



**USAC**  
**TRICENTENARIA**  
Universidad de San Carlos de Guatemala

---

---

Universidad De San Carlos De Guatemala  
Escuela De Formación De Profesores De Enseñanza Media

La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM y sus fundamentos en el  
egresado de PEM en Física-Matemática

Estudio realizado con estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la  
Matemática y la física.

Ramiro Argueta Marroquín

Asesora:  
Dra. Amalia Geraldine Grajeda Bradna

Guatemala, noviembre de 2019.





Universidad de San Carlos de Guatemala  
Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media

La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM y sus fundamentos en el  
egresado de PEM en Física-Matemática

Estudio realizado con estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la  
Matemática y física.

Tesis presentada al Consejo Directivo de la Escuela de Formación de Profesores  
de Enseñanza Media de la Universidad San Carlos de Guatemala

Ramiro Argueta Marroquín

Previo a conferírsele el grado académico de:  
Licenciado en la Enseñanza de la Matemática y la Física

Guatemala, noviembre de 2019.

## **AUTORIDADES GENERALES**

MSc. Murphy Olympo Paiz Recinos	Rector Magnífico de la USAC
Arq. Carlos Enrique Valladares Cerezo	Secretario General de la USAC
MSc. Danilo López Pérez	Director de la EFPEM
MSc. Haydeé Lucrecia Crispín López	Secretaria Académica de la EFPEM

## **CONSEJO DIRECTIVO**

MSc. Danilo López Pérez	Director de la EFPEM
MSc. Haydeé Lucrecia Crispín López	Secretaria Académica de la EFPEM
MSc. Haydeé Lucrecia Crispín López	Representante de Profesores
MSc. José Enrique Cortez Sic	Representante de Profesores
Licda. Tania Elizabeth Zepeda Escobar	Representante de Profesionales Graduados
PEM Maynor Ernesto Elías Ordoñez	Representante de Estudiantes
MEPU Luis Rolando Ordóñez Corado	Representante de Estudiantes

## **TRIBUNAL EXAMINADOR**

Dra. Walda María Paola Flores Luin	Presidente
Lic. Erwin Antonio Monterroso Rosado	Secretario
M.A. Flor de María Virula Pineda	Vocal

Guatemala 05 de octubre de 2019

**Doctor  
Miguel Angel Chacón Arroyo  
Coordinador  
Unidad de Investigación  
EFPEM-USAC**

Atentamente tengo a bien informarle lo siguiente:

En mi calidad de Asesor del trabajo de graduación denominado "**La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM y sus fundamentos en el egresado de PEM en Física-Matemática**"; correspondiente al estudiante Ramiro Argueta Marroquín, carné: 200917287, DPI/CUI: 2354547881010 de la carrera Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física, manifiesto que he acompañado el proceso de elaboración del trabajo precitado y en la revisión realizada al informe final, se evidencia que dicho trabajo cumple con los requerimientos establecidos por la EFPEM para este tipo de trabajos, por lo que considero **APROBADO** el trabajo y solicito sea aceptado para continuar con el proceso para su graduación.

Atentamente

  
Dra. Amalia Geraldine Grajeda Bradna  
Asesora nombrada

c.c. Archivo



**USAC**  
TRICENTENARIA  
Universidad de San Carlos de Guatemala

Escuela de Formación de Profesores  
de Enseñanza Media  
-EFPEM-

La infrascrita Secretaria Académica a.i. de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media de la Universidad de San Carlos de Guatemala

CONSIDERANDO

Que el trabajo de graduación denominado “La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM y sus fundamentos en el egresado de PEM en Física-Matemática”. Estudio realizado con estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y física. Presentado por el (la) estudiante **Ramiro Argueta Marroquín** carné No. 200917287, de la **Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física**

CONSIDERANDO


Que la Unidad de Investigación ha dictaminado favorablemente sobre el mismo, por este medio.

AUTORIZA

La impresión de la tesis indicada, debiendo para ello proceder conforme el normativo correspondiente.

Dado en la ciudad de Guatemala a los trece días del mes de noviembre del año dos mil diecinueve.

*“ID Y ENSEÑAD A TODOS”*

  
**M.Sc. Haydee Lucrecia Crispín López**  
**Secretaria Académica a.i.**  
**EFPEM-USAC**



Ref. SAOIT108-2019  
C.c.Archivo  
HLCL/mglc.

## DEDICATORIA

A Dios, Creador y Formador	Por permitirme ser parte de este universo.
A mis amados padres	José León Argueta Mazariegos y Marta Julia Marroquín, por haberme traído a este mundo maravilloso, apoyándome a través de la inspiración y el esfuerzo.
A mis amados hermanos	José León, Benedicto y José Antonio, por ser parte vital en mi formación académica, siendo compañeros de batalla.
A mi amada esposa	Wendy, por acompañarme en esta senda maravillosa.
A mis amados hijos	José y Margaret, por ser el motor que me impulsa cada día a ser mejor.
A mis amigos	Lic. Saúl Duarte Beza, Manuel Dionicio, Roberto Castañón, David Echeverría y Rony Figueroa, por haber compartido muchos momentos de alegría y tristeza, DIOS los bendiga siempre.
A mis catedráticos	Licenciado Saúl Duarte, MSc. Luis Solórzano y MSc. Hasler Calderón, por apoyarme en el proceso de formación.

## **AGRADECIMIENTOS**

A la gloriosa y Tricentenaria Universidad de San Carlos de Guatemala por  
abrirme las puertas del conocimiento.

A la EFPEM, por ser la casa de estudios en la que me formé y permitir mi egreso  
como un profesional.

Al MSc. Danilo López

Por su comprensión en el proceso de graduación y el apoyo durante mi  
formación y estadía en la EFPEM.

A mi asesora

Dra. Amalia Geraldine Grajeda Bradna

Por su apoyo durante el proceso de elaboración de la tesis.

A Dra. Walda Paola María Flores Luin

Por su valioso apoyo y orientación durante el proceso de graduación.

A mi estimado Lic. Saúl Duarte Beza

Por ser un mentor, asesor y amigo, como un “padre” en el proceso de formación  
profesional, brindándome consejos y apoyo en todo momento.

Al MSc. Luis Solórzano

Por enseñarme el camino correcto de la geometría euclidiana.



## RESUMEN

La investigación denominada “La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM y sus fundamentos en el egresado de PEM en Física-Matemática” se llevó a cabo como estudio de tesis de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física, de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media de la Universidad de San Carlos de Guatemala, la cual se realizó con estudiantes de la licenciatura.

El enfoque es de tipo mixto con alcance descriptivo, y planteó como objetivo los fundamentos de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática, con estudiantes de plan sábado siendo esta jornada la de mayor presencia de estudiantes.

El trabajo de investigación concluye que los catedráticos del PEM imparten geometría euclidiana en EFPEM, pero de forma dispersa según sea el caso o la necesidad. De esta manera los egresados carecen de fundamentos de geometría euclidiana, los cuales se basan en construcciones con regla y compás, siendo este el principio fundamental de cualquier curso de geometría euclidiana.

Por otro lado, tan solo el 4% de estudiantes del primer ciclo logró responder satisfactoriamente los fundamentos de geometría euclidiana, revelando de igual forma el equipo y la herramienta de preferencia para el estudio de la misma; razón por la que se realiza una propuesta didáctica en geogebra, esta se desarrolla desde la construcción de los cinco postulados de Euclides y se progresa de forma gradual a algunas aplicaciones en la física, la dificultad aumenta mientras avanza en las construcciones.

## ABSTRACT

The research called "The teaching of Euclidean geometry in EFPEM and its foundations in the graduate of PEM in Physics-Mathematics" was carried out as a thesis study of the Bachelor of Science in Mathematics and Physics, of the Training School of Secondary school teachers from the University of San Carlos de Guatemala, Which was conducted with students of the degree.

The approach is of mixed type with descriptive scope, and I propose as a goal the fundamentals of Euclidean geometry in the graduate of PEM in Physics-Mathematics, with students of Saturday plan being this day the one with the gratest presence of students.

The research paper concludes that the PEM professors impart Euclidean geometry in EFPEM, but in a dispersed way according to the case or the need. In this way, graduates lack fundamentals of Euclidean geometry, which are based on constructions with a ruler and compass, this being the fundamental principle of any Euclidean geometry course.

On the other hand, only 4% of students in the first cycle managed to respond satisfactorily to the fundamentals of Euclidean geometry, revealing in the same way the equipment and the tool of preference for the study of it; reason why a didactic proposal is made in geogebra, this is developed from the construction of the five postulates of Euclid and gradually progresses to some aplications in physics, the difficulty increases while advancing in the constructions.

## ÍNDICE

Introducción .....	1
--------------------	---

### CAPÍTULO I

#### PLAN DE INVESTIGACIÓN

1.1. Antecedentes.....	3
1.2. Planteamiento y definición del problema .....	8
1.3. Objetivos.....	10
1.4. Justificación .....	11
1.5. Hipótesis.....	12
1.6. Variables .....	13
1.7. Tipo de investigación.....	15
1.8. Metodología.....	15
1.9. Población y muestra .....	16

### CAPÍTULO II

#### FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. La enseñanza de geometría euclidiana .....	17
2.2. Fundamentos de geometría euclidiana .....	17

### **CAPÍTULO III**

#### **PRESENTACIÓN DE RESULTADOS**

3.1. Variable 1: La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM.....	23
3.2. Variable 2: Los fundamentos de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática. ....	25

### **CAPÍTULO IV**

#### **DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS**

4.1. La enseñanza de la geometría euclidiana en EFPEM.....	39
4.2. Los saberes fundamentales de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática .....	40

#### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

CONCLUSIONES.....	44
RECOMENDACIONES .....	46
REFERENCIAS .....	47

#### **ANEXOS**

Propuesta .....	50
Cuestionario para docentes.....	113
Cuestionario para estudiantes .....	115
Pensum de la actual carrera de Profesorado de Enseñanza Media en Física-Matemática plan sábado .....	118
Pensum de la actual carrera de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física plan sábado.....	120

Programa de matemática VI.....	122
Programa de Didáctica de la Geometría y la Trigonometría.....	128

### **APÉNDICE**

Resistencia de alambre de cobre esmaltado.....	136
--	-----

### **ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 1. Técnicas utilizadas .....	15
Tabla 2. Lo que imparte de geometría euclidiana el catedrático del PEM en Física-Matemática .....	23
Tabla 3. Fundamentos sobre geometría euclidiana que posee el estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física primer año .....	25
Tabla 4. Fundamentos sobre geometría euclidiana que posee el estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física segundo año.....	29
Tabla 5. Fundamentos sobre geometría euclidiana que posee el estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física tercer año .....	32
Tabla 6. Fundamentos de geometría euclidiana que debe poseer el egresado de PEM en Física-Matemática.....	36

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Comparación de resultados generales sobre los fundamentos de geometría euclidiana que posee el PEM en Física-Matemática.....	35
Figura 2. Herramienta preferida para el aprendizaje de la geometría euclidiana en los egresados de PEM en Física-Matemática .....	37
Figura 3. Equipo preferido para el aprendizaje de la geometría euclidiana en los egresados de PEM en Física-Matemática .....	38

## INTRODUCCIÓN

La Geometría fue estructurada en la Antigua Grecia como un sistema lógico y consistente, ayudando al estudio de la astronomía y la cartografía, convirtiéndose así en una rama fundamental de la matemática.

La geometría euclidiana es la piedra angular para el inicio de la interpretación del medio en el que existimos, siendo este un motivo para impartirla con un enfoque experimental apoyados de herramientas adecuadas para su correcta interpretación, para luego introducir la parte axiomática.

La presente investigación hace énfasis a la preparación del futuro licenciado en la enseñanza de la Matemática y física, y se refiere a los saberes de geometría euclidiana del PEM en Física-Matemática, como egresado de EFPEM, la escuela de los formadores de formadores, el estudio se realizó con estudiantes de plan sábado, debido a que en esta jornada se encuentra la población mayor de dicha escuela.

A través de observaciones y experiencias se puede deducir la necesidad de implementar herramientas para el estudio de Geometría las cuales hacen énfasis a los estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física incluyendo a los catedráticos formadores de formadores.

En la carrera del PEM en Física-Matemática no hay un curso formal de geometría euclidiana según el pensum, pero en matemática VI está programada una unidad de geometría euclidiana como parte de ésta, luego en la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física se imparte el curso de Didáctica de la geometría y trigonometría curso que está enfocado al aprendizaje de la lúdica para la enseñanza de la geometría y trigonometría.

Por tanto, cabe preguntar será suficiente el aprendizaje de una unidad de geometría euclidiana en matemática VI para cumplir con las expectativas del CNB el cual exige la enseñanza a través de construcciones con regla y compás en sus inicios en primero básico, permitiendo así indagar sobre la debilidad en los saberes fundamentales de geometría euclidiana del egresado de PEM en Física-Matemática de la EFPEM.

La finalidad de este trabajo es contribuir en la enseñanza-aprendizaje de la geometría euclidiana a través de una propuesta de construcciones con regla y compás planteando algunas aplicaciones como apoyo en física y soluciones a problemas generales, logrando así alguna mejora en el futuro egresado.

La investigación responde a un enfoque mixto debido a que se trabajó con datos cuantitativos y cualitativos para conocer más a profundidad sobre las construcciones con regla y compás, como los fundamentos de geometría euclidiana que debe poseer el PEM en Física-Matemática egresado de EFPEM.

La metodología utilizada es de tipo descriptivo e inductivo ya que no se busca relacionar las variables, el estudio se enfoca a las características del egresado de PEM en Física-Matemática, partiendo de los saberes de este a los saberes necesarios para abordar geometría euclidiana.

Los resultados obtenidos, demuestran que existe una carencia en construcciones con regla y compás las cuales son fundamentales para abordar como estudiante o como profesor un curso de geometría euclidiana.

Como el egresado de PEM en Física-Matemática carece de saberes fundamentales en geometría euclidiana con respecto a construcciones utilizando regla y compás según algunos ítems de la entrevista, se hace la recomendación de construir por imitación guiada una serie partiendo de los postulados de Euclides, la cual aumenta de forma gradual la dificultad.



## **CAPÍTULO I**

### **PLAN DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **1.1. Antecedentes**

Para dar sustento teórico al trabajo de investigación se consultaron otros trabajos que anteceden a este.

Poc (2016) en la tesis “La formación docente del profesor de matemática en el aprendizaje de los estudiantes de quinto Bachillerato en Ciencias y Letras del Instituto Nacional de Educación Diversificada, aldea Chiyuc, San Cristóbal Verapaz, Alta Verapaz” de la universidad de San Carlos de Guatemala, plantea como objetivo contribuir en el mejoramiento del aprendizaje de la matemática de los estudiantes de quinto Bachillerato en Ciencias y Letras del Instituto Nacional de Educación Diversificada, aldea Chiyuc, San Cristóbal Verapaz, Alta Verapaz, utilizando la técnica de la encuesta y aplicación de prueba, estudio realizado con 52 estudiantes y 1 docente, establece que “Los resultados obtenidos indican que la formación docente del profesor de matemática y el aprendizaje de la matemática se relacionan estrechamente” (p. 54) siendo este un indicador para analizar los saberes del egresado de PEM en Física-Matemática egresado de EFPEM.

Cuma (2016) en la tesis “Sistema de medición ancestral, para medir áreas de inmuebles de polígonos planas en Santa María de Jesús Sacatepéquez” de la universidad de San Carlos de Guatemala plantea como objetivo promover la importancia del sistema ancestral para medir áreas de polígonos planas de inmuebles en Santa María de Jesús Sacatepéquez, aplicando las técnicas de observación directa de los medidores de inmuebles, entrevista, análisis de deslindes y medida de área del inmueble. La muestra con la que trabajó fue en cadena o por redes. El autor concluye que “De acuerdo al procedimiento de medición ancestral de inmuebles, se utilizan las operaciones básicas de la

matemática, como la aritmética: suma, resta, multiplicación y división, para el cálculo de áreas de inmuebles” (p. 61) además utilizan geometría básica para la medición de terrenos, siendo una forma aplicada de geometría euclidiana.

Tzoc (2014) en la tesis “La didáctica de la matemática y su incidencia en el desarrollo cognitivo del estudiante, para el aprendizaje de la matemática” de la universidad de San Carlos de Guatemala, trabajó con el objetivo de comprender la realidad del desarrollo cognoscitivo del estudiante en el área de la matemática en la institución educativa, aplicando las técnicas de guías para grupo focal, entrevistas y estudiantes. La población de estudio fue el total de estudiantes del Instituto Nacional Rafael Landívar. El autor concluye que “Los proyectos de matemática permiten un desarrollo competitivo sano, donde se pone a prueba el talento, curiosidad, creatividad encaminados a mejorar los procesos de enseñanza” (p. 54) esto conlleva a pensar en proyectos aplicables en matemática en los que se pueda describir el entorno.

Raxón (2016) en la tesis “Influencia del uso del software geogebra en el rendimiento académico en geometría plana, de los estudiantes de tercero básico del instituto experimental Simón Bolívar” de la universidad de San Carlos de Guatemala, planteó el objetivo de contribuir a mejorar el aprendizaje de matemática de los estudiantes con el uso del software GeoGebra , utilizando las técnicas de encuesta, evaluación objetiva a estudiantes y revisión de cuadro de calificaciones, con una población de 142 estudiantes y una muestra de 132. Su estudio que concluye que “Es importante destacar el interés del estudiante cuando se cambia el estilo de impartir la clase, cuando se pasa de una clase magistral a una tarea o una explicación con la computadora, el nivel de atención y de interés que muestra el estudiante crece exponencialmente. Al utilizar esta metodología se contribuye en la formación de los estudiantes para un aprendizaje significativo y el desarrollo de las competencias matemáticas” (p. 56) esto evidencia la importancia de incluir herramientas tecnológicas en la enseñanza de la geometría euclidiana.

Labarrera (2016) en la tesis “Propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría en la educación media, mediante el aprendizaje cooperativo” de la universidad Austral de Chile, plantea el objetivo de diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de la Geometría, mediante el aprendizaje cooperativo, con la finalidad de contribuir al desarrollo de las habilidades geométricas de los estudiantes, de primero, de un colegio de Puerto Montt, aplicando las estrategias como lluvia de ideas, tomar apuntes, resumir, exponer y preguntar. El estudio concluye que “con el tema “Congruencia de figuras planas”, los estudiantes debían desarrollar las habilidades geométricas de visualización, de comunicación, de dibujo, de razonamiento, y de aplicación y transferencia. De modo que, una parte de la planificación de las actividades estuvo dirigida hacia la identificación, construcción y justificación de las figuras planas y figuras congruentes y otra a la aplicación de lo aprendido a situaciones del mundo físico o de otras disciplinas” (p. 84) esto evidencia la aplicación de la geometría en la construcción de figuras para comprender el medio.

Toro (2014) en la tesis “Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo” de la universidad de Medellín, trabajó con objetivo de analizar los argumentos de los estudiantes de octavo grado del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, cuando realizan actividad demostrativa con el apoyo de sistemas de geometría dinámica. El estudio fue realizado con los 43 estudiantes del 8vo. curso A del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado el autor concluye que “El uso de sistemas de geometría dinámica, en particular Cabri, promueve un cambio en el método de enseñanza y una nueva forma de aprendizaje, que puede resultar más efectiva que otras metodologías porque promueve la argumentación” (p. 115) dejando en evidencia el aprovechamiento de los avances tecnológicos para un mejor aprendizaje.

Torres & Racedo (2014) en la tesis “Estrategia didáctica mediada por el software geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria” de la universidad de la Costa, abordó el objetivo de

mejorar la enseñanza-aprendizaje de la geometría con la aplicación del software Geogebra en los estudiantes de 9° de educación básica secundaria, aplicando técnicas como uso estratégico reproductivo, colaborativo, organizativo y epistemológico. La población objeto de estudio son los estudiantes de 9° A y B de educación básica secundaria para un total de 64 estudiantes, aplicando técnicas de observación, cuestionarios, test ACRA y encuesta en línea. El estudio concluye que “Fue posible demostrar que los temas de geometría para el segundo periodo académico por el grupo experimental apoyado con el software Geogebra, mostraron un incremento y mejoras en el aspecto académico con respecto al grupo control que solo desarrolló clases bajo el enfoque tradicional” (p. 183) esto evidencia la tendencia de la población estudiantil a utilizar herramientas que faciliten la comprensión de los temas.

Rojas (2014) en la tesis “Estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del hexaedro” de la universidad Nacional de Colombia, trabajó con el objetivo de implementar una estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del hexaedro, reviviendo el pensamiento espacial y recuperando su importancia dentro de las matemáticas en estudiantes del grado noveno de la institución educativa Barrio Santander, 35 estudiantes del grupo 9-1 y 35 estudiantes del grupo 9-2 con un rango de edades entre 14 y 16 años. El estudio concluye que “Es de suma relevancia, comprender y dar más prioridad a la enseñanza de la geometría mediante ambientes de aprendizaje que permitan a los estudiantes establecer relaciones geométricas de diferentes formas, potenciando el razonamiento, generando preguntas y respuestas, usando el conocimiento para explorar en su solución” (p. 37) se ve la necesidad de contextualizar la geometría euclidiana para que el estudiante se aferre al conocimiento.

Echeverry (2017) en la tesis “Influencia de las TIC en el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de la institución educativa Francisco José de Caldas, Ciudad de Manizales-2015” de la universidad Privada Norbert Wiener, planteó el objetivo de determinar la influencia que tiene el uso de las TIC en el aprendizaje

autónomo del área de geometría, de los estudiantes de la institución educativa, Francisco José de caldas, de la ciudad de Manizales, Colombia en el año 2015. El muestreo fue no probabilístico, puesto que se eligieron los estudiantes por tener una característica en común, la cual es misma institución educativa y nivel de escolaridad (matriculados en grado 9b), según registro SIMAT. Se aplicaron aplicando las técnicas de evaluación institucional, revisión documental, de logros e indicadores. El estudio concluye que “Después de las pruebas de hipótesis general, se pudo comprobar que efectivamente la utilización de TIC demostró mejora significativa en los rendimientos de los estudiantes para la materia de geometría en relación a la metodología tradicional pues el rendimiento fue considerablemente mayor que en el periodo del año de interés ( $\mu_{2015-i} = 3.71$ ,  $\mu_{2015-ii} = 4.29$ )” (p. 94) evidenciando así una mejora al aplicar las TIC.

Tepec (2015) en la tesis “Utilización de Tangram como recurso didáctico en el aprendizaje de la Geometría” de la universidad de San Carlos de Guatemala, planteó el objetivo de contribuir al mejoramiento del aprendizaje de Matemática en el Instituto Belén, implementando el uso del Tangram como recurso didáctico en la metodología utilizada en Geometría, aplicando técnicas de observación y encuesta. La muestra estuvo conformada por estudiantes de primero básico sección B, C, D y E, y fue una muestra no probabilística intencional por conveniencia. El estudio concluye que “El instrumento de evaluación utilizado indica que no existe diferencia significativa entre el aprendizaje, en el área de Geometría, obtenido por las estudiantes con quienes se utilizó la Metodología Tradicional y el de las estudiantes con quienes se utilizó el Tangram como recurso didáctico” (p. 112) esto ayuda a comprender la correcta aplicación de la geometría euclidiana para un mejor aprendizaje, tomando en cuenta que no se trata de hacer o construir sin ningún proceso sistemático y lógico.

## **1.2. Planteamiento y definición del problema**

A mediados de la década de los años 60, en Guatemala no se contaba con una institución especializada para formar Profesores de Enseñanza Media, por lo que surgió entonces, la Escuela de Formación de Profesores de enseñanza Media, para dar respuesta a la demanda de profesores que el país presentaba. Inicialmente, EFPEM surge como parte de un convenio de cooperación entre el Ministerio de Educación, la Universidad de San Carlos y el Fondo de las Naciones Unidas por la Ciencia y la Cultura UNESCO.

El 7 de febrero de 1,967 se firmó el convenio de cooperación entre el Ministerio de Educación y la Universidad de San Carlos de Guatemala, por medio del cual se persigue coordinar esfuerzos para promover el mejoramiento y desarrollo de la educación nacional en general y de manera especial la educación media.

En diciembre de 1,967 se publicó el proyecto de creación de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media, como la institución rectora de la formación de maestros de educación media a nivel nacional.

El 12 de noviembre de 1,968 por acuerdo No. 6733 de la Rectoría de la Universidad de San Carlos de Guatemala, se creó la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media EFPEM como una entidad académica ejecutora dependiente de la Facultad de Humanidades.

La Escuela fue fundada con el propósito de formar profesores en las distintas áreas para cubrir la demanda del país.

La educación ha sufrido muchos cambios desde el año en que se fundó la EFPEM, actualmente se trabaja un enfoque por competencias, las cuales se logran a través de diferentes métodos y herramientas aplicando el constructivismo.

De acuerdo a la experiencia del investigador como egresado de PEM en Matemática y Física, existe una discrepancia en el pensum del PEM y el de la licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física, ya que no existe un curso de geometría euclidiana, esto se evidencia en el pensum de estudios de ambas carreras (ver anexo), lo que sí está es el curso de Didáctica de la Geometría y la Trigonometría en la licenciatura; en este curso el catedrático de plan sábado imparte geometría euclidiana y no imparte la didáctica afectando la formación del egresado de licenciatura.

En el pensum del PEM en Física-Matemática aparece matemática VI; como parte del programa del curso, en la última unidad se evidencia geometría euclidiana (ver anexo), surgiendo la duda si es suficiente lo que se imparte en el profesorado para la preparación del PEM con respecto a los fundamentos de geometría euclidiana, los cuales hacen énfasis a las construcciones con regla y compás, para luego solo recibir la didáctica de la geometría y trigonometría en la licenciatura.

Por otro lado, según el CNB de matemática el estudiante de primero básico debe aplicar la geometría euclidiana a través de construcciones con regla y compás, para lograr una mejor comprensión, tomando en cuenta que en la carrera de PEM en Física-Matemática en el curso de matemática VI se imparte una unidad de geometría euclidiana, es necesario indagar si esto es suficiente para que el egresado posea los conocimientos fundamentales de esta rama de la matemática.

Como lo exige el CNB y no hay un curso de geometría euclidiana en el pensum, entonces el problema es ***la debilidad en los fundamentos de geometría euclidiana del egresado de PEM en Física-Matemática de la EFPEM.***

Lo que lleva a la siguiente pregunta:

**¿Existe deficiencia de fundamentos de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática?**

- a) ¿Cómo se imparte la enseñanza de la geometría euclidiana en EFPEM?
- b) ¿Qué fundamentos sobre geometría euclidiana posee el egresado de PEM en Física-Matemática de EFPEM?
- c) ¿Qué fundamentos de geometría euclidiana debe poseer el egresado de PEM en Física-Matemática de EFPEM?
- d) ¿Cómo sugiere que se enseñe geometría euclidiana el egresado de PEM en Física-Matemática de EFPEM?
- e) ¿Qué se puede proponer para el aprendizaje de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática?

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Contribuir a la mejora de la enseñanza-aprendizaje de los fundamentos de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática de EFPEM.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

- a) Establecer la forma en que se enseña la geometría euclidiana en EFPEM.
- b) Determinar que fundamentos sobre geometría euclidiana posee el egresado de PEM en Física-Matemática de la EFPEM.
- c) Identificar los fundamentos de geometría euclidiana que debe poseer el egresado de PEM en Física-Matemática de EFPEM.
- d) Identificar como sugiere que se enseñe la geometría euclidiana el egresado de PEM en Física-Matemática.



- e) Presentar una propuesta para el aprendizaje de la geometría euclidiana a través de construcciones con regla y compás en el egresado de PEM en Física-Matemática de EFPEM.

#### **1.4. Justificación**

La geometría euclidiana es el producto del ingenio humano debido a que con simples círculos y rectas podemos llevar a cabo muchas construcciones que albergan un misterio entre sí, de los cuales es sorprendente analizar porqué funcionan; interpretando la forma, nos maravillamos cuando vemos su comportamiento, pareciera que nos están hablando, pero necesitamos de un lenguaje para poder comunicarnos y ese es el de la geometría, para tener una mejor interpretación contamos con el avance de la tecnología, el cual nos ha favorecido grandemente.

El aprendizaje se da a través de la comprensión de lo que se estudia, con la tecnología actual se ha podido llegar a una mejor comprensión. Existen varias herramientas que ayudan al estudiante en la construcción de su aprendizaje, ya que éste puede comprender lo que está haciendo en un ambiente dinámico.

La utilización de herramientas para la enseñanza de la Geometría es un factor determinante al momento de ejercer docencia, El uso de herramientas es crucial para los egresados de PEM en Física-Matemática, ya que la sociedad demanda cada día profesores actualizados en todos los ámbitos, siendo uno muy fuerte el de la tecnología aplicada a la educación.

Las instituciones educativas de gran prestigio están a la vanguardia con la tecnología, se ve la tendencia de abandonar los libros físicos por libros digitales, esto es un hecho en algunos centros educativos, llevando a que cada estudiante debe poseer mínimo una tableta la cual le permita visualizar los diferentes textos, siendo ésta una oportunidad ya que cuentan con equipo ideal para instalar

herramientas aplicables al estudio de la geometría, esto evidencia el uso de equipo en instituciones educativas, razón por la cual todo profesor debe poseer al menos una herramienta que le permita ampliar sus conocimientos como estudiante a la vez ser mejor docente en la práctica.

La necesidad de la interpretación del medio, de forma lógica y consistente, nos ha llevado a una forma de pensamiento en la que nos centramos en las diferentes formas que describen ciertos fenómenos u objetos, para lograrlo se requiere de ciertos fundamentos de geometría euclidiana los cuales se relacionan con el uso de regla y compás partiendo de los postulados de Euclides los cuales hacen referencia a círculos y rectas.

Entonces el propósito de esta investigación es analizar la enseñanza de geometría euclidiana de parte de los catedráticos del área de Física-Matemática y los fundamentos de geometría euclidiana en el egresado, a través de lo que demanda el Currículum Nacional Base, presentando una propuesta dirigida a estudiantes, contribuyendo así a la mejora de la enseñanza-aprendizaje de geometría euclidiana.

### **1.5. Hipótesis**

Según Hernández, Fernández & Baptista (2010) “Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis.” (p. 80) la investigación busca analizar el perfil del egresado de PEM en Física-Matemática con respecto a los saberes en geometría euclidiana sobre construcciones con regla y compás que este posea y las características de la enseñanza de la geometría euclidiana en EFPEM, por lo tanto, no existe hipótesis debido a que no se busca relacionar las variables.

## 1.6. Variables

Variable	Definición		Indicadores	Técnicas	Instrumentos
	Teórica	Operativa			
La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM.	Es el proceso por el que se provoca un cambio cualitativo y cuantitativo en la conducta del sujeto, gracias a una serie de experiencias con las que interactúa; se eliminan aquellas conductas que aparecen o mejoran gracias a tendencias naturales de respuesta, a la secuencia madurativa o bien a estados temporales del discente. Fernández (2011)	Es el proceso didáctico que permite a los estudiantes adquirir los conocimientos de geometría euclidiana en EFPEM a través de los catedráticos en determinados cursos.	<p>Curso en el que ha impartido geometría euclidiana.</p> <p>Herramientas que utiliza para la enseñanza de la geometría euclidiana.</p> <p>Metodología para la enseñanza de la geometría euclidiana.</p> <p>Utilización del medio para la enseñanza de la geometría.</p> <p>Interpretación de problemas a través de la geometría euclidiana.</p>	Entrevista auto aplicada.	Cuestionario para los catedráticos
Los fundamentos de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática.	<p>Es la parte cognitiva, encargada de los conocimientos que el alumno adquiere en toda su formación. Martínez (2013)</p> <p>La Geometría modela el espacio que percibimos, es decir, la Geometría es la matemática</p>	Son los conocimientos básicos para iniciar el estudio de la geometría euclidiana formal, utilizando regla y compás modelando lo que percibimos en el universo, para luego plantear una estructura	<p>Curso en el que ha recibido geometría euclidiana como tal.</p> <p>Los postulados de Euclides.</p> <p>Construcción de algunos teoremas.</p> <p>Técnica para construir la mediatriz.</p>	<p>Entrevista auto aplicada</p> <p>Revisión documental (CNB primero básico, Pensum de estudios de las carreras de PEM en Física-Matemática, Licenciatura en la Enseñanza de la Física y Matemática y</p>	Cuestionario para los egresados de PEM en Física-Matemática

	del espacio. López & García (2008)	algebraica que la identifique.	<p>Construcción de bisectriz de un ángulo dado.</p> <p>Recta tangente a un círculo.</p> <p>División de un segmento dado en otros congruentes.</p> <p>Construcción de recta paralela a otra.</p> <p>Software que sustituya la regla y el compás físico.</p> <p>Equipo electrónico de preferencia para trabajar.</p>	programa de curso matemática VI)	
--	--	-----------------------------------	--	----------------------------------	--

Fuente: elaboración propia a partir de las variables.

### 1.7. Tipo de investigación

Es de tipo mixto con alcance descriptivo, ya que esta según Hernández, Fernández & Baptista (2010) “Busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice. Describe tendencias de un grupo o población” (p. 80).

Además, es un estudio exploratorio Según Hernández, Fernández & Baptista (2010) “Se realizan cuando el objetivo consiste en examinar un tema poco estudiado” (p. 79).

### 1.8. Metodología

**Método:** Se utilizó el método descriptivo e inductivo, ya que el estudio se enfocó a las características del egresado de PEM en Física-Matemática, partiendo de los saberes de este a los saberes específicos de geometría euclidiana.

**Técnica:** Se aplicó la técnica de revisión documental y entrevista autoaplicada, ordenando los datos según el año que cursan los estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Física y la Matemática, para tener un enfoque claro del estudio.

**Instrumentos:** Se utilizaron cuestionarios con varios ítems para recopilar los datos tanto de estudiantes y catedráticos, como entrevista y revisión documental con respecto al pensum de estudios.

**Tabla 1. Técnicas utilizadas**

Participante	Técnica	Instrumento
Catedráticos	Entrevista	Cuestionario
	Revisión documental	Guía de revisión documental
Estudiantes	Entrevista	Cuestionario
	Revisión documental	Guía de revisión documental

Fuente: elaboración propia con base a los objetivos del estudio.

## **1.9. Población y muestra**

### **1.9.1. Población**

Catedráticos de Física y Matemática de EFPEM y estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física, de EFPEM.

### **1.9.2. Muestra**

El muestreo fue intencionado no probabilístico, ya que se eligieron todos los estudiantes de plan sábado por ser la población mayoritaria de Física y Matemática en EFPEM y a los catedráticos de Física y Matemática, que laboran en plan sábado.

Hernández, Fernández y Baptista (2010) refiere lo siguiente “En las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra” (p. 176)

En la investigación se eligió trabajar con 11 catedráticos de las cátedras de Matemática y Física plan sábado, 58 estudiantes del primer año, 51 estudiantes del segundo año y 9 estudiantes del tercer año de la carrera de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física.

## **CAPÍTULO II**

### **FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

#### **2.1. La enseñanza de geometría euclidiana**

El estudio de la geometría euclidiana en los diferentes niveles de educación ha sido un pilar fundamental para el razonamiento, de ella se desprenden muchos teoremas aplicables a la ciencia y por ello su gran importancia; por lo tanto, es fundamental el desarrollo de esta rama de la matemática en todos los estudiantes según Andonegui (2006) “sumergirse en el estudio de la geometría ayuda al desarrollo de la intuición espacial, a la construcción del pensamiento espacial” (p. 9) para lograr una conexión en el entorno del estudiante hacia lo abstracto de la matemática.

La calidad de un profesor depende mucho de los saberes que este posea, tanto académicos como valores éticos y morales según Echeverría (2010) “La formación docente, es la formación académica que debe poseer el educador para hacer efectivo el proceso de enseñanza-aprendizaje.” (p. 179) educar es transformar y para transformar se debe ser ejemplo.

#### **2.2. Fundamentos de geometría euclidiana**

Los fundamentos o principios de geometría euclidiana hacen referencia a la geometría en dos dimensiones, según Alexander & Koeberlein (2009) “En esta geometría un plano es una superficie plana bidimensional en la que el segmento de recta que une dos puntos cualesquiera del plano se encuentra por completo dentro del plano.” (p. 74).

Partiendo de construcciones, la regla y compás como únicas herramientas, son las utilizadas para la construcción de los postulados de Euclides, los cuales son el fundamento de cualquier construcción que se lleve a cabo en geometría; de hecho

la interpretación de los cinco postulados de Euclides hacen referencia a la regla en el postulado 1, 2, 4, 5 y el 3 al compás según Alexander & Koeberlein (2009) “Los antiguos griegos insistían en que solo dos herramientas (un compás y una regla) se utilizan en las construcciones geométricas, las cuales eran trazos idealizados que suponían perfección en el uso de estas herramientas” (p. 15).

### **2.2.1. La utilización de herramientas en la enseñanza-aprendizaje de la geometría euclidiana**

Es importante poseer diversidad de herramientas para abordar los diferentes temas en el área de matemática, siendo fundamental la enseñanza de la geometría euclidiana; se necesita de un ambiente dinámico para una mejor asimilación de los contenidos, según Osorio Guzmán (2015) “Los avances en la ciencia y la tecnología están influyendo en todos los sectores de la sociedad y por supuesto la educación no está al margen de ello” (p. 12)

Según Boc (2013) “A los estudiantes les interesa utilizar un software matemático, ya que esto les facilita el desarrollo de tareas y pruebas, lo cual generará un mejor rendimiento académico.” (p. 89) la correcta utilización de herramientas tecnológicas en la enseñanza-aprendizaje es fundamental, ya que estas permiten profundizar en los contenidos, llegando a una mejor comprensión; según Castellanos (2010) “El uso de la tecnología resultó ser una herramienta fructífera conduciendo de esta forma un aprendizaje más dinámico en la geometría y en la resolución de problemas.” (p. 124) por lo tanto, es evidente que poseer un ambiente dinámico para la construcción en geometría euclidiana es importante para la asimilación de los diferentes teoremas y su aplicación de forma general en el medio; según Osorio Guzmán (2015) “las TIC permitirán el acceso universal a la educación, la igualdad en la instrucción, el aprendizaje de calidad y el desarrollo profesional de los docentes” (p. 12).



Las herramientas para la enseñanza-aprendizaje juegan un papel importante según Osorio Guzmán (2015) “Hoy en día, es necesario entender el aprendizaje en la educación como un proceso dinámico de naturaleza multidimensional, en donde las tecnologías tradicionales del aprendizaje solo representan la pobre comprensión de su naturaleza” (p. 18) es importante la capacidad del profesor a estar abierto a nuevos conocimientos para la enseñanza aprendizaje y no restringir el campo, siendo importante el aporte de los avances tecnológicos en la enseñanza, para que ésta sea adecuada a los estudiantes.

Según Torres (2014) “Fue posible demostrar que los temas de geometría para el segundo periodo académico por el grupo experimental apoyado con el software Geogebra, mostraron un incremento y mejoras en el aspecto académico” (p. 183) esto evidencia la capacidad de un grupo de estudiantes con los avances de la tecnología auxiliándose de la misma para el aprendizaje de la geometría euclidiana sustituyendo la regla y el compás tradicional.

### **2.2.2. Sustituir la regla y el compás físicos para las construcciones**

En la actualidad existen diversos softwares como herramientas para construcciones en geometría, siendo esta una oportunidad para profundizar en la geometría euclidiana, ya que en éstos se pueden hacer construcciones las cuales no son fijas, se pueden arrastrar o mover objetos para analizar las generalidades y tener un mejor concepto sobre lo que se está construyendo.

Según Flores (2010) “Las representaciones geométricas tradicionales están fijas a la superficie de la hoja del cuaderno, son inmóviles y las transformaciones sólo pueden producirse, con esfuerzo, en la mente del

sujeto, algo que definitivamente esta herramienta no cancela, apoya el trabajo mental” (p. 84) Esto evidencia la mejora que se obtiene al utilizar alguna herramienta dinámica en la enseñanza aprendizaje de la geometría euclidiana, debido a que en él se pueden hacer construcciones y desplazarlas o arrastrarlas generando así una mejor comprensión del teorema tratado.

### **2.2.3. Actitud frente a la enseñanza de la geometría euclidiana**

La actitud para aprender y desarrollar por parte del estudiante depende en gran parte del profesor, para que el estudiante desarrolle las competencias en geometría euclidiana es necesario transmitir los fundamentos de esta, enfocados a construcciones con regla y compás, según García & López (2008) “Muchos profesores identifican a la geometría, principalmente, con temas como perímetros, superficies y volúmenes, limitándola solo a las cuestiones métricas; para otros docentes es una especie de glosario ilustrado.” (p. 27) esto se da por el concepto erróneo frente a la geometría euclidiana, limitándola solo al estudio de las características de figuras geométricas.

Teniendo en cuenta el avance tecnológico, apoyándose de software que promuevan el interés en los estudiantes; comprendiendo de forma dinámica los teoremas, según Martínez (2012) “En general los docentes presentan actitudes similares hacia la enseñanza de la geometría, ya que la mayoría expresa que les gusta la clase de geometría pero que algunos contenidos no los enseñan porque son difíciles” (p. 48) este es un motivo por el cual hay que concentrar esfuerzos en la enseñanza de la geometría euclidiana, corrigiendo así la actitud que actualmente poseen los profesores.

#### **2.2.4. La enseñanza de la geometría euclidiana en el entorno**

Según Vargas & Gamboa (2013) “La geometría despierta en el estudiante diversas habilidades que le sirven para comprender otras áreas de las matemáticas y le prepara mejor para entender el mundo que lo rodea” (p. 75) tanto en el entorno como en la construcción de teoremas aplicables, esto con el propósito de interesar al educando y motivarlo a la construcción en geometría euclidiana. Según Rojas (2014) “Se acepta y se muestra que el uso de esta estrategia para la enseñanza de la geometría plana y sólida el hexaedro influye en el aprendizaje y manejo de conceptos básicos de la geometría.” (p. 36) esto evidencia el resultado efectivo de la geometría aplicada al entorno o con herramientas, en la que el estudiante se interesa aún más promoviendo esto un mejor desarrollo del aprendizaje significativo para apoderarse del conocimiento.

#### **2.2.5. Geometría en la vida cotidiana**

Es la más relacionada en el entorno del estudiante, de hecho, la geometría ha sido piedra angular en muchas teorías, siendo una de ellas la teoría de la Relatividad de Albert Einstein, es un fuerte en el área de matemática, por tanto, no se puede omitir la enseñanza de esta noble ciencia, según Vargas & Gamboa (2013) “La geometría se constituye en el lenguaje a través del cual entendemos nuestra realidad. La importancia de esta rama de las matemáticas se ha reconocido por los beneficios cognitivos que conlleva su estudio.” (p. 75)

Según Ramírez (2008) “Las formas ideales de la geometría ofrecen soluciones eficaces a problemas morfológicos. Así, el espiral que se repite en moluscos, cuernos de mamíferos y semillas de flores, es la manera más eficaz de agrupar.” (p. 66) la geometría está en diferentes lugares, hay tanta aplicación en el medio que es fácil la interpretación en el entorno del

educando, volviéndose cualquier área como laboratorio para el aprendizaje de la geometría euclidiana.

### **2.2.6. Fortalecimiento de la geometría en Guatemala**

La enseñanza de la geometría es necesaria en todos los centros educativos, ya que es una disciplina dirigida al fortalecimiento de la razón, según Vargas & Gamboa (2013) “La geometría es uno de los temas de las matemáticas que tiene más importancia para la humanidad y su desarrollo. Se relaciona, de manera directa o indirecta, con múltiples actividades que se realizan”.

Según Ramírez (2008) “La geometría en el sistema educativo de Guatemala, necesita fortalecimiento, de hecho es urgente aplicar medidas inmediatas en todo el sistema educativo, para reducir y/o eliminar las deficiencias existentes en el proceso enseñanza-aprendizaje” (p. 67) la educación contribuye al desarrollo de un pueblo, los profesores deben velar por una educación de calidad, y de esta manera contribuir al desarrollo del país.

### CAPÍTULO III PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

#### 3.1. Variable 1: La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM.

**Tabla 2. Lo que imparte de geometría euclidiana el catedrático del PEM en Física-Matemática**

Ítems	Resultados		Observaciones
	Sí	No	
1. Ha impartido geometría euclidiana en EFPEM.	73%	27%	Los docentes que dijeron sí expresan que imparten geometría en varios cursos, como Física 1, Física 2, Física 3, Matemática VI, en general cuando el tema abordado lo requiere, tocando temas de geometría dispersos en los cursos de la especialidad, solo el 9% manifiesta impartir el curso de geometría euclidiana como tal en Didáctica de la Geometría y la Trigonometría.
2. Usa herramientas para la enseñanza de geometría euclidiana.	55%	45%	De los profesores que dijeron sí: El 9% utiliza geogebra, desmos, mathway El 9% utiliza geogebra, regla y compás El 9% utiliza solo regla y compás El 9% utiliza solo geogebra El 19% utiliza solo instrumentos de medición.
3. Emplea alguna metodología para la enseñanza de la geometría euclidiana.	55%	45%	De los catedráticos que dicen sí: El 9% utiliza instrumentos de medición El 9% utiliza software El 9% utiliza combinación de inducción/deducción El 9% utiliza el método deductivo El 19% no especificaron la metodología

Ítems	Resultados		Observaciones
	Sí	No	
4. Utiliza el exterior para la enseñanza de la geometría euclidiana.	45%	55%	Los profesores que dijeron sí: El 9% ha utilizado el parque temático de EFPEM El 9% ha utilizado la cancha El 9% ha utilizado el medio El 9% usa el geoplano humano El 9% usa la medición de terrenos.
5. Ha utilizado geometría euclidiana para resolver problemas de la vida cotidiana.	82%	18%	Todos los docentes que dicen sí han utilizado la geometría euclidiana en la vida cotidiana o en el medio donde se desenvuelven, por ejemplo: El 9% dice en construcción El 9% aplicaciones a la vida real El 9% diagramas de fuerza El 9% para comprender algunas teorías El 9% la distancia más corta entre dos puntos El 9% la relación con el futbol (balón en la línea) El 9% cálculo del centro de mesa El 19% en el área de ciencias

Fuente: elaboración propia a partir de entrevista dirigida a catedráticos.

Los resultados de la entrevista aplicada a los catedráticos apuntan a la enseñanza de la geometría de forma dispersa, pero no a un curso específico en el que se enseñe geometría euclidiana como tal a la población de EFPEM, algunos catedráticos evidencian dificultad para definir el método que utilizan para la enseñanza de la geometría, otros no dominan un software para la enseñanza de la geometría, prefieren la pizarra y marcadores.

### 3.2. Variable 2: Los fundamentos de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática.

**Tabla 3. Fundamentos sobre geometría euclidiana que posee el estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física primer año**

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
1. Ha estudiado temas de geometría euclidiana en algún curso en EFPEM.	86%	10%	4%	0%	Los estudiantes que afirman haber estudiado temas de geometría euclidiana es porque han cursado didáctica de la geometría y trigonometría (10% completo), curso enfocado al aprendizaje de la lúdica aplicada a geometría según el nombre, pero es allí donde reciben geometría, ese curso es del segundo año de la licenciatura, por otra parte, algunos en matemática VI dicen haber visto algo de geometría, el porcentaje de confundidos son los que dijeron sí, pero el argumento era haber participado en una clase demostrativa.
2. Conoce los 5 postulados de Euclides o algo que los relacione.	92%	3%	3%	2%	Acá los estudiantes revelan una enorme debilidad ya que el porcentaje que dijo si confunde un teorema con un postulado y de los confirmados es solo el 3% y otros no se atrevieron a responder.

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
3. Puede escribir algunos teoremas de geometría, como el de Tales.	93%	3%	2%	2%	Del porcentaje que dijo sí y está confirmado el 2% llevó didáctica de la geometría y trigonometría y otro porcentaje estaba confundido ya que dijo sí, pero no pudieron describir un teorema y otros que no se atrevieron a responder.
4. Puede construir la mediatriz de un segmento de recta dado.	83%	3%	14%	0%	Los encuestados tienen un bajo conocimiento en la construcción de una mediatriz, de los que dijeron sí y están confirmados la mitad llevó didáctica de la geometría y trigonometría, el porcentaje de confundidos dijo sí, pero no tienen idea de cómo construirla.
5. Sabe construir la bisectriz de un ángulo dado.	79%	12%	9%	0%	Del porcentaje que dijo sí y fue confirmado 2% llevó didáctica de la geometría y trigonometría, pero hay confundidos quienes dijeron sí y no tienen idea de cómo construirla, un alto porcentaje no sabe cómo llevar a cabo la construcción.
6. Conoce algún método para construir una recta tangente a un círculo.	67%	5%	28%	0%	Del porcentaje que dice sí y están confirmados el 3% de estudiantes llevó didáctica de la geometría y trigonometría, los confundidos no pudieron argumentar la construcción correcta.



Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
7. Puede dividir un segmento de recta dado en un número de segmentos congruentes impar.	77%	2%	21%	0%	De los estudiantes encuestados que dijeron sí y están confirmados tan solo el 2% pudo describir la construcción y el otro está confundido, pero el porcentaje mayor es el que no tiene idea de cómo hacerlo.
8. Puede construir una recta paralela a otra dada.	60%	3%	35%	2%	Del porcentaje que afirma poder hacer la construcción el 35% está confundido ya que solo el 3% confirma cómo hacerlo y otros no respondieron, pero hay un gran porcentaje que afirma no poder.
9. Utiliza algún software que sustituya la regla y el compás físico.	67%	33%	0%	0%	Del porcentaje que dijo si el 29% ha utilizado geogebra, el 2% AutoCAD y 2% ha utilizado geoenzo y geogebra.

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
10. Considera que con un software instalado en el teléfono, tableta o computadora puede hacer más fácil el aprendizaje de la geometría euclidiana.	50%	50%	0%	0%	Tanto los estudiantes que dicen si como los que dicen no están en el mismo porcentaje de los cuales los que dijeron si se distribuyen en las siguientes preferencias: el 7% prefiere la computadora, el 5% la tableta, el 28% el teléfono celular y el 10% no tienen idea.

Fuente: Propia a partir de entrevista a estudiantes de la Licenciatura del primer año.

Los estudiantes de la Licenciatura presentan una tendencia negativa al responder la entrevista, frente a los fundamentos sobre construcciones con regla y compás en geometría euclidiana, según resultados descritos a continuación.

**Tabla 4. Fundamentos sobre geometría euclidiana que posee el estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física segundo año**

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
1. Ha estudiado temas de geometría euclidiana en algún curso en EFPEM.	37%	63%	0%	0%	Del porcentaje de estudiantes que afirman haber estudiado geometría euclidiana el 57% han llevado didáctica de la geometría y trigonometría, la diferencia dice haber visto geometría en otros cursos.
2. Conoce los 5 postulados de Euclides o algo que los relacione.	76%	10%	10%	4%	De los estudiantes que dijeron sí y están confirmados el 10% llevó didáctica de la geometría y trigonometría, hay otro 10% que se encuentra confundido porque no pudo especificar un solo postulado a pesar de decir sí y otros que no respondieron.
3. Puede escribir algunos teoremas de geometría, como el de Tales.	68%	18%	10%	4%	Del porcentaje que dijo sí y está confirmado el 16% ha llevado didáctica de la geometría y trigonometría, un 10% está confundido ya que dicen sí pero no pudieron especificar un teorema y otros un 4% quienes no respondieron.

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
4. Puede construir la mediatriz de un segmento de recta dado.	35%	39%	24%	2%	Acá de los estudiantes que dijeron sí y están confirmados el 35% ha llevado didáctica de la geometría y trigonometría, el 24% está confundido ya que dijo sí pero no pudo escribir la técnica y otros que no contestaron la pregunta.
5. Sabe construir la bisectriz de un ángulo dado.	49%	31%	20%	0%	Del porcentaje que dijo sí y está confirmado el 28% ha llevado didáctica de la geometría y trigonometría, el 20% está confundido porque dijo sí y no sabe cómo construirla.
6. Conoce algún método para construir una recta tangente a un círculo.	53%	20%	27%	0%	Del porcentaje que dice sí y está confirmado el 17% ha llevado didáctica de la geometría y trigonometría, el 20% está confundido ya que dijo sí y no pudo especificar la construcción.
7. Puede dividir un segmento de recta dado en un número de segmentos congruentes impar.	76%	2%	20%	2%	De los estudiantes que afirman sí y están confirmados llevaron didáctica de la geometría y trigonometría, el 20% está confundido debido a que dijo sí pero no pudo describir cómo lo haría y otros que no respondieron.

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
8. Puede construir una recta paralela a otra dada.	51%	16%	33%	0%	Del porcentaje que afirma poder hacer la construcción y está confirmado el 16% han llevado didáctica de la geometría y trigonometría, el 33% está confundido debido a que no pudieron describir la técnica.
9. Utiliza algún software que sustituya la regla y el compás físico.	43%	53%	4%	0%	Del porcentaje que dijo sí y está confirmado el 45% ha usado geogebra, 2% active-inspire y geogebra, 2% geogebra y logos, 2% geogebra y euclídea y 2% geogebra, geoenzo y active-inspire.
10. Considera que con un software instalado en el teléfono, tableta o computadora puede hacer más fácil el aprendizaje de la geometría euclidiana.	27%	67%	6%	0%	Acá de los estudiantes que dicen sí y está confirmados el 24% dice preferir el teléfono celular, el 6% la tableta, el 9% la computadora y el 28% todas las opciones.

Fuente: Propia a partir de entrevista a estudiantes de la Licenciatura del segundo año.

Los estudiantes de segundo año describen una tendencia favorable para los que han llevado didáctica de la geometría y trigonometría.

**Tabla 5. Fundamentos sobre geometría euclidiana que posee el estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física tercer año**

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
1. Ha estudiado temas de geometría euclidiana en algún curso en EFPEM.	33%	67%	0%	0%	Los que afirman haber trabajado temas de geometría euclidiana es porque han cursado didáctica de la geometría y trigonometría.
2. Conoce los 5 postulados de Euclides o algo que los relacione.	67%	0%	33%	0%	Acá los estudiantes del tercer año revelan debilidad ya que solo el 33% lo afirma, pero confunde un postulado con un teorema.
3. Puede escribir algunos teoremas de geometría, como el de Tales.	33%	34%	33%	0%	Del porcentaje que dijo sí y está confirmado llevó didáctica de la geometría y trigonometría, el 33% está confundido ya que no encaja la explicación sobre los teoremas.
4. Puede construir la mediatriz de un segmento de recta dado.	33%	34%	33.3%	0%	El porcentaje que dijo sí y está confirmado el 34% llevó didáctica de la geometría y trigonometría, otro 33% está confundido.
5. Sabe construir la bisectriz de un ángulo dado.	67%	33%	0%	0%	Del porcentaje que dijo sí y está confirmado el 33% llevó didáctica de la geometría y trigonometría.

Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
6. Conoce algún método para construir una recta tangente a un círculo.	67%	0%	33%	0%	Del porcentaje que dice sí al revisar el cómo lo haría están confundidos, siendo esto preocupante ya que el 0% pudo describir la técnica correcta.
7. Puede dividir un segmento de recta dado en un número de segmentos congruentes impar.	67%	0%	33%	0%	Esta construcción es importante ya que de acá se desprende el teorema de Tales, pero el 0% acertó, solo el 33% estaba confundido porque dijo sí y al revisar el argumento no era el correcto.
8. Puede construir una recta paralela a otra dada.	0%	33%	67%	0%	Del porcentaje que afirma poder hacer la construcción el 33% está confirmado el 67% está confundido, esta hace hincapié al quinto postulado de Euclides, siendo fundamental ya que es utilizada ampliamente.
9. Utiliza algún software que sustituya la regla y el compás físico.	0%	100%	0%	0%	Del porcentaje que dijo si el 100% dijo haber usado geogebra.

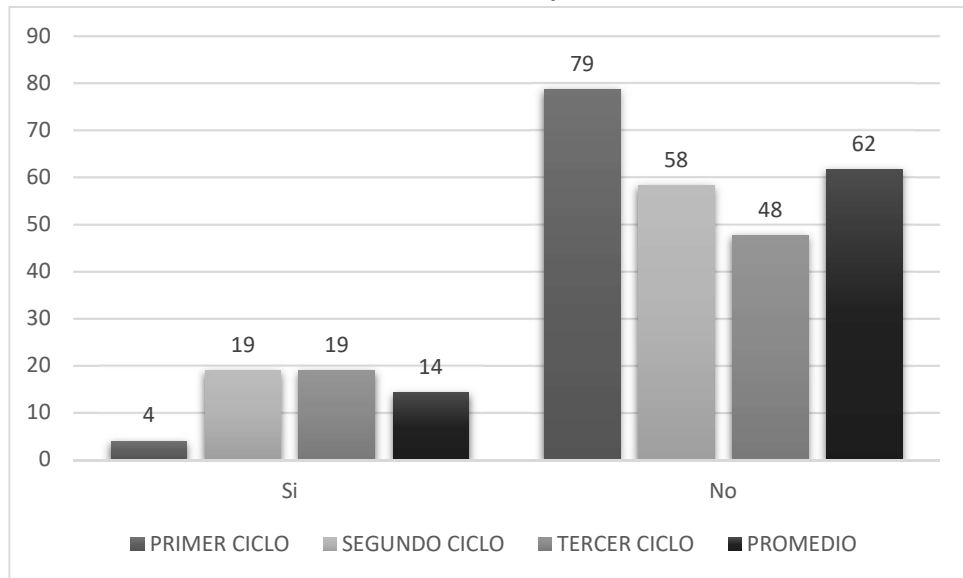
Ítems	RESULTADOS				Observaciones
	No	Si Confirmado	Si Confundido	Otros	
10. Considera que con un software instalado en el teléfono, tableta o computadora puede hacer más fácil el aprendizaje de la geometría euclidiana.	33%	67%	0%	0%	De los estudiantes que dicen sin el 33% prefieren el teléfono celular y el otro porcentaje prefieren en la tableta y computadora.

Fuente: Propia a partir de entrevista a estudiantes de la Licenciatura del tercer año.

Es preocupante el resultado obtenido debido a que los del tercer año casi han cerrado la carrera de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física.



**Figura 1. Comparación de resultados generales sobre los fundamentos de geometría euclidiana que posee el PEM en Física-Matemática, como estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física (Del ítem 2 al ítem 8)**



Fuente: elaboración propia a partir de entrevista dirigida a estudiantes.

Podemos apreciar que solo el 4% de los estudiantes de la Licenciatura dominan los fundamentos de geometría euclidiana, este porcentaje es el que corresponde a los egresados de PEM en Física-Matemática, ya que para iniciar la licenciatura deben haber terminado la carrera de PEM.

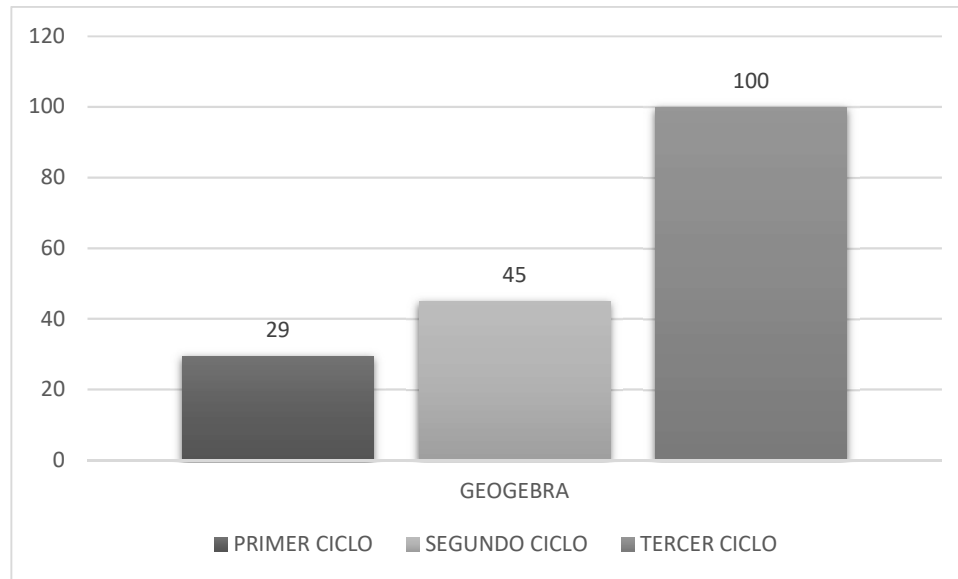
**Tabla 6. Fundamentos de geometría euclidiana que debe poseer el egresado de PEM en Física-Matemática**

Competencia	Indicador de logro	Saberes
Identifica elementos comunes en patrones algebraicos y geométricos.	Reconoce figuras, relaciones propiedades y medidas en diseños propuestos.	<p><b>Representación</b> de elementos básicos (punto, recta, rayo, plano segmento, ángulo)</p> <p><b>Representación</b> de figuras abiertas, cerradas, cóncavas y convexas.</p> <p>Terminología, propiedades y <b>trazo</b> de rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p><b>Ángulos:</b> complementarios, suplementarios, alternos e internos.</p> <p>Propiedades y <b>construcción</b> de los polígonos regulares. Ejes de <b>simetría</b> de las <b>figuras</b>.</p>
	Calcula áreas y perímetros de polígonos regulares.	<p>Características y <b>propiedades</b> de los polígonos regulares (triángulo rectángulo, entre otros)</p> <p>Perímetro y área de polígonos regulares.</p>

Fuente: MINEDUC-DIGECUR (2018)

Estos son los contenidos que aparecen en el CNB de matemática de primero básico, siendo estos los conocimientos fundamentales que debe poseer el egresado de PEM en Física-Matemática ya que es en este grado donde se inicia el estudio de geometría euclidiana.

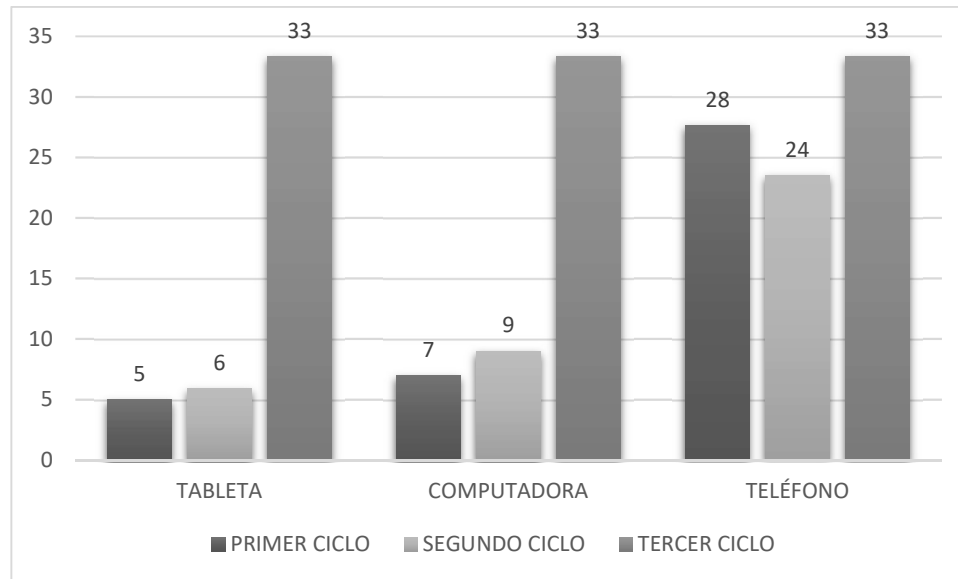
**Figura 2. Herramienta preferida para el aprendizaje de la geometría euclidiana en los egresados de PEM en Física-Matemática como estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física**



Fuente: elaboración propia a partir de entrevista dirigida a estudiantes.

Se puede evidenciar una clara tendencia sobre la preferencia del programa geogebra para el estudio de geometría euclidiana mientras los estudiantes avanzan en conocimientos en matemática, percibiendo dicho programa como una herramienta para mejorar la comprensión del tema que estén analizando.

**Figura 3. Equipo preferido para el aprendizaje de la geometría euclidiana en los egresados de PEM en Física-Matemática como estudiantes de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física**



Fuente: elaboración propia a partir de entrevista dirigida a estudiantes.

Se puede evidenciar una clara tendencia sobre la preferencia del equipo para instalar geogebra mientras los estudiantes avanzan en los saberes en matemática, percibiendo dicho equipo como una herramienta para mejorar la comprensión del tema que estén analizando, siendo geometría euclidiana, se puede apreciar que en el tercer año prefieren de igual forma los tres equipos planteados.

## **CAPÍTULO IV**

### **DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS**

De la razón se deduce la geometría euclidiana como un sistema lógico y consistente, es la rama de la matemática que da elegancia a esta, encontrando relaciones que describen el medio, logrando así comprender a través de la matemática lo que nos rodea.

#### **4.1. La enseñanza de la geometría euclidiana en EFPEM**

La formación competente en el área específica de la carrera es de gran importancia ya que debe cumplir con los saberes en las distintas áreas del egresado de PEM en Física-Matemática, según Echeverría (2010) “El rendimiento es una medida de las capacidades indicativas que manifiesta en forma estimativa, lo que un individuo ha aprendido.” (p. 179) En este caso el catedrático de EFPEM es el encargado de transmitir los saberes fundamentales de geometría euclidiana al egresado para que posea un rendimiento adecuado, en construcciones con regla y compás.

Las leyes naturales que rigen nuestro universo están escritas en un lenguaje propio de formas geométricas que describen los diferentes sucesos o fenómenos; cuando la vida evoluciona en cualquier forma siempre elige la estructura más eficiente, esta es la que sobrevive y sobresale entre todas, es la constante evolución de las especies y/o comportamiento de la materia, las formas que siguen por instinto o por sucesión exacta, es el de la geometría según García & López (2008) “nuestro entorno inmediato, basta con mirarlo y descubrir que en él se encuentran muchas relaciones y conceptos geométricos: la Geometría modela el espacio que percibimos, es decir la Geometría es la Matemática del espacio” (p. 27)

Los catedráticos de Física y Matemática de EFPEM utilizan varias herramientas para la enseñanza de la geometría euclidiana, como el software geogebra,

desmos, mathway, regla y compás, para facilitar la comprensión de los temas, (ver tabla 2), esto refleja el esfuerzo de los catedráticos por impartir geometría en los diferentes cursos que imparten.

Como metodología en la pregunta 3 los catedráticos de EFPEM en el área de matemática utilizan el método inductivo y combinación de inducción/deducción, esto refuerza el pensamiento lógico en la geometría, también manifiestan en la pregunta 4 haber utilizado el parque temático de EFPEM, cancha, geoplano humano y medición de terreno, como laboratorio para la enseñanza de la geometría.

En general los catedráticos enseñan geometría euclidiana de forma dispersa, utilizando el contexto para mejorar la asimilación de parte de los estudiantes, el inconveniente es la forma en que se lleva a cabo ya que la imparten cuando es necesario, según lo requiera el curso, según García & López (2008) “el tipo de enseñanza que emplea el docente depende en gran medida, de las concepciones que él tiene sobre lo que es Geometría, cómo se aprende, qué significa saber esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña.” (p. 27)

#### **4.2. Los saberes fundamentales de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática**

En el pensum del egresado del PEM en Física-Matemática, no existe un curso de geometría euclidiana como tal, sin embargo, en la matemática VI algunos catedráticos y estudiantes afirman tener contacto con geometría euclidiana; según Ramírez (2008) “La geometría en el sistema educativo de Guatemala, necesita fortalecimiento, de hecho, es urgente aplicar medidas inmediatas en todo el sistema educativo, para reducir y/o eliminar las deficiencias existentes en el proceso enseñanza-aprendizaje” (p. 67) esto se relaciona al poco tiempo que se le dedica a la geometría euclidiana, debido a que es parte del curso de matemática VI, lo evidencia el programa del curso en mención, ver anexo.

Los resultados obtenidos reflejan debilidad, debido a que un alto porcentaje de egresados de PEM en Física-Matemática en todas las construcciones no pudo explicar correctamente el proceso, siendo evidente la falta de fundamentos en la preparación del egresado, y para agravar la situación el porcentaje máximo que evidenció tener dominio en los saberes fundamentales sobre construcciones en geometría euclidiana fue tan solo el 19% correspondiente a los estudiantes del segundo y tercer año, afirmando este porcentaje que llevaron Didáctica de la Geometría y Trigonometría, lo cual se puede evidenciar en el análisis del segundo año el porcentaje que llevó dicho curso fue el 57% y el 6% en otros cursos, este parámetro nos da una idea ya que todos los que respondieron acertadamente eran en un alto porcentaje los que habían llevado el curso en mención.

En el Currículo Nacional Base de matemática a partir de primero básico creado por el Ministerio de Educación en Guatemala, en su estructura tiene competencias en las cuales se involucra geometría euclidiana tal es el caso de la siguiente “Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos aplicando propiedades y relaciones” MINEDUC-DIGECUR (2018) y de algunos contenidos como lo vimos en la tabla de contenidos que debe dominar el PEM en Física-Matemática.

Los estudiantes de primer año de la Licenciatura en la Enseñanza de la Física y Matemática luego de cerrar la carrera de PEM en Física-Matemática según entrevista autoaplicada en la tabla 3, evalúan los saberes fundamentales de geometría euclidiana, algunos no pueden diferenciar entre un teorema y un postulado, este es un factor el cual evidencia debilidad en los egresados dando como resultado una educación media deficiente ya que el CNB exige enseñanza de geometría euclidiana y los PEM en Física-Matemática son los encargados de transmitir los saberes que en él están, prueba de ello la contribución al crecimiento del PAP debido a la mala preparación de los estudiantes en el área de matemática, Según Boch (2013) “La formación del profesor y profesora en Matemática es un factor que influye en la preparación académica en Matemática de los y las estudiantes”

De los que exponen conocer la geometría euclidiana, afirman haber tenido contacto con ella en el curso de didáctica de la geometría y trigonometría, como mecanismo paliativo a la preparación del egresado de PEM en Física y Matemática; A pesar de ello no es suficiente la enseñanza de geometría en el curso de didáctica de la geometría y trigonometría debido a que los resultados evidencian que un 57% llevó didáctica de la geometría en el segundo año, pero no se mantuvo el mismo porcentaje en las respuestas acertadas siendo el más alto de 39% en la pregunta 4 y el más bajo de 2% en la pregunta 7 esto aparece en la tabla 4; En el primer año, el porcentaje que llevó didáctica de la geometría y trigonometría fue el 10% de los cuales el porcentaje en las respuestas acertadas confirmadas, el más elevado fue 12% en la pregunta 5 y el más bajo 2% en la 7, esto aparece en la tabla 3; En el tercer año, el porcentaje que llevó el curso de didáctica de la geometría y trigonometría fue el 67% del cual el porcentaje acertado confirmado más elevado es 33% que corresponde a las preguntas 3 y 4 el más bajo es el 0% que corresponde a la 2, 6 y 7 esto aparece en la tabla 5. A pesar de estar próximos a cerrar la Licenciatura en la Enseñanza de la Física y Matemática no pudieron describir al menos un postulado de Euclides, este es el resultado de la enseñanza en EFPEM sobre los fundamentos de geometría euclidiana.

Esto lo confirma el cuestionario dirigido a los catedráticos de EFPEM, en la pregunta 1 todos los catedráticos apuntan a la enseñanza de la geometría de forma dispersa según la necesidad que se presente en el curso que imparten tanto en el área de física como en el área de matemática, muchos de los catedráticos afirman utilizar herramientas como software geogebra para la enseñanza de la geometría como también regla y compás como otros programas, esto evidencia el interés de parte de los catedráticos por la enseñanza de la geometría; sin embargo el esfuerzo de enseñar esta brillante rama por parte de los catedráticos no es suficiente, según los resultados.

Según Castellanos (2010) pág. 124 “La utilización de Geogebra presenta distintas potencialidades que favorecen el proceso enseñanza aprendizaje, debido a que



los estudiantes pueden realizar fácilmente las construcciones geométricas utilizando un lenguaje apropiado y muy próximo a las construcciones”. Vemos una tendencia muy fuerte por uso de geogebra de parte de los estudiantes en el primer año los que han utilizado este software son el 29%, los del segundo año son 45% y los del tercer año 100%, esto evidencia que en el avance de la Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física se han visto influenciados por el uso de la tecnología aplicada a la matemática o por necesidad de comprender mejor o por ser competitivos en el campo laboral, esto concuerda con Boc (2013) “Los software Matemáticos que más les interesa a los estudiantes son, los que son fáciles de utilizar y son de libre uso (Es decir gratuitos), los que cumplen con estas condiciones son Geogebra y Graphcalcpro.” (p. 89)

Con los avances tecnológicos la tendencia por parte de los egresados aumenta por el uso de software que faciliten el aprendizaje tal es el caso de geogebra y otros graficadores, instalándolos en el teléfono celular por ser compacta y fácil de portar, esto se evidencia en la pregunta 10 los del primer año el 28% lo prefiere, los del segundo año el 24% y los del tercer año el 33%, siendo esta una tendencia por lo que el egresado de PEM en Física-Matemática se siente más cómodo a utilizar, a la vez convierte al teléfono celular en una herramienta indispensable para la comprensión de la geometría euclidiana.

Una pregunta dirigida a los catedráticos de EFPEM del área de Física y Matemática de gran importancia es la número 5 de la tabla 2, donde afirman haber utilizado la geometría en casos cotidianos como en la construcción, diagramas de fuerza, para definir la distancia más corta entre dos puntos, la relación con el fútbol sobre el balón con respecto a la línea que define el interior y exterior del área de juego, cálculo del centro de una mesa redonda y en general la aplicación en las ciencias, haciendo hincapié a la importancia del aprendizaje de la geometría euclidiana, esto nos hace reflexionar sobre la importancia de agregar un curso como tal de al pensum del PEM en Física-Matemática.

## CONCLUSIONES

Al finalizar la investigación se llegó a las siguientes conclusiones relacionadas con La enseñanza de geometría euclidiana en EFPEM y sus fundamentos en el egresado de PEM en Física-Matemática:

- a) El catedrático de EFPEM utiliza para la enseñanza de la geometría euclidiana herramientas como software geogebra, desmos, mathway, regla y compás físicos e instrumentos geométricos para medición, adicional a ello utiliza el parque temático de EFPEM, cancha, todo el medio, geoplano humano y medición de terrenos, esto para crear laboratorios aplicando conocimientos de geometría según la necesidad del curso que se esté impartiendo. A través de métodos como el deductivo o de inducción/deducción.
- b) El egresado de PEM en Física-Matemática de EFPEM carece de fundamentos de geometría euclidiana con respecto a construcciones con regla y compás los cuales revelan los resultados de las gráficas, enfocados en el ítem número 2 al número 8 de la entrevista, siendo los que aparecen en la Figura 2, vemos que solo el 4% del primer año domina y posee la destreza para comprender la misma, estos son los egresados.
- c) Según el CNB al que se rige el MINEDUC en Guatemala el egresado de PEM en Física-Matemática debe dominar los fundamentos de geometría euclidiana los cuales son construcciones con regla y compás impartándose a partir de primero básico, según tabla 6.
- d) Según los egresados de PEM en Física-Matemática la herramienta más utilizada para la enseñanza-aprendizaje de geometría euclidiana por ser gratis y sus características es el software geogebra con una preferencia del 58% en promedio frente a otros, estableciendo una preferencia como

estrategia por ser fácil de transportar o de tener como herramienta en el teléfono celular, esto con el propósito de aumentar la comprensión en el estudio de geometría.

- e) Para mejorar los fundamentos de geometría euclidiana en el egresado de PEM en Física-Matemática, en “Anexos” se presenta un folleto de construcciones con regla y compás, básicas para comprender por imitación desde un enfoque por construcciones con aumento gradual de complejidad a algunas aplicaciones.

## RECOMENDACIONES

- a) A través de las experiencias que poseen los catedráticos, se pueden crear prácticas de laboratorio aplicando geometría euclidiana, para que el proceso enseñanza-aprendizaje sea significativo en el estudiante, utilizando la aptitud espacial visualizando a través del medio.
- b) Para resolver la situación de todos los PEM en Física-Matemática que han sido egresados y los que se están formando hay que preparar diplomados o certificaciones en geometría euclidiana, a través de una academia de geometría que se pueda formar o el club de matemática llamado SIMATE, con catedráticos especializados en el área.
- c) Para mejorar los saberes del egresado de PEM en Física-Matemática se debe hacer una reforma al pensum actual donde se incluya geometría euclidiana en algún curso desde el inicio de éste, evitando que no se impartan por falta de tiempo, volviendo la tarea más simple, el curso ideal puede ser matemática III o precálculo III, ya que es en éste donde se imparte trigonometría, previo a ésta, impartir geometría euclidiana.
- d) Para los egresados que carecen de herramientas para transmitir sus conocimientos la academia de geometría euclidiana o el club de matemática SIMATE podría dar solución a las necesidades a través de talleres para el aprendizaje y dominio del software geogebra para la enseñanza de la geometría ya que es el más utilizado para esta tarea según resultados.
- e) Para reforzar los saberes en geometría euclidiana leer e imitar los ejercicios que aparecen en la propuesta sobre construcciones la cual se encuentra en “Anexo”, con la condición de utilizar solamente regla y compás, éstas son el fundamento para comprender un curso formal de geometría.

## REFERENCIAS

### Bibliografía

- García Peña, S. y. (2008). La enseñanza de la Geometría. México: Miguel Á. Aguilar R. y Terea Ramírez Vadillo.
- García, M. (2005). El Saber Docente: Una Construcción Intersubjetiva para Pensar la Práctica Pedagógica. Venezuela.
- Guatemala, M.-D. M. (2018). Currículo Nacional Base. En DIGECUR, Área de matemática (pág. 10). Guatemala.
- Guzmán, D. M. (2015). Alternativas para nuevas prácticas educativas. Tlaxcala, México: Amapsi.
- Hernández Sampieri Roberto, F. C. (2010). Metodología de la investigación. México: McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Koeberlein, D. C. (2009). Geometría. Querétaro: CENGAGE Learning.
- Peña, O. L. (2008). La enseñanza de la Geometría. México: Materiales para apoyar la práctica educativa.
- Vargas Vargas, G. &. (2013). El model de VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. Uniciencia, 75.
- Zabala, M. A. (2006). Geometría: Conceptos y Construcciones. Caracas: Beatriz Borjas y Carlos Guédez.

### Tesis

- Boc Santos, H. L. (Octubre de 2013). La aplicación del software en la enseñanza de la matemática y su influencia en el rendimiento académico. Guatemala, Guatemala, Guatemala.
- Boch, E. M. (Agosto de 2013). LA FORMACIÓN EN MATEMÁTICA DEL PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA Y SU INCIDENCIA EN LA PREPARACIÓN ACADÉMICA DEL ESTUDIANTE. Guatemala, Guatemala, Guatemala.
- Castellanos Espinal, I. M. (2010). VISUALIZACIÓN Y RAZONAMIENTO EN LAS CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO EL SOFTWARE

GEOGEBRA CON ALUMNOS DE II DE MAGISTERIO DE LA E.N.M.P.N.  
Tegucigalpa M. D. C.

- Echeverry Cárdenas, G. O. (2017). Influencia de las TIC en el aprendizaje del área de geometría en los estudiantes de la institución educativa “Francisco José de Caldas”, ciudad de Manizales – 2015. Lima.
- Echeverría Sánchez, P. I. (Mayo de 2010). El rendimiento académico en Matemática de los estudiantes de la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media, según la formación del docente. Guatemala, Guatemala, Guatemala.
- Flores Panchame, J. A. (2010). Exploración del impacto de un software dinámico en el aprendizaje de geometría. Tegucigalpa.
- García López, M. d. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir geogebra en el aula. Almería.
- Labarrera Mondaca, K. N. (Diciembre de 2016). PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN MEDIA, MEDIANTE EL APRENDIZAJE COOPERATIVO. Puerto Montt.
- Martínez, R. M. (Junio de 2012). Actitud de los docentes en la enseñanza de la geometría en el primero y segundo ciclo de Educación Básica de la Escuela de Aplicación Dionisio de Herrera. Tegucigalpa, Tegucigalpa, Honduras.
- Pérez, M. C. (Septiembre de 2016). Sistema de medición ancestral, para medir áreas de inmuebles de polígonos planas en Santa María de Jesús Sacatepéquez. Sacatepéquez.
- Poc Chocó, F. B. (Agosto de 2016). La formación docente del profesor de matemática en el aprendizaje de los estudiantes de quinto Bachillerato en Ciencias y Letras del Instituto Nacional de Educación Diversificada, aldea Chiyuc, San Cristóbal Verapaz, Alta Verapaz. Alta Verapaz.
- Ramírez Lucas, H. R. (2008). El planteamiento crítico de la geometría euclidiana. Guatemala.
- Raxón de León, C. M. (Octubre de 2016). INFLUENCIA DEL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN GEOMETRÍA PLANA, DE LOS ESTUDIANTES DE TERCERO BÁSICO DEL INSTITUTO EXPERIMENTAL SIMÓN BOLÍVAR. Guatemala.
- Rojas Castiblanco, J. F. (2014). Estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del Hexaedro. Colombia.

Tepec González, A. S. (2015). Utilización de Tangram como recurso didáctico en el Aprendizaje de la Geometría. Guatemala.

Toro Uribe, J. A. (mayo de 2014). Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo. Medellín.

Torres Rodríguez, C. A. (2014). ESTRATEGIA DIDÁCTICA MEDIADA POR EL SOFTWARE GEOGEBRA PARA FORTALECER LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN ESTUDIANTES DE 9° DE BÁSICA SECUNDARIA. Colombia.

Tzoc Cano, A. S. (Septiembre de 2014). La didáctica de la matemática y su incidencia en el desarrollo cognitivo del estudiante, para el aprendizaje de la matemática. Suchitepéquez.

## **E-Gráficas**

EFPEM. (13 de Enero de 2016). [www.efpemusac.org/pensumdeestudios](http://www.efpemusac.org/pensumdeestudios).  
Obtenido de [www.efpemusac.org/pensumdeestudios](http://www.efpemusac.org/pensumdeestudios):  
[https://docs.wixstatic.com/ugd/e6c41d\\_52e250b6ffd1470d825802de751f7682.pdf](https://docs.wixstatic.com/ugd/e6c41d_52e250b6ffd1470d825802de751f7682.pdf)

Fernández. (11 de junio de 2011). SlideShare. Obtenido de SlideShare:  
<https://es.slideshare.net/galeanoodalis/rejilla-de-conceptos-de-didctica>

John Cotton, D. (1856 - 1929). gestiopolis. Obtenido de gestiopolis:  
<https://www.gestiopolis.com/actualizacion-constante-como-necesidad-para-el-docente-universitario/>

Díaz Barriga, F. (2002). Wikipedia. Obtenido de Wikipedia:  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Capacitaci%C3%B3n\\_docente#cite\\_note-1](https://es.wikipedia.org/wiki/Capacitaci%C3%B3n_docente#cite_note-1)

Martínez, N. (22 de enero de 2013). overblog. Obtenido de overblog:  
<http://nelsonjuliaomartinez.overblog.com/los-tres-saberes---saber,-saber-hacer,-saber-ser>

Torres Hernández, A. (18 de Diciembre de 2013). MILENIO. Obtenido de MILENIO:  
<http://www.milenio.com/opinion/alfonso-torres-hernandez/apuntes-pedagogicos/sobre-el-concepto-de-formacion>

**ANEXOS**



Universidad de San Carlos de Guatemala

Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media EFPEM

Propuesta

Construcciones con regla y compás, partiendo de los postulados de Euclides a  
algunas aplicaciones en física

Dirigida a: Los egresados de PEM en Física-Matemática

Ramiro Argueta Marroquín

Guatemala, noviembre de 2019



## ESQUEMA DE LA PROPUESTA

- I. Introducción de la propuesta
- II. Objetivo de la propuesta
- III. Justificación de la propuesta
- IV. Encargados de la ejecución de la propuesta

### **I. Introducción**

La geometría ha tenido un papel fundamental en la ciencia, apoyando así la comprensión de temas varios, de diferentes áreas, como la física la cual sería casi imposible de comprender si no fuese gracias a la geometría, ya que las leyes físicas se nos presentan en un lenguaje geométrico como el análisis de vectores: fuerzas, momentum lineal, momentum angular, campo eléctrico, momentos de torsión, etc., por lo tanto es importante que un profesor egresado en la especialidad de Física-Matemática, tenga los saberes necesarios para desarrollar las construcciones con regla y compás.

Los que desarrollarán dicha propuesta son los egresados de PEM en Física-Matemática de EFPEM, quienes carecen de los saberes adecuados para la necesidad existente, por lo que se establece una serie de construcciones con regla y compás las cuales fueron construidas en su totalidad por el investigador en el programa GeoGebra de forma secuencial, fácil de comprender mientras se avanza en ellas, la aplicación en física trata de la construcción de solenoides o bobinas para construir transformadores o simplemente porque se quiere conectar a corriente alterna una bobina y aprovechar las fluctuaciones de la densidad de flujo magnético debido a que la corriente alterna oscila, esta propuesta es obra del investigador en su totalidad, dejándola plasmada en esta propuesta para quien la quiera estudiar o aplicar tenga toda la libertad de hacerlo.

La idea es hacer llegar a los estudiantes o egresados de PEM en Física-Matemática el ejemplar, el cual ayudará en la comprensión de geometría euclidiana.

## II. Objetivo de la propuesta

### a. OBJETIVO GENERAL

- Contribuir a la formación del PEM en matemática-física.

### b. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Comprender los postulados de Euclides.
- Construir en geometría con regla y compás.
- Aplicaciones de las construcciones con regla y compás.

## III. Justificación de la propuesta

El dominio en construcciones con regla y compás es fundamental para comprender el medio que nos rodea. Todas las construcciones se pueden describir mediante el lenguaje de la geometría y escribir ecuaciones con el álgebra para describir sus características según sea la necesidad que se presente. Todas las construcciones que a continuación aparecen el investigador las ha elaborado con gran esfuerzo en geogebra y la aplicación en la física es propia del investigador.

**Axioma:** Es una proposición tan sencilla y evidente que se acepta sin demostración.

**Postulado:** Es una proposición no tan evidente como un axioma, pero también se acepta sin demostración.

**Teorema:** Es una proposición que puede demostrarse.

**Corolario:** Es una proposición que se deduce de un teorema como consecuencia de este.

**El punto:** El punto no se define. La idea es la huella que deja el lápiz en el papel.

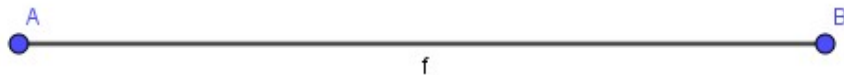
**La línea:** Conjunto de puntos. (Una línea tiene una sola dimensión)

**Superficie:** Límites que separan a los cuerpos del espacio.

**Plano:** Pasa por al menos tres puntos no colineales.

### POSTULADOS DE EUCLIDES

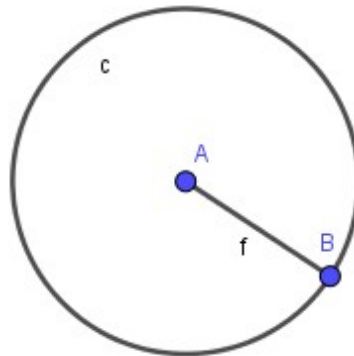
1. Dos puntos cualesquiera describen un segmento de recta.



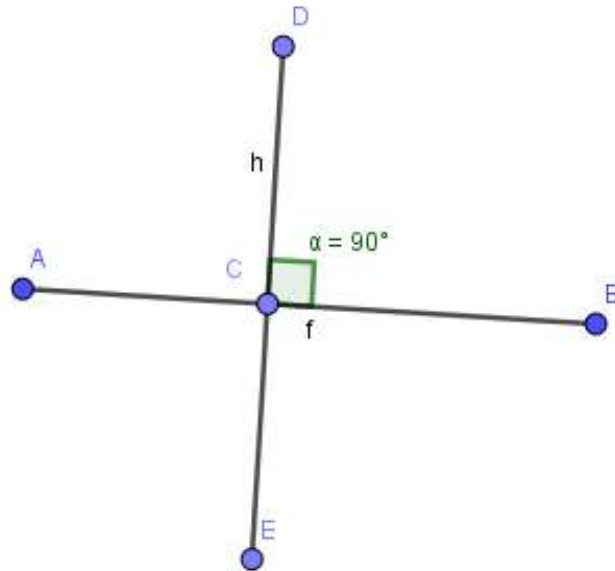
2. Dado un segmento de recta este puede extenderse indefinidamente.



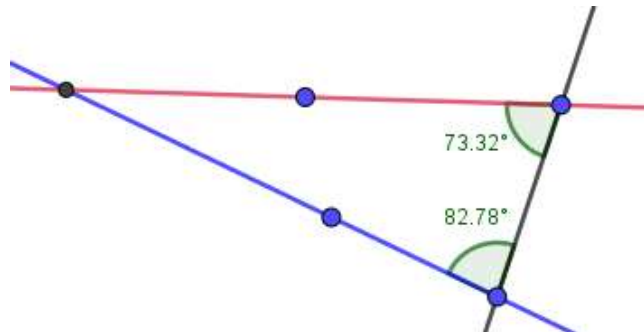
3. Dado un centro y un radio cualquiera se puede trazar una circunferencia.



4. Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.



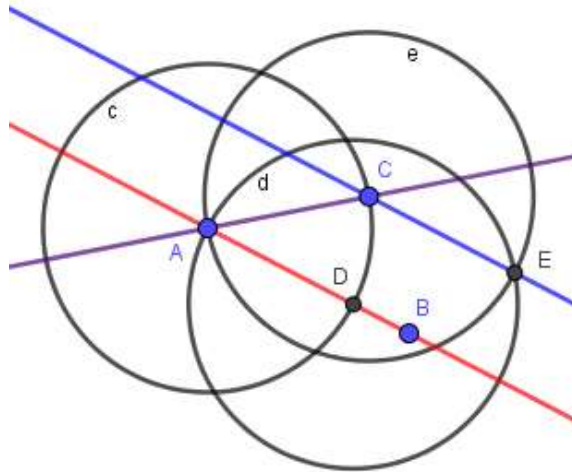
5. Si una línea recta corta a otras dos, de tal manera que la suma de los dos ángulos interiores del mismo lado sea menor que dos rectos, las otras dos rectas se cortan, al prolongarlas, por el lado en el que están los ángulos menores que dos rectos.



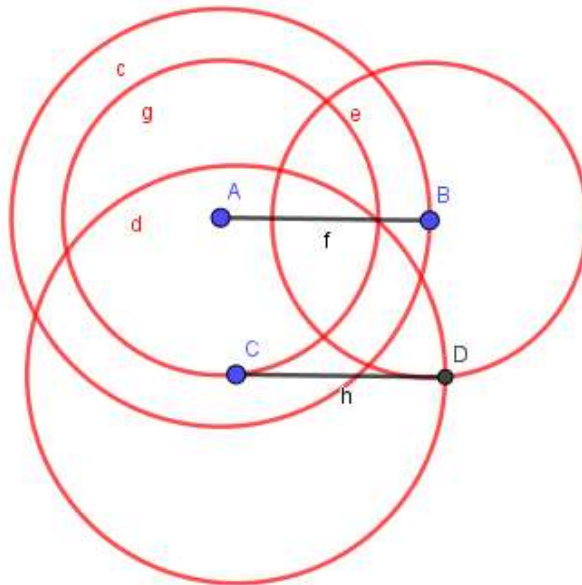
## CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS

Quinto postulado equivalente a:

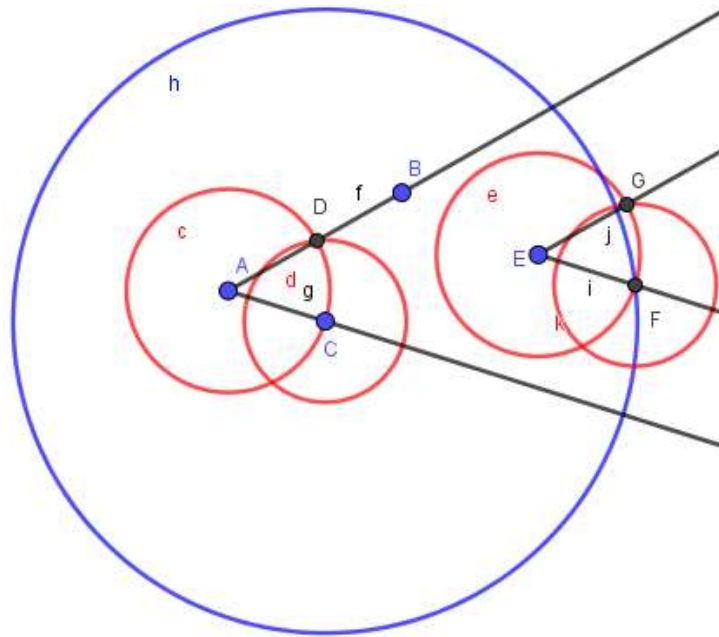
- Por un punto exterior a una recta, se puede trazar una única paralela.



**Copiar un segmento de recta dado.**

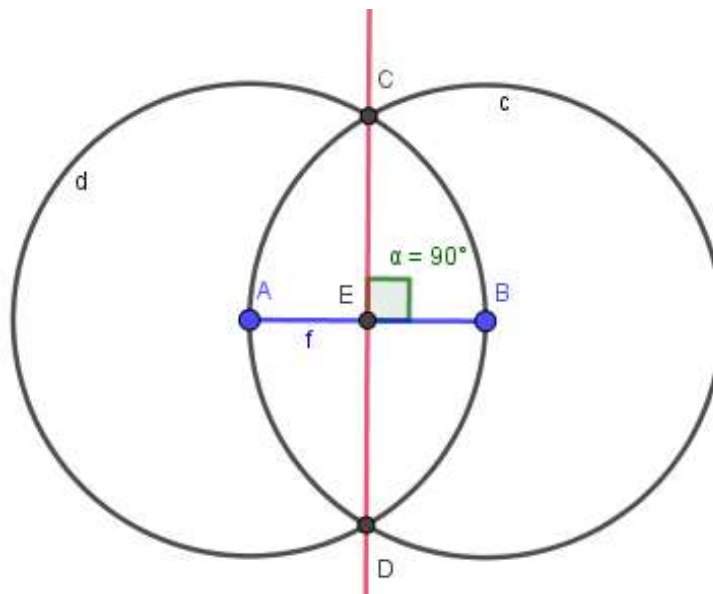


**Copiar un ángulo dado.**



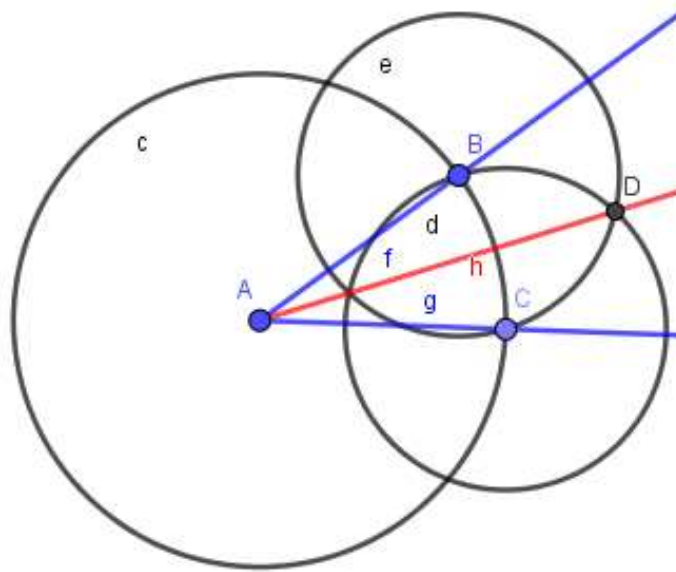
**Mediatriz**

Recta perpendicular al segmento dado y contiene el punto medio de éste.

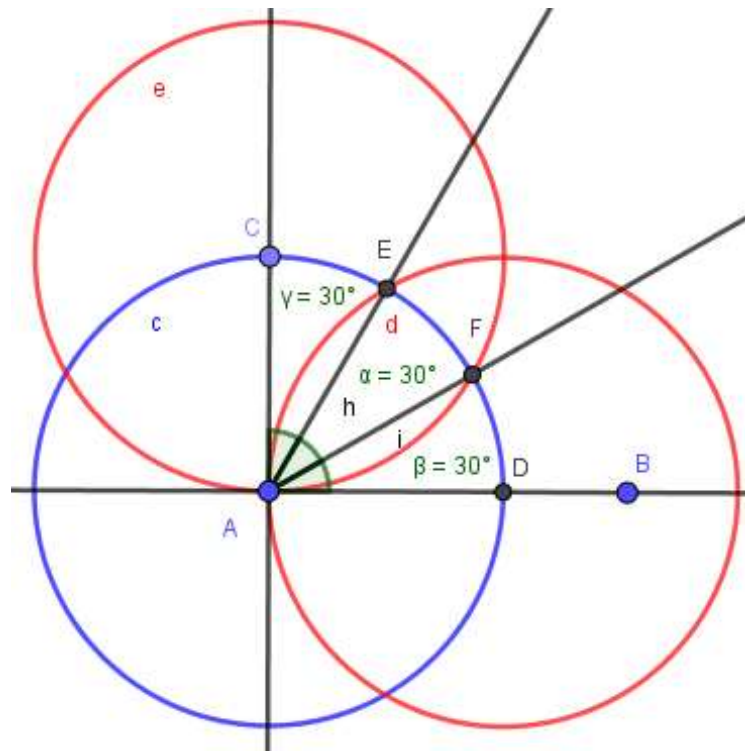


## Bisectriz

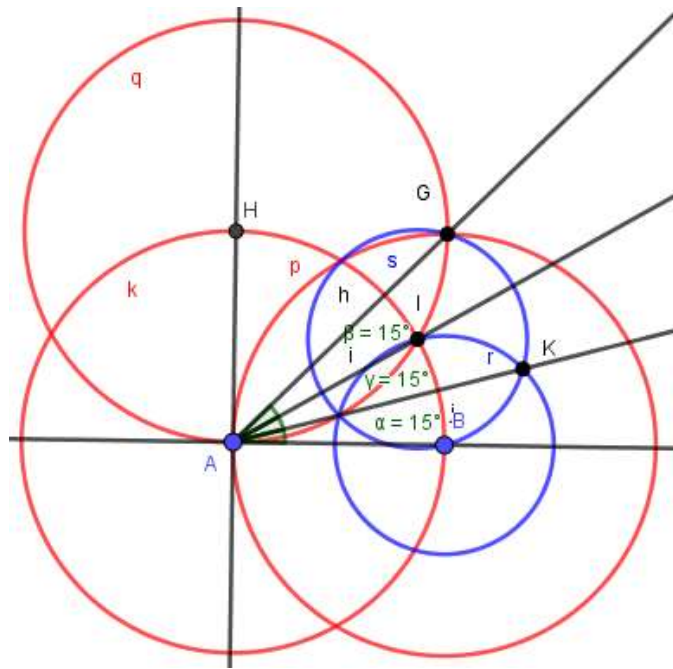
Semirrecta que divide en dos ángulos congruentes un ángulo, a partir de su vértice.



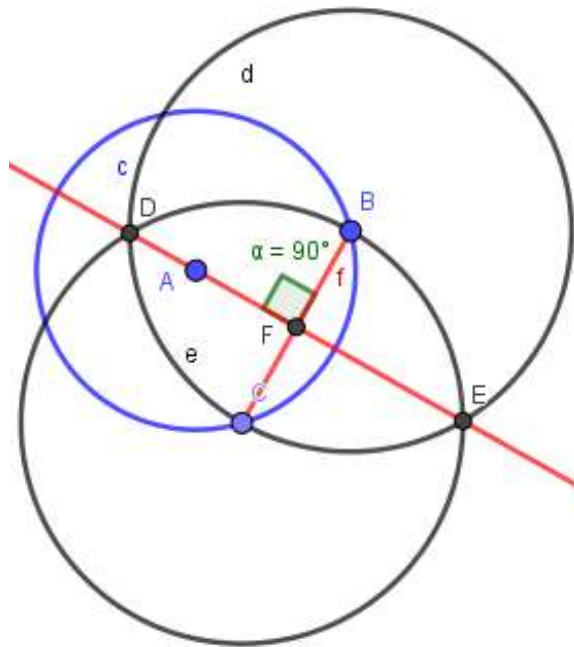
## Trisección del ángulo recto.



**Trisección del ángulo de cuarenta y cinco grados.**

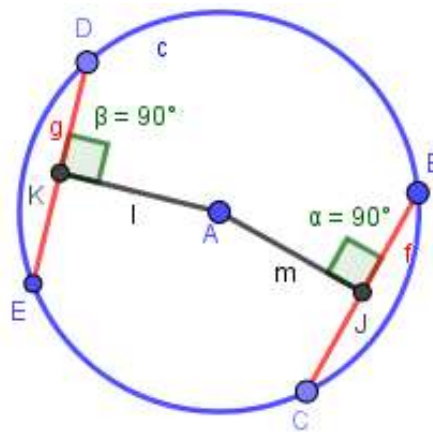
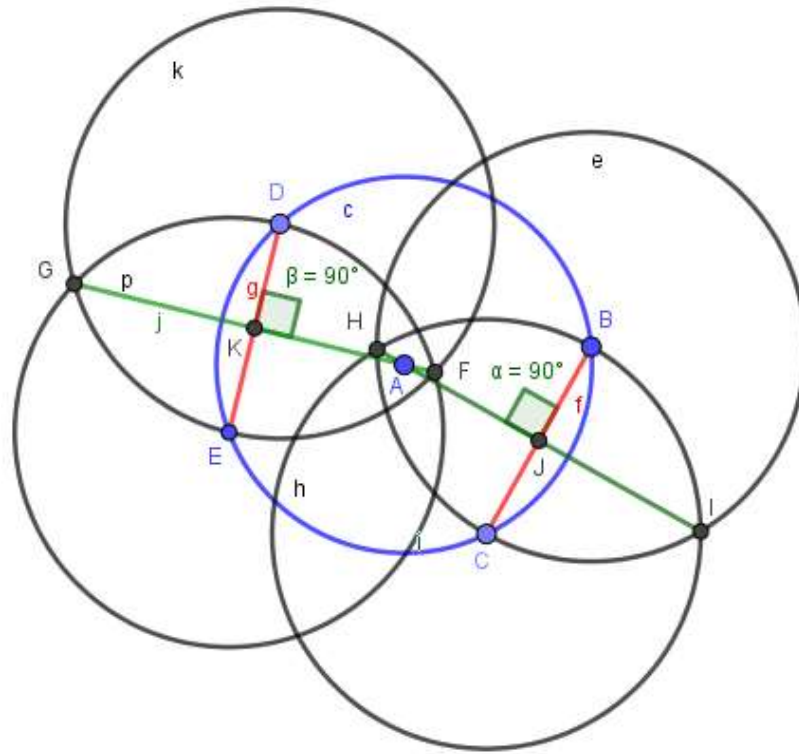


**La mediatriz de una cuerda contiene al centro del círculo.**

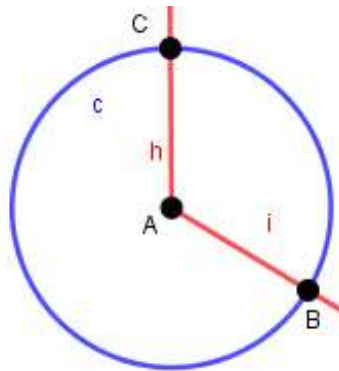




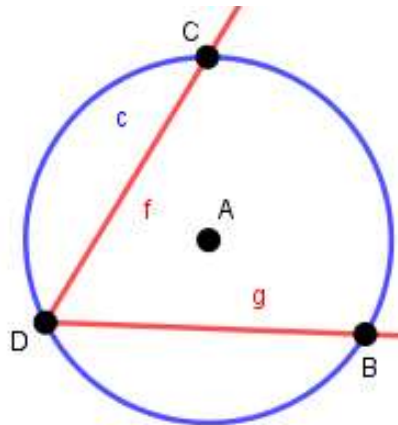
En una circunferencia, si **dos cuerdas** son **congruentes**, entonces, las cuerdas equidistan del centro.



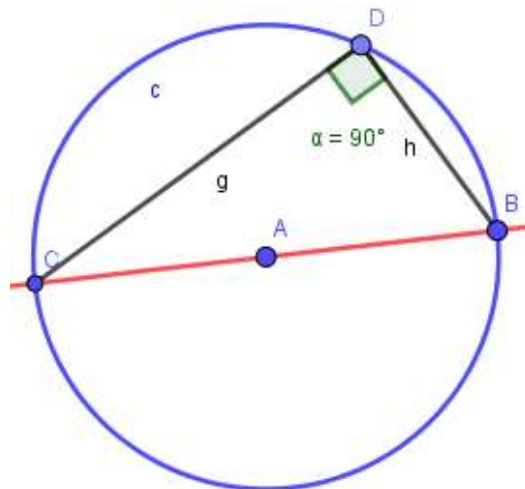
Un **ángulo** es **central** si su vértice es el centro de la circunferencia.



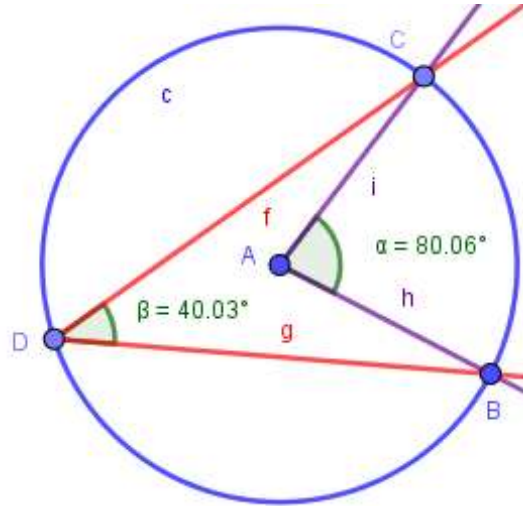
Un **ángulo** está **inscrita** en una circunferencia si su vértice es un punto de la circunferencia y sus dos lados contienen dos cuerdas de ésta.



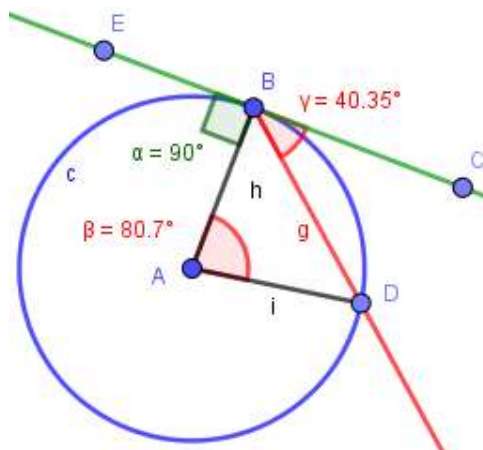
**Todo ángulo inscrito** en una semicircunferencia es recto.



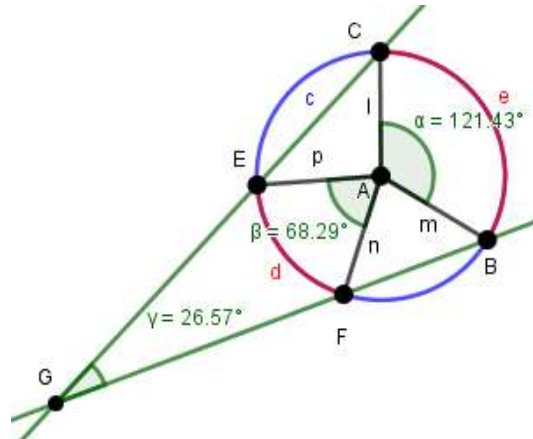
Un **ángulo inscrito** mide la mitad de la medida del arco que intercepta en la circunferencia.



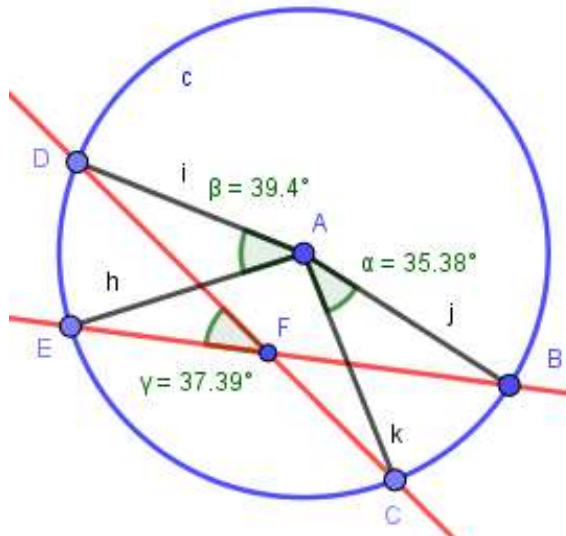
Un **ángulo** está **semiinscrito** en una circunferencia si tiene su vértice en la circunferencia, un lado contiene una cuerda y el otro lado es tangente a la circunferencia. La medida es la mitad del arco que intercepta en la circunferencia.



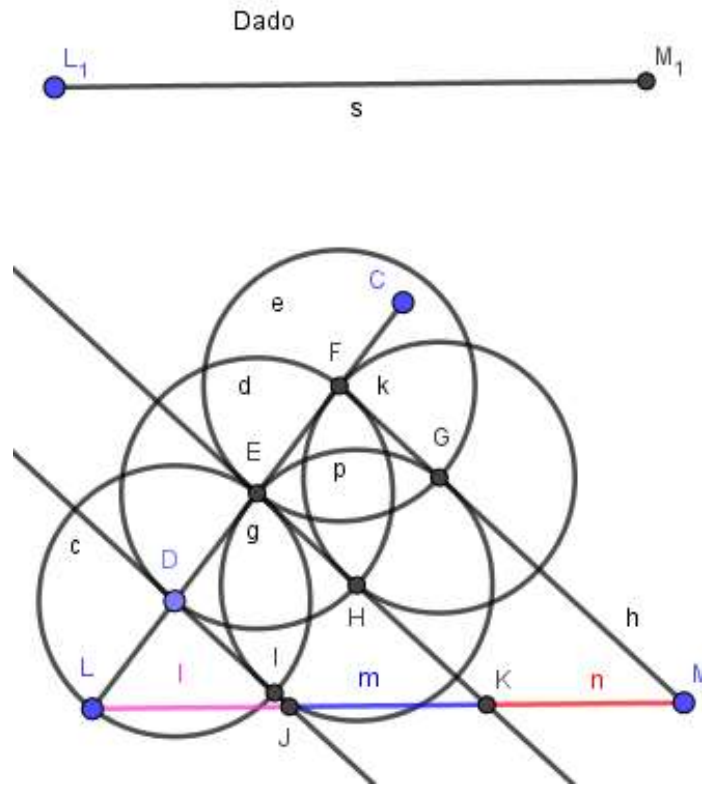
Un **ángulo exterior** a una circunferencia es un ángulo que tiene su vértice en el exterior de la circunferencia y la medida corresponde a la mitad de la diferencia de la medida de los arcos interceptados.



Un **ángulo interior** es un ángulo que tiene su vértice en el interior de la circunferencia. El vértice del ángulo es un punto diferente al centro. La medida de un ángulo interior corresponde a la mitad de la suma de los arcos interceptados.

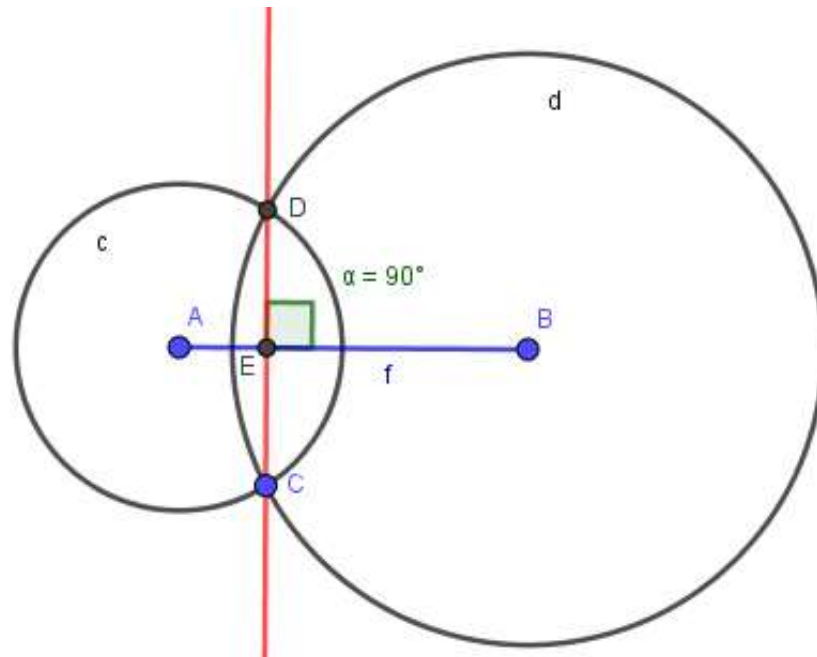


**División de un segmento de recta dado en tres partes congruentes.**

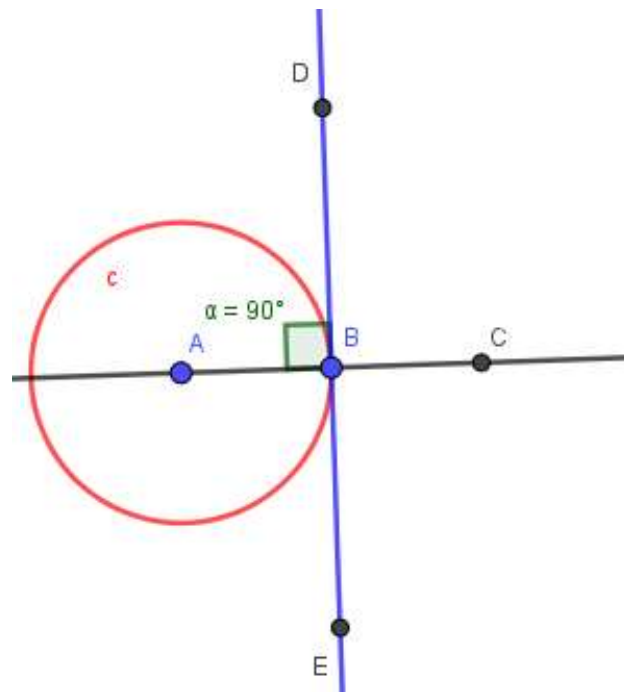
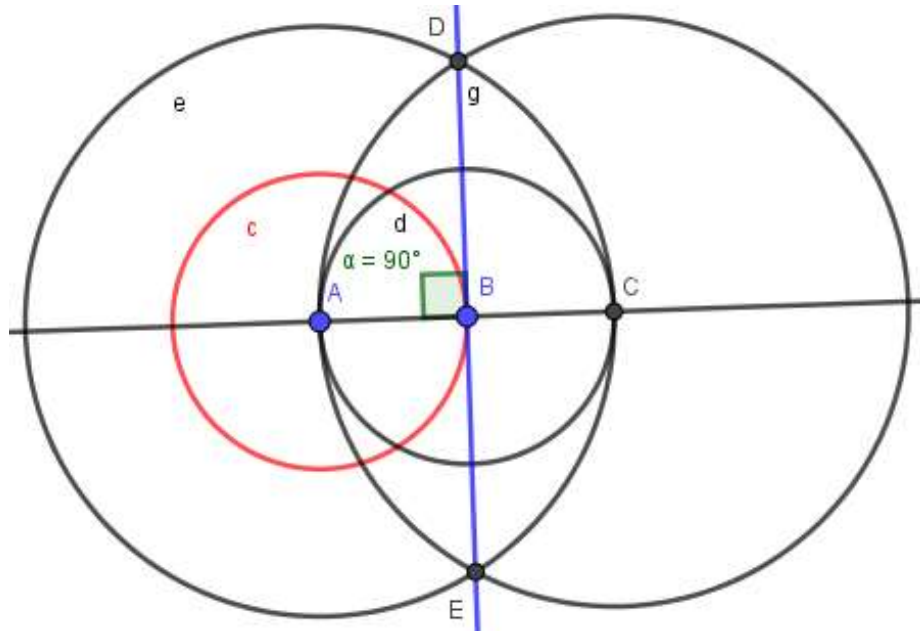


Nota: la técnica aplica al número de segmentos que desee.

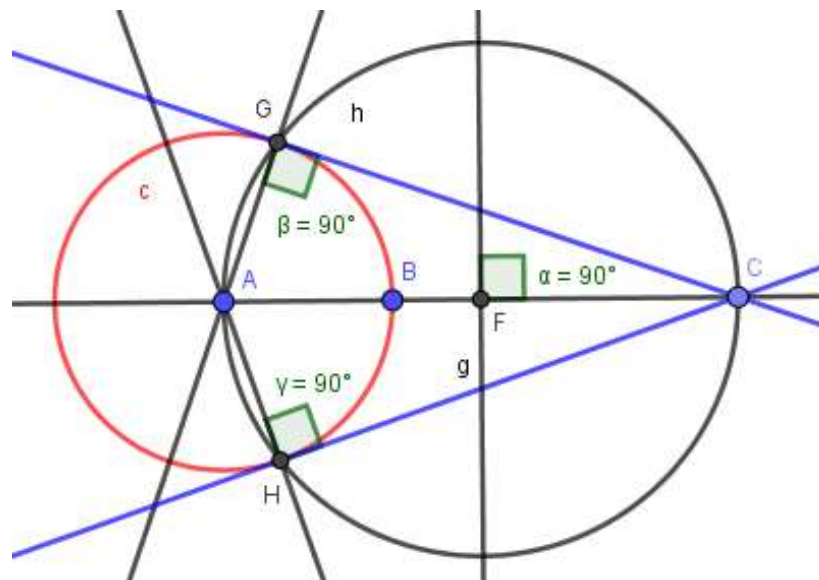
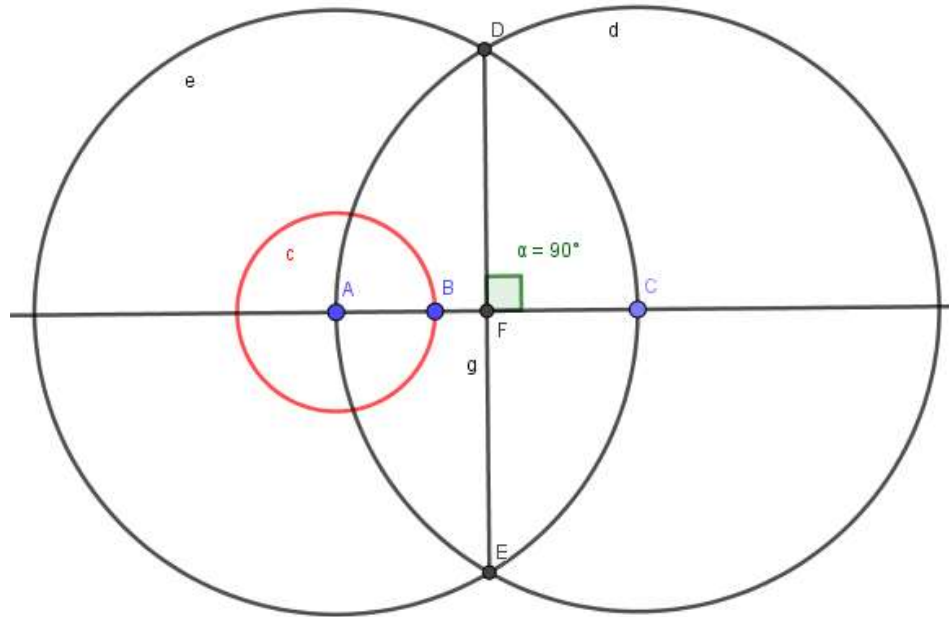
**Recta perpendicular** a partir de un segmento dado que contenga un punto exterior dado.

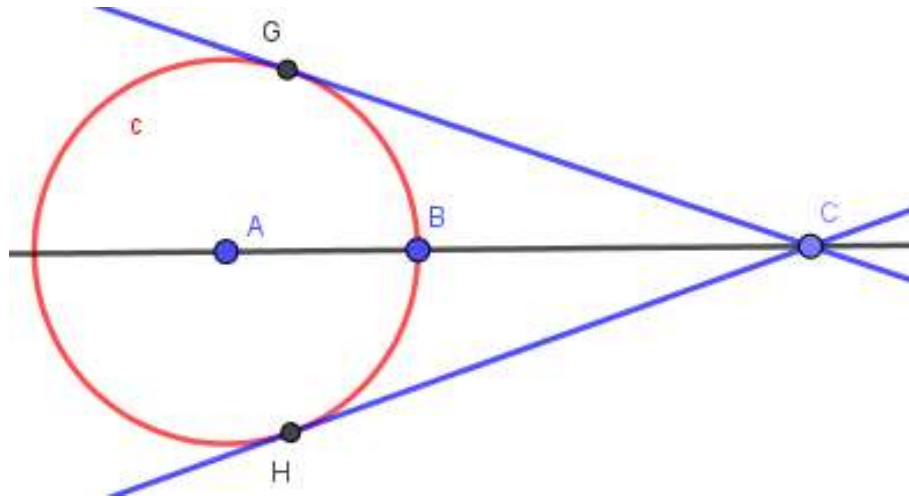


**Una recta tangente a un círculo dado.** Si es tangente entonces el radio es perpendicular a la misma.

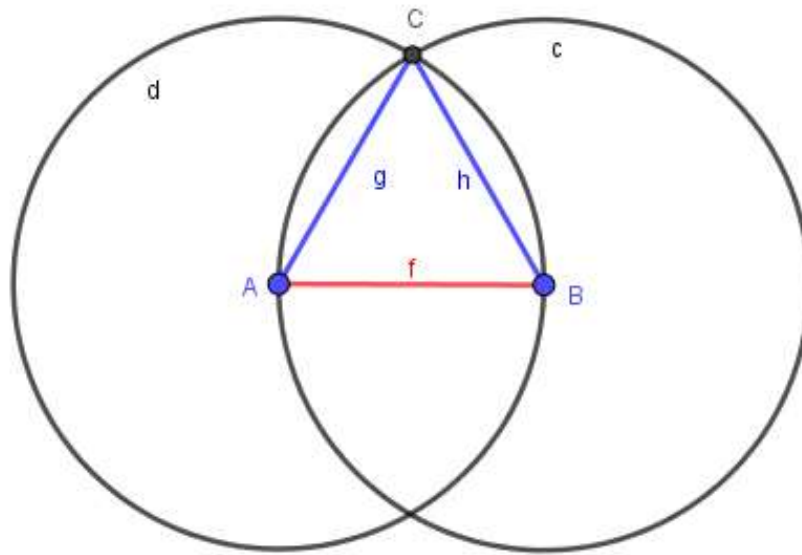


**Dos rectas tangentes a un círculo dado. (Muy útil aprenderla)**



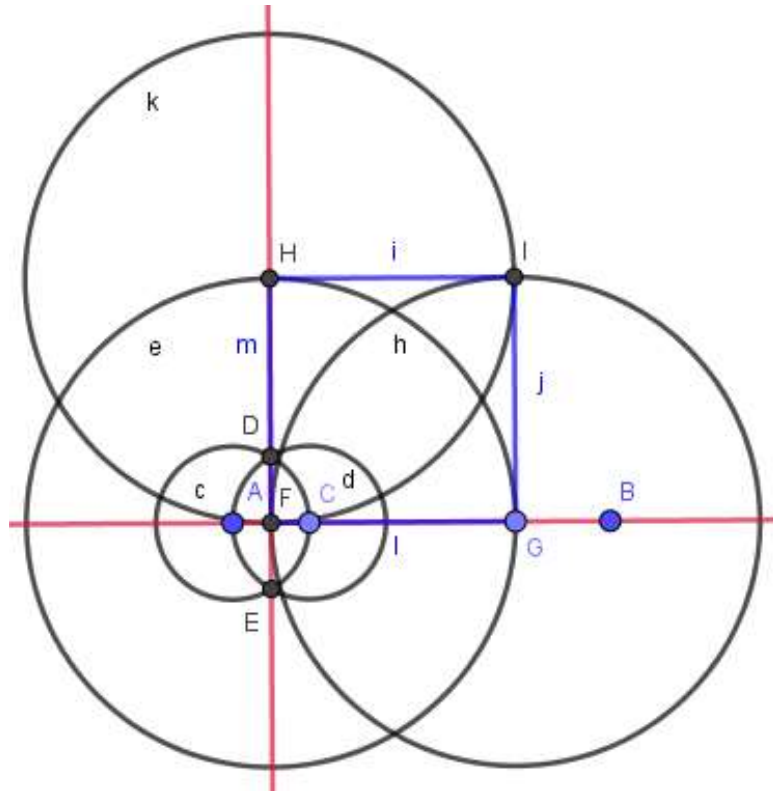


**Triángulo equilátero** a partir de segmento dado.

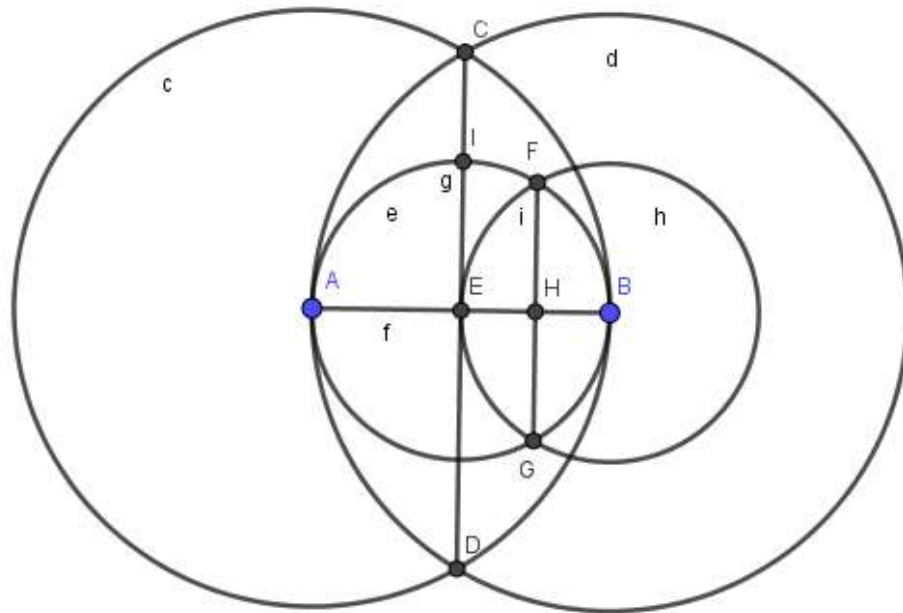


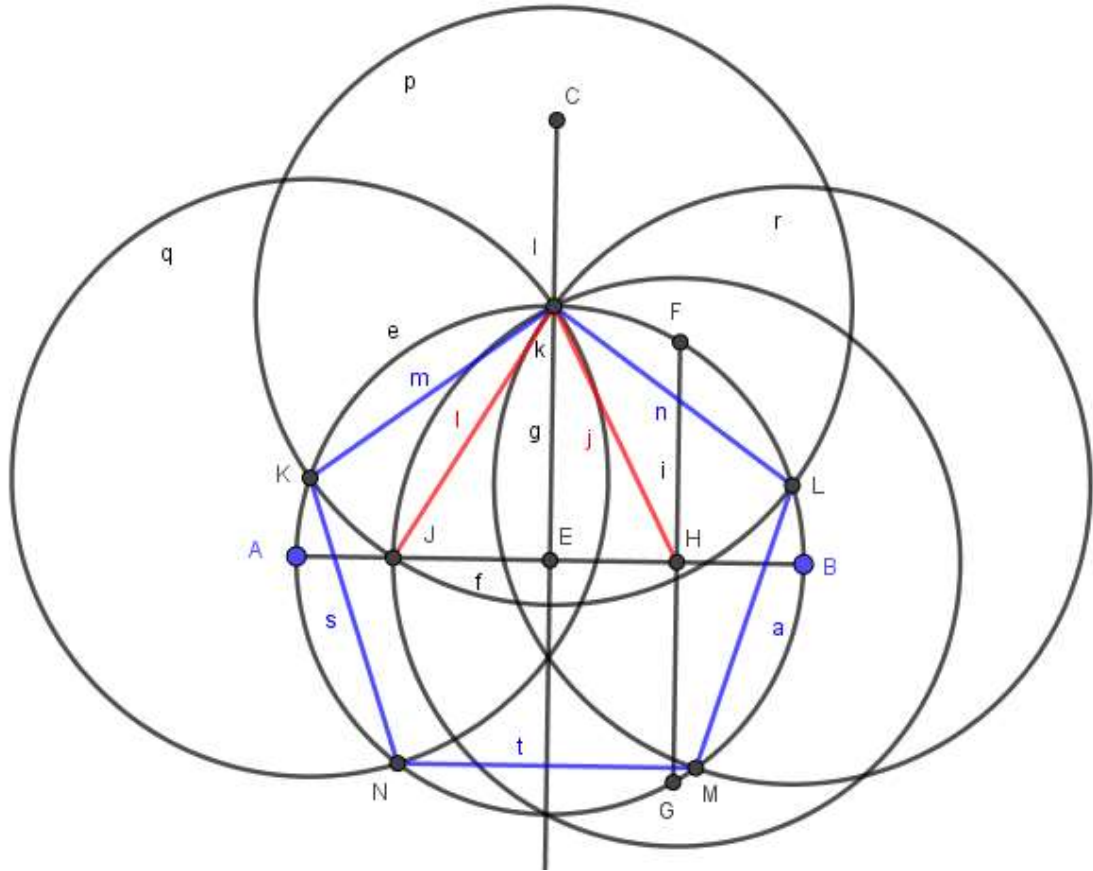


**Construcción de un cuadrado** a partir de una recta dada, trazando una perpendicular a la misma.

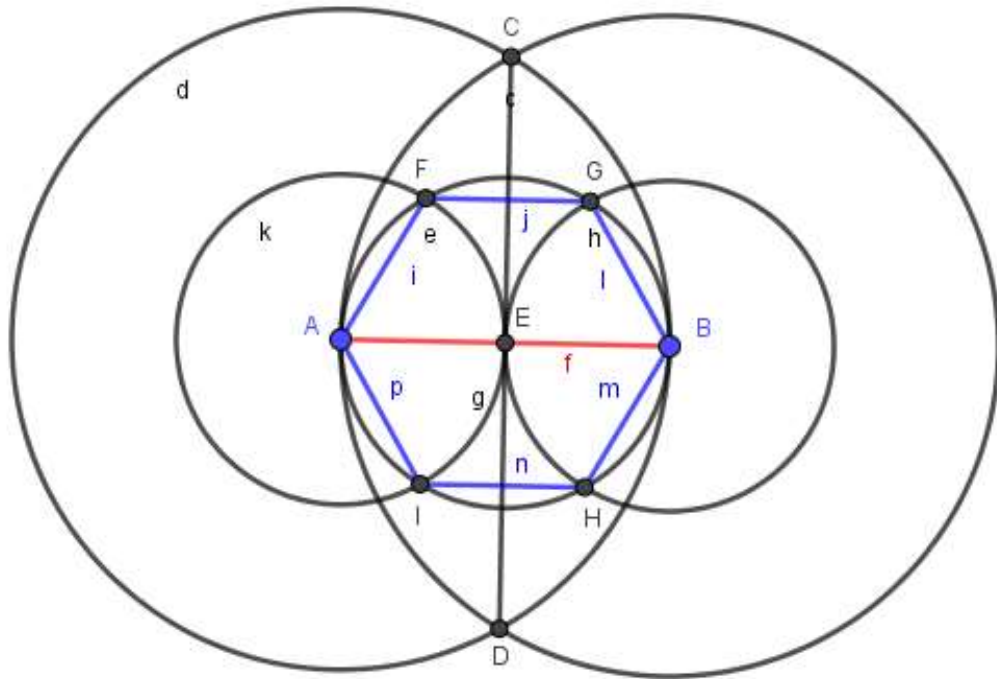


**Construcción de pentágono** a partir de un segmento dado

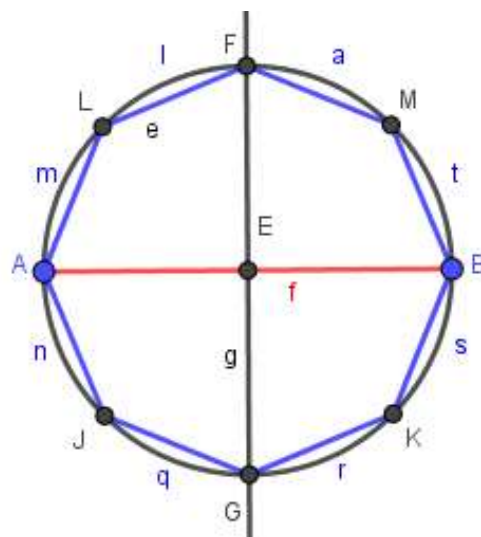
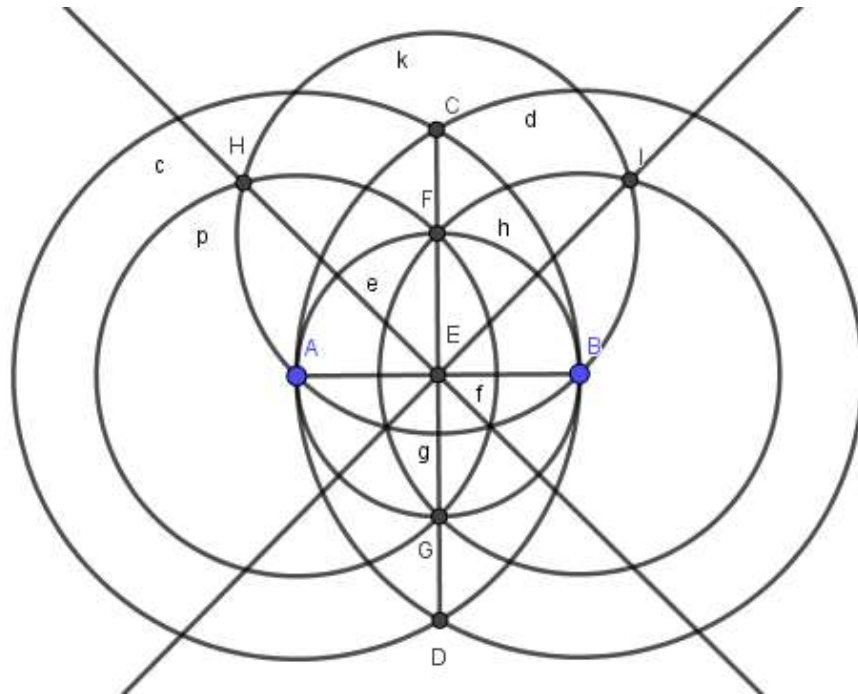




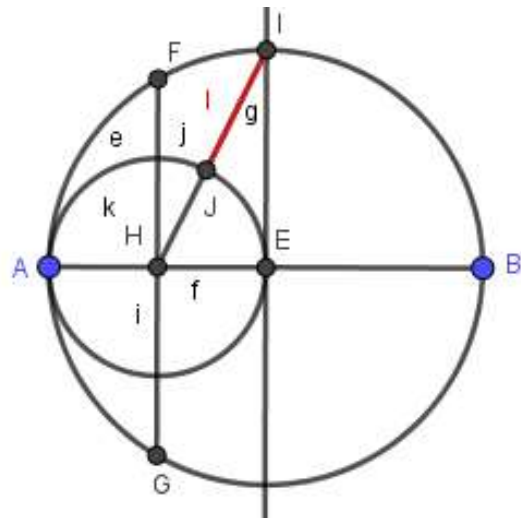
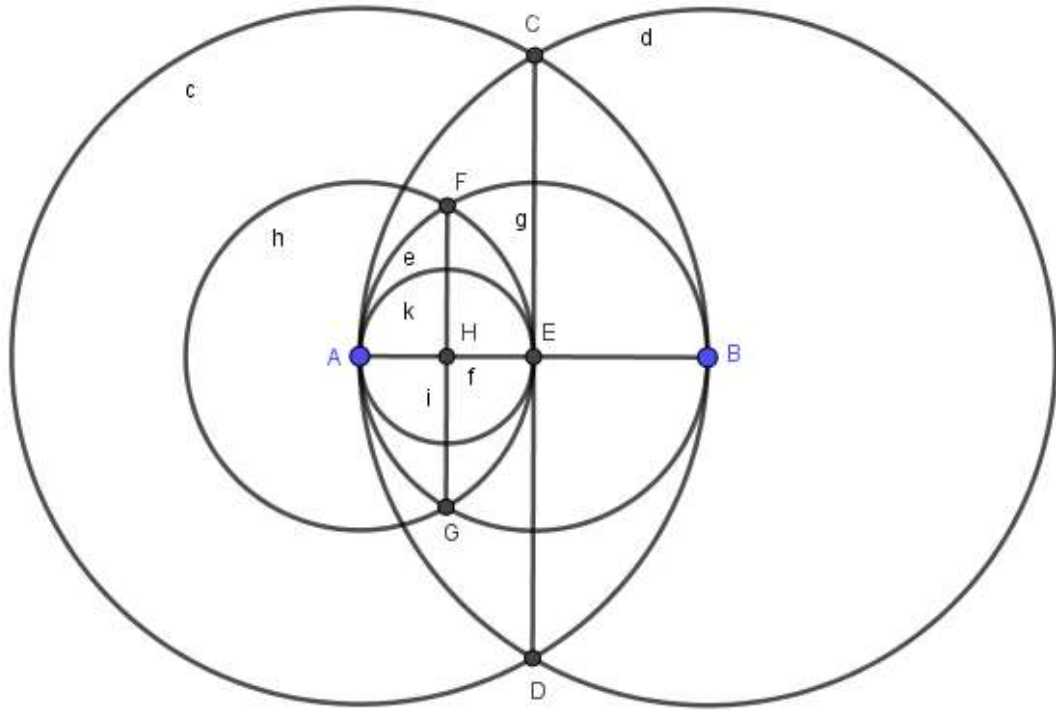
**Construcción de hexágono** a partir de un segmento dado.

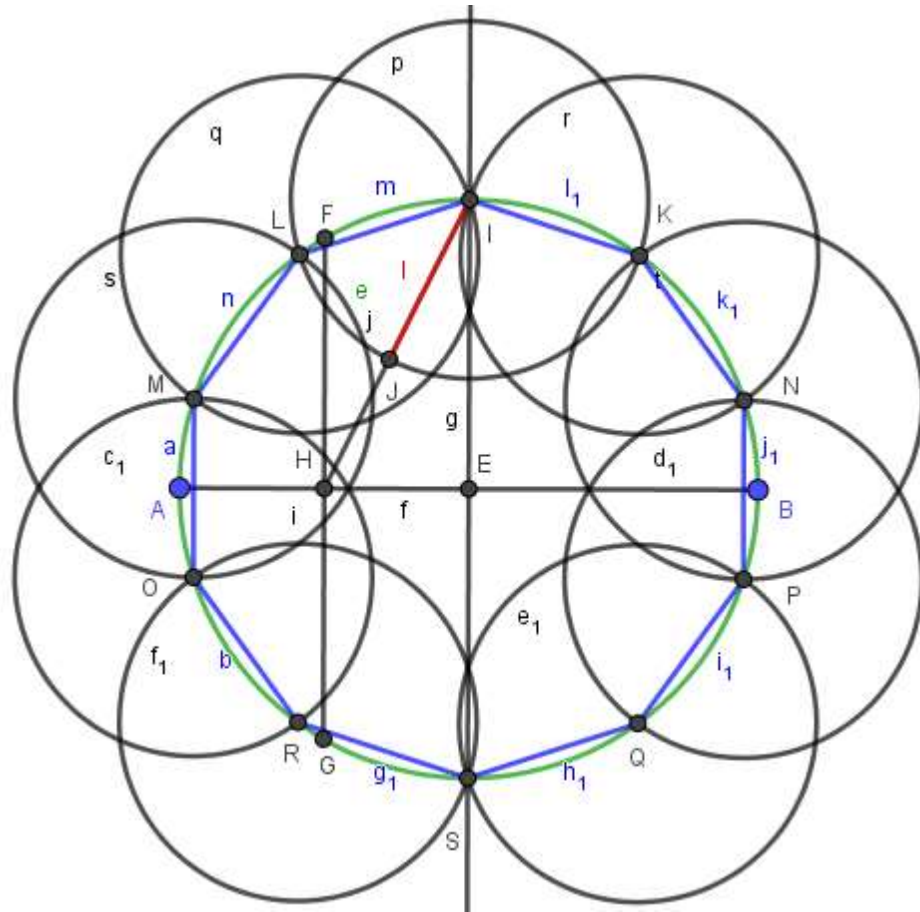


**Construcción de octágono a partir de un segmento dado.**



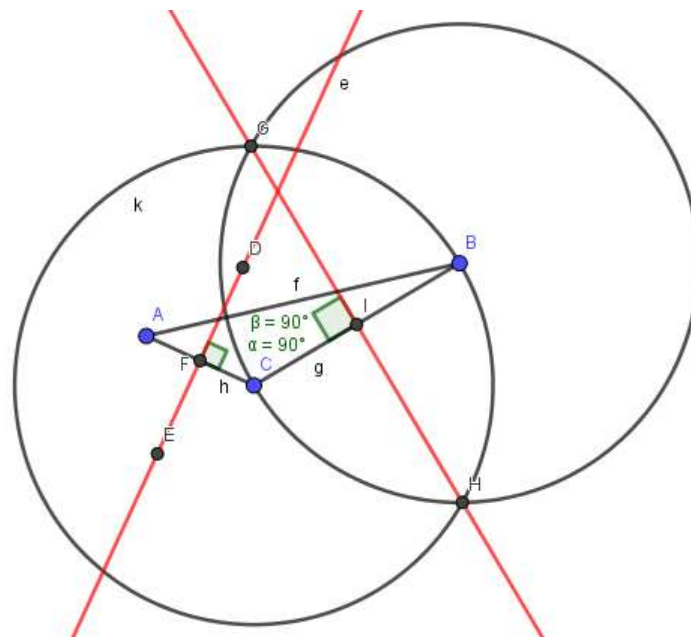
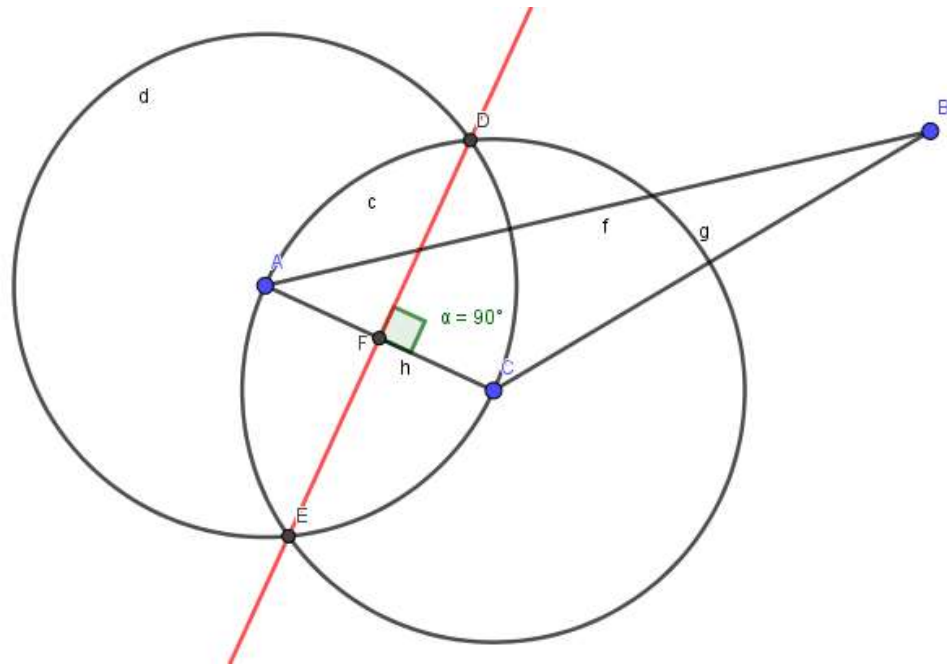
### Construcción de decágono a partir de un segmento dado

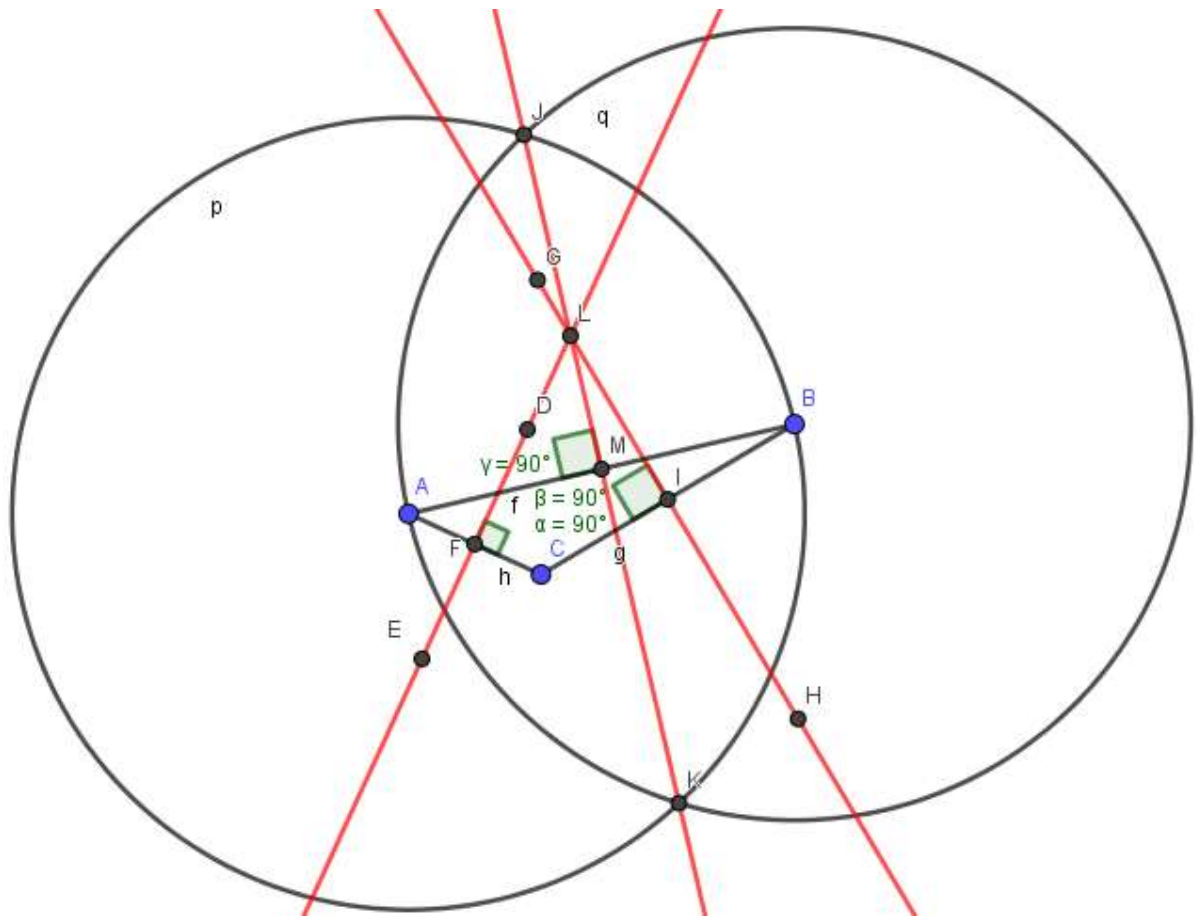




**Circucentro** es el punto en el que se intersecan las tres mediatrices de un triángulo.

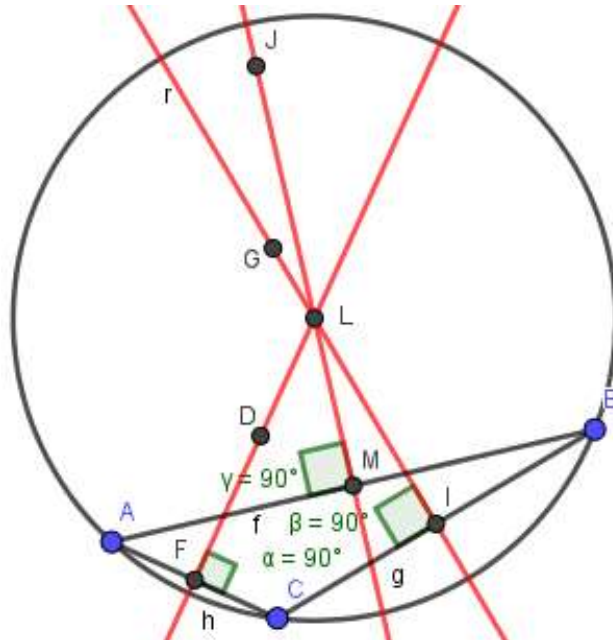
Círculo circunscrito, es el que contiene los tres vértices de un triángulo dado.



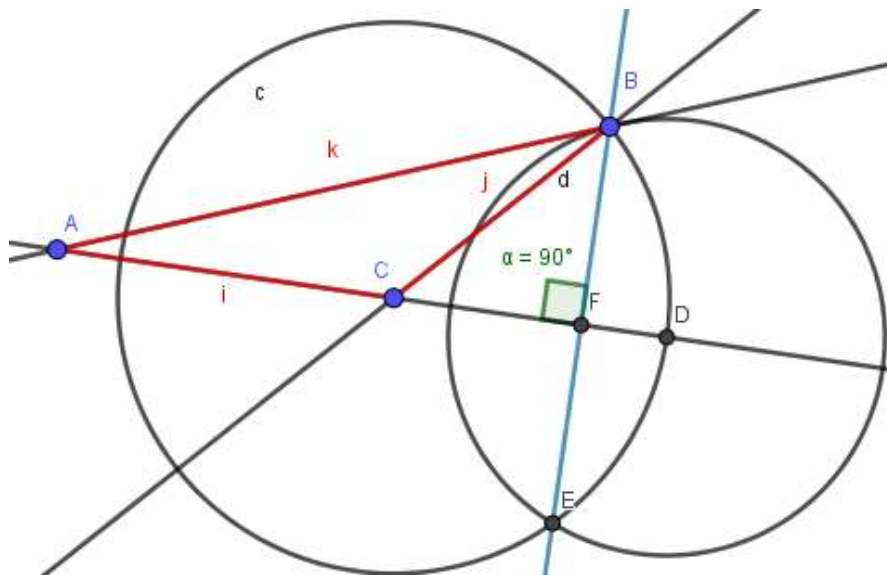


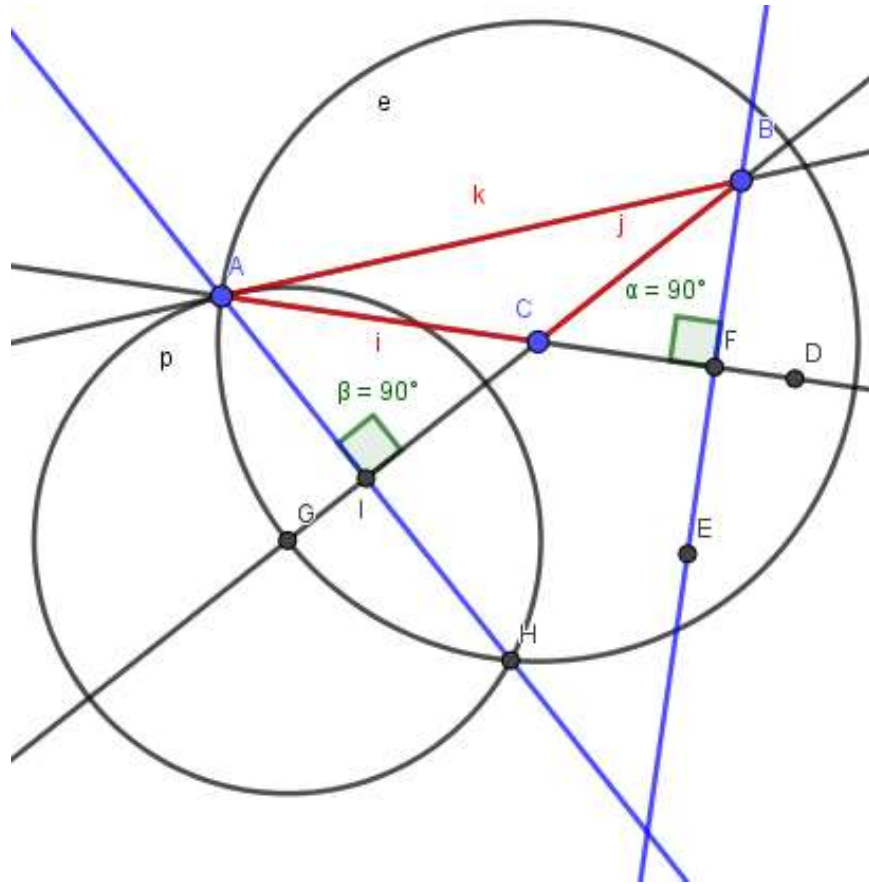


Las tres rectas son mediatrices de los lados del triángulo dado, las cuales se intersecan en el **circucentro** L.

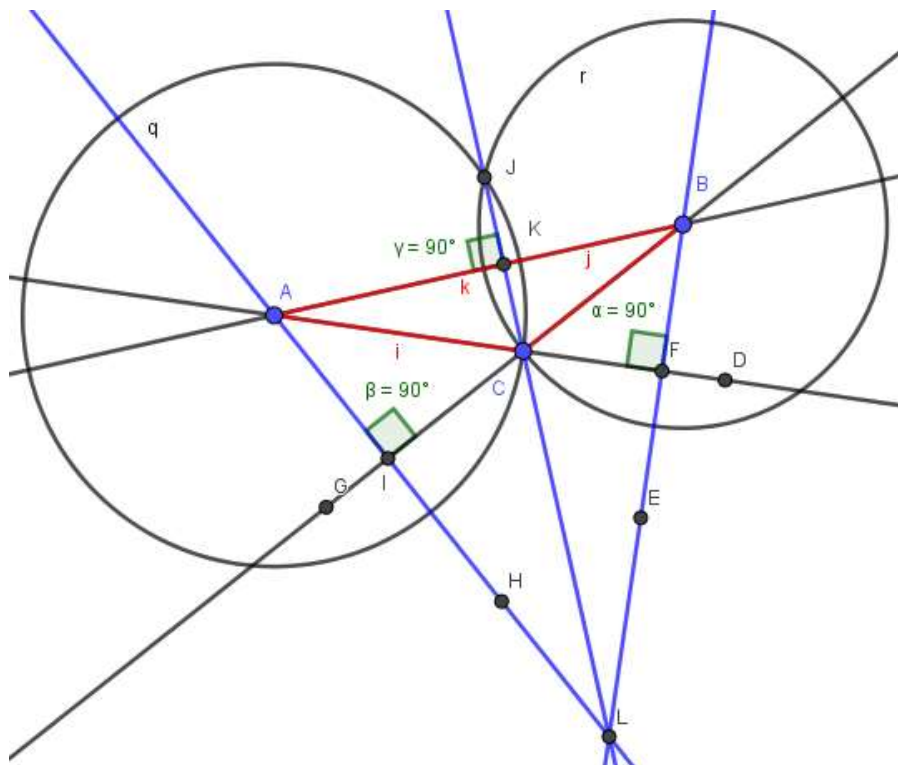


**Ortocentro**, es cuando las tres alturas de un triángulo se intersecan, queda en el vértice del ángulo recto si es rectángulo, se encuentra fuera si es obtusángulo y queda dentro si es acutángulo.

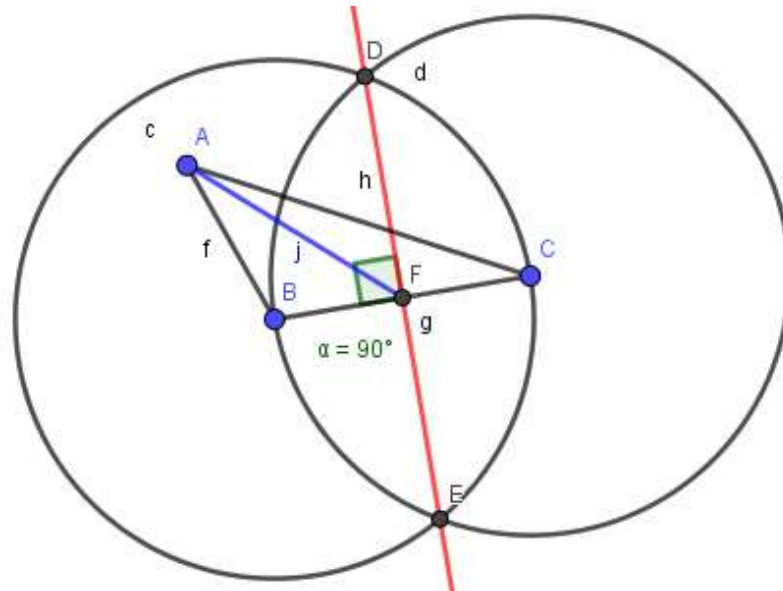




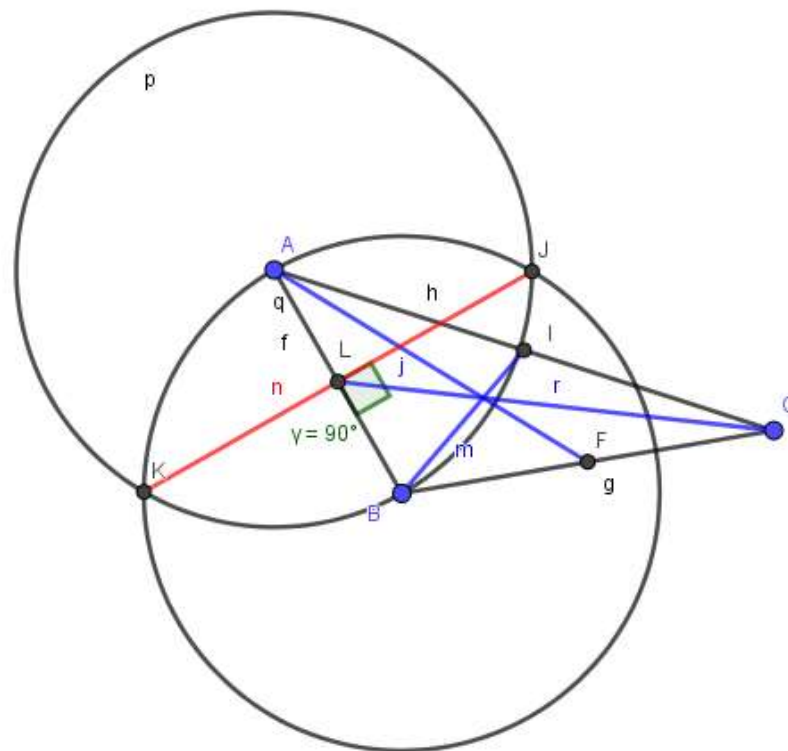
El punto L es el **ortocentro**.



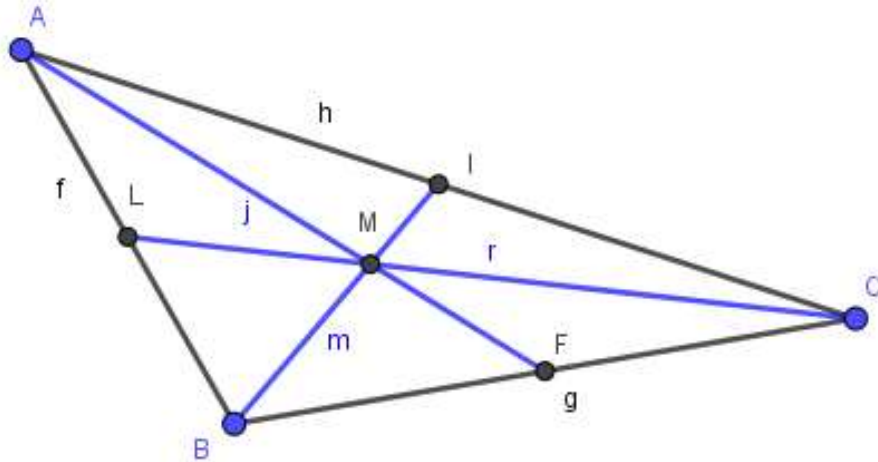
El **baricentro** es el punto en el que se intersecan las medianas, las cuales son del vértice al punto medio del lado opuesto al mismo.



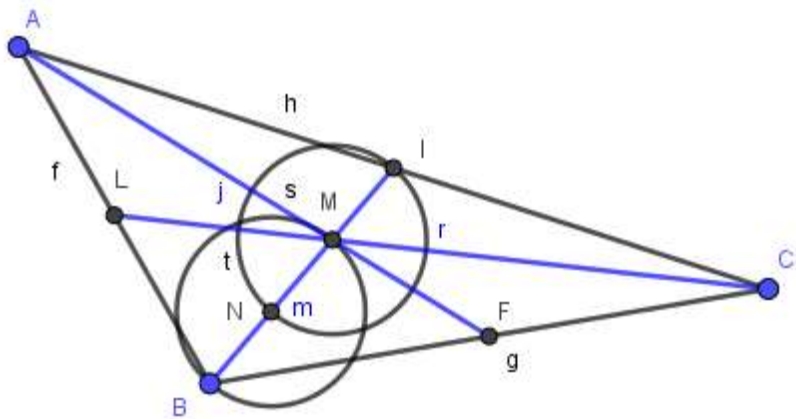
Esto se repite en los tres vértices



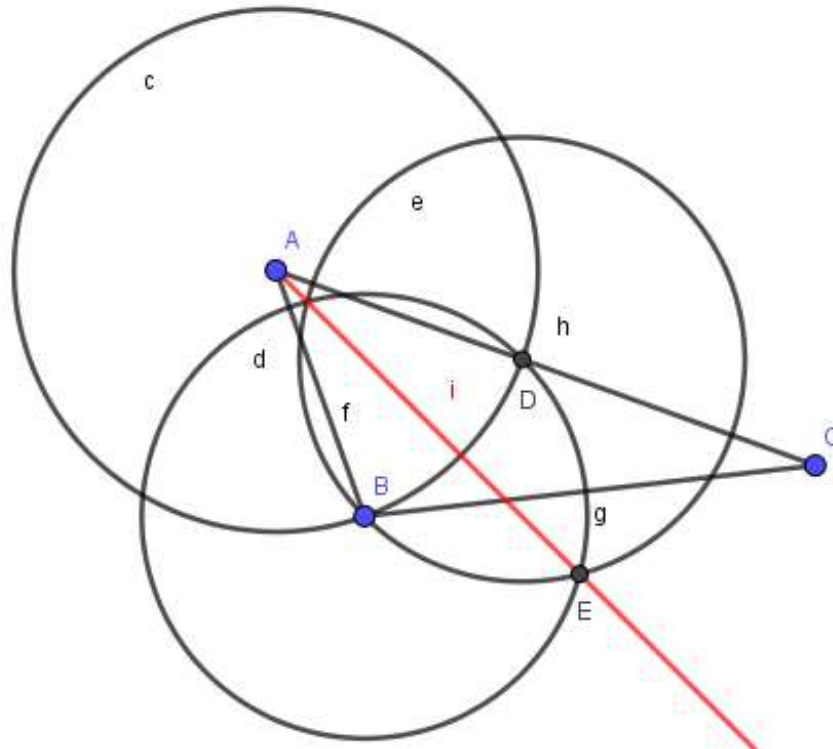
El punto M donde se intersecan las medianas se llama **baricentro**, la característica es que la distancia del baricentro a cualquiera de los vértices es dos tercios de la longitud de la mediana.

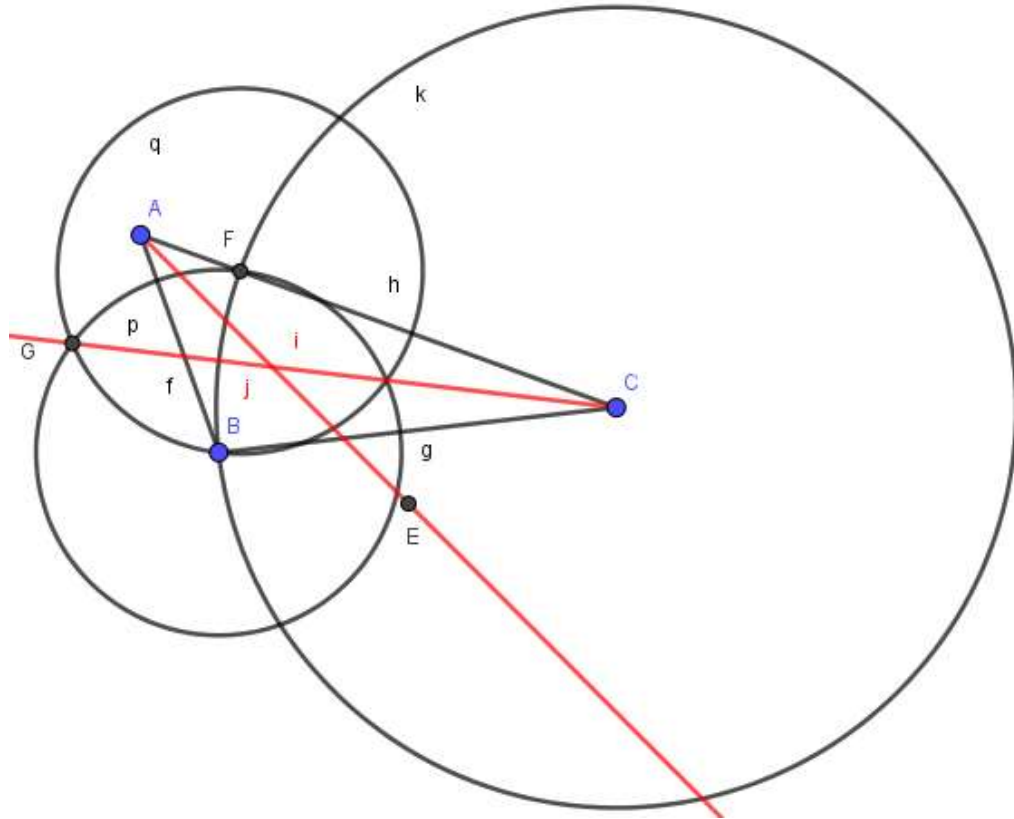


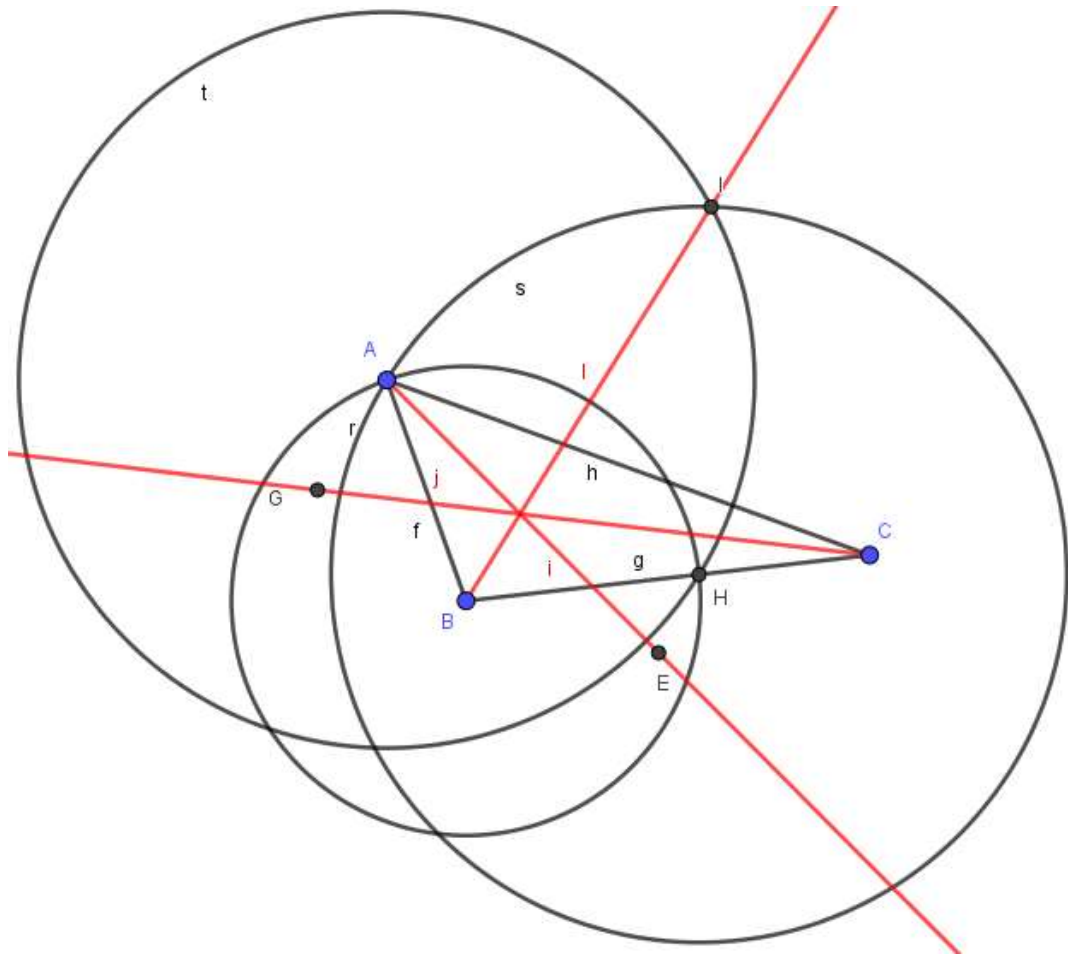
Prueba sobre la distancia con compás.



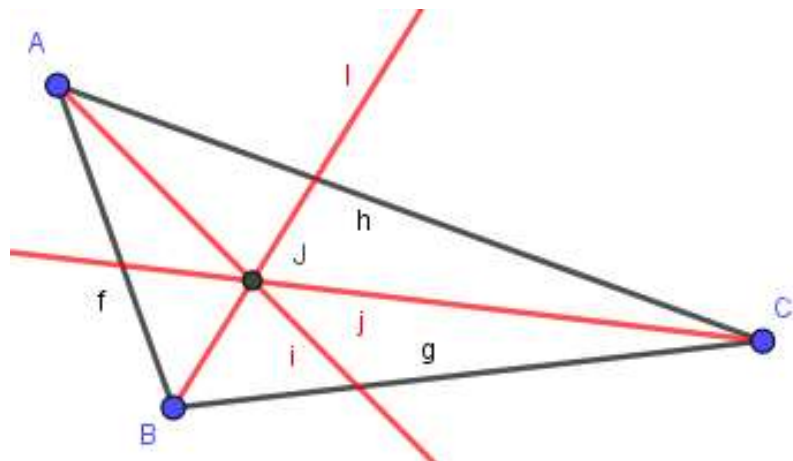
**Incentro** de un triángulo dado, se le llama así a la intersección de las bisectrices de sus ángulos, es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.



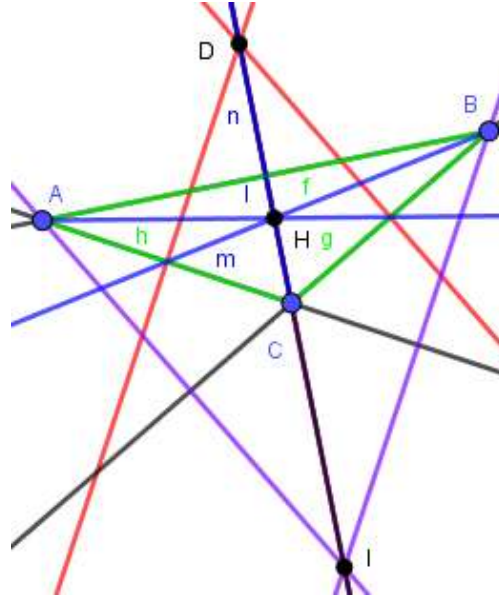




El punto  $J$  es el **incentro**



**Recta de Euler**, en todo triángulo no equilátero el circuncentro, el baricentro y el ortocentro, están en ella. En el triángulo ABC el punto D es el circuncentro, el punto H es el baricentro y el punto I es el ortocentro.

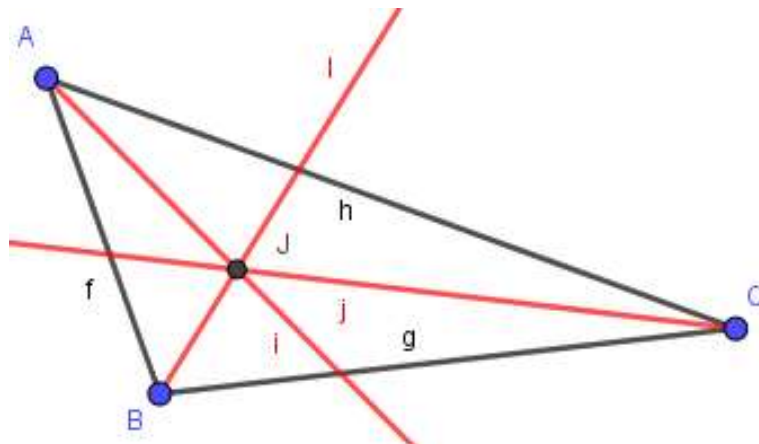


En el caso del triángulo isósceles también se localiza el incentro sobre la recta de Euler y en el equilátero los cuatro puntos coinciden en uno solo.

## APLICACIONES

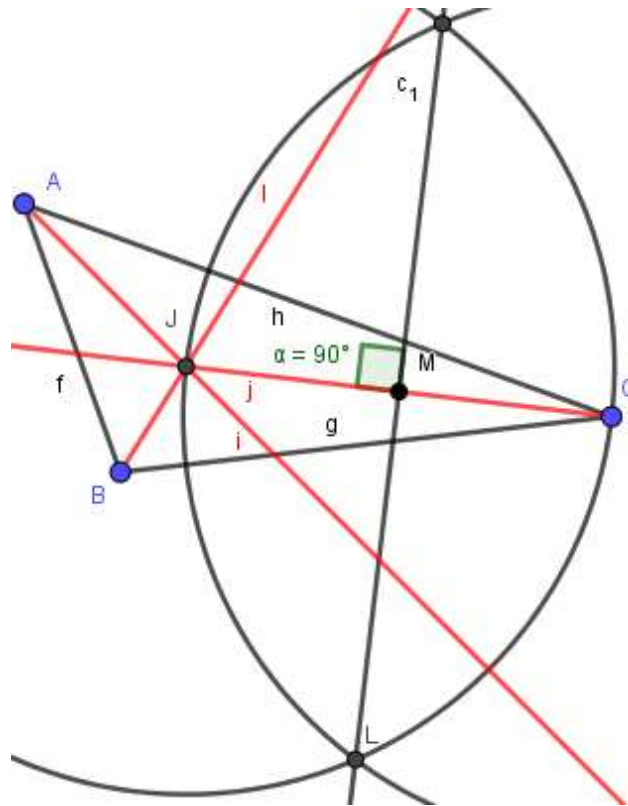
Círculo inscrito en un triángulo

Se halla el incentro del triángulo dado

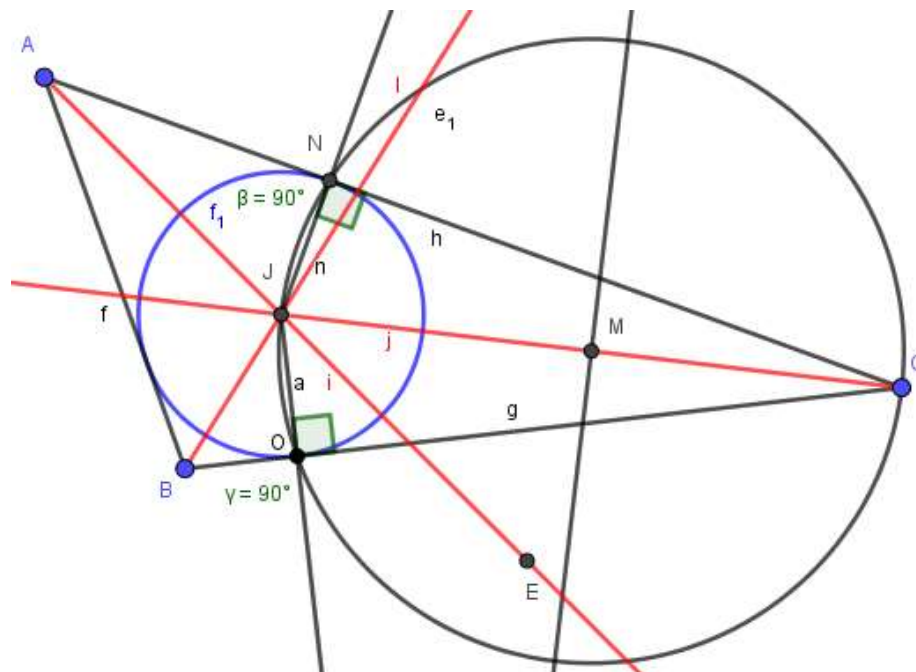


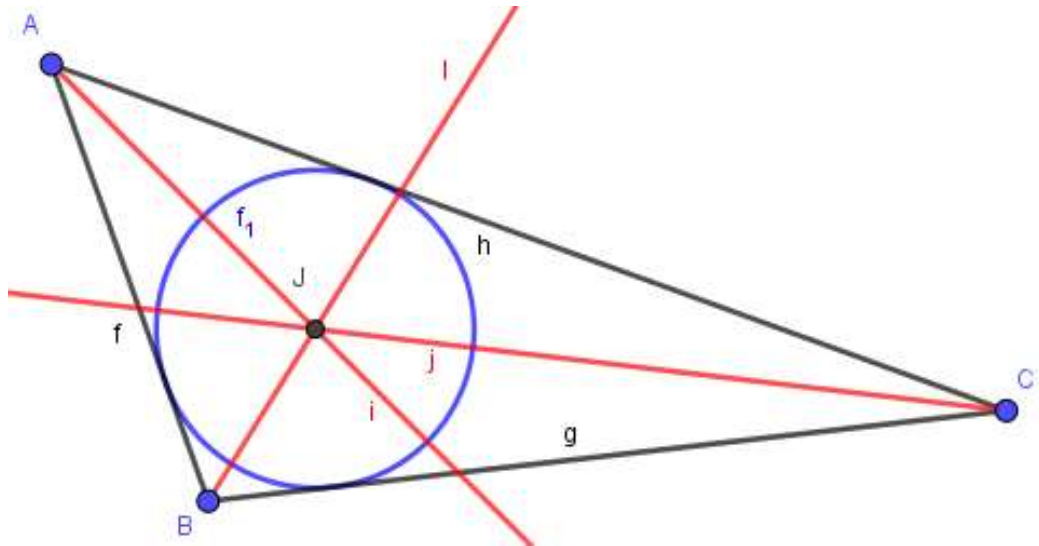


Se traza la mediatriz del incentro a un vértice.

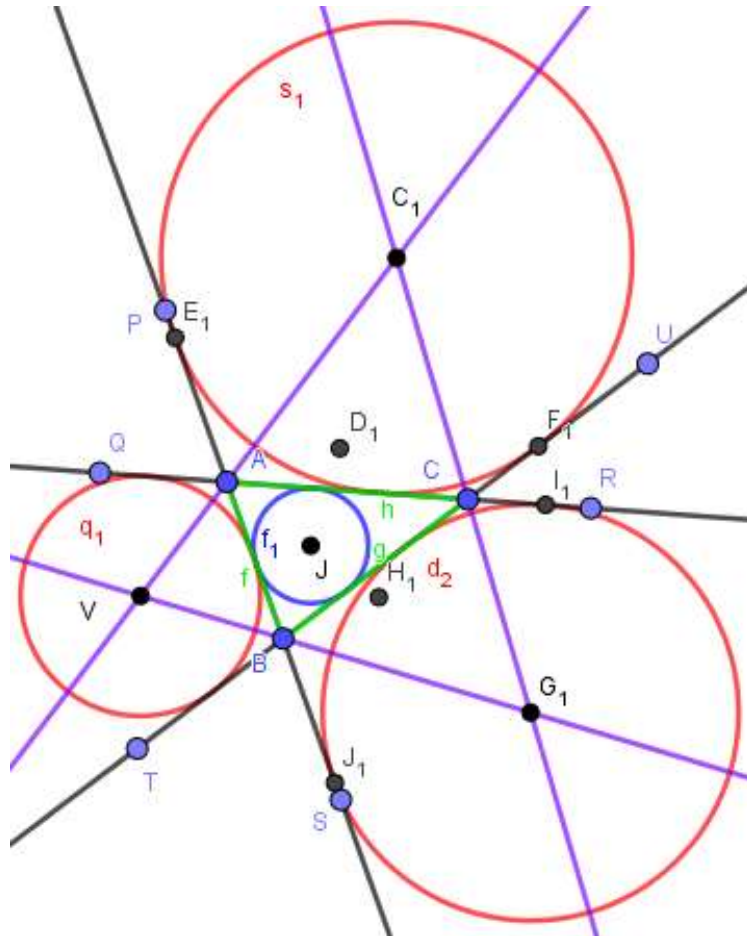


Técnica aplicada a dos rectas tangentes



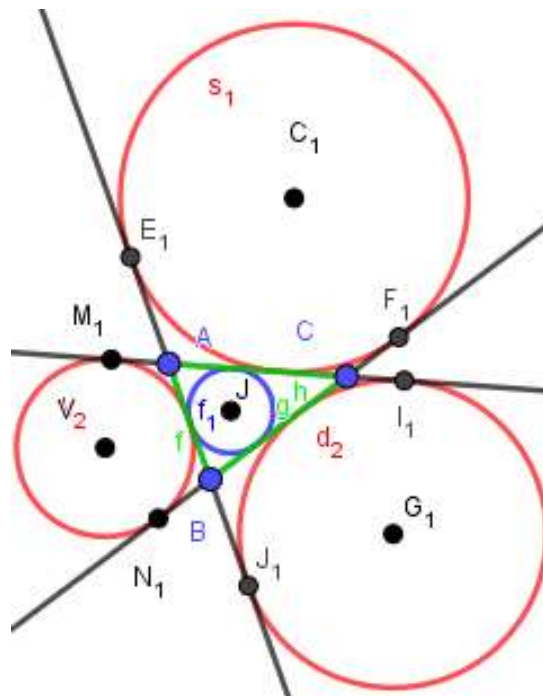
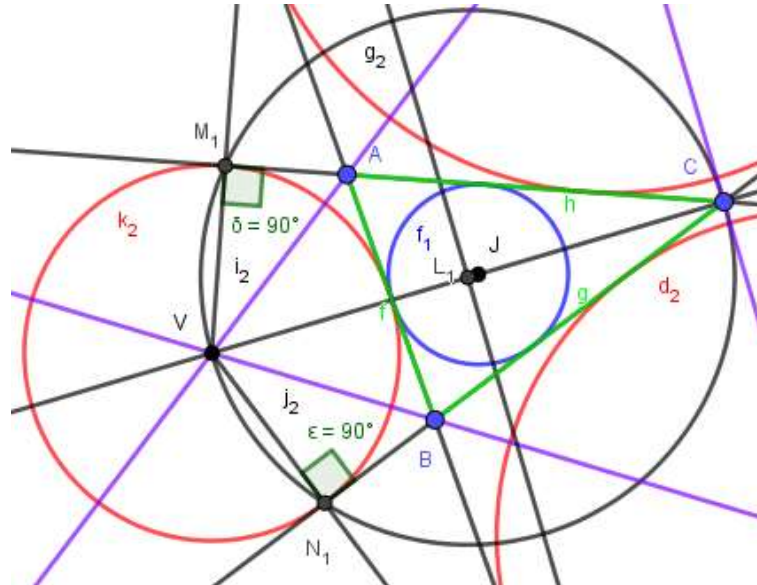


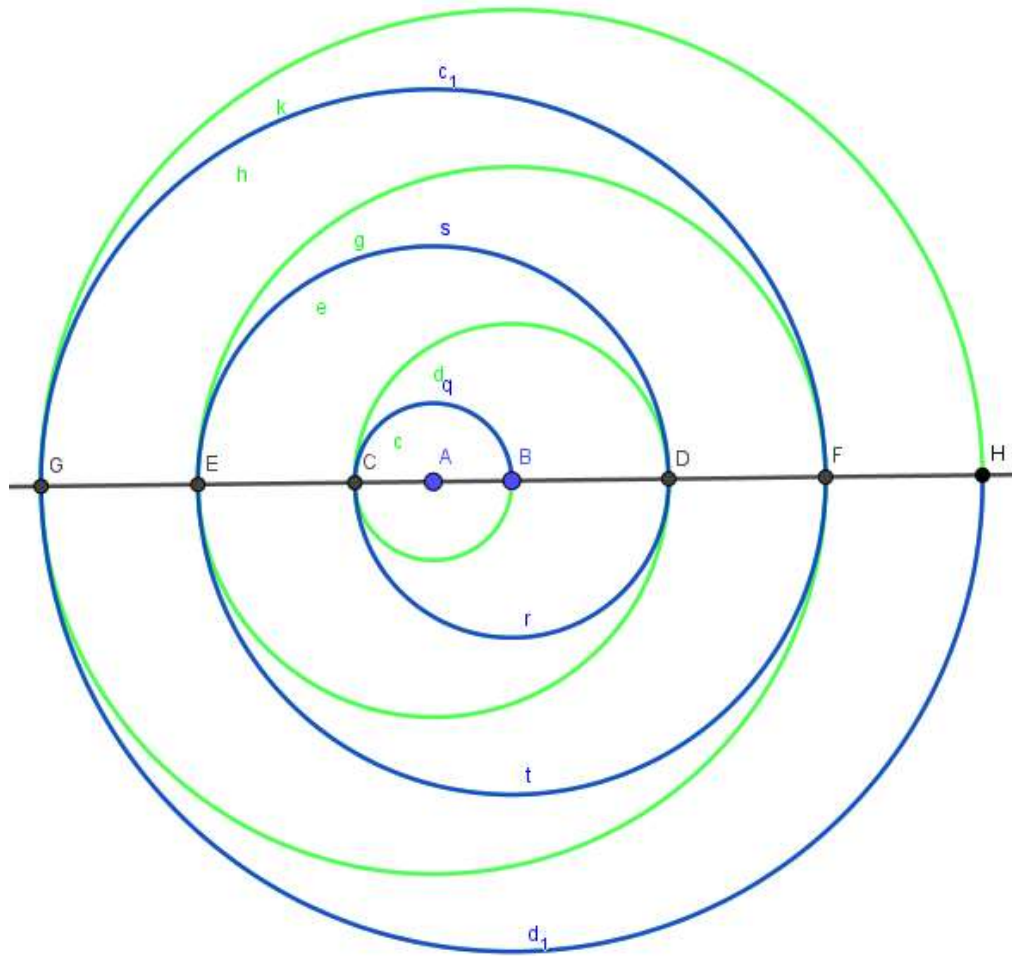
**Circunferencias exinscritas**, las líneas de color morado son bisectrices de los ángulos exteriores las cuales se intersecan en el centro del círculo tangente, los círculos rojos son tangentes a los lados extendidos del triángulo y al mismo lado del triángulo.

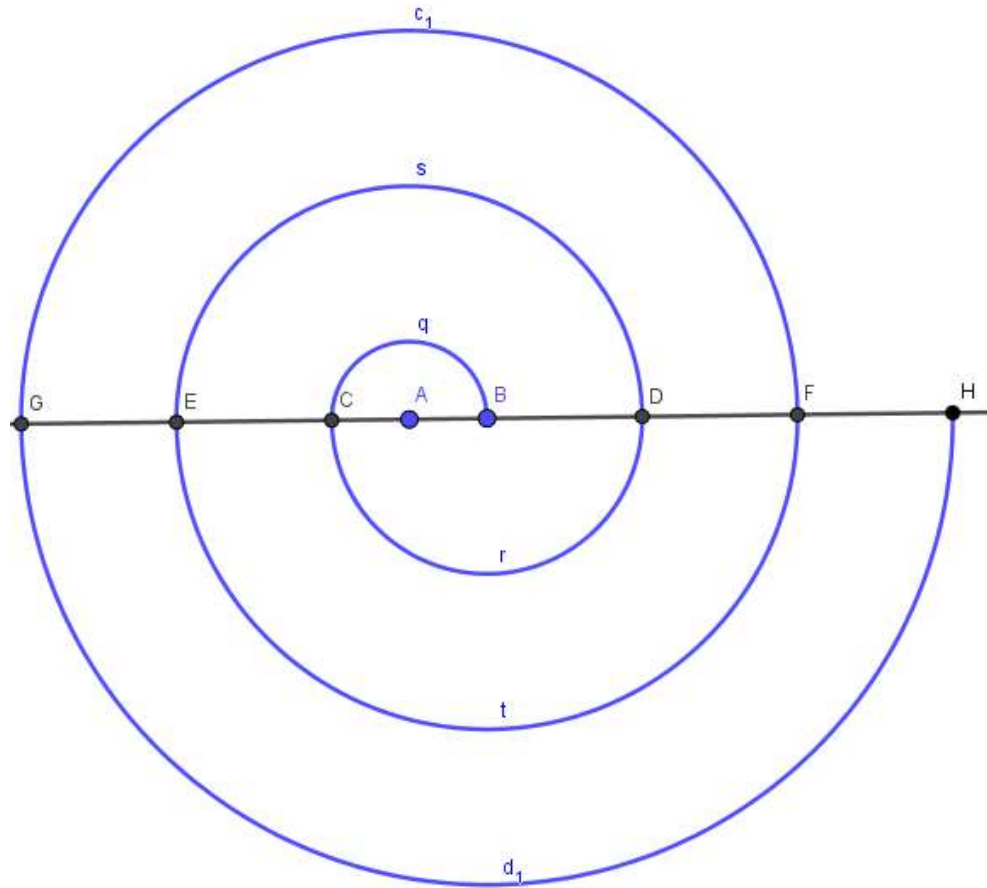


**Nota:** las bisectrices de los ángulos interiores del triángulo se intersecan con las bisectrices de los ángulos exteriores, siendo este el centro de la circunferencia tangente a los lados extendidos y al mismo del triángulo.

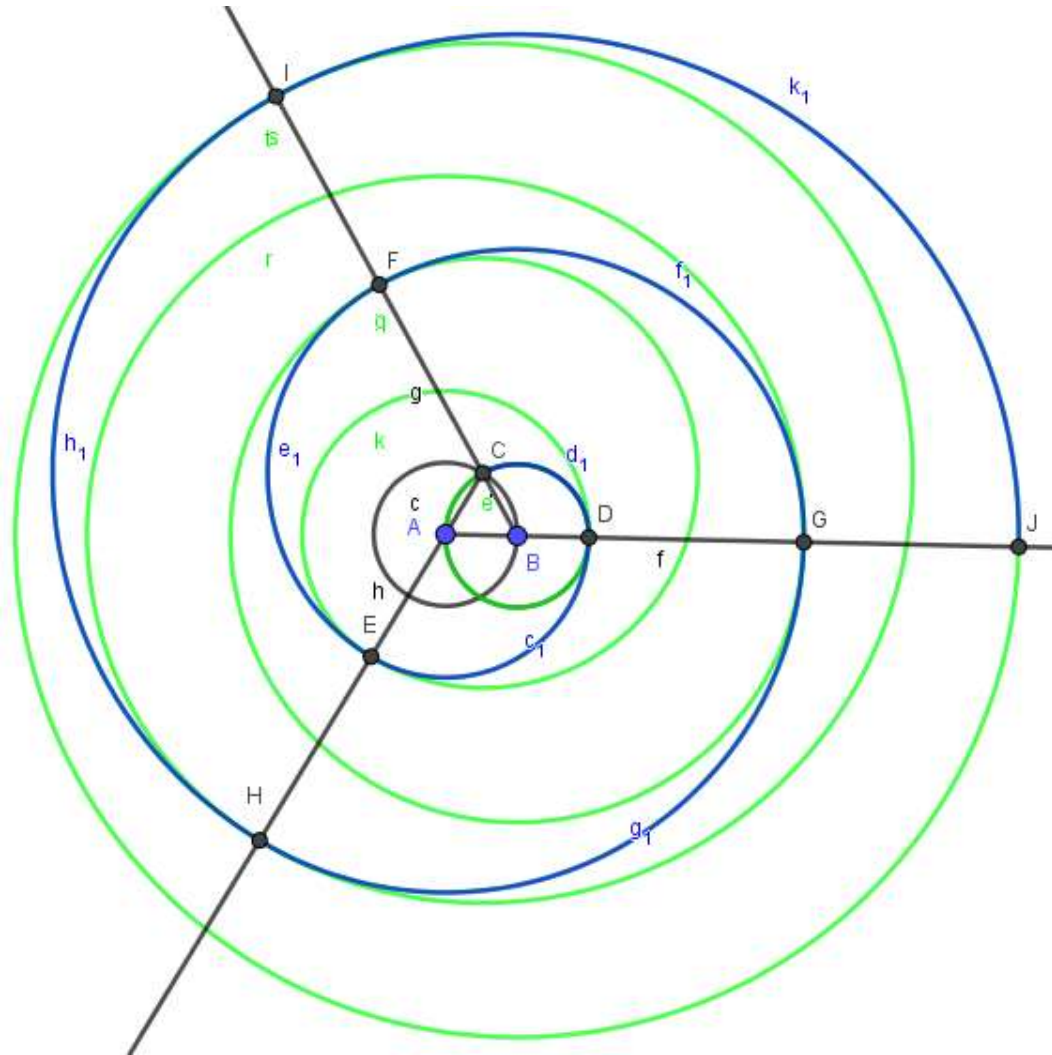
Para encontrar los puntos de tangencia se aplica la técnica de rectas paralelas partiendo de uno de los vértices del triángulo y de la intersección de las bisectrices de los ángulos opuesta al vértice.

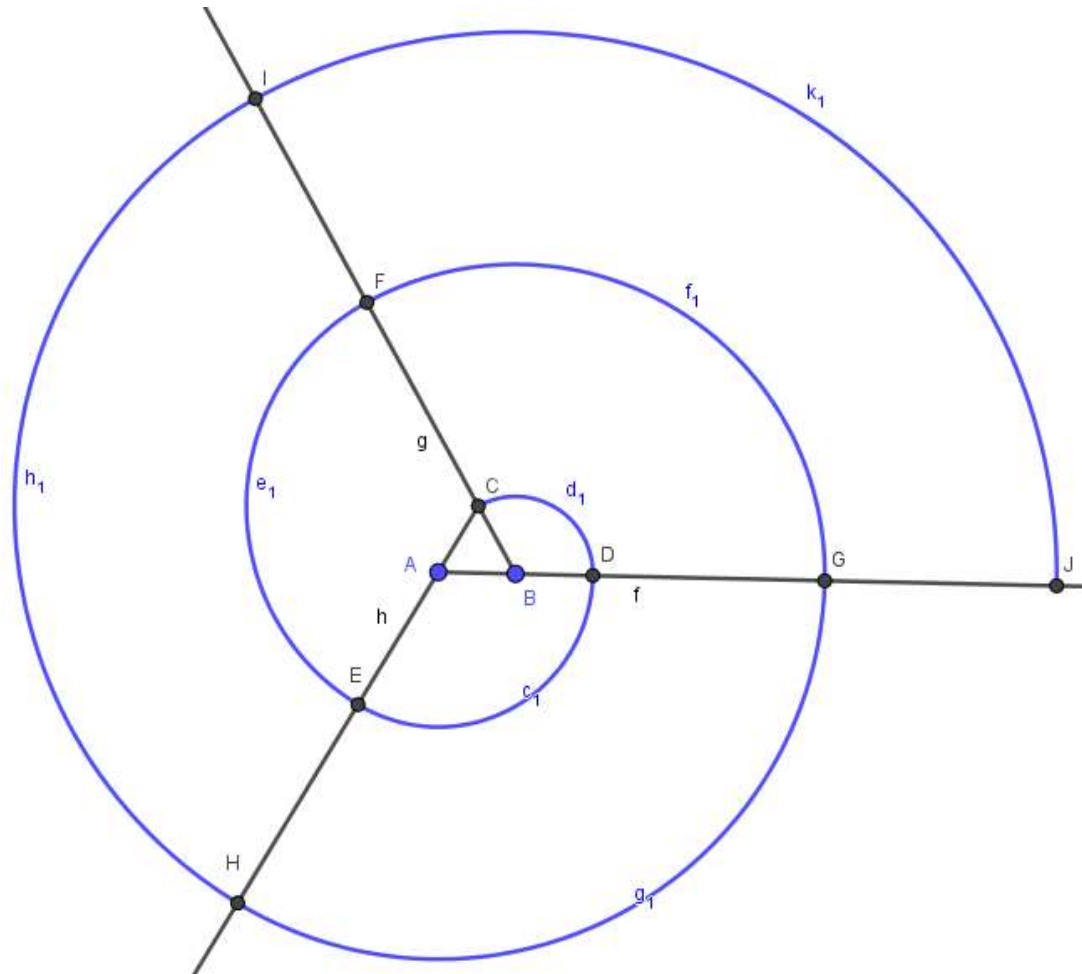


**Espiral de base media circunferencia.**



### Espiral con base triángulo equilátero.



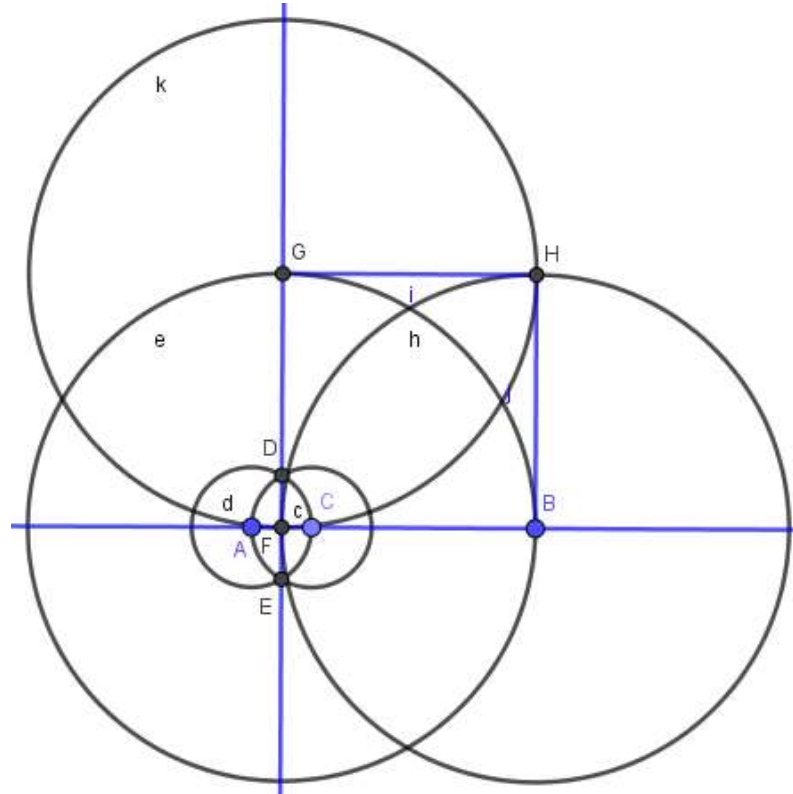


Nota: se pueden seguir construyendo espirales con un polígono regular de base en el centro.

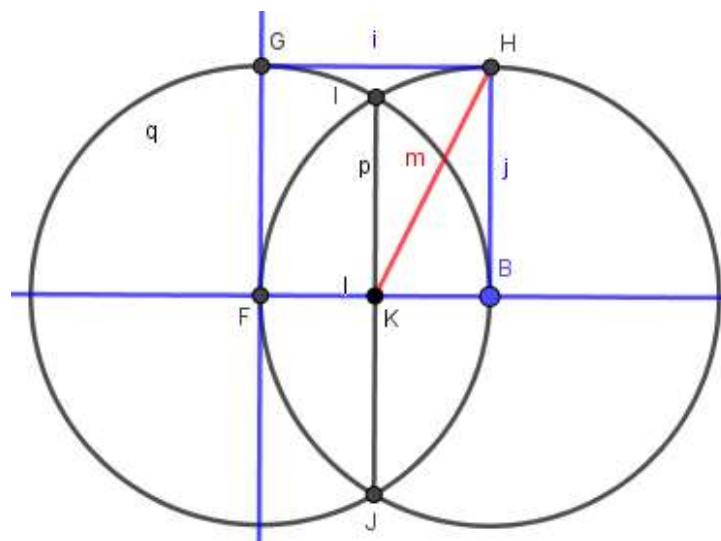


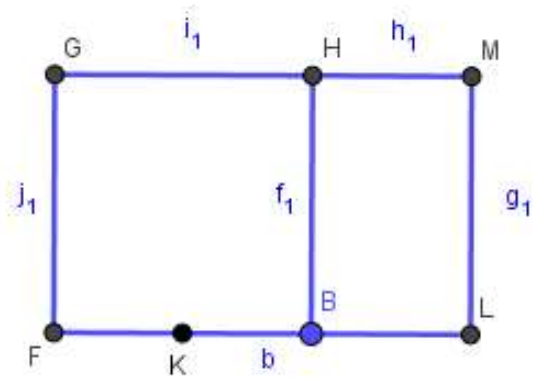
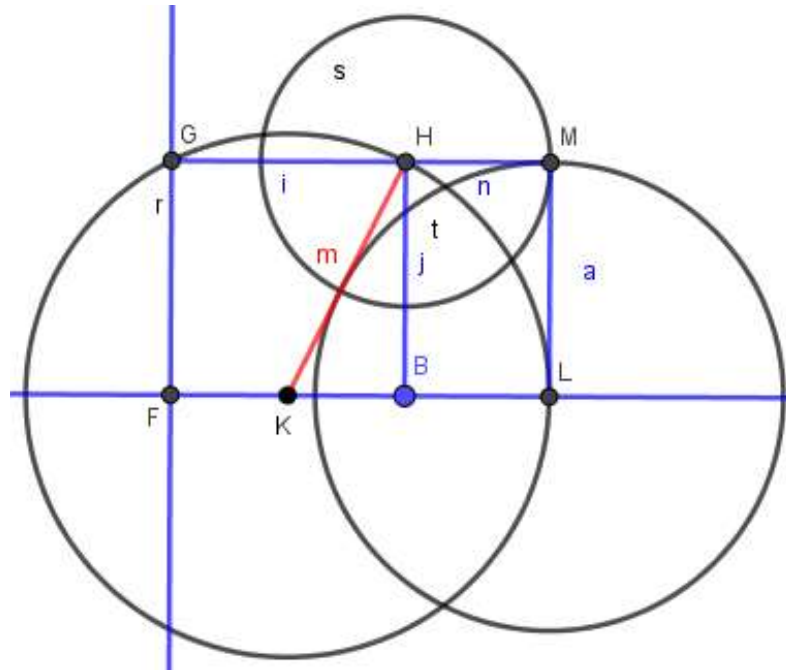
## Rectángulo áureo

Construir cuadrado.

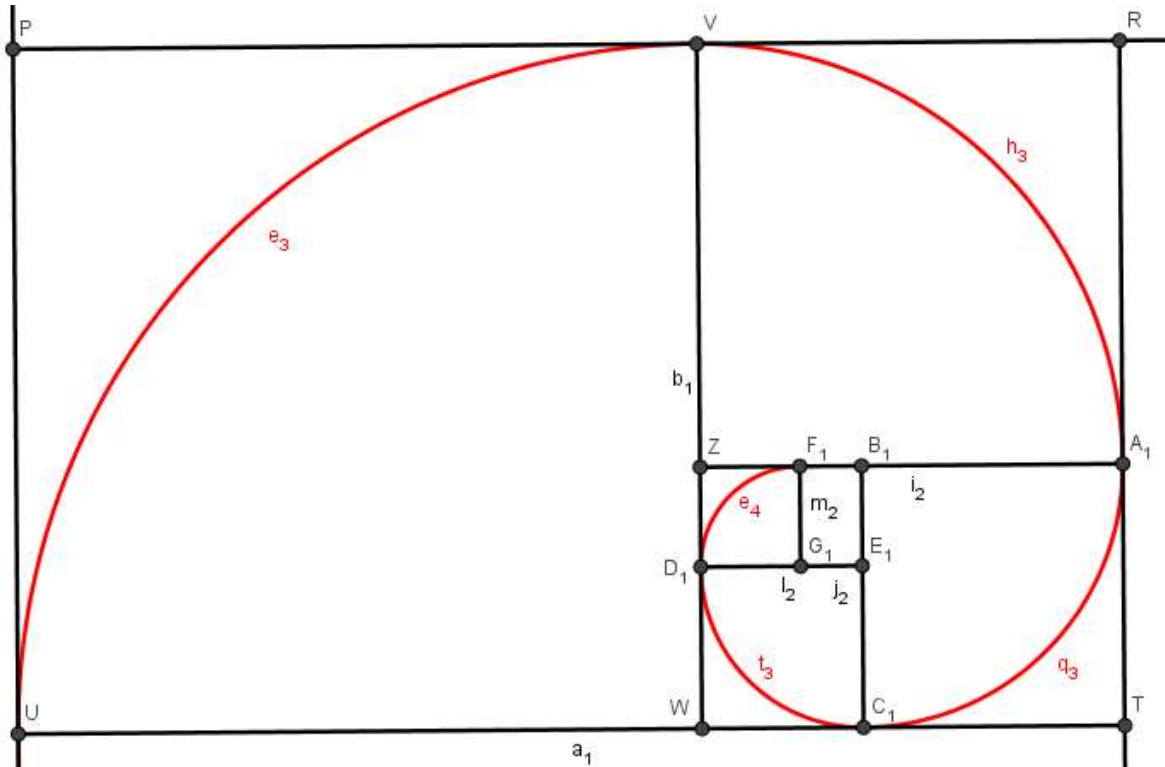


La mediatriz de la base del cuadrado





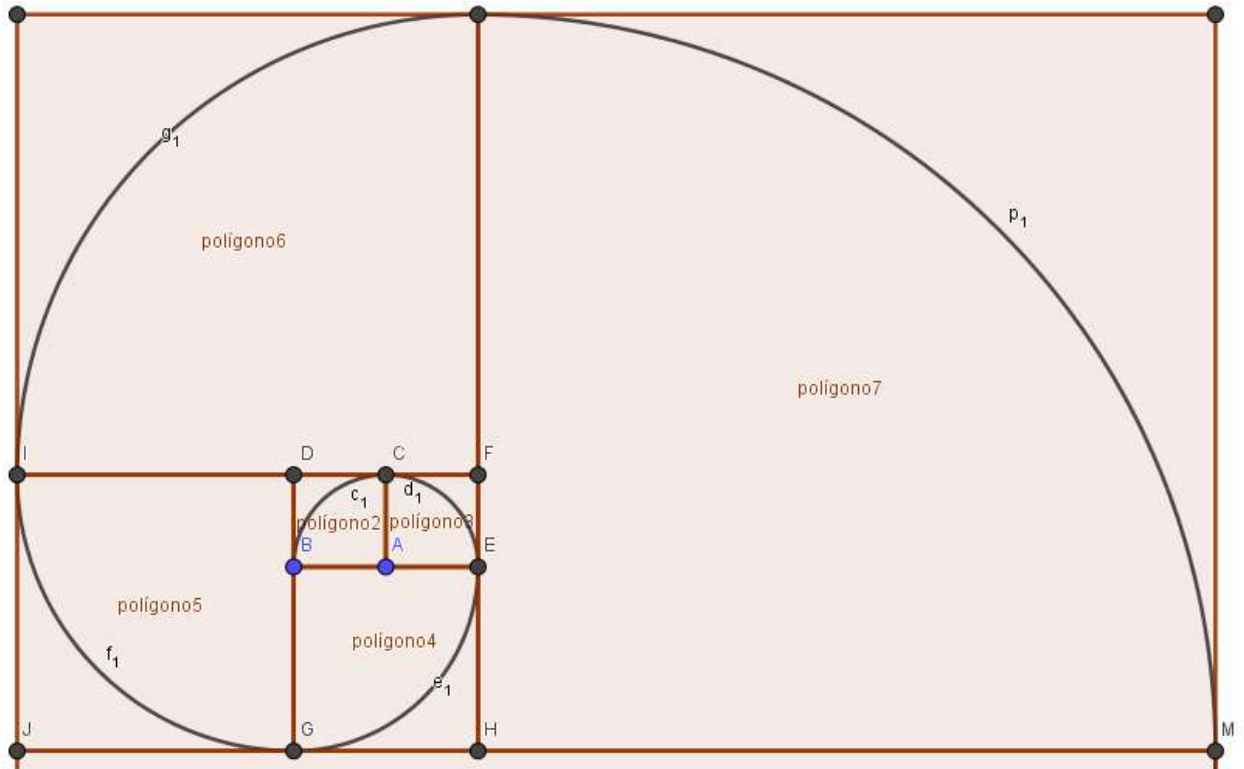
**Espiral áurea**, es infinita hacia adentro, se construye con cuartas partes de circunferencia, en el cuadrado que queda al construir otro rectángulo áureo copiando el ancho de éste.



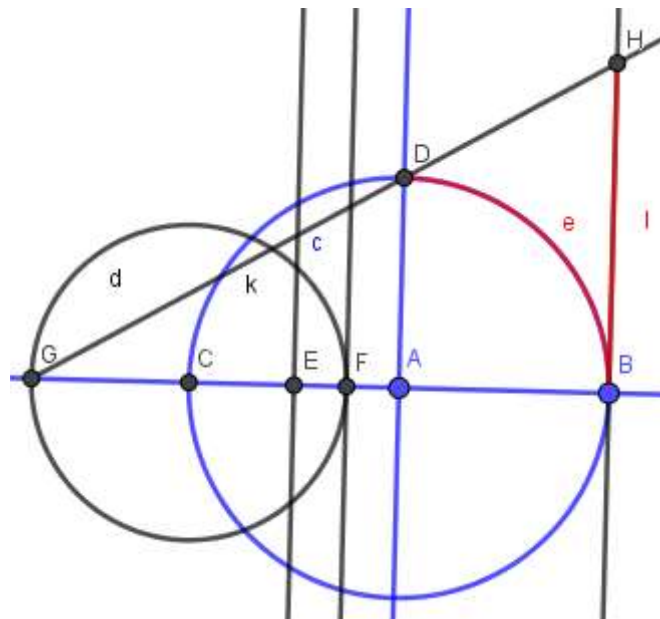
**Espiral de Fibonacci**, es infinita hacia afuera.

Se construyen cuadrados partiendo de la secuencia 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... y se suma el lado del cuadrado actual con el anterior para el siguiente respetando siempre la secuencia de la espiral, a excepción de los dos primeros cuadrados que son de una unidad ambos.

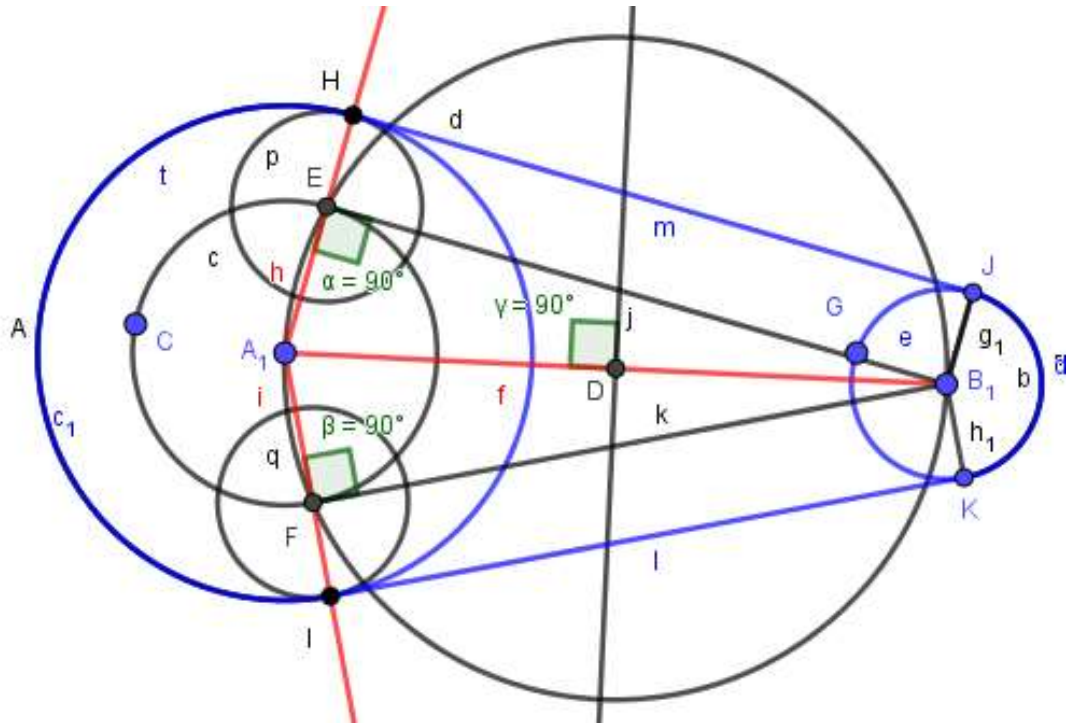
Mientras más aumenta la sucesión de Fibonacci, el cociente del número más grande entre el que le antecede se aproxima al número áureo.



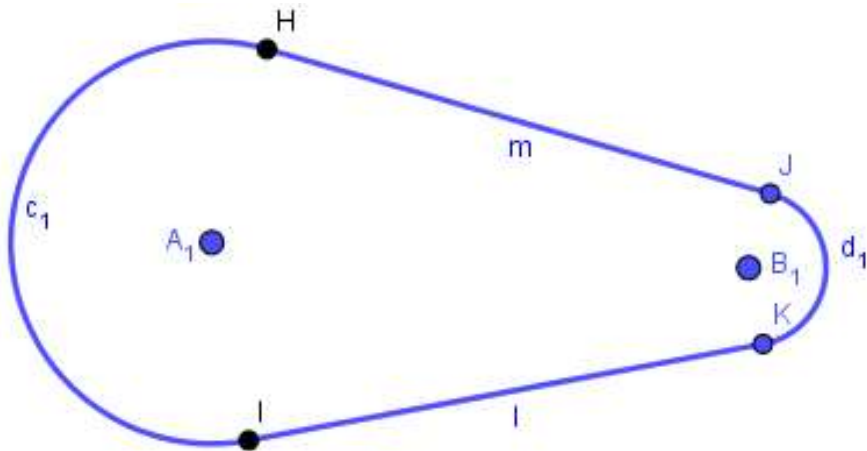
**Rectificación del arco**, es una buena aproximación con error de centésimas.



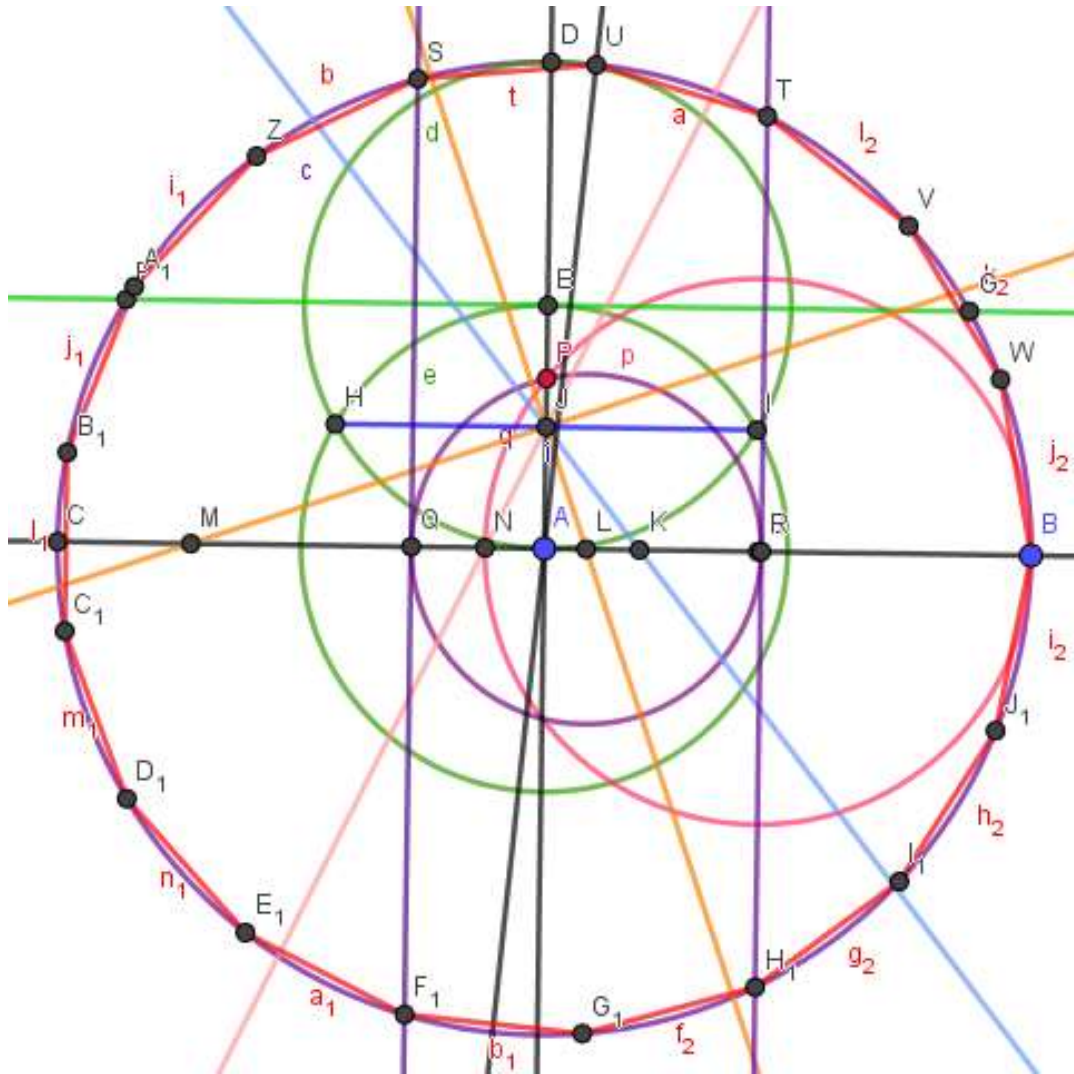
### Longitud de cadena de bicicleta



**Cadena de bicicleta** se pueden usar los conocimientos de álgebra y trigonometría para encontrar una ecuación que, de la medida de la longitud en función de la distancia de los ejes y los radios de los arcos, es esta la razón del porqué la importancia de la geometría.



**Heptadecágono**, como curiosidad, es el polígono de 17 lados.



## APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA EN LA FÍSICA

### Para construir un solenoide o bobina

Datos:

Voltaje en donde se conectará C.A. ( $V_{rms}$ )

Resistencia del solenoide ( $R_S$ )

Resistencia del alambre según el fabricante ( $R_A$ )

Longitud del alambre ( $L_A$ )

Área de la sección del alambre ( $A_{S.A.}$ )

Diámetro del alambre esmaltado ( $p$ )

Espesor del esmalte que posee el alambre ( $q$ )

Volumen del solenoide ( $V_S$ )

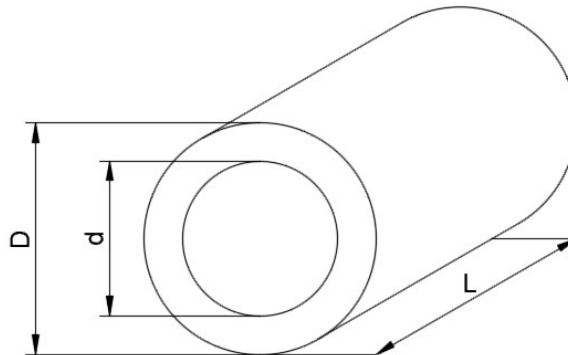
El espesor del esmalte depende de la sustancia que se utilice para éste, siendo aproximadamente de entre  $6\mu m$  y  $12\mu m$ .

$$V_{rms} = I_{rms} R \quad I_{rms} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_0 \quad V_{rms} = \frac{\sqrt{2}}{2} V_0$$

$$\left( L_A = \frac{R_S}{R_A} \right) \quad A_{S.A.} = \frac{\pi}{4} (p + 2q)^2 \quad [V_S = L_A (A_{S.A.})]$$

Esta idea se puede utilizar para un solenoide o bobina que posea cualquier forma pudiendo utilizar cálculo integral para su volumen.

### SOLENOIDE DE SECCIÓN CIRCULAR



$$V_s = V_1 - V_2$$

$$\left( V_1 = \frac{\pi}{4} D^2 L \right) \wedge \left( V_2 = \frac{\pi}{4} d^2 L \right) \rightarrow \left( V_s = \frac{\pi}{4} D^2 L - \frac{\pi}{4} d^2 L \right)$$

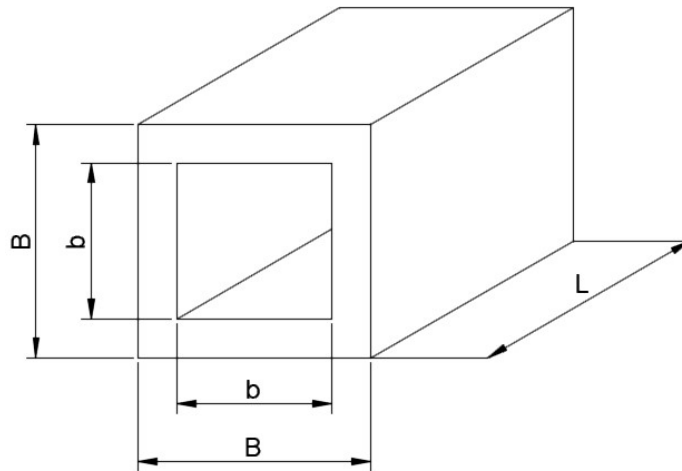
$$V_s = \frac{\pi}{4} L (D^2 - d^2)$$

Despejando ( $D$ )

Esto es para razones prácticas al momento de construir el solenoide.

$$D = \sqrt{\frac{4V_s}{\pi L} + d^2}$$

### SOLENOIDE DE SECCIÓN CUADRADA



$$V_s = V_1 - V_2$$

$$\left( V_1 = B^2 L \right) \wedge \left( V_2 = b^2 L \right) \rightarrow \left( V_s = B^2 L - b^2 L \right)$$

$$V_s = L (B^2 - b^2)$$



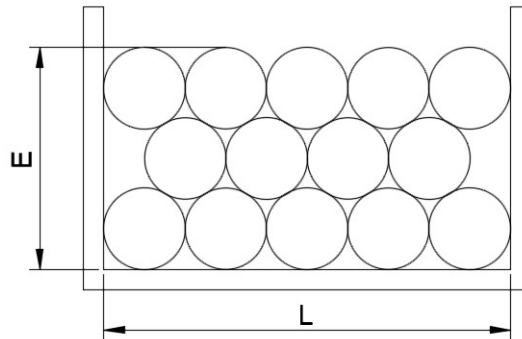
Despejando ( $B$ )

Esto es para razones prácticas al momento de construir el solenoide.

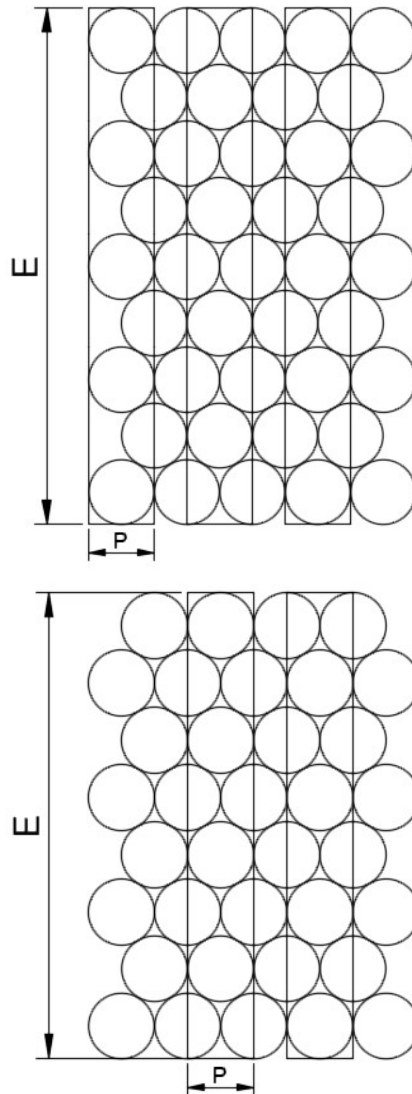
$$B = \sqrt{\frac{V_s}{L} + b^2}$$

Teniendo el diámetro externo ya nos podemos dar a la tarea de calcular el número de espiras que se necesitan para darle ese espesor al solenoide, de la siguiente forma:

De esta forma quedan en realidad las espiras de un solenoide:



Esta es la idea fundamental para poder calcular la cantidad de espiras, las cuales le darán forma a un solenoide, tomando en cuenta los espacios que quedan entre ellas y así formar rectángulos. (Lo elegante de esto es que por cada espira hay cuatro áreas que parecieran ser un triángulo que no es, al calcular estos espacios correspondientes a cada espira dentro de un rectángulo y dividirlos entre dos, es sorprendente ya que si le adicionamos uno siempre nos da la cantidad de filas que posee una bobina o solenoide).



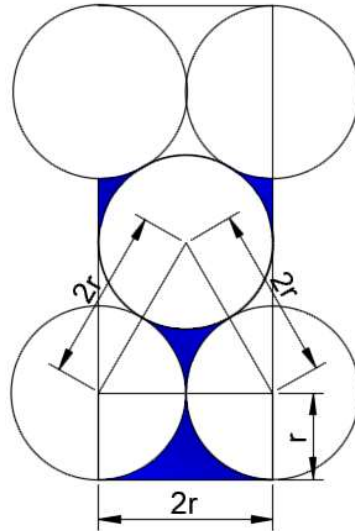
EL número de filas está dado por la siguiente ecuación observando el dibujo anterior, donde  $S$  es la distancia que se introduce un círculo entre los dos de la siguiente fila:

$$\frac{E-P}{P-S} + 1 = F$$

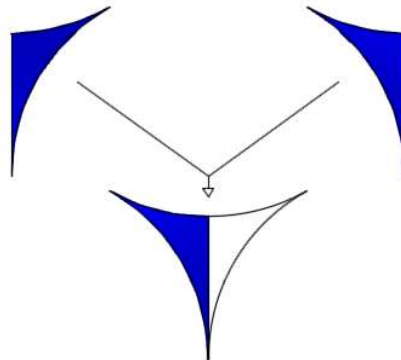
Este es el espesor:  $E = \frac{1}{2}(D-d)$

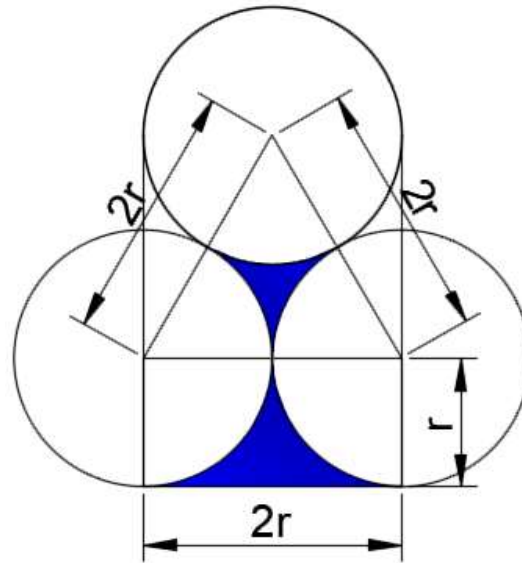
Sustituyendo el espesor:  $\frac{\left[\frac{1}{2}(D-d)\right] - P}{P-S} + 1 = F$        $\frac{D-d-2S}{2(p-S)} = F$

El área sombreada es la que hay que calcular

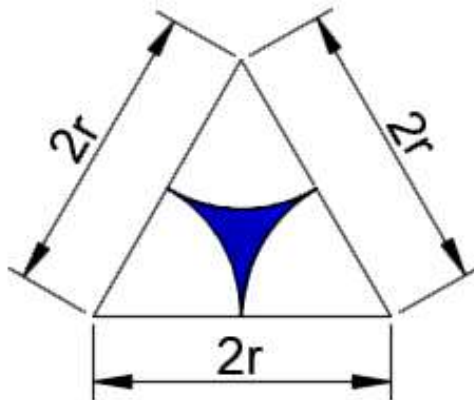


De las partes sobrantes en los extremos podemos unir las y formar una entera que es la que queda dentro del triángulo equilátero, de la siguiente manera:





Para facilitar el cálculo nos imaginamos solo el triángulo para calcular el área de color azul dentro del triángulo llamándola área sombreada uno  $A_{S1}$ .



Área sombreada de color azul es igual a:  $A_{S1} = A_T - A_{SCT}$

$$\text{Área de un círculo: } A_C = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} p^2$$

Sabiendo que es un triángulo equilátero sabemos que sus tres ángulos internos son congruentes eso quiere decir que cada ángulo mide 60 grados y en un triángulo hay 3 de 6 que tiene el círculo.

$$A_{SCT} = 3 \left( \frac{\frac{\pi}{4} p^2}{6} \right) = \frac{\pi}{8} p^2$$

El área del triángulo sabemos que está dada por una ecuación muy conocida:

$$A_T = \frac{1}{2}bh$$

Usando el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{4r^2 - r^2} = \sqrt{r^2(4-1)} = \sqrt{r^2 3} = r\sqrt{3}$$

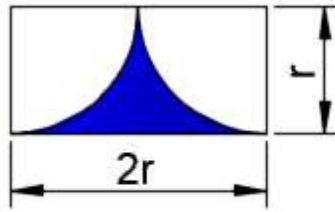
$$b = 2r$$

$$A_T = \frac{1}{2}(2r)(r\sqrt{3}) = \sqrt{3}r^2 \quad \text{Si} \quad 2r = p \quad \text{entonces} \quad A_T = \sqrt{3} \left( \frac{p}{2} \right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} p^2$$

El área sombreada  $A_{S1}$  es:

$$A_{S1} = \frac{\sqrt{3}}{4} p^2 - \frac{\pi}{8} p^2 = \frac{p^2}{4} \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) \quad A_{S1} = \frac{p^2}{8} (2\sqrt{3} - \pi)$$

Esta es el área de los extremos por cada rectángulo formado la llamaremos  $A_{S2}$  que es igual a:



$$A_{S2} = A_R - A_{SCR}$$

El área del rectángulo es:  $A_R = (2r)(r) = 2r^2 = 2\left(\frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{2}$

Sabiendo que son dos cuartas partes de un círculo, la expresión siguiente nos da un área de:

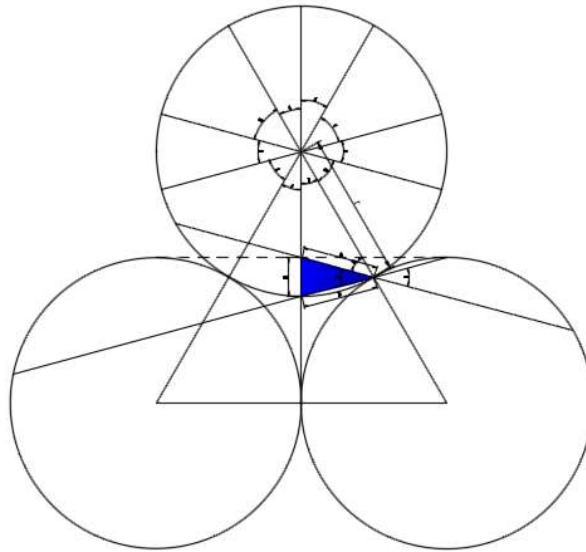
$$A_{SCR} = 2 \left( \frac{\frac{\pi}{4} p^2}{4} \right) = \frac{\pi}{8} p^2$$

El área sombreada  $A_{S2}$  es:

$$A_{S2} = \frac{p^2}{2} - \frac{\pi}{8} p^2 = \frac{p^2}{2} \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) \quad A_{S2} = \frac{p^2}{8} (4 - \pi)$$

Si observamos detenidamente, en las figuras donde quedan acomodados los alambres nos damos cuenta de que hay una parte de los alambres que entra entre otros dos alambres, a esa distancia que entra entre los dos alambres le llamaremos  $S$ .

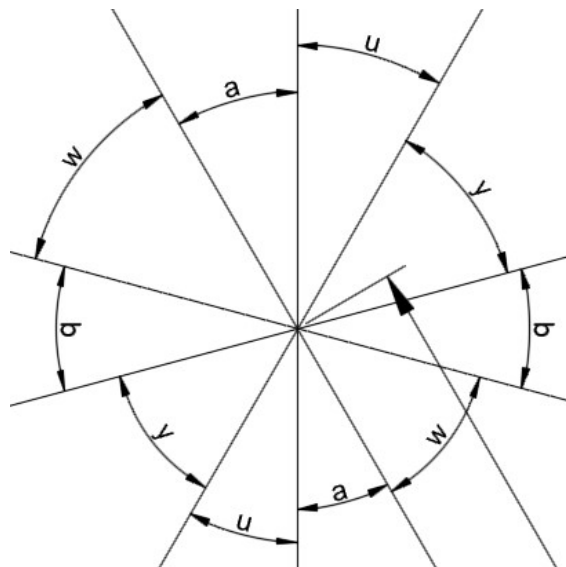
Estas gráficas nos ayudan a calcular el valor de  $S$



Haciendo un

zoom en la parte

alta nos queda esta imagen:



Usaremos un poco de geometría para saber que el ángulo “a” es congruente al ángulo “b”.

Trazando rectas paralelas a las rectas que forman el triángulo donde se encuentra  $S$ , las cuales contienen al circuncentro, incluidas las que forman el triángulo equilátero el cual tiene vértice en el circuncentro.

Acá tenemos la relación de ángulos

$$\text{Ec. 1: } b = 180^\circ - w - a - u - y$$

$$\text{Ec. 2: } a = 180^\circ - u - y - b - w$$

Podemos despejar a o b de cualquiera de las dos ecuaciones y así comprobar si son iguales:

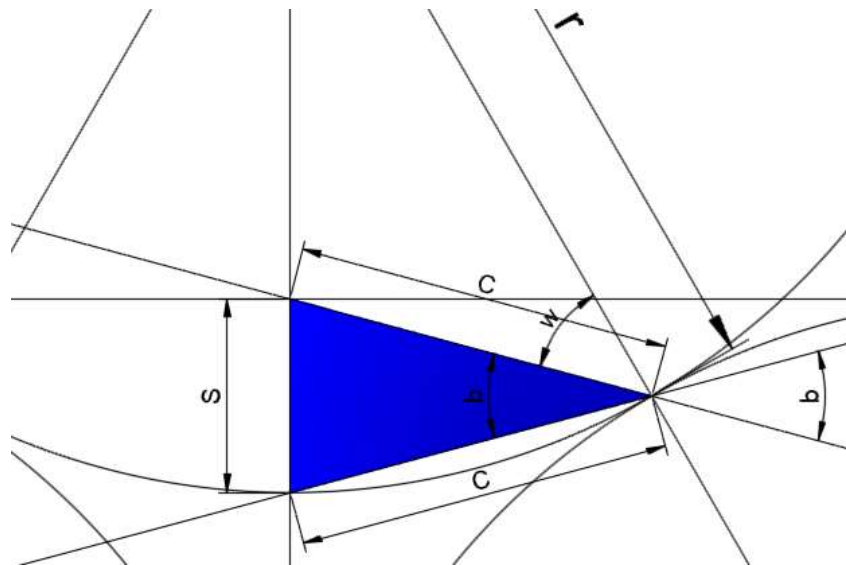
$$\text{Despejando b de Ec. 2: } b = 180^\circ - u - y - a - w = 180^\circ - w - a - u - y$$

$$\text{Por lo tanto: } a = b$$

Sabiendo que es el vértice de un triángulo equilátero el cual su vértice está en el circuncentro y está siendo dividido en dos partes iguales eso quiere decir que el ángulo "a" y el ángulo "u" sumados miden  $60^\circ$ , para no entrar en más detalles por construcción nos damos cuenta que el ángulo está siendo dividido en dos partes iguales o sea está siendo bisecado, por tal razón llegamos a la conclusión que éste mide  $30^\circ$ .

$$a = b = 30^\circ$$

Haciendo otro zoom en la parte donde se encuentra el triángulo que incluye a  $S$





Utilizando la ley del coseno podemos calcular el valor de C:

$$S = \sqrt{C^2 + C^2 - 2CC \cos b} = \sqrt{2C^2 - 2C^2 \cos b} = \sqrt{2C^2(1 - \cos b)} = C\sqrt{2(1 - \cos b)}$$

$$C = \sqrt{r^2 + r^2 - 2rr \cos a} = \sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos a} = \sqrt{2r^2(1 - \cos a)} = r\sqrt{2(1 - \cos a)}$$

Sustituyendo C en la ecuación de S :

$$S = C\sqrt{2(1 - \cos b)} = r\sqrt{2(1 - \cos a)}\sqrt{2(1 - \cos b)}$$

$$a = b = 30^\circ$$

Por lo tanto:

$$S = r\sqrt{2(1 - \cos 30^\circ)}\sqrt{2(1 - \cos 30^\circ)} = r\left[\sqrt{2(1 - \cos 30^\circ)}\right]^2 = 2r(1 - \cos 30^\circ)$$

$$S = 2r\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right) = r(2 - \sqrt{3}) \quad S = \frac{p}{2}(2 - \sqrt{3})$$

Ahora por razones de simplificar los cálculos nos imaginamos que la sección longitudinal del solenoide se divide en rectángulos que tienen de alto  $E$  y ancho  $p$ , donde  $p$  es el diámetro del alambre a utilizar.

La cantidad de rectángulos está dada por:  $C_R = \frac{L}{p}$

El área de un rectángulo está dada por:  $A_R = E * p$

El espesor del rectángulo está dado por:  $E = \frac{D - d}{2}$

Sustituyendo el espesor en el área de un rectángulo:  $A_R = \left(\frac{D-d}{2}\right)p$

$$A_R = \frac{p}{2}(D-d)$$

Cualquier rectángulo tiene en sus extremos un área sobrante equivalente a dos veces el  $A_{S2}$ .

$A_{S2} = \frac{p^2}{8}(4-\pi)$  El área para descontar al rectángulo  $A_{D1}$  es:

$$A_{D1} = 2 \left[ \frac{p^2}{8}(4-\pi) \right]$$

$$A_{D1} = \frac{p^2}{4}(4-\pi)$$

También cada rectángulo tiene área sobrante entre las secciones de alambre que lo forman llamada  $A_{S1}$  la cual es cuatro veces por sección de alambre, estas áreas relacionadas con las secciones que tienen área a descontar  $S_{AD}$  no son todas las secciones, sino son solamente las que da la siguiente ecuación, gracias a la relación de 4 áreas de "bikini" por cada sección de alambre.

$$S_{AD} = \frac{1}{2}(F-1)$$

El número de filas está dado por la ecuación siguiente:

$$\frac{D-d-2S}{2(p-S)} = F$$

Sustituyendo el número de filas nos queda lo siguiente en  $S_{AD}$ :

$$S_{AD} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{D-d-2S}{2(p-S)} \right) - 1 \right] \quad S_{AD} = \frac{D-d-2p}{4(p-S)}$$

Teniendo ya las secciones que están relacionadas con las que tienen área extra para descontarle al área del rectángulo entonces solo multiplicamos:

$$A_{S1} = \frac{p^2}{8} (2\sqrt{3} - \pi)$$

El área para descontar por sección  $A_{S1}$  relacionada con las que tiene área extra

$$\text{es: } A_{S1} = 4 \left[ \frac{p^2}{8} (2\sqrt{3} - \pi) \right] \quad A_{S1} = \frac{p^2}{2} (2\sqrt{3} - \pi)$$

Teniendo ya el número de filas que se relaciona con las secciones que tienen área extra, las cuales no son todas las que posee un rectángulo, entonces multiplicamos  $A_{S1}$  por  $S_{AD}$  para tener el área a descontar  $A_{D2}$ .

$$A_{D2} = \left[ \frac{D-d-2p}{4(p-S)} \right] \left[ \frac{p^2}{2} (2\sqrt{3} - \pi) \right] \quad A_{D2} = \frac{p^2 (2\sqrt{3} - \pi) (D-d-2p)}{8(p-S)}$$

Luego de tener las ecuaciones de área las cuales se le descuentan al área de cada rectángulo pasamos a plantear la idea elemental:

$$\text{El área real por rectángulo } A_{RR} \text{ es: } A_{RR} = A_R - A_{D1} - A_{D2}$$

$$A_{RR} = \frac{p}{2} (D-d) - \frac{p^2}{4} (4-\pi) - \frac{p^2 (2\sqrt{3} - \pi) (D-d-2p)}{8(p-S)}$$

$$A_{RR} = \frac{p \left[ 4(D-d)(p-S) - 2p(4-\pi)(p-S) - p(2\sqrt{3} - \pi)(D-d-2p) \right]}{8(p-S)}$$

Ahora multiplicamos el área real por rectángulo por la cantidad de rectángulos para obtener el área total  $A_T$ :

$$A_T = C_R A_{RR} \quad \text{y} \quad C_R = \frac{L}{p}$$

$$A_T = \frac{L}{p} * \frac{p \left[ 4(D-d)(p-S) - 2p(4-\pi)(p-S) - p(2\sqrt{3}-\pi)(D-d-2p) \right]}{8(p-S)}$$

$$A_T = \frac{L \left[ 4(D-d)(p-S) - 2p(4-\pi)(p-S) - p(2\sqrt{3}-\pi)(D-d-2p) \right]}{8(p-S)}$$

Para calcular el número de espiras  $N$  dividimos el área total  $A_T$  entre el área que tiene por sección un alambre  $A_{SA}$ :

$$N = \frac{A_T}{A_{SA}}$$

$$N = \frac{\frac{L \left[ 4(D-d)(p-S) - 2p(4-\pi)(p-S) - p(2\sqrt{3}-\pi)(D-d-2p) \right]}{8(p-S)}}{\frac{\pi p^2}{4}}$$

$$N = \frac{4L \left[ 4(D-d)(p-S) - 2p(4-\pi)(p-S) - p(2\sqrt{3}-\pi)(D-d-2p) \right]}{8\pi p^2 (p-S)}$$

$$N = \frac{L \left[ 4(D-d)(p-S) - 2p(4-\pi)(p-S) - p(2\sqrt{3}-\pi)(D-d-2p) \right]}{2\pi p^2 (p-S)}$$

Casi tenemos la ecuación para calcular la cantidad de espiras solo falta hacer una sustitución en  $S$  el valor calculado que se introduce entre los dos círculos.

$$(p-S) S = \frac{p}{2}(2-\sqrt{3}) \quad p-S = p - \left[ \frac{p}{2}(2-\sqrt{3}) \right] = p - p + \frac{\sqrt{3}}{2} p$$

$$p-S = \frac{\sqrt{3}}{2} p$$

Sustituyendo:

$$N = \frac{L \left[ 4(D-d) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} p \right) - 2p(4-\pi) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} p \right) - p(2\sqrt{3}-\pi)(D-d-2p) \right]}{2\pi p^2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} p \right)}$$

$$N = \frac{L \left[ 2\sqrt{3}p(D-d) - \sqrt{3}p^2(4-\pi) - p(2\sqrt{3}-\pi)(D-d-2p) \right]}{\sqrt{3}\pi p^3}$$

**SIMPLIFICANDO LA EXPRESIÓN:**

$$N = \frac{L \left[ (\sqrt{3}-2)p + D-d \right]}{\sqrt{3}p^2}$$

Si  $E_n = D-d$  es el espesor del solenoide o boina entonces podemos modificar para cualquier solenoide ya que nos queda la diferencia del espesor externo menos el interno, de esta manera la ecuación es más general para cualquier sección que posea el solenoide.

$$N = \frac{L \left[ (\sqrt{3} - 2)p + E_n \right]}{\sqrt{3}p^2}$$

A esto le tenemos que quitar los alambres que quedan en las filas de la orilla donde ya no caben otros alambres  $N_q$ :

$$N_q = \frac{D - d - 2p}{2\sqrt{3}p}$$

Donde  $N$  es la cantidad de espiras que debe llevar el solenoide, es importante saber la cantidad de espiras que debe llevar un solenoide, ya que de estas depende la relación de transformación del voltaje y la corriente, aplicando la inducción de Faraday.

Para llevar a cabo los cálculos deben tener los datos que da el fabricante del alambre esmaltado para bobinas y así obtener la resistencia sobre longitud, esto para saber el volumen del alambre a utilizar, estos datos están en Anexo 2, apéndice 3.

#### **IV. Encargados de la ejecución de la propuesta**

Los encargados de la ejecución son los docentes de los siguientes cursos: matemática VI, didáctica de la geometría y trigonometría, Electrodinámica y Didáctica de la Mecánica y Electromagnetismo, el club de matemática SIMATE a través de los cursos y talleres lúdicos para comprobar la efectividad de la geometría euclidiana en el campo de la matemática y la física. Haciéndoles llegar de forma digital o a través de alguna plataforma dicha propuesta.



**USAC**  
**TRICENTENARIA**  
 Universidad de San Carlos de Guatemala

**Universidad de San Carlos de Guatemala**

**Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media E. F. P. E. M.**

**Licenciatura en la Enseñanza de la matemática y física**

Cuestionario para docentes.

Apreciable catedrático

El presente cuestionario es con la finalidad de indagar sobre la enseñanza de la geometría euclidiana en EFPEM, los resultados servirán para contribuir a la reforma del pensum de estudios.

1. ¿En algún curso ha impartido temas de geometría euclidiana en EFPEM?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue si, en qué curso (s):

---



---

2. ¿Utiliza alguna herramienta para la enseñanza de la geometría euclidiana?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, cuál es:

---



---

3. ¿Utiliza alguna metodología para la enseñanza de la geometría euclidiana?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique cuál es:

---



---

4. ¿Ha utilizado el exterior para la enseñanza de la geometría euclidiana?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique:

---

---

5. ¿Ha tenido algún caso en el cual ha utilizado geometría euclidiana para resolver problemas de la vida cotidiana?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique cuál fue:

---

---





**USAC**  
**TRICENTENARIA**  
 Universidad de San Carlos de Guatemala

**Universidad de San Carlos de Guatemala**

**Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media E. F. P. E. M.**

**Licenciatura en la Enseñanza de la matemática y física**

Cuestionario para estudiantes

Apreciable estudiante

El presente cuestionario es con la finalidad de indagar sobre el aprendizaje de la geometría euclidiana en EFPEM, solo puede usar regla y compás para construir, los resultados servirán para contribuir a la reforma del pensum de estudios.

1. ¿En algún curso ha estudiado temas de geometría euclidiana en EFPEM?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue si, en qué curso (s):

---



---

2. ¿Puede escribir los 5 postulados de Euclides, o algo que los relacione?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, escríbalos a continuación:

---



---

3. ¿Conoce algunos teoremas de geometría, como el de Tales?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, escríbalo a continuación:

---

---

4. ¿Posee la técnica para construir la mediatriz de un segmento de recta dado?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique cómo lo haría:

---

---

5. ¿Puede construir la bisectriz de un ángulo dado?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique cómo lo haría:

---

---

6. ¿Es capaz de construir una recta tangente a un círculo?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique cómo lo haría:

---

---

7. ¿Puede dividir un segmento de recta dado en tres partes congruentes?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique cómo la haría:

---

---

8. ¿Sabe construir una recta paralela a otra dada?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, explique cómo la haría:

---

---

9. ¿Ha utilizado algún software que sustituya la regla y el compás físico?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, ¿cuál?

---

---

10. ¿Cree que con un software instalado en el teléfono, tableta o computadora puede hacer más fácil el aprendizaje de la geometría euclidiana?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Si su respuesta fue sí, ¿en dónde cree conveniente la instalación?

---

---

Pensum de la actual carrera de Profesorado de Enseñanza Media en Física-Matemática plan sábado

<b>Código</b>	<b>Nombre del curso</b>	<b>Prerrequisitos</b>
<b>Primer Semestre</b>		
1001.00	Lenguaje I: Estudios gramaticales	Ninguno
1006.00	Técnicas de Investigación y Estudio	Ninguno
2001.00	Pedagogía I	Ninguno
3201.10	Física I	Ninguno
3101.00	Matemática I	Ninguno
3301.00	Química Inorgánica I	Ninguno
<b>Segundo Semestre</b>		
1002.00	Lenguaje II: Comunicación	Lenguaje I: Estudios Gramaticales.
1005.00	Cultura Filosófica	Ninguno
2002.00	Pedagogía II	Pedagogía I
3102.00	Matemática II	Matemática I
3202.10	Física II	Física I Matemática I
3302.00	Química Inorgánica II	Química Inorgánica I
<b>Tercer Semestre</b>		
3401.00	Biología I	Ninguno
2003.00	Didáctica General	Pedagogía II
3102.00	Matemática II (Continuación)	Matemática I
3202.10	Física II (Continuación)	Física I Matemática I
3302.00	Química Inorgánica II (Continuación)	Química Inorgánica I
<b>Cuarto Semestre</b>		
2008.00	Psicología del Aprendizaje	Pedagogía II
2004.00	Evaluación Escolar I	Pedagogía II
3103.10	Matemática III	Matemática II
3203.10	Física III	Física II Matemática II
3402.00	Biología II	Biología I
<b>Quinto Semestre</b>		
2005.00	Evaluación Escolar II	Evaluación Escolar I
3107.10	Didáctica Especial de la Matemática	Didáctica General Matemática III
4001.10	Inducción a la Docencia I	Pedagogía II
3104.10	Matemática IV	Matemática III

3204.10	Física IV	Física III y Matemática III
<b>Sexto Semestre</b>		
3105.10	Matemática V	Matemática IV
3207.10	Didáctica Especial de la Física	Didáctica General, Física IV Inducción a la Docencia I
2007.00	La Educación Media y la Formación Integral del Adolescente	Psicología del Aprendizaje
4002.10	Inducción a la Docencia II	Inducción a la Docencia I
3204.10	Física IV (Continuación)	Física III y Matemática III
<b>Séptimo Semestre</b>		
1003.00	Historia de Guatemala I	Ninguno
2006.00	Organización y Administración Escolar	Pedagogía II Evaluación Escolar I
3106.10	Matemática VI	Matemática V
3205.10	Física V	Física IV Matemática IV
4003.10	Práctica Docente de Matemática	Matemática IV, Didáctica Especial de Matemática, Física II, Inducción a la Docencia II y Evaluación Escolar II
<b>Octavo Semestre</b>		
1004.00	Historia de Guatemala II: Realidad Nacional	Historia de Guatemala I
3206.10	Física VI	Física V Matemática V
4004.10	Práctica Docente Física	Didáctica Especial de la Física, Matemática II, Física IV Inducción a la Docencia II y Evaluación Escolar II
5001.10	Seminario	Todos los cursos del primero al séptimo semestre.

Pensum de la actual carrera de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y Física plan sábado

<b>Código</b>	<b>Nombre del curso</b>	<b>Prerrequisitos</b>
<b>Primer Semestre</b>		
E14.00	Teorías del Aprendizaje	Ninguno
E20.00	Legislación Educativa	Ninguno
F07.31	Historia de la Física	Ninguno
M10.31	Matemáticas Discretas y Teorías Axiomáticas	Ninguno
<b>Segundo Semestre</b>		
F08.31	Electrodinámica	Historia de la Física
M07.31	Calculo Superior y Análisis Vectorial	Matemáticas Discretas y Teorías Axiomáticas
PS04.00	Organización y Administración de Personal	Legislación Educativa
E19.31	Informática Aplicada y/o Currículum Educativo	Ninguno
<b>Tercer Semestre</b>		
M08.31	Introducción al Álgebra Lineal	Calculo Superior y Análisis Vectorial
E15.00	Estadística Aplicada a la Educación	Ninguno
E16.00	Métodos de Investigación	Ninguno
F09.31	Física Moderna	Electrodinámica
<b>Cuarto Semestre</b>		
M9.31	Introducción al Estudio de las Ecuaciones Diferenciales	Introducción al Álgebra Lineal
E09.31	Elementos de Astronomía, Astrofísica y Cosmología	Física Moderna Historia de la Física
E12.31	Didáctica de la Geometría y la Trigonometría	Teorías del Aprendizaje Matemáticas discretas y teorías Axiomáticas
E17.00	Elaboración de Proyectos Educativos	Métodos de Investigación

<b>Quinto Semestre</b>		
E11.31	Didáctica de la Mecánica y Electromagnetismo	Física Moderna Historia de la Física
E13.31	Elaboración de Material Didáctico para la Física	Elaboración de Proyectos Educativos Teorías del Aprendizaje
F10.31	Temas Selectos de Física	Elementos de Astronomía, Astrofísica y Cosmología
M11.31	Análisis Numérico	Introducción al Estudio de las Ecuaciones Diferenciales
<b>Sexto Semestre</b>		
E21.31	Laboratorio Didáctico	Didáctica de la Geometría y la Trigonometría Didáctica de la Mecánica y el Electromagnetismo
E22.00	Elaboración y Evaluación de Textos	Elaboración de Proyectos Educativos
I02.00	Seminario	Elaboración de Proyectos Educativos
E10.31	Didáctica de la Aritmética y el Álgebra	Teorías del Aprendizaje

\* Puede ser sustituida por el curso E19.00 Currículo Educativo, según Punto SEXTO, Inciso 6, del Acta 162012, del Consejo Directivo de la EFPEM, de fecha 31 de agosto 2012.

(EFPEM, 2016)

Universidad de san Carlos de Guatemala –USAC-

escuela de formación de profesores de enseñanza media –EFPEM-

Programa de matemática VI

profesorado de enseñanza media en ciencias, especializado en física-  
matemática

Facilitador: Saúl Duarte Beza



## 1. DESCRIPCIÓN DEL CURSO

El curso de Matemática 6 es fundamental en el Profesorado de Física-Matemática, en el que se estudian los conceptos fundamentales de resolución de sistemas de ecuaciones lineales y el cálculo de matrices, de estadística descriptiva y teoría elemental de probabilidades.

El problema de la determinación de las metas en la Educación Matemática es una cuestión de especial relevancia para el diseño y el desarrollo de cualquier currículo de matemáticas. Se trata de uno de los aspectos centrales de la Educación Matemática, estrechamente relacionado con la naturaleza del conocimiento matemático, con las necesidades socioculturales e individuales y con las características globales que ha de albergar la formación de las nuevas generaciones; en definitiva, se trata del conjunto de argumentos que justifican la enseñanza misma de las matemáticas.

Los fines de la Educación Matemática varían sustancialmente de un país a otro y sufren cambios importantes a través de la historia. En Guatemala la implementación del CNB ha sido un aporte importante en el nivel preuniversitario, y en la Universidad de San Carlos, la implementación del modelo por competencias.

Esta es la razón por la que el curso de Matemática 6 presenta un nuevo abordaje, es decir, se desarrollará por competencias, bajo el modelo educativo de procesos.

La situación de la educación actual en Guatemala, de cara al contexto nacional y a la realidad mundial, pone de manifiesto la necesidad ineludible de encontrar mecanismos



y estrategias que permitan frenar y resolver, por un lado, los problemas inmediatos de la educación incluyendo los elementos particulares de su propio sistema educativo, y por otro lado, preparar las estrategias concretas que favorezcan el desarrollo mismo de la educación pública en el país, particularmente en el área de matemáticas y en EFPEM se está educando para el futuro.

## 1. COMPETENCIAS

- ✓ Realiza operaciones entre vectores
- ✓ Encuentra el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales
- ✓ Calcula el determinante de matrices
- ✓ Encuentra la inversa de una matriz
- ✓ Encuentra características generales de las medidas de tendencia central
- ✓ Organiza, presenta y calcula datos estadísticos y los representa mediante diagramas
- ✓ Emplea reglas de la suma y de la completación para el cálculo de probabilidades
- ✓ Emplea ecuaciones y expresiones algebraicas para hallar áreas y volúmenes
- ✓ Resuelve problemas que requieren deducir las magnitudes desconocidas de ángulos y segmentos, usando conocimientos sobre los elementos y relaciones involucradas manipulando las expresiones algebraicas asociadas a ellos.
- ✓ Justifica afirmaciones geométricas dentro del contexto de un sistema axiomático formal

## 2. CONTENIDOS DEL CURSO

### 2.1. CONTENIDOS DECLARATIVOS

#### 2.1.1. Matrices y sistema de ecuaciones lineales

- 2.1.1.1. Matrices, álgebra lineal
- 2.1.1.2. Clases de matrices, triangular, escalonada, etc.
- 2.1.1.3. Sistema de ecuaciones lineales, homogéneas y no homogéneas.
- 2.1.1.4. Métodos de solución. Métodos de Gauss y Gauss-Jordan
- 2.1.1.5. La inversa de una matriz
- 2.1.1.6. Transpuesta de una matriz
- 2.1.1.7. Aplicaciones

#### 2.1.2. Determinantes

- 2.1.2.1. Definiciones
- 2.1.2.2. Propiedades de los determinantes
- 2.1.2.3. Demostración de teoremas
- 2.1.2.4. Desarrollo por cofactores
- 2.1.2.5. Regla de Cramer
- 2.1.2.6. aplicaciones

### **2.1.3. Estadística descriptiva**

- 2.1.3.1. Conceptos básicos: variable, población y muestra
- 2.1.3.2. Distribución de frecuencias: rango, intervalo, marca de clase, tipos de frecuencias y gráficas
- 2.1.3.3. Medidas de tendencia central: media aritmética, moda, mediana
- 2.1.3.4. Medidas de posición: percentiles, cuartiles, deciles
- 2.1.3.5. Medidas de dispersión: rango, desviación media, varianza, desviación típica o estándar y coeficiente de variación de Pearson
- 2.1.3.6. Medidas de asimetría y curtosis: momentos, coeficiente de asimetría, coeficiente y curtosis
- 2.1.3.7. Regresión y correlación: diagrama de dispersión, métodos de mínimos cuadrados y coeficiente de correlación

### **2.1.4. Introducción a la teoría de probabilidades**

- 2.1.4.1. Espacio muestral y eventos
- 2.1.4.2. Probabilidad, teoremas
- 2.1.4.3. Probabilidad condicional
- 2.1.4.4. Teorema de Bayes
- 2.1.4.5. Distribución de probabilidad: binomial y normal

### **2.1.5. Geometría Euclidiana**

- 2.1.5.1. Postulados
- 2.1.5.2. Segmentos y rectas
- 2.1.5.3. Ángulos y triángulos
- 2.1.5.4. Congruencia y semejanza
- 2.1.5.5. Cuadriláteros
- 2.1.5.6. Circunferencia y círculos
- 2.1.5.7. Áreas y volúmenes de figuras comunes

## **2.2. CONTENIDOS PROCEDIMENTALES**

- a. Identifica los diferentes procesos para resolver problemas de álgebra matricial.
- b. Analiza, explica y resuelve problemas de matrices aplicados a la vida cotidiana.
- c. Analiza, explica y resuelve problemas de estadística descriptiva aplicados a la vida cotidiana.
- d. Analiza, explica y resuelve problemas de teoría de probabilidades aplicados a la vida cotidiana.
- e. Analiza, explica y resuelve problemas de geometría euclidiana aplicados a la vida cotidiana.
- f. Responde y pregunta a cuestionamientos relacionados con el desarrollo de la clase de matemática.

### **2.3. CONTENIDOS ACTITUDINALES**

Durante el desarrollo del presente curso se promoverán valores como la solidaridad, la tolerancia, la lealtad, la generosidad, alegría, honestidad; así también actitudes tales como el trabajo cooperativo, la responsabilidad de asumir su propio desarrollo profesional, actitud crítica, reflexiva y alternativa sobre su formación profesional y la de sus compañeros.

### **3. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES**

Se conceptualiza como una actividad inherente al proceso pedagógico que marcha paralela al mismo, y no como el acto terminal de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. La evaluación se considera como un proceso continuo e interrelaciona y será:

- a. Diagnóstica: se realizará en distintos momentos del proceso de enseñanza y su objeto es determinar las competencias que los alumnos han construido o no.
- b. Formativa: se realizará posterior a la evaluación diagnóstica y a los procesos de enseñanza y aprendizaje, mediante la determinación del nivel de competencias expresados en el perfil de formación del diseño curricular de la carrera.
- c. Sumativa: permitirá determinar el grado de competencia o dominio de los aprendizajes para emitir una calificación del 00 al 100.

La forma de evaluación será por evaluaciones parciales y tendrá como propósito determinar el nivel de autoconstrucción de aprendizajes significativos alcanzados por los estudiantes. Se utilizarán los siguientes medios de evaluación:

<b>Actividad</b>	<b>Calificación</b>
2 evaluaciones parciales escritas estructuradas	40
Tareas en casa	10
Evaluaciones cortas	05
Hojas de trabajo	05
Trabajo de investigación documental de los contenidos declarativos semanalmente para obtener conocimientos previos	10
Zona	70
Prueba final	30
Total	100

El curso se aprueba con una nota mínima de 61 puntos de 100 posibles.

### **3.1. Fechas de evaluación**

1er. Prueba escrita

2da. Prueba escrita

## **4. METODOLOGÍA**

El curso tiene la modalidad semipresencial. Semanalmente se tendrá una sesión de experiencias de aprendizaje. Las clases se desarrollarán dentro de la visión del Paradigma Emergente, basado en el Modelo Educativo de Procesos.

Las estrategias didácticas estarán basadas en la lectura de los documentos que se brindarán de forma electrónica a los estudiantes, así como su presentación y discusión en las actividades de clase. Para ello es necesario que cada uno realice una lectura previa al encuentro académico e identifique los puntos que requieran clarificación, así como aquellos sobre los cuales se asuma una posición crítica. Entre otras se tiene las siguientes:

- a. Diagnóstico de ideas previas
- b. Resolución de problemas
- c. Trabajo en grupo
- d. Foro presencial
- e. Debates
- f. Investigación documental

## 5. RECURSOS

- a. Humanos: docente, alumnos y otros profesionales involucrados con el proceso de enseñanza y aprendizaje
- b. Tecno-visuales: computadora, cañonera, internet, etc.
- c. Formato papel: revistas y libros
- d. Formato electrónico: revistas y artículos

## 6. REFERENCIAS

Barnett, R. Geometría. México: McGraw-Hill

Edward y Penney. Cálculo con Geometría Analítica. México: Editorial Prentice-Hall.

Geltner, P.; Peterson, D. (1998). Geometría. México: Editorial Thomson.

Grossman, S. (2012). Algebra lineal. México: Editorial Iberoamérica.

Larson, R.; Hostetler, R.; Edwards, B. (2001). Cálculo y Geometría Analítica. México: Editorial McGraw Hill.

Leithold. El Cálculo con Geometría Analítica. México: Editorial Harla.

Murray, R. Probabilidad y estadística. México: McGraw-Hill

Stewart, J. (2011). Cálculo. México: Editorial Thomson.

Swokowski, E. Cálculo con Geometría Analítica. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

[http://www.youtube.com/results?search\\_query=asesoriasdematematicas.com&page=1](http://www.youtube.com/results?search_query=asesoriasdematematicas.com&page=1)

## Programa de Didáctica de la Geometría y la Trigonometría



UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

ESCUELA DE FORMACION DE PROFESORES DE  
ENSEÑANZA MEDIA, -EFPEM-

LICENCIATURA EN LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA Y LA MATEMÁTICA

**I. DATOS GENERALES DEL CURSO**

Nombre:	Didáctica de la Geometría y la Trigonometría (E12.31.03)
Ciclo:	Tercero, primer semestre 2018
Catedrático:	MA. Luis Enrique Solórzano Loaiza. <a href="mailto:lesolorzano@yahoo.es">lesolorzano@yahoo.es</a>
Jornada:	Sábado
Base previa:	Fundamentos de Geometría

**II. DESCRIPCION**

El curso intenta formalizar los conceptos de la geometría abordados de manera más superficial en los cursos del profesorado. Esto es particularmente importante por cuanto el curso de geometría es, por excelencia, un curso de deducción, elemento fundamental en la matemática. Se hace especial énfasis en los métodos de demostración de las propiedades geométricas.

**III. OBJETIVOS GENERALES**

Que el estudiante de la Licenciatura en la Enseñanza de la Física y la Matemática aborde la geometría desde un ángulo más formal del que tradicionalmente la ha estudiado, reconociendo y utilizando las técnicas formales de demostración de las proposiciones geométricas. También se pretende que aborde la trigonometría desde su punto de vista histórico y su utilidad desde los aportes de las culturas clásicas.

**IV. OBJETIVOS ESPECIFICOS**

Al finalizar esta asignatura el alumno será capaz de

1. Manejar adecuadamente la regla y el compás para realizar correctamente construcciones geométricas.
2. Manejar adecuadamente el software Geogebra y aplicarlo en la ilustración gráfica de teoremas de geometría.
3. Adquirir sensibilidad acerca del desarrollo histórico de la geometría.

4. Revisar y adquirir, los conceptos básicos fundamentales de la geometría, vistos desde el método axiomático.
5. Familiarizarse con los métodos inductivo y deductivo de la matemática.
6. Definir algunos conceptos fundamentales, reconozca algunos postulados y demuestre teoremas relacionados con los conceptos: recta y planos.
7. Utilizar adecuadamente las relaciones entre ángulos.
8. Definir algunos conceptos fundamentales, reconozca algunos postulados y demuestre teoremas relacionados con la congruencia de triángulos.
9. Definir algunos conceptos fundamentales, reconozca algunos postulados y demuestre teoremas relacionados con polígonos semejantes.
10. Definir algunos conceptos fundamentales, reconozca algunas definiciones y demuestre teoremas relacionados con círculos.

## V. CONTENIDOS

**UNIDAD DIDACTICA 1: Introducción al curso.** Metodología. El método axiomático. Definiciones y construcciones. Construcciones prácticas con regla y compás, previas a la teoría que las respalda que se abordará en las próximas unidades. Construcciones Básicas. El triángulo equilátero, bisección de ángulos y de segmentos, el círculo que pasa por tres puntos dados, perpendiculares a una recta, reproducción de un ángulo dado. Construcciones con Rectas Paralelas Rectas paralelas, paralelogramos, la cuarta proporcional, división de un segmento en partes iguales. Construcciones con Círculos, rectas tangentes a un círculo, tangentes comunes a dos círculos, incentros y circuncentros de un triángulo, la media proporcional.

**UNIDAD DIDACTICA 2: El razonamiento: herramienta básica en la geometría.** Razonamiento inductivo y razonamiento deductivo. Esquemas de razonamiento. Postulados de geometría. Algunos postulados de medición.

**UNIDAD DIDACTICA 3: Congruencia de Triángulos.** Definición de polígonos congruentes, congruencia de triángulos. Postulado LAL, propiedades del triángulo isósceles. Criterio ALA, LLL. Congruencia de triángulos rectángulos: CC, CA. HA y HC

**UNIDAD DIDACTICA 4: Desigualdades en el triángulo.** Desigualdades de segmentos y ángulos. La medida del ángulo exterior de un triángulo. Teorema: LAA para congruencia de triángulos, corolario: HA. Teorema: en todo triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo y recíprocamente. Teorema: desigualdad triangular. Teorema de la charnela o bisagra.

**UNIDAD DIDACTICA 5: Paralelismo y perpendicularidad.** Existencia y unicidad de rectas perpendiculares. Postulado de las paralelas. Ángulos entre rectas cortadas por una recta transversal. Medida de los ángulos interiores de un triángulo. Medida del ángulo exterior de un triángulo. Teorema  $30^\circ$ - $60^\circ$ - $90^\circ$ . Teorema: el punto medio de la hipotenusa equidista de los vértices. Propiedades de los paralelogramos. Criterios para que un cuadrilátero sea trapecio, paralelogramo, rectángulo, rombo o cuadrado. Propiedades del trapecio isósceles. Ejercicios y problemas. Teorema fundamental del paralelismo. Teorema de la paralela media. Teorema de la base media. Teorema sobre las medianas de un triángulo. Los puntos medios de un cuadrilátero son los vértices de un paralelogramo.

**UNIDAD DIDACTICA 6: El círculo.** Rectas tangentes a un círculo. Teorema de las tangentes. Problemas y construcciones elementales. Arcos y cuerdas. Definiciones. Medidas de arcos. Congruencia de arcos. Adición de arcos. Ángulos centrales congruentes. Teoremas sobre congruencia de arcos y de cuerdas. Ángulos relacionados con la circunferencia: ángulos inscritos, semiinscritos, exteriores, interiores. Arco capaz y su construcción

**UNIDAD DIDACTICA 7: Proporcionalidad y Semejanza.** Razones y proporciones, propiedades. Teorema de Thales. Teorema de la bisectriz. Casos de semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras. Relaciones métricas en el triángulo rectángulo. Teorema de Stewart: la mediana, la bisectriz y la altura en función de los lados. Polígono inscrito y polígono circunscrito. Por tres puntos no alineados pasa una circunferencia. Cuadrilátero inscriptible. Teorema de Ptolomeo. Potencia de un punto respecto a una circunferencia. Teorema del segmento tangente. Teorema de las secantes. Teorema de un triángulo inscrito en una circunferencia. Segmento áureo. Ejercicios y problemas. Relaciones métricas en los polígonos regulares inscritos y circunscritos. Construcción de polígonos regulares. Relaciones métricas en los polígonos regulares inscritos y circunscritos.

Construcción de polígonos regulares.

**UNIDAD DIDACTICA 8: Áreas y volúmenes.** Regiones poligonales. Áreas de paralelogramo, rectángulo, triángulo, rombo, cuadrado, trapecio. Áreas de polígonos regulares. El número  $\pi$ . Área del círculo y del sector circular. Relaciones entre áreas. Áreas sombreadas. Cuerpos sólidos. Poliedros regulares. Cuerpos redondos. Taller de áreas y volúmenes de sólidos.



**VI. METODOLOGIA**

Se usará fundamentalmente la metodología de la clase expositiva, enriquecida con la participación de los estudiantes. La característica semipresencial que posee el curso requiere un estudio autónomo constante y frecuente por parte del estudiante. Solución de laboratorios. Especial uso tendrá el software de geometría Geogebra, para lo cual se hará uso de equipo de cómputo y de multimedia.

**VII. EVALUACIÓN**

El curso se aprueba con una nota mínima de 61 puntos de 100 posibles. La zona, con un valor de 70 puntos, y el examen final se distribuye de la siguiente manera:

Instrumento	Puntaje	Total
2 exámenes parciales	15 pts. c/u	30 pts.
Laboratorio sobre Regla y Compás	04 pts.	04 pts.
1 comprobación del uso correcto de la regla y el compás	03 pts.	03 pts.
1 comprobación de lectura sobre aspectos teóricos sobre regla y compás	03 pts.	03 pts.
2 comprobaciones de lectura del documento El Manantial	03 pts.	06 pts.
4 comprobaciones de lectura del documento Eudoxo y los Inconmensurables	03 pts.	12 pts.
2 laboratorios de preparación a los exámenes parciales	03 pts.	06 pts.
2 pruebas manejo de Geogebra	03 pts.	06 pts.
Examen final	30 pts.	30 pts.
<b>Total</b>		<b>100 pts.</b>

- En la primera parte del curso, el estudiante deberá mostrar un uso adecuado de la regla y el compás haciendo construcciones según lo indica la introducción del texto Elementos de geometría plana (Várylli), y otros textos que se proporcionarán en la carpeta del curso. Por lo tanto, deberán tener siempre a

la mano, una regla y un compás. Deberán presentar una práctica de esta habilidad y se efectuará una prueba corta para evaluar el uso de estos instrumentos en la geometría. Además, deber hacer una comprobación de conocimiento sobre aspectos teóricos de curvas mecánicas (que no se pueden construir con regla y compás).

- Se harán seis comprobaciones de lectura. Las dos primeras serán con base en el documento “El manantial”, primer capítulo del libro “Estudio de las geometrías” de Howard Eves, México, Uteha, hasta la página 13 del documento, incluido el tema Patrón de la Axiomática Material. (la solución de los problemas no es parte del contenido, aunque es recomendable revisarlos e intentar resolverlos). La segunda comprobación incluirá desde la página 18 (Elementos de Euclides) hasta la página 34 (la solución de los problemas no es parte del contenido, aunque es recomendable revisarlos e intentar resolverlos).

Las otras cuatro comprobaciones de lectura se harán con base en el documento La Solución de Eudoxo a la crisis de los Inconmensurables. La primera de ellas incluirá los contenidos del documento, hasta la parte 3, inclusive. La segunda, abarcará los contenidos hasta la parte 5, inclusive; La tercera lectura comprenderá los contenidos hasta la parte 7, inclusive, del documento; y la cuarta comprobación de lectura incluirá el resto del documento.

- El estudiante deberá mostrar habilidad para el manejo del software de Geogebra. Dicha habilidad se evaluará durante dos pruebas, a mediados y a finales del curso, según lo indica el cronograma y se hará individualmente en horario fuera de clase. Para el efecto se programarán sesiones de 15 minutos, en el que el estudiante deberá mostrar el adecuado uso del software aplicándolo a algún tema que se esté abordando. Las pruebas se realizarán con base en dos documentos, el primero (1Poligonos, <https://oei.adobeconnect.com/a950799033/p43je97urwh/?launcher=false&fcsContent=true&pbMode=normal>), con contenidos sobre polígonos, y el segundo (Triángulos), [http://www.ejgv.euskadi.eus/r53-2291/es/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_33/8\\_solucion\\_eudoxo\\_33.pdf](http://www.ejgv.euskadi.eus/r53-2291/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_33/8_solucion_eudoxo_33.pdf). Ambos estarán disponibles en la carpeta del curso, en la nube.

Todos los contenidos que son objeto de evaluación (incluidas las comprobaciones de lectura y el manejo de la regla y el compás) podrán ser evaluados en el examen final.

#### VIII. BIBLIOGRAFIA

- Materiales de geometría en módulos escritos por diversos autores. Estarán disponibles en la carpeta del curso.

- Clemens, et al. Geometría. Editorial Addison Wesley. México, 8. Se les proporcionará electrónicamente.
- Eves, H. (s/f). *El manantial*. Primer capítulo de Estudio x|de las geometrías. México. Editorial Uteha. Se les proporcionará electrónicamente.
- González, P. (2008), *La Solución de Eudoxo a la crisis de los Inconmensurables*. Revista Sigma. No. 33. Descargado de [http://www.ejgv.euskadi.eus/r53-2291/es/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_33/8\\_solucion\\_eudoxo\\_33.pdf](http://www.ejgv.euskadi.eus/r53-2291/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_33/8_solucion_eudoxo_33.pdf)
- Váryli, J. (2013). *Elementos de geometría plana*. Escuela de Matemáticas, Universidad de Costa Rica. San José, Costa Rica.
- Anónimo. (s/f). *Polígonos*. Club Iberoamericano de Geogebra. Iberciencia. OEI. Madrid, España [http://www.caeu.org/webpages/geogebra2016/1Poligonos\\_ES.pdf](http://www.caeu.org/webpages/geogebra2016/1Poligonos_ES.pdf)
- Anónimo. (s/f). *Triángulos*. Club Iberoamericano de Geogebra. Iberciencia. OEI. Madrid, España. Descargado de [http://moodle.fespm.es/file.php/43/1\\_triangulos/1\\_Triangulos.pdf](http://moodle.fespm.es/file.php/43/1_triangulos/1_Triangulos.pdf)

#### IX. CRONOGRAMA POR SEMANA

Semana que empieza el	Contenido
	Introducción al curso. Metodología. El método axiomático. Definiciones y construcciones. Construcciones prácticas con regla y compás, previas a la teoría que las respalda que se abordará en las próximas unidades. Construcciones Básicas. El triángulo equilátero, bisección de ángulos y de segmentos, el círculo que pasa por tres puntos dados, perpendiculares a una recta, reproducción de un ángulo dado. Construcciones con Rectas Paralelas Rectas paralelas, paralelogramos, la cuarta proporcional, división de un segmento en partes iguales. Construcciones con Círculos, rectas tangentes a un círculo, tangentes comunes a dos círculos, incentros y circuncentros de un triángulo, la media proporcional.
	<b>El razonamiento: herramienta básica en la geometría.</b> Razonamiento inductivo y razonamiento deductivo. Esquemas de razonamiento. Postulados de geometría. Algunos postulados de medición. <i>Entrega de Laboratorio sobre construcciones con R y C, Prueba corta sobre el manejo de R y C. 25/07/18.</i>
	<b>Congruencia de Triángulos.</b> Definición de polígonos congruentes, congruencia de triángulos. Postulado LAL, propiedades del triángulo isósceles. Criterio ALA, LLL. Congruencia de triángulos rectángulos: CC, CA, HA y HC.  Miércoles 31/01/18, azueto (Aniversario USAC).

	<i>Comprobación de conocimiento sobre aspectos teóricos de R y C, 29/01/18</i>
	<b>Desigualdades en el triángulo.</b> Desigualdades de segmentos y ángulos. La medida del ángulo exterior de un triángulo. Teorema: LAA para congruencia de triángulos, corolario: HA. Teorema: en todo triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo y recíprocamente. Teorema: desigualdad triangular. Teorema de la charnela o bisagra. <i>Primera comprobación de lectura de El Manantial, 05/02/18</i>
	<b>Paralelismo y perpendicularidad.</b> Existencia y unicidad de rectas perpendiculares. Postulado de las paralelas. Ángulos entre rectas cortadas por una recta transversal. Medida de los ángulos interiores de un triángulo. Medida del ángulo exterior de un triángulo. Teorema 30°-60°-90°. Teorema: el punto medio de la hipotenusa equidista de los vértices. <i>Segunda comprobación de lectura de El Manantial, (12/02/18).</i>
	<b>Paralelismo y perpendicularidad.</b> Existencia y unicidad de rectas perpendiculares. Postulado de las paralelas. Ángulos entre rectas cortadas por una recta transversal. Medida de los ángulos interiores de un triángulo. Medida del ángulo exterior de un triángulo. Teorema 30°-60°-90°. Teorema: el punto medio de la hipotenusa equidista de los vértices. <i>Primera comprobación de lectura sobre Eudoxo. 19/02/18</i>
	<b>Primer examen parcial. Entrega de laboratorio 1</b>
	<b>Cuadriláteros y paralelogramos.</b> Propiedades de los paralelogramos. Criterios para que un cuadrilátero sea trapecio, paralelogramo, rectángulo, rombo o cuadrado. Propiedades del trapecio isósceles. Ejercicios y problemas. Teorema fundamental del paralelismo. Teorema de la paralela media. Teorema de la base media. Teorema sobre las medianas de un triángulo. Los puntos medios de un cuadrilátero son los vértices de un paralelogramo. <i>Segunda comprobación de lectura sobre Eudoxo. 05//03/18</i>
	<b>El círculo.</b> Rectas tangentes a un círculo. Teorema de las tangentes. Problemas y construcciones elementales. Arcos y cuerdas. Definiciones. Medidas de arcos. Congruencia de arcos. Adición de arcos. Ángulos centrales congruentes. Teoremas sobre congruencia de arcos y de cuerdas. <i>Primera prueba sobre GeoGebra. 12/03/18</i>
	<b>Semana de dolores</b>
	<b>Semana santa</b>

	<p><b>Proporcionalidad y Semejanza.</b> Razones y proporciones, propiedades. Teorema de Thales. Teorema de la bisectriz. Casos de semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras. Relaciones métricas en el triángulo rectángulo. Teorema de Stewart: la mediana, la bisectriz y la altura en función de los lados. <i>Tercera comprobación de lectura sobre Eudoxo. 02/04/18</i></p>
	<p><b>Proporcionalidad y Semejanza.</b> Polígono inscrito y polígono circunscrito. Por tres puntos no alineados pasa una circunferencia. Cuadrilátero inscriptible. Teorema de Ptolomeo. Potencia de un punto respecto a una circunferencia. Teorema del segmento tangente. Teorema de las secantes. Teorema de un triángulo inscrito en una circunferencia. Segmento áureo. Ejercicios y problemas. Relaciones métricas en los polígonos regulares inscritos y circunscritos. Construcción de polígonos regulares. Relaciones métricas en los polígonos regulares inscritos y circunscritos. <i>Cuarta comprobación de lectura sobre Eudoxo 17/04/18.</i></p>
	<p><b>Segundo examen parcial. Entrega de laboratorio 2</b></p>
	<p><b>Áreas y volúmenes.</b> Regiones poligonales. Áreas de paralelogramo, rectángulo, triángulo, rombo, cuadrado, trapecio. Áreas de polígonos regulares. El número <math>\pi</math>. Área del círculo y del sector circular. Relaciones entre áreas. Áreas sombreadas. <i>Segunda prueba de Geogebra 01/05/1/8</i></p>
	<p><b>Exámenes finales</b></p>

## APÉNDICE

### Resistencia de alambre de cobre esmaltado

# ELEKTRISOLA

## Cu Copper General Description

Since the beginning of the electrical age, copper has been recognized for its unique and beneficial qualities in electrical applications. Copper is a malleable and ductile material with excellent conductivity. Elektrisola's electrolytic copper (Cu- ETP) is of high purity. We use copper (99.95%) which enables us to produce ultrafine wire down to a diameter of 10 microns. Copper magnet wire is available in diameters from 0.008mm to 0.500mm (AWG 60 - 24) with all insulation and self-bonding enamel types. Besides enamelled copper wire, Elektrisola also produces copper bare wire from 0.008mm to 0.500mm.

### Features

- Very high conductivity
- Good solderability
- High ductility

### Applications

- Industrial electronics
- Automotive
- Appliance
- Audio and video
- Watches
- Computers

Cu Copper

### Electrical Characteristics (Note 1)

Symbol	Parameter	Min (Note 3)	Typ (Note 2)	Max (Note 3)	Units
$\chi$	Conductivity		58.5		S*m/mm <sup>2</sup>
$\rho$	Resistivity		0.0171		$\Omega$ *mm <sup>2</sup> /m
$\alpha$	Thermal coefficient of resistance	3900	3930	4000	10E-6/K

### Mechanical Characteristics (Note 1)

Symbol	Parameter	Min (Note 3)	Typ (Note 2)	Max (Note 3)	Units
$\sigma_T$	Tensile strength	220	270	300	N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_{Y1\%}$	Yield strength at 1%	120	160	200	N/mm <sup>2</sup>
$\epsilon$	Elongation	10	25	40	%

## Annex A Electrical Resistance

The limits of electrical resistance are derived from the calculations made in IEC standard 317-0-1 Annex C.1 "Method for the calculation of linear resistance" for copper wire.

Nom. Diameter [mm]	AWG	Min [Ω/m]	Nominal [Ω/m]	Max [Ω/m]
0.0098	58	204.0	226.6	249.3
0.0101		192.0	213.4	234.7
0.0109	57	164.9	183.2	201.5
0.0113		153.4	170.5	187.5
0.0120		136.0	151.1	166.3
0.0125	56	125.4	139.3	153.2
0.0130	55.5	115.9	128.8	141.7
0.0135	55	107.5	119.4	131.4
0.0140		99.94	111.0	122.1
0.0145	54.5	93.17	103.5	113.9
0.0155	54	81.53	90.59	99.65
0.0160		76.52	85.02	93.52
0.0165	53.5	71.95	79.94	87.94
0.0170		67.78	75.31	82.84
0.0175	53	63.96	71.07	78.18
0.0180		60.46	67.18	73.89
0.0185	52.5	57.23	63.59	69.95
0.0190		54.26	60.29	66.32
0.0195	52	51.51	57.24	62.96
0.0200		48.97	54.41	59.85
0.0210	51.5	44.42	49.35	54.29
0.0215		42.38	47.08	51.79
0.0220	51	40.47	44.97	49.47
0.0230	50.5	37.03	41.14	45.26
0.0240		34.01	37.79	41.56
0.0245	50	32.63	36.26	39.89
0.0250		31.34	34.82	38.31
0.0260	49.5	28.98	32.20	35.42
0.0270		26.87	29.86	32.84
0.0275	49	25.90	28.78	31.66
0.0280		24.99	27.76	30.54
0.0290	48.5	23.29	25.88	28.47
0.0300		21.76	24.18	26.60
0.0310	48	20.38	22.65	24.91
0.0320		19.13	21.25	23.38
0.0330	47.5	18.05	19.99	21.92
0.0340		17.00	18.83	20.65
0.0350	47	16.04	17.77	19.49
0.0360		15.16	16.79	18.42
0.0370	46.5	14.36	15.90	17.44
0.0380		13.61	15.07	16.53
0.0381	46.1	13.54	14.99	16.45
0.0390	46.0	12.92	14.31	15.70
0.0400		12.28	13.60	14.92
0.0410	45.5	11.69	12.95	14.20
0.0420		11.14	12.34	13.54

Nom. Diameter [mm]	AWG	Min [Ω/m]	Nominal [Ω/m]	Max [Ω/m]
0.0430		10.63	11.77	12.91
0.0437		10.29	11.40	12.50
0.0440	45	10.15	11.24	12.33
0.0450		9.705	10.75	11.79
0.0460		9.360	10.29	11.21
0.0470	44.5	8.966	9.853	10.74
0.0480		8.596	9.447	10.30
0.0490		8.249	9.065	9.881
0.0500	44	7.922	8.706	9.489
0.0520	43.5	7.325	8.049	8.774
0.0530		7.051	7.748	8.446
0.0550	43	6.547	7.195	7.843
0.0560		6.316	6.940	7.565
0.0580		5.952	6.470	6.988
0.0600	42.5	5.562	6.046	6.529
0.0620		5.209	5.662	6.115
0.0630	42	5.045	5.484	5.922
0.0650	41.5	4.667	5.151	5.711
0.0670		4.404	4.848	5.359
0.0680		4.281	4.707	5.196
0.0700	41	4.050	4.442	4.890
0.0710		3.941	4.318	4.747
0.0740		3.640	3.975	4.355
0.0750	40.5	3.547	3.869	4.235
0.0780	40	3.289	3.577	3.903
0.0800		3.133	3.401	3.703
0.0830	39.5	2.918	3.159	3.430
0.0850		2.787	3.012	3.265
0.0880	39	2.606	2.811	3.038
0.0900		2.495	2.687	2.900
0.0930	38.5	2.342	2.516	2.710
0.0950		2.247	2.412	2.594
0.1000		2.034	2.176	2.333
0.101	38.0	1.995	2.134	2.286
0.106	37.5	1.816	1.937	2.069
0.110		1.690	1.799	1.917
0.112		1.632	1.735	1.848
0.113	37	1.604	1.705	1.814
0.115		1.550	1.646	1.750
0.118	36.5	1.474	1.563	1.660
0.120		1.426	1.511	1.604
0.125		1.317	1.393	1.475
0.126	36	1.297	1.371	1.451
0.130		1.220	1.288	1.361
0.132		1.184	1.249	1.319
0.134	35.5	1.150	1.212	1.279

**Annex A****Electrical Resistance** (Continued)

Nom. Diameter [mm]	AWG	Min [Ω/m]	Nominal [Ω/m]	Max [Ω/m]
0.138		1.085	1.143	1.205
0.140		1.055	1.110	1.170
0.141	35	1.041	1.095	1.153
0.149	34.5	0.9341	0.9804	1.030
0.150		0.9219	0.9673	1.016
0.159	34.0	0.8223	0.8609	0.9021
0.160		0.8122	0.8502	0.8906
0.169	33.5	0.7295	0.7620	0.7966
0.170		0.7211	0.7531	0.7871
0.179	33	0.6515	0.6793	0.7087
0.180		0.6444	0.6718	0.7007
0.189		0.5854	0.6093	0.6345
0.190	32.5	0.5794	0.6029	0.6278
0.200		0.5237	0.5441	0.5657
0.202	32	0.5135	0.5334	0.5543
0.210		0.4757	0.4935	0.5123
0.212	31.5	0.4669	0.4843	0.5026
0.220		0.4340	0.4497	0.4662
0.222		0.4263	0.4416	0.4577
0.224		0.4188	0.4338	0.4495
0.225	31	0.4115	0.4299	0.4495
0.230		0.3941	0.4114	0.4298
0.236		0.3747	0.3908	0.4079
0.239		0.3655	0.3810	0.3975
0.240	30.5	0.3625	0.3779	0.3941
0.250		0.3345	0.3482	0.3628
0.253	30	0.3267	0.3400	0.3541
0.260		0.3096	0.3220	0.3350
0.265		0.2982	0.3099	0.3223
0.268	29.5	0.2917	0.3030	0.3150

Nom. Diameter [mm]	AWG	Min [Ω/m]	Nominal [Ω/m]	Max [Ω/m]
0.270		0.2874	0.2986	0.3103
0.280		0.2676	0.2776	0.2882
0.286	29	0.2566	0.2661	0.2760
0.290		0.2497	0.2588	0.2684
0.295		0.2414	0.2501	0.2592
0.300		0.2335	0.2418	0.2506
0.301	28.5	0.2320	0.2402	0.2489
0.315		0.2121	0.2193	0.2270
0.319	28	0.2068	0.2139	0.2212
0.335		0.1878	0.1939	0.2004
0.339	27.5	0.1834	0.1894	0.1956
0.345		0.1772	0.1829	0.1888
0.350		0.1722	0.1777	0.1834
0.355		0.1674	0.1727	0.1782
0.360	27	0.1620	0.1679	0.1742
0.375		0.1494	0.1548	0.1604
0.380	26.5	0.1456	0.1507	0.1561
0.383		0.1433	0.1484	0.1536
0.390		0.1383	0.1431	0.1481
0.400		0.1316	0.1360	0.1407
0.402	26	0.1303	0.1347	0.1393
0.420		0.1195	0.1234	0.1275
0.425		0.1167	0.1205	0.1244
0.427	25.5	0.1156	0.1194	0.1233
0.450		0.1042	0.1075	0.1109
0.453	25	0.1029	0.1061	0.1094
0.475		0.09366	0.09646	0.09938
0.481	24.5	0.09137	0.09407	0.09689
0.500		0.08462	0.08706	0.08959
0.508	24	0.08168	0.08434	0.08711

Cu  
Copper