



**USAC**  
**TRICENTENARIA**  
Universidad de San Carlos de Guatemala

Universidad San Carlos de Guatemala

Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media

Rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en alumnos de sexto grado de primaria, del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque.

Clemencia Avila Urizar

Asesor:

Licenciado Humberto Rodríguez Méndez

Guatemala, octubre de 2013.





**USAC**  
**TRICENTENARIA**  
Universidad de San Carlos de Guatemala

Universidad San Carlos de Guatemala

Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media

Rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en alumnos de sexto grado de primaria, del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque.

Tesis presentada al Consejo Directivo de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media de la Universidad San Carlos de Guatemala

Clemencia Avila Urizar

Previo a conferírsele el grado académico de:  
Licenciada en la Enseñanza de la Matemática y la Física

Guatemala, octubre de 2013.

## AUTORIDADES GENERALES

Dr. Carlos Estuardo Gálvez Barrios	Rector Magnífico de la USAC
Dr. Carlos Guillermo Alvarado Cerezo	Secretario General de la USAC
Dr. Oscar Hugo López Rivas	Director de la EFPEM
Lic. Danilo López Pérez	Secretario Académico de la EFPEM

## CONSEJO DIRECTIVO

Lic. Saúl Duarte Beza	Representante de Docentes
Dr. Miguel Angel Chacón Arroyo	Representante de Docentes
M.A. Dora Isabel Águila de Estrada	Representante de Profesionales Graduados
PEM Ewin Estuardo Losley Johnson	Representante de Estudiantes
Br. José Vicente Velasco Camey	Representante de Estudiantes

## TRIBUNAL EXAMINADOR

Lic. Saúl Duarte Beza	Presidente
Lic. Hasler Uriel Calderón	Secretario
Lic. Fredy Augusto Sandoval	Vocal

## DEDICATORIA

- A Dios: Por ser fuente de luz y creador del universo. Porque a él le debemos lo que somos y lo que tenemos.
- A mis padres: Andrés Avila Estrada (Q.E.P.D.) y Humbelina Urízar, por su gran esfuerzo para brindarme un mejor futuro.
- A mis hermanos: Lourdes, Martha, Ovidio, Cesibely, Victoria, Elder y Edy, por su apoyo incondicional en todo momento.
- A mi familia: Especialmente a mi prima Magnolia, por sus palabras de aliento.
- A mis amigos: Alejandro Carrillo, Pedro Echeverría, Héctor Gálvez, Ever Ramírez, Carlos Trigueros, Estela Cano, Renin Cabrera, Amada Monzón, Ruth Camacho. Porque con cada gesto de apoyo, me motivaron a alcanzar esta meta.

## AGRADECIMIENTOS

Dr. Oscar Hugo López: Por compartir su tiempo y sus conocimientos en la etapa inicial de este trabajo.

Lic. Humberto Rodríguez: Asesor de este trabajo de investigación. Por su tiempo y la ayuda técnica brindada durante la elaboración de este estudio.

Dr. Miguel Angel Chacón: Por sus observaciones y recomendaciones para este estudio.

A mis maestros: Ever Manolo Sánchez, Luis Solórzano, Hugo Salazar, José Enrique Cortéz, Saúl Duarte, Miguel Angel Chacón. Por ser ejemplo de responsabilidad y los forjadores de mis conocimientos y valores.

Al Pueblo de Guatemala: Por hacer de la Universidad de San Carlos de Guatemala, una realidad.

## ÍNDICE

	Página
Introducción.....	1

## CAPÍTULO I

### *A. Plan de la investigación*

1.1. Antecedentes de la investigación.....	4
1.2. Planteamiento y definición del problema.....	16
1.3. Objetivos.....	18
1.4. Justificación.....	19
1.5. Tipo de investigación.....	21
1.6. Variables.....	22
1.7. Metodología.....	23
1.8. Sujetos de la investigación.....	24

## CAPÍTULO II

*A. Fundamentación teórica*

2.1. El docente.....	27
2.2. Formación docente.....	29
2.3. El maestro de matemática y la didáctica.....	31
2.4. Aprendizaje y razonamiento.....	33
2.5. Aprendizaje del álgebra.....	35
2.6. Dificultades en el aprendizaje del álgebra.....	37
2.7. Desarrollo del razonamiento algebraico.....	39
2.8. Razonamiento algebraico elemental.....	40
2.9. Utilidad del álgebra.....	54
2.10. Currículum Nacional Base del Nivel Primario.....	55
2.11. Guatemala.....	58

### CAPÍTULO III

#### *A. Presentación de resultados*

- 3.1. Sobre el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico..... 62
- 3.2. Sobre el razonamiento algebraico en alumnos de sexto primaria..... 85

### CAPÍTULO IV

#### *A. Discusión y análisis de resultados*

- 4.1. Acerca del rol docente en el desarrollo del razonamiento algebraico.... .106
- 4.2. Acerca del razonamiento algebraico en alumnos de sexto primaria..... 112

<i>Conclusiones</i> .....	121
<i>Recomendaciones</i> .....	124
<i>Referencias</i> .....	127
<i>Apéndice</i> .....	138

## ÍNDICE DE GRÁFICAS Y TABLAS

No.		Página
1	Alumnos de sexto grado de primaria participantes en la investigación.....	26
2	Actitud del docente hacia la enseñanza de la matemática.....	63
3	Enseñanza de las propiedades de la suma y de la multiplicación.....	64
4	Enseñanza de símbolos de relación. ....	65
5	Enseñanza de estrategias de cálculo mental.....	66
6	Enseñanza del análisis de igualdades abiertas.....	67
7	Enseñanza del análisis de igualdades cerradas.....	68
8	Preferencia en la utilización del signo igual por el docente.....	69
9	Preferencia en la utilización del lenguaje horizontal por el docente...	70
10	Realización de análisis de desigualdades.....	71
11	Enseñanza de operaciones combinadas.....	72
12	Indicaciones del docente en la enseñanza de operaciones combinadas.....	73
13	Enseñanza de problemas de aplicación que involucran dos o tres operaciones aritméticas con números naturales.....	74
14	Importancia de plantear problemas matemáticos de aplicación a situaciones de la vida diaria, según el docente.....	75
15	Utilización del modelo de la balanza en la enseñanza de ecuaciones.....	76
16	Enseñanza de secuencias numéricas.....	77

17	Realización de predicciones en base a patrones.....	78
18	Aspectos de la enseñanza de patrones.....	79
19	Enseñanza de áreas y perímetros en geometría.....	80
20	Opinión acerca de la utilización de variables en contextos geométricos.....	81
21	Opinión acerca de los contenidos planteados por el Currículum Nacional Base en el área de matemática.....	82
22	Aceptación de formación sobre procesos algebraicos elementales por parte del docente.....	83
23	Acciones realizadas por el docente que favorecen el desarrollo del razonamiento algebraico.....	84
24	Conocimiento de las propiedades de la adición.....	85
25	Análisis realizado con igualdades cerradas.....	86
26	Análisis realizado con igualdades abiertas.....	87
27	Lectura del símbolo de relación: $>$ y análisis realizado con desigualdades.....	88
28	Solución de operaciones combinadas: $3 + 6 \times 5 + 2$ .....	89
29	Solución de problemas de aplicación que involucran dos o tres operaciones aritméticas con números naturales.....	90
30	Ejercicio sobre percepción de patrones aritméticos.....	91
31	Ejercicio sobre percepción de patrones geométricos en una secuencia numérica.....	92
32	Expresión de la relación en un patrón aritmético.....	93
33	Expresión de la relación en un patrón geométrico.....	94
34	Realización de predicción en un ejercicio con un patrón aritmético.....	95
35	Solución de problema en el que se utiliza el modelo de la balanza para el planteamiento de ecuaciones de primer grado.....	96

36	Cálculo del perímetro de figuras geométricas.....	97
37	Uso de variables en contextos geométricos.....	98
38	Opinión del alumno en relación al desempeño del docente.....	99
39	Opinión del alumno respecto de los contenidos tratados en la hoja de trabajo.....	100
40	Opinión del alumno respecto de la clase de matemática.....	101
41	Opinión del alumno respecto del tiempo que se les dedica a los temas tratados en la hoja de trabajo en matemática.....	102
42	Opinión del alumno respecto de la cantidad de ejercicios sobre los temas tratados en la hoja de trabajo, que incluyen los libros de texto.....	103
43	Ejercicios resueltos correctamente por el alumno de acuerdo al sector educativo.....	104
44	Ejercicios resueltos correctamente por género del alumno.....	105

## ABSTRACT

En la educación guatemalteca, mejorar la enseñanza de la matemática es de vital importancia. Con el objetivo de coadyuvar con el sistema educativo guatemalteco determinando el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico, se realizó la investigación descriptiva: “Rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en alumnos de sexto grado de primaria del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque, Chimaltenango”, a partir de las opiniones y experiencias de los docentes y de los estudiantes. La metodología tuvo un enfoque cualitativo-cuantitativo (mixto) que incluyó la aplicación de encuestas a una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria con base en preguntas abiertas y, un censo a docentes de los tres últimos años del Nivel Primario utilizando preguntas semicerradas, así como también se aplicó una entrevista dirigida a una muestra de ellos. Finalmente se detectaron las acciones del docente en relación al desarrollo del razonamiento algebraico y las características del razonamiento algebraico de los alumnos, además se indican acciones que pueden ayudar al mejoramiento del aprendizaje del álgebra.

## ABSTRACT

In Guatemala, improving the teaching of mathematics is of vital importance. With the objective of contributing to the guatemalan educational system in determining the role of the teachers in the development of the algebraic reasoning, the descriptive research was carried out: "The teacher's role in the development of the algebraic reasoning in pupils of sixth grade in the urban area of San Martín Jilotepeque, Chimaltenango," utilizing the opinions and experiences of the teachers as well as that of the students. The methodology had a qualitative-quantitative approach that included administering surveys to a sample of students from sixth grade based on opened-ended questions; a census of teachers of the later grades in primary, using semi-closed-ended questions, as well as interviews of a sample of these teachers. Finally, the way the teacher was acting was detected concerning the development of algebraically reasoning and its characteristics on students, besides; it indicates actions that could be taken in order to improve the learning process.

## INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, en el estudio de la matemática del Ciclo Básico, el tema del álgebra ha representado dificultad para la mayoría de los estudiantes. Actualmente su enseñanza ha tenido un enfoque algorítmico pues se ha puesto poco énfasis en el desarrollo del razonamiento.

En Guatemala el Currículum Nacional Base (CNB) asigna el inicio del estudio formal del álgebra al Ciclo Básico, aunque incluye temas que desarrollan procesos de razonamiento algebraico en contextos aritméticos en el Nivel Primario.

Investigaciones recientes determinaron que la preparación aritmética no es la deseable para las necesidades del álgebra, que los contenidos del Nivel Primario son mínimos y diferentes a los de primero básico y que el problema principal se presenta en la transición de la aritmética al álgebra; sin embargo, algunas investigaciones ponen de manifiesto la posibilidad por parte de los niños de edades tempranas de acercarse y trabajar con contenidos algebraicos de manera exitosa.

Siendo el docente el más importante actor del sistema educativo, el autor de este trabajo de investigación decidió realizarlo bajo el título: “Rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en alumnos de sexto grado de primaria del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque del departamento de Chimaltenango” y sus variables fueron: el rol del docente y el razonamiento algebraico.

Debido a que el tema de la didáctica del álgebra no es muy conocido en nuestro país, esta investigación constituyó una oportunidad para establecer el rol del

docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en los alumnos de sexto grado de primaria, pues la formación continua del docente debe ser la estrategia primordial de cualquier Ministerio de Educación (MINEDUC) ya que son los maestros los encargados por excelencia de formar las nuevas generaciones.

Así mismo, esta investigación fue el medio por el cual los alumnos reflejaron su dominio acerca de los procesos del razonamiento algebraico.

Los resultados de la investigación revelaron la necesidad de una mejor aplicación del CNB, sin embargo, no es posible hacerlo sin una buena base en la formación inicial docente y un plan de capacitación que brinde a los docentes las herramientas básicas para adquirir los conocimientos y tener las competencias para enseñarlos.

La investigación se realizó con un enfoque mixto (cualitativo-cuantitativo) en el que se hizo uso de la estadística descriptiva para presentar los resultados y el tipo de la investigación es descriptivo; se utilizó una muestra probabilística al azar de setenta estudiantes y se realizó un censo con treinta y dos docentes.

La investigación se estructuró de la manera siguiente: un primer capítulo, que comprende la planificación de la investigación, el cual incluye: antecedentes, planteamiento y definición del problema, objetivos, justificación, metodología, tipo de investigación, variables y sujetos de la investigación.

El capítulo II, constituido por la fundamentación teórica de la investigación.

El capítulo III, contiene la presentación de resultados relacionados con las acciones de los docentes en el desarrollo del razonamiento algebraico, obtenidos por medio de un cuestionario tipo encuesta con preguntas semicerradas y una guía de entrevista, ambos aplicados a los docentes que imparten cuarto, quinto y sexto grado en las escuelas públicas y privadas del Nivel Primario del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque. Además, se presentan los resultados obtenidos de una hoja de trabajo tipo

encuesta aplicada a los alumnos de sexto grado de los establecimientos mencionados anteriormente.

Posteriormente, en el capítulo IV, se presenta la discusión y análisis de los resultados que, brindó directrices claras y pertinentes para la formación docente, la elaboración de materiales educativos adecuados, la labor docente propiamente dicha y, abre espacio para nuevas investigaciones relacionadas con el tema.

Al final se exponen conclusiones y recomendaciones al Ministerio de Educación, a los docentes, a la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media (EFPEM) y sugerencias para nuevas investigaciones; seguidamente se presentan los anexos en los que se incluyen los instrumentos utilizados para la recolección de la información necesaria para alcanzar los objetivos de este estudio.

Esta investigación se presenta como requisito para obtener el título de Licenciada en la Enseñanza la Matemática y de la Física, se realizó en la cabecera municipal de San Martín Jilotepeque del departamento de Chimaltenango.

## CAPÍTULO I

### A. PLAN DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

La idea de abordar el tema del rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en los alumnos de sexto grado del Nivel Primario del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque surge a raíz de la realidad que se observa en todos los niveles educativos con el deficiente aprendizaje de la matemática puesto en evidencia en los resultados de las evaluaciones realizadas por el MINEDUC publicadas en un blog de internet, especialmente en el Ciclo Básico y Diversificado, lo cual parece estar relacionado con el estudio del álgebra.

La generalización, la estructura y las leyes, que constituyen aspectos del razonamiento algebraico, parecen no formar parte del estudio del álgebra que en nuestro medio se realiza, a pesar de poder efectuarse en contextos aritméticos desde la escuela primaria, lo cual contribuiría al desarrollo del razonamiento algebraico y a minimizar la brecha existente entre la aritmética y el álgebra; pues como Olfos Ayarza (2005) citado por Olfos Ayarza, Soto Soto & Silva Crocci (2007:82), expone:

“En particular, los profesores enseñan el álgebra inicial siguiendo una tradición centrada en la manipulación mecánica de los símbolos”.

En este sentido, la clave para el cambio es el docente, pues la calidad del aprendizaje de los alumnos depende, en gran medida, de los saberes disciplinarios, curriculares y experienciales de éste; por tanto, llegar a la

profundidad de este tema, escudriñar acciones, opiniones y conocimientos, constituye el principal propósito de este estudio.

En diferentes momentos se han desarrollado programas a favor de mejorar la calidad de la enseñanza de la matemática con la intención de orientar a los docentes en relación con la metodología y aplicación del nuevo Currículo Nacional Base. De esa cuenta, diversos gobiernos, a través del Ministerio de Educación, implementan programas de capacitación en los diferentes niveles educativos. Igualmente, la iniciativa privada, a través de organizaciones no gubernamentales, desarrolla acciones de capacitación para los docentes.

En el año 2006 el Ministerio de Educación, a través de la Universidad de San Carlos de Guatemala (USAC) y de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media, desarrolló procesos de capacitación a docentes del Nivel Primario, utilizando la metodología de GUATEMÁTICA; en el año 2007 se realizó nuevamente este esfuerzo. El enfoque en que se sustenta GUATEMÁTICA está basado en profundizar más en el cómo y el por qué.

De acuerdo a López (2010), en el año 2009 se implementó, con mucho éxito, el Programa Académico de Desarrollo Profesional Docente, conocido como PADEP/D, que es un programa de formación universitaria para el personal docente en servicio del sector oficial del Ministerio de Educación, que tiene como propósito elevar el nivel académico y mejorar su desempeño laboral en los diferentes niveles y modalidades educativas. Según el Programa Académico del PADEP/D, aprobado por el Consejo Superior Universitario de la USAC en junio de 2009, las cuatro carreras que el programa ofrece incluyen un curso de Matemática y Pensamiento Lógico y el Profesorado de Educación Primaria Intercultural también contempla el curso de Matemática y su Aprendizaje; estos cursos tienen como propósito mejorar la calidad de la enseñanza de la matemática en los niveles de Preprimaria y Primaria. Por su parte, López (2010) explica: en el año 2009 GUATEMÁTICA trascendió de tal forma que se incluyó en el programa del PADEP/D la enseñanza de la matemática con el modelo GUATEMATICA.

Según, Godino, Batanero & Font (2003), El National Council of Teachers of Mathematics<sup>1</sup> (NTCM), organización profesional internacional comprometida con la excelencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los estudiantes, se fundó en 1920. En el año 2000 el NTCM presenta: Principios y Estándares para la Educación Matemática. Los Estándares Curriculares dan una respuesta, en forma de propuesta, a la pregunta ¿Qué contenidos y procesos matemáticos deberían aprender los estudiantes a conocer y ser capaces de usar cuando avancen en su enseñanza? Se estructuran en estándares de contenido y de proceso. Los cinco estándares de contenidos son: Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de Datos y Probabilidad. Hay otros cinco estándares de procesos en los que se presentan modos destacados de adquirir y usar el conocimiento: Resolución de Problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación.

Kaput (2000), citado por Godino, Castro, Aké & Wilhelmi (2010), hizo una propuesta denominada “álgebra for all”<sup>2</sup>, en la que sugiere tomar acción para “algebrizar” el currículo de la escuela primaria con el fin de promover el álgebra como facilitadora de una mejor comprensión de las matemáticas. La inclusión del razonamiento algebraico elemental en el currículo de la escuela primaria se ha denominado “Early algebra”<sup>3</sup> que, en el caso de los Principios y Estándares 2000 del NTCM (2000), se concretó en la recomendación de incluir el contenido de álgebra desde los primeros grados.

En cuanto a rendimiento en matemática, según DIGEDUCA<sup>4</sup>, en el año 2006, el MINEDUC realizó una evaluación muestral a los alumnos de sexto grado de Nivel Primario en la que sólo el 32% obtuvo un resultado satisfactorio; en el año 2007, el 59% obtuvo este resultado y, en el año 2008 el 53%. Del mismo modo, en el año 2006, el MINEDUC realizó una evaluación diagnóstica tipo censal a

---

<sup>1</sup>National Council of Teachers of Mathematics, significa: Consejo Nacional de Maestros de Matemática.

<sup>2</sup> Algebra for all, quiere decir, “Álgebra para todos.”

<sup>3</sup>Early álgebra, significa: álgebra temprana.

<sup>4</sup> DIGEDUCA, Dirección General de Educación.

los alumnos de tercero básico en la cual sólo el 22% obtuvo un resultado satisfactorio. Los graduandos también fueron evaluados a partir del año 2006 en forma censal, en el año 2006 y 2007 sólo el 5% obtuvo un resultado satisfactorio, en el 2008 el 4%, en el 2009 el 2% y en el año 2010 el 5% obtuvo este resultado.

Los resultados anteriores muestran que el rendimiento en matemática disminuye conforme avanzan los niveles educativos, esto parece estar relacionado con el hecho de que los contenidos en el Ciclo Básico y Diversificado se caracterizan por ser de tipo algebraico, así mismo; muestran el poco avance que ha tenido en el Nivel Medio la enseñanza de la matemática. De no cambiar esta realidad, las consecuencias se podrán ver reflejadas en deserción escolar, repitencia, desempleo, pobreza, etc.

Por aparte se han realizado diversos estudios dentro y fuera de nuestro país, tales como:

Arriola Durán (2010), realizó una investigación a través de un estudio de casos en Guatemala, titulado: Estudio comparativo de los contenidos de cuadernos de Matemáticas de dos estudiantes de sexto primaria y sus resultados en la Evaluación Nacional de 2008, cuyo objetivo fue establecer si los cuadernos de matemáticas de dos estudiantes de sexto primaria reflejan la oportunidad de estar expuestos a los contenidos evaluados en la prueba de Matemáticas en la Evaluación Nacional de 2008. La investigación se realizó con dos estudiantes que cursaron sexto grado de primaria en el 2008 y que alcanzaron distintos niveles de logro en los resultados de la prueba de Matemáticas en la Evaluación Nacional de ese mismo año. Para obtener la información se utilizó una matriz para el registro de datos. Entre las principales conclusiones están: el estudiante que no alcanzó el logro muestra aproximadamente un 50% menos de ejercicios prácticos que la estudiante que lo alcanzó; la cobertura de contenidos del CNB en los cuadernos, está concentrada en el componente Sistemas Numéricos y Operaciones, siendo los contenidos más reforzados: suma, resta, multiplicación

y división; y entre los componentes menos reforzados que mostraron los cuadernos están: formas, patrones y relaciones.

Tax (2006), realizó una investigación descriptiva en la cabecera departamental de Totonicapán, Guatemala, titulada: Cambio de nivel educativo y su incidencia en la reprobación de la matemática, cuyo objetivo fue determinar si la causa de la reprobación del curso de matemática de los estudiantes del primer grado del Ciclo Básico se debe al cambio de nivel educativo, sus variables fueron: Reprobación de la matemática y cambio de nivel educativo, con una población de 12 maestros y 2,361 alumnos, utilizó una muestra aleatoria de 331 estudiantes de primer grado básico de entre 11 a 16 años de edad y con los docentes realizó un censo; entre las conclusiones que obtuvo aparece: los contenidos del Nivel Primario son mínimos y diferentes a los de primero básico, los estudiantes egresados del Nivel Primario no traen buena base con respecto a las operaciones básicas de la matemática, principalmente multiplicación, división, radicación, conjuntos y potenciación; para los docentes se utilizó un cuestionario tipo encuesta de 10 preguntas abiertas y para los estudiantes un cuestionario tipo encuesta de 10 preguntas cerradas.

Chavarría (2003), realizó una investigación en el departamento de Escuintla, Guatemala, de tipo descriptivo, titulada: Factores que inciden en el bajo rendimiento de los educandos de primero básico en el curso de matemática de un Instituto de Educación Básica por Cooperativa de la cabecera departamental de Escuintla, cuyo objetivo fue identificar los factores o causas que inciden en el bajo rendimiento de los estudiantes de primero básico en el curso de matemática en el Instituto por Cooperativa de la Cabecera Departamental de Escuintla, en la cual se utilizó un cuestionario tipo encuesta; la población estuvo conformada por 15 docentes y 300 alumnos, y la muestra por 10 docentes y 100 alumnos; entre sus conclusiones aparece: las encuestas demostraron que sólo al 17% de los estudiantes les gusta la matemática; el 85% de alumnos considera difícil el curso de matemática, por lo que esta condicionante influye en el bajo rendimiento; el 70% de los alumnos indicó que la base matemática que recibió en sexto grado

de primaria no les ayudó a comprender los contenidos de primero básico ya que son temas más avanzados. Para realizar la investigación se utilizó un cuestionario de 10 preguntas cerradas en ambos casos y para tabularlos se utilizó una hoja de cálculo de Excel de Microsoft Windows.

García (2001), realizó un estudio de tipo descriptivo, titulado: Análisis comparativo entre la actualización docente y el rendimiento académico en el área de matemática de los Institutos Oficiales de la jornada nocturna de la capital para determinar si la actualización docente influye en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de Nivel Medio en el área de Matemática, sus variables fueron: actualización docente y rendimiento académico en el área de matemática, la población estuvo formada por 14 docentes de matemática y 234 estudiantes de establecimientos oficiales del Nivel Medio de la jornada nocturna; el estudio se realizó en la ciudad capital de Guatemala utilizando un cuestionario tipo encuesta de 20 preguntas elaboradas en la escala de Likert, entre sus principales conclusiones aparece: la actualización docente sí es un factor determinante en el rendimiento académico en matemática de los estudiantes. En el procedimiento estadístico se utilizó el análisis comparativo tomando en cuenta las calificaciones de los alumnos cuyos docentes han recibido cursos de actualización y los que no han recibido, por medio del cálculo de diferencia de media aritmética.

Saavedra (2004), realizó un estudio titulado: Nivel académico en el área de matemática de los alumnos de las Escuelas Normales Oficiales Formadoras de Maestros de Educación Primaria Urbana de la ciudad de Guatemala, cuyo objetivo fue determinar el nivel en matemática de los estudiantes graduados de las Escuelas Normales Oficiales Formadoras de Maestros de Educación Primaria Urbana; el estudio tuvo una única variable: Rendimiento en matemática del aprendizaje de los alumnos de Escuelas Normales Oficiales Formadoras de Maestros de Educación Primaria Urbana; la población estuvo formada por 688 estudiantes y con una muestra de 245; entre sus principales conclusiones

aparece: los egresados de las Escuelas Normales Oficiales Formadoras de Maestros de Educación Primaria Urbana de la ciudad de Guatemala, carecen de la preparación básica en el área de matemática, para impartir satisfactoriamente la asignatura en la Escuela Primaria, donde se ubica la mayor cantidad de población escolar del país, lo que provoca una formación deficiente en los estudiantes de primaria que repercute en el Nivel Medio del sistema educativo guatemalteco y no permite un desarrollo sostenible en el proceso educativo. El estudio fue de tipo descriptivo en el que se aplicó una prueba estructurada de selección múltiple, de 25 ítems, sobre conocimientos básicos del Sistema de Ubicación y Nivelación (SUN) de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

Trejo (2008), en el Estado de Veracruz, México, realizó una investigación titulada: "Material de apoyo para la enseñanza del concepto de variable en el álgebra elemental", con el objetivo de conocer si la resolución de material de apoyo por parte de los alumnos, incrementa su dominio del concepto y la distinción de sus usos; el estudio fue de tipo experimental, se encontró que en un grupo de 44 estudiantes del primer semestre de Bachillerato de la Escuela de Bachilleres "Artículo Tercero Constitucional", jornada 16a vespertina, de 20 ejercicios de aritmética planteados en un test diagnóstico tipo encuesta, los alumnos lograron solamente un promedio de 3.53 aciertos.

En la investigación de Antúnez (2003), titulada: "La efectividad de la enseñanza constructivista de aritmética y álgebra en el bachillerato", con el objetivo de lograr aprendizajes significativos en la asignatura de Matemática I mediante el uso de un enfoque y entorno constructivista y evaluar la efectividad de dicho enfoque de enseñanza en el bachillerato tecnológico, se encontró que el 75% de 160 alumnos del Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 134 de la ciudad de Chilpancingo, Guerrero, no poseen los conocimientos previos suficientes para iniciar estudios de bachillerato, pues no saben las tablas de sumar ni multiplicar, no pueden hacer operaciones básicas de aritmética con

números enteros, resuelven los problemas utilizando sólo aritmética y por prueba y error no haciendo ningún planteamiento ni esquema, no saben la jerarquía de las operaciones. También se detectó que el problema principal se presenta en la transición de la aritmética al álgebra. Para obtener esta información se utilizó un test diagnóstico tipo encuesta de 28 ítems de selección múltiple que abarcó aritmética, álgebra y geometría; fue un Proyecto de Investigación Aplicada en la Didáctica de las Ciencias Básicas en el que se utilizó el programa de Microsoft Excel para el tratamiento estadístico de los datos y se usó el programa Derive de Texas Instruments para elaborar las gráficas.

Del mismo modo, en la investigación realizada por Kummer (2005), titulada: “Estrategias metodológicas para un proceso de enseñanza aprendizaje significativo y reflexivo del álgebra elemental en la educación básica”, para diseñar estrategias metodológicas que contribuyan al perfeccionamiento de un proceso de enseñanza- aprendizaje significativo y reflexivo del Álgebra Elemental en la Educación Básica, en la provincia de Santa Catarina – Brasil, el estudio se realizó con alumnos de sexto grado de educación básica de dos establecimientos de Santa Catarina, y 5 docentes de matemática del mismo lugar; se concluyó que el proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra elemental en el sexto grado de la educación básica en Brasil, ha estado centrado en el profesor que privilegia la memorización a través de la repetición y no la comprensión significativa de lo contenido, esta investigación fue de tipo experimental en la que se realizaron entrevistas a docentes y se utilizaron cuestionarios de 22 preguntas para encuestar a los alumnos de sexto grado de la educación básica. Para realizar el proceso estadístico se realizó un análisis porcentual, índice porcentual, gráficos comparativos e ilustrativos.

En la investigación realizada por Butto & Rojano (2004), titulada: “Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría” para investigar la factibilidad de la iniciación temprana del álgebra a

través de contenidos matemáticos como el razonamiento proporcional, la variación funcional y los procesos de generalización, en la que participaron 9 niños de entre 10 y 11 años de edad que cursaban quinto y sexto grado de primaria, en una escuela pública de la ciudad de México, inicialmente se encontró que los 9 niños completaron secuencias aritméticas con números enteros, en las secuencias geométricas seis estudiantes respondieron de manera aditiva y sólo tres respondieron de manera multiplicativa lo cual indicó que los niños se encontraban en una etapa de transición del pensamiento aditivo al multiplicativo, el cuestionario tipo encuesta utilizado constaba de 8 ítems, además, los resultados evidenciaron que la instrucción escolar hace demasiado énfasis en el pensamiento aritmético aditivo, obstaculiza el razonamiento en términos multiplicativos y dificulta no solo el abordaje de contenidos de la enseñanza básica, sino también el acceso a otro tipo de razonamiento como el algebraico. Sin embargo, tomando en cuenta que la investigación es de tipo experimental, los resultados finales mostraron la factibilidad de iniciar a estudiantes de la escuela primaria en el pensamiento algebraico, partiendo de temas y conceptos curriculares de este nivel escolar.

Por otro lado en la investigación realizada por Báez Melendres, Cantú Interián & Gómez Osalde (2007), en Mérida, Yucatán, titulada: Estudio cualitativo sobre prácticas docentes en las aulas de matemáticas en el Nivel Medio, con el objetivo de determinar cuál es la situación que se vive en las aulas del sistema COBAY<sup>5</sup>, en la que participaron 107 personas de las cuales el 67% son docentes cuyas edades oscilan entre 23 y 63 años, sobre las prácticas docentes en la aulas de matemáticas en el Nivel Medio, se encontró que el 65% de las personas reconoce la importancia de las matemáticas en la sociedad, el 44% opina que los altos índices de reprobación se debe a la predisposición de los alumnos hacia la disciplina aunque el 33% cree que los alumnos no encuentran la utilidad práctica de esta ciencia. El 49% de los profesores creen que el docente juega un papel importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de

---

<sup>5</sup> COBAY, Colegio de Bachilleres del Estado de Yucatán.

las matemáticas, dado que ayuda a los alumnos a utilizar instrumentos para modelar y resolver cuestiones desconocidas y, además, el 67% de los docentes considera que el profesor debe tener una buena formación, porque así puede conocer las estrategias didácticas que implementará en clase y servirán para ayudar mejor a sus alumnos. Para el estudio se utilizó un cuestionario de 10 preguntas cerradas tipo encuesta.

Molina (2006), realizó una investigación titulada: Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria, realizada en una clase de 26 alumnos, 12 niños y 14 niñas de tercero de educación primaria de un colegio público de la provincia de Granada, España, para estudiar el uso y desarrollo del pensamiento relacional y de los significados del signo igual que los alumnos ponen de manifiesto en el trabajo con igualdades y sentencias numéricas. En las primeras sesiones del estudio predominan las estrategias basadas en la realización de las operaciones contenidas en las sentencias, 21 de los 26 alumnos evidencian en algún momento algún uso de este tipo de pensamiento relacional a lo largo de las sesiones. Desde el primer momento en que es promovido el uso de pensamiento relacional, éste es puesto de manifiesto. Este hecho evidencia que es un tipo de pensamiento que es desarrollado por los alumnos a partir de su aprendizaje/experiencia aritmética, pese a que no sea promovido directamente en la enseñanza (pero se acelera si se trata en la misma). No obstante, el que 3 alumnos no dieran muestras de este tipo de pensamiento, sugiere que no necesariamente todos los alumnos desarrollan este tipo de pensamiento. La mayoría de los alumnos participantes muestran desde el primer momento el significado del signo igual como equivalencia numérica y 14 de ellos lo ponen de manifiesto de manera estable durante todas las sesiones; en general muestran conciencia de tener que involucrar todos los términos; finalmente, se evidencia la capacidad de la mayoría de los alumnos (20 de los 26) de considerar las expresiones aritméticas y las igualdades y sentencias como totalidades, habiendo superado la tendencia general de realizar los cálculos y comparar los

valores numéricos de ambos miembros. Esta fue una investigación de diseño en la que se realizaron 6 sesiones y los alumnos resolvieron cuestionarios tipo encuesta de entre 5 y 6 preguntas en algunos casos cerradas y, en otros abiertas.

Trujillo (2008), realizó una investigación titulada: Proceso de generalización que realizan futuros maestros, con el propósito de estudiar el proceso de generalización que realizan los futuros Profesores de Educación Primaria cuando trabajan expresiones aritméticas que permiten la generalización; el tipo de estudio fue un estudio de casos realizado con 4 estudiantes de primer año de magisterio de la especialidad de lengua extranjera de la Universidad de Granada, España, en el que encontró que los estudiantes tuvieron poca dificultad describiendo un patrón de forma verbal y en algunos casos hicieron predicciones basadas en las relaciones identificadas en un patrón. Sin embargo los estudiantes no fueron capaces, en la mayoría de las tareas, de proporcionar una descripción algebraica formal de las expresiones aritméticas propuestas.

López & López (2011), realizaron una investigación titulada: Empleo del Modelo 3UV<sup>6</sup> en el álgebra temprana, realizada en México, cuyo objetivo era determinar la pertinencia de la enseñanza del álgebra en edades tempranas con el modelo 3UV. Se utilizó una muestra de 46 niños de tercer grado de Educación Primaria; el diseño fue experimental en el que se utilizó un cuestionario tipo encuesta de 51 preguntas de respuesta breve. Una de las principales conclusiones fue que se puso de manifiesto la clara posibilidad por parte de los niños en edades tempranas de acercarse y trabajar con contenidos algebraicos de manera exitosa.

Juárez López (2010), realizó en México D.F. y Puebla una investigación titulada: Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria, con el objetivo de explorar la interpretación que

---

<sup>6</sup> El significado de 3UV es: 3 usos de la variable.

tiene el profesor de matemáticas en torno al concepto de variable y los diferentes usos en el álgebra elemental. Se usó un cuestionario de 65 preguntas tipo encuesta con una muestra de 74 profesores de matemática de secundaria, el estudio fue de tipo descriptivo. Entre las principales conclusiones aparece: una pregunta que se refiere a patrones visuales y su generalización, no pudo ser contestada por ningún profesor. Cuando se requería reconocer secuencia pudo apreciarse la incapacidad para simbolizar dichos patrones.

Rojano (2010), realizó la investigación: Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos, con el propósito de investigar en qué medida el trabajo con la versión dinámica de la balanza ayuda a los alumnos de entre 12 y 14 años de edad a abstraer las acciones realizadas en la balanza al nivel de la sintaxis algebraica asociada a la resolución de ecuaciones lineales, el estudio fue de tipo experimental y se realizó con 8 alumnos de secundaria de la ciudad de México. Entre los resultados obtenidos puede mencionarse que con la balanza simple los estudiantes lograron resolver las ecuaciones eliminando términos por medio de aplicar la operación inversa correspondiente e hicieron uso de la simbología algebraica.

Palarea (1998), realizó en España una investigación titulada: La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años, cuyo objetivo era determinar las dificultades, obstáculos y errores que tienen los alumnos de 12 a 14 años. El estudio fue de tipo cuasi experimental y la muestra estuvo constituida por 73 alumnos de séptimo grado a quienes se les aplicó un cuestionario tipo encuesta de 39 preguntas abiertas. Entre las conclusiones obtenidas aparece: Hay alumnos que mantienen la idea que las operaciones se efectúan en el orden en que aparecen; las habilidades operacionales presentan una mayor conflictividad en las operaciones aditivas.

Esquinas (2009), realizó en Madrid un estudio titulado: Dificultades en el aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica, con el objetivo de determinar el grado de comprensión de los signos de operaciones aritméticas conocidos a este nivel en dos aspectos operativo y relacional, y comprobar la capacidad de generalización de los alumnos. La investigación fue de tipo descriptivo en el que participó una muestra de 231 alumnas de sexto primaria, primero y segundo de Educación Secundaria Obligatoria a quienes se les aplicó un cuestionario de 13 preguntas tipo encuesta. Entre sus principales conclusiones aparece: las alumnas de menos nivel académico tienen mayor dependencia de la aritmética, tienen menor capacidad de pensar en otros términos que no sean exclusivamente numéricos. No obstante la comprensión de la aritmética como sistema formal y no como simples reglas operativas no es muy elevada en general, tampoco en los cursos de secundaria aunque mejor que en primaria. Esto demuestra que la preparación aritmética no es la deseable para las necesidades del álgebra y que ésta se va desarrollando a medida que se avanza en los conocimientos algebraicos y no previamente, como sería preferible. Se observa dificultad para generalizar, pues, la mayor parte de las respuestas se encuentran al nivel de las operaciones concretas. En el estudio se utilizó la estadística descriptiva y la inferencial para analizar los datos.

## 1.2. PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El proceso de transición de la escuela primaria al Ciclo Básico conlleva una serie de cambios para el estudiante, en la mayoría de los casos, cambio de institución escolar, cambio en el sistema de enseñanza, cambios físicos y emocionales y, sumado a esto, el hecho de que la escuela primaria se dedica únicamente al estudio de la aritmética, mientras que el estudio formal del álgebra, por su grado de abstracción, el CNB lo ha asignado al Ciclo Básico.

Esta estructuración curricular, como indica Chevallard (1990), citado por Fripp (2009), tiene cierta nota de inocencia al considerar que el simple cambio de niveles educativos podría implicar separación entre formas de pensar en aritmética y formas de pensar en álgebra, pues, como afirma Fripp (2009), el trabajo escolar debería centrarse en posibilitar que los alumnos expliciten reglas generales al resolver situaciones problemáticas en contextos aritméticos o geométricos, lo cual no implica, necesariamente, el uso de simbología algebraica y ayudaría a eliminar la ruptura que existe en el paso de la aritmética al álgebra, que causa dificultad en el aprendizaje de la misma.

Al ingresar los estudiantes al Ciclo Básico, su conocimiento acerca de la aritmética se circunscribe a los algoritmos operacionales, mostrando, aún en ello, algunas dificultades, lo cual, entre otros factores, no permite cubrir los contenidos de matemática que demanda el CNB dejando, en la mayoría de los casos, el estudio del álgebra formal para los grados posteriores.

Cuando se escucha la palabra “álgebra” generalmente llega a la mente de las personas la idea de variables, ecuaciones y polinomios; sin embargo, según Kieran (2007), citado por Molina (2012), las actividades del álgebra escolar pueden ser de tipo generacional, que impliquen la formación de expresiones de generalidad surgidas de patrones geométricos o secuencias numéricas, y expresiones de reglas que gobiernen relaciones numéricas; o de tipo transformacional, que incluyen sustituir una expresión por otra, resolver ecuaciones, simplificar expresiones, trabajar con ecuaciones. Estas actividades se pueden realizar sin utilizar expresiones literales algebraicas dentro de un contexto aritmético desde la escuela primaria.

Sin embargo, si se quiere que el razonamiento algebraico entre en las aulas de primaria y mejorar el tratamiento del álgebra en el Ciclo Básico, el profesor debe ser el principal agente de cambio, pues existen varios aspectos que el docente del Nivel Primario puede implementar en su trabajo diario que pueden promover cambios en la forma de pensar y de visualizar en el alumno que beneficiarán el aprendizaje del álgebra de una manera formal. Esto no implica un

aumento en los contenidos curriculares, sino un tratamiento más profundo de los temas aritméticos y mayor atención a la forma de enseñarlos pues, a través de ellos, puede promoverse la discusión, el análisis, la argumentación, etc.

La actualización y superación académica del personal docente es necesaria para mejorar la calidad educativa y, considerando que el desarrollo del razonamiento algebraico desde la escuela primaria puede contribuir a ello, es importante plantear la siguiente interrogante:

¿Cuál es el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en los alumnos de sexto grado de primaria del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque?

### 1.3. OBJETIVOS

#### a) General

- Coadyuvar con el sistema educativo, determinando el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en los alumnos de sexto grado de primaria del área urbana del municipio de San Martín Jilotepeque, departamento de Chimaltenango.

#### b) Específicos

- Determinar el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico en los alumnos de sexto grado de primaria.
- Establecer en forma detallada las características del razonamiento algebraico que poseen los alumnos de sexto grado de primaria.

- Proponer recomendaciones para el mejoramiento del aprendizaje del álgebra aplicables en el Nivel Primario y en las Escuelas Formadoras de Maestros.

#### 1.4. JUSTIFICACIÓN

Con frecuencia, los docentes de matemática del Ciclo Básico expresan su insatisfacción con la actual y tradicional enseñanza del álgebra que, en ocasiones, es causa de deserción y repitencia escolar, lo que se evidencia en la investigación realizada por Palarea (1999), en la que concluye que la actitud hacia el álgebra avanza en sentido negativo en los cursos superiores, siendo el cambio más notorio en octavo grado del Sistema Educativo de España.

Por otro lado, sabiendo de la importancia del aprendizaje del álgebra por los beneficios que conlleva, como: tener la capacidad de extraer información de cuadros, tablas y gráficos; comprender fórmulas y saber utilizarlas; es objeto de constante preocupación para los docentes del Ciclo Básico hacer su estudio accesible a todos los estudiantes.

Según Treviño (2009), en su Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo, en el que participaron 17 países, Guatemala ocupa el penúltimo lugar de América Latina en relación a la calidad de la enseñanza de la matemática en tercer grado de primaria, y el doceavo lugar en sexto grado de primaria, por lo que se considera importante realizar investigaciones que contribuyan a mejorar la calidad educativa en esta área del conocimiento en este nivel educativo, pues el fracaso en el aprendizaje del álgebra con frecuencia es atribuido a la ruptura que existe en el paso de la aritmética al álgebra, ya que las dificultades y errores que tienen los alumnos en álgebra son consecuencia de un tratamiento insuficiente de lo aritmético y lo numérico en la educación primaria, además, como señala Socas (2011:16), “una posición que potencie únicamente un pensamiento operacional para la aritmética acentúa y prolonga las

dificultades de los alumnos para desarrollar un pensamiento estructural en el álgebra”.

El Ministerio de Educación (2007), en el CNB de cuarto, quinto y sexto grado del Nivel Primario contempla entre sus contenidos: geometría, patrones, propiedades asociativa y conmutativa de la suma y la multiplicación, operaciones combinadas y signos de agrupación, que pueden constituirse en suelo fértil para el desarrollo de habilidades algebraicas que faciliten la adquisición del lenguaje algebraico inicial.

Los resultados de este estudio permiten hacer propuestas de modificaciones curriculares acordes a la realidad educativa del municipio.

Del estudio pueden hacer uso los docentes que laboran en el Nivel Primario, las Escuelas Formadoras de Maestros, ya que, como señalan Godino *et al.* (2003), los maestros en formación tienen que construir esta visión del papel central de las ideas algebraicas en la actividad matemática y sobre cómo desarrollar el razonamiento algebraico a lo largo de los distintos niveles. También pueden hacer uso de los resultados las autoridades educativas para hacer modificaciones curriculares, ya que, como indica Molina (2009), la algebrización del currículo matemático escolar puede ayudar a enriquecer la enseñanza tradicional de las matemáticas en todos los niveles educativos.

Los resultados se pueden utilizar para realizar acciones en relación a la formación docente ya que como indica López (2010:3), “Guatemala presenta graves dificultades en cuanto a la formación docente, entiéndase la formación inicial que es una de las más atrasadas del continente; la formación continua, la cual no tiene claridad y pertinencia; de igual manera, la formación de formadores, que no es compatible con lo que el país necesita, también la investigación para la docencia, misma que no existe”. Así mismo, pueden hacer uso de la investigación personas que laboren en edición y revisión de libros de texto de Matemáticas para implementar los cambios que consideren pertinentes.

## 1.5. TIPO DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación tiene un enfoque mixto (cualitativo-cuantitativo) el cual, de acuerdo a Hernández Sampieri, Fernández Collado & Baptista Lucio (2003:5), es cuantitativo porque “utiliza la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación”, también utiliza el conteo y frecuentemente hace uso de estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población; en igual forma, según los mismos autores, es cualitativo porque “se basa en métodos de recolección de datos sin medición numérica” y “su propósito consiste en reconstruir la realidad, tal y como la observan los actores de un sistema social previamente definido”.

El tipo de investigación es descriptivo, pues, según Hernández Sampieri *et al.* (2003), en un estudio descriptivo se selecciona una serie de cuestiones y se mide o recolecta información sobre cada una de ellas, para así describir lo que se investiga, que es lo que se hizo en este estudio.

## 1.6. VARIABLES

Variable	Definición teórica	Definición operativa	Indicadores	Técnicas	Instrumentos
Rol del docente.	Según Ibarra Mustelier (2005), el rol del docente son acciones observables del maestro en el desarrollo del razonamiento algebraico esperable de los procesos de enseñanza.	El rol del docente consiste en la realización de las acciones siguientes: enseñanza de problemas; enseñanza de símbolos de relación y propiedades de las operaciones aritméticas; realización de análisis de igualdades y desigualdades; enseñanza de patrones; realización de predicciones en base a patrones identificados; enseñanza de la jerarquía de las operaciones y utilización de variables en la enseñanza de la geometría.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enseñanza de problemas.</li> <li>• Enseñanza de símbolos de relación y propiedades de operaciones aritméticas.</li> <li>• Representación horizontal de expresiones aritméticas.</li> <li>• Enseñanza de cálculo mental.</li> <li>• Realización de análisis de igualdades y desigualdades.</li> <li>• Uso bidireccional del signo igual.</li> <li>• Enseñanza de la jerarquía de operaciones.</li> <li>• Utilización de variables en la enseñanza de la Geometría.</li> <li>• Enseñanza de patrones: aritméticos y geométricos.</li> <li>• Realización de predicciones en base a patrones identificados.</li> </ul>	Entrevista dirigida  Encuesta	Cuestionario para docentes  Guía de entrevista.
Razonamiento algebraico elemental	Según, Castro <i>et al.</i> (2011), el razonamiento algebraico elemental es el sistema de prácticas operativas y discursivas aplicadas en la resolución de tareas abordables en la educación primaria en las que intervienen objetos y procesos algebraicos (simbolización, relación, variables, ecuaciones, patrones, generalización, modelación, etc.).	Los procesos del razonamiento algebraico a tomar en cuenta son: identificar patrones aritméticos y geométricos, realizar predicciones en base a un patrón identificado, analizar ecuaciones e inecuaciones, aplicar la jerarquía de operaciones, representar en forma simbólica enunciados escritos, utilizar variables en contextos geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificación de patrones.</li> <li>• Realización de predicciones en base a un patrón.</li> <li>• Análisis de igualdades (cerradas y abiertas) y desigualdades.</li> <li>• Aplicación de jerarquía de operaciones.</li> <li>• Representación en forma simbólica de enunciados escritos.</li> <li>• Representación en forma simbólica de ecuaciones que representan situaciones reales.</li> <li>• Utilización de variables</li> </ul>	Encuesta	Hoja de trabajo

## 1.7. METODOLOGÍA

El estudio se llevó a cabo en el período de abril a octubre de 2012.

En la investigación se utilizó el método inductivo que, según Piloña (2004:34), “parte de conocimientos particulares para formular uno general”; en otras palabras, este método permite generalizar los resultados obtenidos en la muestra, a toda la población; así mismo, se hizo uso de la deducción que, de acuerdo al autor, anterior “parte de un conocimiento de cierto grado de generalidad hacia un conocimiento nuevo particular”, en el proceso de interpretación y análisis de los resultados, y obtención de conclusiones.

Para garantizar la validez de los instrumentos que, según Hernández Sampieri *et al.* (2003:347), “se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” y la confiabilidad que, según los mismos autores, “se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto produce resultados iguales”, se realizó el proceso de validación con diez docentes que atienden los grados de cuarto, quinto y sexto, quienes respondieron el cuestionario para docentes y también la guía de entrevista; igualmente, participaron 10 alumnos de sexto grado quienes respondieron la hoja de trabajo respectiva. La autorización para realizar la encuesta con docentes y alumnos y la entrevista a docentes, se solicitó, de forma escrita, a los Directores de los establecimientos educativos donde se investigó. Las entrevistas fueron realizadas por la investigadora, quien eligió a los participantes al azar.

a) Las actividades realizadas son las siguientes:

- Investigación bibliográfica
- Verificación de la población y muestra
- Elaboración de instrumentos
- Validación de instrumentos
- Aplicación de instrumentos

- Tabulación de resultados
- Realización de análisis estadístico
- Realización de la discusión y análisis de resultados
- Extracción de conclusiones y recomendaciones
- Elaboración del informe preliminar
- Elaboración del informe final

b) Técnicas

- Revisión documental
- Entrevista a docentes
- Encuesta a docentes
- Encuesta a estudiantes

c) Instrumentos

- Fichas bibliográficas
- Cuestionarios para docentes
- Hoja de trabajo para alumnos
- Guía de entrevista a docentes

## 1.8. SUJETOS DE LA INVESTIGACIÓN

a) Población

La población del presente estudio estuvo constituida por 32 docentes que atienden cuarto, quinto y sexto grado del Nivel Primario; 26 son mujeres y 6 son hombres; 23 laboran en escuelas públicas y 9 en colegios privados; el

72% posee entre 1 y 5 años de experiencia impartiendo ese grado y el 56% únicamente tiene el título de Maestro de Educación Primaria.

De igual forma, participaron 279 alumnos de sexto grado de primaria de los establecimientos educativos ubicados en el área urbana de San Martín Jilotepeque, Departamento de Chimaltenango; tomando en cuenta los que funcionan en jornadas matutina y vespertina, estos son 4 establecimientos públicos y 4 privados:

- Escuela Oficial para Varones “Carlos Castillo Armas”
- Escuela Oficial para Niñas “Julia Ordóñez”
- Escuela Oficial Mixta Lotificación Nuevo San Martín
- Escuela Oficial Mixta Colonia la Felicidad
- Colegio Privado Mixto La Amistad
- Colegio Privado El Valle
- Colegio Jerusalén
- Colegio Getsemaní

Asimismo, el 74% de los alumnos se encuentra en la edad de entre 11 y 12 años, el 23% entre 13 y 14 años y el 3% entre de 15 y 16 años.

#### b) Muestra

En atención al número de docentes se realizó con ellos un censo.

En el caso de los alumnos, para asignar la cantidad de estudiantes de cada establecimiento se realizó un repartimiento directamente proporcional. El método que se utilizó para seleccionar la muestra es el probabilístico al azar, según el cual, todos los elementos de la población tienen la misma posibilidad de ser escogidos. Para determinar el tamaño de la muestra se diseñó una muestra probabilística estratificada, la que según Hernández Sampieri *et al.* (2003), consiste en dividir la población en subpoblaciones o estratos y se selecciona una muestra para cada estrato; los autores

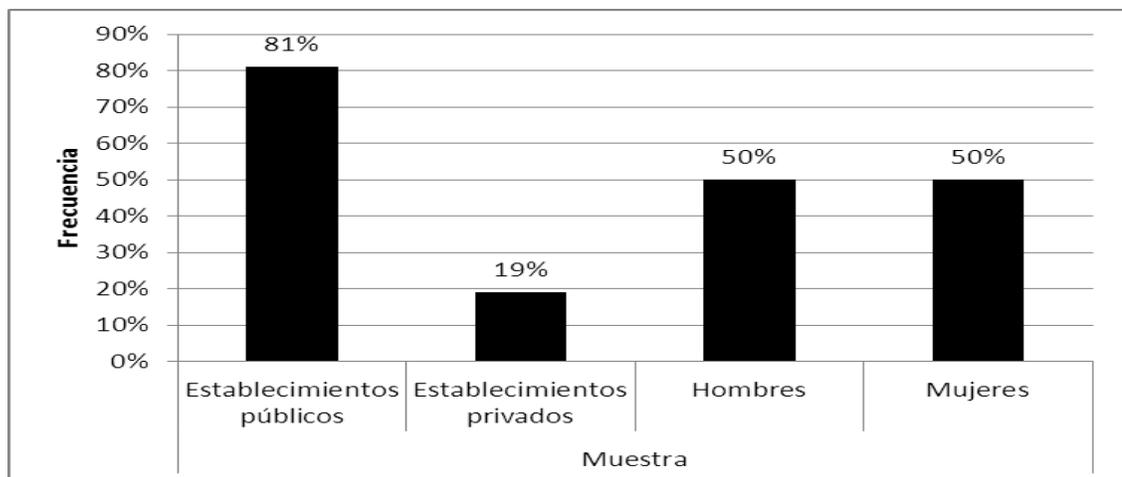
anteriores indican la siguiente ecuación para calcularla:  $m = p \times 0.2534$ , donde  $m$  es la muestra, y  $p$  que es el total de la subpoblación se multiplica por la fracción constante, 0.2534, para obtener el tamaño de la muestra para el estrato. La cantidad de alumnos participantes de establecimientos públicos y de establecimientos privados se detalla en la tabla y gráfica siguiente:

Tabla y gráfica No. 1

Alumnos de sexto grado de primaria participantes en la investigación

Estrato (Tipo de establecimiento)	Población			Muestra		
	H	M	Total	H	M	Total
Establecimientos Públicos	116	110	226	29	28	57
Establecimientos Privados	25	28	53	6	7	13
Total	141	138	279	35	35	70

Fuente: elaboración propia



Fuente: elaboración propia

## CAPÍTULO II

### A. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### 2.1. EL DOCENTE

Según Tardif (2004:25), “Un profesor es, ante todo, una persona que sabe algo y cuya función consiste en transmitir ese saber a otros.”

En ese sentido, el profesor de educación primaria debe poseer dominio de los contenidos propuestos por el CNB para matemáticas y demás asignaturas para poder transmitirlos a los alumnos.

De acuerdo a Tardif, el saber del docente proviene de diferentes fuentes:

*Saberes disciplinarios*, “son los saberes de que dispone nuestra sociedad que corresponden a los diversos campos del conocimiento en forma de disciplinas, dentro de las diversas facultades y cursos (Por ejemplo: matemática, historia, literatura, etc.)”.

*Saberes curriculares*, “se corresponden con los discursos, objetivos, contenidos y métodos a partir de los cuales la institución escolar categoriza y presenta los saberes sociales que ella misma define y selecciona como modelos de la cultura erudita y formación de esa cultura. Se presenta en forma de programas escolares que los profesores deben aprender a aplicar”.

*Saberes experienciales*, “los mismos maestros en el ejercicio de sus funciones y en la práctica de su profesión desarrollan saberes específicos, basados en su trabajo cotidiano y en el conocimiento de su medio. Se incorporan a la

experiencia individual y colectiva en forma de hábitos y de habilidades de saber hacer y de saber ser”.

Es evidente, entonces, que el docente debe conocer los contenidos que pretende enseñar así como los métodos y técnicas para poder hacerlo y aplicar los conocimientos adquiridos de la propia experiencia o de otros.

Aunque, según Bolaños Bolaños & Molina Bogantes (2004:71), “no se trata de que el docente asuma de manera directa o inflexible los elementos de cultura sistematizada que aparecen explícitos en los programas de estudio; por el contrario, el docente debe realizar también una selección y organización de los contenidos provenientes de las áreas del saber que incorporará en el planeamiento y ejecución del currículo en el nivel del aula”.

Significa, entonces, que la organización adecuada del currículo es de gran importancia, pues los docentes recurren a él para seleccionar y organizar los contenidos a trabajar en el aula; ahora bien, como Luna Valle (2006:26), explica: “Es recomendable que los temas tengan relación unos con otros”.

Al respecto Zabalza Beraza & Zabalza Cerdeiriña (2012), explican: Las tareas de los docentes tienen dos ejes de referencia claros: uno es el currículo oficial del cual debe realizar una cuidadosa selección de los contenidos y el otro son los niños y jóvenes con los que trabaja.

Por aparte, Martínez Escobedo (2009:73), menciona entre las obligaciones de los educadores las siguientes: “Actualizar los contenidos de las materias que enseña y la metodología educativa que se utiliza. Participar en las actividades de actualización y capacitación pedagógica”, pues, como Fernández Pérez (2003:15) explica:

“Mi derecho a no cambiar termina justo allí donde comienza el derecho de mis alumnos (y de la sociedad en ellos) al mejor profesor que llevo dentro, el cual, por definición de “mejor profesor” nace cada año”.

## 2.2. FORMACIÓN DOCENTE

Según el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España (2003), la formación docente debe:

- Fomentar entre los profesores la reflexión en su proceso de formación.
- Adecuar la formación inicial de los futuros docentes a la realidad de sus necesidades.
- Promover acciones formativas que estén relacionadas con las funciones y competencias que los profesores desarrollan tanto en los centros como en las aulas.
- Preparar al docente para los cambios emergentes en la sociedad del siglo XXI.
- Adecuar la formación continua del profesor a la demanda de los alumnos en términos de utilidad y satisfacción personal”.

Según Aldape (2008:29), “las acciones que ayudan a conseguir que el docente se encuentre listo para una contribución efectiva y eficaz son:

- Asegurarse de que el personal docente cuente con los conocimientos, habilidades y competencias, estudios, entrenamiento e información que le ayuden a realizar y mejorar su trabajo.
- Establecer una relación de ayuda, respeto, aprobación, apoyo, retroalimentación y estímulo entre los diferentes niveles (jefe-subordinado-compañero).
- Asegurarse de que cuenten con los recursos humanos, material y de capital, necesarios para realizar o mejorar su trabajo.”

Así mismo, Aldape, explica al respecto: “ tanto las instituciones como los maestros tienen que mantener presente que cada día y a cada momento todo cambia y se tendrá que evolucionar al mismo ritmo en diferentes ámbitos, desde lo tecnológico hasta lo personal para contar con las competencias necesarias para trabajar, tomar decisiones y solucionar problemas de diversa índole. Una manera de preparar al docente para los cambios es desarrollar sus competencias a través de:

- Lograr que se involucre en diversos proyectos o áreas.
- Generar compromiso de su parte hacia la institución.
- Darle poder para tomar decisiones.
- Capacitarlos continuamente para estar actualizados en todas las áreas.
- Rotarlos en diferentes departamentos y funciones para que adquieran una visión general.”

En este sentido, Aldape y el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España coinciden en la importancia de formación continua del docente para actualizarse, así como en la necesidad de que el docente cuente con los conocimientos de los contenidos que le corresponde trabajar.

Paralelamente, Marcelo & Vaillant (2009:58), “identifican tres características del docente que influyen significativamente en el progreso del estudiante:

- Los estilos de trabajo subyacentes y las normas de conducta que guían al docente vinculadas a valores, compromisos y actitudes fundamentales.
- Las “micro-conductas” o las habilidades específicas para enseñar que se pueden identificar y aprender.
- La capacidad del docente para generar un clima de aula que motive a los estudiantes a aprender y a trabajar de la mejor manera posible.”

Estos autores “describen una serie de características que permiten predecir la efectividad en el desempeño de un docente. Entre estas se encuentran: las

vinculadas al profesionalismo y en especial al compromiso de hacer lo posible para que todos los estudiantes estén en condiciones de tener éxito; la confianza en la propia capacidad para enfrentar desafíos; la necesidad de ser consistente y justo”.

Hacen referencia también al hecho de que el docente prepare al alumno de manera adecuada de modo que esté en la capacidad de alcanzar el éxito. Para lograrlo es necesario que el docente posea conocimientos y habilidades para proporcionarle una educación eficaz.

### 2.3. EL MAESTRO DE MATEMÁTICA Y LA DIDÁCTICA

Según Nérici (1973:54), “la didáctica es ciencia y arte de enseñar”, por lo tanto este tema se referirá a las formas de comportamiento didáctico del maestro de matemática.

Al respecto Campos (2005:217), afirma: “El profesor aparece como un guía y facilitador, ha de propiciar que el alumno logre orientar su actividad y su esfuerzo en el proceso de aprendizaje, ha de facilitar la verbalización de los conceptos, el trabajo y la difusión compartida; ha de planificar actividades de resumen y síntesis en todo el proceso y ha de confiar en el esfuerzo de los alumnos brindando ayuda con pistas para pensar, para solucionar problemas, ensayar un procedimiento y atribuirle un significado”

Además, Alarcón Bortolussi, Bonilla Rius, Nava Alvarez, Rojano Ceballos & Quintero (2001), manifiestan: la comunicación de ideas, tanto en forma oral como escrita, es importante en el aprendizaje de las matemáticas, porque exige de los estudiantes una comprensión más profunda de los conceptos y principios involucrados, le permiten al profesor determinar las actividades que refuercen el estudio de algún contenido o proponer situaciones para favorecer la adquisición de nuevos conocimientos.

Los autores anteriores coinciden en que la clase de matemática debe abandonar su carácter magistral en el que sólo el maestro podía comunicar, y adoptar un clima de comunicación, de discusión y argumentación entre iguales.

Según González (2003:1), “los maestros actuales de todos los niveles educativos no sólo deben saber mucho, sino también tener la capacidad para promover en sus alumnos el aprendizaje de esos conocimientos”.

Este autor también menciona que, “el maestro de hoy necesita enfrentarse a los grupos fortalecido con una formación pedagógica que lo dote de elementos suficientes para enseñar en forma adecuada. Ha de considerar la naturaleza del aprendizaje para poder proponer medios de enseñanza eficaces que produzcan aprendizajes significativos. Así, al conocer los procesos internos que llevan al alumno a aprender significativamente, manejará algunas ideas para propiciar, facilitar o acelerar el aprendizaje”.

De acuerdo a los autores anteriores el maestro debe ser un investigador de técnicas y estrategias que le permitan favorecer el aprendizaje en los alumnos de acuerdo a los contenidos curriculares a estudiar.

De igual manera, Godino *et al.* (2003:23), expresan: “El razonamiento empírico deductivo es el que aplican los matemáticos, “quienes no formulan un teorema a la primera”. Los tanteos previos, los ejemplos y contraejemplos, la solución de un caso particular, la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, etc. son las auténticas pistas para elaborar proposiciones y teorías. Esta fase intuitiva es la que convence íntimamente al matemático de que el proceso de construcción del conocimiento va por buen camino. La deducción formal suele aparecer casi siempre en una fase posterior”.

Lo anterior expone ideas de cómo el maestro debe abordar los temas matemáticos para lograr su aprendizaje por construcción y no por memorización.

Con respecto a la enseñanza del álgebra, Enfedaque (1990:29), sostiene:

“Dada la especial dificultad del álgebra es muy importante que el profesor tenga una idea clara de los niveles concretos de comprensión en que se hallan sus alumnos” y “debe prestar atención a cómo y por qué actúan de determinada manera los alumnos, estudiar y analizar sus respuestas con el fin de ir a las causas de los errores y poder hacer un aprendizaje significativo y no mecanicista ni memorista”, además, “como en todo paso a un nivel superior de abstracción, la vuelta al referente, a lo concreto, a los objetos, números, situaciones, etc. de los cuales surge inicialmente un enunciado algebraico, debe realizarse siempre que sea necesario, siempre que se observe la más mínima incompreensión por parte del alumno”.

Este autor hace referencia a la importancia de organizar la enseñanza de los contenidos algebraicos por niveles, lo cual permite al profesor graduar el grado de complejidad y asegurar que las distintas etapas de su proceso de enseñanza alcancen sus objetivos; de la misma forma, señala la importancia de iniciar un aprendizaje partiendo de lo que el alumno conoce, es decir, de sus conocimientos previos, para lograr un aprendizaje significativo.

Considerando que el nuevo currículo es producto de la reforma educativa cabe mencionar lo que Viñao Frago (2002:51), expresa: “La importancia de los profesores en las reformas educativas, su habilidad y su voluntad para innovar, y la cantidad de información de la que pueden disponer, son factores esenciales en todos los proyectos de reforma”. De la misma manera Rubio (2012), en una conferencia expuso: “el docente es el corazón del sistema educativo, docentes competentes son la base del cambio”.

Lo anterior pone de manifiesto la importancia del desenvolvimiento por parte del docente en el proceso educativo, pues los cambios que pretendan realizarse en este proceso, en gran medida, dependen de él.

#### 2.4 APRENDIZAJE Y RAZONAMIENTO

Según González (2003:2), “el aprendizaje es el proceso de adquisición cognoscitiva que explica, en parte, el enriquecimiento y la transformación de las estructuras internas, de las potencialidades del individuo para comprender y

actuar sobre su entorno, de los niveles de desarrollo que contienen grados específicos de potencialidad”.

De igual modo, explica: “En el aprendizaje influyen condiciones internas de tipo biológico y psicológico, así como de tipo externo, por ejemplo, la forma como se organiza una clase, sus contenidos, métodos, actividades, la relación con el profesor, etc.”

Lo anterior significa que las condiciones externas que influyen en el aprendizaje están directamente influenciadas por la actitud del docente, por lo tanto se considera de gran importancia su preparación y formación en las distintas áreas del conocimiento en las que trabaja.

De acuerdo con De la Mora (1977:28), “el aprendizaje se realiza en forma progresiva a través de una articulación u organización, y depende de la forma de reaccionar de la mente ante los diversos estímulos y agentes exteriores. En el aprendizaje interviene toda la persona. El flujo de voluntad es decisivo puesto que sólo aprende el que quiere. La motivación tiene como fin crear y mantener la actitud de interés en el que aprende; ese estado permanente de atención es indispensable para adelantar el conocimiento.”

Según De la Mora, la articulación entre los conocimientos favorece el aprendizaje, además, es importante mantener una actitud positiva del estudiante ya que esto facilitará y aumentará las posibilidades de un aprendizaje eficaz.

De acuerdo al diccionario español en línea, razonar es la “acción de pensar o relacionar ideas, pensamientos o razones como medio de conocimiento”.

Por otro lado, Hughes, citado por Campos (2007:22), acerca del razonamiento concluye: “La habilidad de razonar es una característica fundamental de los seres humanos... virtualmente cada actividad humana consciente incluye el razonamiento”.

De la misma manera, Sternberg (1987) expone, el razonamiento es un intento de combinar elementos de información vieja a fin de formar nueva información.

Hughes y Sternberg, coinciden en que el razonamiento está presente en el aprendizaje y en que no puede haber aprendizaje sin razonamiento.

De igual manera, Beyer (1995), citado por Campos (2007:30), señala que: "Razonamiento es la habilidad de derivar una conclusión de una o más premisas. Para ello requiere examinar la relación lógica entre enunciados o datos"

En la definición anterior puede observarse claramente la necesidad del razonamiento en el aprendizaje del álgebra pues cualquier actividad de tipo algebraico que deba realizarse necesita tener un orden lógico en su proceso.

## 2.5. APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

Según Piaget (1979), citado por Campos (2005:219), "el proceso de aprendizaje no es lineal, sino que constituye un proceso complejo de estructuraciones sucesivas, a través de una jerarquía de niveles bien definidos". Lo que significa que es un proceso que pasa de estados de menor conocimiento a estados de conocimientos más avanzados en el transcurso de su desarrollo; de acuerdo a esto, el aprendizaje del álgebra debe ser gradual, iniciándose desde sus rasgos más sencillos hasta llegar a procesos más complejos, lo cual coincide con lo que Alarcón Bortolossi *et al.* (2001) expresan: para favorecer el acceso al álgebra, es conveniente que los alumnos se acostumbren, de manera gradual, a utilizar expresiones con literales, a las primeras reglas sencillas de escritura algebraica y otros temas que, desde la aritmética y la geometría, preparan el estudio de esta disciplina. Las actividades deberán enfatizar el uso de situaciones concretas y su representación por medio de tablas y gráficas, para que el alumno explore regularidades y patrones y aprenda a expresarlos simbólicamente".

Según los autores anteriores, se puede empezar a introducir al alumno en el aprendizaje del álgebra desde la aritmética y la geometría, lo cual permite minimizar la brecha entre esta disciplina y las demás ramas de la matemática; además, sugiere un tratamiento más profundo de la aritmética a través del cual puedan desarrollarse habilidades que faciliten el aprendizaje del álgebra.

Por su parte, Kieran y Lee (1996), citados por Palarea (1999:7), “sugieren cuatro aproximaciones a la enseñanza del álgebra en la Escuela Secundaria denominados: a) generalización, b) resolución de problemas, c) modelización y d) funciones”.

En cuanto al momento de la introducción del aprendizaje del álgebra, Castelnuovo (1970), expone: ¿No es acaso una función lo que atrae el interés de los niños en una de la primeras lecciones cuando tiene en la mano un cuadrado articulado. El cuadrado se transforma en rombo y en esta transformación hay elementos que cambian y otros que permanecen invariables, cambian sus ángulos pero su suma permanece invariable? Ellos no dudan que lo que se “pierde” en un ángulo debe ser “ganado” en otro, su confianza en este principio de compensación es sacudida, y es precisamente ahora, en las consideraciones de función no constante donde el niño comprende el concepto de función.

Castelnuovo coincide con Alarcón, en cuanto a la posibilidad de introducir conceptos algebraicos desde la geometría, también puede comprenderse que algunos conocimientos pueden introducirse desde edades tempranas, lo cual favorecería el aprendizaje de conocimientos más complejos en etapas posteriores.

Por otro lado, Sessa expresa, “en el plan integral de formación algebraica, los alumnos deberán aprender tanto a controlar las leyes de transformación de las escrituras como a anticipar sus efectos sobre una expresión dada, para poder elegir la transformación mejor adaptada al problema que están tratando”.

De este modo, Sessa hace referencia a algunos aspectos que forman parte del estudio del álgebra en los que intervienen procesos complejos de razonamiento necesarios para su aprendizaje.

Los autores anteriores sugieren abordar el álgebra a través de esos procesos y elementos algebraicos en la Escuela Secundaria, es importante iniciar el desarrollo de ellos desde la escuela primaria y así evitar rupturas en el proceso de aprendizaje.

## 2.6. DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

Alonzo (1993), citado por Mata, Ramírez Arballo, Porcel & Siwert (2009:75), señala que las dificultades en el uso y tratamiento de las expresiones algebraicas se deben a la naturaleza abstracta de sus elementos.

Lo anterior se refiere a la concepción tradicional que se tiene del álgebra al darle un carácter exclusivamente simbólico sin un aprendizaje de forma significativa.

Por otro lado Malisani (1999:19), explica:

“En la fase de transición entre pensamiento aritmético y pensamiento algebraico, ciertos obstáculos a nivel aritmético pueden retardar el desarrollo del lenguaje algebraico y la introducción de nuevas estrategias y de nuevos contenidos algebraicos pueden eclipsar los conocimientos aritméticos anteriores”.

El autor anterior resalta la importancia de un conocimiento bien cimentado de la aritmética previo a iniciar el estudio formal del álgebra.

De igual forma, Cabanne (2008:82), expresa: “En la enseñanza-aprendizaje del álgebra hay gran variedad de dificultades que pueden agruparse en distintas áreas: 1) Dificultades debidas a la naturaleza del tema algebraico dentro del contexto matemático. 2) Dificultades que surgen de los procesos cognitivos de los alumnos y de la estructura y organización de sus experiencias. 3) Dificultades atribuidas a la naturaleza del currículo y a los métodos de enseñanza usados. 4) Dificultades debidas a las actitudes afectivas y no racionales hacia el álgebra”.

En otras palabras, según Cabanne los elementos que pueden influir de manera positiva o negativa en el aprendizaje del álgebra son: dificultad propia del contenido, conocimientos previos del alumno, organización del currículo y actitud del alumno en el proceso de aprendizaje. En los últimos tres elementos el maestro puede realizar cambios en favor del aprendizaje de esta rama de la matemática.

Paralelamente, Vergnaud, Cortes & Favre-Artigue (1988), citados por Johsua & Dupin (2005), exponen: el álgebra constituye para los alumnos una ruptura epistemológica importante con la aritmética. Al contrario de la aritmética, el procedimiento algebraico exige renunciar al cálculo de las incógnitas intermedias. Varios tipos de dificultades pueden reunirse en el nivel considerado:

- a) La significación del signo igual, en aritmética, este signo anuncia el resultado de un cálculo; en álgebra puede significar la igualdad de números o una igualdad de funciones;
- b) La letra como incógnita, los alumnos tienen muchas dificultades para operar sobre una incógnita o con una incógnita;
- c) Los conceptos de función y variable, se refieren al problema de la expresión analítica de una dimensión (o una relación) en función de una o muchas otras;
- d) Los números negativos;
- e) Sistema, independencia, solución única o solución múltiple.

Por su parte Godino y Font (2003:816), señalan: “El uso de notaciones, tanto en aritmética como en álgebra se basa con frecuencia en convenios ambiguos, lo que puede explicar las dificultades en el aprendizaje. Se usan expresiones similares que tienen significados muy diferentes en aritmética y en álgebra. Por ejemplo,  $27$  y  $2x$ , el  $2$  de  $27$  indica el lugar de las decenas y, por tanto, representa  $20$ . Sin embargo  $2x$  significa que el  $2$  multiplica a  $x$ . El signo de multiplicar con frecuencia se omite, y cuando se pone puede confundirse con la letra “equis”, también, “en el contexto algebraico escribimos  $ab$  para indicar el producto  $a \cdot b$ , pero en aritmética  $3.5 \neq 3 \times 5$ . De igual modo,  $ab = ba$ , pero  $35 \neq 53$ ,  $4 + 0.75 = 4.75$  pero  $2x + y \neq 2xy$ ”.

De la misma forma, Kieran (1992), Kieran & Filloy (1989), MacGregor & Stacey (2000), citados por Flores & Castellanos (2011:56), señalan las siguientes dificultades de los alumnos en la transición de la aritmética al álgebra: “1) Generalización equivocada de procedimientos aritméticos. Haber aprendido a pensar y operar con símbolos numéricos dificulta la comprensión de la operación con letras y las reglas de operación en las ecuaciones. 2) Resistencia a emplear ecuaciones en problemas, prefieren hacerlo por intuición o por ensayo y error. 3) Dificultad para expresar formalmente los métodos y procedimientos que se usan para resolver problemas. 4) Equivocaciones en la interpretación de las variables. 5) Desconocimiento del significado de la igualdad. Los alumnos manejan el signo de igual como una señal de hacer algo e ignoran el significado de la igualdad como un equilibrio entre los dos miembros de la ecuación. 6) Transposición de términos incorrecta. 7) Interpretación equivocada de la concatenación de términos”

Como puede observarse, estos autores coinciden con las dificultades mencionadas anteriormente por otros. Al respecto Flores *et al.* (2011:57), explican que estas dificultades se deben a que “los estudiantes tienen muy pocas experiencias aprendiendo álgebra en el contexto de la solución de problemas”.

## 2.7. DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

Al respecto del razonamiento algebraico Godino *et al.* (2003:774), expresan: “El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente en las ecuaciones, las variables y las funciones”.

Según estos autores, la generalización es parte esencial del álgebra, con lo cual se justifica el hecho de apoyar la enseñanza de contenidos que promuevan su

desarrollo desde la escuela primaria en un nivel en el que no necesariamente se llegue al uso de lenguaje alfanumérico, como por ejemplo: patrones, exploración de regularidades, etc.

De acuerdo a Godino *et al.* (2010), el razonamiento algebraico se inicia a partir de las actividades aritméticas de cuantificación de cantidades mediante los procesos de simbolización numérica. Los símbolos numéricos se organizan desde los primeros niveles, como un sistema formado por elementos relacionados mediante ciertas operaciones relacionadas con un sistema de propiedades estructurales. El surgimiento del razonamiento algebraico se basa en un primer proceso de generalización, de la cantidad de una magnitud concreta se pasa al símbolo que representa una cantidad de una magnitud cualquiera. Un nivel más avanzado de pensamiento algebraico se pone de manifiesto en las actividades que involucran relaciones y correspondencia (funciones), primero entre cantidades, entre símbolos estructurados después. La igualdad como relación de equivalencia entre números (y no como indicación del resultado de una acción-operación) es otro objeto emergente de la práctica matemática que caracteriza el razonamiento algebraico.

Estos autores indican que el razonamiento algebraico inicia desde la aritmética, lo cual significa que puede trabajarse desde edades y niveles educativos tempranos; además el uso de igualdades en el estudio, ya sea de la aritmética o de la geometría, promueven el desarrollo del pensamiento algebraico ya que implican una representación horizontal que es propia de expresiones algebraicas.

## 2.8. RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL

Castro *et al.* (2011:75), definen el razonamiento algebraico elemental como: “El sistema de prácticas operativas y discursivas puestas en juego en la resolución de tareas abordables en la educación primaria en las cuales

intervienen objetos y procesos algebraicos (simbolización, relación, variables, incógnitas, ecuaciones, patrones, generalización, modelación, etc.)”.

#### a) Simbolización

Castro & Rico (1997), definen la simbolización como, uno de los modos de representación de conceptos y procedimientos matemáticos.

De acuerdo con la definición anterior, la simbolización puede desarrollarse mediante la resolución de problemas, a lo que puede dársele un enfoque algebraico desarrollando habilidades en el planteamiento y solución de ecuaciones.

Un símbolo es para Peirce, citado por Esquinas (2009:104), “un signo arbitrario y la relación que existe entre el signo y el objeto es mental, depende de un hábito o de una convención”.

Según Pimm (1995), citado por Molina (2006:130), “los símbolos desempeñan diversas funciones: ilustran la estructura de las matemáticas, facilitan la rutina de las manipulaciones, permiten la reflexión sobre las matemáticas y facilitan la permanencia del pensamiento”. Especialmente señala dos funciones de los símbolos matemáticos: “Significación y equivalencia, este último se refiere al uso de los símbolos como sustitutos visibles o tangibles para la manipulación; la otra función de los símbolos, significación, nos permite nombrar algo y así hacerlo presente, además de permitir distinguir objetos o conceptos entre sí”.

Por aparte, Alcalá (2002), clasifica los símbolos matemáticos en:

- Símbolos de primer orden: las palabras que expresan cantidades o relaciones con ellas.
- Símbolos de segundo orden: los números y la aritmética (operaciones de suma y de multiplicación).

- Símbolos de tercer orden: el lenguaje algebraico.

De acuerdo con este autor, los símbolos de primer orden corresponden al lenguaje natural, aprendido dentro y fuera del ambiente escolar; los símbolos de segundo orden corresponden a la simbología utilizada en la escuela primaria y los símbolos de tercer orden contemplan la simbología utilizada en el estudio del álgebra formal.

Alcalá también distingue cuatro niveles en el proceso de simbolización:

- Primer nivel de simbolización: el niño cuenta manual o visualmente, hace uso de símbolos de primer orden.
- Segundo nivel de simbolización: el niño utiliza expresiones organizadas y codificadas, operaciones de suma y resta, situaciones de igualdad o de diferencia de cantidades de un mismo nivel, es decir, ambos van referidos a cantidades o a elementos; también utiliza estrategias de cálculo mental y los símbolos de segundo orden.
- Tercer nivel de simbolización: el niño utiliza operaciones multiplicativas que se apoyan en números de distinto nivel, e irá descubriendo-aprendiendo regularidades y propiedades de los números y las operaciones con ellos, que le pondrán en condiciones de efectuar generalizaciones y, consecuentemente, de poder simbolizar esas generalizaciones.
- Cuarto nivel de simbolización: el niño hace uso de expresiones algebraicas y de los símbolos de tercer orden. Este nivel se diferencia de los anteriores en dos aspectos: a) El cambio que, con respecto a la idea de número se va produciendo conforme se avanza en el mundo de los números enteros. También se produce un cambio en las nociones que se han construido sobre las operaciones,

de la operación numérica verificable empíricamente con cantidades a la operación aritmética como patrón operatorio que obedece, ya no a su verificación empírica sino, a propiedades específicas y a la coherencia lógica. b) La simbología algebraica literal que viene como generalización de regularidades y propiedades numéricas.

Con referencia a lo anterior puede decirse que corresponde a la escuela primaria desarrollar en el niño los primeros tres niveles de simbolización para que al ingresar al Ciclo Básico no tenga dificultades en el aprendizaje del álgebra.

#### b) Relación

Considerado el pensamiento como una acción y el pensamiento relacional como el pensamiento sobre relaciones, Molina (2006:65) explica:

“El pensamiento relacional es la actividad intelectual consistente en examinar expresiones aritméticas considerándolas como totalidades, detectar de manera espontánea o buscar relaciones entre ellas o sus términos y utilizar dichas relaciones con una intencionalidad”.

Molina también señala:

“Es la acción intelectual centrada en la consideración y exploración de las relaciones y estructuras de los objetos o situaciones matemáticas y puede tener lugar en situaciones en las que se relacionan expresiones aritméticas mediante relaciones de igualdad, desigualdad o de orden”.

Además, expone:

“El pensamiento relacional en el cálculo conlleva estrategias flexibles, no usuales o informales, relacionadas con el cálculo mental, lo que requiere tener conciencia, al menos de manera implícita, de propiedades y relaciones aritméticas tales como la conmutatividad o la asociatividad de la suma”.

Así Molina hace referencia a la necesidad de que el alumno posea ciertos conocimientos básicos de la estructura de las operaciones aritméticas para poder desarrollar el pensamiento relacional.

Por otro lado, Molina afirma, “el contexto del trabajo con expresiones aritméticas comprenden varios aspectos que evidencian el trabajo algebraico de este tipo de pensamiento relacional:

- La concepción de las expresiones como totalidades susceptibles de ser comparadas, ordenadas, igualadas y transformadas y, por lo tanto, la aceptación de la falta de clausura.
- El uso de lenguaje horizontal, tradicionalmente, más propio del álgebra que de la aritmética.
- El favorecer la interpretación bidireccional de las igualdades.
- La potenciación de la exploración, identificación y descripción de patrones y relaciones sobre los números y operaciones, primeros pasos en el proceso de su generalización.
- El favorecer el desarrollo y uso de sentido numérico y de sentido operacional, facilitando el avance hacia la concepción de las operaciones y expresiones aritméticas como objetos, y no sólo como procesos.
- La potenciación de un enfoque aplicable a la resolución de ecuaciones, en el contexto de la resolución de igualdades. En el álgebra los alumnos deben manejar expresiones que involucren operaciones que no es posible realizar.
- El promover la relación de la igualdad como la representación de una relación estática entre dos expresiones.”

En los párrafos anteriores se señalan los aspectos del álgebra que se desarrollan al trabajar igualdades aritméticas.

Además, Steiner (1996), define los signos de relación como aquellos que indican la relación que hay entre dos expresiones:  $>$ ,  $<$  e  $=$ .

En el desarrollo del proceso de relación se deben de considerar los siguientes elementos:

### 1) *Signo igual*

Según Sullivan, Hernández & García (2006:6), “el símbolo  $=$ , llamado signo igual y leído “igual a” o “es” se usa para expresar la idea de que el número o expresión a la izquierda del signo igual es equivalente al número o expresión a la derecha”.

Por su parte, Molina (2006), clasifica los significados del signo igual de la forma siguiente:

- Propuesta de actividad de cálculo: este es el significado que posee este símbolo en expresiones incompletas que contienen una cadena de números y/o símbolos, encadenados con símbolos operacionales, seguida a su derecha del signo igual.
- Operador: significado del signo igual en igualdades abiertas o cerradas unidireccionales, compuestas por una cadena de operaciones, dispuesta a su izquierda, y su resultado, dispuesto a la derecha.
- Separador: significado del signo igual otorgado por los alumnos al hacer uso de este símbolo en contextos algebraicos como separador de los pasos realizados en la resolución de una actividad.
- Expresión de una acción: significado del signo igual en igualdades abiertas o cerradas, como un símbolo operador o separador de una

cadena de operaciones y su resultado, aceptándose que ambos se dispongan indistintamente a uno u otro lado de este símbolo.

- Expresión de una equivalencia condicional (ecuación): este significado del signo igual se encuentra en el contexto del álgebra en situaciones en las que la equivalencia expresada por medio del signo igual sólo es cierta para unos valores de la variable o variables, pudiendo no existir ninguno.
- Expresión de una equivalencia: se refiere al uso de este signo para relacionar dos representaciones diferentes de un mismo objeto matemático.
- Definición de un objeto matemático: en este caso el signo igual se utiliza para definir o asignar un nombre a una función u otro objeto matemático.
- Expresión de una relación funcional o de dependencia: este significado del signo igual se refiere al uso de este signo para indicar cierta relación de dependencia entre variables o parámetros.
- Indicador de cierta conexión o correspondencia: este significado impreciso del signo igual se refiere a su uso entre objetos no matemáticos o de distinta naturaleza (ej.: ●●● = 3).
- Aproximación: este significado corresponde a las situaciones en las que este símbolo relaciona una expresión aritmética y una aproximación de su valor numérico. En estos casos el signo igual puede ser reemplazado por el símbolo  $\approx$ , “que se lee: casi igual a”.
- Asignación de un valor numérico: en este caso el signo igual asigna un valor numérico a un símbolo. Por ejemplo, si se está considerando una expresión algebraica, se puede hacer uso del

signo igual para asignar un valor a la variable en el cual evaluar la expresión.

Así mismo, Grupo AZARQUIEL (1999:214), señala el carácter bidireccional del signo igual al exponer: “El signo igual se puede interpretar en los dos sentidos”, es decir, de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.

En relación al signo igual Rojano (2000), citado por Molina (2006), señala que la convención lingüística de escribir de izquierda a derecha, propia de numerosas lenguas es otro posible factor que favorece el desarrollo de una interpretación operacional unidireccional del signo igual.

La autora hace referencia a la forma tradicional de escribir el signo igual al final de un enunciado matemático escrito de izquierda a derecha lo cual dificulta la comprensión de este símbolo como un objeto estático entre dos expresiones y el carácter bidireccional del mismo.

## *2) Igualdades*

La Real Academia Española de la Lengua (2009), define la igualdad como: “Conformidad de algo con otra cosa en naturaleza, forma, calidad o cantidad. Correspondencia y proporción que resulta de muchas partes que uniformemente componen un todo. Equivalencia de dos cantidades o expresiones”

Al mismo tiempo, Molina (2006:115), define la igualdad como:

“Modo gráfico de relacionar en la escritura dos expresiones o representaciones que refieren a un mismo objeto matemático, escribiendo entre ellas un signo igual, así como a la relación existente entre ellas. En el contexto de la aritmética, dichas expresiones son cadenas de números ligados entre sí por signos operacionales”

En igual forma, Molina señala dos tipos de igualdades: “Igualdades numéricas abiertas a aquellas igualdades numéricas que presentan alguna incógnita o término desconocido, e igualdades numéricas cerradas a las que incluyen todos los términos”

### 3) Desigualdades

La Real Academia Española de la Lengua (2009), define la desigualdad como: “Relación entre números, ecuaciones, propiedades geométricas u otras expresiones que tienen valores distintos entre sí”. Los signos que aparecen en esta tabla se utilizan para comparar valores de expresiones matemáticas desiguales.

Signo	Significado
<	menor que
≤	menor o igual que
>	mayor que
≥	mayor o igual que

Al respecto, Meserve & Sobel (2003), explican: también pueden escribirse proposiciones de desigualdad como las siguientes:

$5-2 \neq 4$                       Proposición verdadera de desigualdad

$8 \times 3 \neq 24$                       Proposición falsa de desigualdad

$12 > -3$                               Proposición verdadera de desigualdad

$-3 < -5$                               Proposición falsa de desigualdad

Dichos tipos de proposiciones reciben el nombre de enunciados. Las desigualdades de la misma forma que las igualdades, pueden haber abiertas y cerradas.

### 4) Operaciones combinadas

En IGER (2011:309), se establece que: “Las operaciones combinadas reúnen varias operaciones en una sola, es decir, son operaciones que combinan sumas, restas, multiplicaciones o divisiones”. Además, “la jerarquía de operaciones establece el orden y la forma de realizar las

operaciones: Regla 1, primero se realizan las operaciones dentro de los signos de agrupación: paréntesis, corchetes y llaves, de adentro hacia afuera. Regla 2, se resuelven las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha. Regla 3, se resuelven las sumas y restas, también en el orden en que se presentan, de izquierda a derecha”.

Al respecto, Barbero (2005), explica que para realizar operaciones combinadas debemos conocer las propiedades de las operaciones para no hacer algo que sea incorrecto y antes de comenzar a resolver operaciones combinadas debemos observar la expresión y plantearnos una estrategia a seguir, lo que vamos a hacer antes y después.

El autor señala algunos rasgos o características del pensamiento relacional, como examinar la expresión antes de operar, que el docente debe tener en cuenta en la enseñanza de dichos contenidos.

#### b) Modelación

De acuerdo con Socas (1989), citado por Malagón, Torres y Valoyes (2002:227), “en álgebra los modelos son herramientas que permiten pasar de una situación problemática expresada en lenguaje natural, al modelo, y de éste a la expresión algebraica correspondiente”.

Así mismo, Kieran y Lee (1996), citados por Palarea (1998:49), explican:

“La modelación consiste esencialmente en “trasladar un problema del mundo real a un problema matemático, resolver el problema matemático e interpretar la solución en el lenguaje del mundo real””.

Los autores anteriores coinciden en la necesidad del planteamiento de una situación problematizadora para luego escribirla en forma simbólica, de ahí la importancia de que el alumno desarrolle habilidades en la solución de problemas.

Por otra parte, Malagón *et al.* (2002:227), expresan: “La modelación como proceso esencial de la actividad matemática podría inicialmente movilizar la construcción del concepto de variable por parte de los estudiantes a partir de la elaboración de modelos que den cuenta de situaciones problemáticas de la realidad y de las matemáticas mismas”.

De acuerdo con estos autores puede aprovecharse los contenidos matemáticos para introducir el concepto de variable o sea integrar contenidos, o utilizar problemas relacionados con el entorno del niño para este fin.

Según Bolea (2003), citado por Ferrayra, Rechimont, Parodi & Castro (2010:60), “la modelización algebraica se desarrolla en cuatro etapas fundamentales:

- Problemática inicial, que comprende la situación problemática a analizar y las preguntas iniciales que nos formulamos al respecto.
- Construcción del modelo, consiste en identificar y definir las variables involucradas en el problema y las relaciones entre ellas.
- Trabajo del modelo, se basa en manipular las relaciones establecidas, buscar e interpretar nuevas relaciones en pos de responder alguna de las preguntas formuladas inicialmente.
- Producción de nuevos problemas, donde a partir de la modelización del sistema inicial se simplifica la tarea de plantear nuevas cuestiones.”

Por su parte, Kieran *et al.* (1996), citados por Palarea (1998:49), también señalan: “El proceso de modelización implica tres etapas claramente diferenciadas: 1) Reconocimiento y familiarización con la situación problema, (explicitación y reconocimiento de la regla). 2) Formulación del modelo y

resolución del problema en términos del modelo y 3) Validación del modelo e interpretación de los resultados en el problema”.

Estos autores coinciden en cuanto a los pasos a seguir en el proceso de modelización, aunque es importante resaltar que Bolea, incluye un aspecto didáctico que ha sido propuesto recientemente dentro del currículo, el hecho que el alumno construya sus propios problemas matemáticos.

Según Rojano Ceballos (2010:6), “entre los recursos de modelación concreta clásicos y tradicionales en la enseñanza de la resolución de ecuaciones de primer grado está el modelo de la balanza, en el cual se recurre a la metáfora de la preservación del equilibrio para enseñar la noción de igualdad algebraica. Una serie de estudios empíricos llevados a cabo con el uso de este modelo reportan resultados que muestran tanto las bondades didácticas del mismo como las dificultades que enfrentan los estudiantes al utilizarlo. J. Vlassis observó en su estudio que el uso del modelo de la balanza ayudó a los alumnos a aprender el método formal de aplicar la misma operación a los dos miembros de la ecuación y que las principales dificultades se presentaron al tratar de que los sujetos generalizaran dicho método a las ecuaciones con enteros negativos.”

#### d) Generalización

Según la Real Academia Española de la Lengua (2009), la palabra patrón se refiere a: “Dicho de una persona o de una cosa, en la que se advierte gran semejanza con otra”.

Los patrones numéricos se clasifican en aritméticos y geométricos; al respecto, Ibarra Mercado (2006:10), expresa: “En una sucesión aritmética existe una diferencia común entre los términos sucesivos” mientras que “en

una sucesión geométrica (o progresión geométrica) existe una razón común entre los términos sucesivos”.

El trabajo con patrones conduce a generalizaciones, pues como Sessa (2005:71), afirma: “Generalizar es encontrar características que unifican”, además, “al presentar la generalización como una posible vía de entrada al álgebra estamos pensando en esta herramienta como un mecanismo de validación de conjeturas apoyado en las reglas de transformación de las escrituras. Estamos pensando en las letras representando números generales o genéricos.”

La generalización está estrechamente relacionada con el trabajo con patrones, los cuales según Fripp (2009:32), “son aquello que permite construir una sucesión de signos: orales, gestuales, gráficos, numéricos, de comportamiento, etc. siguiendo una regla de repetición o de recurrencia”.

De la misma forma, Fripp sostiene que: “Al trabajar con patrones son tres las acciones que hay que tomar en cuenta: identificarlo, decirlo y registrarlo”, lo que nos lleva al número generalizado.

Igualmente, Radford (2008), citado por Trujillo (2008), explica: el punto crucial en una justificación de generalización es explicar la forma en la que se percibe lo que es igual y lo que es diferente. Argumenta que la generalización de patrones algebraicos no está caracterizada por el uso de notaciones sino por la forma general en que se trata los mismos. Sugiere que la generalización de patrones algebraicos supone tres momentos:

- La captación de una similitud.
- La generalización de esta similitud a todos los términos de la secuencia que se está considerando.

- La formación de una regla o esquema que permite determinar cualquier término de la secuencia directamente.

Los autores anteriores coinciden en el primer y tercer paso en lo que se refiere al proceso de generalización, difieren en el segundo, pero se considera que, para efectos didácticos, deben tomarse en cuenta ambos puntos de vista.

#### e) Variables

De acuerdo con Steiner (1996:11), una variable “es una cantidad que puede tomar cualquier valor dentro de un conjunto de valores permitidos”. Este autor hace referencia al carácter de variabilidad de las letras utilizadas como variables en una expresión algebraica.

Fripp (2009:32), hace una distinción entre variable e incógnita, la primera: “Letra como expresión del número generalizado”, mientras que la segunda: “Letra como expresión del número desconocido”.

El autor anterior diferencia las letras que forman parte de una expresión algebraica de acuerdo a la función que desempeñan en ella.

Por otro lado, Olfos *et al.* (2007), explican: el programa de estudio en matemáticas de primero medio (MINEDUC 1998b)<sup>7</sup> sugiere que las letras no sólo hagan referencia a cantidades discretas sino también a magnitudes en fórmulas como en el caso de una región rectangular, poniendo de manifiesto la conveniencia de que el profesor incorpore la visualización para facilitar al alumno la comprensión y ofrecerle un contexto significativo con respecto al lenguaje algebraico.

---

<sup>7</sup> Primero medio (MINEDUC 1998b), se refiere al primer año de educación media en Chile, con alumnos de 14 años aproximadamente.

Los autores anteriores explican las ventajas de incorporar el uso de variables en un contexto geométrico para darle mayor significatividad a su aprendizaje.

## 2.9. UTILIDAD DEL ÁLGEBRA

Dentro del currículo de matemática del Nivel Medio los contenidos considerados más difíciles de contextualizar son los correspondientes al álgebra y, en ocasiones, el docente no sabe responder cuando el alumno le pregunta: ¿Para qué sirve el álgebra?, Alarcón Bortolussi *et al.* (2001), al respecto expresan: la mayoría de los empleos que se crean actualmente requieren de individuos capaces de asimilar nueva información y utilizarla para resolver problemas, así como de acceder al uso de nuevos instrumentos y técnicas. Aún actividades que se han vuelto tan cotidianas y necesarias para el trabajo como llenar un formulario o leer un instructivo o manual de operación necesitan que las personas conozcan y estén familiarizadas con los modos de expresión simbólica y pensamiento abstracto que se desarrollan por medio del estudio del álgebra, como son poder extraer información de cuadros, tablas y gráficos, comprender fórmulas y saber utilizarlas.

En igual forma, Enfedaque (1990:30), explica:

“El álgebra proporciona importantes instrumentos intelectuales para resolver problemas que de otra manera serían tediosos y engorrosos, el álgebra elemental es esencial para la comprensión de las estructuras matemáticas”.

El autor anterior se refiere a los beneficios intelectuales que proporciona el estudio del álgebra necesarios para el éxito estudiantil y profesional de las personas.

Por otro lado, Murray-Lasso (2010:15), opina: “Muchos problemas de caminos en redes orientadas tienen una estructura común si dichos problemas se plantean como problemas algebraicos con elementos más generales que el álgebra lineal con números reales y complejos”.

De lo anterior puede comprenderse que el álgebra tiene aplicación a problemas reales aunque esto puede percibirse con mayor frecuencia cuando el estudio de la misma es más profundo y general.

## 2.10. CURRÍCULUM NACIONAL BASE DEL NIVEL PRIMARIO

El Ministerio de Educación (2007), plantea entre los componentes del currículo los siguientes elementos y procesos de razonamiento: formas, patrones y relaciones que ayudan a las y los estudiantes en la construcción de elementos geométricos y en la aplicación de las propiedades en la resolución de problemas, desarrolla la capacidad de identificar patrones y relaciones, de observarlas y analizarlas. También presenta el componente de: sistemas numéricos y operaciones, en el que se estudian las propiedades de los números y sus operaciones para facilitar la adquisición de conceptos y la exactitud en el cálculo mental, desarrolla la capacidad para expresar ideas por medio de signos, símbolos gráficos y términos matemáticos.

De las componentes anteriores surgen las siguientes competencias y contenidos declarativos para los grados de cuarto, quinto y sexto del Nivel Primario, correspondientes al desarrollo del razonamiento algebraico.

Competencia	Contenido declarativo	grado
1. Utiliza el pensamiento lógico reflexivo, crítico y creativo para buscar respuestas a situaciones problemáticas de la vida escolar, familiar y comunitaria.	1. Expresión de patrones numéricos por medio de una o dos operaciones aritméticas. 2. Registro de patrones numéricos en tablas. 3. Construcción de mosaicos, teselados y tejidos considerando formas geométricas, signos y símbolos.	Cuarto
	1. Identificación de patrones que utilicen rotación, traslación y simetría de figuras geométricas. 2. Identificación de patrones numéricos en composición de figuras geométricas que contengan triángulos o cuadriláteros. 3. Elaboración de mosaicos o diseños siguiendo patrones geométricos.	Quinto

Competencia	Contenido declarativo	Grado
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Completación de series numéricas que tienen secuencias en las que se combina dos o tres operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación o división).</li> <li>2. Creación de series numéricas que tienen secuencias en las que se combina dos o tres operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación o división).</li> </ol>	Sexto
<p>2. Identifica elementos matemáticos que contribuyen al rescate, protección y conservación de su medio social, natural y cultural.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aplicación de la propiedad del cero, conmutativa y asociativa en la adición.</li> <li>2. Aplicación de la propiedad del elemento idéntico, conmutativa y asociativa de la multiplicación.</li> <li>3. Cálculo de operaciones abiertas aplicando la relación inversa entre operaciones (Ejemplo: <math>\_ \times 32 = 192</math>).</li> <li>4. Cálculos aritméticos combinados de: suma, resta, multiplicación y división, respetando la jerarquía operacional.</li> <li>5. Aplicación de diferentes estrategias para el cálculo mental de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.</li> </ol>	Cuarto
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aplicación de las propiedades de la suma y la multiplicación en la resolución de ejercicios y problemas con números naturales y racionales.</li> <li>2. Cálculo de operaciones abiertas (Ejemplo: <math>\div 31 = 7</math>; <math>\div = 6</math>; <math>+ \_ = 300</math>).</li> <li>3. Realización de cálculos aritméticos combinados de suma, resta, multiplicación y división, respetando la jerarquía operacional y con signos de agrupación.</li> <li>4. Aplicación de diferentes estrategias para el cálculo mental de suma, resta, multiplicación y división.</li> </ol>	Quinto
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aplicación de diferentes estrategias de cálculo mental.</li> <li>2. Cálculo de operaciones abiertas (operaciones en las que falta uno de los términos).</li> <li>3. Realización de cálculos aritméticos combinados de suma, resta, multiplicación y división, respetando la jerarquía operacional y con signos de agrupación (paréntesis).</li> </ol>	Sexto
<p>3. Utiliza estrategias propias de aritmética básica que le orientan a la solución de problemas de la vida cotidiana.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aplicación de una o dos operaciones aritméticas con naturales o fracciones en la solución de problemas.</li> </ol>	Cuarto
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aplicación de suma, resta, multiplicación y división para la solución de problemas.</li> </ol>	Quinto
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Solución de problemas en los que utiliza dos o tres operaciones aritméticas con números Naturales.</li> </ol>	Sexto

Como puede observarse, el CNB contempla, elementos y procesos que corresponden al razonamiento algebraico elemental en cada uno de los grados. Además de los contenidos anteriores presenta, para cada grado, competencias referentes a Geometría, que es un espacio que puede utilizarse para la introducción de variables con significado o para la construcción de patrones con figuras geométricas.

Por otro lado, en la tabla siguiente, Godino *et al.* (2003:813), “incluyen las expectativas formuladas por los Principios y Estándares 2000. Sobre el bloque de álgebra para los grados 3-5, como se observará, no se trata que los estudiantes de estos niveles realicen manipulaciones de símbolos algebraicos, que con frecuencia es algo a lo que se reduce el aprendizaje del álgebra en la secundaria.”

Estándares del contenido	En los grados 3-5 todos los alumnos deberán
1. Comprender patrones, Relaciones y funciones.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Describir, continuar y hacer generalizaciones sobre patrones geométricos y numéricos.</li> <li>2. Representar y analizar patrones y funciones usando palabras, tablas y gráficas.</li> </ol>
2. Representar y analizar situaciones matemáticas y estructuras usando símbolos algebraicos	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar propiedades tales como la conmutativa, asociativa, distributiva y usarlas para calcular con números naturales.</li> <li>2. Representar la idea de variable como una cantidad desconocida usando una letra o símbolo.</li> <li>3. Expresar relaciones matemáticas usando ecuaciones.</li> </ol>
3. Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modelizar situaciones problemas con objetos y usar representaciones tales como gráficos, tablas y ecuaciones para extraer conclusiones.</li> </ol>
4. Analizar el cambio en diversos contextos.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Investigar cómo el cambio de una variable se relaciona con el cambio en otra.</li> <li>2. Identificar y describir situaciones con tasas de variación constante o variable y compararlos.</li> </ol>

Como puede observarse al comparar los contenidos planteados por el CNB y los contemplados por los Principios y Estándares 2000, aunque el CNB incluye algunos elementos de los contenidos de los Principios y Estándares 2000, vale la pena mencionar que el nivel de complejidad planteado por el CNB, es inferior al contemplado por los Principios y Estándares 2000, así como el hecho de que no contempla los estándares en su totalidad.

## 2.11. GUATEMÁTICA

Según un artículo publicado en un blog del internet por César Vallejo<sup>8</sup>, el programa GUATEMÁTICA se ha implementado desde el año 2006, con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Gobierno del Japón (JICA), y ya ha sido institucionalizado por el Ministerio de Educación; tiene como objetivo mejorar la enseñanza de la matemática en el Nivel Primario con la implementación de metodologías que involucren a los alumnos en la práctica.

Entre los logros obtenidos puede mencionarse, avances en el rendimiento de los estudiantes y mejoras en la didáctica de los docentes, por lo que los programas se han instalado en la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media.

Otro de los logros del Programa GUATEMÁTICA mencionado, fue la reproducción de material didáctico en base al programa, que se ha convertido en el texto oficial de matemáticas en el Nivel Primario.

Según un blog de internet<sup>9</sup>, en noviembre 2009, el Proyecto GUATEMÁTICA inició su segunda fase y en esta ocasión, uno de sus principales propósitos fue apoyar el Programa de Profesionalización Docente -PADEP-D, impulsado por el Ministerio de Educación, a través de la Universidad de San Carlos de Guatemala USAC, particularmente en los cursos de matemática, con lo cual se perseguía

---

<sup>8</sup> Blogconamat.blogspot.com/.../guatemala-promueven-nueva-metodol...

<sup>9</sup> www.jica.go.jp/guatemala/espanol/index.html

continuar promoviendo el uso de la metodología GUATEMÁTICA y obtener mejor rendimiento de los estudiantes en esta materia.

Dentro de las actividades principales, el Proyecto GUATEMÁTICA Fase II contempla: asesoramiento técnico al Ministerio de Educación en el área de Matemática; seguir desarrollando competencias en didáctica de la matemática a técnicos del Ministerio de Educación, formadores de la USAC y docentes; asistencia técnica a docentes y autoridades educativas que realizan estrategias de expansión y divulgación de la metodología.

Es importante destacar que, durante el año 2010, el Proyecto apoyó el diseño y desarrollo del curso de Matemática y Pensamiento Lógico, que se impartió a los docentes que asistieron al PADEP-D.

Otro aspecto que reviste particular importancia para la consolidación de GUATEMÁTICA a nivel nacional, es el Programa Nacional de Matemática "Me Gusta Matemática", impulsado por el Ministerio de Educación y que contó con el apoyo de JICA en su diseño e implementación. Fue lanzado a nivel nacional el 25 de agosto de 2010 y tuvo la peculiaridad de realizarse simultáneamente en los 22 departamentos del país.

Lo que se está haciendo para mejorar las prácticas de enseñanza de la matemática, con GUATEMÁTICA, es:

- Adoptar una metodología más pertinente, que parta del desarrollo del pensamiento lógico de los niños y niñas.
- Partir de la experiencia cotidiana de los niños y niñas.
- Propiciar la participación activa de los niños y niñas en la construcción de su propio aprendizaje.
- Reconceptualizar el propósito de la matemática y hacer de ella una herramienta útil para la vida.

- Propiciar un cambio en el rol como docentes: “De transmisor de conocimientos a facilitador del aprendizaje”.
- Elaborar y validar textos adecuados para los niños y niñas y guías de apoyo para los docentes.

Con base en los resultados, el Ministerio de Educación ha reproducido y distribuido GUATEMÁTICA a todas las escuelas del país, convirtiéndose en el texto oficial de matemática en el Nivel Primario. Asimismo se han realizado procesos de capacitación a los docentes de todo el país para la implementación del Curriculum Nacional Base en el área de Matemática, con GUATEMÁTICA. Actualmente, en el marco del proceso de Profesionalización Docente, se trabaja el área de Matemática con la metodología GUATEMÁTICA.

De acuerdo con Caciá, Salvador Salvador & Nakayama (2008), el texto de Matemática de la serie GUATEMÁTICA para cuarto grado de primaria incluye: análisis de desigualdades, uso de lenguaje horizontal, utiliza letras para representar elementos geométricos, estimula el análisis de figuras geométricas, utiliza letras para representar abreviaturas, estrategias de cálculo mental y problemas tradicionales que requieren para su solución de dos operaciones aritméticas.

Según Nakayama & Caciá (2009), el texto de Matemática de la serie GUATEMÁTICA para quinto grado contempla: análisis de situaciones con figuras geométricas, series numéricas (percepción de patrones), propiedades de la suma y de la multiplicación, jerarquía de operaciones, solución de problemas tradicionales, estrategias de cálculo mental, igualdades abiertas, desigualdades, utiliza letras para denotar abreviaturas y representar elementos geométricos, utiliza lenguaje horizontal y estimula el planteamiento de ecuaciones.

De acuerdo a Nakayama y Salvador Salvador (2010), el texto de Matemática de la serie GUATEMATICA para sexto grado presenta: Series numéricas (percepción de patrones), lenguaje horizontal al presentar operaciones básicas,

contenidos correspondientes a geometría, propiedades de la multiplicación, solución de problemas tradicionales, utiliza letras para representar objetos geométricos y análisis de situaciones geométricas.

Según los autores citados los libros de texto de la serie GUATEMÁTICA incluyen entre sus contenidos algunos que desarrollan el razonamiento algebraico en los alumnos durante los últimos años del Nivel Primario.

## CAPÍTULO III

### A. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

#### 3.1. SOBRE EL ROL DEL DOCENTE EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

Los resultados se obtuvieron mediante la aplicación de 2 instrumentos: el cuestionario y la guía de entrevista.

A continuación se presentan, principalmente, los resultados obtenidos mediante la aplicación del cuestionario debido a que, de la entrevista, la mayoría de resultados coinciden con los del cuestionario; la diferencia se da principalmente en los temas: operaciones combinadas, problemas de aplicación, patrones, el CNB, los cuales se presentan en las páginas: 73, 75, 79 y 82, respectivamente.

El cuestionario fue respondido por 32 docentes y estuvo diseñado en dos partes: la primera, referente a los datos generales, conformada por 5 preguntas; la segunda, constituida por 17 preguntas semicerradas, de estructura dicotómica, relacionadas con el tema antes mencionado. De igual modo, la guía de entrevista, estuvo formada por dos partes: la primera, referente a información general, y la segunda, compuesta por 8 preguntas abiertas, fue respondida por 10 docentes.

## Gráfica y tabla No. 2

Actitud del docente hacia la enseñanza de la matemática.



Fuente: elaboración propia

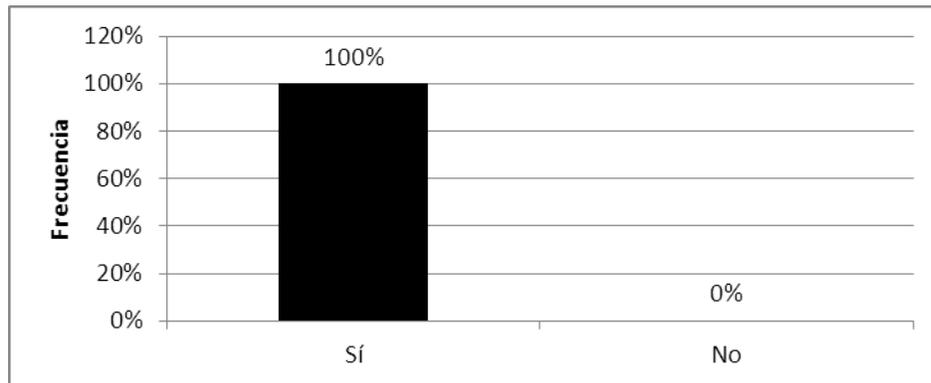
Me gusta impartir la asignatura de matemática porque...	Frecuencia	
	#	%
Permite desarrollar el razonamiento y análisis.	16	50
Permite resolver problemas cotidianos.	8	25
Es una asignatura básica elemental.	3	9
Es interesante.	3	9
Sin opinión	2	7
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

De acuerdo a la gráfica, a todos los docentes les agrada enseñar la asignatura de matemática, la mayoría expresó que le agrada porque permite desarrollar el razonamiento y análisis, a otros les gusta porque permite resolver problemas del entorno del estudiante. La actitud del docente respecto de los contenidos a enseñar es un elemento importante en el proceso enseñanza-aprendizaje, el cual en este caso es favorable.

## Gráfica y tabla No. 3

Enseñanza de las propiedades de la suma y de la multiplicación.



Fuente: elaboración propia

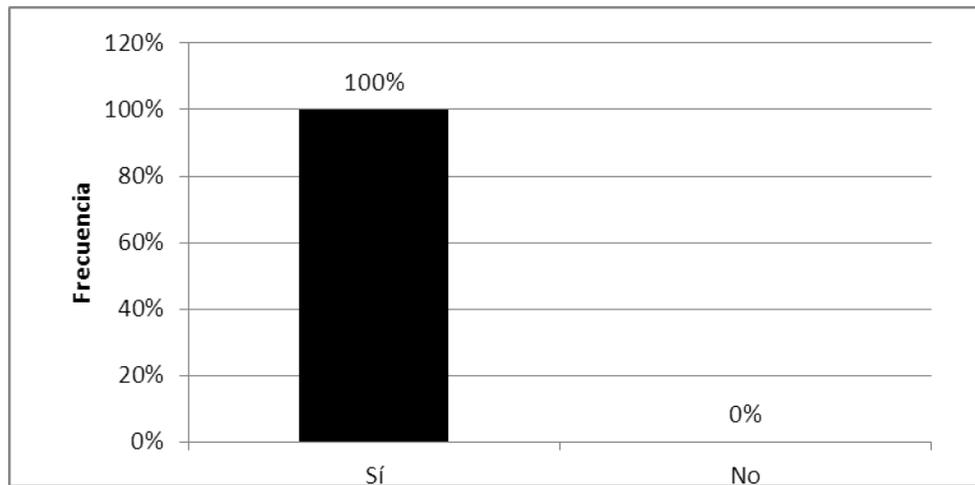
Enseño las propiedades de la suma y de la multiplicación porque...	Frecuencia	
	#	%
Es importante que conozcan las diferentes formas de realizar operaciones.	12	38
Son conocimientos básicos o fundamentales.	11	34
Favorecen el razonamiento.	2	6
Sirven para resolver problemas.	2	6
Sin opinión.	5	16
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

Al respecto de la enseñanza de las propiedades de la suma y de la multiplicación, se encontró que la totalidad de docentes enseña estas propiedades, la mayoría indicó que las enseña porque es importante que el alumno conozca las diferentes formas de realizar las operaciones, además opinaron que son conocimientos básicos o fundamentales que deben enseñarse.

## Gráfica y tabla No. 4

## Enseñanza de símbolos de relación.



Fuente: elaboración propia

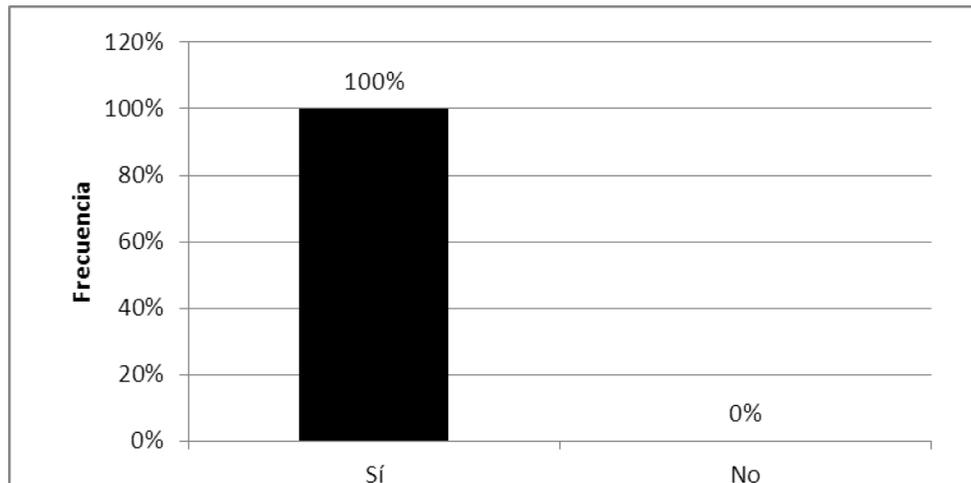
Enseño los símbolos de relación porque...	Frecuencia	
	#	%
Es importante que diferencien las cantidades mayores de las menores.	11	35
Ayuda al alumno a realizar comparaciones usando símbolos.	9	28
Es importante que identifiquen los símbolos.	5	16
Deben conocer todo lo que se refiere a números.	3	9
Es parte del contenido.	1	3
Para que analicen.	1	3
Sin opinión.	2	6
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

En el caso de la enseñanza de los símbolos de relación, se encontró que todos los docentes enseñan a sus alumnos el significado de estos símbolos:  $>$  y  $<$ ; y la mayor parte de ellos expuso que los enseña porque es importante que los alumnos diferencien cantidades mayores de las menores.

## Gráfica y tabla No. 5

## Enseñanza de estrategias de cálculo mental.



Fuente: elaboración propia

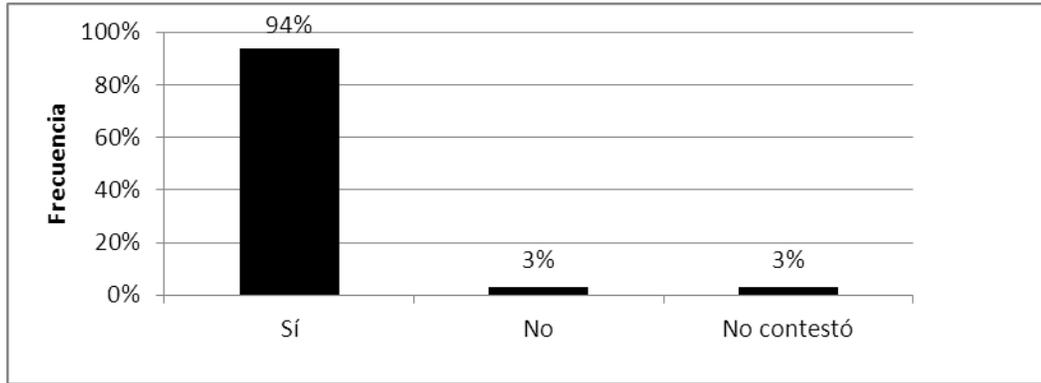
Estimulo el cálculo mental en los alumnos porque...	Frecuencia	
	#	%
Desarrolla habilidades mentales en el estudiante.	15	47
Aprenden a razonar y a analizar.	8	25
Les facilita su desenvolvimiento en matemática.	5	16
No siempre tendrán lápiz, papel o calculadora.	3	9
Sin opinión.	1	3
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

En relación a la enseñanza de estrategias de cálculo mental, según la gráfica, se observa que todos los docentes la realizan, lo que significa que la mayoría de los alumnos debiera poseer las herramientas necesarias para el desarrollo del pensamiento relacional a través del cálculo. Además en su mayoría los docentes indicaron que estimulan el cálculo mental en los alumnos porque desarrolla habilidades mentales así como también aprenden a razonar y a analizar a través de él.

## Gráfica y tabla No. 6

## Enseñanza del análisis de igualdades abiertas.



Fuente: elaboración propia

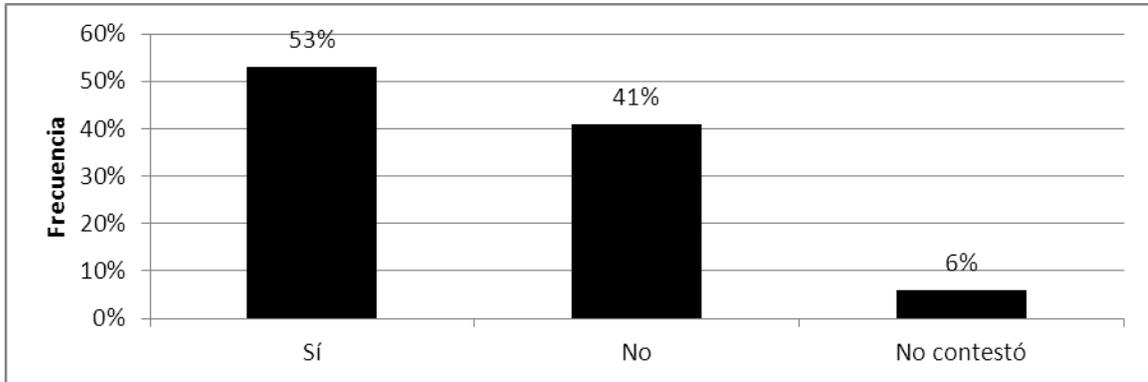
Enseño igualdades abiertas porque...	Frecuencia	
	#	%
Favorece el análisis y razonamiento en el alumno.	10	32
Permite el desarrollo del cálculo mental y del pensamiento lógico.	3	9
Despierta el interés y la curiosidad.	3	9
Son fáciles de resolver.	3	9
Introduce al alumno en lo relacionado a ecuaciones.	2	7
Se han dado espacios para trabajarlos.	1	3
Sin opinión	8	25
<b>No enseño igualdades abiertas porque...</b>		
Sin opinión	1	3
<b>No contestó</b>	1	3
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

En el estudio se encontró que 30 de 32 docentes realizan análisis de igualdades abiertas, por lo que cabe decir que el 94% de los alumnos tiene la oportunidad de desarrollar el proceso algebraico de relación mediante este tipo de ejercicios. Es oportuno mencionar que los docentes explicaron que enseñan estos ejercicios porque favorecen el análisis y el razonamiento en el alumno y, algunos de ellos explicaron que a través de estos ejercicios se introduce al alumno en lo relacionado a ecuaciones.

## Gráfica y tabla No.7

## Enseñanza del análisis de igualdades cerradas.



Fuente: elaboración propia

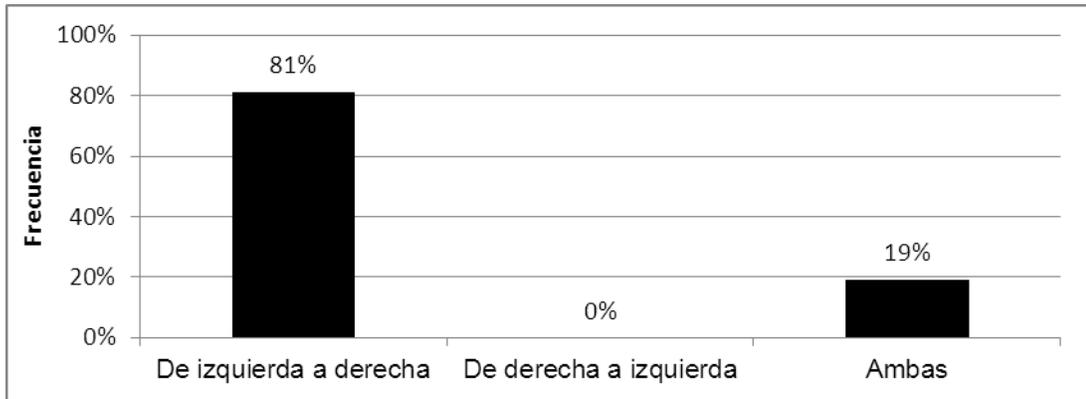
Enseño igualdades cerradas porque...	Frecuencia	
	#	%
El alumno aprende a analizar.	8	25
El alumno aprenda a comparar.	4	13
El alumno debe ser observador.	1	3
El alumno aprende que al operar números diferentes se obtiene el mismo resultado.	2	6
Sin opinión	2	6
<b>No enseñó igualdades cerradas por...</b>		
Falta de conocimiento.	4	13
Falta de tiempo.	1	3
Sin opinión	8	25
<b>No contestó</b>	2	6
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

En referencia a la enseñanza del análisis de igualdades cerradas, aunque la mayoría de docentes (17) indicó que sí la realiza, es importante considerar que un alto porcentaje indicó no realizarla, en consecuencia, un alto porcentaje de alumnos no tiene la oportunidad de realizar este tipo de ejercicios. Es importante señalar que algunos de los docentes expresaron no conocer este tipo de ejercicios matemáticos, lo que pone de manifiesto su desconocimiento de estrategias para el desarrollo del proceso de relación.

Gráfica y tabla No.8

Preferencia en la utilización del signo igual por el docente.



Fuente: elaboración propia

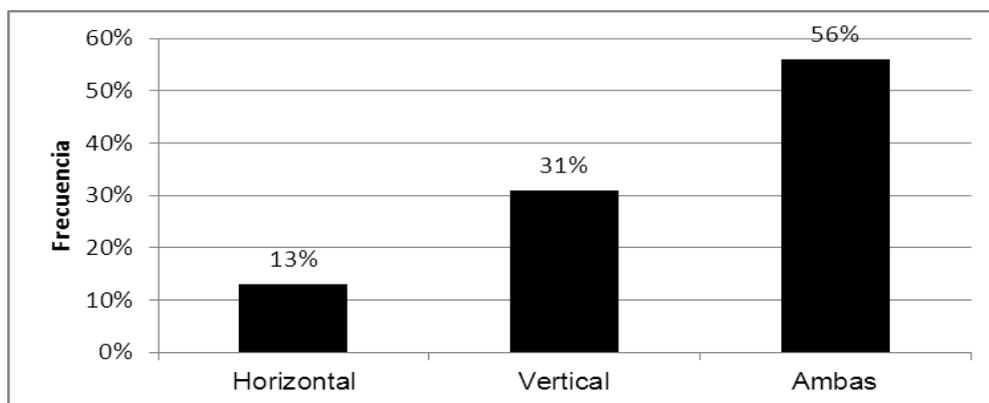
Utilizo el signo igual de izquierda a derecha porque...	Frecuencia	
	#	%
Es la forma tradicional.	11	35
Es la forma correcta.	8	25
Facilita la comprensión.	7	22
<b>Utilizo el signo igual en ambas formas porque...</b>		
Para que el alumno averigüe el término desconocido.	2	6
Los alumnos deben conocer las dos formas.	2	6
La bibliografía muestra ambos casos.	1	3
Sin opinión	1	3
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

En cuanto al uso del signo igual, la mayoría (26) de los docentes prefiere utilizarlo de izquierda a derecha. Además, el 35 % de los docentes indicó que lo utiliza así porque es la forma tradicional y el 25% manifestó que es la forma correcta, uno de ellos lo expresó de la forma siguiente: “es la costumbre que al final se coloque pero creo que la otra forma es interesante”. En consecuencia, puede decirse que el 60% de los docentes desconoce las distintas interpretaciones y significados del signo igual dentro de la matemática; con base en los resultados puede afirmarse que sólo el 19% de los estudiantes utiliza el símbolo igual de ambas formas lo cual favorecerá su aprendizaje del álgebra formal.

## Gráfica y tabla No. 9

Preferencia en la utilización del lenguaje horizontal por el docente.



Fuente: elaboración propia

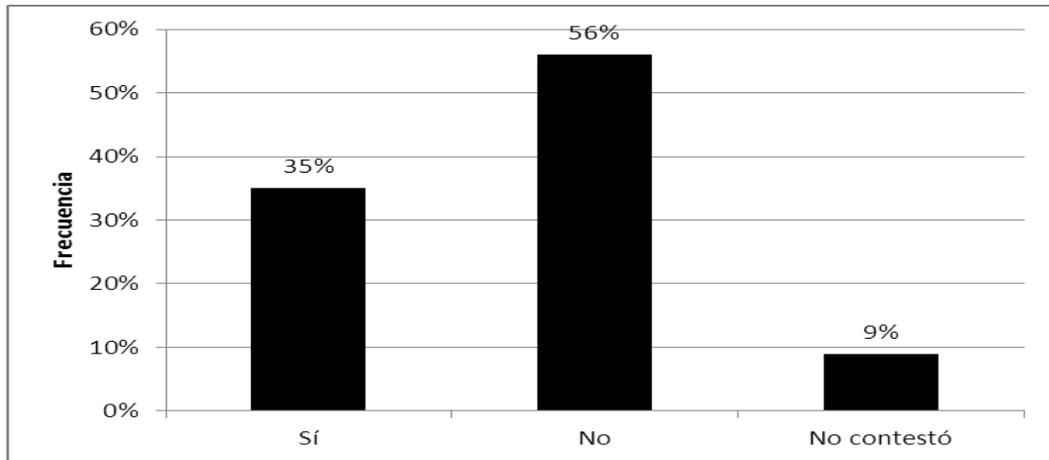
Utilizo con mayor frecuencia el lenguaje horizontal porque...	Frecuencia	
	#	%
La lógica del alumno se desarrolla más.	2	7
Es importante presentar planteamientos de forma no tradicional.	1	3
Los alumnos deben aprender a ordenar.	1	3
<b>Utilizo con mayor frecuencia el lenguaje vertical porque...</b>		
Es más fácil para el alumno.	10	31
<b>Utilizo ambas formas porque...</b>		
Es necesario que los alumnos aprendan a operar en ambas formas.	17	53
No deben operar mecánicamente sino razonar.	1	3
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

Como puede observarse en la gráfica, únicamente el 13% (4 docentes) indicó utilizar con mayor frecuencia el lenguaje horizontal en los planteamientos que presenta a sus estudiantes; en cambio, el 31% (10 docentes) admitió utilizar con mayor frecuencia el lenguaje vertical e indicó que presenta mayor facilidad para el alumno; aunque, el 53% (17 docentes) afirmó utilizar ambas formas y manifestó que es importante que el alumno aprenda a operar de las dos maneras. En tal sentido, el 69% de los estudiantes está familiarizado con planteamientos horizontales y al ingresar al Ciclo Básico éstos no constituirán un aspecto nuevo dentro de su aprendizaje de la matemática.

## Gráfica y tabla No. 10

Realización de análisis de desigualdades.



Fuente: elaboración propia

Realizo análisis de desigualdades porque...	Frecuencia	
	#	%
El niño analiza y razona.	5	16
El niño puede hacer comparaciones.	2	6
Son importantes.	1	3
Sin opinión.	3	9
<b>No realizo análisis de desigualdades porque...</b>		
No conozco esos ejercicios.	5	15
No hay espacio para trabajarlas (falta de tiempo).	3	9
No son necesarias.	1	3
Sin opinión.	9	29
<b>No contestó</b>	3	9
<b>Total</b>	32	100

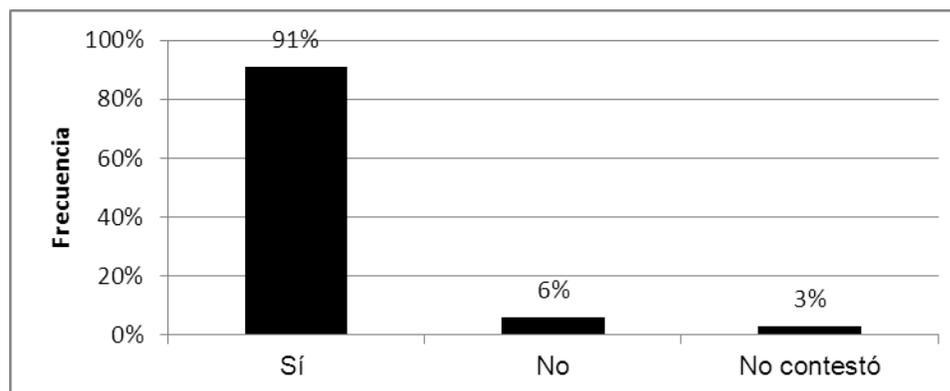
Fuente: elaboración propia

Como puede observarse en la gráfica, el estudio reveló que 21 docentes (56%) no realizan análisis de desigualdades mientras que únicamente 11 docentes (35%), sí lo realizan. Cabe agregar que algunos docentes indicaron no conocer estos ejercicios.

En referencia a lo anterior, puede decirse que el 65% de alumnos no tiene la posibilidad de realizar este tipo de ejercicios a través de los cuales se desarrollan procesos del razonamiento algebraico.

## Gráfica y tabla No. 11

## Enseñanza de operaciones combinadas.



Fuente: elaboración propia

Sí enseñó operaciones combinadas porque...	Frecuencia	
	#	%
Para que utilicen su razonamiento y análisis matemático.	10	31
Deben saber operar de manera combinada.	6	19
Para que conozcan la jerarquía de las operaciones.	5	15
Para que verifiquen y practiquen las operaciones básicas.	4	13
Sin opinión.	4	13
<b>No enseñó operaciones combinadas porque...</b>		
En cuarto grado se enseña sólo lo básico.	1	3
Sin opinión.	1	3
<b>No contestó.</b>	1	3
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

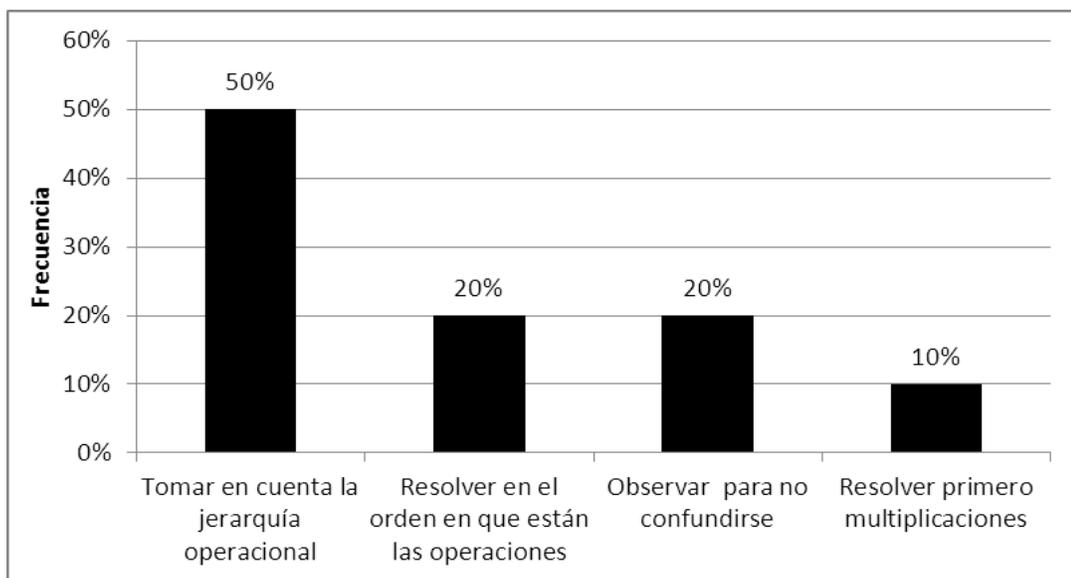
De acuerdo con la gráfica, 29 docentes (91%) indicaron que sí enseñan operaciones combinadas. La mayoría de ellos expresó que las trabaja para que el alumno utilice el razonamiento y análisis matemático; y, algunos docentes señalaron que las enseña porque los alumnos deben conocer la jerarquía o el orden de las operaciones. De acuerdo a lo anterior, el 91% de los alumnos ha tenido la oportunidad de realizar este tipo de ejercicios.

## Tabla y gráfica No.12

Indicaciones del docente en la enseñanza de operaciones combinadas.  
(Entrevista)

El alumno en la solución de operaciones combinadas debe...	Frecuencia	
	#	%
Tomar en cuenta la jerarquía operacional.	5	50
Resolver en el orden en que está la operación.	2	20
Observar al trabajar para evitar confusiones.	2	20
Resolver primero multiplicaciones y luego lo demás.	1	10
<b>Total</b>	10	100

Fuente: elaboración propia

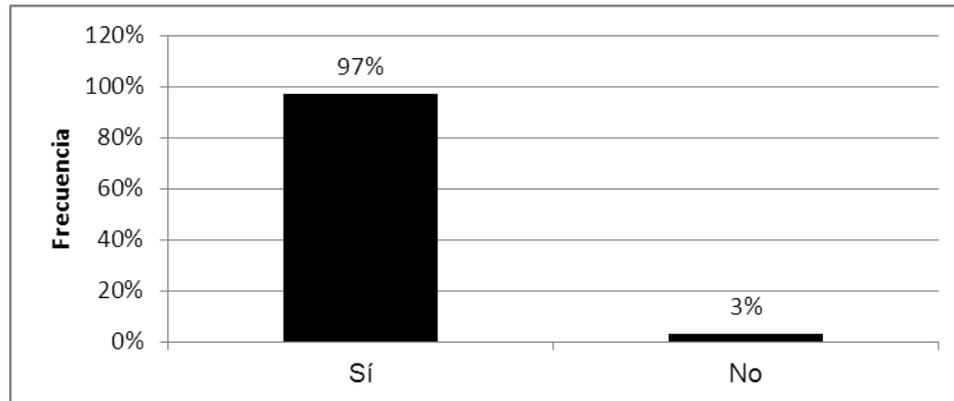


Fuente: elaboración propia

En cuanto a la forma de enseñar operaciones combinadas, la mayoría de los docentes explicaron que indican a sus alumnos que deben tomar en cuenta la jerarquía operacional y algunos indicaron que piden a sus alumnos que observen bien para no confundirse.

## Gráfica y tabla No. 13

Enseñanza de problemas de aplicación que involucran dos o tres operaciones aritméticas con números naturales.



Fuente: elaboración propia

Sí propongo problemas de aplicación porque...	Frecuencia	
	#	%
Desarrolla el razonamiento, análisis y habilidades mentales.	9	28
Es una oportunidad para practicar operaciones ya aprendidas.	7	22
Los alumnos aprenden a resolver problemas utilizando varias operaciones.	6	19
Sin opinión.	5	16
Los alumnos aprenden a identificar y diferenciar las operaciones.	4	12
No propongo problemas de aplicación porque...		
Son muy difíciles.	1	3
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

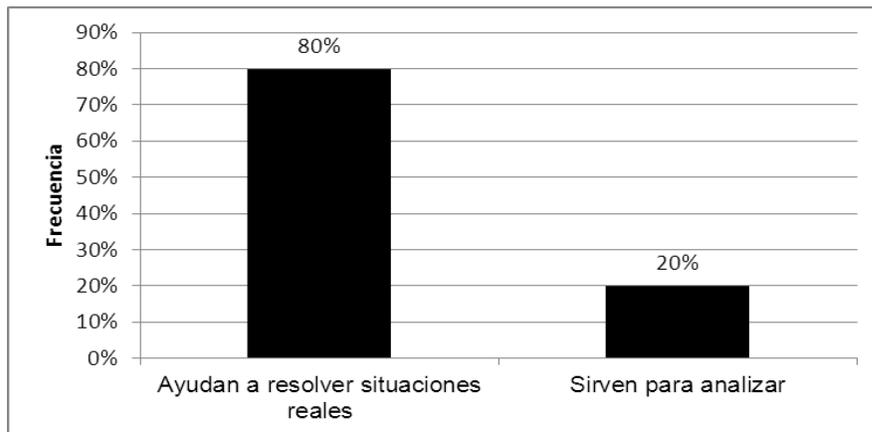
En el estudio se encontró que 31 docentes (97%) proponen a sus alumnos problemas en los que se utilizan dos o tres operaciones aritméticas, la mayoría indicó que lo hace para que el alumno desarrolle su capacidad de razonamiento, análisis y habilidades mentales; además, algunos docentes manifestaron que son una oportunidad para practicar las operaciones aritméticas ya aprendidas y, otros se refirieron a la importancia de que el alumno identifique y diferencie las operaciones involucradas en una situación problemática, aunque un docente manifestó que no los enseña porque, según sus propias palabras: “es muy difícil para los alumnos de cuarto grado”.

## Tabla y gráfica No. 14

Importancia de plantear problemas matemáticos de aplicación a situaciones de la vida diaria, según el docente.  
(Entrevista)

Es importante plantear problemas de aplicación porque...	Frecuencia	
	#	%
Ayudan al alumno a resolver situaciones reales.	8	80
Le sirven al alumno para analizar.	2	20
<b>Total</b>	10	100

Fuente: elaboración propia

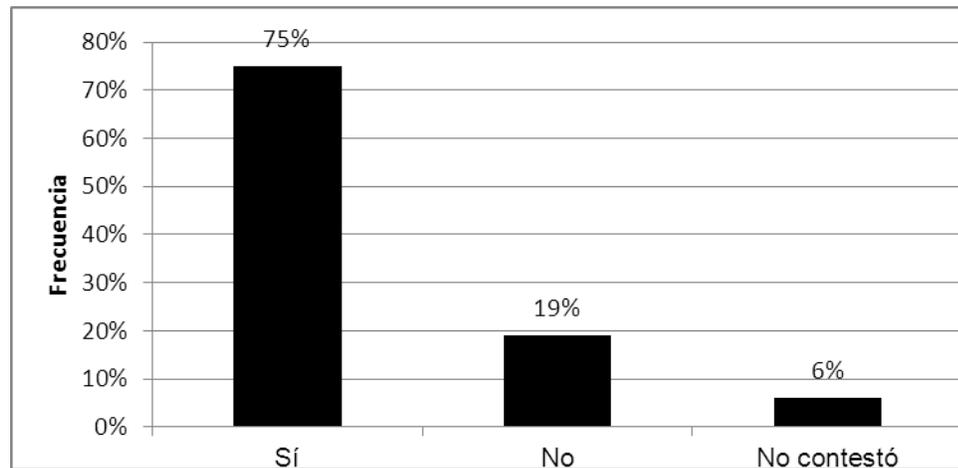


Fuente: elaboración propia

Acerca de la importancia de plantear problemas matemáticos de aplicación a situaciones de la vida diaria, los docentes indicaron que son importantes porque le ayudan al estudiante a resolver situaciones reales.

## Gráfica y tabla No. 15

Utilización del modelo de la balanza en la enseñanza de ecuaciones.



Fuente: elaboración propia

Sí utilizo el modelo de la balanza porque...	Frecuencia	
	#	%
El alumno analiza y razona.	16	50
El alumno resuelve problemas de la vida cotidiana.	2	6
Sin opinión.	6	19
No utilizo el modelo de la balanza por...		
Falta de tiempo.	2	6
Dificultad en el aprendizaje de los alumnos.	1	3
Sin Opinión	3	10
No contestó		
	2	6
Total		
	32	100

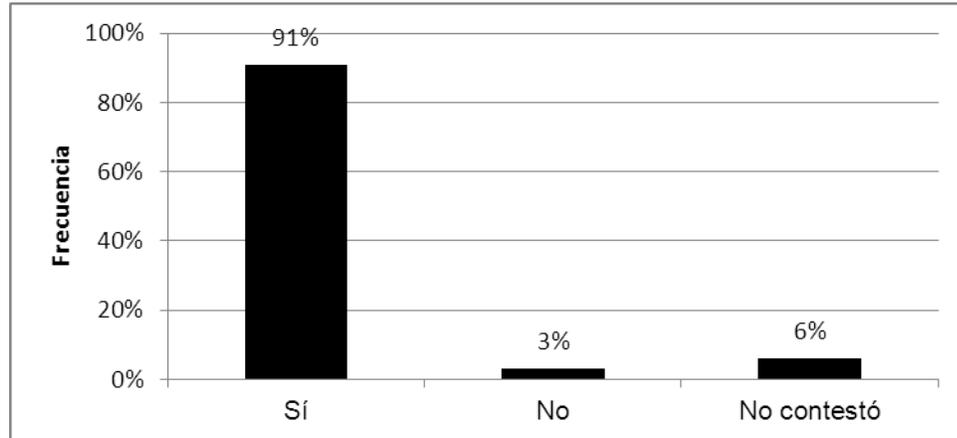
Fuente: elaboración propia

En relación a este caso, 24 docentes (75%) afirmaron trabajar problemas que involucran este modelo; por el contrario, 6 docentes (19%) indicaron no utilizarlo. Los docentes indicaron que los enseñan para que el alumno analice y razone aunque algunos expresaron que no los enseñan por falta de tiempo.

Esto significa que el 75% de los estudiantes tiene la oportunidad de realizar este tipo de ejercicios mientras que el 25% de estudiantes no tiene tal oportunidad.

## Gráfica y tabla No.16

## Enseñanza de secuencias numéricas



Fuente: elaboración propia

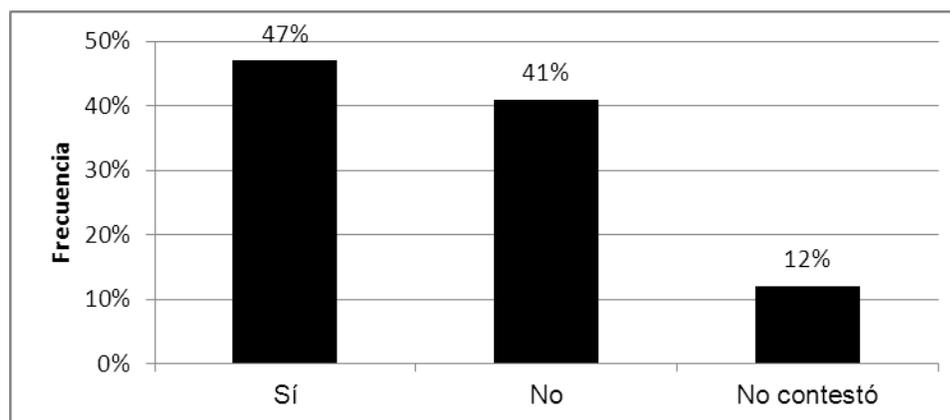
Enseño secuencias numéricas porque...	Frecuencia	
	#	%
Los alumnos aprenden a llevar un orden o secuencia en los números.	10	31
Los alumnos aprenden a razonar y a analizar.	5	16
Desarrollan habilidades mentales.	4	13
Son fundamentales.	3	9
Los alumnos encuentran diferencias.	2	6
Sin opinión.	5	16
<b>No enseño secuencias numéricas porque...</b>		
Sin opinión.	1	3
<b>No contestó.</b>	2	6
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

Del total de docentes, 29 (91%) trabajan ejercicios sobre secuencias numéricas, la mayoría opinó que es importante que el alumno aprenda a llevar un orden o secuencia tanto en los números como en otras actividades, otros expresaron que los enseñan para que el alumno aprenda a razonar y a analizar; en cambio, 3 docentes (9%) no los trabajan. De acuerdo a estos resultados, la mayoría de los alumnos ha trabajado este tipo de ejercicios.

## Gráfica y tabla No. 17

Realización de predicciones en base a patrones.



Fuente: elaboración propia

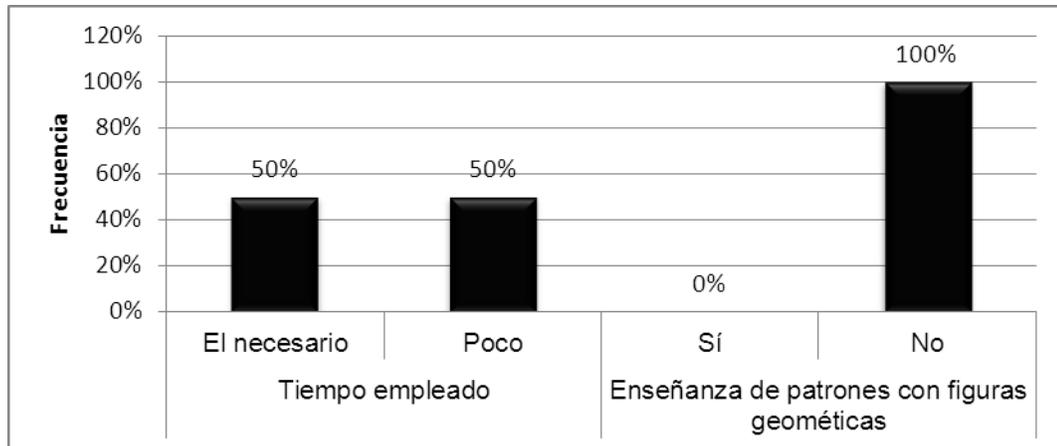
Sí realizo predicciones porque...	Frecuencia	
	#	%
Mejora el razonamiento lógico.	8	25
El alumno aprende a llevar secuencias y orden.	3	9
Sin opinión.	4	13
<b>No realizo predicciones por...</b>		
Falta de tiempo.	6	19
Dificultad en el aprendizaje de los alumnos.	1	3
Sin opinión.	6	19
<b>No contestó.</b>	4	12
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

En relación a la realización de predicciones en base a un patrón, 15 docentes (47%) manifestaron realizar este tipo de ejercicios. La mayor parte indicó que los realiza para mejorar el razonamiento lógico de los alumnos. Sin embargo, 17 docentes (53%) indicaron que no los realizan, 6 de ellos explicaron que se debe a la falta de tiempo.

Lo expuesto significa, que cerca de la mitad de los alumnos en el trabajo con patrones aprende únicamente el paso inicial que es la percepción del mismo.

## Gráfica y tabla No. 18

Aspectos de la enseñanza de patrones.  
(Entrevista)

Fuente: elaboración propia

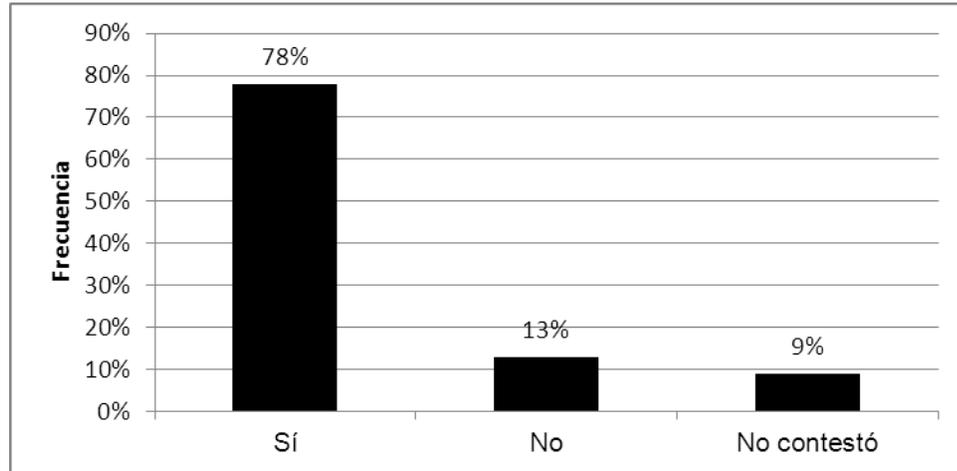
Aspectos de la enseñanza de patrones	Frecuencia	
	#	%
Docentes que no profundizan en el tema de patrones.	5	50
Docentes que le dedican el tiempo necesario al tema.	5	50
Docentes que enseñan patrones con figuras geométricas (mosaicos y teselados)	0	0

Fuente: elaboración propia

En relación al tiempo que los docentes utilizan en la enseñanza de patrones 5 respondieron que utilizan el necesario mientras que otros 5 expresaron que no profundizan en el tema porque le dan prioridad al aprendizaje de las operaciones aritméticas; además, todos indicaron que no trabajan la construcción de patrones con figuras geométricas (mosaicos y teselados) debido a la falta de tiempo.

## Gráfica y tabla No. 19

## Enseñanza de áreas y perímetros en geometría.



Fuente: elaboración propia

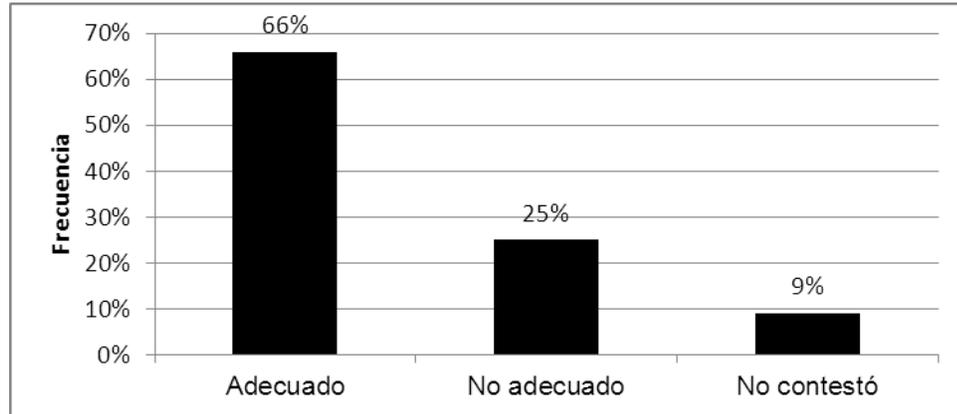
Sí enseñó áreas y perímetros en geometría porque...	Frecuencia	
	#	%
Son necesarios e importantes.	11	34
Representan situaciones de la vida diaria.	8	25
Los alumnos aprenden a medir.	3	10
Forman parte del currículo.	2	6
Sin opinión.	1	3
<b>No enseñó áreas y perímetros por...</b>		
Falta de tiempo.	2	6
Dar prioridad a las operaciones aritméticas.	2	6
<b>No contestó</b>	3	10
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

De acuerdo a la gráfica, 25 (78%) docentes trabajan el área y perímetro de figuras geométricas; la mayoría de ellos expresó que estos contenidos son necesarios e importantes, otros indicaron la importancia de enseñarlos para representar situaciones de la vida real del estudiante. Por el contrario, 7 docentes no los trabajan, algunos de ellos explican que se debe a la falta de tiempo y, otros expresan que le dan mayor prioridad a las operaciones aritméticas básicas.

## Gráfica y tabla No. 20

Opinión acerca de la utilización de variables en contextos geométricos.



Fuente: elaboración propia

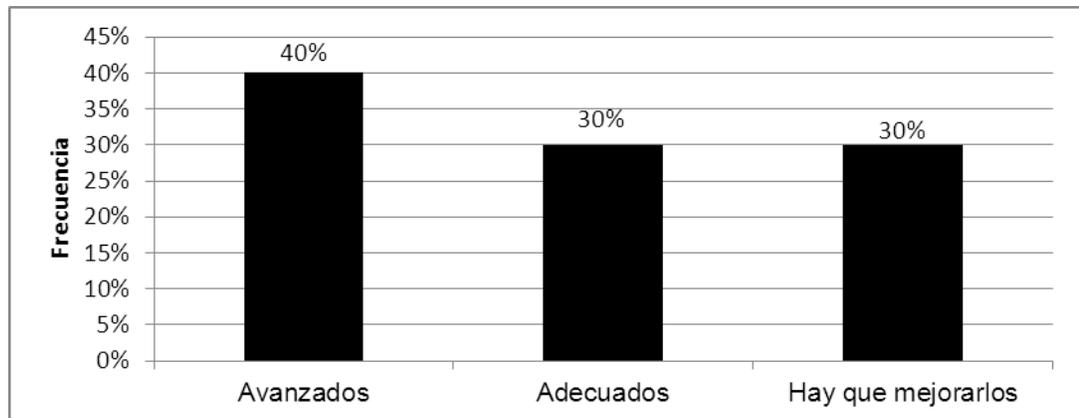
El uso de letras en geometría es adecuado porque...	Frecuencia	
	#	%
Es importante conocer las fórmulas.	4	13
El alumno comprende mejor.	3	9
Permite introducir al alumno en el uso de variables.	3	9
El alumno se familiariza con contenidos de los grados posteriores.	3	9
Es una buena estrategia.	2	6
Despierta el interés por estos problemas.	1	3
Sin opinión.	5	16
<b>No es adecuado el uso de letras en geometría porque...</b>		
Puede confundir.	4	13
Sin opinión.	4	13
<b>No contestó.</b>	3	9
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

En relación al uso de variables, 21 docentes (68%) consideran adecuado el uso de letras en la enseñanza de áreas y perímetros de figuras geométricas en los últimos grados del Nivel Primario. No obstante, 8 (25%) docentes indicaron estar en desacuerdo con ello, algunos manifestaron que puede confundir al alumno, uno de ellos agregó: “Jamás me gustaron, menos voy a confundirlos a ellos”, para expresar su desacuerdo.

## Gráfica y tabla No. 21

Opinión acerca de los contenidos planteados por el Currículum Nacional Base en el área de matemática.  
(Entrevista)



Fuente: elaboración propia

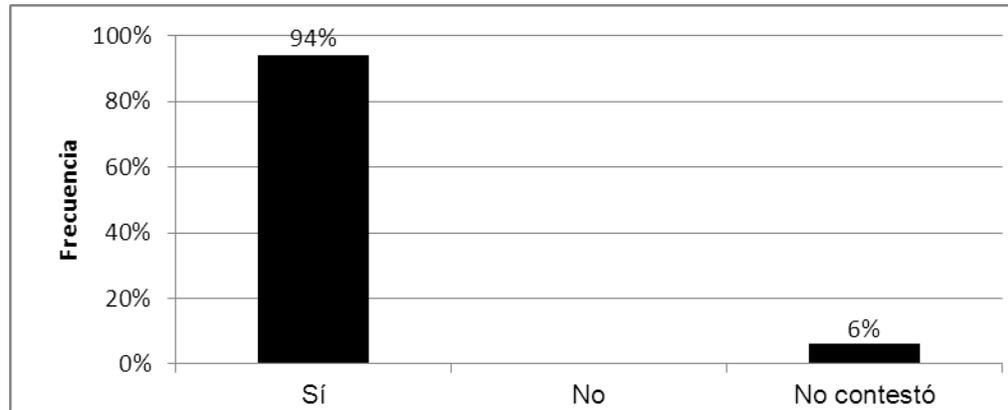
Los contenidos planteados por el Currículum Nacional Base en el área de matemática son...	Frecuencia	
	#	%
Extensos y algunos muy avanzados.	4	40
Adecuados ya que les servirán para el Ciclo Básico.	3	30
Hay que mejorarlos buscando bibliografía.	3	30
<b>Total</b>	10	100

Fuente: elaboración propia

Cuatro docentes expresaron que la cantidad de contenidos es extensa, algunos de ellos son avanzados y no se ajustan a la realidad. Por otra parte, 3 docentes indicaron que los contenidos son adecuados ya que les servirán de preparación para los estudios del Ciclo Básico; finalmente, otros 3 manifestaron que se debe mejorar los contenidos auxiliándose de libros. De lo anterior, puede decirse que el 70% de los docentes considera inadecuados los contenidos planteados por el CNB para el área de matemática, lo que implica que no los trabaja, ya sea por considerarlos muy avanzados o no importantes para la preparación del alumno.

## Gráfica y tabla No. 22

Aceptación de formación sobre procesos algebraicos elementales por parte del docente.



Fuente: elaboración propia

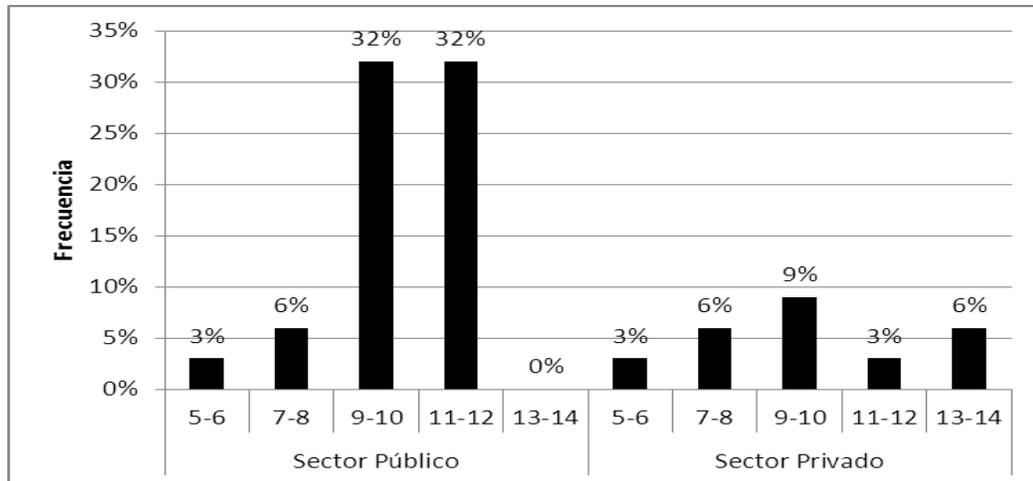
Sí me gustaría profundizar en lo relacionado a los procesos algebraicos elementales porque...	Frecuencia	
	#	%
Ayudaría a brindar una educación de mejor calidad.	11	34
Es importante ampliar y profundizar los conocimientos de los niños.	5	16
Para poder aplicar nuevas estrategias de enseñanza.	4	13
Es bueno discutir los temas.	1	3
Ayudan al desarrollo del pensamiento.	1	3
Sin opinión.	8	25
<b>No contestó.</b>	2	6
<b>Total</b>	32	100

Fuente: elaboración propia

La mayoría de los docentes (30) expresó que sí le gustaría profundizar sus conocimientos acerca de los procesos algebraicos presentados en el cuestionario, 11 de ellos manifestaron que hacerlo ayudaría a brindar una educación de mejor calidad y 4 indicaron que es importante para poder aplicar nuevas estrategias de enseñanza. Lo anterior puede traducirse en buena disposición para mejorar sus conocimientos y técnicas respecto de este tema por parte de los docentes.

## Gráfica y tabla No. 23

Cantidad de acciones realizadas por el docente que favorecen el desarrollo del razonamiento algebraico.



Fuente: elaboración propia

Promedio de acciones realizadas por los docentes de acuerdo al sector educativo	Acciones	
	#	%
Docentes del sector público	10	71
Docentes del sector privado	9.77	70
Promedio general	9.75	70

Fuente: elaboración propia

Como puede observarse en la gráfica, de las 14 preguntas referentes a la realización de acciones favorables al desarrollo del razonamiento algebraico, los docentes del sector público en su mayoría respondieron favorablemente a entre 11 y 12 de ellas, mientras que la mayor parte de los docentes del sector privado respondieron en esa forma a entre 9 y 10 de ellas.

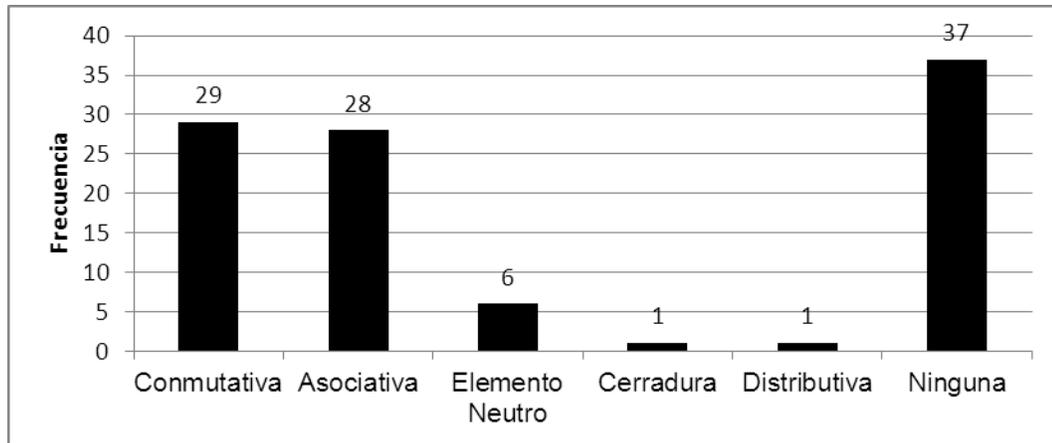
De acuerdo a la tabla, puede decirse que los docentes realizan un promedio del 70% de las acciones sobre las que se les preguntaron.

### 3.2 SOBRE EL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO EN ALUMNOS DE SEXTO PRIMARIA.

Seguidamente, se exponen los resultados obtenidos de la hoja de trabajo aplicada a 70 estudiantes de sexto grado de primaria, la cual estuvo constituida por dos partes: la primera, referente a los datos generales de los estudiantes, integrada por 3 preguntas; la segunda se estructuró con 18 preguntas, unas abiertas y otras semicerradas.

Gráfica y tabla No. 24

Conocimiento de las propiedades de la adición.



Fuente: elaboración propia

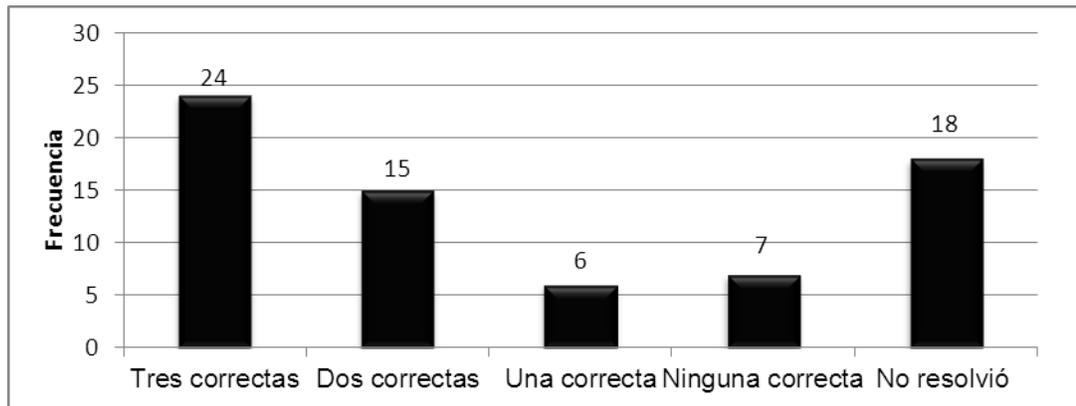
Número de propiedades mencionadas por alumno	Frecuencia	
	#	%
2 propiedades	18	26
1 propiedad	8	11
3 propiedades	5	7
4 propiedades	2	3
Ninguna	37	53
<b>Total</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

De las propiedades de la adición, las más mencionadas por los estudiantes son la conmutativa y la asociativa, 41% y 40% respectivamente. Es importante mencionar que, de los 70 estudiantes, 37 (53%) no mencionaron ninguna de las propiedades y que, la mayoría de los estudiantes que sí respondieron, mencionaron dos propiedades.

## Gráfica y tabla No. 25

Análisis realizado con igualdades cerradas.



Fuente: elaboración propia

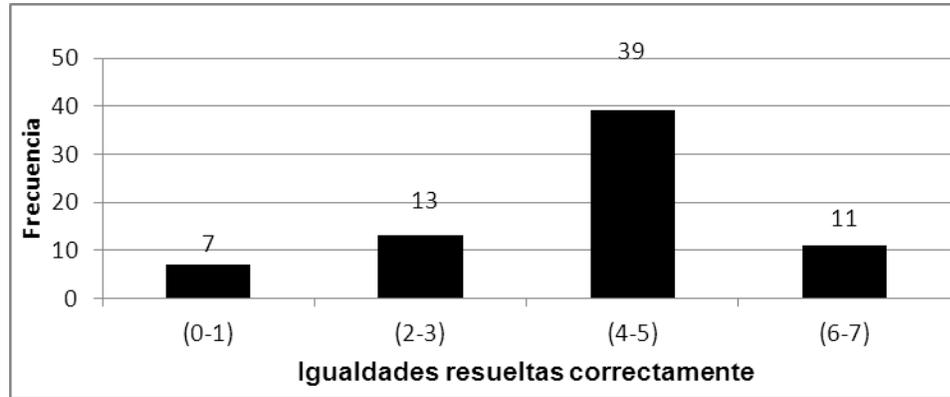
Cantidad de igualdades cerradas resueltas por alumno	Frecuencia	
	#	%
3 correctas	24	34
2 correctas	15	21
1 correcta	6	9
Ninguna correcta	7	10
<b>No resolvió</b>	18	26
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

A los estudiantes se les presentaron 3 igualdades cerradas para que indicaran si eran correctas o no. Como puede observarse 24 de ellos (34%) analizaron correctamente las tres igualdades; 15 (21%) realizaron dos correctamente y 6 resolvieron una correctamente. Contrariamente a lo que se ha expresado, 18 estudiantes (26%) no resolvieron ninguna igualdad y 7 (10%) las resolvieron de forma incorrecta. Al comparar el porcentaje de alumnos que resolvió los tres ejercicios correctamente con el porcentaje de alumnos que no resolvió ninguno, resulta evidente que es mayor el porcentaje (36%) que no resolvió ninguno correctamente.

## Gráfica y tabla No. 26

Análisis realizado con igualdades abiertas.



Fuente: elaboración propia

Igualdades abiertas resueltas correctamente por los alumnos	Frecuencia	
	#	%
Igualdad relacionada con la propiedad conmutativa	63	90
Igualdad relacionada con el elemento nulo de la multiplicación	56	80
Igualdad para evaluar solución de planteamientos horizontales	44	63
Igualdad que implica descomposición de cantidades	37	53
Igualdad de derecha a izquierda	26	37

Fuente: elaboración propia

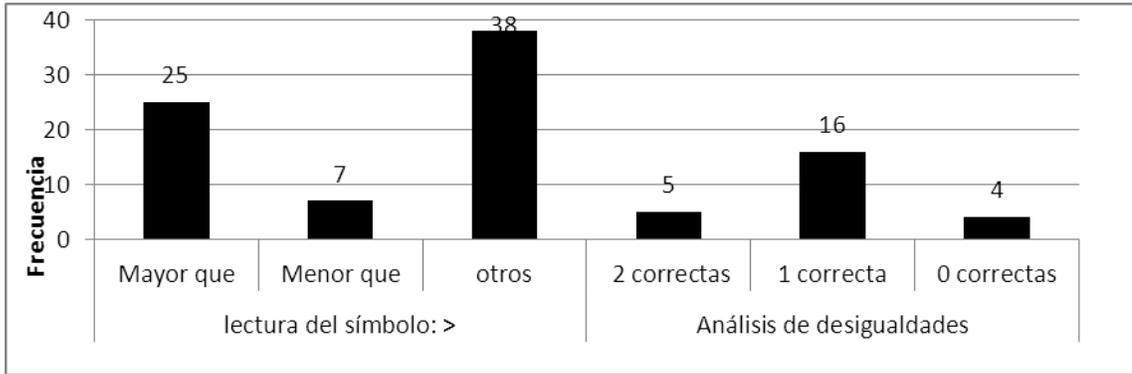
Según la gráfica, 50 alumnos (71%) lograron resolver la mayoría de las igualdades propuestas. En el trabajo de los alumnos pudo observarse que las igualdades que más alumnos pudieron resolver fueron las relacionadas con la propiedad conmutativa y la del elemento nulo de la multiplicación; sin embargo 44 (63%) estudiantes tuvieron dificultad para operar una igualdad de derecha a izquierda. También se encontró que 33 estudiantes (47%) tuvieron dificultad para resolver una igualdad que implica descomposición de cantidades, esto tiene relación con la interpretación del signo igual como indicador de operación ya que 16 alumnos (22%) realizaron la operación indicada en el lado izquierdo del este signo, este caso se observa en la fotografía.

$$238 + 49 = 287 + 40 + 9$$

Interpretación del signo igual como operador

## Gráfica y tabla No.27

Lectura del símbolo de relación:  $>$  y análisis realizado con desigualdades.



Fuente: elaboración propia

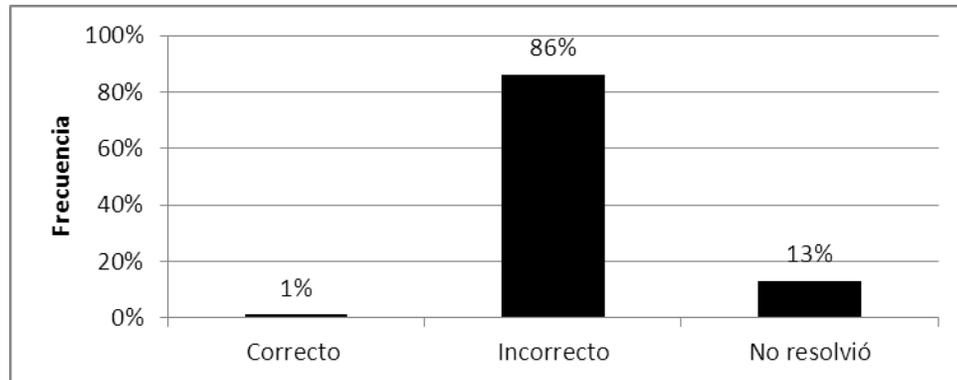
Lectura del símbolo: $>$	Frecuencia	
	#	%
Mayor que	25	36
Menor que	7	10
Signo menos	8	11
Signo más	5	7
No contestó	25	36
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

En relación al significado del símbolo  $>$ , de acuerdo a la tabla, 25 estudiantes (36%) lo conocen con exactitud; en cambio, 20 (28%), confunden su significado con el de otros símbolos y 25 (36%) estudiantes prefirieron no contestar, de lo que se concluye que el 64% de los alumnos no conocen con exactitud el significado de dicho símbolo.

Aunque 25 estudiantes conocen el significado de los símbolos de relación:  $<$  y  $>$ , sólo 5 (7%) lograron analizar correctamente las dos desigualdades planteadas y 16 (23%) señalaron una desigualdad correctamente; no obstante, 4 alumnos de ellos no resolvieron ninguna. De lo anterior, se deduce que los estudiantes no han tenido la experiencia suficiente en la realización de dichos ejercicios.

## Gráfica y tabla No. 28

Solución de operaciones combinadas:  $3 + 6 \times 5 + 2$ 

Fuente: elaboración propia

Características de los procedimientos realizados por los alumnos	Frecuencia	
	#	%
Planteamiento vertical.	30	43
Planteamiento horizontal.	19	27
Sin planteamiento.	11	16
Operaciones realizadas en el orden en que aparecen.	60	86

Fuente: elaboración propia

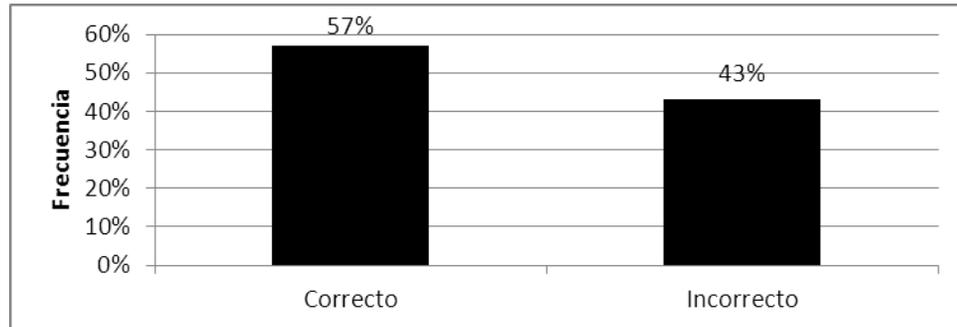
Según se observa en la gráfica, solamente una persona resolvió correctamente este ejercicio, en tanto que 60 de los estudiantes (86%), resolvieron las operaciones en el orden en que aparecen sin atender la jerarquía de las operaciones y 9 estudiantes (13%) no resolvieron. En síntesis, el 99% de los alumnos desconoce la jerarquía de las operaciones, que constituye en este tipo de ejercicios la relación de orden entre las operaciones; cabe agregar que, sólo el 27% de los alumnos utilizó lenguaje horizontal, en oposición al 43% que realizó las operaciones en forma vertical y aisladas (como se observa en la fotografía).

$$\begin{array}{r} 3 \\ +6 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ +15 \\ \hline 24 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ +2 \\ \hline 26 \\ \hline 47 \end{array}$$

Uso de operaciones verticales

## Gráfica y tabla No. 29

Solución de problemas de aplicación que involucran dos o tres operaciones aritméticas con números naturales.



Fuente: elaboración propia

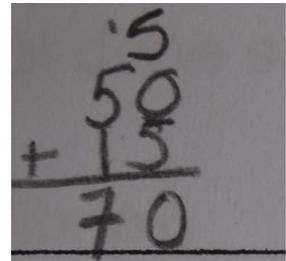
Características de los procedimientos realizados por los alumnos	Frecuencia	
	#	%
Planteamiento vertical.	47	67
No identificaron operaciones multiplicativas.	30	43
No hizo planteamiento.	17	24
Planteamiento horizontal.	6	9

Fuente: elaboración propia

Como se observa en la gráfica, 40 estudiantes (57%), dieron respuesta correcta al problema planteado, en tanto que 30 estudiantes (47%) no lograron resolverlo en forma acertada.

Las respuestas erróneas permiten observar que los alumnos, tienen dificultad para identificar la relación entre las cantidades involucradas pues los 30 estudiantes que resolvieron de forma incorrecta no identificaron la multiplicación entre las cantidades correspondientes, como muestra la fotografía.

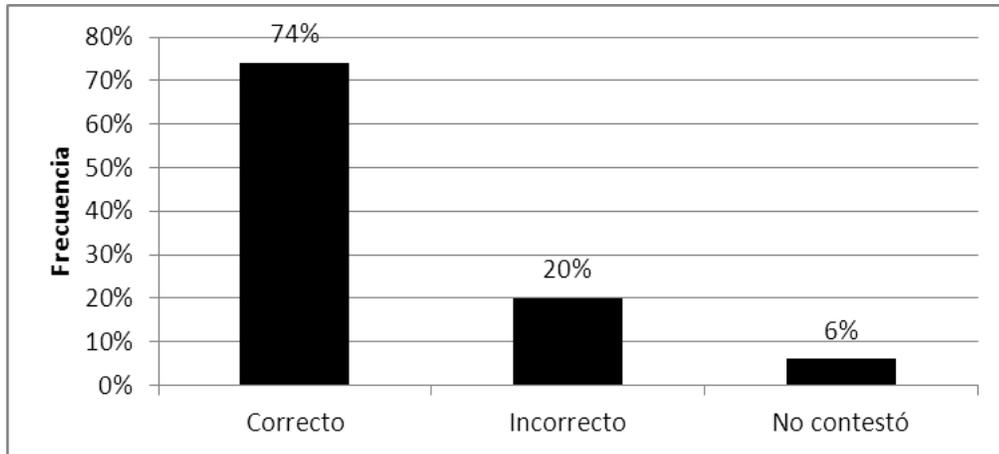
También, pudo observarse que la mayoría de los alumnos (47) hizo uso del lenguaje vertical y solamente 6 hicieron uso del lenguaje horizontal.



Suma de cantidades

## Gráfica y tabla No. 30

Ejercicio sobre percepción de patrones aritméticos.



Fuente: elaboración propia

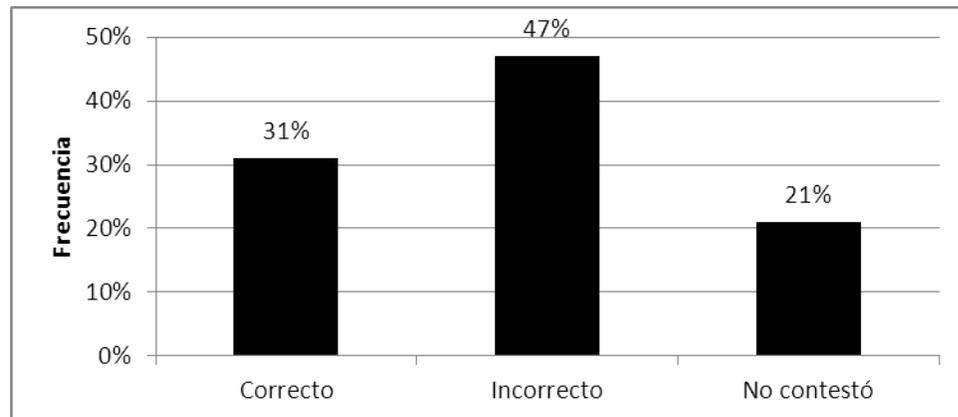
En los resultados correctos de los alumnos se observó que...	Frecuencia	
	#	%
Realizaron el dibujo para responder.	39	56
No realizaron el dibujo para responder.	13	18
<b>Total</b>	<b>52</b>	<b>74</b>

Fuente: elaboración propia

A los alumnos se les presentó un patrón aritmético con figuras y se encontró que 52 estudiantes (74%), dieron una respuesta correcta; sin embargo, es importante hacer notar que, para poder hacerlo, 39 alumnos necesitaron hacer un dibujo; solamente 14 respondieron sin auxiliarse del mismo y 18 (26%) no respondieron correctamente en lo que se refiere a la percepción del patrón.

## Gráfica y tabla No. 31

Ejercicio sobre percepción de patrones geométricos en una secuencia numérica.



Fuente: elaboración propia

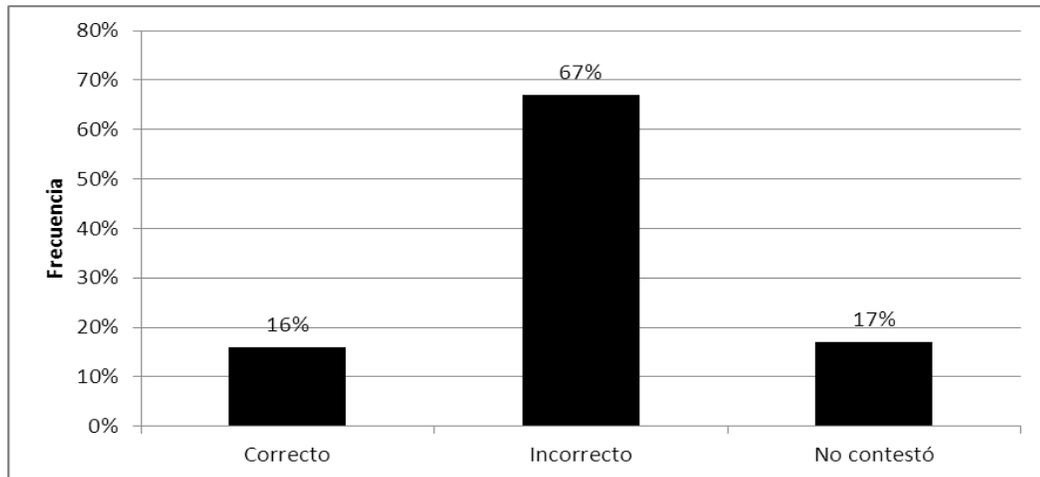
En los resultados incorrectos de los alumnos, se observó que...	Frecuencia	
	#	%
Contaron de dos en dos.	11	16
Escribieron el sucesor.	8	11
Encontraron sólo el primer término desconocido (incompleto).	5	7
Otras respuestas.	9	13
<b>Total</b>	<b>33</b>	<b>47</b>

Fuente: elaboración propia

En la gráfica, los resultados muestran que, 48 estudiantes (68%) no lograron detectar la relación existente entre los números de la secuencia numérica de carácter geométrico que se les presentó, pues sólo 22 (32%) lograron completarla con éxito. Por otro lado, de los alumnos que resolvieron de forma incorrecta, la mayoría contó de 2 en 2 o escribió el sucesor del número. Lo anterior significa que la mayoría de alumnos ha tenido poca experiencia en el trabajo con patrones y que los patrones más conocidos para ellos son los que implican adición como los números naturales, o las series numéricas de dos en dos, etc.

## Gráfica y tabla No. 32

Expresión de la relación en un patrón aritmético.



Fuente: elaboración propia

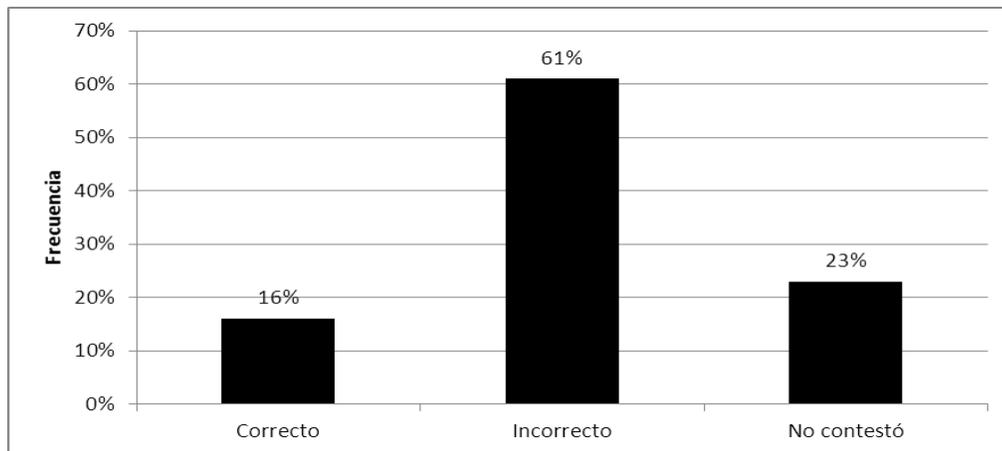
En las expresiones incorrectas de los alumnos se observó...	Frecuencia	
	#	%
Referencia al conteo	18	26
Otras respuestas	15	21
<b>Total</b>	<b>33</b>	<b>47</b>

Fuente: elaboración propia

La regla que sigue el patrón aritmético propuesto fue enunciada de forma correcta únicamente por 11 (16%) estudiantes, también se encontró que 18 alumnos mencionaron haber utilizado la estrategia del conteo, lo cual evidencia que no utilizaron el pensamiento aditivo para resolver la percepción del mismo. En conclusión, puede decirse que el 84% de alumnos no ha tenido la oportunidad de profundizar en el trabajo con patrones.

## Gráfica y tabla No. 33

Expresión de la relación en un patrón geométrico.



Fuente: elaboración propia

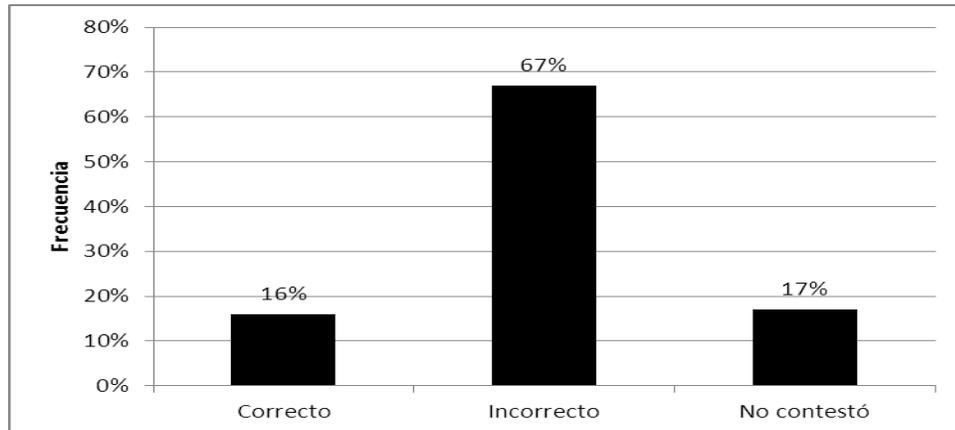
En las expresiones correctas de los alumnos se observó...	Frecuencia	
	#	%
Respuesta en forma multiplicativa.	6	9
Respuesta en forma aditiva.	5	7
<b>Total</b>	11	16

Fuente: elaboración propia

De los alumnos que identificaron correctamente la relación en la secuencia numérica de carácter geométrico, 11 (16%) expresaron correctamente la relación existente entre los números; sin embargo, 5 de los 11 respondieron en forma aditiva, lo que implica que los alumnos no poseen pleno dominio de las operaciones multiplicativas.

## Gráfica y tabla No. 34

Realización de predicción en ejercicio con un patrón aritmético.



Fuente: elaboración propia

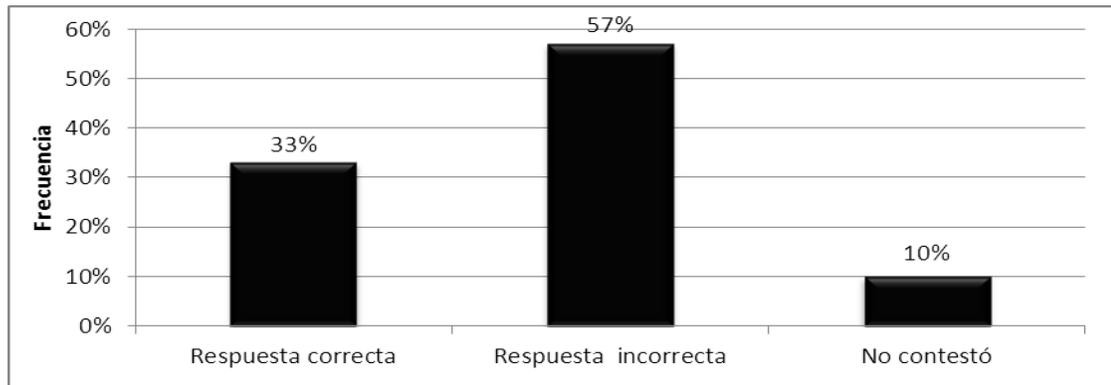
En el procedimiento realizado por los alumnos se observó...	Frecuencia	
	#	%
Ausencia de planteamiento.	70	100
Realizaron un dibujo.	2	3

Fuente: elaboración propia

Los resultados muestran que 11 estudiantes (16%) lograron realizar la predicción solicitada en base a un patrón aritmético, contrariamente, 59 estudiantes (84%) no la realizaron. En el trabajo de los alumnos se observó que ninguno realizó planteamientos o dejó registro alguno para realizar la predicción e, incluso, dos estudiantes hicieron un dibujo para poder responder; también, pudo observarse en los alumnos el uso de la estrategia del conteo, algunos utilizando los dedos. Esto evidencia que el nivel de simbolización utilizado no es el adecuado, lo cual es respaldado por el número de respuestas incorrectas ya que, durante el conteo, pudieron agregar o restar una unidad a la cantidad correcta.

## Gráfica y tabla No. 35

Solución de problema en el que se utiliza el modelo de la balanza para el planteamiento de ecuaciones de primer grado.



Fuente: elaboración propia

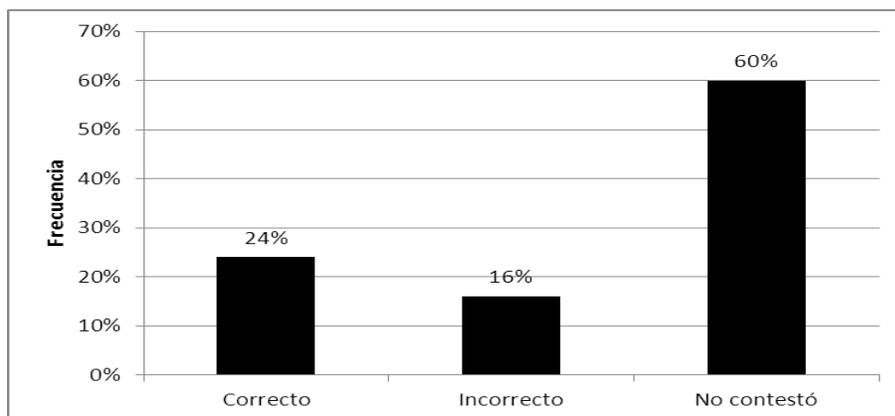
En el procedimiento realizado por los alumnos se observó que...	Frecuencia	
	#	%
No hicieron ningún tipo de planteamiento.	61	87
Hicieron algún tipo de planteamiento.	2	3
<b>No contestaron.</b>	7	10
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

Al problema planteado, 23 alumnos (33%) dieron una respuesta correcta; contrariamente, 44 (57%) lo resolvieron de forma incorrecta. En este sentido, puede decirse que, el 33% de los estudiantes logró identificar las cantidades y las relaciones entre ellas, pero de acuerdo a la información de la tabla, no ha recibido la orientación correcta en cuanto al planteamiento de ecuaciones; en cambio, el 67% de los estudiantes no logró identificar las cantidades y las relaciones entre ellas, es decir realizar correctamente el primer paso en la solución de este tipo de problemas lo cual, puede deberse a no tener experiencia en la realización de este tipo de ejercicios.

## Gráfica y tabla No. 36

Cálculo del perímetro de figuras geométricas.



Fuente: elaboración propia

En el procedimiento realizado por los alumnos se observó...	Frecuencia	
	#	%
No realizaron planteamiento.	15	22
Planteamiento horizontal	10	14
Planteamiento vertical	3	4
<b>No contestó</b>	<b>42</b>	<b>60</b>
<b>Total</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

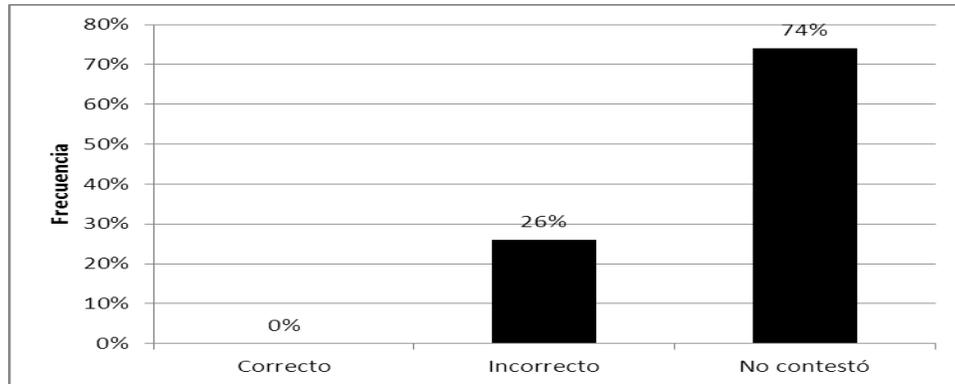
Fuente: elaboración propia

En referencia al cálculo del perímetro de una figura geométrica, 17 estudiantes (24%) calcularon de forma acertada el perímetro de un triángulo; por el contrario, 11 estudiantes (16%) dieron una respuesta incorrecta al planteamiento y 42 alumnos (60%) no intentaron realizar el cálculo.

Se observa claramente que el 60% de estudiantes probablemente no ha recibido estos temas en clase, o al igual que el 16% de los estudiantes, no lo aprendió correctamente.

## Gráfica y tabla No. 37

Uso de variables en contextos geométricos.



Fuente: elaboración propia

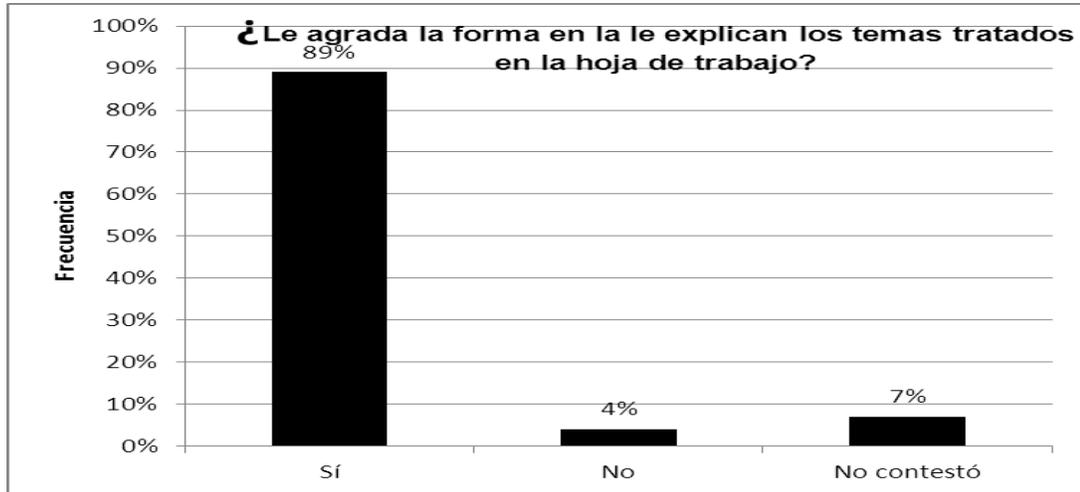
En el procedimiento realizado por los alumnos se observó...	Frecuencia	
	#	%
No hicieron planteamiento.	15	22
Planteamiento horizontal.	1	1
Planteamiento vertical.	2	3
<b>No contestó.</b>	<b>52</b>	<b>74</b>
<b>Total</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

Fuente: elaboración propia

En lo relacionado al uso de variables en contextos aritméticos, ninguno de los alumnos logró resolver correctamente el cálculo del perímetro de un rectángulo en el que el valor de uno de los lados estaba representado por una letra. Los resultados muestran que los alumnos no han tenido experiencia alguna en el uso de variables al estudiar los contenidos de geometría que el CNB plantea.

## Gráfica y tabla No. 38

Opinión del alumno en relación al desempeño del docente.



Fuente: elaboración propia

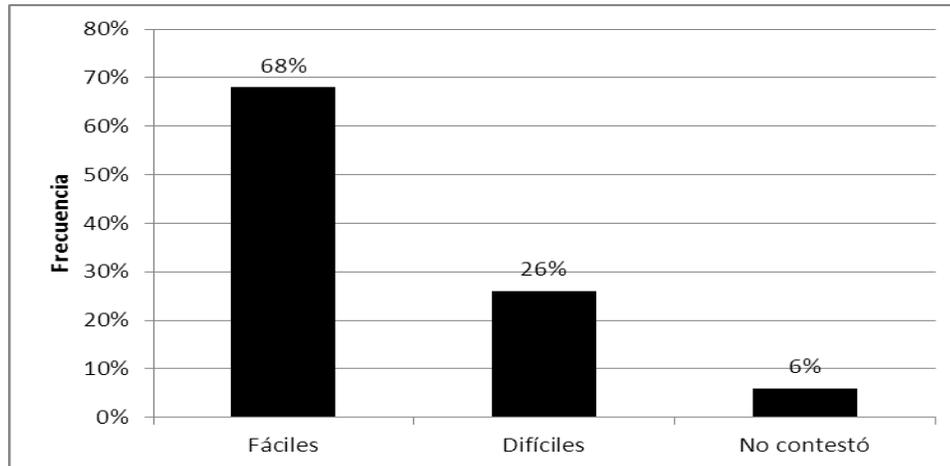
Me agrada la forma en la que me explican los temas porque...	Frecuencia	
	#	%
Se entienden fácilmente.	15	21
Lo explican muy bien	11	16
Aprendo cosas nuevas.	7	10
Son entretenidos e interesantes.	7	10
Hace que razonemos.	3	4
Otras respuestas.	10	14
Sin opinión.	9	13
<b>No me agrada la forma en la que me explican los temas porque...</b>		
No me gusta la matemática.	2	3
Son complicados.	1	1
<b>No contestó.</b>	5	7
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

Según la gráfica, 62 estudiantes (89%) respondieron que sí les agrada la forma en la que les explican los temas tratados en la hoja de trabajo, la mayoría indicó que los temas se entienden fácilmente algunos de ellos argumentaron que los temas son entretenidos e interesantes, un alumno lo expresó así: “Es como si estuviéramos jugando con números”; y otros expusieron que el maestro los explica muy bien.

## Gráfica y tabla No. 39

Opinión del alumno respecto de los contenidos tratados en la hoja de trabajo.



Fuente: elaboración propia

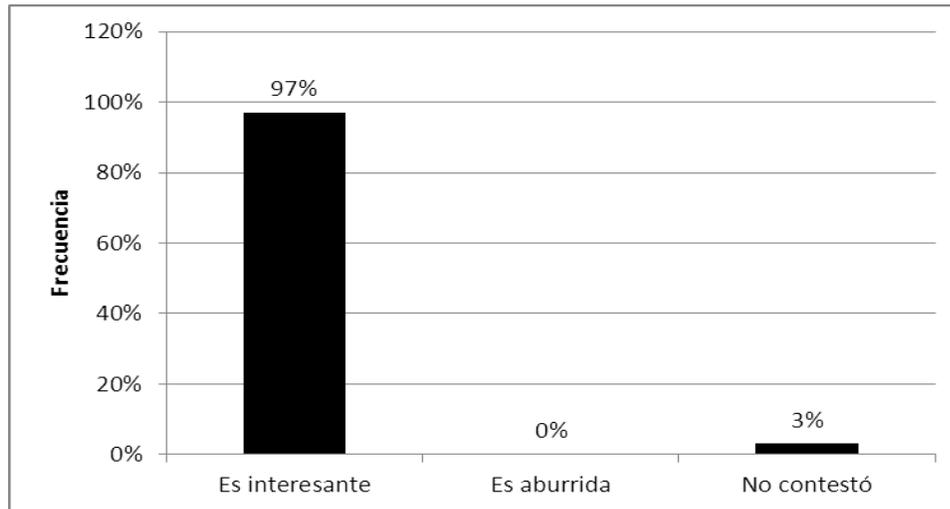
Fáciles porque...	Frecuencia	
	#	%
Los he visto en clase.	22	32
Los pude realizar.	8	11
Sólo es de pensar y usar la lógica.	2	3
Me gusta la matemática.	2	3
Aprendí más.	1	1
Otras respuestas.	6	9
Sin opinión.	7	10
<b>Difíciles porque...</b>		
Me cuesta un poco.	11	16
Hay cosas que no se.	5	7
Es complicado.	1	1
Sin opinión.	1	1
<b>No contestó.</b>	4	6
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

A los estudiantes también se les preguntó su opinión acerca de los temas que se les presentaron en la hoja de trabajo, 48 (69%) respondieron que son fáciles; contrariamente, 18 (26%) respondieron que son difíciles, algunos de ellos manifestaron tener dificultad para trabajarlos y otros mencionaron no tener los conocimientos necesarios para trabajar ese tipo de ejercicios, aunque la mayoría indicó que son fáciles porque los han visto en clase.

## Gráfica y tabla No.40

Opinión del alumno respecto de la clase de matemática.



Fuente: elaboración propia

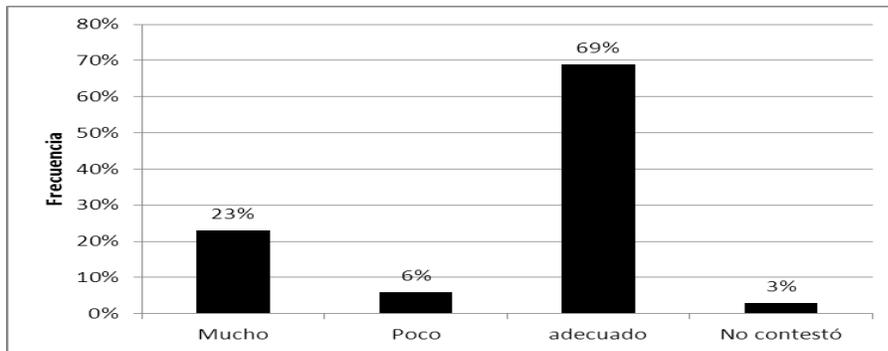
Es interesante porque...	Frecuencia	
	#	%
Aprendemos cosas nuevas.	31	44
Trata de números y operaciones.	10	15
Aprendemos para la vida.	8	12
Es práctica y entretenida.	3	4
Ayuda a entender la matemática.	3	4
Hay que usar la lógica y el pensamiento.	3	4
La maestra explica bien.	2	3
Otras respuestas.	5	7
Sin opinión.	3	4
<b>No contestó.</b>	2	3
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

De acuerdo a la gráfica, la mayoría de alumnos considera interesante la clase de matemática y, la mayoría explicó que se debe a que en matemática aprenden “cosas nuevas”.

## Gráfica y tabla No. 41

Opinión del alumno en relación al tiempo que se les dedica a los temas tratados en la hoja de trabajo en matemática.



Fuente: elaboración propia

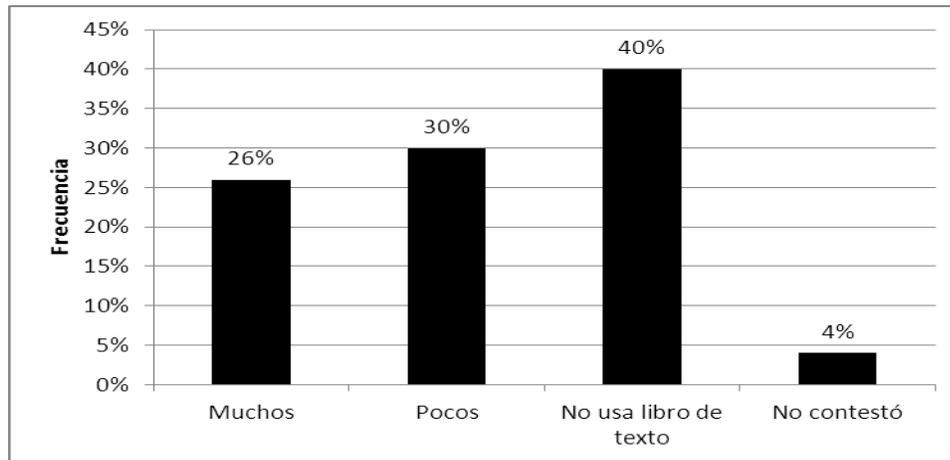
El tiempo que se les dedica a los temas es adecuado porque...	Frecuencia	
	#	%
Los temas son fáciles.	3	4
Para no aburrirnos.	2	3
Explica bien.	2	3
Nos brindan el tiempo necesario.	13	19
Todos los días vemos matemática.	2	3
Muchos prestan atención.	1	1
El maestro sigue el horario establecido.	4	6
Para comprender mejor.	4	6
Nos dan lo más importante.	1	1
Otras respuestas.	6	9
Sin opinión.	10	15
<b>El tiempo que se les dedica a los temas es poco porque...</b>		
Sin opinión.	4	6
<b>El tiempo que se les dedica a los temas es mucho porque...</b>		
Es una clase básica.	1	1
Así aprendemos más.	9	13
Los temas son un poco difíciles.	4	6
“En Guatemala hay mucha falta de educación”.	1	1
Todos los días miramos matemática.	1	1
<b>No contestó.</b>	2	3
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

De acuerdo a la gráfica, la mayoría de los alumnos considera adecuado el tiempo asignado para el estudio de los temas tratados en la hoja de trabajo y consideran que se les brinda el tiempo necesario para su aprendizaje.

## Gráfica y tabla No. 42

Opinión del alumno respecto de la cantidad de ejercicios sobre los temas tratados en la hoja de trabajo, que incluyen los libros de texto.



Fuente: elaboración propia

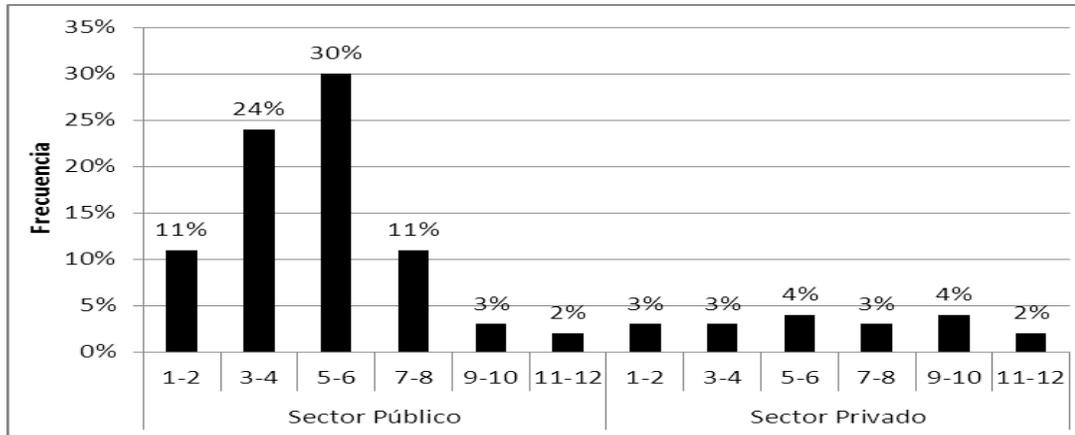
Respuestas de los alumnos por sector educativo	Frecuencia	
	#	%
<b>Son muchos</b>		
Alumnos de establecimientos públicos.	17	24
Alumnos de establecimientos privados.	1	1
<b>Son pocos</b>		
Alumnos de establecimientos públicos.	19	27
Alumnos de establecimientos privados.	2	3
<b>No usa libro de texto</b>		
Alumnos de establecimientos públicos.	18	26
Alumnos de establecimientos privados.	10	15
<b>No contestó.</b>	3	4
<b>Total</b>	70	100

Fuente: elaboración propia

De acuerdo a la gráfica, la mayor parte de los alumnos no utiliza libro de texto y, de los que sí utilizan, la mayoría indicó que la cantidad de ejercicios que presentan son pocos. Además, en la tabla puede observarse que la mayoría de alumnos de establecimientos privados no utiliza libro de texto.

## Gráfica y tabla No.43

Ejercicios resueltos correctamente por el alumno de acuerdo al sector educativo.



Fuente: elaboración propia

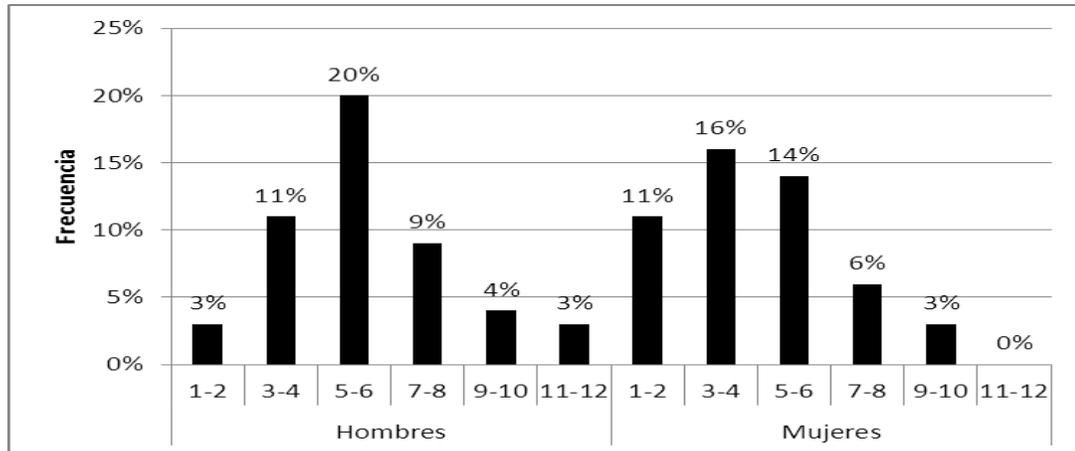
Promedio de ejercicios resueltos correctamente por el alumno de acuerdo al sector educativo	#	%
Sector público	4.86	32%
Sector privado	6.3	42%
Promedio general	5.12	34%

Fuente: elaboración propia

En el sector público, de acuerdo a la gráfica, la mayoría de los alumnos resolvió entre 5 y 6 ejercicios correctamente, en tanto que en el sector privado, la mayoría resolvió entre 5-6 y entre 9-10 ejercicios, lo que hace que el promedio de ejercicios resueltos correctamente sea mayor para el sector privado, lo cual puede observarse en la tabla correspondiente.

## Gráfica y tabla No. 44

Ejercicios realizados correctamente por género del alumno.



Fuente: elaboración propia

Promedio de ejercicios realizados correctamente por género del alumno.	#	%
Hombres	5.82	38.8
Mujeres	4.42	29.47

Fuente: elaboración propia

Los resultados evidencian que la mayoría de estudiantes varones resolvió entre 5 y 6 ejercicios correctamente, mientras que la mayoría de mujeres resolvió entre 3 y 4. Así mismo, los datos de la tabla indican que los varones resolvieron en promedio un número mayor de ejercicios que las mujeres.

## CAPÍTULO IV

### A. DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este apartado se hace una comparación entre los resultados obtenidos en esta investigación y los resultados encontrados en investigaciones realizadas dentro y fuera del territorio de Guatemala con relación al rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico y la forma en que los estudiantes demuestran el nivel de desarrollo del razonamiento algebraico, se indican algunas limitaciones de la investigación, se establecen conclusiones y se dan recomendaciones.

#### 4.1. ACERCA DEL ROL DEL DOCENTE EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

El rol del docente constituye un recurso de relevante importancia en el proceso educativo que, como se sabe, es la vía del progreso de los individuos y de los pueblos. Se espera que el docente desempeñe su rol de acuerdo a las necesidades y exigencias de los individuos y de nuestra cambiante sociedad que, es arrastrada por el progreso tecnológico y científico mundial. En este propósito, la formación inicial y continua de los docentes constituye el motor para mejorar la calidad educativa, pues como Aldape (2008:29) afirma: "Tanto las instituciones como los maestros tienen que mantener presente que cada día y a cada momento todo cambia y se tendrá que evolucionar al mismo ritmo en diferentes ámbitos, desde lo tecnológico hasta lo personal para contar con las

competencias necesarias para trabajar, tomar decisiones y solucionar problemas de diversa índole”.

En relación al rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico, se espera que a mayor cantidad de acciones realizadas por el docente que desarrollen el razonamiento algebraico, mejor sea el razonamiento algebraico mostrado por los alumnos. Se habla de mejorar la calidad educativa poniendo de manifiesto la necesidad de cambiar tanto en los contenidos impartidos como en la metodología empleada por los docentes lo que requiere, necesariamente, pleno dominio y conocimiento disciplinar y curricular del docente.

El análisis de los datos recogidos, con la orientación de las definiciones de los procesos que componen el razonamiento algebraico elemental y de ejercicios a través de los cuales pueden desarrollarse, ha permitido determinar el rol del docente en el desarrollo de este razonamiento en los alumnos de sexto grado de primaria.

Al respecto del *proceso de relación*, desarrollado a través del análisis de igualdades y desigualdades, se considera que el desempeño de los docentes debe mejorar, pues, los docentes enseñan los conocimientos necesarios para realizar análisis de igualdades y desigualdades (propiedades de la adición y de la multiplicación, símbolos de relación, estrategias de cálculo mental). No obstante, aunque los docentes indicaron enseñar igualdades abiertas, únicamente cerca de la mitad de ellos dijo enseñar igualdades cerradas y el número de ellos disminuyó aún más cuando se les preguntó acerca de la enseñanza de desigualdades.

Cabe hacer la observación que, en las guías curriculares del Ministerio de Educación (2007) están contempladas las igualdades abiertas, mientras que las igualdades cerradas no, lo que puede influir en el hecho de que unas sean enseñadas por un número mayor de docentes en relación a las otras.

Las características más relevantes de los docentes en el desarrollo del proceso de relación son las siguientes:

Utilizan el signo igual con mayor frecuencia de forma unidireccional, de izquierda a derecha, lo cual es señalado por Vergnaud *et al.* (1988) citado por Johsua *et al.* (2005), como una de las dificultades para los alumnos en el aprendizaje del álgebra de la siguiente forma: En aritmética el signo igual anuncia el resultado de un cálculo mientras que, en álgebra, puede significar la igualdad de números o igualdad de funciones. Además, las explicaciones brindadas por los docentes, que aparecen en la tabla No.8, evidencian un conocimiento poco profundo respecto de las distintas funciones de dicho signo.

Asimismo, el lenguaje horizontal es utilizado por pocos docentes con mayor frecuencia, frente al número de docentes que utiliza con mayor frecuencia el vertical.

Aunque la mayor parte de los docentes enseña operaciones combinadas, pocos señalaron que los alumnos debían conocer la jerarquía de las operaciones, del mismo modo, en la entrevista, a la pregunta: ¿Cuáles son sus indicaciones cuando enseña operaciones combinadas?, sólo dos de diez docentes manifestaron que sugieren a sus alumnos que observen bien para no confundirse, lo que se relaciona con lo expresado por Barbero (2005), quien indica que, antes de comenzar a resolver operaciones combinadas debemos observar la expresión y plantearnos una estrategia a seguir, lo que vamos a hacer antes y después; en tal sentido puede decirse que no se tiene evidencia de la importancia que se le da al hecho de examinar la expresión como una totalidad, pues la mayoría de los docentes no lo expresó en el censo realizado.

En relación al desarrollo de los procesos de *simbolización y modelación*, un alto porcentaje de los docentes sí enseña a resolver problemas relacionados con situaciones reales, sin embargo el número de docentes se redujo en un 22% cuando se les preguntó acerca de la enseñanza de un tipo especial de problemas, problemas que utilizan el “modelo de la balanza”, del cual se derivan problemas que requieren para su solución el planteamiento de una ecuación. No obstante, la información obtenida en este estudio está limitada por el desconocimiento de los docentes respecto de los procesos algebraicos; y, con

el objetivo de favorecer la validez de la información recogida en vez de utilizar los nombres de dichos procesos y elementos matemáticos, se presentó a los docentes ejemplos de ejercicios correspondientes a ellos.

De tal suerte, pocos docentes se refirieron a la importancia de que el alumno identifique y diferencie las operaciones involucradas en una situación problemática, que son aspectos tanto del proceso de simbolización como del proceso de modelación.

En lo que se refiere al desarrollo del *proceso de generalización*, aunque los docentes manifestaron que sí enseñan patrones, el número de los mismos disminuyó cuando se les preguntó si realizan con sus alumnos predicciones en base a patrones; de igual modo, en la entrevista, la mitad de los docentes admitieron no profundizar en este tema y, además, todos los entrevistados manifestaron que no enseñan patrones con figuras geométricas (mosaicos y teselados). Estos resultados coinciden con los obtenidos por Arriola Durán (2010), en su estudio titulado: Estudio comparativo de los contenidos de cuadernos de Matemáticas de dos estudiantes de sexto primaria y sus resultados en la Evaluación Nacional de 2008, en el que concluyó: entre los componentes menos reforzados que mostraron los cuadernos están: formas, patrones y relaciones. Lo que evidencia que estos contenidos aunque están incluidos en el CNB no son tratados con la profundidad debida.

Entre las causas de no profundizar en el tema, los docentes mencionaron, principalmente, la falta de tiempo; no obstante, se conoce la investigación realizada por Trujillo (2008), con el propósito de estudiar el proceso de generalización que realizan los futuros Profesores de Educación Primaria cuando trabajan expresiones aritméticas que permiten la generalización, en la que encontró que los estudiantes tuvieron poca dificultad describiendo un patrón de forma verbal y, en algunos casos, hicieron predicciones basadas en las relaciones identificadas en un patrón; pero los estudiantes no fueron capaces, en la mayoría de las tareas, de proporcionar una descripción algebraica formal de las expresiones aritméticas propuestas.

Asimismo, Juárez López (2010), realizó una investigación con el objetivo de explorar la interpretación que tiene el profesor de matemáticas en torno al concepto de variable y los diferentes usos en el álgebra elemental, entre las principales conclusiones aparece: una pregunta que se refiere a patrones visuales y su generalización no pudo ser contestada por ningún profesor. Cuando se requería reconocer secuencia, pudo apreciarse la incapacidad para simbolizar dichos patrones.

Esta información permite dirigir la atención hacia otros factores que pueden figurar entre las causas del actuar de los docentes con respecto a este tema como son la falta de dominio y el desconocimiento de su importancia en el desarrollo del razonamiento algebraico. En tal sentido, la formación inicial y continua del docente desempeña un papel preponderante, ya que según Francisco Díaz, citado por Becerril (2005:96), “ el maestro debe tener en cuenta en el aspecto metodológico de su propuesta para el proceso enseñanza-aprendizaje, pero sobre todo para generar cambios y transformaciones en su experiencia docente, tres estructuras fundamentales: a) conocer la naturaleza exacta de la disciplina que imparte; b) conocer desde una perspectiva psicológica a los alumnos; c) buscar las posibles y mejores formas metodológicas para llevar a cabo la enseñanza.”

Con respecto a la enseñanza del *uso de variables*, los docentes consideran que sí es adecuada su introducción en los últimos grados del Nivel Primario, desde el campo de la geometría.

En general, la geometría permite transmitir al alumno algunos aspectos del álgebra como: la falta de clausura; el concepto de función, según Castelnuovo; y ofrece un contexto significativo con respecto al lenguaje algebraico, de acuerdo a Olfos *et al.* (2007); relacionados todos ellos con el uso de variables que, en el aprendizaje del álgebra formal, presenta dificultades como las siguientes: los alumnos tienen muchas dificultades para operar sobre o con una incógnita, de acuerdo con Vergnaud *et al.* (1988), citado por Johsua *et al.* (2005); equivocaciones en la interpretación de las variables, según Kieran

(1992), Kieran *et al.* (1989) & MacGregor *et al.* (2000) citados por Flores *et al.* (2011). Por esta razón, introducir algunos aspectos del uso de variables a través del estudio de la geometría en edades tempranas se considera de beneficio para los alumnos.

En lo que se refiere a la *Metodología utilizada por el docente*, a los estudiantes se les preguntó acerca de su comprensión de las explicaciones dadas por su maestro en relación a los temas tratados en el cuestionario, a lo que respondieron que sí entienden la explicación de estos temas por parte de su maestro y comentaron que su maestro explica muy bien, enseña con paciencia y explica las veces que sean necesarias.

Sin embargo, cabe agregar que la información obtenida está limitada por la capacidad de los alumnos de expresar de manera escrita y verbal su pensamiento así como de emitir un juicio crítico respecto del desenvolvimiento de sus maestros; pues en su investigación Saavedra (2004), para determinar el nivel en matemática de los estudiantes graduandos de las Escuelas Normales Oficiales Formadoras de Maestros de Educación Primaria Urbana, entre sus principales conclusiones expresa: los egresados de las Escuelas Normales Oficiales Formadoras de Maestros de Educación Primaria Urbana de la ciudad de Guatemala, carecen de la preparación básica en el área de matemática, para impartir satisfactoriamente la asignatura en la escuela primaria, donde se ubica la mayor cantidad de población escolar del país, lo que provoca una formación deficiente en los estudiantes de primaria que repercute en el Nivel Medio del sistema educativo guatemalteco y no permite un desarrollo sostenible en el proceso educativo.

Resulta oportuno mencionar que la mayoría de los docentes manifestó interés en profundizar sus conocimientos en relación a los procesos algebraicos que formaron parte de este estudio, lo que es indicador de la necesidad de mejorar los conocimientos y la metodología en relación a este tema para brindar una educación de mejor calidad.

De las consideraciones anteriores, se observa que los docentes promueven el desarrollo del proceso de relación principalmente a través del análisis de igualdades abiertas y de operaciones combinadas, ya que el análisis de igualdades cerradas y desigualdades son utilizadas por menor número de ellos. De igual forma, el rol del docente presenta deficiencias, principalmente en la enseñanza de patrones que no es desarrollada con la profundidad y amplitud necesaria. El uso del signo igual y del lenguaje horizontal son aspectos que deben cobrar mayor importancia durante el desarrollo de la clase de matemática en la labor docente, pues utilizan el signo "igual" de forma unidireccional, de izquierda a derecha, con interpretación de "operador" y utilizan poco el lenguaje horizontal; tomando en cuenta que un alto porcentaje de docentes enseña problemas de aplicación, es conveniente que este espacio sea aprovechado por ellos en lo relacionado al uso del lenguaje horizontal, utilización del signo igual y planteamiento de ecuaciones; en la enseñanza de operaciones combinadas, es necesario que el docente desarrolle en sus alumnos el hábito, por así decirlo, de examinar la expresión en su totalidad, como primer paso, y que haga énfasis en la jerarquía de las operaciones. Es importante, también, que el análisis de desigualdades y de igualdades cerradas sea realizado por los docentes, ya que el porcentaje de ellos que lo realiza es cercano o inferior al 50%. La necesidad de formación docente también es expresada por los mismos docentes como un elemento clave para mejorar la calidad educativa.

#### 4.2. ACERCA DEL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO EN ALUMNOS DE SEXTO GRADO DE PRIMARIA

Razonar significa buscar conexiones y permite resolver problemas. El razonamiento algebraico es un proceso complejo que se compone de otros procesos y elementos a través de los cuales puede desarrollarse.

El planteamiento de ejercicios y el uso de algunas preguntas abiertas permitió observar las estrategias y dificultades de los alumnos en la solución de los ejercicios planteados con lo que se logró establecer características del razonamiento algebraico de los mismos.

En cuanto al *proceso de relación*, los alumnos resuelven con mayor efectividad las igualdades abiertas que las cerradas, lo que significa que han tenido mayor oportunidad de realizar ese tipo de ejercicios.

En la investigación realizada por Molina (2006), para estudiar el uso y desarrollo de pensamiento relacional y de los significados del signo igual que los alumnos ponen de manifiesto en el trabajo con igualdades y sentencias numéricas, se encontró que la mayor parte de los alumnos evidencian, en algún momento, uso de pensamiento relacional a lo largo de las sesiones. En el presente estudio, al igual que en la investigación referida, se encontró que la mayoría de los alumnos pusieron de manifiesto el uso de este tipo de pensamiento ya que resolvieron correctamente la mayor parte de las igualdades que se les plantearon.

En relación al análisis de igualdades cerradas realizado por los alumnos en esta investigación, aunque como resultado del proceso de validación se decidió cambiar la redacción, de manera que fueran más comprensibles las instrucciones correspondientes, se explicó en forma oral a los alumnos dichas instrucciones, además, los resultados presentados en la gráfica No. 25, muestran que el número de alumnos que no resolvió ninguna igualdad correctamente es mayor al número que logró resolverlas en esa forma, lo cual evidencia poca experiencia de los alumnos en la realización de dichos ejercicios, que según Molina (2006), desarrollan el proceso de relación.

Con respecto al signo igual, según la tabla No. 25, la mayoría de los alumnos demostró dificultad para resolver una igualdad de derecha a izquierda, así mismo, se observa que el 47% de los alumnos tuvo dificultad para operar una igualdad sobre descomposición de cantidades y que algunos dieron al signo

igual el significado de “indicador de hacer algo” o de “operador”, evidentemente estos estudiantes no están familiarizados con las distintas interpretaciones del símbolo igual, lo que es también mencionado por Kieran (1992), Kieran *et al.* (1989), & MacGregor *et al.* (2000), citados por Flores *et al.* (2011), como una de las dificultades de los alumnos en la transición de la aritmética al álgebra.

En lo que se refiere a operaciones combinadas, se conoce la investigación realizada por Palarea (1998), titulada: La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Entre las conclusiones obtenidas aparece: hay alumnos que mantienen la idea que las operaciones se efectúan en el orden en que aparecen. La investigación anterior concuerda con la presente pues la mayor parte de los alumnos resolvió las operaciones en el orden en que aparecían en el ejercicio; lo cual indica que los estudiantes no aplicaron la jerarquía de las operaciones, que según IGER (2011), establece el orden y la forma de realizarlas.

En tal sentido, puede decirse que al resolver dichos ejercicios los alumnos no están desarrollando el proceso de relación pues, según Molina (2006), “el pensamiento relacional es la actividad intelectual que consiste en examinar objetos o situaciones matemáticas considerándolos como totalidades, detectar de manera espontánea o buscar relaciones entre ellos y utilizar dichas relaciones con una intencionalidad”; la relación en el caso de las operaciones combinadas la constituye el orden de las operaciones.

En referencia a los procesos de *simbolización y modelación*, en la solución de problemas relacionados con situaciones reales se encontró que hay alumnos que tienen dificultad para identificar las cantidades en un problema pero, sobre todo, tienen dificultad para identificar la relación entre dichas cantidades, lo que según Bolea (2003), citado por Ferrayra *et al.* (2010), constituye la segunda etapa del proceso de modelación; de igual forma, Kieran *et al.* (1996), citados por Palarea (1998:49), explican: la modelación; consiste esencialmente en “trasladar un problema del mundo real a un problema matemático, resolver el problema matemático e interpretar la solución en lenguaje del mundo real”. Así

mismo, se observó que los alumnos que resolvieron de forma incorrecta el problema, tienen dificultad para utilizar operaciones multiplicativas apoyadas en números de distinto nivel lo que, de acuerdo a Alcalá (2002), es parte del tercer nivel de simbolización, nivel previo a aquel en el que hace uso de la simbología algebraica.

Se hace referencia, también, a la investigación hecha por Rojano (2010), llamada: Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. Entre los resultados obtenidos puede mencionarse que, con la balanza simple, los estudiantes lograron resolver las ecuaciones eliminando términos por medio de aplicar la operación inversa correspondiente e hicieron uso de la simbología.

En oposición a ello, en esta investigación, una minoría de alumnos le dió una respuesta correcta al problema planteado y ninguno de ellos planteó alguna ecuación que es lo que el modelo persigue. Este último aspecto lo expone Antúnez (2003), en su investigación titulada: “La efectividad de la enseñanza constructivista de aritmética y álgebra en el bachillerato”, en la que explica que los alumnos resuelven los problemas utilizando sólo aritmética y por prueba y error, y no hacen ningún planteamiento ni esquema. Además Kieran (1992), Kieran *et al.* (1989), & MacGregor *et al.* (2000), citados por Flores *et al.* (2011), señalan entre las dificultades de los alumnos en el aprendizaje del álgebra: la resistencia a emplear ecuaciones en problemas, prefieren hacerlo por intuición o por ensayo y error.

En resumen, el desempeño de los alumnos en estos procesos se considera aceptable, aunque debe mejorarse puesto que, un alto porcentaje (43%) no logró resolver con éxito el problema del primer caso, tomando en cuenta el grado de escolaridad de los mismos y que se trató de un problema tradicional, pues, según, el Ministerio de Educación (2007), problemas de este tipo, deben ser resueltos por los alumnos en los tres últimos grados del Nivel Primario. En el segundo caso, es claro que los alumnos no han tenido la experiencia necesaria

en el aprendizaje del planteamiento y solución de ecuaciones sencillas utilizando modelos.

Con respecto al proceso de *generalización*, Los resultados de la presente investigación evidencian dificultad de los alumnos para completar patrones geométricos, ya que se encontró que sólo el 32% logró detectar la relación existente entre los números de la secuencia geométrica que se les presentó y sólo 11 alumnos (16%) lograron expresar la relación existente, aunque 5 de ellos respondieron de forma aditiva lo que significa que únicamente 6 alumnos han avanzado correctamente en el desarrollo del pensamiento multiplicativo. Esto puede representar una dificultad en la transición de la aritmética al álgebra ya que, de acuerdo con Alcalá (2002), en el nivel de simbolización previo al nivel en el que se hace uso de expresiones algebraicas, el niño debe utilizar las operaciones multiplicativas que se apoyan en números de distinto nivel e ir descubriendo-aprendiendo regularidades que le pondrán en condiciones de efectuar generalizaciones y, consecuentemente, de poder simbolizar esas generalizaciones.

En la investigación realizada por Butto *et al.* (2004), titulada: "Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría", inicialmente se encontró que los niños completaron secuencias aritméticas con números enteros, en las secuencias geométricas la mayoría respondió de manera aditiva, lo cual indicó que los niños se encontraban en una etapa de transición del pensamiento aditivo al multiplicativo; además, los resultados evidenciaron que la instrucción escolar hace demasiado énfasis en el pensamiento aritmético aditivo, lo que obstaculiza el razonamiento en términos multiplicativos y dificulta no solo el abordaje de contenidos de la enseñanza básica, sino también el acceso a otro tipo de razonamiento como el algebraico. Como puede observarse, ambas investigaciones concuerdan en la dificultad de los estudiantes con el uso de las operaciones multiplicativas.

En el trabajo con patrones aritméticos se observó que los estudiantes dieron una respuesta correcta; sin embargo, para poder hacerlo, la mayoría de los

alumnos necesitaron hacer un dibujo y pocos respondieron sin auxiliarse del mismo. Considerando que todos los alumnos participantes se encuentran en la edad de entre 11 a 16 años, puede decirse que los alumnos no han alcanzado el nivel de abstracción adecuado ya que, de acuerdo con la Teoría del Desarrollo Cognitivo de Piaget (1929), citado por Weiten (2008), la edad de 11 años en adelante corresponde a la Etapa de la Inteligencia Operatoria Formal. Por lo anterior se considera que únicamente 14 estudiantes respondieron correctamente y debe mejorarse el nivel de abstracción de todos los estudiantes.

Según Fripp (2009:32), “al trabajar con patrones son tres las acciones que hay que tomar en cuenta: identificarlo, decirlo y registrarlo”. En ese sentido, tanto la relación del patrón aritmético como la del patrón geométrico fueron expresadas por pocos alumnos y en la predicción basada en un patrón aritmético se observó que también fueron pocos los alumnos que lograron realizarla, aunque ninguno hizo planteamientos e incluso dos estudiantes hicieron el dibujo para poder responder; del mismo modo, se observó que algunos alumnos utilizaron la estrategia del conteo con los dedos de las manos en la realización de este ejercicio.

Lo anterior evidencia claramente que la dificultad de los alumnos aumenta en la segunda y tercer etapa del trabajo con patrones y el escaso dominio del alumno en el uso de operaciones aditivas y multiplicativas. Además, debe tenerse en cuenta que la información obtenida está limitada por la capacidad del alumno de seguir instrucciones, pues aunque se les indicó que leyeran las instrucciones y se solicitó en forma verbal y escrita que dejaran registro de los procedimientos realizados, en este caso ningún alumno lo hizo.

En otro orden de ideas, se conoce la investigación realizada por Chavarría (2003), titulada: Factores que inciden en el bajo rendimiento de los educandos de primero básico en el curso de matemática de los Institutos de Educación por Cooperativa de la cabecera departamental de Escuintla, entre sus conclusiones aparece: las encuestas demostraron que a pocos estudiantes les gusta la matemática y muchos consideran difícil el curso de matemática por lo que esta

condicionante influye en el bajo rendimiento, la mayoría de los alumnos indicó que la base matemática que recibió en sexto grado de primaria no les ayudó a comprender los contenidos de primero básico ya que son temas más avanzados.

Contrariamente a la investigación realizada por Chavarría, en este estudio se determinó que a los estudiantes de sexto primaria les gusta la matemática y opinaron que los temas que se les presentaron en el cuestionario son fáciles. Lo anterior evidencia que los procesos algebraicos planteados a los estudiantes de sexto primaria en contextos aritméticos, son interesantes y no presentan dificultades para ellos; sin embargo, eso no quiere decir que los alumnos, los hayan resuelto correctamente o con las características algebraicas correspondientes, como ya se explicó en cada caso. Además, con frecuencia ocurre que el alumno al ingresar al Ciclo Básico cambia de opinión al respecto del curso de matemática, lo que puede deberse a diversos factores como por ejemplo: el sistema educativo, los contenidos, los métodos, y las técnicas; sin dejar de mencionar los factores sociales.

Es importante destacar la opinión positiva de los estudiantes en relación a sus maestros y buena actitud hacia el curso de matemática y los contenidos tratados en la hoja de trabajo, ya que son elementos esenciales que deben aprovecharse dentro del proceso de aprendizaje.

También debe tenerse en cuenta que, aunque en algunos procesos de razonamiento algebraico elemental los resultados no fueron alentadores, investigaciones como la realizada por López & López (2011), para determinar la pertinencia de la enseñanza del álgebra en edades tempranas con el modelo 3UV, pone de manifiesto la clara posibilidad por parte de los niños en edades tempranas de acercarse y trabajar con contenidos algebraicos de manera exitosa.

Este trabajo aporta información de interés para los investigadores en educación matemática y para los docentes de la Educación Primaria; conocer las estrategias, los conocimientos y dificultades de los alumnos son cuestiones de

gran interés dentro del campo de la Didáctica de la Matemática. También es de gran utilidad para las Autoridades Educativas conocer aspectos de la metodología y el grado de profundidad con que son tratados por los docentes los contenidos que desarrollan el razonamiento algebraico para realizar las acciones de mejora correspondientes en materia de diseño curricular y formación docente.

Finalmente, cabe recordar que un elemento clave para mejorar el aprendizaje del álgebra es el docente, según lo señalan Báez Melendres *et al.* (2007), en su investigación titulada: Estudio cualitativo sobre prácticas docentes en las aulas de matemáticas en el Nivel Medio, se encontró que cerca de la mitad de los profesores creen que el docente juega un papel importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, dado que ayuda a los alumnos a utilizar instrumentos para modelar y resolver cuestiones desconocidas y, además, la mayoría de ellos considera que el profesor debe tener una buena formación porque así puede conocer las estrategias didácticas que implementará en clase y servirán para ayudar mejor a sus alumnos. Del mismo modo Rubio (2012), en el Congreso “Educación y Pobreza” expuso: “el docente es el corazón del sistema educativo, docentes competentes son la base del cambio”.

Así, el razonamiento algebraico de los alumnos se caracteriza por: dificultad en relación a los significados del signo igual, pues la mayoría dio a este símbolo la interpretación de operador, propio de la aritmética; escaso uso del lenguaje horizontal, la mayoría hizo planteamientos verticales; desconocimiento del uso de variables; mayor efectividad en el trabajo con igualdades abiertas que con igualdades cerradas; dificultad en el planteamiento de ecuaciones y aplicación de la jerarquía de las operaciones en la solución de operaciones combinadas; trabajo con patrones limitado a la percepción de los mismos, lo que dificulta el desarrollo del proceso de generalización; y, dificultad en el uso de operaciones multiplicativas.

Después de las consideraciones que anteceden, puede afirmarse que el rol del docente es un factor determinante en el aprendizaje de los alumnos, pues, influye en forma directa en dicho proceso, lo que es evidente, en la mayoría de los casos, al comparar el accionar del docente con los resultados de los alumnos en cada proceso algebraico, pues cuando el docente no tiene la formación adecuada para desempeñar en forma correcta el rol que le compete no cuenta con los conocimientos disciplinarios ni el entrenamiento necesario para impartir una enseñanza de calidad. Asimismo se observa que la enseñanza de la matemática realizada por los docentes no está encaminada a introducir al alumno en el aprendizaje del álgebra sino, se queda dentro de lo que es el campo de la aritmética, lo que se traduce en estancamiento, en lo que se refiere al aprendizaje de la matemática.

## CONCLUSIONES

Dirigir la mentalidad de los estudiantes a un campo más amplio del de la aritmética en la escuela primaria, es fundamental para avanzar hacia una mejor calidad educativa. El rol del docente es un factor determinante en el proceso educativo, ya que es él quien orienta las acciones y pensamientos de los alumnos. En la presente investigación en relación al rol del docente, se determinó que:

- El Rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico de los alumnos de sexto primaria carece de profundidad y de metodología adecuada con enfoque algebraico para desarrollar los procesos que conforman el razonamiento algebraico elemental, debido a formación deficiente en esa área de la matemática.
- El docente desarrolla el proceso de relación principalmente a través del análisis de igualdades abiertas, siendo utilizadas por menor número de ellos las igualdades cerradas; lo que entorpece el aprendizaje de los alumnos en lo relacionado a los significados del signo igual.
- Los docentes enseñan operaciones combinadas, no obstante, hacen poco énfasis en la jerarquía de las operaciones y en el hecho de contemplar la operación en su totalidad, lo que implica que el docente no está aplicando los métodos correctos en la enseñanza de dicho contenido y que afecta el desarrollo del proceso de relación.
- Los docentes utilizan el signo igual de forma unidireccional, de izquierda a derecha, con interpretación como operador y utilizan poco el lenguaje horizontal; lo que da como resultado la enseñanza de una matemática

enfascada en el campo aritmético, que, por tanto, obstaculiza el aprendizaje del álgebra.

- Los docentes desarrollan el proceso de modelación y simbolización mediante la enseñanza de problemas relacionados con situaciones reales, con enfoque aritmético; lo que significa que este espacio no se ha aprovechado para orientar a los alumnos en aspectos como: uso de lenguaje horizontal, planteamiento de ecuaciones, utilización del signo igual, etc.
- Los docentes desarrollan el proceso de generalización principalmente en su primera etapa (percepción de patrones), pues no profundizan en este tema al no pedirles a los alumnos que expresen la relación del patrón y no realizar predicciones, que son pasos fundamentales que conducen a la generalización, proceso de relevante importancia dentro del estudio del álgebra. Además, no trabajan patrones con figuras geométricas, lo que resta amplitud a su trabajo en relación a este proceso algebraico.
- El razonamiento algebraico de los alumnos, al respecto del proceso de relación mostró: mayor efectividad en el trabajo con igualdades abiertas que con igualdades cerradas, dificultad en la aplicación de la jerarquía de las operaciones; interpretación del signo igual como operador y escaso uso del lenguaje horizontal. Esto pone de manifiesto un aprendizaje matemático enmarcado dentro de los límites de la aritmética que obstaculiza el aprendizaje del álgebra y, por tanto, provoca baja calidad en el aprendizaje de la matemática.
- El razonamiento algebraico de los alumnos en relación al proceso de simbolización y modelación fue puesto de manifiesto en la solución de problemas relacionados con situaciones reales, lo que favorece su aprendizaje del álgebra.

- El razonamiento algebraico en lo que se refiere al proceso de generalización mostró: trabajo de los alumnos con patrones limitado a la percepción de los mismos; dificultad para expresar la relación entre los elementos del patrón y para realizar predicciones; esto significa que los alumnos no poseen la experiencia necesaria para abordar el estudio del álgebra a través de la generalización.
- Los alumnos evidenciaron dificultad en el uso de las operaciones multiplicativas, lo que indica que no cuentan con pleno dominio de las operaciones aritméticas básicas, lo cual dificulta el desarrollo de su razonamiento algebraico.
- Los alumnos no poseen experiencia en cuanto al uso de variables en contextos geométricos, lo que implica que el uso de variables constituye un elemento nuevo en su aprendizaje dentro de la matemática.

## RECOMENDACIONES

Para futuras investigaciones:

- Se recomienda, en futuras investigaciones abordar el aspecto metodológico que desempeñan los docentes en el desarrollo del razonamiento algebraico en el Nivel Primario.
- Se sugiere, en investigaciones futuras determinar el grado de conocimiento de los docentes del Nivel Primario acerca de estos procesos algebraicos con el fin de proponer estrategias precisas para mejorar el aprendizaje del álgebra.
- Es meritorio, en investigaciones futuras, determinar la forma de abordar el álgebra en el Ciclo Básico y el grado en que se desarrollan los procesos algebraicos en la enseñanza del álgebra en este Ciclo Educativo.

Para el Ministerio de Educación:

- Se sugiere al MINEDUC Y Sistema Educativo Nacional (SEN) incluir entre los contenidos del CNB igualdades cerradas y desigualdades; así mismo, que el CNB en el estudio de patrones abarque las tres etapas expuestas en este trabajo y las indique explícitamente.
- Es necesario, que el MINEDUC y SEN, en los libros de texto de matemática que promueven para el Nivel Primario, contemplen los

contenidos que el CNB indica y que desarrollan el razonamiento algebraico.

- Se recomienda al MINEDUC y SEN, brindar al docente del Nivel Primario y a los estudiantes de magisterio, formación en relación a los procesos que desarrollan el razonamiento algebraico, principalmente en relación a: significados del signo igual, introducción de variables desde el campo de la geometría, trabajo con patrones, desarrollo del pensamiento multiplicativo y enseñanza de operaciones combinadas.
- Se sugiere al MINEDUC exigir a los docentes el cumplimiento efectivo del calendario de clases para que el tiempo no sea un factor que influya negativamente en el aprendizaje de estos procesos en los alumnos.
- Es necesario que el docente utilice el lenguaje horizontal con mayor frecuencia en sus planteamientos en la enseñanza de la matemática.
- Se recomienda al docente, aprovechar la enseñanza de problemas de aplicación para promover el uso del lenguaje horizontal, el planteamiento de ecuaciones y dar otras interpretaciones al signo “igual”.
- Se sugiere al docente emplear modelos en la enseñanza de problemas de aplicación que permitan orientar al alumno en el planteamiento de ecuaciones sencillas.

Para la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media:

- Se sugiere a la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media (EFPEM), que en los cursos que imparte de Didáctica de la Matemática en el Profesorado de Física/Matemática oriente a los futuros catedráticos de matemática del Ciclo Básico en relación a abordar el

álgebra en forma significativa, en otras palabras, a través de los procesos algebraicos mencionados en este trabajo.

- Es necesario que la EFPEM, promueva investigaciones relacionadas con la didáctica de la matemática tanto del Nivel Primario y Nivel Medio, que es su competencia especial.

## REFERENCIAS

## a) Libros

Alarcón Bortolussi, J., Bonilla Rius, E., Nava Alvarez, R., Rojano Ceballos, T., & Quintero, R. (2001). *Libro para el maestro: matemáticas secundaria*. Argentina.

Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. España: Editorial GRAÓ.

Aldape, T. (2008). *Desarrollo de competencias del docente*. Recuperado de [books.google.com.gt/books?isbn=1597543349](https://books.google.com.gt/books?isbn=1597543349)

Becerril Calderón, S.R. (2005). *Comprender la práctica docente*. México: Editorial Plaza y Valdes.

Bolaños Bolaños, G. & Molina Bogantes, Z. (2007). *Introducción al currículo*. San José, Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia.

Cabanne, N. (2008). *Didáctica de la matemática*. Buenos Aires.

Caciá, D., Salvador Salvador, C. & Nakayama, K. (2008). *Matemática, cuarto grado*. Guatemala.

Campos, A. A. (2007). *Pensamiento crítico*. Bogotá

Campos, H. M. (2005). *Construcción de conocimiento en el proceso educativo*. México.

Castelnuovo, E. (1970). *Didáctica de la Matemática Moderna*. México: Editorial F. Trillas.

Castro, E. & Rico, L. (1997). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*.

De la Mora, L. J. (1977). *Psicología del aprendizaje I*. México: Editorial Progreso.

Fernández Pérez, M. (2003). *La profesionalización del docente*. España: Editorial Escuela Española.

Giry, M. (2002). *Aprender a razonar, aprender a pensar*. México: Siglo XXI.  
Recuperado de [www.uaemex.mx/pestud/nmsup/mat/guias/Guia7.pdf](http://www.uaemex.mx/pestud/nmsup/mat/guias/Guia7.pdf)

Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Recuperado de :  
<http://www.ugr.es/local/godino/edumat-maestros/>

Godino, J. & Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada

Godino, J. & Font, V. (2004). *Didáctica del Razonamiento algebraico para maestros*. España: impresión GAMI.

Godino, J., Castro, W., Aké, L. & Wilhelmi, M. (2010). Naturaleza del razonamiento algebraico. obtenida de:  
[www.ugr.es/~jgodino/eos/naturaleza\\_RAE.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/naturaleza_RAE.pdf)

- González, O. V. (2003). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. México: Editorial Pax.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación*. México: Editorial McGrawHill.
- Ibarra Mercado, V. H. (2006). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. Pearson Educación. Recuperado de: [books.google.com.gt/books?isbn=9702607523](http://books.google.com.gt/books?isbn=9702607523)
- Ibarra Mustelier, L. (2005). *Educación en la escuela, educación en la familia: realidad o utopía*. Editorial Félix Varela.
- Johsua, S. & Dupin, J. J. (2005). *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática*. Buenos Aires.
- Luna Valle, E.G. (2006). *El docente presencial*. México: Plaza y Valdés.
- Marcelo, C. & Vaillant, D. (2009). *Desarrollo Profesional Docente*. España: Gráficas San Pancracio.
- Martínez Escobedo, A.A. (2009). *Legislación básica educativa*. Guatemala: Impresiones Litográficas.
- Meserve, B. & Sobel, M. (2003). *Introducción a las Matemáticas*. Reverté.
- Nakayama, K. & Caciá, D. (2009). *Matemática, quinto grado*. Guatemala.
- Nakayama, K. & Salvador, C. (2010). *Matemática, sexto grado*. Guatemala

Nérci, I. (1973). *Hacia una didáctica general dinámica*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz.

Piloña, G. (2004). *Métodos y Técnicas de Investigación*. Guatemala: LITOGRAFÍA CIMGRA.

Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio del álgebra*. Buenos Aires.

Steiner, E. (1996). *Matemática para las ciencias aplicadas*. Barcelona: Editorial Reverté.

Sternberg, R. (1987). *Inteligencia humana*. España: Editorial Paidós.

Sullivan, J., Hernández, C. & García, D. (2006). *Algebra y Trigonometría*. Ed. Pearson Educación.

Tardif, M. (2004). *Los saberes del docente y su desarrollo profesional*. España: Editorial NARCEA.

Weiten, W. (2008). *Psicología*. México: Editorial Edamsa.

Zabalza Beraza, M. A. & Zabalza Cerdeiriña, M. A. (2012). *Profesores y Profesión docente*. Recuperado de:  
[books.google.com.gt/books?isbn=8427718098](http://books.google.com.gt/books?isbn=8427718098)

b) Libros con autor corporativo

IGER. (2011). *Matemática Quiriguá 7 Primer Semestre*. Guatemala. Disponible en: [books.google.com.gt/books?isbn=9992292148](http://books.google.com.gt/books?isbn=9992292148)

Ministerio de Educación. (2007). *Currículo Nacional Base*. Guatemala.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España. (2003). *Perfil del docente en el siglo XXI*. España. Recuperado de:  
[books.google.com.gt/books?isbn=8436937015](http://books.google.com.gt/books?isbn=8436937015)

Real Academia Española de la Lengua (2007). *Diccionario Manual de la Lengua Española Larousse*, Editorial S.L.

Real Academia Española de la Lengua (2009). *Diccionario*. Disponible en Microsoft student con Encarta Premium

c) Libros por un editor

Treviño E. (Ed.) (2009). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo: Los Aprendizajes de los Estudiantes de América Latina y el Caribe*. Santiago: Publicado por la Oficina Regional de Educación de la UNESCO. Recuperado de:  
[portal.unesco.org/.../ev.php URL\\_ID=13638&URL\\_DO=DO\\_TOPIC...](http://portal.unesco.org/.../ev.php URL_ID=13638&URL_DO=DO_TOPIC...)

d) Tesis

Antúnez H., N. (2003). *La efectividad de la enseñanza constructivista de la aritmética y álgebra en el bachillerato*. (Tesis de maestría, Centro interdisciplinario de investigación y docencia en educación técnica). Recuperado de [es.scribd.com/doc/9319079/Ensenanza-Constructivista-de-las-Ciencias](http://es.scribd.com/doc/9319079/Ensenanza-Constructivista-de-las-Ciencias)

Arriola Durán, P. (2010). *Estudio comparativo de los contenidos de cuadernos de Matemáticas de dos estudiantes de sexto primaria y sus resultados en la Evaluación Nacional de 2008* (Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, DIGEDUCA, Ministerio de Educación de Guatemala). Recuperado de:  
[www.mineduc.edu.gt/recursoseducativos/?p=1984](http://www.mineduc.edu.gt/recursoseducativos/?p=1984)

- Báez Melendres, M. A., Cantú Interián, C. A. & Gómez Osalde, K. M. (2007). *Un estudio cualitativo sobre las prácticas docentes en las aulas de matemáticas en el nivel medio*. (Tesis de licenciatura, Universidad Autónoma de Yucatán). Recuperado de:  
[www.matematicas.uady.mx/.../TesisGrupal\\_Baez-Cantu-Gomez.pdf](http://www.matematicas.uady.mx/.../TesisGrupal_Baez-Cantu-Gomez.pdf)
- Chavarría R., O. (2003). *Factores que coinciden en el bajo rendimiento de los educandos de primero básico en el curso de matemática de los institutos de educación por cooperativa de la cabecera departamental de Escuintla*. (Tesis de licenciatura, universidad Mariano Gálvez de Guatemala). Recuperado de [biblioteca.umg.edu.gt/digital/13864.pdf](http://biblioteca.umg.edu.gt/digital/13864.pdf)
- Esquinas S., A. (2009). *Dificultades en el aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica*. (Tesis de Doctorado, Universidad Complutense de Madrid). Recuperado de [eprints.ucm.es/8283/1/T30670.pdf](http://eprints.ucm.es/8283/1/T30670.pdf)
- García E., I. (2001). *Análisis comparativo entre la actualización docente y el rendimiento académico en el área de matemática de los alumnos de los institutos oficiales de la jornada nocturna de la capital*. (Tesis de licenciatura, Universidad Rafael Landívar). Recuperado de:  
[biblio3.url.edu.gt/paginasPortal/biblioteca\\_virtual.php](http://biblio3.url.edu.gt/paginasPortal/biblioteca_virtual.php)
- Kummer, T. (2005). *Estrategias metodológicas para un proceso de enseñanza aprendizaje significativo y reflexivo del álgebra elemental en la educación básica*. (Tesis de doctorado, Universidad del Oeste de Santa Catarina). Recuperado de:  
[www.bibliociencias.cu/gsd/collect/tesis/archives/HASH8938.../doc.p...](http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/tesis/archives/HASH8938.../doc.p...)

- Molina G., M. (2006). *Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*, (Tesis Doctoral, Universidad de Granada). Recuperado de:  
[decumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM06-2822.PDF](http://decumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM06-2822.PDF)
- Palarea M., M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. (Tesis doctoral, Universidad de la Laguna ) Recuperado de:  
[cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM06-2822.PDF](http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM06-2822.PDF)
- Saavedra L., A. (2004). *Nivel académico en el área de matemática de los alumnos de las escuelas normales oficiales formadoras de maestros de educación primaria urbana de la ciudad de Guatemala*. (Tesis de maestría, Universidad Rafael Landívar). Recuperado de:  
[biblio3.url.edu.gt/paginasPortal/biblioteca\\_virtual.php](http://biblio3.url.edu.gt/paginasPortal/biblioteca_virtual.php)
- Tax T., E. (2006). *Cambio de nivel educativo y su incidencia en la reprobación de la matemática*. (Tesis de licenciatura, Universidad Rafael Landívar). Recuperado de [biblio3.url.edu.gt/paginasPortal/biblioteca\\_virtual.php](http://biblio3.url.edu.gt/paginasPortal/biblioteca_virtual.php)
- Trejo G., M. (2008). *Material de apoyo para la enseñanza del concepto de variable en el Algebra Elemental*. (Tesis de licenciatura, Universidad Veracruzana). Recuperado de:  
[www.uv.mx/facmate/.../Trejo\\_Gamboa\\_Maria\\_Angelica.pdf](http://www.uv.mx/facmate/.../Trejo_Gamboa_Maria_Angelica.pdf)
- Trujillo P., P. A. (2008). *Proceso de generalización que realizan futuros maestros*. (Tesis de Maestría, Universidad de Granada).

## e) Artículos de revistas

Butto, C. & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: Abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática* 16(001) 113-148.

Recuperado de: [redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516105.pdf](http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516105.pdf)

Castro G., W., Godino D., J & Rivas O., M. (2011). Razonamiento algebraico en la educación primaria: un reto para la formación inicial de profesores.

*Revista Iberoamericana de Educación Matemática: UNION*, 25 73-88.

Recuperado de:

[www.ugr.es/~jgodino/eos/castro\\_godino\\_rivas\\_Union\\_025\\_011.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/castro_godino_rivas_Union_025_011.pdf)

Enfedaque, J. (1990) De los números a las letras. *Revista SUMA* 5. Recuperado de [revistasuma.es/IMG/pdf/5/023-034.pdf](http://revistasuma.es/IMG/pdf/5/023-034.pdf)

Ferrayra, N., Rechimont, E., Parodi, C., & Castro, N. (2010). De la aritmética al álgebra. *Revista Iberoamericana de Educación*.

Flores, R. & Castellanos, R. (2011). Una propuesta de enseñanza para favorecer la transición de la aritmética al álgebra. *Revista Didac* 56-75.

Fripp, A. (2009). ¿Álgebra en la escuela primaria? *Quehacer Educativo*, 93, Edición especial: El maestro como constructor del currículo.

Juárez López, J. (2010). Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UVm. *Números*, 76.

López, P. & López, R. (2001). Empleo del modelo 3UV en el álgebra temprana, *XIII CIAEM-IACME*.

Malagón, R., Torres, L. & Valoyes, E. (2002). Situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación del álgebra. *EMA*. 7(2).

Malisani, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. *IRICE*,13. Recuperado de:  
[math.unipa.it/~grim/AlgebraMalisaniSp.pdf](http://math.unipa.it/~grim/AlgebraMalisaniSp.pdf)

MURRAY-LASSO, M.A. (2010). La aplicación del álgebra abstracta y las computadoras para la solución de problemas de caminos en redes orientadas. *Ingeniería investigación y tecnología*, 11(1), 1-16 Disponible en: [www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-77432010000100002...](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1405-77432010000100002...)

Olfos Ayarza, R., Soto Soto, D. & Silva Crocci, H. (2007). Renovación de la enseñanza del álgebra elemental, un aporte desde la didáctica. *Estudios pedagógicos*, 33(2).

Palarea M., M. (1999). Adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación. *Números*, 40, 3-28. Recuperado de:  
[www.sinewton.org/numeros/numeros/40/Articulo01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/40/Articulo01.pdf)

Rojano Ceballos, M. T. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. *Didáctica de las Matemáticas*, 75. Recuperado de:  
[www.sinewton.org/numeros/numeros/75/Apertura.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/75/Apertura.pdf).

Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. *Números*,77, 5-34. Recuperado de:  
[www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Apertura.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Apertura.pdf)

Viñao Frago, A. (2002). *Revista de educación*. Recuperado de:  
[debooks.google.com.gt/books?id=AgOtDCIqbdcC](http://debooks.google.com.gt/books?id=AgOtDCIqbdcC)

## f) Folletos

Barbero, E. (2005). *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*. Recuperado de [recursostic-educación.es/eda/web/WEB\\_EDA/.../opcombin.htm](http://recursostic-educación.es/eda/web/WEB_EDA/.../opcombin.htm)

López, O. (2010). *Boletín de GUATEMÁTICA*, Guatemala: 9na Ed.

Mata, L.E., Ramírez Arballo, M.G., Porcel, E. A. & Siwert, P. (2009).

*Deficiencias en la transición de la aritmética al álgebra*. II Jornada de enseñanza e investigación educativa en el campo de las ciencias exactas y naturales, del 28 al 30 de octubre de 2009. Disponible en [memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab\\_eventos/ev.608/ev.608.pdf](http://memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.608/ev.608.pdf)

Molina, M. (2009). *Algebra como generalización*. Ministerio de Educación de Colombia. Recuperado de: [aplicaciones.colombiaaprende.edu.co/.../Algebra\\_como\\_generalizaci](http://aplicaciones.colombiaaprende.edu.co/.../Algebra_como_generalizaci)

Molina, M. (2012). *Proyecto Investigador. Plaza de Profesor Titular de Universidad*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en: [funes.uniandes.edu.co/2057/1/ProyectoInvestigador2012.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/2057/1/ProyectoInvestigador2012.pdf)

## g) E-Gráficas

[www.psicologia-online.com/articulos/2006/rol\\_profesor.shtml](http://www.psicologia-online.com/articulos/2006/rol_profesor.shtml)

[www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665...script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665...script=sci_arttext)

[digibug.ugr.es/bitstream/10481/4720/1/03Castro](http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/4720/1/03Castro).

[es.scribd.com/doc/9319079/Ensenanza-Constructivista-de-las-Ciencias](http://es.scribd.com/doc/9319079/Ensenanza-Constructivista-de-las-Ciencias)

[www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/.../FloresFFernandez.pdf](http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/.../FloresFFernandez.pdf)

[www.mineduc.gob.gt/digeduca](http://www.mineduc.gob.gt/digeduca)

[revistasuma.es/IMG/pdf/5/023-034.pdf](http://revistasuma.es/IMG/pdf/5/023-034.pdf)

[blogconamat.blogspot.com/.../guatemala-promueven-nueva-metodol...](http://blogconamat.blogspot.com/.../guatemala-promueven-nueva-metodol...)

[www.jica.go.jp/guatemala/espanol/index.html/](http://www.jica.go.jp/guatemala/espanol/index.html/)

## APÉNDICE

- a) Cuestionario  
Censo a docentes



Universidad de San Carlos de Guatemala-USAC  
Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media –  
EFPEM –

**Rol del docente en el desarrollo del razonamiento  
algebraico**

**Objetivos:** La información que se obtendrá con el presente cuestionario orientará la búsqueda de estrategias para el mejoramiento del aprendizaje del álgebra aplicables en el Nivel Primario, por lo que se SOLICITA y AGRADECE su colaboración con esta investigación que pretende establecer el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico. El cuestionario es anónimo.

**Instrucciones:** A continuación se le presenta una serie de preguntas relacionadas con el tema de investigación arriba identificado. Sírvase señalar con una equis la opción que refleje su caso o punto de vista. Se le garantiza total confidencialidad.

**I Parte:** Datos generales

1. Grado que imparte:

Cuarto:  Quinto:  Sexto:

2. Años de experiencia de impartiendo el grado: \_\_\_\_\_

3. Sexo:

Femenino:

Masculino:

4. Grado académico:

---



---

**II Parte:** Sobre el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico.

1. ¿Le gusta impartir la asignatura de matemática?

Sí

No

¿Por qué?

---



---

2. ¿Enseña a sus alumnos las propiedades de la suma y de la multiplicación?

Sí.

No.

¿Por qué?

---



---

3. Entre los contenidos que imparte a sus alumnos ¿incluye los símbolos de relación,  $>$  y  $<$  ?

Sí.

No.

¿Por qué?

---



---

4. ¿Estimula en sus estudiantes el cálculo mental?

Sí.

No.

¿Por qué?

---



---

5. ¿Propone a sus alumnos problemas de aplicación en los que utilice dos o tres operaciones aritméticas con números naturales?

Sí.

No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

6. ¿Enseña a sus alumnos secuencias numéricas?

Sí.

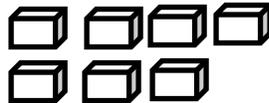
No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

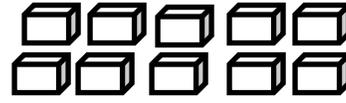
7. ¿Presenta a sus alumnos planteamientos como el siguiente: ¿Cuántas cajas habrán en la posición 4 y cuántas habrán en la posición 12??



Posición 1



Posición 2



Posición 3

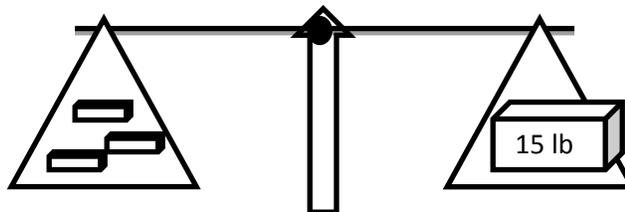
Posición 4

Sí.

No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

8. ¿Plantea a sus alumnos situaciones como la siguiente: En la balanza los tres bloques del lado izquierdo pesan lo mismo cada uno, la balanza está en equilibrio,



¿Qué sucederá si se retira un bloque del lado derecho?

¿Cuál es el peso de cada bloque??

Sí.

No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

9. Entre los contenidos de geometría que imparte a sus alumnos ¿incluye áreas y perímetros de figuras geométricas?

Sí.

No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

10. En el estudio de la aritmética, ¿presenta a sus estudiantes ejercicios de este tipo:  $3 + 8 \times 4 + 9$ ?

Si

No

¿Por qué? \_\_\_\_\_

11. En el estudio de la adición, ¿qué forma utiliza para resolverlas?

$$46 + 129 = 175$$

$$46$$

$$+ 129$$

$$175$$

¿Por qué? \_\_\_\_\_

12. Con respecto al signo "=", ¿cómo prefiere utilizarlo en un planteamiento?

$$= 125 + 46 \quad \text{ó} \quad 125 + 46 =$$

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

13. En el estudio de la aritmética ¿incluye el análisis de igualdades cerradas como la siguiente:  $24 + 26 = 25 + 25$  para que el estudiante responda si es verdadera o falsa?

Sí.   No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

14. En el estudio de la aritmética incluye el análisis de igualdades abiertas como la siguiente:  $36 + \quad = 36$ ?

Sí.   No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

15. ¿En el estudio de los signos de relación,  $>$  y  $<$ , incluye el análisis de desigualdades como la siguiente:  $78 > 70 + 8$ ?

Sí.   No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

16. ¿Considera adecuado el uso de letras, en la enseñanza de áreas y perímetros de figuras geométricas para el grado que imparte, por ejemplo en:

$$\square^2 ?$$

a

Sí.   No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

17. ¿Le gustaría profundizar acerca de los elementos algebraicos planteados anteriormente?

Sí.

No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

## b) Guía de entrevista a docentes



Universidad de San Carlos de Guatemala-USAC  
Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media –  
EFPEM –

### Rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico

**Objetivos:** La información que se obtendrá con el presente cuestionario orientará la búsqueda de estrategias para el mejoramiento del aprendizaje del álgebra aplicables en el Nivel Primario, por lo que se SOLICITA y AGRADECE su colaboración con esta investigación que pretende establecer el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico. El cuestionario es anónimo.

**Instrucciones:** A continuación se le presenta una serie de preguntas relacionadas con el tema de investigación arriba identificado. Sírvase responder de forma amplia cada una de ellas. Se le garantiza total confidencialidad.

#### I Parte: Datos generales

1. Grado que imparte:

Cuarto:  Quinto:  Sexto:

2. Años de experiencia impartiendo el grado: \_\_\_\_\_

3. Sexo:

Femenino:  Masculino:

4. Grado académico:

---



---

**II Parte:** Sobre el rol del docente en el desarrollo del razonamiento algebraico.

1. Al plantear operaciones aritméticas, ¿qué forma utiliza con mayor frecuencia, (horizontal o vertical)?

---

---

2. ¿Enseña Geometría a sus alumnos?

---

---

3. ¿Qué opina del uso de letras para representar elementos geométricos en el nivel primario?

---

---

4. ¿Cuál es su propósito al enseñar operaciones aritméticas de completación?

---

---

5. ¿Cuáles son sus indicaciones cuando enseña operaciones combinadas?

---

---

6. ¿Cuál es la importancia de plantear problemas matemáticos de aplicación a situaciones de la vida diaria a los estudiantes?

---

---

7. ¿Qué importancia da a los ejercicios sobre series numéricas o elaboración de mosaicos y teselados?

---

---

8. ¿Qué opina acerca de los contenidos planteados por el Currículum Nacional Base en el área de matemática para el grado que imparte?

---

---

c) Hoja de trabajo  
Encuesta a estudiantes



Universidad de San Carlos de Guatemala-USAC  
Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza  
Media – EFPEM –

**Razonamiento algebraico en alumnos de sexto  
primaria**

**Objetivos:** Obtener información directa de los alumnos de sexto grado de primaria de la cabecera municipal de San Martín Jilotepeque, con el fin de establecer las características del razonamiento algebraico que poseen. El cuestionario es anónimo.

**Instrucciones:** A continuación se le presenta una serie de preguntas y ejercicios relacionados con el tema de investigación arriba identificado. Sírvase señalar con una equis la opción que refleje su punto de vista o realizar lo que se le indique, si necesita hacer planteamientos o cálculo de operaciones hágalo en los espacios en blanco. Se le garantiza total confidencialidad sobre la información.

**I Parte:** Datos generales

1. Sexo:

Masculino:

Femenino:

2. Edad: \_\_\_\_\_ años

3. Establecimiento:

Público:

Privado:

**II Parte:** sobre el razonamiento algebraico en alumnos de sexto primaria.

1. ¿Le gusta la matemática?

Sí.

No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. ¿Qué propiedades de la suma conoce? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. ¿Cómo se lee el signo “ > ”? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. Lea los siguientes ejercicios y marque con una equis los que considere correctos.

$$75 + 23 = 23 + 75 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$29 + 48 - 48 = 30 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$2 + 2 + 2 = 3 + 3 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$125 - 0 < 125 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

$$51 + 51 > 50 + 52 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

5. Escriba en el cuadro el número que hace falta para que los dos lados sean iguales.

$$4 \times \boxed{\phantom{00}} = 6 \times 4$$

$$238 + 49 = \boxed{\phantom{00}} + 40 + 9$$

$$\square = 25 - 12$$

$$16 \times \square = 16$$

$$15 \times \square = 0$$

$$58 + 361 = \square$$

6. ¿Cuál es el resultado de operar:  $3 + 6 \times 5 + 2$  ?

---

7. Luis tenía 5 billetes de 50 quetzales en un bolsillo y en el otro 15 quetzales, ¿Cuántos quetzales tiene Luis?

---

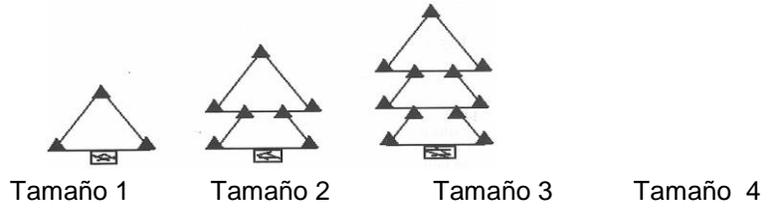
8. Escriba los números que hacen falta en los espacios en blanco?

1, 2, 4, 8, \_\_\_\_\_, 32, \_\_\_\_\_

¿Cómo encontró los números que faltaban? \_\_\_\_\_

---

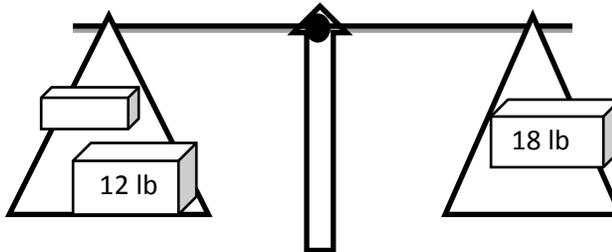
9. ¿Cuántas luces tendrá un árbol de tamaño 4? \_\_\_\_\_



¿Cómo determinó las luces del árbol de tamaño 4? \_\_\_\_\_

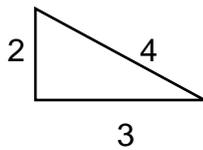
¿Cuántas luces tendrá un árbol de tamaño 10? \_\_\_\_\_

10. Considere la situación siguiente:



¿Cuál debe ser el peso del bloque para que la balanza esté en equilibrio? \_\_\_\_\_

11.Cuál es el perímetro de:



\_\_\_\_\_

5

12. ¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo:  a ?

---

13. ¿Le agrada la forma en la que le explican estos temas?

Sí.

No.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

---

14. ¿Cómo le parecen estos temas de matemáticas?

Fáciles.

Difíciles.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

---

15. ¿Qué opina respecto de la clase de matemática?

Es interesante.

Es aburrida.

¿Por qué? \_\_\_\_\_

---

16. ¿Entiende la explicación de estos temas por parte de su maestro?

Sí

No

¿Por qué? \_\_\_\_\_

---

17. ¿Cómo considera el tiempo que se les dedica a estos temas en matemática?

Mucho.

Poco.

Adecuado.

¿Por qué? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

18. ¿En su libro de texto aparecen ejercicios similares a los ue se le presentaron?

Muchos

Pocos

No usa libro de texto

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN