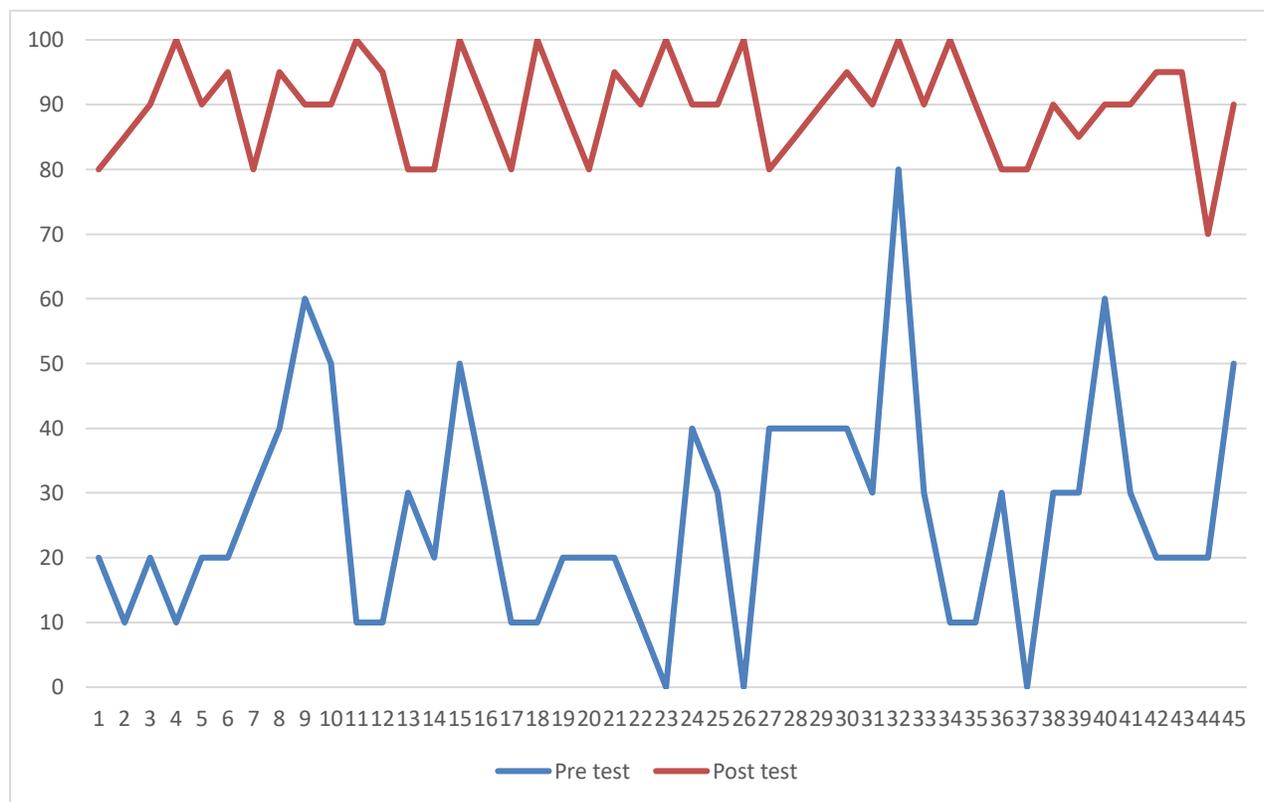
En cuanto a la desviación con respecto a la media que es 5, esta magnitud señala la variación que se tienen respecto a la media, la varianza 38 señalando la dispersión que representa la variabilidad de una cantidad de datos a su media. La desviación estándar indica que tan dispersos están los datos con respecto a la media.

De igual manera, es trascendental indicar al coeficiente de variación, hace referencia a la relación del tamaño de media y la variabilidad de la variable siendo en esta tabla un 7%.

En cuanto a la asimetría y curtosis brindan información sobre la distribución de una variable. Es importante resaltar, que estas medidas permiten el conocer la característica de su asimetría y su homogeneidad, en esta tabla se obtuvo un coeficiente de asimetría de -0.99, la cual es catalogada como negativa, lo cual significa que la distribución de las notas está colocada en la derecha indicando que estos datos en su mayoría están comprendidos en los intervalos excelentes, siendo evidentes en la gráfica 8 y una curtosis de 1.68 el termino leptocúrtica señala que la curva tiene una agudeza muy alta con relación a la media.

Gráfica 10

Comparación de pre test y post test



Fuente: Investigación del campo 2020.

En el gráfico 10 se comparará el logro cognitivo que obtuvieron los estudiantes al ser capacitados con el enfoque ontosemiótico y herramientas virtuales en la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas, siendo la gráfica azul la que señala la nota en percentil obtenida en el pre test y la gráfica en rojo señala la nota en percentil obtenida en el post test, esto indica evidentemente, la diferencia que obtuvo cada estudiante, siendo la nota más baja en el post test de 70 puntos.

Tabla 4.

Tabla de frecuencia del punteo obteniendo en el post test grupo 2 de Matemática II

Notas

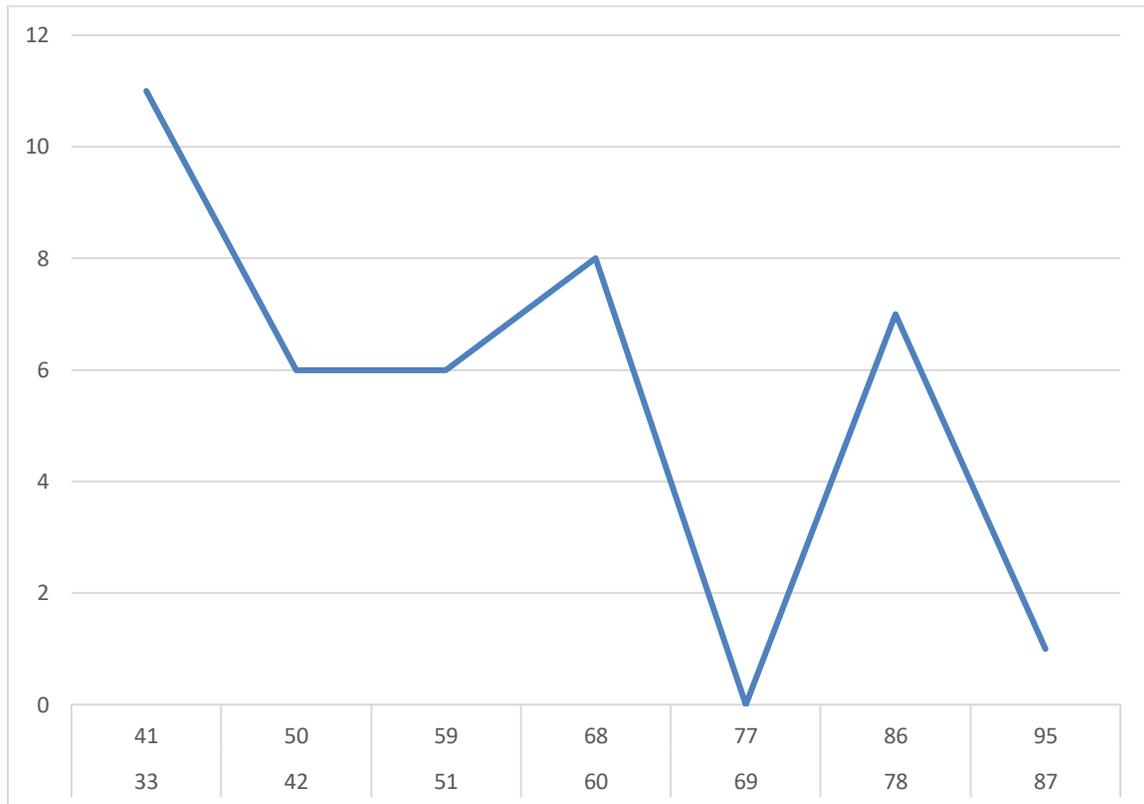
Li	Ls	F	fa	Xi	fxi	$xi-\bar{x}$	$ xi-\bar{x} $	$f xi-\bar{x} $	$(xi-\bar{x})^2$	$f(xi-\bar{x})^2$	$(xi-\bar{x})^3$	$f(xi-\bar{x})^3$	$(xi-\bar{x})^4$	$f(xi-\bar{x})^4$
33	41	11	11	37	407	-19	19	209	361	3971	-6859	-75449	130321	1433531
42	50	6	17	46	276	-10	10	60	100	600	-1000	-6000	10000	60000
51	59	6	23	55	330	-1	1	6	1	6	-1	-6	1	6
60	68	8	31	64	512	8	8	64	64	512	512	4096	4096	32768
69	77	0	31	73	0	17	17	0	289	0	4913	0	83521	0
78	86	7	38	82	574	26	26	182	676	4732	17576	123032	456976	3198832
87	95	1	39	91	91	35	35	35	1225	1225	42875	42875	1500625	1500625
		39			2190			556		11046		88548		6225762

Fuente: Investigación del campo 2020.

En la tabla 4 se presenta la tabla de frecuencia del post test del grupo 2, donde se midieron los conocimientos que obtuvieron los estudiantes después de recibir las orientaciones, es importante destacar que en este grupo no se aplicó el experimento en los temas de funciones exponenciales y logarítmicas.

Gráfica 11

Polígono de frecuencia del grupo 1 post test

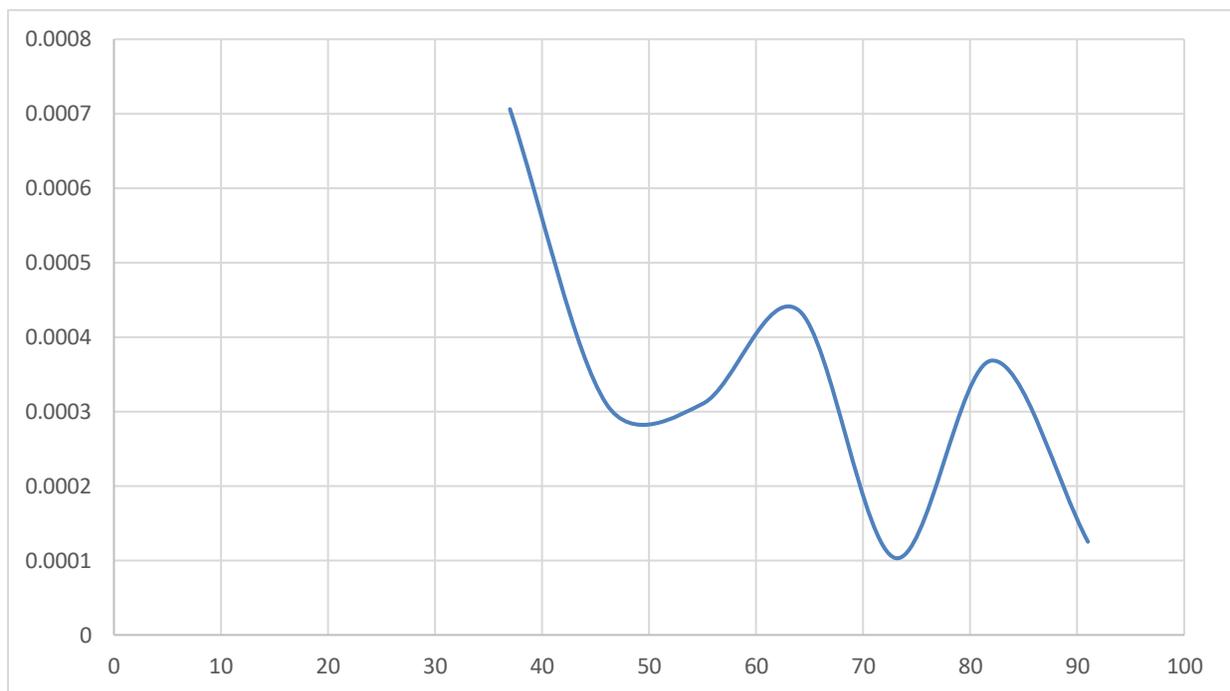


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 11. se puede observar el polígono de frecuencia del segundo grupo en el post test, teniendo un mayor puntaje en las notas correspondientes a 33 a 41, una cantidad de menor de estudiantes obtuvo los puntajes de 60 a 68 y otra aún menor a la anterior obtuvo notas de 78 a 86.

Gráfica 12

Distribución normal del post test del grupo 2



Fuente: Investigación del campo 2020.

Con los datos obtenidos, se puede establecer las medidas de tendencia central, siendo la media aritmética de 56 puntos, la cual señala el promedio de los datos obtenidos; la moda de 94 puntos, la cual indica las notas que más se repitieron con mayor frecuencia en los datos adquiridos y la mediana 39 puntos, la cual señala la nota que separa la cantidad de estudiantes que obtuvieron notas altas y bajas. Es significativo resaltar, que las medidas de tendencia central resumen el comportamiento de los datos, representando un centro en torno al cual se localiza el conjunto de datos.

Con los datos adquiridos, es evidente la diferencia cognitiva con relación al pre test, pues en el pre test que se tenía un desconocimiento del tema de funciones exponenciales y logarítmicas, ahora con el post test se tiene un conocimiento bueno en cuanto al tema. Es significativo indicar, que las puntuaciones que señalan las medidas de tendencia central tienen datos percentilicos muy altos.

Con relación a lo anterior, se pudo establecer las medidas de dispersión siendo la desviación media de 14, la varianza de 283, la desviación estándar de 17 y un coeficiente de variación de 30%

Se puede observar, el incremento con relación al pre test sin embargo no están grande como con la aplicación del experimento. En cuanto a la desviación con respecto a la media que es 14, esta magnitud señala la variación que se tienen respecto a la media, la varianza 283 señalando la dispersión que representa la variabilidad de una cantidad de datos a su media. La desviación estándar indica que tan dispersos están los datos con respecto a la media la cual es de 17 en esta tabla.

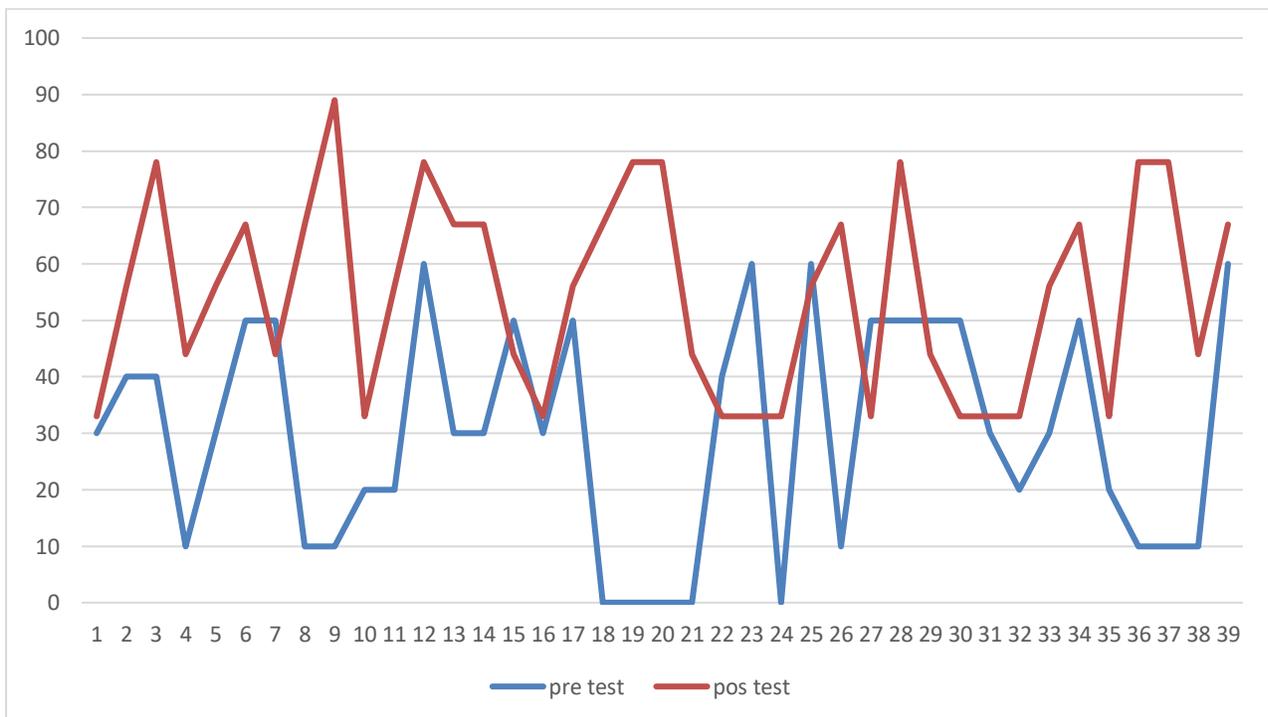
De igual manera, es transcendental indicar al coeficiente de variación, hace referencia a la relación del tamaño de media y la variabilidad de la variable siendo en esta tabla un 30%.

Se puede evidenciar en la figura 11 una asimetría positiva siendo el dato de 0.48, y una curtosis de 1.99 siendo evidente la agudeza platicúrtica. Las medidas de dispersión señalan cuanto se alejan los datos respecto a la media. En cuanto a la asimetría y

curtosis brindan información sobre la distribución de una variable. Es importante señalar, que estas medidas permiten el conocer la característica de su asimetría y su homogeneidad, en esta tabla se obtuvo un coeficiente de asimetría de 0.48, la cual es catalogada como positiva, lo cual significa que la distribución de las notas está colocada en la izquierda indicando que estos datos en su mayoría están comprendidos en los intervalos regulares y buenos, siendo evidentes en la gráfica 11 y una curtosis de 1.99 el termino platicúrtica señala que la curva tiene una agudeza muy baja con relación a la media.

Gráfica 13

Comparación de pre test y post test



Fuente: Investigación del campo 2020.

En el grafico se puede comparar el logro cognitivo que obtuvieron los estudiantes al ser capacitados de forma tradicional en la enseñanza de las funciones exponenciales y

logarítmicas, siendo la gráfica azul la que señala la nota en percentil obtenida en el pre test y la gráfica en rojo señala la nota en percentil obtenida en el post test.

Es evidente que se obtuvo un logro en algunos estudiantes, sin embargo, a comparación del grupo 1 estos logros no son tan altos, inclusive se puede observar que algunos de los estudiantes no superaron la nota que obtuvieron en el pre test.

6.7 Correlación del pre test y el post test del grupo 1

Tabla 5.

Correlación de pre test y post test del grupo 1

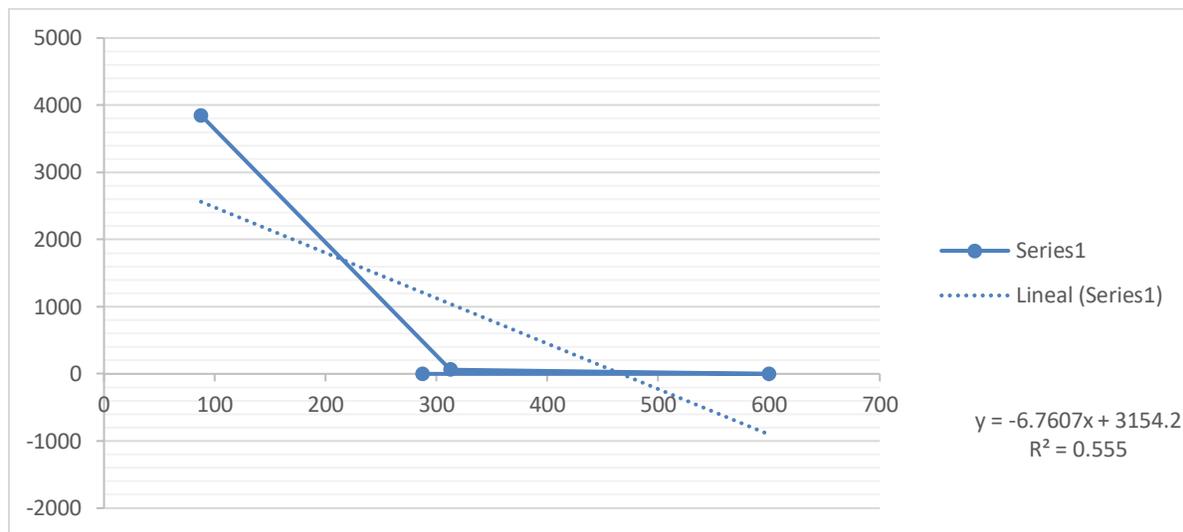
X	Y	x ²	y ²	XY
287.5	0	82656.25	0	0
600	0	360000	0	0
312.5	62.5	97656.25	3906.25	19531.25
87.5	3850	7656.25	14822500	336875
1287.5	3912.5	547968.8	14826406.3	356406.3

Fuente: Investigación del campo 2020.

La tabla 5 señala la comparación de los datos obtenidos en el pre test y el post test del grupo experimental la variable x representa a los datos obtenidos en el pre test y la variable y representa los datos obtenidos en el post test, los datos fueron agrupados por medio de cuartiles y los datos presentados es el producto de la marca de clase y la frecuencia de las notas adquiridas en los intervalos.

Gráfica 14

Comparación de pre test y post test



Fuente: Investigación del campo 2020.

Según Piloña (2004) presenta una tabla para interpretación, según el coeficiente encontrado siendo este:

Si $r > 0$, la correlación lineal es positiva o directa

Si $r < 0$, la correlación lineal es negativa o inversa

Si $r = 0$, la correlación lineal es nula

En la gráfica 14 se puede evidenciar la correlación que se obtuvo entre el pre test y post test teniendo un coeficiente de correlación -0.745 siendo está considerada como correlación negativa excelente, también en la gráfica se presenta el modelo de regresión de los datos adquiridos.

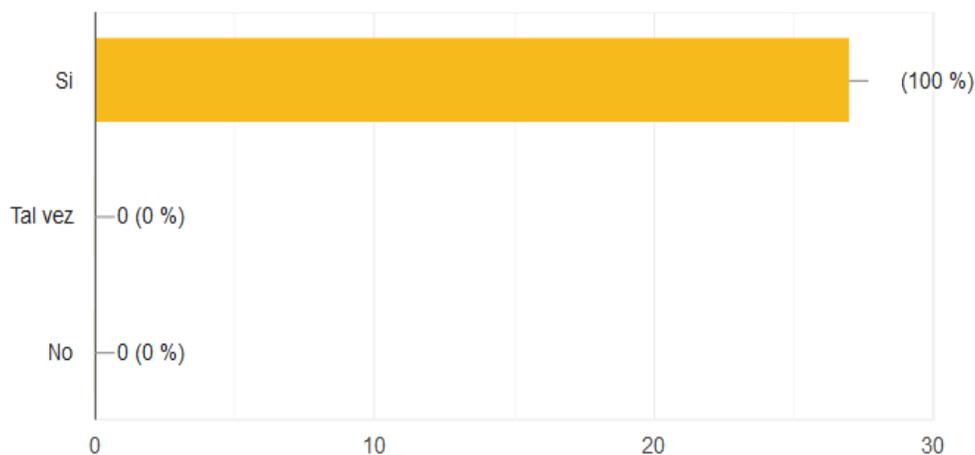
Con la correlación negativa se puede interpretar lo siguiente si la cantidad de los evaluados en el pre test es menor, la nota en el post test va ser mayor

6.8 Preguntas a estudiantes del Enfoque Ontosemiótico en el grupo experimental

6.8.1 Configuración epistémica/cognitiva

Gráfica 15

Aplicación de situación problema en la exposición



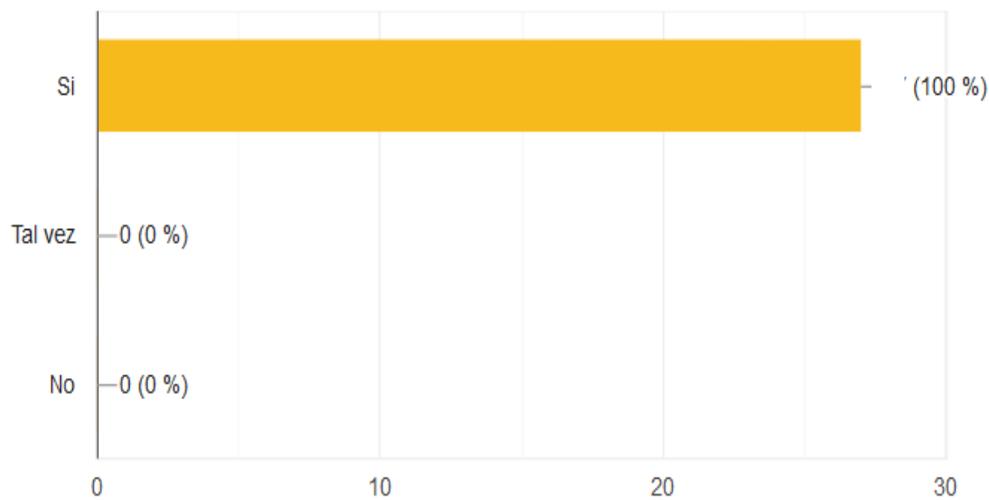
Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 15 señala que la población total indico que el expositor aplico la situación problema en el desarrollo de clase, siendo esta la primera fase del Enfoque

Ontosemiótico. Es sustancial indicar que en cuanto a las situaciones problemas se hace referencia a las aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, etcétera.

Gráfica 16

Aplicación del lenguaje en la exposición

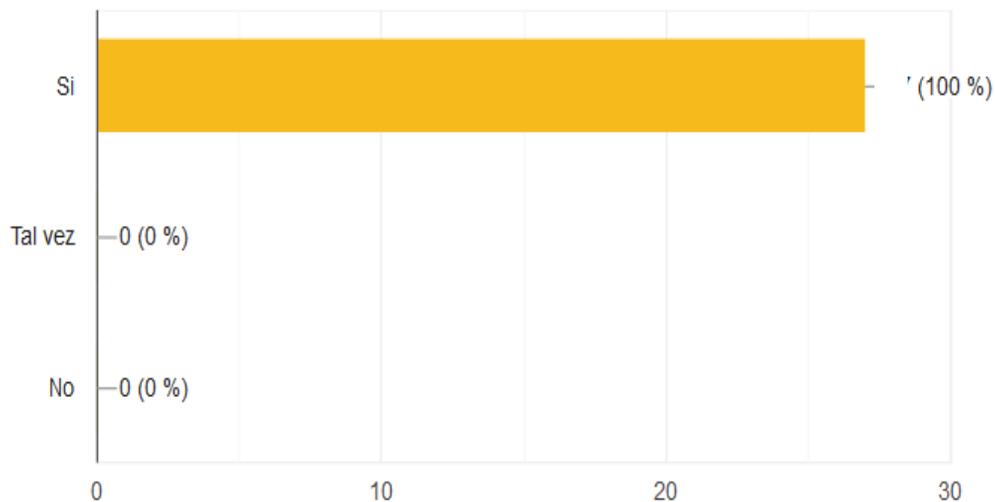


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 16, se puede observar en la población total indico que el expositor aplico el lenguaje en la clase, siendo este el que expresa la forma de resolver un problema matemático en el Enfoque Ontosemiótico. En cuanto se refiere al lenguaje es lo que se refiere a términos, expresiones, notaciones, gráficos, etcétera en sus diversos registros los cuales pueden ser escrito, oral, gestual.

Gráfica 17

Aplicación de conceptos en la exposición

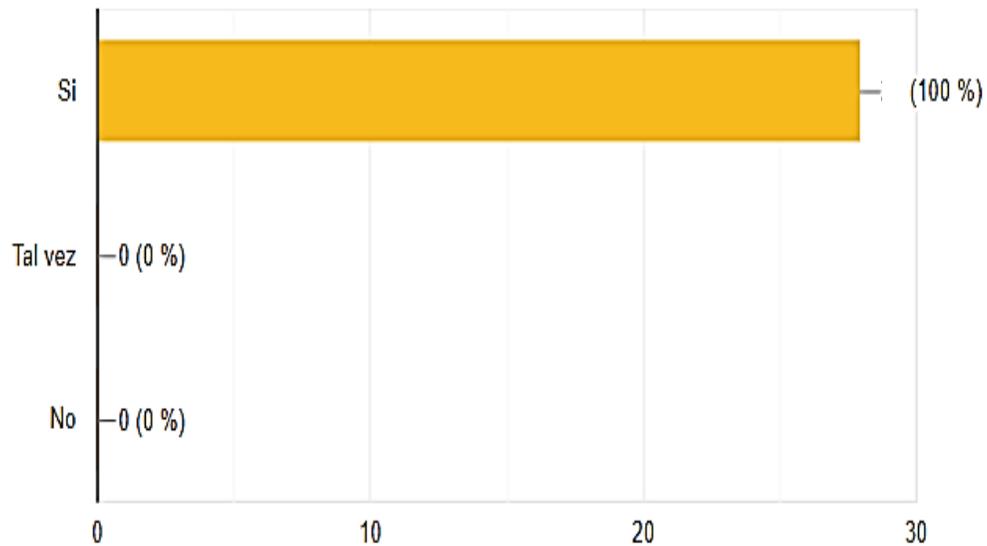


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 17 se puede observar que la población total indicó que el expositor aplicó los conceptos del tema, siendo este la aplicación de las reglas del Enfoque Ontosemiótico. La relación a los conceptos se comprenderá como la definición de objetos matemáticos, introducidos mediante definiciones o descripciones.

Gráfica 18

Aplicación de proposiciones en la exposición

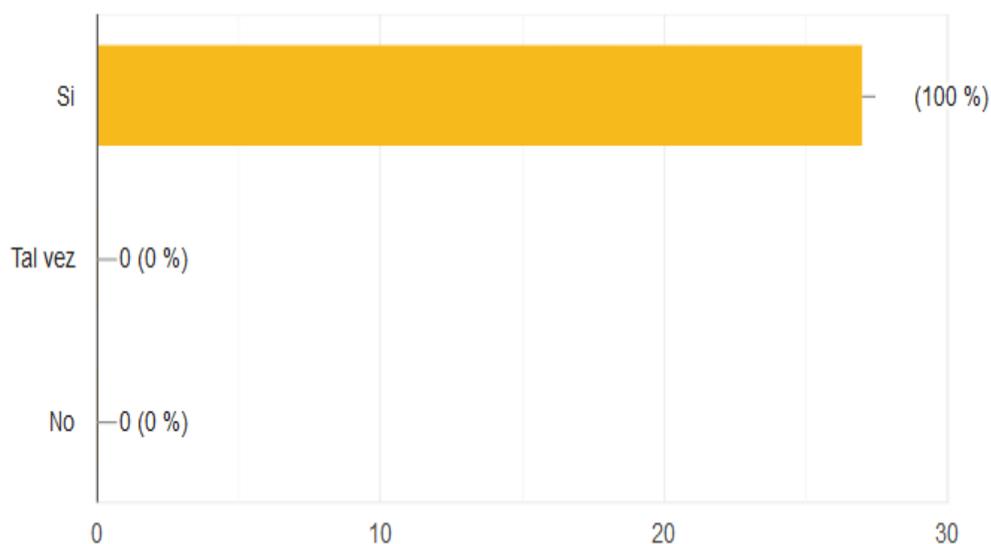


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 18 se puede observar que la población total indicó que el expositor aplicó las proposiciones en los temas expuestos, siendo esta otra de las aplicaciones de las reglas del Enfoque Ontosemiótico. Las proposiciones son comprendidas como enunciados sobre conceptos, fue importante que la definición de los conceptos para poder identificar las proposiciones que estaban incluidas en el desarrollo del tema.

Gráfica 19

Aplicación de procedimientos matemáticos en la exposición

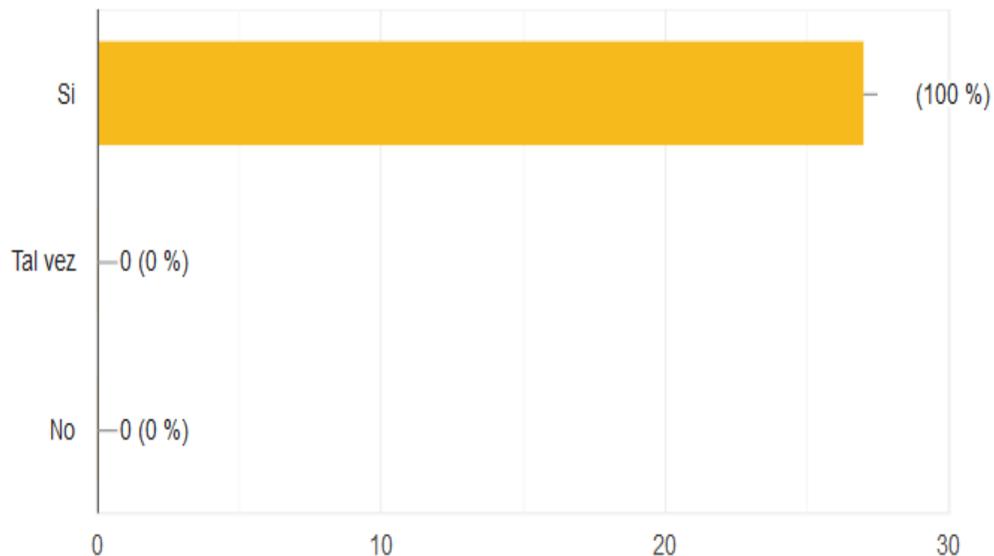


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 19 se puede comprobar que la población total indicó que el expositor aplicó los procedimientos matemáticos durante su exposición. En cuanto a los procedimientos se refiere a los algoritmos de resolución, las operaciones matemáticas, así como las técnicas de cálculo.

Gráfica 20

Interacción con la argumentación matemática en la exposición



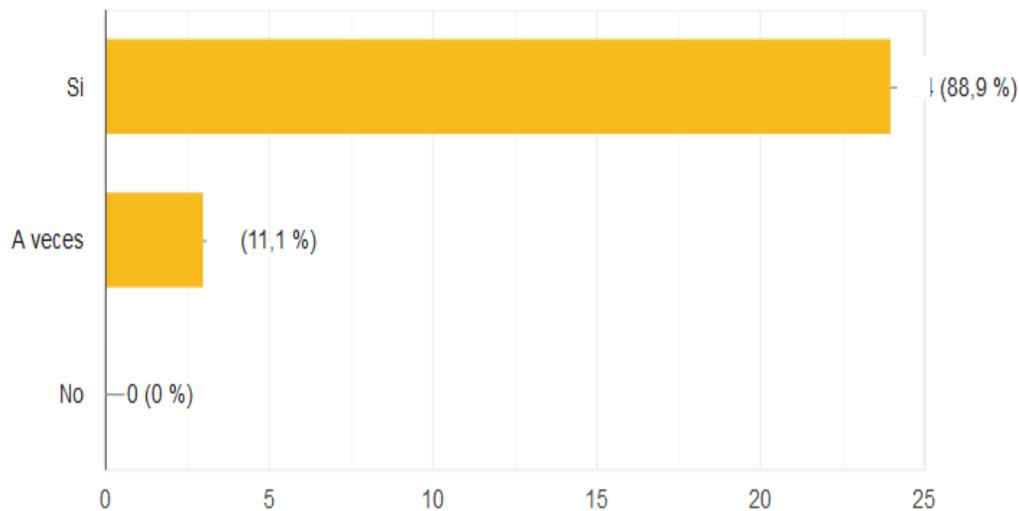
Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 20 se puede observar la mayoría de población indicó que el expositor interacciona con los estudiantes llegando a una argumentación del tema expuesto, siendo este condicionado por las reglas y siendo este que justifica reglas del Enfoque Ontosemiótico. Las argumentaciones son enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo.

6.8.2 Idoneidad Didáctica

Gráfica 21

Exposición de la representatividad de significados

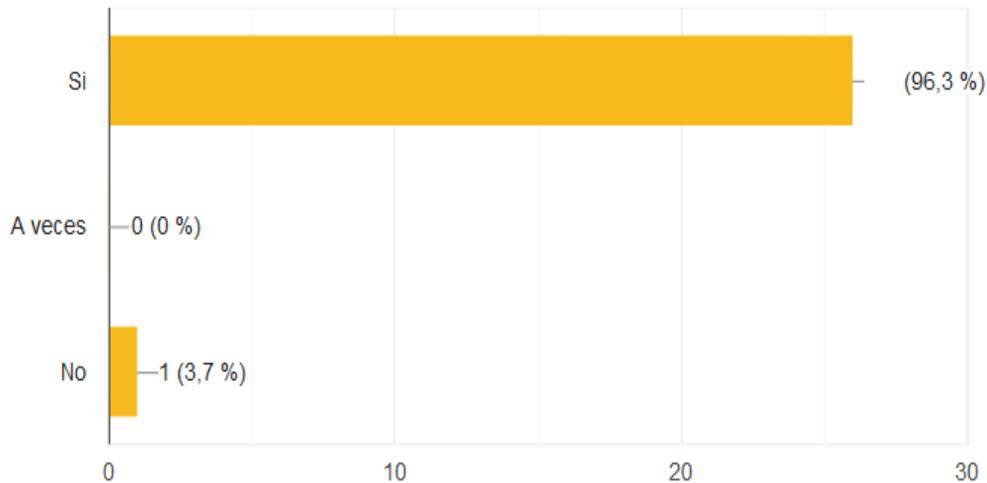


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 21 se puede verificar que la mayoría de población indicó que el expositor expuso la representatividad de significados en las exposiciones, siendo esta la idoneidad epistémica en el enfoque ontosemiótico, es importante señalar que la idoneidad epistémica se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

Gráfica 22

Definición de significados de referencia en el proceso de enseñanza

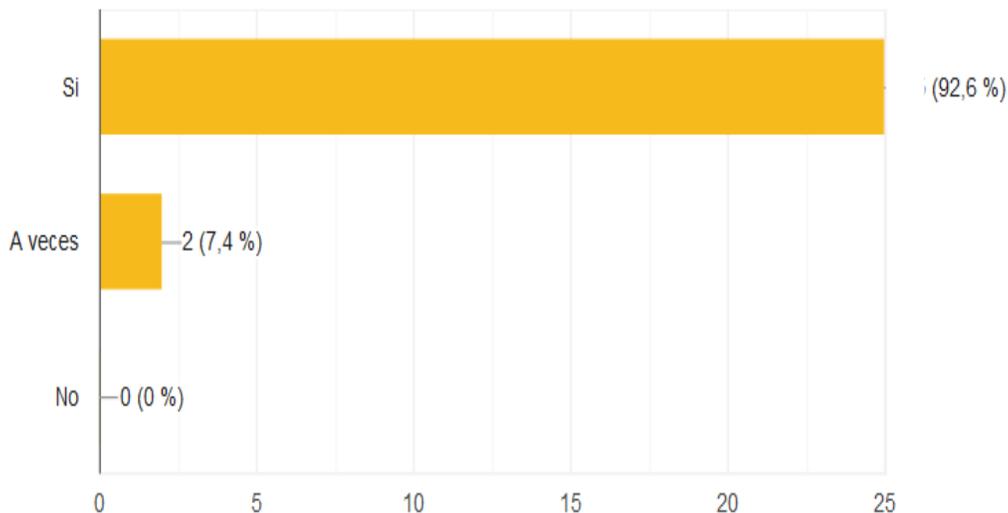


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 22 se puede observar que la mayoría de población indicó que el expositor expuso la definición de significados de representatividad en el proceso de las exposiciones, siendo esta la idoneidad cognitiva en el enfoque ontosemiótico. Es importante señalar que esta idoneidad expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial (Vygotski, 1934) de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

Gráfica 23

Grado de significados pretendidos/implementados en el proceso de enseñanza

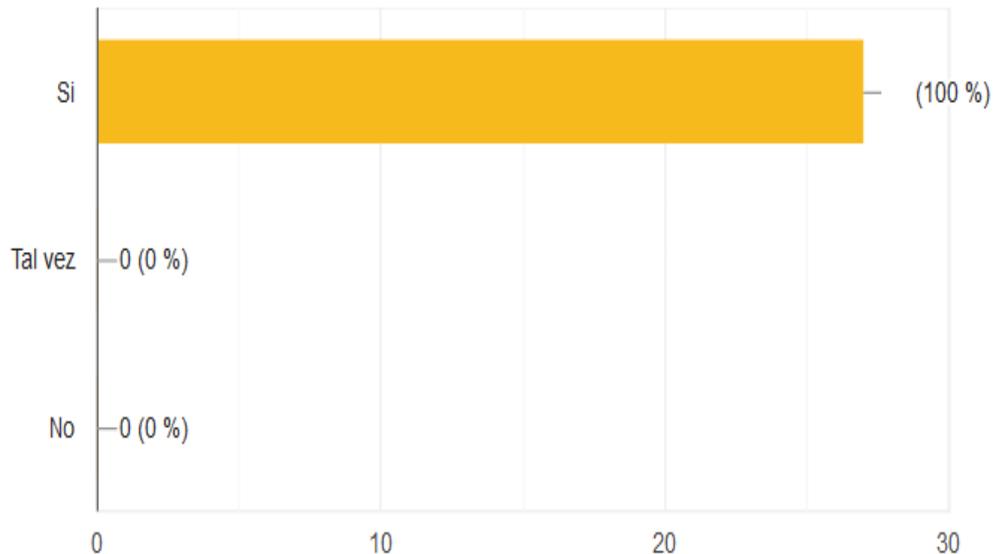


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 23 se puede evidenciar que la mayoría de población indicó que el expositor expuso el grado de significados pretendidos/implementados en el proceso de las exposiciones, siendo esta la idoneidad interaccional en el enfoque ontosemiótico. Es fundamental señalar, que un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permita resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

Gráfica 24

Dialogo, interacción y comunicación en la exposición

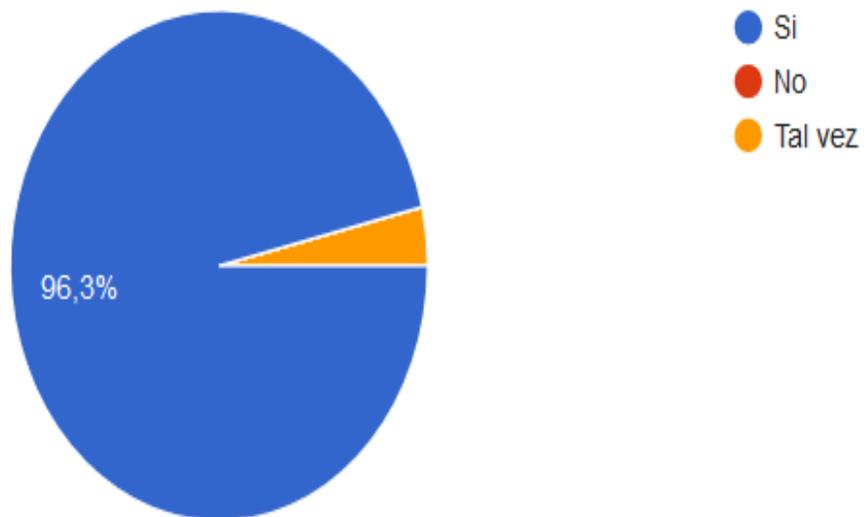


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 24 se puede evidenciar que la población total señaló que el expositor permitió el diálogo, la interacción y comunicación en el desarrollo de los temas, siendo esta la idoneidad mediacional en el enfoque ontosemiótico. Esta idoneidad presenta el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, si el profesor y los alumnos tuvieran a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema en cuestión

Gráfica 25

Adaptabilidad del contenido

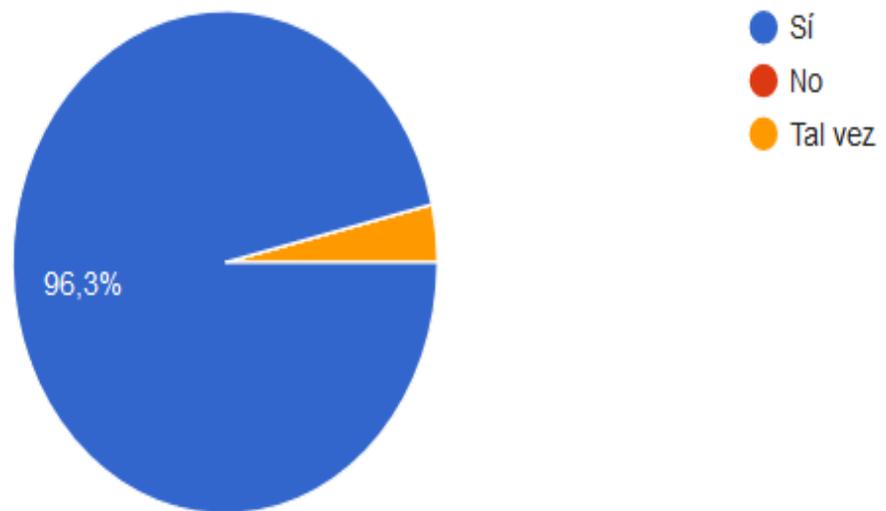


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 25 se puede evidenciar que la mayoría de la población señaló que el expositor adaptó el contenido al contexto de los estudiantes, siendo esta la idoneidad afectiva en el enfoque ontosemiótico. Con la idoneidad emocional se observa el grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. También es significativo resaltar que está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

Gráfica 26

Uso de recursos y tiempo en el contenido

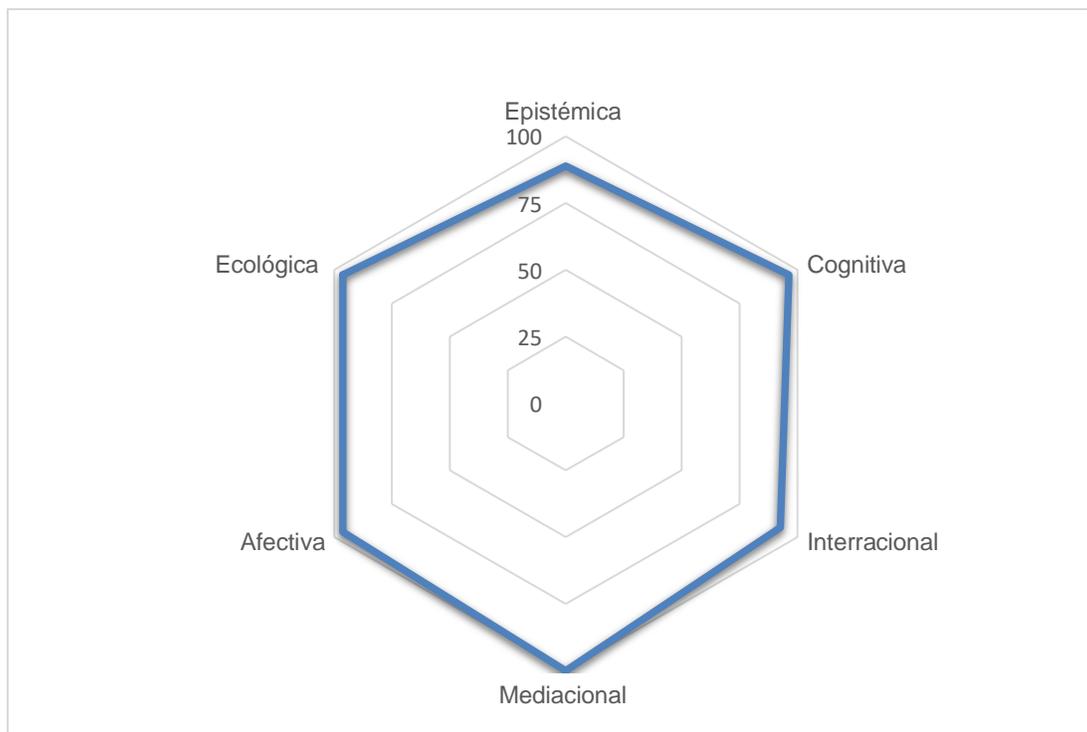


Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 26 se puede observar que la mayoría de la población señaló que el expositor hizo buen uso de recursos y tiempo en sus intervenciones, siendo esta la idoneidad ecológica del enfoque ontosemiótico. Es importante señalar esta idoneidad representa que grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla

Gráfica 27

Radial de la idoneidad didáctica



Fuente: Investigación del campo 2020.

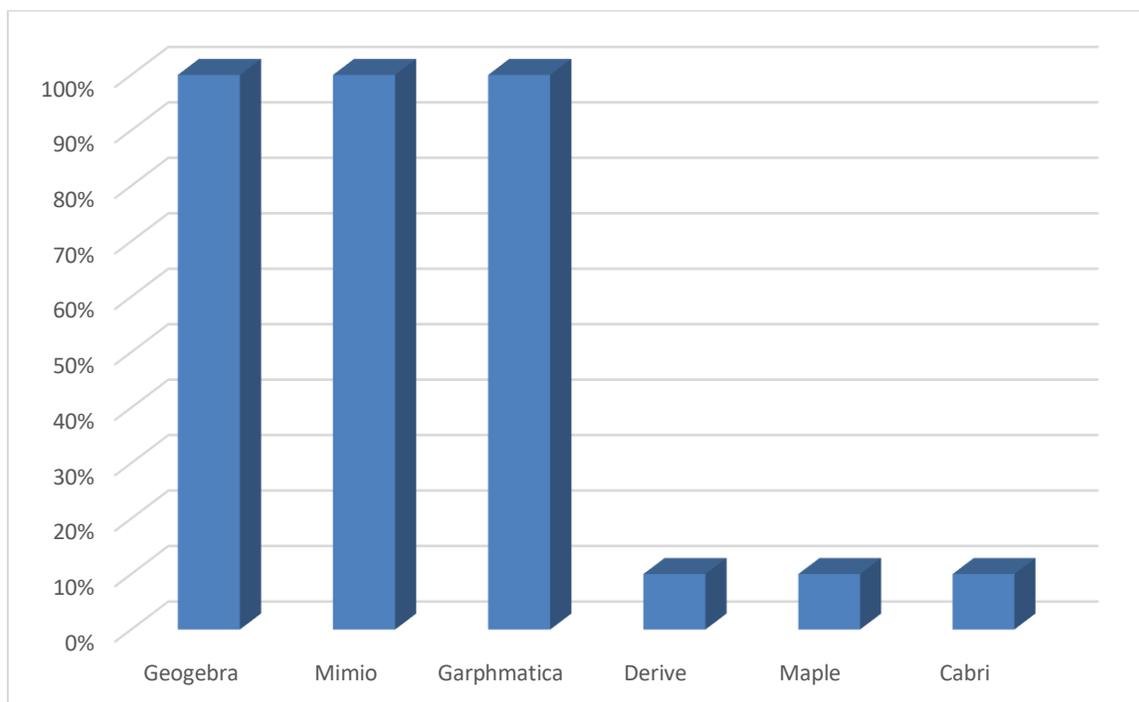
Es significativo indicar, que la gráfica radial es una forma de comparar diversas variables cuantitativas, también es útil para evidenciar que variables son más altas o bajas dentro de un conjunto de datos, haciéndolos ideales para mostrar el rendimiento de las diferentes idoneidades. En la gráfica 27 se puede observar que los datos más altos se encuentran en la idoneidad mediacional, seguida de la emocional, ecológica y cognitiva, mientras que la interaccional fue más baja y aún más la epistémica

6.9 Herramientas virtuales

Aplicación de herramientas virtuales por parte del expositor.

Gráfica 28

Aplicación de herramientas virtuales



Fuente: Investigación del campo 2020.

En la gráfica 28 se puede observar que herramientas virtuales facilito el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas con el uso del EOS siendo las más señaladas: geogebra, mimio y graphamtica, las aplicaciones que les dificulto o fueron las menos señaladas: Derive, Maple y Cabri

CAPÍTULO 7

Análisis y discusión de resultados

La investigación tuvo como objetivo determinar la influencia de la aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico, en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, para poder evidenciar los resultados cognitivos.

7.1 Aprendizaje de Matemática

El aprendizaje de matemática es evidente en la práctica y aplicación del objeto matemático en el entorno, transformando el conocimiento empírico que el estudiante pueda tener, transformándolo en un conocimiento general y aplicable en muchos aspectos de la vida, una de las tantas muestras de que un estudiante puede ejemplificar su aprendizaje es resolver un problema intencionado con contenidos específicos.

La resolución de problemas matemáticos es una capacidad específica que se desarrolla a través del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática y se configura en la personalidad del individuo al sistematizar, con determinada calidad y haciendo uso de la metacognición, acciones y conocimientos que participan en la resolución de estos problemas (Lliviana citado por Ruiz 2017, p.69)

Se determinó el aprendizaje de los estudiantes teniendo un resultado significativo en ambos grupos; sin embargo, el grupo 1 obtuvo un resultado más alto en índices numéricos, la importancia del aprendizaje es evidente en las respuestas argumentadas

del primer grupo donde estableciendo conocimientos que llevan más allá de solo resolver una prueba.

Tobón, Pimienta y García (2010) señala que la educación tiene como fin que cada alumno se autorealice completamente con el empleo óptimo de los recursos del medio, promoviéndose su deseo de saber y la alegría de aprender y no solamente estudiar para aprobar o para obtener las mejores calificaciones.

Se puede puntar también, que el segundo grupo obtuvo resultados significados no fueron tan relevantes en los índices numéricos a comparación del primer grupo, otras de las características que fueron evidentes es que los estudiantes del segundo grupo se enfocaron en dar solo los resultados.

7.2 Aplicación de Herramientas Virtuales

Las aplicaciones de las herramientas virtuales son importantes en nuestra época pues la mayoría de empleos las exigen y no puede quedar al margen la enseñanza, en el estudio no fue la excepción, pues estas herramientas pueden maximizar los conocimientos al utilizarse de forma consiente.

Hernández (2013) propuso el alcance a los alumnos partícipes en ese tipo de investigaciones para actualizarlos en el uso de las nuevas tecnologías (TIC) u otras herramientas tecnológicas que les faculten para desempeñar con mayores probabilidades de éxito en el campo laboral.

Se pudo Identificar las herramientas digitales que son más accesible para la adquisición cognitiva de las funciones exponenciales y logarítmicas, para poder aprovechar los recursos que estas ofrecen en la enseñanza. En la investigación se pudo observar que los estudiantes reconocieron el uso de GeoGebra donde se aplicó los contenidos de funciones exponenciales y logarítmicas de forma dinámica al igual graphamatica y un escenario virtual que es mimio. Es transcendental señalar que ayuda al docente a ejemplificar situaciones específicas.

Como lo menciona Castañeda citado por Ruiz (2017) “la era digital se distingue, entre otras cosas, por la apertura de dinamismo en la gestión del conocimiento, que convierte en obsoleta la antigua función del profesor es la trasmisión de la información” (p.40)

Las herramientas ayudan a que los estudiantes puedan reflejar sus conocimientos maximizándolos como lo menciona Ordoñez, C (2018) en su tesis titulada “la enseñanza y aprendizaje de la divisibilidad en el álgebra superior mediada por un entorno informático” señalando en sus conclusiones

en lo que respecta al aprendizaje, hay un tanto por ciento elevado de estudiantes que realizan correctamente la cuestión. Además, a través de los procedimientos (apoyado por los resultados del lenguaje y las argumentaciones), se ha podido observar que más de la mitad de los estudiantes (el 55,2 %) eligen un desarrollo tabular y/o numérico (como el realizado con los recursos informáticos), lo que les permite abordar la resolución desde lo particular, mientras que el 53% aborda la resolución desde lo general. Estimamos que esto es debido al impacto del entorno computacional en el que se ha desarrollado la instrucción. (p.175)

Es significativo señalar, que los estudiantes pueden facilitar sus conocimientos y pueden aprovechar los mismos más cuando se aplican en entornos digitales, pues el lenguaje que se utilizan en la actualidad.

Ruiz, Ávila y Villa-Ochoa (2013) señalan que las herramientas como el software geogebra son recursos útiles en el aula, pues estas permiten que los alumnos reflejen el conocimiento a través de la puesta en práctica de aquellas experiencias previas a lo que han logrado interiorizar hasta ese momento.

Las TIC ayudan al docente a facilitar el recurso y cambia su participación de facilitador a gestor de conocimiento permitiendo que el alumno pueda ampliar su visión de un contenido y ver los temas englobado por otros conocimientos específicos.

Salinas (2004) señala que el profesor al aplicar las TIC puede dejar de ser la fuente de conocimiento esto no significa que se le quite el mérito al docente, sino que los conocimientos del docente pasarían a ser una guía que facilita los recursos y las herramientas que necesitan para explorar y a su vez permitir la generación de nuevos conocimientos. Salinas menciona el término que el docente cambia de ser un facilitador a un gestor de la pléyade de recursos de aprendizaje y que se acentúa a ser orientador y mediador de conocimientos.

También Hernández, R (2013). En su tesis titulada “El uso de CabriGeómetre II herramienta didáctica para mejorar la visualización de conceptos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas”. señaló que cuando los alumnos no utilizan tecnología se puede evidenciar que presentan desventajas en el aprendizaje al no tener una buena visualización y descubrimiento de patrones en problemas geométricos y también enfatizó la falta de heurísticas en la solución de un problema de este tipo.

7.3 Aplicación de Enfoque Ontosemiótico

En la aplicación del enfoque ontosemiótico en el estudio pudo resaltar los resultados significativos, al elevar su índice numérico de manera significativa, siendo evidente en el grupo experimental donde se puede observar el incremento cognitivo de los estudiantes en la figura 11, entre los hallazgos que se encontraron, es que al inicio tenían problemas semióticos que se fueron mejorando mientras se desarrolló la investigación, y esto se hace relación con lo que menciona Balcaza T. (2018) señaló en su tesis titulada “Investigación acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la optimización en Bachillerato, desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico y de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica” en sus hallazgos que los estudiantes presentan unos conflictos semióticos involucrados con los conflictos semióticos potenciales, tanto del proceso de instrucción como de los libros de escrito. Además, además aparecen conflictos semióticos involucrados con la no congruencia de las conversiones entre registros semióticos y con las herramientas de cálculo usados.

Entre los trabajos que prestaban los estudiantes, se pudo observar una configuración epistémica/cognitiva donde los estudiantes hacían uso de toda la estructura el EOS presentada en el capítulo IV en la ilustración 3, partiendo de una situación problema se pudo observar la motivación del uso de las reglas que entre ellas esta: conceptos, proposiciones y procedimientos; a través de esto se hizo uso del lenguaje visual, simbólico y gráfico, es importante señalar que las reglas regulan el uso de lenguaje pero también que el lenguaje expresa y soporta las reglas, a través del uso de estas se intervino y dieron motivo a la condición de los argumentos que a su vez justificaban el uso de las reglas.

Godino, J. (2017) señala a las configuraciones como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y relaciones que se establecen entre los mismo constituyendo los recursos del sentido de un objeto matemático.

Fundamentalmente, lo objetos primarios de la configuración señalan a las prácticas como problematización, a los conceptos como definición, a las proposiciones como enunciación, así como a los procedimientos como la algoritmización, al lenguaje como comunicación entre profesor y alumno y la argumentación como el razonamiento.

No obstante, la idoneidad didáctica estuvo relacionada en la aplicación del EOS pues es parte fundamental y vital, los estudiantes señalaron en la encuesta que se tenía un mayor porcentaje de la idoneidad mediacional, seguida por la idoneidad cognitiva por parte del expositor siendo evidente en la figura 28. Pero es significativo ver cómo estas se pueden correlacionar con el aprendizaje y la aplicación de herramientas virtuales.

7.4 Relación entre el aprendizaje y la aplicación de Herramientas virtuales con Enfoque Ontosemiótico

Se pudo determinar los resultados cognitivos, que se obtienen al utilizar herramientas digitales haciendo uso del enfoque ontosemiótico, con el fin de buscar propuestas para mejorar la aplicación de estas en diversos temas.

La relación entre el aprendizaje y la aplicación de herramientas virtuales con el EOS fue muy buena, pues se pudo prestar atención que todos los estuantes pudieron elevar sus

notas teniendo un promedio de 91 puntos, la cual señala el promedio de los datos obtenidos; también se obtuvo una moda de 94 puntos, la cual señala las notas que más se repitieron y la mediana 90 puntos, la cual señala la nota que separa los más altos y los más bajos.

Mendenhall, Beaver y Beaver (2008) señala que “la media aritmética o promedio de un conjunto de n mediciones es igual a la suma de las mediciones dividida entre n ” (p.54)

“la mediana m de un conjunto de n mediciones es el valor de x que se ubica en la posición media (central) cuando las mediciones se ordenan de menor a mayor” (p.55)

Y que “la moda es la categoría que ocurre con más frecuencia, o el valor de x que ocurre más veces.” (p.57)

En las medidas de dispersión, se pudo establecer la desviación media, esta expresa la cantidad promedio que varían de los datos respecto a su media, siendo un valor de 5. También se pudo establecer la varianza de 38, es transcendental indicar, que la varianza toma los datos dispersos de la media y, luego de medirlos, le da valor a las variaciones y desviaciones al conjunto de datos respecto a la media aritmética. Además, permite contabilizar y prevenir posibles errores.

De la misma manera se obtiene la desviación estándar de 6, siendo esta la medida de dispersión más común, que indica qué tan dispersos están los datos con respecto a la media y un coeficiente de variación de 7%, el coeficiente de variación nos permite tener

una medida de dispersión que elimine las posibles distorsiones de las medias de dos o más poblaciones.

Mendenhall, Beaver y Beaver (2008) señala que “el rango de un conjunto de n mediciones se define como la diferencia entre las mediciones máxima y mínima” (p. 60)

“La varianza de una población de N repeticiones es el promedio de los cuadrados de las desviaciones de las mediciones respecto a su medida μ ” (p.62) “la desviación estándar de un conjunto de mediciones es igual a la raíz cuadrada positiva de la varianza” (p.62)

Se puede evidenciar en la figura 10 una asimetría negativa siendo el dato de -0.99, Un resultado negativo significa que la distribución se sesga a la derecha; una curtosis de 3.28 siendo evidente la agudeza leptocúrtica, Las medidas de distribución nos permiten identificar la forma en que se separan o aglomeran los valores de acuerdo a su representación gráfica. Su utilidad radica en la posibilidad de identificar las características de la distribución sin necesidad de generar el gráfico

Portus (1998) señala que “la distribución es asimétrica negativa y presenta un alargamiento hacia la izquierda o sesgo negativo”

“Karl Pearson investigó la asimetría y a él ese debe la relación empírica de que las distribuciones moderadamente asimétricas la mediana queda aproximadamente 2/3 partes de la distancia de la moda” (p.119)

“una medida de curtosis sirve para apreciar el grado en que una curva de distribución de frecuencia es más alta o más achatada que la curva normal de distribución” (p.120)

También es importante señalar que, se pudo correlacionar el aprendizaje, al enseñar las funciones exponenciales y logarítmicas con herramientas tradicionales y digitales haciendo uso del Enfoque Ontosemiótico, con el fin de verificar que tipo de relación.

También se puede evidenciar en los datos que se tienen una correlación de Pearson de -0.745 siendo considerada como correlación aceptable

Según López (2002) señala que

El cociente de correlación lo podemos interpretar de acuerdo con los siguientes casos:

1. Si r es positivo, la correlación entre las variables es positiva
2. Si r es negativo, la correlación entre las variables es negativa
3. Si $r=0$, no existe relación lineal entre las variables
4. Si $r=1$, la correlación positiva es perfecta
5. Si $r=-1$, la correlación negativa es perfecta
6. Si $0.90 < r < 1$ o $-1 < r < -0.90$ la correlación es excelente
7. Si $0.80 < r < 0.90$ o $-0.90 < r < -0.80$, la correlación es aceptable
8. Si $0.60 < r < 0.80$ o $-0.80 < r < -0.60$ la correlación es regular
9. Si $0.30 < r < 0.60$ o $-0.60 < r < -0.30$ la correlación es mínima
10. Si $0 < r < 0.30$ o $-0.30 < r < 0$ no hay correlación (p.10)

7.5 comprobación de la hipótesis

Menhendall (2008) señala que para realizar la prueba de hipótesis estadística se consta de cinco partes las cuales son:

1. Hipótesis nula, denotada por H_0
2. Hipótesis alternativa, que para esta investigación fue denotada H_1

3. Prueba estadística y su valor p
4. Región de rechazo
5. Conclusión

Las hipótesis de la presente investigación son:

H_0 . El aprendizaje de los estudiantes de matemática II, en cuanto al tema de funciones exponenciales y logarítmicas, no es maximizada, al no obtener notas mayores 80 puntos, siendo instruidos por la utilización de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico.

H_1 . El aprendizaje de los estudiantes de matemática II en cuanto al tema de funciones exponenciales y logarítmicas, es promovida de manera efectiva al obtener todas las notas mayores o iguales a 80 puntos, siendo instruidas por la utilización de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico

Prueba estadística de la hipótesis

Sea μ media poblacional

Por lo tanto, la hipótesis nula y la hipótesis alternativa son:

$$H_1: \mu \geq 80$$

$$H_0: \mu < 80$$

Por lo que la media del grupo experimental fue de $\bar{x} = 91$, mientras que $\mu \geq 80$ puntos, una desviación estándar $s = 6$ puntos y la cantidad de alumnos en el grupo experimental es de $n = 45$

$$SE = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{45}} = 0.89$$

El nivel de significancia para esta investigación es de $\alpha = 0.05$

La hipótesis nula se rechazará si los valores son mayores a -0.05 .

La prueba estadística

Teniendo que $\bar{x} = 91$ en la investigación, $\mu \geq 80$ y que la desviación estándar es $s = 6$

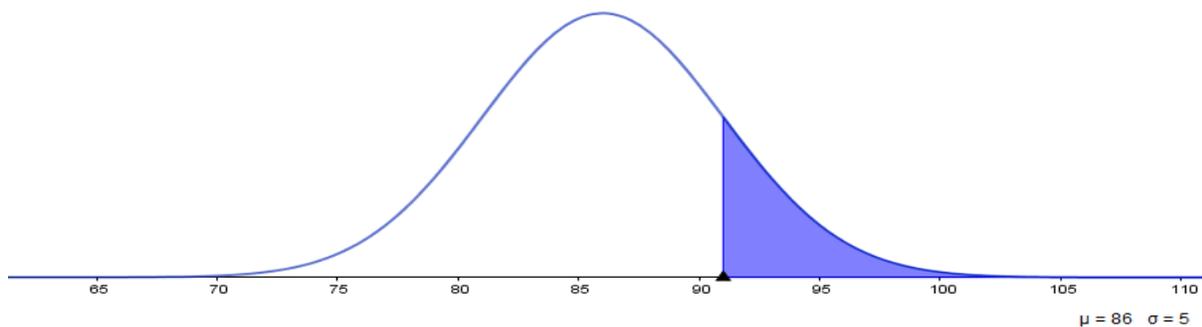
Se podrá tomar un valor que oscile a 6 puntos de 91

$$z = \frac{\bar{x} - 85}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{91 - 85}{0.89} = 6.74$$

Por lo tanto, la hipótesis nula queda rechazada, puesto que $z = 6.74$ y el valor calculado de z cae en la región de rechazo.

Grafica 29

Distribución normal en la prueba de hipótesis



Fuente: propia en GeoGebra

Por lo que se puede concluir que la hipótesis alternativa H_1 es verdadera pues cumple con la premisa que los estudiantes optimizaron su aprendizaje al elevar su conocimiento, siendo reflejados por sus calificaciones y desarrollo al resolver un problema

También, se puede observar que los datos cognitivos fueron relevantes y optimizadas por la formación de la utilización de las herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico, viéndose correlacionados con un coeficiente correlación de Pearson de -0.745 , por lo que se puede catalogar como correlación negativa excelente.

Indicando que las personas que obtuvieron notas bajas en el pre test, fueron superadas al tener notas significativas en el post test.

Por lo tanto, se acepta la H_1 como verdadera.

Conclusiones

1. Se comprobó la hipótesis alternativa, siendo está comprobada al rechazar la hipótesis nula mediante la prueba estadística.
2. Se pudo determinar la influencia de la aplicación de herramientas digitales con el Enfoque Ontosemiótico EOS, en el aprendizaje de los estudiantes de Matemática II de la Escuela en Formación de Profesores en Enseñanza Media EFPEM, acerca del contenido de las funciones exponenciales y logarítmicas siendo los resultados obtenidos categorizados como excelentes.
3. Se determinó los resultados cognitivos al utilizar herramientas digitales haciendo uso del enfoque ontosemiótico, teniendo un efecto significativo en los estudiantes, pues presentaron evaluaciones con las siguientes medidas de tendencia central: promedio de 91 puntos, moda de 94 puntos y mediana de 90 puntos; señalando que la aplicación de herramientas digitales más el uso de EOS puede ayudar a incrementar los conocimientos y así mismo el rendimiento académico de los estudiantes.
4. Las herramientas que los estudiantes consideraron como ideales para la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas son: mimio, geogebra y graphmatica.
5. Al correlacionar el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas con herramientas digitales haciendo uso del EOS, con una enseñanza tradicionalista aplicando entornos virtuales, se obtuvo una correlación de -0.745 siendo catalogada como correlación negativa excelente demostrando que los resultados del pre test fueron superados en el post test al aplicar las herramientas virtuales y el Enfoque Ontosemiótico optimizando el aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes.

6. Se propuso sugerencias para la aplicación la aplicación de herramientas digitales con el uso del Enfoque Ontosemiótico, siendo estos orientados en la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas para futuras investigaciones.

Recomendaciones

Se recomienda que:

Los conocimientos fundamentales (previos) estén sólidos para que la aplicación sea la adecuada, pues al no tener uso correcto de la semiótica perjudicaría el proceso de enseñanza-aprendizaje haciendo que la influencia no sea la adecuada o esperada.

Considerar la capacitación constante acerca del uso de las herramientas virtuales, para optimizar la enseñanza de matemática, permitiendo así el uso dinámico de los objetos matemáticos.

Los usos de herramientas virtuales sean perfeccionados por parte del docente, pues al no tener dominio de estas, puede causar más dudas y confusiones en los estudiantes, por el desconocimiento del software para la enseñanza, de igual manera se sugiere conocimiento de Enfoque Ontosemiótico, para poder aplicar la configuración epistémica/cognitiva y la idoneidad didáctica.

La correlación de grupos de control sea observada por otro par para que esta no sea afectada por objetivos personales.

CAPÍTULO 8

PROPUESTA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS CON USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES

8.1 Presentación

Con los resultados obtenidos en la investigación, se procedió a realizar la siguiente propuesta para ayudar a mejorar el aprendizaje de los profesores-estudiantes involucrándolos en un entorno tecnológico-digital. Es transcendental resaltar que la mayoría de los docentes de matemática se han concentrado en el uso de una pizarra, un libro o un contexto diferente a lo que viven los estudiantes, es evidente que nos encontramos en la era digital.

Fundamentalmente, existe un pensamiento muy sabio del Filósofo Confucio, el cual es “Oigo y olvido, veo y aprendo, hago y entiendo”. Este nos indica a propiciar cambios, y modificar la transmisión de conocimientos adaptándonos a las nuevas corrientes de aprendizaje ante una era de modificaciones constantes. Es importante señalar que se puede entender cuando hacemos (practicamos) la matemática, por lo tanto, la entendemos y de esa manera motivamos al alumno en la tarea de enseñanza-aprendizaje. Por ende, proporciona una satisfacción personal tanto para el alumno como para el docente.

Es necesario resaltar que la metodología propuesta, debe estar enmarcada dentro del Enfoque Ontosemiótico, resaltando la presentación de problemas en las cuales se ponga en juego las capacidades cognitivas de los alumnos y sirva de motor para generar formas de pensamiento más potentes que lleven al mismo a entender el proceso de

matematización de su entorno, siendo estas maximizadas por el uso de herramientas digitales, que permitan la dinámica del objeto matemático.

Se tiene que tener presente, que la aplicación del EOS también lleva la idoneidad didáctica para generar en la aplicación de la configuración epistémica/cognitiva, el papel del docente es el facilitar el aprendizaje a los estudiantes, cumpliendo con una ejecución correcta de docencia.

8.2 Objetivos

Objetivo General

Contribuir con el mejoramiento de la formación de los docentes del área de matemática aportándoles conocimiento en tecnología-digital, para que la ejecución de su labor docente sea maximizada al obtener mejor rendimiento de sus estudiantes.

Objetivos específicos

Explicar el uso de algunos Softwares matemáticos con el fin de aplicarlos en su labor docente, en cuanto al tema de funciones exponenciales y logarítmicas

Orientar al docente en cuanto aplicar el Enfoque Ontosemiótico en la enseñanza de matemática, para que él pueda hacer uso de una didáctica específica.

8.3 Sustentación teórica

8.3.1 Herramientas digitales en la enseñanza de la matemática

Las herramientas digitales brindan resultados significativos en el proceso de enseñanza aprendizaje, sin embargo, esta tiene que estar guiada de forma responsable por el usuario, pues el mal uso de estas herramientas puede generar desventajas y alejarse del aprendizaje de un contenido específico.

En los últimos años la Tecnología de la Información y Comunicación (TIC) han tenido una gran influencia en nuestras aulas de matemáticas, nos hemos apoyado en sus herramientas para poder desarrollar nuestras clases de manera dinámica e interactiva. Y aunque en las TIC no está la solución de las dificultades que presenta el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas estamos de acuerdo en que producen un cambio en la manera que la enseñamos. (Cruz y Puentes citado por Jiménez,s.f., p.2)

Es significativo indicar, que los softwares de matemática brindan variedad de herramientas para la enseñanza

Nickerson citado por del Pino. (2013), examinó el efecto de la utilización de software en la enseñanza, a lo cual señalo algunos motivos para el empleo de software:

1. Ver el aprendizaje como un proceso constructivo en el que la tarea es proporcionar una guía que facilite la exploración y el descubrimiento.
2. Utilizar simulaciones para llamar la atención de los estudiantes a los aspectos de una situación o problema que fácilmente pueden pasar desapercibidos o no observados en condiciones normales.

3. Proporcionar un ambiente de apoyo que es rico en recursos, ayudas a la exploración, crea una atmósfera en la que las ideas se pueden expresar libremente, y proporciona un estímulo cuando los estudiantes hacen un esfuerzo por comprender. (Nickerson, citado por del Pino, 2013, p.2).

Entre las herramientas virtuales en la enseñanza que se proponen esta Geogebra y el entorno virtual mimio.

8.3.2 GeoGebra

GeoGebra es una de las herramientas que proporcionan muchas habilidades en los estudiantes, teniendo en su dominio la parte gráfica, las herramientas CAS, así como construcciones específicas y manipulación de objetos matemáticos en forma dinámica. Del Pino (2013) señala “Así pues, las TIC y en concreto GeoGebra nos permiten conjugar a la perfección ambas directrices y puede ser una herramienta perfecta para la creación de futuros experimentos de enseñanza”. (p.7)

Entre las virtudes que brinda GeoGebra está la capacidad de un entorno dinámico del objeto matemático logrando arrastrar el objeto manipularlo, así como animación de los mismos objetos transformaciones en una gráfica para la observación de patrones. Ante lo expuesto Cotic, (2014) indica

Para esta capacitación se eligió el programa GeoGebra (<http://www.geogebra.org>), entre otros, por su facilidad de uso y por algunas características significativas como:

- La capacidad de arrastre de las figuras construidas: que es una gran ventaja respecto a las construcciones con lápiz y papel, porque se pueden generar muchas figuras relacionadas que podrían ser utilizadas para que los alumnos exploren, conjeturen y establezcan relaciones o deducciones.
- Las animaciones de las figuras o construcciones compuestas, lo cual permite presenciar el proceso constructivo de un objeto geométrico.
- La posibilidad de utilizar, modificar y crear applets para compartir en la web. (p.4)

8.3.3 Mimio

Mimio es uno de los escenarios virtuales que puede ajustarse en cualquier enseñanza, sin embargo, se ha podido verificar que este atribuye herramientas específicas para la enseñanza de la matemática.

Ruiz. (2017) señala que mimio “Es una de las Herramientas que mejor se ajusta en la enseñanza de Matemática, permite dar la clase sin obstáculos, significa que el docente puede estar ubicado en diferentes partes del aula, permitiendo una buena visualización de la clase”. (p.114)

Con lo anteriormente señalado es significativo resaltar que, entre la variedad que ofrece mimio esta una tabla interactiva, que permite el realizar una computadora con una cañonera a una pizarra interactiva, permitiendo que el docente no dé la espalda, sino que pueda enfocarse en la enseñanza directamente con el estudiante.

Ruiz. (2017) “Se maneja por una tabla interactiva, se maneja como un cursor, teniendo acceso a impartir una cátedra en una pizarra libre de espacios, y a su vez se utiliza como un mouse en el software”.(p.114)

Esencialmente, el uso de esta tabla interactiva permite que estudiante pueda enfocarse en el aprendizaje pues lo que se está escribiendo en la pizarra el mismo programa lo puede convertir en archivo pdf para que los estudiantes puedan consultarlo.

Ilustración 11

Tableta de mimio



Fuente: : <http://www.mimio.com/es-LA/Products/MimioPad-Wireless-Tablet.aspx>

El poder utilizar esta tableta y conectarla con la computadora, permitirá el acceso a cualquier software que tenga instalado, así como hacer uso de cualquier instrumento que pueda tener la computadora, inclusive GeoGebra, manipulando todas las herramientas que brinda este software.

Ruiz. (2017) señala control que tiene mimio en clase.

Mayor aprendizaje de colaboración. Mayor control del salón de clases.

- Comodidad inalámbrica para controlar los dispositivos Mimio interactivos desde cualquier lugar del aula.
- Los docentes pueden moverse libremente; por lo tanto, pueden ayudar a los alumnos personalmente y manejar el aula de manera más eficaz.
- La nueva función Collaborate de MimioStudio™ permite que los alumnos controlen hasta nueve tabletas y que, a su vez, estas tabletas puedan ser vistas en el aula principal simultáneamente. (datos adquiridos por la página oficial de Mimio).

8.3.4 Ventajas y desventajas

Ruiz (2017), señalo las ventajas y desventajas que se pueden tener al usar mimio.

Ventajas:

- Entorno virtual.
- Visualización de todo el salón por el docente.
- Manipulación de objetos virtuales.
- Control de estudiantes.
- Se guarda archivos de clase.
- Retroalimentación de contenido.
- Accesibilidad de más información.

8.3.5 Desventajas

- Dependencia de la herramienta por el docente como por el alumno.
- Requiere siempre de conexión eléctrica estable.
- Mantenimiento de cañonera

8.3.6 Enfoque Ontosemiótico

El Enfoque ontosemiótico es una teoría de aprendizaje de matemática que proporciona elementos importantes para el desarrollo de clases, permitiendo la interacción de docente-estudiante.

El Enfoque Ontosemiótico sugiere cambios importantes para la enseñanza de cualquier tema de matemática

El modelo ontológico y semiótico de la cognición facilita discernimientos para asemejar los estados posibles de las trayectorias epistémicas y cognitiva, y la admisión de la “negociación de significados” como idea clave para el encargo de las trayectorias didácticas.

También es necesario encontrar con las opiniones teóricas que se manejan en el área de conocimiento, claramente en las nociones usadas para evaluar los fenómenos cognitivos. Como por ejemplo no hay función exponencial sobre este tema o no hay logaritmos en este otro tema.

Logra estar a la mira de la variedad de elementos que se usan sin que haya iniciado su contrastación, clarificación y depuración cognitivos, competencias, concepciones, conceptos, representaciones internas, imágenes conceptuales, esquemas, invariantes operatorios, significados, praxeología etc. (Godino, Batanero, & Font, s.f.)

El primer nivel que se propone es la configuración de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de práctica, y en este caso Godino, Batanero y Font señalan el iniciar una práctica matemática, pero indican que para que los resultados sean positivos es necesario proponer un funcionamiento de determinados contenidos matemáticos, es importante el lenguaje y los conceptos claros para poder tener resultados satisfactorios. La relatividad socioepistémica y cognitiva de los significados, entendidos como sistemas de prácticas, y su utilización en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología básica

de significados (Godino, 2003, p. 141). Con relación a los significados institucionales proponemos tener en cuenta los siguientes tipos:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido.

En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

Respecto de los significados personales proponemos los siguientes tipos:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático.
- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.

- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los *significados iniciales* o previos de los estudiantes y los que *finalmente alcancen*. (Godino, Batanero, & Font, s.f.)

El segundo nivel del EOS es el de atributos contextuales, en este nivel la noción del juego de lenguaje tiene un lugar importante, al tomarlo junto con la noción de institución, los objetos matemáticos que intervienen en las practicas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego del lenguaje en que participan, puede ser considerada desde las siguientes facetas o dimensiones duales (Godino, 2002)

Es impórtate señalar estas dualidades, sin embargo, estas están explicadas en el capítulo VI

- Personal – institucional.
- Ostensivo – no ostensivo.
- Expresión – contenido:
- Extensivo – intensivo
- Unitario – sistémico.

8.4 Estrategia/ acciones

Las estrategias para la presente propuesta está la vinculación de las herramientas virtuales con el uso del Enfoque Ontosemiótico.

La primera acción es reconocer las intuiciones que se tiene, en esto está involucrado el contexto, los docentes, los libros de texto

Pues la definición de una institución según Godino (2017) es

“una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; el compromiso mutuo con la problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales que suelen tener rasgos particulares, y son generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en la misma, sus reglas y modos de funcionamiento” (p.7)

La segunda acción es generar una configuración epistémica/cognitiva, Godino (2017) señala que la configuración son las redes de objetos intervinientes y procedentes de los métodos de prácticas y las relaciones que establecen entre los mismos, constituyendo los compendios de un objeto matemático.

En cuanto a la configuración epistémica/cognitiva se dará inicio con los conocimientos fundamentales es importante siempre que el contenido a exponer tenga relación con el contexto del estudiante.

8.4.1 Ejemplo de aplicación de la propuesta haciendo uso de la función exponencial

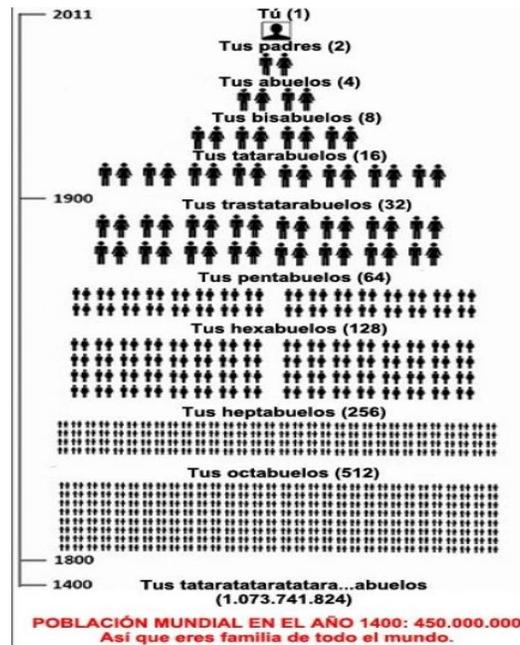
Se iniciará indagando el conocimiento que tengan los estudiantes acerca de los exponentes. Luego de conocer los conocimientos que se tenga de este contenido se partirá con preguntas directas acerca de cómo este tema se puede relacionar con el entorno. Por ejemplo: el crecimiento poblacional, el crecimiento bacterial, en lo particular creo que este es un ejemplo incluyente

Interacciones	Familiares	Exponencial
yo	1	2^0
Papas	2	2^1
Abuelos	4	2^2
Bisabuelos	8	2^3
Tatarabuelos	16	2^4
4 abuelo	32	2^5
5 abuelo	64	2^6
⋮	⋮	⋮
n abuelo		2^m

En este ejercicio se podrá visualizar el crecimiento con base 2.

Ilustración 12

Forma gráfica pictagorica



Fuente: <https://www.cuantarazon.com/903814/asi-que-cuando-los-canis-se-llaman-primos-entre-ellos>

Otra ayuda puede ser la visualización de un video haciendo uso de las herramientas virtuales, denominado del micro al macro que señala el crecimiento de visión con base 10 y decrecimiento con la misma base, para el cual está el siguiente enlace <https://www.youtube.com/watch?v=R1R-TI5JXb0>

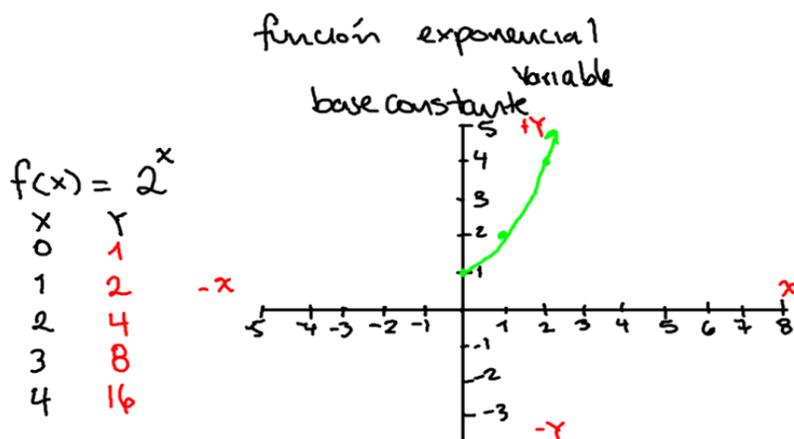
Como se puede observar, en estas acciones se hizo uso del lenguaje que es lo que señala el EOS, donde se pudo expresar la concepción del exponencial, de forma verbal, simbólico y gráfico.

Seguido de esto, se iniciará con situaciones problema, en esta acción siempre es importante la interacción, para llegar a motivar las reglas del EOS que son definiciones, proposiciones y procedimientos.

Luego, se presentará la expresión $f(x) = 2^x$ para que los estudiantes puedan describir los patrones en valores positivos relacionándolos en una gráfica en su postrer. Es significativo resaltar que, al presentar una gráfica y la función se podrá motivar al uso de reglas en los estudiantes, por supuesto que los conocimientos fundamentales son importantes para presentar este lenguaje.

Ilustración 12

Gráfica de $f(x) = 2^x$



Fuente: elaboración propia con mimio

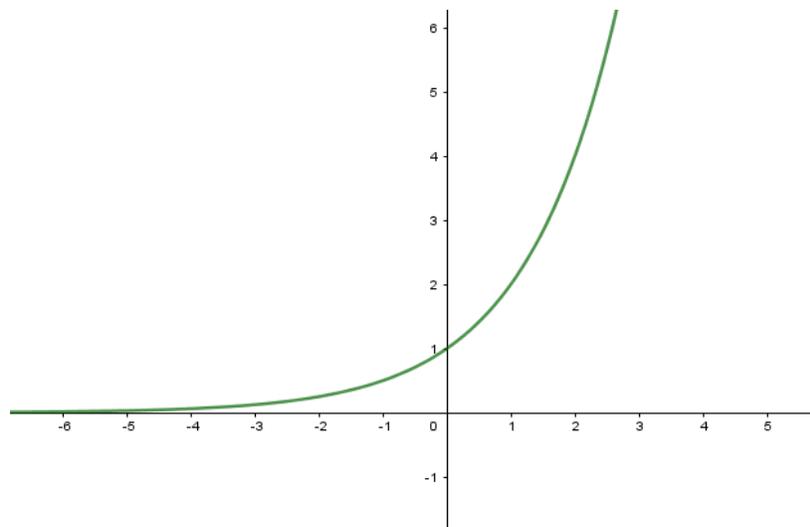
A través de la gráfica se puede indagar acerca de definiciones observables por el lenguaje utilizado, el cual será representado de forma simbólica y gráfica; el lenguaje expresa y soporta las reglas, entre ellas la definición.

Por lo que se pedirá a los estudiantes su intervención de que temas pudieron observar en la expresión. A lo que se espera que lleguen a los conceptos de exponentes, funciones gráficas, dominios y rangos.

Luego se graficará la gráfica en GeoGebra y se le pedirá que exprese que otros patrones pudieron observar en una gráfica completa

Ilustración 13

Grafica de $f(x) = 2^x$



Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Con la participación de los estudiantes, se podrán llegar a las proposiciones que es una de las reglas del EOS, haciendo mención de las proposiciones se entenderán como enunciados de los conceptos.

Ilustración 14

Valores negativos en la función $f(x) = 2^x$

x	y
-3	0.125
-2	0.25
-1	0.5
0	1
1	2
2	4
3	8

$f(x) = 2^x + 0$

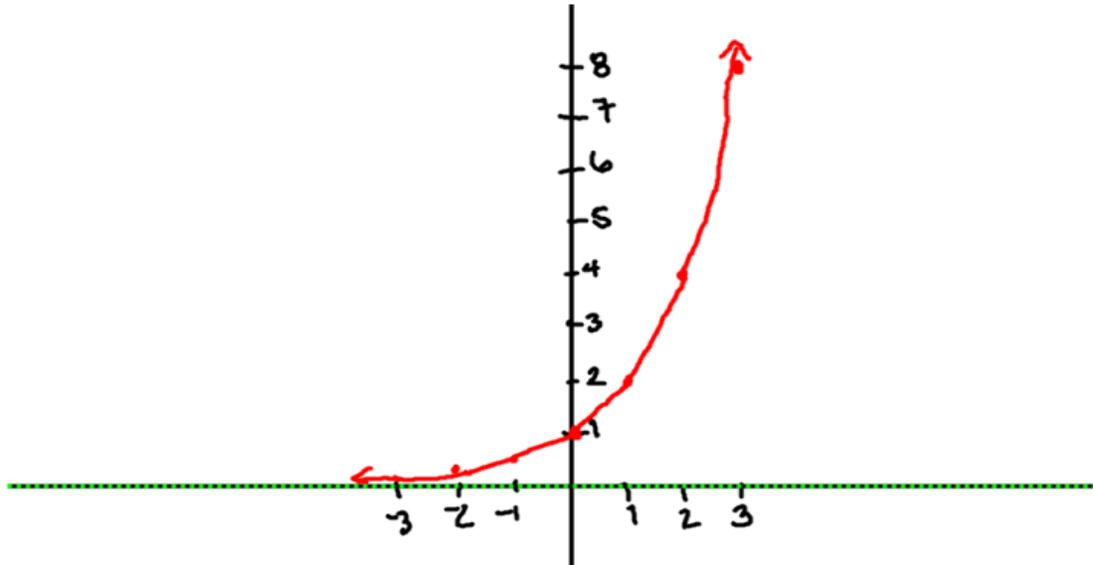
$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
 $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$
 $2^{-1} = \frac{1}{2} = 0.5$

Fuente: Elaboración propia con mimio

Con esta actividad se permitirá a que los estudiantes puedan observar que mientras más pequeño sea el valor en la sustitución la gráfica tenderá a ser cero, llegando a generar la idea de la asíntota horizontal, que está señalada con color verde en la ilustración 14.

Ilustración 15

Gráfica de $f(x) = 2^x$ con valores negativos



Fuente: Elaboración propia con mimio

Seguido de esto se permitirá modificar el valor de la asíntota para observar el comportamiento.

Ilustración 16

Gráfica al modificar el valor de la asíntota

$$f(x) = 2^x - 1$$

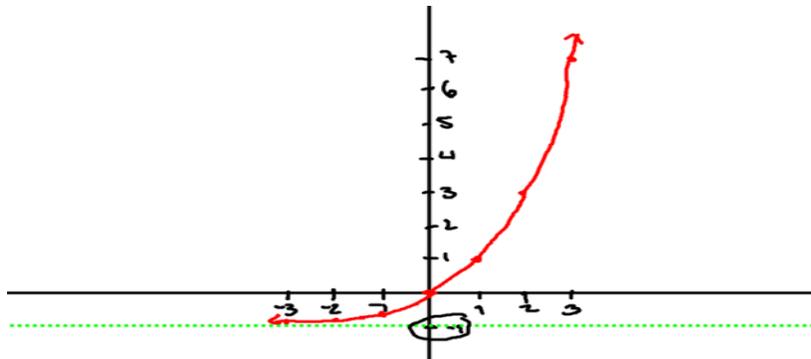
x	y	
-3	-0.875	$2^{-3} - 1 = -0.875$
-2	-0.75	$2^{-2} - 1 = -0.75$
-1	-0.5	$2^{-1} - 1 = -0.5$
0	0	$2^0 - 1 = 0$
1	1	$2^1 - 1 = 1$
2	3	$2^2 - 1 = 3$
3	7	$2^3 - 1 = 7$

Fuente: elaboración propia con mimio

Al observar que los valores son modificados el estudiante podrá observar patrones al modificar términos en la función y relacionarlo con transformación de una gráfica.

Ilustración 17

Gráfica de $f(x) = 2^x - 1$



Fuente: elaboración propia con mimio

Al observar la gráfica el alumno podrá establecer que la expresión $x = -1$ se relaciona con la asíntota horizontal y que puede encontrarla en la función.

Ilustración 18

Generalización con el valor que opera a la exponencial

$$f(x) = 2^x + b$$

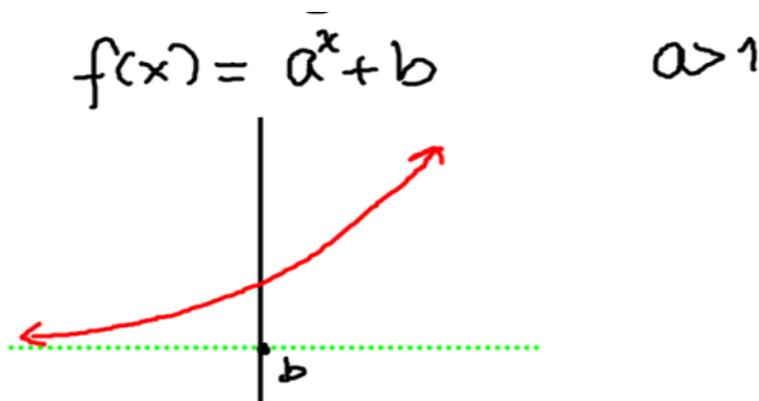
↑
- asíntota horizontal
- despl.

Fuente: elaboración propia con mimio

Con esta generalización se le pedirá al estudiante que argumente la aseveración, después de ello se le podría al estudiante que pueda justificar la argumentación con las reglas.

Ilustración 19

Generalización del comportamiento de la grafica



Fuente: elaboración propia con mimio

Después de ello, se podrá utilizar GeoGebra utilizando la dinámica para mostrar la generalización

ilustración 20

Utilización de la herramienta de deslizador de GeoGebra

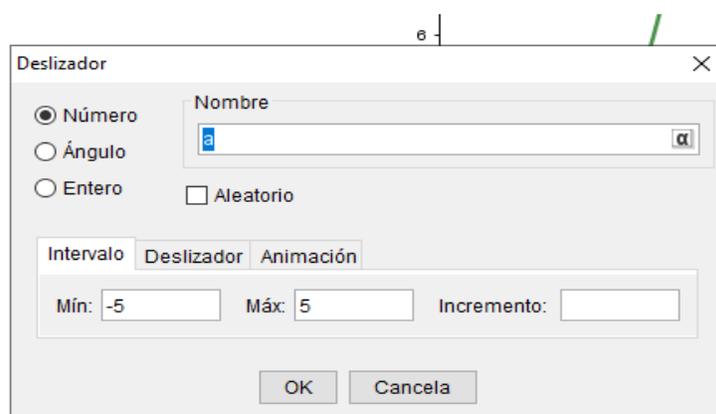


Fuente: Elaboración propia con GeoGebra

Esta herramienta servirá para manipular los valores

Ilustración 21

Valores del deslizador

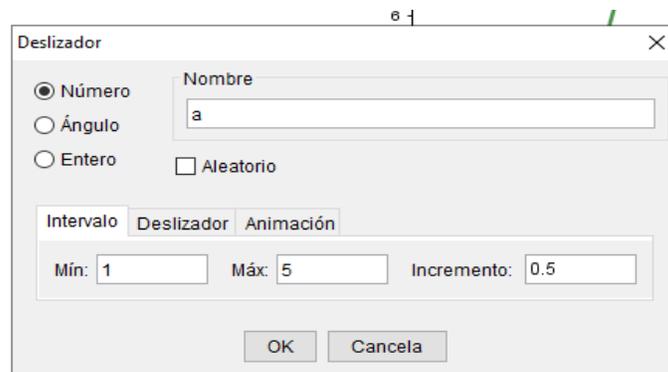


Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Como la generalización se utilizará una base mayor que 1

Ilustración 22

Introducción de valores en el deslizador

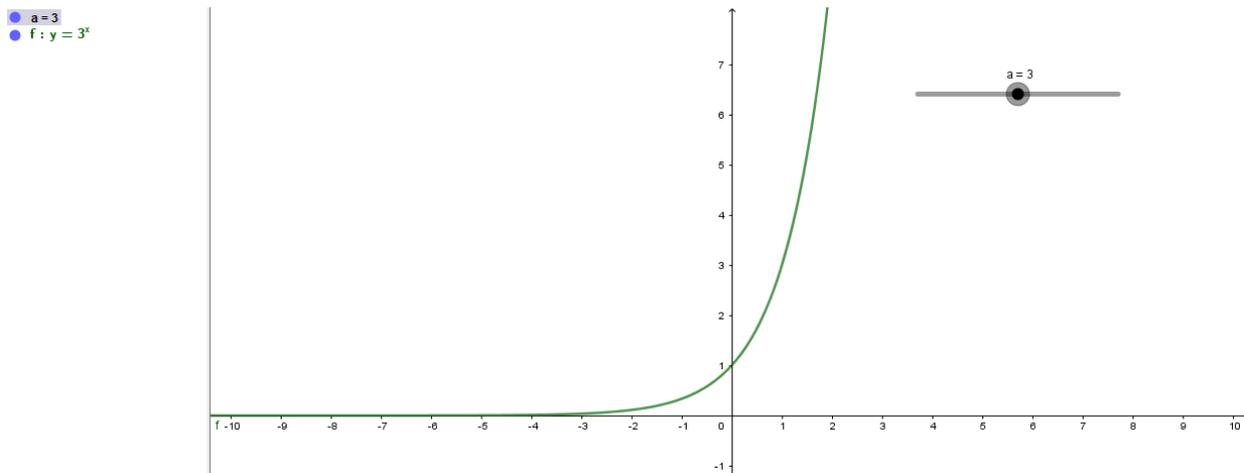
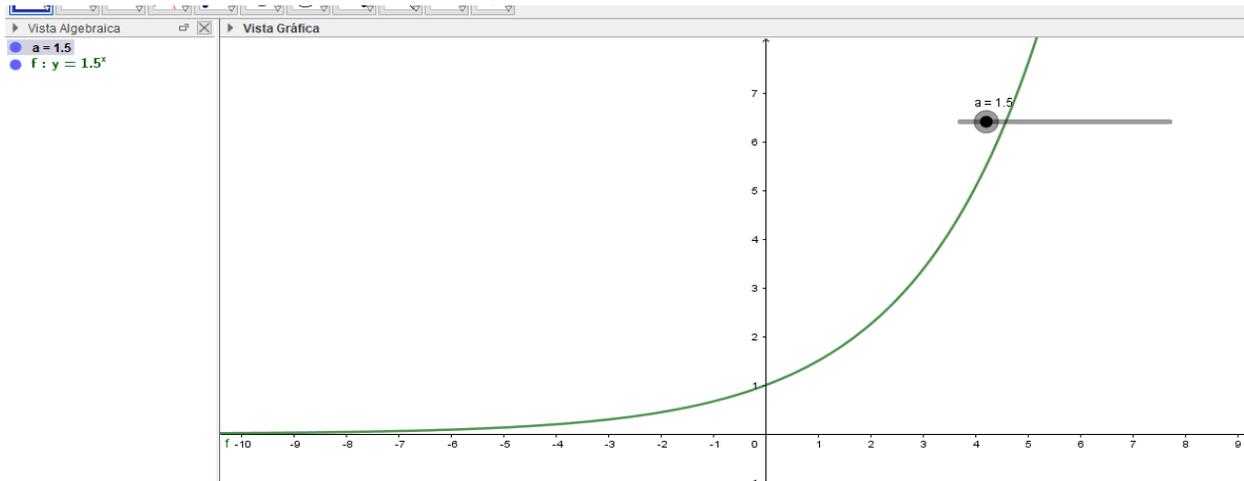


Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Se procederá a modificar el valor para establecer a

Ilustración 23

Grafica haciendo uso de la dinámica en GeoGebra

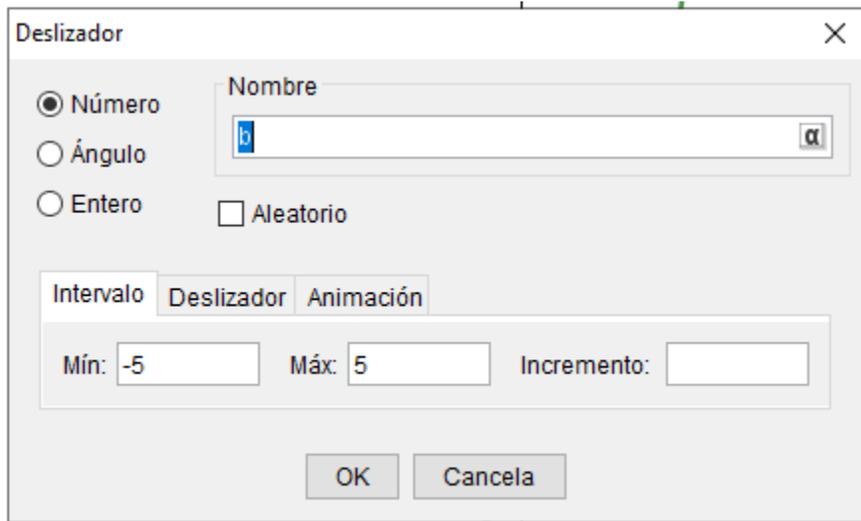


Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Se puede observar en la ilustración anterior, como se puede modificar el valor con el deslizador, modificando el comportamiento de la gráfica.

Ilustración 24

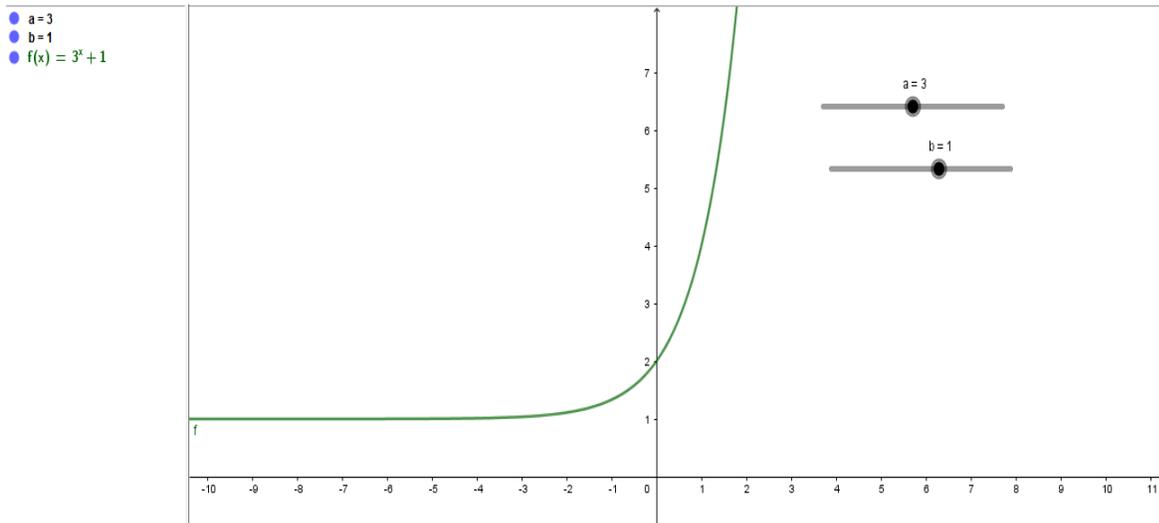
Deslizador para la asíntota



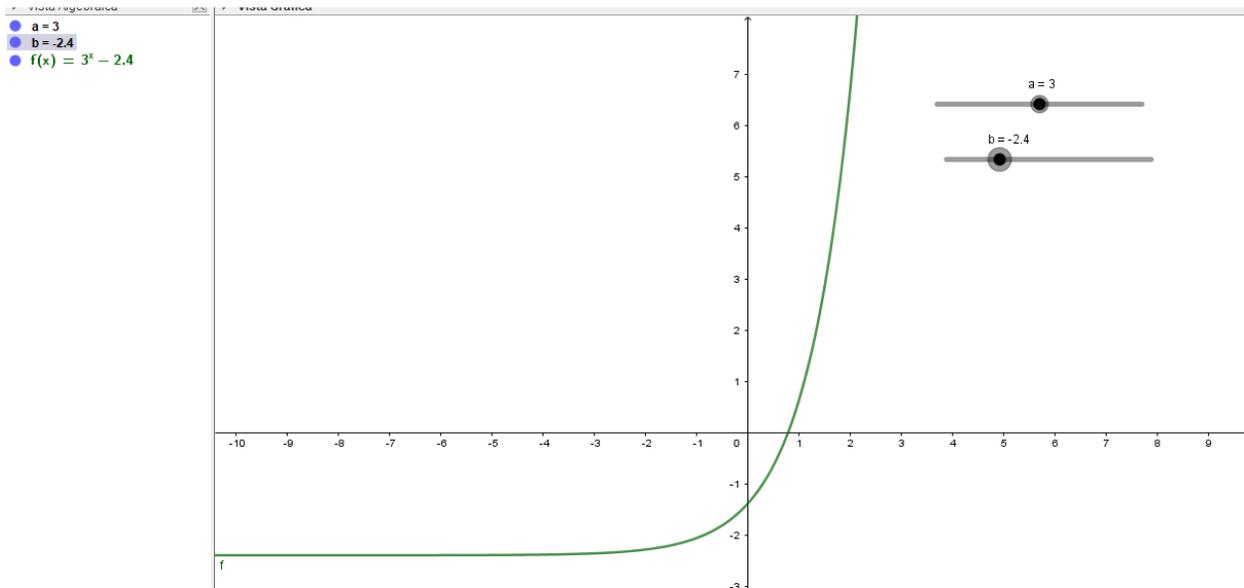
Fuente: elaboración propia con GeoGebra.

Ilustración 25

Dinámica con el deslizador



Fuente: elaboración propia con GeoGebra

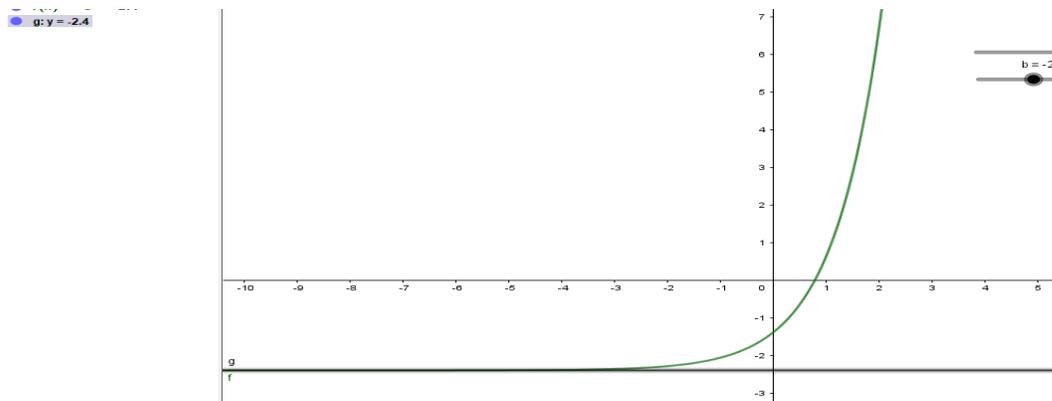


Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Se puede observar la manipulación de los deslizadores logrando los desplazamientos de la gráfica. Para graficar la asíntota y que esta sea visible se utilizará $x = b$

Ilustración 26

Vinculación de la asíntota con el deslizador

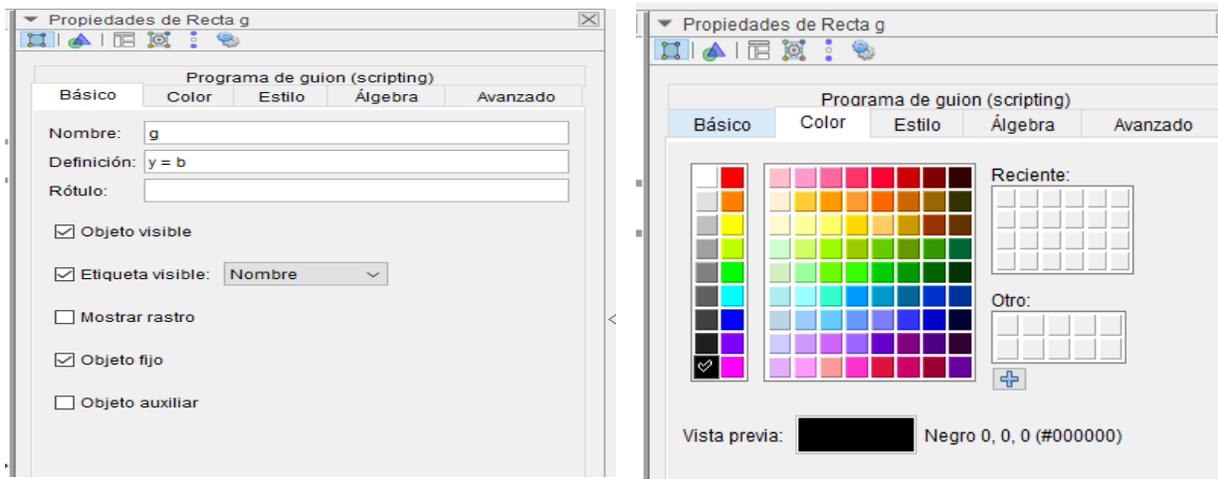


Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Para cambiar el color de la gráfica se dará click en la gráfica y modificar el color y que la línea sea punteada.

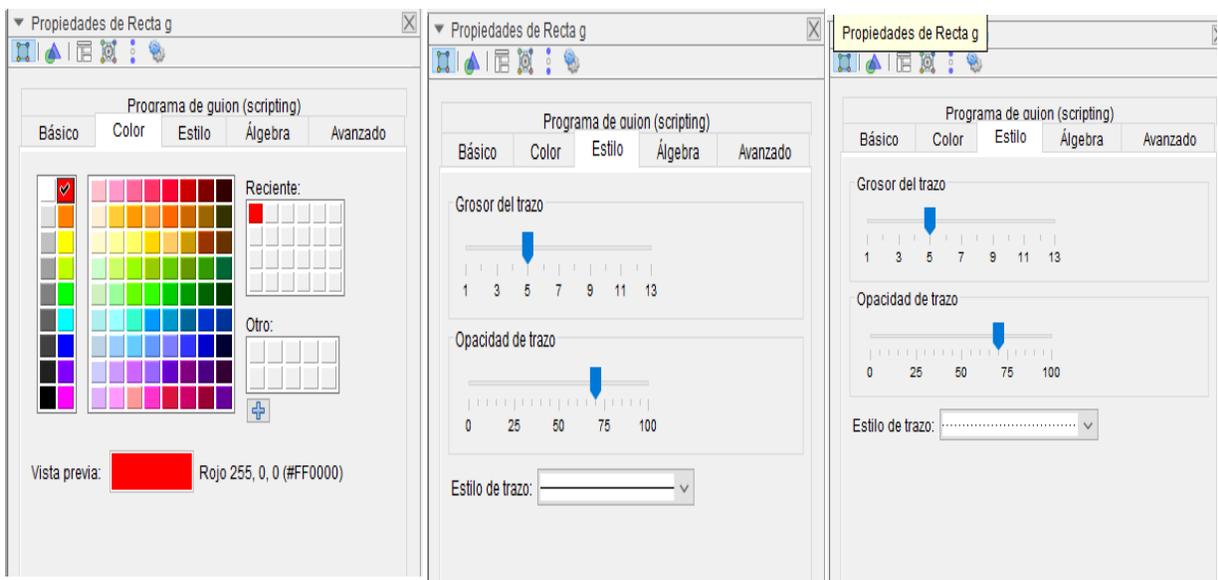
Ilustración 27

Modificación de la asíntota



Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Ilustración 28 Modificación de color

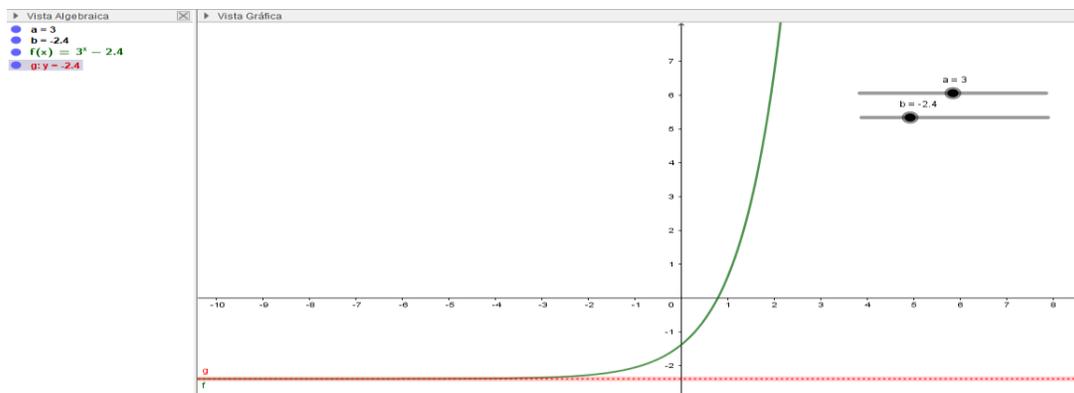


Fuente: elaboración propia

Al modificar se podrá evidenciar la asíntota en la gráfica.

Ilustración 29

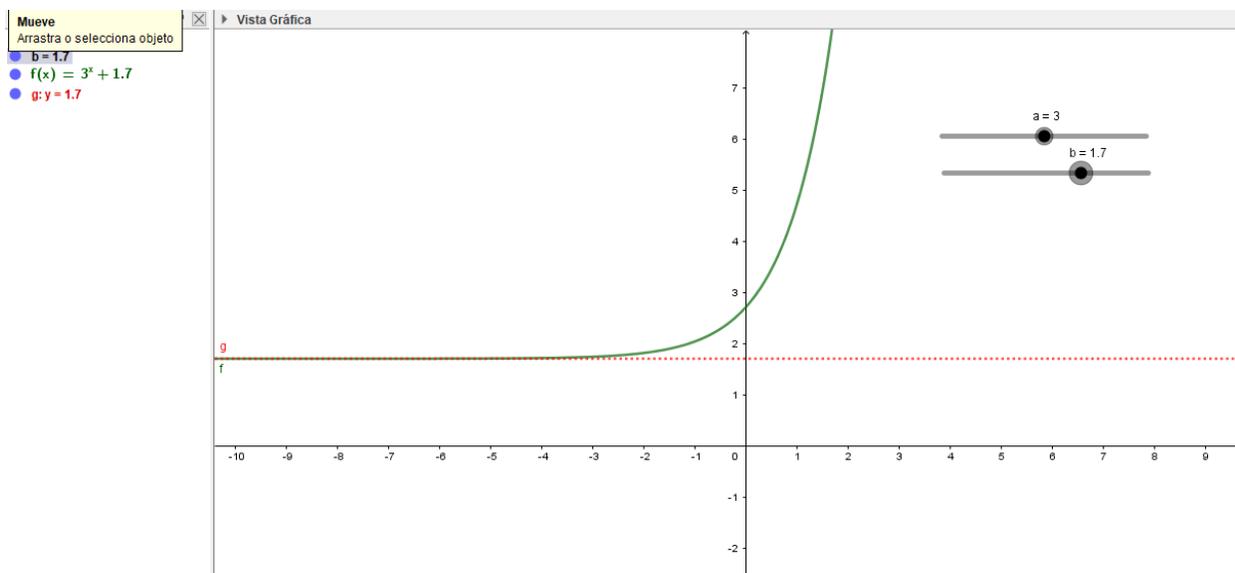
La asíntota modificada



Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Ilustración 30.

Modificación con deslizador

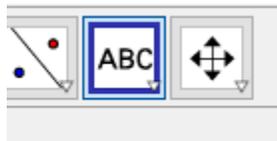


Fuente: elaboración propia con GeoGebra

Para determinar el dominio y el rango de la gráfica

Ilustración 31

Utilización de texto en GeoGebra

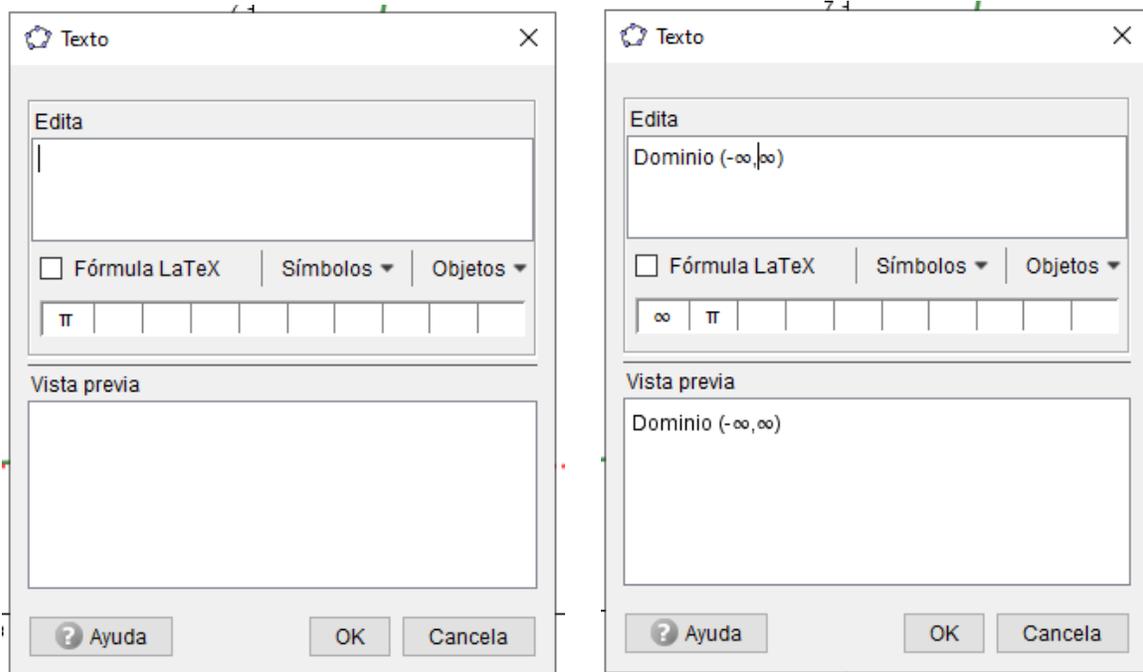


Fuente: elaboración propia

Al presionar se podrá manipular el texto de tal manera que se pueda determinar el dominio y el rango.

Ilustración 32

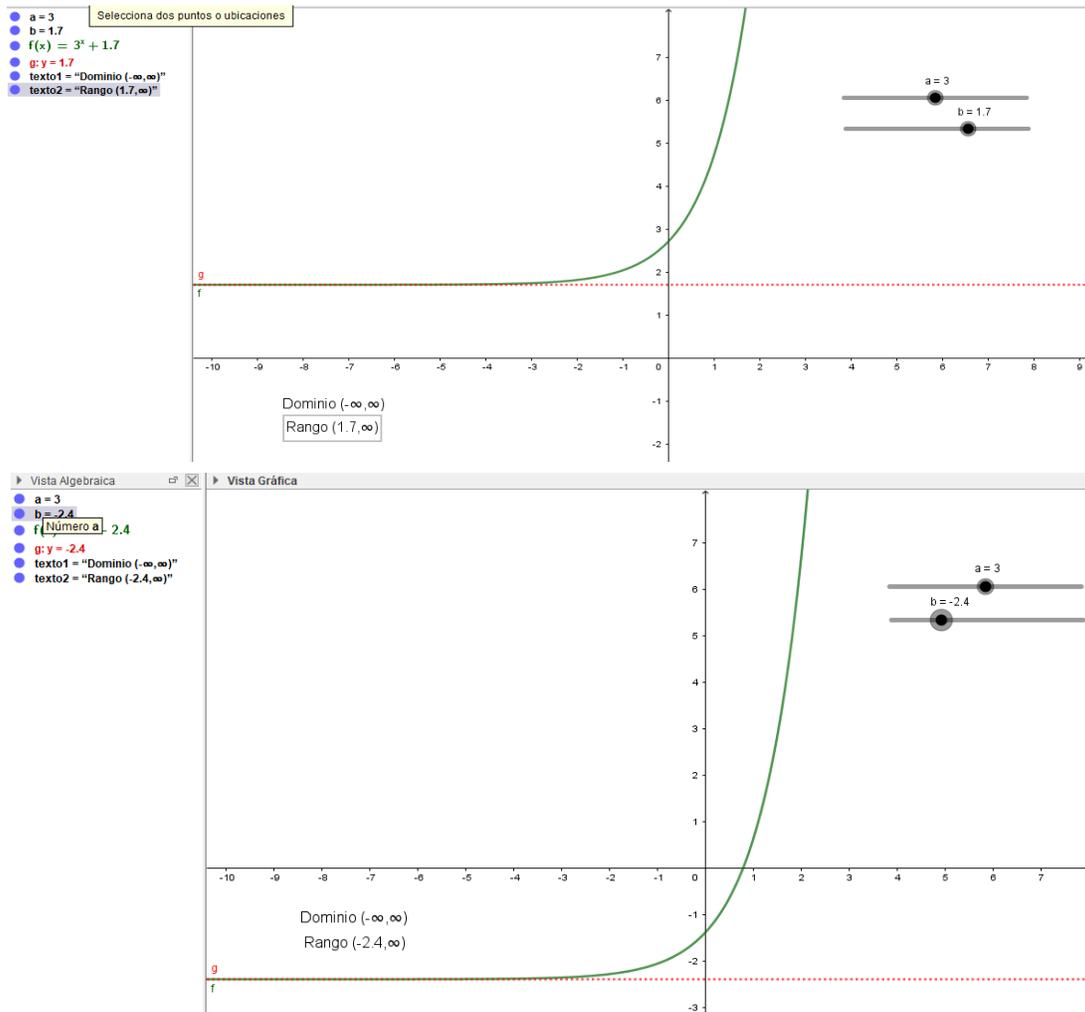
Utilización del texto para determinar el dominio y rango



Fuente: elaboracion propia con GeoGebra

Ilustración 33

Gráfica con el señalamiento del dominio y el rango



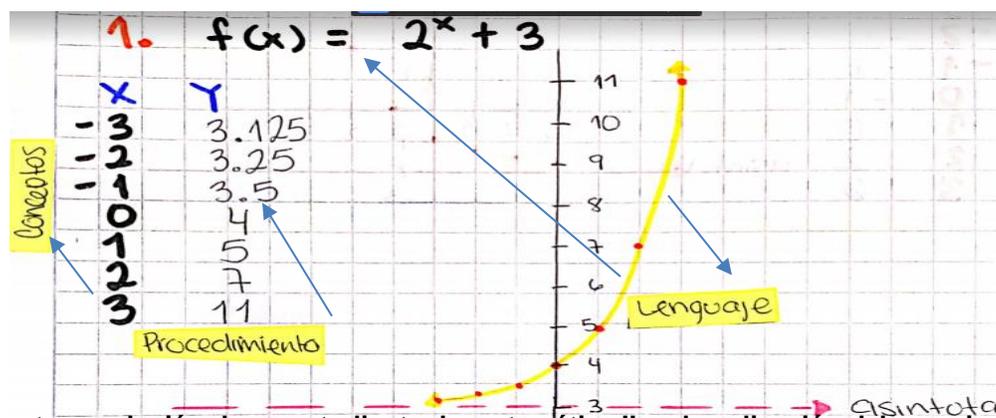
Fuente: elaboración propia con GeoGebra

La utilización de la GeoGebra permite la manipulación del objeto matemático, sin embargo, esto permitirá que el estudiante pueda visualizar el comportamiento de la gráfica al manipular los deslizadores y de igual manera observar el dominio y rango de la función. Luego de la adquisición del conocimiento se permitirá la resolución de

problemas propuestos, con lo que podremos observar el uso de la configuración epistémica/cognitiva.

Ilustración 34

Presentación de actividades



Fuente: resolución de un estudiante de matemática II en la aplicación del experimento

Los conceptos fueron definidos por los estudiantes de forma verbal al igual que la argumentación

Ilustración 35

Desarrollo de la configuración epistémica/cognitiva

Lenguaje

Simbólico

Fórmula:
 $f(x) = 2^x$

Verbal

Tiene una variable independiente, aparece en el exponente y tiene de base una constante

Gráfico

x	y	Equation
-3	0.125	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
-2	0.25	$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$
-1	0.5	$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$
0	1	$2^0 = \frac{1}{2^0} = 1$
1	2	$2^1 = \frac{1}{2^0} = 2$
2	4	$2^2 = \frac{1}{2^0} = 4$
3	8	$2^3 = \frac{1}{2^0} = 8$

Situación Problema

- Función Exponencial**

Conceptos

Es un vínculo entre dos conjuntos mediante el cual a cada elemento del primer conjunto le es asignado un único elemento del segundo conjunto o ninguno. Exponencial, por otra parte, es un adjetivo que califica al tipo de crecimiento cuyo ritmo se incrementa cada vez más rápido.

Proposiciones

$f(1) = 2^0 = 1$	$f(1) = 2^4 = 16$
$f(1) = 2^1 = 2$	$f(1) = 2^5 = 32$
$f(1) = 2^2 = 4$	$f(1) = 2^6 = 64$
$f(1) = 2^3 = 8$	$f(1) = 2^7 = 128$

Procedimiento

Hay que tener en cuenta que 2 es la base, mientras que x es el exponente. Una función exponencial es una función que se representa con la ecuación $f(x) = a^x$, en la cual la variable independiente (x) es un exponente.

Argumentos

El número que opera al exponencial señalará el desplazamiento. El número que opera al exponencial señala la asíntota, que es la gráfica de una función a una recta a la que se aproxima continuamente la gráfica de tal función; es decir que la distancia entre las dos tiende a ser cero, a medida que se extienden indefinidamente. O que ambas presentan un comportamiento asíntótico.

Fuente: elaboración de estudiantes de matemática II en la aplicación del experimento

En la anterior grafica se puede evidenciar que los estudiantes imitan o siguen el proceso que se establece por el docente, puede que algunas reglas las confundan, pero adquieren el conocimiento que se les trasmite.

Es impórtate que el estudiante argumente con la solución y pueda tener un tipo de negociación con el docente, de esa manera el docente permite que el estudiante pueda establecer conocimientos sólidos.

9. Seguimiento

Es importante que las clases tengan una estructura y actividades intencionadas con el fin de que el estudiante pueda tener un conocimiento más fuerte, de allí la importancia de la idoneidad didáctica.

Las ideas teóricas precedentes se complementan con la noción de idoneidad didáctica de un proceso de instrucción que se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Ramos y Font, 2008):

- *Idoneidad epistémica*, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de la adición en la educación primaria puede limitarse al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos (baja idoneidad), o tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones aditivas e incluir la justificación de los algoritmos (alta idoneidad).
- *Idoneidad cognitiva*, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial (Vygotski, 1934) de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados. Un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad cognitiva sería, en el estudio las operaciones aritméticas con números de tres o más cifras, que el profesor realizara una evaluación inicial para saber si la mayoría de los alumnos dominan los números de uno y dos cifras y, en caso de no ser así, comenzara el proceso de instrucción trabajando dichos números.
- *Idoneidad interaccional*. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permita resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción. Por ejemplo, un proceso de estudio realizado de acuerdo con una secuencia de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización (Brousseau, 1998) tiene

potencialmente mayor idoneidad semiótica que un proceso magistral que no tenga en cuenta las dificultades de los estudiantes.

- *Idoneidad mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, si el profesor y los alumnos tuvieran a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema en cuestión (Cabri, p.e., para la geometría plana), el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tendría potencialmente mayor idoneidad mediacional que otro tradicional basado exclusivamente en la pizarra, lápiz y papel. Asimismo, un ejemplo de un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad mediacional con relación a los medios temporales sería una clase magistral, donde el profesor reproduce de manera íntegra y sin interacción con los estudiantes el significado pretendido.
- *Idoneidad emocional*, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad emocional está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. Por ejemplo, tendrán idoneidad emocional alta los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de interés para los estudiantes.
- *Idoneidad ecológica*, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Fundamentalmente, la idoneidad didáctica, se divide en varias idoneidades las cuales son las siguientes: idoneidad epistémica y la cognitiva señala el acoplamiento, participación y apropiación. Es importante señalar que la idoneidad epistémica que señala la representatividad, mientras que la cognitiva la proximidad; la idoneidad

interaccional llevaría a la negociación, mientras que la idoneidad mediacional, señalara la disponibilidad de recursos, así como la idoneidad emocional infiere a actitudes, afectos y motivaciones y la idoneidad ecológica tratara con la adaptación, viendo la sociedad, currículo y escuela, como se representa en la ilustración 8.

8.7 Evaluación

La evaluación consiste en una serie de pasos, iniciando con los conocimientos fundamentales donde se evidenciará que conocen los estudiantes del tema a tratar. Estas pueden ser por medio de preguntas directas, lluvias de idea o técnicas específicas para obtener información por parte de los estudiantes.

El segundo paso, es por medio de explicación de los conocimientos nuevos, pues el docente siempre tendrá interacción con los estudiantes para construir las definiciones, seguido de establecer las definiciones es importante que el estudiante pueda manifestar las proposiciones de la problemática presentada, en este caso las proposiciones serán enunciados que salgan de las definiciones. Por consiguiente, se procederá a realizar procedimientos donde se evidenciará los algoritmos para llegar a una conclusión, es importante que el docente siempre tenga esta interacción con el estudiante para que se logre una idoneidad didáctica.

Con lo expuesto anteriormente, se podrá evidenciar el uso del lenguaje para establecer parámetros en su conocimiento el lenguaje, cuando se menciona lenguaje se hará relación con las siguientes expresiones: verbal, simbólico y gráfico. Es importante que el estudiante pueda reconocer el lenguaje pues sin este no se podrá comprender el tema que se expone.

El tercer paso es la argumentación que se tendrá al final, en este paso el estudiante podrá argumentar por qué se llegó al resultado, toda esta configuración tendrá un enlace de sus componentes pues la argumentación será fundamentada con las reglas (conceptos, proposiciones y procedimientos) y estos a su vez intervienen y condicionan la argumentación. También es importante señalar que las reglas el uso del lenguaje y el lenguaje expresa y soporta las reglas.

BIBLIOGRAFÍA

Libros

- Abero, L. (2015). Abriendo puertas al conocimiento. Uruguay: CLACSO.
- Arancibia, V., Herrera, P., & Strasser, K. (s.f.). Teorías conductuales.
- Archaerandio, L. (2010). *Iniciación a la práctica de la investigación*. Guatemala : Universidad Rafael Landivar .
- Bisquerra, R. (2004). Metodología de la investigación educativa. Madrid: La Muralla. (capitulo I y II).
- Cabero, J. (2001). Tecnología Educativa, Diseño y utilización de Medios para la enseñanza . España : Paidós.
- Cotic, N. (2014). GeoGebra como puente para aprender matemática. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1179.
- del Pino, J. (2013). El uso de Geogebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión. *Dinalet*, 1-8.
- Díaz, D. (2017). TIC en Educación Superior: Ventajas y desventajas. *aulastic. matematicas*, págs. 44 - 50.
- Dunn, R. &. (1984). *La Enseñanza y el Estilo Individual de Aprendizaje* . Madrid: Ayana.
- Geraldine, G. (2016). Tesis ¿Quién dijo miedo? Guatemala.
- Gomez, B (s.f.). *¿QUÉ APORTA LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA A LA FORMACIÓN INICIAL DE LOS MATEMÁTICOS?* Obtenido por: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjV2IWnzI_sAhVIn-AKHXSUAT8QFjANegQIAhAB&url=https%3A%2F%2Fwww.uv.es%2Fgo

mezb%2F23Queaportaladidmat.pdf&usg=AOvVaw0Ptx5Nm5nexiSMmes
BRiw

González, D. (2007). *7 Dimensiones de innovación en e-learning*.

Hernández, R., Fernández, c., & Lucio, P. (2010). *Metología de la investigación*.
México: McGraw hill.

Howard, G., & Walters, J. (s.f.). *Inteligencias Múltiples*. Barcelona: Paidós.

Herramientas de evaluaciones en el aula (s.f.)

Jiménez, D. (s.f.). Herramientas digitales para la enseñanza de las matemáticas
en la educación básica. Obtenido por:

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwiHkr7L753sAhUymeAKHUZ8CCcQFjACegQIAxAC&url=https%3A%2F%2Frepository.ucc.edu.co%2Fbitstream%2F20.500.12494%2F11110%2F1%2F2019_herramientas_digitales_matematicas.pdf&usg=AOvVaw2PKjX-31yjMGfN4xbZ7oi1

Mendehall, W., Beaver, R., & Beaver, B. (2008). *Introducción a la Probabilidad y Estadística*. México: Cengage.

Tobón S; Pimienta, J & García J (2010). *Secuencias didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias*, PEARSON EDUCACION, México

Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México D.F.: McGrawHill/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

Sánchez, M (2012). *¿Qué es la didáctica de la matemática?* Obtenido por:
<https://mariosanchezaguil.com/2012/09/28/que-es-la-didactica-de-las-matematicas/>

Ortíz, F., & García, M. d. (2000). *Metodología de la Investigación: el proceso y sus técnicas*. México: Limusa.

Pérez, M., Veliz, M., Martín, L., Rodríguez, E., Ross, S., de Rosa, E., . . . Mentz, R. (2014). Aprendizaje de la Matemática utilizando herramientas del Aula Virtual. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.

Piloña, A (2004). Estadística. Guatemala: ISBN-99922-2-197-6

Portus, L. (1998). *Introducción a la Estadística* . Bogota: McGrawHill.

Prensky, M. (2010). *Nativos e inmigrantes digitales*. SEK, S.A.

Santos, J. (2006). "Las tecnologías de la información y de la comunicación y el modelo virtual formativo: nuevas posibilidades y retos en la enseñanza de los SIG". GeoFocus (Artículos), Nº 6, pág.113-137.

Schunk, (1997). *Teorías del Aprendizaje*. México: Prentice Hall.

Vásquez E. (2005). Principios y técnicas de educación de adultos, San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia.

Revistas

Manual de GeoGebra . (2012).

Acosta, J. (2009). *El B-Learning en la Enseñanza Universitaria del Álgebra*. Universidad Nacional del Nordeste. Corrientes. Argentina. Obtenido de <http://www.iiiis.org/CDs2008/CD2009CSC/CISCI2009/PapersPdf/C845DE.pdf>.

Alvarenga, C. (1 de Julio de 2014). *¿PORQUE LOS UNIVERSITARIOS REPRUEBAN CON FRECUENCIA LAS MATEMATICAS*. Obtenido de <https://presencia.unah.edu.hn/academia/articulo/por-que-los-universitarios-reprueban-con-frecuencia-las-matematicas>

Aravena, M. (2006). *Investigación educativa I*. Chile: CONVENIO INTERINSTITUCIONAL.

- Aznar, A (2011), El plegado en papel como herramienta didáctica de apoyo en la enseñanza artística, *Revista iberoamericana de Educación* /ISSN:1681-5653
- Ballester, I., Gacrcía, J., & Alberola, M. (2015). *Didáctica y Nuevas Tecnologías: reflexión sobre el proceso educativo en las aulas universitarias*. Obtenido de La aparición de las nuevas tecnologías ha abierto una nueva etapa metodológica en la educación. Este hecho y el cambio en las enseñanzas a partir del plan Bolonia han modificado el rol de profesores y alumnos en las clases1.
- Beteta, M. (s.f.). *¿Profesor TIC o profesor TAC?* Obtenido de País: <https://matematicadigitalweb2.files.wordpress.com/2012/04/pag-21-y-22.pdf>
- Caraballo, H., & González, Z. (28 al 30 de Octubre de 2009). Herramientas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Software libre. *II Jornadas de Enseñanza e INvestigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Natruales* .
- Cassasus, J. (s.f.). Estándares en Educación . *Laboratorio latinoamericano de evaluación de la calidad de la Educación* . UNESCO .
- Castañeda, A., & Álvarez, M. (2004). La reprobación en Matemáticas. Dos Experiencias. *Tiempo de Educar, Vol. 5, núm.9, enero-junio*, 141-172.
- Córdoba, F. (Septiembre de 2015). *LAS TIC EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS:¿QUE CREEN LOS ESTUDIANTES?* Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/282014466_LAS_TIC_EN_EL_APRENDIZAJE_DE_LAS_MATEMATICAS_QUE_CREEN_LOS_ESTUDIANTES
- Cruz, I., & Puentes, A. (2012). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica . *edmetic*, 127-147.

- Delgado, M., Arrieta, X., & Riveros, V. (2009). *Uso de las TIC en educación, una propuesta para su optimización*. Obtenido de Omnia, Vol.15,Núm.3 pagina 58-77: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73712297005>.
- Doménech, F. (2012). *LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE EN LA SITUACIÓN EDUCATIVA*. Obtenido de <http://www3.uji.es/~betoret/Instruccion/Aprendizaje%20y%20Personalidad/Curso%2012-13/Apuntes%20Tema%205%20La%20ensenanza%20y%20el%20aprendizaje%20en%20la%20SE.pdf>.
- Domingo, J., Gallego, G., Catalina, M., & Garcia, A. (2012). Los Estilos de Aprendizaje como una Estrategia Pedagógica del siglo XXI. *Revista Electrónica de Socioeconomía, Estadística e Informática (RESEI)*.
- Duval, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En investigaciones en Matemática Educativa II (Editor F. Hitt)*. Grupo Editorial Iberoamérica. Traducción de: Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, Vol. 5 (1993).
- Enríquez, S. (s.f.). *La Formación docente, las tecnologías digitales y el desafío de la digitales y desafío de la calidad a corto plazo*. Ciudad de Plata, Argentina : Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación .
- Espejo, R. (Junio de 2016). *¿Pedagogía activa o métodos activos? El caso del aprendizaje activo en la Universidad*. Obtenido de <http://revistas.upc.edu.pe/index.php/docencia/article/view/456>
- Farfán, L. y. (2006). *La investigación educativa como base de la nueva Educación*. Congreso Estatal de investigación Educativa, Actualidad, Prospectivas y Retos 4 y 5.
- Fazzio, M., & colaboradro Poggi, P. (s.f.). *Graphmatica 2.0g*.

- Gerardo, D.-B. &. (2006). *Estrategias docentes para un aprendizaje, una interpretacion constructivista.*
- González, C. (2012). *TIC-TAC formas de enseñar maneras de aprender.* Obtenido de: <http://www.slideshare.net/flosflorum2/tic-tac-formas-de-ensear-vs-maneras-de-aprender>.
- González, I. (2011). Prospectiva de las Didácticas Específicas, una rama de las Ciencias de la Educación para la eficiencia en el Aula . *Perspectiva Educativa*, 1-31.
- Grané, M., & Bartalome, A. (2013). *Nuevas concepciones del Aprendizaje y la Educación:trending topics.* En J.L. Rodríguez(comp) . Barcelona: Universidad Barcelona.
- Gros, B., & Krischner, P. (2008). La investigación sobre la docencia en la universidad: el uso de entornos electrónicos en la educación superior, primera edición en castellano. Barcelona: Octaedro.
- Gutierrez, O. (30 de Septiembre de 2003). Enfoques y Modelos Educativos Centrados en el Aprendizaje. *FUNDAMENTOS PSICOPEDAGÓGICOS DE LOS ENFOQUES Y ESTRATEGIAS.*
- Hernández, M., Cantín García, S., & López, N. R. (s.f.). Estudios de encuestas, Métodos de investigación.
- Leiva C. (s.f.), Conductismo, cognitivismo y aprendizaje, Tecnología en Marcha. Vol. 18. No. 1.
- López, M. (2010). *Guía didáctica para la formación del profesorado y la innovación tecnológica en el espacio europeo de educación superior.* Sevilla : Edición digital @tres.
- Macias, D. (2007). *Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matematicas.* Obtenido de Revista Iberoamericana de Educación, 4, 1-17. Retrved From : <http://www.rieoei.org/deloslectores/1517Macias.pdf>

- Madrid, D., & Mayorga, M. (2010). ¿Didáctica General en y para educación social? Puntos de encuentro desde la perspectiva del alumnado. *Educatio siglo XXI*, 245-260.
- Montes Oca, N., & Machado, E. (2011). Estrategias docentes y métodos de enseñanza-aprendizaje en la Educación Superior. *Rev Hum Med [online]*, 475-488.
- Moreno, T. (2011). Didáctica de la Educación superior: Nuevos desafíos en el siglo XXI. *Perspectiva Educativa: Formación de Profesores*, 26-54.
- Moya, M. (2013). De las TICS a las TAC: La importancia de crear contenidos educativos digitales. *REVISTA DIM*, dim.pangea.org/revistaDIM27/docs/AR27contenidosdigitalesmonicamoya.pdf, 15.
- Pineda, L., Arrieta, X., & Delgado, M. (2009). Tecnologías didácticas para la enseñanza aprendizaje de la Física en la educación superior. *Telématique vol8*, 79-98.
- Sáez, J., & Ruiz, J. (2012). METODOLOGÍA DIDÁCTICA Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA EN EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS COGNITIVAS: APLICACIÓN EN CONTEXTOS UNIVERSITARIOS. *Revista de curriculum y formación del profesorado*, 19.
- Salinas, J. (2004). Innovación del docente y el uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista Universidad y Sociedad del conocimiento*, 1-16.
- Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista Universidad y Sociedad del Conocimiento*.

Investigaciones

- Aviles, P (2016). Uso de la didáctica del plegado de papel, como herramienta de apoyo en la enseñanza de los contenidos para estudiantes del 10º año de educación general básica, de la unidad Educativa Best del Cantón Vinces.

- Balcaza, T (2018). Investigación acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la optimización en Bachillerato, desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico y de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica.
- Castillo, S; Arrieta & Rodríguez, M (2005). Epistemología y método en Educación Matemática.
- Campos, Y. (1994). *Propuesta didáctica Integradora de la Matemática con la Computación*. México: ENSM.
- Cardona, M. (2003). Las relaciones laborales y el uso de las tecnologías informáticas .
- Carrión, V. (1999). *Álgebra de funciones mediante el proceso de visualización*. México: Depto. de Matemática Educativa, CINVESTAV.
- Escamilla, M. (2010). Identificación y Valoración de variables vinculadas al uso de las TIC's como estrategia de enseñanza-aprendizaje en la Universidad Atonoma de Querétaro, México. Especial referencia al uso de Blended Learning.
- Girón, F. (2014). factores de riesgo que ocasionaron la deserción de estudiantes de la facultad de ingeniería de la universidad rafael landívar. Guatemala.
- Gómez, V (2012). Las herramientas tecnológicas de la información y comunicación (TIC's) aplicadas en el desarrollo del servicio de tutoría universitaria.
- Hernandez, R. (2013). El uso de Cabri Geómetre II herramienta didáctica para mejorar la visualización de conceptos geométricos y aplicarlos a la resolución de problemas. Un estudio con estudiantes de la Carrera de Matemática del Centro Universidad Regional de San Pedro Sula de la Universidad pedagógica Nacional Francisco Morazán. Honduras.
- Iglesias, S. (1972). *Jean Piaget: epistemología matemática y psicología* . México: Universidad Autonoma Nuevo León.

- Lazaro, D. (2012). Estrategias didacticas y aprendizaje de la matematica en el programa de estudiospor experiencia laboral. Peru.
- López, E. (s.f.). Docnecia e innovación didactica universitaria con software social. *UPO INNOVA*.
- Macarena, M. (2012), Uso de Materiales Didacticos manipulativos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometria, Chile.
- Mead, G. (1934). Espíritu, Persona y sociedad desde el punto de vista del conductismo social. Buenos Aires.
- Mojica, N. (13 de Enero de 2015). *EL IMPACTO DE LAS TICS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS*. Obtenido de. <https://prezi.com/dd-ivfbevs1m/el-impacto-de-las-tics-en-la-ensenanza-de-las-matematicas/>
- Monsalve, O., & Jaramillo, C. (2003). El placer de doblar papel. Mostraciones y algunas aplicaciones matemáticas. *Educación y Pedagogía. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educacion* , 11-25.
- Mora, O. (2012), Diseño de Herramientas didácticas en ambientes virtuales de aprendizaje mediante unidades de aprendizaje integrando en Matemática, Colombia.
- Mosquera, A. (2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de funciones en el curso de cálculo diferencial de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. Colombia.
- Ordoñez, C (2018). la enseñanza y aprendizaje de la divisibilidad en álgebra superior mediada por un entorno informático.
- Osorio, V. (3 de Junio de 2001). *Taller Polígonos con papel. II Congreso Regional del Noroeste de la Enseñanza de las Matemáticas A.N.P.M.* Obtenido de <http://www.uaq.mx/matematicas/origami/taller1.html>

- Pérez, S. (2014). Estrategias de enseñanza aplicadas por docentes de los cursos de Física y Matemática de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media- EFPEM-.
- Prendes, M. (2011). *Innovación con TIC en enseñanza superior: descripción y resultados de experiencias en la Universidad de Murcia, Zaragoza España*.
Obtenido de Disponible en:
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=217017192021>
- Real, M. (S.f.). *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas*. Obtenido de Materiales para el desarrollo curricular de matemáticas de tercero de ESO por competencias:
https://personal.us.es/suarez/ficheros/tic_matematicas.pdf
- Reig, D. (2013). *TEP-learning, la excelencia que no puede ser masiva*. Obtenido de <http://www.dreig.eu/caparazon/2011/10/11/tic-tac-tep/>
- Rojas, D., Graviria, A., & Valderrama, J. (2014). *Aprendizaje de la Geometría mediada con herramientas didácticas*. PITALITO HUILA.
- Romero, F. (2009). Aprendizaje Significativo y Constructivismo. *Revista digital para Profesionales de la Enseñanza*.
- Romero, F. (s.f.). Aprendizaje Significativo y Cons.
- Ruiz, M., Ávila, P., & Villa-Ochoa, J. (2013). *Uso de Geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas*. En Córdoba, Francisco; Cardeño, Jorge (Eds.): Desarrollo y uso didáctico de Geogebra. Conferencia Latinoamericana Colombia 2012 y XVII Encuentro Departamental de Matemáticas (pp. 446-454). Medellín: Fondo Editorial ITM.
- Sánchez, A. (s.f.). *Incorporación de las TICs en el aprendizaje de la matemática en el sector universitario*. Obtenido de:
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10206/10856>

- Suarez, M. (1999). *Las Matemáticas aplicadas a la Ingeniería*. Obtenido de artículo publicado en la ferretería virtual ANUIES, DF. Mexico.
- Tarpy, M, (1968). *El profesor y las imágenes*, Barcelona, España: Vicens-vives.
- Trigo, S. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y Perspectiva Vol.20*, 247-258.
- Villanda, A. (2013). *Diseño e implementación de curso virtual como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones cuadráticas para el grado noveno en la institución educativa Gabriel García Márquez utilizando Moodle*.
- Yanes, V. (2016). TIC's como estrategia didáctica en el aprendizaje de la matemática de primer nivel de Ingeniería en Gestión Ambiental. Ecuador.
- Zapata-Ros, M. (s.f.). Teoría y Modelos sobre el Aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Departamento de Computación, UNiversidad de Alcalá, España.
- Zubiría, J. d. (2006). *Los Modelos Pedagógicos, hacia una pedagogía dialogante* . Bogota, Colombia: Pedagogía dialogante.

Sitio WEB

- Topanata, K (2012), Definición de Isabel en el Aprendizaje. En su blog: <http://aprendizaje-significativ.blogspot.com/2012/10/definicion-de-isabel-en-el-apredizaje.html>.

ANEXOS

Plan de investigación

Antecedentes

- Macarena, M. (2012) en su tesis titulada “Uso de Materiales Didácticos manipulativos para la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría”, tesis de grado de Maestría en el Departamento de Didáctica de la Matemática realizado en Granada Chile, teniendo como pregunta de investigación, ¿Qué materiales manipulativos conocen y utilizan los docentes para la enseñanza de la geometría?, buscando el objetivo: identificar y describir algunos indicadores del dominio del material manipulativo por parte de algunos docentes para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Para obtener la información pertinente, se diseñó una encuesta destinada a profesores de distintos establecimientos educativos en la Región Metropolitana de Santiago de Chile, con diferente dependencia administrativa y distinta metodología de trabajo. De acuerdo con los propósitos de la investigación, los sujetos participantes son docentes que imparten clases de matemática, en Santiago de Chile.

Los docentes encuestados si conocen la mayor parte de los materiales manipulativos de los presentados en el cuestionario, lo que no supone una instrucción sobre el material o el uso de este en el aula. Este hecho no influye en la calidad de la enseñanza y aprendizaje de la geometría, ya que conocer el material no indica que mejore el aprendizaje del alumno.

- Mora, O (2012), en su tesis titulada “Diseño de Herramientas didácticas en ambientes virtuales de aprendizaje mediante unidades de aprendizaje integrando en Matemática” tesis de grado de maestría en Enseñanza de las

Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira. Teniendo como problema de investigación: ¿Cómo diseñar herramientas didácticas para ser usadas en Ambientes Virtuales de Aprendizaje a través de un Sistema de Gestión de Aprendizaje y Unidades de Aprendizaje Integrado articuladas al currículo de Matemáticas Básicas en grupos de prueba de nivel de educación media y educación superior? Y como objetivo Diseñar herramientas didácticas para ser usadas en Ambientes Virtuales de Aprendizaje a través de un Sistema de Gestión de Aprendizaje y Unidades de Aprendizaje Integrado articuladas al currículo de Matemáticas Básicas en grupos de prueba de nivel de educación media y educación superior. Esta investigación fue de tipo exploratorio – descriptivo, analizando el impacto de Objetos de Aprendizaje y aplicativos administrados a través de un LMS. Además de identificar la importancia de la implementación de los recursos pedagógicos en el aprendizaje de los estudiantes, los resultados de ésta investigación muestran el notable desempeño de la prueba en estudiantes que evaluó las gráficas de funciones reales y conceptos básicos de trigonometría extra clase.

- Gómez, V.(2012) en su tesis “Las herramientas tecnológicas de la información y comunicación (TIC’s) aplicadas en el desarrollo del servicio de tutoría universitaria” tesis de maestría de la Universidad de San Martín de Porres, El problema: Está centrada en cuestionarse de manera las herramientas de la información y la comunicación (TIC’s) aplicadas en el desarrollo del servicio de tutoría influyen en el desempeño académico, personal y profesional del estudiante universitario de pre grado, dado el nuevo contexto enseñanza-aprendizaje, basado en técnicas didácticas de aprendizaje, el objetivo se orienta a determinar si el uso de las herramientas tecnológicas de la información y comunicación (TIC’s) aplicadas en el desarrollo del servicio de tutoría influyen significativamente en el desarrollo académico, personal y profesional de los estudiantes universitarios de pregrado. La metodología se

centra en diseño no experimental, de tipo descriptivo-correlacional y nivel III con un enfoque mixto (cualitativo-cuantitativo), se trabajó con una muestra de 100 alumnos de la escuela profesional de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la universidad Nacional Mayor de San Marcos, en el semestre académico 2011-II. Entre los resultados obtenidos se evidencia la precepción de los estudiantes respecto a los indicadores de las variables, muestran su capacidad de manera vivencial en entornos virtuales, lo que estimula el trabajo colaborativo.

- Lázaro, D (2012) en su tesis titulada “Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral” tesis de grado de Doctor en Educación en la Universidad San Martín de Porres en Lima Perú. Teniendo como problema de investigación ¿cuál es la relación entre las estrategias didácticas y el proceso de aprendizaje de la matemática del programa de Estudios por Experiencia Laboral EPEL en la Universidad Ricardo Palma en el periodo 2005-2008?, Teniendo como objetivo de la investigación Determinar la relación entre las estrategias didácticas y el proceso de aprendizaje de matemática en los estudiantes del programa de Estudios por Experiencia Laboral EPEL en la Universidad Ricardo Palma en el periodo 2005-2008?. El nivel de la investigación es descriptivo-correlacional correspondiendo a un diseño no –experimental, realizándola en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad Ricardo Palma. Entre los resultados, se puede afirmar que alcanzo el objetivo general y se comprobó la hipótesis. La investigación realizada permitió apreciar, según los resultados de rendimiento académico, influencia positiva de las estrategias de aprendizaje de la matemática del Programa de Estudios por Experiencia Laboral EPEL.
- Hernández, R (2013). En su tesis titulada “El uso de CabriGeómetre II herramienta didáctica para mejorar la visualización de conceptos geométricos

y aplicarlos a la resolución de problemas. Un estudio con estudiantes de la Carrera de Matemática del Centro Universidad Regional de San Pedro Sula de la Universidad pedagógica Nacional Francisco Morazán”, tesis de grado Maestría en Matemática Educativa, en la Universidad pedagógica nacional Francisco Morazán, en San Pedro Sula. Teniendo como pregunta problema ¿Cómo abordan los estudiantes un problema de tipo geométrico mediante el uso de software CabriGéometre II? Teniendo como objetivo: Explorar como el software CabriGéometre II contribuye al aprendizaje significativo de concepto de geometría plana. La investigación tiene un enfoque cuantitativo de tipo descriptivo con diseño no experimental longitudinal panel, enmarcada en la matemática educativa. Como población se estableció a todos los estudiantes de la carrera Matemática del Plan 2008 del Centro Universitario Regional de la Universidad Pedagógico Francisco Morazán de San Pedro Sula. Como principales resultados se tiene: cuando los alumnos no utilizan tecnología presentan debilidades en la visualización y descubrimiento de patrones en problemas geométricos y falta de heurísticas en la solución de un problema de este tipo.

- Mosquera, A. (2013) en su tesis titulada “Propuesta didáctica para la enseñanza de funciones en el curso de cálculo diferencial de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín” tesis de grado de Maestría de las Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia.

Teniendo como problema de investigación ¿Cómo lograr que los estudiantes hagan significativo el concepto de función a partir de las formas de representación; visualización y modelación que lo lleven a establecer conclusiones lógicas que permitan superar esta dificultad? Teniendo como objetivo de la investigación: Diseñar e implementar una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa, que permita lograr en esta medida aprendizajes de funciones a través de las formas de representación visualización-

modelación en estudiantes de cálculo diferencial del grupo 17 01-12 de la universidad nacional de Colombia, sede Medellín.

Habiendo como población a los estudiantes de cálculo diferencial del grupo 17 01-12 de la universidad nacional de Colombia, sede Medellín. Presentando como resultados el trabajo con situaciones problema, posibilita el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los estudiantes y de sus competencias. Formular y resolver problemas que involucren funciones, deberá ir de la mano con la implementación de otros procesos generales tales como: modelación de situaciones de la realidad; comunicar; razonar; comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Esta implementación deberá hacerse de manera activa, constructiva, dinámica y creativa, en el propósito de que los estudiantes realicen aprendizajes verdaderamente significativos.

- Rojas, D; Gaviria, A & Valderrama, J. (2014) en su Investigación titulada “Aprendizaje de la Geometría mediada con Herramientas Didácticas”, investigación realizada en Timaná Huila, teniendo como pregunta de investigación: ¿Cómo potenciar el aprendizaje de la geometría, en estudiantes de la Fundación Educativa Timaná a través de herramientas didácticas?

Su objeto de la investigación: Potenciar el aprendizaje de la geometría, en estudiantes del grado noveno de la Fundación Educativa Timaná a través de herramientas didácticas. Mediante enfoque cualitativo con modalidad de investigación acción educativa, con carácter descriptivo; donde se encontró que los modelos metodológicos utilizados por los docentes son pocos variados en la enseñanza de la geometría, lo cual, perjudica el interés y motivación de los escolares por aprender, imprescindible en los procesos de enseñanza y aprendizajes.

Además, los contenidos de la geometría no se enseñan toda según lo contemplado en el currículo, por falta de tiempo y estar incluida en el último período. Sin embargo, la utilización de herramientas didácticas favorece la motivación mediante una actitud adecuada para el proceso de aprendizaje de los contenidos por parte de los sujetos en formación, asimismo, permiten desarrollar dentro de las aulas, trabajo organizado y colaborativo entre los escolares, además de su aplicabilidad a otras áreas.

- Avilés, P (2016) en su tesis titulada “Uso de la didáctica del plegado de papel, como herramienta de apoyo en la enseñanza de los contenidos de la geometría para estudiantes del 10° año de educación general básica, de la unidad Educativa Best del Cantón Vinces.” Tesis de grado de Maestría en Ciencias de la Educación. El objetivo principal a cumplir por el estudio es la elaboración de la didáctica del plegado de papel como herramienta de apoyo para la comprensión de los contenidos de la geometría en los alumnos de esta institución, identificando las fortalezas y debilidades de la didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje, su aplicación en actividades significativas, y la posterior evaluación de resultados.

La investigación está orientada bajo una metodología de corte cualitativo, las actividades que surgen de ésta dependen del contexto del cual se extraen los datos, de las entrevistas, cuestionarios, observaciones y materiales de los estudiantes.

La información recolectada fue en forma de textos (cuestionarios), imágenes (material del alumno), observaciones, entrevistas, análisis documentales, etc. La población de investigación está dirigida a los estudiantes del 10° año de Enseñanza General Básica, y la docente del área de matemática, las mismas. Teniendo como resultados: La didáctica del plegado de papel o papiroflexia, es un recurso de apoyo al trabajo pedagógico del docente para la enseñanza

aprendizaje de la geometría elemental plana, permitiendo desarrollar diferentes contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, generando destreza manual, exactitud e interdisciplinaridad de la ciencia matemática con otras ciencias o con el arte; es una metodología que desarrolla actitudes como la observación, paciencia, cuidado, socialización y atención, dependiendo los logros del mismo estudiante y no tanto del profesor.

- Yanes, V. (2016) en su tesis titulada “TIC’s como estrategia didáctica en el aprendizaje de la matemática de primer nivel de Ingeniería En Gestión Ambiental” tesis de grado de Maestría en Tecnologías para la Gestión y Práctica Docente en la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, en Esmeraldas Ecuador.

Teniendo como objetivo Analizar las estrategias didácticas de enseñanza, mediadas con herramientas tecnológicas educativas, que se desarrollan para el aprendizaje de Matemática de Primer Nivel de Ingeniería en Gestión Ambiental de la PUCESE. La población de estudio pertenecía al Primer Período Académico del año 2014 llevado a cabo en la Pontificia Universidad Católica del Ecuador – Sede Esmeraldas (PUCESE). Para esta investigación se estimó trabajar con la población total pues se consideró que el número de participantes para la recolección de información era manejable y por lo tanto era factible aplicar el respectivo instrumento a todos los participantes.

Además, la información reportada se basó en los datos proporcionados por la Secretaria General, correspondientes al Primer Semestre Académico del 2014. Como propuesta alternativa se consideró al software educativo Exe-Learning, que es un software cuyas características especiales lo distinguen entre los de su tipo, por lo que su uso como herramienta de apoyo sería una contribución para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de Matemática de Primer Nivel.

- Ruiz. J (2017) en su tesis titulada La aplicación de las herramientas didácticas en el aprendizaje de la Matemática, estudio que se realizó en la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física de la EFPEM USAC , tesis de grado de maestría en ciencias, tiene como objetivo “Promover el fortalecimiento de aprendizaje de los contenidos de matemática en los estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física, a través de la aplicación de las herramientas didácticas por los docentes”.

La problemática fue “El aprendizaje de los estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física se ve influenciado por la aplicación de las herramientas didácticas que utilizan los docentes”. La investigación fue de enfoque cuantitativo, no experimental, el enfoque utilizado fue inductivo descriptivo, para recolectar la información se aplicó encuesta a los docentes y estudiantes, así como una escala de apreciación para las observaciones de clase y una guía de revisión para los registros de notas.

Entre los resultados más importantes que se obtuvieron fueron: Los estudiantes, han obtenido malos resultados en las evaluaciones, el aprendizaje de la mayoría de estudiantes se ha sido considerado como nivel bajo. Los docentes aplican diferentes Herramientas Didácticas en el desarrollo de los cursos que imparten. La relación del Aprendizaje de Matemática y la Aplicación de las Herramientas Didácticas indicó que la aplicación de las Herramientas Didácticas no influyó positivamente en el aprendizaje de los estudiantes.

- Bautista T. (2018) en su tesis titulada “Investigación acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la optimización en el Bachillerato, desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico de Representación Semiótica”, tesis de grado doctoral, tendiendo como objetivo general identificar, describir y explicar los factores

relacionados con los fenómenos didácticos que surgen en la enseñanza y el aprendizaje de las nociones matemáticas asociadas a los problemas de optimización, que se resuelven con las herramientas del Cálculo Diferencial, utilizando los instrumentos teóricos que facilitan el Enfoque Ontosemiótico y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica.

El problema de investigación que se presenta se centra en el estudio de los problemas de tipo didáctico que surgen en la enseñanza de las nociones matemáticas asociadas a los problemas de optimización en el Bachillerato. Atendiendo a las características del estudio lo clasificamos según los ejes de investigación que se proponen en el EOS.

La investigación que hemos realizado es de carácter cualitativo preferentemente ya que se enfoca a comprender y profundizar los fenómenos didácticos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto, de tal modo que los planteamientos se aplican a un número menor de casos. Sin embargo, también tiene aspectos de carácter cuantitativo ya que los planteamientos que se realizan son direccionados y fundamentados en la revisión de la literatura.

Entre sus conclusiones estudiar y extraer el significado institucional implementado de los problemas de optimización que se proponen en el desarrollo de la instrucción, mediante las configuraciones epistémicas asociadas, a nivel de segundo curso de Bachillerato, utilizando los apuntes de clase, por medio del análisis de las entidades primarias de la actividad matemática ya citadas: situaciones-problema, lenguajes utilizados, procedimientos, conceptos, propiedades y argumentaciones, así como las no congruencias de las conversiones entre registros de representación semiótica.

- Ordoñez C. (2019) en su tesis titulada “La enseñanza y aprendizaje de la divisibilidad en el álgebra superior mediada por un entorno informático”, tesis

de grado doctoral, teniendo como objetivo general: describir y analizar el uso de los recursos informáticos en la enseñanza y el aprendizaje de la divisibilidad, para grado en ingeniería informática, identificando fenómenos didácticos y conflictos de significado, utilizando para ello las herramientas que propone el Enfoque Ontosemiótico, teniendo como conclusiones en lo que respecta al aprendizaje, hay un tanto por ciento elevado de estudiantes que realizan correctamente la cuestión. Además, a través de los procedimientos (apoyado por los resultados del lenguaje y las argumentaciones), se ha podido observar que más de la mitad de los estudiantes (el 55,2 %) eligen un desarrollo tabular y/o numérico (como el realizado con los recursos informáticos), lo que les permite abordar la resolución desde lo particular, mientras que el 53% aborda la resolución desde lo general. Estimamos que esto es debido al impacto del entorno computacional en el que se ha desarrollado la instrucción.

Delimitación del problema

Por tal razón las universidades han buscado mejorar el aprendizaje de sus estudiantes, aplicando las diferentes herramientas didácticas, entre las cuales se puede mencionar las Tecnología de Información y Comunicación (TIC) y la Tecnología de Aprendizaje y Conocimiento (TAC), siendo estas modalidades que maximizan conocimientos y lleva a la concepción de nuevas ideas, por medio del alcance ilimitado que estas proporcionan en el campo educativo. Los profesores universitarios de matemática utilizan estrategias digitales para formar a los profesores en ejercicio, pero en muchos casos dichos recursos son obsoletos.

En cuanto a la enseñanza del tema de funciones exponenciales y logarítmicas, los estudiantes han manifestado problemas en la aplicación del contenido en diferentes escenas, pues el tema es muy amplio y su aplicabilidad es muy compleja, el contenido en la mayoría de casos pide una gráfica la cual les dificulta

expresar, por tal motivo es necesario utilizar software o apps matemáticos, que apoyen la comprensión del tema.

Con lo anteriormente mencionado también se puede señalar que los profesores también carecen de una didáctica específica para impartir los contenidos matemáticos, pues en su formación de pregrado y grado no llevan una alineación de una didáctica específica del área de matemática, también es importante que se dé a conocer un enfoque didáctico específico como lo es Enfoque ontosemiótico EOS del área de matemática para impartir los temas de una manera más lógica y más ordenada.

Lo anterior lleva a plantear como problema de investigación:

¿Cómo el aprendizaje de los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, se ve influenciado por la aplicación de herramientas digitales aplicando el enfoque ontosemiótico por parte de los docentes?

De esta pregunta se derivaron las siguientes interrogantes:

- ¿Qué resultados cognitivos del tema de las funciones exponenciales y logarítmicas se obtienen al utilizar herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico?
- ¿Qué herramientas digitales se pueden utilizar para la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas?

- ¿Qué correlación cognitiva se puede obtener al enseñar las funciones exponenciales y logarítmicas con el uso de herramientas tradicionales y digitales?
- ¿Qué propuestas didácticas existen, acerca de la utilización de herramientas digitales haciendo uso del enfoque ontosemiótico en el tema de funciones exponenciales y logarítmicas?

Justificación

La utilización de herramientas digitales en la clase matemática, ayudan a comprender las concepciones de los contenidos matemáticos de forma ilimitada, permitiendo que la noción de conocimientos se maximicen, dando más sentido al brindarlo con la opción de manipular objetos digitales y facilitando variedad de escenas de aplicación, es importante la ejecución de estas herramientas por parte del docente para desarrollar habilidades al estudiante y así poder enfrentar nuevos conocimientos, así como es significativo que los estudiantes tengan las siguiente tipología de objetos primarios como lo son: los elementos lingüísticos en sus diversos registros, la situaciones problema, los conceptos, las proposiciones, así como los procedimientos y los argumentos que propone el EOS.

“La era digital se distingue, entre otras cosas, por la apertura del dinamismo en la gestión del conocimiento, que convierte en obsoleta la antigua función del profesor transmisión de información.” (Castañeda 2008)

En virtud de lo anterior se busca establecer el uso de herramienta digitales existentes para verificar que diferencias existen en los resultados cognitivos,

cuando se hace uso de estas herramientas aplicando enfoque ontosemiótico y cuando no se hacen uso de ellas en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas, para los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, y así estos puedan mejorar sus experiencias docentes en la ejecución de las propuestas didácticas que se implementen para el estudio.

Por tal razón el beneficio que los estudiantes (de institutos o colegios) obtendrán con el presente estudio es que mejoren su comprensión del contenido, por medio de la transmisión del profesor-estudiante, pues los estudiantes llegaran al nivel cognitivo que su profesor pueda transmitir.

Así mismo, la investigación busca contribuir, con una propuesta metodológica de utilización de herramientas digitales, con el fin de apoyar a mejorarla enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas, haciendo uso de las actuales apps y software matemáticos.

Planteamiento del Problema

En un mundo globalizado como el actual, el uso de la tecnología se hace imprescindible, y en la educación se convierte en una herramienta indispensable, puesto que dentro del campo educativo es donde se logra formar a la persona y es en el cual se le facilitan los medios y herramientas para que pueda desenvolverse en la vida cotidiana con altos índices de competitividad, entre los requerimientos; se demandan una alta capacidad bajo los parámetros de eficiencia, eficacia y calidad, con el propósito de generar la optimización a partir del manejo responsable de los recursos que está a la disposición.

El ámbito educativo no se puede quedar al margen ante estas herramientas digitales, pues la mayoría de niños y jóvenes actualmente manejan con gran propiedad tales dispositivos, por este motivo se hace necesario implementar estrategias didácticas, que aborden esta tendencia global, respondiendo a las expectativas a fin de generar personas competentes.

De tal manera, se puede hacer mención de que algunos profesores carecen del conocimiento específico en este ámbito, pues en la mayoría de los casos estos se encuentran situados como inmigrantes digitales, no contando con la habilidades en cuanto a la aplicación de las herramientas en los diversos contenidos matemáticos, limitando así la aplicación de los temas en diversas escenas de aprendizaje, causando en el estudiante una comprensión muy ambigua, con ideas muy vagas del tema, aunado a la desmotivación en el proceso del desarrollo de los aprendizajes, puesto que no se entiende en qué momento se puede aplicar el contenido en la vida diaria.

Justificación

La utilización de herramientas digitales en la clase matemática, ayudan a comprender las concepciones de los contenidos matemáticos de forma ilimitada, permitiendo que la noción de conocimientos se maximicen, dando más sentido al brindarlo con la opción de manipular objetos digitales y facilitando variedad de escenas de aplicación, es significativo la ejecución de estas herramientas por parte del docente para desarrollar habilidades al estudiante y así enfrentar nuevos conocimientos, así como es significativo que los estudiantes tengan las siguiente tipología de objetos primarios como lo son: los elementos lingüísticos en sus diversos registros, la situaciones problema, los conceptos, las proposiciones, así como los procedimientos y los argumentos que propone el EOS.

“La era digital se distingue, entre otras cosas, por la apertura del dinamismo en la gestión del conocimiento, que convierte en obsoleta la antigua función del profesor transmisión de información.” (Castañeda 2008)

En virtud de lo anterior se busca establecer el uso de herramienta digitales existentes para verificar que diferencias existen en los resultados cognitivos, cuando se hace uso de estas herramientas aplicando enfoque ontosemiótico y cuando no se hacen uso de ellas en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas, para los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, y así estos puedan mejorar sus experiencias docentes en la ejecución de las propuestas didácticas que se implementen para el estudio.

Por tal razón, el beneficio que los estudiantes (de institutos o colegios) obtendrán con el presente estudio es que mejoren su comprensión del contenido, por medio de la transmisión del profesor-estudiante, pues los estudiantes llegaran al nivel cognitivo que su profesor pueda transmitir.

Así mismo la investigación busca contribuir, con una propuesta metodológica de utilización de herramientas digitales, con el fin de apoyar a mejorarla enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas, haciendo uso de las actuales apps y software matemáticos.

Objetivos

Objetivo General

Determinar la influencia de la aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico, en el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en

los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, para evidenciar los resultados cognitivos.

Objetivos específicos

- Determinar los resultados cognitivos que se obtienen al utilizar herramientas digitales haciendo uso del enfoque ontosemiótico, con el fin de buscar propuestas para mejorar la aplicación de estas en diversos temas.
- Correlacionar el aprendizaje, al enseñar las funciones exponenciales y logarítmicas con herramientas tradicionales y digitales haciendo uso del Enfoque Ontosemiótico, con el fin de verificar que tipo de relación.
- Identificar la o la (s) herramienta(s) digital(es) que son más accesible para la adquisición cognitiva de las funciones exponenciales y logarítmicas, para poder aprovechar los recursos que estas ofrecen en la enseñanza
- Proponer sugerencias para la aplicación de herramientas digitales haciendo uso del Enfoque Ontosemiótico hacia el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas.

Hipótesis

Según Mendenhall (2008) “las dos hipótesis en competencia son las hipótesis alternativas son la hipótesis alternativa H_1 y la hipótesis nula H_0 una contradicción de la hipótesis alternativa” (p.344)

Por lo que para motivos de la investigación se usaron las siguientes hipótesis:

H_0 . El aprendizaje de los estudiantes de matemática II, en cuanto al tema de funciones exponenciales y logarítmicas, no es maximizada, al no obtener notas mayores 80 puntos, siendo instruidos por la utilización de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico.

H_1 . El aprendizaje de los estudiantes de matemática II en cuanto al tema de funciones exponenciales y logarítmicas, es promovida de manera efectiva al obtener todas las notas mayores o iguales a 80 puntos, siendo instruidas por la utilización de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico

1.8 Listado de variables:

- 1) Aprendizaje de las Matemáticas.
- 2) Enfoque ontosemiótico
- 3) Herramientas digitales.

1.9 Operacionalización de hipótesis:

Variable	Definición teórica	Definición Operacional	Indicadores	Escala de medida	Técnicas	Instrumentos
Aprendizaje de las Matemáticas	Según Campos, Y (1995) considera que el aprendizaje de matemática es: “un proceso de interacción consiente con la realidad de las cuales generan modelos conceptuales y formales en ella, con diversos grados de abstracción, habiendo la necesidad de ejercitar los modelos y aplicarlos en las nuevas situaciones para lograr la permanencia y la transferencia”	Para la investigación se manifiesta el aprendizaje de la matemática a la correcta aplicación del contenido en resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas. • Aplicación del contenido. • Nivel de eficacia en resolución de problemas matemáticos. 	<p>¿Cuál es el nivel de conocimiento adquirido en la función exponencial y logarítmica?</p> <p>Medida en Percentiles</p>	Pre test Post test	Guía de revisión

<p>Enfoque Ontosemiótico o EOS</p>	<p>Según Godino, Batanero y Font (s.f.) El EOS es un sistema teórico inclusivo que trata de articular diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza. Fue iniciado por el grupo de investigación Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada a principios de los años 90 siendo en la actualidad desarrollado y aplicado por otros grupos de investigación españoles y latinoamericanos.</p>	<p>Para la investigación se manifiesta la aplicación del EOS con la concentración de los niveles de comprensión</p>	<p>Configuración didáctica inicial Configuración didáctica final</p>	<p>Asimilación del objeto matemático Medida en percentiles</p>	<p>Post test</p>	<p>Guía de observación</p>
------------------------------------	--	---	---	---	------------------	----------------------------

Herramientas digitales	Las herramientas digitales se definen como el “apoyo para los procesos de enseñanza aprendizaje en el aula, y sirve para desarrollar actividades interactivas que ayuden a facilitar la construcción de conocimiento, permitiendo la interacción de los estudiantes con el docente y con los otros estudiantes.” (Villanda, A. 2013.)	Para la investigación se entenderá como herramientas didácticas a los medios que presentan apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje brindando conocimientos significativos	El docente apoya su proceso de enseñanza aprendizaje con la utilización de herramientas didácticas entre las cuales están: las TIC’s, software matemático, etc. El docente utiliza nuevas formas de aprendizaje apoyada con la tecnología El docente apoya su proceso con material que fortalezca más el aprendizaje.	Asimilación del objeto matemático y manipulación virtual del mismo Medida en percentiles	Observación	Cuestionario
------------------------	--	---	---	---	-------------	--------------

Fuente: Elaboración propia

Delimitación

Delimitación espacial

El estudio se realizará con dos grupos focales de la matemática II del profesorado en Enseñanza Media en Ciencias Especializado en Física-Matemática.

Delimitación temporal

Para la investigación se ha considerado el año 2020 tomándose en base a la relación de hechos fenómenos y sujetos de la realidad que se investiga; acatando en un periodo de seis meses para la elaboración del proyecto. La temporalidad de la investigación es transversal pues es una investigación que analiza datos de variables recopiladas en un periodo de tiempo sobre una población o subconjunto predefinido.

Metodología

FICHA METÓDICA

DATOS DE IDENTIFICACIÓN	ACCIONES
ENFOQUE METÓDICO GENERAL	Cuantitativo

CLASE DE ESTUDIO	Experimental
TIPO	Transversal
SUB TIPO	Correlacional – Descriptiva
UBICACIÓN METÓDICA	<p>Investigación experimental</p> <ul style="list-style-type: none"> • La investigación que se desarrollo es descriptiva correlacional. Según Hernández, Fernández y Baptista (2010) “este tipo de estudios tienen como propósito medir el grado de relación que exista entre dos o más conceptos o variables, miden cada una de ellas y después, cuantifican y analizan la vinculación. • Tiene un enfoque cuantitativo debido a que se utilizaron mediciones y se establece una relación entre las variables Achaerandino (2010) • La investigación es experimental porque se maniobraran las variables y el alcance es de tipo descriptivo pues pretende buscar especificar las prioridades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier fenómeno que sea sometido a análisis. Miden y evalúan diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o fenómenos a investigar (Hernández, Fernández, & Lucio, 2010) • Partirá de la perspectiva de evaluación de la aplicación de herramientas digitales como construcción de aprendizajes.

	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluará a los estudiantes del profesorado en enseñanza media en ciencias especializado en física-matemática en EFPEM, en los conocimientos adquiridos en dos grupos focales. • Analizará: La influencia que se tendrá con la aplicación de herramientas digitales relacionándolo con los que aplican herramientas tradicionales.
<p>MÉTODOS PARTICULARES</p>	<p>Se realizarán procesos de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El método que se utilizará en la investigación es de tipo Inductivo porque se partirá de resultados obtenidos en casos particulares y estableció relaciones generales que expliquen un problema determinado. (Ortíz & García, 2000) • Por el tipo de investigación, el método es Descriptivo, porque los resultados obtenidos describirán la situación actual del aprendizaje del tema y no se pretende demostrar algún fenómeno. • Será correlacionar puesto que se señalara la relación que entre las variables.
<p>TÉCNICAS</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observación este método de recolección de datos consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamientos y situaciones observables, a través de un conjunto de categorías y subcategorías. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010) • Revisión de notas de pre test y post test Hernández, Fernández y Baptista (2010) implica revisión de

	<p>documentos, registros públicos y archivos físicos o electrónicos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grupos experimental recibe el tratamiento o estímulo experimental o, lo que es lo mismo, se le expone a la variable independiente (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010)
<p>PROCEDIMIENTOS</p>	<p>En la presente investigación para recolectar la información se aplicará los siguientes instrumentos</p> <p>Para determinar el nivel de conocimiento acerca del tema: funciones exponenciales y logarítmicas se realizará una prueba estandarizada (pre test) el objetivo que tiene es medir los conocimientos previos de los estudiantes</p> <p>Seguido de esto se utilizará secuencias de aprendizaje a un grupo con el experimento haciendo uso de herramientas virtuales y la aplicación del enfoque ontosemiótico; al segundo grupo se le transmitirá el conocimiento de forma tradicional haciendo uso de la pizarra y libros de texto.</p> <p>Para finalizar se aplicará un post test para medir los conocimientos que obtuvieron los dos grupos adquirido con la aplicación del experimento y con los que no se aplicó el experimento, para correlacionar los dos resultados</p>

<p>FORMAS, INSTRUMENTOS Y HERRAMIENTAS.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Formas. <ul style="list-style-type: none"> · Se utilizarán citas textuales para el informe final, cuadros de resumen y gráficos estadísticos intercalados estratégicamente dentro del texto. · Fichas para citas textuales. · El estudio se presentará en un discurso técnico por capítulos. • Instrumentos. Se elaborará: <ul style="list-style-type: none"> · Pre test y post test para los dos grupos focales, donde se medirán los conocimientos previos y los conocimientos adquiridos por los dos grupos focales. • Herramientas. Se implementará: <ul style="list-style-type: none"> · Gráficos de barras y de frecuencias para facilitar la interpretación y explicación al fenómeno. · Correlación de Pearson, para medir la relación entre aprendizaje y aplicación de herramientas digitales · Aplicación para tabular la información.
--	--

Tabla 1. Ficha metódica. Fuente: elaboración propia

Tipo de investigación

Como propósito de investigación será aplicada según Piloña, G (2016) su propósito se dirige a mejorar un producto o un proceso, a aprobar concepciones teóricas en situaciones o problemas reales.

La investigación tendrá un alcance correlacional. Según Hernández, Fernández y Baptista (2010) “este tipo de estudios tienen como propósito medir el grado de relación que exista entre dos o más conceptos o variables, miden cada una de ellas y después, cuantifican y analizan la vinculación.

Tiene un enfoque cuantitativo debido a que se utilizaron mediciones y se establece una relación entre las variables Achaerandino (2010)

La investigación es experimental porque se maniobrarán las variables y el alcance es de tipo descriptivo pues pretende buscar especificar las prioridades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier fenómeno que sea sometido a análisis. Miden y evalúan diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o fenómenos a investigar (Hernández, Fernández, & Lucio, 2010)

Esta investigación responderá a la pregunta planteada en el problema de investigación: ¿Cómo el aprendizaje de los estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática, se ve influenciado por la aplicación de herramientas digitales por parte de los docentes?

Métodos

El método que se utilizará en la investigación es de tipo Inductivo porque se partirá de resultados obtenidos en casos particulares y establecerá en relaciones generales que expliquen un problema determinado. (Ortíz& García, 2000)

Por el tipo de investigación, el método es Descriptivo, porque los resultados obtenidos describirán la situación actual del aprendizaje del tema y no se pretende demostrar algún fenómeno.

De análisis Proceso de conocimiento que se inicia con la identificación de cada una de las partes que caracterizan una realidad. Así se establece la relación causa-efecto entre los elementos del objetivo. (De Valero, M., 2.000)

De Síntesis Proceso que va de lo simple a lo complejo, de la causa a los efectos, de la parte al todo, de los principios a las consecuencias.” (De Valero, M., 2.000).

Técnica

En la investigación para recolectar la información se aplicaron las técnicas:

1. Observación este método de recolección de datos consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamientos y situaciones observables, a través de un conjunto de categorías y subcategorías. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010)
2. Revisión de notas de pre test y post test Hernández, Fernández y Baptista (2010) implica revisión de documentos, registros públicos y archivos físicos o electrónicos.
3. Grupos experimental recibe el tratamiento o estímulo experimental o, lo que es lo mismo, se le expone a la variable independiente (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010)

Instrumentos

En la presente investigación hará uso de los siguientes instrumentos para recolectar la información.

Para determinar el aprendizaje de las matemáticas se realizará un pre test y post test a los dos grupos que se estudiarán, por medio de revisión de datos, el cual es un procedimiento de recoger datos de información para la investigación educativa (Hernández, Cantín García, & López, s.f.)

Para determinar la aplicación de herramientas didácticas (tecnológicas y tradicionales) en la enseñanza de la matemática por parte de los docentes se aplicará a los estudiantes un cuestionario, el cual consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010)

También se realizará una observación, este método de recolección de datos consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamientos y situaciones observables, a través de un conjunto de categorías y subcategorías. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010)

Procedimientos

Se aplicará un pre test a los dos grupos para establecer el conocimiento que tienen acerca de los temas de funciones exponenciales y logarítmicas, a profesores-estudiantes del Profesorado de Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática.

Se impartirá el contenido de forma tradicional a un grupo y al otro grupo haciendo uso de herramientas digitales, impartiendo el mismo contenido.

Se aplicará un post test a los dos grupos para establecer la relación de los conocimientos adquiridos de los temas de funciones exponenciales y logarítmicas.

Población

La población que se investigará constituirá a los estudiantes de matemática II del Profesorado en Enseñanza Media en Ciencias especializado en Física-Matemática del año 2020, de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media EFPEM, de la Universidad de San Carlos de Guatemala USAC. Por parte de la investigación se trabajará con el 100% de la población

No	Asignatura de la carrera Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física del segundo semestre 2020	Estudiantes activos	Docente
1	Matemática II grupo 1 con herramientas digitales con la aplicación del enfoque ontosemiótico	45	1
2	Matemática II grupo 2 con herramientas tradicionales	39	
Total		84	1

Tabla 2. Población. Fuente: elaboración propia

Estado del arte

El uso de la tecnología digital como herramienta en la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas.

La presente investigación está relacionada con los procesos de cambio e innovación generados por las mismas instituciones universitarias. El área de la enseñanza de matemática es bastante amplia, ésta comprende muchos ámbitos, uno de ellos es la didáctica en la educación superior, de allí surge el enfoque a la presente investigación, dándole énfasis al uso tecnología digital como herramienta en la enseñanza.

Fundamentalmente, este tema permite abordar diversas temáticas sobre la enseñanza de la matemática con herramientas digitales tomando como muestra diversos países internacionales como México, Argentina, Chile, España, Venezuela, incluyendo Guatemala. Es importante señalar, que la fuente de información se hace bibliográfica utilizando en su mayoría artículos de investigación, tesis, artículos de revistas.

En Guatemala, se realizó una investigación sobre la didáctica universitaria, teniendo como enfoque en las estrategias de enseñanza aplicadas por docentes, y se logró determinar, que los docentes si conocen de estrategias de enseñanza y las definen como una serie para potenciar el conocimiento, pero a pesar de conocer dichas estrategias no las aplican de forma eficiente.

La investigación evidencia que el docente se enfoca directamente en desarrollar el contenido de su asignatura, sin enfocarse en cómo aplicarlos en su desarrollo profesional. (Pérez, S. 2014)

La aplicación de las estrategias en la enseñanza-aprendizaje, contribuyen a que los estudiantes puedan observar los contenidos en diferentes perspectivas, por lo cual contribuyen a mejorar el aprendizaje de un contenido en particular, como lo señalan las siguientes investigaciones.

En Argentina se realizó una investigación en la que se dio a conocer los tipos de estrategias que se usaban en la educación superior, y señalaron que se pueden desarrollar otras estrategias didácticas más activas, con mayor participación de alumnos, y mayor relación teórica-práctica como podrían ser: el análisis de casos y de fuentes, debates, role playing, etc. Asimismo, se podrían impulsar y sistematizar recursos didácticos alternativos (digitales) para la enseñanza. (Del Regno, P. 2013)

El estudio realizado en México propone metodologías digitales activas de enseñanza-aprendizaje, algunas poco novedosas, las cuales ha tenido escasa atención y no han logrado ser incorporadas al repertorio de competencias del profesorado de educación superior, que en general, carece de formación didáctico-pedagógica. Entre las propuestas metodológicas más recurrentes se encuentran: el aprendizaje basado en problemas, el método de proyectos, el aprendizaje cooperativo, el aprendizaje colaborativo, el aprendizaje por descubrimiento, el estudio de casos, los incidentes críticos, la enseñanza situada etc. (Moreno, T. 2011)

Ambas investigaciones (las realizadas en Argentina y en México) proponen metodologías activas haciendo que los estudiantes utilicen más aprendizaje cooperativo y colaborativo, y así también el brindar una mejor formación y capacitación de los estudiantes al aprender a trabajar en equipo, promoviendo la busca de soluciones en escenas.

Sin embargo, como parte de la didáctica los docentes tienen que estar en constantes permutas, actualizándose en un mundo cambiante (en cuanto a la tecnología), estos cambios hacen que el docente modifique su entorno, para comunicarse con las nuevas generaciones, que ya nacieron apegados a estos conocimientos los cuales ya están ligados en su estilo de vida.

“Ante esta situación, se puede abrir un gran desafío para la sociedad, ya que demandará y necesitará educadores innovadores y creativos capaces de adaptarse a la multiplicidad de situaciones que la actual vida contemporánea va diseñando y que pueda participar en la transformación que exige la rapidez del desarrollo tecnológico” (López M 2010)

En el estudio de la metodología didáctica y tecnología educativa en el desarrollo de las competencias cognitivas: aplicación en contextos universitarios, realizada en Madrid señalo que los estudiantes de las universidades valoran muy positivamente la aplicación del aprendizaje colaborativo y la integración de la tecnología educativa con todas sus posibilidades a pesar que optan mayoritariamente por la modalidad presencial.

El estudio dio valoraciones muy positivas respecto a las distintas estrategias y técnicas metodológicas que potencian enfoques activos y colaborativos vinculados al desarrollo de las competencias cognitivas y basadas en el concepto de aprender haciendo. (Sáez & Ruiz, 2012)

Así como la investigación realizada en México en la cual señala que el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a la educación, reduce los espacios, el tiempo, disminuye los costes, forma redes sociales en el sector y permite flexibilidad. No obstante, requiere también de un previo entrenamiento y formación en su uso por lo que de ninguna manera pretende sustituir a la enseñanza tradicional en el aula. Es decir, el éxito no está garantizado. (Escamilla, M 2010)

Estas dos investigaciones señalan la importancia de las TIC's como herramienta didáctica, señalando sus virtudes y alcances ilimitados en la enseñanza-aprendizaje, por lo cual también hacen la sugerencia a que los docentes se capaciten constantemente para la aplicación de las herramientas.

La didáctica tecnológica brinda un sinfín de herramientas para transmitir los conocimientos, brindando alcances gigantescos de aprendizajes, que no se tenían un par de décadas atrás, como el caso de la investigación de tecnologías didácticas para la enseñanza de aprendizaje de la física en la educación superior, donde da a conocer los principales software educativos, videos y la internet, concebidas como herramientas de impacto en la sociedad actual, que demuestran ser una necesidad en la educación superior. (Pineda, Arrieta, & Delgado, 2009)

Otra de las investigaciones realizadas en Venezuela evaluó los resultados de la aplicación de tecnologías didácticas para el fortalecimiento de la enseñanza aprendizaje, con el fin de mejorar la construcción de conocimientos del contenido teórico-práctica, la cual permite el manejo y la socialización del conocimiento, demostrando la necesidad en la educación superior. (Pineda, Arrieta, & Delgado, 2009)

Ante las investigaciones descritas anteriormente, hacen falta relacionar propuestas directas en el tema de funciones exponenciales y logarítmicas, logrando hacer una relación entre el uso de herramientas digitales y el aprendizaje cognitivo de la misma.

Instrumentos



Maestría en

**Ciencias en Didáctica de la Matemática
Prueba estandarizada**

Estimado estudiante mi nombre es Juan Carlos Ruiz, estudiante de la Maestría en Ciencias en Didáctica de la Matemática, la presente prueba estandarizada es una aplicación a la investigación que lleva por nombre **La aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico y su influencia en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas**. Por lo que agradezco su participación a la misma.

Pre test.

Apellidos: _____ **Nombre:** _____

Orientaciones: A través de la presente prueba, se pretende evidenciar el conocimiento y las experiencias en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas que usted posea, por lo que le invito a participar en la resolución de la misma con la mayor honestidad.

Instrucciones: a continuación, se le presentan una serie de problemas, resuelva dejando constancia de su procedimiento.

1. ¿Cuál es la solución de $\log_3(x - 4) = 2$? fundamenta.
2. ¿Cuál es la solución de $\log_6(2x - 3) = \log_6 12 - \log_6 3$? fundamenta.
3. ¿Cuál es la solución de $3^{x+4} = 2^{1-x}$? Fundamenta
4. ¿Cuál es la solución de $4^x - 3(4^{-x}) = 8$? Fundamenta
5. ¿Cuál es la solución de $e^{\ln(x+1)} = 3$? Fundamenta
6. **Crecimiento bacteriano.** La cantidad de bacterias en cierto cultivo aumenta de 600 a 1800 entre 7:00 a.m. y las 9:00 a.m. suponiendo un crecimiento exponencial, la cantidad $f(t)$ de bacterias t horas después de las 7:00 a.m. esta dada por $f(t) = 600(3)^{t/2}$. Calcula la cantidad de las bacterias después de 8:00, 10:00 y 11:00 a.m.
7. **Brillantez de las estrellas** las estrellas se clasifican en categorías de brillantez llamadas magnitudes. A la menos brillantes, con flujo luminoso L_o , se les asigno una magnitud de 6; a las más brillantes y flujo luminoso L , una magnitud m por medio de la formula $m = 6 - 2.5 \log \frac{L}{L_o}$. Encuentra m si $L = 10^{0.4}L_o$.
8. **Dosis de medicamento** El cuerpo elimina cierto fármaco a través de la orina. Supón que para una dosis inicial de 10 mg, la cantidad $A(t)$ en el cuerpo, t horas después de administrada, está dada por $A(t) = 10(0.8)^t$. Estima la cantidad de medicamento en el cuerpo 8 horas después de su dosis inicial.
9. **Dosis de medicamento** El cuerpo elimina cierto fármaco a través de la orina. Supón que para una dosis inicial de 10 mg, la cantidad $A(t)$ en el cuerpo, t horas después de administrada, está dada por $A(t) = 10(0.8)^t$ y que para que sea efectiva, al menos 2 mg debe estar en el cuerpo. Indica cuando quedaran 2 mg en el cuerpo.
10. **Crecimiento poblacional** en Guatemala se tenían en el año 1985 8.5 millones de habitantes, en el 2018 llego a tener 17.25 millones de personas, encuentre la tasa de crecimiento, a partir de esa tasa encuentre la población estimada para el año 2030.



Maestría en

Ciencias en Didáctica de la Matemática
Encuesta poblacional

Apellidos: _____ Nombre: _____

Orientaciones: A través de la presente encuesta, se solicitan datos para realizar la investigación por lo que solicitará que brinde los datos para que se pueda tener una comunicación más fluida de forma virtual, por lo que le invito a participar en la resolución de la misma con la mayor honestidad.

1. ¿Cuál es tu correo electrónico?
2. ¿trabajas en docencia?
3. Si tu respuesta es sí ¿en qué nivel educativo impartes clases?
4. Si tu respuesta es no ¿a qué te dedicas?



Maestría en Ciencias en Didáctica de la Matemática

Lista de cotejo relacionada con EOS

Apellidos: _____ **Nombre:** _____

Instrucciones: A través de la presente lista de cotejo, se pretende evidenciar el logro de los estudiantes en las diversas actividades, relacionándolas con la configuración epistémica/cognitiva que señala el enfoque ontosemiótico, el cual será aplicado en el contenido de “funciones exponenciales y logarítmicas” en el curso de matemáticas II del Profesorado en la Enseñanza Media en Ciencias Especializado en Física-Matemática.

Lista de cotejo de la evidencia de la configuración epistémica/cognitiva

Aspectos a observar	Si	No
Aplica conceptos en la resolución	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aplica proposiciones en la resolución	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aplica procedimientos en la resolución	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Demuestra uso del lenguaje	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Justifica el procedimiento	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Argumenta el resultado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fuente: Elaboración propia



Maestría en Ciencias en Didáctica de la Matemática

Lista de cotejo relacionada con EOS

Apellidos: _____ **Nombre:** _____

Instrucciones: A través de la presente lista de cotejo, se pretende evidenciar el logro del docente en las diversas actividades, relacionándolas con la idoneidad didáctica que señala el enfoque ontosemiótico, el cual será aplicado en el contenido de “funciones exponenciales y logarítmicas” en el curso de matemáticas II del Profesorado en la Enseñanza Media en Ciencias Especializado en Física-Matemática.

Lista de cotejo de la evidencia de la idoneidad didáctica

Aspectos a observar	Si	No
Aplica idoneidad epistémica		
Aplica idoneidad cognitiva		
Aplica idoneidad internacional		
Aplica idoneidad mediacional		
Aplica idoneidad afectiva		
Aplica idoneidad ecológica		

Fuente: Elaboración propia



Maestría en Ciencias en Didáctica de la Matemática
Prueba estandarizada
Post test.

Apellidos: _____ **Nombre:** _____

Estimado estudiante mi nombre es Juan Carlos Ruiz, estudiante de la Maestría en Ciencias en Didáctica de la Matemática, la presente prueba estandarizada es una aplicación a la investigación que lleva por nombre **La aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico y su influencia en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas**. Por lo que agradezco su participación a la misma.

Orientaciones: A través de la presente prueba, se pretende evidenciar el conocimiento y las experiencias en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas que usted adquirió durante estas últimas semanas, por lo que le invito a participar en la resolución de la misma con la mayor honestidad.

Instrucciones: a continuación, se le presentan una serie de problemas, resuelva dejando constancia de su procedimiento.

1. ¿Cuál es la solución de $\log_3(x - 4) = 2$? fundamenta.
2. ¿Cuál es la solución de $\log_6(2x - 3) = \log_6 12 - \log_6 3$? fundamenta.
3. ¿Cuál es la solución de $3^{x+4} = 2^{1-x}$? Fundamenta

4. ¿Cuál es la solución de $4^x - 3(4^{-x}) = 8$? Fundamenta
5. ¿Cuál es la solución de $e^{\ln(x+1)} = 3$? Fundamenta
6. **Crecimiento bacteriano.** La cantidad de bacterias en cierto cultivo aumenta de 600 a 1800 entre 7:00 a.m. y las 9:00 a.m. suponiendo un crecimiento exponencial, la cantidad $f(t)$ de bacterias t horas después de las 7:00 a.m. esta dada por $f(t) = 600(3)^{t/2}$. Calcula la cantidad de las bacterias después de 8:00, 10:00 y 11:00 a.m.
7. **Brillantez de las estrellas** las estrellas se clasifican en categorías de brillantez llamadas magnitudes. A la menos brillantes, con flujo luminoso L_o , se les asigno una magnitud de 6; a las más brillantes y flujo luminoso L , una magnitud m por medio de la formula $m = 6 - 2.5 \log \frac{L}{L_o}$. Encuentra m si $L = 10^{0.4} L_o$.
8. **Dosis de medicamento** El cuerpo elimina cierto fármaco a través de la orina. Supón que para una dosis inicial de 10 mg, la cantidad $A(t)$ en el cuerpo, t horas después de administrada, está dada por $A(t) = 10(0.8)^t$. Estima la cantidad de medicamento en el cuerpo 8 horas después de su dosis inicial.
9. **Dosis de medicamento** El cuerpo elimina cierto fármaco a través de la orina. Supón que para una dosis inicial de 10 mg, la cantidad $A(t)$ en el cuerpo, t horas después de administrada, está dada por $A(t) = 10(0.8)^t$ y que para que sea efectiva, al menos 2 mg debe estar en el cuerpo. Indica cuando quedaran 2 mg en el cuerpo.
10. **Crecimiento poblacional** en Guatemala se tenían en el año 1985 8.5 millones de habitantes, en el 2018 llego a tener 17.25 millones de personas, encuentre la tasa de crecimiento, a partir de esa tasa encuentre la población estimada para el año 2030.